UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

INSTITUTO UNIVERSITARIO SIANI
MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS Y ESTRUCTURAS

COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE MEDIOS POROELÁSTICOS EN RELACIÓN CON PROBLEMAS DE INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA Y SUELO-AGUA-ESTRUCTURA

Programa de doctorado:
Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería
Instituto Universitario SIANI

Autor:
Fidel García del Pino

Director:
Orlando Maeso Fortuny

Director:
Juan J. Aznárez González

Las Palmas de Gran Canaria, Marzo de 2.012

A Laura,

por la inmensa suerte de tenerla a mi lado remando en la vida.

Y a mi tesorito Jimena.

Prólogo

Esta Tesis ha sido realizada en el Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería (SIANI) de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

Resulta complicado en estas pocas líneas dar las gracias a todas las personas que han participado de una u otra forma en el desarrollo de este trabajo.

En primer lugar, y de forma muy especial, a mis maestros y sobre todo grandes amigos Orlando Maeso y Juan José Aznárez. Este trabajo hubiese sido del todo imposible sin su enorme contribución. Ellos son el vivo ejemplo de lo que yo entiendo debe ser un profesor universitario. Gracias de corazón por enseñarme a ser un poquito mejor en esto a lo que trato de dedicarme. Espero no defraudarles nunca.

A mis profesores durante la carrera y ahora compañeros de Departamento, Francisco Chirino y José María Emperador, por sus enseñanzas y especialmente por la confianza, apoyo y cariño que me han demostrado durante todos estos años.

A Fernando García, a quien le auguro un futuro lleno de éxitos fuera del ámbito universitario, y a Luis Alberto Padrón por la ayuda desinteresada que me prestaron cada vez que lo necesité.

A Ignacio de la Nuez, por el tiempo que me dedicó y su paciencia cuando tuve que dedicarme a ese extraño campo que para los Ingenieros Mecánicos supone la Electrónica y la Automática. De mi breve paso por ese mundo guardo un grato recuerdo y una buena amistad.

A los más jóvenes del grupo, al que ingenuo de mí a veces pienso que aún pertenezco, Ariel, Cristina, José María y Rayco, que a pesar de las dificultades que estamos padeciendo en el momento actual han escogido el arduo y sinuoso camino que implica dedicarse a la ciencia. Espero verlos muy pronto redactado los agradecimientos de sus tesis.

Finalmente, a pesar de haber perdido el contacto en los últimos años, no quiero dejar de compartir este trabajo con mis viejos amigos Manuel Galán y Luis Álvarez, probablemente los culpables de que me dedique a esta profesión.

A todos y a alguno más que seguro que se me ha quedado atrás les doy las gracias por su contribución en esta Tesis.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido posible gracias a la financiación obtenida del Ministerio de Ciencia y Tecnología y fondos FEDER a través de los Proyectos de Investigación BIA2007-67612-C02-01 y BIA2010-21399-C02-01, y del la Agencia Canaria de Investigación, Innovación y Sociedad de la Información (ACIISI) del Gobierno de Canarias mediante el proyecto ProID20100224.

Índice

Capítulo 3: Problemas de Interacción Suelo Estructura: Impedancia de Cimentaciones Pilotadas en Terrenos Saturados

Capítulo 4: Propagación de Ondas Planas Armónicas en el semiespacio Elástico. Ecuaciones de Campo

Capítulo 5: Modelo de Excitación Sísmica. Generación y Tratamiento de Registros Sísmicos

Capítulo 6: Respuesta Sísmica de Presas Bóveda I. Factores Relacionados con la Geometría y Condiciones del Embalse

Capítulo 1

Introducción

Aun no siendo las últimas, las catástrofes consecuencias de terremotos ocurridas en Japón el 11 de marzo de 2011 -con más de 19.000 víctimas- y la de Lorca, en la región de Murcia, con la muerte de 9 personas, son probablemente las que más nos han sensibilizado en los últimos tiempos. La primera porque dábamos por supuesto que en un país del considerado primer mundo, pionero en el diseño de infraestructuras especialmente preparadas para este tipo de eventos, resultaban inconcebibles unas consecuencias tan devastadoras. La tragedia de Lorca, de mucha menor magnitud, nos tocó de cerca, haciéndonos recordar que también nosotros podemos ser los protagonistas de una situación de este tipo. Hasta que no seamos capaces de “controlar los fenómenos naturales”, cosa que parece poco probable que logremos algún día, o al menos de predecirlos con exactitud, algo más viable a priori, lo único que podemos hacer es minimizar las consecuencias que provocan.

En las últimas décadas ha habido un interés creciente por mejorar el conocimiento sobre la respuesta dinámica de estructuras sometidas, entre otras acciones, a vibraciones provocadas por maquinaria, a la acción del viento, al impacto de olas o a un sismo. Si bien se conocían desde hace siglo las leyes que rigen la dinámica estructural, no es hasta la segunda mitad del pasado siglo cuando su estudio se hace habitual en el cálculo estructural con el fin de lograr estructuras más económicas, funcionales y seguras. Sin duda, el desarrollo de los medios informáticos de los últimos 30 años y su uso generalizado por parte de investigadores y calculistas, es un importante aspecto a destacar, dado que ha permitido abordar modelos numéricos cada vez más complejos capaces de representar con mayor fidelidad la realidad física de los problemas.

El comportamiento dinámico de estructuras está fuertemente influenciado, entre otros factores, por la interacción de las regiones involucradas. Esta Tesis trata de profundizar en cómo influye el comportamiento dinámico de medios poroelásticos en relación con dos tipos particulares de problemas en los que los fenómenos de interacción tienen especial relevancia y en los que una de las regiones intervinientes puede asimilarse a un medio de esta naturaleza. El primero se corresponde con un problema de interacción suelo-estructura: las cimentaciones pilotadas en suelos saturados de agua. Como se justificará a lo largo de este trabajo, la caracterización de este tipo de suelos como un medio poroelástico unido al método numérico que aborda la solución de problema conduce a resultados altamente fiables. El segundo, notablemente más complejo, consiste en un problema de interacción suelo-agua-estructura-sedimento, este último caracterizado como un medio poroelástico, y aborda la respuesta dinámica de presas bóveda.

En lo que sigue a continuación se hace una breve descripción de los medios poroelásticos (punto 1.1). A continuación, en el punto 1.2, se introduce el método numérico que permite abordar la solución de problemas en los que existen regiones que pueden caracterizarse como este tipo de medios. En la sección 1.3 y 1.4 se presentan las dos aplicaciones citadas que estudian el comportamiento dinámico de pilotes embebidos en suelos saturados de agua (punto 1.3) y de presas bóveda en las que existe un lecho sedimentario (punto 1.4). Finalmente en el último punto se hace una descripción de contenidos del presente documento.

1.1.El medio poroelástico

Un material o medio poroelástico es un material que contiene huecos (poros), de manera que en su estructura puede distinguirse una matriz (esqueleto o marco) y una red de poros (figura 1.1). La matriz habitualmente está constituida por un esqueleto sólido, estando los poros normalmente llenos de un fluido (líquido o gas).

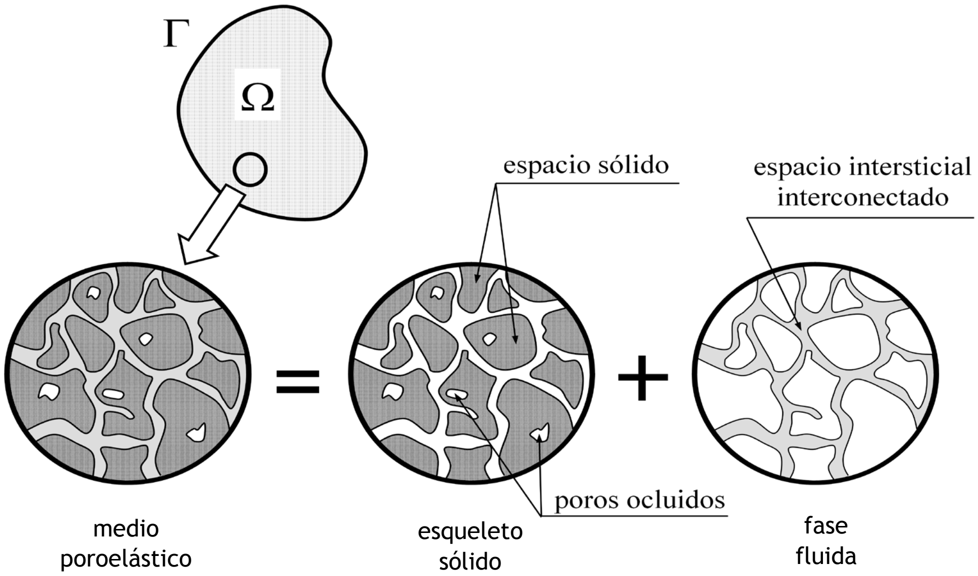


Figura 1.1. El material poroso como superposición de una matriz sólida y una red de poros.

Los poros se pueden encontrar aislados o unidos entre sí. Dependiendo de cómo sea la comunicación de estos poros, la porosidad, uno de las principales propiedades que gobiernan el comportamiento de estos medios, se puede clasificar como:

- Porosidad total o absoluta: se define como la fracción del volumen total del material que no está ocupado por matriz.
- Porosidad interconectada o efectiva: se define como el volumen total del material que representa espacios que pueden contener fluidos y se encuentran comunicados entre sí.
- Porosidad no interconectada o no efectiva: representa la fracción del volumen total del material que está conformada por los espacios que pueden contener fluidos pero no están comunicados entre sí.

De la definición se deduce obviamente que:

$$\phi_{total} = \phi_{efectiva} + \phi_{no\ efectiva} \tag{1.1}$$

El carácter bifásico del medio poroso, esto es, la posibilidad de que el medio fluido transite a través de la matriz sólida, se produce únicamente por lo que hemos denominado porosidad interconectada. Por tanto, en lo sucesivo denominaremos porosidad –o índice de poros- a esta porosidad efectiva. La existencia de otro tipo de porosidad (no interconectada o no efectiva), simplemente modificará, a un nivel macroscópico, las propiedades de la matriz solida (su densidad y sus características mecánicas). Si los poros interconectados están completamente llenos de líquido diremos que el medio poroelástico está *saturado*. Sin embargo, si en el interior de estos intersticios existe fluido en fase gaseosa, lo que provoca que la fase líquida no ocupa completamente los poros de la matriz sólida, nos encontramos ante un medio *cuasisaturado*. A modo de ejemplo, esto puede visualizarse como un líquido que tiene disueltas pequeñas burbujas de aire.

Muchos elementos naturales (como por ejemplo algunos tipos de rocas, suelos saturados de agua, acuíferos, lechos de sedimentos y bolsas de petróleo), algunos tejidos biológicos (tales como huesos, madera y corcho) y determinados materiales artificiales (tales como cementos y cerámicas) pueden ser considerados como medios porosos.

A pesar de la naturaleza bifásica del medio poroelástico realizada, es posible abordar su comportamiento a nivel macroscópico estableciendo unas propiedades medias del mismo de forma tal que sean de aplicación las hipótesis de isotropía y homogeneidad clásicas de la mecánica del medio continuo.

Con el fin de explicar la consolidación en suelos saturados de agua, Karl Terzaghi (1923) y (1925) fue el primero en presentar un modelo que hace uso de una imagen de medio continuo similar a la expuesta. En este modelo, de carácter monodimensional, el esqueleto sólido y el fluido se consideraban incompresibles y el proceso de deformación diferida se justificaba por la expulsión del fluido de los intersticios del medio debido a la reducción del índice de poros. La ecuación diferencial que gobierna este proceso relaciona la derivada espacial de la presión intersticial con la derivada temporal de esta variable a través de un *coeficiente de consolidación* que depende de las propiedades de ambas fases. A pesar de sus simplificaciones, este modelo explica de forma convincente este fenómeno y tuvo una gran acogida en su época. En 1941 Maurice A. Biot presenta en una serie de artículos ((Biot M. A., 1941a), (Biot M. A., 1941b), (Biot & Clingan, 1941)) la teoría general del comportamiento de sólidos poroelásticos bajo carga estática. En el medio bifásico de Biot, fluido y esqueleto sólido se consideran compresibles, estando el material completamente saturado. El medio en su conjunto es homogéneo e isótropo y en el rango de pequeñas deformaciones tiene un comportamiento lineal y elástico. Al igual que en el modelo previo de Terzaghi, el movimiento del fluido a través de la matriz sólida es gobernado por la ley de Darcy si bien el proceso de consolidación se describe desde un modelo acoplado de tensiones y deformaciones en ambas fases. Algunos años después, el mismo Biot extiende la formulación a medios anisótropos ((Biot M. A., 1955), (Biot M. A., 1956a)) y generaliza la formulación cuasiestática anterior al caso dinámico para sólidos poroelásticos isótropos ((Biot M. A., 1956b), (Biot M. A., 1956c)). En estas últimas publicaciones, y a diferencia de los sólidos elásticos, este autor demuestra la existencia de tres ondas asociadas a cualquier fenómeno de propagación en este tipo de medios. Dos ondas acopladas de carácter irrotacional (longitudinales) y una equivolumial (transversal) independiente de las anteriores. Las características de estas ondas se abordarán en el capítulo 2.

En esta Tesis, tanto el suelo saturado de agua en el que se encuentra embebidos los pilotes y grupos de pilotes cuya impedancia dinámica se calcula en el capítulo 3, como los sedimentos que se incluyen en los modelos que analizan el comportamiento dinámico de presas bóveda, capítulos 6 y 7, se han caracterizado como un medio poroelástico de acuerdo a la formulación de Biot.

1.2.El Método de los Elementos de Contorno (MEC)

Se trata de un método que aborda la solución de las ecuaciones de gobierno del problema de forma numérica. Su aplicación requiere formular dichas ecuaciones en el contorno de las regiones constituyendo la denominada formulación integral en el contorno. La formulación integral relaciona las variables primarias del problema (desplazamientos y/o presiones) y sus derivadas (tensiones y/o derivada de la presión) a través de un problema de referencia (solución fundamental). La resolución numérica de estas ecuaciones hace necesario discretizar el contorno en elementos y aproximar las variables del problema en función de los valores que adopta éstas en los nodos de los elementos. Con todo esto y un conjunto de soluciones fundamentales independientes, la igualdad integral en el contorno de partida podrá transformarse en un sistema de ecuaciones algebraicas que permitirá la obtención de una solución aproximada del problema.

En relación con otras técnicas de dominio como el Método de los Elementos Finitos (MEF), el Método de los Elementos de Contorno permite contemplar de forma muy natural dominios infinitos o semi-infinitos. La aplicación del MEF en problemas que incluyen este tipo de regiones se encuentra con la dificultad de cuantificar la porción de dominio que es necesario discretizar. Habitualmente se recurre al artificio de incluir contornos ficticios que soslayen el problema, cosa que en problemas dinámicos puede conducir a resultados no precisos, consecuencia de reflexiones no reales de las ondas al alcanzar estos contornos de cierre. Por el contrario, en el MEC las condiciones de radiación en el infinito se contemplan de forma automática con lo que no está presente esta dificultad.

En problemas de interacción suelo-estructura o suelo-agua-sedimento-estructura como los presentados en esta Tesis, en los que el suelo puede ser considerado un dominio infinito, el empleo de la solución fundamental correspondiente al espacio completo obliga a incorporar en el modelo la superficie libre cercana al emplazamiento. No obstante, como se justificará, la cantidad necesaria de superficie libre discretizada no es excesiva para representar adecuadamente el carácter no acotado del suelo, y el coste computacional asociado es perfectamente asumible.

1.3.Cálculo de impedancias dinámicas de cimentaciones pilotadas en suelos saturados

Los fenómenos de interacción suelo-estructura, consistentes en un conjunto de efectos cinemáticos e inerciales producidos en la estructura y el suelo como resultado de la flexibilidad de éste, son especialmente relevantes en aquellas estructuras cimentadas sobre terrenos blandos o con poca rigidez. La interacción modifica considerablemente el comportamiento dinámico de la estructura y los desplazamientos provocados en el suelo próximo a la cimentación.

La impedancia o rigidez dinámica de una cimentación es la relación entre una fuerza (momento) aplicada a una cimentación rígida carente de masa y el desplazamiento (rotación) resultante. En el caso de dinámica armónica las funciones de impedancia son números complejos que relacionan tanto la magnitud como la fase de las fuerzas aplicadas a la cimentación con los desplazamientos resultantes.

Una de las aplicaciones del modelo de elementos de contorno presentado en los siguientes capítulos aborda el cálculo de impedancias dinámica de pilotes y grupos de pilotes en un tipo particular de suelo -aquellos que se encuentran saturados de agua-, en los que los fenómenos de interacción entre suelo y estructura tienen especial importancia. Además, en las cimentaciones a base de grupos de pilotes se presenta un fenómeno de interacción adicional que dificulta el cálculo de la impedancia total, el denominado efecto de grupo, que provoca que ésta no se corresponda con la suma de las impedancias individuales de los pilotes que conforman el grupo.

Tal y como se repasa en el capítulo 3, existen otros métodos que permiten abordar el problema, pero el aquí presentado presenta ciertas ventajas nada despreciables: permite reproducir cualquier geometría de cimentación, incluyendo pilotes diferentes o inclinados con su verdadera sección transversal; es posible modelar la condición de contacto entre el pilote y el suelo como permeable o impermeable, y se pueden incluir geometrías del subsuelo con estratos de diferentes características (elásticas o poroelásticas).

En la figura 1.2 se muestra un esquema del problema más sencillo, el correspondiente a un pilote embebido en un semiespacio poroelástico, que se pretende resolver, y la malla de elementos de contorno correspondiente (se muestra completa aunque como se verá en el capítulo 3 únicamente es necesario discretizar un cuarto de la geometría al existir condiciones de simetría). El problema se aborda de forma tridimensional considerándose los pilotes como un medio continuo vicoelástico y el suelo que los rodea como un medio poroelástico saturado considerando su naturaleza bifásica. Las ecuaciones del MEC se aplican a cada uno de las regiones llevándose a cabo el acoplamiento a través de las condiciones de equilibrio y compatibilidad a lo largo de las interfases pilote-suelo.

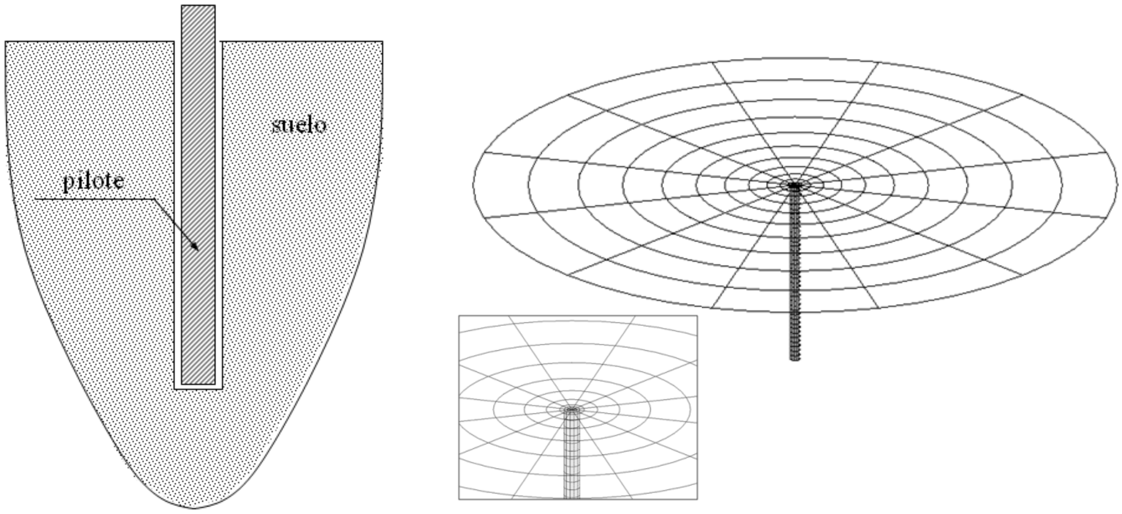


Figura 1.2. Sistema acoplado pilote-suelo y modelo correspondiente de elementos de contorno.

1.4.Respuesta sísmica de presas bóveda

Si bien no son muchos los accidentes de presas ocurridos a lo largo de la historia reciente (27 desde comienzos del siglo XIX, 3 de ellos en España), sí que suelen tener consecuencias catastróficas en la mayoría de los casos; el caso más reciente en España, la rotura de la presa Tous en Valencia en 1982 provocó la muerte de más de 30 personas y cuantiosos daños materiales. Aún a pesar de los grades avances logrados en los últimos tiempos, existe una gran incertidumbre relativa al comportamiento sísmico de presas debido a que son muchos los factores que intervienen, existiendo sobre muchos de ellos un grado de desconocimiento aún hoy elevado. Sin duda alguna, todos los esfuerzos encaminados a mejorar el conocimiento sobre el comportamiento sísmico de presas redundará en construcciones más seguras, duraderas y económicas. Buena parte de esta Tesis profundiza, en la medida de lo posible, en el conocimiento que se tiene sobre alguno de los factores que afectan al comportamiento dinámico de presas, haciéndolo sobre una de las tipologías más complejas existentes para la construcción de embalses, la presa bóveda, prestando especial atención a la influencia de la presencia de sedimentos en el fondo del embalse.

El estudio dinámico de presas es un problema complejo debido a la presencia de medios de muy diversa naturaleza (roca, hormigón, agua y sedimentos) que se comportan de forma dispar y además interactúan entre sí constituyendo un sistema acoplado que es necesario abordar en su conjunto. Además, algunas de las regiones involucradas o son muy extensas o prácticamente infinitas, lo que provoca que accidentes alejados de la zona de interés puedan alterar significativamente el comportamiento dinámico de la misma. A diferencia de lo que ocurre en un gran número de embalses realizados con otras tipologías de presas, tales como presas de gravedad, en los que es posible abordar el problema con modelos con simplificaciones dimensionales, la geometría de las presas bóveda no admite este tipo de simplificaciones, haciéndose necesario abordar el problema con su verdadera realidad tridimensional.

Entre los factores que influyen en la respuesta dinámica de presas podemos citar:

- La geometría y las propiedades de los materiales que constituyen la presa.
- Las características geológicas y topográficas del emplazamiento (efecto local). Se incluyen en este punto las propiedades del suelo, la existencia de discontinuidades subterráneas o estratos y la presencia de accidentes topográficos próximos al emplazamiento.
- El carácter espacial de la excitación. Se alude con esta frase al hecho, consecuencia del tamaño de la estructura y de la naturaleza viajera de las ondas sísmicas, de que no todos los puntos de la cimentación de la estructura son excitados por igual en un determinado instante de tiempo. Además de las propiedades del terreno, la frecuencia y las dimensiones de la estructura, este efecto depende en gran medida del tipo y del ángulo de incidencia de la onda sísmica que alcance el emplazamiento.
- Los fenómenos de interacción dinámica. De entrada, los desplazamientos en la superficie del suelo provocados por las ondas sísmicas se ven modificados por la presencia de la estructura. Por otro lado el considerar el suelo como un medio flexible acoplado a la estructura modifica las frecuencias propias de esta última y aumenta la disipación de energía, lo que redunda en menores valores de la respuesta. Todo esto se ve acentuado por la presencia de medios escalares (agua) y poroelásticos (sedimentos) que alteran frecuencias propias y modifican los valores de la repuesta al interactuar con el resto de regiones.

En la figura 1.3 se muestra un esquema del problema y el modelo de elementos de contorno correspondiente. En el sistema acoplado coexisten la presa de hormigón, el terreno de naturaleza rocosa, el agua contenida y los sedimentos de fondo. El modelo numérico utilizado, basado en el MEC, permite una representación realista de la geometría del problema y tiene en cuenta, de forma rigurosa, la interacción dinámica entre todas las regiones cuando son alcanzadas por una solicitación sísmica que se propaga a través del suelo. En lo que a las características de la regiones implicadas se refiere, la presa y el suelo son considerados medios elásticos, lineales e isótropos con amortiguamiento de tipo histerético; el agua se caracteriza como medio escalar; y los sedimentos como un medio poroelástico de acuerdo con la teoría de Biot. Las ecuaciones del MEC se aplican a cada uno de los medios según sea su naturaleza teniéndose en cuenta la interacción entre las regiones a través de relaciones de compatibilidad y equilibrio entre las variables definidas para cada dominio en los nodos de las superficies de contacto.

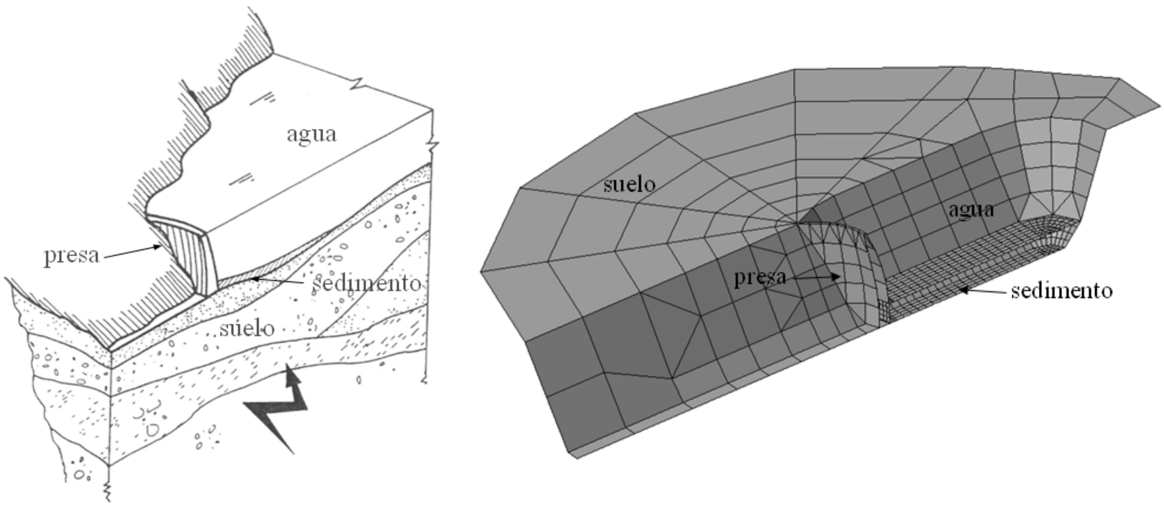


Figura 1.3. Sistema acoplado presa-suelo-agua-sedimento y modelo correspondiente de elementos de contorno.

En la bibliografía existen otros modelos que incorporan los efectos de disipación asociados al sedimento, bien mediante contornos con condiciones de absorción obtenidas de problemas monodimensionales de propagación de ondas que utilizan las propiedades reales de los medios implicados (ver por ejemplo (Fenves & Chopra, 1984), (Fok & Chopra, 1985) y (Chuhan, Chengda, & Guanglun, 2001), bien incorporando la geometría real de la capa de sedimentos y formulando su comportamiento dinámico como un medio escalar con velocidad de propagación compleja (véase en modelos 2D de presas de gravedad por ejemplo (Medina, Domínguez, & Tassoulas, 1990) y (véase en modelos 3D de presas bóveda (Maeso, Aznárez, & Domínguez, 2002b) y (Aznárez, Maeso, & Domínguez, 2004)). En estos últimos modelos, la interacción entre el sedimento y las restantes regiones implicadas es tenida en cuenta de forma rigurosa mediante la aplicación de ecuaciones de equilibrio y compatibilidad adicionales en los nodos de las interfases. El considerar el sedimento como un medio bifásico permite obtener resultados más próximos a la realidad física de su comportamiento a cambio, eso sí, de un coste computacional considerablemente mayor. Los modelos monodimensionales, siendo los más sencillos, no son capaces de reflejar la verdadera complejidad tridimensional del problema. Los modelos escalares, por otra parte, no representan adecuadamente el comportamiento dinámico del sedimento ya que solo utilizan uno sólo de los modos posibles de propagación de la perturbación. Dependiendo de las propiedades del medio y la frecuencia de excitación, esta simplificación puede dar lugar errores importantes en el cálculo de la respuesta del sistema.

Este trabajo avanza en una línea de investigación iniciada por el Profesor de la Universidad de Sevilla José Domínguez y que arranca con Medina (1987) en la que se analiza la respuesta sísmica de presas de gravedad a través de un modelo bidimensional de elementos de contorno donde coexisten regiones viscoelásticas (presa y terreno) y fluidas (agua embalsada) y tiene su principal referente en las investigaciones de Maeso y Domínguez ((Maeso, 1992), (Maeso & Domínguez, 1993) y (Domínguez & Maeso, 1993)) que generalizan esta estrategia a problemas tridimensionales permitiendo el estudio dinámico de presas bóveda. En relación con modelos anteriores, estos trabajos pusieron de manifiesto la importancia de los efectos de interacción mutua entre las regiones que lo constituyen y la potencia del MEC en la caracterización de la verdadera naturaleza del suelo y del carácter espacial de la excitación. La inclusión de los sedimentos poroelásticos de fondo en el modelo bidimensional de Medina se realiza años más tarde por Domínguez, Gallego, y Japón (1997). Dichos sedimentos se consideran una región de naturaleza poroelástica de acuerdo a la teoría de Biot y se incorporan al modelo a través de una formulación de elementos de contorno desarrollada por el propio Domínguez (1992). La interacción entre esta nueva región poroelástica y el resto de medios que constituyen el sistema se realiza también de forma rigurosa. Finalmente, en la tesis doctoral de Aznárez (2002) se completa el modelo tridimensional con la inclusión de los sedimentos caracterizados como un medio poroelástico, manteniéndose el acoplamiento riguroso entre los tres tipos de regiones que el modelo es capaz manejar: elásticas o viscoelásticas, potenciales y poroelásticas. Este modelo ha permitido estudiar factores que influyen decisivamente en el comportamiento sísmico de presas bóveda: la presencia de sedimentos de fondo y las propiedades de los mismos ((Maeso, Aznárez, & Domínguez, 2002b), (Aznárez, Maeso, & Domínguez, 2004) y (Aznárez, Maeso, & Domínguez, 2006)), el nivel de llenado del embalse ((Maeso & Aznárez, 2007) y (García, Aznárez, & Maeso, 2009)) o el carácter espacial de la excitación ((Aznárez, Maeso, & Domínguez, 2002), (Maeso, Aznárez, & Domínguez, 2002a) y (García, Aznárez, & Maeso, 2011)).

1.5.Descripción de contenidos

La presente Tesis se ha estructurado en 8 capítulos. Se comienza el capítulo 2 haciendo un repaso de las ecuaciones de gobierno de medios escalares, elásticos y poroelásticos, y de los mecanismos de propagación de ondas armónicas en cada uno de ellos. Posteriormente se aborda la formulación integral y la solución fundamental en cada caso, necesarias para resolver los modelos acoplados que incluyen estas regiones por el método numérico propuesto. La segunda parte del capítulo se dedica a presentar una estrategia para resolver estos modelos acoplados basada en el Método de los Elementos de Contorno: se describen las particularidades de las discretizaciones y diversas estrategias numéricas necesarias a la hora de implementar el Método. Finalmente se abordan las diferentes condiciones de contorno que se pueden presentar en los modelos y las condiciones en las interfases cuando las regiones se encuentran acopladas.

En el capítulo 3, el modelo comentado se emplea para calcular la rigidez dinámica de cimentaciones formadas por pilotes aislados y grupos de pilotes en terrenos saturados de agua. Se comienza haciendo un repaso de otras técnicas existentes en la bibliografía comparándolas con la propuesta aquí. A continuación se analizan las particularidades que la aplicación del método tiene en este caso: los pilotes son modelados como medios elásticos o vicoelásticos y el suelo como un medio poroelástico completamente saturado. Antes de presentar los resultados obtenidos, el modelo se valida con una serie de resultados clásicos existentes en la bibliografía. Los resultados mostrados contemplan impedancias verticales y horizontales, tanto de pilotes aislados como de grupos de pilotes, estudiándose la influencia de la condición de contacto entre el pilote y el terreno, de la frecuencia de excitación, de la flexibilidad del pilote y de las propiedades del suelo en la respuesta dinámica del conjunto.

El capítulo 4 se dedica a analizar la propagación de ondas planas armónicas en un semiespacio elástico cuando en su superficie inciden con un ángulo de incidencia genérico ondas sísmicas de tipo SH, P, SV y de Rayleigh. Se alcanzan las expresiones generales, obteniéndose las expresiones simplificadas para el caso particular en el que existe un plano de simetría geométrica. Se analizan los cambios de modo que experimentan las ondas P y SV al alcanzar la superficie libre del semiespacio y su relación con las propiedades del medio en las que se propagan. Posteriormente se hace un pequeño estudio relativo al valor del ángulo crítico y a las consecuencias que sobre las ecuaciones de campo correspondientes a la reflexión de ondas SV implica la incidencia con ángulos inferiores al mismo. Finalmente, en la última parte del capítulo, se explica cómo se incorporan al modelo acoplado de Elementos de Contorno estas ecuaciones.

En el capítulo 5 se exponen las características de la excitación temporal utilizada en el análisis dinámico de presas bóveda. La excitación se define en base a tres registros artificiales, dos horizontales y uno vertical, compatibles con los espectros de diseño recogidos en el Eurocódigo 8 (EN 1998-1:2004 (E)). Los registros se generan haciendo uso del SIMQKE (Vanmarcke, Corneli, Gasparini, & Hou, 1976), corrigiéndose la línea base mediante el procedimiento de Kausel y Ushijima (1979). Definida la excitación, se explican los pasos que son necesarios seguir para obtener la respuesta temporal tomado como punto de partida las funciones de transferencia que resultan del programa de Elementos de Contorno. Para concluir el capítulo, se presenta un modelo de excitación que combina trenes de ondas planas P y S con ángulo de incidencia completamente general compatibles con los tres acelerogramas artificiales generados en campo libre.

Los capítulos 6 y 7 se dedican a estudiar la respuesta dinámica de presas bóveda. Se comienza en la primera parte del capítulo 6 presentando el problema tomando como referencia la presa de Morrow Point situada en el río Gunnison, Colorado (USA). Se describen las características que el modelo acoplado MEC presenta en este caso: presa y suelo se consideran medios elásticos, el agua embalsada se caracteriza como un medio escalar y el sedimento de fondo como un medio poroelástico. Se describen diversas discretizaciones de embalses cerrados para distintos espesores de la capa de sedimentos. En todos los contornos exteriores de de la presa y del suelo se imponen condiciones de superficie libre de tensiones. En las superficies de contacto entre regiones de distinto tipo se imponen condiciones de acoplamiento rigurosas por medio de ecuaciones adicionales que establecen el cumplimiento de las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad entre las variables de los nodos pertenecientes a las interfases. La excitación sísmica se implementa a través de un tren de ondas armónicas planas (volumétricas y/o superficiales) que inciden hacia la presa desde el infinito. Descrito el modelo, en la segunda parte del capítulo 6 se presentan resultados correspondientes a la incidencia vertical de ondas P, SH y SV analizándose la sensibilidad de la respuesta de la presa ante el nivel de agua (factor estacional), tanto en ausencia de sedimentos como en presencia de ellos. Los resultados se expresan, en este capítulo, en términos de funciones de transferencias, envolventes máximas de desplazamientos y espectros de respuesta máxima de aceleraciones en diversos puntos del estribo, la coronación y el plano de simetría de la presa.

En el capítulo 7 se estudia la influencia de las características de la excitación (tipo de onda y ángulo de incidencia) en la respuesta símica de la presa. En este capítulo el embalse se encuentra lleno de agua presentándose tres situaciones distintas relativa a la capa de sedimentos: sin sedimentos, con una capa de sedimentos de espesor H/5 y con una capa de sedimentos de espesor 2H/5 (siendo H la altura total de la presa). Se muestran resultados correspondientes a la incidencia con diversos ángulos de incidencia de ondas P y S y a combinaciones de éstas en base al modelo de excitación sísmica propuesto en el punto 5.6. Los resultados del estudio se muestran a través de dos variables: mediante la aceleración en diversos puntos del estribo y de la coronación de la presa representada en términos de espectros de respuesta máxima y mediante el empuje hidrodinámico normal en todos los nodos situados en el plano de simetría del trasdós de la presa.

Finalmente en el capítulo 8 se resumen las principales conclusiones del estudio realizado y se proponen líneas de investigación futuras a partir del trabajo desarrollado.

Capítulo 2

Ecuaciones de Onda en Problemas Escalares, Elásticos y Poroelásticos. Formulación Mediante el MEC

2.1.Introducción

En la primera parte de este capítulo se presentan los aspectos relacionados con la formulación de los diferentes medios que forman parte de los modelos acoplados que se pretenden resolver, dedicándose la segunda parte a plantear la solución de estos modelos de forma numérica mediante el Método de los Elementos de Contorno, analizando las dificultades que la aplicación del método comporta. Se comienza en el apartado 2.2 exponiendo las ecuaciones de gobierno en dinámica que rigen el comportamiento de medios elásticos, escalares y poroelásticos. Se presentan únicamente las ecuaciones fundamentales omitiéndose el desarrollo necesario para su obtención que puede consultarse fácilmente en numerosos libros de texto. En el punto 2.3 se describen los mecanismos de propagación de ondas armónicas en cada uno en los medios anteriores, viendo las diferencias y similitudes existentes entre los distintos tipos de medios. En el apartado 2.4 se aborda la formulación integral y la solución fundamental de los diferentes medios involucrados. La formulación integral, que necesita para su aplicación de la solución fundamental, consiste en una serie de ecuaciones que relacionan las variables fundamentales en puntos del dominio Ω con los valores que adoptan éstas y sus derivadas en puntos del contorno Γ. Al final de este punto se estudia lo que ocurre con la formulación integral cuando se pretende que sólo intervengan variables en el contorno. En el siguiente apartado se expone una estrategia para resolver numéricamente las ecuaciones ya planteadas mediante el Método de los Elementos de Contorno (MEC) y los problemas numéricos que su aplicación en nuestro modelo implica. Finalmente en 2.6 se discute como se imponen las condiciones de contorno en las interfases del modelo acoplado.

2.2. Ecuaciones de gobierno en elastodinámica, problemas escalares y poroelasticidad armónica

2.2.1. Ecuaciones básicas en elastodinámica armónica

Las ecuaciones de equilibrio interno, las ecuaciones de compatibilidad y la ley de comportamiento constituyen las ecuaciones básicas que gobiernan el comportamiento dinámico de sólidos elásticos, teniendo en cuenta, como es obvio, la dependencia espacial y temporal de las variables involucradas. A diferencia del caso estático las ecuaciones de equilibrio incorporan las fuerzas de inercia y el efecto de disipación. Se asumen las hipótesis clásicas para estos medios: homogeneidad, isotropía, comportamiento elástico y linealidad.

Equilibrio interno	$\sigma_{ij,j} + X_i = \rho \ddot{u}_i$	(2.1)
Ley de comportamiento	$\sigma_{ij} = \lambda e \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$	(2.2)
Compatibilidad	$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} + u_{j,i}\right)$	(2.3)
Ecuación de gobierno	$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + \left(\lambda + \mu\right) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + \mathbf{X} = \rho \ddot{\mathbf{u}}$	(2.4)
Ecuación de gobierno en el dominio de la frecuencia	$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + \left(\lambda + \mu\right) \nabla e + \mathbf{X} = -\rho \omega^2 \mathbf{u}$ (*) (*) Se supone un desplazamiento armónico en el tiempo del tipo $\mathbf{u}\left(\mathbf{x},t\right) = \mathbf{u}\left(\mathbf{x};\omega\right) e^{\mathrm{i}\omega t}$. Las variables se entienden dependientes de la posición y de la frecuencia.	(2.5)

Tabla 2.1. Ecuaciones básicas de las elastodinámica lineal.

$\mathbf{x}$	Vector de posición	$\lambda = \frac{2\mu\upsilon}{1-2\upsilon}$	Constante de Lamé
t	Variable tiempo	$\mu = \frac{E}{2(1+\upsilon)}$	Módulo de rigidez transversal
σ_{ij}	Tensor de tensiones	$e = \varepsilon_{kk}$	Dilatación volumétrica
ε_{ij}	Tensor de deformaciones	E	Módulo de elasticidad
X_i, $\mathbf{X}$	Vector de fuerzas de volumen	υ	Coeficiente de Poisson
u_i, $\mathbf{u}$	Vector de desplazamiento	ρ	Densidad del material
$\ddot{u}_i$, $\ddot{\mathbf{u}}$	Vector de aceleración	i	Unidad imaginaria
ω	Frecuencia angular	δ_{ij}	Función delta de Kronecker

Tabla 2.2. Variables que intervienen en las ecuaciones básicas de las elastodinámica lineal.

2.2.2. Ecuaciones básicas en medios escalares en dinámica

De manera análoga al caso anterior, se resumen en la tabla 2.3 las ecuaciones que rigen el comportamiento dinámico del los medios escalares (agua). Esta se considera un fluido compresible de viscosidad despreciable, con comportamiento elástico y lineal que trabaja en un rango de pequeñas perturbaciones. En los modelos presentados los efectos inerciales tienen un peso mucho mayor que los viscosos lo que justifica considerar despreciable la viscosidad del agua. Tampoco se consideran los efectos provocados por las turbulencias.

Equilibrio interno	$-p_{,i} + X_i^{'} = \rho \ddot{U}_i$	(2.6)
Ley de comportamiento	$-p = K_f \, \varepsilon$	(2.7)
Ecuación de gobierno	$\nabla^2 p - \nabla \mathbf{X}^{'} = \dfrac{1}{c^2} \ddot{p}$	(2.8)
Ecuación de gobierno en el dominio de la frecuencia	$\nabla^2 p - \nabla \mathbf{X}^{'} + \left(\dfrac{\omega}{c} \right)^2 p = 0$ (*) (*) Se supone una presión armónica en el tiempo del tipo $p(\mathbf{x},t) = p(\mathbf{x};\omega)\, e^{\mathrm{i}\omega t}$. Las variables se entienden dependientes de la posición y de la frecuencia.	(2.9)

Tabla 2.3. Ecuaciones básicas en medios potenciales en dinámica.

p	Presión en el fluido	$c = \sqrt{\dfrac{K_f}{\rho}}$	Velocidad de propagación de las ondas longitudinales
$X_i^{'}, \mathbf{X}^{'}$	Vector de fuerzas de volumen	ω	Frecuencia angular
$\ddot{U}_i$	Vector de aceleración	ρ	Densidad del fluido
$\varepsilon = \varepsilon_{kk} = U_{i,i}$	Dilatación volumétrica	i	Unidad imaginaria
K_f	Módulo de compresibilidad del fluido		

Tabla 2.4. Variables que intervienen en las ecuaciones básicas en medios potenciales en dinámica.

2.2.3. Ecuaciones básicas en poroelastodinámica armónica

Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de medios poroelásticos en régimen dinámico son las ecuaciones de equilibrio, donde habrán de incluirse las fuerzas de inercia y disipación, y una ley de comportamiento que relaciona tensiones y deformaciones en ambas fases del medio. En este apartado veremos sólo unas pocas expresiones de estas relaciones existiendo en la bibliografía expresiones alternativas a las presentadas aquí. La combinación de las ecuaciones de equilibrio y de la ley de comportamiento permite obtener las ecuaciones de gobierno en términos del vector desplazamiento de ambas fases.

<table>
<tr><td>Equilibrio interno</td><td>$$\tau_{ij,j} + X_i = \rho_{11}\,\ddot{u}_i + \rho_{12}\,\ddot{U}_i + b\left(\dot{u}_i - \dot{U}_i\right)$$ $$\tau_{,i} + X_i' = \rho_{12}\,\ddot{u}_i + \rho_{22}\,\ddot{U}_i + b\left(\dot{u}_i - \dot{U}_i\right)$$ donde $\rho_{11} = \rho_1 - \rho_{12}\,,\quad \rho_{22} = \rho_2 - \rho_{12}\,,\quad \rho_{12} = -\rho_a$</td><td>(2.10)</td></tr>
<tr><td>Ley de comportamiento</td><td>$$\tau_{ij} = \left(\lambda + \frac{Q^2}{R}\right) e\,\delta_{ij} + 2\,\mu\,\varepsilon_{ij} + Q\,\varepsilon\,\delta_{ij}$$ $$\tau = Q\,e + R\,\varepsilon$$</td><td>(2.11)</td></tr>
<tr><td>Ecuaciones de gobierno</td><td>$$\mu\nabla^2\mathbf{u} + \nabla\left[\left(\lambda + \mu + \frac{Q^2}{R}\right)\nabla\cdot\mathbf{u} + Q\nabla\cdot\mathbf{U}\right] + \mathbf{X} = \rho_{11}\,\ddot{\mathbf{u}} + \rho_{12}\,\ddot{\mathbf{U}} + b\left(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{U}}\right)$$ $$\nabla\left(Q\nabla\cdot\mathbf{u} + R\nabla\cdot\mathbf{U}\right) + \mathbf{X}' = \rho_{12}\,\ddot{\mathbf{u}} + \rho_{22}\,\ddot{\mathbf{U}} - b\left(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{U}}\right)$$</td><td>(2.12)</td></tr>
<tr><td>Ecuaciones de gobierno en el dominio de la frecuencia</td><td>$$\mu\nabla^2 u + (\lambda+\mu)\nabla e + \left(\frac{Q}{R} - \frac{\hat{\rho}_{12}}{\hat{\rho}_{22}}\right)\nabla\tau + \left(\frac{\hat{\rho}_{11}\hat{\rho}_{22} - \hat{\rho}_{12}^2}{\hat{\rho}_{22}}\right)\omega^2\mathbf{u}$$ $$+\mathbf{X} - \frac{\hat{\rho}_{12}}{\hat{\rho}_{22}}\mathbf{X}' = 0 \quad (*)$$ $$\nabla^2\tau + \omega^2\frac{\hat{\rho}_{22}}{R}\tau + \omega^2\left(\hat{\rho}_{12} - \frac{Q}{R}\hat{\rho}_{22}\right)e + \nabla\mathbf{X}' = 0 \quad (*)$$ donde $\hat{\rho}_{11} = \rho_{11} - \mathrm{i}\dfrac{b}{\omega}\ ;\ \hat{\rho}_{22} = \rho_{22} - \mathrm{i}\dfrac{b}{\omega}\ ;\ \hat{\rho}_{12} = \rho_{12} + \mathrm{i}\dfrac{b}{\omega}$
(*) Se supone un desplazamiento armónico en el tiempo del tipo $\mathbf{u}(\mathbf{x},t) = \mathbf{u}(\mathbf{x},\omega)\,e^{\mathrm{i}\omega t}$. Las variables se entienden dependientes de la posición y de la frecuencia.</td><td>(2.13)</td></tr>
</table>

Tabla 2.5. Ecuaciones básicas en poroelastodinámica armónica.

τ_{ij}	Tensor de tensiones sobre el esqueleto sólido referido al material homogéneo	p	Presión de poro
$\tau = -\phi\, p$	Tensión equivalente en el fluido referido al material homogéneo	ϕ	Porosidad
X_i , $\mathbf{X}$	Vector de fuerzas de volumen sobre el esqueleto sólido	η	Viscosidad del fluido
X'_i , $\mathbf{X}'$	Vector de fuerzas de volumen en el fluido	k	Permeabilidad de Darcy
u_i , $\mathbf{u}$	Vector de desplazamiento en el esqueleto sólido	$\rho_1 = \rho_s(1-\phi)$	Densidad de la fase sólida referida al volumen del material homogéneo
$\dot{u}_i$, $\dot{\mathbf{u}}$	Vector de velocidad en el esqueleto sólido	$\rho_2 = \rho_f\, \phi$	Densidad de la fase fluida referida al volumen del material homogéneo
$\ddot{u}_i$, $\ddot{\mathbf{u}}$	Vector de aceleración en el esqueleto sólido	$\rho_s \quad \rho_f$	Densidades de la fase sólida y fluida respectivamente
U_i , $\mathbf{U}$	Vector de desplazamiento en el fluido	ρ_a	Densidad añadida
$\dot{U}_i$, $\dot{\mathbf{U}}$	Vector de velocidad en el fluido	λ	Constante de Lamé del esqueleto sólido drenado
$\ddot{U}_i$, $\ddot{\mathbf{U}}$	Vector de aceleración en el fluido	μ	Módulo de rigidez transversal del esqueleto sólido drenado
$e = u_{i,i}$	Dilatación volumétrica del esqueleto sólido	Q, R	Constantes de Biot
$\varepsilon = U_{i,i}$	Dilatación volumétrica de la fase fluida	ω	Frecuencia angular
$b = \dfrac{\eta\, \phi^2}{k}$	Constante de disipación	i	Unidad imaginaria

Tabla 2.6. Variables que intervienen en las ecuaciones básicas en poroelastodinámica armónica.

2.3.Propagación de ondas en medios elásticos, escalares y poroelásticos

2.3.1.Propagación de ondas en medios elásticos

Se analiza en este apartado cómo se propagan las ondas en un medio homogéneo elástico, lineal e isótropo gobernado por la ecuación de Navier (2.4). A la vista de esta ecuación es evidente que la integración en aras a conocer el campo de desplazamientos no es inmediata al estar las tres componentes de los desplazamientos acopladas. Un procedimiento que permite de manera relativamente sencilla desacoplar estas ecuaciones en términos de la dilatación volumétrica e y del vector de rotación $\boldsymbol{\omega}$ definidos como se indica en las ecuaciones (2.14) es el desarrollado por Stockes (1849).

$$
\begin{aligned}
e &= \varepsilon_{kk} = \nabla \cdot \mathbf{u} \\
\boldsymbol{\omega} &= \nabla \times \mathbf{u}
\end{aligned}
\tag{2.14}
$$

Introducidas estas variables, y tras algunas manipulaciones haciendo uso de los operadores vectoriales, la ecuación (2.4) puede escribirse de manera desacoplada como:

$$
\begin{aligned}
\nabla^2 e &= \frac{1}{c_{\mathrm{P}}^2} \ddot{e} \\
\nabla^2 \boldsymbol{\omega} &= \frac{1}{c_{\mathrm{S}}^2} \ddot{\boldsymbol{\omega}}
\end{aligned}
\tag{2.15}
$$

La primera de las ecuaciones (2.15), de carácter escalar, representa una onda que se desplaza con velocidad $c_p^2 = \dfrac{\lambda + 2\mu}{\rho}$, de naturaleza irrotacional o dilatacional (asociada a cambios de volumen). La segunda, de carácter vectorial, corresponde a una onda rotacional o equivoluminal (asociada a distorsiones en la forma) que se mueve con una velocidad $c_s^2 = \dfrac{\mu}{\rho}$. En un medio homogéneo, isótropo e infinito ambas ondas coexisten propagándose independientemente. Siempre la velocidad de propagación de la onda irrotacional es mayor que la de la onda rotacional ($c_p > c_s$) por lo que la primera es detectada antes que la segunda; por este motivo la onda irrotacional se denomina onda P (onda primaria) y la rotacional onda S (onda secundaria).

Haciendo uso de las velocidades de propagación de ambas ondas, la ecuación de gobierno puede escribirse en función de la dilatación volumétrica y del vector de rotación como sigue:

$$
-c_{\mathrm{S}}^2 \nabla \times \boldsymbol{\omega} + c_{\mathrm{P}}^2 \nabla e = \ddot{\mathbf{u}} \tag{2.16}
$$

Si sustituimos en esta expresión el campo de desplazamientos correspondiente a un problema de propagación plana armónica con velocidad y dirección de propagación c y $\mathbf{s}$ respectivamente, que en notación compleja y para una amplitud unitaria, viene dado por (ver p.e. (Domínguez J. , 1993)):

$$
\mathbf{u} = e^{\mathrm{i}(\omega t - k\mathbf{s}\cdot\mathbf{x})}\mathbf{d} \tag{2.17}
$$

donde $k=\dfrac{\omega}{c}$ es el número de onda, ω la frecuencia angular, $\mathbf{x}$ el vector posición de cualquier punto del medio, i la unidad imaginaria y $\mathbf{d}$ un vector unitario en la dirección del movimiento, la ecuación (2.16) queda como:

$$\left(c_{\mathrm{S}}^2-c^2\right)\mathbf{d}+\left(c_{\mathrm{P}}^2-c_S^2\right)\left(\mathbf{s}\cdot\mathbf{d}\right)\mathbf{s}=0 \tag{2.18}$$

Las ecuaciones (2.17) y (2.18) permiten analizar las características de los desplazamientos provocados por cada una de las ondas. Si suponemos que la ecuación (2.17) representa los desplazamientos provocados por una onda P ($c=c_p$) el cumplimiento de (2.18) únicamente es posible si $\mathbf{s}=\pm\mathbf{d}$, o dicho de otro modo, la dirección de propagación y el desplazamiento coinciden. Por lo tanto la onda P es una perturbación longitudinal produciéndose los desplazamientos a lo largo de la dirección de propagación (figura 2.1).

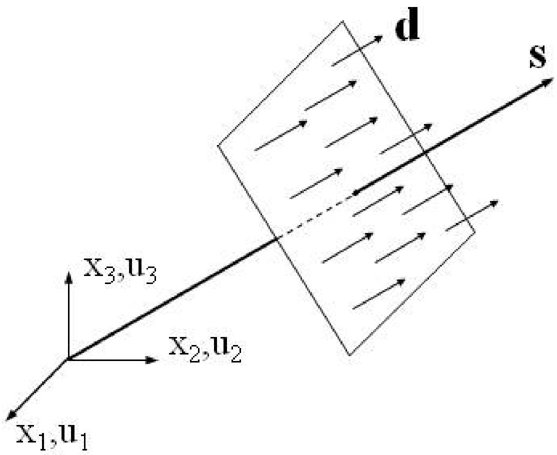


Figura 2.1. Desplazamiento y dirección de propagación para el caso de una onda plana P.

Si pensamos ahora que la ecuación (2.17) representa los desplazamientos provocados por una onda S ($c=c_s$) se llega fácilmente a la conclusión, viendo la ecuación (2.18), que para que se satisfaga la igualdad es necesario que el producto escalar de los vectores que definen la dirección de propagación y el desplazamiento sean perpendiculares ($(\mathbf{s}\cdot\mathbf{d})=0$). Se trata por tanto de una onda transversal con el vector de desplazamiento contenido en el plano de propagación (figura 2.2).

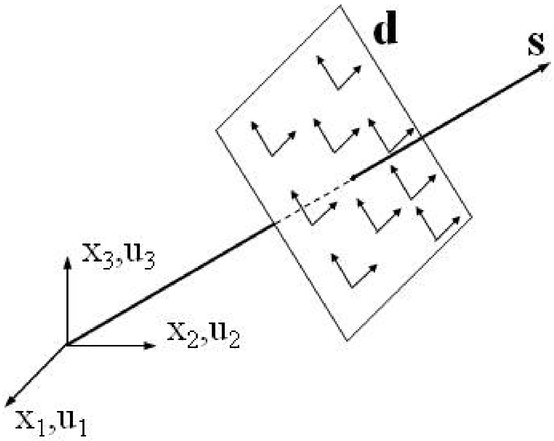


Figura 2.2. Desplazamiento y dirección de propagación para el caso de una onda plana S.

Aunque se ha realizado el estudio de propagación en base a suponer que las ondas son de carácter armónico es fácil generalizar las conclusiones a cualquier tipo de perturbación plana.

En este apartado sólo se han tratado los aspectos básicos necesarios para entender lo que sigue en los próximos capítulos. Un tratamiento en profundidad de la teoría de la elastodinámica puede estudiarse en Achenbach (1973) o Eringen & Suhubi (1975).

2.3.2. Propagación de ondas en medios escalares

Si bien la ecuación que gobierna la propagación de ondas en un medio escalar en términos de la presión es la (2.9), para realizar un análisis similar al efectuado en el apartado anterior para medios elásticos resulta conveniente partir de la ecuación que expresa la relación entre la variación de la presión y la aceleración que experimentan las partículas del fluido. Esta es fácil de obtener a partir de las ecuaciones de equilibrio interno para sólidos elásticos (2.1) teniendo en cuenta que el tensor de tensiones se reduce a su parte esférica. Para un fluido de densidad ρ si no se consideran las fuerzas de volumen la expresión que relaciona las variables indicadas es:

$$\nabla p = -\rho \ddot{\mathbf{U}} \tag{2.19}$$

teniendo en cuenta que $p = -K_f \, \varepsilon$ donde K_f y ε representan el módulo de compresibilidad y la dilatación volumétrica del fluido respectivamente y aplicando los operadores divergencia y rotacional a la ecuación anterior es posible escribir:

$$\begin{gathered}\nabla^2 \varepsilon = \frac{1}{c^2}\ddot{\varepsilon} \\ \nabla \times \mathbf{U} = \mathbf{0}\end{gathered} \tag{2.20}$$

A la vista de estas ecuaciones en notorio que las partículas se mueven de manera análoga a como lo harían un medio elástico cuando se propaga una onda P con una velocidad $c^2 = \dfrac{K_f}{\rho}$ (compárese la primera de las ecuaciones (2.20) con la primera de las ecuaciones (2.15)). Además, de la segunda ecuación (2.20), se deduce que no existe onda rotacional (onda S) en el fluido.

Para tener en cuenta la validez de las afirmaciones realizadas, es importante recordar las hipótesis hechas para obtener estas ecuaciones, ya comentadas en el apartado 2.2.2 dedicado a la ecuaciones de gobierno de este tipo de medios: fluido compresible, de viscosidad despreciables con comportamiento elástico y lineal sometido a pequeñas perturbaciones.

2.3.3. Propagación de ondas en medios poroelásticos

En un medio poroelástico se propagan, al igual que en el caso de medios elásticos, tanto ondas irrotacionales como rotacionales, sin embargo y a diferencia de éstos en los que existían una onda de cada tipo, en los medios poroelásticos, además de la onda de corte, existen dos ondas de naturaleza irrotacional que se propagan simultáneamente.

Para justificar lo expuesto anteriormente se va a realizar un procedimiento similar al empleado en el caso de medios elásticos para desacoplar las ecuaciones de gobierno (2.12) y obtener unas nuevas ecuaciones en las que la componente irrotacional y rotacional están desacopladas. Haciendo uso de la dilatación volumétrica (e, ε) y del vector de rotación $(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\Omega})$ de ambas fases definidos como (Biot, 1956b);

$$\begin{aligned} e &= \nabla \cdot \mathbf{u} \quad & \varepsilon &= \nabla \cdot \mathbf{U} \\ \boldsymbol{\omega} &= \nabla \times \mathbf{u} \quad & \boldsymbol{\Omega} &= \nabla \times \mathbf{U} \end{aligned} \tag{2.21}$$

y aplicado el operador divergencia a cada una de las ecuaciones (2.12) se obtienen las ecuaciones que gobiernan la propagación irrotacional. Así asumiendo nulas las fuerzas de volumen:

$$\begin{gathered}\nabla^2\left[\left(\lambda + 2\mu + \frac{Q^2}{R}\right)e + Q\,\varepsilon\right] = \rho_{11}\,\ddot{e} + \rho_{12}\,\ddot{\varepsilon} + b\left(\dot{e} - \dot{\varepsilon}\right) \\ \nabla^2\left(Q\,e + R\,\varepsilon\right) = \rho_{12}\,\ddot{e} + \rho_{22}\,\ddot{\varepsilon} - b\left(\dot{e} - \dot{\varepsilon}\right)\end{gathered} \tag{2.22}$$

De manera análoga, si sobre las ecuaciones (2.12), haciendo uso también de las expresiones (2.21), aplicamos el operador rotacional se obtienen las ecuaciones que gobiernan la propagación rotacional o equivoluminal.

$$\begin{aligned} \mu\nabla^2\boldsymbol{\omega} &= \rho_{11}\,\ddot{\boldsymbol{\omega}} + \rho_{12}\,\ddot{\boldsymbol{\Omega}} + b\left(\dot{\boldsymbol{\omega}} - \dot{\boldsymbol{\Omega}}\right) \\ 0 &= \rho_{12}\,\ddot{\boldsymbol{\omega}} + \rho_{22}\,\ddot{\boldsymbol{\Omega}} - b\left(\dot{\boldsymbol{\omega}} - \dot{\boldsymbol{\Omega}}\right) \end{aligned} \tag{2.23}$$

Para analizar la componente rotacional se va a suponer una onda armónica que se propaga con igual velocidad en ambas fases del medio en sentido positivo del eje z dadas por:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega} &= \mathbf{D}_{\boldsymbol{\omega}}\; e^{\mathrm{i}(\omega t - k_{\mathrm{S}} z)} \\ \boldsymbol{\Omega} &= \mathbf{D}_{\boldsymbol{\Omega}}\; e^{\mathrm{i}(\omega t - k_{\mathrm{S}} z)} \end{aligned} \tag{2.24}$$

donde ω es la frecuencia angular, k_S el número de onda y $\mathbf{D}_{\omega}, \mathbf{D}_{\Omega}$ las amplitudes de las ondas de rotación en el sólido y en el fluido respectivamente. Sustituyendo (2.24) en la segunda de las ecuaciones (2.23) y tras unas sencillas operaciones se obtiene:

$$\boldsymbol{\Omega} = \Lambda\,\boldsymbol{\omega} \tag{2.25}$$

donde:

$$\Lambda = \frac{\mathrm{i}\,\omega b + \omega^2 \rho_{12}}{\mathrm{i}\,\omega b - \omega^2 \rho_{22}} \tag{2.26}$$

La ecuación (2.25) muestra la relación que existe entre la rotación en el sólido $(\boldsymbol{\omega})$ y en el fluido $(\boldsymbol{\Omega})$. Analizado las variables que intervienen en el valor de Λ vemos como la relación entre ambas rotaciones dependen de las densidades de los medios, de la constante de disipación (b) cuyo valor depende de la viscosidad del fluido y de la frecuencia. En el caso general $(b \neq 0)$ el valor de Λ es complejo lo que implica que existe un desfase entre ambos vectores de rotación.

Si se sustituyen las expresiones (2.24) y (2.25) en la segunda de las ecuaciones (2.23) se obtiene el valor número de onda:

$$k_{\mathrm{S}}^2 = \frac{\rho\,\omega^2}{\mu} \tag{2.27}$$

donde:

$$\rho = \frac{\omega^2\left(\rho_{12}^2 - \rho_{11}\,\rho_{22}\right) + \mathrm{i}\,\omega b\left(\rho_{11} + 2\rho_{12} + \rho_{22}\right)}{\mathrm{i}\,\omega b - \omega^2\,\rho_{22}} \tag{2.28}$$

De lo visto hasta el momento se concluye que en un medio poroelástico se propaga un solo tipo de onda rotacional de la misma naturaleza que las ondas de corte de un medio elástico. La velocidad de propagación viene dada por:

$$c_{\mathrm{S}}^2 = \frac{\omega^2}{k_{\mathrm{S}}^2} \tag{2.29}$$

A diferencia del caso elástico, en los medios poroelásticos esta velocidad, en el caso general de que la fase fluida presenta viscosidad $(b \neq 0)$, depende de la frecuencia y tiene carácter complejo. Para ver el significado del carácter complejo supongamos el número de onda descompuesto es su parte real e imaginaria, es decir, $k_S = k_S^r + \mathrm{i}\, k_S^i$. De las dos soluciones de la ecuación (2.27) se deduce que únicamente tiene sentido físico la que implica valores positivos o nulos de k_S^r y de k_S^i. Teniendo esto en cuenta y sustituyendo en la ecuación de la onda armónica que hemos supuesto que se propaga por el sólido (primera de las ecuaciones (2.24)) obtenemos:

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{D}_{\boldsymbol{\omega}}\, e^{-k_{\mathrm{S}}^i z}\, e^{\mathrm{i}\left(\omega t - k_{\mathrm{S}}^r z\right)} \tag{2.30}$$

En esta expresión, la primera exponencial amortigua la amplitud de la onda en sentido creciente de la coordenada z. El segundo término representa un armónico espacio-temporal que indica que la onda se propaga en dirección positiva de z tal y como habíamos establecido desde el comienzo.

Resulta ilustrativo analizar lo que ocurre con la propagación de la onda de corte en dos casos extremos relacionados con la constante de disipación b del medio poroso. La tabla 2.7 resume como quedan las ecuaciones (2.25) y (2.29) en ambos caso.

Valor de la constante de disipación b	Relación entre $\boldsymbol{\omega}$ y $\boldsymbol{\Omega}$	Valor de c_S^2
$b = 0$	$\boldsymbol{\Omega} = -\dfrac{\rho_{12}}{\rho_{22}}\boldsymbol{\omega}$	$c_{\mathrm{S}}^2 = \dfrac{\mu}{\rho_{11}\left(1 - \frac{\rho_{12}^2}{\rho_{11}\rho_{22}}\right)}$
$b \to \infty$	$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\omega}$	$c_{\mathrm{S}}^2 = \dfrac{\mu}{\rho_{11} + 2\rho_{12} + \rho_{22}} = \dfrac{\mu}{(1-\phi)\rho_s + \phi\rho_f} = \dfrac{\mu}{\rho_h}$

Tabla 2.7. Velocidad de propagación de la onda de corte y relación entre la rotación en ambas fases en función de la constante de disipación.

En el primero de los casos $b = 0$, teniendo en cuenta que $\rho_{12} \leq 0$, el fluido y el sólido rotan en fase y la perturbación se propaga con velocidad constante sin amortiguamiento dado que la velocidad c_S no tiene parte imaginaria. La relación entre ambas rotaciones pone de manifiesto que la rotación del esqueleto sólido induce una rotación de los desplazamientos de la fase fluida a través del parámetro densidad añadida. En el caso particular de que la densidad añadida tome un valor nulo ($\rho_{12} = 0$) el movimiento del fluido es irrotacional lo que significa que, a efectos de la onda de corte, el sólido poroelástico se comporta como un medio viscoelástico cuyas propiedades son las correspondientes al esqueleto sólido drenado. En otras palabras, la onda de corte se propaga exclusivamente a través de la matriz sólida con una velocidad dada por la expresión:

$$c_{\mathrm{S}}^2 = \frac{\mu}{\rho_{11}} = \frac{\mu}{(1-\phi)\ \rho_s} \tag{2.31}$$

Es fácil ver, dado que ρ_{12} es siempre menor que la unidad, que cuando la densidad añadida es nula ($\rho_{12} = 0$) la velocidad de propagación es menor debido al aumento de la inercia efectiva del medio.

En el otro extremo, cuando el medio es altamente disipativo ($b \to \infty$), la rotación es igual en ambas fases, siendo la densidad efectiva que determina la velocidad de propagación la densidad promedio del material poroelástico homogéneo (ρ_h).

Para estudiar la componente irrotacional se ensaya una onda plana armónica de frecuencia angular ω que se propaga en sentido positivo de z a través de sólido y fluido, con igual velocidad de propagación en ambas fases. El desplazamiento en esa dirección de las partículas de esqueleto (u_3) y de las correspondientes al fluido intersticial (U_3) pueden escribirse como sigue:

$$\begin{aligned} u_3 &= D_u\ e^{\mathrm{i}(\omega t - k_{\mathrm{P}} z)} \\ U_3 &= D_U\ e^{\mathrm{i}(\omega t - k_{\mathrm{P}} z)} \end{aligned} \tag{2.32}$$

donde k_{P} representa el número de onda y D_u, D_U las amplitudes del desplazamiento en sólido y fluido respectivamente. La sustitución (2.32) en (2.22) conduce a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que tiene solución distinta de la trivial para determinados valores de k_P. Se trata por tanto de un problema de autovalores definido por la ecuación característica siguiente:

$$\mathrm{A}\left(k_{\mathrm{P}}^2\right)^2 - \mathrm{B}\ k_{\mathrm{P}}^2 + \mathrm{C} = 0 \tag{2.33}$$

donde las contantes A, B y C vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
&\mathrm{A} = \lambda + 2\mu \\
&\mathrm{B} = \rho\,\omega^2 + \frac{\left(\omega^2 \rho_{22} - \mathrm{i}\,\omega b\right)}{R}\left(\lambda + 2\mu\right) \\
&\quad - \left[\frac{Q}{R}\left(\omega^2 \rho_{22} - \mathrm{i}\,\omega b\right) - \left(\omega^2 \rho_{12} + \mathrm{i}\,\omega b\right)\right]\left(\frac{Q}{R} - \frac{\omega^2 \rho_{12} + \mathrm{i}\,\omega b}{\omega^2 \rho_{22} - \mathrm{i}\,\omega b}\right) \\
&\mathrm{C} = \rho\,\omega^2 \,\frac{\left(\omega^2 \rho_{22} - \mathrm{i}\,\omega b\right)}{R}
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Los dos autovalores (de valor complejo en el caso general), solución de la ecuación característica (2.33) son:

$$k_{\mathrm{P1}}^2 = \frac{\mathrm{B} - \sqrt{\mathrm{B}^2 - 4\,\mathrm{A}\,\mathrm{C}}}{2\,\mathrm{A}} \qquad k_{\mathrm{P2}}^2 = \frac{\mathrm{B} + \sqrt{\mathrm{B}^2 - 4\,\mathrm{A}\,\mathrm{C}}}{2\,\mathrm{A}} \tag{2.35}$$

La existencia de dos soluciones (el cuadrado de éstas de forma más precisa) implica que hay dos ondas de naturaleza irrotacional propagándose por el medio con velocidades de propagación distintas, cuyos valores (nótese la naturaleza compleja a la vista de las constantes A, B y C) vienen determinados por:

$$c_{\mathrm{P1}}^2 = \frac{\omega^2}{k_{\mathrm{P1}}^2} \qquad c_{\mathrm{P2}}^2 = \frac{\omega^2}{k_{\mathrm{P2}}^2} \tag{2.36}$$

A la onda de mayor velocidad de propagación (c_{P1}), que corresponde a la menor de la raíces en módulo, se la denomina *"onda de primer tipo"*, "*onda P rápida*", "*onda P larga*", o "*onda P_1*". La más lenta (c_{P2}) se denomina "*onda de segundo tipo*", "*onda P corta*" o "*onda P_2*". Ambas velocidades de propagación son números complejos dependientes de la frecuencia en el caso general. Este carácter complejo, como en el caso anterior, implica que ambas ondas se amortiguan en sentido creciente del eje z. Comentar que este amortiguamiento es mucho más acusado en la onda P_2, lo que provoca que se atenúe muy rápidamente y sólo puede detectarse en las proximidades de la perturbación. Al igual que ocurría con las ondas de corte, si la constante de disipación es nula $(b = 0)$, ambos valores de la velocidad son constantes reales positivas lo que implica que ambas componentes se propagan sin amortiguarse.

El cálculo de los autovectores (amplitudes de las ondas en la fase sólida y en la fase fluida) correspondientes a cada uno de los autovalores anteriores conduce en el caso de la onda P_1 a valores $D_u^{P_1}$ y $D_U^{P_1}$ del mismo signo, lo que indica que la fase sólida y fluida vibran en fase. Sin embargo en el caso de la onda P_2 los valores de $D_u^{P_2}$ y $D_U^{P_2}$ tiene signos opuestos lo que denota que ambas vibraciones se producen en contra-fase.

2.4.Formulación integral y solución fundamental armónica

2.4.1.Formulación integral armónica

Se expone a continuación, para cada uno de los tres medios que se vienen analizando, la denominada formulación integral en términos de las variables en el contorno. Esta formulación consiste en una serie de ecuaciones obtenidas a partir de las ecuaciones de gobierno que relacionan las variables fundamentales en puntos internos del dominio Ω con los valores que adoptan éstas y sus derivadas en puntos del contorno Γ. En dichas ecuaciones se relacionan las variables de campo del problema que se pretende resolver con otras correspondientes a un estado virtual con pocas restricciones (cuya solución es perfectamente conocida) denominado "solución fundamental". Estas ecuaciones junto con las diferentes soluciones fundamentales son las piezas clave para poder resolver numéricamente los problemas a través del Método de los Elementos de Contorno.

2.4.1.1.Formulación integral en elastodinámica armónica

En ausencia de fuerzas de volumen, la representación integral del campo de desplazamientos del estado elastodinámico reducido de un dominio acotado Ω con contorno Γ viene dado por:

$$u_j^k + \int_\Gamma t_{ji}^* \, u_i \, d\Gamma = \int_\Gamma u_{ji}^* \, t_i \, d\Gamma \qquad (2.37)$$

donde el significado de cada uno de los términos que intervienen en la expresión es el siguiente: u_j^k es el desplazamiento en dirección j del punto k donde se aplica la fuerza excitadora, u_i, t_i son los desplazamientos y las tensiones en dirección i del problema que se pretende resolver. u_{ji}^*, t_{ji}^* son los desplazamientos y las tensiones en dirección i de la solución fundamental cuando se aplica una carga puntual en dirección j, esto es, la solución de desplazamientos y tensiones que satisface la ecuación de gobierno (ecuación de Navier) en el dominio de la frecuencia $\mu \nabla^2 u_{ji}^* + (\lambda + \mu) \nabla e_{j,i}^* - \rho \omega^2 u_{ji}^* + \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)\delta_{ij}$ dónde se ha introducido la función delta de Dirac para darle un carácter puntual a la función excitadora.

2.4.1.2.Formulación integral en problemas escalares armónicos

La ecuación equivalente a la anterior en el caso de medios escalares que relaciona la presión en un punto *k* perteneciente al dominio Ω con las variables presión y su derivada en el contorno Γ, es:

$$p^k + \int_\Gamma \left(\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} \right)^* p \, d\Gamma = \int_\Gamma p^* \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} \, d\Gamma \qquad (2.38)$$

donde p^k es el valor de la presión en el punto interno *k*, $\mathbf{n}$ la normal al contorno y p^* es la solución fundamental que cumpla en Ω la ecuación de Helmholtz para una fuente puntual en *k* pulsando en un medio infinito con frecuencia ω:

$$\nabla^2 p^* + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 p^* + \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) = 0 \qquad (2.39)$$

2.4.1.3.Formulación integral en poroelasticidad armónica

La formulación integral para el caso de medios poroelásticos viene dada por las cuatro ecuaciones siguientes:

$$u_j^k + \int_\Gamma t_{ji}^* u_i \, d\Gamma - \int_\Gamma U_{nj}^* \tau \, d\Gamma = \int_\Gamma u_{ji}^* t_i \, d\Gamma - \int_\Gamma \tau_j^* U_n \, d\Gamma \qquad (2.40)$$

$$-J \tau^k + \int_\Gamma t_{oi}^* u_i \, d\Gamma - \int_\Gamma \left(U_{no}^* - J X_i^{'*} n_i \right) \tau \, d\Gamma = \int_\Gamma u_{oi}^* t_i \, d\Gamma - \int_\Gamma \tau_o^* U_n \, d\Gamma \qquad (2.41)$$

donde $J = \dfrac{1}{\mathrm{i}\,\omega b - \omega^2 \rho_{22}}$

Las tres ecuaciones (2.40) relacionan el desplazamiento en cada una de las tres direcciones $(j = 1, 2, 3)$ de un punto interno k del dominio Ω con el valor que adquieren los desplazamientos u_i, U_n y las tensiones t_i, τ en cada una de las fases del medio poroso en todo el contorno Γ siendo U_n el desplazamiento de la fase fluida normal al contorno. Los términos u_{ji}^* y t_{ji}^* constituyen los desplazamientos y tracciones de la matriz sólida en dirección i debidos a la carga puntual aplicada según j actuando en la matriz sólida. Por otra parte, para la misma carga, τ_j^* y U_{nj}^* representan la tensión equivalente y desplazamiento absoluto normal al contorno de la fase fluida. Estos términos, de valor conocido, corresponden a la solución fundamental cuando la carga está aplicada en un punto de la matriz sólida como ya se ha indicado (su expresión figura en el apartado siguiente). La ecuación (2.41) corresponde a la representación integral de la tensión equivalente en un punto interno k del dominio Ω en la fase fluida del medio. En dicha ecuación se relaciona esta variable con el valor que adquieren los desplazamientos u_i, U_n y las tensiones t_i, τ en cada una de las fases del medio poroso en todo el contorno Γ. En este caso los términos u_{oi}^* y t_{oi}^* son la componente i de los desplazamientos y tracciones en el esqueleto sólido provocados por la fuente puntual colocada en un punto del fluido (El subíndice "o" que se corresponde con j = 4 indica que la carga está aplicada en la fase fluida). De otro lado, τ_o^* y U_{no}^* son la respuesta en tensión equivalente y desplazamiento normal del propio fluido a la misma solicitación. Al igual que antes, estos cuatro términos corresponden a la solución fundamental en el caso en que la carga esté aplicada en la fase fluida del medio.

2.4.2.Solución fundamental armónica

En la formulación integral para dada uno de los medios presentada en el apartado anterior aparecen una serie de términos que hacen referencia a lo que se denomina solución fundamental. El concepto de solución fundamental alude a una serie de problemas con solución conocida en los que existen pocas restricciones. Gracias a estas soluciones es posible, a través de la formulación integral del apartado anterior, plantear un sistema de ecuaciones integrales independientes en el contorno, que se puede resolver de manera aproximada mediante el Método de los Elementos de Contorno (MEC) tal y como se describirá en el siguiente apartado. Justificada su necesidad, se exponen a continuación los problemas y sus correspondientes soluciones para cada uno de los medios que se han ido describiendo a lo largo del presente capítulo.

2.4.2.1.Solución fundamental elastodinámica

En este caso el problema consiste en una carga puntual aplicada en un punto de un medio infinito, homogéneo, elástico, lineal e isótropo. Las tensiones y los desplazamientos resultantes constituyen un problema clásico que fue resuelto por Stockes (1849) en el dominio del tiempo, por Cruse & Rizzo (1968) en el dominio transformado de Laplace y algunos años antes por Kupradze (1963) para problemas armónicos. Para un punto x que dista una distancia r del punto de aplicación ξ, el desplazamiento en dirección k para una carga aplicada en dirección l viene dado por:

$$u_{lk}^{*}\left(\mathbf{x},\xi,\omega\right)=\frac{1}{4\,\pi\,\mu}\left(\psi\;\delta_{lk}-\chi\;\;r_{,l}\;r_{,k}\right) \tag{2.42}$$

donde:

$$\begin{aligned}\psi&=\sum_{m=1}^{2}\left[1-\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2\delta_{m1}\right]\left(\frac{1}{z_m^2\,r^2}-\frac{1}{z_m\,r}+\delta_{m2}\right)E_m\\ \chi&=\sum_{m=1}^{2}\left[1-\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2\delta_{m1}\right]\left(\frac{3}{z_m^2\,r^2}-\frac{3}{z_m\,r}+1\right)E_m\end{aligned} \tag{2.43}$$

En estas expresiones $E_m=\frac{1}{r}e^{-\mathrm{i}k_m r}$, $r=\left|\mathbf{x}-\xi\right|$, $z_1=-\mathrm{i}\,k_1$, $z_2=-\mathrm{i}\,k_2$

Partiendo de la solución en desplazamientos (2.43) y haciendo uso de la ley de comportamiento del material, las tensiones para una superficie de normal $\mathbf{n}$ son:

$$t_{lk}^{*}\left(\mathbf{x},\xi,\omega\right)=\frac{1}{4\pi}\left[\frac{\partial r}{\partial\mathbf{n}}\left(A\,\delta_{lk}+B\,r_{,l}\;r_{,k}\right)+\left(A\,r_{,k}\;n_l+C\,r_{,l}\;n_k\right)\right] \tag{2.44}$$

siendo:

$$\begin{aligned}A&=\frac{d\,\psi}{dr}-\frac{\chi}{r}\\ B&=2\left(2\frac{\chi}{r}-\frac{d\,\chi}{dr}\right)\\ C&=\frac{\lambda}{\mu}\left(\frac{d\,\psi}{dr}-\frac{d\,\chi}{dr}-2\frac{\chi}{r}\right)-2\frac{\chi}{r}\end{aligned} \tag{2.45}$$

2.4.2.2.Solución fundamental en problemas escalares de propagación de ondas

La presión en cualquier punto $\mathbf{x}$ de un medio escalar como consecuencia de la aplicación de una fuente puntual en ξ viene dada por la expresión:

$$p^{*}\left(\mathbf{x},\xi,\omega\right)=\frac{1}{4\,\pi\,r}e^{-\mathrm{i}\,k\,r} \tag{2.46}$$

donde $r=\left|\mathbf{x}-\xi\right|$ y $k=\frac{\omega}{c}$, siendo c la velocidad de propagación de las ondas en el medio. La variable derivada, esto es, el flujo de presión en una superficie con normal $\mathbf{n}$ viene dado por:

$$\frac{\partial p^*}{\partial \mathbf{n}} = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\mathrm{i}k}{r}\right) e^{-\mathrm{i}kr} \frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}} \tag{2.47}$$

En este tipo de medios a la hora de aplicar la ecuación (2.38) es posible no tener en cuenta algunos contornos si la solución fundamental empleada satisface la condición de contorno del problema real. Esto ocurre en el agua que forma parte de los modelos presentados, en los que aplicando la solución integral que se indica a continuación no es preciso considerar el contorno que forma la superficie libre del agua. Esto supone una considerable reducción en el número de grados de libertad a la hora de resolver el problema numéricamente mediante el MEC.

La obtención de esta solución fundamental modificada se basa en considerar dos fuentes puntuales: Una positiva aplicada en un punto del dominio ξ en el que se escribe la ecuación integral y una segunda negativa aplicada en un punto simétrico o imagen del anterior respecto a la superficie libre $\bar{\xi}$. La figura 2.3 muestra de forma gráfica los puntos de colocación indicados:

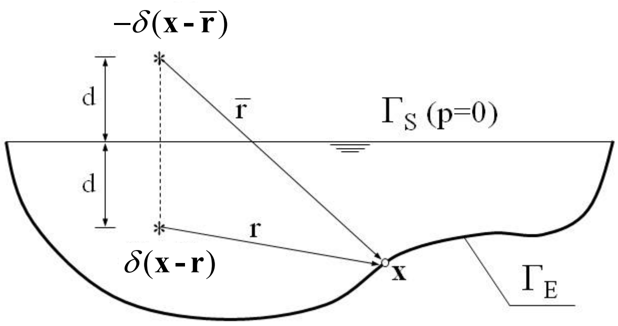


Figura 2.3. Posición de las cargas para la obtención de la solución fundamental fuente-imagen en problemas escalares.

Haciendo esta doble colocación de la fuente se llega a la siguiente solución fundamental, que obviamente conduce a presiones nulas en los puntos de la superficie libre del medio.

$$\hat{p}^*\left(\mathbf{x},\xi,\omega\right) = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{r}e^{-\mathrm{i}kr} - \frac{1}{\bar{r}}e^{-\mathrm{i}k\bar{r}}\right) \tag{2.48}$$

Donde $\bar{r} = \left|\mathbf{x} - \bar{\xi}\right|$. Como se ha indicado ya, haciendo uso de $\hat{p}^*$ solo es necesario aplicar la ecuación integral a la parte del contorno que en la figura aparece con la denominación Γ_E .

2.4.2.3. Solución fundamental poroelástica

Se expone a continuación la solución fundamental de medios poroelásticos. En este caso la carga puede estar aplicada tanto en la matriz sólida como en la fase fluida del medio poroso lo que conduce, en función de la respuesta que se considere, a los valores contenidos en las tablas 2.8 y 2.9. Una completa descripción del proceso seguido para su obtención puede consultarse en Domínguez (1992) y Aznárez (2002).

Carga aplicada en dirección l en la matriz sólida. Respuesta en desplazamiento de la matriz sólida en dirección k.	$u_{lk}^{*}\left(\mathbf{x},\xi,\omega\right)=\dfrac{1}{4\pi\mu}\left(\tilde{\psi}\,\delta_{lk}-\tilde{\chi}\;r_{,l}\,r_{,k}\right)$	(2.49)
Carga aplicada en dirección l en la matriz sólida. Respuesta en tensión equivalente de la fase fluida.	$\tau_{l}^{*}\left(\mathbf{x},\xi,\omega\right)=\dfrac{\mathrm{i}\,\omega\eta}{4\pi}\,\tilde{\phi}\;r_{,l}$	(2.50)
Fuente puntual en la fase fluida. Respuesta en desplazamientos del sólido en dirección k.	$u_{ok}^{*}\left(\mathbf{x},\xi,\omega\right)=\dfrac{\gamma}{4\pi}\,\tilde{\phi}\;r_{,k}$	(2.51)
Fuente puntual en la fase fluida. Respuesta en tensión equivalente de la fase fluida.	$\tau_{o}^{*}\left(\mathbf{x},\xi,\omega\right)=\dfrac{1}{4\pi}\,\tilde{\kappa}$	(2.52)

$$
\begin{aligned}
\tilde{\psi} &= \sum_{m=1}^{3}\left[(-1)^{m}\,\frac{\mu}{\left(\lambda+2\mu\right)\,z_{21}}\left(\frac{\mathrm{i}\,\omega}{K}-z_{m}^{2}\right)\left(\delta_{m1}+\delta_{m2}\right)+\delta_{m3}\right]\left(\frac{1}{z_{m}^{2}\,r^{2}}-\frac{1}{z_{m}\,r}+\delta_{m3}\right)E_{m}\\
\tilde{\chi} &= \sum_{m=1}^{3}\left[(-1)^{m}\,\frac{\mu}{\left(\lambda+2\mu\right)\,z_{21}}\left(\frac{\mathrm{i}\,\omega}{K}-z_{m}^{2}\right)\left(\delta_{m1}+\delta_{m2}\right)+\delta_{m3}\right]\left(\frac{3}{z_{m}^{2}\,r^{2}}-\frac{3}{z_{m}\,r}+1\right)E_{m}\\
\tilde{\phi} &= \sum_{m=1}^{2}\frac{\left(-1\right)^{m+1}}{\left(\lambda+2\mu\right)\,z_{21}}\,z_{m}\left(\frac{1}{z_{m}\,r}-1\right)E_{m}\\
\tilde{\kappa} &= \sum_{m=1}^{2}\frac{\left(-1\right)^{m+1}}{z_{21}}\left(\frac{\mu}{\lambda+2\mu}\,z_{3}^{2}-z_{m}^{2}\right)E_{m}
\end{aligned}
\qquad (2.53)
$$

Tabla 2.8. Solución fundamental poroelástica en términos de las variables fundamentales: Desplazamientos de la matriz sólida y tensión equivalente en la fase fluida.

Carga aplicada en dirección l en la matriz sólida. Vector tensión en la matriz sólida en dirección k.	$t^*_{lk}\left(\mathbf{x},\xi,\omega\right)=\dfrac{1}{4\pi}\left[\begin{array}{l}\dfrac{\partial r}{\partial \mathbf{n}}\left(\tilde{A}\,\delta_{lk}+\tilde{B}\,r_{,l}\,r_{,k}\right)+\\ \left(\tilde{A}\,r_{,k}\,n_l+\tilde{C}\,r_{,l}\,n_k\right)\end{array}\right]$	(2.54)
Fuente puntual en la fase fluida. Vector tensión en la matriz sólida en dirección k.	$t^*_{ok}\left(\mathbf{x},\xi,\omega\right)=\dfrac{\gamma}{4\pi}\left(\dfrac{\partial r}{\partial \mathbf{n}}\,\tilde{F}\,r_{,k}+\tilde{G}\,n_k\right)$	(2.55)
Carga aplicada en dirección l en la matriz sólida. Respuesta en desplazamientos en la fase fluida.	$U^*_{nl}\left(\mathbf{x},\xi,\omega\right)=\dfrac{1}{4\pi}\left(\dfrac{\partial r}{\partial \mathbf{n}}\,\tilde{D}\,r_{,l}+\tilde{E}\,n_l\right)$	(2.56)
Fuente puntual en la fase fluida. Respuesta en desplazamientos en la fase fluida.	$U^*_{no}-J\,X_l^{'}\,n_l=\dfrac{1}{4\pi}\,\dfrac{\partial r}{\partial \mathbf{n}}\,\tilde{H}$	(2.57)

$$
\begin{aligned}
&\tilde{A}=\frac{d\tilde{\psi}}{dr}-\frac{\tilde{\chi}}{r} && \tilde{E}=\mathrm{i}\,\omega\eta\,J\,\frac{\tilde{\phi}}{r}+\frac{Z}{\mu}\tilde{\psi}\\
&\tilde{B}=2\left(2\frac{\tilde{\chi}}{r}-\frac{d\,\tilde{\chi}}{dr}\right) && \tilde{F}=2\,\mu\left(\frac{d\,\tilde{\phi}}{dr}-\frac{\tilde{\phi}}{r}\right)\\
&\tilde{C}=\frac{\lambda}{\mu}\left(\frac{d\tilde{\psi}}{dr}-\frac{d\,\tilde{\chi}}{dr}-2\frac{\tilde{\chi}}{r}\right)-2\frac{\tilde{\chi}}{r}+\frac{Q}{R}\mathrm{i}\,\omega\eta\,\tilde{\phi} && \tilde{G}=\lambda\left(\frac{d\,\tilde{\phi}}{dr}+2\frac{\tilde{\phi}}{r}\right)-2\mu\frac{\tilde{\phi}}{r}+\frac{Q}{R\,\gamma}\,\tilde{\kappa}\\
&\tilde{D}=\mathrm{i}\,\omega\eta\,J\left(\frac{d\,\tilde{\phi}}{dr}-\frac{\tilde{\phi}}{r}\right)-\frac{Z}{\mu}\,\tilde{\chi} && \tilde{H}=J\,\frac{d\,\tilde{\kappa}}{dr}+Z\,\gamma\,\tilde{\phi}
\end{aligned}
\qquad (2.58)
$$

Tabla 2.9. Solución fundamental poroelástica en términos de las variables derivadas: Vector tensión en la matriz sólida y desplazamiento normal en la fase fluida asociados a una superficie con normal exterior $\mathbf{n}$.

En todas la ecuaciones anteriores $r=\left|\mathbf{x}-\xi\right|$, $E_m=\dfrac{1}{r}e^{z_m r}$, $z_m=-\mathrm{i}\,k_m\ (m=1,\,2,\,3)$, y $z_{21}=z_2^2-z_1^2$.

2.4.3.Formulación Integral en el Contorno

La aplicación del MEC para la resolución numérica de problemas que implican a los distintos tipos de medios (viscoelásticos, escalares y poroelásticos) requiere que la formulación integral expresada por las ecuaciones [(2.37), (2.38), (2.40), (2.41)] implique únicamente variables en el contorno. Las ecuaciones citadas relacionan las variables fundamentales en puntos internos de Ω con los valores que adoptan éstas y sus derivadas en puntos del contorno Γ. Para hacer compatibles ambos aspectos es necesario que los puntos de colocación estén situados en el contorno. Existen, sin embargo, algunas dificultades asociadas a esta operación teniendo en cuenta que las expresiones de los integrandos son singulares en el punto de colocación.

La manera habitual de solventar este hecho es mediante un proceso de paso al límite, sustituyendo el contorno real Γ por otro aproximado que evita la singularidad, compuesto por dos contornos, $(\Gamma - \Gamma_e)$ y Γ_e, donde Γ_e es un volumen esférico infinitesimal de radio $\varepsilon \rightarrow 0$ con centro en el punto de colocación (figura 2.4). Con esta técnica cada una de las integrales de contorno pueden descomponerse en otras dos extendidas a los contornos $\Gamma - \Gamma_\varepsilon$ y Γ_ε.

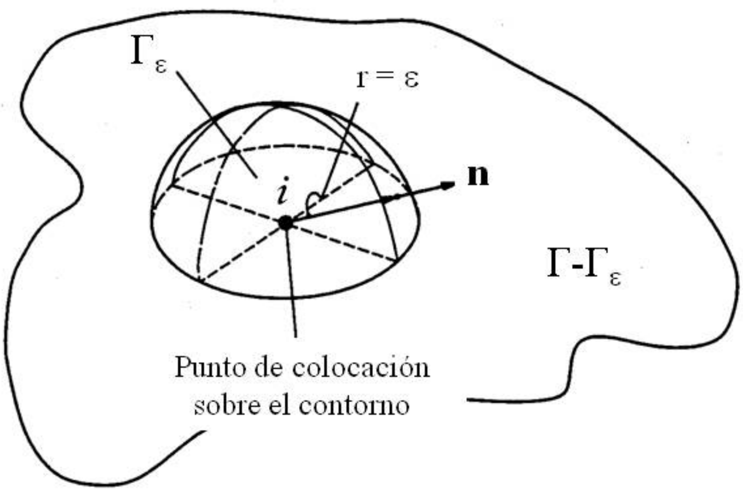


Figura 2.4. Descomposición en contornos $\Gamma - \Gamma_e$ y Γ_e para "esquivar" la singularidad.

Para describir el proceso se va aplicar este procedimiento al caso de regiones viscoelásticas. Partiendo de la ecuación integral (2.37) tenemos:

$$u_l^i + \int_{\Gamma-\Gamma_\varepsilon} t_{lk}^* u_k \, d\Gamma + \int_{\Gamma_\varepsilon} t_{lk}^* u_k \, d\Gamma = \int_{\Gamma-\Gamma_\varepsilon} u_{lk}^* t_k \, d\Gamma + \int_{\Gamma_\varepsilon} u_{lk}^* t_k \, d\Gamma \qquad (2.59)$$

Con el fin de lograr nuestro objetivo de que únicamente aparezcan variables en el contorno, es necesario estudiar el comportamiento de estas integrales cuando $\varepsilon \rightarrow 0$. Así, las integrales sobre $\Gamma - \Gamma_\varepsilon$ no presentan problemas ya que el contorno sobre el que se extienden no incluye la singularidad y en el límite han de entenderse en el sentido del Valor Principal de Cauchy (CPV) (ver p.e. (Doblaré & Gracia, 1998)).

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\Gamma-\Gamma_\varepsilon} t_{lk}^* u_k \, d\Gamma &= \mathrm{CPV} \int_{\Gamma} t_{lk}^* u_k \, d\Gamma \\ \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\Gamma-\Gamma_\varepsilon} u_{lk}^* t_k \, d\Gamma &= \mathrm{CPV} \int_{\Gamma} u_{lk}^* t_k \, d\Gamma \end{aligned} \qquad (2.60)$$

Si se toman límites en las integrales a lo largo de Γ_e (ver (Domínguez J. , 1993)):

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{\Gamma_\varepsilon} u_{lk}^{*}\, t_k \, d\Gamma = 0$$
$$u_l^i + \lim_{\varepsilon\to 0}\int_{\Gamma_\varepsilon} t_{lk}^{*}\, u_k \, d\Gamma = c_{lk}^i\, u_k^i \tag{2.61}$$

Dónde c_{lk}^i, denominado término libre, de valor igual al que aparece en elastostática, es una constante que depende de la geometría del contorno en el punto de aplicación de la carga ξ y de ν. Teniendo en cuenta (2.60) y (2.61) puede escribirse (2.59), omitiendo por comodidad el acrónimo "CPV" de las expresiones (2.60), del modo que sigue:

$$c_{lk}^i\, u_k^i + \int_\Gamma t_{lk}^{*}\, u_k \, d\Gamma = \int_\Gamma u_{lk}^{*}\, t_k \, d\Gamma \tag{2.62}$$

O en notación de matricial más compacta en la que se recoge de forma conjunta la colocación en las tres direcciones:

$$\mathbf{c}^i\mathbf{u}^i + \int_\Gamma \mathbf{p}^{*}\mathbf{u}\, d\Gamma = \int_\Gamma \mathbf{u}^{*}\mathbf{p}\, d\Gamma \tag{2.63}$$

donde $\mathbf{u}$ y $\mathbf{p}$ serán los vectores de las variables de campo, $\mathbf{u}^*$ y $\mathbf{p}^*$ los tensores de la solución fundamental y $\mathbf{c}^i$ el tensor del término libre elastostático en el punto de colocación (como resulta obvio $\mathbf{c}^i = \mathbf{I}$ si se trata de puntos internos):

$$\mathbf{c}^i = \begin{pmatrix} c_{11}^i & c_{12}^i & c_{13}^i \\ c_{21}^i & c_{22}^i & c_{23}^i \\ c_{31}^i & c_{32}^i & c_{33}^i \end{pmatrix} \tag{2.64}$$

Siguiendo un procedimiento análogo para problemas escalares de propagación de ondas partiendo de la ecuación (2.38), la formulación integral en el contorno queda en este caso:

$$c^i\, p^i + \int_\Gamma \left(\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}}\right)^{*} p\, d\Gamma = \int_\Gamma p^{*}\, \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}}\, d\Gamma \tag{2.65}$$

donde el término libre toma el valor $c^i = \dfrac{\theta}{4\pi}$ (θ es el ángulo sólido del contorno en el punto).

En el caso de medios poroelásticos, llevando a cabo el paso al límite de las ecuaciones (2.40) y (2.41), se obtiene una ecuación matricial del tipo (2.63) donde el tensor correspondiente al término libre tiene una expresión del tipo:

$$\mathbf{c}^i = \begin{pmatrix} c_{11}^i & c_{12}^i & c_{13}^i & 0 \\ c_{21}^i & c_{22} & c_{23}^i & 0 \\ c_{31}^i & c_{32} & c_{33}^i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -J\,c^i \end{pmatrix} \qquad (2.66)$$

En este caso $\mathbf{c}^i$ depende de la geometría del contorno en $\mathbf{x}_i$, del coeficiente de Poisson del material drenado y del valor de $J = \dfrac{1}{\mathrm{i}\,\omega b - \omega^2 \rho_{22}}$.

2.5.El Método de los Elementos de Contorno en Problemas Armónicos. Aspectos numéricos relevantes

La formulación integral en el contorno para cada uno de los medios junto con las condiciones de contorno y de interfase entre las regiones en contacto, que se tratan en apartado 2.6, permiten abordar la solución de cualquier modelo acoplado que incluya estos tres medios, en términos de variables en los contornos de los mismos. Salvo problemas muy sencillos la solución analítica del problema es inabordable. Como se verá a continuación el planteamiento numérico de estas ecuaciones haciendo uso del MEC se muestra como una estrategia adecuada.

2.5.1.Discretización del contorno

Para calcular las integrales extendidas al contorno que aparecen en la formulación integral de los distintos tipos de medio, el contorno Γ (figura 2.5) se divide en un número discreto de elementos NE, aproximándose los desplazamientos y las tensiones en función de los valores en los nodos de los elementos mediante funciones de interpolación.

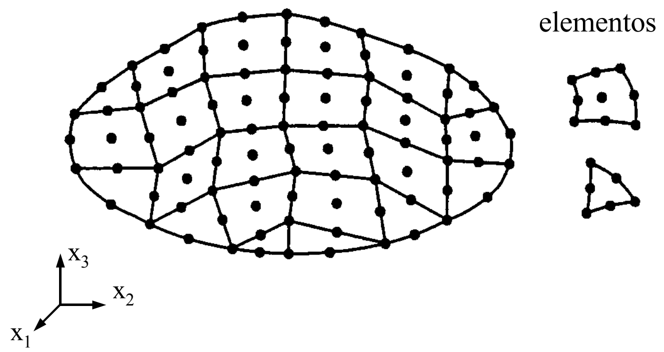


Figura 2.5. Contorno tridimensional discretizado con elementos cuadráticos cuadriláteros y triangulares.

Así sobre un elemento genérico j se puede escribir:

$$\mathbf{u} = \Phi\,\mathbf{u}^j \qquad \mathbf{p} = \Phi\,\mathbf{p}^j \tag{2.67}$$

donde $\mathbf{u}^j$ y $\mathbf{p}^j$ representan vectores de αNJ componentes y Φ una matriz de dimensión $(\alpha \times \alpha NJ)$ cuyos términos son las funciones de forma del elemento *NJ* en el número de nodo del elemento *J* ($\alpha = 1$ para problemas escalares, 3 en sólidos viscoelásticos y 4 para medios poroelásticos).

La geometría del elemento (isoparamétrico) se aproximará de manera análoga:

$$\mathbf{x} = \Phi\,\mathbf{x}^j \tag{2.68}$$

donde $\mathbf{x}^j$ contiene las $3NJ$ coordenadas de los nodos del elemento j. Los elementos empleados en la discretización del modelo son cuadráticos, cuadriláteros y triangulares de nueve y seis nodos respectivamente (figura 2.6). Las funciones de forma de los elementos empleados pueden verse en Domínguez (1993).

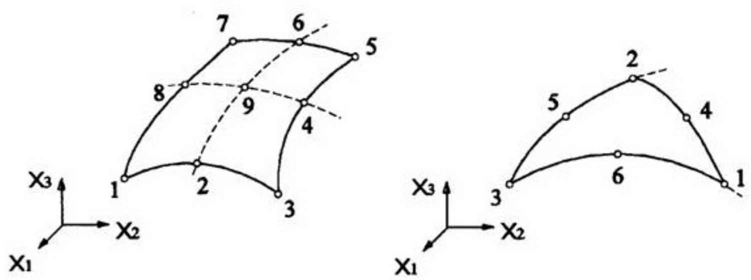


Figura 2.6. Elementos cuadráticos cuadriláteros y triangulares tridimensionales.

Tras el proceso de discretización y con colocación en un nodo genérico i, la ecuación (2.63) que emplearemos ahora como representativa de cualquiera de los tres tipos de medio (elástico, poroelástico o escalar) se convierte en:

$$\mathbf{c}^i\mathbf{u}^i + \sum_{j=1}^{NE}\left\{\int_{\Gamma_j}\mathbf{p}^*\Phi\; d\Gamma\right\}\mathbf{u}^j = \sum_{j=1}^{NE}\left\{\int_{\Gamma_j}\mathbf{u}^*\Phi\; d\Gamma\right\}\mathbf{p}^j \tag{2.69}$$

siendo Γ_j la superficie del contorno asociado al elemento j genérico. La ecuación (2.69) es ya una ecuación algebraica cuyos coeficientes dependen del nodo de colocación de la solución fundamental. Aplicando la carga/fuente en todos y cada uno de los nodos que constituyen la discretización del contorno, se obtiene un sistema de ecuaciones independientes de la forma:

$$\mathbf{H}\,\mathbf{u} = \mathbf{G}\,\mathbf{t} \tag{2.70}$$

donde $\mathbf{u}$ y $\mathbf{t}$ son los vectores que contienen todos los valores nodales del problema. A los coeficientes de $\mathbf{H}$ y $\mathbf{G}$ nos referiremos en adelante como *núcleos de integración* o *coeficientes integrales*. Una vez aplicadas las condiciones de contorno puede reordenarse la ecuación (2.70) y escribir el sistema resultante:

$$\mathbf{A}\,\mathbf{X} = \mathbf{F} \tag{2.71}$$

donde $\mathbf{X}$ es el vector de incógnitas (componentes de $\mathbf{u}$ o $\mathbf{p}$ según el caso) y $\mathbf{F}$ el vector de coeficientes que se obtiene de multiplicar las correspondientes columnas de $\mathbf{H}$ y $\mathbf{G}$ por las componentes conocidas de $\mathbf{u}$ y $\mathbf{p}$ respectivamente. Por lo tanto para tener el problema completamente planteado únicamente falta abordar el cálculo de las matrices $\mathbf{H}$ y $\mathbf{G}$.

2.5.2. Evaluación de las Integrales en el Contorno

Se aborda en este apartado el cálculo de las integrales extendidas a los elementos en los que se discretiza el contorno que figuran en la ecuación (2.69). Sobre cada elemento j, para un nodo de aplicación de la carga i de la discretización, las integrales a resolver son del tipo:

$$\begin{aligned}\mathbf{GW}^{ij} &= \int_{\Gamma_j} \mathbf{u}^* \Phi \; d\Gamma \\ \mathbf{HW}^{ij} &= \int_{\Gamma_j} \mathbf{p}^* \Phi \; d\Gamma\end{aligned} \tag{2.72}$$

Cuando se va colocando la carga en todos los nodos a lo largo de la discretización, se presentan dos casos, dependiendo de dónde se aplique la carga en relación con los nodos que forman parte del elemento sobre el que se está realizando la integración. En uno, el nodo de aplicación i no forma parte del elemento j; en el otro, el nodo de aplicación i si forma parte del elemento j.

En el primero de los casos las integrales (2.72) pueden ser evaluadas numéricamente haciendo uso de una cuadratura gaussiana estándar sobre elementos rectangulares o triangulares según el caso (ver p.e. (Stroud & Secrest, 1966) o (Abramowitz & Stegun, 1972)). Hay que hacer un cambio en el sistema de referencia al estar expresadas las cuadraturas en función del sistema de referencia intrínseco al elemento (ξ_1, ξ_2) lo cual exige la transformación de las variables geométricas del mismo a este sistema de referencia. Una vez expresadas las ecuaciones (2.72) en el sistema de referencia indicado quedan como sigue:

$$\begin{aligned} \mathbf{GW}^{ij} &= \int_{\xi_1}\int_{\xi_2} \mathbf{u}^* \boldsymbol{\Phi} \, \left| J_A \right| \, d\xi_1 d\xi_2 \\ \mathbf{HW}^{ij} &= \int_{\xi_1}\int_{\xi_2} \mathbf{p}^* \boldsymbol{\Phi} \, \left| J_A \right| \, d\xi_1 d\xi_2 \end{aligned} \tag{2.73}$$

donde $\left| J_A \right|$ el jacobiano de la transformación que en este caso toma el valor:

$$\left| J_A \right| = \sqrt{\left(\frac{\partial x_2}{\partial \xi_1}\frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} - \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1}\frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_3}{\partial \xi_1}\frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} - \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1}\frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial x_1}{\partial \xi_1}\frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} - \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1}\frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} \right)^2} \tag{2.74}$$

Las ecuaciones (2.73) así expresadas ya están listas para su evaluación. Los límites de integración para elementos cuadriláteros serán -1 y 1 siendo para el caso de elementos triangulares 0 y 1.

En el segundo caso, cuando el punto de colocación i forma parte del elemento j sobre el que se integra, los núcleos $\mathbf{u}^*$ y $\mathbf{p}^*$ presentan singularidades de $O(\frac{1}{r})$ y/o $O(\frac{1}{r^2})$, lo que impide realizar una cuadratura de forma directa como en el caso anterior. El proceso para llevar a cabo la integración requiere de un tratamiento numérico previo más complejo a medida que aumenta el orden de la singularidad.

2.5.2.1.Integración de los términos con singularidad débil ($O(\frac{1}{r})$)

El procedimiento para evaluar este tipo de términos consiste en lograr que el subintegrando sea regular a base de realizar un cambio de sistema de referencia. Para que el cambio anule la singularidad es necesario que el jacobiano de transformación de un sistema de referencia a otro sea de orden $O(r)$. Este tipo de estrategias fueron propuestas por Lachat & Watson (1976) siendo revisadas posteriormente por ((Li, Han, & Mang, 1985), (Telles, 1987) y (Cerrolaza & Alarcón, 1989)) entre otros. La aplicación detallada de esta técnica sobre elementos cuadriláteros puede verse en detalle en Maeso (1992) y sobre elementos triangulares en Domínguez (1993).

2.5.2.2.Integración de los términos con singularidad fuerte ($O(\frac{1}{r^2})$)

Existe en la bibliografía un gran número de estrategias que abordan la evaluación de este tipo de términos, bien de forma indirecta (ver p.e. (Brebbia & Domínguez, 1992)) o bien en forma directa ((Li, Han, & Mang, 1985), (Giuggiani & Casalini, 1987) o (Giuggiani & Gigante, 1990)). El procedimiento seguido en nuestro caso va en la línea de mostrar que la singularidad es “ficticia” al desvanecerse a medida que se incorporan las contribuciones de los elementos adyacentes. La técnica es válida para elementos curvos de cualquier orden y tipo y se basa en la identificación concreta de los términos con singularidad fuerte, que serán regularizados directamente en coordenadas cartesianas de forma conveniente para obtener una integral de superficie y otra de línea extendida al perímetro del elemento, ambas no singulares y evaluables mediante cuadratura estándar. La aplicación del procedimiento citado puede verse en detalle en Chirino, Maeso, & Aznárez (2000) y Aznárez (2002).

2.6.Modelo acoplado. Condiciones de contorno y formulación de las condiciones en las interfases

Dado que los modelos planteados involucran diferentes regiones en contacto, para tener definido completamente el problema dinámico en el dominio de la frecuencia, es necesario imponer condiciones de contorno en términos de las variables primarias o de sus derivadas. Al haber eliminado la dependencia temporal en las ecuaciones de gobierno es innecesaria la aplicación de condiciones iniciales.

En la tabla 2.10 figura la definición del vector tensión en función del medio involucrado en un punto $\mathbf{x}$ del contorno Γ con normal exterior $\mathbf{n}$.

Sólidos viscoelásticos	$t_i^s(\mathbf{x},\omega) = \sigma_{ij}^s(\mathbf{x},\omega)\; n_j(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in \Gamma$ donde σ_{ij}^s es el tensor de tensiones del sólido	(2.75)
Regiones poroelásticas (esqueleto sólido)	$t_i^e(\mathbf{x},\omega) = \tau_{ij}(\mathbf{x},\omega)\; n_j(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in \Gamma$ τ_{ij} es el tensor de tensiones equivalente sobre la matriz sólida	(2.76)
Regiones poroelásticas (material homogéneo)	$t_i^p(\mathbf{x},\omega) = t_i^e(\mathbf{x},\omega) + \tau(\mathbf{x},\omega)\; n_j(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in \Gamma$	(2.77)

Tabla 2.10. Definición del vector tensión en función del tipo de región.

2.6.1.Condiciones exteriores

En general, y estudiando el comportamiento dinámico de cualquiera de los medios tratados, existirá una zona del contorno (Γ_1) donde serán conocidas las variables fundamentales (condiciones de contorno naturales) y una zona complementaria (Γ_2) en la que son dato las variables derivadas (condiciones de contorno esenciales).

Para sólidos viscoelásticos en los que el desplazamiento es la variable fundamental y la tensión es la variable derivada:

$$
\begin{aligned}
u_i^s &= \overline{u}_i^s \quad \text{en } \Gamma_1 \\
t_i^s &= \overline{t}_i^{\,s} \quad \text{en } \Gamma_2
\end{aligned}
$$

siendo $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma$ y $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 =$ Ø.

Para medios fluidos la presión (p^w) es la variable fundamental. La variable derivada es el flujo de presión en el contorno $(q^w = p_{,n})$ equivalente al desplazamiento normal de las partículas de fluido (U_n^w) al estar ambas variables relacionadas a través de la ecuación $q^w = \dfrac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = \rho\,\omega^2\,U_n^w$. Así:

$$
\begin{aligned}
p^w &= \overline{p}^w \quad \text{en } \Gamma_1 \\
\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} &= \overline{q}^w \quad \text{en } \Gamma_2
\end{aligned}
$$

En el caso de medios poroelásticos, las variables fundamentales adoptadas serán el vector desplazamiento en el esqueleto sólido $(\mathbf{u}^e)$ y la tensión equivalente en el fluido (τ). Las variables derivadas son el vector tensión en el esqueleto $(\mathbf{t}^e)$ y el desplazamiento normal al contorno del fluido (U_n) . En este tipo de medios se puede distinguir entre contornos permeables e impermeables. Los primeros se caracterizan porque en ellos la presión de poro es nula $\left(\tau = 0\right)$. En este caso, puede ser conocido el vector desplazamiento de la fase sólida $(u_i^e = \overline{u}_i^{\,e})$ o la tensión equivalente sobre ella $(t_i^e = \overline{t}_i^{\,e})$. Si el contorno es impermeable, en él son iguales las componentes normales del desplazamiento en ambas fases $(u_n^e = U_n)$. Esto último puede ser conocido $(u_n^e = U_n = \bar{u}_n)$ y las incógnitas serán las tensiones equivalentes en ambas fases o bien será conocida la tensión total sobre el contorno $(t_i^p = \overline{t}_i^{\,p})$ y el desplazamiento incógnita. En ingeniería sísmica pueden plantearse ambos tipos de condición de contorno para la superficie del semi-espacio. Ambas representan los dos extremos de la realidad física del problema (ver por ejemplo (Deresiewicz & Rice, 1962) y (Deresiewicz & Skalak, 1963)). En el caso impermeable, puede pensarse que la fase líquida del medio está de alguna forma atrapada en el esqueleto sólido. En este problema $p \neq 0$ en la superficie, lo cual puede dar inicio a un proceso conocido como licuefacción que no es más que la pérdida de tensión efectiva entre las particular de un esqueleto sólido granular. Interesante es la cuantificación de la influencia de ambas condiciones de contorno para el problema de un semi-espacio poroelástico sometido a ondas planas que puede verse en (Lin, Lee, & Trifunac, 2001).

2.6.2. Condiciones en las interfases

El análisis dinámico de modelos donde coexisten los tres tipos de medios (viscoelásticos, escalares y poroelásticos) debe tener en cuenta el efecto de interacción entre ellos a través de las interfases o contornos comunes a dos de estas regiones. Esta interacción se establece matemáticamente a través del cumplimiento de las ecuaciones de equilibrio de tensiones y compatibilidad de desplazamientos de ambos medios en todos los puntos de estos contornos.

Existen seis tipos de interfases en los modelos presentados dependiendo de la naturaleza de los medios que interactúan, a saber: viscoelástico-viscoelástico, fluido-fluido, viscoelástico-fluido, viscoelástico-poroelástico, poroelástico-fluido y poroelástico-poroelástico. En la tabla 2.11 se resumen las condiciones tanto de equilibrio como de compatibilidad para cada uno de los casos citados.

Tipo de interfase	Ecuaciones de equilibrio	Ecuaciones de compatibilidad
sólido viscoelástico(^{s1}) sólido viscoelástico(^{s2})	$\mathbf{t}^{s1} + \mathbf{t}^{s2} = \mathbf{0}$	$\mathbf{u}^{s1} = \mathbf{u}^{s2}$
agua (^{w1}) agua (^{w2})	$p^{w1} = p^{w2}$	$U_n^{w1} + U_n^{w2} = 0$
sólido viscoelástico(^{s}) agua (^{w})	$\mathbf{t}^{s} - p^{w}\,\mathbf{n}^{w} = \mathbf{0}$	$\mathbf{u}^{s}\,\mathbf{n}^{s} + U_n^{w} = 0$
sólido viscoelástico(^{s}) material poroelástico(^{p})	Condición impermeable $\mathbf{t}^{s} + \mathbf{t}^{e} + \tau\,\mathbf{n}^{p} = 0$ Condición permeable $\mathbf{t}^{s} + \mathbf{t}^{e} = 0 \;\; y \;\; \tau = 0$	Condición Impermeable $\mathbf{u}^{s} = \mathbf{u}^{e} \;\; y \;\; \mathbf{u}^{e}\mathbf{n}^{p} = U_n^{p}$ Condición permeable $\mathbf{u}^{s} = \mathbf{u}^{e}$
material poroelástico (^{p}) agua (^{w})	$\dfrac{\tau^{p}}{\phi} = p^{w}$ $\mathbf{t}^{e} - (1-\phi)p^{w}\mathbf{n}^{w}0$	$U_n^{w} + [\mathbf{u}^{e}\mathbf{n}^{p}(1-\phi) + U_n^{p}\phi] = 0$
material poroelástico (^{p1}) material poroelástico (^{p2})	$\dfrac{\tau^{p1}}{\phi^{p1}} = \dfrac{\tau^{p2}}{\phi^{p2}}$ $\mathbf{t}^{p1} + \tau^{p1}\mathbf{n}^{p1} + \mathbf{t}^{p2} + \tau^{p2}\mathbf{n}^{p2} = 0$	$\mathbf{u}^{e1} = \mathbf{u}^{e2}$ $\phi^{p1}(U_n^{p1} - \mathbf{u}^{e1}\mathbf{n}^{p1})$ $+\phi^{p2}(U_n^{p2} - \mathbf{u}^{e2}\mathbf{n}^{p2}) = 0$

Tabla 2.11. Condiciones de equilibrio y compatibilidades en las interfases.

2.6.3. Duplicación de nodos en bordes angulosos y estrategia de colocación no nodal

Como ya se ha puesto de manifiesto a lo largo de los epígrafes precedentes, el fin de este trabajo consiste en la resolución de modelos acoplados que involucren los tres tipos de medios cuya formulación se ha ido desgranando. Hasta ahora se ha estudiado cómo una vez discretizado el contorno se aplica sobre cada región su ecuación integral de gobierno en puntos exclusivamente del contorno y cómo abordar la evaluación de las integrales en cada caso. Además se ha puesto de manifiesto el vínculo (equilibrio y compatibilidad) que debe haber en los nodos que pertenecen simultáneamente a elementos de regiones distintas. Con todo, falta construir la matriz global del sistema cuya resolución conduce a la solución del problema. La dificultad de generar esta matriz resulta evidente si se analiza la complejidad del problema: Por un lado, puede existir nodos situados en “bordes angulosos”, es decir nodos que pertenece simultáneamente a dos o más elementos con vectores normales asociados distintos lo que implica una falta de continuidad en las tensiones o flujos (derivadas de la variables primarias). Por otro, un nodo puede pertenecer a regiones de distinta naturaleza lo que conlleva a que presente distinto número de grados de libertad si se considera como perteneciente a una u otra región. Toda esta casuística complica enormemente idear un procedimiento que tenga en cuenta todas las combinaciones posibles. Una técnica que simplifica esta tarea, ya empleada por Medina (1987) en problemas de interacción 2D y por Maeso (1992) en un modelo acoplado 3D, consiste en duplicar los nodos que forman parte de la intersección de contornos con diferentes restricciones tantas veces como interfases confluyan, logrando de esta forma desvincular los grados de libertad correspondiente a cada región (figura 2.7). Esta técnica, que resulta muy práctica a la hora de montar la matriz del sistema, presenta el inconveniente que supone aumentar el número de nodos del modelo en lo relativo al incremento de grados de libertad y por tanto del tamaño del sistema de ecuaciones a resolver. Teniendo en cuenta que el número de nodos duplicados es bajo en relación con el número total de nodos del modelo, la técnica resulta del todo conveniente.

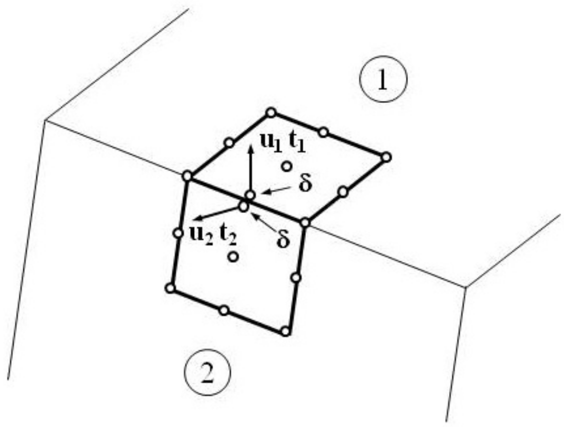


Figura 2.7. Duplicación de nodo en problemas de borde.

Matemáticamente al duplicar el nodo duplicamos la variable primaria $\mathbf{u}$ y su derivada $\mathbf{t}$ en dicho borde $(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2)$ lo que permite plantear la ecuación integral discretizada con colocación en el nodo duplicado:

$$\begin{aligned}\mathbf{h}_{11}\mathbf{u}_1 + \mathbf{h}_{12}\mathbf{u}_2 - \mathbf{g}_{11}\mathbf{t}_1 - \mathbf{g}_{12}\mathbf{t}_2 + ... = \overline{\mathbf{f}} \\ \mathbf{h}_{21}\mathbf{u}_1 + \mathbf{h}_{22}\mathbf{u}_2 - \mathbf{g}_{21}\mathbf{t}_1 - \mathbf{g}_{22}\mathbf{t}_2 + ... = \overline{\mathbf{f}}\end{aligned} \qquad (2.78)$$

donde en $\mathbf{h}_{11}$ y $\mathbf{h}_{22}$ se incluye el término libre y en $\overline{\mathbf{f}}$ se recoge el producto de los valores impuestos ($\overline{\mathbf{u}}$ y $\overline{\mathbf{t}}$) en todo el contorno y los coeficientes de integración correspondientes.

Dependiendo del problema, esta estrategia como vamos a ver a continuación resulta insuficiente en determinados casos. Así por ejemplo, cuando ambos contornos pertenecen a la misma región y se duplica por problemas de continuidad en la normal, serán datos dos de las cuatro incógnitas. No existe ningún inconveniente cuando estos dos datos son las dos tensiones o una tensión y un desplazamiento, ya que resolviendo el sistema de ecuaciones (2.78) se pueden calcular las otras dos variables. El problema se da cuando son ambos desplazamientos los que son conocidos ($\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2 = \overline{\mathbf{u}}$) debido a las condiciones de contorno. En este caso las dos ecuaciones (2.78) son iguales y el sistema es singular. Esta situación, que no es exclusiva del caso que ha servido de ejemplo, se presenta con relativa frecuencia y se conoce como "problema de esquina". Así, el problema aparece también en nodos que forman parte de interfases entre regiones distintas. Una técnica ya empleada por los mismos autores referenciados anteriormente que permite evitar este inconveniente se basa en la sustitución de una de las ecuaciones (o ambas) de (2.78) por otra en la que el punto de colocación se encuentre ligeramente desplazado. Haciendo esto, es evidente que el punto de colocación no coincide con ningún nodo de la discretización, con lo que los coeficientes del sistema serán ligeramente diferentes y el sistema de ecuaciones resultante perderá su carácter singular. Este procedimiento, denominado “colocación no nodal”, exige algunos retoques tanto en la igualdad integral discretizada como en los procedimientos para la evaluación numérica de los coeficientes integrales en el propio elemento y elementos cercanos. Además empleando este procedimiento se facilita el uso de discretizaciones no conformes que facilitan el mallado de los distintos contornos al poder disminuir o incluso eliminar elementos a la hora de realizar transacciones entre zonas de la discretización con distinto tamaño de elementos (figura 2.8).

La igualdad integral discretizada (2.69) para un punto de colocación i interior al elemento genérico Γ_k , queda modificada ligeramente quedando como sigue:

$$\mathbf{c}^i \boldsymbol{\Phi}\, \mathbf{u}^k + \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} \mathbf{p}^* \boldsymbol{\Phi}\; d\Gamma \right\} \mathbf{u}^j = \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} \mathbf{u}^* \boldsymbol{\Phi}\; d\Gamma \right\} \mathbf{p}^j \tag{2.79}$$

siendo $\mathbf{u}^k$ el vector de desplazamientos nodales del elemento Γ_k y $\boldsymbol{\Phi}$ la matriz de funciones de forma particularizadas para las coordenadas naturales $\left(\bar{\xi}_1, \bar{\xi}_2\right)$ del punto de colocación. El término libre será siempre en estos casos $c^i_{lk} = 0.5\,\delta_{lk}$. Todo lo relacionado con esta estrategia puede consultarse en Chirino, Maeso, & Aznárez (2000) y Aznárez (2002).

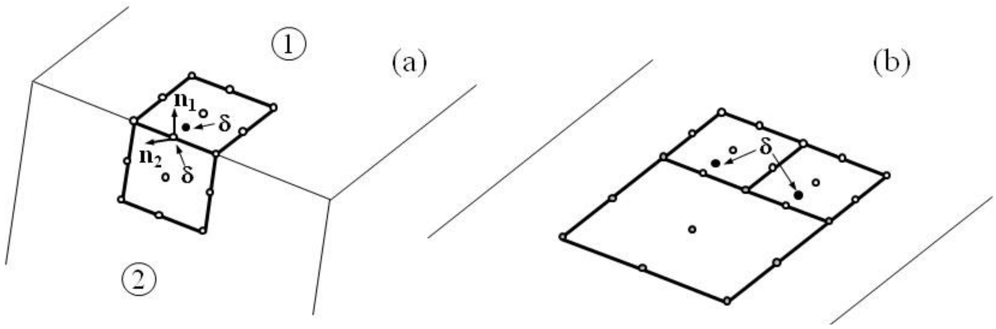


Figura 2.8. Estrategia de colocación no nodal en problemas de esquina (a) y en discretizaciones no conformes (b).

Capítulo 3

Problemas de Interacción Suelo Estructura: Impedancia de Cimentaciones Pilotadas en Terrenos Saturados

3.1.Introducción

Una vez expuesta la formulación que gobierna los diferentes medios involucrados en los modelos que se pretenden estudiar y explicado un procedimiento numérico para obtener una solución a los mismos, en el presente capítulo se presenta una aplicación para el cálculo de impedancias de cimentaciones pilotadas en terrenos saturados de agua.

En esta introducción se hace un repaso de las distintas técnicas que han ido abordando el problema y los avances que cada una de ellas ha ido aportando. En el apartado 3.2 se expone la particularización del modelo acoplado MEC al problema específico que se pretende resolver. El punto 3.3 se dedica a validar el modelo con resultados de otros autores. En el apartado 3.4 se realiza el análisis numérico y la discusión de los resultados obtenidos con el método propuesto, dedicándose el último punto a las conclusiones. El capítulo tiene la estructura y contenidos del artículo denominado "Dynamic impedance of piles and groups of piles in saturated soils" (Maeso, Aznárez, & García, 2005).

Son numerosos los estudios relativos a los desplazamientos de pilotes y grupos de pilotes embebidos en un semi-espacio uniforme o estratificado bajo la acción de cargas armónicas. En unos casos se aborda el problema mediante técnicas computacionales ((Wolf & Arx, 1978), (Kaynia & Kausel, 1982), (Velez, Gazetas, & Krishnan, 1983), (Roesett, 1984), (Sen, Davies, & Banerjee, 1985) y (Mamoon, Kaynia, & Banerjee, 1990)), rigurosas ((Pak & Jennings, 1987) y (Rajapakse & Shah, 1987)) o analíticas simplificadas ((Gazetas & Makris, 1991) y (Makris & Gazetas, 1992)). En Novak (1991) figura una detallada recopilación de las distintas técnicas empleadas para abordar este problema. En todos los casos citados el suelo es considerado como un medio elástico o viscoelástico.

Existen muy pocos estudios dedicados al análisis de pilotes en suelos saturados de agua, y en los realizados, se ha simplificado el comportamiento del suelo en base a considerarlo como un sólido monofásico con un coeficiente de Poisson próximo a 0.5. Son escasos los análisis que tienen en cuenta el carácter bifásico del suelo de acuerdo con la teoría de Biot ((1956b) y (1962)) en la que se tiene en cuenta la compresibilidad de ambas fases, la disipación debida a la viscosidad de fluido, y el acoplamiento de las deformaciones y tensiones entre el sólido y el fluido. Los pocos intentos en este sentido contienen además simplificaciones que limitan su aplicación.

El primer estudio dinámico de pilotes en un medio poroelástico fue desarrollado por Zeng & Rajapakse (1999). Estos autores extendieron la formulación clásica elastoestática de Muki & Sternberg (1970) al análisis de la respuesta en régimen permanente de una barra cilíndrica elástica parcialmente embebida en un semi-espacio homogéneo poroelástico. El pilote se considera como una estructura monodimensional y la interacción entre el pilote y el medio poroelástico es formulada en términos de una ecuación integral de Fredholm de segunda clase. De forma análoga Jin, Zhou, & Lu (2001) extendieron el método propuesto por Pak & Jennings (1987) para estudiar la respuesta dinámica lateral de un pilote simple. Wang, Zhou, & Lu (2003) han presentado un estudio de grupos de pilotes embebidos en un medio continuo poroelástico. Haciendo uso del método de Muki y Sternberg para un pilote se analiza la respuesta de grupos de pilotes bajo la acción de carga vertical, simplificando la interacción entre los pilotes que forman el grupo mediante la introducción de un factor complejo que aproxima dicha interacción, y haciendo uso de un método de superposición para tener en cuenta de forma aproximada los efectos de interacción pilote-suelo-pilote. Los últimos resultados publicado por estos autores pueden consultarse en (Lu, Zhang, Wan, & Cang, 2012), (Xu, Lu, & Wang, 2011), (Xu, Lu, & Wang, 2010), (Lu, Xu, & Wang, 2009), (Zhou & Wang, 2009) y (Zhou, Wang, Jiang, & Xu, 2009).

En el presente capítulo se emplea un modelo tridimensional de elementos de contorno para obtener la impedancia dinámica de pilotes y grupos de pilotes embebidos en suelos poroelásticos considerando su naturaleza bifásica. Los pilotes son modelados como un sólido continuo elástico o vicoelástico y el suelo que los rodea como un medio poroelástico lleno de fluido. Tanto en los pilotes como en el suelo se aplica el MEC. Comparado con los procedimientos existentes comentados anteriormente ((Zeng & Rajapakse, 1999), (Jin, Zhou, & Lu, 2001) y (Wang, Zhou, & Lu, 2003)), la técnica propuesta aquí requiere un esfuerzo computacional mayor, pero éste se ve compensado con una mayor versatilidad, generalidad y precisión. Así por ejemplo, es posible reproducir cualquier geometría de cimentación, incluyendo pilotes diferentes o inclinados con su verdadera sección transversal. Así mismo la condición de contacto entre el pilote y el suelo puede ser permeable o impermeable. Aunque los resultados presentados están restringidos a un semi-espacio, es posible modelar geometrías más complicadas de subsuelo (que incluyan por ejemplo zonas poroelásticas y viscoelásticas) simplemente mallando en elementos de contorno esta región. A lo largo del capítulo se presentan una selección de resultados de impedancias verticales y horizontales. Además de los aspectos ya citados, se ha estudiado también la influencia de la frecuencia de excitación, la flexibilidad del pilote y las propiedades del material poroelástico en la respuesta del conjunto.

3.2. Aplicación del Modelo Acoplado MEC al problema. Sistema de ecuaciones a resolver

El modelo propuesto es capaz de trabajar con regiones elásticas y viscoelásticas (pilotes), regiones poroelásticas (suelo) y tiene en cuenta la interacción entre ellas en la interfase suelo-pilote. Además es posible emplear regiones no acotadas usando un número razonable de incógnitas y representar el amortiguamiento por radiación.

El suelo es considerado como un material poroelástico, lleno de fluido, homogéneo e isotrópo gobernado por la teoría de Biot (1956b). Las ecuaciones (2.11) constituyen por tanto la ley de comportamiento de dicho material. Para una excitación armónica en el tiempo del tipo e^{iwt} (ω = frecuencia angular) las ecuaciones (2.13) corresponden a las ecuaciones de gobierno en el dominio de la frecuencia en función de los desplazamientos del sólido y la tensión en el fluido. La formulación integral de las ecuaciones de gobierno para este medio viene dada por las expresiones (2.40) y (2.41). Aplicado el procedimiento descrito para resolver numéricamente estas ecuaciones mediante el método de elementos de contorno las ecuaciones anteriores pueden escribirse de forma condensada como:

$$\mathbf{c}^k \mathbf{u}^k + \int_\Gamma \mathbf{p}^* \mathbf{u} \, d\Gamma = \int_\Gamma \mathbf{u}^* \mathbf{p} \, d\Gamma \qquad (3.1)$$

donde, **u** y **p** son vectores que contienen las variables en el contorno:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \tau \end{Bmatrix} \qquad \mathbf{p} = \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ U_n \end{Bmatrix} \qquad (3.2)$$

u* y **p*** son los tensores de la solución fundamental cuyos términos figuran en la tabla 2.8 y en la tabla 2.9:

$$\mathbf{u}^* = \begin{bmatrix} u_{11}^* & u_{12}^* & u_{13}^* & -\tau_1^* \\ u_{21}^* & u_{22}^* & u_{23}^* & -\tau_2^* \\ u_{31}^* & u_{32}^* & u_{33}^* & -\tau_3^* \\ u_{o1}^* & u_{o2}^* & u_{o3}^* & -\tau_o^* \end{bmatrix} \qquad \mathbf{p}^* = \begin{bmatrix} t_{11}^* & t_{12}^* & t_{13}^* & -U_{n1}^* \\ t_{21}^* & t_{22}^* & t_{23}^* & -U_{n2}^* \\ t_{31}^* & t_{32}^* & t_{33}^* & -U_{n3}^* \\ t_{o1}^* & t_{o2}^* & t_{o3}^* & -\hat{U}_{no}^* \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

y $\mathbf{c}^k$ es el término libre local en el punto de colocación $\mathbf{x}_k$ de la forma:

$$\mathbf{c}^k = \begin{bmatrix} c_{11}^e & c_{12}^e & c_{13}^e & 0 \\ c_{21}^e & c_{22}^e & c_{23}^e & 0 \\ c_{31}^e & c_{32}^e & c_{33}^e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Jc^p \end{bmatrix}^k \tag{3.4}$$

donde c_{ij}^e son iguales a los términos libres de las ecuaciones elasto-estáticas en el punto de colocación $\mathbf{x}_k$, y c^p es igual al término estático escalar en $\mathbf{x}_k$.

La discretización en elementos de contorno de la ecuación (3.1) conduce a un sistema de $4N$ ecuaciones:

$$\mathbf{H}\,\mathbf{u} = \mathbf{G}\,\mathbf{p} \tag{3.5}$$

donde N en el número de nodos sobre el contorno; $\mathbf{u}$ es un vector que contiene los desplazamiento del sólido y las tensiones del fluido en los nodos del contorno; $\mathbf{p}$ es un vector que contiene las tensiones del sólido y los desplazamientos normales del fluido en los nodos del contorno; y $\mathbf{H}$, $\mathbf{G}$ son las matrices del sistema de dimensiones $4N \times 4N$ obtenidas por integración sobre los elementos del contorno de la solución fundamental armónica en el tiempo 3D para medios poroelásticos haciendo uso de las funciones de forma.

Los pilotes son modelados con su geometría real como un medio continuo, homogéneo, isotrópo, lineal y viscoelástico. Otros trabajos que consideran también un modelo de elementos de contorno similar al aquí propuesto para los pilotes es el de Kattis, Polyzos, & Beskos (1999). Las ecuaciones (2.5) constituyen la ecuación de gobierno en el dominio de la frecuencia. La representación integral en el contorno de los desplazamientos viene dada por la ecuación (2.37), donde en este caso **u** y **p** son los vectores de desplazamientos y tensiones, respectivamente, sobre el contorno del pilote, y **u*** y **p*** son los tensores de la solución fundamental de desplazamientos y tensiones, respectivamente. Una ecuación de elementos de contorno por pilote conduce a un sistema con $3\,\mathrm{N}^p$ ecuaciones:

$$\mathbf{H}^p\,\mathbf{u}^p = \mathbf{G}^p\,\mathbf{p}^p \tag{3.6}$$

(el superíndice p indica el pilote), donde N^p es el número de nodos sobre el contorno; $\mathbf{u}^p$ **y** $\mathbf{p}^p$ son vectores que contienen los desplazamientos y las tensiones respectivamente de los nodos del contorno; y $\mathbf{H}^p, \mathbf{G}^p$ son las matrices del sistema de dimensiones $3\mathbf{N}^p \times 3\mathbf{N}^p$ obtenidas por integración sobre los elementos del contorno de la solución fundamental armónica en el tiempo 3D para medios elásticos (ecuaciones (2.42) y (2.44)) haciendo uso de las funciones de forma.

La ecuación (3.5) corresponde al suelo poroelástico (nodos sobre la superficie libre y sobre el contorno de los pilotes), correspondiendo la ecuación (3.6) a cada pilote. Las ecuaciones resultantes están acopladas a través de las condiciones de equilibrio y compatibilidad a lo largo de las interfases pilote-suelo. En este sentido el contacto se considera totalmente soldado. La condición de contorno hidráulica a lo largo de la superficie de contacto con el suelo será en la práctica una situación intermedia entre dos casos límite: completamente drenado (pilote permeable) e impermeable (pilote impermeable).

Las condiciones de equilibrio y compatibilidad entre la región bifásica poroelástica y el pilote viscoelástico impermeable (indicado por el superíndice p) son las siguientes:

Equilibrio:

$$\begin{aligned} t_n^p + \left(t_n + \tau \right) &= 0 \\ t_t^p + t_t &= 0 \end{aligned} \tag{3.7}$$

donde los subíndices *n* y *t* indican las componentes normal y tangencial, respectivamente.

Compatibilidad:

$$\begin{aligned} u_n^p &= u_n = U_n \\ u_t^p &= u_t \end{aligned} \tag{3.8}$$

Si el material sólido es permeable, la condición de desplazamiento normal del fluido en el poro debe ser sustituida por una condición de presión de poro: en este caso las ecuaciones anteriores quedan como sigue:

Equilibrio:

$$t_n^p + t_n = 0 \quad y \quad \tau = 0$$
$$t_t^p + t_t = 0 \tag{3.9}$$

Compatibilidad:

$$u_n^p = u_n$$
$$u_t^p = u_t \tag{3.10}$$

En este estudio la superficie libre del suelo se considera drenada.

Para visualizar el proceso de montaje del sistema acoplado pilote-suelo, veamos un caso muy sencillo, que corresponde a un pilote simple embebido en un semi-espacio poroelástico. La ecuación de elementos de contorno para cada región (pilote y suelo) en forma dividida de acuerdo a los contornos indicados en la figura 1 son:

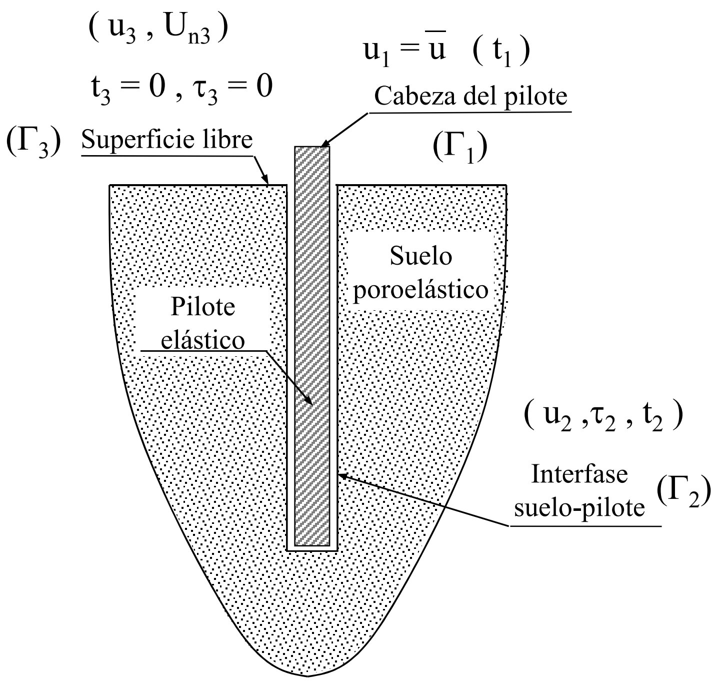


Figura 3.1. Pilote simple impermeable embebido en un semi-espacio poroelástico. Condiciones de contorno y valores desconocidos en las ecuaciones acopladas del problema.

Pilote:

$$\mathbf{H}_1^p\,\mathbf{u}_1^p + \mathbf{H}_2^p\,\mathbf{u}_2^p = \mathbf{G}_1^p\,\mathbf{t}_1^p + \mathbf{G}_2^p\,\mathbf{t}_2^p \tag{3.11}$$

Suelo poroelástico:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_2^{ss} & \mathbf{H}_2^{sw} \\ \mathbf{H}_2^{ws} & H_2^{ww} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_2 \\ \tau_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_3^{ss} & \mathbf{H}_3^{sw} \\ \mathbf{H}_3^{ws} & H_3^{ww} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_3 \\ \tau_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_2^{ss} & \mathbf{G}_2^{sw} \\ \mathbf{G}_2^{ws} & G_2^{ww} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{t}_2 \\ U_{n2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_3^{ss} & \mathbf{G}_3^{sw} \\ \mathbf{G}_3^{ws} & G_3^{ww} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{t}_3 \\ U_{n3} \end{Bmatrix} \tag{3.12}$$

donde los subíndices 1, 2, y 3 corresponden al contorno en contacto con la cabeza del pilote en el cual los valores de los desplazamiento nodales son conocidos (Γ_1), a la interfase pilote-suelo (Γ_2), y a la superficie del suelo libre de tensión (Γ_3) respectivamente. Sustituyendo en (3.11) y (3.12) las condiciones de equilibrio y compatibilidad a lo largo de la interfase pilote-suelo y las condiciones de contorno externas, las ecuaciones combinadas para el problema dinámico acoplado quedan como:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{G}_1^{p} & \mathbf{H}_2^{p} & -\mathbf{G}_2^{p}\cdot\mathbf{n}_2 & \mathbf{G}_2^{p} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_2^{ss}+\mathbf{G}_2^{sw}\cdot\mathbf{n}_2 & \mathbf{H}_2^{sw} & \mathbf{G}_2^{ss} & \mathbf{H}_3^{ss} & \mathbf{G}_3^{sw} \\ 0 & \mathbf{H}_2^{ws}+G_2^{ww}\cdot\mathbf{n}_2 & H_2^{ww} & \mathbf{G}_2^{ws} & \mathbf{H}_3^{ws} & G_3^{ww} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{t}_1^{p} \\ \mathbf{u}_2 \\ \tau_2 \\ \mathbf{t}_2 \\ \mathbf{u}_3 \\ U_{n3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{H}_1^{p}\cdot\bar{\mathbf{u}}_1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{3.13}$$

donde **u**$_2$ (vector de desplazamientos del esqueleto sólido/pilote), τ_2 (tensión en el fluido del suelo poroelástico) y **t**$_2$ (vectores tensión en el esqueleto sólido del suelo poroelástico) son los valores nodales desconocidos en la interfase pilote-suelo (Γ_2), y **n**$_2$ es un vector unitario normal al contorno del pilote. Por brevedad, las ecuaciones para el caso de un contacto permeable se han obviado.

3.3. Validación del modelo

Con el fin de validar el modelo propuesto, en esta sección se contrastan los resultados obtenidos de impedancias de pilotes y grupos de pilotes con otros tomados de la bibliografía existente.

La matriz de rigidez dinámica de un pilote K_{ij} relaciona el vector de fuerzas (y momentos) aplicado a la cabeza del pilote y el vector de desplazamientos (y giros) resultante en el mismo punto. Para un grupo de pilotes se considera que todas las cabezas de los pilotes están restringidas por un encepado rígido y que la rigidez de la cimentación es la suma de la contribución de cada pilote. La figura 3.2 ilustra una configuración usual del problema. Como ya se ha comentado en la introducción, cimentaciones más complejas, como pueden ser aquellas que incluyan pilotes no iguales, inclinados o con sección variable, no requiere ninguna modificación de la técnica propuesta necesitando únicamente una modificación de la malla de los contornos.

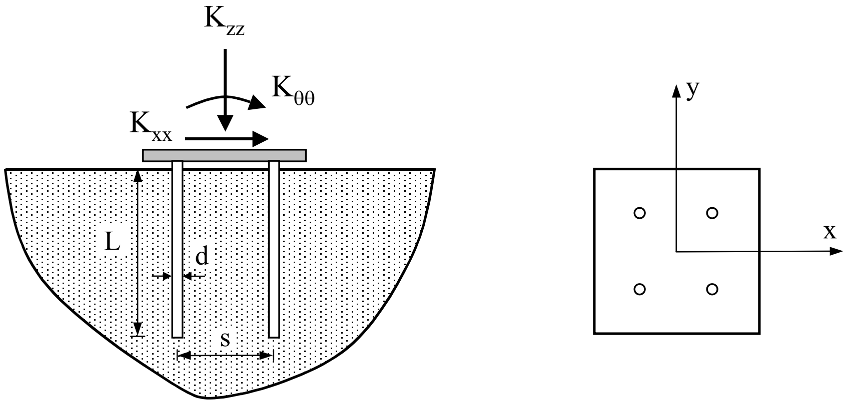


Figura 3.2. Grupo de pilotes 2×2 embebidos en un semi-espacio. Definición de la geometría del problema.

Para una excitación armónica los términos de la rigidez dinámica son funciones de la frecuencia ω de la forma:

$$K_{ij} = k_{ij} + \mathrm{i} a_0 c_{ij} \tag{3.14}$$

donde k_{ij} y c_{ij} son las rigideces dinámicas y los coeficientes de amortiguamiento, respectivamente, i la unidad imaginaria y a_o es la frecuencia adimensional dada por:

$$a_o = \frac{\omega d}{c_s} \tag{3.15}$$

siendo c_s es la velocidad de propagación en el suelo de la onda de corte y d el diámetro del pilote.

En la figura 3.3 se pueden apreciar las discretizaciones de elementos de contorno empleadas para calcular la rigidez de un pilote y de un grupo de cuatro pilotes, embebidos en un semi-espacio viscoelástico o poroelástico. Como ya se ha indicado anteriormente, el programa desarrollado incorpora propiedades de simetría, lo que permite discretizar la cuarta parte de la geometría total del problema. A la hora de adoptar los criterios para realizar las discretizaciones (tamaño y forma de los elementos y longitud de la superficie libre) se han tenido en cuenta trabajos previos que estudiaban estos aspectos (Vinciprova, Maeso, Áznarez, & Oliveto, 2003).

Los términos de la matriz de rigidez dinámica K_{ij} se obtienen calculando la fuerza y el momento resultante sobre las cabezas de los pilotes por integración de las tensiones sobre los pilotes cuando se imponen desplazamientos unitarios (horizontal, vertical y giro). En todos los casos se considera que las cabezas de los pilotes están enrasadas con la superficie libre.

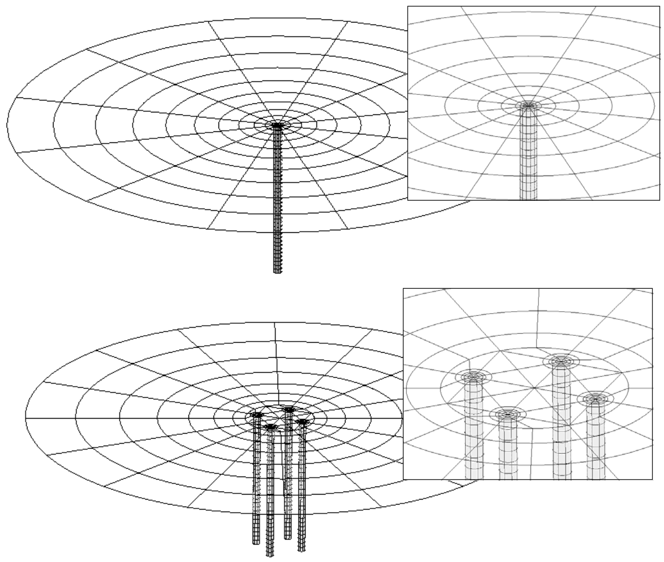


Figura 3.3. Discretizaciones de elementos de contorno para un pilote simple y para un grupo de pilotes 2×2 embebidos en un semi-espacio.

Los resultados mostrados en esta sección, incluyen por un lado impedancias horizontales de pilotes simples y de grupos de pilotes 2×2 embebidos en un suelo viscoelástico, y por otro impedancias verticales de pilotes simples embebidos en un suelo poroelástico.

3.3.1. Pilotes embebidos en un semi-espacio viscoelástico

En la figura 3.4 se comparan las impedancias laterales (partes real e imaginaria) de un pilote simple y de un grupo de pilotes 2×2 embebidos en un semi-espacio homogéneo isótropo y viscoelástico obtenidas por la técnica indicada frente a las obtenidas por Kaynia & Kausel (1982). En sus estudios estos autores consideran los pilotes como elementos prismáticos con comportamiento elástico y lineal y el suelo como un medio viscoelástico semi-infinito a través de la función de Green obtenida por medio del denominado Thin Layer Method.

Las propiedades del suelo y pilotes se han tomado iguales a las que figuran en el estudio de Kaynia & Kausel (1982). Así los pilotes (en lo siguiente se denotan por el subíndice *p*) son considerados como un medio continuo uniforme con comportamiento elástico y el suelo que lo rodea como un medio viscoelástico uniforme con un coeficiente de amortiguamiento interno β = 0.05. Se adopta una relación entre los módulos de elasticidad de E_p/E = 10^3, una relación entre densidades ρ/ρ_p = 0.7 y unos coeficientes de Poisson de ν = 0.4 para el suelo y de ν_p = 0.25 para el pilote. La relación de aspecto del pilote, entendida como el cociente entre su longitud y su diámetro, es de L/d = 15. Las funciones de impedancia para distintas razones *s/d,* donde s es la separación entre pilotes, han sido normalizadas con la correspondiente rigidez estática del pilote simple (K_{xxo}) y el número de pilotes que forman el grupo (N). Todos los resultados obtenidos se han representado frente a la frecuencia adimensional definida en la ecuación (3.15). La comparación (figura 3.4) muestra que los resultados de ambos modelos están muy próximos para pilotes simples y para grupos de pilotes 2×2 con s/d = 5 y 10. Para s/d = 2 el método propuesto presenta una parte real ligeramente superior a medida que se incremente la frecuencia. Esta discrepancia con los resultados de Kaynia & Kausel, fue observada también por Sen, Davies, & Banerjee (1985) para un grupo de pilotes de 3×3 y la misma distancia de separación entre pilotes.

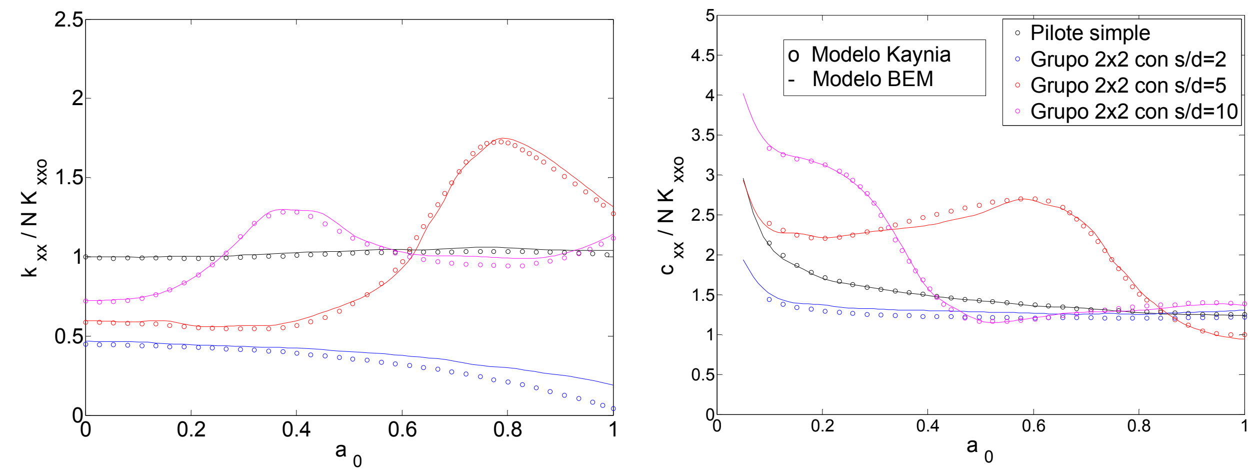


Figura 3.4. Impedancia horizontal de un pilote simple y de un grupo de pilotes 2 x 2 en un suelo viscoelástico. Comparación con los resultados de Kaynia.

Nótese que la impedancia dinámica del grupo no corresponde al producto de la impedancia de un pilote aislado por el número de pilotes del encepado. Parece lógico pensar que cada uno se ve afectado no solo por su carga, sino también por la carga y la deformación de los pilotes próximos. Este efecto, conocido como efecto de interacción pilote-suelo-pilote, es muy dependiente de la frecuencia y está causado por las ondas generadas en la periferia de cada pilote que propagándose a través del suelo alcanzan los pilotes próximos.

3.3.2. Pilotes embebidos en un semi-espacio poroelástico lleno de fluido

En este caso los resultados se comparan con los obtenidos por Zeng & Rajapakse (1999) relativos a la impedancia vertical de un pilote simple embebido en un semi-espacio poroelástico. Las propiedades de suelo, considerado como un medio poroelástico bifásico, han sido tomadas de Zeng & Rajapakse (1999). Los valores adimensionales adoptados, cuya definición figura a continuación, son: $\lambda^* = 1.5$, $Q^* = 2.87$, $R^* = 2.83$, $\rho_s^* = 1.44$, $\rho_f^* = 0.53$, $\rho_a^* = 0$. Además se han tenido en cuenta dos valores diferentes de permeabilidad que se corresponden con los valores de la constante de disipación adimensional $b^* = 232.15$ y $b^* = 0$ respectivamente. La porosidad del medio es en todos los casos de $\phi = 0.482$. El significado de las variables adimensionalizadas es el siguiente:

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{\mu} \qquad \rho_s^* = \frac{\rho_s}{\rho} \qquad \rho_f^* = \frac{\rho_f}{\rho} \qquad \rho_a^* = \frac{\rho_a}{\rho} \tag{3.16}$$

$$Q^* = \frac{Q}{\mu} \qquad R^* = \frac{R}{\mu} \qquad b^* = \frac{b\,d}{\sqrt{\mu\,\rho}} \tag{3.17}$$

donde $\rho = (1-\phi)\rho_s + \phi\,\rho_f$ es la densidad del material homogéneo, μ es el módulo de rigidez transversal del esqueleto sólido drenado y d el diámetro del pilote.

Las propiedades del pilote, considerado como un medio elástico e impermeable, son las siguientes: relación de flexibilidad $E_p/E = 10^3$ (donde E es el módulo de Young del medio poroelástico drenado), relación de densidades $\rho_p/\rho = 1.2$ (ρ es la densidad del material homogéneo) y el coeficiente de Poisson $\nu_p = 0.3$. La relación de aspecto del pilote es $L/d = 10$.

La figura 3.5 muestra la parte real y la parte imaginaria de la rigidez vertical normalizada con respecto al valor de la rigidez estática K_{zzo} para un suelo con comportamiento elástico completamente drenado. La definición de la frecuencia adimensional es la indicada por la ecuación (3.15) donde es en este caso c_s es la velocidad de propagación de la onda de corte en el material homogéneo.

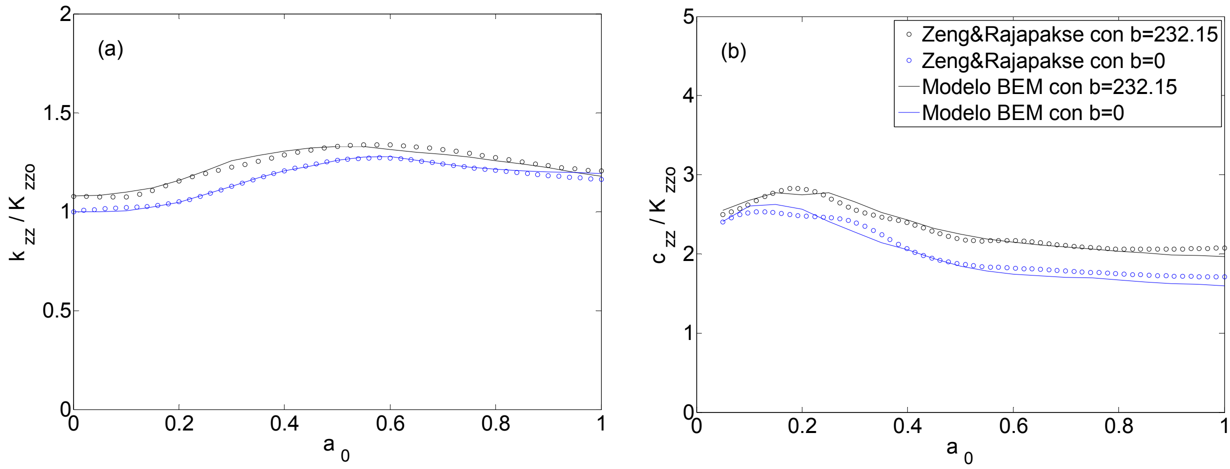


Figura 3.5. Impedancia vertical de un pilote simple en un medio poroelástico. Comparación con los resultados de Zeng & Rajapakse.

A la vista de los resultados se constata la coincidencia de ambos resultados. También se observa como tanto la rigidez como el amortiguamiento (parte real e imaginaria respectivamente) aumentan con b^* (medios menos permeables). Este efecto de la permeabilidad del suelo sobre la impedancia dinámica se estudia en un siguiente apartado con mayor profundidad.

3.4.Análisis numérico y discusión de resultados

En este apartado se muestran impedancias dinámicas de pilotes simples y grupos de pilotes 2×2 embebidos en un semi-espacio poroelástico saturado. Las propiedades del medio poroso han sido tomadas de Kassir & Xu (1988). Los valores normalizados de dichas propiedades son: $\lambda^* = 1$, $Q^* = 14.33$, $R^* = 7.72$, $\rho_s^* = 1.12$, $\rho_f^* = 0.78$, $\rho_a^* = 0$ y $b^* = 59.30$. La porosidad es $\phi = 0.35$ siendo el coeficiente de amortiguamiento interno del esqueleto $\beta = 0.05$.

Se considera que los pilotes tienen un comportamiento viscoelástico con propiedades que corresponden a las del hormigón: relación de flexibilidad $E_p / E = 343$ (E = módulo de elasticidad del medio poroelástico drenado), relación de densidades $\rho_p / \rho = 1.94$ (ρ = densidad del material homogéneo), coeficiente de Poisson $\nu_p = 0.2$ y coeficiente de amortiguamiento interno igual a 0. La relación de aspecto de los pilotes es $L/d = 15$. Salvo que se indique lo contrario, se considera que la condición de contacto entre el pilote y el suelo es impermeable.

A lo largo de los siguientes apartados se evalúa la influencia que tienen la frecuencia de excitación, la flexibilidad del pilote, la permeabilidad del medio poroelástico y la condición de contacto pilote-suelo sobre la impedancia dinámica resultante.

3.4.1. Influencia de la flexibilidad de los pilotes (pilote simple)

En la figura 3.6 se puede ver la influencia de la relación de flexibilidad E_p/E sobre k_{xx} y c_{xx} frente a la frecuencia adimensional a_o. El análisis se ha realizado para cuatro valores de la relación E_p/E = 100, 200, 500, 1000 y dos suelos poroelásticos con b^* = 0 (permeabilidad $k \to \infty$) y b^* = 5.93 (diez veces mayor que la que figura en Kassir & Xu (1988)). A la vista de la figura se pueden reseñar algunos aspectos: en todo el rango de frecuencias, tanto la rigidez como el amortiguamiento aumentan cuando se incrementa la relación de flexibilidades E_p/E. Para b^* = 5.93 los resultados de la rigidez dinámica (k_{xx}) en todos los casos muestran muy poca dependencia con la frecuencia de excitación a_o. Únicamente a frecuencias bajas se observa un repentino incremento de la rigidez desde lo valores estáticos. Como podrá constatarse en figuras sucesivas, la rigidez estática no depende de b^* y es igual a la correspondiente al suelo completamente drenado.

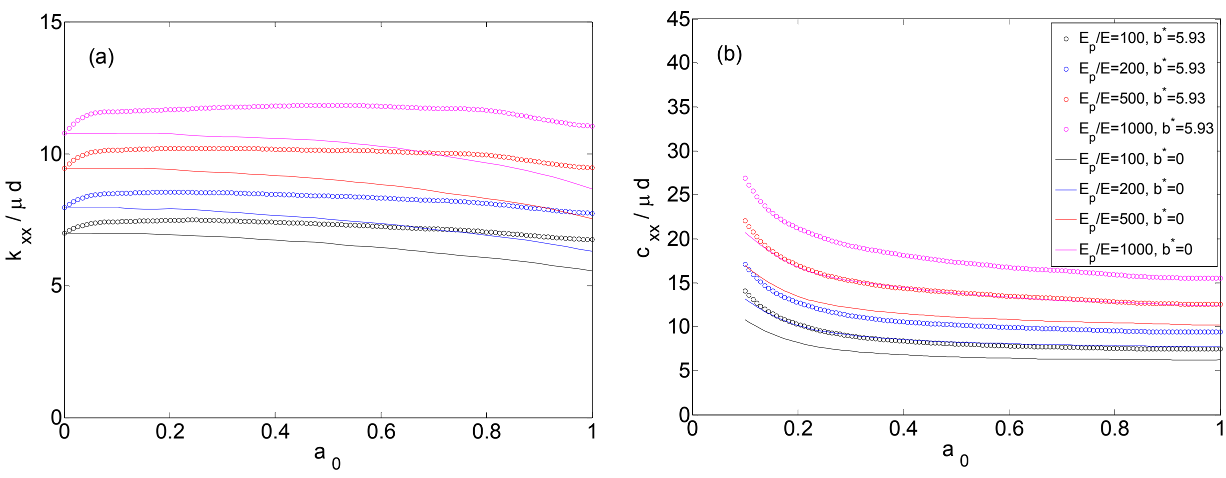


Figura 3.6. Influencia de la flexibilidad de los pilotes sobra la impedancia horizontal de pilotes simples.

Para el valor límite b^* = 0 aparece una importante reducción de la impedancia. Se observa una significativa reducción de la rigidez con la permeabilidad del suelo a medida que se incrementa la frecuencia de la excitación. Este fenómeno es más importante a medida que se incrementa la relación E_p/E. En la sección siguiente, donde se estudia la influencia de la permeabilidad del suelo, se hará nuevamente hincapié en este fenómeno.

También se han obtenido las impedancias dinámicas de pilotes simples con relaciones de aspecto de L/d = 5, 10 y 20 para los mismos cuatro valores de la relación E_p/E. Para las relaciones de aspecto L/d = 10, 15 y 20, los resultados arrojan idénticos valores de la impedancia dinámica horizontal para todo el rango de E_p/E. Tan sólo el caso de L/d = 5 con valores de E_p/E = 100, 200 y 500 presenta alguna diferencia de comportamiento. Esta insensibilidad de la respuesta horizontal por encima de un cierto valor de la esbeltez L_a del pilote (L_a/d) es un fenómeno ya recogido en la literatura. La longitud activa del pilote depende de la relación de rigidez entre el pilote y el suelo y físicamente representa, para pilotes con $L \geq L_a$, que la deformación impuesta a la cabeza del pilote no se trasmite a lo largo de toda su longitud sino hasta profundidades menores a L_a.

3.4.2. Influencia de la permeabilidad de suelo (pilote simple y grupos de pilotes)

Se ha mencionado anteriormente que la constante de disipación *b* (inversamente proporcional a la permeabilidad *k*) afecta significativamente a la respuesta dinámica: valores altos de *b* (como en el caso de arcillas) implica mayor dificultad para que el fluido transite a través del esqueleto sólido comparado con valores bajos de *b* (caso de arenas sueltas). Para estudiar la influencia de la permeabilidad del medio sobre la rigidez dinámica, se hace previamente un breve análisis de los efectos que dicha variable tiene sobre las características de propagación de las ondas en suelos poroelásticos. La figura 3.7 muestra, para tres valores de la frecuencia adimensional (a_o = 0.25, 0.5 y 0.75), la variación de la amplitud de las velocidades de propagación de las ondas S y P2 frente a un amplio rango de la constante adimensional b^*. Los módulos de las velocidades han sido normalizados dividiendo por la velocidad de la onda de corte en el medio elástico no drenado c_s.

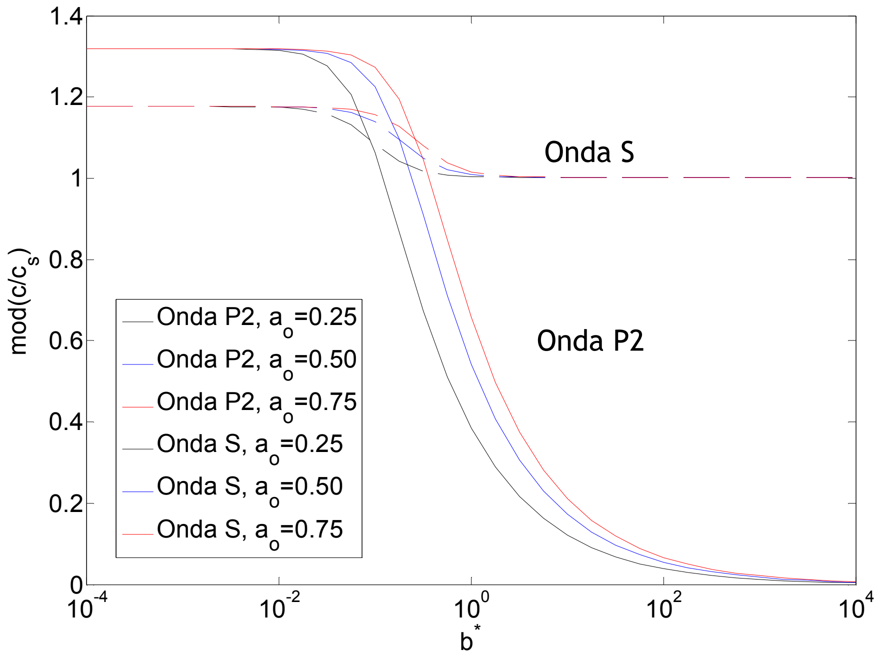


Figura 3.7. Amplitudes de las velocidades de propagación de las ondas en el suelo poroelástico frente a la constante de disipación.

En el rango de b^* estudiado, la velocidad de la onda P1 ($|c_{p1}/c_s| \approx 8$) sólo experimenta una pequeña reducción, en torno al 1% (en la figura no se muestra este resultado). A la vista de la figura se observa que la velocidad de la onda S presenta una pequeña variación en torno al 20%. La velocidad de la onda P2 es la que más modificación sufre con la variación de b^*. Puede verse como esta velocidad crece rápidamente para valores de b^* entre 10^1 y 10^{-2}; pasando a ser mayor la velocidad de la onda P2 que la de la onda S para valores inferiores a 10^{-1} aproximadamente.

De lo comentado anteriormente es de esperar poca influencia de la permeabilidad del medio para valores de b^* superiores a 10^1. Por ello en el estudio se han adoptado tres valores de b^* en el rango que a la vista de las conclusiones anteriores es esperable una mayor influencia: b^* = 59.3, 59.3×10^{-2} y 59.3×10^{-4}. Las figuras 3.8 y 3.9 muestran respectivamente la impedancia horizontal y vertical de un pilote simple para los tres valores de b^*. Nuevamente se observa una reducción tanto de la parte real (rigidez) como de la imaginaria (amortiguamiento) a medida que decrece b^*, es decir, a medida que el suelo se vuelve más permeable.

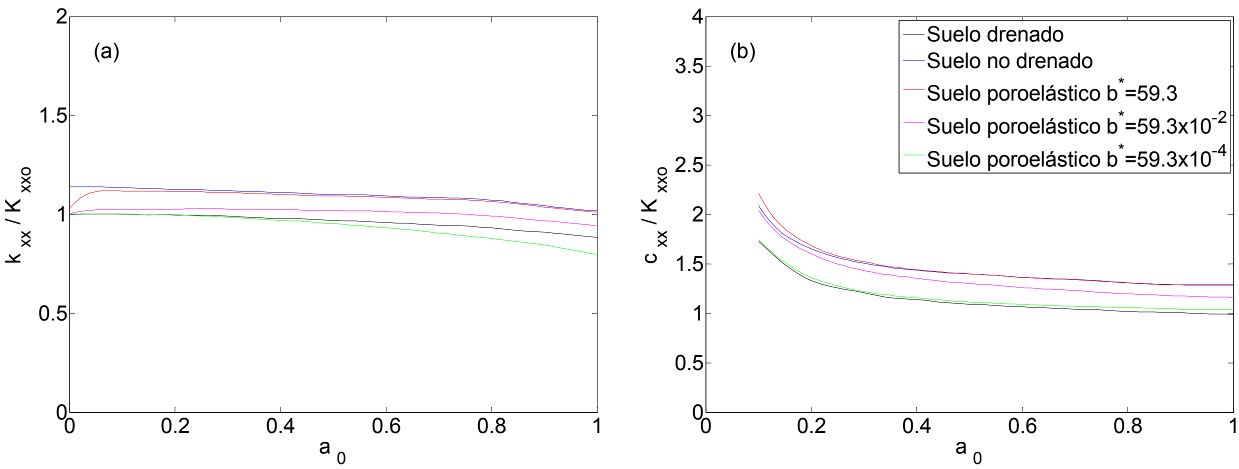


Figura 3.8. Influencia de la permeabilidad del suelo. Impedancia horizontal. Pilote simple.

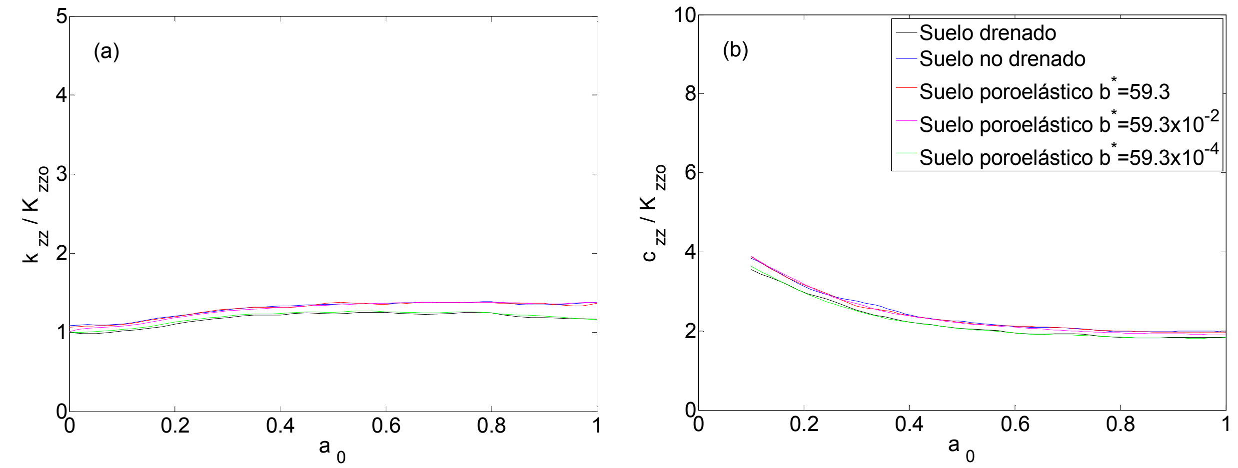


Figura 3.9. Influencia de la permeabilidad del suelo. Impedancia vertical. Pilote simple.

Las figuras también muestran las impedancias correspondientes a los dos casos límite del medio monofásico: suelo elástico drenado y suelo elástico no drenado. Valores altos de b^* causan un comportamiento del medio bifásico próximo al de un suelo elástico ideal no drenado, excepto, tal y como era de esperar, a bajas frecuencias. Para el caso de la impedancia vertical, el medio elástico drenado marca el valor límite hacia el cual el medio bifásico tiende a comportarse a medida que aumenta su permeabilidad. La parte real de la impedancia horizontal (rigidez) cae por debajo del valor correspondiente al medio elástico drenado cuando la permeabilidad del suelo es muy alta, siendo este efecto creciente con a_o. La explicación de este fenómeno es la siguiente: para el caso de la impedancia vertical y un suelo muy permeable, la carga dinámica axial se trasmite desde el pilote al suelo poroelástico básicamente a lo largo de la superficie de contacto, o sea, a través de las tensiones de cortante en el esqueleto sólido; en estas condiciones el fluido que circula entre los poros apenas proporciona rigidez, comportándose el medio de forma similar a un suelo drenado. Sin embargo en el caso de la impedancia horizontal, la deflexión lateral del pilote trasmite carga sobre las dos fases del terreno, provocando zonas de aumento y disminución en la presión de poro. Esto modifica el comportamiento a diferencia del caso de un suelo drenado.

Las figuras 3.10 y 3.11 muestran respectivamente la impedancia horizontal y vertical de un grupo de pilotes 2×2 con separación s/d = 5. Los resultados para s/d = 10 son los mostrados en las figuras 3.12 y 3.13. Se puede ver como para un grupo de pilotes la respuesta dinámica es algo más compleja: la tendencia general del incremento de la impedancia con b^* se mantiene, pero en este caso se produce un fenómeno de reflexión de ondas entre los pilotes que depende de la separación entre ellos y de las propiedades del medio. Esto provoca incrementos y decrementos de la rigidez en ciertos rangos de frecuencias. Este es el motivo por el que pueden aparecer valores más altos de impedancia para valores más pequeños de b^*. Así, en las figuras 3.10a, 3.11a y 3.12a, la rigidez máxima es mayor para $b^* = 59.3\times10^{-4}$ que para $b^* = 59.3\times10^{-2}$. Este efecto se une al desplazamiento hacia la derecha de las curvas al incrementarse la permeabilidad. Esto es posible debido al incremento con la permeabilidad de las velocidades de propagación en el medio poroso, y por el hecho de que en todos los casos la velocidad empleada para normalizar la frecuencia a_o en (3.15) es la correspondiente a la onda S en un medio no drenado (la cual corresponde a su límite inferior). Finalmente, al igual que ocurre para un pilote simple, la parte real de la rigidez horizontal de un medio poroelástico muy permeable puede ser menor que la correspondiente a un suelo elástico drenado tal y como se puede apreciar en la figura 3.12a.

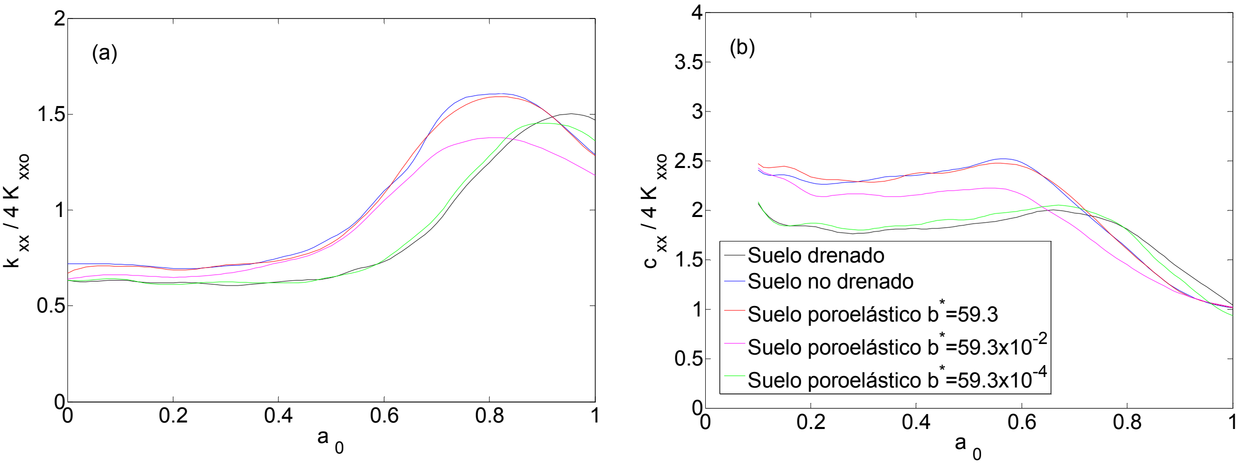


Figura 3.10. Influencia de la permabilidad del suelo. Impedancia horizontal. Grupo de pilotes 2 x 2 con s/d = 5.

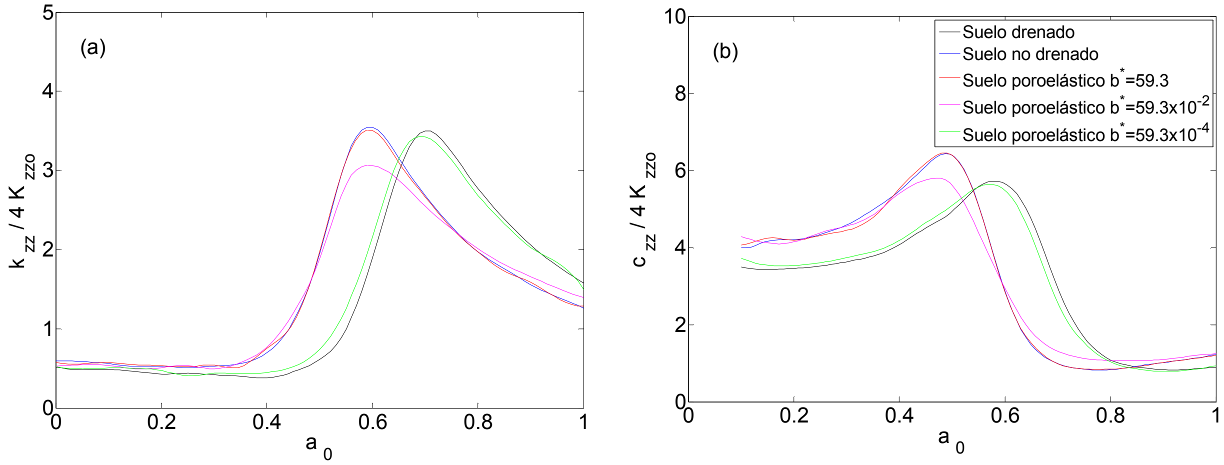


Figura 3.11. Influencia de la permabilidad del suelo. Impedancia vertical. Grupo de pilotes 2 x 2 con s/d= 5.

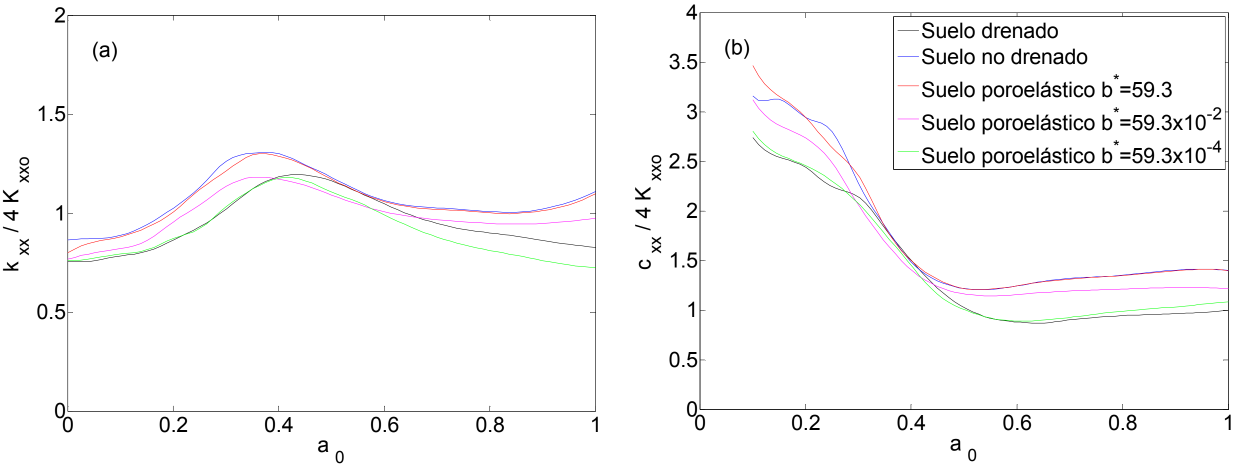


Figura 3.12. Influencia de la permabilidad del suelo. Impedancia horizontal. Grupo de pilotes 2 x 2 con s/d = 10.

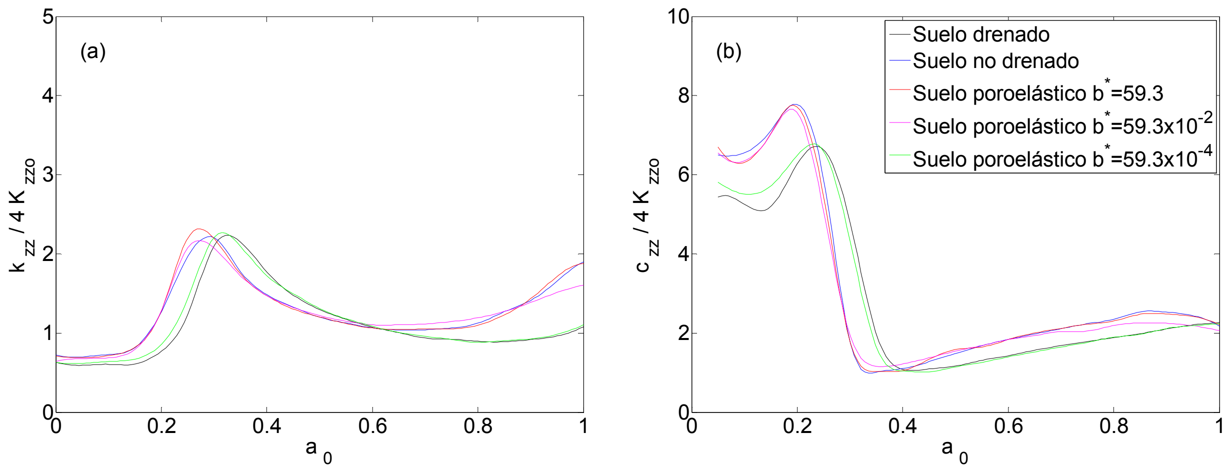


Figura 3.13. Influencia de la permabilidad del suelo. Impedancia vertical. Grupo de pilotes 2 x 2 con s/d = 10.

3.4.3. Influencia de la condición de contorno hidráulica a lo largo de la interfase pilote-suelo (grupos de pilotes)

Para estudiar el efecto de la condición de contorno hidráulica a lo largo de la interfase se han analizado las diferencias que experimenta la impedancia de un grupo de pilotes 2 × 2 con una separación s/d = 10, en dos casos límite: contacto completamente impermeable (igual desplazamiento normal en ambas fases del medio) y contacto completamente drenado (τ = 0). De acuerdo con lo indicado en el apartado anterior, es de esperar que la influencia de la condición hidráulica en el contacto sea más importante a medida que b^* disminuye. Los resultados obtenidos confirman esta previsión. La figura 3.14 muestra las impedancias horizontales obtenidas para el medio estudiado (b^* = 59.3) para ambas condiciones de contorno. Las diferencias obtenidas son inapreciables. La influencia es más apreciable cuando el suelo es muy permeable (b^* = 59.3×10^{-4}) tal y como muestra la figura 3.15. La parte real de la impedancia muestra diferencias que se incrementan con a_o para valores a partir de a_o = 0.4. También se aprecia como la rigidez correspondiente a un contacto permeable está próxima a la de un suelo ideal elástico drenado. A la vista de estos resultados se ve reforzada la explicación propuesta anteriormente para justificar la pérdida de rigidez en suelos permeables saturados con respecto a suelos elástico drenado causada por la presencia de la fase fluida. De las curvas también se deduce que el amortiguamiento de la cimentación es insensible al tipo de condición de contacto.

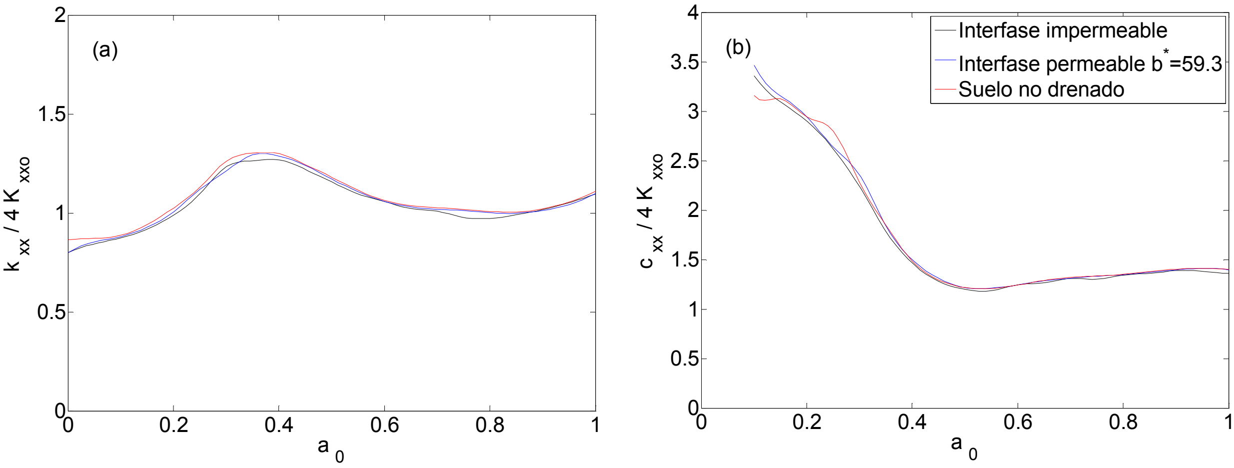


Figura 3.14. Influencia de la condición de contorno hidráulica a lo largo de la interfase pilote-suelo. Impedancia horizontal de un grupo de pilotes 2 x 2 con s/d = 10 y b* = 59.3.

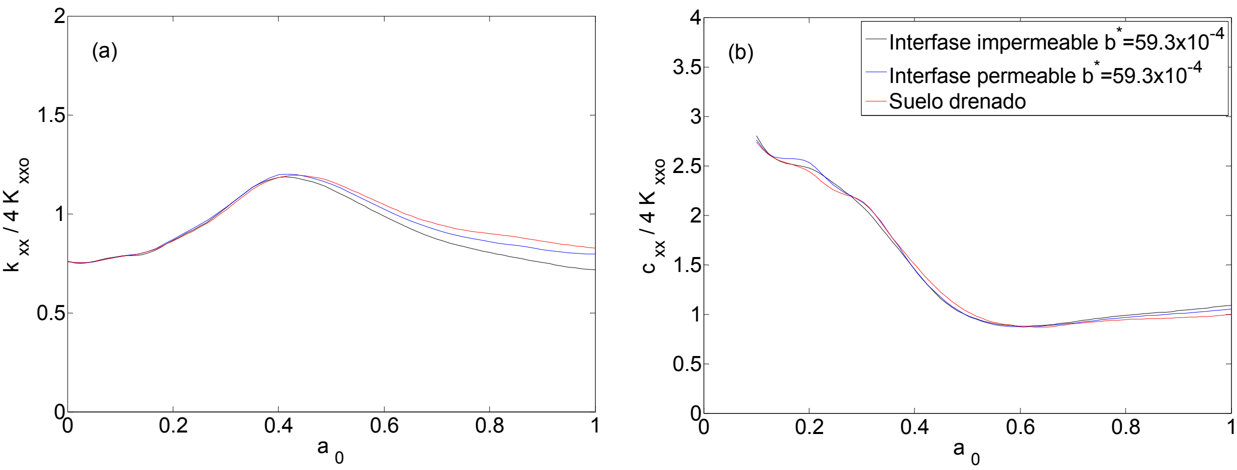


Figura 3.15. Influencia de la condición de contorno hidráulica a lo largo de la interfase pilote-suelo. Impedancia horizontal de un grupo de pilotes 2 x 2 con s/d = 10 y b* = 59.3 x 10^{-4}.

3.5. Conclusiones

En el presente capítulo se ha presentado un método para el cálculo de los coeficientes de rigidez dinámica de pilotes y grupos de pilotes embebidos en suelos poroelásticos bifásicos mediante un modelo de elementos de contorno tridimensional. Los pilotes son modelados como un medio continuo sólido elástico o viscoelástico y el medio que lo rodea como un semi-espacio poroelástico saturado de fluido. El método propuesto permite estudiar sin dificultad geometrías más complejas de pilotes y suelos estratificados que incluyan por ejemplo zonas poroelásticas y viscoelásticas. Se han calculado impedancias dinámicas verticales y horizontales de pilotes cilíndricos y de grupos de pilotes 2 $\times$ 2. Los pilotes se han considerado soldados y los efectos de interacción pilote-suelo han sido tenidos en cuenta a través de las condiciones de equilibrio y de compatibilidad en las interfases. En los casos en lo que existen resultados en la bibliografía, el modelo se ha validado comparándolos con éstos. Se han mostrado las impedancias resultantes y se han estudiado la influencia de aspectos tales como: la frecuencia de excitación, la rigidez del pilotes, los efectos de interacción pilote-suelo-pilote, la permeabilidad del suelo saturado y la condición hidráulica en el contacto pilote-suelo. De todo ello podemos extraer las siguientes conclusiones:

- En los suelos porosos saturados la cimentación presenta un incremento de rigidez con respecto al suelo elástico drenado desde valores muy bajos de la frecuencia. Este efecto es menos apreciable cuando la constante *b* del suelo disminuye. En el rango de frecuencias estudiado, el incremento de la rigidez relativa pilote/suelo implica un incremento de la impedancia dinámica, independientemente de la permeabilidad del suelo.
- La influencia de la constante de disipación *b* (dependiente de la viscosidad del medio y de la permeabilidad intrínseca del esqueleto) sobre el comportamiento dinámico de los pilotes es grande al afectar notablemente a las velocidades de propagación de las ondas en el suelo. En general, a medida que aumenta la constante *b* se obtienen valores mayores de las impedancias dinámicas, tendiendo hacia los valores correspondientes a un suelo ideal elástico no drenado.
- Los suelos porosos muy permeables pueden presentar menores rigideces horizontales que las correspondientes a un suelo ideal elástico drenado. Este efecto no es apreciable en el caso de rigideces verticales.
- En relación con un pilote simple, la impedancia dinámica de un grupo de pilotes es más dependiente de la frecuencia debido a los efectos de interacción pilote-suelo-pilote. Estos efectos dependen de la separación entre pilotes y de las propiedades del suelo.
- El grado de permeabilidad de la condición de contacto pilote-suelo sólo tiene una influencia apreciable para el caso de rigideces horizontales y valores muy bajos de *b*.

En conclusión, la simulación del comportamiento dinámico a través de modelos monofásicos drenados o no drenados puede conducir, dependiendo de las propiedades del medio y de la configuración geométrica de la cimentación, a resultados no reales.

Cualquier modelo para analizar el comportamiento dinámico de pilotes y grupos de pilotes en suelos poroelásticos debe incluir todos los parámetros del material. La técnica propuesta lo hace y permite una representación más general y versátil que otras existentes.

Capítulo 4

Propagación de Ondas Planas Armónicas en el Semiespacio Elástico. Ecuaciones de Campo

4.1.Introducción

Se establecen a continuación las relaciones que permitirán estudiar el comportamiento de un semiespacio elástico sometido a la incidencia de ondas sísmicas tipo SH, P, SV y de Rayleigh que llegan a la superficie con un ángulo de incidencia totalmente genérico.

El presente capítulo se estructura de modo que en la siguiente sección se establecen las consideraciones generales respecto a los fenómenos asociados a la propagación de ondas a través del terreno. Una vez planteados los datos de partida, se analizan, en las secciones siguientes, las características propias de cada tipo de onda incidente en el caso de problemas bidimensionales, haciendo especial hincapié en sus particularidades específicas. Definidas las características de los campos producidos por las distintas ondas, las expresiones que rigen su propagación se generalizan en la sección siguiente a ángulos de incidencia totalmente genéricos. Por último se aborda qué ocurre en el caso particular en el que existe un plano de simetría geométrica en aras a disminuir el número de grados de libertad de los modelos en el que se hace uso de las expresiones desarrolladas en el presente capítulo.

4.2.Problema bidimensional con ángulo de incidencia general

Considérese un semiespacio con propiedades mecánicas homogéneas dadas por su módulo de elasticidad E y su coeficiente de Poisson ν. Asúmase, además, que por el medio se propaga un tren de ondas cuya dirección de propagación se encuentra contenida en un plano perpendicular a la superficie del semiespacio (plano $x_2 x_3$ en la figura 4.1), formando un ángulo θ_0 con el eje x_2. Ese tren de ondas puede suponerse formado por ondas volumétricas de tipo P o S, pudiendo estar éstas últimas polarizadas horizontal o verticalmente (tratándose, respectivamente, de ondas SH o SV).

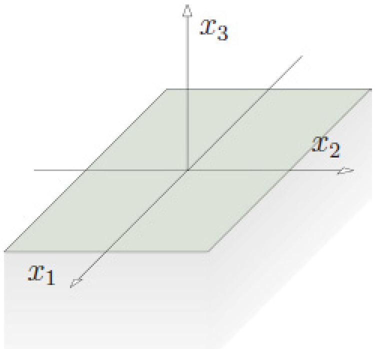


Figura 4.1. Definición de los ejes en el semiespacio.

La propagación del tren de ondas a través del medio produce en éste una perturbación en forma de campo de desplazamientos que, como se verá, es función del ángulo θ_0 de incidencia y de las propiedades mecánicas del medio. A fin de obtener las expresiones analíticas del campo de desplazamientos provocado por el tren incidente (denominado en lo sucesivo campo incidente), se establecerá a continuación el conjunto de parámetros que se precisarán para la total definición del problema. Para ello, en la siguiente figura se presentan las características geométricas que intervendrán con posterioridad.

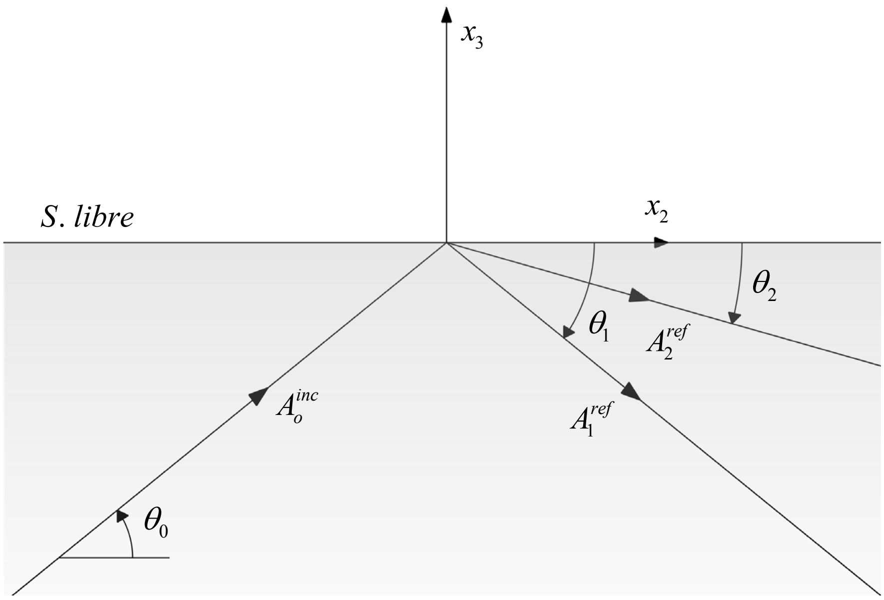


Figura 4.2. Ángulos de interés en el plano x_2x_3 para los distintos problemas.

En la figura 4.2 se puede observar el ángulo θ_0 de la onda incidente y los ángulos θ_1 y θ_2 de las ondas reflejadas. Esto se debe a que, a la llegada del frente de ondas a la superficie libre del semiespacio, se produce un proceso de reflexión que provoca la generación de dos ondas adicionales en el caso más genérico (ver, por ejemplo, Domínguez (1993)). Como más tarde se verá, la cantidad de ondas reflejadas depende del tipo de onda incidente, siendo de dos cuando la onda que incide es de tipo P o SV y de una única cuando es SH (ver, también, Domínguez (1993)).

Se pueden definir, en función de los ángulos presentados en el párrafo anterior, los vectores $\mathbf{s}$ y $\mathbf{d}$ que contiene respectivamente, los cosenos directores de las direcciones de propagación y de los desplazamientos de las partículas que cada una de las ondas que intervienen en el problema provocan, sabiendo que ambas direcciones son ortogonales en ondas S y coincidentes en ondas P.

De acuerdo con lo anterior, las expresiones analíticas del campo de desplazamientos se pueden representar en notación subindicada del modo que a continuación se muestra:

$$u_i = \sum_{j=0}^{n-1} d_i^j A_j \, e^{-\mathrm{i}k_j(\mathbf{s}^{(j)}\cdot\mathbf{r})} \tag{4.1}$$

donde u_i es la componente en la dirección i del desplazamiento; n es el número de ondas total del problema en análisis; d_i^j es la componente en la dirección i del vector que contiene los cosenos directores de los desplazamientos que la onda j provoca en las partículas del medio; A_j y k_j son, respectivamente, la amplitud de la onda j y su número de onda (definido como el cociente entre la frecuencia ω y la velocidad de propagación de la misma en el medio $k_j = \omega / c_j$), mientras que $\mathbf{s}^{(j)}\cdot\mathbf{r}$ representa el producto escalar del vector de la dirección de propagación de la onda j por el vector de posición del punto donde se pretenden determinar los desplazamientos ($\mathbf{s}^{(j)}\cdot\mathbf{r} = s_1^{(j)}x_1 + s_2^{(j)}x_2 + s_3^{(j)}x_3$, siendo x_1, x_2, x_3 las coordenadas del punto bajo análisis). Es interesante mencionar, por último, que la i que aparece en el exponente de la función representa a la unidad imaginaria ($\mathrm{i}=\sqrt{-1}$).

Obtenidas las expresiones analíticas del campo de desplazamientos en las tres direcciones del espacio para cualquier punto del medio, el tensor de pequeñas deformaciones puede obtenerse, para cada punto, por aplicación directa de las ecuaciones de compatibilidad.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \qquad i,j = 1,2,3 \tag{4.2}$$

Así, obtenido el tensor de deformaciones para cada caso, las componentes del tensor de tensiones se pueden obtener de la ecuación constitutiva que, asumiendo que el suelo es un medio elástico, lineal, homogéneo e isótropo, se establece por la ley de Hooke.

$$\sigma_{ij} = \lambda \, \varepsilon_{kk} \, \delta_{ij} + 2 \, \mu \, \varepsilon_{ij} \tag{4.3}$$

Una vez obtenidos los tensores de tensión para los puntos del semiespacio es posible establecer las condiciones de contorno que permitirán, una vez aplicadas, determinar las relaciones existentes entre la amplitud de la onda incidente y la reflejada (o las reflejadas). Las condiciones de contorno a aplicar son las condiciones de superficie libre, es decir, que la tensión normal σ_{33} y la tensión tangencial σ_{23} son nulas en los puntos de coordenada x_3 cero.

Las consideraciones realizadas hasta el momento son de aplicación totalmente genérica, sin estar referenciadas a ningún tipo de onda incidente en concreto. Por ello, a continuación se procede a la particularización de las expresiones obtenidas a cada caso a fin de, en primer lugar, aclarar los conceptos introducidos y, posteriormente, incidir en las características propias de cada tipo de problema.

4.2.1.Reflexión de ondas SH

4.2.1.1.Campo incidente

En este caso, se puede demostrar (ver, por ejemplo, Domínguez (1993)) que la llegada del frente de ondas a la superficie libre del semiespacio provoca un fenómeno de reflexión que propicia la generación de una única onda que, además, es del mismo tipo que la onda incidente. En la figura 4.3 se muestra lo comentado, definiéndose, además, los ángulos de interés del problema.

En estas circunstancias, los vectores $\mathbf{s}$ y $\mathbf{d}$ que, como se indicó en el apartado anterior, son los que contienen, respectivamente, los cosenos directores de las direcciones de propagación y desplazamientos de cada una de las ondas que intervienen en el problema, son los que se muestran a continuación. Es conveniente resaltar, como puede observarse en la figura 4.3, que la notación “0” hace referencia a la onda SH incidente, mientras que el “1” indica referencia a la onda SH reflejada.

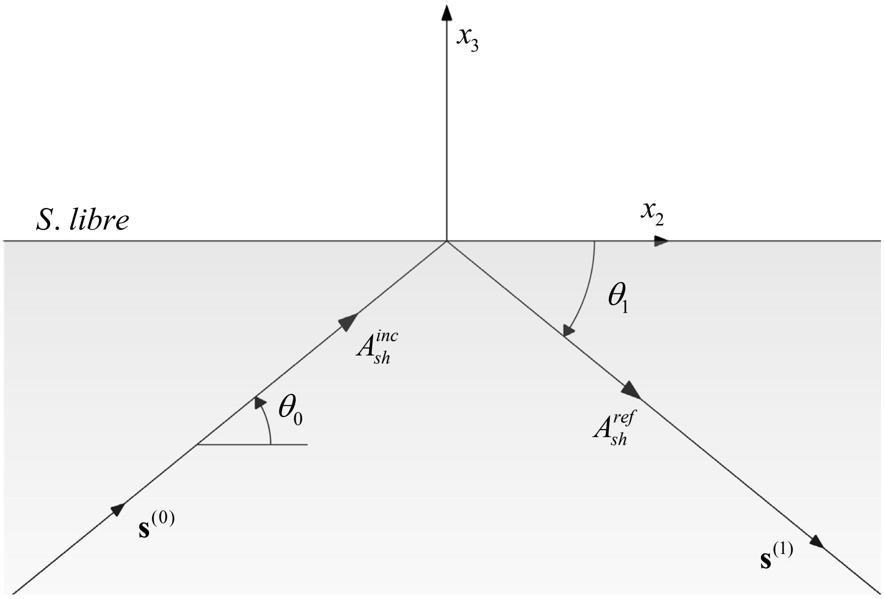


Figura 4.3. Ángulos de interés en el plano x_2x_3 para una onda SH incidente.

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^{(0)} &= \left[0, s_2^{(0)}, s_3^{(0)}\right] = \left[0, \cos(\theta_0), sen(\theta_0)\right] \qquad & \mathbf{d}^{(0)} &= [1,0,0] \\ \mathbf{s}^{(1)} &= \left[0, s_2^{(1)}, s_3^{(1)}\right] = \left[0, \cos(\theta_1), -sen(\theta_1)\right] \qquad & \mathbf{d}^{(1)} &= [1,0,0] \end{aligned} \tag{4.4}$$

Por su parte, las expresiones explícitas del campo de desplazamientos son, en función de los vectores definidos en el párrafo anterior y de las amplitudes de las ondas implicadas:

$$\begin{aligned} u_1 &= d_1^{(0)} A_{sh}^{inc} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} + d_1^{(1)} A_{sh}^{ref} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} \\ u_2 &= 0 \\ u_3 &= 0 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Tal y como se puede observar, la estructura de las expresiones del campo de desplazamientos es, como no podía ser de otro modo, totalmente análoga a la establecida en la ecuación (4.1). En esta ocasión puede verificarse el hecho de que una onda SH incidente con un ángulo θ_0 cualquiera con respecto a la superficie del semiespacio provoca en éste desplazamientos sólo en la dirección del eje x_1, siendo nulas el resto de componentes del desplazamiento. Además, el desplazamiento no nulo se obtiene como la suma de las contribuciones de las ondas SH incidente y reflejada.

Por tratarse de un semiespacio, en cualquier plano x_2x_3 perpendicular a la superficie libre del mismo debe de cumplirse la independencia de la condición de contorno con x_2. Por ello, es posible establecer las siguientes igualdades:

$$k_s s_2^{(0)} = k_s s_2^{(1)} \quad \rightarrow \quad \frac{\cos(\theta_0)}{c_s} = \frac{\cos(\theta_1)}{c_s} \quad \rightarrow \quad \theta_0 = \theta_1 \tag{4.6}$$

De donde se deduce la igualdad entre el ángulo θ_0 de la onda incidente y el ángulo θ_1 de la onda reflejada. Una vez sabido esto, es simple demostrar algunas relaciones adicionales, como las que se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} s_2^{(1)} &= s_2^{(0)} = \cos(\theta_0) \\ s_3^{(1)} &= -s_3^{(0)} = -sen(\theta_0) \end{aligned} \tag{4.7}$$

4.2.1.2.Tensores de deformación y tensión

Una vez determinadas las expresiones analíticas del campo incidente, es posible pasar a la determinación de los tensores de deformación y tensión. El procedimiento que se seguirá comienza con la determinación del tensor de deformaciones haciendo uso de las ecuaciones de compatibilidad, para a continuación, aplicando la ley de comportamiento, obtener el tensor de tensiones en cada punto del semiespacio.

Cuando la onda que incide en el semiespacio es de tipo SH, el campo de desplazamientos sólo posee componente en x_1 (ecuación (4.5)). De esta manera, todas las derivadas parciales de las componentes en x_2 y x_3 del campo de desplazamientos se anularán. Así, el tensor de deformaciones tiene el aspecto siguiente:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & 0 & 0 \\ \varepsilon_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.8}$$

Cuyas componentes no nulas se ilustran a continuación:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \frac{1}{2}u_{1,2} = \frac{1}{2}\left[-d_1^{(0)} s_2^{(0)} A_{sh}^{inc}(\mathrm{i}k_s)e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} - d_1^{(1)} s_2^{(1)} A_{sh}^{ref}(\mathrm{i}k_s)e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})}\right] \\ \varepsilon_{13} = \varepsilon_{31} = \frac{1}{2}u_{1,3} = \frac{1}{2}\left[-d_1^{(0)} s_3^{(0)} A_{sh}^{inc}(\mathrm{i}k_s)e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} - d_1^{(1)} s_3^{(1)} A_{sh}^{ref}(\mathrm{i}k_s)e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})}\right] \end{aligned} \tag{4.9}$$

Obtenido el tensor de deformaciones, es posible determinar las componentes del tensor de tensiones haciendo uso de la ley de comportamiento del material. Así, asumiendo que el suelo se comporta de manera elástica y lineal, con características de homogeneidad e isotropía, aplicando la ley de Hooke se tiene que el tensor de tensiones es:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & 0 & 0 \\ \sigma_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.10}$$

donde las componentes no nulas son:

$$\begin{aligned} \sigma_{12} = \sigma_{21} = 2\,\mu\,\varepsilon_{12} = \mu\left[-d_1^{(0)} s_2^{(0)} A_{sh}^{inc} (\mathrm{i}\,k_s) e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} - d_1^{(1)} s_2^{(1)} A_{sh}^{ref} (\mathrm{i}\,k_s) e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})}\right] \\ \sigma_{13} = \sigma_{31} = 2\,\mu\,\varepsilon_{13} = \mu\left[-d_1^{(0)} s_3^{(0)} A_{sh}^{inc} (\mathrm{i}\,k_s) e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} - d_1^{(1)} s_3^{(1)} A_{sh}^{ref} (\mathrm{i}\,k_s) e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})}\right] \end{aligned} \tag{4.11}$$

4.2.1.3.Imposición de las condiciones de contorno

Todas las expresiones anteriores son función de los parámetros definidos con anterioridad. Sin embargo, nada se ha dicho hasta el momento acerca de las amplitudes de las ondas incidente y reflejada. Como se verá en lo sucesivo, las condiciones de contorno en estos problemas conducen a la obtención de relaciones entre las amplitudes de la onda incidente y la reflejada (o, para otro tipo de onda incidente, las reflejadas).

Las condiciones de contorno a aplicar son las de superficie libre, es decir, que la tensión en el contorno del semiespacio sea nula. Esto, traducido a las variables ya presentadas, implica que:

$$En\ \ x_3 = 0 \quad \rightarrow \quad \sigma_{13} = 0 \tag{4.12}$$

Por lo tanto, recuperando las expresiones del tensor de tensiones en los puntos del semiespacio, se puede escribir:

$$\left.\begin{aligned} -d_1^{(0)} s_3^{(0)} A_{sh}^{inc} - d_1^{(1)} s_3^{(1)} A_{sh}^{ref} &= 0 \\ -sen(\theta_0) A_{sh}^{inc} + sen(\theta_0) A_{sh}^{ref} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \rightarrow \quad A_{sh}^{inc} = A_{sh}^{ref} \tag{4.13}$$

Así, las amplitudes de la onda incidente y reflejada coinciden cuando la onda que ataca al semiespacio es de tipo SH.

4.2.2.Reflexión de ondas P

4.2.2.1.Campo incidente

En este caso, la reflexión producida por la llegada del frente de ondas a la superficie libre del semiespacio provoca la aparición de dos ondas, una de tipo P y otra de tipo SV. Los ángulos de interés son los que se pueden observar en la figura 4.4.

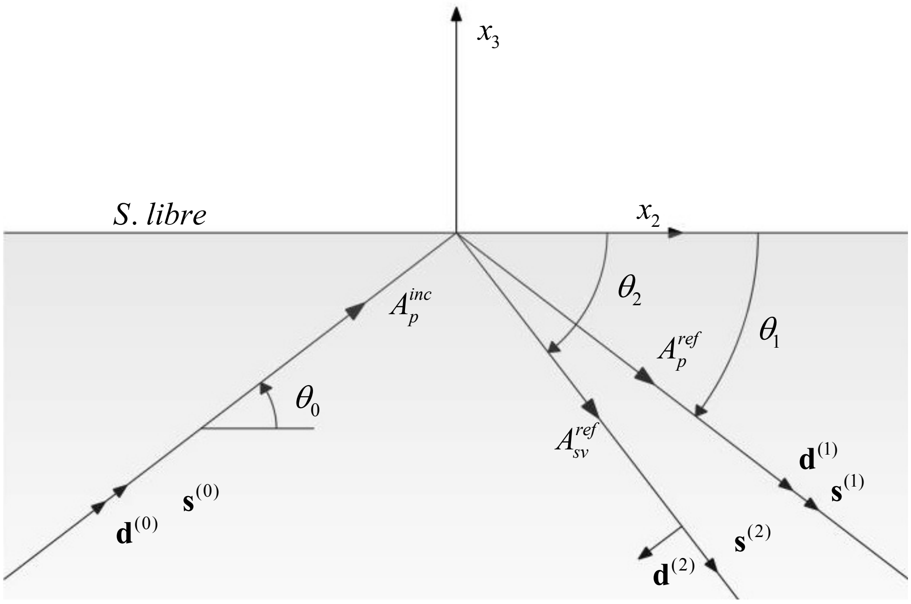


Figura 4.4. Ángulos de interés en el plano x_2x_3 para una onda P incidente.

Los vectores $\mathbf{s}$ y $\mathbf{d}$ para este problema son:

$$\begin{aligned}
\mathbf{s}^{(0)} &= \left[0, s_2^{(0)}, s_3^{(0)}\right] = \left[0, \cos(\theta_0), sen(\theta_0)\right] \\
\mathbf{s}^{(1)} &= \left[0, s_2^{(1)}, s_3^{(1)}\right] = \left[0, \cos(\theta_1), -sen(\theta_1)\right] \\
\mathbf{s}^{(2)} &= \left[0, s_2^{(2)}, s_3^{(2)}\right] = \left[0, \cos(\theta_2), -sen(\theta_2)\right] \\
\mathbf{d}^{(0)} &= \left[0, d_2^{(0)}, d_3^{(0)}\right] = \left[0, \cos(\theta_0), sen(\theta_0)\right] \\
\mathbf{d}^{(1)} &= \left[0, d_2^{(1)}, d_3^{(1)}\right] = \left[0, \cos(\theta_1), -sen(\theta_1)\right] \\
\mathbf{d}^{(2)} &= \left[0, d_2^{(2)}, d_3^{(2)}\right] = \left[0, -sen(\theta_2), -\cos(\theta_2)\right]
\end{aligned} \tag{4.14}$$

La expresión analítica del campo de desplazamientos, en función de los vectores anteriores, es la siguiente:

$$\begin{aligned}
u_1 &= 0 \\
u_2 &= d_2^{(0)} A_p^{inc} e^{-ik_p(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} + d_2^{(1)} A_p^{ref} e^{-ik_p(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} + d_2^{(2)} A_{sv}^{ref} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})} \\
u_3 &= d_3^{(0)} A_p^{inc} e^{-ik_p(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} + d_3^{(1)} A_p^{ref} e^{-ik_p(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} + d_3^{(2)} A_{sv}^{ref} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})}
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Aplicando la condición de independencia de las expresiones respecto al eje x_2 se verifica que:

$$k_p s_2^{(0)} = k_p s_2^{(1)} = k_s s_2^{(2)} \;\rightarrow\; \frac{\cos(\theta_0)}{c_p} = \frac{\cos(\theta_1)}{c_p} = \frac{\cos(\theta_2)}{c_s} \;\rightarrow\; \theta_0 = \theta_1 \tag{4.16}$$

De donde, según la ecuación anterior se puede verificar, también en este caso, que el ángulo θ_1 es igual al ángulo θ_0. Esta igualdad permite relacionar ciertas componentes de los vectores $\mathbf{s}$ y $\mathbf{d}$ entre sí.

$$\begin{array}{ll} s_2^{(1)} = s_2^{(0)} = \cos(\theta_0) & d_2^{(1)} = d_2^{(0)} = \cos(\theta_0) \\ s_3^{(1)} = -s_3^{(0)} = sen(\theta_0) & d_3^{(1)} = -d_3^{(0)} = -sen(\theta_0) \end{array} \tag{4.17}$$

Paralelamente, de la primera y tercera igualdad de la ecuación (4.16) puede obtenerse la relación existente entre el ángulo de la onda P incidente y el de la SV reflejada. En efecto:

$$\frac{\cos(\theta_0)}{c_p} = \frac{\cos(\theta_2)}{c_s} \;\rightarrow\; \cos(\theta_2) = \frac{c_s}{c_p}\cos(\theta_0) \tag{4.18}$$

En la ecuación (4.18) se establece que la relación entre los cosenos del ángulo de incidencia de la onda P y de la onda SV reflejada es inversamente proporcional al cociente entre la velocidad de propagación de la onda S y la velocidad de propagación de la onda P. Tal cociente, como se verá, depende sólo del coeficiente de Poisson del medio. A ese cociente se le denominará en lo sucesivo con el símbolo κ, tomando valores inferiores a la unidad. En resumen, se tiene:

$$\frac{c_s}{c_p} = \frac{k_p}{k_s} = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} = \kappa < 1 \tag{4.19}$$

Por lo que se relacionan los vectores de propagación y de desplazamientos de la onda SV reflejada con los de la onda P incidente, de modo similar a lo que ocurría entre las ondas P incidente y reflejada tras aplicar la ecuación (4.16). En esta ocasión:

$$\begin{array}{ll} s_2^{(2)} = \cos(\theta_2) = \kappa\cos(\theta_0) & d_2^{(2)} = -sen(\theta_2) = -\sqrt{1-\kappa^2\cos^2(\theta_0)} \\ s_3^{(2)} = -sen(\theta_2) = -\sqrt{1-\kappa^2\cos^2(\theta_0)} & d_3^{(2)} = -\cos(\theta_2) = -\kappa\cos(\theta_0) \end{array} \tag{4.20}$$

Resulta interesante en este punto estudiar qué ocurre con la relación entre los ángulos θ_0 y θ_2 en función del propio θ_0. Así, el valor de κ varía entre $\sqrt{2}/2$ para un valor del coeficiente de Poisson de 0 y 0 para un valor del coeficiente de Poisson de 0.5. De esta manera, para un ángulo de incidencia de la onda P entre 0 y 90 grados, es sencillo comprobar que el ángulo θ_2 varía entre 45 y 90 grados.

Existe un fenómeno asociado a la reflexión que se produce en la superficie libre cuando la onda que incide es una onda SV que, como se comprobará llegado el momento, tiene una gran importancia. Sin embargo, en virtud de lo expuesto anteriormente, el mencionado fenómeno no tiene lugar en estas circunstancias.

4.2.2.2. Tensores de deformación y tensión

Para una onda incidente de tipo P, el tensor de deformaciones es de la forma siguiente:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ 0 & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \tag{4.21}$$

Cuyas componentes no nulas se ilustran a continuación:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{22} = u_{2,2} = &-d_2^{(0)} s_2^{(0)} A_p^{inc} (\mathrm{i}\, k_p) e^{-\mathrm{i}k_p(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} - d_2^{(1)} s_2^{(1)} A_p^{ref} (\mathrm{i}\, k_p) e^{-\mathrm{i}k_p(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} \\ &- d_2^{(2)} s_2^{(2)} A_{sv}^{ref} (\mathrm{i}\, k_s) e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{22} = u_{3,3} = &-d_3^{(0)} s_3^{(0)} A_p^{inc} (\mathrm{i}\, k_p) e^{-\mathrm{i}k_p(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} - d_3^{(1)} s_3^{(1)} A_p^{ref} (\mathrm{i}\, k_p) e^{-\mathrm{i}k_p(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} \\ &- d_3^{(2)} s_3^{(2)} A_{sv}^{ref} (\mathrm{i}\, k_s) e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})} \end{aligned} \tag{4.22}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{23} = \varepsilon_{32} = \frac{1}{2} u_{2,3} = \frac{1}{2} [&-(d_2^{(0)} s_3^{(0)} + d_3^{(0)} s_2^{(0)}) A_p^{inc} (\mathrm{i}\, k_p) e^{-\mathrm{i}k_p(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} \\ &-(d_2^{(1)} s_3^{(1)} + d_3^{(1)} s_2^{(1)}) A_p^{ref} (\mathrm{i}\, k_p) e^{-\mathrm{i}k_p(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} \\ &-(d_2^{(2)} s_3^{(2)} + d_3^{(2)} s_2^{(2)}) A_{sv}^{ref} (\mathrm{i}\, k_s) e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})}] \end{aligned}$$

Además de las componentes del tensor de deformaciones, otra variable (de interés posterior) es la suma de los elementos de la diagonal principal del tensor de deformaciones.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{kk} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = &-(d_2^{(0)} s_2^{(0)} + d_3^{(0)} s_3^{(0)}) A_p^{inc} (\mathrm{i}\, k_p) e^{-\mathrm{i}k_p(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} \\ &-(d_2^{(1)} s_2^{(1)} + d_2^{(1)} s_2^{(1)}) A_p^{ref} (\mathrm{i}\, k_p) e^{-\mathrm{i}k_p(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} \\ &-(d_2^{(2)} s_2^{(2)} + d_3^{(2)} s_3^{(2)}) A_{sv}^{ref} (\mathrm{i}\, k_s) e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})} \end{aligned} \tag{4.23}$$

Conocidas estas componentes del tensor de deformaciones, se puede determinar el tensor de tensiones.

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ 0 & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \tag{4.24}$$

En el que las componentes distintas de cero son las que a continuación se muestran.

$$\sigma_{11} = \lambda \varepsilon_{kk} = -\lambda\,(d_2^{(0)} s_2^{(0)} + d_3^{(0)} s_3^{(0)}) A_p^{inc} (\mathrm{i}\,k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})}$$
$$-\lambda\,(d_2^{(1)} s_2^{(1)} + d_3^{(1)} s_3^{(1)}) A_p^{ref} (\mathrm{i}\,k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})}$$
$$-\lambda\,(d_2^{(2)} s_2^{(2)} + d_3^{(2)} s_3^{(2)}) A_{sv}^{ref} (\mathrm{i}\,k_s) e^{-\mathrm{i}k_s (\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})}$$

$$\sigma_{22} = -\left[(\lambda + 2\,\mu) d_2^{(0)} s_2^{(0)} + \lambda\, d_3^{(0)} s_3^{(0)}\right] A_p^{inc} (\mathrm{i}\,k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})}$$
$$-\left[(\lambda + 2\,\mu) d_2^{(1)} s_2^{(1)} + \lambda\, d_3^{(1)} s_3^{(1)}\right] A_p^{ref} (\mathrm{i}\,k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})}$$
$$-\left[(\lambda + 2\,\mu) d_2^{(2)} s_2^{(2)} + \lambda\, d_3^{(2)} s_3^{(2)}\right] A_{sv}^{ref} (\mathrm{i}\,k_s) e^{-\mathrm{i}k_s (\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})}$$

$$\sigma_{33} = -\left[\lambda\, d_2^{(0)} s_2^{(0)} + (\lambda + 2\,\mu) d_3^{(0)} s_3^{(0)}\right] A_p^{inc} (\mathrm{i}\,k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})}$$
$$-\left[\lambda\, d_2^{(1)} s_2^{(1)} + (\lambda + 2\,\mu) d_3^{(1)} s_3^{(1)}\right] A_p^{ref} (\mathrm{i}\,k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})}$$
$$-\left[\lambda\, d_2^{(2)} s_2^{(2)} + (\lambda + 2\,\mu) d_3^{(2)} s_3^{(2)}\right] A_{sv}^{ref} (\mathrm{i}\,k_s) e^{-\mathrm{i}k_s (\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})}$$

$$\sigma_{23} = \sigma_{32} = 2\,\mu\,\varepsilon_{23} = -\mu\,(d_2^{(0)} s_3^{(0)} + d_3^{(0)} s_2^{(0)}) A_p^{inc} (\mathrm{i}\,k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})}$$
$$-\mu\,(d_2^{(1)} s_3^{(1)} + d_3^{(1)} s_2^{(1)}) A_p^{ref} (\mathrm{i}\,k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} \qquad (4.25)$$
$$-\mu\,(d_2^{(2)} s_3^{(2)} + d_3^{(2)} s_2^{(2)}) A_{sv}^{ref} (\mathrm{i}\,k_s) e^{-\mathrm{i}k_s (\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})}$$

4.2.2.3.Aplicación de las condiciones de contorno

Las condiciones de superficie libre son las siguientes:

$$En \;\; x_3 = 0 \;\; \rightarrow \;\; \begin{cases} \sigma_{23} = 0 \\ \sigma_{33} = 0 \end{cases} \qquad (4.26)$$

De la primera igualdad se extrae que:

$$0 = -\mu[\cos(\theta_0)\,sen(\theta_0) + sen(\theta_0)\cos(\theta_0)] A_p^{inc} (\mathrm{i}\,k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\cos(\theta_0)\cdot x_2)}$$
$$-\mu[-\cos(\theta_0)\,sen(\theta_0) - sen(\theta_0)\cos(\theta_0)] A_p^{ref} (\mathrm{i}\,k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\cos(\theta_0)\cdot x_2)} \qquad (4.27)$$
$$-\mu[(1-\kappa^2\cos^2(\theta_0)) - \kappa^2\cos^2(\theta_0)] A_{sv}^{ref} (\mathrm{i}\,k_s) e^{-\mathrm{i}k_s (\cos(\theta_2)\cdot x_2)}$$

Como $\kappa = c_s / c_p = k_p / k_s$ y, además:

$$2\,sen(\theta_0)\cos(\theta_0) = sen(2\,\theta_0) \qquad (4.28)$$

(4.27) se puede expresar como:

$$0=-\mu\, sen(2\,\theta_0)\,A_p^{inc}+\mu\, sen\,(2\,\theta_0)A_p^{ref}-\mu\left[1-2\,\kappa^2\cos^2(\theta_0)\right]\frac{1}{\kappa}\,A_{sv}^{ref} \qquad (4.29)$$

Si se tiene en cuenta que $1-2\kappa^2\cos^2(\theta_0)=1-2\cos^2(\theta_2)$, se puede escribir:

$$1-2\cos^2(\theta_2)=1-\cos^2(\theta_2)-\cos^2(\theta_2)=sen^2(\theta_2)-\cos^2(\theta_2)=-\cos(2\,\theta_2) \qquad (4.30)$$

Por lo que, teniendo en cuenta lo anterior y dividiendo finalmente entre μ, se obtiene la siguiente expresión:

$$sen(2\,\theta_0)A_p^{ref}+\cos\,(2\,\theta_2)\frac{1}{\kappa}\,A_{sv}^{ref}=sen\,(2\,\theta_0)\,A_p^{inc} \qquad (4.31)$$

Por otro lado, de la segunda de las igualdades ($\sigma_{33}=0$), se tiene:

$$\begin{aligned}0=&-\left[\lambda+2\,\mu\, sen^2(\theta_0)\right]A_p^{inc}(\mathrm{i}\,k_p)-\left[\lambda+2\,\mu\, sen^2(\theta_0)\right]A_p^{ref}(\mathrm{i}\,k_p)\\&-\left[-\lambda\, sen(\theta_2)\cos(\theta_2)+(\lambda+2\,\mu)\, sen(\theta_2)\cos(\theta_2)\,\right]A_{sv}^{ref}(\mathrm{i}\,k_s)\end{aligned} \qquad (4.32)$$

De donde:

$$0=-\left[\lambda+2\,\mu\, sen^2(\theta_0)\right]A_p^{inc}-\left[\lambda+2\,\mu\, sen^2(\theta_0)\right]A_p^{ref}-2\,\mu\, sen(\theta_2)\cos(\theta_2)\frac{1}{\kappa}\,A_{sv}^{ref} \qquad (4.33)$$

Dividiendo entre 2μ, se tiene:

$$0=-\left[\frac{1}{2}\frac{\lambda}{\mu}+sen^2(\theta_0)\right]A_p^{inc}-\left[\frac{1}{2}\frac{\lambda}{\mu}+sen^2(\theta_0)\right]A_p^{ref}-\frac{1}{2}sen(2\,\theta_2)\frac{1}{\kappa}\,A_{sv}^{ref} \qquad (4.34)$$

Teniendo en cuenta la relación entre el coeficiente de Poisson y las constantes de Lamé:

$$\nu=\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)} \qquad (4.35)$$

Por ello, y según la definición antes dada para el valor de κ, éste puede escribirse del modo que se muestra a continuación:

$$\kappa=\sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}}=\sqrt{\frac{1-\dfrac{\lambda}{\lambda+\mu}}{2\left[1-\dfrac{\lambda}{2\left(\lambda+\mu\right)}\right]}}=\sqrt{\frac{\dfrac{\mu}{\lambda+\mu}}{\dfrac{\lambda+2\,\mu}{\lambda+\mu}}}=\sqrt{\frac{\mu}{\lambda+2\,\mu}} \qquad (4.36)$$

Por lo que, en virtud de lo anterior, λ/μ es equivalente a:

$$\frac{\lambda}{\mu}=\frac{\lambda}{\mu}+2-2=\frac{\lambda+2\,\mu}{\mu}-2=\frac{1}{\kappa^2}-2 \qquad (4.37)$$

Así, retomando la expresión de σ_{33}, se puede poner:

$$0=-\left[\frac{1}{2}\frac{1}{\kappa^2}-1+sen^2(\theta_0)\right]A_p^{inc}-\left[\frac{1}{2}\frac{1}{\kappa^2}-1+sen^2(\theta_0)\right]A_p^{ref}-\frac{1}{2}sen(2\theta_2)\frac{1}{\kappa}A_{sv}^{ref} \quad (4.38)$$

De donde, reordenando los términos de la expresión anterior, se obtiene, finalmente:

$$\left[\frac{1}{2\kappa^2}-\cos^2(\theta_0)\right]A_p^{ref}+\frac{1}{2\kappa}sen(2\theta_2)A_{sv}^{ref}=\left[-\frac{1}{2\kappa^2}+\cos^2(\theta_0)\right]A_p^{inc} \quad (4.39)$$

Las ecuaciones (4.31) y (4.39) constituyen un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas. Dándole un valor unitario a la amplitud de la onda incidente, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} sen(2\theta_0)A_p^{ref}+\cos(2\theta_2)\frac{1}{\kappa}A_{sv}^{ref}=sen(2\theta_0)A_p^{inc} \\ \left[\frac{1}{2\kappa^2}-\cos^2(\theta_0)\right]A_p^{ref}+\frac{1}{2\kappa}sen(2\theta_2)A_{sv}^{ref}=\left[-\frac{1}{2\kappa^2}+\cos^2(\theta_0)\right] \end{aligned}\right\} \quad (4.40)$$

De la resolución del sistema de ecuaciones se llegan a los siguientes valores para las amplitudes de las ondas reflejadas:

$$A_p^{ref}=\frac{\kappa^2\,sen(2\theta_0)sen(2\theta_2)-\cos^2(2\theta_2)}{\kappa^2\,sen(2\theta_0)sen(2\theta_2)+\cos^2(2\theta_2)} \quad (4.41)$$

Para la onda P reflejada y

$$A_{sv}^{ref}=\frac{2\kappa\,sen(2\theta_0)\cos(2\theta_2)}{\kappa^2\,sen(2\theta_0)sen(2\theta_2)+\cos^2(2\theta_2)} \quad (4.42)$$

Para la onda SV reflejada.

4.2.2.4.Cambios de modo

Si se analizan las expresiones de las amplitudes de las ondas reflejadas, es sencillo ver que existe un cierto ángulo θ_0 de incidencia que produce que la amplitud de la onda P reflejada se anule, produciéndose un fenómeno conocido como cambio de modo. De esta manera, una onda incidente de tipo P se refleja en forma de una única onda que, además, es de tipo SV (de ahí el nombre de cambio de modo). Así, para cada valor del coeficiente de Poisson existe, a priori, al menos un ángulo de incidencia para el que sólo se refleja una onda SV. La ecuación que permite obtener el ángulo (o los ángulos) para el que se produce el fenómeno explicado es la siguiente:

$$\kappa^2\, sen(2\,\theta_0)\, sen(2\,\theta_2) - \cos^2(2\,\theta_2) = 0 \qquad (4.43)$$

Que puede expresarse en función únicamente del ángulo de incidencia mediante un conjunto de transformaciones sencillas, quedando, por tanto:

$$-4\,\kappa^4 \cos^4(\theta_0) + 4\,\kappa^3 \cos^2(\theta_0)\sqrt{1-\cos^2(\theta_0)}\sqrt{1-\kappa^2\cos^2(\theta_0)} + 4\,\kappa^2 \cos^2(\theta_0) - 1 = 0 \qquad (4.44)$$

Así pues, la expresión anterior permite obtener el ángulo en el que se produce el cambio de modo en función de las propiedades del terreno, al estar la variable κ relacionada con el coeficiente de Poisson ν según la ecuación (4.19). Para ilustrar el fenómeno, la figura 4.5 presenta la variación de los valores de la amplitud de la onda P reflejada en función del ángulo θ_0 de incidencia y del coeficiente de Poisson del medio, pudiendo observarse que el cambio de modo sólo tiene lugar para valores comprendidos en un determinado rango de la última de las variables mencionadas. En concreto, la frontera a partir de la cual no se produce el fenómeno de cambio de modo se ubica en un valor del coeficiente de Poisson de 0.263.

Nótese, también, que cuando el coeficiente de Poisson del terreno toma un valor de 0.5, la amplitud de la onda P reflejada pasa a valer -1 para cualquier ángulo θ_0 de incidencia.

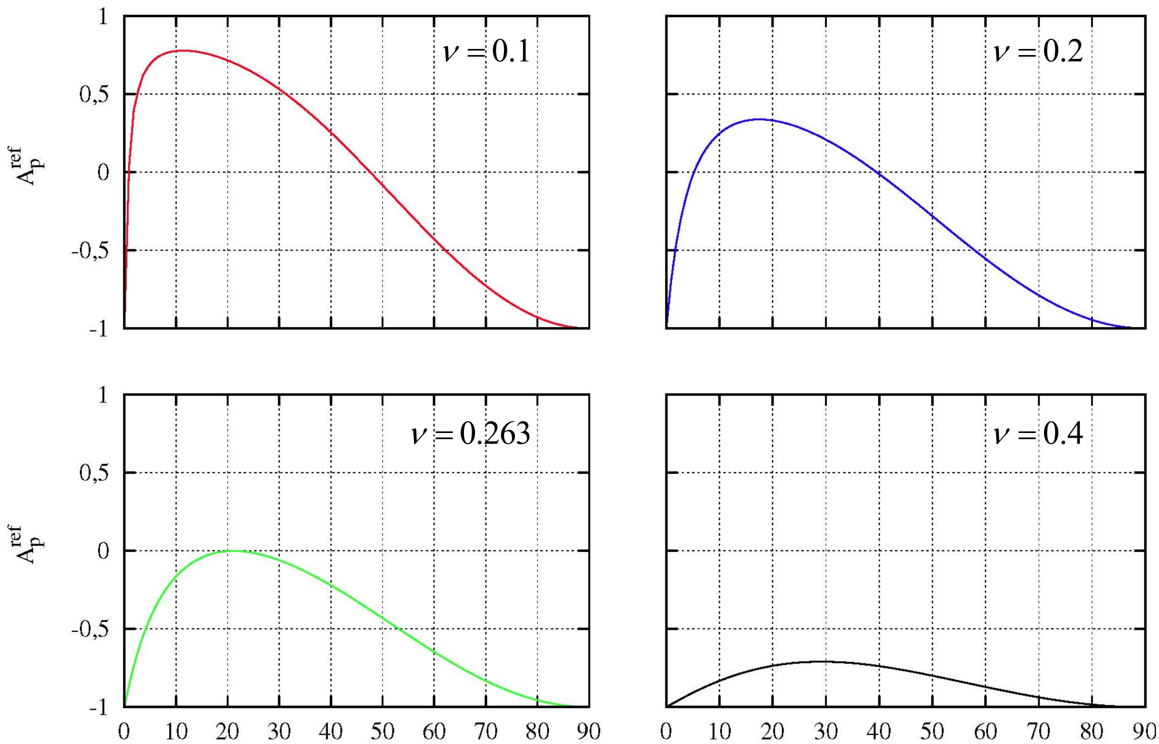


Figura 4.5. Variación de la amplitud de la onda P reflejada con el ángulo de incidencia θ_0 y el coeficiente de Poisson ν del terreno.

Así pues, una vez se han comentado las particularidades que atañen al problema en estudio, es posible elaborar una tabla que resuma los valores del ángulo de cambio de modo $(\theta_{c\bmod o})$ para una cierta cantidad de coeficientes de Poisson del suelo.

ν	κ	$\theta_{c\bmod o}$
0.1	0.667	0.80° y 47.61°
0.2	0.612	5.21° y 39.51°
0.3	0.535	-
0.4	0.408	-

Tabla 4.1. Resumen de los ángulos de cambio de modo para una onda incidente tipo P y un conjunto de coeficientes de Poisson del terreno.

En la figura 4.6 se muestra el ángulo de cambio de modo en función del coeficiente de Poisson del terreno para valores de $\nu \leq 0.263$.

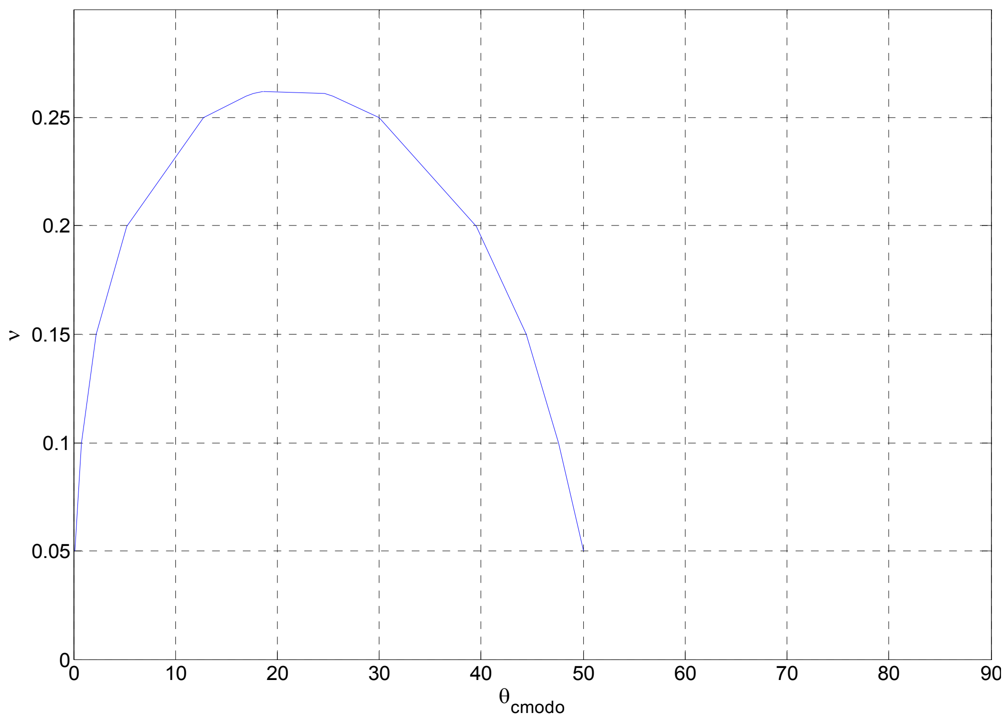


Figura 4.6. Ángulos de cambio de modo ($\theta_{c\bmod o}$) para una onda incidente tipo P en función del coeficiente de Poisson del terreno.

4.2.3. Reflexión de ondas SV. Ecuaciones de campo para ángulos de incidencia inferiores al crítico

4.2.3.1. Campo incidente

En este apartado se estudiarán las características propias del campo de desplazamientos y tensiones cuando la onda que incide es de tipo SV.

La incidencia de una onda SV en el semiespacio genera, tras su reflexión, la aparición de una onda SV y una P reflejadas. La figura 4.7 presenta los parámetros de interés para el problema en análisis.

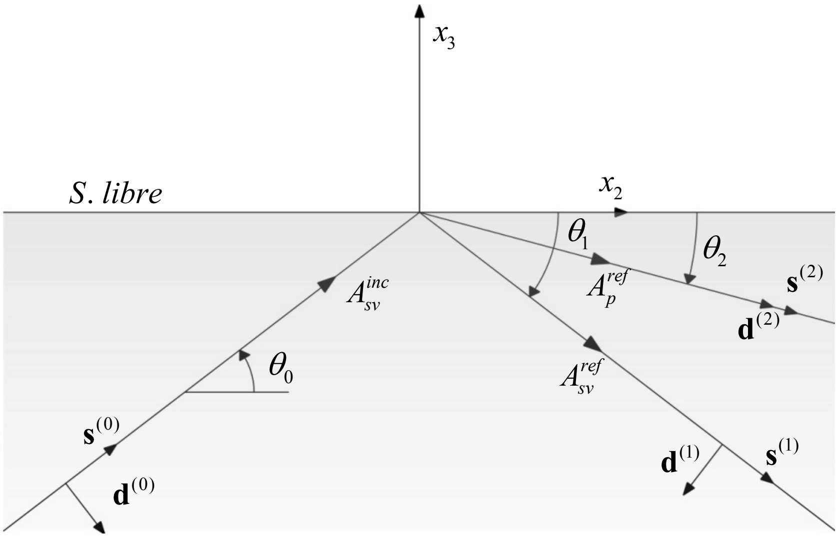


Figura 4.7. Ángulos de interés en el plano x_2x_3 para una onda SV incidente.

Bajo las suposiciones anteriores, los vectores s y d son los siguientes:

$$\begin{aligned}
\mathbf{s}^{(0)} &= \left[0, s_2^{(0)}, s_3^{(0)}\right] = \left[0, \cos(\theta_0), sen(\theta_0)\right] \\
\mathbf{s}^{(1)} &= \left[0, s_2^{(1)}, s_3^{(1)}\right] = \left[0, \cos(\theta_1), -sen(\theta_1)\right] \\
\mathbf{s}^{(2)} &= \left[0, s_2^{(2)}, s_3^{(2)}\right] = \left[0, \cos(\theta_2), -sen(\theta_2)\right] \\
\mathbf{d}^{(0)} &= \left[0, d_2^{(0)}, d_3^{(0)}\right] = \left[0, sen(\theta_0), -\cos(\theta_0)\right] \\
\mathbf{d}^{(1)} &= \left[0, d_2^{(1)}, d_3^{(1)}\right] = \left[0, -sen(\theta_1), -\cos(\theta_1)\right] \\
\mathbf{d}^{(2)} &= \left[0, d_2^{(2)}, d_3^{(2)}\right] = \left[0, \cos(\theta_2), -sen(\theta_2)\right]
\end{aligned} \tag{4.45}$$

La expresión analítica del campo de desplazamientos, en función de los vectores anteriores, es la siguiente:

$$\begin{aligned}
u_1 &= 0 \\
u_2 &= d_2^{(0)} A_{sv}^{inc} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} + d_2^{(1)} A_{sv}^{ref} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} + d_2^{(2)} A_p^{ref} e^{-ik_p(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})} \\
u_3 &= d_3^{(0)} A_{sv}^{inc} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} + d_3^{(1)} A_{sv}^{ref} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} + d_3^{(2)} A_p^{ref} e^{-ik_p(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})}
\end{aligned} \tag{4.46}$$

Para garantizar la independencia de las expresiones respecto al eje x_2 debe verificarse que:

$$k_s s_2^{(0)} = k_s s_2^{(1)} = k_p s_2^{(2)} \rightarrow \frac{\cos(\theta_0)}{c_s} = \frac{\cos(\theta_1)}{c_s} = \frac{\cos(\theta_2)}{c_p} \rightarrow \theta_0 = \theta_1 \tag{4.47}$$

Por lo que los ángulos θ_0 y θ_1 son, también en esta ocasión, iguales. Sabiendo de esa igualdad, se puede comprobar que:

$$\begin{array}{ll} s_2^{(1)} = s_2^{(0)} = \cos(\theta_0) & d_2^{(1)} = -d_2^{(0)} = -sen(\theta_0) \\ s_3^{(1)} = -s_3^{(0)} = -sen(\theta_0) & d_3^{(1)} = d_3^{(0)} = -\cos(\theta_0) \end{array} \tag{4.48}$$

De igual modo, de la tercera igualdad de la ecuación (4.47) se obtiene la relación entre el ángulo de la onda incidente (θ_0) y el de la onda P reflejada (θ_2). En efecto:

$$\frac{\cos(\theta_0)}{c_s} = \frac{\cos(\theta_2)}{c_p} \rightarrow \cos(\theta_2) = \frac{c_p}{c_s}\cos(\theta_0) \tag{4.49}$$

De modo distinto a lo que ocurría cuando la onda que incidía era una de tipo P, la relación que existe en esta ocasión entre el ángulo de incidencia de la onda SV y el de la onda P reflejada es proporcional al cociente entre la velocidad c_p y c_s, es decir, a $1/\kappa$. Dicho de otro modo:

$$\frac{c_p}{c_s} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} = \frac{1}{\kappa} > 1 \tag{4.50}$$

La expresión (4.49) permite relacionar los vectores de propagación y de desplazamientos de la onda P reflejada con los de la onda SV incidente, de modo similar al efectuado con anterioridad. Así pues:

$$\begin{array}{ll} s_2^{(2)} = \frac{1}{\kappa} s_2^{(0)} & d_2^{(2)} = s_2^{(2)} = \frac{1}{\kappa} s_2^{(0)} \\ s_3^{(2)} = -\sqrt{1-\left[s_2^{(2)}\right]^2} & d_3^{(2)} = s_3^{(2)} = -\sqrt{1-\left[s_2^{(2)}\right]^2} \end{array} \tag{4.51}$$

4.2.3.2.Ángulo crítico. Ecuaciones de campo para ángulos de incidencia inferiores al crítico

Existe una particularidad para este tipo de ondas incidentes que puede observarse analizando la ecuación (4.49). De esta manera, tómese un ángulo de incidencia θ_0 tal que el ángulo de la onda P reflejada se anule. En estas circunstancias $\cos(\theta_0) = \kappa$. Llámese al ángulo que produce ese efecto θ_{cr}. A continuación, supóngase que el ángulo de incidencia sea superior a ese ángulo crítico θ_{cr} (ángulo supercrítico). De esa manera, el coseno del ángulo de incidencia será menor a κ y, por tanto, el coseno del ángulo reflejado será $\cos(\theta_2) = 1/\kappa\cos(\theta_0) < 1$.

Ahora, imagínese el lector que el ángulo de incidencia resulte ser inferior al citado ángulo crítico (ángulo subcrítico). Bajo tal suposición, $\cos(\theta_0) > \kappa$ de modo que el coseno del ángulo reflejado será $\cos(\theta_2) = 1/\kappa \cos(\theta_0) > 1$. Se trata, pues, de una singularidad que implica que $sen(\theta_2) \in \mathbb{C}$. Debido a esto, se hace necesaria una modificación de la formulación que permita tener en cuenta el hecho descrito.

A modo de información adicional, la siguiente tabla resume los ángulos críticos para algunos valores del coeficiente de Poisson del suelo.

ν	κ	θ_{cr}
0.1	0.667	48.16°
0.2	0.612	52.21°
0.3	0.535	57.69°
0.4	0.408	65.91°

Tabla 4.2. Resumen de los ángulos críticos para una onda incidente tipo SV y un conjunto de coeficientes de Poisson del terreno.

Como se dijo con anterioridad, es preciso modificar la formulación planteada hasta el momento para tener en cuenta el fenómeno asociado al ángulo crítico. Para ello, pártase de las expresiones ya conocidas del campo de desplazamientos y analícense las componentes del mismo debidas a la contribución de la onda P reflejada.

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}^P = \begin{bmatrix} d_2^{(2)} \\ d_3^{(2)} \end{bmatrix} A_p^{ref} e^{-ik_p[\cos(\theta_2)x_2 - sen(\theta_2)x_3]} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) \\ -sen(\theta_2) \end{bmatrix} A_p^{ref} e^{-ik_p[\cos(\theta_2)x_2 - sen(\theta_2)x_3]} \tag{4.52}$$

Puesto que:

$$\cos(\theta_2) = \frac{1}{\kappa}\cos(\theta_0) \qquad sen(\theta_2) = \pm\mathrm{i}\,(\text{-}1)\sqrt{\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0) - 1} \tag{4.53}$$

No es posible establecer, a priori, el signo de la unidad imaginaria. De cualquier modo, la expresión de los desplazamientos se puede expresar del modo siguiente:

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}^P = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\kappa}\cos(\theta_0) \\ \pm\mathrm{i}\,(\text{-}1)\sqrt{\dfrac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0) - 1} \end{bmatrix} A_p^{ref} e^{-ik_p\left[\frac{1}{\kappa}\cos(\theta_0)x_2 - \pm\mathrm{i}\,x_3\sqrt{\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0) - 1}\right]} \tag{4.54}$$

De donde, analizando la función exponencial, la solución adecuada será la que sirva para mantener la estructura de la misma. En esta ocasión, la estructura se mantiene si se toma $-$i. De esta manera se tiene:

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}^P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\kappa}\cos(\theta_0) \\ \mathrm{i}\sqrt{\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0)-1} \end{bmatrix} A_p^{ref} e^{-\mathrm{i}k_p\left[\frac{1}{\kappa}\cos(\theta_0)x_2+\mathrm{i}x_3\sqrt{\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0)-1}\right]} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\kappa}\cos(\theta_0) \\ \mathrm{i}\sqrt{\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0)-1} \end{bmatrix} A_p^{ref} e^{k_p x_3\sqrt{\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0)-1}} e^{-\mathrm{i}k_p[\frac{1}{\kappa}\cos(\theta_0)]x_2} \tag{4.55}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\kappa}\cos(\theta_0) \\ \mathrm{i}\sqrt{\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0)-1} \end{bmatrix} A_p^{ref} e^{\xi x_3} e^{-\mathrm{i}k_s\cos(\theta_0)x_2}$$

La exponencial dependiente de x_3 es un término que modula la amplitud de la onda, decreciendo ésta con la profundidad. El valor de la constante real que acompaña a la variable x_3 es:

$$\xi = k_p\sqrt{\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0)-1} \tag{4.56}$$

De esta manera, se trata de una onda que se propaga en la dirección x_2 (rasante), con desplazamientos en x_2 y x_3, ambos desfasados 90º, con una amplitud A_p^{ref} aún indeterminada que, además, decrece con la profundidad (x_3 negativos) según ξ. Esta clase de ondas tiene similitudes más que notables con una tipología de ondas conocida como ondas de Rayleigh, un tipo de onda de superficie cuyo número de onda es $k_r = k_s\cos(\theta_0)$ y que produce movimientos en x_2 y x_3 desfasados entre sí 90º.

A nivel de implementación, se puede considerar que $\mathbf{s}^{(2)}$ y $\mathbf{d}^{(2)}$ son las siguientes expresiones complejas:

$$\mathbf{s}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(\theta_2) \\ -sen(\theta_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{\kappa}\cos(\theta_0) \\ \mathrm{i}\sqrt{\dfrac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0)-1} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{d}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(\theta_2) \\ -sen(\theta_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{\kappa}\cos(\theta_0) \\ \mathrm{i}\sqrt{\dfrac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0)-1} \end{bmatrix} \tag{4.57}$$

Así pues, las expresiones anteriores permiten implementar de modo relativamente sencillo un ángulo de incidencia inferior al crítico. Sin embargo, resulta instructivo obtener las ecuaciones del campo de desplazamientos para el caso en el que $\theta_0 = \theta_{cr}$. En este caso, los vectores de propagación y de desplazamientos de la onda P reflejada son los siguientes:

$$\begin{aligned} s_2^{(2)} &= 1 \qquad & d_2^{(2)} &= 1 \\ s_3^{(2)} &= 0 \qquad & d_3^{(2)} &= 0 \end{aligned} \tag{4.58}$$

siendo el campo de desplazamientos el siguiente:

$$\begin{aligned} u_1 &= 0 \\ u_2 &= d_2^{(0)} A_{sv}^{inc} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} + d_2^{(1)} A_{sv}^{ref} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} + A_p^{ref} e^{-ik_p x_2} \\ u_3 &= d_3^{(0)} A_{sv}^{inc} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} + d_3^{(1)} A_{sv}^{ref} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} \end{aligned} \tag{4.59}$$

donde puede observarse que los desplazamientos en las direcciones x_2 y x_3 son la suma de las contribuciones de las ondas SV incidente y reflejada y, en el caso de los desplazamientos en x_2, también de la aportación de la onda P reflejada que, en este caso, es una onda P rasante.

4.2.3.3. Tensores de deformación y tensión

Si la onda incidente es de tipo SV, se puede observar de modo sencillo que se anulan las siguientes componentes del tensor de deformaciones:

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_{11} = u_{1,1} = 0 \\
&\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12} = \frac{1}{2}\left(u_{1,2} + u_{2,1}\right) = 0 \\
&\varepsilon_{31} = \varepsilon_{13} = \frac{1}{2}\left(u_{1,3} + u_{3,1}\right) = 0
\end{aligned} \tag{4.60}$$

Así, el tensor de deformaciones de un punto cualquiera del semiespacio tiene la siguiente estructura:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ 0 & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \tag{4.61}$$

Por lo que las componentes del tensor de deformaciones se obtienen como sigue:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{22} = u_{2,2} = &-d_2^{(0)} s_2^{(0)} A_{sv}^{inc} (\mathrm{i}\, k_s) e^{-\mathrm{i}k_s (\mathbf{s}^{(0)}\cdot \mathbf{r})} - d_2^{(1)} s_2^{(1)} A_{sv}^{ref} (\mathrm{i}\, k_s) e^{-\mathrm{i}k_s (\mathbf{s}^{(1)}\cdot \mathbf{r})} \\
&- d_2^{(2)} s_2^{(2)} A_p^{ref} (\mathrm{i}\, k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\mathbf{s}^{(2)}\cdot \mathbf{r})}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{33} = u_{3,3} = &-d_3^{(0)} s_3^{(0)} A_{sv}^{inc} (\mathrm{i}\, k_s) e^{-\mathrm{i}k_s (\mathbf{s}^{(0)}\cdot \mathbf{r})} - d_3^{(1)} s_3^{(1)} A_{sv}^{ref} (\mathrm{i}\, k_s) e^{-\mathrm{i}k_s (\mathbf{s}^{(1)}\cdot \mathbf{r})} \\
&- d_3^{(2)} s_3^{(2)} A_p^{ref} (\mathrm{i}\, k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\mathbf{s}^{(2)}\cdot \mathbf{r})}
\end{aligned} \tag{4.62}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{23} = \varepsilon_{32} = \frac{1}{2} u_{2,3} = \frac{1}{2}[&-(d_2^{(0)} s_3^{(0)} + d_3^{(0)} s_2^{(0)}) A_{sv}^{inc} (\mathrm{i}\, k_s) e^{-\mathrm{i}k_s (\mathbf{s}^{(0)}\cdot \mathbf{r})} \\
&-(d_2^{(1)} s_3^{(1)} + d_3^{(1)} s_2^{(1)}) A_{sv}^{ref} (\mathrm{i}\, k_s) e^{-\mathrm{i}k_s (\mathbf{s}^{(1)}\cdot \mathbf{r})} \\
&-(d_2^{(2)} s_3^{(2)} + d_3^{(2)} s_2^{(2)}) A_p^{ref} (\mathrm{i}\, k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\mathbf{s}^{(2)}\cdot \mathbf{r})}]
\end{aligned}$$

Al igual que ocurría en el caso de la onda P incidente, merece también la pena en esta ocasión determinar la suma de los elementos de la diagonal principal del tensor de deformaciones. Se tiene:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{kk} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = &-(d_2^{(0)} s_2^{(0)} + d_3^{(0)} s_3^{(0)}) A_{sv}^{inc} (\mathrm{i}\, k_s) e^{-\mathrm{i}k_s (\mathbf{s}^{(0)}\cdot \mathbf{r})} \\
&-(d_2^{(1)} s_2^{(1)} + d_2^{(1)} s_2^{(1)}) A_{sv}^{ref} (\mathrm{i}\, k_s) e^{-\mathrm{i}k_s (\mathbf{s}^{(1)}\cdot \mathbf{r})} \\
&-(d_2^{(2)} s_2^{(2)} + d_3^{(2)} s_3^{(2)}) A_p^{ref} (\mathrm{i}\, k_p) e^{-\mathrm{i}k_p (\mathbf{s}^{(2)}\cdot \mathbf{r})}
\end{aligned} \tag{4.63}$$

En lo que se refiere al tensor de tensiones, las componentes nulas son, en esta ocasión, las siguientes:

$$\begin{aligned}
\sigma_{12} = \sigma_{21} = 2\,\mu\,\varepsilon_{12} = 0 \\
\sigma_{13} = \sigma_{31} = 2\,\mu\,\varepsilon_{13} = 0
\end{aligned} \tag{4.64}$$

donde el tensor de tensiones de un punto cualquiera del semiespacio tiene el aspecto que se muestra a continuación:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ 0 & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \tag{4.65}$$

Y las componentes distintas de cero son:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} = \lambda\varepsilon_{kk} = & -\lambda\,(d_2^{(0)}s_2^{(0)} + d_3^{(0)}s_3^{(0)})A_{sv}^{inc}(\mathrm{i}\,k_s)e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} \\ & -\lambda\,(d_2^{(1)}s_2^{(1)} + d_3^{(1)}s_3^{(1)})A_{sv}^{ref}(\mathrm{i}\,k_s)e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} \\ & -\lambda\,(d_2^{(2)}s_2^{(2)} + d_3^{(2)}s_3^{(2)})A_{p}^{ref}(\mathrm{i}\,k_p)e^{-\mathrm{i}k_p(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{22} = & -\left[\left(\lambda+2\nu\right)d_2^{(0)}s_2^{(0)} + \lambda\,d_3^{(0)}s_3^{(0)}\right]A_{sv}^{inc}(\mathrm{i}\,k_s)e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} \\ & -\left[\left(\lambda+2\nu\right)d_2^{(1)}s_2^{(1)} + \lambda\,d_3^{(1)}s_3^{(1)}\right]A_{sv}^{ref}(\mathrm{i}\,k_s)e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} \\ & -\left[\left(\lambda+2\nu\right)d_2^{(2)}s_2^{(2)} + \lambda\,d_3^{(2)}s_3^{(2)}\right]A_{p}^{ref}(\mathrm{i}\,k_p)e^{-\mathrm{i}k_p(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{33} = & -\left[\lambda\,d_2^{(0)}s_2^{(0)} + \left(\lambda+2\nu\right)d_3^{(0)}s_3^{(0)}\right]A_{sv}^{inc}(\mathrm{i}\,k_s)e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} \\ & -\left[\lambda\,d_2^{(1)}s_2^{(1)} + \left(\lambda+2\nu\right)d_3^{(1)}s_3^{(1)}\right]A_{sv}^{ref}(\mathrm{i}\,k_s)e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} \\ & -\left[\lambda\,d_2^{(2)}s_2^{(2)} + \left(\lambda+2\nu\right)d_3^{(2)}s_3^{(2)}\right]A_{p}^{ref}(\mathrm{i}\,k_p)e^{-\mathrm{i}k_p(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{23} = \sigma_{32} = 2\,\mu\,\varepsilon_{23} = & -\mu\,(d_2^{(0)}s_3^{(0)} + d_3^{(0)}s_2^{(0)})A_{sv}^{inc}(\mathrm{i}\,k_s)e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} \\ & -\mu\,(d_2^{(1)}s_3^{(1)} + d_3^{(1)}s_2^{(1)})A_{sv}^{ref}(\mathrm{i}\,k_s)e^{-\mathrm{i}k_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} \\ & -\mu\,(d_2^{(2)}s_3^{(2)} + d_3^{(2)}s_2^{(2)})A_{p}^{ref}(\mathrm{i}\,k_p)e^{-\mathrm{i}k_p(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})} \end{aligned} \tag{4.66}$$

4.2.3.4.Aplicación de las condiciones de contorno

Las condiciones de superficie libre son, en esta ocasión, las mismas que en el caso de la onda P incidente, es decir:

$$En\ \ x_3 = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \sigma_{23} = 0 \\ \sigma_{33} = 0 \end{cases} \tag{4.67}$$

La componente x_2 de los vectores $\mathbf{s}$ y $\mathbf{d}$ en función de θ_0 es la siguiente:

$$
\begin{aligned}
s_2^{(0)} &= \cos(\theta_0) & d_2^{(0)} &= sen(\theta_0) \\
s_2^{(1)} &= \cos(\theta_0) & d_2^{(1)} &= -sen(\theta_0) \\
s_2^{(2)} &= \frac{1}{\kappa}\cos(\theta_0) & d_2^{(2)} &= \frac{1}{\kappa}\cos(\theta_0)
\end{aligned}
\tag{4.68}
$$

Mientras que la componente x_3 es:

$$
\begin{aligned}
s_3^{(0)} &= sen(\theta_0) & d_3^{(0)} &= -\cos(\theta_0) \\
s_3^{(1)} &= -sen(\theta_0) & d_3^{(1)} &= -\cos(\theta_0) \\
s_3^{(2)} &= -\sqrt{1-\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0)} & d_3^{(2)} &= -\sqrt{1-\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0)}
\end{aligned}
\tag{4.69}
$$

De la aplicación de la primera condición de contorno se obtiene:

$$
\begin{aligned}
0 = &-\mu[sen^2(\theta_0)-\cos^2(\theta_0)]A_{sv}^{inc}(\mathrm{i}\,k_s) \\
&-\mu[sen^2(\theta_0)-\cos^2(\theta_0)]A_{sv}^{ref}(\mathrm{i}\,k_s) \\
&-\mu\,[-sen(\theta_2)\cos(\theta_2)-sen(\theta_2)\cos(\theta_2)]A_p^{ref}(\mathrm{i}\,k_p)
\end{aligned}
\tag{4.70}
$$

De donde recordando las propiedades de los ángulos dobles y dividiendo entre $\mu\,k_s$ se tiene, finalmente:

$$
\cos(2\theta_0)\,A_{sv}^{ref} + sen(2\theta_2)\,\kappa\,A_p^{ref} = -\cos(2\theta_0)\,A_{sv}^{inc}
\tag{4.71}
$$

Por otro lado, de la segunda de las igualdades ($\sigma_{33}=0$), tras realizar algunas sencillas operaciones se tiene:

$$
\begin{aligned}
&-2\,\mu\cos(\theta_0)\,sen(\theta_0)(\mathrm{i}\,k_s)A_{sv}^{inc} - 2\,\mu\cos(\theta_0)\,sen(\theta_0)(\mathrm{i}\,k_s)A_{sv}^{ref} \\
&-[\lambda\cos^2(\theta_2)+(\lambda+2\,\mu)sen^2(\theta_2)(\mathrm{i}\,k_p)A_p^{inc} = 0
\end{aligned}
\tag{4.72}
$$

De donde:

$$
\mu\,sen(2\theta_0)A_{sv}^{inc} - \mu\,sen(2\theta_0)A_{sv}^{ref} - [\lambda+2\,\mu\,sen^2(\theta_2)]\,\kappa A_p^{ref} = 0
\tag{4.73}
$$

y, tras modificar ligeramente la expresión, se llega, finalmente, a:

$$
sen(2\theta_0)A_{sv}^{ref} + \frac{1}{\kappa}[1-2\,\kappa^2\cos^2(\theta_2)]\,A_p^{ref} = sen(2\theta_0)A_{sv}^{inc}
\tag{4.74}
$$

Las expresiones (4.71) y (4.74) forman un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas. Dándole un valor unitario a la amplitud de la onda SV incidente se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned}\cos(2\theta_0)\,A_{sv}^{ref} + sen(2\theta_2)\,\kappa\,A_p^{ref} &= -\cos(2\theta_0)\\ sen(2\theta_0)A_{sv}^{ref} + \frac{1}{\kappa}[1-2\kappa^2\cos^2(\theta_2)]\,A_p^{ref} &= sen(2\theta_0)\end{aligned}\right\} \tag{4.75}$$

De cuya resolución se obtienen los siguientes valores para las amplitudes de las ondas reflejadas:

$$A_{sv}^{ref} = \frac{\kappa^2\, sen(2\theta_0)\, sen(2\theta_2) - \cos^2(2\theta_0)}{\kappa^2\, sen(2\theta_0)\, sen(2\theta_2) + \cos^2(2\theta_0)} \tag{4.76}$$

Para la onda SV y

$$A_p^{ref} = \frac{\kappa\, sen(4\theta_0)}{\kappa^2\, sen(2\theta_0)\, sen(2\theta_2) + \cos^2(2\theta_0)} \tag{4.77}$$

Para la onda P.

Las expresiones obtenidas son de validez general sea cual sea el ángulo θ_0 incidente. Sin embargo, resulta interesante estudiar determinadas situaciones a fin de ver cómo se comportan las amplitudes de las ondas reflejadas según el ángulo incidente. Cuando $\theta_0 = \theta_{cr}$ se tiene:

$$\cos(\theta_2) = \frac{1}{\kappa}\cos(\theta_0) \quad \rightarrow \quad \cos(\theta_2) = 1 \quad \rightarrow \quad sen(\theta_2) = 0 \tag{4.78}$$

Por lo que, bajo estas circunstancias, las amplitudes toman los siguientes valores:

$$A_{sv}^{ref} = -\frac{\cos^2(2\theta_2)}{\cos^2(2\theta_2)} = -1 \tag{4.79}$$

Para la onda SV reflejada y:

$$A_p^{ref} = -\frac{\kappa\, sen(4\theta_0)}{\cos^2(2\theta_0)} = -\frac{4\kappa^2\sqrt{1-\kappa^2}\,(2\kappa^2-1)}{(2\kappa^2-1)^2} = -\frac{4\kappa^2\sqrt{1-\kappa^2}}{2\kappa^2-1} \tag{4.80}$$

Para la P reflejada.

Así pues, cuando una onda incide con un ángulo igual al crítico, la amplitud de la onda SV reflejada toma un valor igual a -1 y la amplitud de la onda P reflejada depende del coeficiente de Poisson del medio.

Por otra parte, es posible expresar la amplitud de la onda P reflejada del modo siguiente:

$$A_p^{ref} = \frac{R}{a-b\mathrm{i}} = \frac{R\,(a+b\mathrm{i})}{a^2+b^2} = M\, e^{\mathrm{i}\alpha} \tag{4.81}$$

donde $M \; y \; \tan(\alpha)$ valen:

$$M = \frac{R}{a^2 + b^2}\sqrt{a^2 + b^2} \qquad \tan(\alpha) = \frac{b}{a} \tag{4.82}$$

Por lo que A_p^{ref} se puede escribir:

$$A_p^{ref} = \frac{R}{\sqrt{a^2 + b^2}}\, e^{\mathrm{i}\alpha} \tag{4.83}$$

Sustituyendo estos valores en las componentes del desplazamiento debidas a la contribución de la onda P reflejada se obtiene:

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}^P = \begin{bmatrix} d_2^{(2)} \\ d_3^{(2)} \end{bmatrix} \frac{R}{\sqrt{a^2 + b^2}} e^{\mathrm{i}\alpha} e^{\xi x_3} e^{-ik_r x_2} = \begin{bmatrix} d_2^{(2)} \\ d_3^{(2)} \end{bmatrix} S\, e^{\xi x_3} e^{-ik_r x_2 + \mathrm{i}\alpha} \tag{4.84}$$

donde S y α son expresiones análogas a las obtenidas por Achenbach (1973), es decir:

$$\begin{aligned} S &= \frac{\kappa\, sen(4\theta_0)}{\sqrt{4\left[\cos^2(\theta_0) - \kappa^2\right] sen^2(2\theta_0)\cos^2(\theta_0) + \cos^4(2\theta_0)}} \\ \alpha &= \frac{2\, sen(2\theta_0)\cos(\theta_0)\sqrt{\cos^2(\theta_0) - \kappa^2}}{\cos^2(2\theta_0)} \end{aligned} \tag{4.85}$$

Por otro lado, otro supuesto de interés es el que se produce cuando el ángulo de incidencia es inferior al crítico. Como se comentó anteriormente, cuando el ángulo es subcrítico, el seno del ángulo θ_2 toma un valor complejo. Así:

$$\cos(\theta_0) > \kappa \quad \rightarrow \quad \cos(\theta_2) = \frac{1}{\kappa}\cos(\kappa_0) > 1 \quad \rightarrow \quad sen(\theta_2) = \sqrt{1 - \frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0)} \in \mathbb{C} \tag{4.86}$$

Que se puede poner:

$$sen(\theta_2) = -\mathrm{i}\sqrt{\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0) - 1} \tag{4.87}$$

Y sustituyendo ese valor en las expresiones de las amplitudes de las ondas reflejadas se obtiene:

$$A_{sv}^{ref} = \frac{-\cos^2(2\theta_0) - 2\,\mathrm{i}\,\kappa^2\, sen(2\theta_0)\frac{1}{\kappa}\cos(\theta_0)\sqrt{\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0) - 1}}{\cos^2(2\theta_0) - 2\,\mathrm{i}\,\kappa^2\, sen(2\theta_0)\frac{1}{\kappa}\cos(\theta_0)\sqrt{\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0) - 1}} \tag{4.88}$$

Resulta interesante visualizar una propiedad de esa amplitud. Así pues, llamando $a=\cos^2(2\theta_0)$ y $b=-2\kappa\, sen(2\theta_0)\cos(\theta_0)\sqrt{\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0)-1}$ se puede escribir:

$$A_{sv}^{ref} = -\frac{a+b\mathrm{i}}{a-b\mathrm{i}} = \frac{(a+b\mathrm{i})(a+b\mathrm{i})}{(a-b\mathrm{i})(a+b\mathrm{i})} = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} - \frac{2ab}{a^2+b^2}\mathrm{i} \tag{4.89}$$

siendo el módulo de esa expresión:

$$\left|A_{sv}^{ref}\right| = \frac{\left(a^2-b^2\right)^2+4a^2b^2}{\left(a^2+b^2\right)^2} = \frac{a^4+2a^2b^2+b^4}{\left(a^2+b^2\right)^2} = \frac{\left(a^2+b^2\right)^2}{\left(a^2+b^2\right)^2} = 1 \tag{4.90}$$

De esta manera, para un ángulo de incidencia inferior al ángulo crítico se cumple que $\left|A_{sv}^{ref}\right|=1$.

En lo referente a la amplitud de la onda P se tiene:

$$A_p^{ref} = -\frac{\kappa\, sen(4\theta_0)}{\cos^2(2\theta_0)-2\mathrm{i}\, sen(2\theta_0)\cos(\theta_0)\sqrt{\cos^2(\theta_0)-\kappa^2}} \tag{4.91}$$

4.2.3.5.Cambios de modo

También cuando la onda incidente es de tipo SV existe, al menos, un ángulo de incidencia que produce que la amplitud de la onda SV reflejada se anule. Así, para cada valor del coeficiente de Poisson existe, al menos, un ángulo de incidencia para el que sólo se refleja una onda P. Para este caso, la expresión es:

$$\kappa^2\, sen(2\theta_0)\, sen(2\theta_2) - \cos^2(2\theta_0) = 0 \tag{4.92}$$

Que, en función únicamente del ángulo de incidencia, se puede escribir:

$$4\kappa\cos^2(\theta_0)\sqrt{1-\cos^2(\theta_0)}\sqrt{1-\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(\theta_0)} - 4\cos^4(\theta_0) + 4\cos^2(\theta_0) - 1 = 0 \tag{4.93}$$

La amplitud de la onda SV reflejada es, en el caso general, un valor complejo, puesto que el radicando de la segunda raíz del primer miembro de la ecuación (4.93) $\left(1-\frac{1}{\kappa^2}\cos^2(2\theta_0)\right)$ toma valores negativos cuando el ángulo de incidencia es subcrítico. Por tanto existe una componente imaginaria distinta de cero en las amplitudes de las ondas SV reflejadas cuando el ángulo de incidencia es subcrítico, componente que se anula al sobrepasar el ángulo crítico, momento a partir del cual la amplitud de la onda toma valores reales. De modo semejante al que ocurría cuando la onda que incidía era de tipo P, el fenómeno de cambio de modo tan solo tiene lugar para coeficientes de Poisson del terreno inferiores a 0.263. Para valores inferiores, existen dos ángulos de cambio de modo. El primero de ellos se encuentra muy próximo al ángulo crítico correspondiente, presentándose el segundo para un valor del ángulo de incidencia superior al crítico en todos los casos. La figura 4.8 representa la variación de las partes real e imaginaria de la amplitud de la onda SV reflejada con el ángulo θ_0 de incidencia para algunos valores del coeficiente de Poisson del terreno. Las inmediaciones del ángulo crítico no se encuentran suficientemente bien representadas en la figura, por lo que en la figura 4.9 se representan los ángulos cercanos al crítico a una mayor escala.

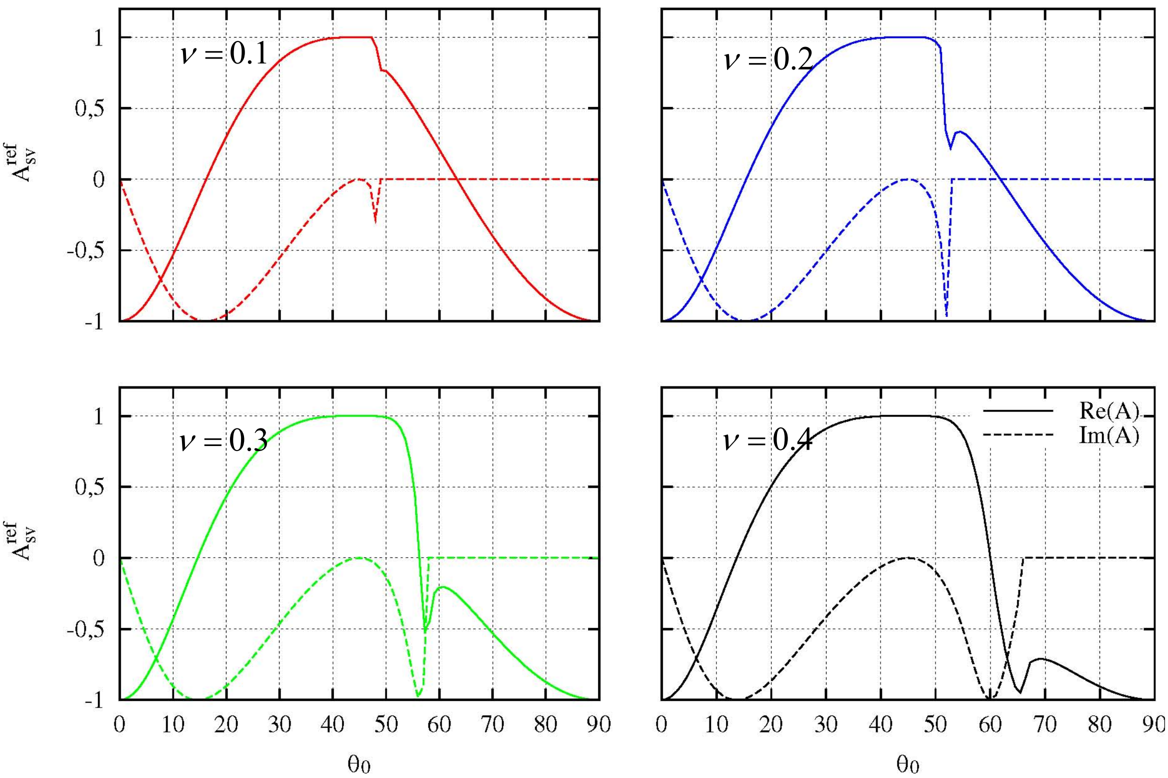


Figura 4.8. Variación de la amplitud de la onda SV reflejada con el ángulo de Incidencia θ_0.

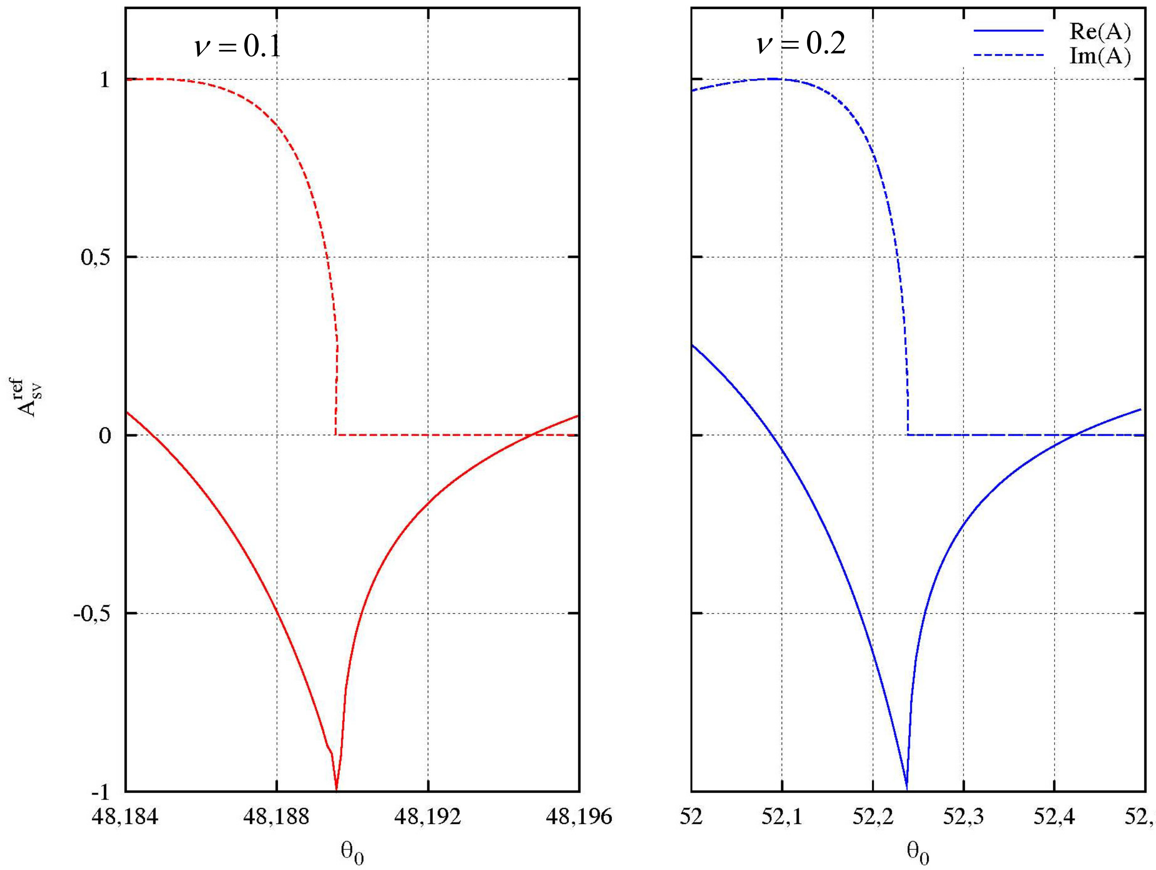


Figura 4.9. Detalle en las inmediaciones del ángulo crítico de la amplitud de la onda SV reflejada con el ángulo de Incidencia θ_0.

Finalmente, en la figura 4.10 se muestran los valores del ángulo de cambio de modo $(\theta_{c\,\mathrm{mod}\,o})$ y del ángulo crítico (θ_{cr}) en función del coeficiente de Poisson del suelo. Tal y como se puede verificar en la figura, existen dos valores por coeficiente de Poisson, para valores de $\nu < 0.263$, en los que se anula la amplitud de la onda SV reflejada.

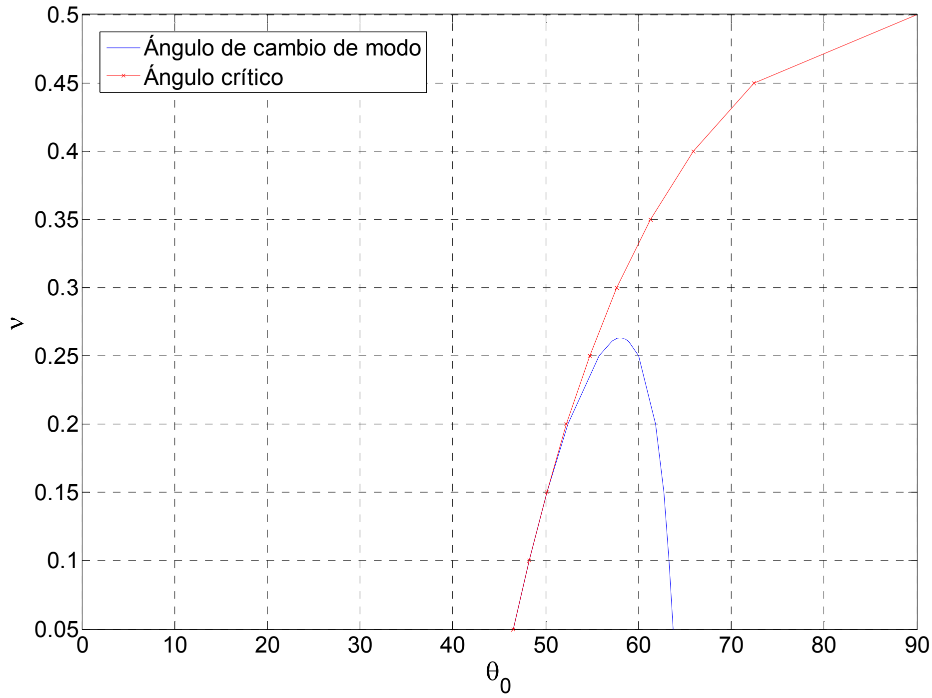


Figura 4.10. Ángulo de cambio de modo ($\theta_{c\,\mathrm{mod}\,o}$) y ángulo crítico (θ_{cr}) para una onda incidente tipo SV en función del coeficiente de Poisson del terreno.

4.2.4. Ondas de Rayleigh

4.2.4.1. Campo incidente

Analizado el mecanismo de propagación de las ondas P y S con sus distintas particularidades, en este apartado se aborda el estudio de las ondas de Rayleigh. Las ondas Rayleigh son ondas superficiales que producen un movimiento elíptico retrógrado del suelo. Se trata de ondas más lentas que las ondas de volumen y su velocidad de propagación es casi un 70% de la velocidad de propagación de las ondas S. Como se comprueba a continuación, una onda plana de Rayleigh propagándose por en semiespacio viscoelástico verifica por si sola la ecuación de gobierno del problema. Para comprobar esta afirmación vamos a partir del campo de desplazamientos provocado por una onda de esta naturaleza que se propaga en la dirección positiva del eje x_2 con una velocidad c y un número de onda $k = \omega / c$.

$$
\begin{aligned}
u_1 &= 0 \\
u_2 &= A\, e^{b x_3}\, e^{ik(ct - x_2)} \\
u_3 &= B\, e^{b x_3}\, e^{ik(ct - x_2)}
\end{aligned}
\qquad (4.94)
$$

Las componentes no nulas del campo de desplazamientos definido por las expresiones (4.94) son el resultado del producto de dos exponenciales. La segunda de ellas $e^{ik(ct-x_2)}$ representa una onda viajera que se propaga con velocidad c según el sentido positivo del eje x_2. La primera e^{bx_3}, teniendo en cuenta el sentido de los ejes con los que se ha venido trabajando (nótese que el valor de la coordenada x_3 es siempre negativa tal y como se ha definido el semiespacio), para valores de b positivos conduce a un exponente negativo, lo que implica que la amplitud de la onda disminuye con la profundidad, fenómeno característico de este tipo de ondas. En la figura 4.11 puede observase el movimiento que experimenta una partícula del suelo cuando se propaga una onda del tipo analizado.

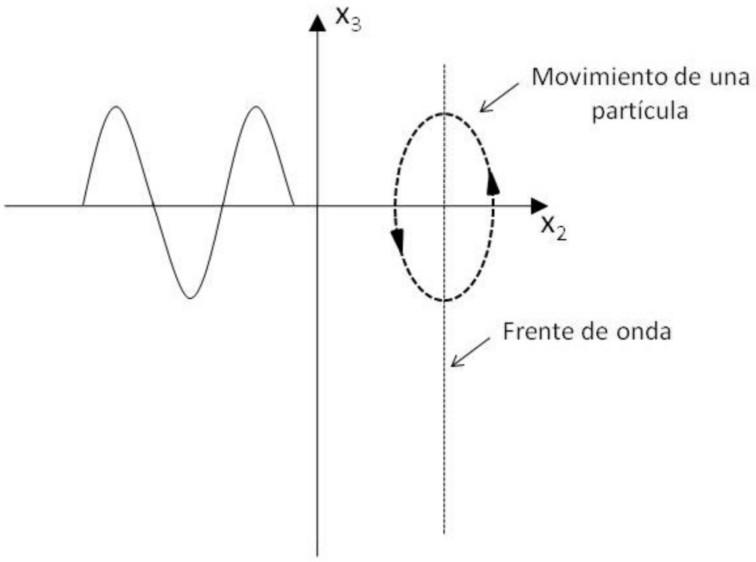


Figura 4.11. Propagación y movimiento de una partícula provocado por una onda de Raleigh.

Sustituyendo los desplazamientos dados por las expresiones (4.94) para las dos componentes no nulas del desplazamiento (u_2, u_3) en la ecuación de Navier:

$$\begin{aligned}
&\mu\left[-k^2 A e^{bx_3} e^{ik(ct-x_2)} + b^2 A e^{bx_3} e^{ik(ct-x_2)}\right] + (\lambda+\mu)\left[-k^2 A e^{bx_3} e^{ik(ct-x_2)} + i k b B e^{bx_3} e^{ik(ct-x_2)}\right] = \\
&= -\rho\omega^2 A e^{bx_3} e^{ik(ct-x_2)} \\
&\mu\left[-k^2 B e^{bx_3} e^{ik(ct-x_2)} + b^2 B e^{bx_3} e^{ik(ct-x_2)}\right] + (\lambda+\mu)\left[i k b A e^{bx_3} e^{ik(ct-x_2)} + b^2 B e^{bx_3} e^{ik(ct-x_2)}\right] = \\
&= -\rho\omega^2 B e^{bx_3} e^{ik(ct-x_2)}
\end{aligned} \tag{4.95}$$

Reordenado y sacando factor común $A\,y\,B$ las ecuaciones anteriores pueden escribirse como:

$$\begin{aligned}&\left[b^2\,\mu-k^2\,(\lambda+2\mu)+\rho\,\omega^2\right]A+i\,k\,b\,(\lambda+\mu)\,B=0\\&i\,k\,b\,(\lambda+\mu)\,A+\left[b^2(\lambda+2\mu)-k^2\,\mu+\rho\,\omega^2\right]B=0\end{aligned}\tag{4.96}$$

Para que el sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas dado por (4.96) tenga solución no trivial, es decir que $A\,y\,B$ sean distintos de cero, el determinante del sistema tiene que ser nulo. Se trata por tanto de un problema de autovalores que determina valores de b que conducen a una solución distinta de la trivial.

$$\begin{vmatrix}b^2\,\mu-k^2\,(\lambda+2\mu)+\rho\,\omega^2 & i\,k\,b\,(\lambda+\mu)\\ i\,k\,b\,(\lambda+\mu) & b^2(\lambda+2\mu)-k^2\,\mu+\rho\,\omega^2\end{vmatrix}=0\tag{4.97}$$

Por tanto:

$$\left[b^2\,\mu-k^2\,(\lambda+2\mu)+\rho\,\omega^2\right]\left[b^2(\lambda+2\mu)-k^2\,\mu+\rho\,\omega^2\right]-\left[i\,k\,b\,(\lambda+\mu)\right]^2=0\tag{4.98}$$

Dividiendo la expresión anterior por ρ y teniendo en cuenta las siguientes identidades:

$$\frac{\mu}{\rho}=c_s^2\qquad\left(\frac{\lambda+2\mu}{\rho}\right)=c_p^2\qquad\left(\frac{\lambda+\mu}{\rho}\right)=c_p^2-c_s^2\qquad\omega^2=k^2\,c^2$$

La ecuación (4.98) queda como:

$$\begin{aligned}&b^4\,(c_s^2\,c_p^2)+b^2\left[k^2\,c_s^2\,(c^2-c_s^2)+k^2\,c_p^2\,(c^2-c_p^2)+k^2\,(c_p^2-c_s^2)^2\right]+\\&k^4(c^2-c_p^2)(c^2-c_s^2)=0\end{aligned}\tag{4.99}$$

Las cuatro soluciones de la ecuación (4.99) son:

$$\begin{aligned}&b_1^2=k^2\left(1-\frac{c^2}{c_s^2}\right)\quad\rightarrow\quad b_1=\pm k\sqrt{\left(1-\frac{c^2}{c_s^2}\right)}\\&b_2^2=k^2\left(1-\frac{c^2}{c_p^2}\right)\quad\rightarrow\quad b_2=\pm k\sqrt{\left(1-\frac{c^2}{c_p^2}\right)}\end{aligned}\tag{4.100}$$

Tomando las raíces positivas (recuérdese lo de la necesidad de que el parámetro b sea positivo para que la amplitud disminuya con la profundidad y se cumpla la realidad física conocida) y sustituyéndolas en la primera de las ecuaciones (4.96) tenemos:

Para $b = b_1 \rightarrow \left[k^2(1-\frac{c^2}{c_s^2})c_s^2 + k^2(c^2 - c_p^2) \right] + ik\left[k(1-\frac{c^2}{c_s^2})^{1/2} \right](c_p^2 - c_s^2)\left(\frac{B}{A}\right) = 0$ (4.101)

Que simplificando conduce una relación entre las amplitudes de las dos ondas involucradas.

$$\left(\frac{B}{A}\right)_1 = -\frac{ik}{k(1-\frac{c^2}{c_s^2})^{1/2}} = -\frac{ik}{b_1} \quad (4.102)$$

Para $b = b_2 \rightarrow \left[k^2(1-\frac{c^2}{c_p^2})c_s^2 + k^2(c^2 - c_p^2) \right] + ik\left[k(1-\frac{c^2}{c_p^2})^{1/2} \right](c_p^2 - c_s^2)\left(\frac{B}{A}\right) = 0$ (4.103)

Que operando de forma análoga conduce a:

$$\left(\frac{B}{A}\right)_2 = \frac{k(1-\frac{c^2}{c_p^2})^{1/2}}{ik} = \frac{b_2}{ik} \quad (4.104)$$

A la vista del desarrollo podemos concluir que para que exista solución al problema debe darse una relación entre las amplitudes $A\,y\,B$ de las ondas que depende de los valores de b. De esta forma, el campo de desplazamientos para este tipo de ondas que satisface la ecuación de gobierno es el definido por (4.105).

$$\begin{aligned} u_1 &= 0 \\ u_2 &= A_1\, e^{b_1 x_3} e^{ik(ct-x_2)} + A_2\, e^{b_2 x_3} e^{ik(ct-x_2)} \\ u_3 &= -\frac{ik}{b_1} A_1\, e^{b_1 x_3} e^{ik(ct-x_2)} + \frac{b_2}{ik} A_2\, e^{b_2 x_3} e^{ik(ct-x_2)} \end{aligned} \quad (4.105)$$

4.2.4.2.Imposición de las condiciones de contorno

Para definir completamente los desplazamientos es necesario determinar el valor de las amplitudes A_1 y A_2 y el número de onda k. Para ello vamos a aplicar las condiciones de contorno correspondiente al semiespacio. En la superficie libre $x_3 = 0$ no existen tensiones.

$$En\ \ x_3 = 0 \ \ \rightarrow \ \ \begin{cases} \sigma_{23} = 0 \\ \sigma_{33} = 0 \end{cases} \quad (4.106)$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} \sigma_{23} &= \mu\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3}+\frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right)=0 \\ \sigma_{33} &= 2\mu\frac{\partial u_3}{\partial u_3}+\lambda\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}+\frac{\partial u_2}{\partial x_2}+\frac{\partial u_3}{\partial x_3}\right)=0 \end{aligned} \tag{4.107}$$

Sustituyendo las derivadas del campo de desplazamientos dado por las expresiones (4.105) en las ecuaciones (4.107) se llega a:

$$En\ x_3=0 \;\rightarrow \begin{cases} b_1\left(1+\dfrac{k^2}{b_1^2}\right)A_1+2b_2\,A_2=0 \\ 2\mu A_1+\left[2\mu\dfrac{b_2^2}{k^2}-\lambda\left(1-\dfrac{b_2^2}{k^2}\right)\right]A_2=0 \end{cases} \tag{4.108}$$

Llamando $\dfrac{c^2}{c_s^2}=\gamma_s$ y $\dfrac{c^2}{c_p^2}=\gamma_p$ es posible escribir:

$$\frac{k^2}{b_1^2}=\frac{1}{1-\dfrac{c^2}{c_s^2}}=\frac{1}{1-\gamma_s} \qquad\qquad \frac{b_2^2}{k^2}=1-\frac{c^2}{c_p^2}=1-\gamma_p \tag{4.109}$$

Expresiones que sustituidas en (4.108), teniendo en cuenta la expresión de b_1 y de b_2 y tras realizar una serie de simplificaciones conducen al sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} &(2-\gamma_s)A_1+2(1-\gamma_p)^{1/2}(1-\gamma_s)^{1/2}A_2=0 \\ &2A_1+(2-\gamma_s)A_2=0 \end{aligned} \tag{4.110}$$

Para que A_1 y A_2 tengan valor diferente al trivial, es necesario que el determinante del sistema sea nulo. Nuevamente se trata de un problema de autovalores que permite obtener, como vamos a ver a continuación, los valores de γ_s y de γ_p al estar ambos relacionados entre sí a través de las constantes elásticas. Así:

$$\begin{vmatrix} (2-\gamma_s) & 2(1-\gamma_p)^{1/2}(1-\gamma_s)^{1/2} \\ 2 & (2-\gamma_s) \end{vmatrix}=0 \tag{4.111}$$

Cuya ecuación característica, teniendo en cuenta la relación $\gamma_p=\dfrac{\mu}{\lambda+2\mu}\gamma_s$, puede escribirse en función de una de las variables como:

$$(2-\gamma_s)^2 - 4\left(1-\frac{\mu}{\lambda+2\mu}\gamma_s\right)^{1/2}(1-\gamma_s)^{1/2} = 0 \tag{4.112}$$

La solución de (4.112) conduce al valor de γ_s y por tanto a la velocidad de propagación c si se conocen las propiedades del medio.

Por otro lado, a través de la segunda de las ecuaciones (4.110) es posible encontrar una relación entre A_1 y A_2:

$$A_2 = -\left(\frac{2}{2-\gamma_s}\right)A_1 \tag{4.113}$$

Si introducimos esta relación en la expresión del campo de desplazamiento dado por las expresiones (4.105) queda el mismo como:

$$\begin{aligned} u_1 &= 0 \\ u_2 &= A_1\left(e^{b_1 x_3} - \frac{2}{2-\gamma_s}e^{b_2 x_3}\right)e^{ik(ct-x_2)} \\ u_3 &= A_1\left(-\frac{ik}{b_1}e^{b_1 x_3} - \frac{b_2}{ik}\frac{2}{2-\gamma_s}e^{b_2 x_3}\right)e^{ik(ct-x_2)} \end{aligned} \tag{4.114}$$

4.2.4.3. Tensores de deformación y tensión

Conocidas las expresiones del campo de desplazamientos es posible determinar los tensores de deformación y tensión. Como es habitual se calcula primeramente el tensor de deformaciones haciendo uso de las ecuaciones de compatibilidad, para a continuación, mediante la ley de comportamiento, obtener la expresión del tensor de tensiones en cada punto del semiespacio. A la vista de los desplazamientos determinados en el apartado anterior, ecuaciones (4.114) el tensor de deformaciones presenta el aspecto siguiente:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ 0 & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \tag{4.115}$$

Cuyas componentes no nulas son las siguientes:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{22} &= \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = -ik\left(A_1 e^{b_1 x_3} + A_2 e^{b_2 x_3}\right) e^{-ikx_2} \\
\varepsilon_{33} &= \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \left(ik\, A_1 e^{b_1 x_3} - \frac{b_2^2}{ik} A_2 e^{b_2 x_3}\right) e^{-ikx_2} \\
\varepsilon_{23} = \varepsilon_{32} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right) = \frac{1}{2}\left((b_1 + \frac{k^2}{b_1}) A_1 e^{b_1 x_3} + 2 b_2\, A_2 e^{b_2 x_3}\right) e^{-ikx_2}
\end{aligned} \tag{4.116}$$

Obtenido el tensor de deformaciones, es posible determinar las componentes del tensor de tensiones haciendo uso de la ley de comportamiento del material:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ 0 & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \tag{4.117}$$

donde las componentes no nulas son:

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} &= 2\mu\varepsilon_{11} + \lambda\varepsilon_{kk} = -\lambda\left(ik + \frac{b_2^2}{ik}\right) A_2\, e^{b_2 x_3}\, e^{-ikx_2} \\
\sigma_{22} &= 2\mu\varepsilon_{22} + \lambda\varepsilon_{kk} = \left[-2\mu i k\, A_1\, e^{b_1 x_3} - \left(\lambda\left(ik + \frac{b_2^2}{ik}\right) + 2\mu i k\right) A_2\, e^{b_2 x_3}\right] e^{-ikx_2} \\
\sigma_{33} &= 2\mu\varepsilon_{33} + \lambda\varepsilon_{kk} = \left[2\mu i k\, A_1\, e^{b_1 x_3} - \left((\lambda + 2\mu)\left(\frac{b_2^2}{ik}\right) + \mu i k\right) A_2\, e^{b_2 x_3}\right] e^{-ikx_2} \\
\sigma_{23} = \sigma_{32} &= 2\mu\varepsilon_{23} = \mu\left[\left(b_1 + \frac{k^2}{b_1}\right) A_1\, e^{b_1 x_3} + 2b\, A_2\, e^{b_2 x_3}\right] e^{-ikx_2}
\end{aligned} \tag{4.118}$$

Es posible encontrar un paralelismo entre las expresiones obtenidas para el campo de desplazamientos provocado por la propagación de una onda de Rayleigh y la expresión (4.1) que se utilizó para la obtención del campo provocado por ondas P y S en apartados precedentes. Si comparamos la expresión general del campo dado por (4.1) particularizada para el problema que se viene abordando con las obtenidas para el campo de desplazamientos de una onda de Rayleigh, ecuaciones (4.114) se concluye lo siguiente con respecto a los vectores que contienen los cosenos directores de los desplazamientos y a los vectores de dirección de propagación:

$$\mathbf{d}^{(0)} = \left[0,\ 1,\ -\frac{ik}{b_1}\right] \qquad \mathbf{d}^{(1)} = \left[0,\ 1,\ -\frac{b_2}{ik}\right] \tag{4.119}$$

$$\mathbf{s}^{(0)} = \left[0,\ 1,\ \frac{ib_1}{k}\right] \qquad \mathbf{s}^{(1)} = \left[0,\ 1,\ \frac{ib_2}{k}\right] \tag{4.120}$$

En notorio la naturaleza compleja de las componentes en dirección x_3.

4.3.Extensión de las expresiones bidimensionales al problema general en 3 dimensiones

La formulación planteada hasta este momento permite tener en cuenta una onda con incidencia genérica contenida en el plano x_2x_3. Sin embargo, no se refleja en ella la posible incidencia contenida en cualquier otro plano. El objetivo del presente apartado es implementar esa posibilidad.

En la figura 4.12 se puede observar una representación del sistema de ejes empleado y de la relación existente entre los ejes en los que se ha abordado el problema hasta el momento, denominados a partir de ahora ($\tilde{x}_2\tilde{x}_3$) y los nuevos ejes genéricos (x_2x_3), ($x_3 = \tilde{x}_3$):

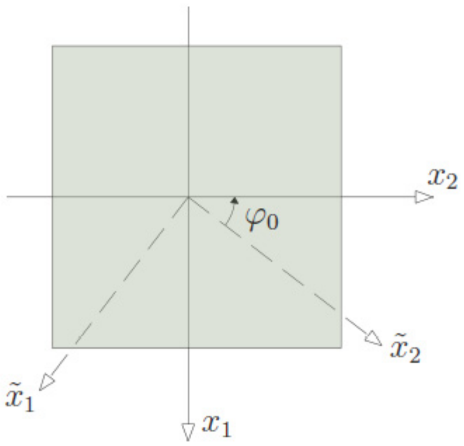


Figura 4.12. Relación entre los ejes $\tilde{x}_2\tilde{x}_3$ y x_2x_3.

Definiendo un conjunto de vectores unitarios en la dirección de los tres ejes cartesianos del problema inicial ($\tilde{\mathbf{i}}_1, \tilde{\mathbf{i}}_2, \tilde{\mathbf{i}}_3$) y otro en la dirección de los nuevos ($\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$), se puede demostrar que existe entre ellos la siguiente relación:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{i}_2 \\ \mathbf{i}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_0) & sen(\varphi_0) & 0 \\ -sen(\varphi_0) & \cos(\varphi_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{i}}_1 \\ \tilde{\mathbf{i}}_2 \\ \tilde{\mathbf{i}}_3 \end{bmatrix} \qquad (4.121)$$

La matriz que relaciona el conjunto de vectores unitarios del sistema de ejes inicial con el del sistema $x_1x_2x_3$ se denomina matriz de rotación y se denotará en lo sucesivo mediante la letra $\mathbf{R}$.

A pesar de que las expresiones son de aplicación totalmente general, se emplearán, a modo de ejemplo, los parámetros relativos a la onda SV. Esto se hace únicamente con fines ilustrativos, siendo las expresiones y conclusiones totalmente generales. En este sentido, el campo de desplazamientos en el sistema de ejes inicial ($\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3$) se puede expresar como:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{d}}^{(0)} A_{sv}^{inc} e^{-ik_s(\tilde{\mathbf{s}}^{(0)}\cdot\tilde{\mathbf{r}})} + \tilde{\mathbf{d}}^{(1)} A_{sv}^{ref} e^{-ik_s(\tilde{\mathbf{s}}^{(1)}\cdot\tilde{\mathbf{r}})} + \tilde{\mathbf{d}}^{(2)} A_{p}^{ref} e^{-ik_p(\tilde{\mathbf{s}}^{(2)}\cdot\tilde{\mathbf{r}})} \qquad (4.122)$$

Cuyos vectores de propagación y desplazamiento $\tilde{\mathbf{s}}\, y\, \tilde{\mathbf{d}}$ son:

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{s}}^{(0)} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(\theta_0) \\ sen(\theta_0) \end{bmatrix} & \tilde{\mathbf{d}}^{(0)} &= \begin{bmatrix} 0 \\ sen(\theta_0) \\ -\cos(\theta_0) \end{bmatrix} \\
\tilde{\mathbf{s}}^{(1)} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(\theta_1) \\ -sen(\theta_1) \end{bmatrix} & \tilde{\mathbf{d}}^{(1)} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -sen(\theta_1) \\ -\cos(\theta_1) \end{bmatrix} \\
\tilde{\mathbf{s}}^{(2)} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(\theta_2) \\ -sen(\theta_2) \end{bmatrix} & \tilde{\mathbf{d}}^{(2)} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(\theta_2) \\ -sen(\theta_2) \end{bmatrix}
\end{aligned} \qquad (4.123)$$

Premultiplicando la expresión del campo de desplazamientos por $\mathbf{R}$ se obtiene:

$$\mathbf{R}\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{R}\tilde{\mathbf{d}}^{(0)} A_{sv}^{inc} e^{-ik_s(\tilde{\mathbf{s}}^{(0)}\cdot\tilde{\mathbf{r}})} + \mathbf{R}\tilde{\mathbf{d}}^{(1)} A_{sv}^{ref} e^{-ik_s(\tilde{\mathbf{s}}^{(1)}\cdot\tilde{\mathbf{r}})} + \mathbf{R}\tilde{\mathbf{d}}^{(2)} A_{p}^{ref} e^{-ik_p(\tilde{\mathbf{s}}^{(2)}\cdot\tilde{\mathbf{r}})} \qquad (4.124)$$

La expresión del producto escalar $\tilde{\mathbf{s}}^{(j)}\cdot\tilde{\mathbf{r}}$ puede expresarse como:

$$\tilde{\mathbf{s}}^{(j)}\cdot\tilde{\mathbf{r}} = (\mathbf{R}^{-1}\,\mathbf{s}^{(j)})^T\,\mathbf{R}^{-1}\,\mathbf{r} = [\mathbf{s}^{(j)}]^T(\mathbf{R}^{-1})^T\,\mathbf{R}^{-1}\,\mathbf{r} = [\mathbf{s}^{(j)}]^T\,\mathbf{R}\,\mathbf{R}^{-1}\,\mathbf{r} = \mathbf{s}^{(j)}\,\mathbf{r} \qquad (4.125)$$

Según esa igualdad, se puede establecer que el producto de la matriz $\mathbf{R}$ por el campo de desplazamientos toma el valor:

$$\mathbf{R}\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{R}\tilde{\mathbf{d}}^{(0)} A_{sv}^{inc} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})} + \mathbf{R}\tilde{\mathbf{d}}^{(1)} A_{sv}^{ref} e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})} + \mathbf{R}\tilde{\mathbf{d}}^{(2)} A_{p}^{ref} e^{-ik_p(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})} \qquad (4.126)$$

Teniendo en cuenta además las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{u} = \mathbf{R}\,\tilde{\mathbf{u}} & & \\
&\mathbf{s}^{(0)} = \mathbf{R}\,\tilde{\mathbf{s}}^{(0)} & &\mathbf{d}^{(0)} = \mathbf{R}\,\tilde{\mathbf{d}}^{(0)} \\
&\mathbf{s}^{(1)} = \mathbf{R}\,\tilde{\mathbf{s}}^{(1)} & &\mathbf{d}^{(1)} = \mathbf{R}\,\tilde{\mathbf{d}}^{(1)} \\
&\mathbf{s}^{(2)} = \mathbf{R}\,\tilde{\mathbf{s}}^{(2)} & &\mathbf{d}^{(2)} = \mathbf{R}\,\tilde{\mathbf{d}}^{(2)}
\end{aligned} \qquad (4.127)$$

El campo de desplazamiento queda finalmente expresado como:

$$\mathbf{u}=\mathbf{d}^{(0)}A_{sv}^{inc}e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(0)}\cdot\mathbf{r})}+\mathbf{d}^{(1)}A_{sv}^{ref}e^{-ik_s(\mathbf{s}^{(1)}\cdot\mathbf{r})}+\mathbf{d}^{(2)}A_{p}^{ref}e^{-ik_p(\mathbf{s}^{(2)}\cdot\mathbf{r})} \tag{4.128}$$

Así, el problema se puede plantear de modo análogo al realizado para el plano x_2x_3 con la salvedad de que los vectores $\mathbf{s}$ y $\mathbf{d}$ vienen dado por la expresiones (4.127).

4.4.Modelo de excitación sísmica. Incorporación de las ecuaciones del campo incidente en un modelo acoplado de Elementos de Contorno

En los modelos que se pretenden resolver, la excitación sísmica se ha implementado como un campo de ondas armónicas planas en el suelo que incide hacia la zona de localización del embalse desde un punto lejano. Como consecuencia de la presencia del cañón, de la presa y del embalse, el campo estudiado para cada tipo de onda en los epígrafes anteriores, al que hemos denominado campo incidente ($\mathbf{u}_\mathbf{I}^s$), se ve distorsionado. Podemos considerar el campo de desplazamientos en el suelo como la superposición de los campos de desplazamientos de dos problemas (figura 4.13). El primero se corresponde con el provocado por el tren de ondas incidente sobre el semiespacio uniforme ($\mathbf{u}_\mathbf{I}^s$) cuya expresión analítica son las que se han obtenido anteriormente. El segundo representa el campo difractado por la presencia del sistema cañón-presa-embalse ($\mathbf{u}_\mathbf{D}^s$). Por lo tanto el campo total ($\mathbf{u}_\mathbf{T}^s$) en el suelo será la suma de ambos ($\mathbf{u}_\mathbf{T}^s=\mathbf{u}_\mathbf{I}^s+\mathbf{u}_\mathbf{D}^s$). En la presa, en el agua embalsado y en el sedimento poroso, sin embargo, únicamente existe campo difractado siendo el campo total igual a éste ($\mathbf{u}_\mathbf{T}^p=\mathbf{u}_\mathbf{D}^p$, $\mathbf{u}_\mathbf{T}^a=\mathbf{u}_\mathbf{D}^a$, $\mathbf{u}_\mathbf{T}^{sed}=\mathbf{u}_\mathbf{D}^{sed}$).

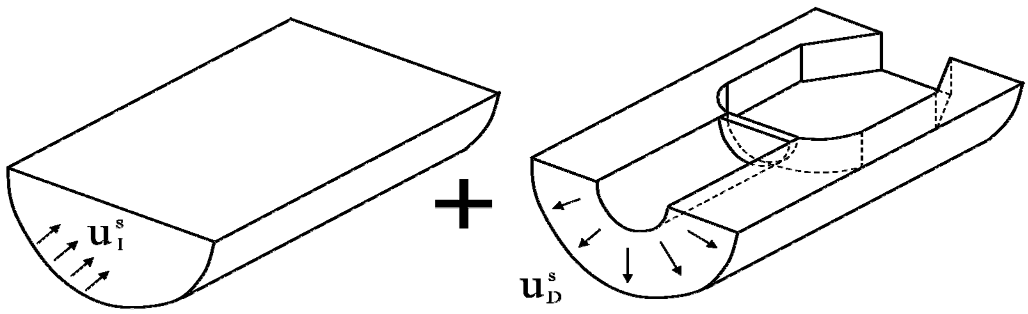


Figura 4.13. Modelo de la excitación sísmica. Campo total en suelo como superposición del campo incidente $\mathbf{u}_\mathbf{I}^s$ y difractado $\mathbf{u}_\mathbf{D}^s$.

Al ser conocido de forma explícita el campo incidente, el problema se plantea en calcular la evaluación del campo difractado por medio del MEC. El sistema de ecuaciones de elementos de contorno planteado para el campo difractado en las dos regiones sólidas (suelo y presa), en la región fluida (agua) y en la región porosa (sedimento) conduce a:

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}^{s}\ \mathbf{u}_{\mathbf{D}}^{s} &= \mathbf{G}^{s}\ \mathbf{t}_{\mathbf{D}}^{s} \\
\mathbf{H}^{p}\ \mathbf{u}_{\mathbf{D}}^{p} &= \mathbf{G}^{p}\ \mathbf{t}_{\mathbf{D}}^{p} \\
\mathbf{H}^{a}\ \mathbf{p}_{\mathbf{D}}^{a} &= \mathbf{G}^{a}\left(\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}}\right)_{\mathbf{D}}^{a} \\
\mathbf{H}^{sed}\ \mathbf{u}_{\mathbf{D}}^{sed} &= \mathbf{G}^{sed}\ \mathbf{t}_{\mathbf{D}}^{sed}
\end{aligned} \tag{4.129}$$

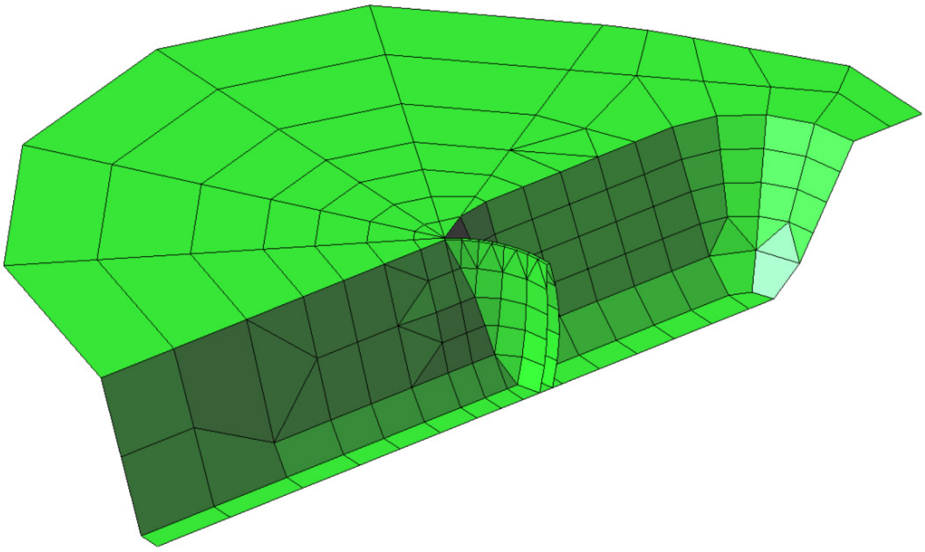


Figura 4.14. Modelo de elementos de contorno para la presa de Morrow Point.

A título ilustrativo se muestra en la figura 4.14 una de las mallas de elementos de contorno del sistema comentado. Se va a resolver un problema simétrico (con respecto al plano vertical que contiene al eje longitudinal del cañón) por lo que sólo se muestra la mitad de la geometría completa. Si bien la superficie libre del suelo se extiende hasta el infinito, la malla de elementos de contorno sólo se extiende hasta cierta distancia de la presa. Esto no produce errores significativos debido a que las ecuaciones (4.129) están escritas en términos del campo difractado, el cual satisface las condiciones de radiación. Para minimizar el error cometido por este truncamiento del suelo es necesario evaluar mediante una serie de pruebas numéricas la distancia desde la presa que garantice el amortiguamiento del campo difractado, lo que definirá la distancia de superficie libre a discretizar. Con todo lo dicho relativo al campo total en cada región, las ecuaciones (4.129) pueden escribirse en términos del campo total de desplazamientos y tensiones en el suelo, la presa, el agua y el sedimento como sigue:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{s}\ \mathbf{u}_{\mathbf{T}}^{s} - \mathbf{G}^{s}\ \mathbf{t}_{\mathbf{T}}^{s} &= \mathbf{H}^{s}\ \mathbf{u}_{\mathbf{I}}^{s} - \mathbf{G}^{s}\ \mathbf{t}_{\mathbf{I}}^{s} \\ \mathbf{H}^{p}\ \mathbf{u}_{\mathbf{T}}^{p} - \mathbf{G}^{p}\ \mathbf{t}_{\mathbf{T}}^{p} &= 0 \\ \mathbf{H}^{a}\ \mathbf{p}_{\mathbf{T}}^{a} - \mathbf{G}^{a} \left(\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}}\right)_{\mathbf{T}}^{a} &= 0 \\ \mathbf{H}^{sed}\ \mathbf{u}_{\mathbf{T}}^{sed} - \mathbf{G}^{sed}\ \mathbf{t}_{\mathbf{T}}^{sed} &= 0 \end{aligned} \tag{4.130}$$

Sobre estas ecuaciones expresadas en función del campo total se aplican las condiciones de contorno y las condiciones de interfase. Así, en la superficie libre del suelo y en los paramentos de la presa que no están en contacto con agua se aplica la condición de tensión nula. En los elementos de la interfase presa-terreno se prescribe equilibrio de tensiones y continuidad de desplazamientos. En las interfases entre la región agua y las regiones sólidas se establece la ausencia de tensión tangencial en el sólido, así como la igualdad de la tensión normal y la presión hidrodinámica en el fluido. La condición cinemática en este caso es la igualdad de desplazamientos en la dirección normal a la interfase.

4.5. Tratamiento e implementación de las ecuaciones de campo en problemas con planos de simetría geométrica

El código empleado para abordar la resolución de los problemas planteados, en aquellos casos en que exista simetría geométrica, en aras a disminuir el número de grados de libertad y reducir de esta forma el tiempo de computación, permite discretizar únicamente la parte necesaria para definir la geometría del problema. Así por ejemplo y tal y como se ha comentado con anterioridad, en el modelo de elementos de contorno de la presa de Morrow Point propuesto, existe un plano de simetría geométrica, el formado por los ejes que van en la dirección de la cerrada del cañón por un lado y en la dirección de la altura de la presa por otro, por lo que únicamente es necesario discretizar la mitad del conjunto, véase la figura 4.14.

La resolución del problema requiere la solución de dos casos, uno simétrico y otro antisimétrico al no haber simetría en la solicitación (téngase en cuenta que salvo en determinados casos de incidencia vertical la onda incide en el modelo de forma no simétrica). Para poder hacer uso de la ventaja que supone la simetría geométrica es necesario adaptar las expresiones del campo incidente desarrolladas en los apartados anteriores al caso de simetría específico. Para ello se parte de la expresión genérica del campo de desplazamientos (ecuación (4.1):

$$u_i = \sum_{j=0}^{n} d_i^j A_j \, e^{-\mathrm{i}k_j(\mathbf{s}^{(j)}\cdot\mathbf{r})}$$

Supóngase que denominamos al plano respecto al que existe simetría geométrica x_1x_2, los términos afectados por la simetría son aquellos que contienen referencias a las coordenadas espaciales, en este caso, los términos exponenciales y de forma particular los relacionados con la coordenada x_3. Desarrollando el producto escalar presente en el exponente de la expresión anterior para la onda j se tiene:

$$e^{-\mathrm{i}k_j(\mathbf{s}^{(j)}\cdot\mathbf{r})} = e^{-\mathrm{i}k_j(s_1^{(j)}x_1)} \, e^{-\mathrm{i}k_j(s_2^{(j)}x_2)} \, e^{-\mathrm{i}k_j(s_3^{(j)}x_3)} \tag{4.131}$$

El último de estos términos, el afectado por las condiciones de simetría, puede escribirse como:

$$\begin{aligned} e^{-\mathrm{i}k_j(s_3^{(j)}x_3)} &= \frac{1}{2}\left[e^{-\mathrm{i}k_j(s_3^{(j)}x_3)} + e^{\mathrm{i}k_j(s_3^{(j)}x_3)}\right] + \frac{1}{2}\left[e^{-\mathrm{i}k_j(s_3^{(j)}x_3)} - e^{\mathrm{i}k_j(s_3^{(j)}x_3)}\right] = \\ &= \cos\left(k_j s_3^{(j)} x_3\right) + i\,sen\left(k_j s_3^{(j)} x_3\right) \end{aligned} \tag{4.132}$$

Con el fin de simplificar la nomenclatura, la ecuación (4.132) puede escribirse como:

$$e^{-\mathrm{i}k_j(s_3^{(j)}x_3)} = ezc(j) + ezs(j) \tag{4.133}$$

donde:

$$\begin{aligned} ezc(j) &= \cos\left(k_j s_3^{(j)} x_3\right) \\ ezs(j) &= i\,sen\left(k_j s_3^{(j)} x_3\right) \end{aligned} \tag{4.134}$$

Por analogía, las componentes que no se ven afectadas por la simetría (x_1 y x_2) pueden escribirse como:

$$\begin{aligned} e^{-\mathrm{i}k_j(s_1^{(j)}x_1)} &= ex(j) \\ e^{-\mathrm{i}k_j(s_2^{(j)}x_2)} &= ey(j) \end{aligned} \tag{4.135}$$

Introduciendo las expresiones (4.133) y (4.135) la exponencial de la expresión (4.1) queda:

$$e^{-\mathrm{i}k_j(\mathbf{s}^{(j)}\cdot\mathbf{r})} = ex(j)\,ey(j)\left[ezc(j) + ezs(j)\right] = \underbrace{ex(j)\,ey(j)\,ezc(j)}_{Parte\,simétrica} + \underbrace{ex(j)\,ey(j)\,ezs(j)}_{Parte\,antisimétrica} \tag{4.136}$$

Así el campo de desplazamientos expresado como superposición de un problema simétrico y otro antisimétrico queda como:

$$u_i = \sum_{j=0}^{n} d_i^j A_j \, e^{-ik_j(\mathbf{s}^{(j)}\cdot\mathbf{r})} = \sum_{j=0}^{n} d_i^j A_j \, ex(j)\, ey(j)\, ezc(j) + \sum_{j=0}^{n} d_i^j A_j \, ex(j)\, ey(j)\, ezs(j) \qquad (4.137)$$

Obtenido el campo de desplazamientos como suma de dos problemas es fácil obtener las expresiones de deformaciones y tensiones a haciendo uso de las ecuaciones de compatibilidad y de la ley de comportamiento del medio con análoga descomposición.

Capítulo 5

Modelo de Excitación Sísmica. Generación y Tratamiento de Registros Sísmicos

5.1.Introducción

Resulta evidente que para poder realizar cualquier comprobación de una estructura sometida a una acción de naturaleza símica es necesario definir la excitación de manera lo más precisa posible. A diferencia de otro tipo de acciones de más fácil cuantificación, los movimientos que se producen como consecuencia de un terremoto son extremadamente complejos. Es evidente que se trata de procesos no deterministas con un alto grado de aleatoriedad. En este trabajo la definición de la acción sísmica se va a realizar mediante acelerogramas artificiales compatibles con determinados espectros sísmicos generados a partir de técnicas estocásticas y probabilísticas. A ello se dedican los primeros tres apartados del capítulo. En el apartado 5.2, a título introductorio, se aborda la definición de acelerogramas y espectros. En el 5.3 se justifica el espectro de diseño escogido y se describe el procedimiento seguido para generar los acelerogramas artificiales compatibles con los citados espectros. A continuación en el apartado 5.4 se detalla y aplica un método de corrección de la línea base a los registros generados con el fin de que los mismos se comporten de una manera más próxima a la realidad de un terremoto. Una vez generados y corregidos los acelerogramas, en el punto 5.5. se desarrolla un procedimiento para la obtención de la respuesta temporal correspondiente a estos registros a partir de funciones de transferencia por medio de la Transformada Rápida de Fourier. Finalmente en el apartado 5.6 se propone un modelo de la excitación sísmica consistente en trenes de ondas planas P y S propagándose por el suelo hacia el emplazamiento con ángulo de incidencia completamente general, que sea compatible con los registros sísmicos de campo libre en superficie que se hayan adoptado para definir el terremoto (incorporando dos registros horizontales y uno vertical).

5.2.Antecedentes. Acelerograma y Espectros de Respuesta

Un acelerograma es un registro de la variación temporal de las aceleraciones en un punto del suelo en una dirección determinada registrado por un acelerógrafo. Un espectro de respuesta se puede definir como un gráfico de la respuesta máxima, expresada en términos de la aceleración, la velocidad, el desplazamiento, o de cualquier otra variable de interés, de una estructura u oscilador de un grado de libertad como consecuencia de una acción dinámica determinada. En el eje de abscisas se representa el periodo o la frecuencia propia de la estructura y en el eje de ordenadas la respuesta máxima de la variable en estudio calculada para un determinado factor de amortiguamiento. En un espectro de respuesta queda condensada la respuesta dinámica de una estructura en un único parámetro lo que resulta de gran utilidad para el diseñador. Si bien esto es una virtud innegable también supone un inconveniente dado que se obvia información importante que no es posible recoger con la respuesta máxima. Así por ejemplo, resulta evidente que los efectos sobre una estructura de un terremoto no dependen únicamente de la respuesta máxima sino también de su evolución temporal a lo largo del mismo. En la literatura se manejan distintos tipos de espectros para definir la acción sísmica; así podemos tener espectros de respuesta elástica, espectros de repuesta inelástica y espectros de diseño. Un espectro de respuesta elástica representa la respuesta máxima de un parámetro, como por ejemplo la aceleración, para un terremoto específico con un determinado factor de amortiguamiento. Se obtiene a partir del registro temporal haciendo uso de la Transformada de Fourier por lo presentan numerosos picos y valles que son consecuencia de la complejidad del acelerograma del terremoto. Los espectros de respuesta inelástica son similares a los anteriores pero están calculados bajo la suposición de que en la estructura pueden aparecer deformaciones plásticas por lo que contemplan la posibilidad de comportamiento no lineal. Un espectro de diseño no tiene una correspondencia directa con un sismo específico. Para su definición se emplean técnicas estadísticas que recogen los efectos de múltiples terremotos, constituyendo una envolvente de los espectros de respuesta de los sismos típicos de una zona. Son estos últimos los que figuran en las normas sismoresistentes y los que se emplean para el cálculo y la verificación de las construcciones.

Cualquier análisis que se realice tomando como punto de partida la excitación definida a base de espectros de respuesta va a poder determinar los valores máximos de la respuesta de la estructura sin posibilidad de analizar su evolución temporal. Si se desea conocer la respuesta a lo largo del tiempo, la excitación debe venir expresada también a lo largo del tiempo. Para ello y con el fin de recoger toda la información contenida en un espectro de diseño se recurren a los acelerogramas sintéticos o artificiales compatibles. Existen diversos métodos tanto estocásticos como deterministas para generar acelerogramas compatibles con un determinado espectro. El empleado en esta tesis es el implementado en el SIMQKE (Vanmarcke, Corneli, Gasparini, & Hou, 1976) y que se explica brevemente en la sección siguiente.

5.3.Espectro de diseño utilizado. Obtención del registro sísmico compatible

5.3.1.Espectro de diseño utilizado

Los acelerogramas que se van a emplear como excitación en los modelos presentados en este trabajo se han sintetizado tomando como base el Eurocódigo 8 (EN 1998-1:2004 (E)) (CEN. European Committee for Standardization, 2004). Para realizar la generación de los acelerogramas artificiales se hace necesario tomar dos decisiones iniciales: La primera de ellas hace referencia al tipo de suelo que se va a considerar; la segunda tiene que ver con el tipo de espectro. En relación a la primera, de entre los cinco tipos de suelos contemplados en la tabla 3.1 que figura en el apartado 3.1.2 del Eurocódigo 8, se ha elegido el tipo A que se corresponde con roca u otro tipo de formación geológica rocosa que incluye como máximo 5m de material menos resistente en la superficie. Este tipo de suelos viene caracterizado por un valor promedio de la velocidad de las ondas de corte $v_{s,30}$ superior a 800m/s definida por la expresión $v_{s,30} = \frac{30}{\sum_{i=1,N} \frac{h_i}{v_i}}$, donde h_i y v_i son el espesor en metros y la velocidad de la onda de corte de la i-ésima formación o capa de un total de N existentes en los 30m superiores de suelo. Esta elección es coherente con el tipo suelo incluido en los modelos sobre los que se van aplicar los acelerogramas artificiales como excitación temporal. En relación al segundo aspecto, el relacionado con el tipo de espectro de diseño, el Eurocódigo hace una distinción entre sismos grandes, los cuales quedan enmarcados dentro de los espectros denominados como tipo 1, y sismos pequeños que se engloban en los espectros denominados como tipo 2. En ambos casos se tratan de espectros de respuesta elástica en los que se existen cuatro tramos bien diferenciados. La forma espectral se ilustra en la figura 5.1 mientras que la definición de cada tramo se ha recogido en la tabla 5.1. En la figura 5.1 el eje de abscisas corresponde al periodo *T* y el eje de ordenadas al valor de la aceleración espectral S_e adimensionalizada por el valor de la aceleración de diseño a_g. En el primero de los tramos, para periodos entre 0 y T_B

, el espectro aumenta de forma directamente proporcional con el periodo, partiendo de un valor de S_e/a_g igual al factor de suelo (S) para $T=0$ hasta alcanzar el valor máximo de $2.5S\eta$ (η factor de corrección de amortiguamiento). En el segundo tramo, para periodos entre T_B y T_C, el valor de S_e/a_g es independiente del periodo permaneciendo constante e igual a $2.5S\eta$. El tercero, periodos entre T_C y T_D, el espectro disminuye de forma no lineal con el periodo. Finalmente el último tramo, periodos entre T_D y 4s, denominado tramo de desplazamiento espectral constante, presenta una disminución parabólica de S_e/a_g con T .

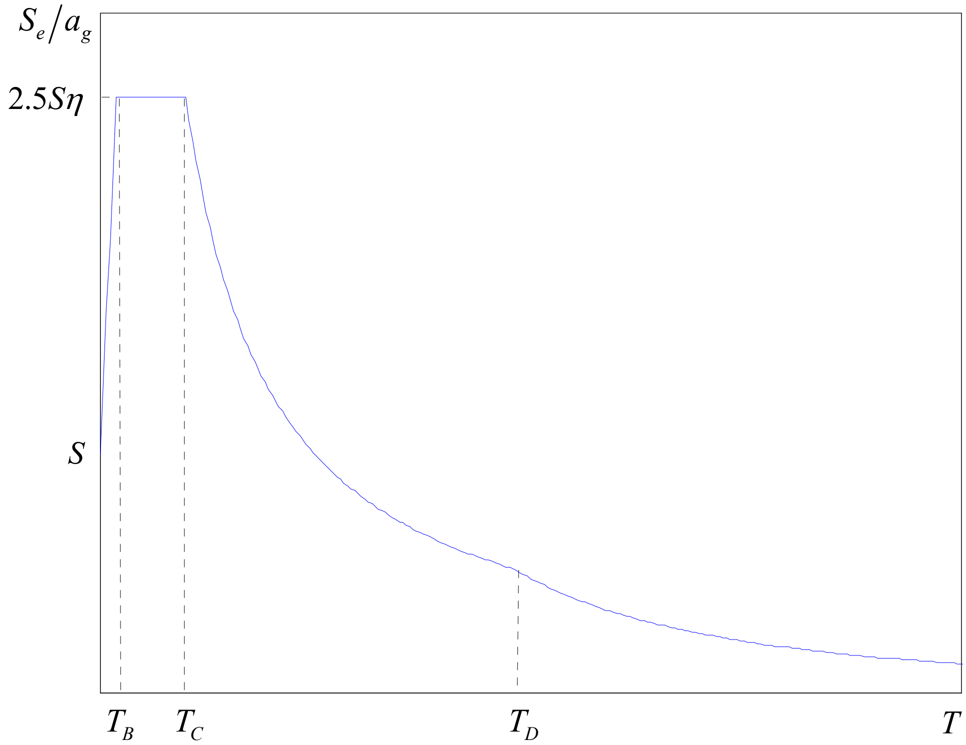


Figura 5.1. Forma características de los espectros de respuesta elástica según el Eurocódigo 8.

Horizontal	$0 \le T \le T_B: \ S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 2.5 - 1)\right]$ $T_B \le T \le T_C: \ S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5$ $T_C \le T \le T_D: \ S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \cdot \left[\frac{T_C}{T}\right]$ $T_D \le T \le 4s: \ S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2.5 \cdot \left[\frac{T_C T_D}{T^2}\right]$
Vertical	$0 \le T \le T_B: \ S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 3.0 - 1)\right]$ $T_B \le T \le T_C: \ S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot S \cdot \eta \cdot 3.0$ $T_C \le T \le T_D: \ S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot S \cdot \eta \cdot 3.0 \cdot \left[\frac{T_C}{T}\right]$ $T_D \le T \le 4s: \ S_{ve}(T) = a_{vg} \cdot S \cdot \eta \cdot 3.0 \cdot \left[\frac{T_C T_D}{T^2}\right]$
$S_e(T), S_{ve}(T)$: Espectro de respuesta elástica horizontal y vertical respectivamente. T : Periodo de vibración de un sistema de un grado de libertad. a_g : Aceleración de diseño en suelos tipo A (roca). a_{vg} : Aceleración del terreno de diseño en dirección vertical. T_B : Límite inferior del periodo a partir del cual comienza la zona de aceleración espectral constante. T_C : Límite superior del periodo a partir del cual finaliza la zona de aceleración espectral constante. T_D : Periodo que indica el comienzo del intervalo del espectro en el que el desplazamiento espectral es constante. S : Factor de suelo. η : Factor de corrección por amortiguamiento con relación al 5% de amortiguamiento viscoso.	

Tabla 5.1. Espectros de respuesta elástica horizontal y vertical según Eurocódigo 8 (EN 1998-1:2004E).

Si comparamos el espectro tipo 1 y el tipo 2 para el suelo elegido (tipo A) y una aceleración de diseño $a_g = 0.35g$, se observa que en el tipo 2 todo el espectro se encuentra desplazado hacia la izquierda, es decir, todos los tramos se corresponden con periodos menores. La comparación se muestra en la figura 5.2; en la tabla 5.2 se indican los parámetros que definen uno y otro. Además, con la salvedad del tramo $T_D - 4s$, el intervalo de periodos que caracteriza cada tramo es notablemente menor. Nótese, no obstante, como el valor máximo que se alcanza en ambos casos es el mismo.

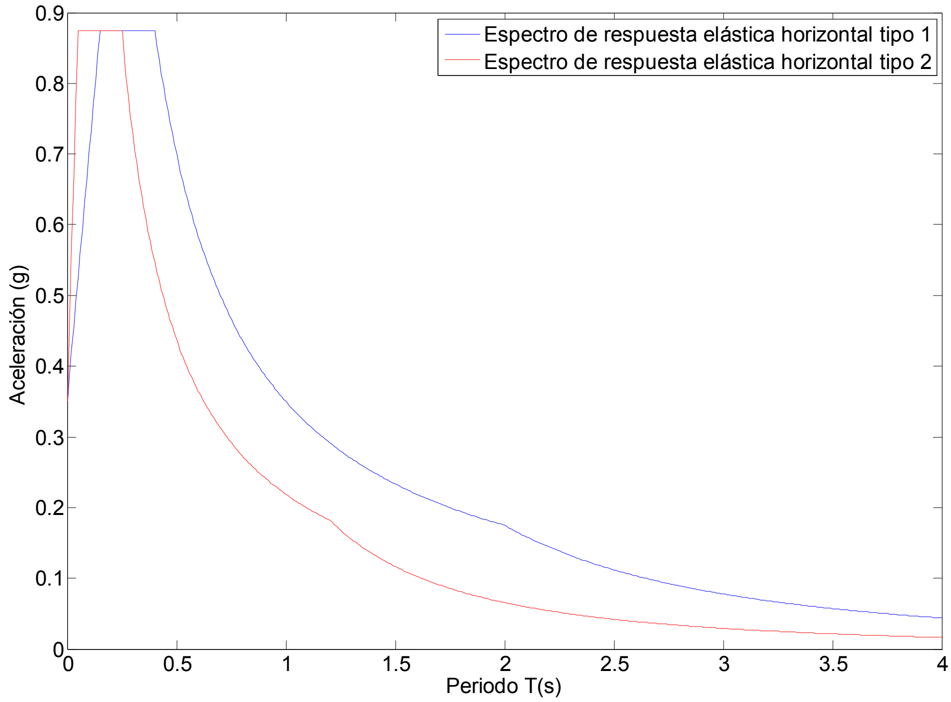


Figura 5.2. Comparativa entre los espectros de respuesta elástica horizontal tipo 1 y tipo 2 para una aceleración de diseño de 0.35g.

	S	T_B	T_C	T_D
Tipo 1	1.0	0.15	0.40	2.0
Tipo 2	1.0	0.05	0.25	1.2

Tabla 5.2. Parámetros que definen para un suelo A los dos tipos de espectros de respuesta elástica horizontal.

El periodo fundamental de la estructura que se va a analizar en los capítulos 6 y 7 de esta tesis está comprendido en un intervalo entre 0.23s y 0.32s aproximadamente. Para hacer que los efectos de los cambios introducidos en el modelo (nivel de llenado de agua, presencia o no de sedimentos, espesor de la capa de sedimentos y ángulo de incidencia) sean más notables, interesa que en este rango la aceleración espectral no varíe significativamente. El espectro tipo 1 se ajusta mejor a esta premisa dado que el tramo de aceleración espectral constante está comprendido entre 0.15s y 0.40s. Por este motivo se selecciona este espectro para generar los acelerogramas. La aceleración de diseño que se ha adoptado es de a_g = 0.35g, empleándose en todos los casos un 5% de amortiguamiento viscoso. Las tablas 5.3 y 5.4 resumen los parámetros que definen el espectro horizontal y vertical, respectivamente, que se han adoptado para la generación de los correspondientes acelerogramas. En la figura 5.3 se muestran los mismos de forma gráfica.

a_g	S	T_B	T_C	T_D	η
0.35g	1.0	0.15	0.40	2.0	1

Tabla 5.3. Parámetros para generar el espectro de respuesta elástico horizontal con un 5% de amortiguamiento viscoso.

a_{vg} / a_g	S	T_B	T_C	T_D	η
0.90	1.0	0.05	0.15	1.0	1

Tabla 5.4. Parámetros para generar el espectro de respuesta elástico vertical con un 5% de amortiguamiento viscoso.

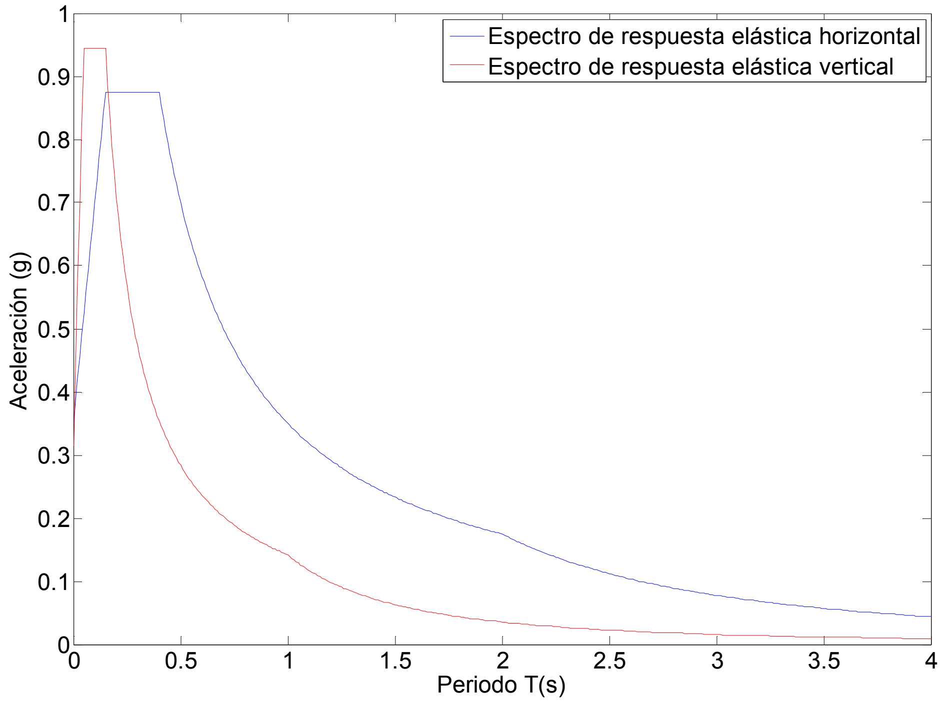


Figura 5.3. Espectros de diseño tipo 1 según EN 1998-1:2004 (E) para un suelo A tomando como aceleración pico 0.35g y un 5% de amortiguamiento.

5.3.2. Obtención del registro sísmico compatible

Para la obtención del registro sísmico compatible se ha empleado el programa SIMQKE (Vanmarcke, Corneli, Gasparini, & Hou, 1976) capaz de generar registros temporales artificiales compatibles con un determinado espectro de respuesta, integrado en el código SIMQKE_GR (Gelfi, 2007) desarrollado por el profesor Piero Gelfi en la Universidad de Brescia. Este último consiste en un programa de libre distribución con interfaz gráfica de pre y post procesado que facilita la entrada y la salida de los resultados a la hora de utilizar el SIMQKE. El SIMQKE_GR tiene implementados los espectros definidos por la norma italiana OPCM 3274 permitiendo importar espectros diferentes a los que figuran en la norma indicada. La importación se hace por medio de un fichero de texto con extensión ".srf" formado por dos columnas. La primera de ellas es el periodo en segundos y la segunda la correspondiente aceleración en g.

En la tabla 5.5 se resumen los parámetros que son necesarios definir para poder sintetizar los acelerogramas con el SIMQKE. Estos se generan mediante un sumatorio de ondas senoidales donde los ángulos de fase se eligen aleatoriamente y las amplitudes se calculan de acuerdo con la intensidad del sismo deseado. Un resumen del proceso que sigue el SIMQKE para realizar la síntesis puede consultarse en (Moreno, 2006).

TS. Periodo más pequeño del espectro de respuesta deseado.
TL. Periodo más alto del espectro de respuesta deseado.
TRISE. Tiempo de inicio de la parte estacionaria del acelerograma.
TFALL. Tiempo de finalización de la parte estacionaria del acelerograma.
TLVL. Duración de la parte estacionaria.
DUR. Tiempo de duración del acelerograma sintético deseado.
NCYCLE. Número de iteraciones para suavizar el espectro de respuesta.
AGMX. Aceleración pico de diseño (ya definida en el espectro).
NPA. Número de acelerogramas independientes compatibles a generar.
IIX. Número aleatorio utilizado como semilla
AMOR. Coeficiente de amortiguamiento viscoso.

Tabla 5.5. Parámetros del SIMQKE necesarios para generar los acelerogramas artificiales.

Los parámetros TRISE, TFALL, TLVL y DUR están relacionados con la definición de la función de modulación de intensidad que permite tener en cuenta el carácter transitorio de los acelerogramas. El SIMQKE permite elegir entre cuatro funciones predefinidas (envolvente estacionaria, trapezoidal, exponencial o compuesta). En nuestro caso se ha realizado la síntesis haciendo uso de la función trapezoidal.

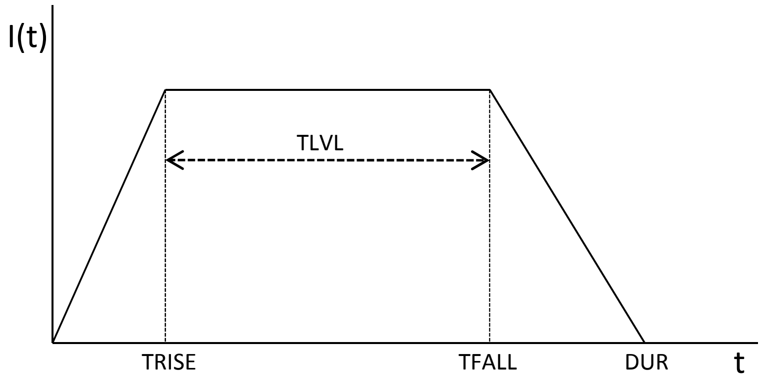


Figura 5.4. Función de modulación de intensidad trapezoidal y parámetros para su definición.

Se han generado tres acelerogramas artificiales, dos horizontales (x e y) y uno vertical (z), de 30s de duración. El programa utiliza, para generar la señal, un paso de tiempo de 0.01s. Este paso de tiempo está íntimamente relacionado con la máxima frecuencia significativa que es posible capturar a la hora de hacer la FFT (esto va a ser necesario como se verá en un epígrafe posterior). La relación viene fijada por la denominada frecuencia de Nyquist $\omega_{Nyquist} = \frac{\pi}{\Delta t}$. Con el $\Delta t = 0.01s$ elegido es posible capturar hasta una frecuencia máxima de 314.16 rad/s. Los parámetros utilizados son los que se resumen en la tabla 5.6.

ICASE. Parámetro para indicar el tipo de función de intensidad a utilizar.	2 (trapezoidal)
TS. Periodo más pequeño del espectro de respuesta deseado.	0.01s
TL. Periodo más alto del espectro de respuesta deseado.	4s
TRISE. Tiempo de inicio de la parte estacionaria del acelerograma.	2s
TFALL. Tiempo de finalización de la parte estacionaria del acelerograma.	14s
TLVL. Duración de la parte estacionaria.	12s
DUR. Tiempo de duración del acelerograma sintético deseado.	30s
NCYCLE. Número de iteraciones para suavizar el espectro de respuesta.	50
AMOR. Coeficiente de amortiguamiento viscoso.	0.05

Tabla 5.6. Parámetros utilizados para generar los acelerogramas mediante el programa SIMQKE.

Los acelerogramas artificiales generados cumplen con los siguientes requisitos indicados en el apartado 3.2.3.1.2 del Eurocódigo 8 EN 1998-1:2004(E):

- La duración de la parte estacionaria de los acelerogramas es al menos igual a 10s.
- En el intervalo de periodos comprendidos entre $0.2T_1$ y $2T_1$, donde T_1 es el periodo fundamental de la estructura en la dirección de aplicación del acelerograma, ningún valor del espectro de respuesta elástica con amortiguamiento del 5% del acelerograma generado es inferior al 90% de su correspondiente valor del espectro de diseño de respuesta elástica con dicho amortiguamiento. Esto no sólo se cumple para el intervalo de periodos indicados sino para todo el espectro.

A pesar de lo indicado en el Eurocódigo 8 en el apartado 3.2.3.1.2 ya comentado, no se va a trabajar con 3 registros (ternas) para cada una de las direcciones. Téngase en cuenta que este documento es un ejercicio académico y no trata de justificar el cálculo sísmico de una estructura particular. El trabajar con tres ternas implicaría triplicar los resultados obtenidos con la consiguiente dificultad que esto supondría de cara a su explicación e interpretación, entendiendo de las pruebas realizadas, que este hecho no altera las conclusiones extraídas. En la figura 5.5 se muestran los tres acelerogramas resultantes del proceso.

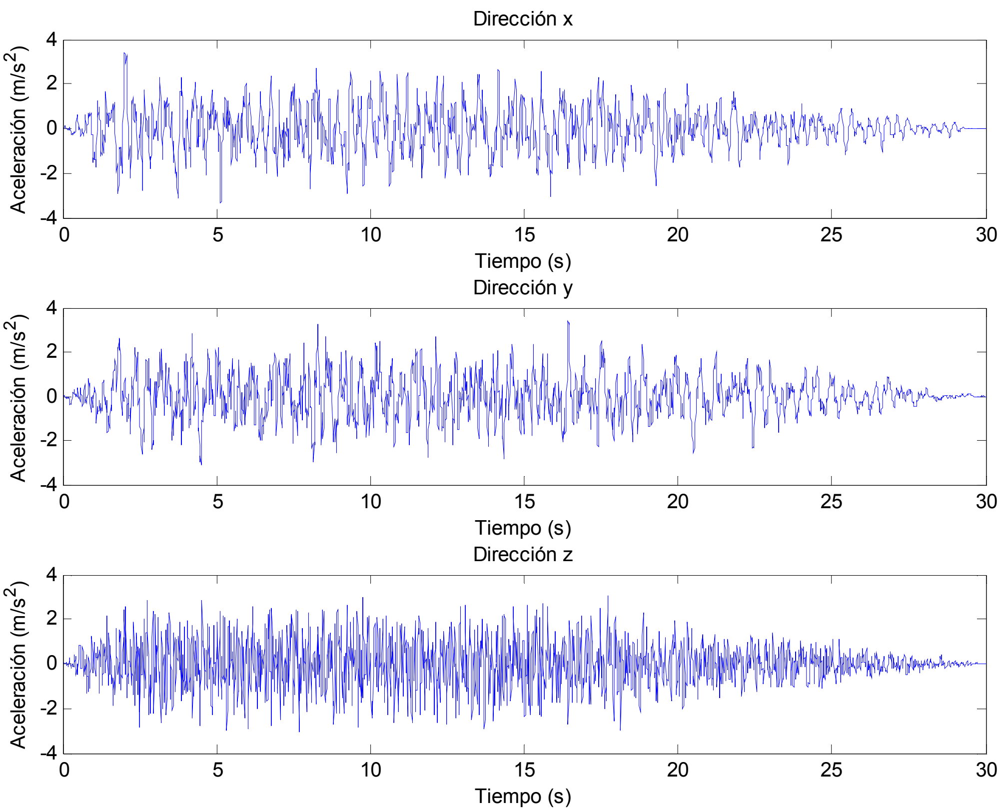


Figura 5.5. Acelerogramas artificiales generados.

5.4.Procedimiento para la corrección de la línea base del registro sísmico

Partiendo del registro de aceleración, es posible obtener por integración los correspondientes registros de velocidades y desplazamientos. A modo de ejemplo, en la figura 5.6 se muestran los registros de aceleración, velocidad y desplazamiento correspondientes a la dirección ‘x’.

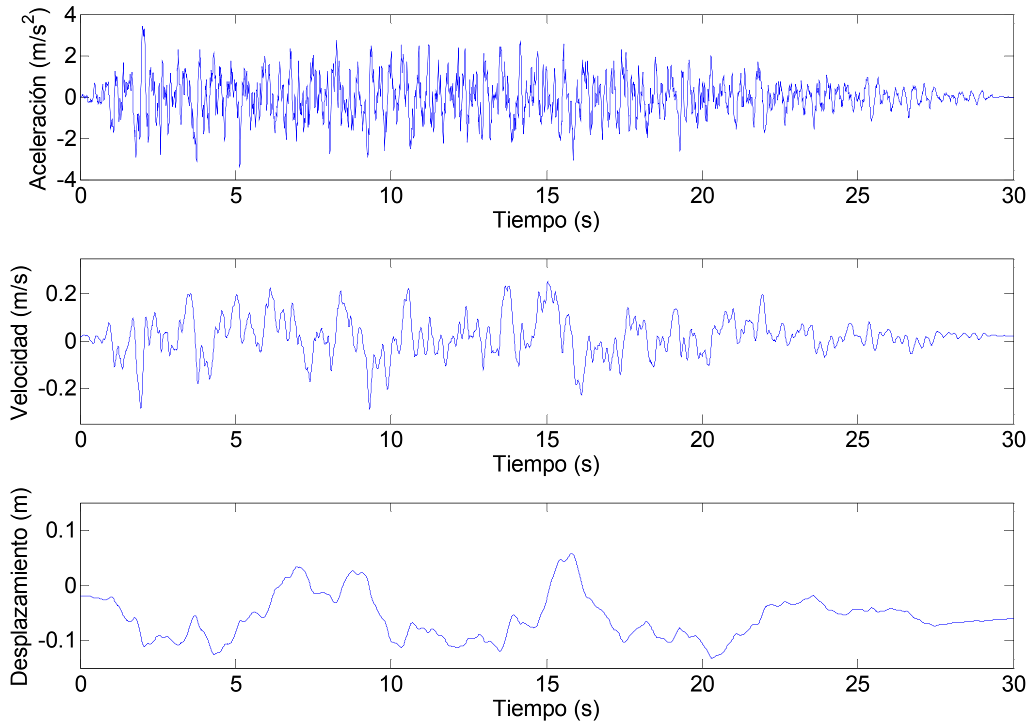


Figura 5.6. Aceleración, velocidad y desplazamiento del registro artificial en dirección ‘x’ antes de ser corregido.

Un análisis detallado del mismo muestra una serie de aspectos que conviene resaltar. En lo referente a la aceleración, la aceleración media entendida como la integral a lo largo del tiempo de duración del registro, es distinta de cero ($\int_0^T a(t) \neq 0$). La velocidad por su parte tampoco tiene su valor medio igual a cero ($\int_0^T v(t) \neq 0$) y parte para t = 0 de un valor $v_0 \neq 0$. El desplazamiento tiene un valor inicial y final distinto de cero siendo su valor medio igualmente distinto de cero $\int_0^T d(t) \neq 0$. No parece coherente que la excitación parta o finalice con valores de velocidades y desplazamientos no nulos. Si bien es posible solventar el problema de los valores iniciales imponiendo condiciones iniciales nulas en velocidad y desplazamientos, no es posible simultáneamente anular los valores finales. Existen una serie de procedimientos, denominados genéricamente métodos de corrección de la línea base, que modifican ligeramente el registro de aceleraciones para lograr que las correspondientes velocidades y desplazamientos partan y terminen en cero.

En nuestro caso los registros obtenidos se han sometido a una corrección de la línea base usando el procedimiento descrito por Kausel y Ushijima (1979). La finalidad de esta corrección es lograr un nuevo acelerograma, lo más parecido posible al original, que cumpla con las siguientes condiciones:

- Aceleración media igual a cero.
- Velocidad inicial igual a cero.
- Velocidad media igual a cero.
- Velocidad cuadrática media mínima.

Estas condiciones llevan implícitamente además que la velocidad final sea nula. Además, si se impone condición inicial nula en desplazamientos, la integración de la velocidad obtenida a partir del acelerograma corregido conduce a un desplazamiento final también nulo.

El procedimiento, teniendo en cuenta el carácter discreto de los registros, plantea un ajuste mediante una función polinómica de grado dos del acelerograma de partida de la forma siguiente:

$$a_k^* = a_k + f_k = a_k + \underbrace{a + b\left(k\,\Delta t\right) + c\left(k\Delta t\right)^2}_{f_k} \qquad k = 0,1,...,2N-1 \tag{5.1}$$

donde a_k^* es el acelerograma corregido, a_k es el acelerograma original y f_k es la función que realiza el ajuste buscado. 2N es el número de puntos para los que está definido el acelerograma a corregir a_k. La imposición de las cuatro condiciones indicadas conduce a un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas cuya solución determina los valores de a, b, c.

$$cT^2 = -\frac{63}{\pi N}\sum_{j=1}^{N-1}\frac{\mathrm{Im}(A_j)}{j} - \frac{945}{2\pi^2 N^2}\left[\sum_{j=1}^{N-1}\frac{\mathrm{Re}(A_j)}{j^2 sen^2(j\alpha)} + \frac{\mathrm{Re}(A_N)}{2N^2}\right] \tag{5.2}$$

$$donde \qquad \alpha = \frac{\pi}{2N}$$

$$bT = -cT^2 - \frac{12}{\pi}\sum_{j=1}^{N-1}\frac{\mathrm{Im}(A_j)}{j} \tag{5.3}$$

$$a = -A_0 - \frac{bT}{2} - \frac{cT^2}{3} \tag{5.4}$$

Para entender el significado de los términos que figuran en las ecuaciones es preciso explicar el proceso que es necesario seguir para su planteamiento. Partimos del acelerograma que se pretende corregir ya muestreado a_k de periodo $T = 2N \cdot \Delta T$ Haciendo uso de la definición de la transformada discreta de Fourier podemos expresar a_k como:

$$a_k = \sum_{j=-N}^{N} A_j e^{i\frac{\pi}{N}jk} \qquad donde \qquad A_j = \frac{1}{2N} \sum_{k=0}^{2N-1} a_k e^{i\frac{\pi}{N}jk} \tag{5.5}$$

Como se deduce de la expresión anterior existen 2N valores de A_j siendo los términos A_0 y A_N los correspondientes a $j = 0$ y a $j = N$ respectivamente. Los términos que corresponden a valores de j negativos son los conjugados de los que corresponden a valores de j positivos. La forma habitual y más eficiente de calcular la transformada discreta de Fourier y por tanto de los términos A_j es a través de la transformada rápida de Fourier (FFT). La mayor parte de las rutinas que se incluyen en las librerías matemáticas más populares devuelven los 2N coeficientes ordenados como sigue:

$$A_0, \underbrace{A_1, \ldots, A_{N-1}}_{A_j}, A_N, \underbrace{A_{N+1}, \ldots, A_{2N-2}, A_{2N-1}}_{A_j^{'}} \tag{5.6}$$

Calculados los coeficientes A_j queda definido el sistema de ecuaciones cuya resolución conduce a los valores (reales) de a, b, c.

Partiendo del acelerograma corregido a_k^* es posible calcular la velocidad y el desplazamiento integrando en el dominio de la frecuencia. Para ello se calculan los coeficientes A_j^* haciendo la $FFT(a_k^*)$. Los términos de la FFT de la velocidad corregida v_k^*, suponiendo velocidad inicial nula, vienen dados por las siguientes expresiones:

$$\begin{cases} V_j^* = \dfrac{A_j^* - A_0^*}{i\omega_j} - \dfrac{A_0^* T}{4N} & \forall j \neq 0 \qquad donde \quad \omega_j = \dfrac{\pi}{N\Delta t} j \\ V_0^* = -2\sum_{j=1}^{N-1} \mathrm{Re}(V_j^*) & j = 0 \end{cases} \tag{5.7}$$

Finalmente mediante la transformada rápida de Fourier inversa, una vez ordenados los términos V_j^* convenientemente, se calcula la evolución temporal de la velocidad $v_k^* = FFT^{-1}(V_k^*)$.

Siguiendo un procedimiento análogo, tomado como punto de partida v_k^*, para un desplazamiento inicial nulo, los términos de la trasformada de Fourier de s_k^* vienen dados por:

$$\begin{cases} S_j^* = \dfrac{V - V_0^*}{i\omega_j} - \dfrac{V_0^* T}{4N} & \forall j \neq 0 \qquad donde \quad \omega_j = \dfrac{\pi}{N\Delta t} j \\ S_0^* = -2\displaystyle\sum_{j=1}^{N-1} \mathrm{Re}(S_j^*) & j = 0 \end{cases} \tag{5.8}$$

Las figuras 5.7, 5.8 y 5.9 muestran respectivamente los registros corregidos de aceleración, velocidad y desplazamiento para las direcciones “x”, “y” y “z”.

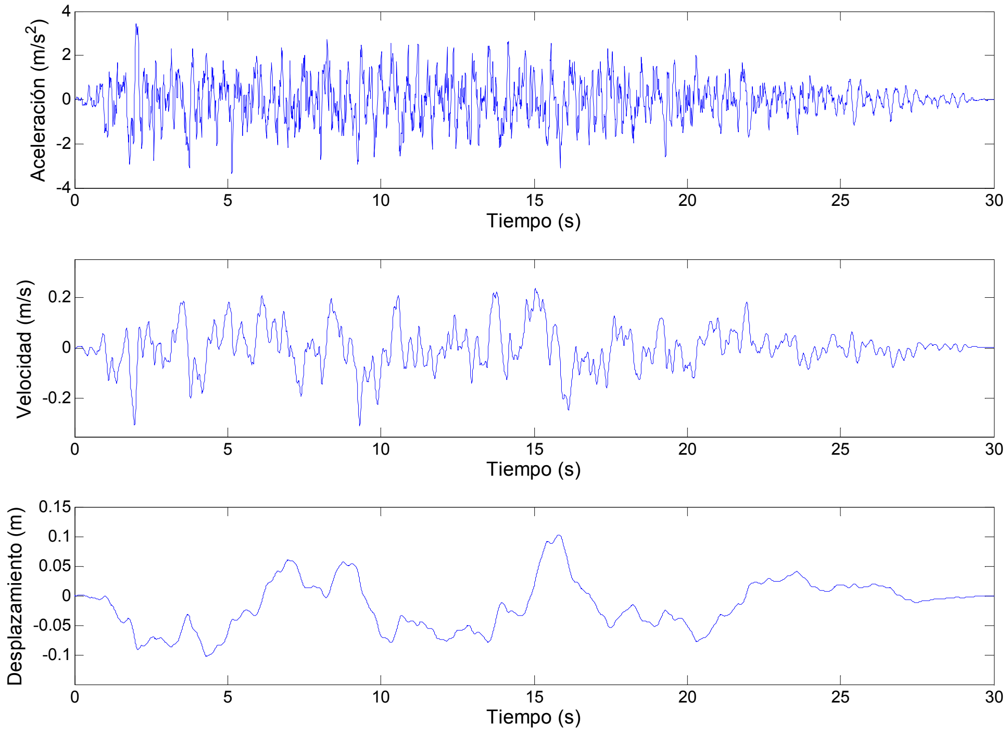


Figura 5.7. Aceleración, velocidad y desplazamiento del registro artificial corregido en dirección ‘x’.

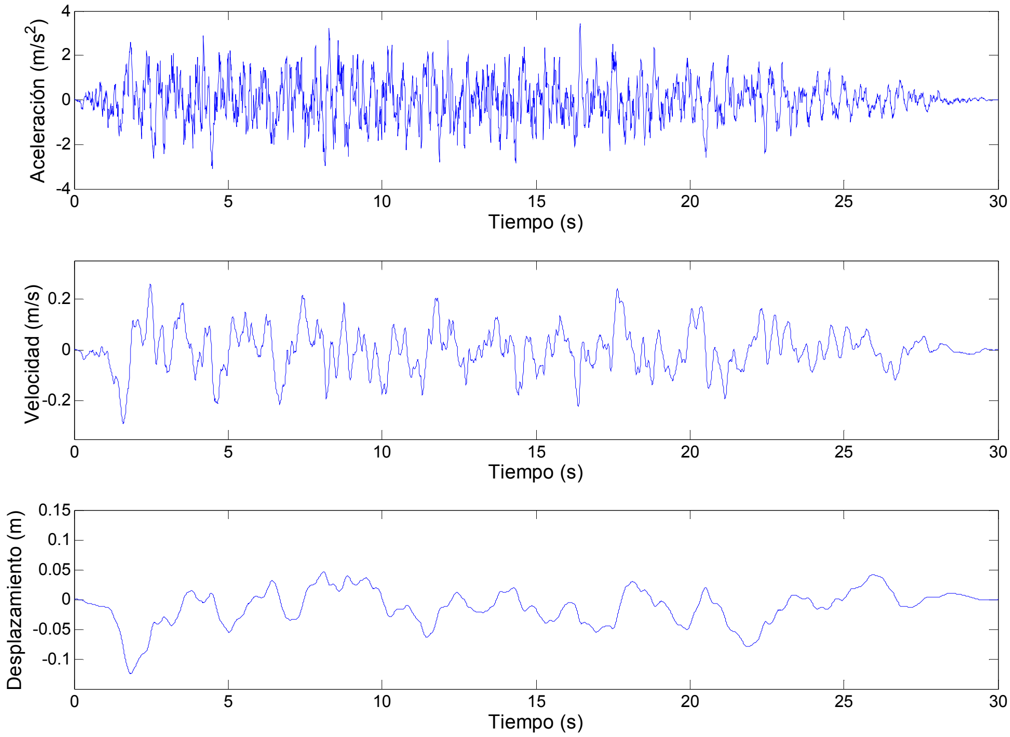


Figura 5.8. Aceleración, velocidad y desplazamiento del registro artificial corregido en dirección ‘y’.

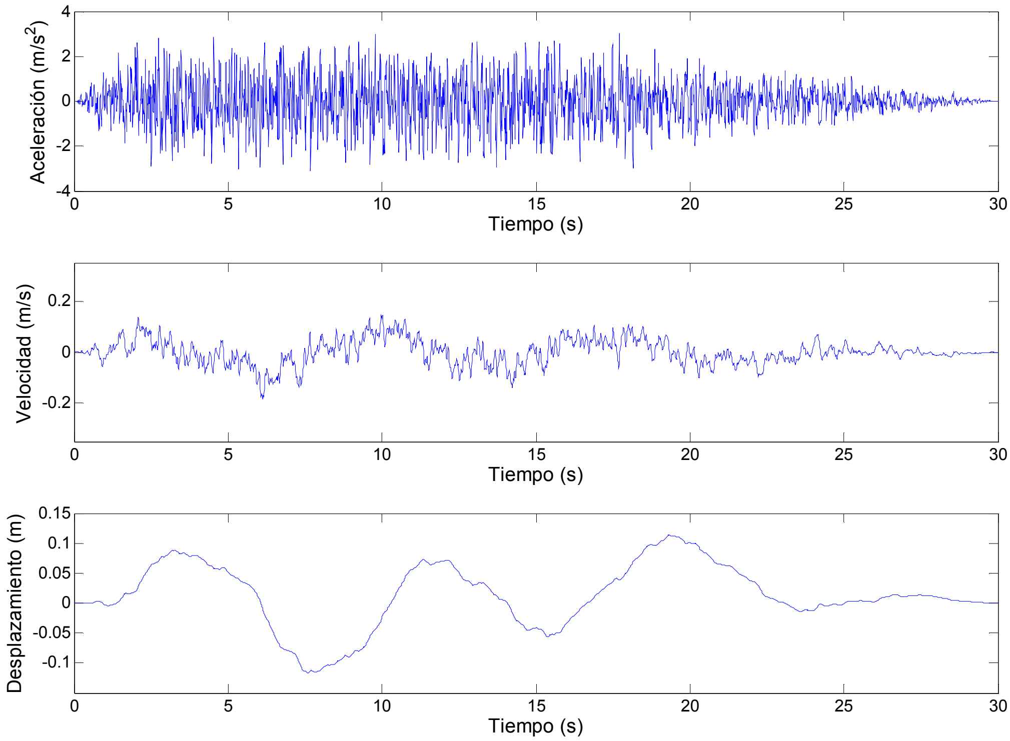


Figura 5.9. Aceleración, velocidad y desplazamiento del registro artificial corregido en dirección ‘z’.

Resulta conveniente analizar el grado de correlación existente entre los distintos acelerogramas para ver si existe dependencia entre ellos. Una posibilidad es hacerlo mediante el índice de correlación de Pearson que mide la relación lineal entre dos variables aleatorias. Este índice es fácil de calcular haciendo uso de la función '*corr*' de Matlab. En la Tabla 5.7 se muestran los valores del citado índice para cualesquiera dos combinaciones de acelerogramas. El valor próximo a cero en todos los casos denota que la correlación es prácticamente nula.

	a_x^{acel}	a_y^{acel}	a_z^{acel}
a_x^{acel}	1	-0.0210	0.0459
a_y^{acel}	-0.0210	1	0.0171
a_z^{acel}	0.0459	0.0171	1

Tabla 5.7. Coeficiente de correlación de Pearson entre los tres acelerogramas.

Si comparamos los espectros de los acelerogramas artificiales una vez corregidos con los de diseño, tanto en el caso horizontal como vertical, se puede observar que siguen cumpliendo con los requerimientos que se enunciaron en el apartado anterior.

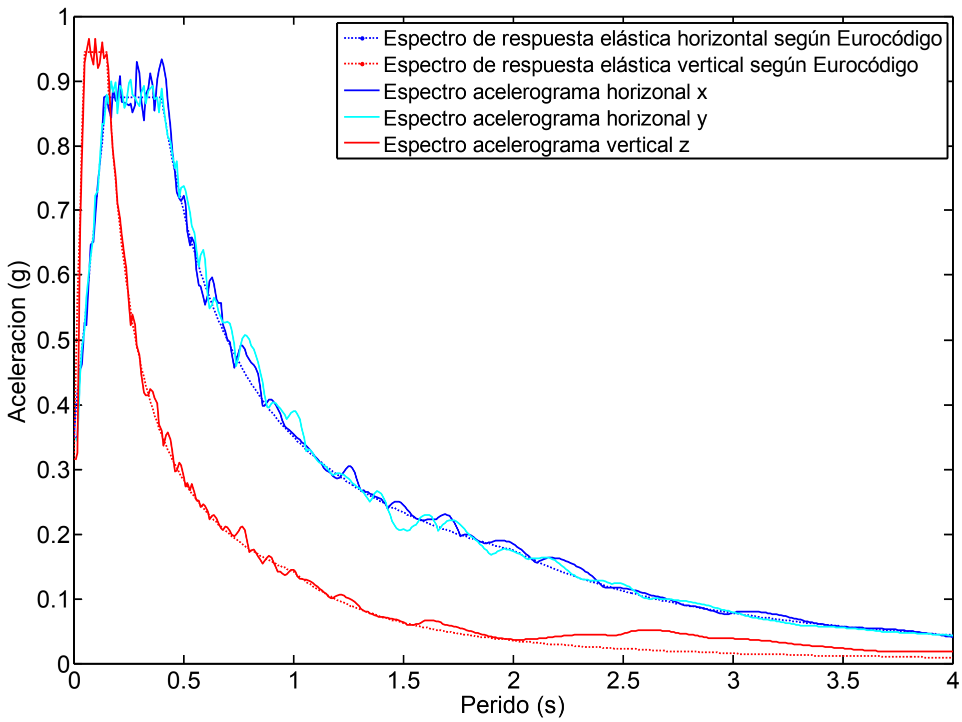


Figura 5.10. Espectros de los acelerogramas artificiales una vez corregidos comparados con los de diseño.

5.5. Procedimiento para la obtención de la respuesta temporal a partir de funciones de transferencia en el dominio de la frecuencia

Si bien los pasos que se describen a continuación se centran en la obtención de la respuesta del sistema en términos de la aceleración a lo largo del tiempo, el proceso descrito es de aplicación a cualquier otra de las variables de respuesta cuya evolución temporal se desee conocer (velocidades, desplazamiento, tensiones y presiones hidrodinámicas).

El programa de elementos de contorno trabaja en el dominio de la frecuencia dando como resultado la función de transferencia del sistema, es decir la respuesta del sistema para un número determinado de frecuencias ante una onda armónica de amplitud unitaria. El poder pasar del dominio de la frecuencia al dominio del tiempo requiere de una herramienta matemática que permita cambiar de un dominio a otro indistintamente. Dicha herramienta es la Transformada Rápida de Fourier (FFT) y su correspondiente Transformada Inversa (FFT^{-1}), algoritmos que permiten calcular la Transformada de Fourier Discreta (DFT) y su inversa de manera eficiente. La primera permite pasar del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia; la segunda permite efectuar la operación inversa. Existen numerosas librerías matemáticas que implementan dichos algoritmos. En nuestro caso se han utilizado las funciones del Matlab '*fft*' e '*ifft*'.

Como se ha comentado, los acelerogramas artificiales, a cuya generación se le dedico el epígrafe anterior, van a constituir la excitación del sistema. Los pasos a seguir para la obtención de la respuesta temporal correspondiente a uno de estos acelerogramas son los siguientes:

1) El acelerograma $a^{acel}(t)$ definido en el dominio del tiempo se expresa en el dominio de la frecuencia. Esto se realizar haciendo la FFT de la señal temporal:

$$A^{acel}(\omega) = FFT\,(a^{acel}(t)) \tag{5.9}$$

Previamente, dado que la transformada de Fourier considera periódicas las funciones a la hora de operarlas, es necesario alargar la duración de la señal artificialmente añadiendo un intervalo de tiempo en el que aceleración vale cero. El intervalo de ceros a añadir depende en la práctica de la cantidad de amortiguamiento que tenga el problema. De diversas pruebas efectuadas se concluye que para evita la distorsión que provoca el hecho de la no periodicidad de la señal es suficiente, en nuestro caso, añadir 60s (dos veces la duración de la señal original) antes de calcular su FFT.

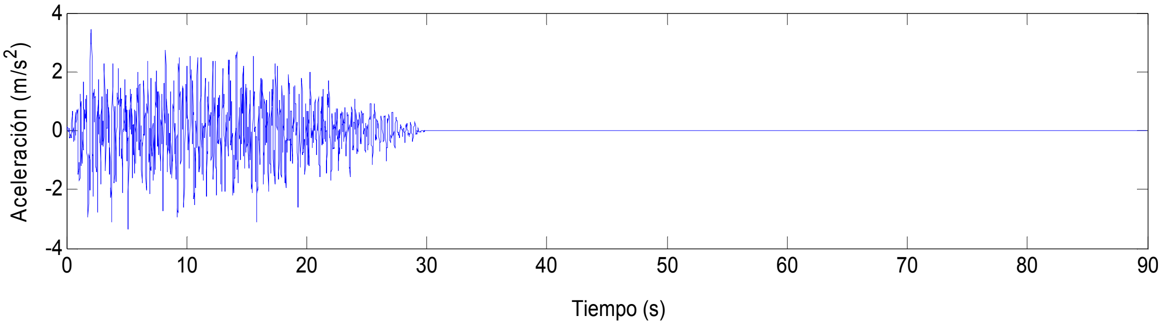


Figura 5.11. Acelerograma modificado antes de calcular su FFT.

Conviene recordar en este punto el orden en el que la rutina '*fft*' devuelve el resultado, ya que como se verá a continuación es necesario tenerlo en cuenta a la hora de realizar el producto descrito en el siguiente paso.

$$A_0, \underbrace{A_1, \ldots, A_{N-1}}_{A_j}, A_N, \underbrace{A_{N+1}, \ldots, A_{2N-2}, A_{2N-1}}_{A_j^{'}} \tag{5.10}$$

En la figura 5.12 se muestra gráficamente de forma genérica la parte real e imaginaria de $A^{acel}(\omega)$.

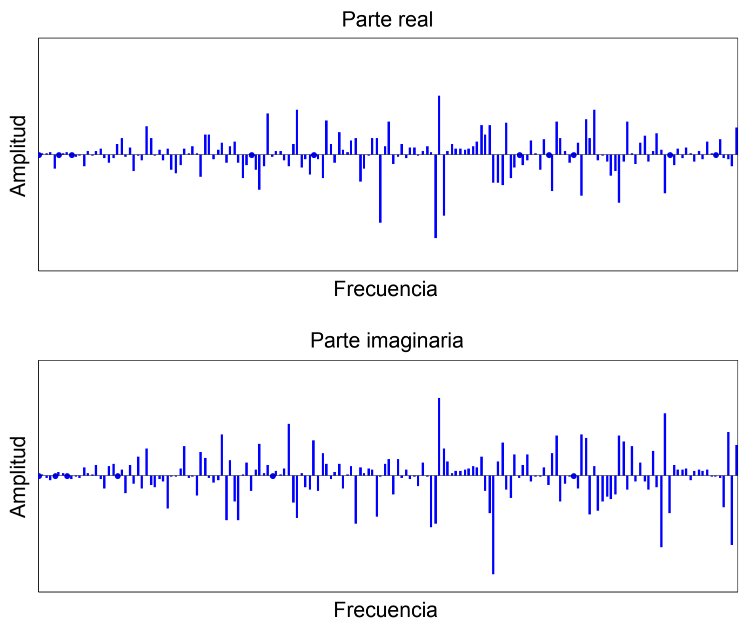


Figura 5.12. Parte real y parte imaginaria del acelerograma en el dominio de la frecuencia $A^{acel}(\omega)$. Únicamente se han representado los N+1 primeros términos.

2) Se realiza el producto en el campo complejo entre la función de transferencia correspondiente, dada por el programa de elementos de contorno $FTA(\omega)$, y el acelerograma expresado en el dominio de la frecuencia $A^{acel}(\omega)$.

$$A(\omega) = A^{acel}(\omega) \cdot FTA(\omega) \tag{5.11}$$

La multiplicación anterior hay que entenderla frecuencia a frecuencia lo que implica hacer una serie de consideraciones relacionadas con los puntos para los que están definidos los términos involucrados. Por una lado, el producto se hace únicamente utilizando los N+1 primeros términos de $A^{acel}(\omega)$, al ser los restantes conjugados de los anteriores. Así, el primer término A_0 se corresponde con la frecuencia $\omega = 0$, el último de los considerados A_N con la frecuencia de Nyquist $\omega_{Nyquist} = \dfrac{\pi}{\Delta t}$, y los comprendidos entre ambos $A_1, \ldots, A_{N-1}$ se corresponden con frecuencias cada vez mayores equiespaciadas $\dfrac{\omega_{Nyquist}}{N}$.

Por otro lado, para poder efectuar la multiplicación es necesario que para la frecuencia a la que se está calculado el producto, esté definida tanto la $FTA(\omega)$ como $A^{acel}(\omega)$. Esto en principio no tiene por qué ocurrir. El problema se solventa realizando una interpolación lineal de las funciones de transferencia para las frecuencias en los que está definido el acelerograma mediante la función '*interp1*' de Matlab. Téngase en cuenta que el número de frecuencias para las que está definido $A^{acel}(\omega)$ es muy superior al número de frecuencias para los que está definido $FTA(\omega)$ debido al coste computacional que supone el cálculo de cada uno de los términos de esta última. A efectos de multiplicar por el acelerograma, dado que este contiene armónicos con frecuencias hasta $\omega_{Nyquist} = 314.16\, rad/s$ se considera nulo el valor de la función de transferencia para frecuencias superiores a las calculadas por el programa de elementos de contorno. En nuestro caso, la máxima frecuencia para la que se ha calculado la función de transferencia es 108.88 rad/s que se corresponde con cuatro veces la frecuencia natural del modelo de la presa sobre base rígida.

3) Una vez calculada la aceleración en el dominio de la frecuencia $A(\omega)$ es posible calcular su evolución temporal haciendo uso de la transformada inversa de Fourier.

$$a(t) = FFT^{-1}(A(\omega)) \tag{5.12}$$

Esto se realiza con la función ‘ifft’ de Matlab, para lo que es necesario generar la secuencia en idéntico formato al que figura en (5.10) añadiendo al resultado anterior los conjugados de los términos comprendidos entre $A_1,\ldots,A_{N-1}$.

5.6.Modelo determinista de excitación compatible con un registro sísmico de campo libre.

Una misma terna de registros de acelerogramas (a_x^{acel}, a_y^{acel}, a_z^{acel}) en superficie, en un emplazamiento determinado, puede obtenerse con infinitas combinaciones distintas de ondas planas P, SV y SH en el suelo, es decir, diferentes combinaciones de amplitudes y ángulos de incidencia. Obviamente, la respuesta de la estructura a cada una de las diferentes combinaciones será distinta, aun cuando el movimiento de campo libre en superficie sea el mismo en todos los casos. Este hecho conduce a la necesidad de establecer un procedimiento para evaluar la influencia que sobre la respuesta estructural tiene la variabilidad de la combinación de ondas sísmicas que se considere. Para poder establecer comparaciones entre las diferentes hipótesis de excitación, y para que todas ellas correspondan a un evento sísmico dado, será necesario que todas las combinaciones de ondas excitadoras consideradas sean compatibles con los registros sísmicos en superficie, en las tres direcciones del espacio. En este apartado se propone un procedimiento para la obtención sistemática de diferentes combinaciones de ondas planas P y S que correspondan a un terremoto dado en superficie.

Como ya se ha tratado anteriormente, por el método de elementos de contorno es posible obtener, para el sistema analizado, una función de transferencia de aceleración por cada tipo de onda para cada una de las tres direcciones del espacio y para cada ángulo de incidencia. Dicha función de transferencia representa, para las frecuencias estudiadas, la respuesta del sistema cuando es excitado por una onda armónica, con dicha frecuencia, de amplitud unitaria. En la tabla 5.8 figura la denominación que se ha dado a cada una de las funciones de transferencia: el subíndice indica la dirección (x, y, z) y el superíndice la onda excitadora (P, SH, SV) a la que corresponde.

	P	SH	SV
x	FTA_x^P	FTA_x^{SH}	FTA_x^{SV}
y	FTA_y^P	FTA_y^{SH}	FTA_y^{SV}
z	FTA_z^P	FTA_z^{SH}	FTA_z^{SV}

Tabla 5.8. Denominación de las funciones de transferencia de aceleración para un ángulo de incidencia determinado.

El proceso para la obtención de la respuesta, tal y como se ha tratado en el apartado precedente, consiste en multiplicar en el dominio de la frecuencia la función de transferencia por la señal de entrada para la cual se desea conocer la respuesta. Las señales de entrada, una para cada tipo de onda, deben consistir en una serie de ondas P, SH y SV dadas como una amplitud compleja a cada una de las frecuencias en las que está definida. Se pretende que la excitación del sistema sean los tres acelerogramas artificiales (dos horizontales y uno vertical) de forma que las aceleraciones provocadas por un tren de ondas planas P, SH y SV propagándose por el suelo provoquen en el problema de campo libre unas aceleraciones en cada dirección iguales a los acelerogramas. Para ello se ha ideado un procedimiento basado en las ecuaciones propagación de ondas planas en el problema de campo libre para cuantificar la amplitud que a cada frecuencia debe multiplicar la correspondiente función de transferencia. En campo libre (ausencia de cañón y de presa), cuando la dirección de incidencia está contenida en el plano y-z (ver figura 5.13), los desplazamientos y por tanto las aceleraciones de los puntos, cuando únicamente se propaga una onda SH, tienen componente sólo en dirección *x* $(u_x^{SH},0,0)$. En el caso de una onda P y/o SV los desplazamientos tienen componentes tanto en *y* como en *z* siendo nulos en dirección *x* $(0,u_y^P,u_z^P)$ y $(0,u_y^{SV},u_z^{SV})$.

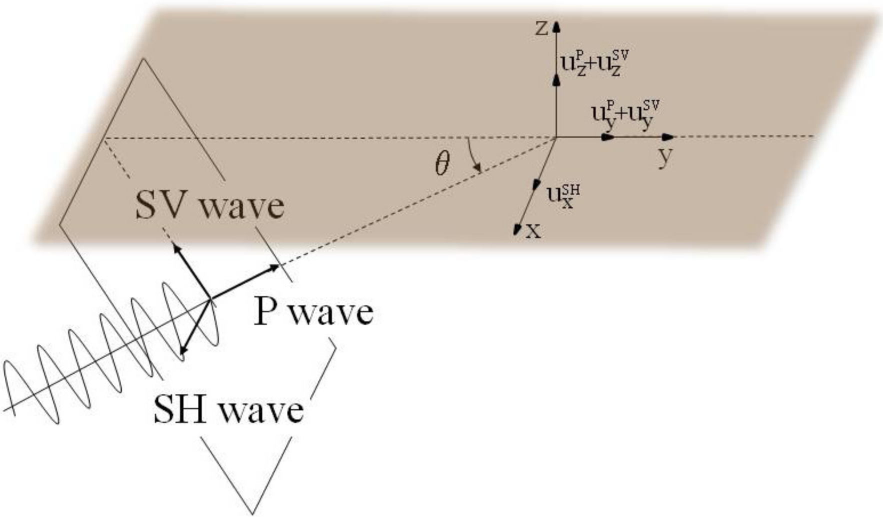


Figura 5.13. Desplazamientos provocados en el problema de campo libre por un tren de ondas planas con dirección de propagación contenida en el plano y-z.

Existen infinitas combinaciones posibles de ondas P, SH y SV (con diferentes amplitudes y ángulos de incidencia) que propagándose por el suelo provocan en el problema de campo libre unas aceleraciones en cada dirección iguales a una determinada terna de acelerogramas ($a_x^{acel}, a_y^{acel}, a_z^{acel}$). Cualquiera de estas combinaciones de ondas, si se emplean como excitación del sistema, ocasionan, como es obvio, respuestas distintas aun cuando todas ellas hayan sido cuantificadas en base a provocar desplazamientos de campo libre iguales. Dado la enorme casuística que esto supone, es necesario introducir un conjunto de simplificaciones para acotar el problema y poder así determinar una de las múltiples combinaciones. Por simplicidad se asume, en primer lugar, que la dirección de propagación de las tres ondas está contenida en el plano "y-z" y que el frente de las ondas (P, SH y SV) coincide, es decir, inciden con el mismo ángulo de incidencia θ (ver figura 5.13). En segundo lugar, se van a hacer coincidir las componentes horizontales de los acelerogramas a_x^{acel} y a_y^{acel} respectivamente con los ejes "x" (dirección de la cerrada del cañón) e "y" del sistema de referencia del modelo, y la componente vertical a_z^{acel} con el eje "z" (figura 5.14).

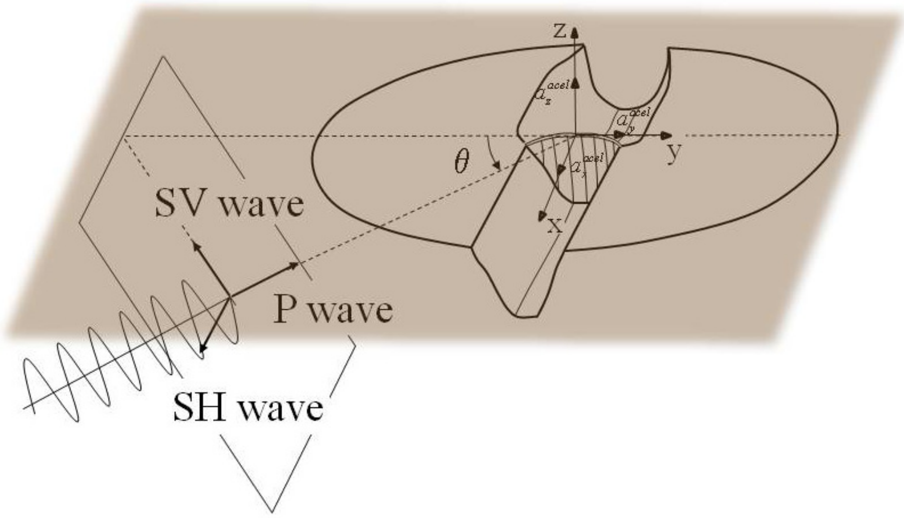


Figura 5.14. Sistema de referencia empleado en el modelo en relación con las componentes de los acelerogramas.

A la vista de ello, para el cálculo de la amplitudes de la onda SH se va a suponer que las aceleraciones de campo libre provocados en dirección *x* se correspondan con uno de los registros horizontales del terremoto sintético obtenido, el que hemos denominado a_x^{acel}. Esto supone que la amplitud a cada una de las frecuencias es igual a cada uno de los términos de la transformada de Fourier de la señal temporal del acelerograma $A_x^{acel} = FFT(a_x^{acel})$. Por conveniencia vamos a llamar a esta amplitud $\gamma(\omega)$. Sin embargo, salvo en el caso en que las ondas incidan verticalmente, las componentes de los desplazamientos de campo libre en las otras dos direcciones (*y*, *z*) vienen provocados tanto por la onda P como por la onda SV, con lo que ya no es posible asignar como en el caso anterior un acelerograma a una determinada dirección de los registros. En este caso para conocer la amplitud con la que cada onda incide a una determinada frecuencia es necesario calcular, haciendo uso de las expresiones que gobiernan la propagación de ondas en campo libre (dependientes del ángulo de incidencia), la contribución que cada una de ellas aporta a la aceleración total en dirección "y" y "z". Con esta finalidad, para cada ángulo de incidencia (igual para ambas ondas) se plantea un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas para cada una de las frecuencias, cuya solución $\alpha(\omega)$ y $\beta(\omega)$ (complejas) son las amplitudes de las ondas SV y P buscadas. En términos de aceleración en campo libre el sistema quedaría planteado como sigue:

$$\begin{aligned} A_y^{SV}\alpha + A_y^P\beta = A_y^{acel} \\ A_z^{SV}\alpha + A_z^P\beta = A_z^{acel} \end{aligned} \tag{5.13}$$

donde A_y^{SV}, A_z^{SV}, A_y^P y A_z^P son los valores de la aceleración provocados por la onda considerada (SV o P) en una dirección determinada (*y* o z) para una determinada frecuencia, en campo libre. A_y^{acel}, A_z^{acel} son las transformadas de Fourier de los acelerogramas correspondientes para la misma frecuencia: $A_y^{acel} = FFT(a_y^{acel})$, $A_z^{acel} = FFT(a_z^{acel})$.

En el capítulo 4 se obtuvieron los valores explícitos de los desplazamientos en el problema de campo libre provocados por la incidencia de los distintos tipos de onda. Resulta conveniente por tanto expresar el sistema de ecuaciones (5.13) en términos de los desplazamientos.

$$\left.\begin{aligned} -\omega^2 D_y^{SV}\alpha - \omega^2 D_y^P\beta = A_y^{acel} \\ -\omega^2 D_z^{SV}\alpha - \omega^2 D_z^P\beta = A_z^{acel} \end{aligned}\right\} \tag{5.14}$$

Con esto quedaría definida la amplitud de las ondas que a cada frecuencia van a actuar de excitación del modelo. En general cualquier punto del sistema va a sufrir, como consecuencia de cada una de las ondas, aceleraciones en las tres direcciones que para un ángulo de incidencia definido (en nuestro caso igual para las tres ondas), vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$
\begin{aligned}
A_x &= FTA_x^{SV}\ \alpha + FTA_x^{P}\ \beta + FTA_x^{SH}\ \gamma \\
A_y &= FTA_y^{SV}\ \alpha + FTA_y^{P}\ \beta + FTA_y^{SH}\ \gamma \\
A_z &= FTA_z^{SV}\ \alpha + FTA_z^{P}\ \beta + FTA_z^{SH}\ \gamma
\end{aligned} \tag{5.15}
$$

Una vez calculada la aceleración en el dominio de la frecuencia es posible calcular su evaluación temporal haciendo uso de la transformada inversa de Fourier.

$$
\begin{aligned}
a_x &= FFT^{-1}(A_x) \\
a_y &= FFT^{-1}(A_y) \\
a_z &= FFT^{-1}(A_z)
\end{aligned} \tag{5.16}
$$

La figura 5.15 resume gráficamente el proceso descrito para generar la respuesta del sistema en términos de la aceleración a lo largo del tiempo.

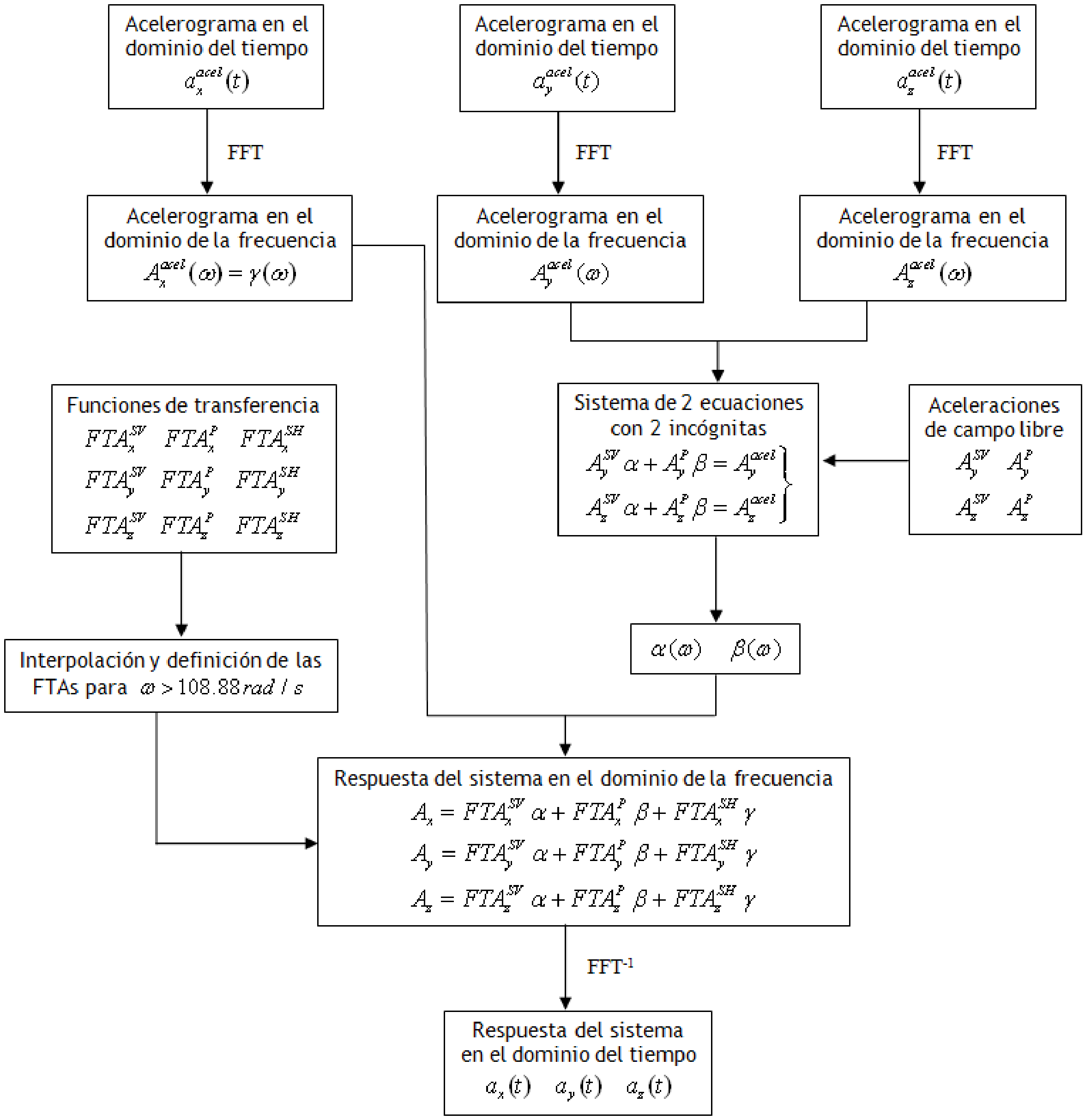


Figura 5.15. Esquema resumen del procedimiento seguido para la obtención de la respuesta del sistema en términos de la evolución temporal de las aceleraciones.

Capítulo 6

Respuesta Sísmica de Presas Bóveda I. Factores Relacionados con la Geometría y Condiciones del Embalse

6.1.Introducción

Entre los factores que afectan a la respuesta sísmica de una presa bóveda destacan aquellos que tienen que ver con los efectos de interacción suelo-estructura; los que tienen que ver con la naturaleza espacial y temporal de la excitación sísmica; y todos aquellos que afectan al campo de presiones hidrodinámicas en el embalse y, por tanto, al estado de presiones en el paramento aguas arriba de la presa.

Dentro del tercer grupo podemos citar la compresibilidad del agua, la geometría del embalse, su nivel de llenado, así como las propiedades mecánicas del vaso rocoso y la posible presencia de sedimentos de fondo en el embalse, por cuanto modifican los efectos de interacción dinámica entre la masa de agua con el suelo y con la propia presa. La importancia de algunos de estos factores ha sido analizada en diferentes trabajos: (Hall & Chopra, 1982), (Hall & Chopra, 1983), (Fenves & Chopra, 1985), (Cheng, 1986), (Fok & Chopra, 1987), (Bougacha & Tassoulas, 1991), (Chen & Hung, 1993), (Tan & Chopra, 1995), (Domínguez & Maeso, 1993), (Maeso, Aznárez, & Domínguez, 2002a) y (Aznárez, Maeso, & Domínguez, 2006), (Bougacha & Tassoulas, 2006), (Gogoi & Maity, 2007), (Bouaanani & Lu, 2008) y (Sani & Lotfi, 2011).

Haciendo uso del modelo numérico expuesto a lo largo de los capítulos precedentes, en éste se concentra la atención en estudiar la influencia del nivel de llenado y la existencia de sedimentos de fondo en el embalse en el comportamiento dinámico de la presa.

El nivel de llenado del embalse -que está relacionado con los ciclos estacionales- juega un doble papel. Por un lado afecta a la masa global del conjunto. Por otro, altera la geometría del embalse. El resultado es que el comportamiento dinámico global, en términos de las frecuencias propias y las amplificaciones de respuesta correspondientes, se ve sensiblemente alterado por la altura de agua en el embalse, y así queda reflejado en los resultados obtenidos. Si bien este efecto ha sido analizado con anterioridad, pocos son los estudios que recogen la influencia en casos distintos a los de embalse completamente vacío o completamente lleno. Además, y hasta donde conocen los autores, no se han realizado estudios que analicen la influencia de la altura de agua en relación a la presencia de sedimentos de fondo y sus propiedades. Entre los trabajos existentes cabe destacar los estudios experimentales de (Dabre, de Smet, & Fraemer, 2000) y (Proulx, Paultre, Rheault, & Robert, 2001), quienes monitorizan el comportamiento dinámico de sendas grandes presas bóveda en distintos meses de años asociados a distintos niveles característicos del agua en el embalse. Ambos autores concluyen que el comportamiento dinámico de la presa se ve fuertemente influenciado por este factor.

Por otro lado, durante el proceso de sedimentación y debido a la acción de la gravedad, los sedimentos de fondo pueden llegar a adquirir cierto grado de consolidación creciente con la profundidad. Por tanto el sedimento es un material con unas propiedades que pueden ser variables con la profundidad, y que son distintas a las del agua del embalse. La influencia del sedimento es doble: por un lado su presencia modifica la geometría del fondo; por otro, el sedimento absorbe energía de las ondas hidrodinámicas y por tanto aumenta el grado de amortiguamiento del sistema acoplado presa-suelo-embalse.

Dependiendo de su nivel de consolidación, el sedimento puede ser modelizado como un medio escalar con densidad creciente con la profundidad, o como un medio poroelástico saturado cuyo esqueleto ha adquirido cierta capacidad elástica. En este trabajo, y siguiendo trabajos previos ((Cheng A. , 1986), (Bougacha & Tassoulas, 1991), (Domínguez, Gallego, & Japón, 1997), (Aznárez, 2002), (Maeso, Aznárez, & Domínguez, 2004) y (Aznárez, Maeso, & Domínguez, 2006)) el comportamiento dinámico del sedimento se asimila al de medio poroelástico saturados o cuasi-saturados de acuerdo a la formulación de (Biot, 1956b). Todos estos trabajos coinciden en que los sedimentos de fondo, en función de su compresibilidad, pueden modificar sensiblemente el comportamiento dinámico global, especialmente en el caso de sedimentos parcialmente saturados.

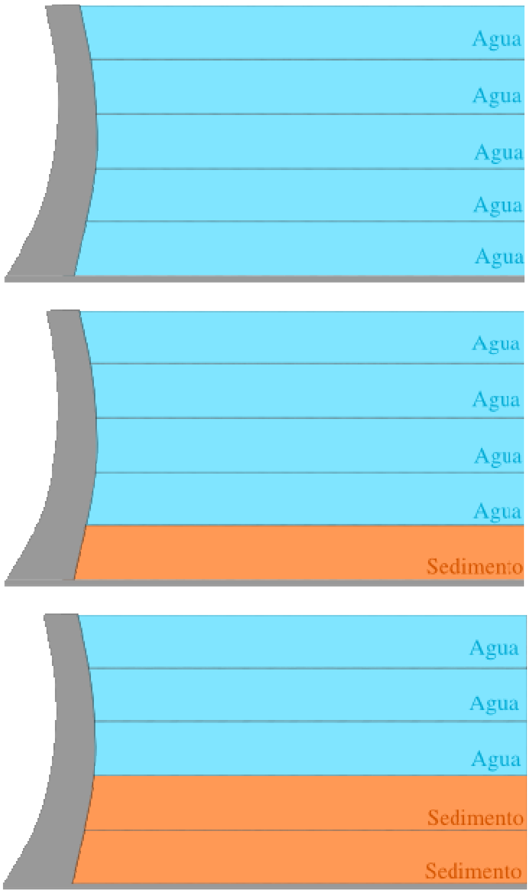
En este capítulo se presenta un estudio de la influencia del nivel de llenado del embalse en la respuesta sísmica de una presa bóveda. Se analiza la sensibilidad de la respuesta de la presa ante el nivel de agua en dos circunstancias distintas: embalse sin sedimento y embalse con una capa de sedimento de dos posibles espesores.

6.2. Variables representativas de la respuesta de la presa

La presa elegida para llevar a cabo el estudio es la de Morrow Point situada en el Parque Nacional del Cañón Negro, río Gunnison, Colorado (USA). La elección de esta presa se fundamenta en la gran cantidad de estudios realizados con anterioridad, tanto por el grupo como por otros autores, que permiten contrastar los resultados obtenidos y profundizar en determinados estudios existentes. Construida en el año 1968 se trata de una presa bóveda situada sobre suelo rocoso. La bóveda en coronación abarca un arco de circunferencia de 112.5º con radio medio de 113m y una altura máxima de 142m. Una descripción más exhaustiva de la presa y del cañón figura en (Hall & Chopra, 1993). La figura 6.1 muestra dos perspectivas reales de la presa y de su entorno.

Figura 6.1. Perspectivas de la presa de Morrow Point y su entorno. A la derecha vista desde aguas abajo; a la izquierda embalse lleno de agua.

En el modelo utilizado para su estudio, la presa y el suelo se consideran medios elásticos, lineales, homogéneos e isótropos, siendo éste último de dimensión infinita en comparación con las dimensiones de la presa. El agua embalsada se modela como un medio fluido compresible lineal. Las ecuaciones que rigen su comportamiento hacen uso de una solución fundamental que incorpora la ausencia de presiones en la superficie libre, con lo que no se hace preciso mallarla. El sedimento se ha caracterizado como un medio poroelástico parcialmente saturado de agua que cumple las ecuaciones de comportamiento dinámico de (Biot, 1956b). Se han estudiado diferentes niveles de llenado del embalse y distintos espesores de la capa de sedimentos. Denominando H a la máxima altura de la presa se han analizado espesores de la capa de sedimentos de H/5 y de 2H/5 y todos los niveles de llenado de agua posibles con incrementos de H/5. En la tabla 6.1 se resumen los casos estudiados.



<table>
<tr><th>Espesor de la capa de sedimentos</th><th>Espesor de la capa de agua</th></tr>
<tr><td rowspan="6">0</td><td>5H/5 (lleno)</td></tr>
<tr><td>4H/5</td></tr>
<tr><td>3H/5</td></tr>
<tr><td>2H/5</td></tr>
<tr><td>H/5</td></tr>
<tr><td>0 (vacío)</td></tr>
<tr><td rowspan="5">H/5</td><td>4H/5 (lleno)</td></tr>
<tr><td>3H/5</td></tr>
<tr><td>2H/5</td></tr>
<tr><td>H/5</td></tr>
<tr><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2H/5</td><td>3H/5 (lleno)</td></tr>
<tr><td>2H/5</td></tr>
<tr><td>H/5</td></tr>
<tr><td>0</td></tr>
</table>

Tabla 6.1. Problemas analizados en función del espesor de la capa de sedimentos y del nivel de llenado de agua del embalse.

Las propiedades de los diferentes medios son las siguientes: El hormigón de la presa viene caracterizado por una densidad $\rho_p = 2481.50 kg/m^3$, coeficiente de Poisson $\nu_p = 0.2$, módulo de elasticidad transversal $G_p = 11500 MPa$, y un coeficiente de amortiguamiento interno $\xi_p = 0.05$. El suelo tiene una densidad de $\rho_s = 2641.65 kg/m^3$, y el mismo módulo de elasticidad, coeficiente de Poisson y coeficiente de amortiguamiento interno que el hormigón. Para el agua se ha adoptado una velocidad de propagación de las ondas de presión de 1438m/s y una densidad de $\rho_a = 1000 kg/m^3$. El sedimento depositado en el fondo se ha considerado como un medio bifásico poroelástico con las mismas propiedades que las adoptadas por (Bougacha & Tassoulas, 1991) y (Domínguez, Gallego, & Japón, 1997) en sus estudios bidimensionales de respuesta sísmica de presas de gravedad: Porosidad $\phi = 0.6$, módulo de elasticidad transversal del esqueleto sólido G = 7.7037MPa, coeficiente de Poisson v = 0.35, coeficiente de amortiguamiento interno del esqueleto ξ = 0.05, densidad del esqueleto drenado 2640kg/m^3, densidad del agua intersticial 1000kg/m^3, constante de disipación b = 3.5316 x10^{6}Ns/m^4 (que corresponde a una permeabilidad de 10^{-3}m/s) y módulo de compresibilidad del sedimento completamente saturado K_f = 2.0736x10^{9}N/m^2.

El módulo de compresibilidad, cuando el sedimento está parcialmente saturado, se ha calculado haciendo uso de la correlación propuesta por (Verruijt, 1969):

$$\frac{1}{K_f^{'}} = \frac{1}{K_f} + \frac{1-s}{p_0}$$

Donde K_f es el módulo de compresibilidad del sedimento completamente saturado, $K_f^{'}$ es el módulo de compresibilidad del sedimento para un grado de saturación *s* y p_0 es el valor de la presión hidrostática que se ha calculado para la profundidad en el punto medio de la capa considerada. Si bien el grado de saturación considerado es en todos los casos del 99.5% la presión p_0 depende tanto del espesor de la capa de sedimentos como del nivel de agua existente sobre la misma. Para el caso en el que la capa de sedimentos tiene un espesor de 2H/5, para afinar un poco más con las propiedades, el cálculo del módulo de compresibilidad se ha realizado considerando la presión p_0 correspondiente a dos capas de espesor H/5 con lo que se diferencian las propiedades de la sub-capa inferior y de la sub-capa superior. En las tablas 6.2 y 6.3 se resumen las el módulo de compresibilidad y las constantes de Biot teniendo en cuanto lo indicado.

Altura de agua sobre el sedimento	$K_f^{'}$ (N/m^2)	$Q^{'} = (1-\phi)K_f^{'}$ (N/m^2)	$R^{'} = \phi K_f^{'}$ (N/m^2)
0	2.74406 x 10^7	1.09762 x 10^7	1.64644 x 10^7
H/5	8.01978 x 10^7	3.20791 x 10^7	4.81187 x 10^7
2H/5	1.30303 x 10^8	5.21211 x 10^7	7.81817 x 10^7
3H/5	1.77951 x 10^8	7.11803 x 10^7	1.06770 x 10^8
4H/5	2.23318 x 10^8	8.93272 x 10^7	1.33991 x 10^8

Tabla 6.2. Módulo de compresibilidad $K_f^{'}$ y constantes de Biot $Q^{'}$ y $R^{'}$ para una capa de sedimentos de espesor H/5 y diferentes niveles de llenado del embalse.

Altura de agua sobre el sedimento	Sub-capa de sedimentos	$K_f^{'}$ (N/m^2)	$Q^{'}=(1-\phi)K_f^{'}$ (N/m^2)	$R^{'}=\phi K_f^{'}$ (N/m^2)
0	Superior	2.74406×10^7	1.09762×10^7	1.64644×10^7
	Inferior	8.01978×10^7	3.20791×10^7	4.81187×10^7
H/5	Superior	8.01978×10^7	3.20791×10^7	4.81187×10^7
	Inferior	1.30303×10^8	5.21211×10^7	7.81817×10^7
2H/5	Superior	1.30303×10^8	5.21211×10^7	7.81817×10^7
	Inferior	1.77951×10^8	7.11803×10^7	1.06770×10^8
3H/5	Superior	1.77951×10^8	7.11803×10^7	1.06770×10^8
	Inferior	2.23318×10^8	8.93272×10^7	1.33991×10^8

Tabla 6.3. Módulo de compresibilidad $K_f^{'}$ y constantes de Biot $Q^{'}$ y $R^{'}$ para una capa de sedimentos de espesor 2H/5 (H/5+H/5) y diferentes niveles de llenado del embalse.

Las figuras 6.2, 6.3, 6.4 y 6.5 muestran las discretizaciones de elementos de contorno empleadas en el estudio del sistema completo presa-suelo-agua-sedimento. Sólo es necesario discretizar la mitad de la geometría completa debido a que el modelo presenta un plano de simetría. La altura y el ancho máximos de la discretización de la presa son 141.73m y 189.96m, respectivamente, siendo la longitud del embalse de 294.60m medidos a nivel de fondo y de 375.56m a nivel de coronación.

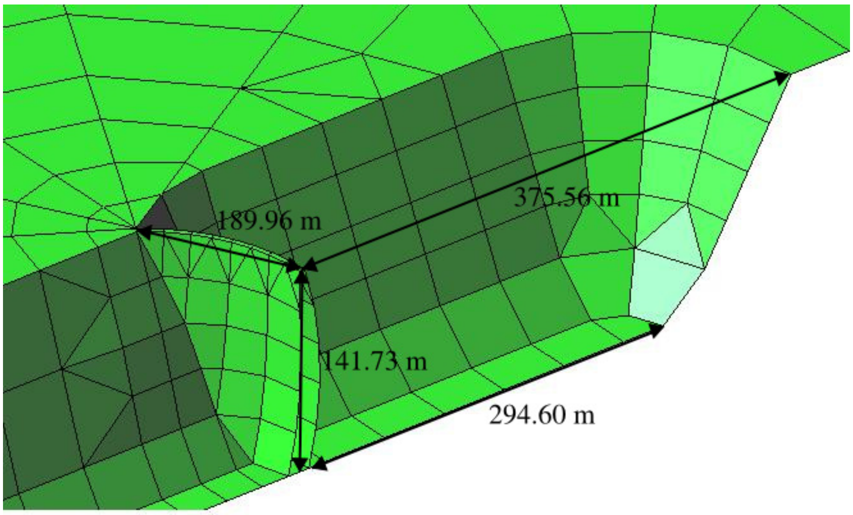


Figura 6.2. Dimensiones principales de la discretización del embalse y la presa.

Se han utilizado elementos cuadriláteros de nueve nodos y triangulares de seis, con aproximación parabólica tanto de la geometría como de las variables en los contornos. La discretización de la superficie libre del suelo se extiende hasta una distancia del orden de 2.5 veces la altura de la presa, aumentando el tamaño de los elementos de la discretización a medida que se alejan de la zona de interés. La geometría del embalse se ha considerado cerrada para tener en cuenta un caso en el que a una distancia considerable de la presa la profundidad del agua es muy pequeña. Una situación alternativa que consista en un embalse que se extiende indefinidamente aguas arriba con una geometría uniforme, puede modelarse introduciendo un contorno absorbente transversal al cañón en el que se impone una relación entre la presión hidrodinámica y su derivada análoga a las de un canal indefinido. Este modelo indefinido para el canal se ha empleado por (Hall & Chopra, 1983) y (Fok & Chopra, 1987) con modelos de elementos finitos y por (Medina & Domínguez, 1989), (Domínguez & Maeso, 1993) y (Aznárez, Maeso, & Domínguez, 2006) con elementos de contorno. La decisión de considerar un embalse cerrado (finito) o abierto (infinito) depende en cada caso de las condiciones geométricas del problema real sabiendo que el modelo que contemple el embalse como una región abierta introduce una mayor capacidad de expulsar energía del sistema presa-embalse. En este sentido, la decisión que se ha adoptado de considerar el embalse como una región finita cerrada está motivada en buena parte por el deseo de analizar la influencia de factores tales como el nivel de llenado y la presencia de sedimentos, bajo la premisa de que la sensibilidad e importancia de estos factores será más notoria en el caso de un embalse cerrado que en el caso de un embalse abierto. Así pues, independientemente de la mayor o menor aproximación del modelo cerrado de embalse a la realidad geométrica, se ha preferido esta opción.

El tamaño de los elementos de contorno está determinado por la longitud de las ondas en cada medio (salvo en la superficie libre del suelo donde se han empleado elementos mayores a medida que se alejan de la zona de estudio). Las propiedades del sedimento poroelástico han forzado a utilizar elementos de menor tamaño-10m frente a 40m-, para los contornos de sedimento que para los de agua, presa o suelo. El uso de elementos no conformes ha facilitado en este caso la elaboración de la malla. Los tamaños de elementos empleados garantizan la convergencia de los resultados obtenidos en un rango de frecuencias adimensional comprendido entre cero y cuatro veces la frecuencia fundamental de la presa en condiciones de base rígida y embalse vacío. Debemos decir que la razón de no emplear elementos de menor tamaño en el estudio o incluso discretizaciones con regiones de sedimentos más extensas radica en la limitación existente en cuanto a los recursos informáticos disponibles. Para ilustrar este extremo en la tabla 6.4 puede observarse el enorme incremento en el número de grados de libertad y por tanto de los recursos informáticos necesarios cuando se incorporan sedimentos al modelo.

Descripción de problema	Grados de libertad	Tamaño de la matriz del sistema de ecuaciones a resolver
Embalse lleno sin sedimentos	3433	196 Mb
Embalse lleno con una capa de sedimentos de espesor H/5	20052	6 Gb
Embalse lleno con una capa de sedimentos de espesor 2H/5	34638	17Gb

Tabla 6.4. A modo de ejemplo, número de grados de libertad y tamaño en memoria de la matriz del sistema de ecuaciones a resolver para distintos problemas.

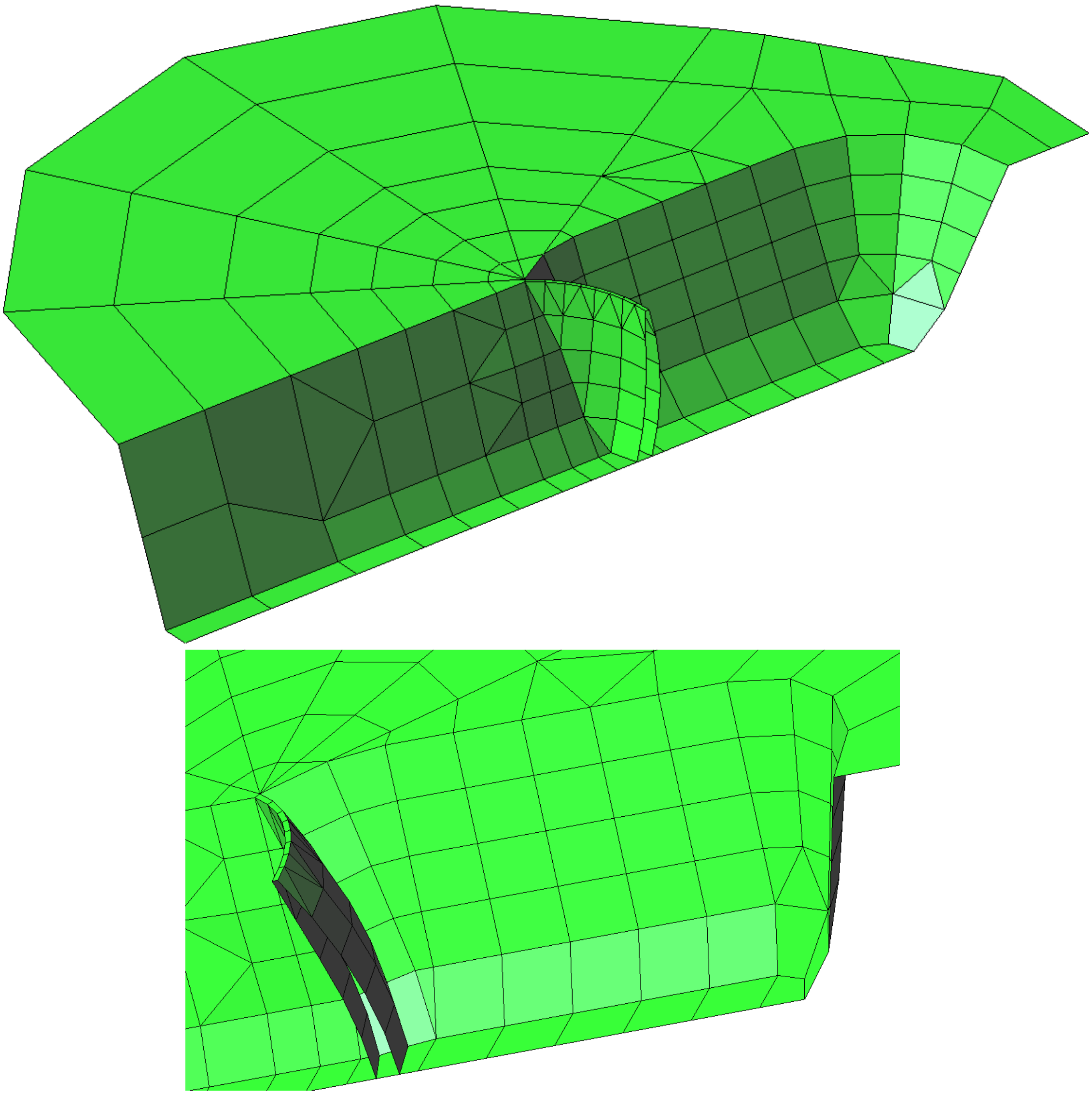


Figura 6.3. Discretización de elementos de contorno del sistema acoplado sin sedimentos. 218 elementos y 1004 nodos.

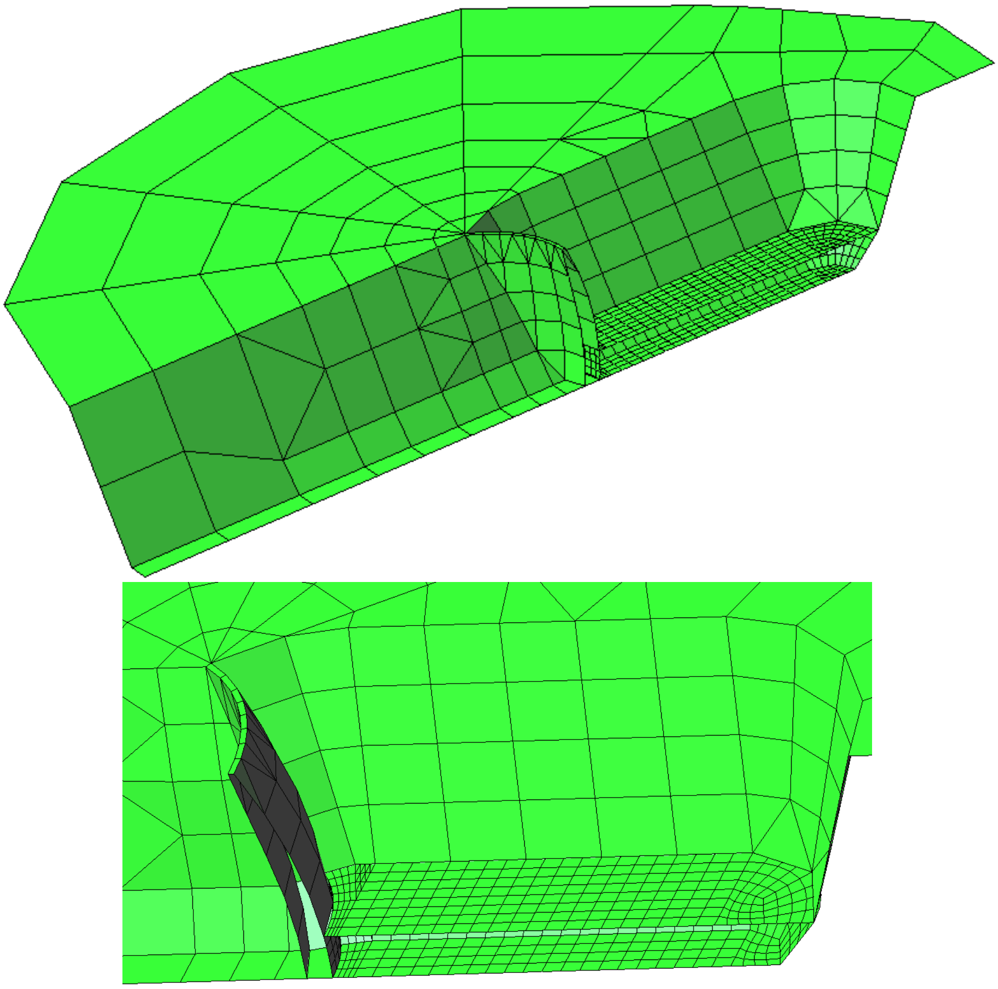


Figura 6.4. Discretización de elementos de contorno del sistema acoplado cuando el modelo incorpora una capa de sedimentos de espesor H/5. 744 elementos y 3259 nodos.

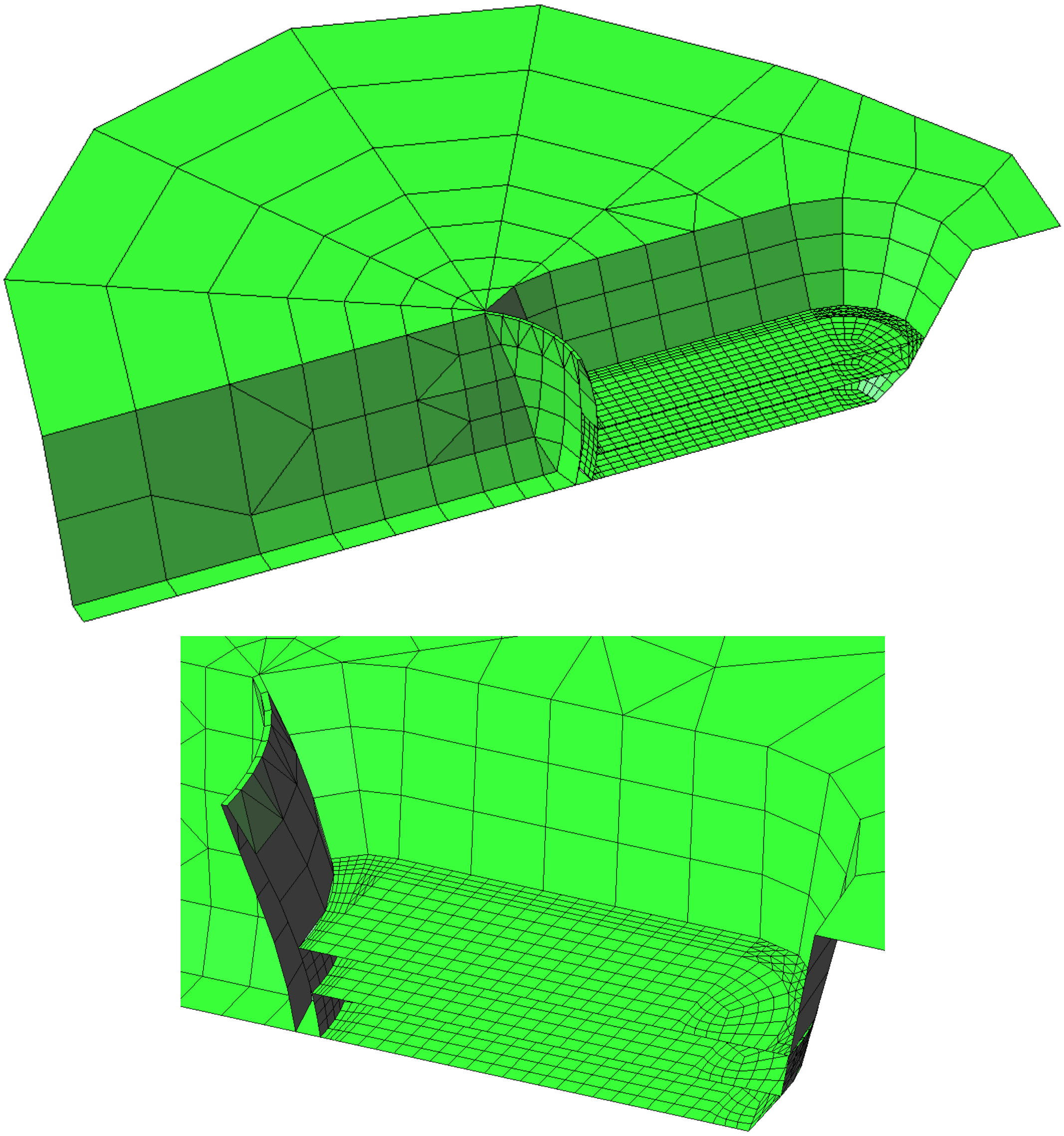


Figura 6.5. Discretización de elementos de contorno del sistema acoplado cuando el modelo incorpora una capa de sedimentos de espesor 2H/5. 1448 elementos y 5727 nodos.

La excitación sísmica se modela a través de un tren de ondas armónicas planas (volumétricas y/o superficiales) que inciden hacia la presa desde el infinito; las ecuaciones de este campo incidente y las consideraciones realizadas en cada caso figuran en el capítulo 4. Las ecuaciones del MEC se plantean en términos de campo difractado, de modo que se satisfacen de forma automática las condiciones de radiación, por lo que la discretización puede dejarse abierta a partir de cierto punto.

En todos los contornos exteriores de sólido, es decir, de presa y de suelo, se imponen condiciones de superficie libre de tensiones. En los modelos que incorporan una capa de sedimentos de espesor 2H/5 y agua (el más complejo), existen siete tipos de contornos interfases entre las distintas regiones, a saber: presa-suelo, presa-agua, presa-sedimento, suelo-sedimento, agua-sedimento, agua-suelo y sedimento-sedimento. En cada una de estas interfases se imponen condiciones de acoplamiento de forma rigurosa por medio de ecuaciones adicionales que establecen el cumplimiento de las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad entre las variables de los nodos perteneciente a dichas interfases. Las ecuaciones correspondientes a cada caso se presentaron en el apartado 2.6.

En este capítulo se van a considerar excitaciones que corresponden a la incidencia vertical ($\theta = 90^{o}$) de ondas P y S polarizadas según los ejes “x” e “y” de la figura 6.6, siendo el eje “x” coincidente con la dirección de la cerrada del cañón. La respuesta de la presa se ha representado a través funciones de transferencia y espectros de respuesta máxima de aceleraciones en diversos puntos del estribo (E1, E2), de la coronación (C1) y del plano de simetría de la presa (P1, P2). La situación de estos puntos se muestra en la figura 6.6.

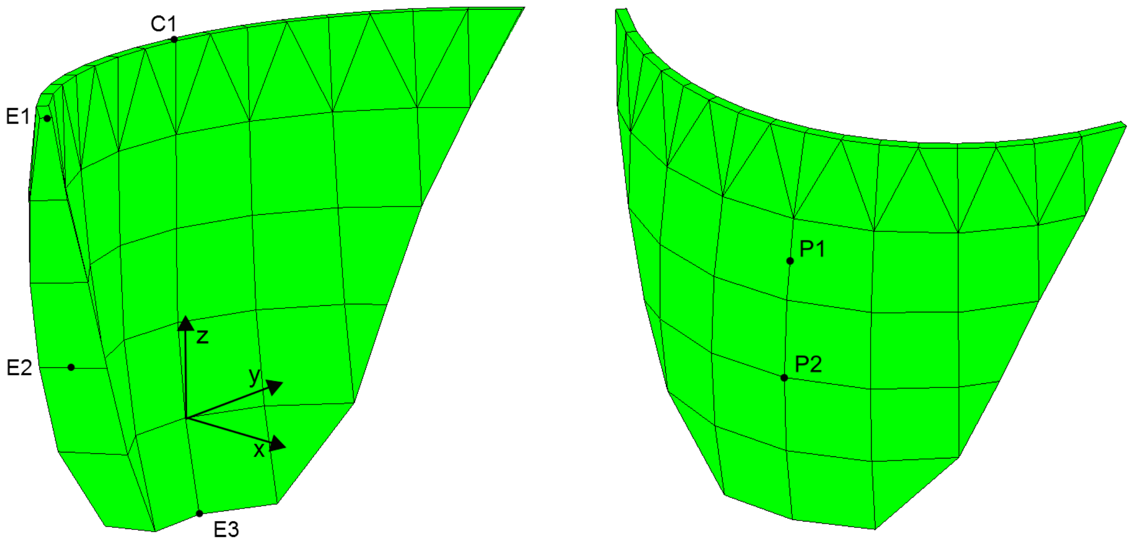


Figura 6.6. Puntos de la presa donde se presentan los resultados.

6.3. Influencia del factor estacional y de los sedimentos de fondo en la respuesta sísmica

6.3.1. Funciones de transferencia y desplazamientos máximos en el punto medio de la coronación (punto C1)

Las figuras 6.7, 6.8, 6.9 y 6.10 muestran funciones de transferencia obtenidas para el punto situado en la coronación en el plano de simetría de la presa (punto C1) para distintas condiciones del embalse y ondas incidentes P, SH y SV. En cada función de transferencia, la respuesta se expresa mediante una variable adimensional que representa la amplitud de la respuesta compleja para una excitación que provoca movimientos unitarios en la superficie en el problema de campo libre, frente a la frecuencia angular (rad/s). Cada una de las figuras consta de cinco gráficos que se corresponden con los diferentes niveles de llenado del embalse con incrementos sucesivos en altura de valor H/5, existiendo en cada caso tantas curvas como posibilidades de las indicadas en la tabla 6.1 para ese nivel. Así por ejemplo, para el primer nivel ("Vacío"), sólo aparece una curva que corresponde al caso en que no existen ni sedimentos ni agua. Para el siguiente nivel ("Nivel embalse H/5"), existen dos curvas, dado que hasta dicha cota puede estar contenida una capa de agua (curva "Sin sedimentos") o una capa de sedimentos (curva "Con sedimentos de espesor H/5"). A partir de este nivel se muestran gráficos con tres curvas, dado que ya tienen sentido los tres casos estudiados. Así, en gráfico correspondiente al "Nivel embalse 2H/5", la curva "Sin sedimentos" corresponde al caso en que hasta esa cota todo es agua; en la curva "Con sedimentos de espesor H/5" hay H/5 de sedimentos, y sobre éstos, H/5 de agua; y en la curva "Con sedimentos de espesor 2H/5" todo es sedimentos hasta el nivel indicado. Las figuras 6.7 y 6.8 corresponden a la respuesta anteroposterior (dirección "x") en el punto C1 en el caso en que incide una onda P o una onda SH, respectivamente. La respuesta en dirección vertical (dirección "z") para una onda P se muestra en la figura 6.9, correspondiendo la figura 6.10 a la respuesta en dirección "y" para una onda SV.

En las curvas de las figuras 6.7 y 6.8 se aprecia, como era previsible, que la altura de agua juega un papel importante en la respuesta dinámica. Las diferencias en la respuesta en dirección anteroposterior, frente a la situación de embalse vacío, son crecientes a medida que se llena la presa, diferencias que se aprecian claramente para niveles de llenado a partir de 2H/5. Esta conclusión es más evidente en el caso de la onda P. En este caso se está excitando en mayor medida la masa de agua, frente a la onda SH, (no hay tensión tangencial en las interfases agua-sólido) y, además, se excitan de forma más directa las frecuencias de la capa de agua que tienen que ver con el problema monodimensional de propagación vertical. En todos los casos, el progresivo aumento del nivel de agua provoca la disminución de la frecuencia fundamental del sistema acoplado, al tiempo que modifica la posición de los restantes y la importancia relativa de las amplificaciones de cada uno. Es llamativo notar que la situación pésima, desde el punto de vista de las amplificaciones de respuesta obtenida, no necesariamente corresponde con la situación de embalse completamente vacío o lleno. Este hecho se constata a la vista de la incidencia de una onda SH con un nivel de llenado de 4H/5 (figura 6.8).La presencia de un lecho sedimentario tiene un claro efecto amortiguador, más patente a medida que aumenta el nivel de agua en el embalse. Al igual que ocurría en el caso anterior, este fenómeno se aprecia especialmente en el caso en el que incide una onda P. En este caso, aun para pequeños niveles de agua en el embalse, la presencia del sedimento modifica sensiblemente la respuesta en relación a la que tendría con el mismo nivel de agua en ausencia de sedimento. En determinados casos, como el correspondiente a la onda SH con niveles de llenado de 4H/5 y en situación de embalse completamente lleno (figura 6.8), es notorio cómo se incrementa del efecto amortiguador a medida que aumenta el espesor de la capa de sedimentos.

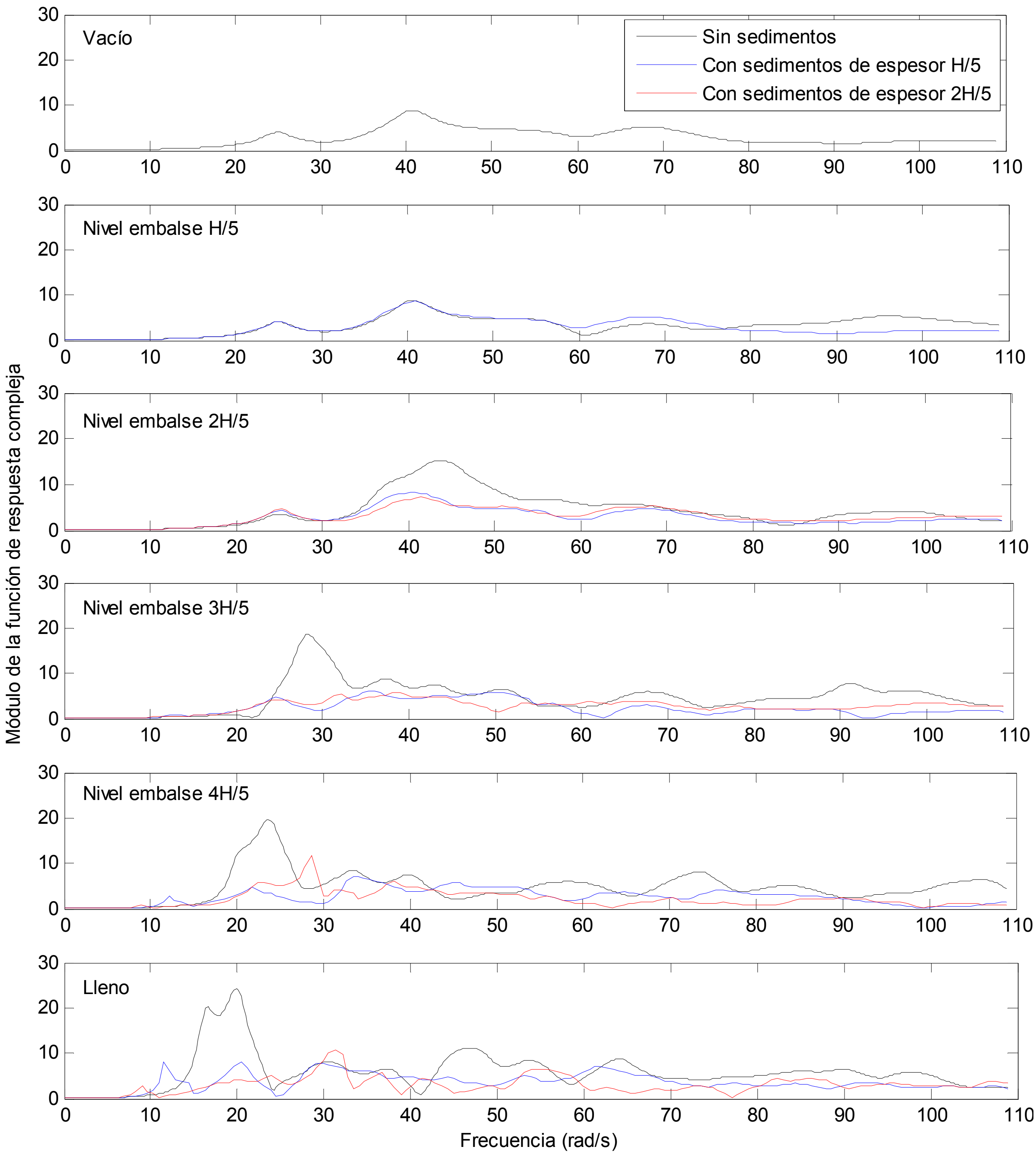


Figura 6.7. Módulo de la función de respuesta compleja en dirección x.
Nodo C1. Onda P con incidencia vertical.

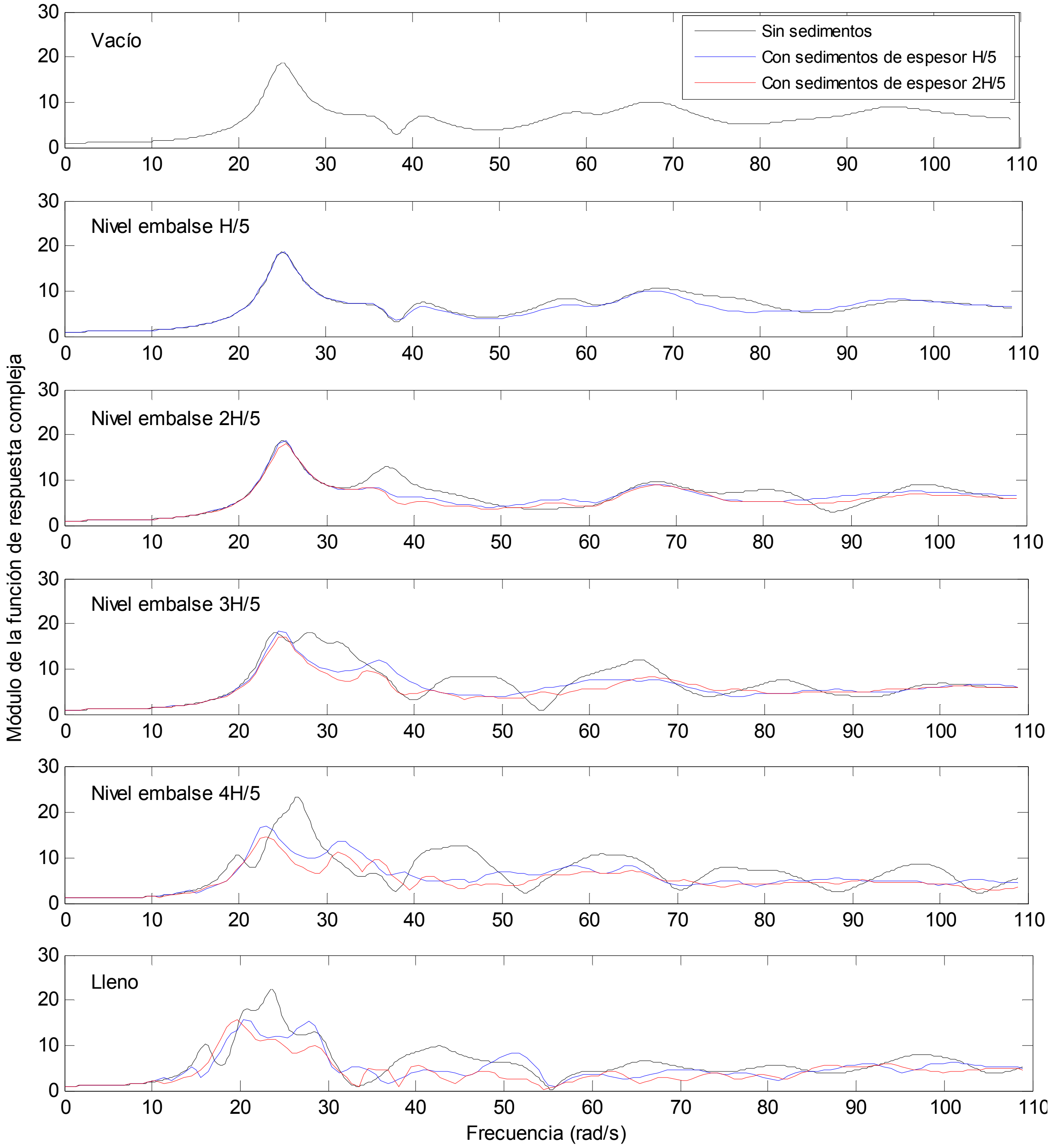


Figura 6.8. Módulo de la función de respuesta compleja en dirección x.
Nodo C1. Onda SH con incidencia vertical.

En las figuras 6.9 y 6.10 se muestran los resultados correspondientes a la respuesta en el nodo C1 en la dirección “z” e “y” producidos por una onda P y una onda SV, respectivamente. En estos casos la influencia del factor estacional y de la presencia de sedimentos de fondo observada en los casos anteriores no se manifiesta en la respuesta de igual manera. En un caso, el nivel de llenado no altera significativamente la respuesta (onda P) o lo hace en sentido de atenuarla a medida que se incrementa la altura de agua embalsada (onda SV). Además el efecto amortiguador que introducen los sedimentos en ahora menos importante. Si se aprecia, sin embargo, la disminución de la frecuencia fundamental del sistema acoplado con el incremento del nivel de llenado del embalse (más notable en el caso de la onda SV). Esta aparente contradicción con las conclusiones extraídas en el caso de la respuesta en dirección anteroposterior son coherentes si se tiene en cuenta que los mecanismos de deformación que rigen una y otras son muy diferentes, dado que la bóveda se comporta de una manera más rígida frente a los desplazamientos que experimenta en la dirección vertical u horizontal que con respecto a los que experimenta en dirección normal (que para el punto C1 corresponden aproximadamente a la dirección “x” del cañón).

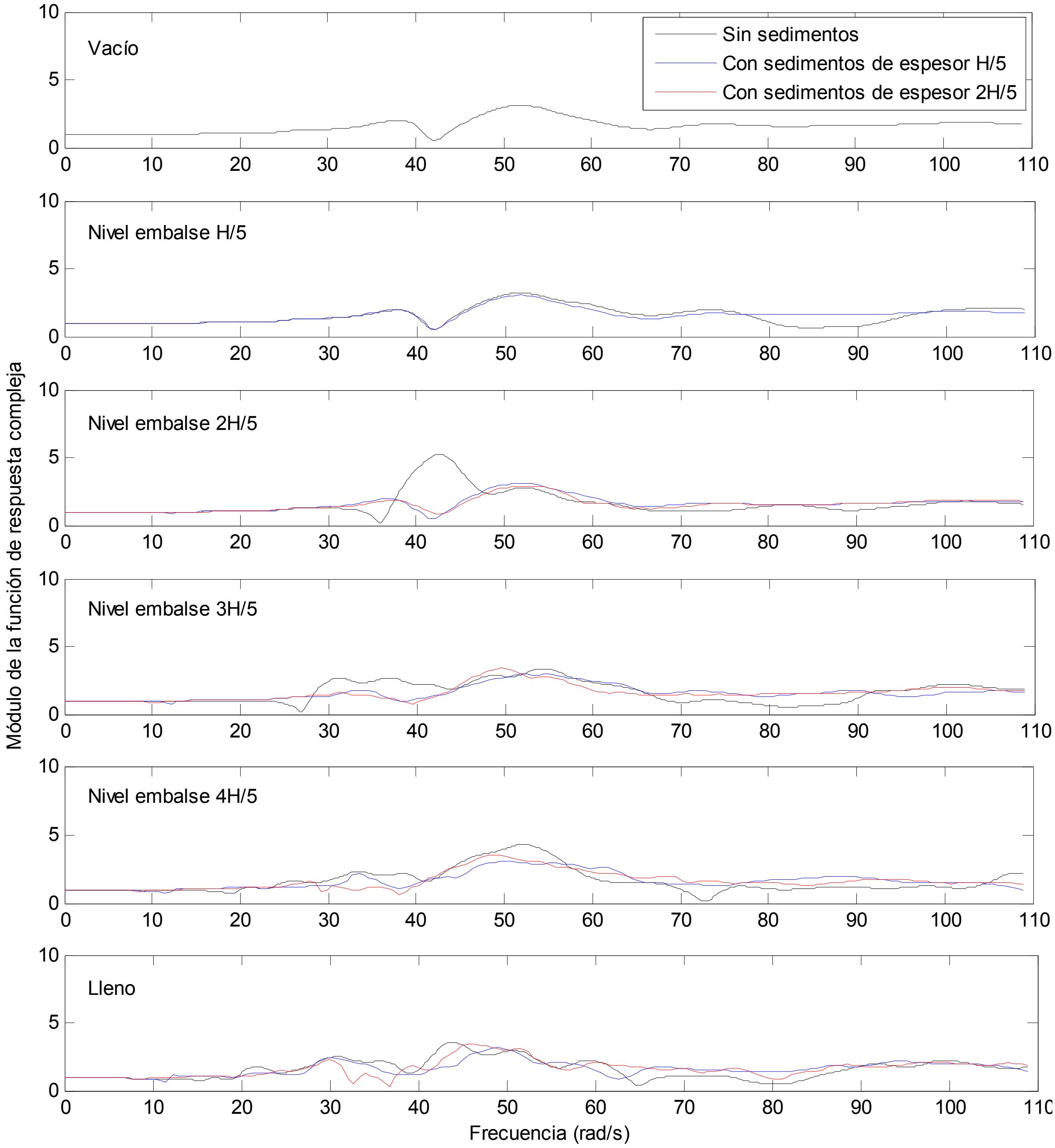


Figura 6.9. Módulo de la función de respuesta compleja en dirección z.
Nodo C1. Onda P con incidencia vertical.

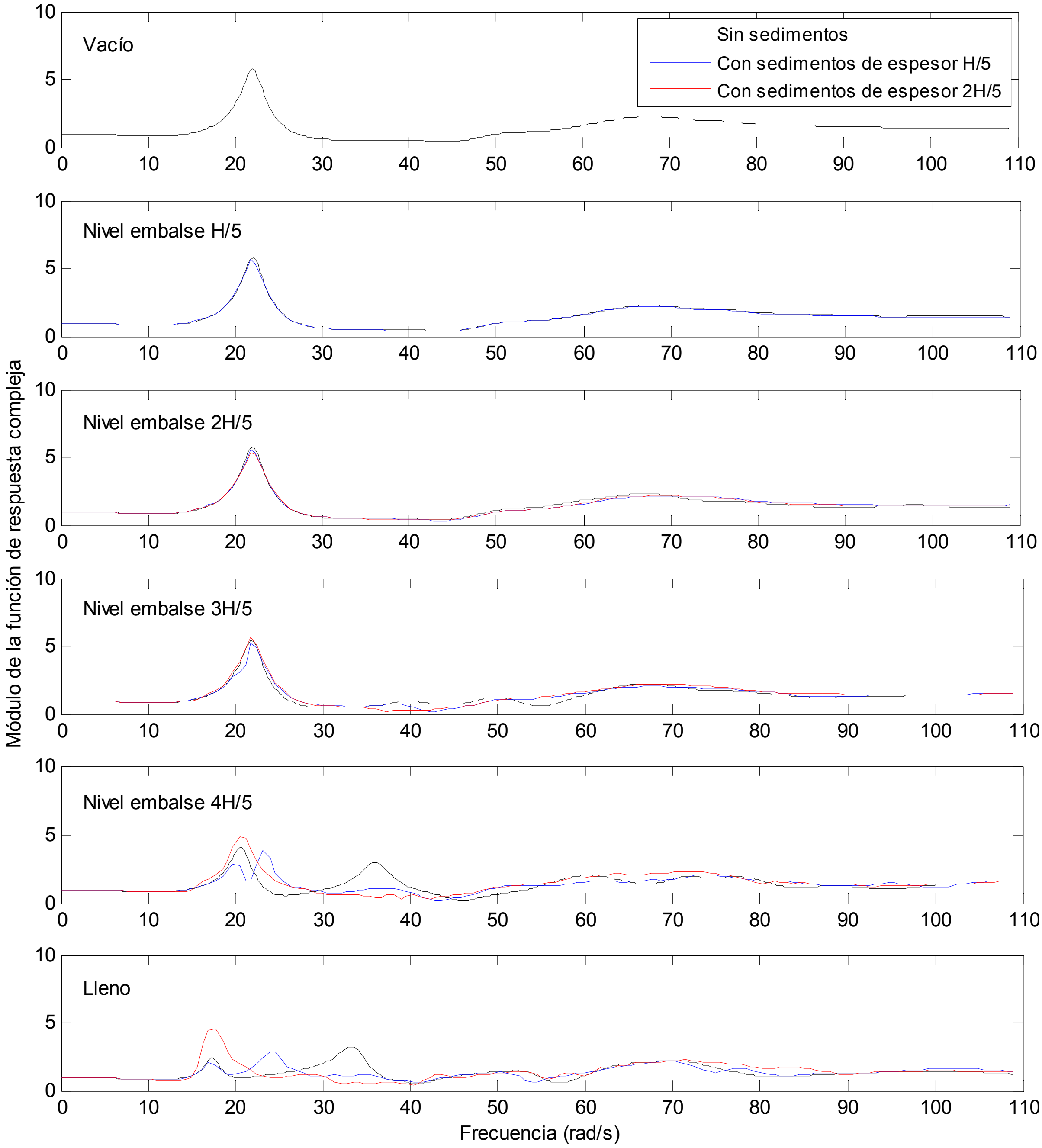


Figura 6.10. Módulo de la función de respuesta compleja en dirección y. Nodo C1. Onda SV con incidencia vertical.

Para ilustrar la importancia del nivel de llenado del embalse y de la presencia de sedimentos de fondo en la respuesta temporal de la presa, a continuación se va a estudiar la evolución del valor que toma el módulo del desplazamiento del punto C1, en dirección anteroposterior, cuando el emplazamiento es alcanzado por un sismo. Para ello, se ha escogido un terremoto compatible con las características del emplazamiento (suelo rocoso) de acuerdo con lo indicado en el capítulo 5. El acelerograma se ha sintetizado haciéndolo compatible con el espectro de diseño “tipo 1” para suelos “tipo A” y aceleración de diseño 0.35g de acuerdo con lo indicado en el Eurocódigo 8 (EN 1998-1:2004) mediante el empleo del programa SIMQKE (Vanmarcke, Corneli, Gasparini, & Hou, 1976) siguiendo el procedimiento descrito en el apartado 5.3. Para lograr que las correspondientes velocidades y desplazamientos obtenidos por integración de la aceleración partan y terminen en cero, se realiza una corrección de la línea base del registro obtenido (apartado 5.4). A partir de este registro corregido, utilizado la Transformada Rápida de Fourier, se obtiene la respuesta temporal a partir de funciones de transferencia en el dominio de la frecuencia. El procedimiento figura en detalle en el apartado 5.5.

Las figuras 6.11 y 6.12 representan para el caso de onda P y SH respectivamente la envolvente de los desplazamientos máximos anteroposteriores del punto C1 para diferentes alturas de llenado y tres situaciones relativas a la capa de sedimentos. Con la frase “envolvente de los desplazamientos máximos” se alude al máximo valor de la respuesta temporal en desplazamientos para cada uno de los casos estudiados. Si bien la tendencia es más acusada en el caso de la onda P, las curvas corroboran lo comentado en el análisis de las funciones de transferencia. Con alguna pequeña excepción, se observa cómo el aumento del nivel de llenado del embalse, con independencia de la presencia y cuantía de los sedimentos, provoca desplazamientos progresivamente mayores. Vuelve a hacerse patente el efecto amortiguador del lecho de sedimentos sobre todo cuando el embalse contiene mayor cantidad de agua. Este efecto es más notorio cuanto mayor es el espesor de la capa de sedimentos. Sin embargo, en el caso de la onda SH, para alturas de llenado comprendidas entre 2H/5 y 4H/5 se rompe la tendencia habitual obteniéndose mayores valores de desplazamiento-máximo con presencia de sedimentos que en ausencia de ellos.

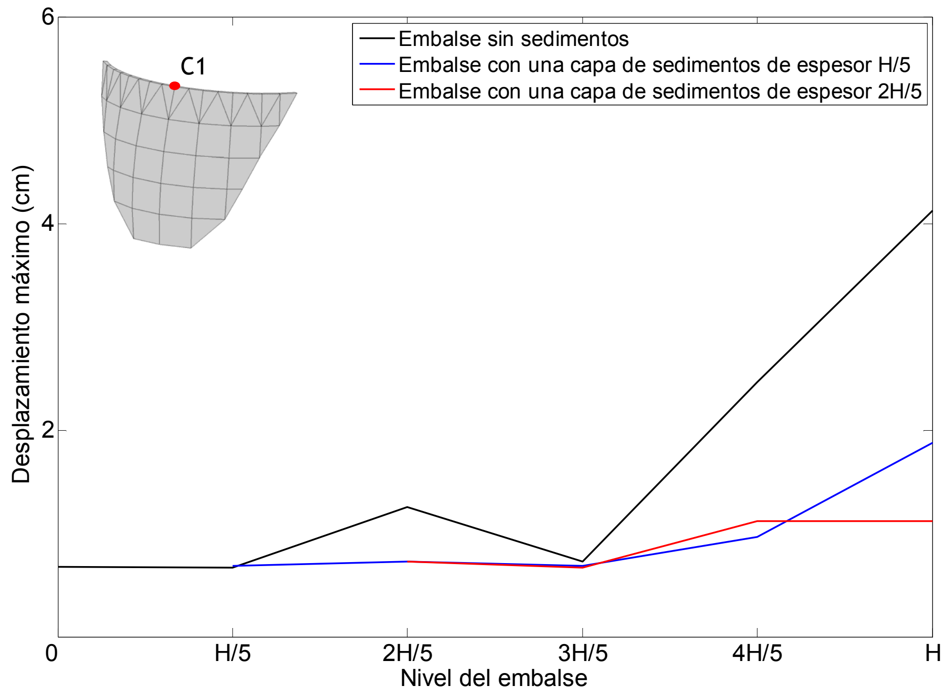


Figura 6.11. Nodo C1. Onda P. Desplazamientos máximos en dirección x frente al nivel de llenado del embalse.

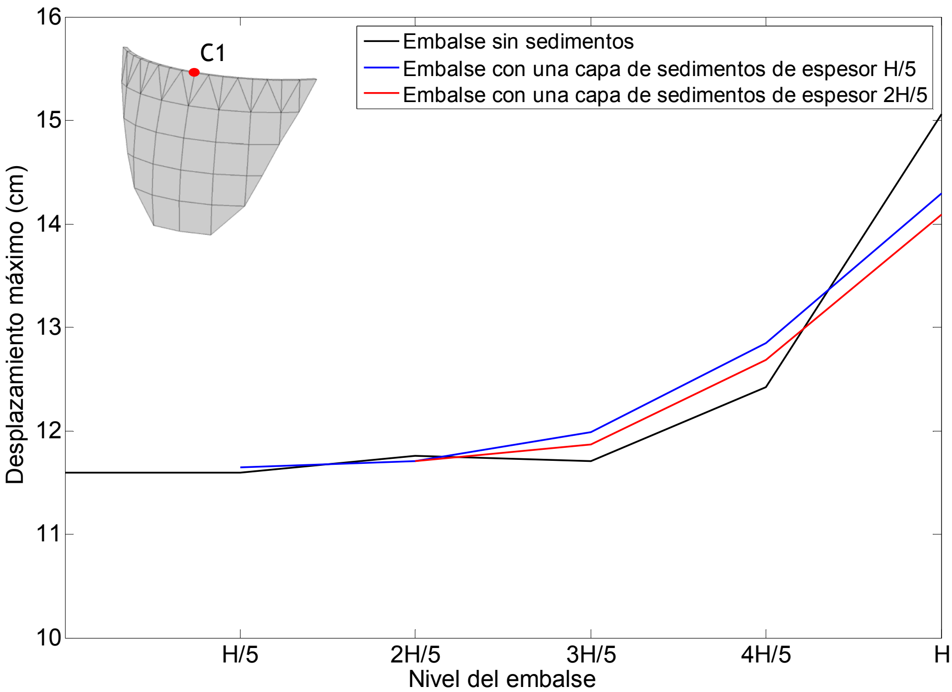


Figura 6.12. Nodo C1. Onda SH. Desplazamientos máximos en dirección x frente al nivel de llenado del embalse.

A la vista de estos resultados se concluye que la situación pésima, para el terremoto considerado, corresponde al caso de embalse completamente lleno sin sedimentos. En términos porcentuales, el desplazamiento máximo que experimenta el nodo C1 aumenta en un 700% para el caso de la onda P, y en un 30% para el caso de la onda SH, con respecto al que experimentaría en la situación de embalse vacío.

6.3.2. Espectros de aceleraciones en el punto medio de la coronación de la presa (punto C1)

En este apartado la respuesta de la presa se ha representado a través de espectros de respuesta máxima de aceleraciones en dirección anteroposterior (dirección “x”) en el punto de la coronación de la presa (C1) empleándose como excitación temporal los mismos acelerogramas artificiales ya utilizados en el epígrafe anterior. El amortiguamiento tomado para el cálculo de espectros de respuesta es en todos los casos del 5%. Se muestran resultados para el caso de ondas incidentes tipo P y SH. Para cada una de ellas se muestran tres gráficos correspondientes a la distintas condiciones de la capa de sedimentos: “Sin sedimentos”; “Con una capa de sedimentos de espesor H/5”; y “Con una capa de sedimentos de espesor 2H/5”. En cada figura se han dibujado tantas curvas como niveles de llenado del embalse son posibles con la existencia y espesor de la capa de sedimentos. Además se ha añadido en todos los casos el espectro de diseño utilizado para generar el acelerograma sintético empleado como excitación del modelo. Además, con el propósito de visualizar gráficamente el rango de variabilidad de los resultados, en cada figura se ha sombreado el área existente entre la envolvente máxima y mínima de todas las curvas.

A la vista de las curvas que recogen las diferentes alturas de llenado cuando no existen sedimentos de fondo (figura 6.13) se constata el hecho, ya comentado cuando se analizaron las funciones de transferencia en el apartado anterior, de la disminución de la frecuencia fundamental del sistema acoplado (aumento del periodo en este caso) con el incremento del nivel de llenado del embalse, debido al aumento de los efectos inerciales que supone el hecho de que el embalse contenga más agua. Este fenómeno no es tan visible cuando se incorporan sedimentos de fondo en el embalse, figuras 6.14 y 6.15. Nótese cómo la situación pésima en todos los casos, nivel del embalse a 2H/5 de altura, no se corresponde con ningún caso extremo del nivel del agua embalsada.

Si comparamos las dos primeras figuras correspondientes a la onda P (figuras 6.13, 6.14), se observa el drástico efecto amortiguador que supone la existencia de una capa de sedimentos de espesor H/5 cuando el nivel alcanzado en el embalse es igual o superior a 2H/5. En el caso más extremo la reducción de la aceleración llega a ser superior a 2, estado del orden de 1.5 en el resto de los casos. Nótese que para niveles de llenado iguales o inferiores a H/5 no se produce prácticamente ninguna disminución de la aceleración. Además del efecto amortiguador, la presencia de sedimentos provoca el desplazamiento de todas las curvas hacia el entorno de periodos más bajos. Este efecto, al igual que en el caso anterior, tiene más importancia cuanto mayor es la cantidad de agua embalsada. Si introducimos en el análisis las curvas correspondientes al caso en el que existe una capa de sedimentos de espesor 2H/5 (figura 6.15), vemos como el incremento en el espesor del lecho de sedimentos provoca un aumento del amortiguamiento del sistema creciente con la cantidad de agua embalsada. De nuevo, aunque en mucha menor medida, existe un desplazamiento del conjunto de curvas hacia la izquierda, hacia la zona de periodos más bajos.

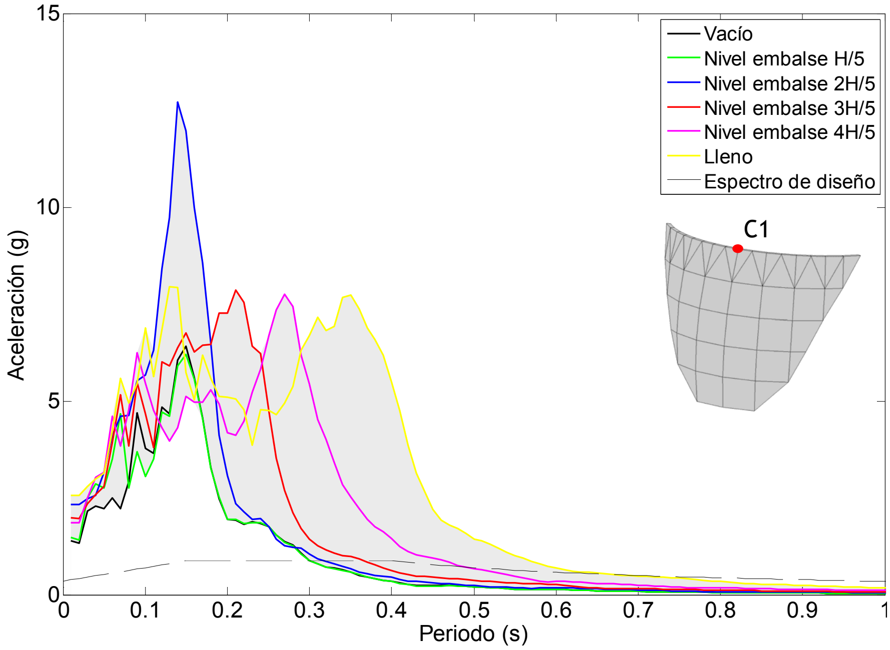


Figura 6.13. Nodo C1. Onda P. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección x frente a diferentes niveles de llenado del embalse.

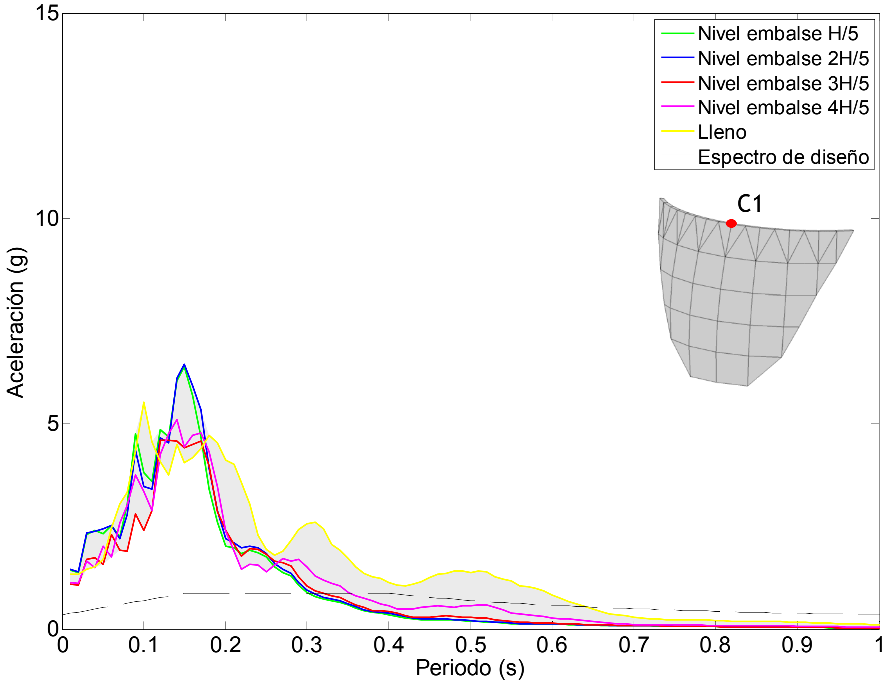


Figura 6.14. Nodo C1. Onda P. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x frente diferentes niveles de llenado del embalse.

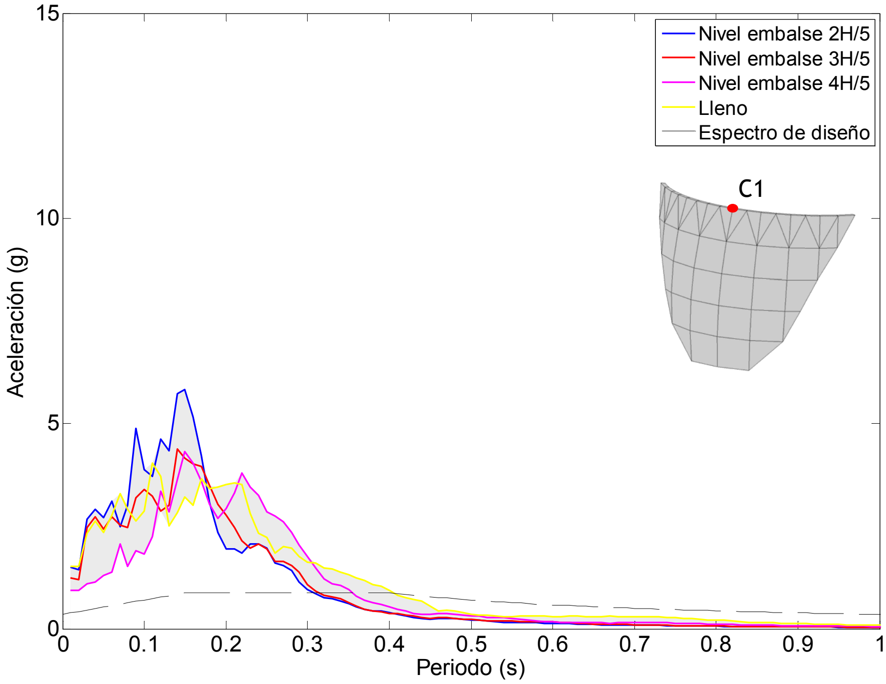


Figura 6.15. Nodo C1. Onda P. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x frente diferentes niveles de llenado del embalse.

El estudio de las figuras 6.16, 6.17 y 6.18, correspondientes a la incidencia de una onda SH, arroja conclusiones similares -con algún matiz-, a las ya comentadas para el caso en el que la onda incidente es de tipo P. En ausencia de sedimentos, figura 6.16, la situación pésima se corresponde con los mayores niveles de llenado, disminuyendo el valor de la aceleración máxima a medida que lo hace la cantidad de agua embalsada. Se constata también el aumento del periodo fundamental del conjunto con la cantidad de agua embalsada, más notorio en ausencia de sedimentos. La presencia de sedimentos, aún en espesores pequeños (figura 6.17), provoca una caída muy considerable de la aceleración cuando existe una importante columna de agua sobre los mismos (niveles de embalse lleno, 4H/5 y 3H/5) siendo prácticamente imperceptible cuando hay poca cantidad de agua embalsada (niveles 2H/5 y H/5). Esta caída de la aceleración, consecuencia del efecto amortiguador de los sedimentos, está del orden de 1.5 en los casos con alturas de llenado importantes lo que supone una reducción menor que en el caso de la onda P en los que se alcanzaban reducción del orden de 2. Al igual que en el caso anterior, el incremento del espesor de los sedimentos a 2H/5, figura 6.18, supone aumentar ligeramente el efecto amortiguador del conjunto en el caso de niveles de llenado considerables siendo poco significativo en aquellos casos con poca cantidad de agua embalsada. Existe un pequeño desplazamiento, mucho menos acusado que en el caso de la onda P, de las curvas hacia periodos más bajos tanto mayor cuanto mayor es el nivel de llenado.

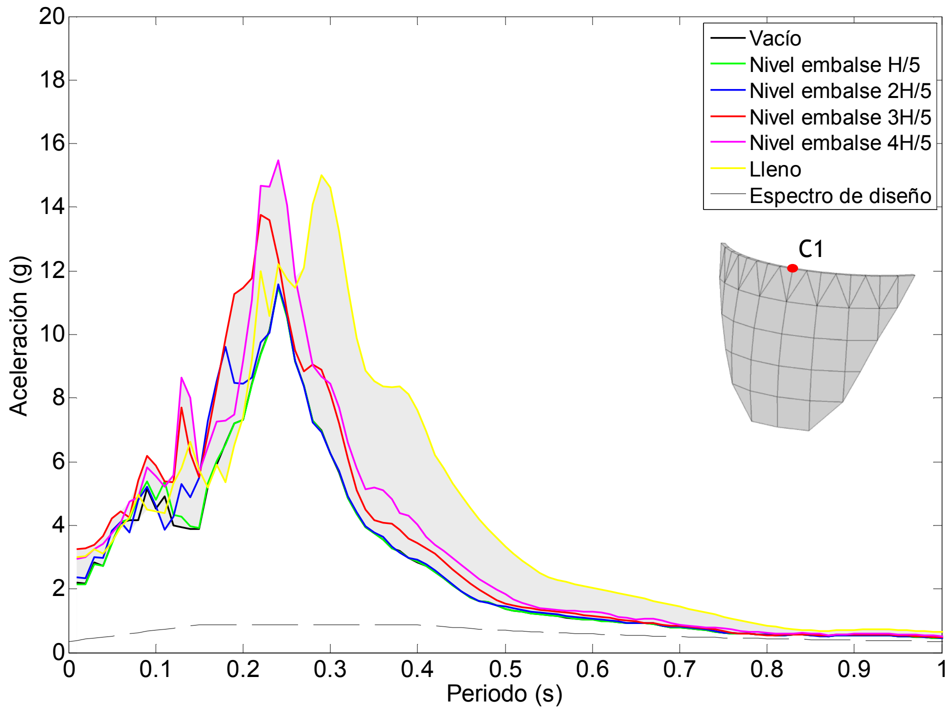


Figura 6.16. Nodo C1. Onda SH. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección x frente diferentes niveles de llenado del embalse.

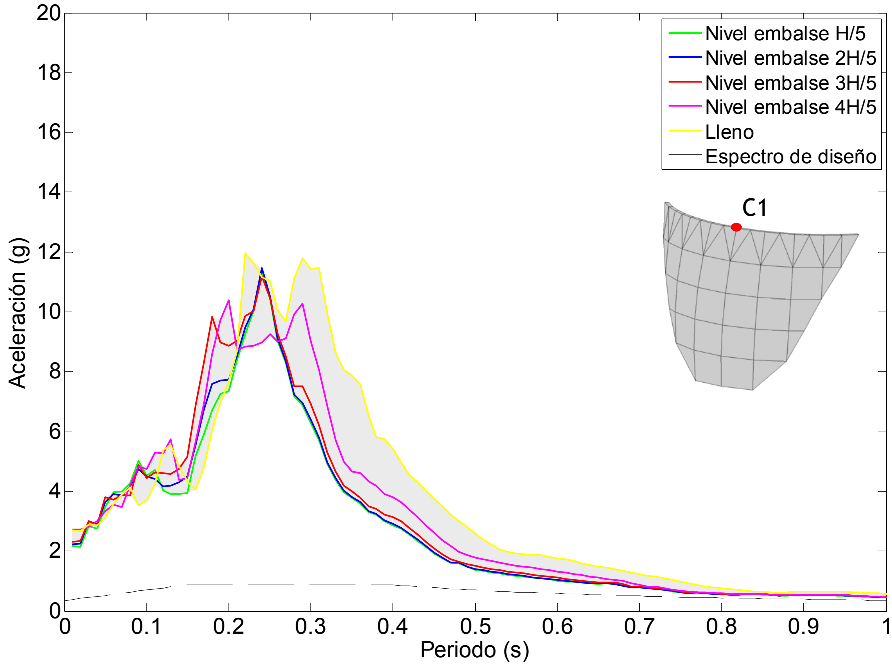


Figura 6.17. Nodo C1. Onda SH. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x frente diferentes niveles de llenado del embalse.

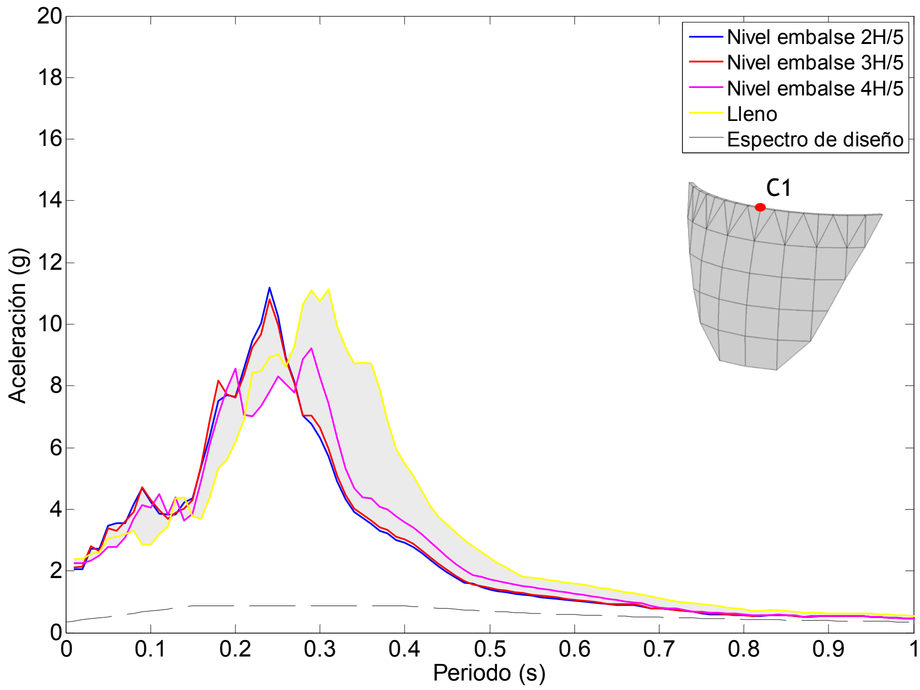


Figura 6.18. Nodo C1. Onda SH. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x frente diferentes niveles de llenado del embalse.

De los cometarios realizados a la vista de las seis curvas mostradas en este apartado se puede concluir lo siguiente:

- Todos los efectos comentados con anterioridad y resumidos a continuación son más patentes en el caso de incidencia de ondas P que en el caso de ondas SH.
- Con alguna excepción, las mayores amplitudes de la respuesta se dan para grandes alturas de llenado del embalse en ausencia de sedimentos de fondo.
- Los periodos fundamentales del sistema aumentan con la cantidad de agua contenida por la presa. Esto es especialmente evidente cuando no hay lecho sedimentario.
- La presencia de sedimentos introduce un importante amortiguamiento del conjunto, aún con pequeños espesores, que afectan principalmente a las situaciones con importantes niveles de agua. Con poca altura de agua embalsada el efecto es mucho menos evidente.
- El incremento del espesor de la capa de sedimentos incrementa el grado de amortiguamiento en los casos afectados por la presencia de sedimentos de menor espesor, es decir para grandes niveles de llenado.
- La presencia de sedimentos provoca un desplazamiento de las curvas hacia periodos más bajos, fenómeno que se incrementa con el aumento de la capa de sedimentos.

6.3.3. Espectro de aceleraciones en diversos puntos del estribo y del plano de simetría de la presa

El estudio presentado en los dos últimos apartados se profundiza aquí en el sentido de estudiar en qué medida la situación de embalse lleno o vacío afecta a la respuesta sísmica de la presa en relación, por un lado, con la posible presencia de sedimentos y su espesor, y por otro, con el espectro de excitación de campo libre (en el caso de puntos pertenecientes al estribo). Para el mismo terremoto sintético utilizado en el apartado 6.3.2, compatible con las características del emplazamiento (suelo rocoso) de acuerdo a lo estipulado en Eurocódigo 8 (EN 1998-1:2004) se muestran de nuevo los espectros de respuesta máxima de aceleraciones correspondientes a diferentes puntos de la presa (al igual que en el apartado anterior, el amortiguamiento empleado para el cálculo de los espectros es del 5%). El sismo sintético generado incorpora ahora registros de aceleraciones según las tres direcciones del espacio: “x” (dirección del cañón y de la cerrada); “y” (dirección transversal al cañón); y “z” (dirección vertical), habiéndose comprobado la no correlación de los tres registros correspondientes. La excitación, en el modelo de elementos de contorno, se ha obtenido a partir de la incidencia vertical de ondas de corte SH y SV, para las direcciones de excitación “x” e “y”, respectivamente, y de ondas P, para la dirección vertical “z”.

Se han escogido seis puntos de la presa en total, cuya situación se indica en la figura 6.6: puntos E1, E2 y E3 situados sobre el estribo a distintas cotas; puntos P1, P2 situados sobre el trasdós de la bóveda en el plano de simetría; además del punto C1 (coronación en el plano de simetría) ya estudiado en el apartado anterior. Para cada uno de estos puntos se presentan cuatro figuras correspondiendo a diferentes direcciones de aceleración y tipos de ondas incidentes, a saber: para la incidencia de ondas de tipo P las aceleraciones representadas corresponden a las direcciones “x” y “z”; para la incidencia de ondas SH se representa la aceleración según “x”; finalmente, para la incidencia de ondas SV se muestra la aceleración según “y”.

Para analizar la influencia que tiene el efecto local producido por la presencia del cañón, y para poder comparar esta influencia con la que tienen los restantes factores estudiados (situación de embalse vacío/lleno, presencia de sedimentos de fondo), en el caso de los puntos del estribo se han incluido las curvas correspondientes al problema de campo libre (sin la presencia de la presa). Así, para los puntos E1, E2 y E3 (puntos del estribo) las figuras incluyen siete curvas. Cuatro de ellas relativas a diferentes condiciones del lecho de sedimentos y del nivel de llenado del embalse. Las tres restantes se corresponden: una, con el espectro de aceleración para el punto considerado en ausencia del embalse (“Cañón sin embalse”); otra, con lo que se mueve el suelo considerado como un semiespacio uniforme a la profundidad del punto analizado (“Espectro de diseño deconvolucionado”); y la tercera, con el espectro de diseño utilizado para generar el acelerograma sintético empleado como excitación. Por otra parte, para los puntos de la bóveda (P1 y P2) y en la coronación de la presa (C1) se han omitido las curvas que representan la respuesta en los casos de “Cañón sin embalse” y de “Espectro de diseño deconvolucionado” por carecer de sentido en estos puntos.

Existe una ostensible diferencia de orden de magnitud entre los espectros de respuesta correspondientes a los puntos del estribo (puntos E1, E2 y E3; figuras desde 6.19 a la 6.30), en comparación con los de los puntos de la bóveda (puntos P1, P2 y C1; figuras a partir de la 6.31). Aun más, esta diferencia del orden de magnitud de las aceleraciones que experimentan los distintos puntos depende poco de la condiciones del embalse (lleno/vacío; existencia o no de sedimentos), y tiene que ver con la diferencia de rigidez entre la “estructura-suelo” y la “estructura-bóveda”, ante la solicitación sísmica. En concreto, se hace evidente que la mayor flexibilidad de la bóveda de la presa introduce un importante factor de amplificación con respecto a los movimientos que experimenta el suelo. Podemos comparar algunos casos extremos: la aceleración en dirección "x" producida por ondas SH llega a ser del orden de 12 veces mayor en el punto de la coronación C1 (figura 6.41) frente al punto del estribo situado a la misma cota E1 (figura 6.21). El factor de amplificación del valor máximo de la aceleración anteroposterior entre ambos puntos es mucho mayor (del orden de 50) para el registro sísmico provocado por ondas P verticales (figura 6.39 (C1) y figura 6.19 (E1)). Estos valores del factor de amplificación denotan una gran flexibilidad de la bóveda -frente a la rigidez del suelo- en cuanto a los movimientos que aquella experimenta en dirección normal a la bóveda. Por el mismo motivo los espectros son tanto mayores a medida que aumenta la cota del punto considerado a lo largo de la presa. Así, el valor máximo de aceleración anteroposterior experimentado por el punto P2 por causa de las ondas SH (figura 6.33) (punto P2) se multiplica por un factor de 1.5 cuando observamos la respuesta en el punto P1 (figura 6.37), y por un factor del orden de 3 cuando pasamos al punto C1 (figura 6.41). Para acabar este análisis acerca del rango de los valores de los espectros de aceleración que experimentan los puntos de la bóveda en relación con los que experimentan los puntos del estribo, se aprecian valores mayores de aceleraciones en las direcciones "y" y "z" en la bóveda, para los diferentes componentes del sismo, si bien el factor de amplificación es lógicamente, inferior, en comparación con las aceleraciones experimentadas en dirección "x". Por ejemplo, la aceleración máxima según "z" en el punto de coronación C1 producida por ondas P (figura 6.40) es del orden de 1.8 veces el valor máximo para el punto del estribo a la misma cota (punto E1, figura 6.20). Las aceleraciones según la dirección transversal "y" producidas por las ondas SV experimentan un aumento parecido entre ambos puntos (figura 6.22 (E1) y figura 6.42 (C1)). Se concluye que los movimientos producidos por el sismo en el suelo se amplifican en la bóveda. Esta amplificación es especialmente relevante en cuanto a los desplazamientos experimentados en la dirección perpendicular a la bóveda, y aumenta a medida que el punto estudiado se aleja del estribo.

Centremos ahora el análisis en la respuesta de los puntos del estribo. Resulta interesante estudiar hasta qué punto son importantes los efectos de interacción suelo-estructura, esto es, los efectos producidos por la existencia de la propia presa sobre los espectros de aceleraciones que el terremoto provoca en esos puntos (que también son puntos del suelo). En la misma línea, queremos saber también en qué medida influyen las condiciones del embalse (embalse lleno o vacío, así como la posible existencia de sedimentos y su espesor) en los espectros de respuesta en estos puntos. A la vista de los resultados obtenidos, las conclusiones que se extraen dependen del cuál sea la dirección del espectro de aceleración analizado y del tipo de onda incidente (es decir, de la dirección del movimiento que provoca la onda en el suelo en relación con la dirección del cañón).

El análisis de los espectros de respuesta en aceleraciones según "x" (dirección anteroposterior) provocados por la componente anteroposterior del terremoto (ondas SH) (figuras 6.21 (E1); 6.25 (E2) y 6.29 (E3)) revela que en este caso el suelo es mucho más rígido que la presa y por tanto la presencia de ésta apenas afecta la respuesta en el estribo. Además, los espectros dependen poco del nivel de llenado del embalse y de la presencia o no de sedimentos de fondo. En este caso, por tanto, los espectros de aceleraciones están razonablemente bien representados por los correspondientes al problema de campo libre ("cañón sin embalse"). Se aprecia, además, que los espectros son invariablemente superiores a los correspondientes a la deconvolución del espectro de diseño para un semiespacio uniforme. Es decir, el efecto local provocado por la irregularidad del cañón provoca en el estribo mayores aceleraciones que las que se obtendrían en el semiespacio a la misma cota.

Analicemos ahora los espectros de aceleración anteroposterior "x" provocados por los movimientos verticales del suelo (onda P con incidencia vertical) (figuras 6.19 (E1), 6.23 (E2) y 6.27 (E3)). Aun en ausencia de presa, existen estos movimientos en el suelo debido a la irregularidad topográfica que representa la cerrada del embalse, lo que provoca desplazamientos en el suelo según "x" ante ondas P verticales, que se sumarán o restarán, según cada caso, a los provocados por el resto de ondas (especialmente las SH). Los resultados revelan que la presencia de la presa y del embalse aumenta los valores de las aceleraciones registradas. Además, se aprecian diferencias importantes dependiendo de las condiciones del embalse. Por ejemplo, los espectros correspondientes al embalse lleno sin sedimentos (curvas de color verde) son mayores y presentan una amplificación importante aun para bajas frecuencias (periodos entre 0.28s y 0.45s). En el rango de periodos bajos (alta frecuencia) la influencia de la condición del embalse es más clara cuanto más profundo es el punto analizado (destaca la curva en el punto E3 (figura 6.27) para el embalse completamente lleno de agua en ausencia de sedimentos para periodos comprendidos entre 0.1s y 0.2s). Parece que, ante la onda P vertical, los efectos inerciales de la presa bóveda provocan un aumento de los espectros de aceleraciones en la dirección del cañón. Por el mismo motivo, la interacción con la masa de agua alojada en el embalse cerrado provoca un espectro mayor que el correspondiente al embalse vacío. Como se ha dicho, esto se ve particularmente claro para el nodo E3 (figura 6.27), pero también se aprecia para los nodos E2 (figura 6.23) y, en menor medida, para el nodo E1 (figura 6.19). Finalmente, si el embalse está lleno, se aprecia también que la presencia de sedimentos de fondo provoca una sensible reducción de las aceleraciones según “x” provocadas por las ondas P, en comparación con las registradas en el caso de embalse lleno sin sedimentos.

En cuanto a los espectros de aceleraciones verticales por efecto de la incidencia de ondas P (figuras 6.20 (E1), 6.24 (E2) y 6.28 (E3)), los comentarios dependen ahora del punto del estribo que se analice. Así, los espectros del punto E1, a cota de coronación, muestran una dependencia muy escasa de las condiciones del embalse y básicamente corresponden al espectro de problema de “Cañón sin embalse”, es decir, al problema de campo libre que tiene en cuenta el efecto local del cañón. Sin embargo, la presencia de la presa y del agua embalsada si afecta a los espectros de los puntos E2 (figura 6.24) y E3 (figura 6.28). En concreto, las aceleraciones disminuyen con el embalse (lleno o vacío) en el punto E2 en el rango de periodos hasta 0.1 s, y en el punto E3 en el rango entre 0.7s y 0.17s. Sin embargo, en el punto E2, con la presencia del embalse los espectros aumentan su amplitud en el rango entre 0.1s y 0.22s. Puede concluir que tan sólo para el punto del estribo en coronación (punto E1) es razonable admitir que los espectros del problema de campo libre representan adecuadamente la respuesta, ya que para los restantes puntos del estribo son importantes los efectos de interacción suelo-estructura y suelo-agua-estructura.

Para cerrar este estudio de la importancia de los efectos de interacción suelo-agua-estructura en los espectros de respuesta de los puntos del estribo vamos a analizar las figuras 6.22 (E1), 6.26 (E2) y 6.30 (E3), que muestran los espectros de respuesta según la dirección transversal al cañón (dirección “y”) provocados por la incidencia vertical en el suelo de ondas SV. Salvo para el punto más profundo (punto E3) se aprecia que la presencia del embalse afecta relativamente poco al espectro de aceleraciones registrado, que consiste básicamente en el espectro del problema denominado “cañón sin embalse”. Es prioritario por tanto el efecto local (irregularidad topográfica) frente a los efectos de interacción. No obstante puede apuntarse también que, para el punto a cota de coronación (E1), la presencia del embalse disminuye las amplitudes del espectro en la meseta de valores máximos (periodos entre 0.2s y 0.4s) del orden del 7.5%. Para el punto más profundo (E3, figura 6.30) se aprecia que si son importantes los efectos de interacción suelo-estructura en el rango de periodos entre 0.05s y 0.35s, en el sentido de que las curvas de espectros muestran aceleraciones inferiores a las del problema de campo libre. No existe una influencia clara, sin embargo, de los efectos de de interacción agua-presa y agua-suelo, por cuanto las curvas de embalse vacío y lleno (con y sin sedimentos) son muy parecidas, para este punto.

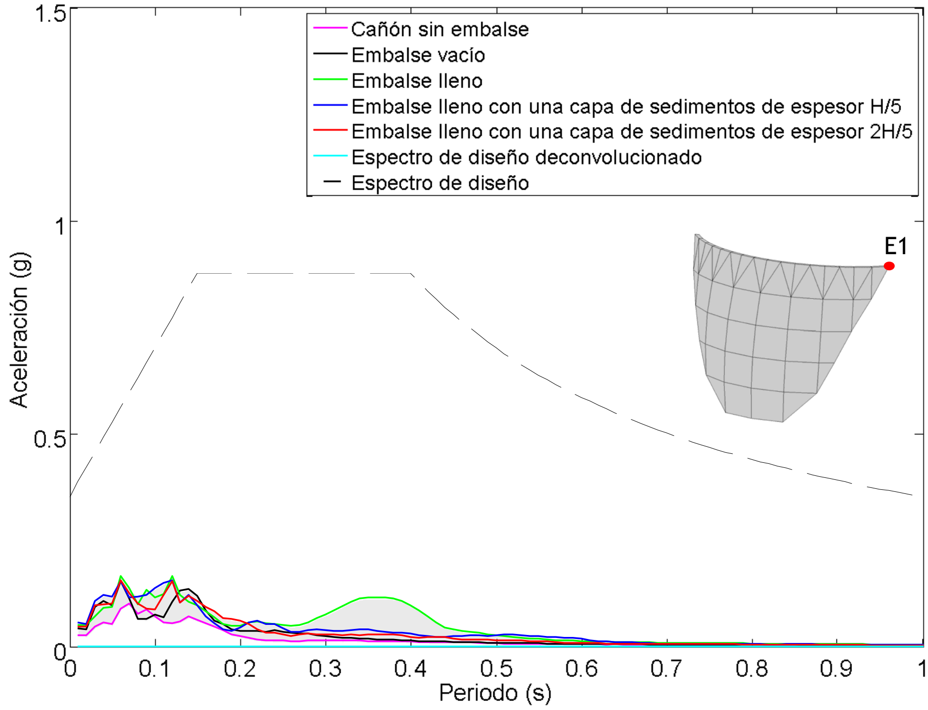


Figura 6.19. Nodo E1. Onda P. Espectro de aceleraciones en dirección x frente a diferentes condiciones del embalse.

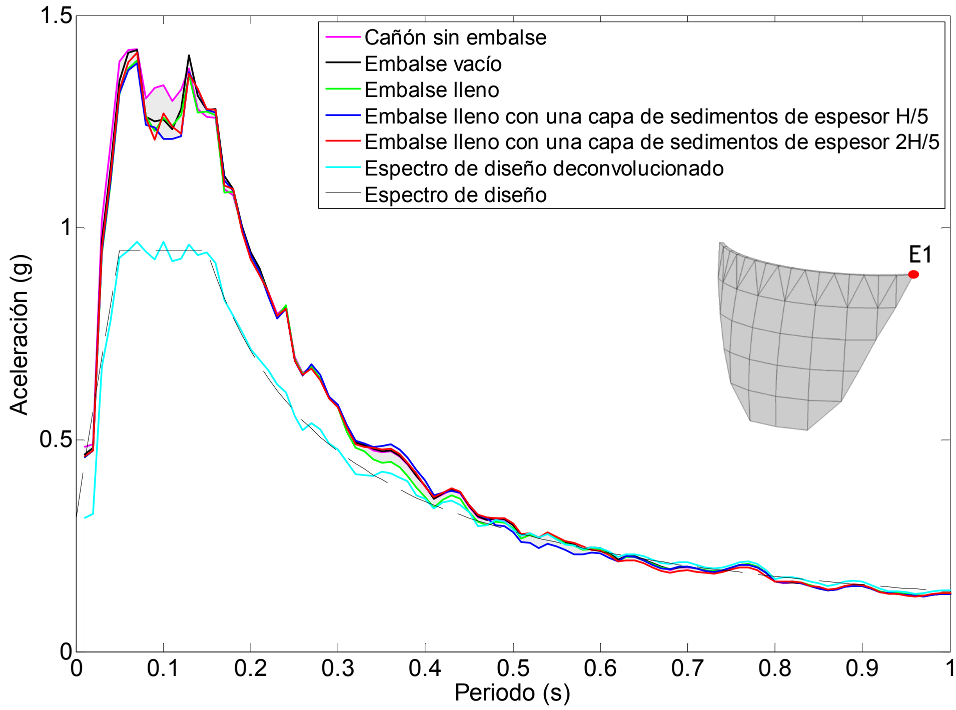


Figura 6.20. Nodo E1. Onda P. Espectro de aceleraciones en dirección z frente a diferentes condiciones del embalse.

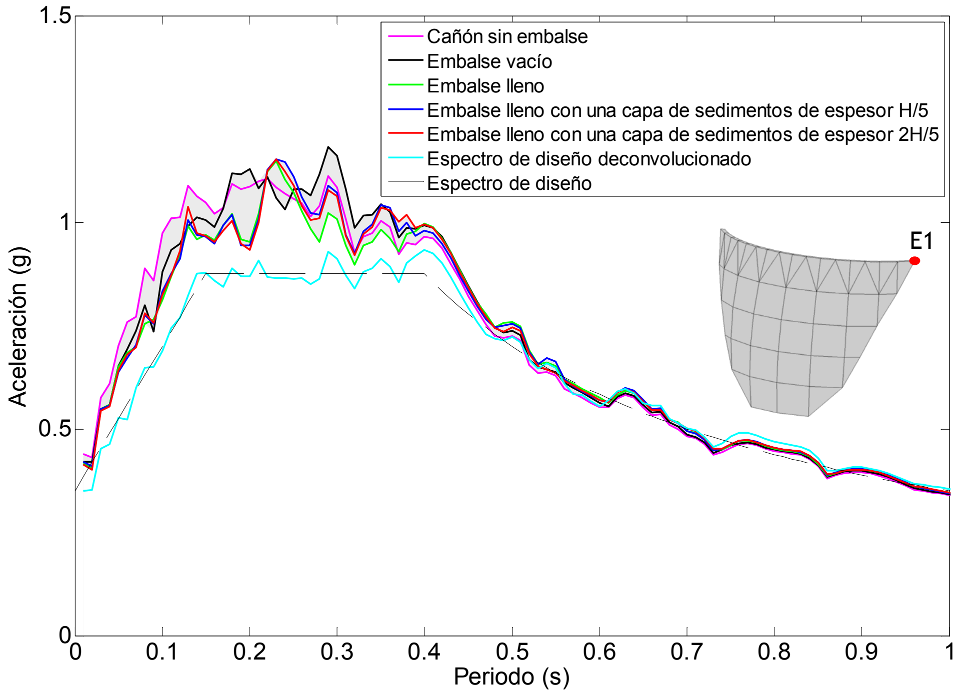


Figura 6.21. Nodo E1. Onda SH. Espectro de aceleraciones en dirección x frente a diferentes condiciones del embalse.

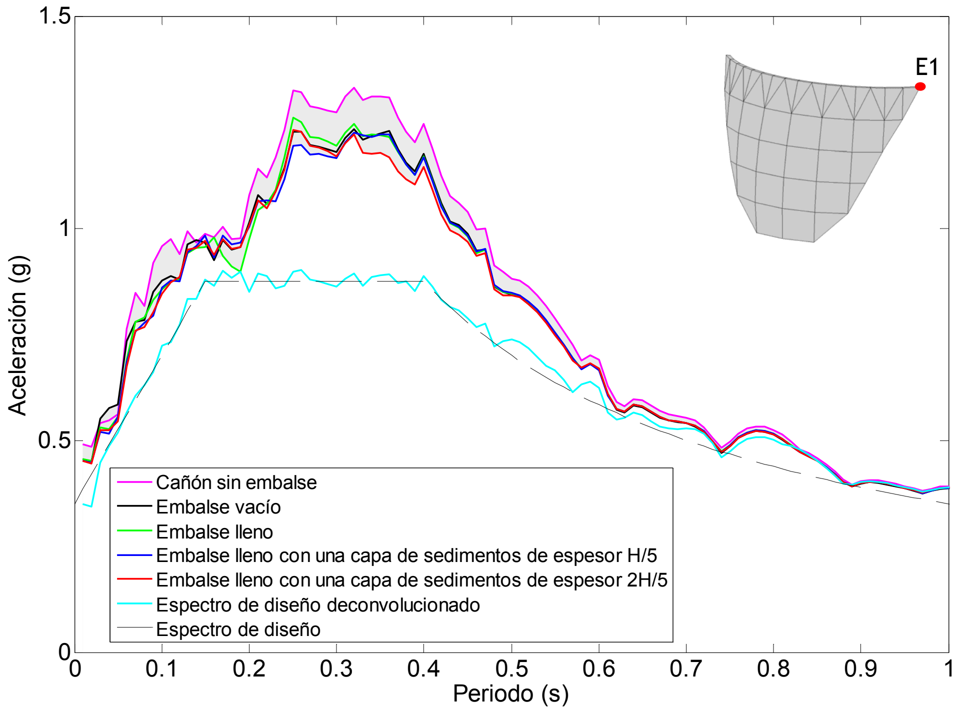


Figura 6.22. Nodo E1. Onda SV. Espectro de aceleraciones en dirección y frente a diferentes condiciones del embalse.

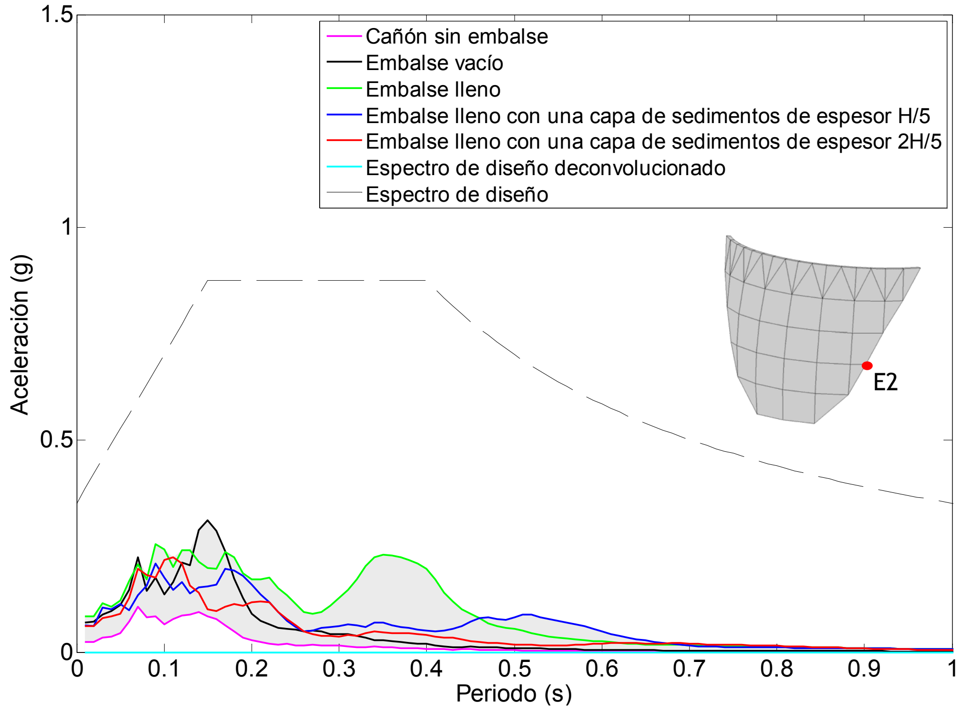


Figura 6.23. Nodo E2. Onda P. Espectro de aceleraciones en dirección x frente a diferentes condiciones del embalse.

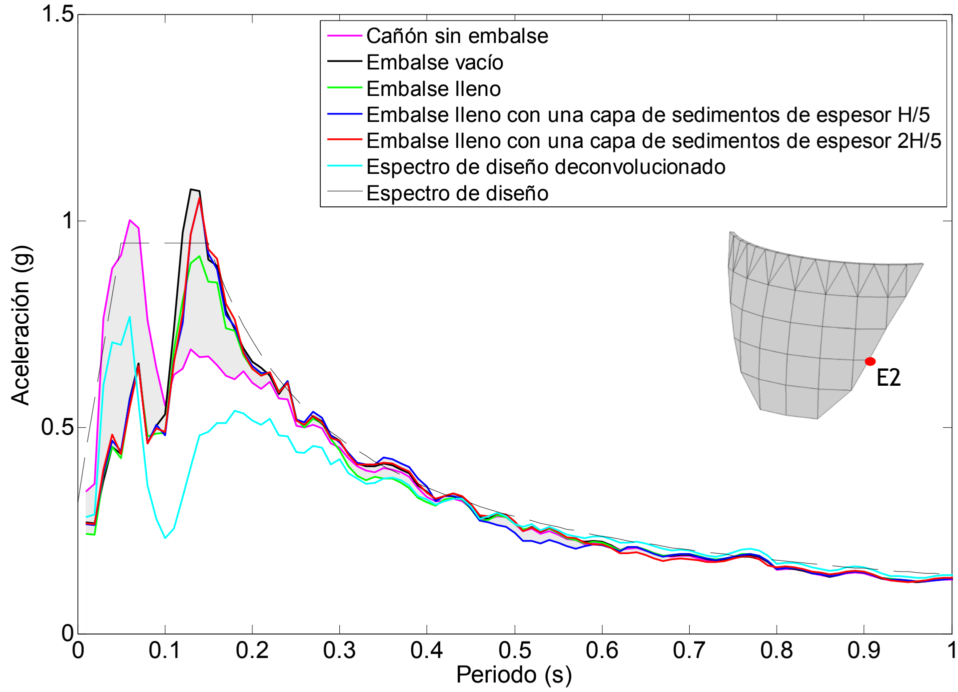


Figura 6.24. Nodo E2. Onda P. Espectro de aceleraciones en dirección z frente a diferentes condiciones del embalse.

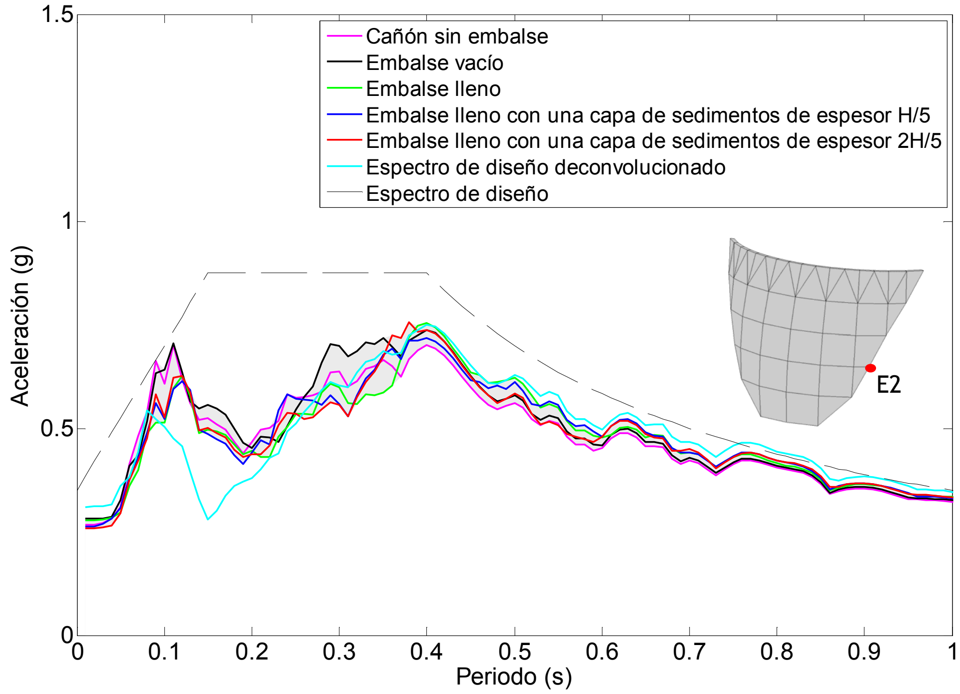


Figura 6.25. Nodo E2. Onda SH. Espectro de aceleraciones en dirección x frente a diferentes condiciones del embalse.

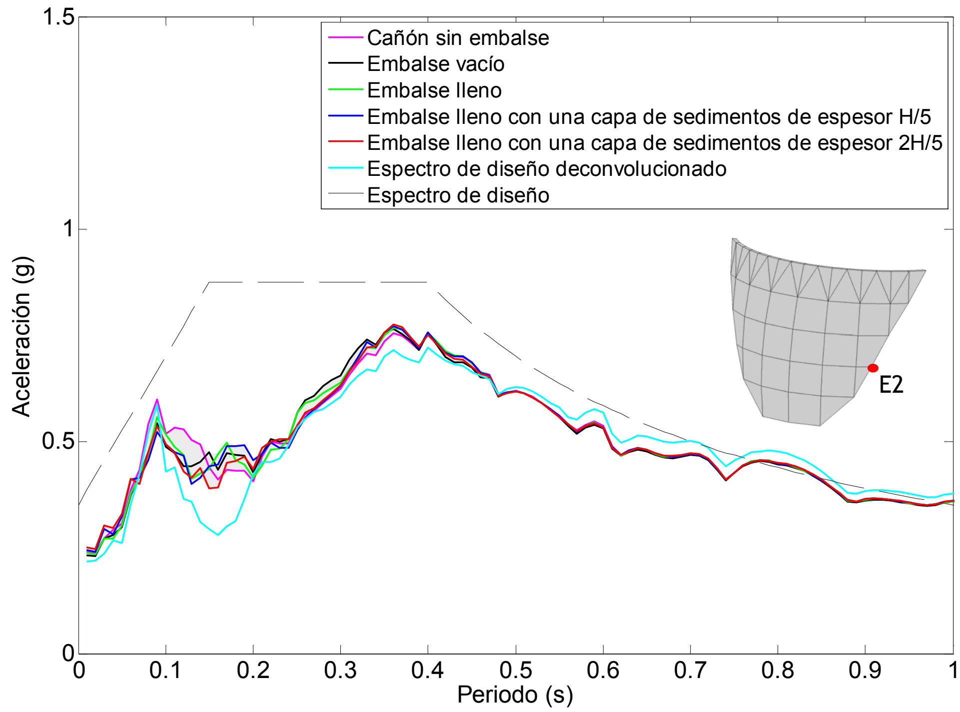


Figura 6.26. Nodo E2. Onda SV. Espectro de aceleraciones en dirección y frente a diferentes condiciones del embalse.

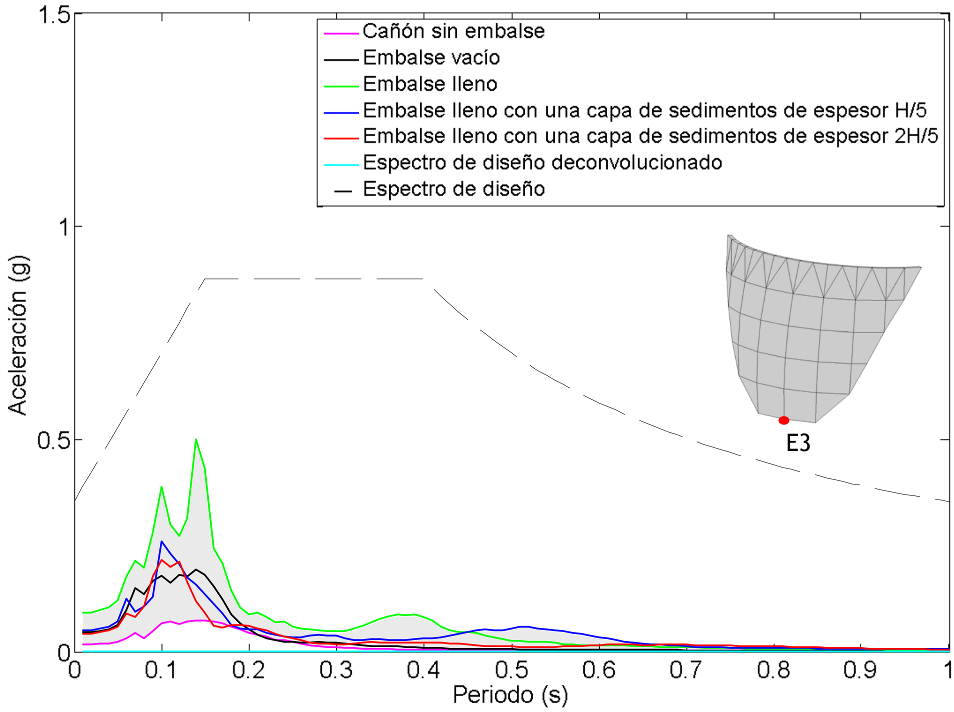


Figura 6.27. Nodo E3. Onda P. Espectro de aceleraciones en dirección x frente a diferentes condiciones del embalse.

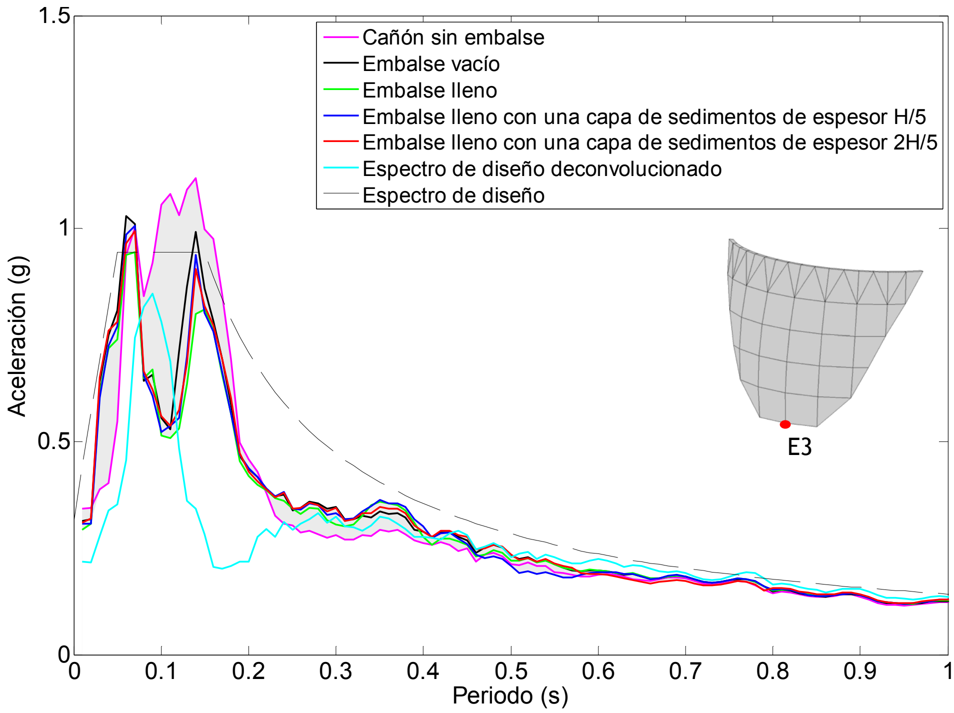


Figura 6.28. Nodo E3. Onda P. Espectro de aceleraciones en dirección z frente a diferentes condiciones del embalse.

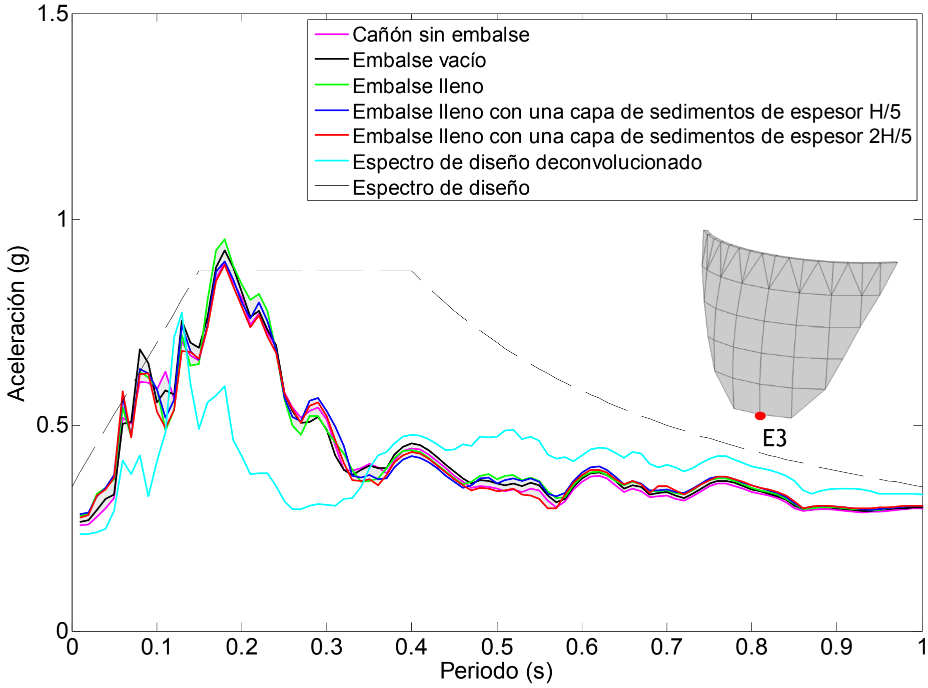


Figura 6.29. Nodo E3. Onda SH. Espectro de aceleraciones en dirección x frente a diferentes condiciones del embalse.

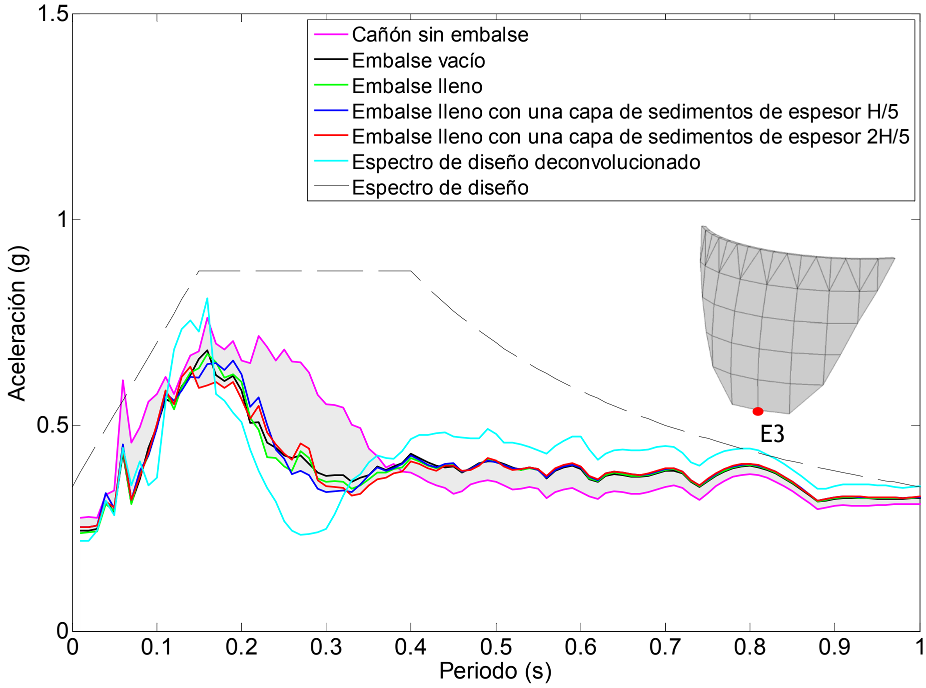


Figura 6.30. Nodo E3. Onda SV. Espectro de aceleraciones en dirección y frente a diferentes condiciones del embalse.

En lo que sigue se va a analizar la influencia de los efectos de interacción suelo-agua-estructura en los espectros de aceleración correspondientes a distintos puntos de la bóveda (puntos P2, P1 y C1; figuras desde la 6.31 hasta la 6.40). Ya se ha comentado con anterioridad que, debido a la flexibilidad de la bóveda, el orden de magnitud de los valores de las aceleraciones en los espectros aumenta de forma considerable a medida que se estudian puntos más alejados del estribo. Por ello el rango de ordenadas en los espectros es variable en función de la ubicación sobre la presa de cada uno de los puntos estudiados. Este hecho no altera sin embargo la conclusión general del análisis y, a la vista de los resultados obtenidos, puede afirmarse que los efectos de interacción suelo-agua-estructura tienen una gran importancia sobre la dinámica de la presa, y que el nivel de agua del embalse así como la presencia de sedimentos y su espesor son factores que deben ser cuidadosamente tenidos en cuenta.

Los espectros de aceleración anteroposterior (según “x”) cuando inciden verticalmente ondas P (figuras 6.31 (P2), 6.35 (P1) y 6.39 (C1)) muestran que la condición de embalse lleno sin sedimentos provoca los valores mayores de aceleraciones, especialmente en un rango aproximado de periodos entre 0.2s y 0.5s. Se hace patente que el llenado del embalse “arrastra” hacia la derecha el rango de periodos más importante (frecuencias más bajas). Las figuras muestran, asimismo, que la presencia de sedimentos cuasisaturados disminuye sensiblemente el valor de la ordenada en los espectros correspondientes al embalse lleno (especialmente para periodos por encima de 0.2s), y que esta disminución en el valor del espectro es tanto mayor cuanto mayor es el espesor de la capa de sedimentos. Así por ejemplo, en los tres puntos estudiados (P2, P1 y C1) y para un periodo de 0.35s, la presencia de sedimentos divide el valor de aceleración por un factor que oscila entre 4.6 (punto C1) y 5.7 (punto P1).

Las conclusiones son parecidas cuando se estudian los espectros de aceleración anteroposterior provocados por la incidencia vertical de ondas SH (figuras 6.33 (P2), 6.37 (P1) y 6.41 (C1)). El agua en el embalse aumenta simultáneamente el periodo fundamental y el valor de las ordenadas de los espectros de respuesta. Otro efecto que se repite es el amortiguamiento que introducen los sedimentos con el embalse lleno de agua. Algo similar ocurre con el incremento del espesor de la capa de sedimentos, si bien esta tendencia no se cumple en el caso de la onda SH para buena parte del intervalo de periodos (la curva correspondiente a la capa de sedimentos de mayor espesor se sitúa sobre la de menor espesor). Esto es más patente cuanto más próximo al suelo está el punto analizado (figura 6.33). Podría pensarse que el efecto disipativo que introduce el sedimento puede estar siendo anulado por el aumento de la masa total del sistema embalse al aumentar el espesor de la capa de sedimentos. En cualquier caso esta posible explicación requeriría un estudio más detallado.

Finalmente, las condiciones del embalse y los efectos de interacción agua-presa y agua-suelo tienen un efecto menor cuando se analizan los espectros de aceleración vertical (“z”) y transversal (“y”) provocados por la incidencia vertical de ondas P y SV, respectivamente. Así, los espectros verticales se muestran en las figuras 6.32 (punto P2), 6.36 (punto P1) y 6.40 (punto C1). Puede destacarse en ellas que el efecto amortiguador de los sedimentos se hace más patente en el rango de periodos entre 0.26s y 0.42s. Los espectros de aceleración transversal para los mismos puntos se muestran en las figuras 6.34 (P2), 6.38 (P1) y 6.42 (C1), apreciándose tan sólo ligeras diferencias para las curvas del punto C1 situado en la parte más flexible de la bóveda. En este punto aparece de nuevo el efecto, en principio poco intuitivo, de que en cierto rango de periodos las mayores aceleraciones del espectro corresponden a la situación de embalse lleno con la capa más gruesa de sedimentos. Quizá, como apuntábamos en el párrafo anterior, este efecto esté ocasionado con el aumento de masa, pero hacen falta nuevos estudios para comprender completamente este efecto.

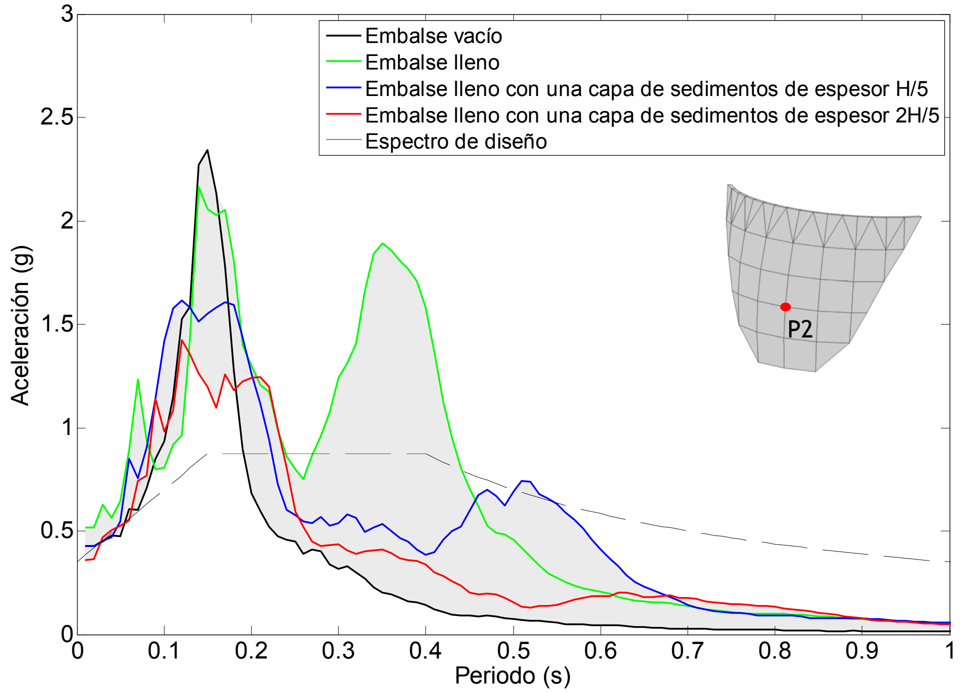


Figura 6.31. Nodo P2. Onda P. Espectro de aceleraciones en dirección x frente a diferentes condiciones del embalse.

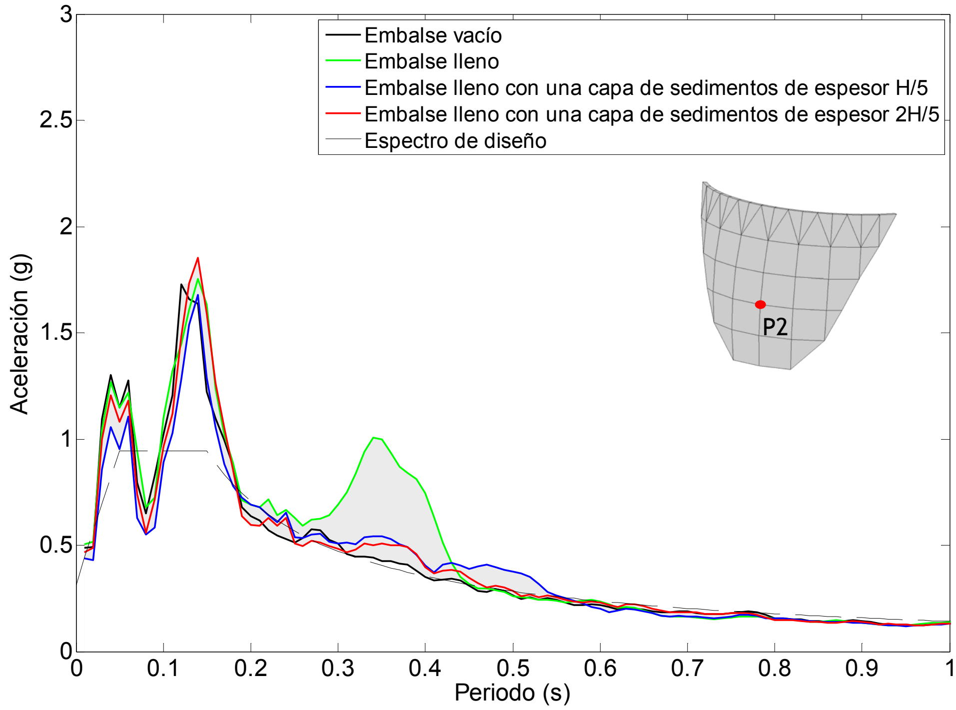


Figura 6.32. Nodo P2. Onda P. Espectro de aceleraciones en dirección z frente a diferentes condiciones del embalse.

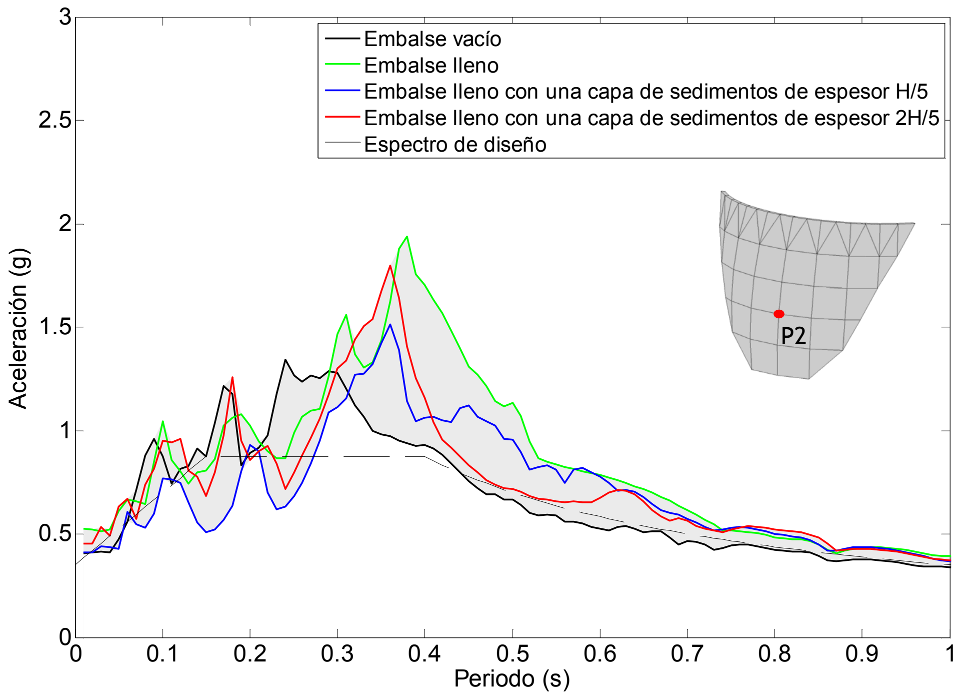


Figura 6.33. Nodo P2. Onda SH. Espectro de aceleraciones en dirección x frente a diferentes condiciones del embalse.

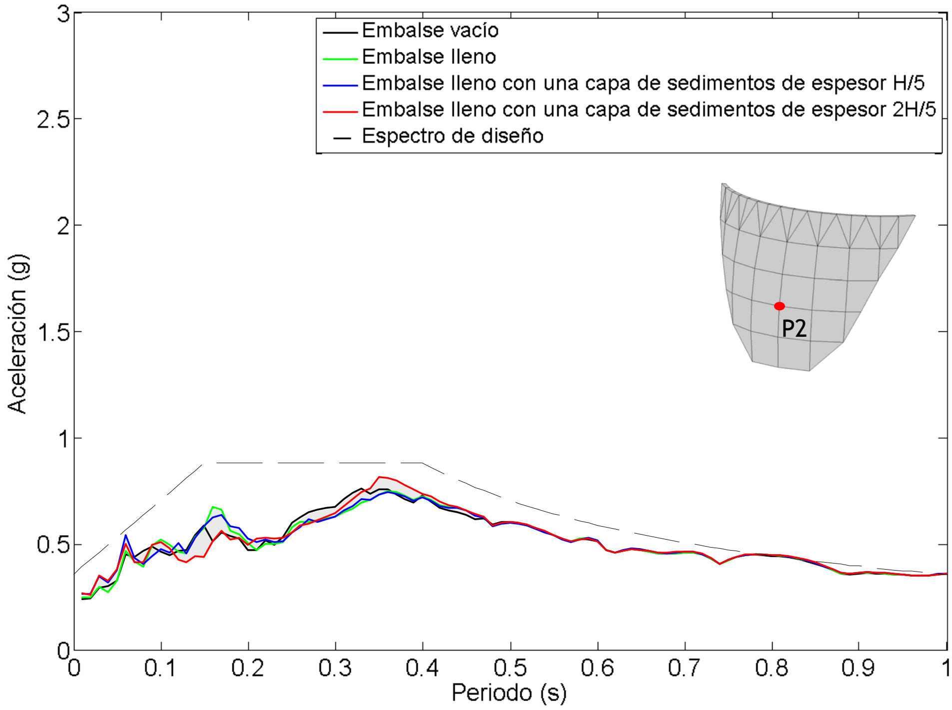


Figura 6.34. Nodo P2. Onda SV. Espectro de aceleraciones en dirección y frente a diferentes condiciones del embalse.

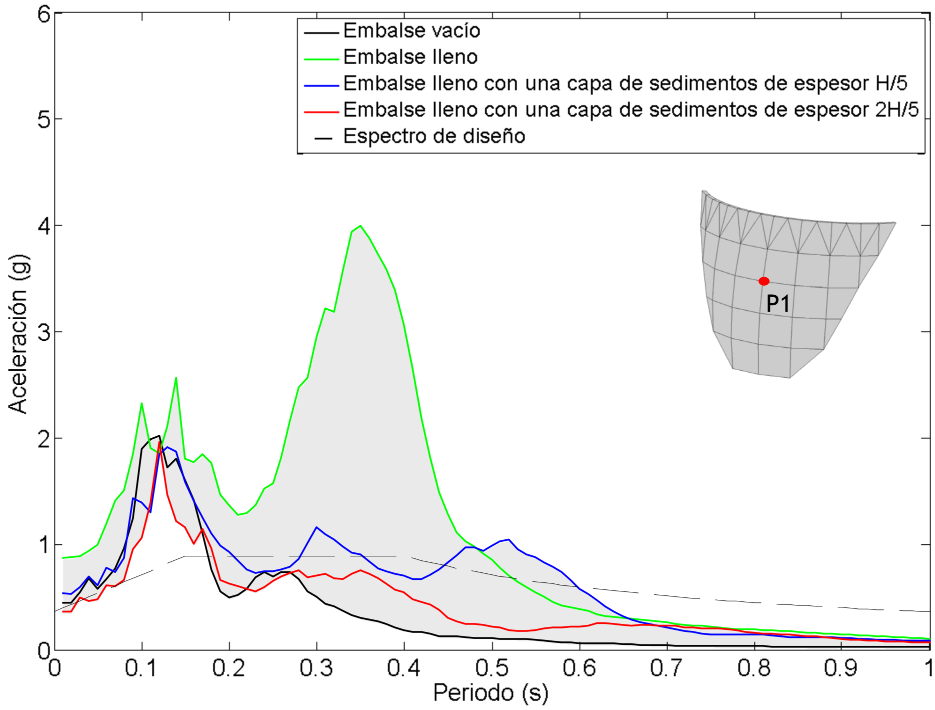


Figura 6.35. Nodo P1. Onda P. Espectro de aceleraciones en dirección x frente a diferentes condiciones del embalse.

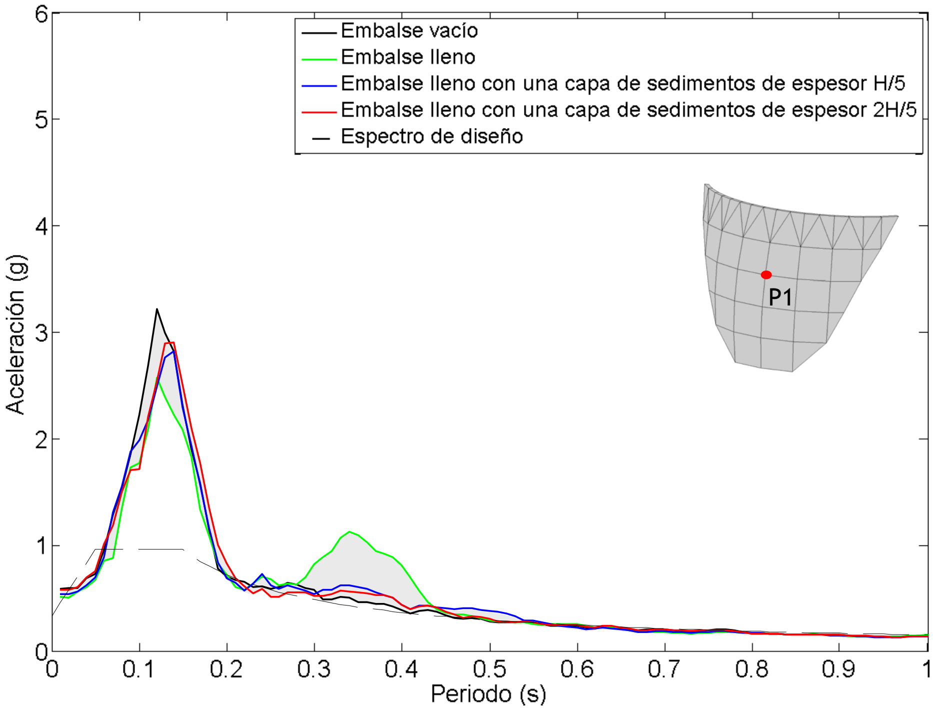


Figura 6.36. Nodo P1. Onda P. Espectro de aceleraciones en dirección z frente a diferentes condiciones del embalse.

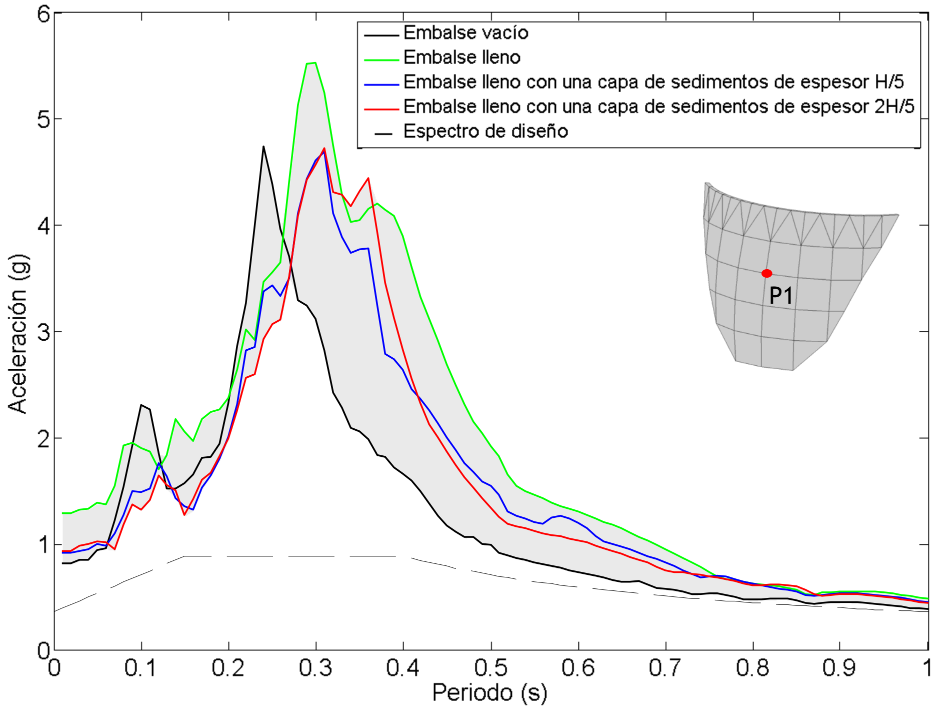


Figura 6.37. Nodo P1. Onda SH. Espectro de aceleraciones en dirección x frente a diferentes condiciones del embalse.

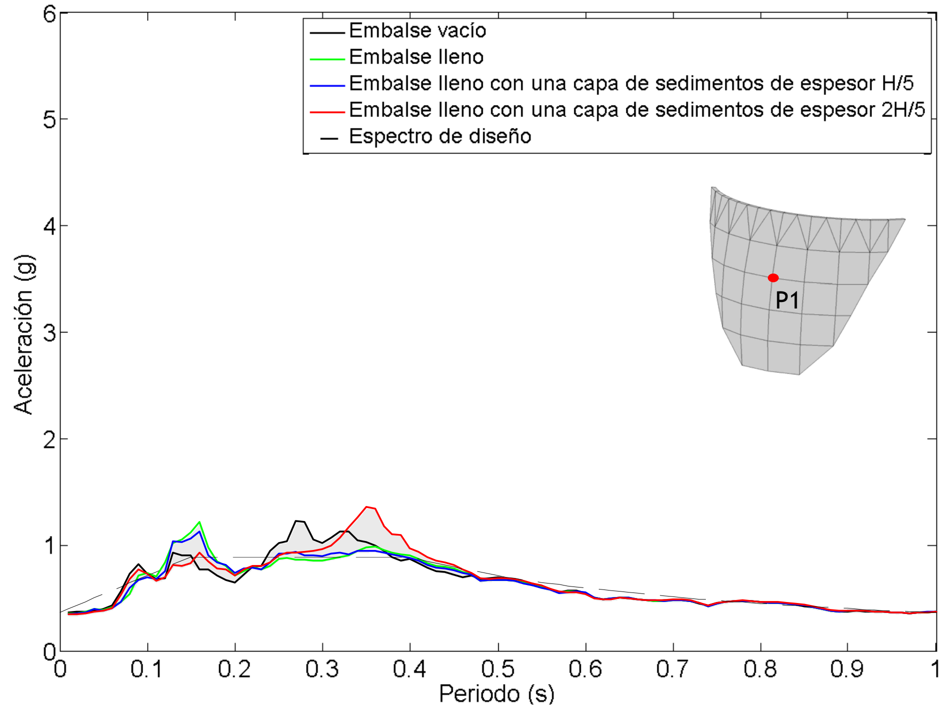


Figura 6.38. Nodo P1. Onda SV. Espectro de aceleraciones en dirección y frente a diferentes condiciones del embalse.

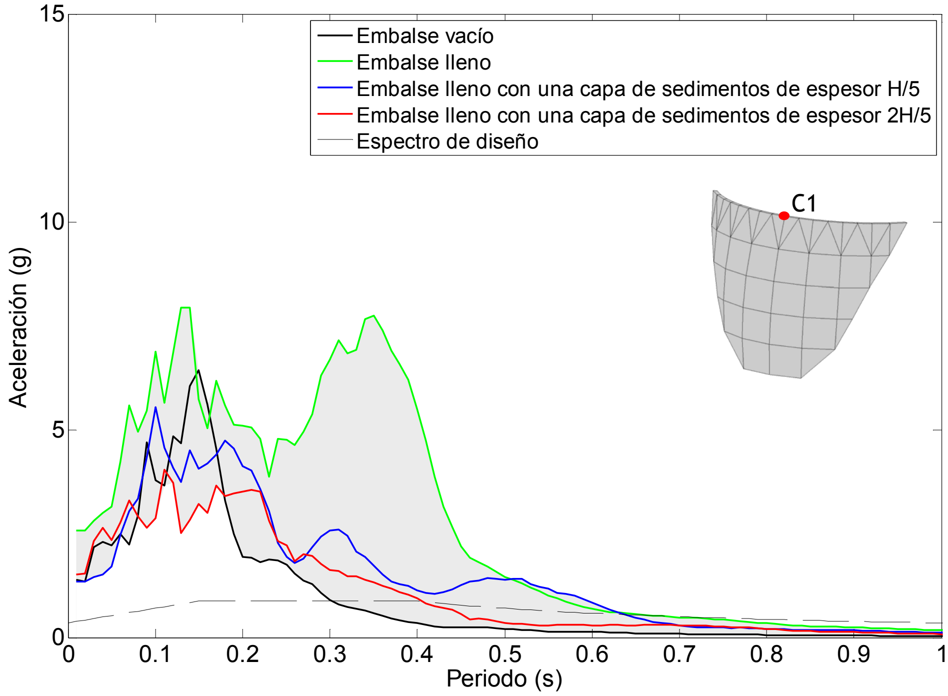


Figura 6.39. Nodo C1. Onda P. Espectro de aceleraciones en dirección x frente a diferentes condiciones del embalse.

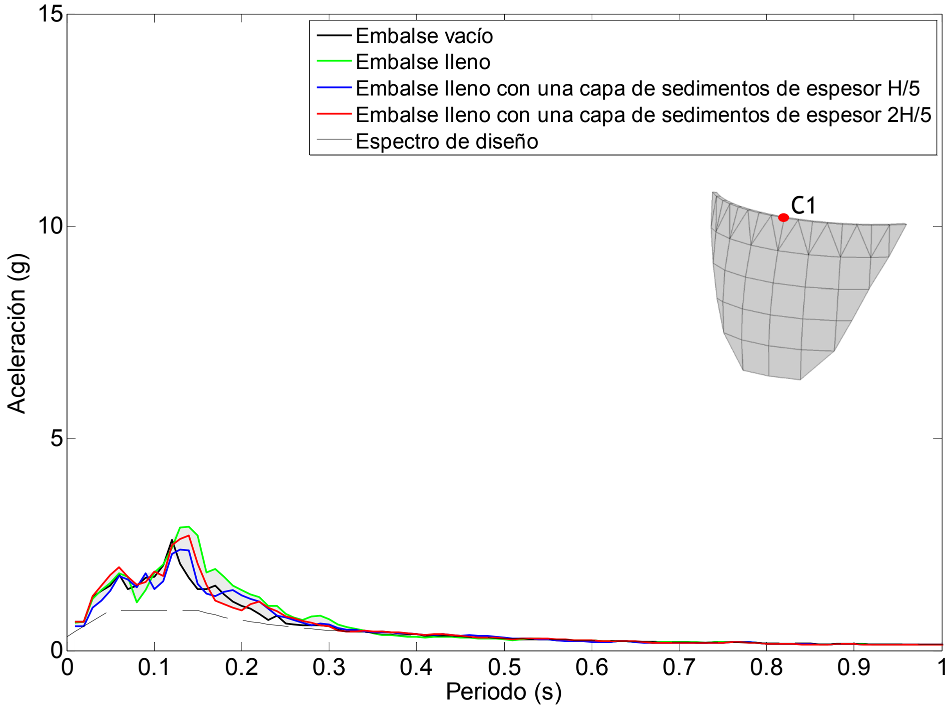


Figura 6.40. Nodo C1. Onda P. Espectro de aceleraciones en dirección z frente a diferentes condiciones del embalse.

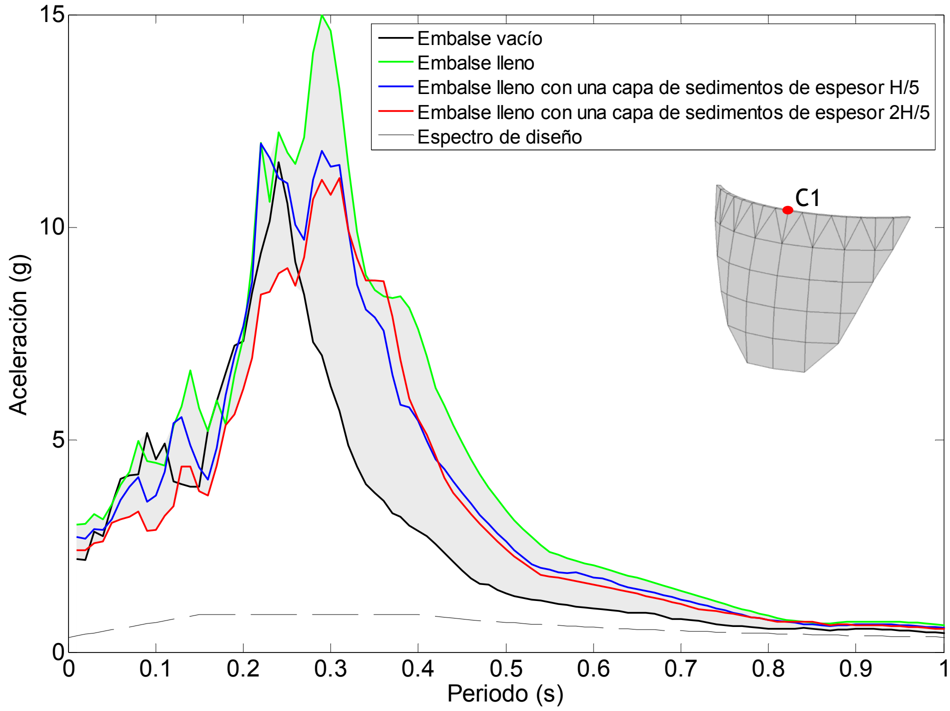


Figura 6.41. Nodo C1. Onda SH. Espectro de aceleraciones en dirección x frente a diferentes condiciones del embalse.

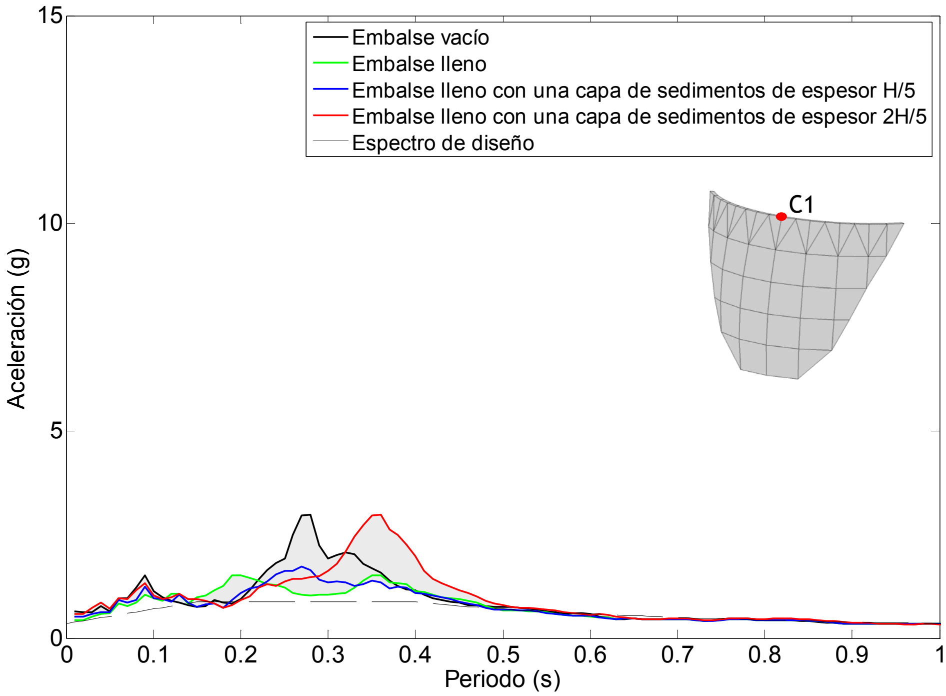


Figura 6.42. Nodo C1. Onda SV. Espectro de aceleraciones en dirección y frente a diferentes condiciones del embalse.

Capítulo 7

Respuesta Sísmica de Presas Bóveda II. Influencia de las Características de la Excitación

7.1.Introducción

Una vez analizados los factores relacionados con la geometría y las condiciones del embalse, se aborda en el presente capítulo la influencia de las características de la excitación en la respuesta símica de presas bóveda. Son muchos los estudios existentes en la bibliografía que confirman la gran influencia del carácter espacial de la excitación en el comportamiento dinámico de grandes estructuras: (Todorovska & Trifunac, 1990), (Cheng & Ger, 1990), (Lopez, Chopra, & Hernandez, 2000), (Chen & Harichandran, 2001) y (Athanatopoulou, 2005) y específicamente de presas bóveda: (Nowak P. S., 1988), (Alves, 2004), (Alves & Hall, 2006), (Chopra & Wang, 2010) y (Wang & Chopra, 2010). El modelo presentado en el capítulo anterior permite incorporar cualquier combinación de ángulos de incidencia de ondas volumétricas y/o superficiales en el suelo, si bien los resultados que el grupo ha presentado hasta el momento, relativos a la sensibilidad de la respuesta estructural ante estos factores, corresponden a estudios en el dominio de la frecuencia (Maeso, Aznárez, & Domínguez, 2002a). Al igual que en los resultados presentados a lo largo del presente trabajo, la excitación en estos casos corresponde a trenes de ondas armónicas planas P y/o S que se propagan por el suelo hacia el emplazamiento de la presa. La principal conclusión del citado estudio es que las características de la excitación, en términos de tipología de la onda incidente y ángulo de incidencia, afectan sensiblemente la respuesta dinámica estructural. En este capítulo se pretende seguir profundizando en el modelo de excitación sísmica y en el estudio de los efectos que sobre el comportamiento sísmico de la presa tienen los factores relacionados con las características del tren de ondas incidente (tipo y ángulo de incidencia), incorporando la posibilidad de incidencia simultánea ondas P y S, con ángulo de incidencia completamente general (lo cual conduce a la existencia simultánea de ondas superficiales cuando el ángulo de incidencia de las ondas de corte es inferior al crítico). En todos los casos la excitación total se hace compatible con los registros de diseño en campo libre.

La información de la que se dispone en el caso de terremotos reales suele consistir en registros puntuales de aceleraciones en superficie, pero existe mucha incertidumbre acerca del contenido de ondas y su ángulo de incidencia correspondiente a un registro dado de campo libre. Cuando se trata de modelos deterministas de la excitación (como es el caso), las simulaciones se restringen habitualmente al caso de incidencia vertical. Esto es así, en parte, por la propia necesidad de simplificar el problema, aunque suele justificarse también apelando a la tendencia natural de las ondas a adquirir una dirección de incidencia más vertical a medida que se acercan a la superficie. Al mismo tiempo, está muy extendida la opinión de que el caso de incidencia vertical resulta ser el más desfavorable. Este es un aspecto importante que será revisado a lo largo del presenta capítulo.

Mediante el procedimiento descrito en el apartado 5.6 de este documento se eligen y ponderan un conjunto de ondas excitadoras compatibles con los registros sísmicos en superficie en las tres direcciones del espacio que servirán de señal de excitación a lo largo del presenta capítulo.

Los principales objetivos del presenta capítulo son:

- Evaluar la sensibilidad de la respuesta estructural ante la variabilidad de los parámetros que definen la excitación sísmica, esto es, la amplitud y tipo de ondas sísmicas involucradas, y el ángulo de incidencia de dichas ondas.
- A la vista del estudio anterior, obtener el rango de variabilidad de la respuesta símica de la estructura, y cómo ésta se ve afectada en función de otros factores importantes del problema como pueden ser la posible existencia de sedimentos de fondo en el embalse.
- Comprobar si la hipótesis de excitación sísmica que corresponde a asumir la incidencia vertical de las ondas resulta ser la más desfavorable para la estructura y, en caso contrario, intentar encontrar la combinación de ondas que suponga la excitación sísmica pésima.

En el apartado 7.2 se describen las variables y los puntos utilizados para representar la respuesta de la presa; además se resume el procedimiento seguido para definir la excitación del modelo. Los dos siguientes apartados se dedican a mostrar los resultados obtenidos; en el primero de ellos se presentan las envolventes de presiones hidrodinámicas en el plano de simetría de la presa; en el segundo, los espectros de aceleraciones máximas tanto en el estribo como en la coronación de la bóveda.

7.2. Variables representativas de la respuesta de la presa

Los resultados presentados se corresponden con el modelo de la presa de Morrow Point descrito en el capítulo anterior. Se han considerado excitaciones con distintos ángulos de incidencia (θ) de ondas P y S. La respuesta de la presa se ha representado a través espectro de respuesta máxima de aceleraciones en diversos puntos del estribo (E1, E2, E3) y de la coronación de la presa (C1, C2) (figura 7.1). Nótese cómo el punto C2 no se encuentra en el plano de simetría de la bóveda, evitando con esta elección que para determinadas condiciones de la onda incidente (tipo de onda y ángulo de incidencia) se anule la parte simétrica o antisimétrica según el caso.

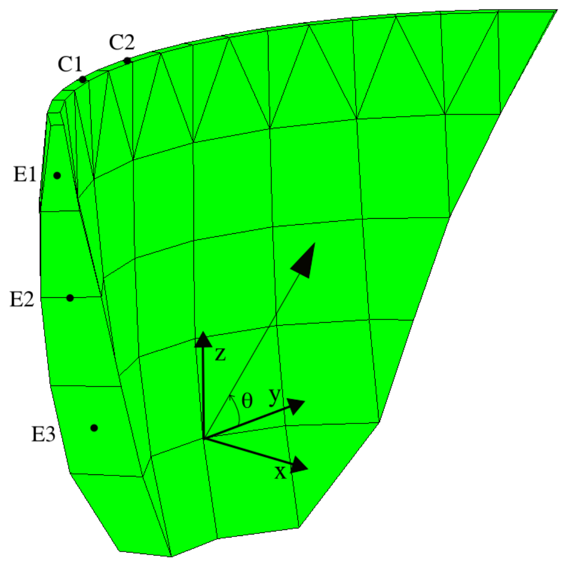


Figura 7.1. Puntos del estribo de la presa (E1, E2, E3) y de la coronación (C1, C2) de la bóveda en los que se han calculado los espectros de respuesta máxima de aceleraciones.

También se muestran resultados correspondientes al empuje hidrodinámico normal ($\sigma^{'} = p^{a}$) sobre la presa en todos los nodos situados en el plano de simetría de la bóveda (figura 7.2). Los resultados se presentan en forma de curvas envolventes de empuje, una correspondiente a los valores positivos y otra a los valores negativos (succiones), adimensionalizadas con la presión hidrostática máxima correspondiente al fondo del embalse cuando está completamente lleno de agua ($\rho g H = 1390{,}37\ \mathrm{N/m^2}$). Cada envolvente se ha calculado tomando, para los puntos analizados, el máximo empuje negativo y el máximo empuje positivo de la respuesta temporal. Cuando existen sedimentos, en los puntos de la presa en contacto con los mismos, el empuje viene dado por la expresión $\sigma^{'} = \mathbf{t}\,\mathbf{n}^{\mathrm{p}} - \tau$ donde $\mathbf{t}$ y τ son respectivamente el vector tensión sobre el esqueleto sólido y la tensión equivalente en el fluido del medio poroelástico y $\mathbf{n}^{\mathrm{p}}$ es el vector normal exterior a la superficie de la presa. Esto conlleva a que en el punto de la interfase sedimento-agua aparece una duplicidad en el valor del empuje como consecuencia de la variable que se representa.

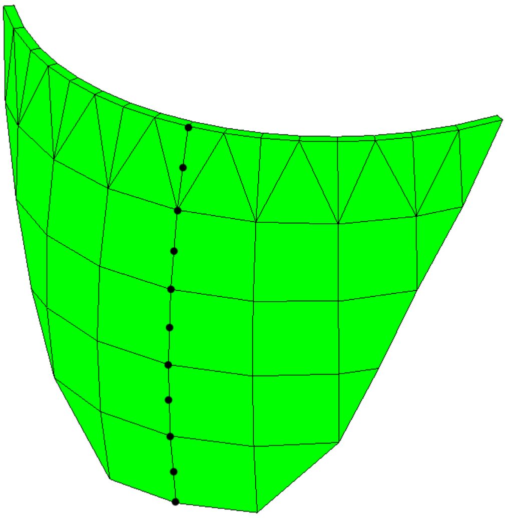


Figura 7.2. Puntos del plano de simetría de la bóveda en los que se han calculado las envolventes del empuje hidrodinámico normal.

Los resultados mostrados, tanto en el caso de espectros de aceleraciones como de empujes hidrodinámicos, corresponden a la respuesta que provoca un sismo determinado al alcanzar el emplazamiento del sistema. Al igual que en el capítulo anterior, la terna de acelerogramas sintéticos, dos horizontales y uno vertical, (a_x^{acel}, a_y^{acel}, a_z^{acel}) empleados para modelar el sismo son compatible con el espectro de diseño "tipo 1" para suelos "tipo A" y aceleración de diseño 0.35 g de acuerdo con lo indicado en el Eurocódigo 8 (EN 1998-1:2004)(CEN. European Committee for Standardization, 2004); el procedimiento de síntesis y la corrección posterior de la línea base figuran detallados en los apartados 5.3 y 5.4 del capítulo 5, respectivamente. En el caso de los resultados correspondientes únicamente a la onda SH, la excitación considerada consiste en uno de los acelerogramas horizontales (a_x^{acel}). Para los resultados correspondientes a la combinación de ondas, bien P y SV bien P, SH y SV, se emplean en el primer caso dos de los acelerogramas (a_y^{acel}, a_z^{acel}) y en el segundo los tres (a_x^{acel}, a_y^{acel}, a_z^{acel}) ponderados según el proceso determinista descrito en el apartado 5.6 que conduce a que las aceleraciones provocadas por el tren de ondas planas correspondientes propagándose por el suelo provoquen en el problema de campo libre unas aceleraciones en cada dirección iguales a los acelerogramas empleados como excitación.

7.3.Empuje hidrodinámico normal sobre la presa

Se presentan en este punto los resultados correspondientes al empuje hidrodinámico normal sobre los puntos situados en el intradós de la presa a lo largo de eje de simetría desde el fondo hasta la coronación. En estos puntos, por tanto, la presión hidrodinámica está provocada por la parte simétrica de la excitación en cada caso. En las distintas gráficas el valor del empuje, que como ya se comentó anteriormente, se ha adimensionalizado dividiendo por la presión hidrostática máxima, se representa en el eje de abscisas; en el eje de ordenadas se muestra la altura de la presa medida a partir del fondo del embalse. Se han considerado distintos tipos de ondas incidentes P y S o combinaciones de éstas compatibles con los registros de diseño en campo libre para diversos ángulos de incidencia. En lo que respecta a la existencia de sedimentos se han estudiado tres casos: Sin sedimentos, con sedimentos de fondo de espesor H/5 y con sedimentos de fondo de espesor 2H/5. En todos los casos el embalse se encuentra completamente lleno de agua. Para poder ilustrar mejor el análisis efectuado, en el apartado 7.3.1 se estudia cómo afecta el ángulo de incidencia al empuje hidrodinámico en una situación determinada del embalse relativa a la presencia y cantidad de sedimentos. En el apartado 7.3.2 se muestra cómo afecta la situación del embalse para un ángulo de incidencia determinado.

7.3.1. Influencia del ángulo de incidencia para una situación del embalse determinada.

Para cada tipo de onda o combinaciones de ondas se muestran tres gráficos, uno para cada una de las situaciones consideradas del embalse: Sin sedimentos, con sedimentos de espesor H/5 y con sedimentos de espesor 2H/5. Así las figuras 7.3, 7.4 y 7.5 corresponden a la incidencia de trenes de ondas SH, las figuras 7.6, 7.7 y 7.8 a un tren resultado de la combinación de ondas P y SV, quedando el caso en el que se combinan los tres tipos de ondas (P, SH y SV) representados en las figuras 7.9, 7.10, 7.11.

En las tres primeras figuras, las que corresponden a la onda SH (figuras 7.3, 7.4 y 7.5), se han incluido además de los resultados correspondientes a las incidencias de 30º, 60º y 90º, dos situaciones extremas. En una de ellas tanto el suelo como la presa se consideran infinitamente rígidos consistiendo la excitación en un desplazamiento unitario en dirección "x" de todos los puntos de ambas regiones. En la otra únicamente se considera infinitamente rígido el suelo, a cuyos puntos se le impone un desplazamiento unitario en dirección "x". Nótese que en estas condiciones extremas (ficticias), el suelo se mueve de forma síncrona en dirección "x", y no tiene sentido hablar de ángulo de incidencia. O, visto de otro modo, las curvas correspondientes al suelo infinitamente rígido son insensibles al ángulo de incidencia. A la vista de la curvas es muy notable el efecto amortiguador que introducen los sedimentos aún para espesores de H/5. Este efecto es más notable cuanto mayor es la rigidez del modelo; cuando suelo y presa se consideran rígidos la reducción entre el caso de no existir sedimentos frente a la existencia de una capa de espesor 2H/5 está del orden de 2.5 veces a nivel del fondo del embalse. No se aprecian grandes diferencias entre las respuestas para los distintos ángulos de incidencia estudiados. En los tres casos, en mayor o menor medida y siempre teniendo en cuenta la insensibilidad del modelo, en la zonas más profundas del embalse, aproximadamente de la mitad de la altura hasta el fondo, la incidencia más desfavorable resulta ser la de 30º seguida por la de 60º y 90º; esta situación se invierte para los puntos situados a partir de la punto indicado hasta la coronación. Si comparamos las envolventes para los dos casos de suelo rígido, las presiones en la parte superior de la presa son mayores para la presa deformable que para la presa rígida.

Esto es mucho más evidente con la presencia de sedimentos (figuras 7.4 y 7.5). En ausencia de sedimentos este efecto sólo se aprecia a cotas cercanas a la coronación.

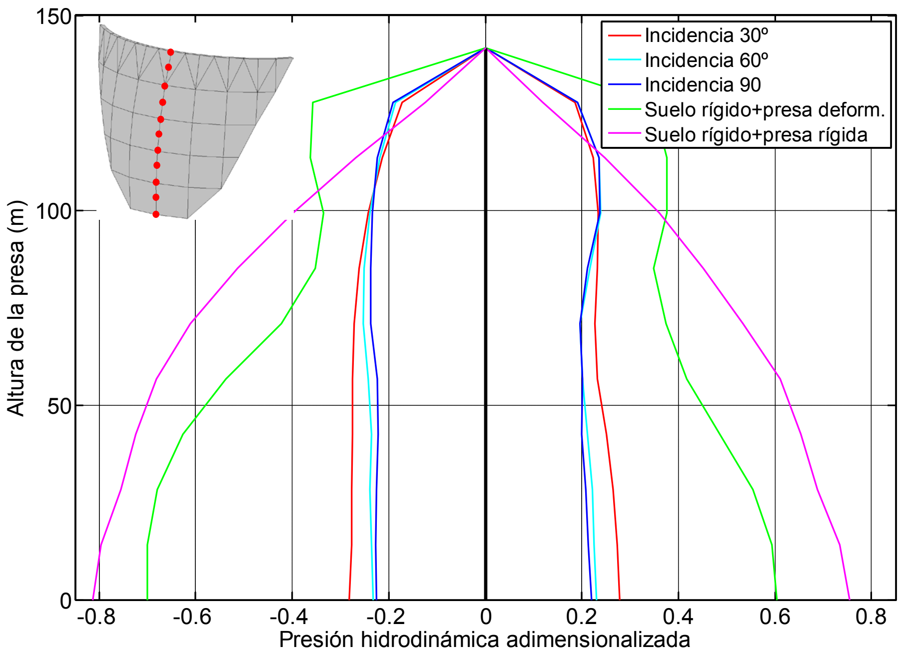


Figura 7.3. Onda SH. Embalse lleno de agua sin sedimentos.

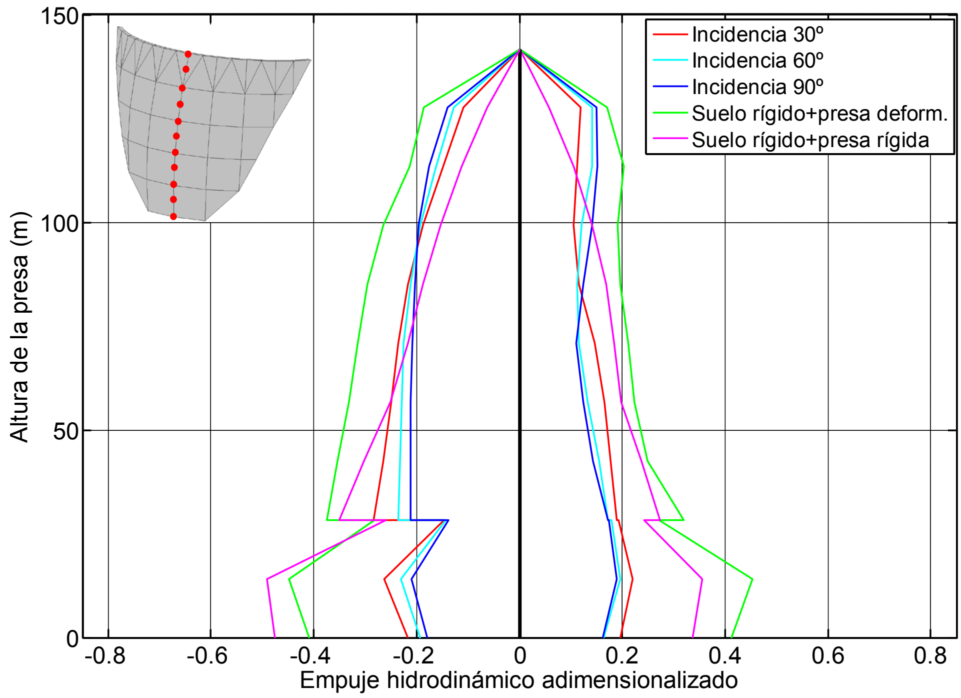


Figura 7.4. Onda SH. Embalse lleno de agua con una capa de sedimentos de espesor H/5.

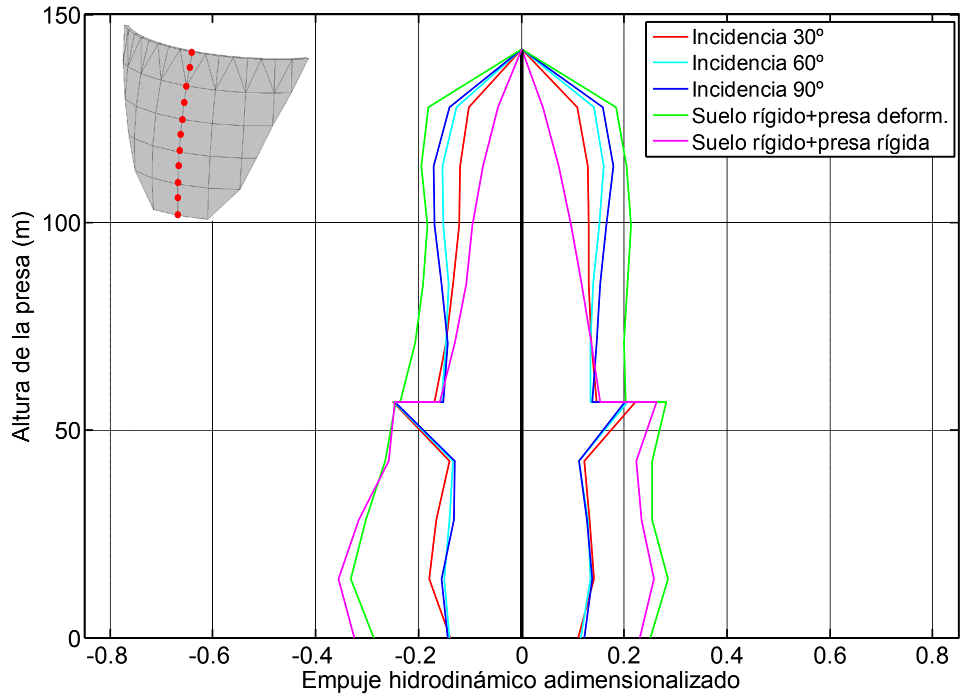


Figura 7.5. Onda SH. Embalse lleno de agua con una capa de sedimentos de espesor 2H/5.

En las figuras 7.6, 7.7 y 7.8, correspondientes a la incidencia de la combinación de ondas P y SV, se presentan, junto con las tres incidencia anteriores (30º, 60º y 90º), dos curvas adicionales que se corresponden en un caso a un ángulo (51º) por debajo y en otro (54º) por encima del ángulo crítico de la onda SV (52.21º). Dos cosas se hacen evidentes: la sensibilidad de la respuesta tanto a la presencia de sedimentos como a la variación del ángulo de incidencia. Al igual que ocurría para la onda SH, la presencia de sedimentos y su creciente espesor provocan una disminución de la presión hidrodinámica a lo largo de toda la presa para cualquier ángulo de incidencia. Con la salvedad del ángulo de incidencia más cercano al crítico (51º), las incidencias más desfavorables resultan ser las que alcanzan el embalse de forma más rasante disminuyendo la respuesta a medida que la incidencia se aproxima a la vertical; este efecto está relacionado con la presencia de ondas de superficie que aparece cuando el ángulo de incidencia de la onda SV es inferior al crítico (para el coeficiente de Poisson del suelo empleado este ángulo es de 52.21º). Así la incidencia de 51º resulta ser la más desfavorable, correspondiendo a la incidencia vertical los valores menores de la respuesta.

Por otro lado, la presencia de sedimentos afecta de forma muy sensible al valor de las presiones, en el sentido de disminuirlas a medida que aumenta el espesor de la capa sedimentaria (compárense las figuras 7.7 y 7.8 con la 7.6). El efecto amortiguador de la capa de sedimentos es tan importante que podemos decir que en presencia de sedimentos la sensibilidad de la variable estudiada al ángulo de incidencia es relativamente pequeña para ángulos inferiores a 60º. Aun así debe destacarse que los valores de las presiones máximas en la bóveda crecen de manera importante cuando la onda deja de tener una incidencia vertical (caso para el cual las presiones son mínimas) aumentando de valor a medida que la incidencia es más rasante

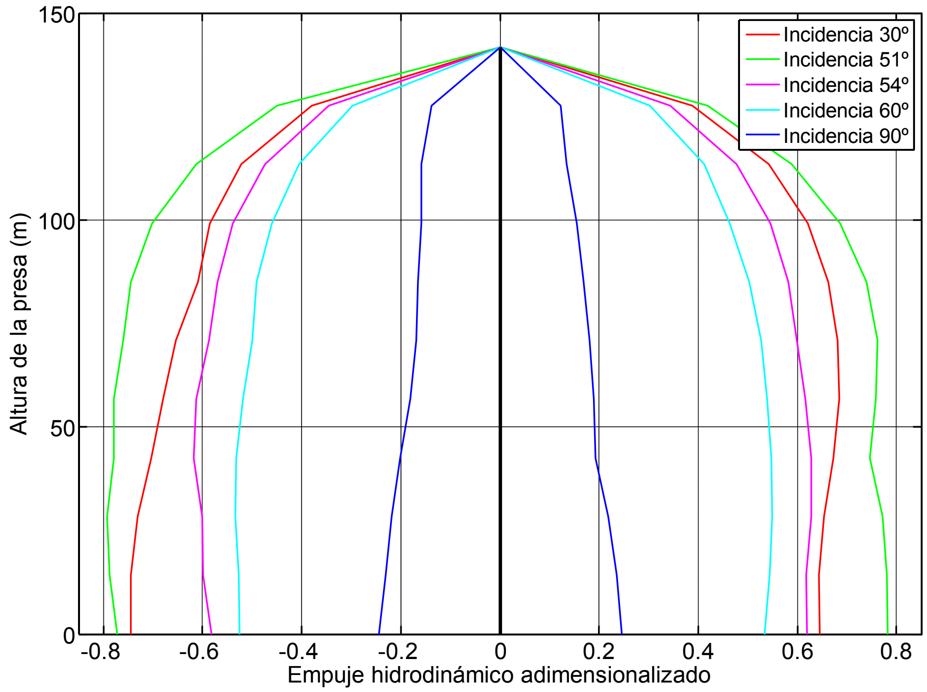


Figura 7.6. Onda P+SV. Embalse lleno de agua sin sedimentos.

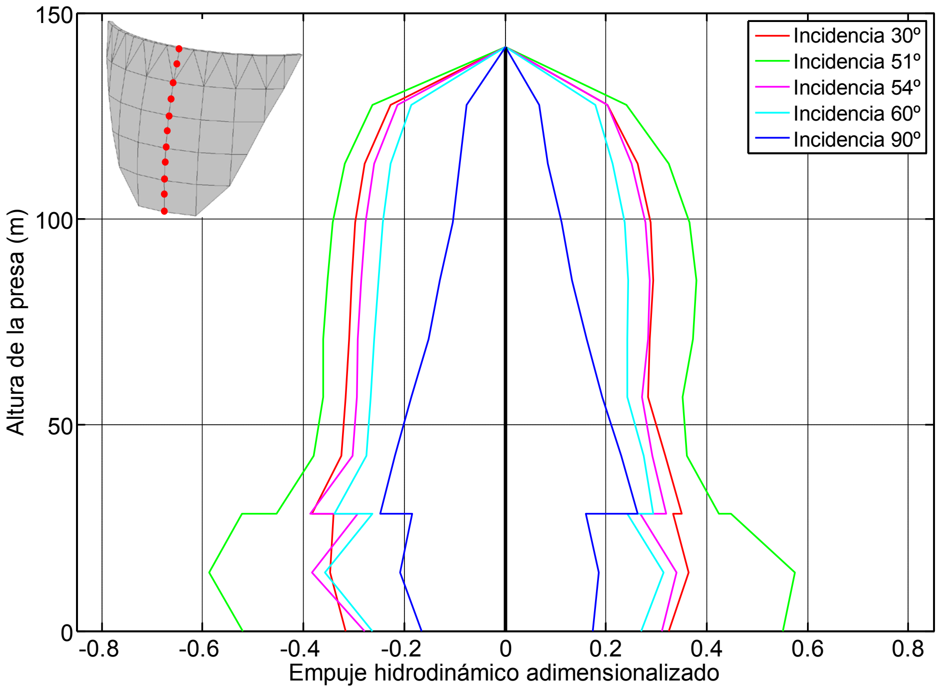


Figura 7.7. Onda P+SV. Embalse lleno de agua con una capa de sedimentos de espesor H/5.

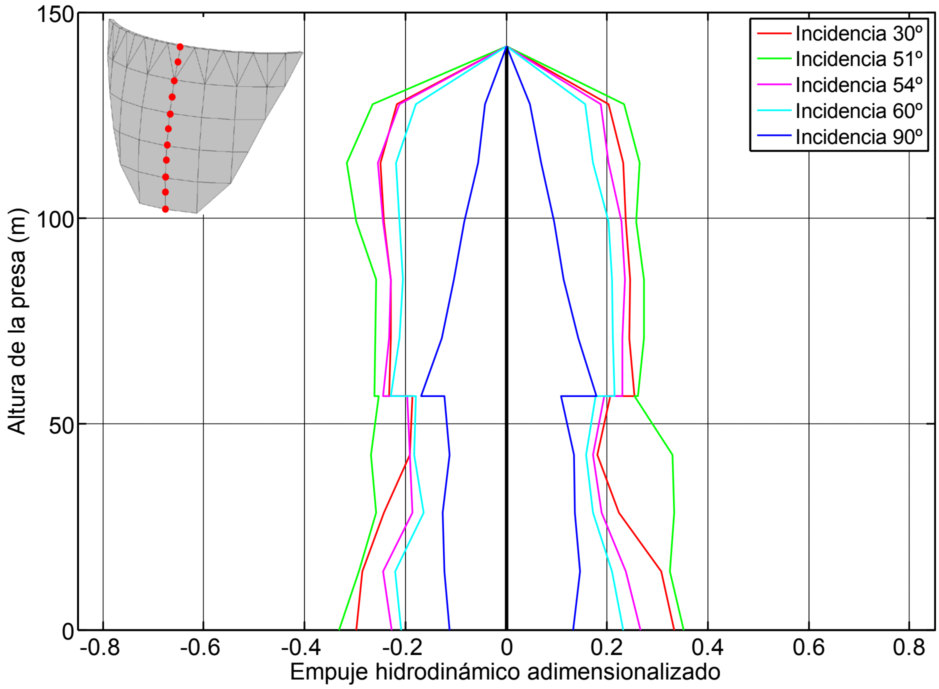


Figura 7.8. Onda P+SV. Embalse lleno de agua con una capa de sedimentos de espesor 2H/5.

A conclusiones semejantes se llega a la vista de la respuesta como consecuencia de la incidencia de la combinación de ondas P, SH y SV (en este caso la excitación temporal incluye los tres acelerogramas en las tres direcciones del espacio) (figuras 7.9, 7.10, 7.11). Las ondas que inciden más planas provocan mayores presiones máximas. En todos los casos, independientemente de la presencia o no de sedimentos, la incidencia de 90° resulta la más favorable. Así mismo, es notoria la disminución de las presiones con la presencia de sedimentos y con su espesor. Este efecto se manifiesta con mayor intensidad para las incidencias de 30° y 60° lo que provoca que para el caso en el que la capa de sedimentos es de 2H/5 las tres curvas estén muy próximas entre sí. La conclusión que se extrae de este último fenómeno muestra que el ángulo de incidencia es tanto menos importante a medida que aumenta el espesor de la capa de sedimentos (nótese la disminución de los valores máximos de la presión).

Independientemente del tipo de onda o combinación de ondas incidentes, se concluye que las envolventes de presiones máximas toman sus menores valores cuando el ángulo de incidencia es vertical. Por el contrario, los valores aumentan a medida que el ángulo de ataque de las ondas se hace más rasante. Cabe concluir por tanto que resulta muy comprometido admitir que la hipótesis de incidencia vertical de las ondas sísmicas conduce al escenario más desfavorable para la respuesta. Al contrario, resulta recomendable analizar como las variables del problema pueden verse alteradas en función de la variación del ángulo de ataque de los frentes de onda si queremos tener información del nivel de incertidumbre (de variabilidad) de la respuesta, ante este parámetro.

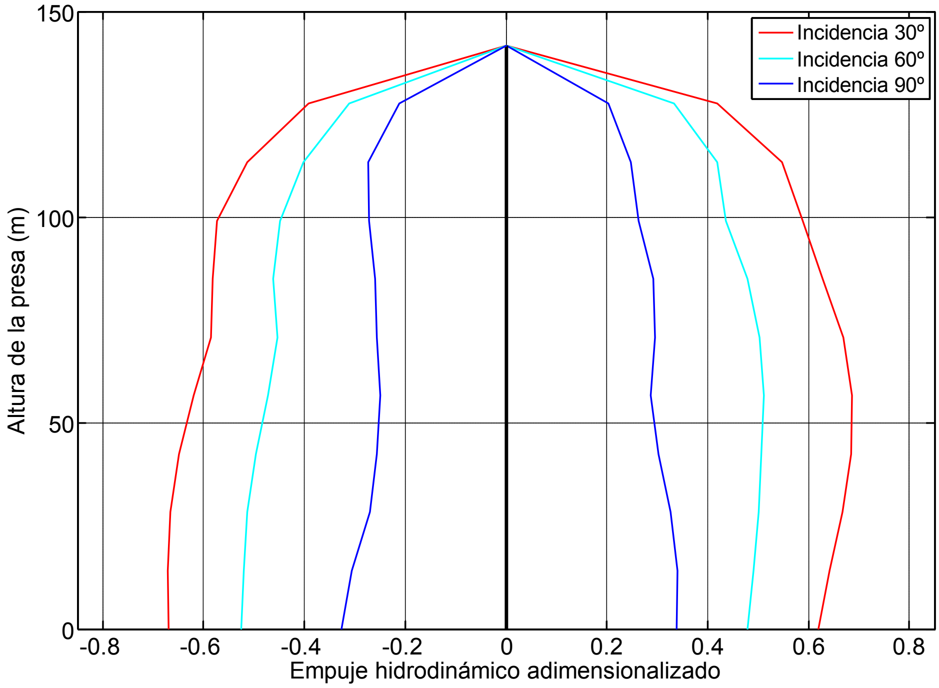


Figura 7.9. Onda P+SH+SV. Embalse lleno de agua sin sedimentos.

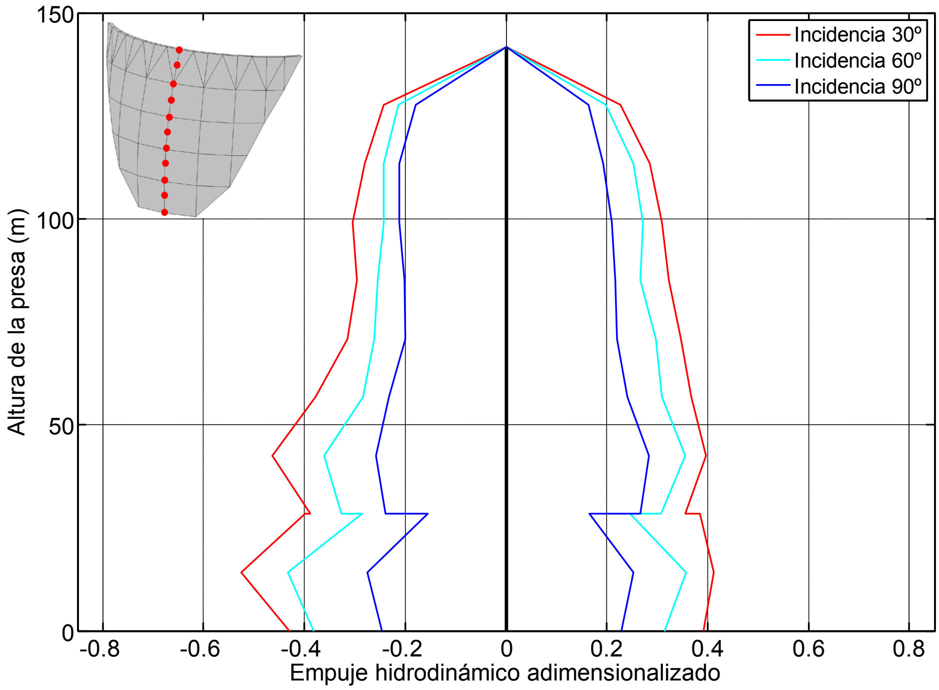


Figura 7.10. Onda P+SH+SV. Embalse lleno de agua con una capa de sedimentos de espesor H/5.

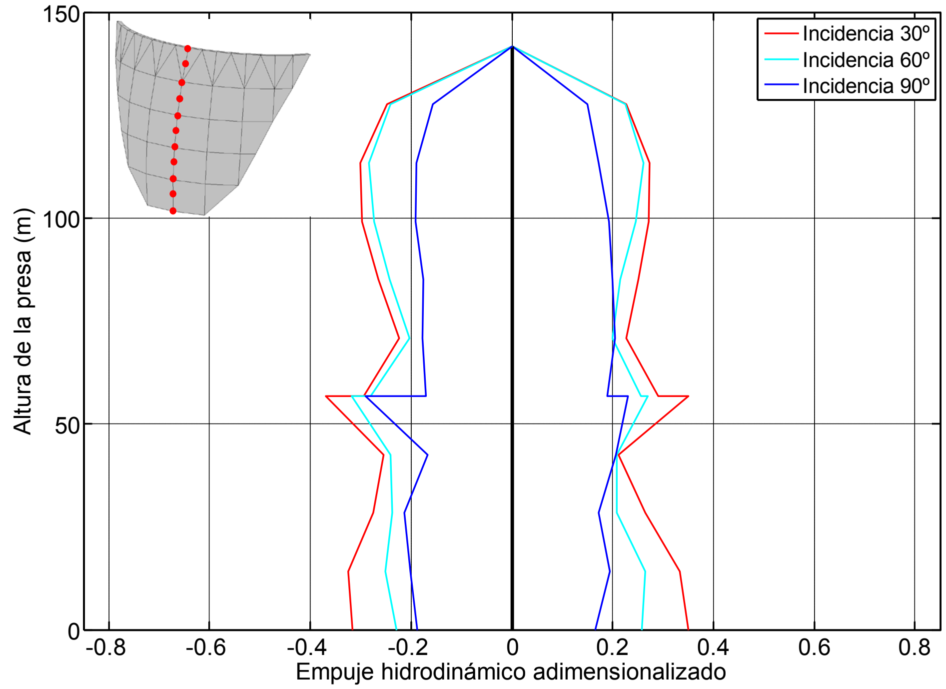


Figura 7.11. Onda P+SH+SV. Embalse lleno de agua con una capa de sedimentos de espesor 2H/5.

7.3.2. Influencia de la presencia de sedimentos para un ángulo de incidencia determinado

Se ha visto en el apartado anterior que la presencia de sedimentos amortigua de forma muy sensible los valores de las presiones máximas registradas sobre la presa y que este amortiguamiento aumenta con el espesor de la capa de sedimentos. Con el objeto de clarificar este efecto y evaluarlo cuantitativamente, los resultados del apartado 7.3.1 se presentan ahora en otro orden en el sentido de estudiar cómo afecta a la respuesta las tres situaciones del embalse que se han ido abordando a lo largo del presente capítulo, para cada ángulo de incidencia. De nuevo los resultados se han agrupado para distintos tipos de ondas o combinaciones de ondas: Inicialmente se estudia el caso de una onda SH; a continuación se aborda la combinación de ondas P y SV; finalmente se estudia el problema completo que incluye la combinación de ondas P, SH y SV. Cada gráfico se corresponde con uno de los tres ángulos de incidencia ya tratados en el apartado previo (30º, 60º y 90º).

En las tres figuras correspondientes a la onda SH (figuras 7.12, 7.13, 7.14), para cualquier ángulo de incidencia, la situación de embalse lleno de agua sin sedimentos pasa por ser la más desfavorable independiente de la altura del punto analizado. La presencia de sedimentos, con independencia del ángulo de incidencia, atenúa la repuesta. A pesar de ser muy significativo, en el caso de la succiones (lado izquierdo de las curvas), a mayores espesores de la capa de sedimentos mayor es el grado de amortiguamiento de la presión con independencia de la altura del punto de la presa. No ocurre lo mismo con los empujes (lado derecho de la curvas) para los puntos situados aproximadamente de la mitad de la altura hasta la coronación, en los cuales la presión es mayor para la capa de sedimentos de mayor espesor. Además, aunque no resulta muy significativo, la sensibilidad a la situación del embalse es ligeramente mayor cuanto más rasante incide la onda.

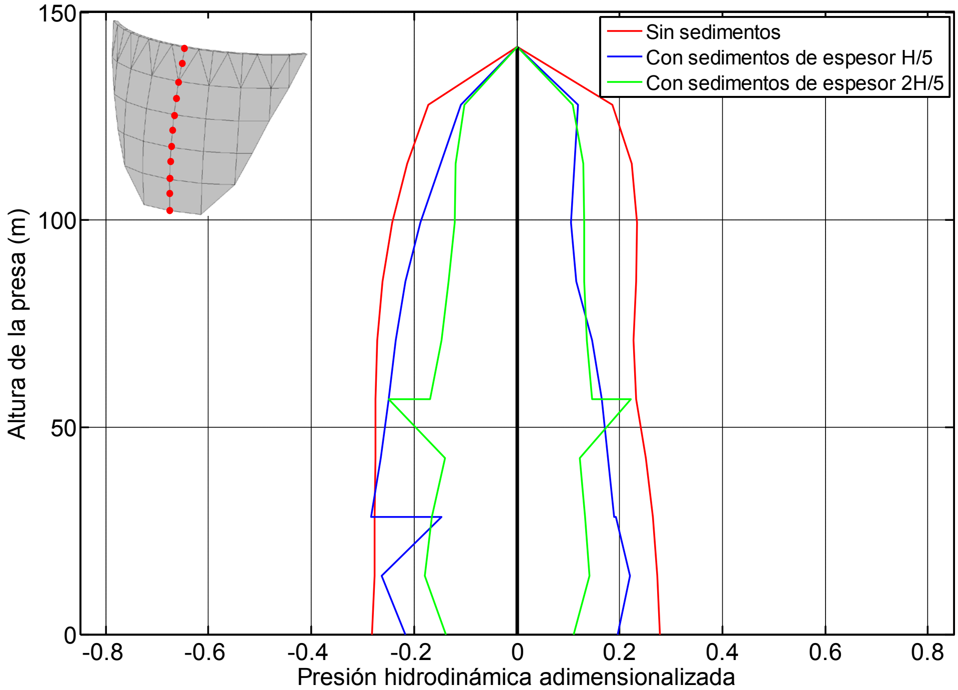


Figura 7.12. Onda SH. Incidencia 30º.

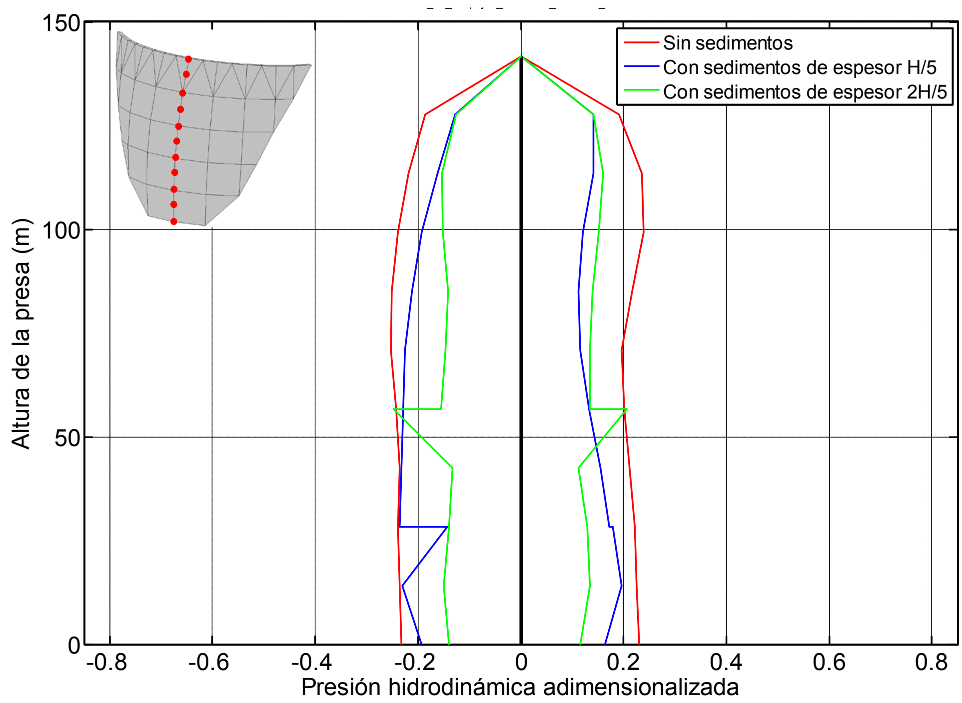


Figura 7.13. Onda SH. Incidencia 60º.

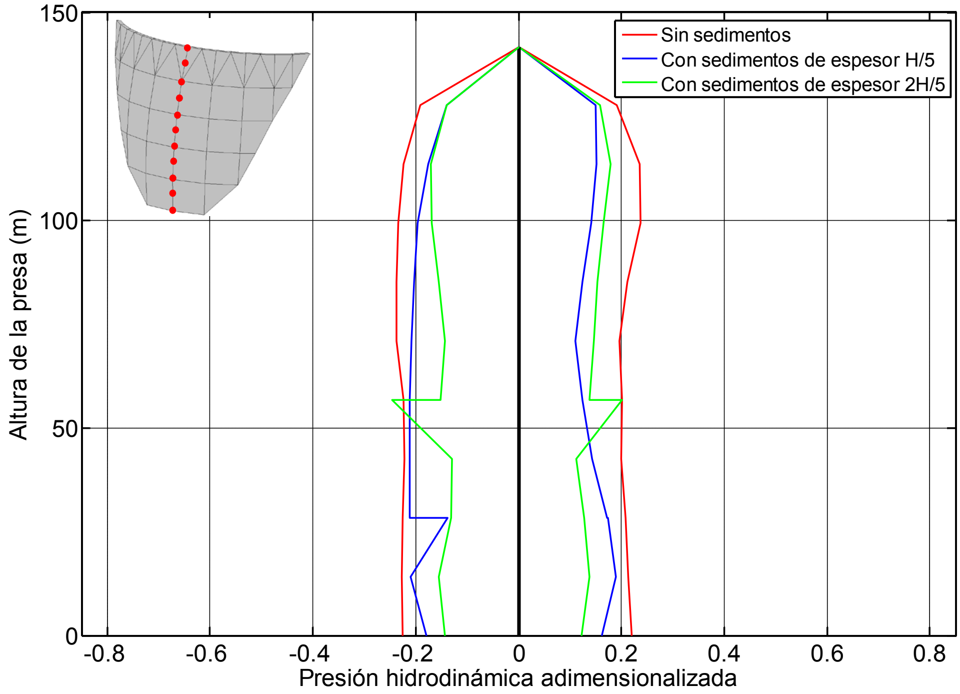


Figura 7.14. Onda SH. Incidencia 90º.

El estudio de las figuras 7.15, 7.16 y 7.17 relativas a la combinación de ondas P y SV muestra cómo existe una gran sensibilidad a la presencia de sedimentos en el caso de incidencias más rasantes (30º), tendencia que sigue presente aunque en menor medida para 60º y es menos significativa para el caso de incidencia vertical (figura 7.17). Salvo en el caso de incidencia vertical para los puntos situados a mayor profundidad, la situación que provoca mayores presiones hidrodinámicas es aquella en que no existen sedimentos. La más favorable resulta ser la correspondiente a la capa de sedimentos de mayor espesor (2H/5), quedando a medio camino la situación con una capa de sedimentos de espesor H/5. Además, la sensibilidad con el espesor de la capa de sedimentos es mayor cuanto más horizontal alcanza el frente de ondas el modelo.

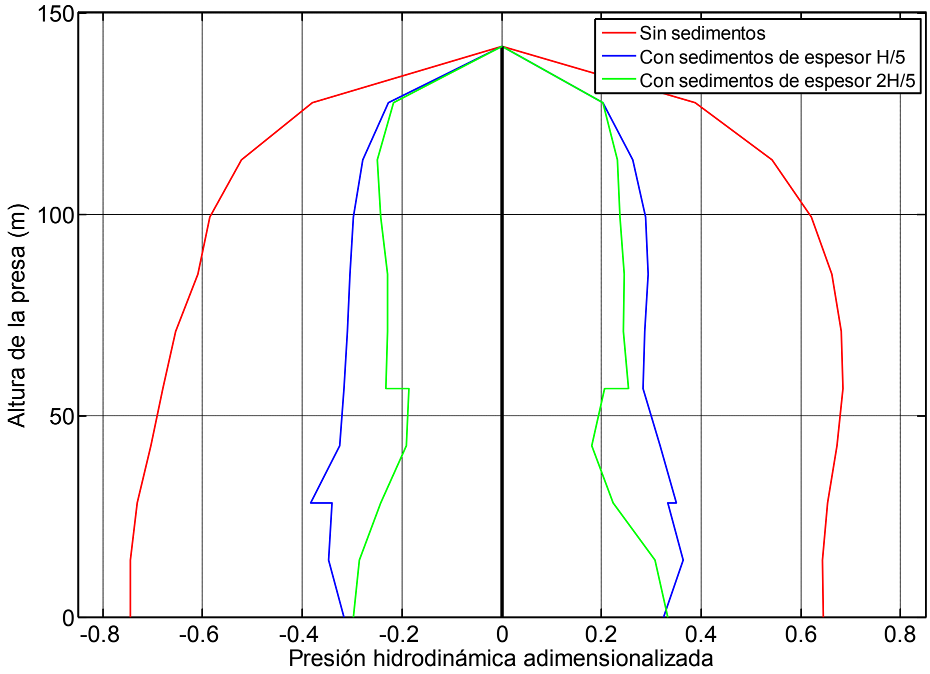


Figura 7.15. Onda P+SV. Incidencia 30°.

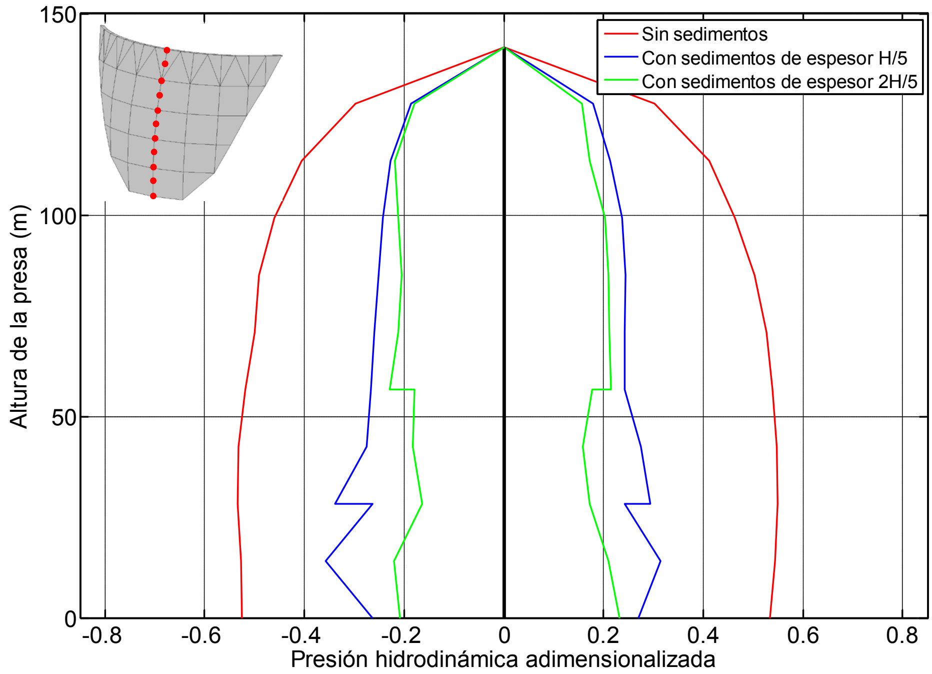


Figura 7.16. Onda P+SV. Incidencia 60°.

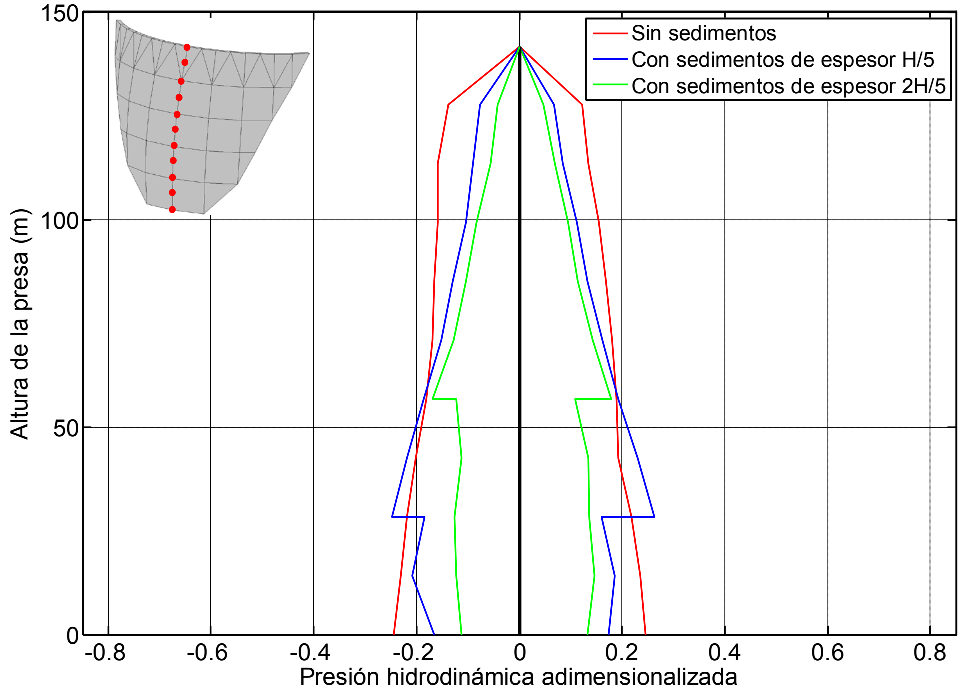


Figura 7.17. Onda P+SV. Incidencia 90º.

Comentarios similares a los realizados en el párrafo anterior para la combinación de ondas P y SV se deducen de las curvas de las figuras 7.18, 7.19 y 7.20 correspondientes a la combinación de ondas P, SH y SV. Amortiguamiento de la respuesta con la presencia de sedimentos y su espesor y mayor sensibilidad para incidencias rasantes que para incidencia vertical.

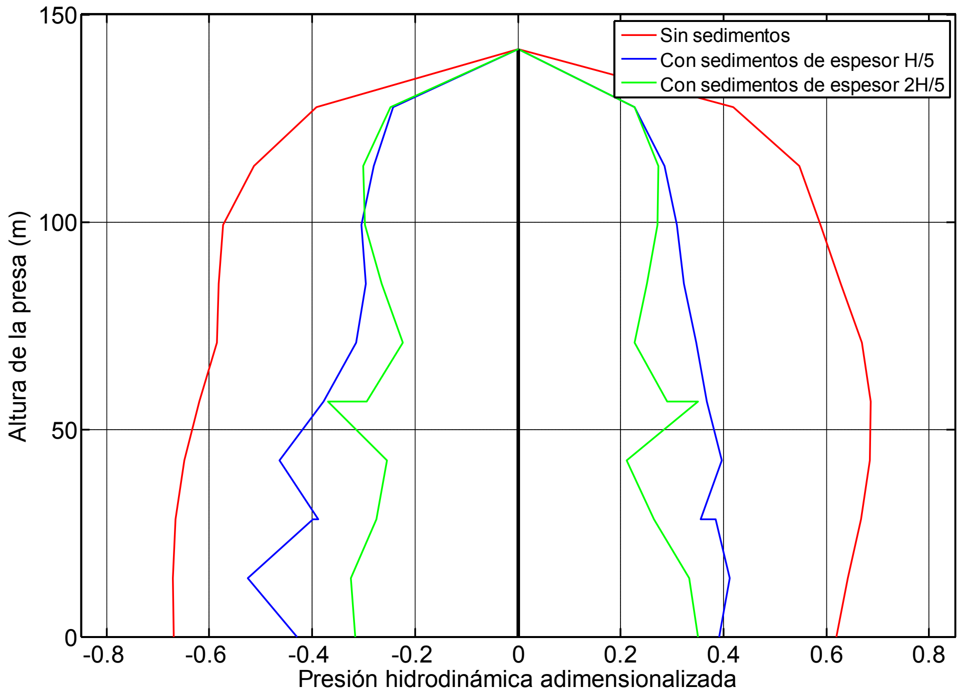


Figura 7.18. Onda P+SH+SV. Incidencia 30º.

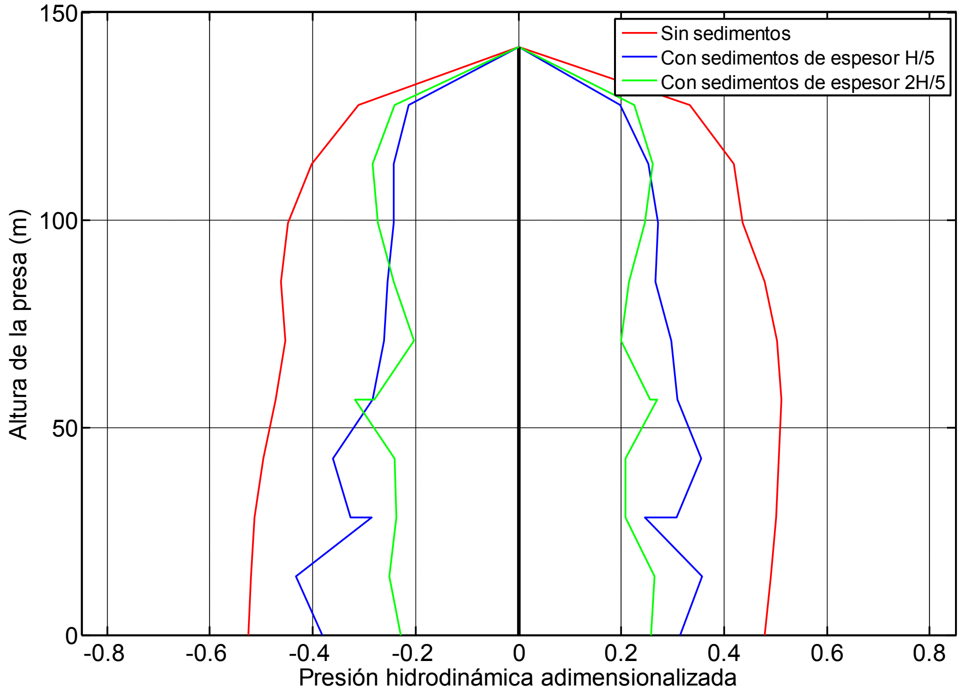


Figura 7.19. Onda P+SH+SV. Incidencia 60°.

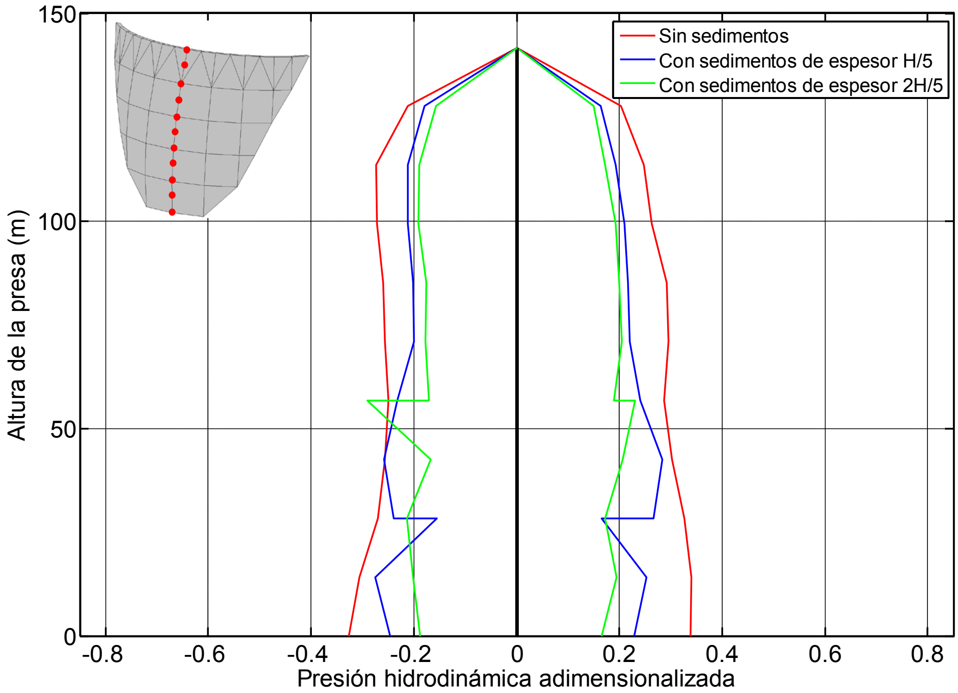


Figura 7.20. Onda P+SH+SV. Incidencia 90°.

7.4.Espectros de respuesta máxima de aceleraciones

Se presentan en este apartado los resultados expresados en términos de espectros de respuesta máxima de aceleraciones, para un amortiguamiento del 5%, en distintos puntos de la presa. La excitación consiste en un tren de ondas planas constituido por una única onda (SH) o por combinaciones de ondas P y S (P y SV en un caso y P, SH, SV en otro). Con independencia de la presencia de sedimentos el embalse en todos los casos se encuentra completamente lleno de agua. Se han estudiado tres casos en lo relativo a la existencia de sedimentos: Sin sedimentos, con sedimentos de fondo de espesor H/5 y con sedimentos de fondo de espesor 2H/5.

En cada uno de los gráficos figuran los resultados obtenidos para cinco ángulos de incidencia 30º, 60º, 90º, 120º, y 150º. El ángulo con el que inciden las ondas, siempre contenido en el plano y-z, está definido por el ángulo θ que forma el vector que define la dirección de propagación con el eje y positivo (figura 7.21). Para visualizar mejor el rango de variabilidad de la respuesta con el ángulo de incidencia, se ha sombreado el área comprendida entre los valores máximos y mínimos de los espectros resultantes con independencia del ángulo de incidencia al que corresponden.

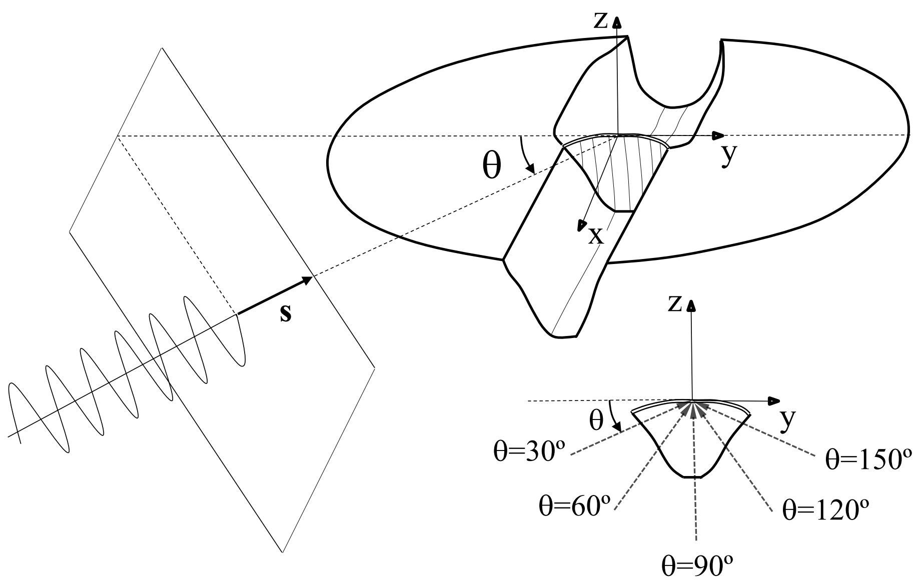


Figura 7.21. Definición de las incidencias estudiadas, todas ellas contenidas en el plano y-z.

Aprovechando la posibilidad que ofrece el programa de elementos de contorno de abordar la solución de cada problema como suma de su parte simétrica y antisimétrica, las funciones de transferencia correspondientes a las incidencias de 120º y 150º se han obtenido componiendo adecuadamente la solución de la parte simétrica y antisimétrica correspondientes a los ángulos suplementarios a los anteriores, 60º y 30º respectivamente, en función del tipo de onda considerada. Así por ejemplo, si la onda incidente es de tipo SH la solución, descompuesta en parte simétrica y antisimétrica para los ángulos indicados se obtiene como sigue:

$$\begin{aligned} FT_x^{SH(150°)} &= sim\,(FT_x^{SH(30°)}) - asim\,(FT_x^{SH(30°)}) \\ FT_x^{SH(120°)} &= sim\,(FT_x^{SH(60°)}) - asim\,(FT_x^{SH(60°)}) \end{aligned} \tag{7.1}$$

Los resultados se han dividido en dos bloques: en el primero de ellos (apartado 7.4.1) se analiza la sensibilidad de la respuesta al ángulo θ a lo largo del estribo (nodos E1, E2 y E3 de la figura 7.1); en el segundo (apartado 7.4.2) se presentan los resultados correspondientes a los puntos situados en la coronación (nodos C1 y C2 de la figura 7.1). Se presentan en ambos casos organizados en función del número de ondas que forman el tren de ondas incidentes: Así, se comienza mostrando para cada punto los gráficos correspondientes a la incidencia de únicamente una onda SH; para este caso sólo se presentan resultados en dirección anteroposterior (dirección “x”). A continuación, para los mismos puntos, se exponen los espectros en dirección “y” y “z” consecuencia de la incidencia de una combinación de ondas P y SV. Finalmente se exponen los espectros en las tres direcciones “x”, “y” y “z” para un tren de ondas formado por la combinación completa de ondas incidentes P, SH y SV.

7.4.1. Influencia del ángulo de incidencia en el estribo

En los puntos ubicados en el estribo de la presa, puntos E1, E2, y E3, para cada tipo de onda o combinaciones de ondas incidentes y cada dirección analizada, se muestran cuatro gráficos. El primero de ellos corresponde al problema de campo libre; el segundo a la situación en la que el embalse está lleno de agua y no existen sedimentos de fondo; en el tercero el embalse está lleno de agua pero H/5 del fondo están ocupados por un lecho sedimentario; finalmente en el cuarto el lecho ocupa 2H/5 de la altura de la presa estando igualmente el embalse completamente lleno de agua. Con la frase “problema de campo libre” se alude a la situación en la que existe cañón pero no embalse (no hay presa). De esta forma se busca cuantificar la importancia que el efecto local tiene sobre la respuesta del conjunto. Como ya se ha indicado en cada gráfico existen cinco curvas correspondientes a las cinco incidencias analizadas.

Si analizamos los espectros de aceleraciones en dirección anteroposterior correspondientes al punto E1 ante la incidencia de una onda SH, figuras 7.22-7.25, destaca a primera vista la gran similitud que presentan los cuatro gráficos. No existen grandes diferencias para las distintas situaciones del embalse; la respuesta es prácticamente insensible a la presencia y/o espesor de los sedimentos; más aún, la presencia del conjunto presa-agua-sedimentos tan sólo introduce pequeñas variaciones en los espectros con respecto al problema de campo libre. Estas diferencias se aprecian mejor en las curvas que corresponden a los ángulos de incidencia de 90º, 120º y 150º, especialmente en el rango de periodos entre 0.05s y 0.3s. A diferencia de lo anterior, el ángulo de incidencia si influye de manera decisiva en la respuesta. Para todas las situaciones la incidencia de 30º, seguida de la de 60º y 90º, presentan los valores mayores de aceleración en todo el rango de periodos. Para periodos bajos, comprendidos entre 0.05s y 0.3s, la incidencia de 150º arroja los espectros de menor magnitud, situándose el correspondiente a 120º de manera intermedia entre éste y el de 90º. Para periodos superiores a 0.3s, las curvas de 120º y 150º son prácticamente coincidentes. Se concluye por lo tanto que cuanto más rasante incide la onda mayores aceleraciones provoca. Nótese cómo la creencia habitual relativa a que la incidencia vertical se corresponde con la situación pésima se constata que no es correcta; se corresponde con un valor intermedio entre la máxima (30º) y la mínima (150º).

Puede apreciarse también cómo la respuesta ante los dos ángulos de incidencia suplementarios (por un lado 30º y 150º y por otro 60º y 120º) es de muy diferente orden de magnitud, correspondiendo los mayores valores de la ordenada al caso en el que el frente de onda incide por el lado en el que se encuentra el punto analizado.

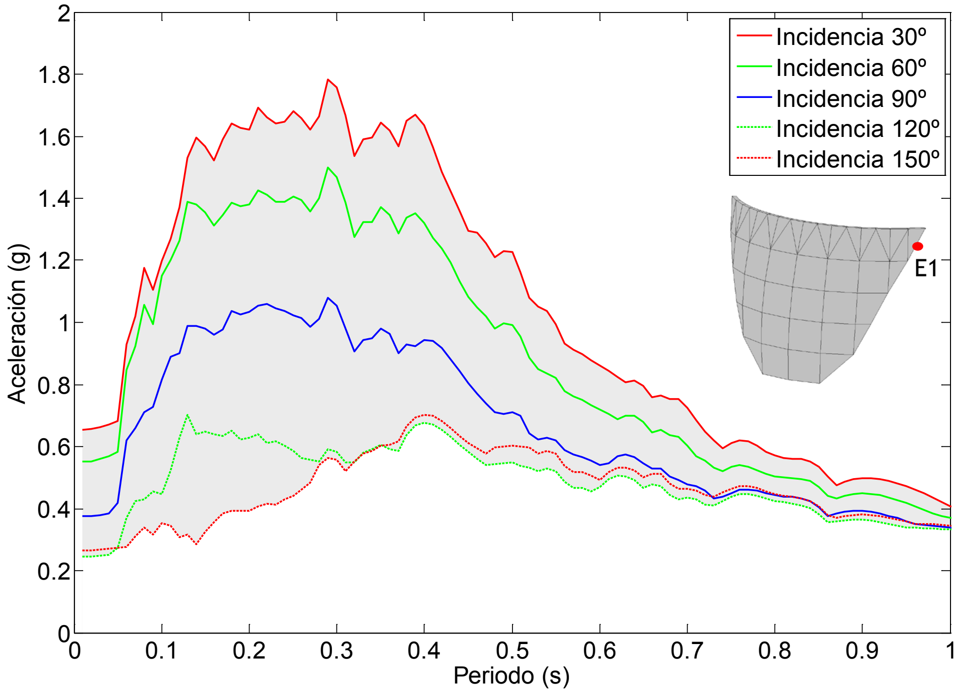


Figura 7.22. Nodo E1. Onda SH. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección x.

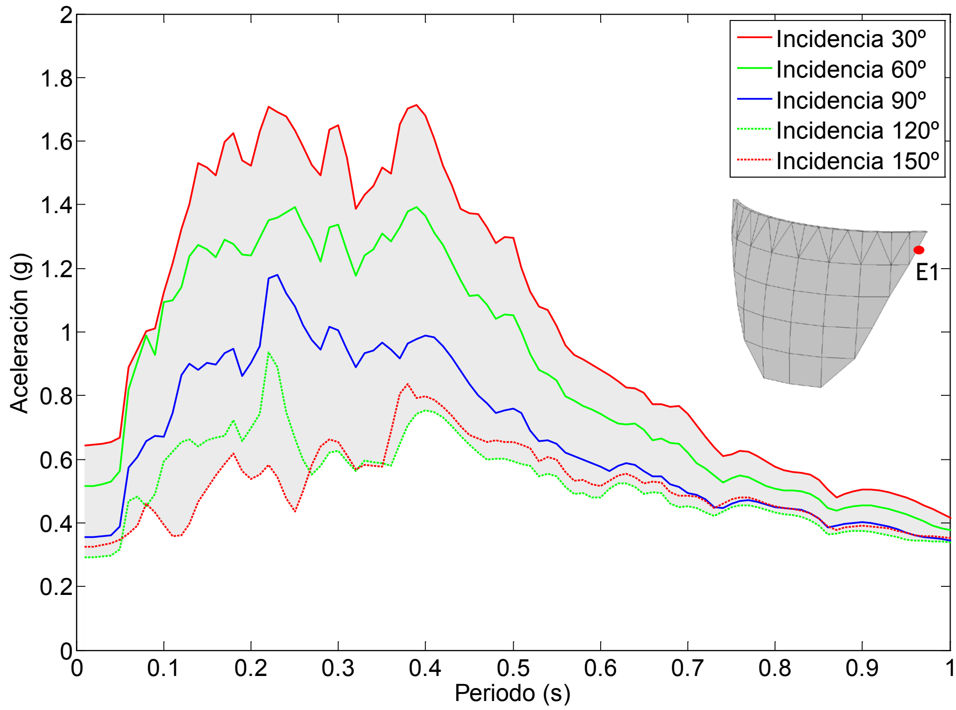


Figura 7.23. Nodo E1. Onda SH. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección x.

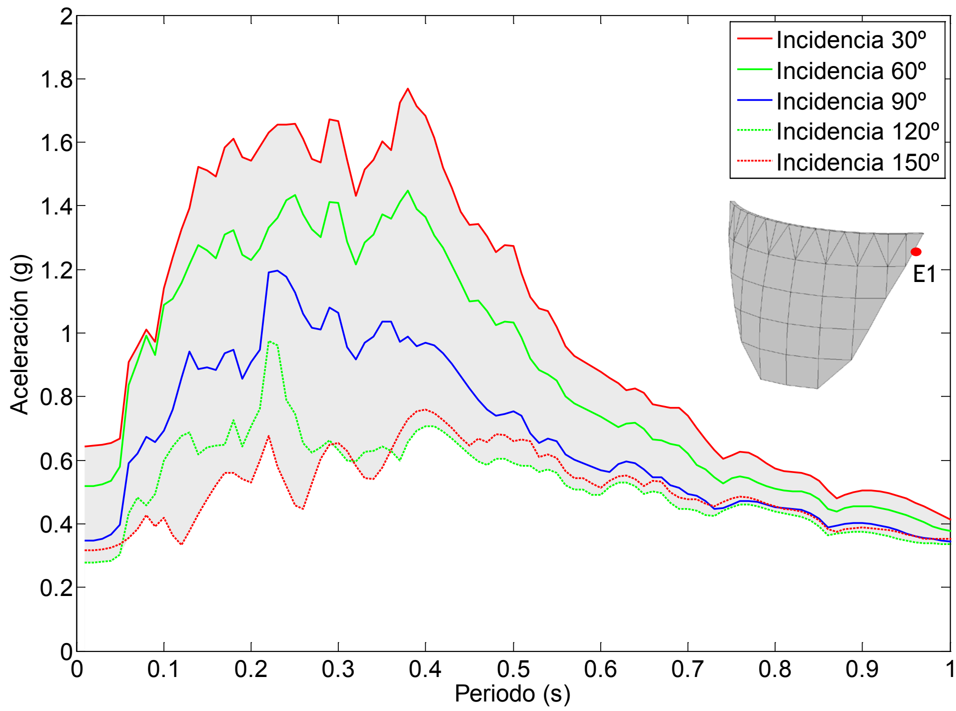


Figura 7.24. Nodo E1. Onda SH. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

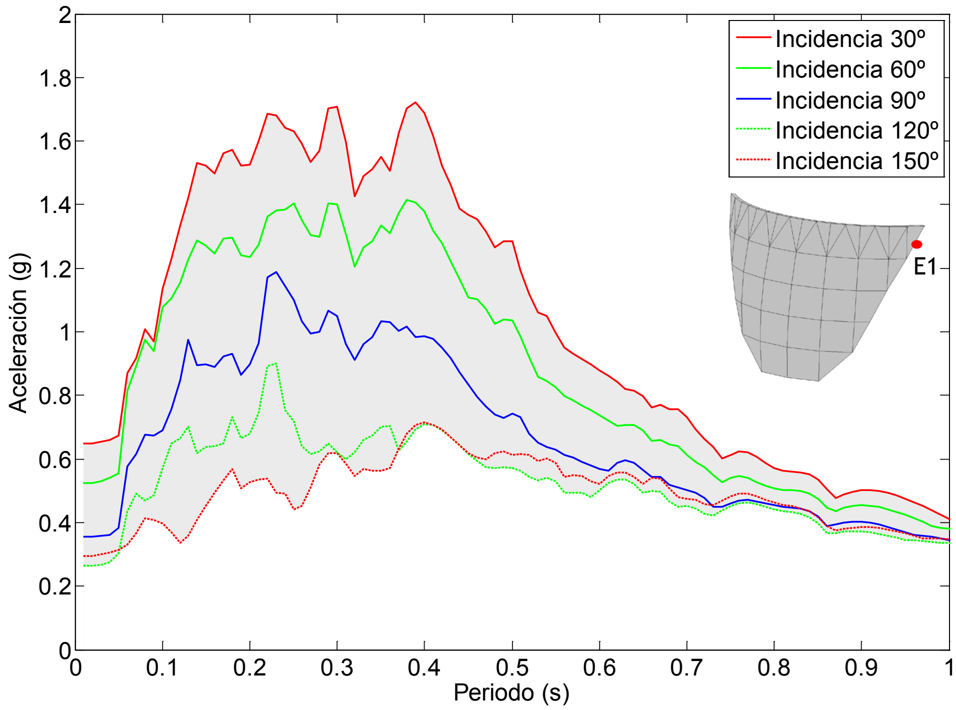


Figura 7.25. Nodo E1. Onda SH. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

Conclusiones similares se extraen de las curvas correspondientes al punto E2, figuras 7.26-7.29, y al punto E3, figuras 7.30-7.33. Hay un ligero decremento de la magnitud de la respuesta a medida que aumenta la profundidad del punto considerado; por término medio, si comparamos los gráficos del punto E3 con los del punto E1 existe un reducción en torno al 15% en los valores máximos alcanzados. La respuesta se mantiene insensible a la situación del embalse y está dominada casi exclusivamente por el efecto de la topografía local. Si bien con algún matiz, en términos generales se mantiene lo dicho para el punto E1 con respecto al ángulo de incidencia. Las diferencias aparecen en un estrecho intervalo de periodos en torno a 0.1s en el cual los espectros alteran ligeramente la tendencia descrita.

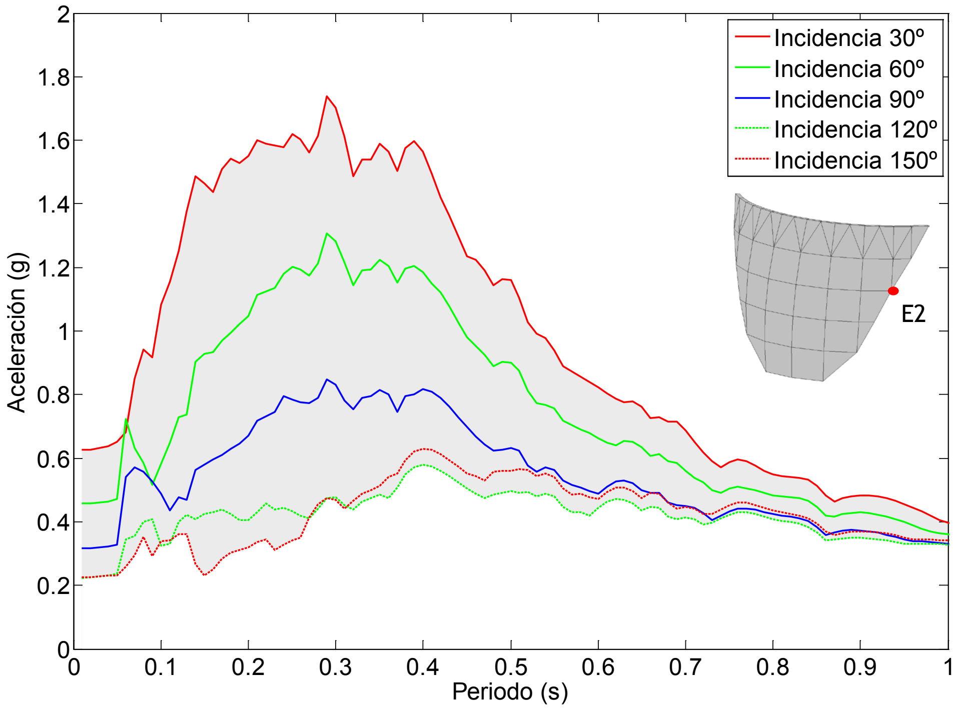


Figura 7.26. Nodo E2. Onda SH. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección x.

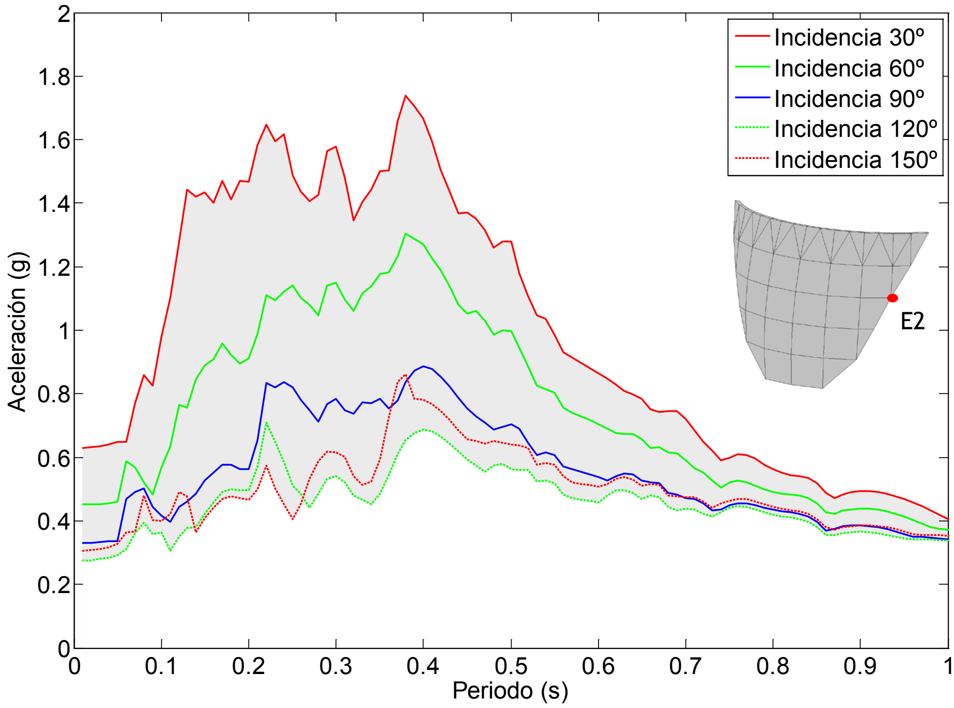


Figura 7.27. Nodo E2. Onda SH. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección x.

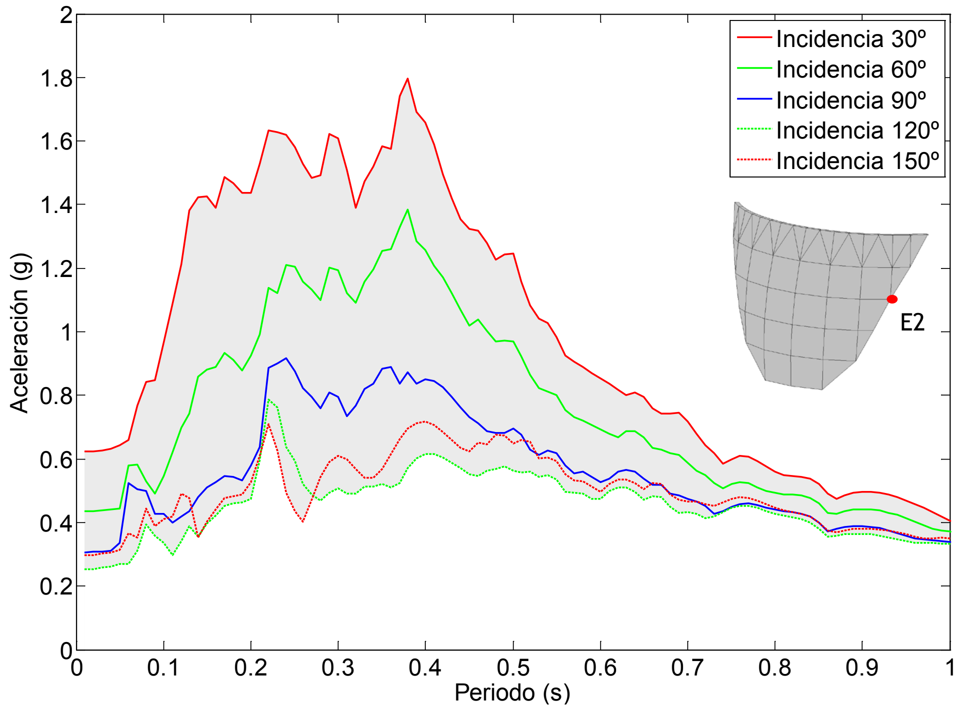


Figura 7.28. Nodo E2. Onda SH. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

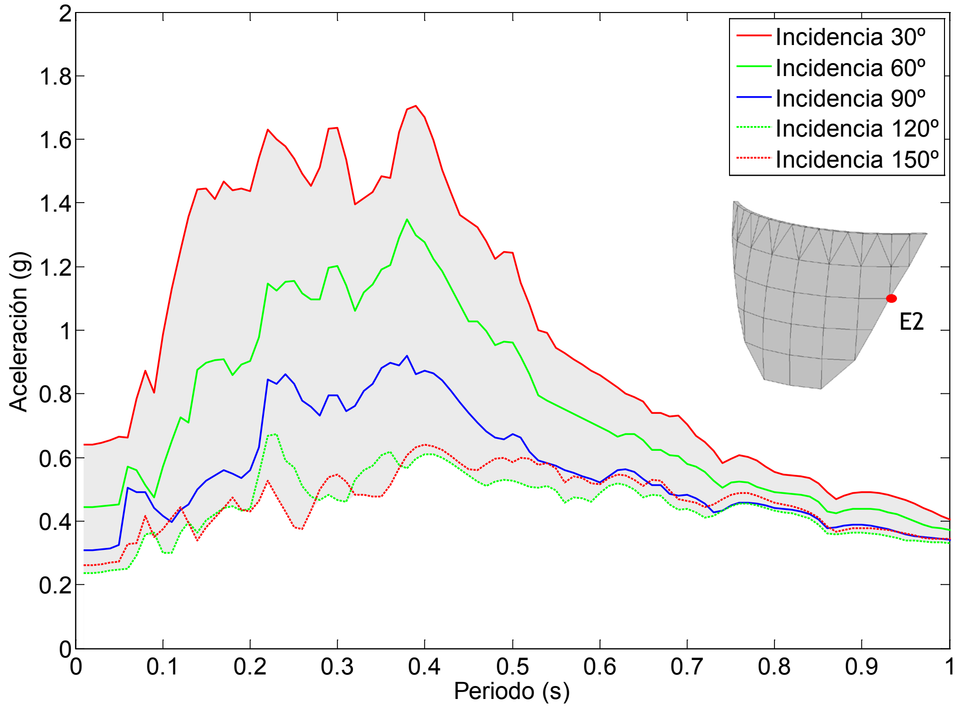


Figura 7.29. Nodo E2. Onda SH. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

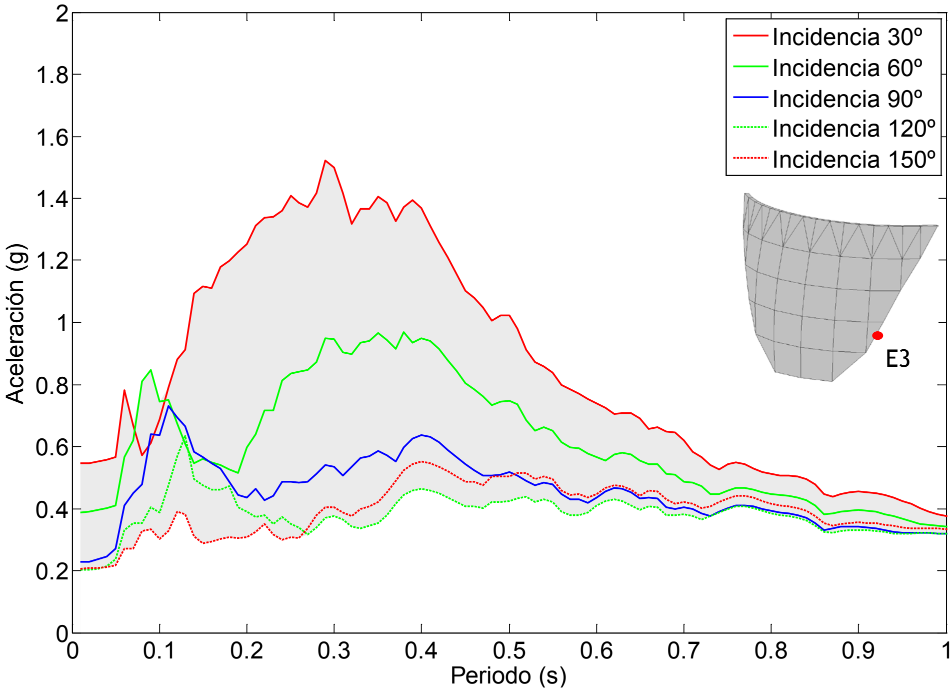


Figura 7.30. Nodo E3. Onda SH. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección x.

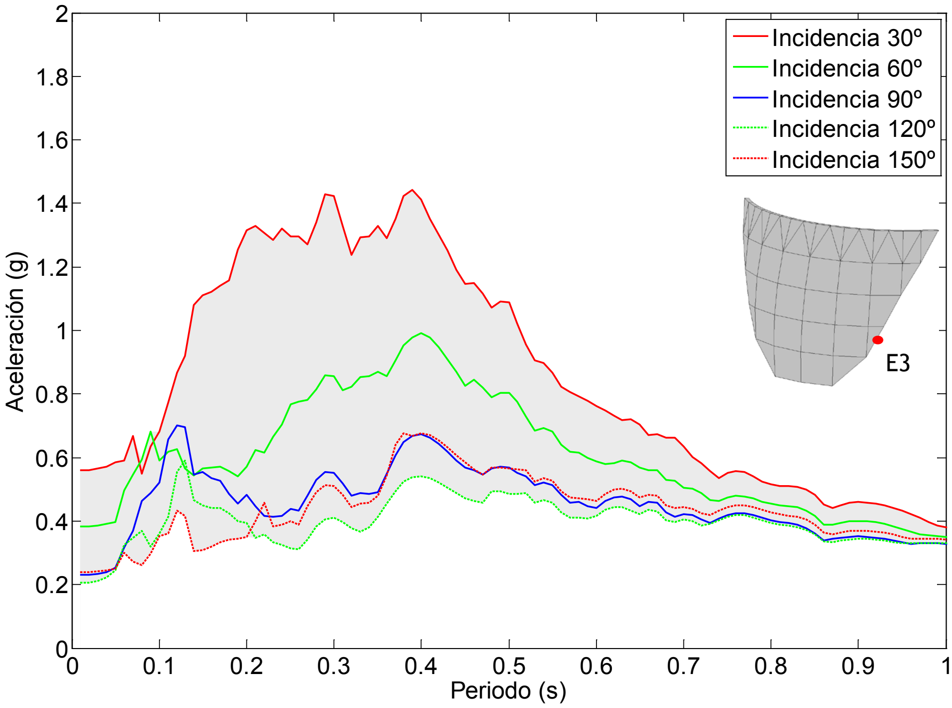


Figura 7.31. Nodo E3. Onda SH. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección x.

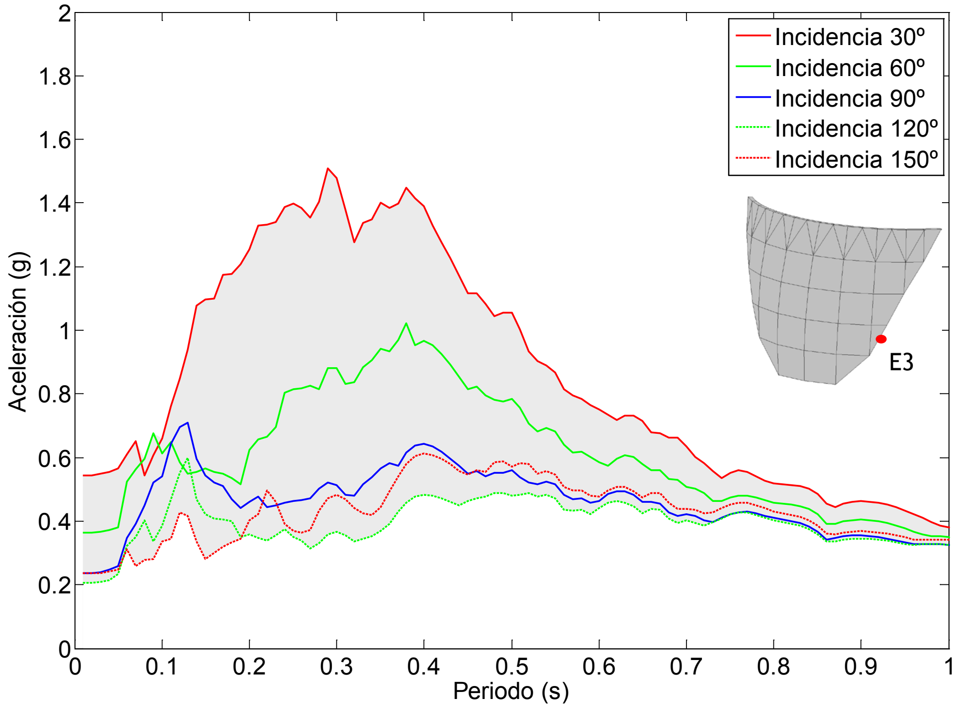


Figura 7.32. Nodo E3. Onda SH. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

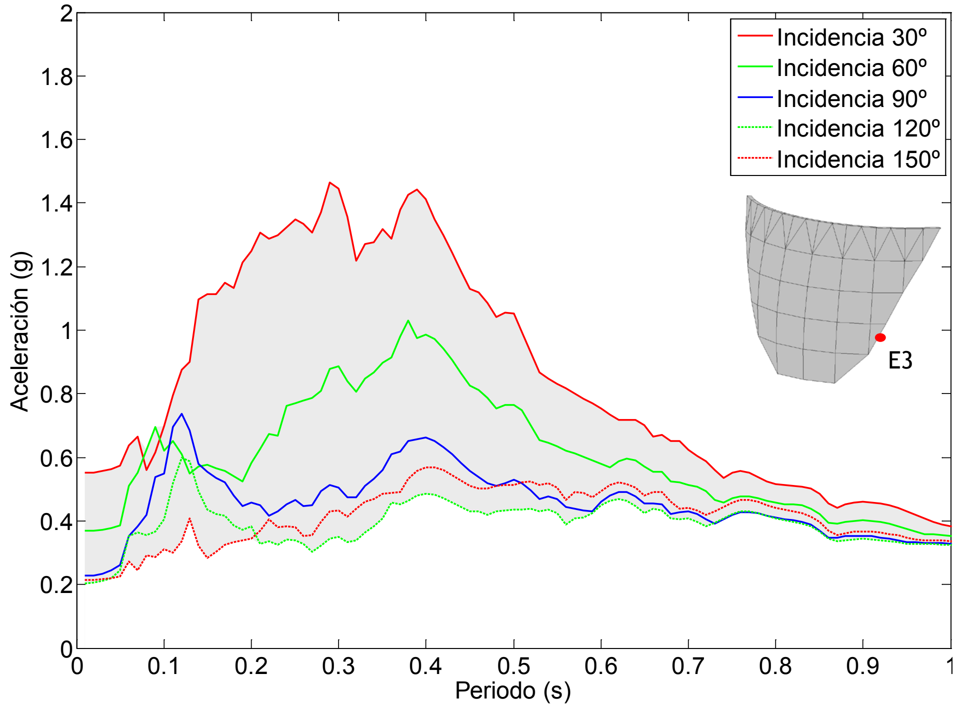


Figura 7.33. Nodo E3. Onda SH. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

Las figuras correspondientes a los espectros de respuesta en dirección “y” debida a la incidencia de la combinación de una P y una onda SV, figuras 7.34-7.37 para el punto

E1, figuras 7.38-7.41 para el punto E2 y figuras 7.42-7-45 reproducen con bastante fidelidad lo descrito para la onda SH en dirección anteroposterior. En todo el rango de periodos, los espectros presentan por término medio valores ligeramente superiores a los correspondientes a la onda SH. Se mantiene el hecho de que la topografía local sigue dominado la respuesta. La presencia de sedimentos introduce un pequeño efecto amortiguador para los ángulos de incidencia grandes (120º y 150º) siendo casi imperceptible para el resto de las incidencias. Al igual que ocurría con la onda SH, la magnitud de la aceleración se atenúa a medida que aumenta la profundidad del punto considerado. La incidencia más desfavorable sigue siendo en todos los casos la de 30º seguida por la de 60º. Para periodos superiores a 0.2s la respuesta correspondiente a 90º se sitúa sobre las correspondientes a 120º y 150º; no obstante para periodos inferiores el espectro correspondiente a 150º arroja valores mayores. En términos generales no existen diferencias significativas entre los espectros correspondientes a 120º y 150º para periodos superiores a 0.3s; para periodos inferiores la incidencia de 150º provoca mayores respuestas que la incidencia de 120º, si bien con la presencia de sedimentos, y a medida que aumenta el espesor, ambas curvas se aproximan considerablemente (figuras 7.41 y 7.45).

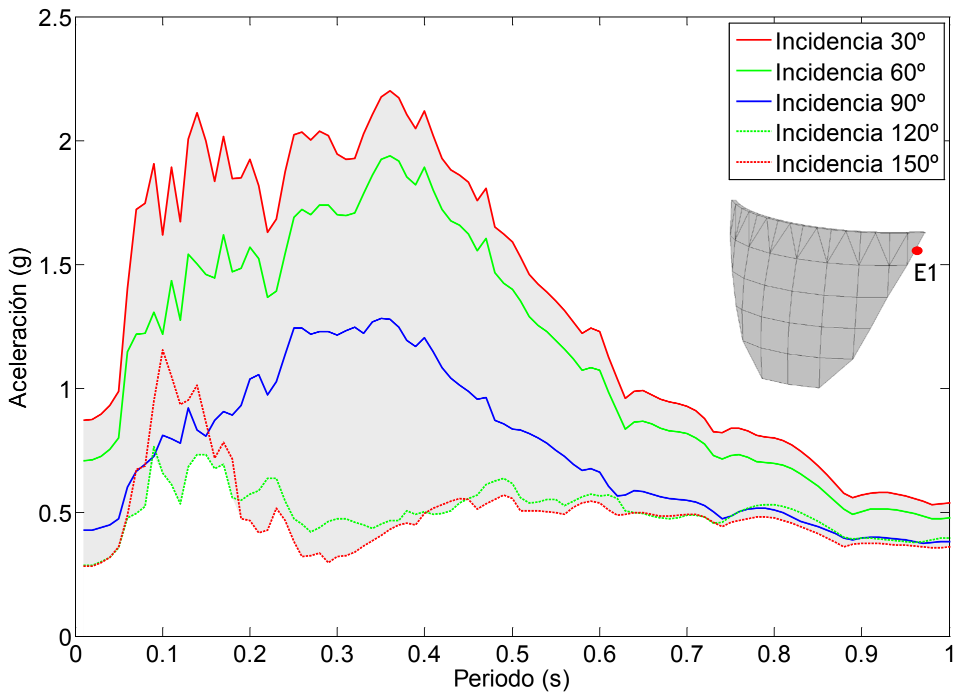


Figura 7.34. Nodo E1. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección y.

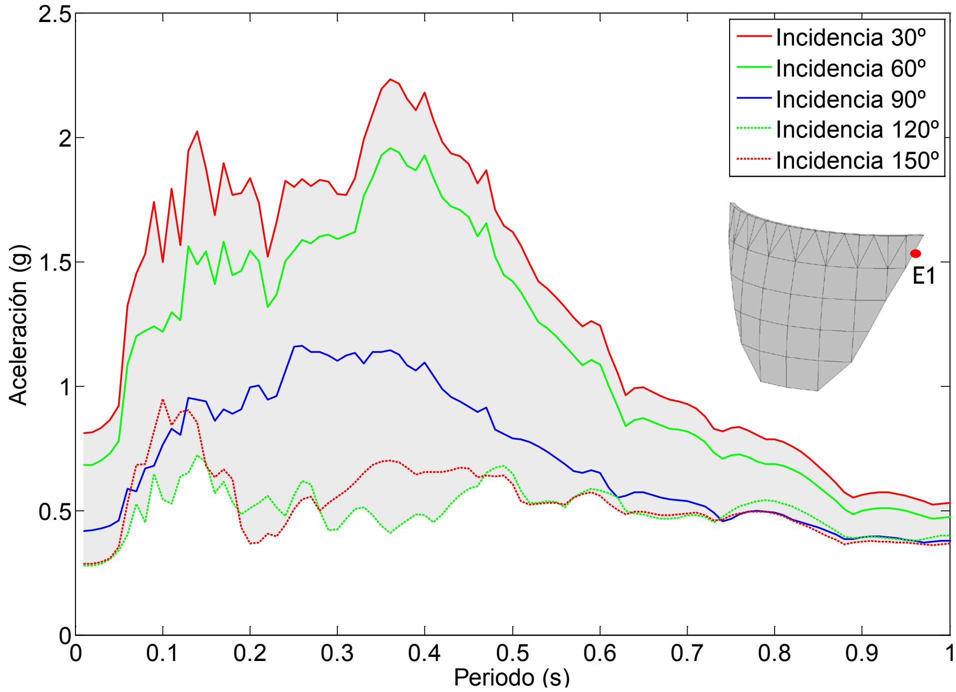


Figura 7.35. Nodo E1. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección y.

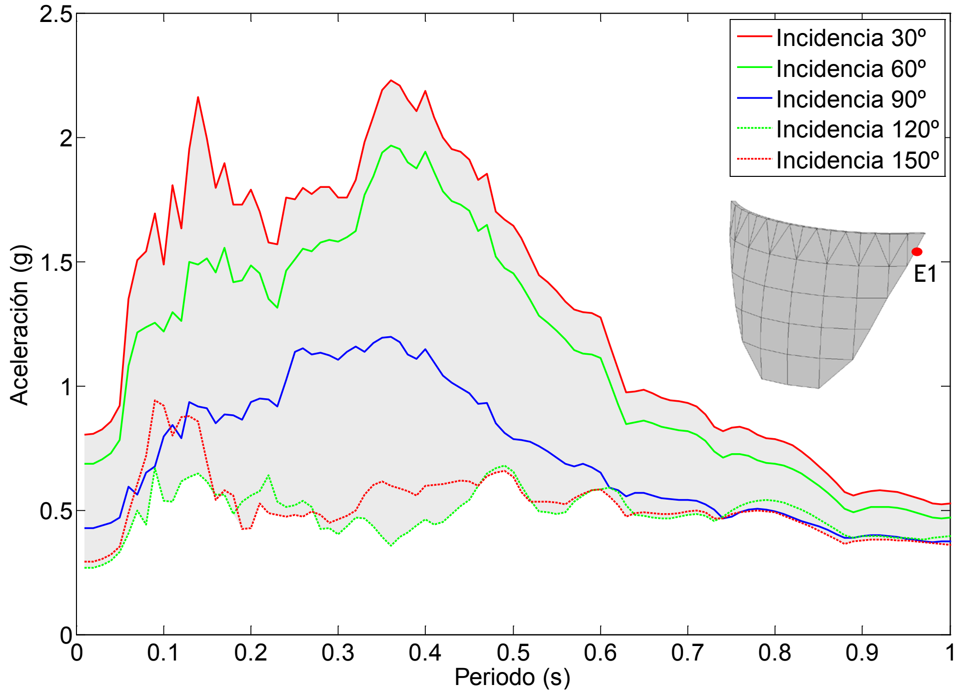


Figura 7.36. Nodo E1. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

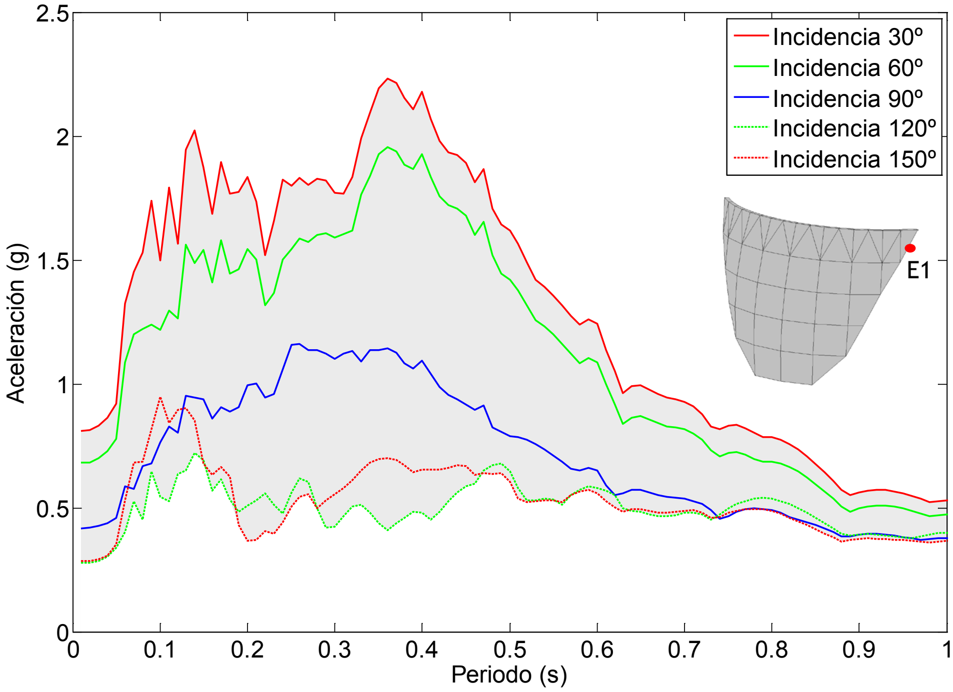


Figura 7.37. Nodo E1. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

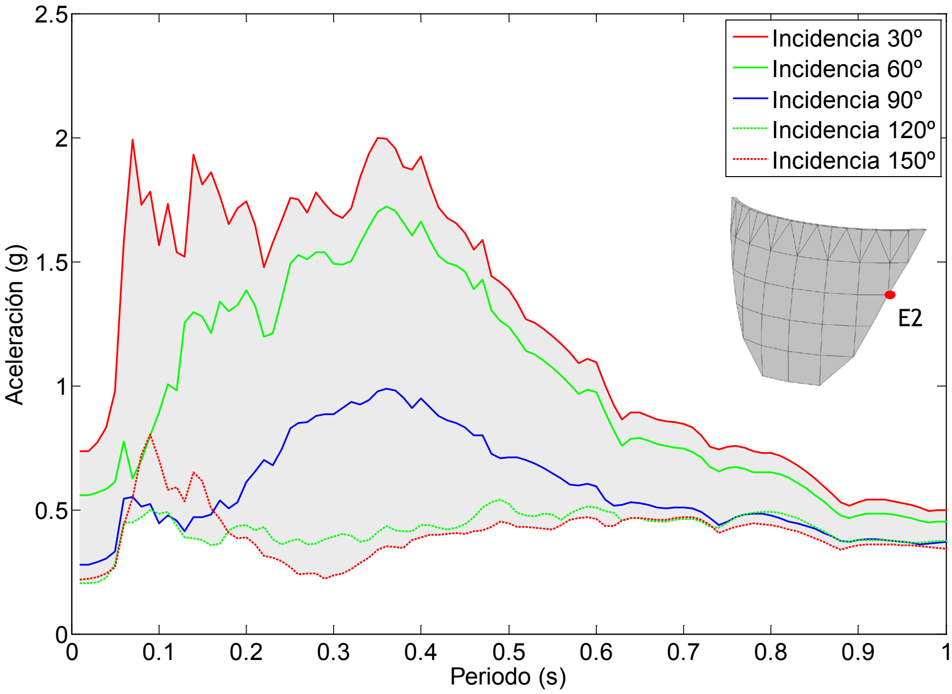


Figura 7.38. Nodo E2. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección y.

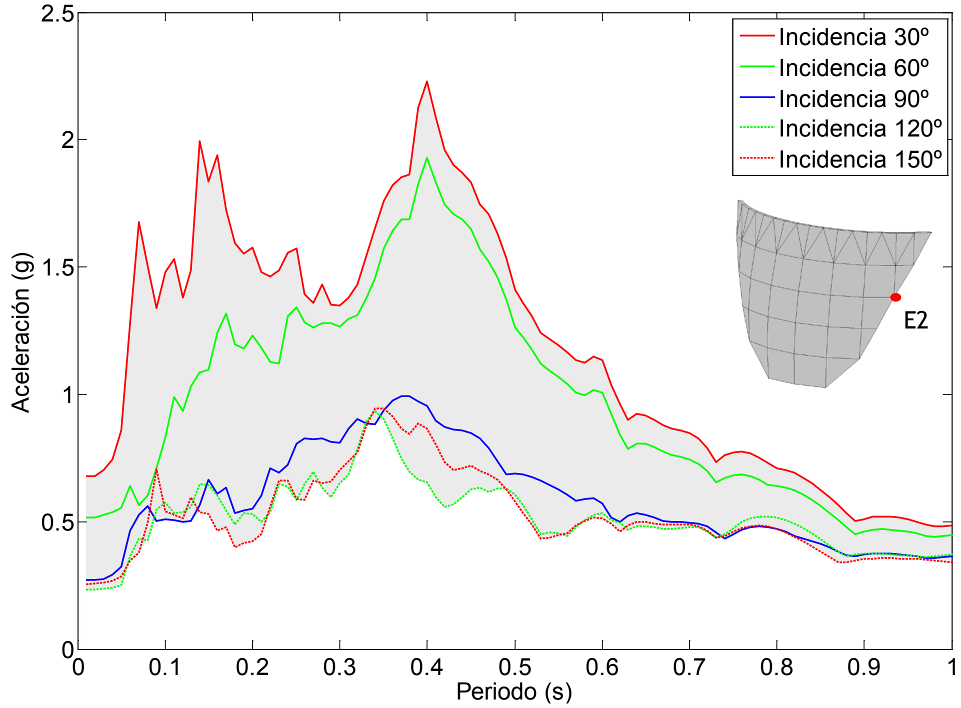


Figura 7.39. Nodo E2. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección y.

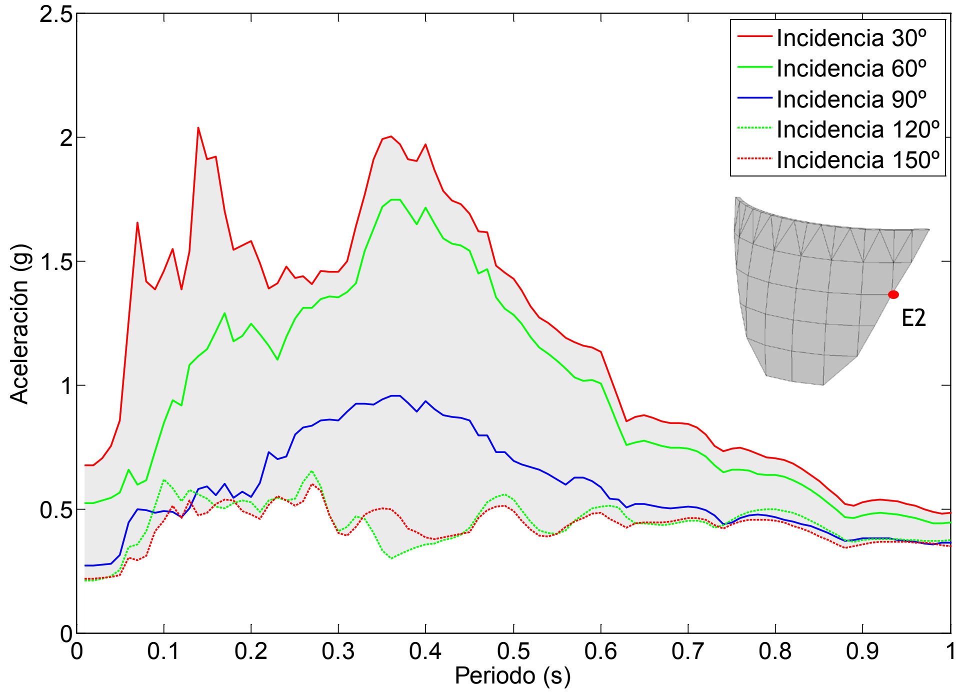


Figura 7.40. Nodo E2. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

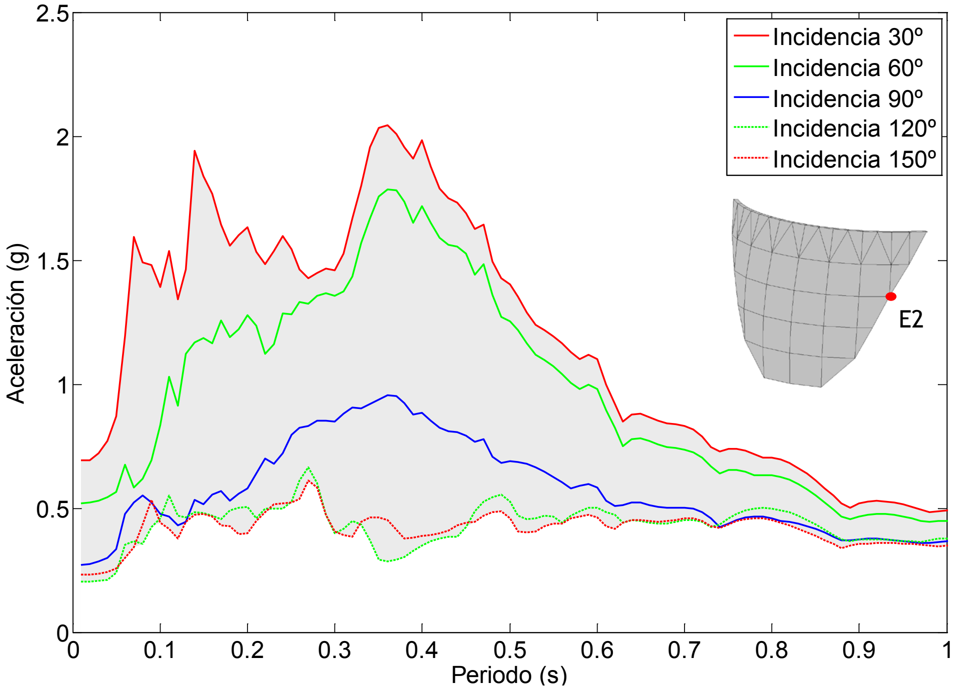


Figura 7.41. Nodo E2. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

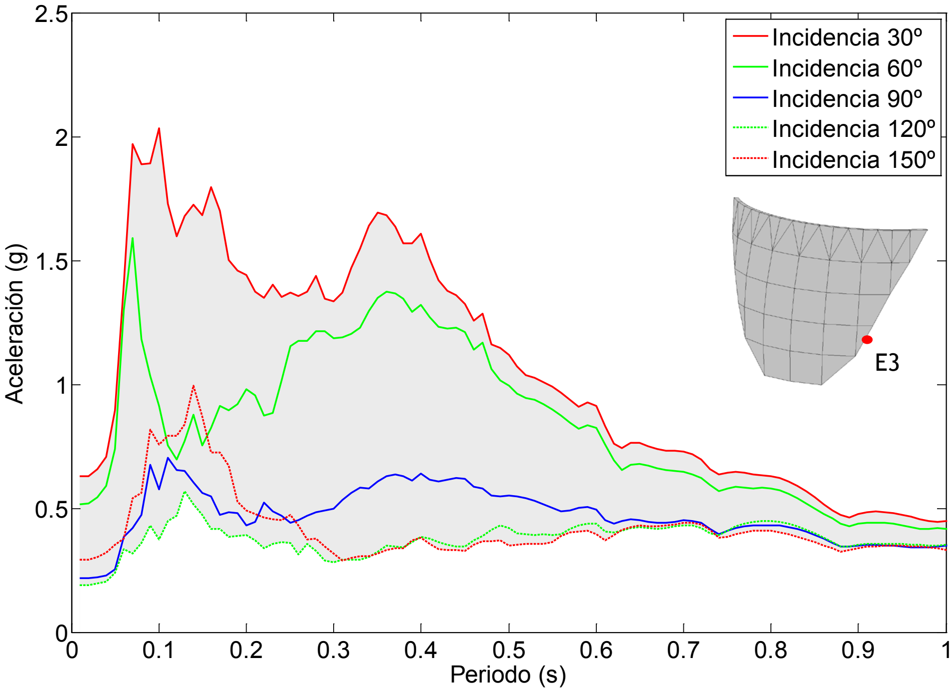


Figura 7.42. Nodo E3. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección y.

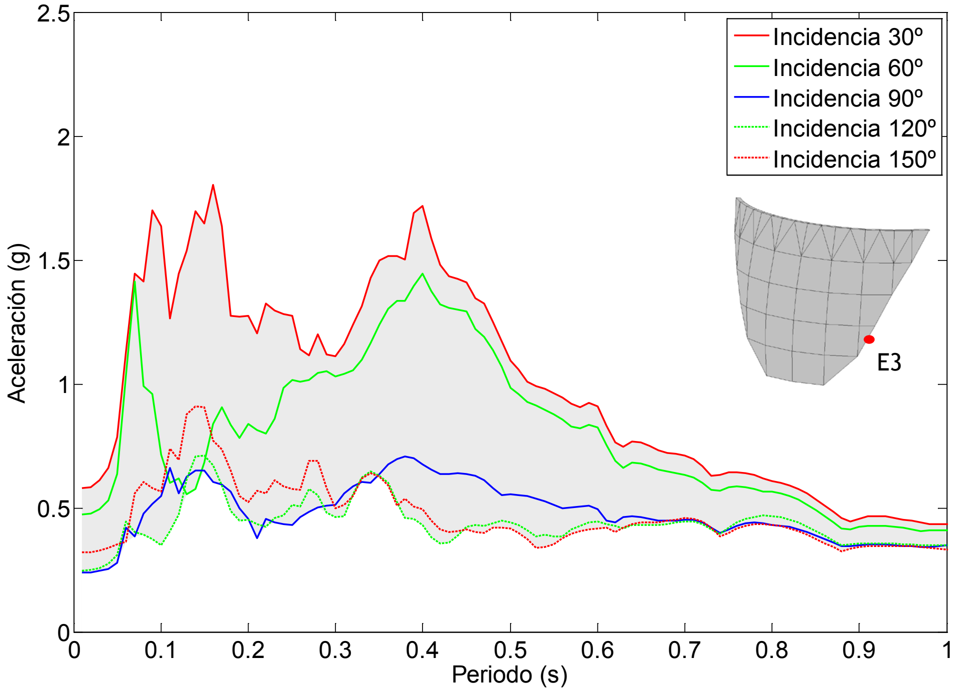


Figura 7.43. Nodo E3. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección y.

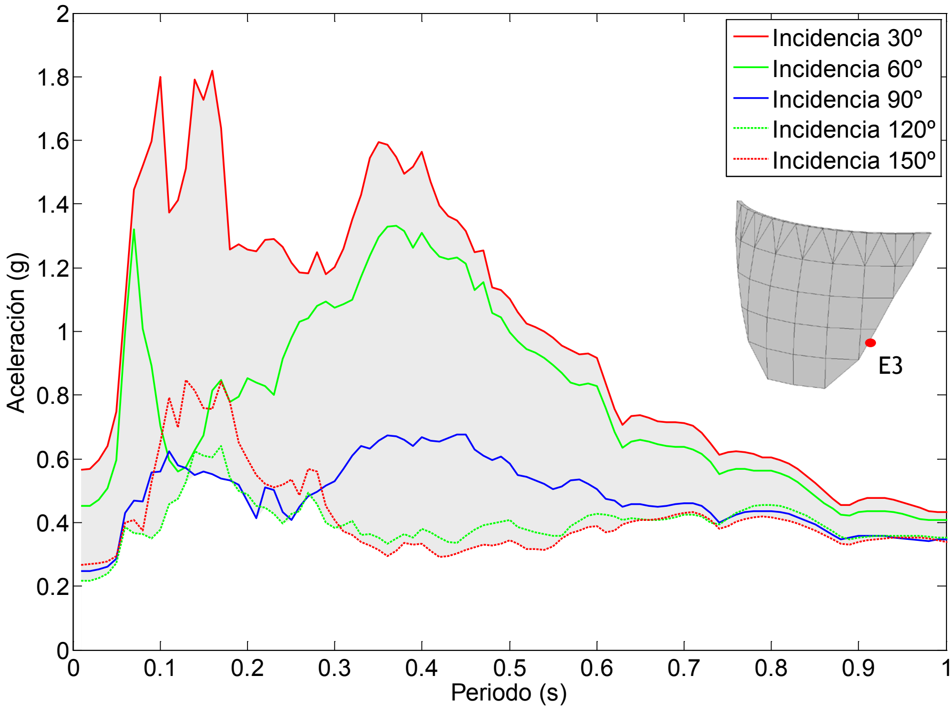


Figura 7.44. Nodo E3. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

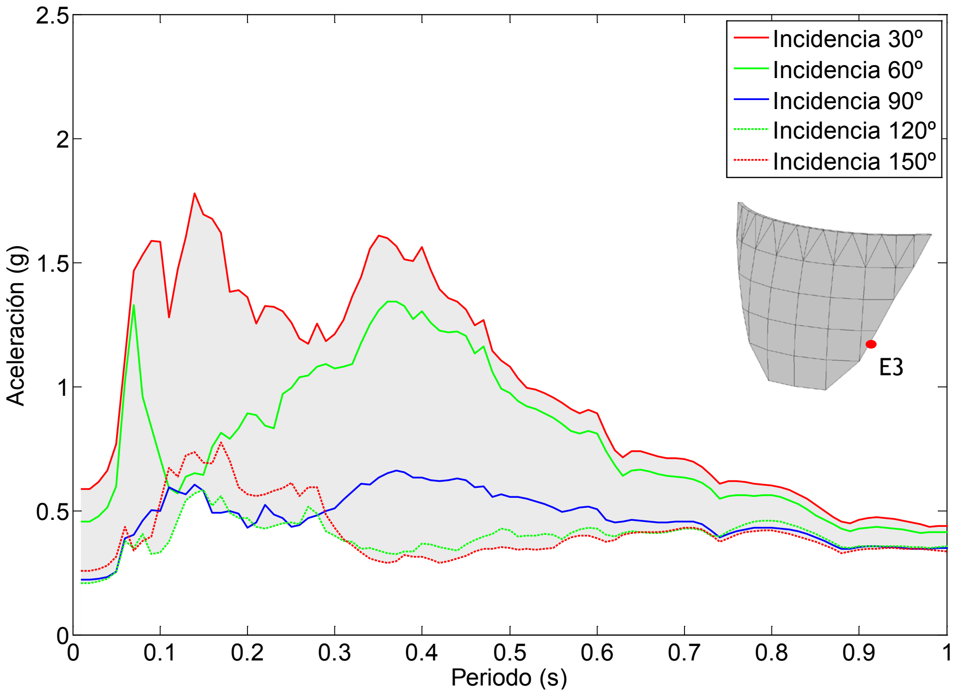


Figura 7.45. Nodo E3. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

En los resultados correspondiente a la dirección vertical (dirección "z") para la misma combinación de ondas P y SV, (figuras 7.46-7.49 para el punto E1, figuras 7.50-7.53 para el punto E2 y figuras 7.54-7.57 para el punto E3), se aprecian una notable disminución de la variabilidad de la respuesta frente al ángulo de incidencia (nótese como la superficie sombreada en considerablemente menor que en los casos presentados hasta el momento). Este fenómeno es causado por dos circunstancias: por un lado los espectros correspondientes a las incidencias más rasantes (30º y 60º) han disminuido su magnitud; por otro los correspondientes a las incidencias con mayores ángulos (120º y 150º) han aumentado. Para los puntos E1 y E2 la incidencia vertical se manifiesta como la más desfavorable para periodos inferiores a 0.4s, periodo a partir del cual la incidencia de 30º pasa la que mayores aceleraciones provoca. No obstante, las diferencias entre las respuestas de las distintas incidencias, tal y como se ha comentado, son menores que las observadas para los espectros en dirección "x" o "y". La mayor variabilidad se presenta en el intervalo de periodos comprendidos entre 0.05 y 0.4s. en el que la incidencias que alcanzan el sistema más verticalmente (90º, 60º y 120º) conducen a mayores aceleraciones. En el punto E3 (figuras 7.54-7.57) destaca la presencia de un pico en el espectro correspondiente a la incidencia de 30º (en todas las situaciones del embalse) en torno a un periodo de 0.6s. Para periodos inferiores a 0.4s, además del pico descrito, es la incidencia de 30º y 60º la que limita superiormente el área sombreada.

Se repiten los fenómenos ya comentados de insensibilidad de la respuesta frente a la condición del embalse, siendo los gráficos de los tres puntos analizados muy parecidos al correspondiente al problema de campo libre. Se aprecia, como en los casos anteriores, la disminución de la magnitud de la respuesta a medida que el punto se aproxima al fondo del embalse. Esta tendencia se rompe únicamente con la aparición en el punto E3 del pico comentado para la incidencia de 30º en el entorno del periodo 0.6s.

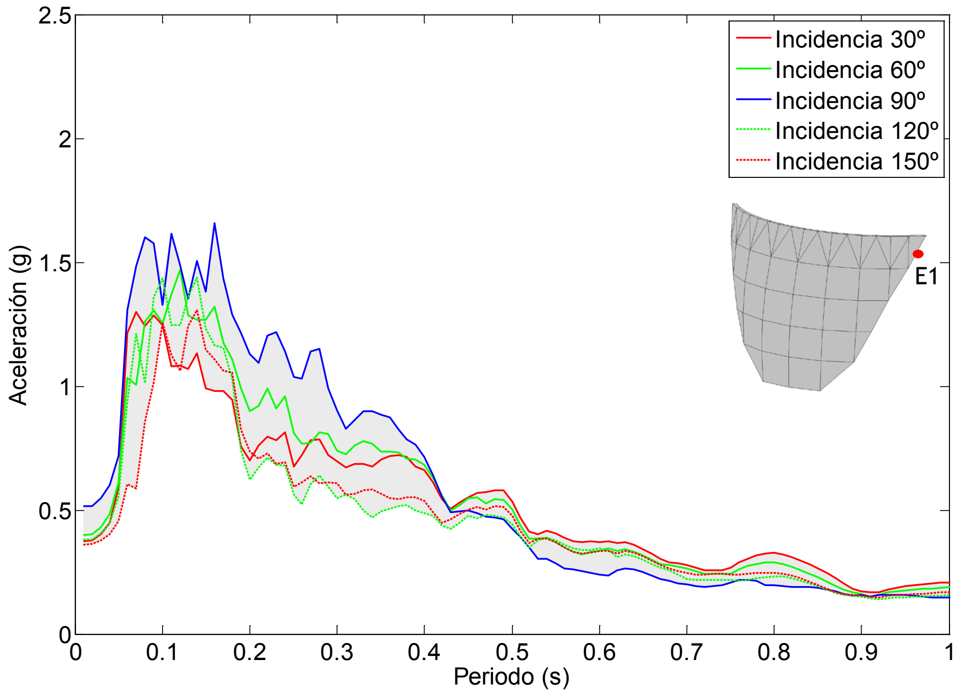


Figura 7.46. Nodo E1. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección z.

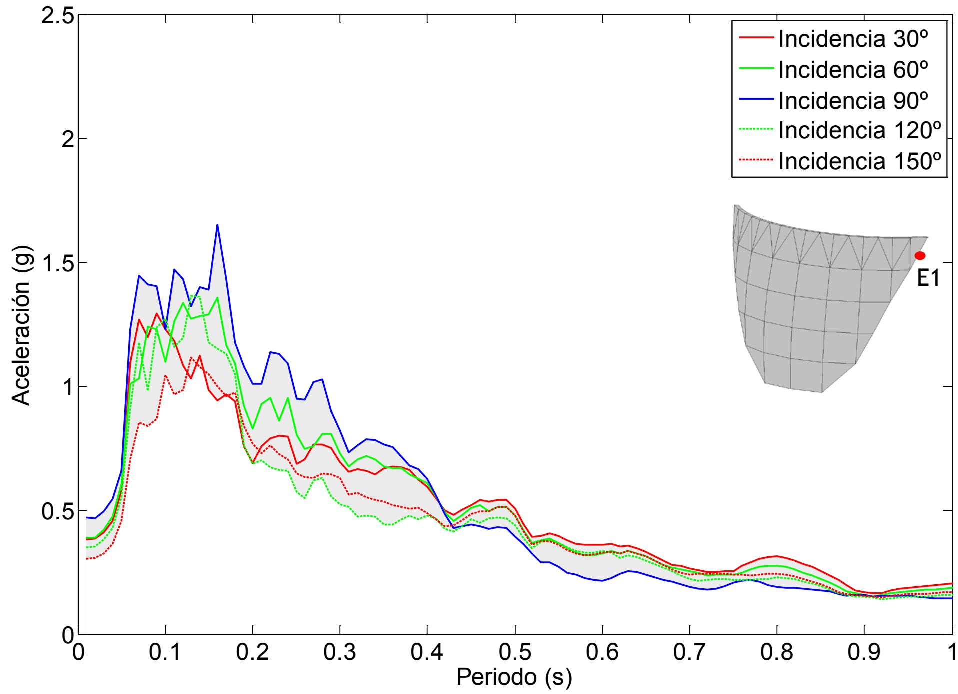


Figura 7.47. Nodo E1. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección z.

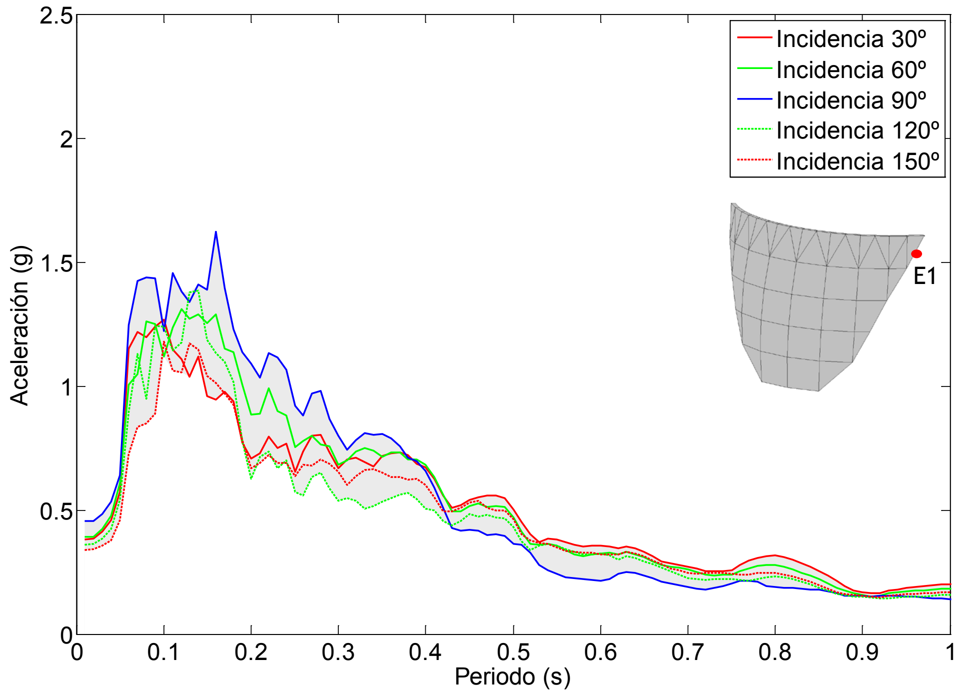


Figura 7.48. Nodo E1. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

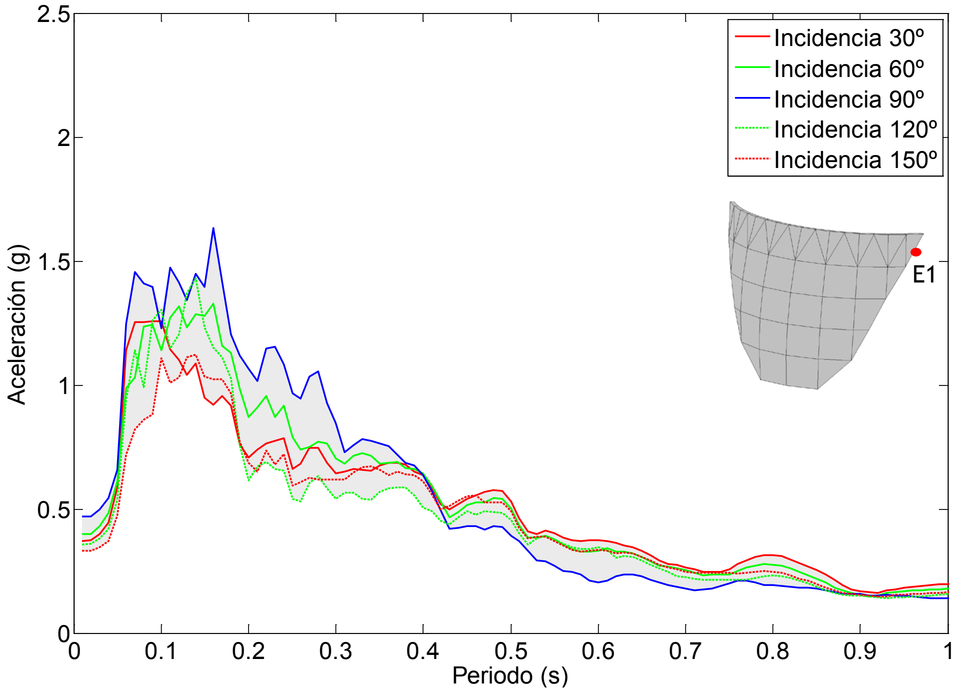


Figura 7.49. Nodo E1. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

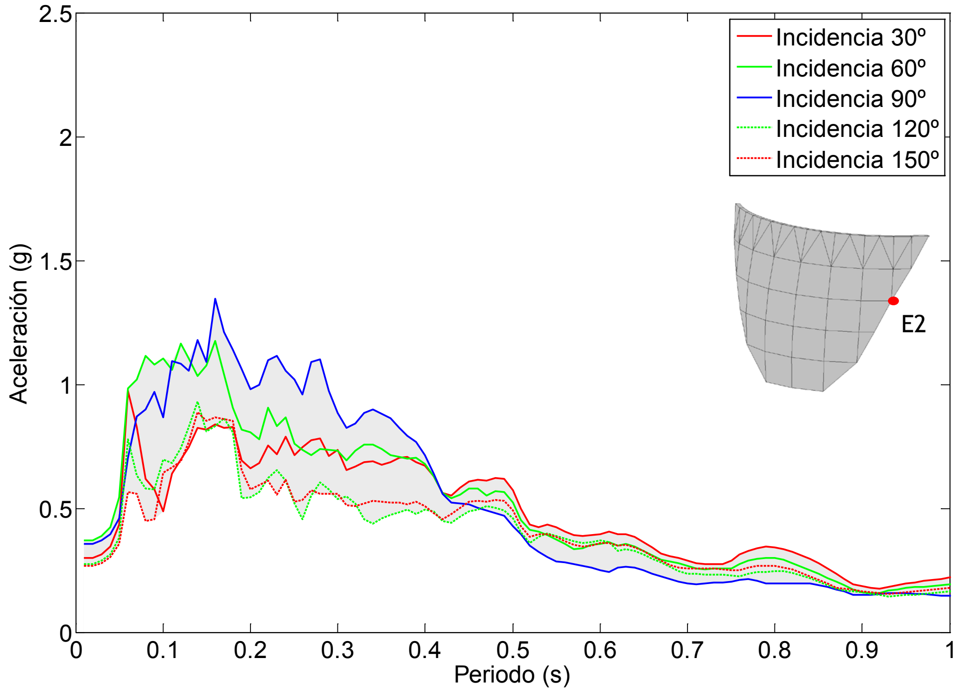


Figura 7.50. Nodo E2. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección z.

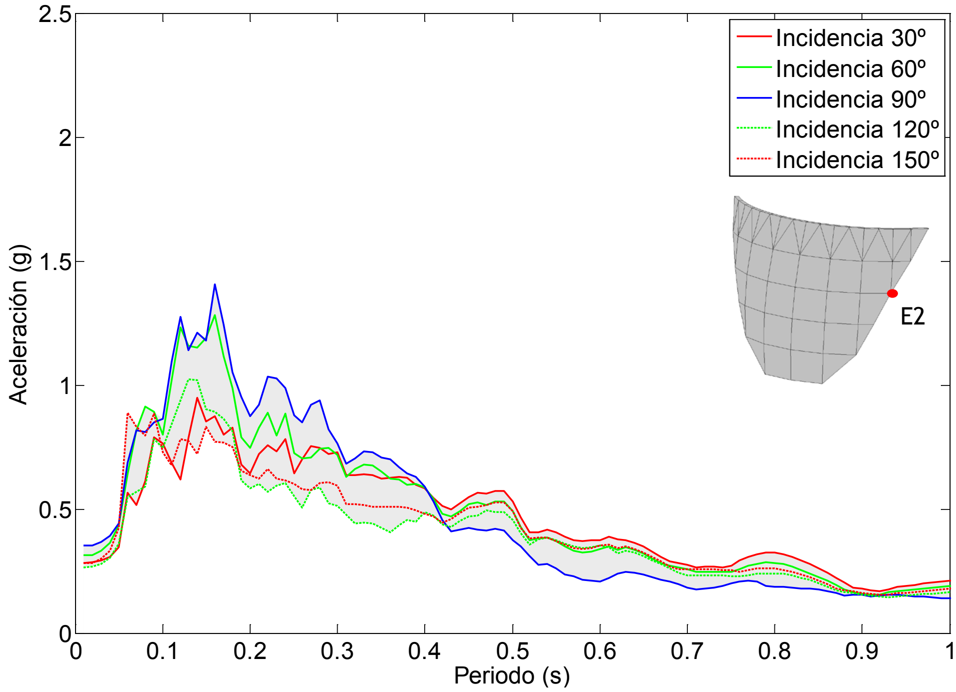


Figura 7.51. Nodo E2. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección z.

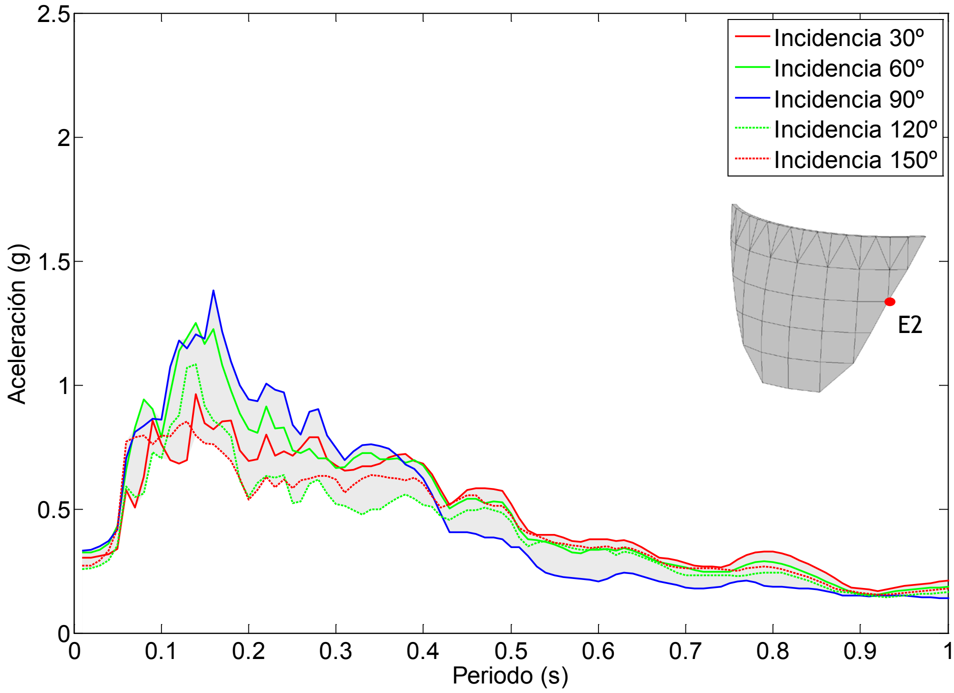


Figura 7.52. Nodo E2. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

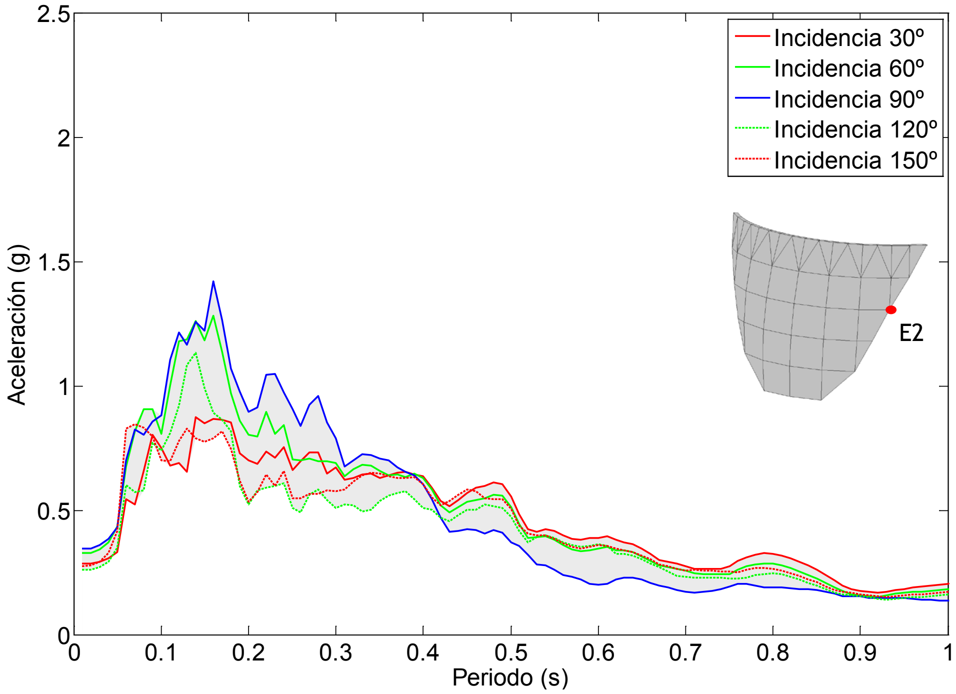


Figura 7.53. Nodo E2. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

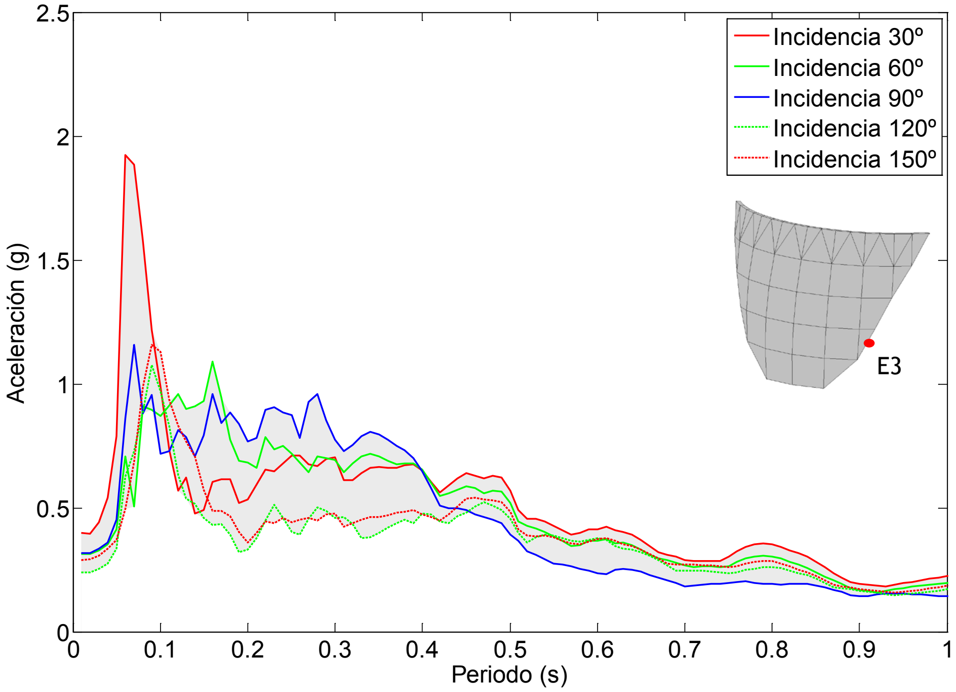


Figura 7.54. Nodo E3. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección z.

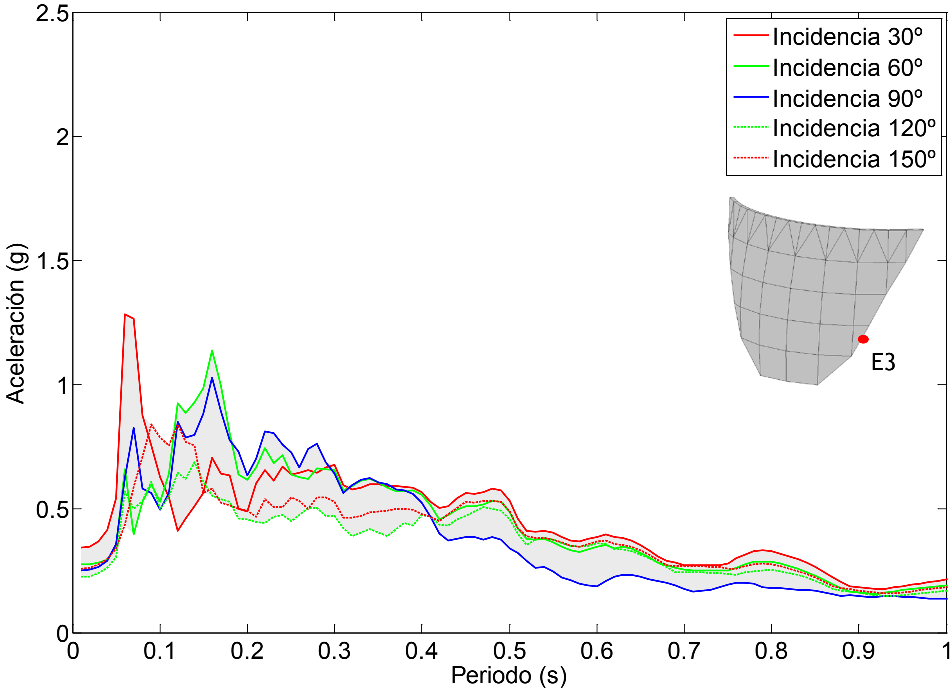


Figura 7.55. Nodo E3. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección z.

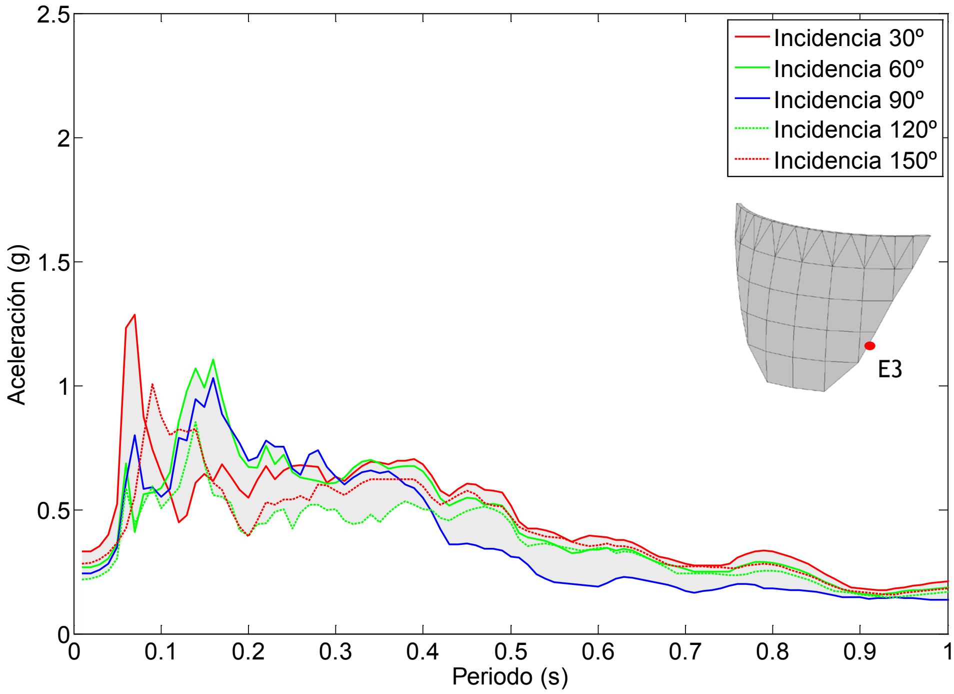


Figura 7.56. Nodo E3. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

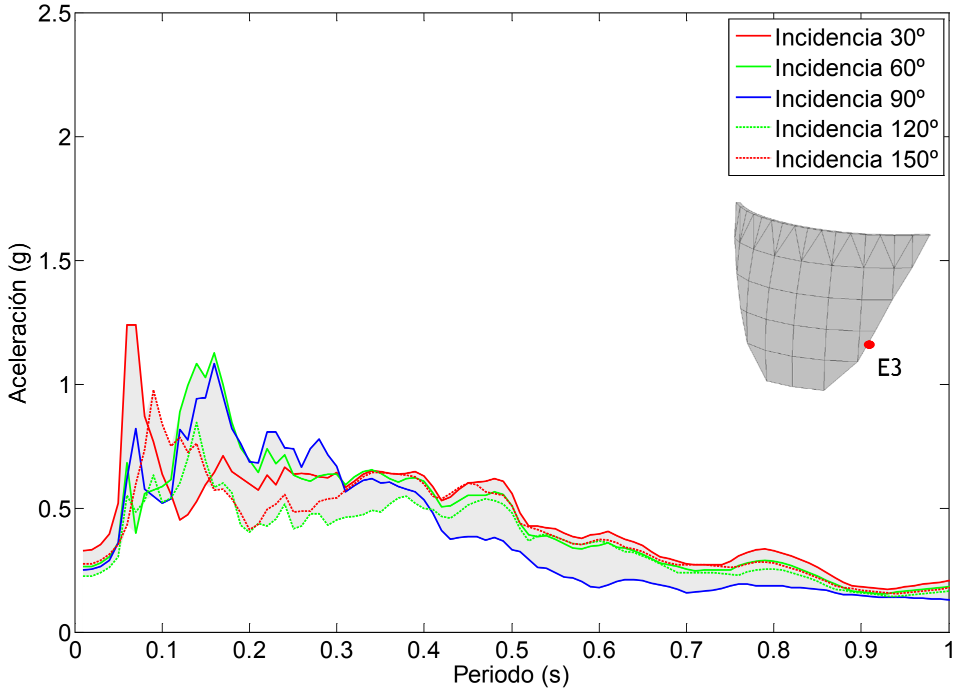


Figura 7.57. Nodo E3. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

Para terminar este sub-apartado finalmente se muestran los resultados correspondientes a la combinación de ondas P, SV y SH en los tres puntos del estribo. Al igual que en los casos anteriores, se presentan para cada punto las cuatro situaciones del embalse y espectros en dirección “x”, “y” y “z”. Los resultados están organizados como se indica en la tabla 7-1:

	Punto E1	Punto E2	Punto E3
Espectros en dirección x	Figuras 7.58-7.61	Figuras 7.62-7.65	Figuras 7.66-7.69
Espectros en dirección y	Figuras 7.70-7.73	Figuras 7.74-7.77	Figuras 7.78-7.81
Espectros en dirección z	Figuras 7.82-7.85	Figuras 7.86-7.89	Figuras 7.90-7.93

Tabla 7-1. Organización de los resultados mostrados en los puntos del estribo para la incidencia de las combinaciones de ondas P, SV y SH.

Como cabía esperar los resultados en dirección “x”, figuras 7.58-7.69, para todos los puntos son prácticamente iguales a los correspondientes a la onda SH, figuras 7.22-7.33. Esto es lógico si se tiene en cuenta que esta onda provoca movimientos del suelo en la dirección analizada. Las ondas P y SV que integran el tren de ondas provocan aceleraciones en dirección “x” notablemente menores en comparación con la aceleración provocada por la contribución de la SH. Por tanto las conclusiones obtenidas anteriormente son aplicables en este caso. De igual manera, en dirección “y”, figuras 7.70-7.81, son las ondas P y SV la que gobierna la respuesta. Esto conduce a que las curvas sean muy similares a las correspondientes a la combinación de éstas, figuras 7.34-7.45. En dirección “z”, figuras 7.82-7.93, la respuesta, aunque con diferencias más apreciables, viene dominada nuevamente por la combinación de las ondas P y SV. Las gráficas correspondientes a la combinación de ondas P y SV, figuras 7.46-7.57 marcan la tendencia en este caso de lo que ocurre en la combinación completa de las tres ondas. Con todo ello los resultados correspondientes a la combinación de las tres ondas confirman las conclusiones que se han ido exponiendo para los casos de la onda SH y de la combinación de ondas P y SV, conclusiones que se pueden resumir en las siguientes:

- En los puntos del estribo la respuesta viene gobernada por la topografía del emplazamiento no influyendo de manera significativa la presencia del conjunto presa-agua-sedimentos ni la condición del mismo en lo relativo a la presencia e importancia del lecho de sedimentos.
- El ángulo de incidencia tiene una enorme influencia en la respuesta, especialmente en las aceleraciones horizontales “x” e “y”. En ambos casos, con independencia de la condición del embalse, las incidencias más rasantes, 30º y 60º, presentan los valores mayores de aceleración en todo el rango de periodos. La sensibilidad mayor con el ángulo de incidencia se da para periodos bajos comprendidos dentro del intervalo 0.1-0.6s.
- La creencia habitual relativa a que la incidencia vertical se corresponde con el caso más desfavorable, se demuestra del todo errónea. Normalmente los espectros correspondientes al ángulo de 90º se sitúan a medio camino entre el caso más y menos desfavorable. Únicamente, en determinados espectros de aceleración en dirección “z” cuando incide un tren que incluye ondas de tipo P, la incidencia vertical si resulta ser la más desfavorable si bien no difiere en gran medida de la respuesta correspondiente a otras incidencias.
- En todos los casos se aprecia una diminución de la magnitud de la respuesta a medida que el punto se aproxima al fondo del embalse (efecto local), con la excepción correspondiente a la aceleración vertical en el punto E3, en el entorno del periodo 0.6s para el ángulo de incidencia de 30º.

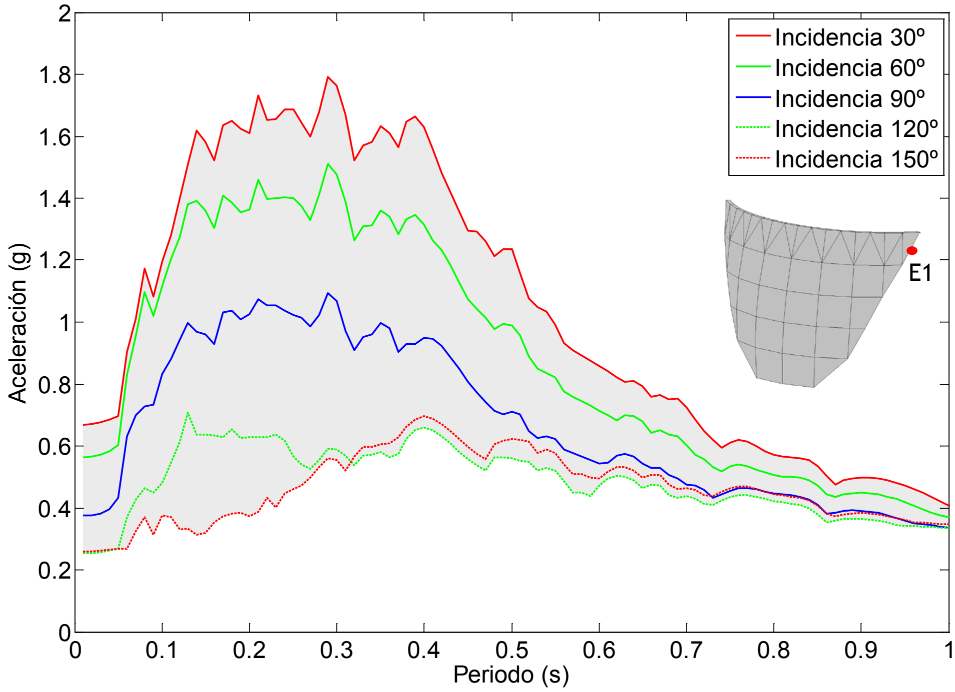


Figura 7.58. Nodo E1. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección x.

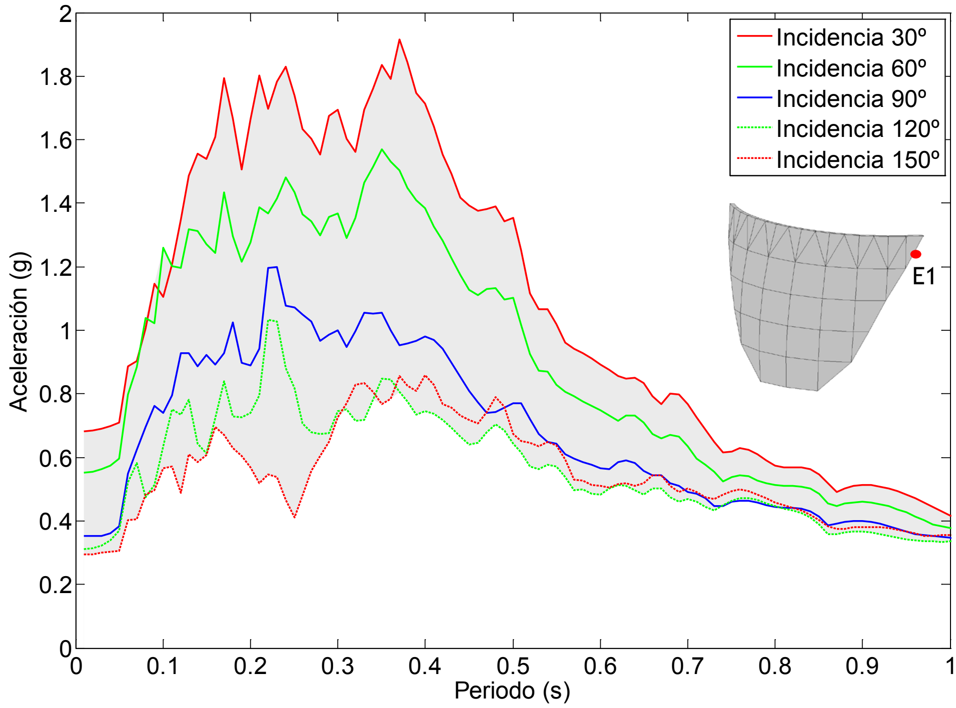


Figura 7.59. Nodo E1. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección x.

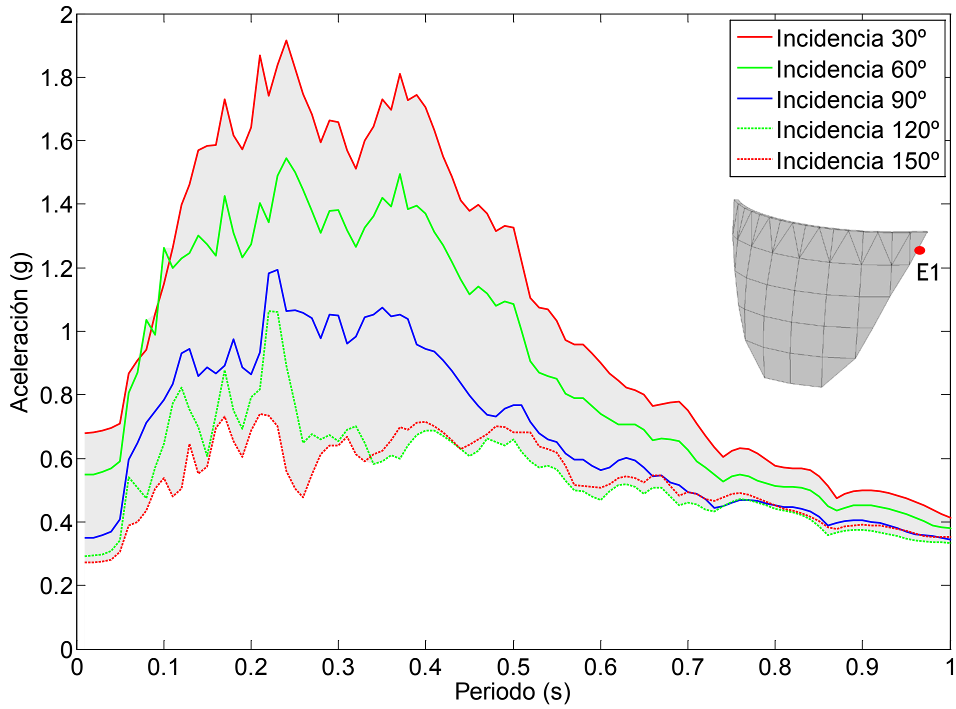


Figura 7.60. Nodo E1. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

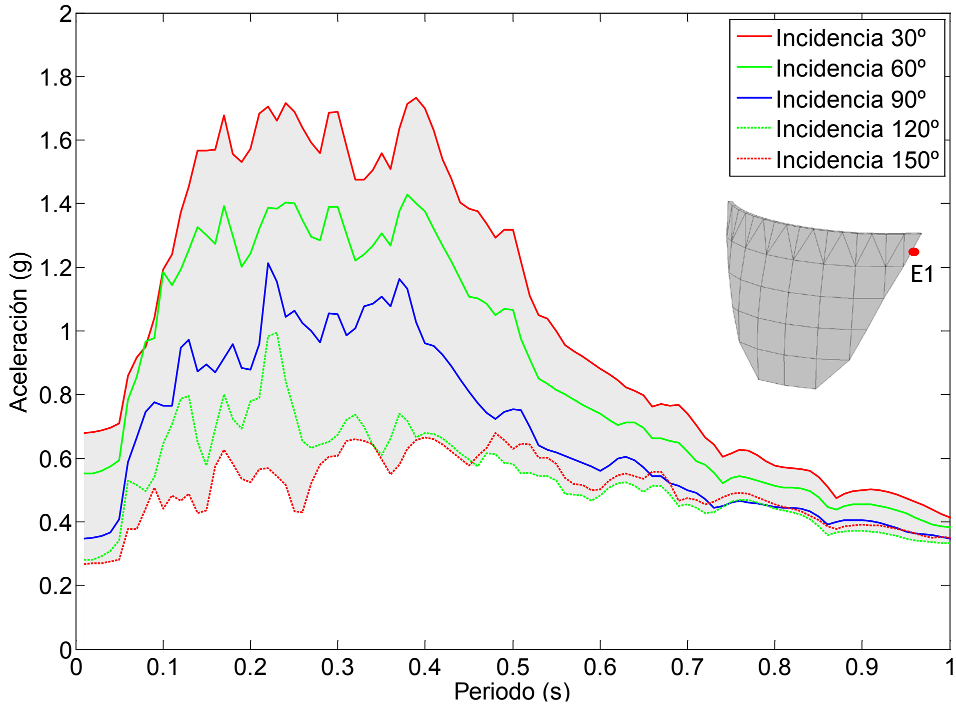


Figura 7.61. Nodo E1. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

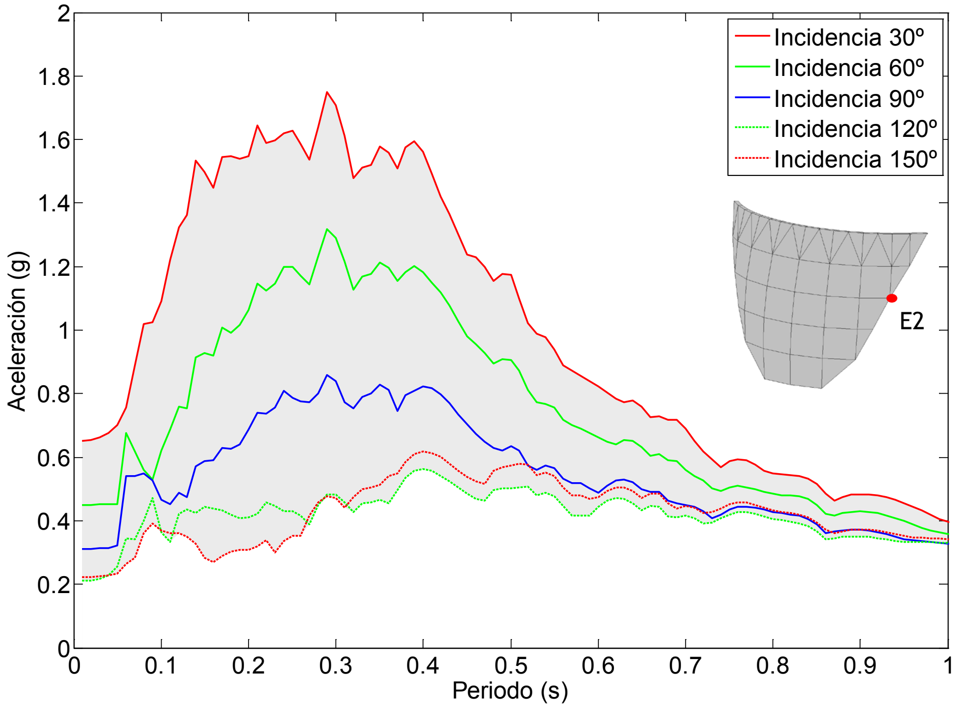


Figura 7.62. Nodo E2. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección x.

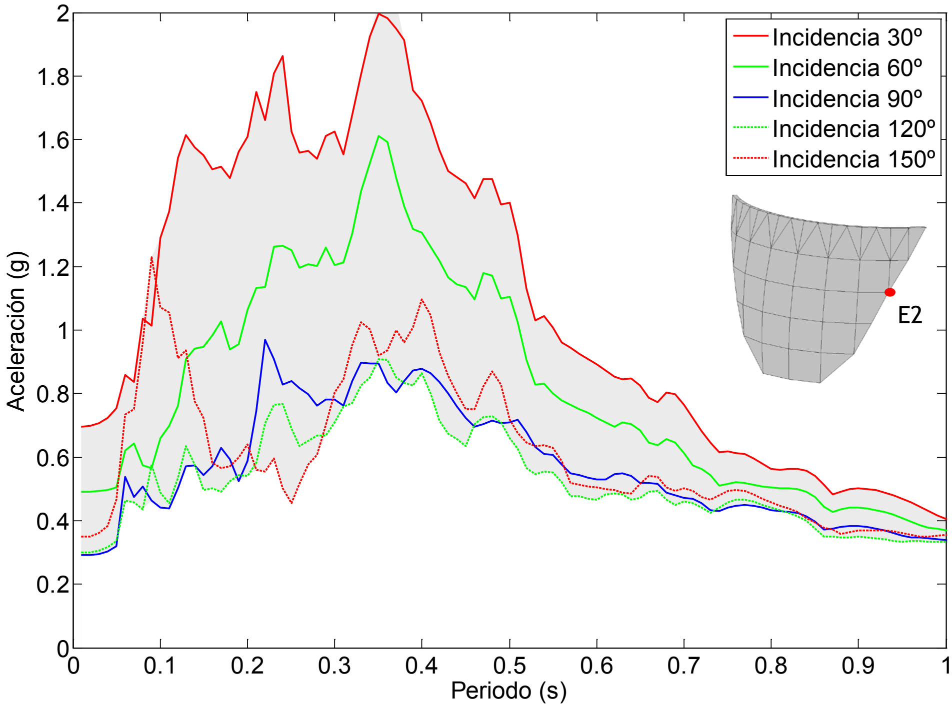


Figura 7.63. Nodo E2. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección x.

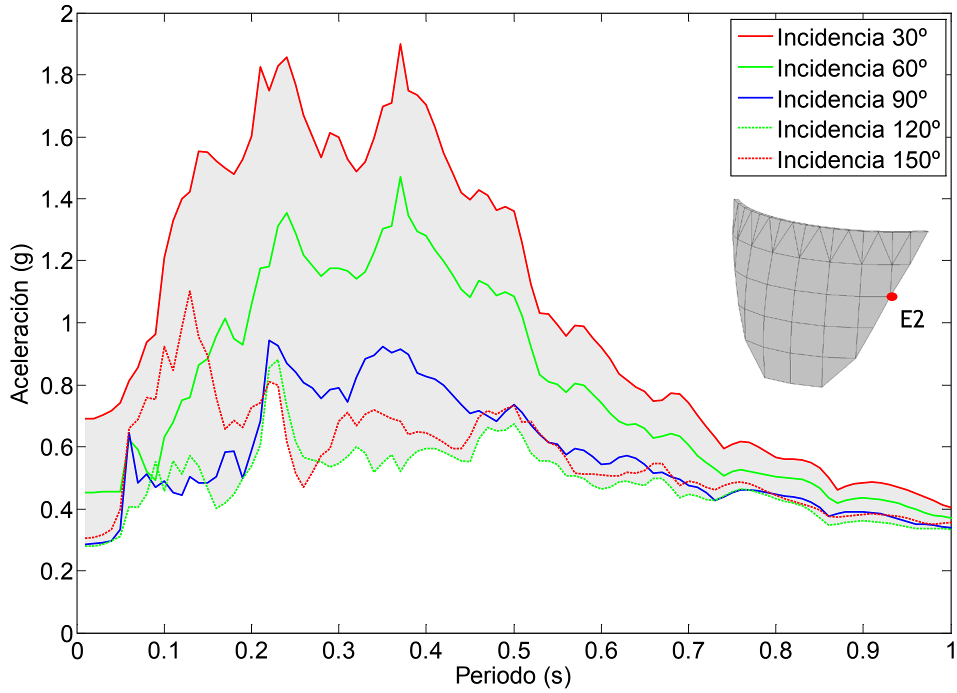


Figura 7.64. Nodo E2. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

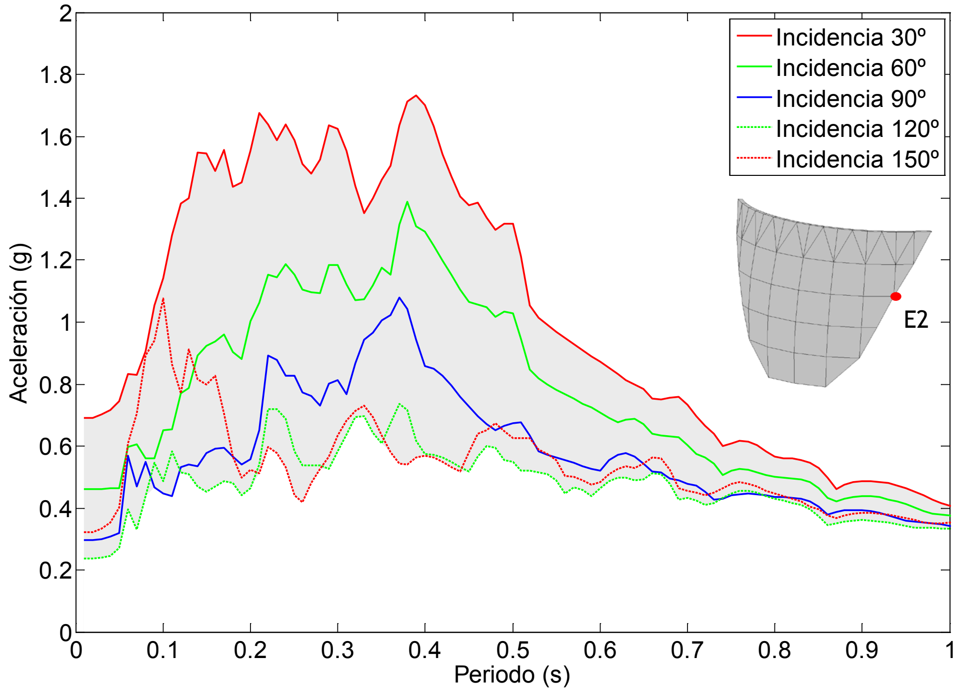


Figura 7.65. Nodo E2. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

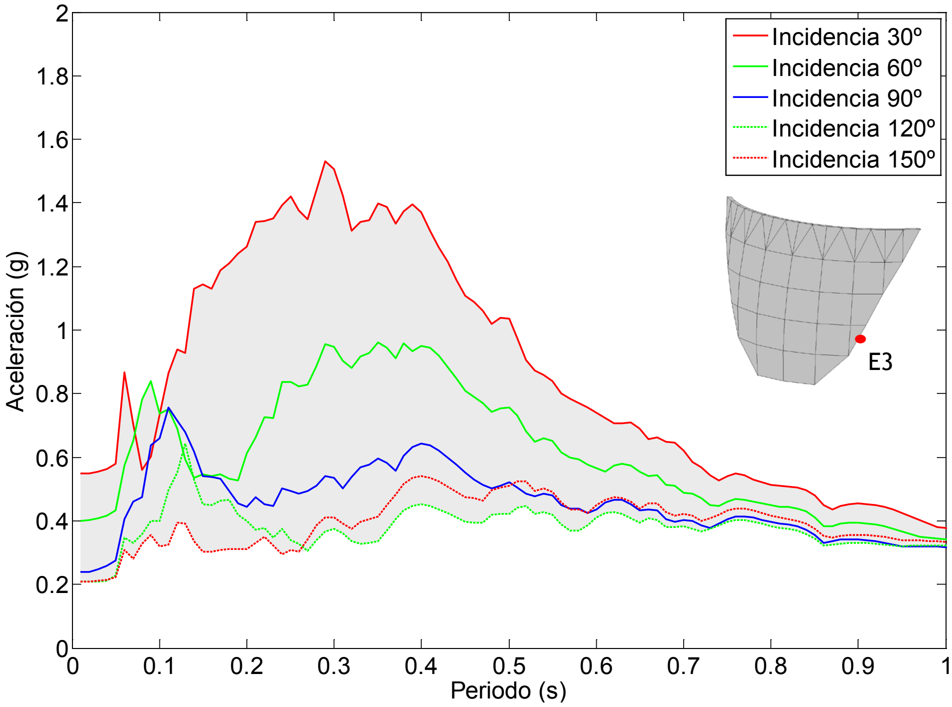


Figura 7.66. Nodo E3. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección x.

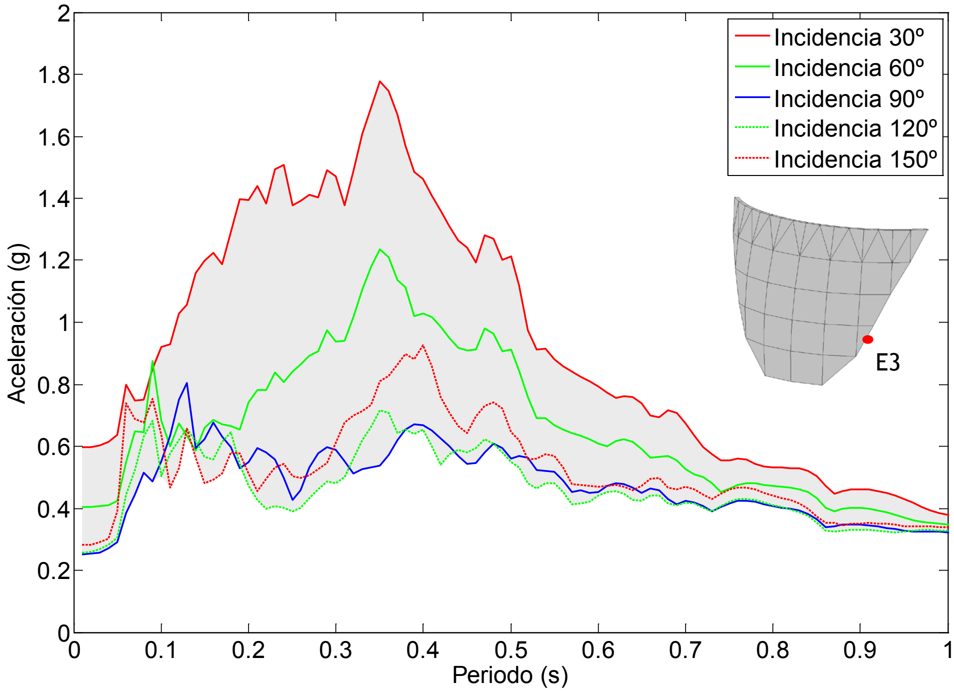


Figura 7.67. Nodo E3. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección x.

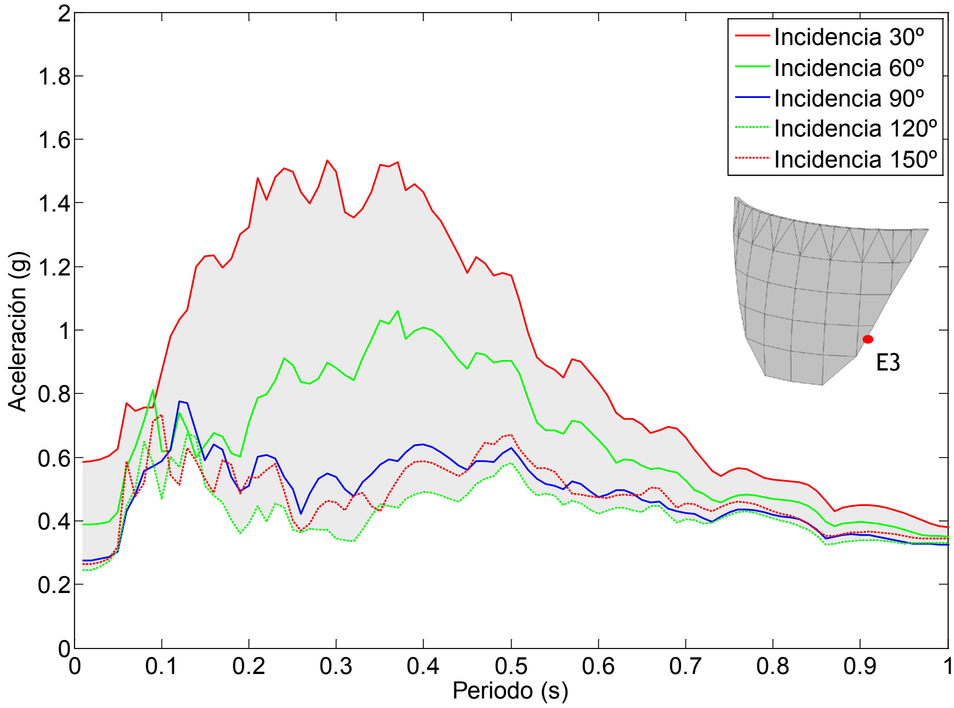


Figura 7.68. Nodo E3. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

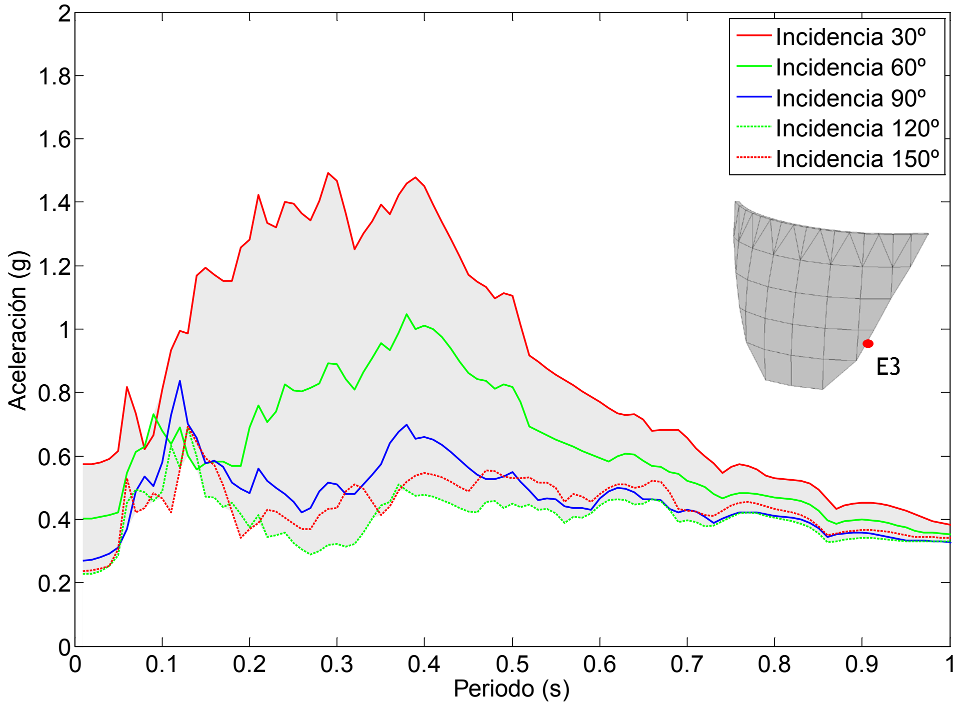


Figura 7.69. Nodo E3. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

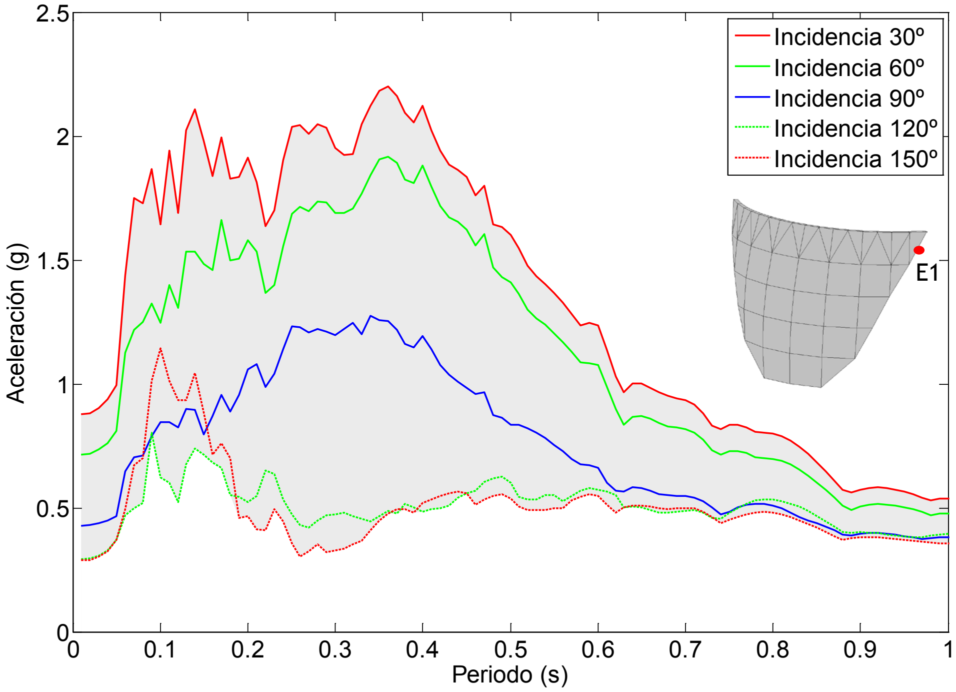


Figura 7.70. Nodo E1. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección y.

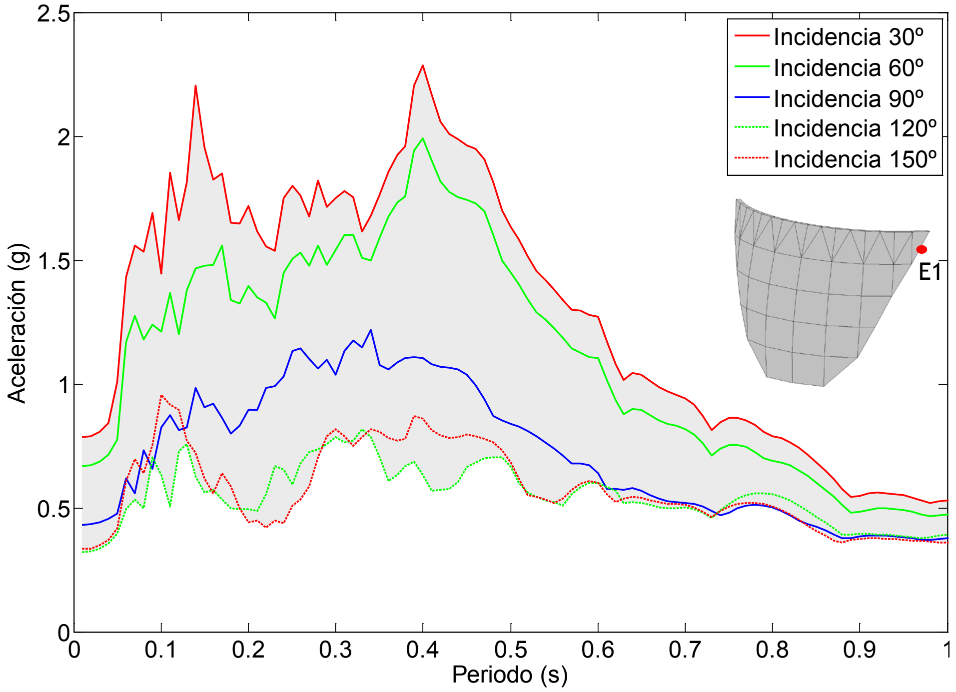


Figura 7.71. Nodo E1. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección y.

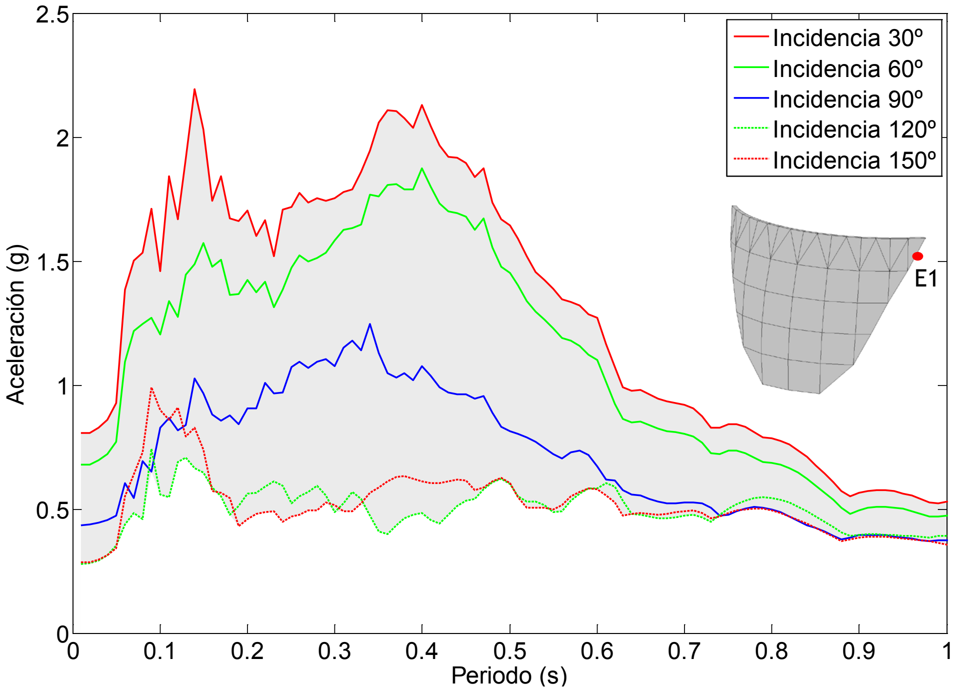


Figura 7.72. Nodo E1. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

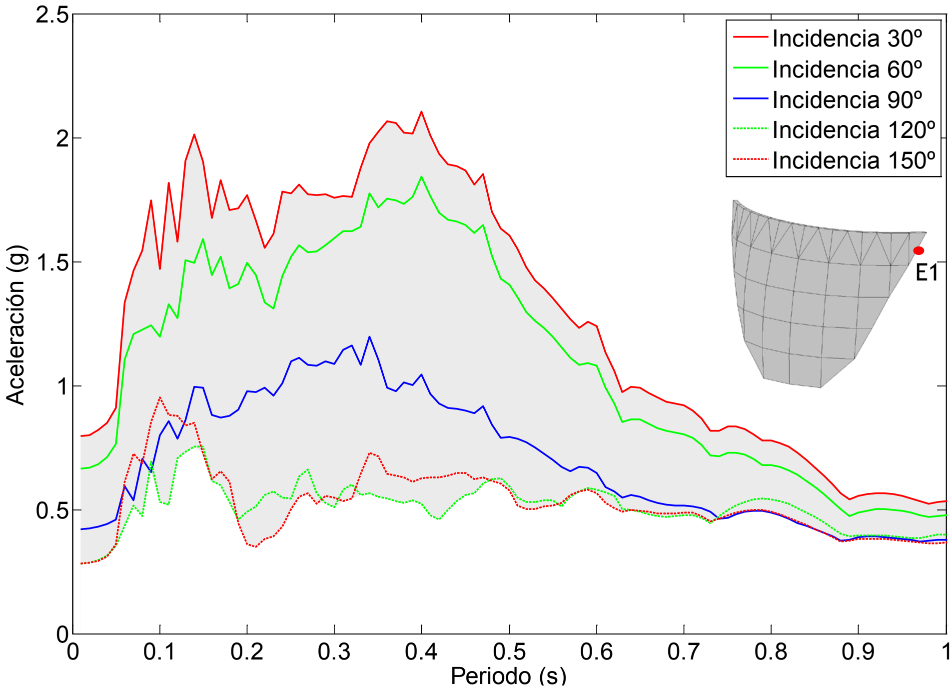


Figura 7.73. Nodo E1. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

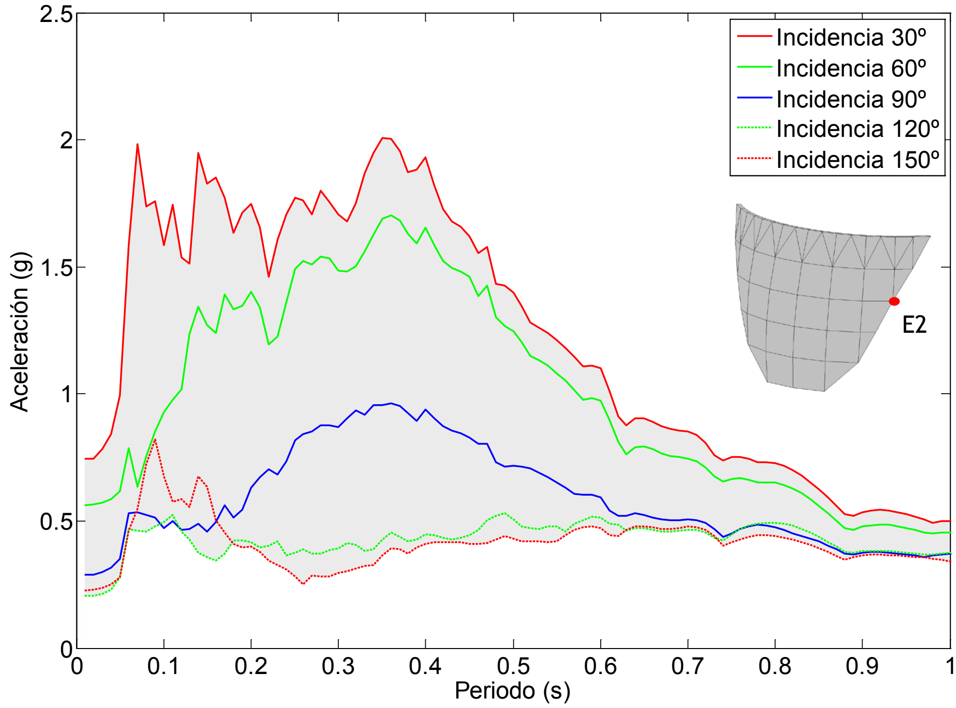


Figura 7.74. Nodo E2. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección y.

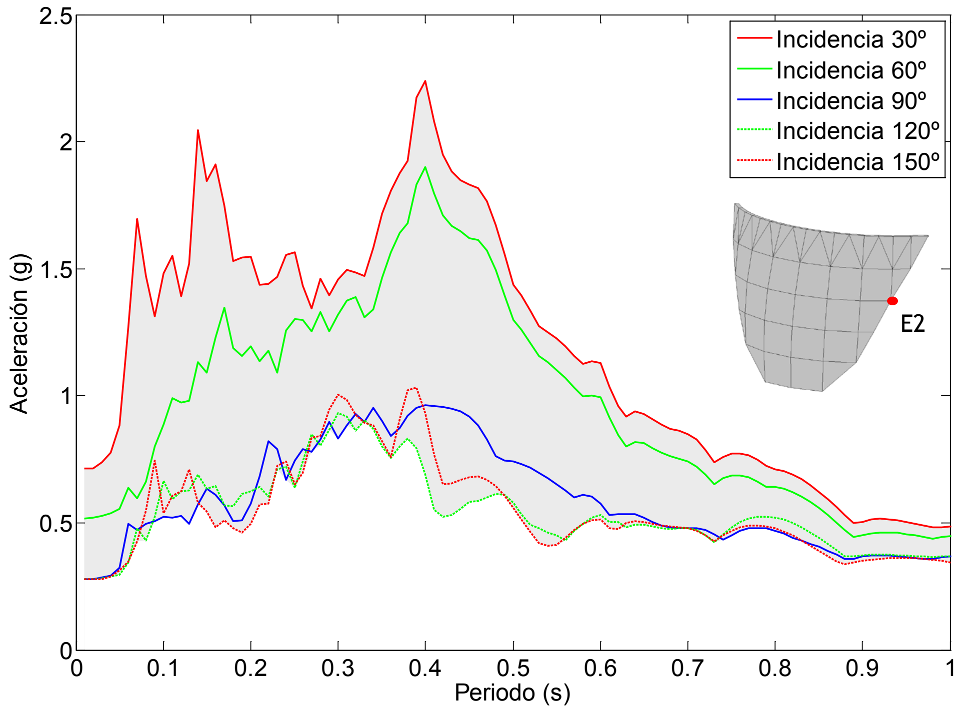


Figura 7.75. Nodo E2. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección y.

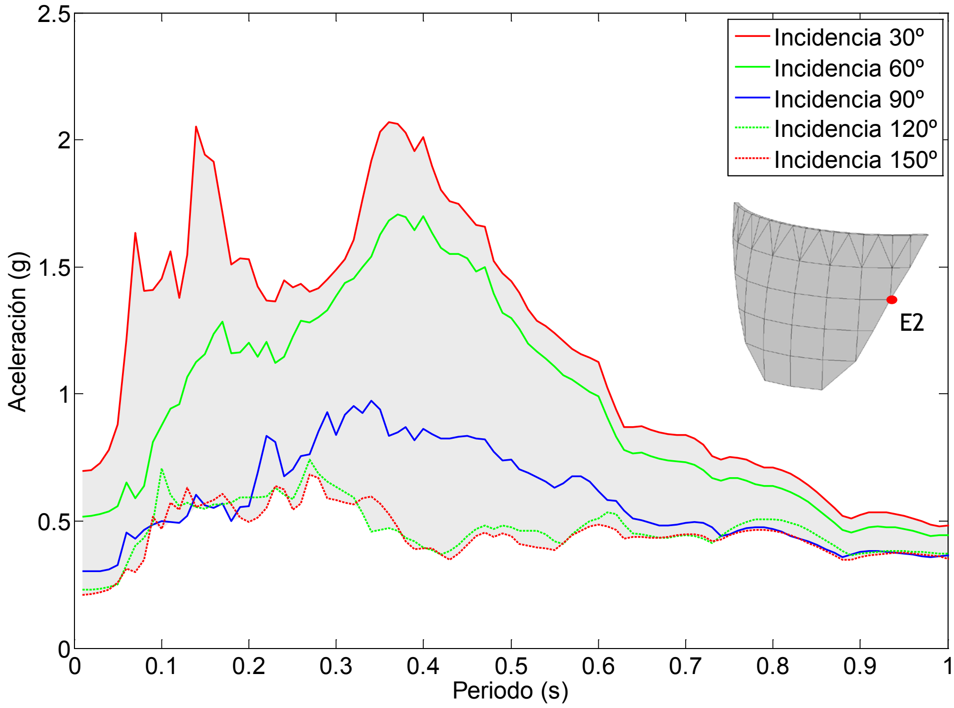


Figura 7.76. Nodo E2. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

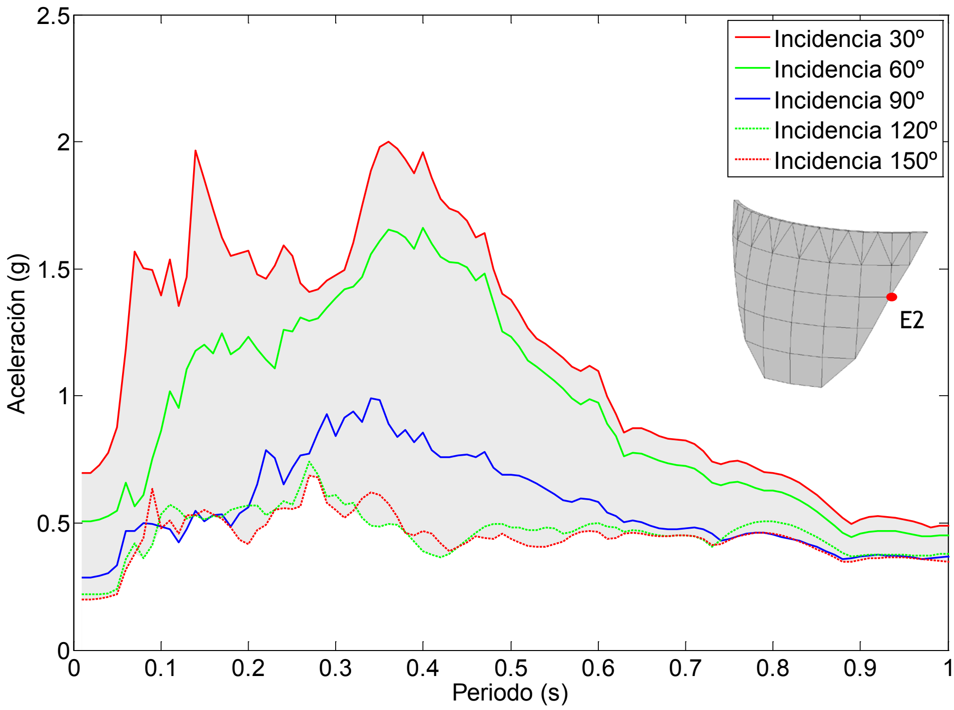


Figura 7.77. Nodo E2. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

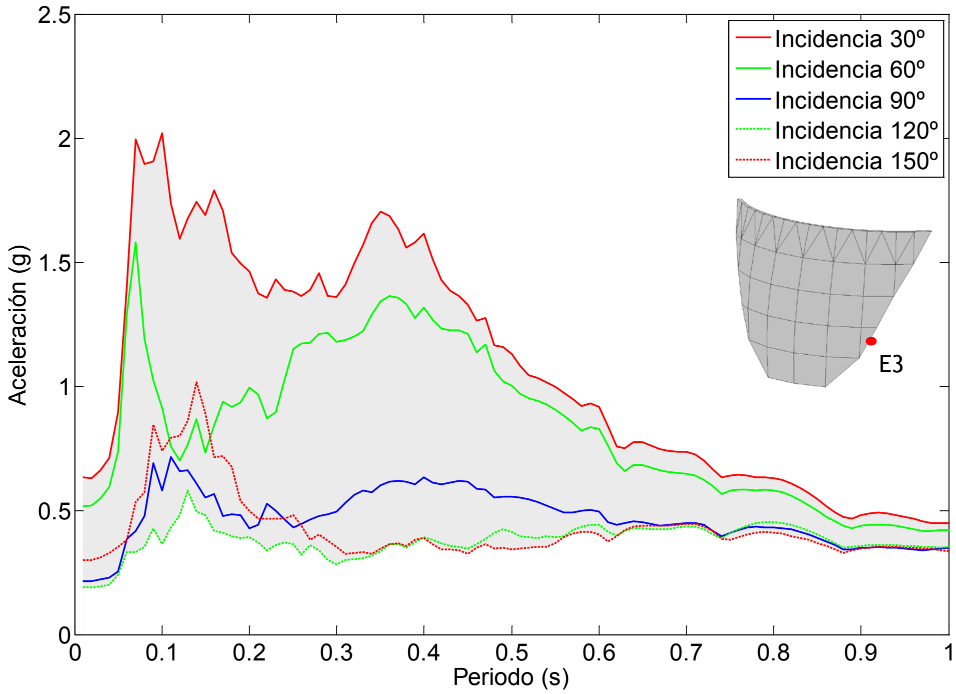


Figura 7.78. Nodo E3. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección y.

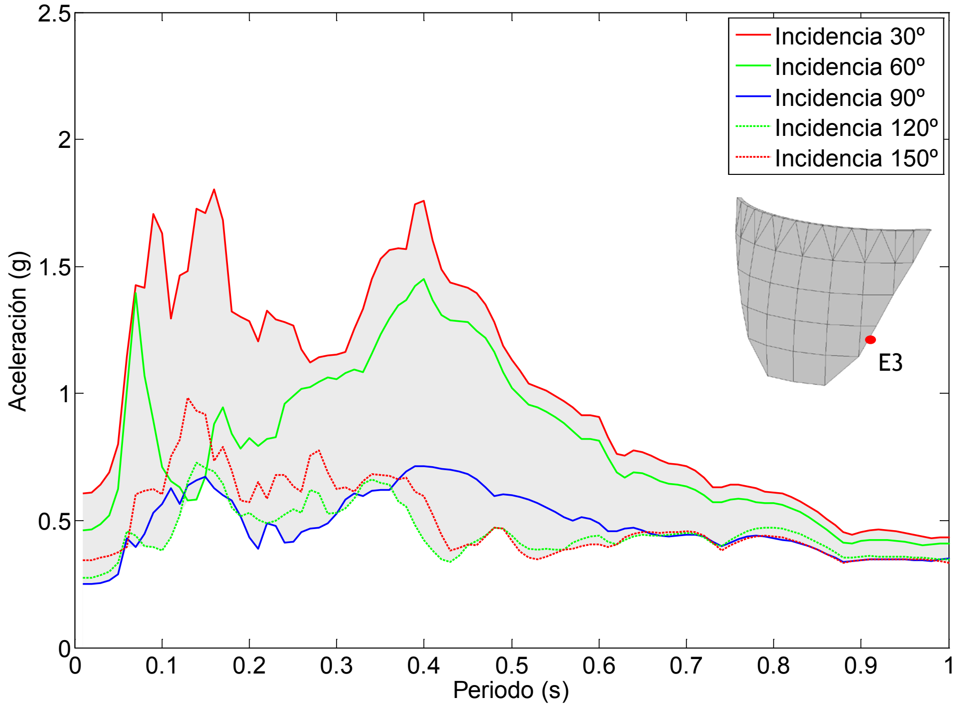


Figura 7.79. Nodo E3. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección y.

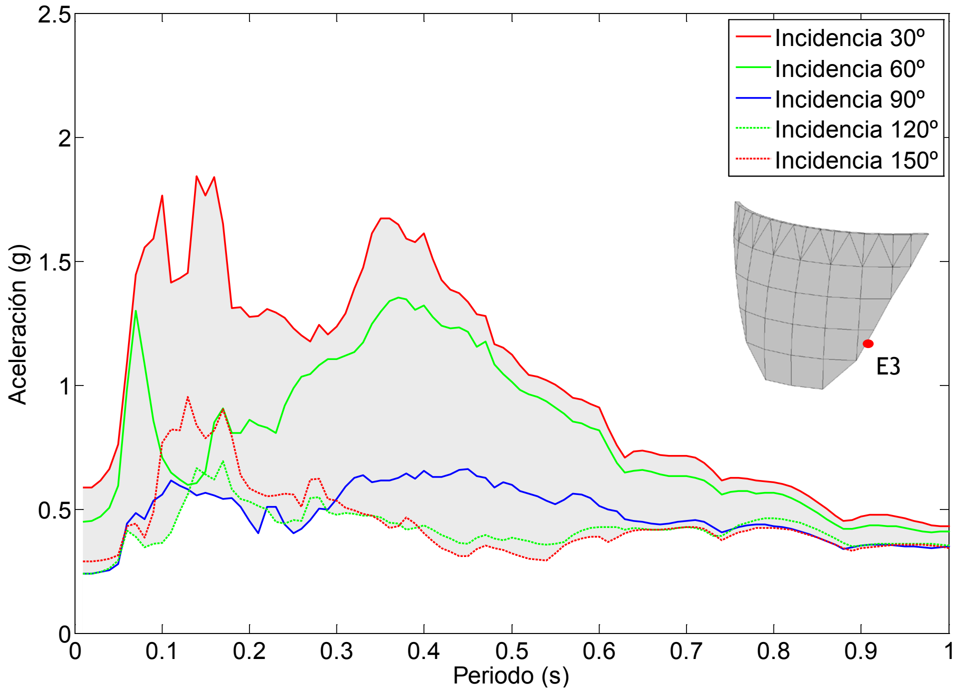


Figura 7.80. Nodo E3. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

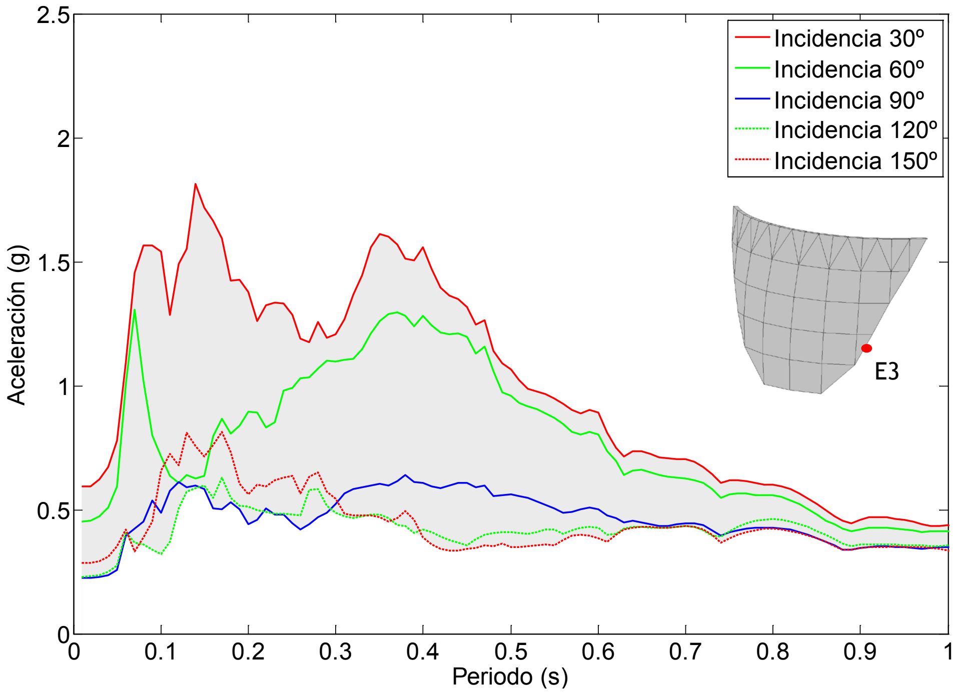


Figura 7.81. Nodo E3. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

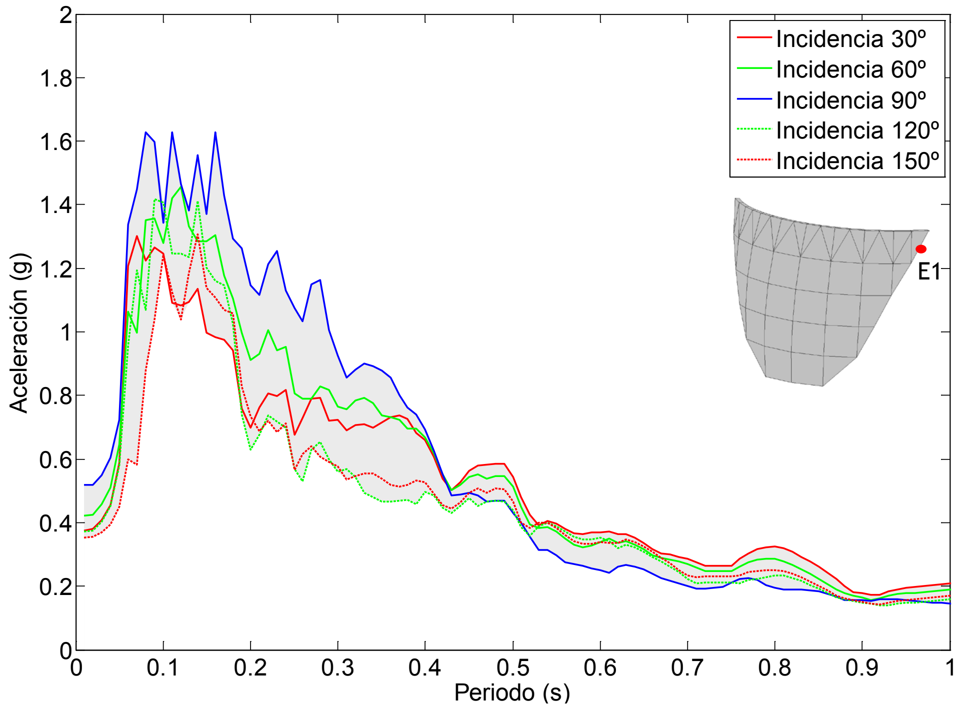


Figura 7.82. Nodo E1. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección z.

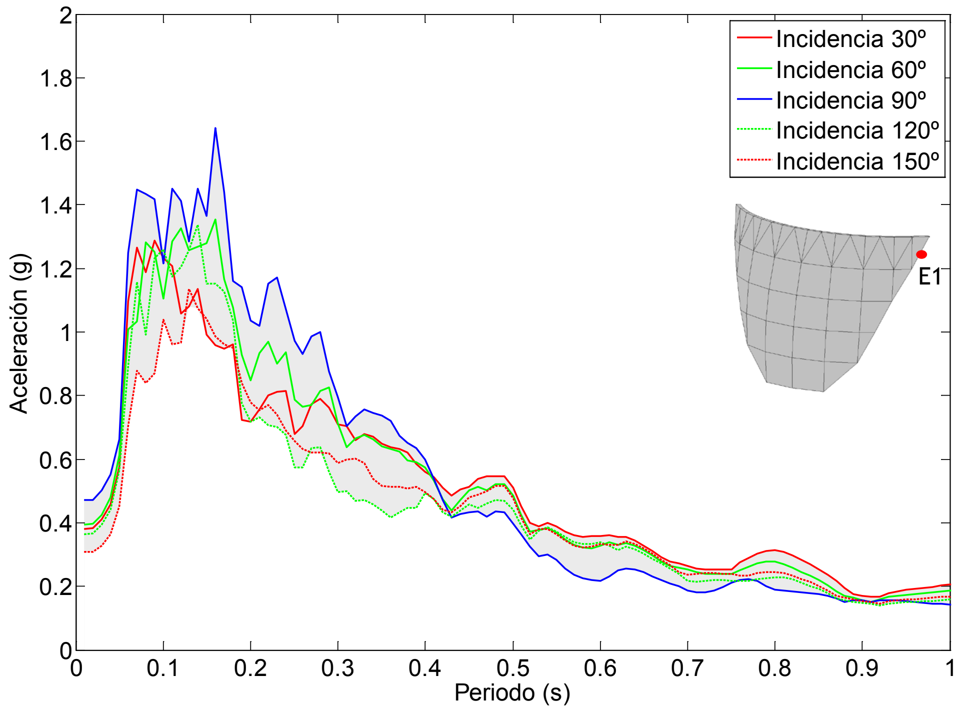


Figura 7.83. Nodo E1. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección z.

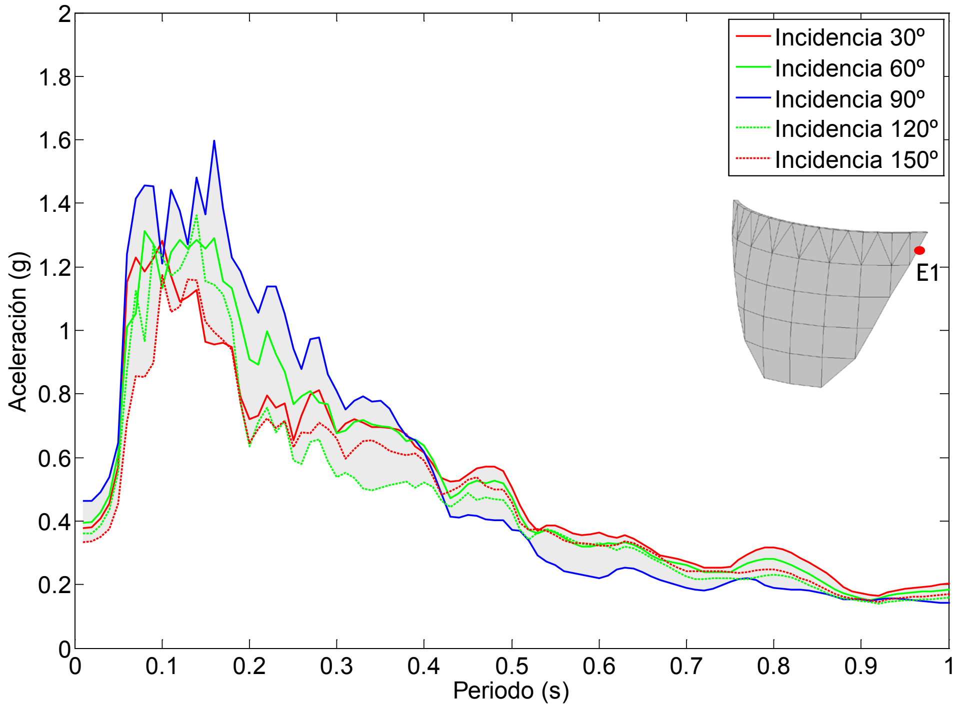


Figura 7.84. Nodo E1. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

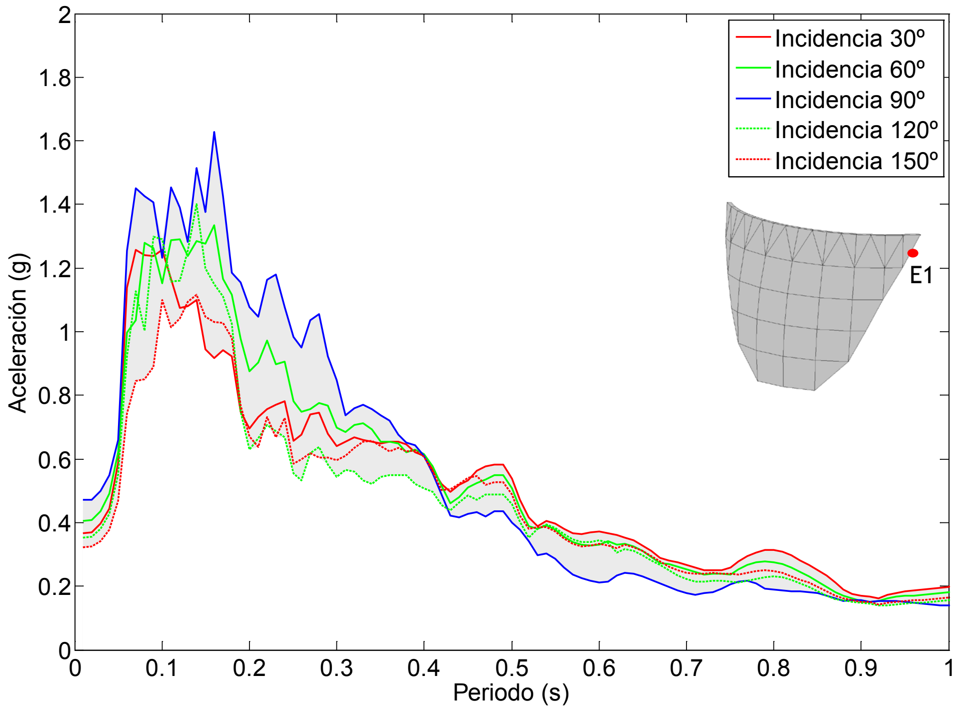


Figura 7.85. Nodo E1. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

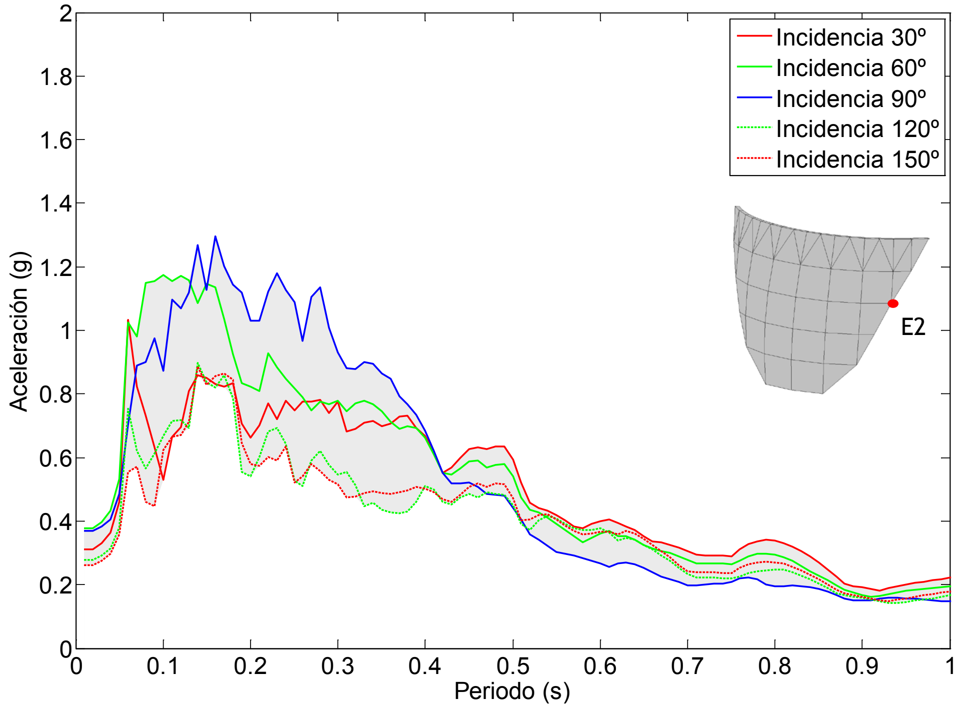


Figura 7.86. Nodo E2. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección z.

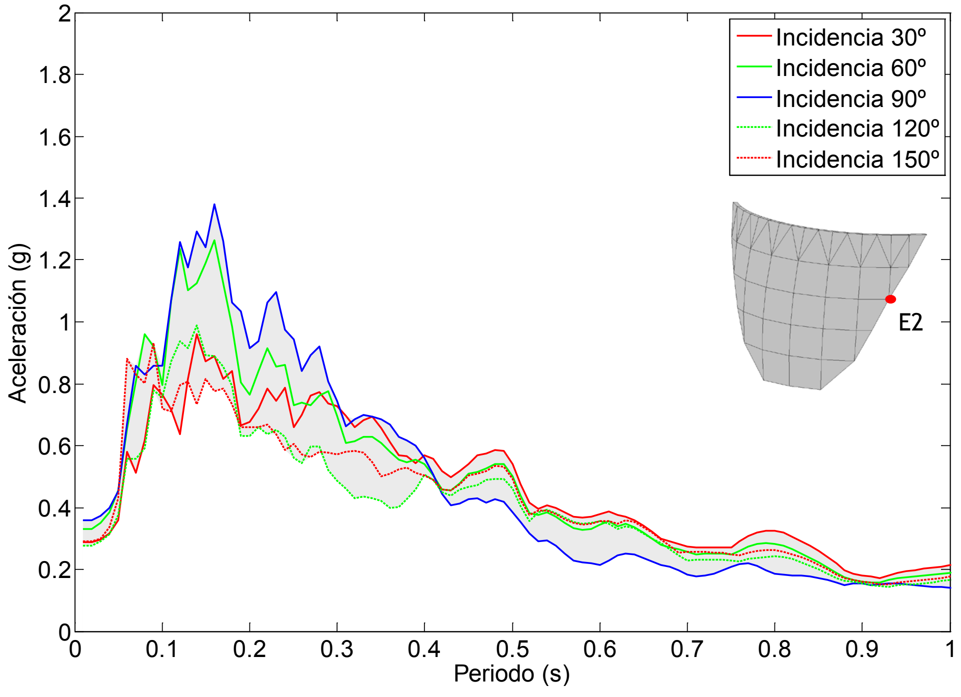


Figura 7.87. Nodo E2. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección z.

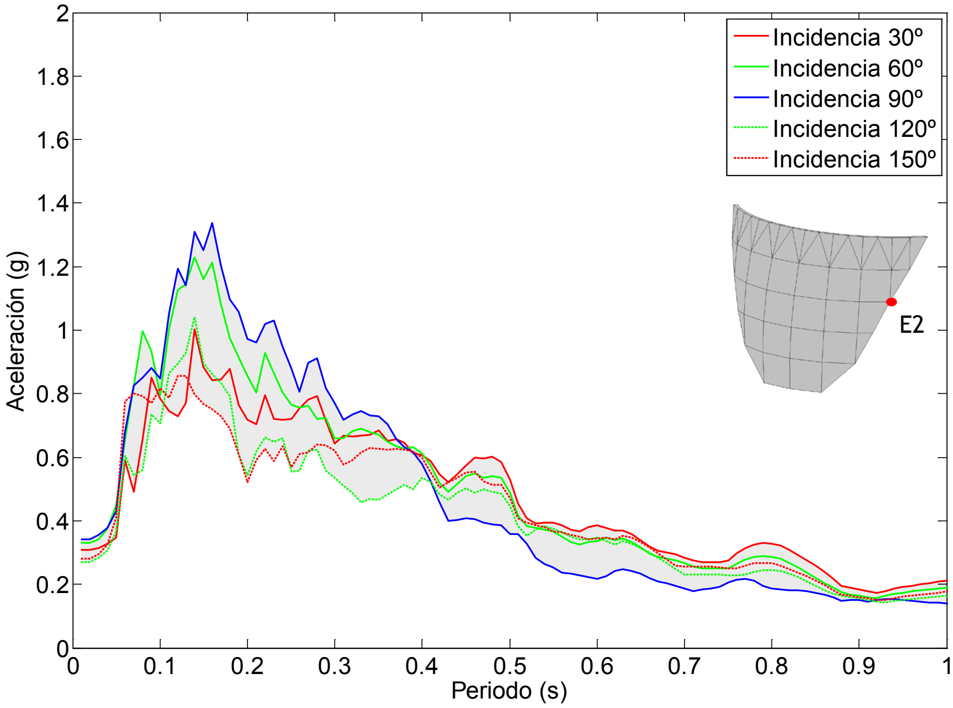


Figura 7.88. Nodo E2. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

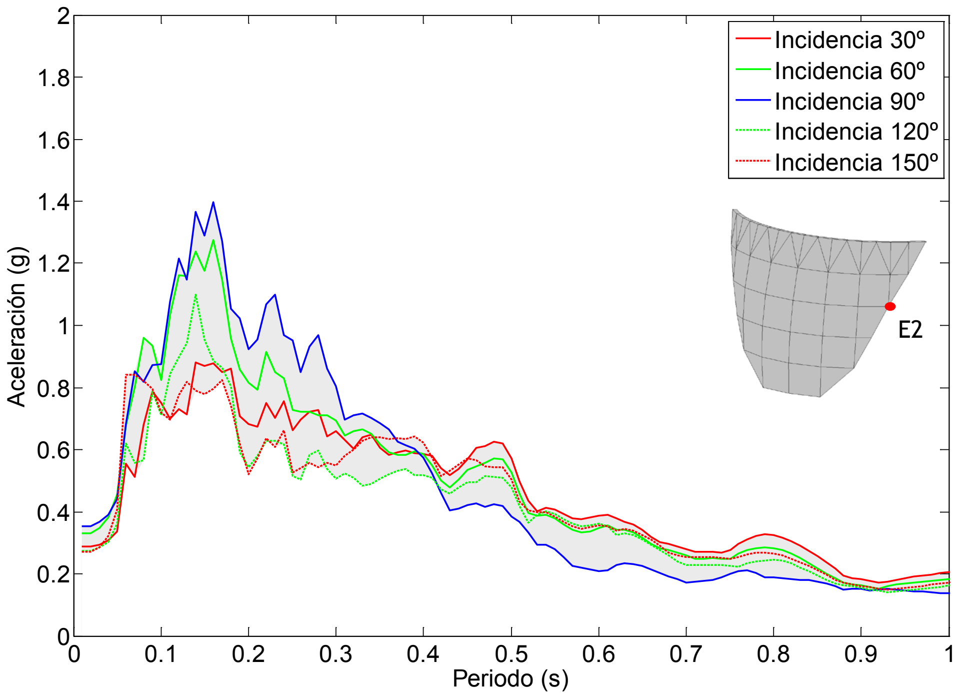


Figura 7.89. Nodo E2. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

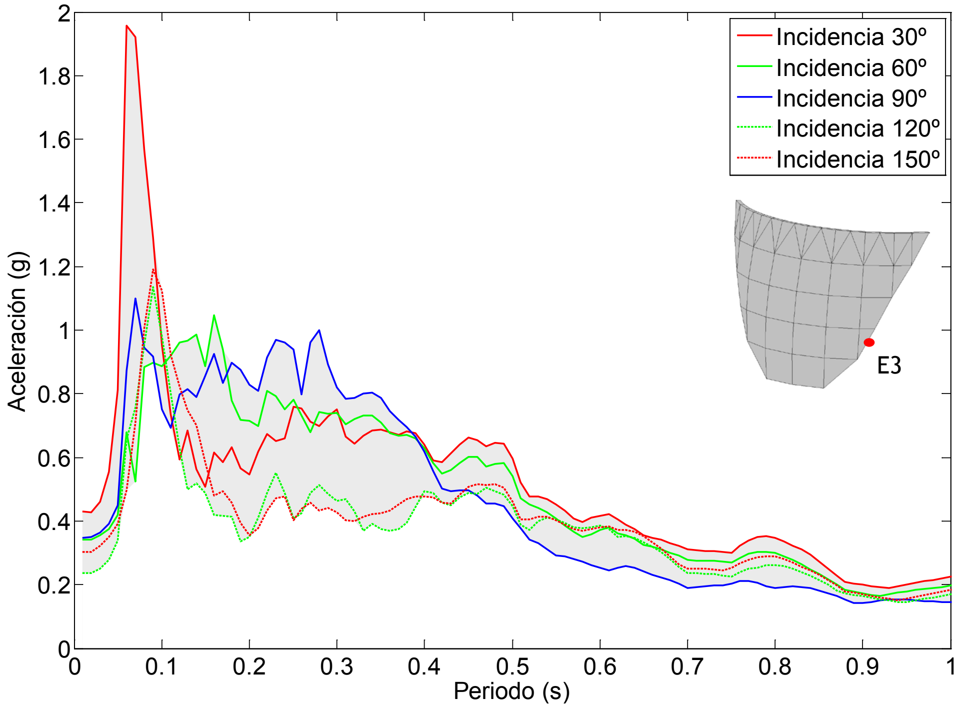


Figura 7.90. Nodo E3. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones de campo libre en dirección z.

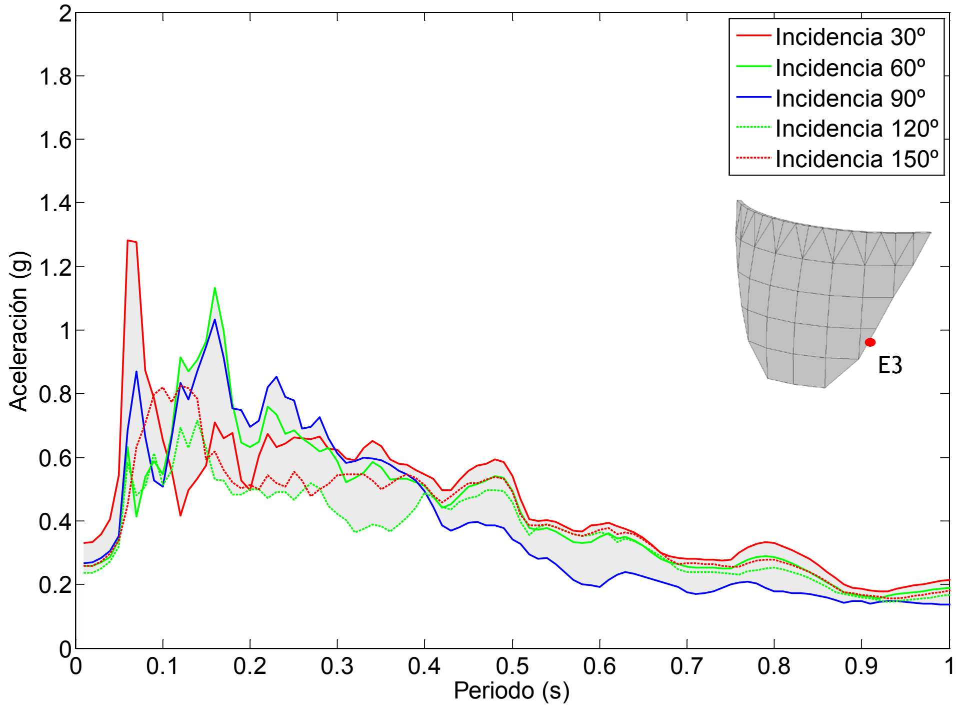


Figura 7.91. Nodo E3. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección z.

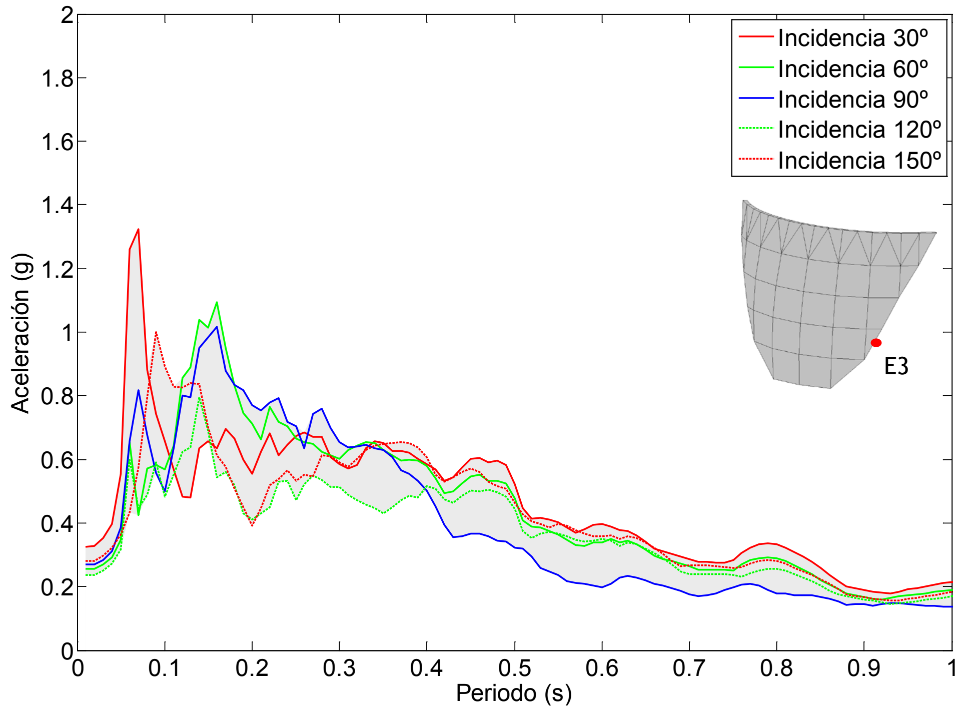


Figura 7.92. Nodo E3. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

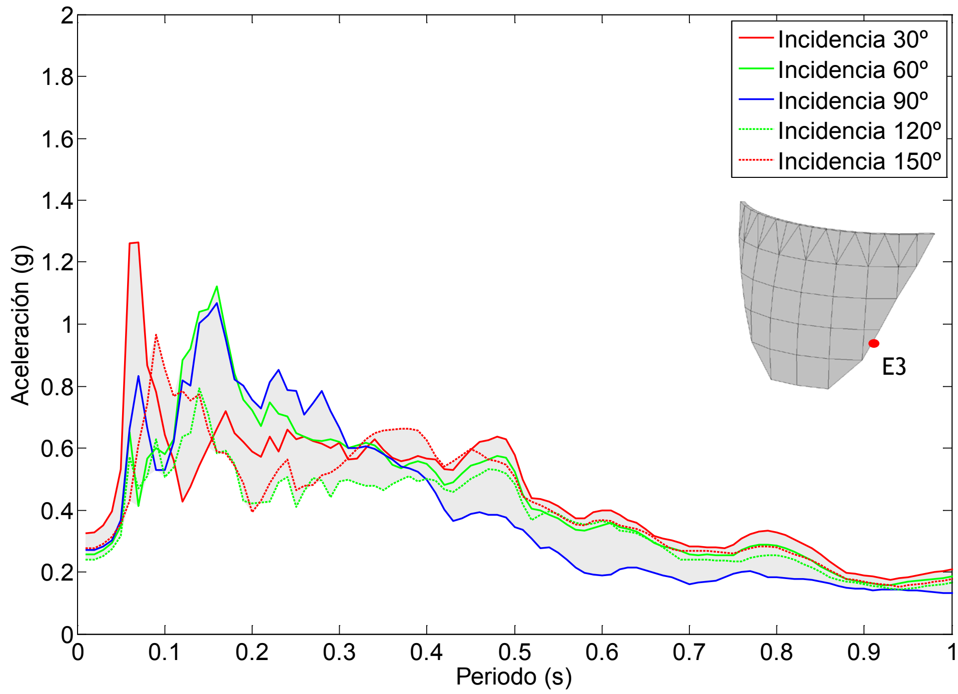


Figura 7.93. Nodo E3. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

7.4.2. Influencia del ángulo de incidencia en la coronación

Los resultados mostrados corresponden a dos puntos de la coronación que se han denominado C1 y C2 (la situación de ambos se muestra en la figura 7.1). En cada uno de estos puntos, para cada tipo de onda o combinaciones de ondas incidentes y cada dirección analizada, se muestran tres gráficos (con respecto al apartado anterior, en que se mostraban cuatro, se ha eliminado el gráfico correspondiente al problema de campo libre al carecer de sentido dado que estos puntos no se encuentran en el suelo). El primero muestra los espectros cuando el embalse está lleno de agua y no existen sedimentos de fondo; en el segundo el embalse también se encuentra lleno de agua pero existe una capa de sedimentos de espesor H/5; finalmente en el tercero el lecho ocupa 2H/5 de la altura de la presa estando igualmente el embalse lleno. Al igual que en apartado dedicado al estribo, en cada gráfico existen cinco curvas, una para cada una de las cinco direcciones de incidencia analizadas (30º, 60º, 90º, 120º y 150º). De nuevo se comienza presentado los resultados correspondientes a la incidencia de una única onda SH para después abordar la incidencia de combinaciones de onda P y SV primero y P, SH y SH después.

Dos hechos son patentes a la hora de contrastar el conjunto de curvas de los puntos de la coronación y las presentadas en el apartado anterior correspondiente a los puntos del estribo. El primero tiene que ver con la magnitud de los espectros. En todos los casos los valores de la respuesta son del orden de diez veces mayores en la coronación que en el estribo. Esto resulta obvio si tenemos en cuenta la ubicación relativa de los puntos. Los situados en la coronación de la presa, más el C2 que el C1 al estar más alejado del estribo, se encuentran en una zona donde la flexibilidad que introduce la bóveda amplifica todos los resultados. El segundo hecho destacable es la gran sensibilidad se la respuesta, no sólo frente al ángulo de incidencia como ocurría en los puntos del estribo, sino también frente a la condición del embalse en relación con la presencia de la capa de sedimentos y su espesor. El efecto que introduce la flexibilidad de la bóveda es con seguridad la causa de que las respuestas difieran más entre sí, al amplificar las pequeñas diferencias que ya aparecían en las curvas del estribo.

Las figuras 7.94-7.96 y 7.97-7.99 corresponden a los espectros de aceleración en dirección anteroposterior (“x”) para los puntos C1 y C2, respectivamente, cuando incide una onda SH para las tres situaciones ya comentadas: embalse lleno, embalse lleno con una capa de sedimentos de espesor H/5 y embalse lleno con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Se aprecia con claridad, con independencia del ángulo de incidencia y de la condición del embalse, cómo la respuesta presenta valores mayores en el punto C2 que en el punto C1 por el efecto de la flexibilidad ya comentado. Destaca cómo para el punto C1 (figuras 7.94-7.96) existen dos picos claramente diferenciados, uno en torno al periodo 0.22s y otro de mayor magnitud próximo a 0.38s. En las correspondientes al punto C2 (figuras 7.97-7.99) se mantiene el valor del espectro en una magnitud alta en el rango de periodos comprendido entre 0.25s y 0.38s apareciendo por tanto una pequeña meseta en este intervalo. En ambos punto la presencia de sedimentos introduce un considerable amortiguamiento proporcional al espesor de la capa. En el caso del punto C1 (figuras 7.94-7.96) el amortiguamiento es más patente en la zona del pico que aparece en torno al periodo 0.38s. La reducción en este punto está próxima a un 30%. Tanto en el punto C1 como en el C2 el ángulo de incidencia tiene una influencia importante en la respuesta. En ambos, salvo para el punto C1 en el intervalo comprendido entre 0.15 y 0.25s, la incidencia de 30º resulta ser la que mayor respuesta provoca. En el intervalo y punto indicados es la incidencia de 90º la que se corresponde con la situación más desfavorable. Fuera de este intervalo se sitúa como la más favorable en el caso del punto C1 (figuras 7.94-7.96) o en una situación intermedia en el caso del punto C2 (figuras 7.97-7.99).

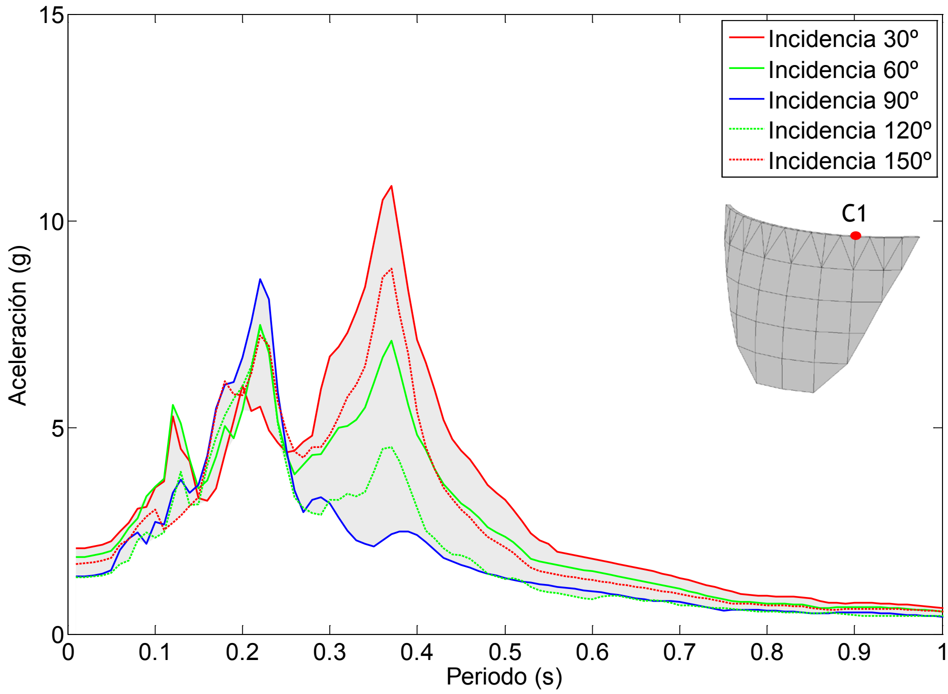


Figura 7.94. Nodo C1. Onda SH. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección x.

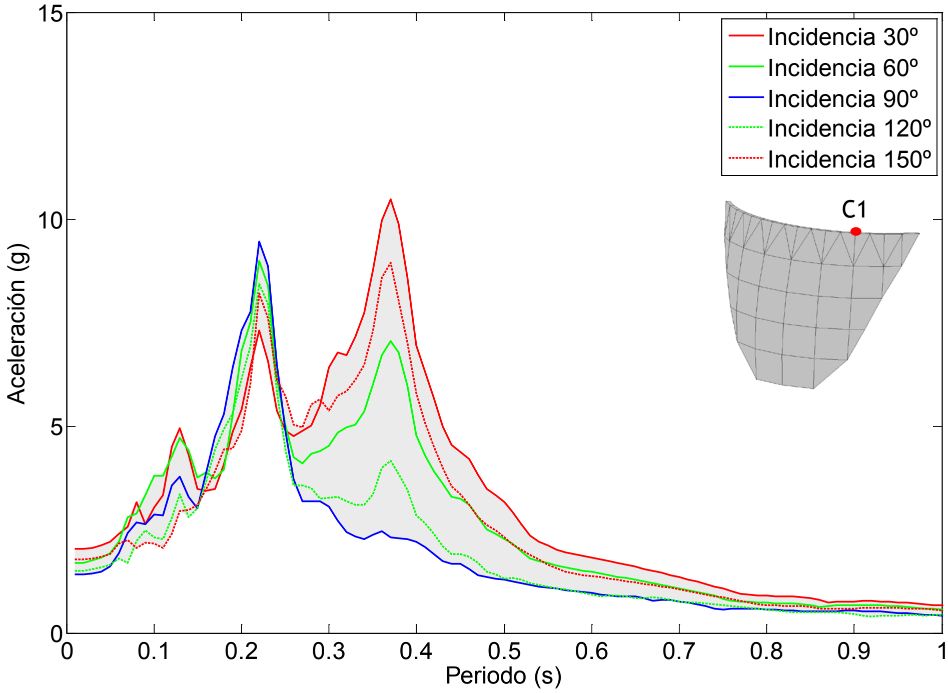


Figura 7.95. Nodo C1. Onda SH. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

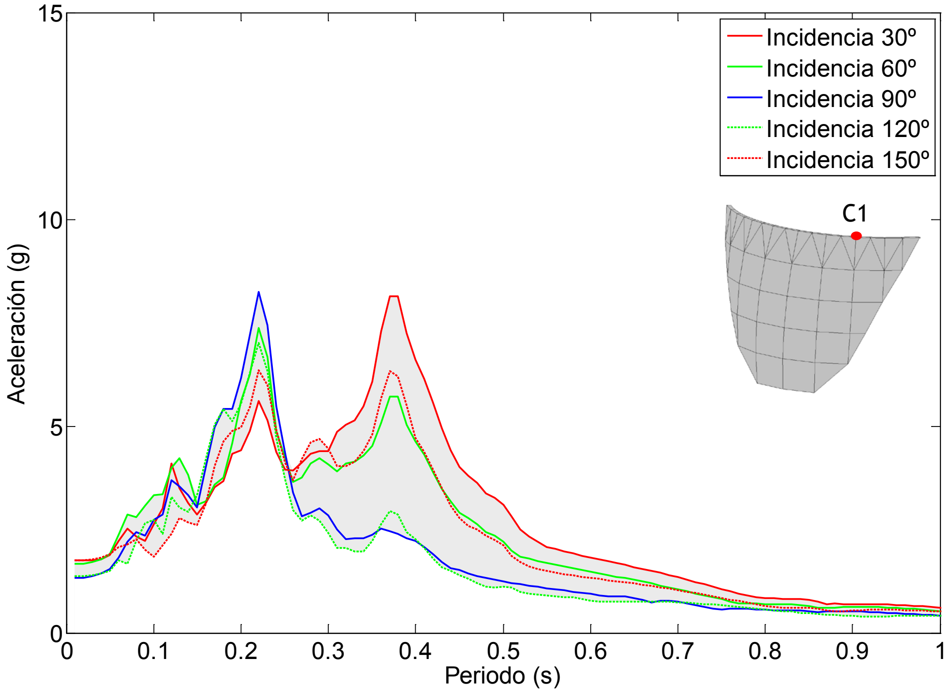


Figura 7.96. Nodo C1. Onda SH. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

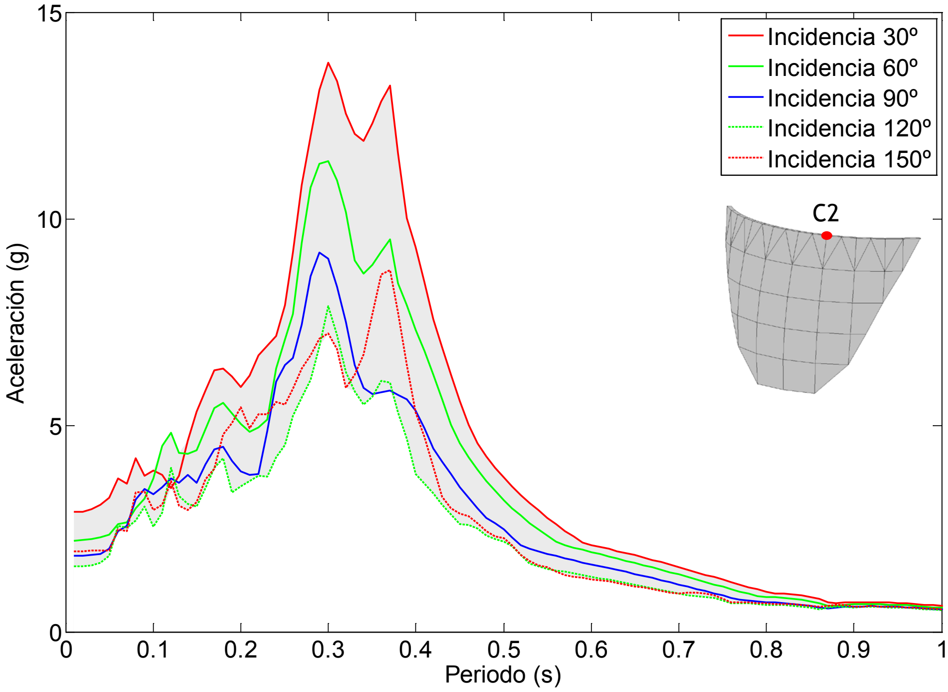


Figura 7.97. Nodo C2. Onda SH. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección x.

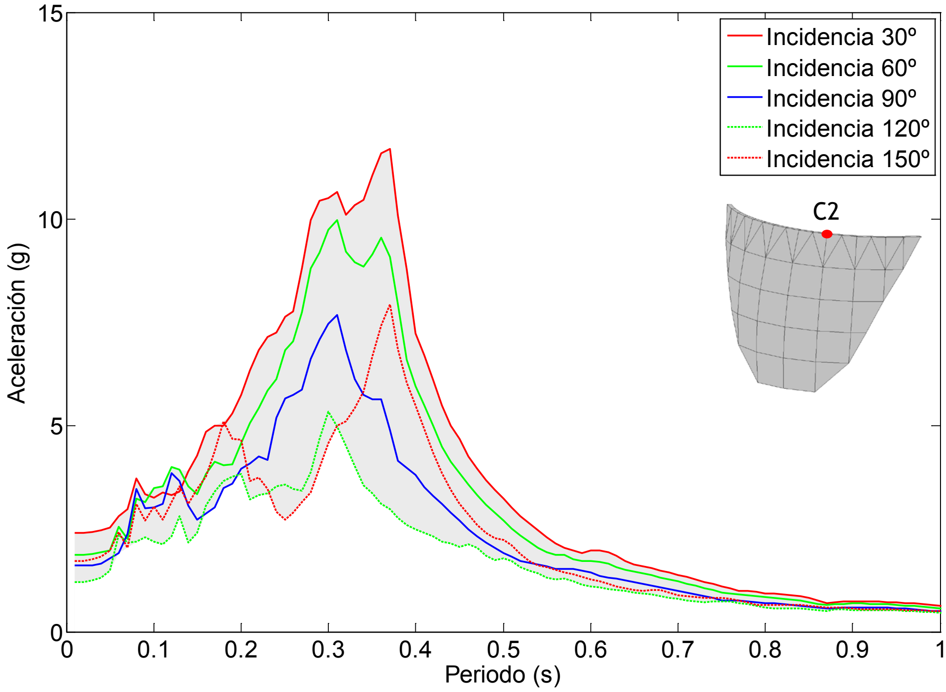


Figura 7.98. Nodo C2. Onda SH. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

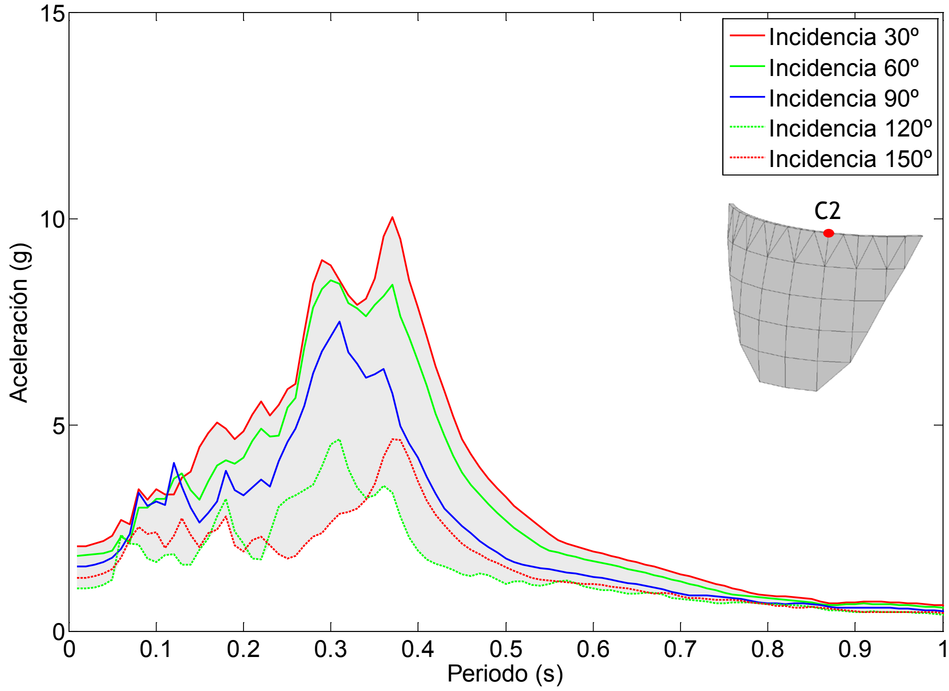


Figura 7.99. Nodo C2. Onda SH. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

Los resultados en los dos puntos analizados correspondientes a la incidencia de una combinación de ondas P y SV son los mostrados a continuación. Las figuras 7.100-7.105 resumen los espectros de aceleraciones en dirección “y”; los resultados en dirección “z” se agrupan en las figuras 7.106-7.111. En el conjunto de curvas se observa cómo la sensibilidad de la respuesta frente a la variación del ángulo de incidencia es menor. En contra de lo que cabría esperar, en dirección “y”, los espectros en el punto C1 (figuras 7.100-7.102) alcanzan mayor magnitud que en el punto C2 (figuras 7.103-7.105). No hay una tendencia clara en relación a la influencia del ángulo de incidencia. En el caso del punto C1 en dirección “y” (figuras 7.100-7.102), las incidencias más rasantes, bien por un lado (30º) bien por el otro (150º), se presentan como las situaciones más desfavorables; la primera lo es para periodos mayores a (aproximadamente) 0.2s, siendo para periodos superiores la de 150º la que mayor espectro presenta. El punto C2 experimenta menor variación con el ángulo de incidencia si bien la curva correspondiente a 150º parece limitar superiormente el conjunto de espectros.

En lo que respecta a la influencia del ángulo de incidencia en la respuesta de los puntos C1 y C2 en dirección “z” parece existir una tendencia distinta antes y después del periodo 0.3s. Para periodos menores la incidencia vertical parece corresponder a la situación más desfavorable constituyendo la incidencia de 30º la situación más favorable. A partir de este periodo se invierten los papeles pasando a ser el mayor y el menor espectro los correspondientes a 30º y 90º respectivamente.

Nada se ha dicho aún de la influencia de la condición del embalse. La sensibilidad de la respuesta frente a este factor no es tan apreciable como en el caso de las aceleraciones en dirección "x" generadas por una onda SH, anteriormente comentadas. En el caso de los espectros de aceleraciones en dirección "y" (figuras 7.100-7-105), la presencia de sedimentos, ya sea en espesores de H/5 como de 2H/5, atenúa los espectros con respecto a la situación sin sedimentos hasta periodos del orden de 0.2s. Sin embargo, en este caso, para ambos puntos y direcciones, el incremento de la capa de sedimentos no supone un amortiguamiento mayor de la respuesta; más aún, determinadas zonas de los espectros, en torno al periodo 0.35s, se ven potenciadas con el incremento del espesor de la capa. Una posible explicación para este fenómeno podría ser el aumento de la masa del sistema que supone multiplicar por dos el espesor de la capa de sedimentos.

En el caso de los espectros de repuesta en dirección "z", la presencia de sedimentos se deja notar (en relación con la situación del embalse lleno sin sedimentos) especialmente en el rango de periodos en torno a 0.35s. De nuevo debe notarse, sin embargo, que el efecto amortiguador en el espectro que introducen los sedimentos en este rango de periodos no se incrementa con el aumento del espesor.

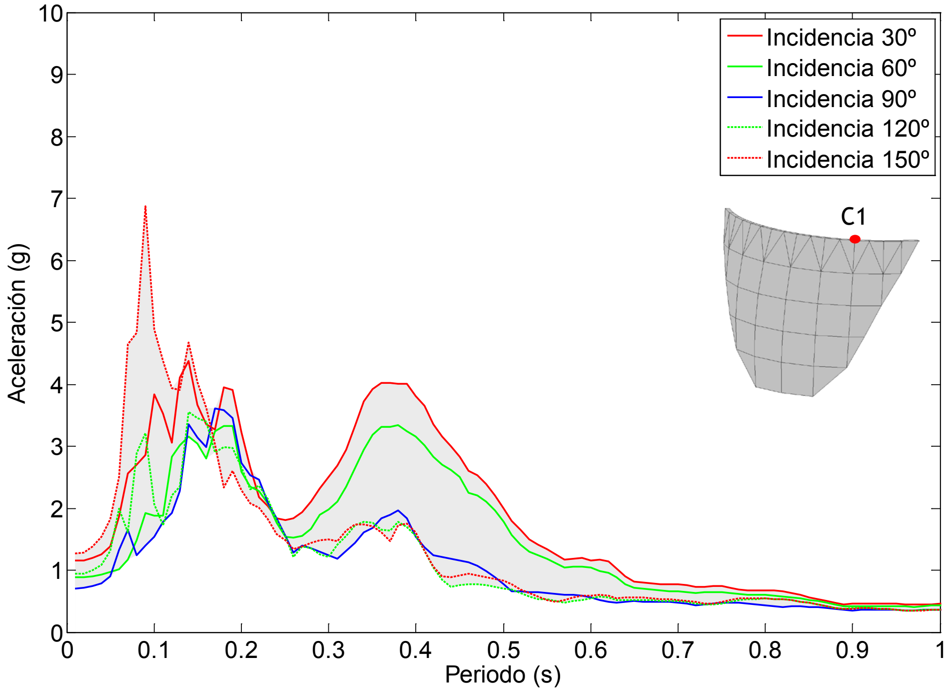


Figura 7.100. Nodo C1. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección y.

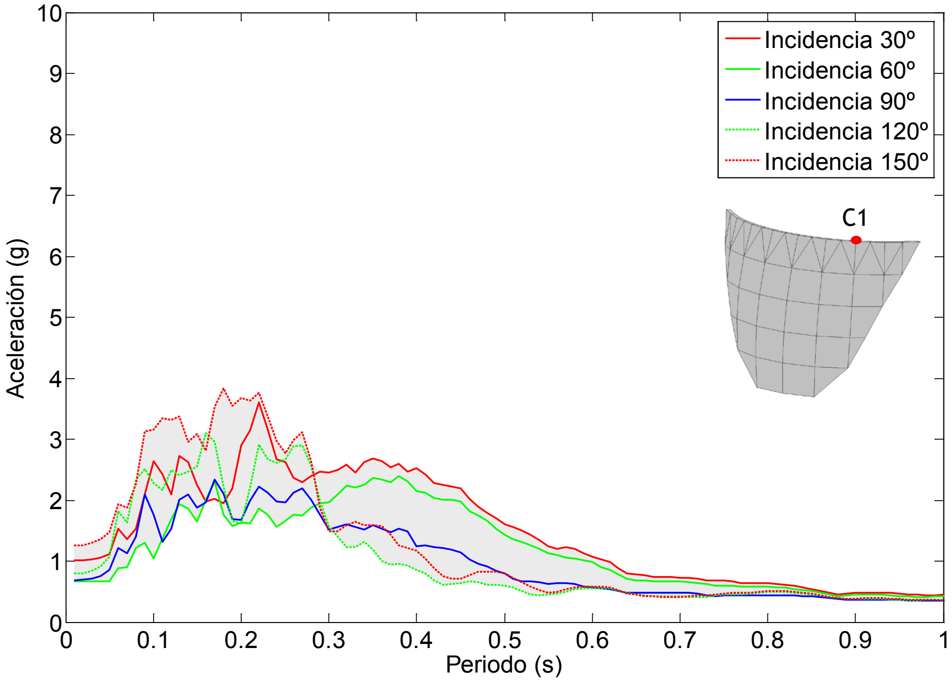


Figura 7.101. Nodo C1. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

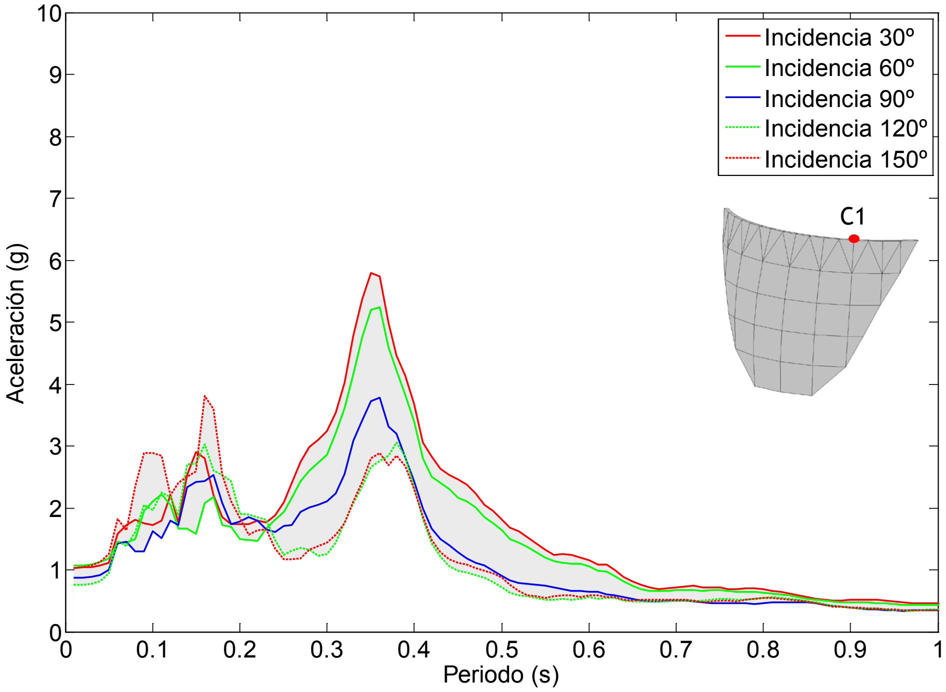


Figura 7.102. Nodo C1. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

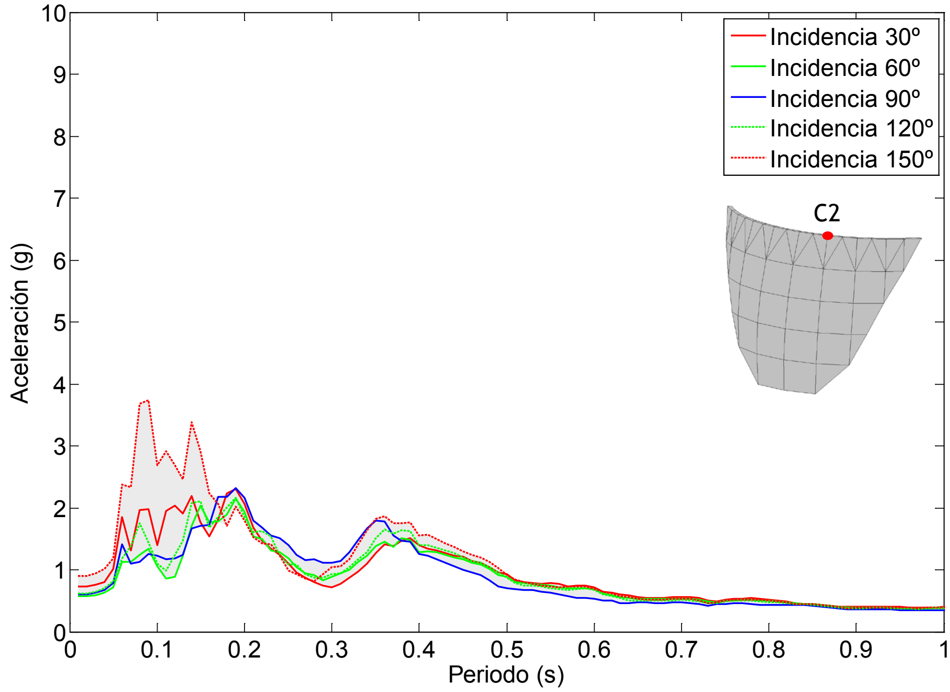


Figura 7.103. Nodo C2. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección y.

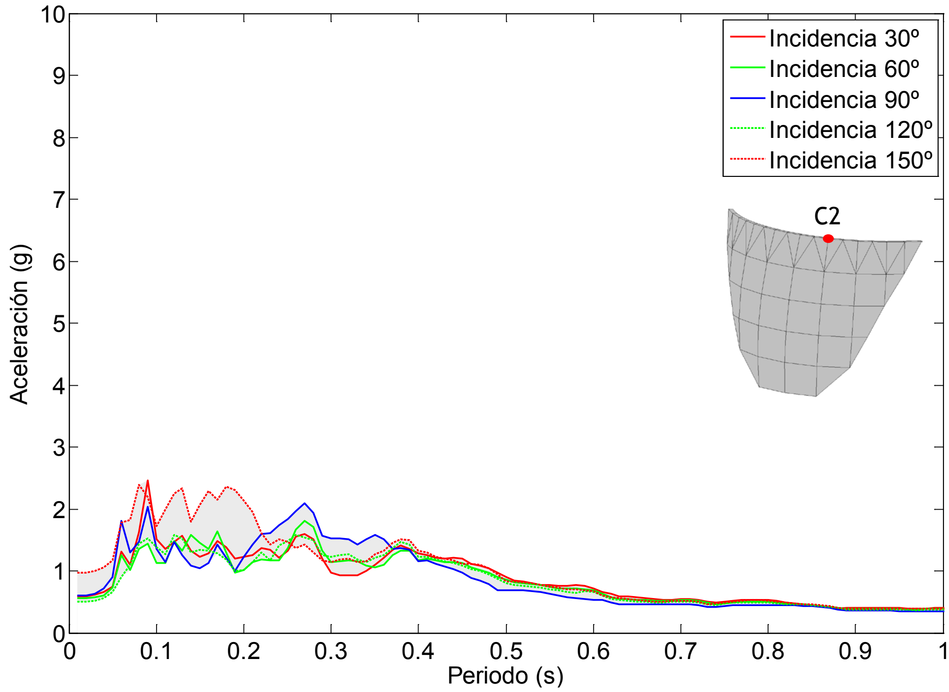


Figura 7.104. Nodo C2. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

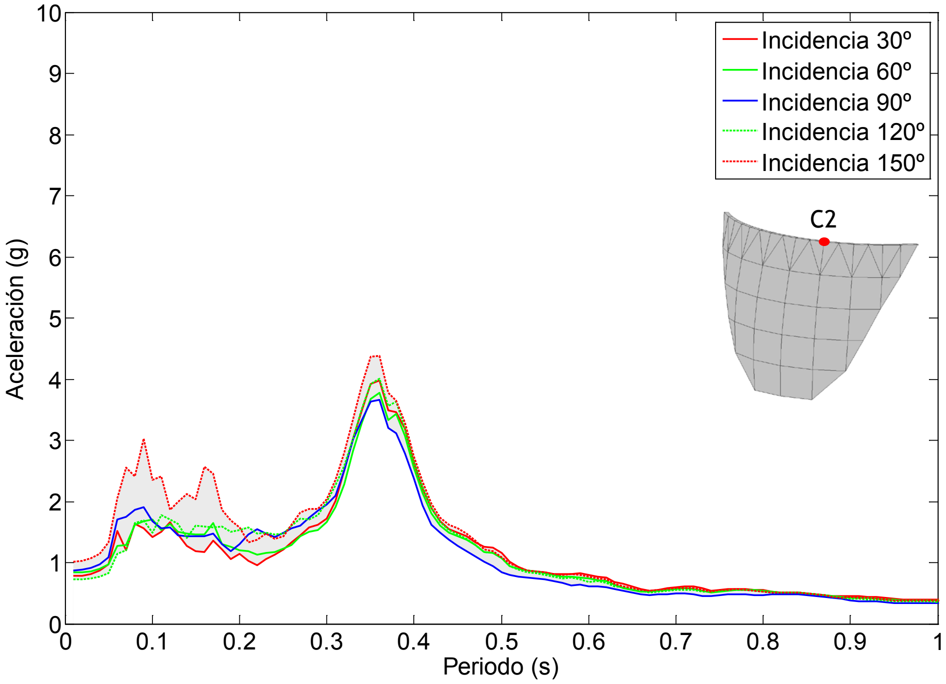


Figura 7.105. Nodo C2. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

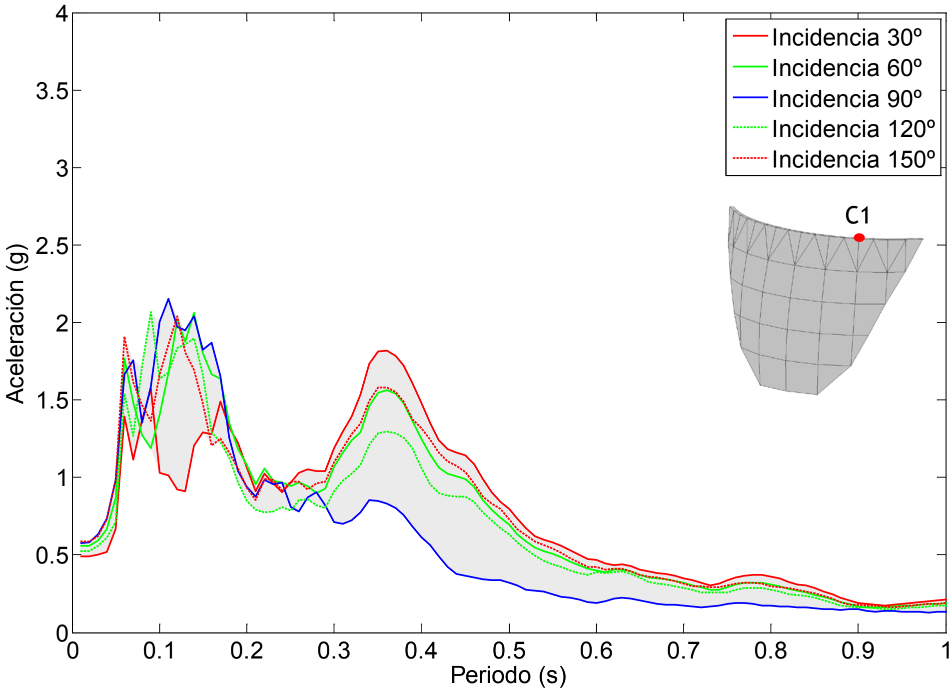


Figura 7.106. Nodo C1. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección z.

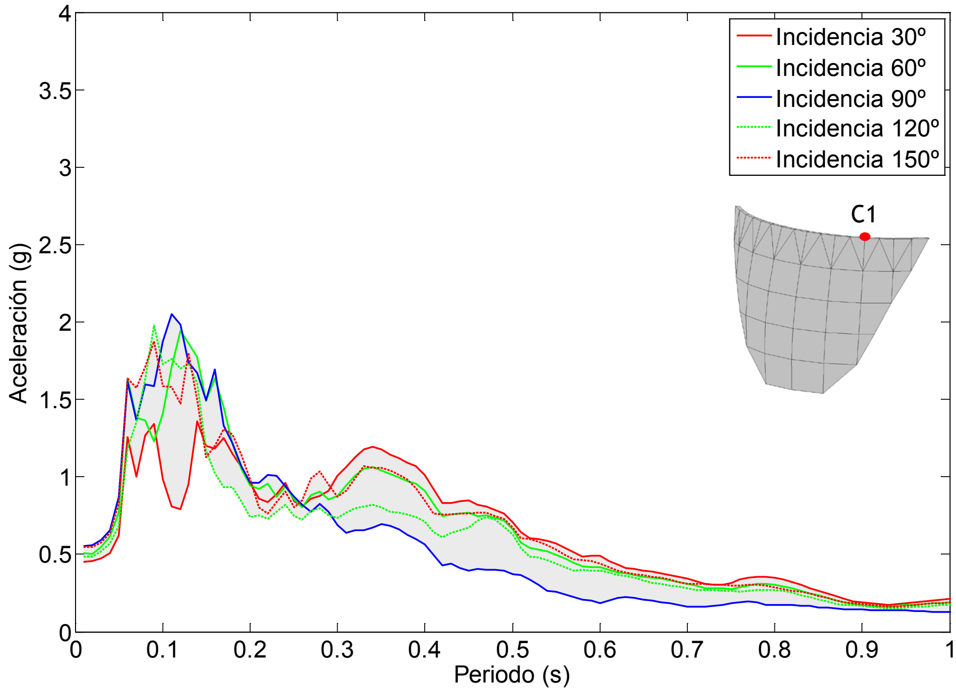


Figura 7.107. Nodo C1. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

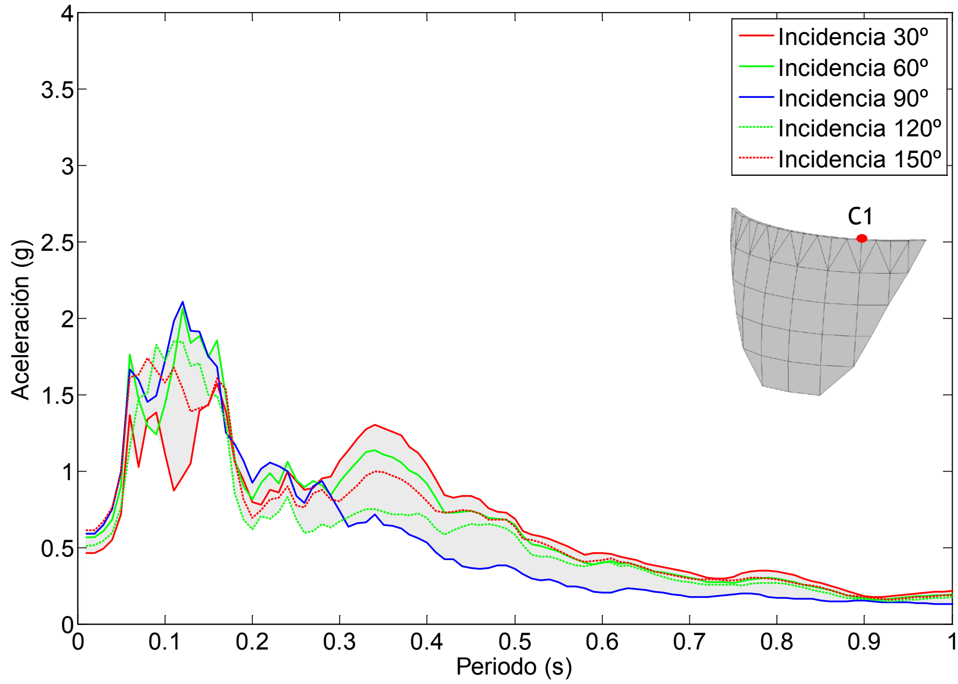


Figura 7.108. Nodo C1. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

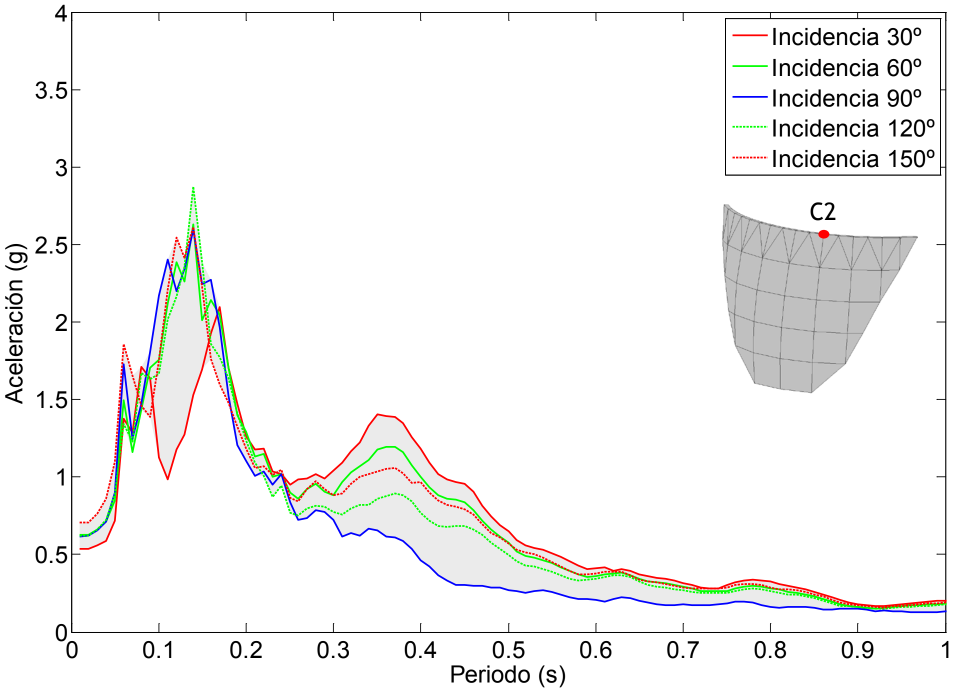


Figura 7.109. Nodo C2. Onda P+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección z.

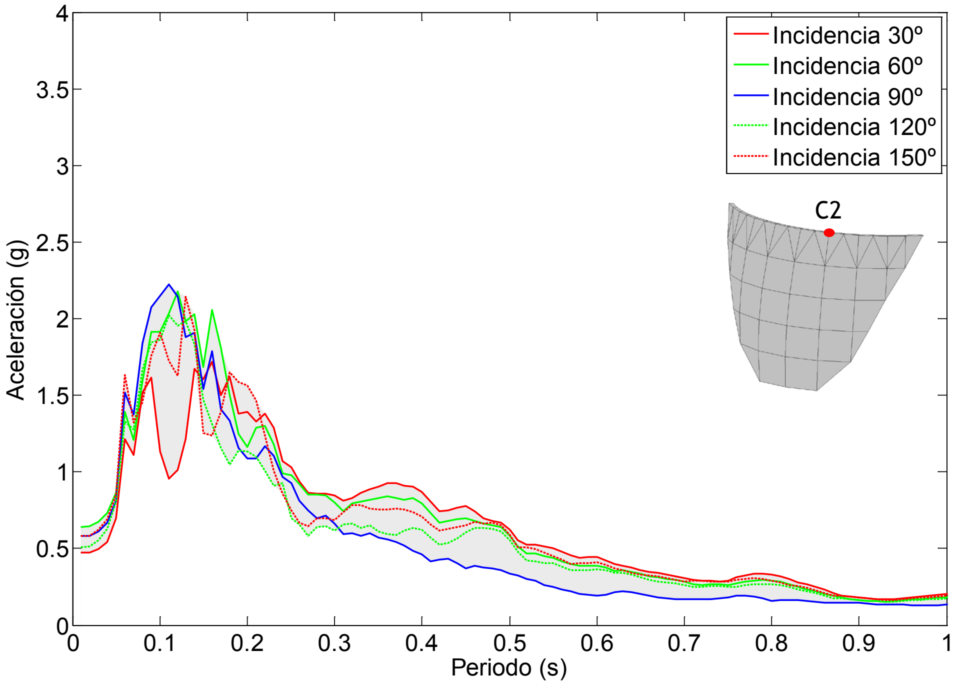


Figura 7.110. Nodo C2. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

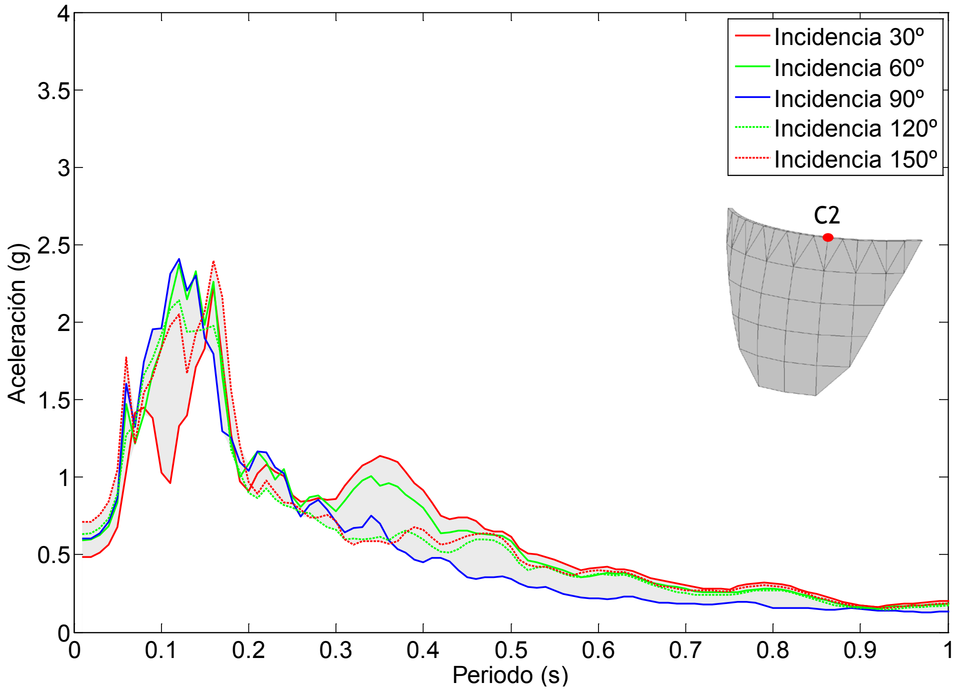


Figura 7.111. Nodo C2. Onda P+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

En la tabla 7-2 se indica cómo se han organizado los resultados correspondientes a la combinación de ondas P, SV y SH, en la coronación. Se presentan espectros en dirección "x", "y" y "z" para las tres situaciones del embalse.

	Punto C1	Punto C2
Espectros en dirección x	Figuras 7.112-7.114	Figuras 7.115-7.117
Espectros en dirección y	Figuras 7.118-7.120	Figuras 7.121-7.123
Espectros en dirección z	Figuras 7.124-7.126	Figuras 7.127-7.129

Tabla 7-3. Organización de los resultados mostrados en los puntos C1 y C2 para la incidencia de las combinaciones de ondas P, SV y SH.

En dirección anteroposterior ("x") para ambos puntos (figuras 7.112-7.117) se concluye que las incidencias de 30º y 150º constituyen la situación pésima con independencia de la presencia y espesor de los sedimentos. Salvo para periodos muy concretos y siempre por debajo de 0.30s, para todas las situaciones del embalse, la incidencia vertical se confirma como la situación más favorable. La presencia de sedimentos introduce el habitual efecto amortiguador. No obstante para espesores de 2H/5 el amortiguamiento introducido por la capa de sedimentos es menor que el introducido con la capa de espesor H/5 si bien se mantiene una reducción en la magnitud de los espectros con respecto a la situación sin sedimentos. Además de atenuar la magnitud de los espectros, la capa de sedimentos provoca que la respuesta se haga más insensible al ángulo de incidencia, especialmente para espesores de 2H/5 (figuras 7.114 y 7.117).

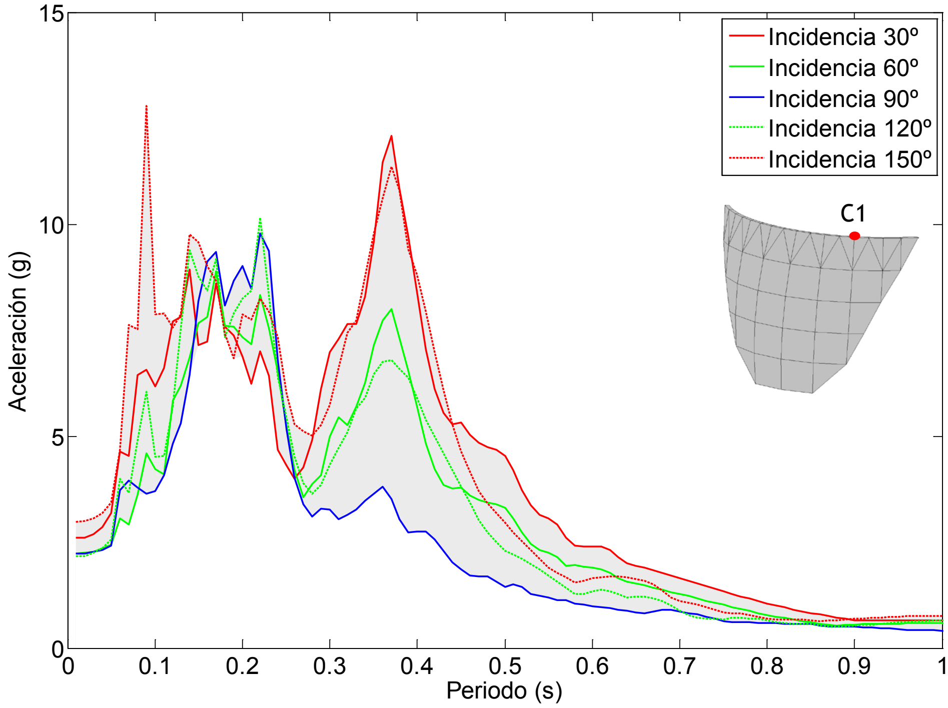


Figura 7.112. Nodo C1. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección x.

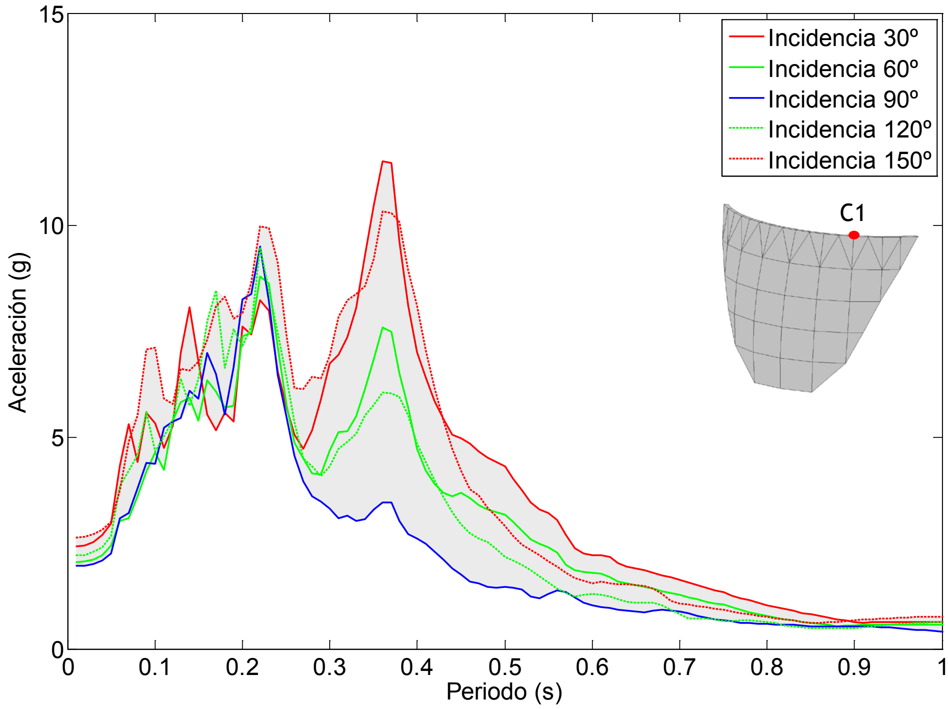


Figura 7.113. Nodo C1. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

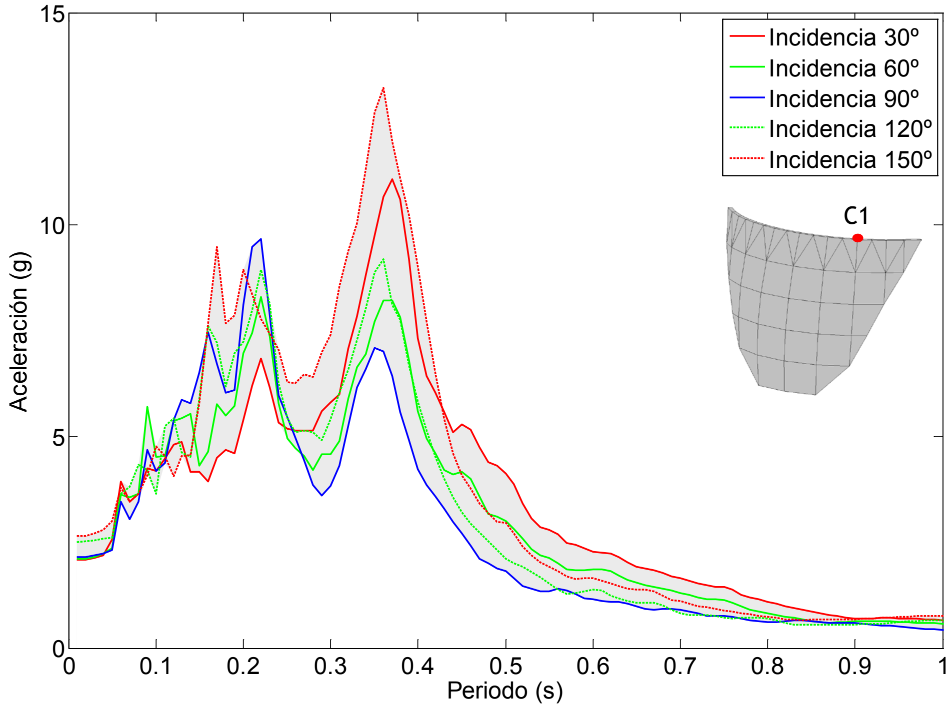


Figura 7.114. Nodo C1. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

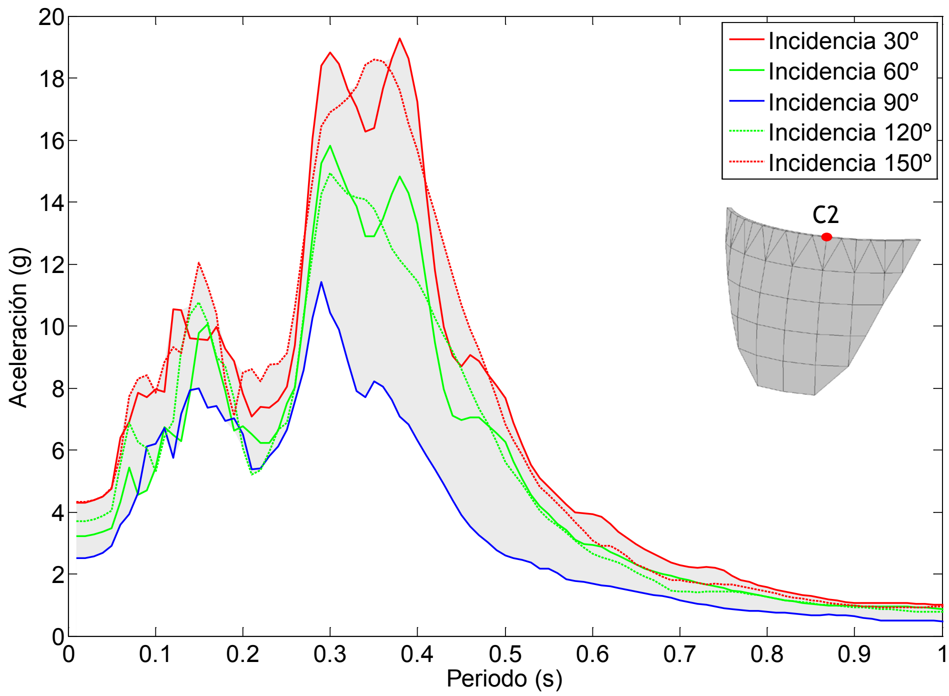


Figura 7.115. Nodo C2. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección x.

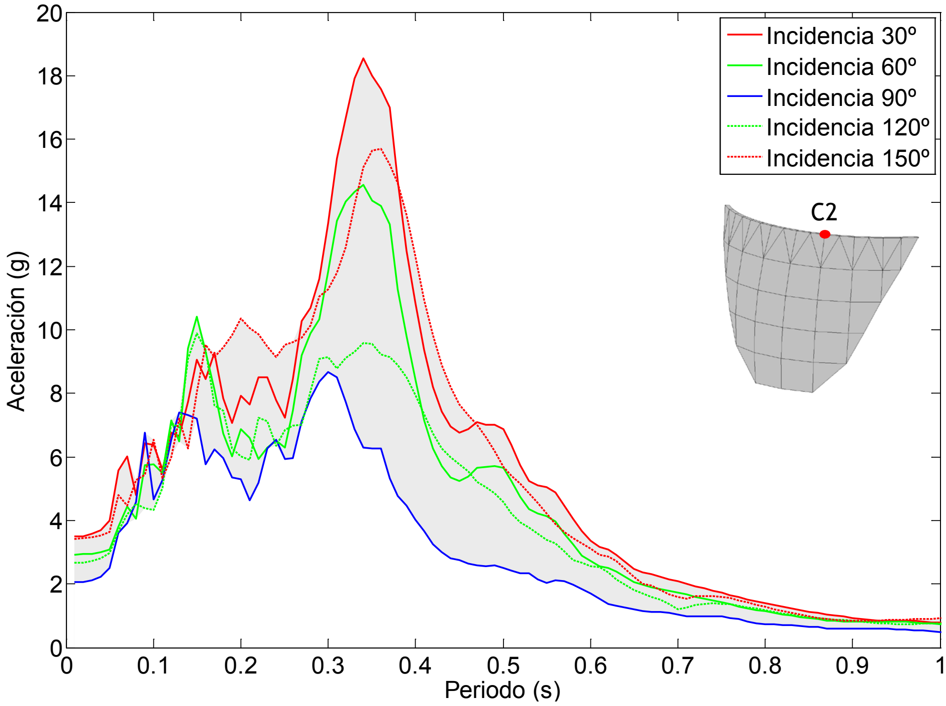


Figura 7.116. Nodo C2. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

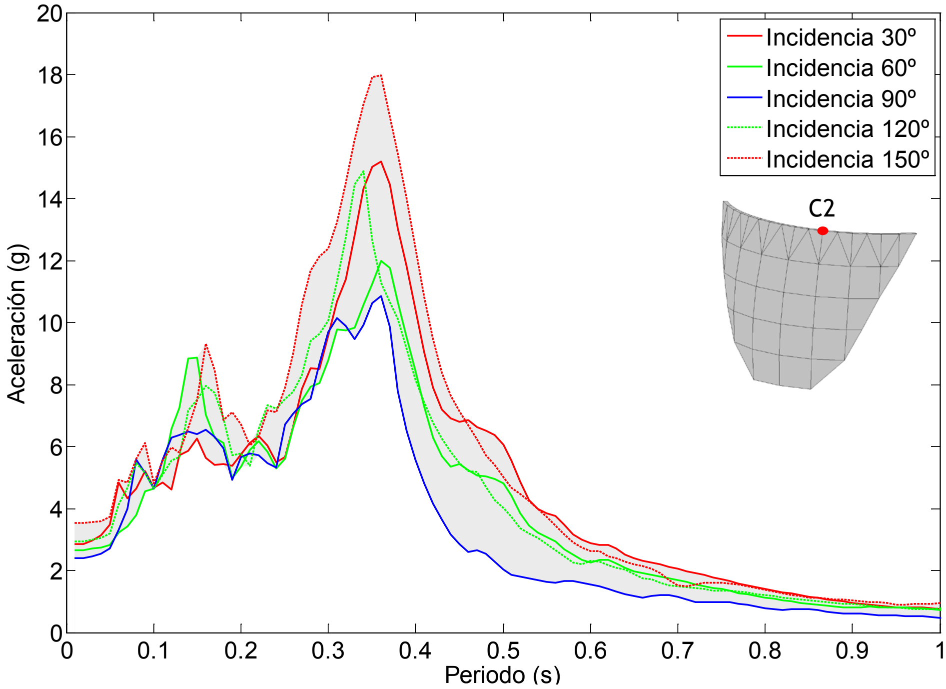


Figura 7.117. Nodo C2. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección x.

En los espectros en dirección “y” (figuras 7.118-7.123), en ambos puntos y para cualquier situación del embalse, se mantiene una considerable la sensibilidad de la respuesta frente al ángulo de incidencia, especialmente para periodos superiores a

0.25s. Salvo para el punto C1 y en un intervalo muy estrecho de periodos comprendido entre 0.15s y 0.25s (figuras 7.118 y 7.120) en donde la incidencia vertical rompe la tendencia, las incidencias que llegan más rasantes (30º y 150º) son las que mayor magnitud provocan en todo el rango de periodos. Con la excepción indicada, la incidencia vertical se confirma como la situación que menor respuesta provoca, estando las incidencias intermedias (60º y 120º) en un punto medio entre los casos extremos.

De forma análoga a lo que ocurría con los resultados obtenidos en el estribo en esta dirección, el efecto amortiguador de los sedimentos o se manifiesta de forma muy débil para capas de espesor H/5 (figuras 7.119 para C1 y 7.122 para C2) o introduce un efecto amplificador cuando la capa es de 2H/5 de espesor; esta amplificación es más acusada en el intervalo comprendido entre 0.25s y 0.45s (figuras 7.120 para C1 y 7.123 para C2).

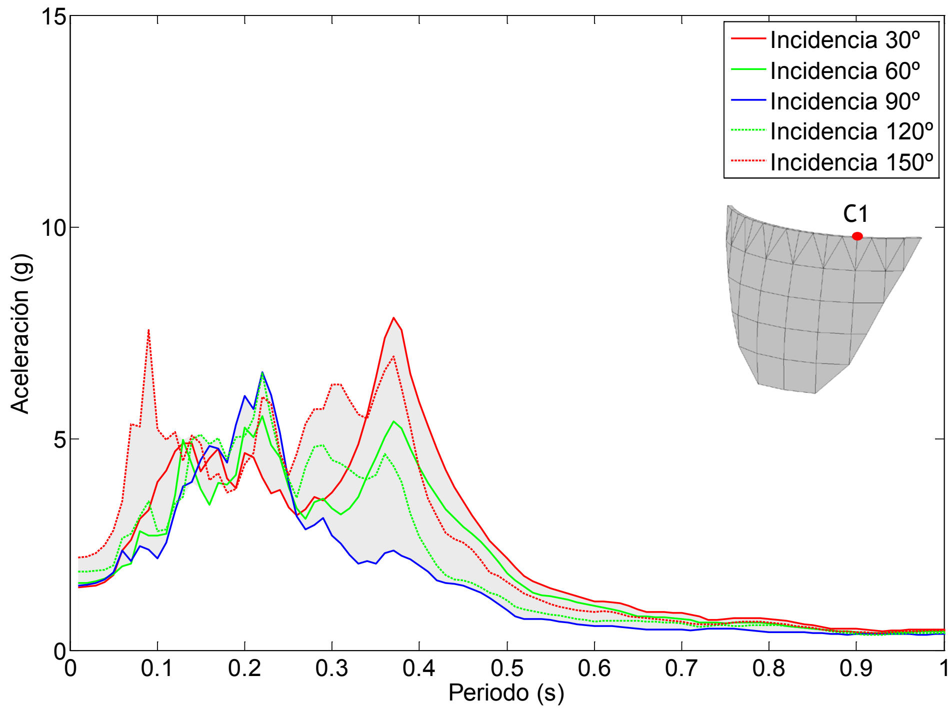


Figura 7.118. Nodo C1. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos.
Espectro de aceleraciones en dirección y.

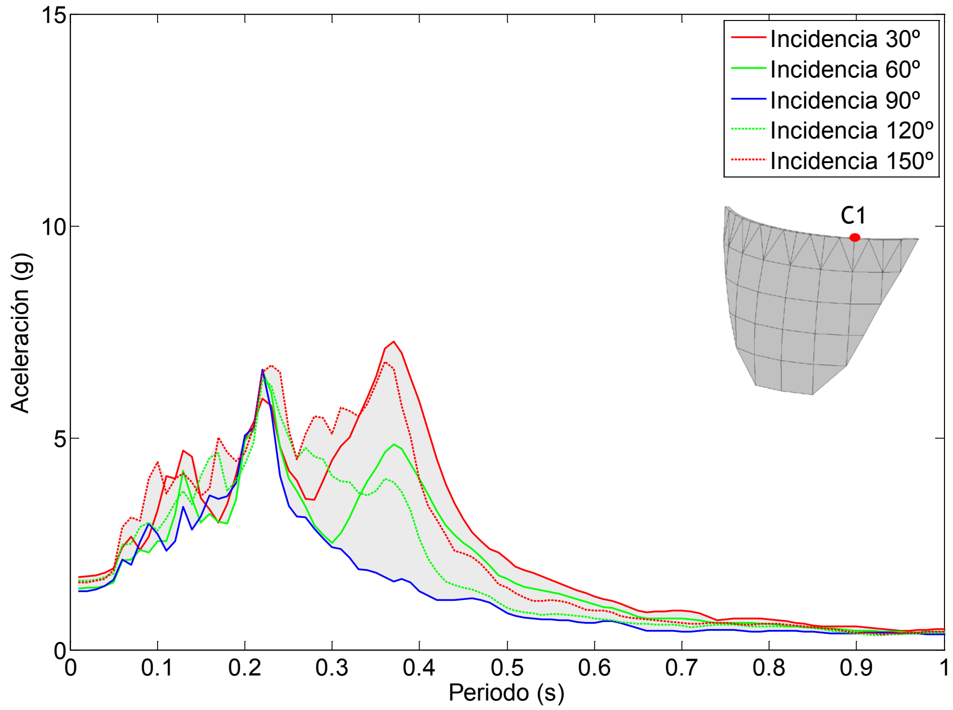


Figura 7.119. Nodo C1. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

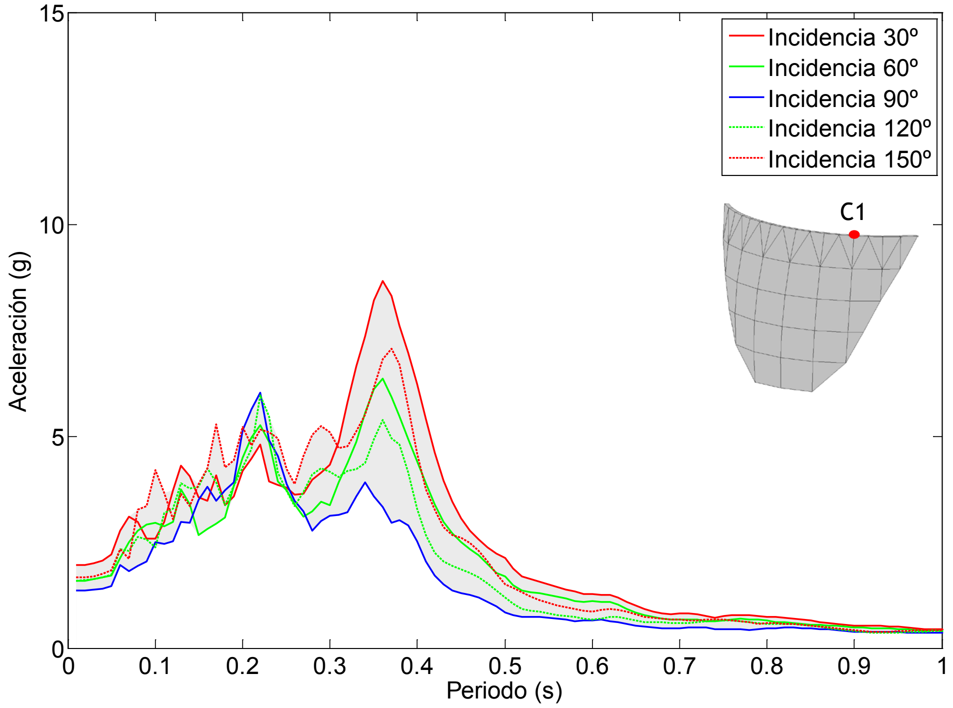


Figura 7.120. Nodo C1. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

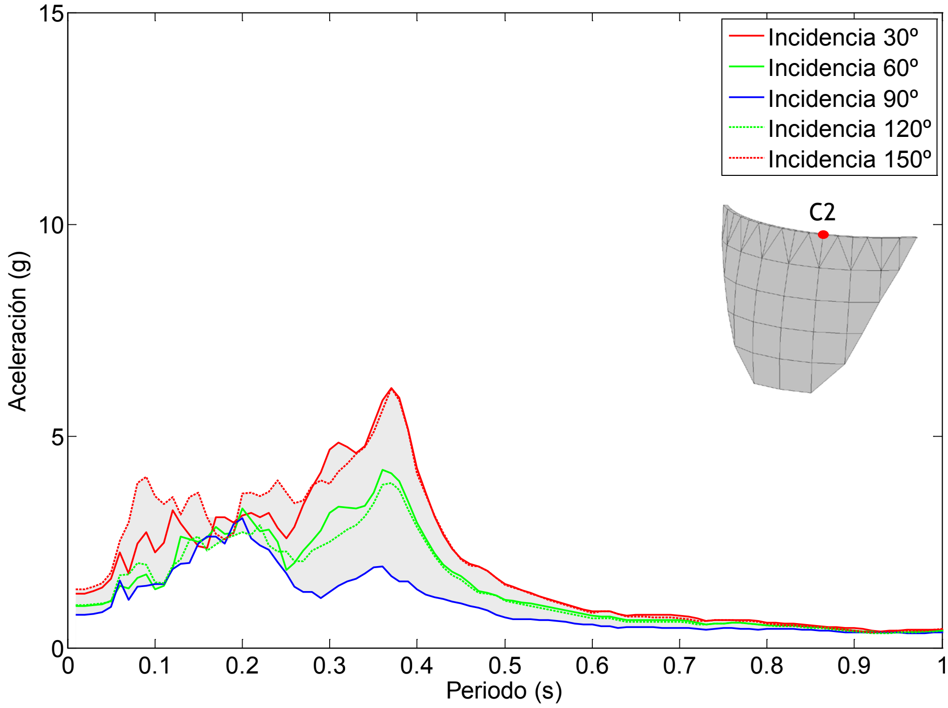


Figura 7.121. Nodo C2. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección y.

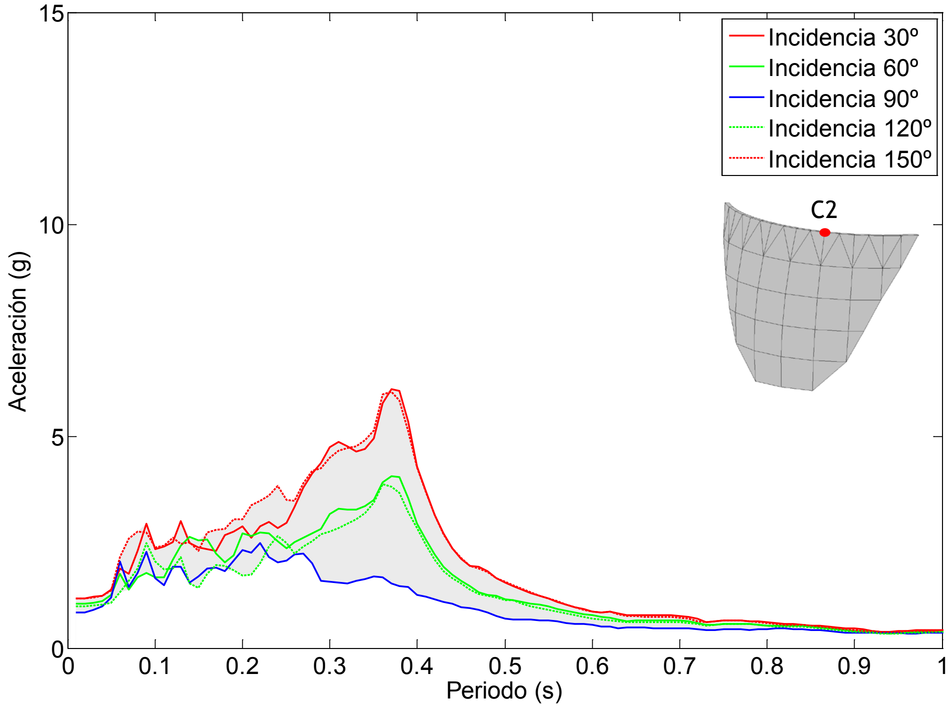


Figura 7.122. Nodo C2. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

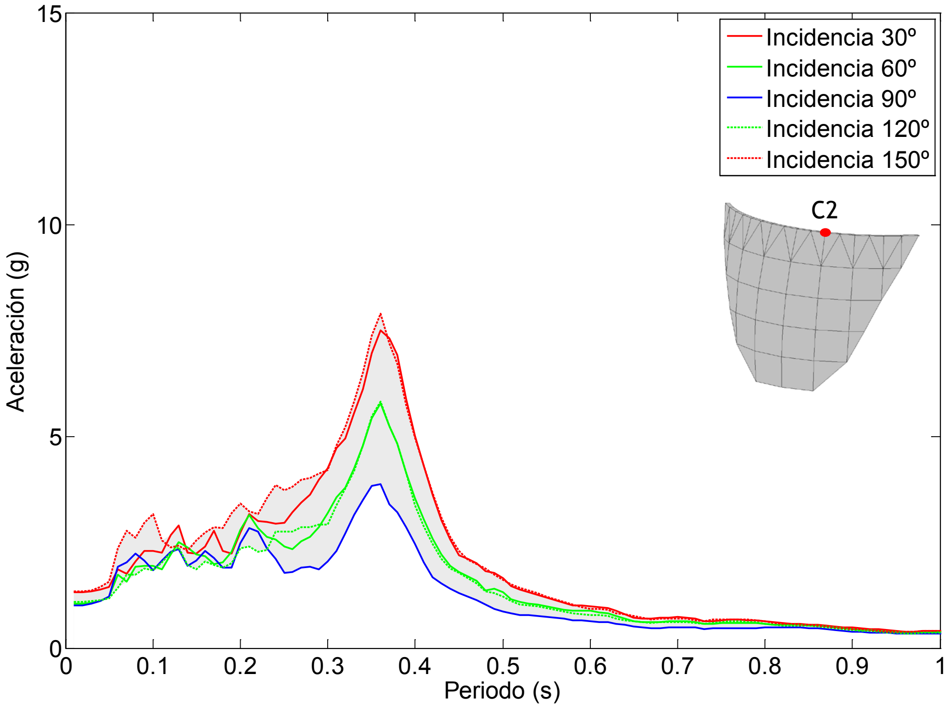


Figura 7.123. Nodo C2. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección y.

Las figuras 7.124-7.129 correspondientes a la dirección “z” arrojan las mismas conclusiones ya expresadas cuando se analizaron los gráficos correspondientes a los espectros en esta dirección cuando la excitación consistía en combinaciones de ondas P y SV. En torno al periodo 0.3s aparece un punto de inflexión en relación con el ángulo de incidencia: para periodos menores la incidencia vertical, con alguna incursión de otras incidencias, parece corresponder a la situación más desfavorable, siendo la incidencia de 30º la situación más favorable. A partir de este periodo ocurre la situación inversa pasando a ser el mayor y el menor espectro los correspondientes a 30º y 90º respectivamente. En cualquier caso, la sensibilidad de la respuesta frente al ángulo de incidencia resulta menor que en las direcciones “x” e “y”.

La capa de sedimentos atenúa los espectros con respecto a la situación sin sedimentos especialmente para periodos superiores a 0.35s. Sin embargo el incremento del espesor apenas hace aumentar el efecto amortiguador. Como ya ocurría con la combinación de ondas P y SV, en torno al periodo 0.35s aparece un ligera amplificación en la situación con sedimentos de espesor 2H/5 en relación al espesor H/5 (figuras 7.126 y figuras 7.129).

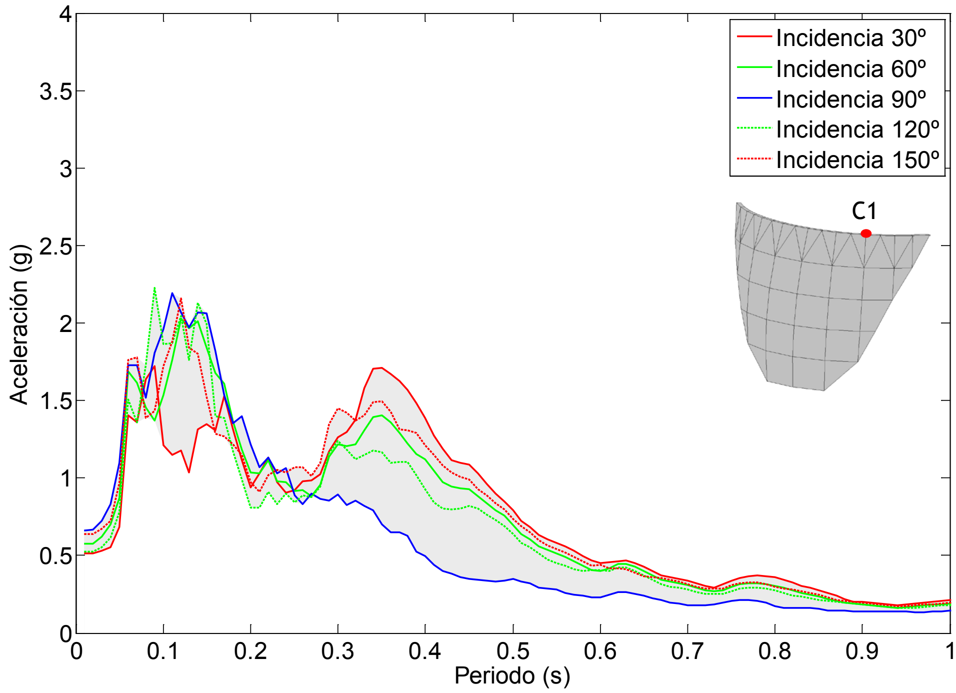


Figura 7.124. Nodo C1. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección z.

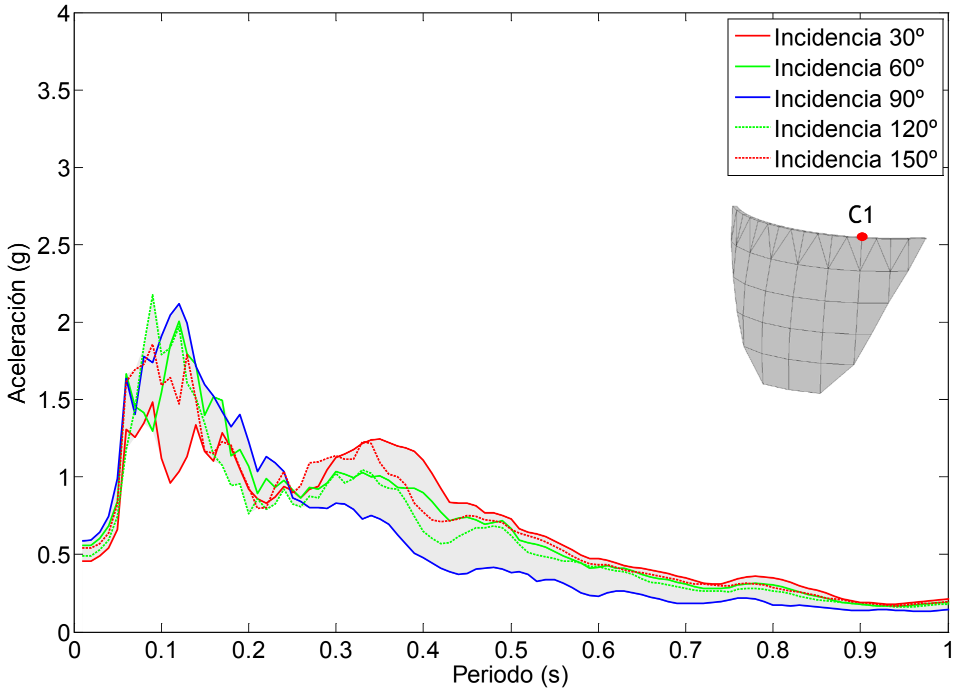


Figura 7.125. Nodo C1. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

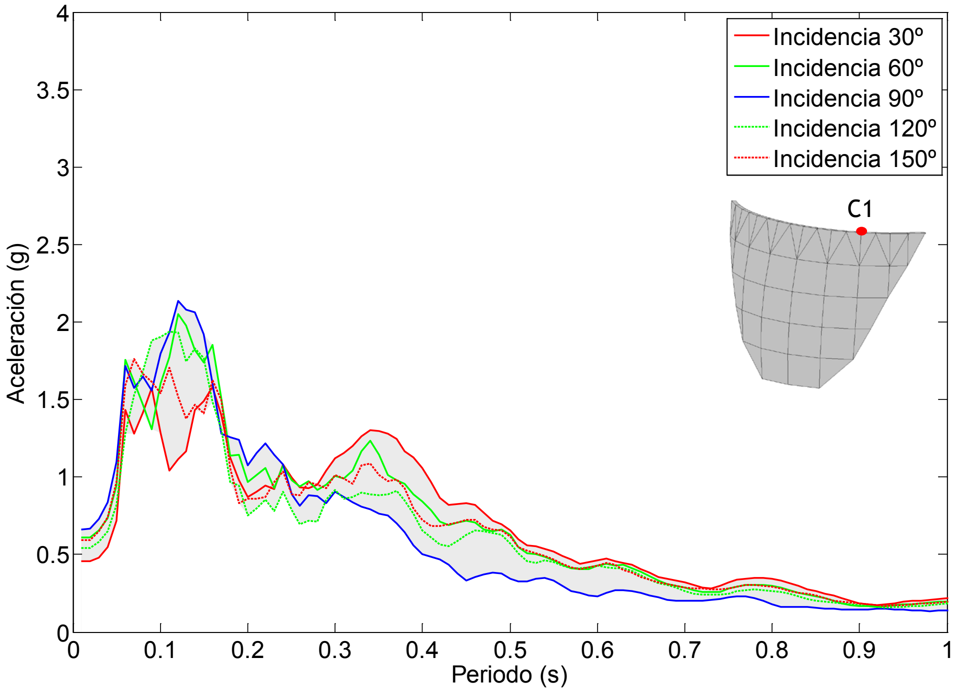


Figura 7.126. Nodo C1. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

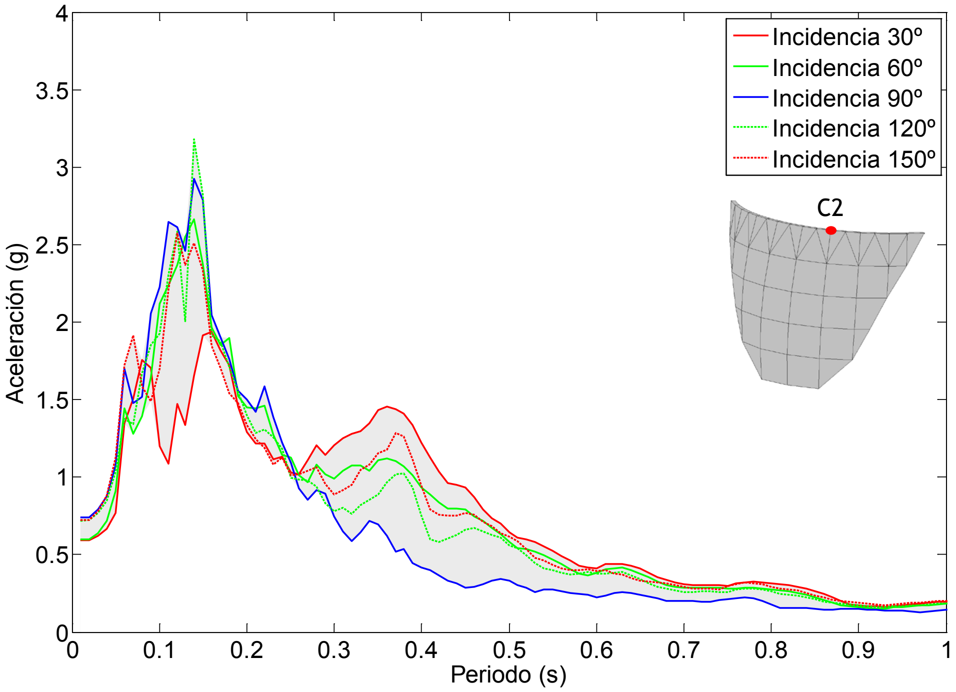


Figura 7.127. Nodo C2. Onda P+SH+SV. Embalse sin sedimentos. Espectro de aceleraciones en dirección z.

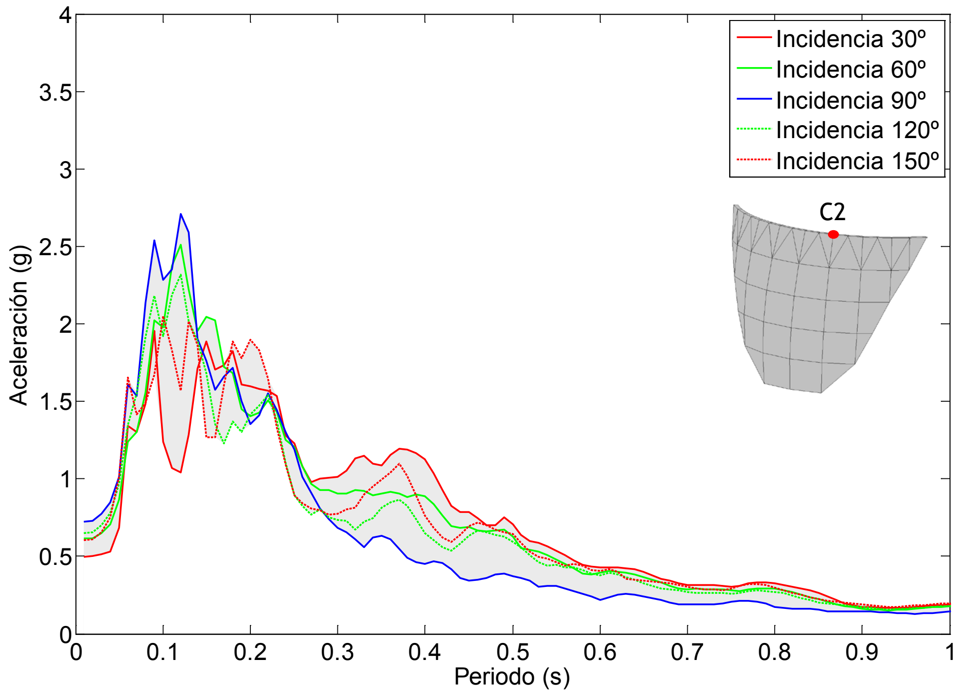


Figura 7.128. Nodo C2. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

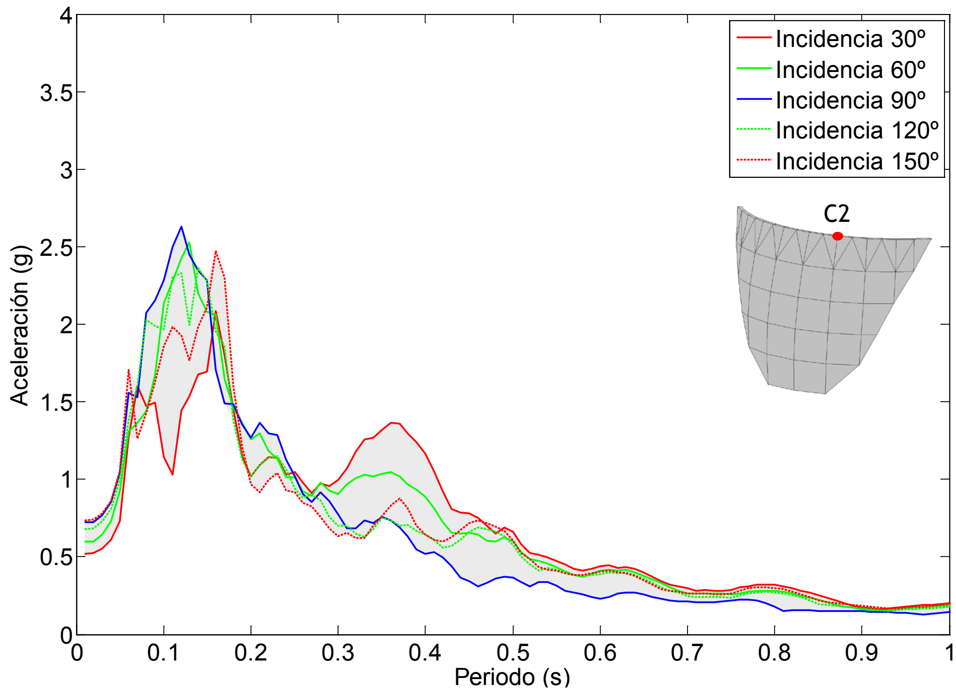


Figura 7.129. Nodo C2. Onda P+SH+SV. Embalse con una capa de sedimentos de espesor 2H/5. Espectro de aceleraciones en dirección z.

Capítulo 8

Conclusiones y Desarrollo Futuro

8.1.Revisión y conclusiones

En esta Tesis se ha abordado la influencia de los medios poroelásticos en el comportamiento dinámico de estructuras en las que los fenómenos de interacción entre los distintos medios involucrados tienen especial relevancia. El estudio se ha centrado en dos problemas particulares. El primero aborda un problema de interacción suelo-estructura: las cimentaciones pilotadas en suelos saturados de agua, éste último modelado como un medio poroelástico semi-infinito. El segundo corresponde a un problema de interacción suelo-agua-sedimentos-estructura: la respuesta sísmica de presas bóveda. En este caso, es el lecho sedimentario depositado en el fondo del embalse el que se ha caracterizado como un medio poroelástico.

En ambos casos, para el estudio de la respuesta dinámica se ha empleado un modelo tridimensional de Elementos de Contorno desarrollado en el dominio de la frecuencia que permite resolver problemas en los que coexisten regiones de distinta naturaleza: elásticas o viscoelásticas, fluidas y poroelásticas. Las ecuaciones del MEC se aplican a cada una de regiones de forma individual para, posteriormente, acoplar el conjunto de forma rigurosa mediante ecuaciones adicionales de equilibrio y compatibilidad en las superficies en contacto que constituyen las interfases.

En la primera parte del capítulo 2 se presentaron los aspectos relacionados con la formulación de los diferentes medios, escalares, elásticos y poroelásticos, que se incluyen en los modelos acoplados que se desarrollan en capítulos posteriores. Se comenzó haciendo un repaso de las ecuaciones de gobierno y de la propagación de ondas en los distintos tipos de medio. Seguidamente, se abordó la formulación integral de las ecuaciones de gobierno en términos de las variables en el contorno y se recordó la solución fundamental armónica para cada tipo de región. La segunda parte del capítulo se dedicó a presentar una estrategia de solución de estos modelos mediante el Método de los Elementos de Contorno, analizando las dificultades que la aplicación del método comporta. Se describieron los tipos de elementos utilizados y diversos aspectos relacionados con la discretización del contorno, para a continuación plantear el procedimiento de evaluación de las integrales extendidas al contorno de los elementos presentes en la formulación. Posteriormente, se definieron las posibles condiciones de contorno que se pueden presentar y se abordaron las condiciones en las interfases cuando las regiones se encuentran acopladas. Finalmente, el último punto se dedicó a presentar sendas estrategias para evitar problemas numéricos relacionados con la geometría de la discretización y con el acoplamiento entre regiones de distinta naturaleza.

El capítulo 3 se dedicó a mostrar la primera aplicación del método: el cálculo de impedancias de cimentaciones pilotadas en terrenos saturados de agua. En la introducción del capítulo se realizó un repaso de las distintas técnicas que han abordado el problema, destacando pros y contras de unas y otras. A continuación se describieron las particularidades que la aplicación del modelo acoplado MEC presenta a la hora de abordar el problema: los pilotes son considerados medios sólidos continuos elásticos o vicoelásticos y el suelo en el que están embebidos se caracterizó como un medio poroelástico lleno de fluido. Previamente a mostrar los resultados, el modelo propuesto se sometió a validación con resultados existentes en la bibliografía. Por un lado se compararon los resultados de impedancias laterales de un pilote simple y de un grupo de pilotes 2×2 embebidos en un semi-espacio viscoelástico con los obtenidos por Kaynia & Kausel (1982); por otro, se comparó la impedancia vertical de un pilote simple embebido en un semi-espacio poroelástico saturado con los resultados obtenidos por Zeng & Rajapakse (1999). Se presentaron resultados de impedancias verticales y horizontales, tanto de pilotes aislados como de grupos de pilotes, estudiándose la influencia de la condición de contacto entre el pilote y el terreno, de la frecuencia de excitación, de la flexibilidad del pilote y de las propiedades del material poroelástico en la respuesta dinámica del conjunto. Las principales conclusiones extraídas del estudio se pueden resumir en las siguientes:

- En los suelos porosos saturados la cimentación presenta un incremento de rigidez con respecto al suelo elástico drenado desde valores muy bajos de la frecuencia. Este efecto es menos apreciable cuando la constante *b* del suelo disminuye. En el rango de frecuencias estudiado, el incremento de la rigidez relativa pilote/suelo implica un incremento de la impedancia dinámica, independientemente de la permeabilidad del suelo.
- La influencia de la constante de disipación *b* (dependiente de la viscosidad del medio y de la permeabilidad intrínseca del esqueleto) sobre el comportamiento dinámico de los pilotes es grande al afectar notablemente a las velocidades de

propagación de las ondas en el suelo. En general, a medida que aumenta la constante *b* se obtienen valores mayores de las impedancias dinámicas, tendiendo hacia los valores correspondientes a un suelo ideal elástico no drenado.

- Los suelos porosos muy permeables pueden presentar menores rigideces horizontales que las correspondientes a un suelo ideal elástico drenado. Este efecto no es apreciable en el caso de rigideces verticales.
- En relación con un pilote simple, la impedancia dinámica de un grupo de pilotes es más dependiente de la frecuencia debido a los efectos de interacción pilote-suelo-pilote. Estos efectos dependen de la separación entre pilotes y de las propiedades del suelo.
- El grado de permeabilidad de la condición de contacto pilote-suelo sólo tiene una influencia apreciable para el caso de rigideces horizontales y valores muy bajos de *b*.

A la vista del estudio realizado se concluye la necesidad de recurrir a modelos bifásicos, como el presentado, para estudiar la respuesta dinámica de pilotes embebidos en medios saturados de agua que tengan en cuenta todas las propiedades del material, dado que para diversas configuración geométrica de la cimentación y propiedades de los medios implicados los resultados abordados con un modelo monofásico pueden conducir a resultados no correctos.

El capítulo 4 se dedicó a analizar la propagación de ondas planas armónicas en un semiespacio elástico cuando en su superficie inciden con un ángulo de incidencia totalmente genérico ondas sísmicas de tipo SH, P, SV y de Rayleigh. La inclusión de este capítulo se justifica por la necesidad de contar con las ecuaciones que rigen la propagación de estas ondas para incluirlas en el modelo de análisis sísmico de presas bóveda presentado en los capítulos 6 y 7. Se alcanzan las expresiones generales, obteniéndose las expresiones simplificadas para el caso particular en el que existe un plano de simetría geométrica en aras a disminuir el número de grados de libertad del problema. Se estudio el fenómeno de cambio de modo que ocurre en el caso de reflexión de ondas P y SV y su relación con las propiedades del semiespacio. Se introdujo el concepto de ángulo crítico y las consecuencias que sobre las ecuaciones de campo correspondientes a la reflexión de ondas SV implica la incidencia con ángulos inferiores al mismo. Obtenidas las ecuaciones de campo, en la última parte del capítulo se abordó la incorporación de las éstas al modelo acoplado de Elementos de Contorno.

El capítulo 5 se dedicó a exponer el modelo de excitación temporal utilizada en el análisis dinámico de presas bóveda presentado en los capítulos 6 y 7. Se optó por una excitación de naturaleza sísmica definida a base de registros artificiales compatibles con los espectros de diseño recogidos en el Eurocódigo 8 (EN 1998-1:2004 (E)). La elección del espectro de diseño elegido, correspondiente a un suelo de naturaleza rocosa (suelo tipo A), con aceleración pico de diseño 0.35g y espectro tipo 1 se justificó en base a dos consideraciones: las características del terreno en el que se suelen ubicar este tipo de presas y al periodo fundamental de la estructura. A continuación se obtuvieron los registros sísmicos compatibles haciendo uso del SIMQKE (Vanmarcke, Corneli, Gasparini, & Hou, 1976), haciendo una breve descripción del código y definiendo los parámetros necesarios para llevar a cabo la síntesis. Se generaron acelerogramas según las tres direcciones coordenadas, dos horizontales y una vertical, de 30s de duración. Con el fin de lograr que los registros de velocidades y desplazamientos obtenidos por integración de los acelerogramas obtenidos partiesen y terminasen en un valor nulo, se corrigió la línea base de éstos usando el procedimiento de Kausel y Ushijima (1979).

Una vez definida la función de excitación, se abordó el procedimiento seguido para obtener de la respuesta temporal tomando como punto de partida las funciones de transferencia en el dominio de la frecuencia (forma en la que el programa de Elementos de Contorno arroja los resultados). El proceso, resumido en tres pasos, emplea la Transformada Rápida de Fourier (FFT), su correspondiente Transformada Inversa (FFT^{-1}) y un producto realizado en el campo complejo.

Finalmente, buscando que la excitación símica refleje más fielmente la realidad física, se ha desarrollado una estrategia (novedosa hasta donde conocen los autores) para combinar las distintas amplitudes de las ondas P, SH y SV incidentes de tal modo que, independientemente de la dirección y ángulo de incidencia, los registros de campo libre en la superficie del semiespacio elástico correspondan a los de un terremoto previamente seleccionado. Esta compatibilidad del modelo de la excitación con los registros de campo libre es lo que da sentido a la posibilidad de combinar las distintas ondas sísmicas y es un valor añadido del modelo con respecto al estado del arte. Buena parte de los resultados mostrados, correspondientes al modelo de presa bóveda, se corresponden con este modelo de excitación.

Tomado como objeto de análisis la presa de Morrow Point situada en el río Gunnison, Colorado (USA), la primera parte del capítulo 6 se dedicó a presentar el modelo utilizado para el análisis de presas bóveda. En el sistema acoplado que constituye el conjunto, presa y suelo se consideran medios elásticos, lineales, homogéneos e isótropos. El agua embalsada se caracteriza como un medio fluido compresible lineal y el sedimento como un medio poroelástico cuasi-saturado de agua (grado del saturación 99,5%). Se presentaron diversas discretizaciones en función del espesor de la capa de sedimentos, todas ellas correspondientes a un embalse cerrado, y se justifico el tamaño del elemento empleado y la cantidad de superficie libre del suelo que es preciso discretizar. En todos los contornos exteriores de sólido, es decir, de presa y de suelo, se imponen condiciones de superficie libre de tensiones. En las superficies de contacto entre regiones de distinto tipo se imponen condiciones de acoplamiento rigurosas por medio de ecuaciones adicionales que establecen el cumplimiento de las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad entre las variables de los nodos perteneciente las interfases. La excitación sísmica se implementa a través de un tren de ondas armónicas planas (volumétricas y/o superficiales) que inciden hacia la presa desde el infinito.

Una vez presentado el modelo, en la segunda parte del capítulo 6 se muestran un primer bloque de resultados correspondientes a la sensibilidad de la respuesta de la presa ante el nivel de agua (factor estacional), en dos circunstancias distintas: embalse sin sedimento y embalse con una capa de sedimento de dos posibles espesores (H/5 y 2H/5, siendo H la altura total de la presa). Se consideraron incidencias verticales de ondas P, SH y SV y se presentaron resultados en términos de funciones de transferencias, así como envolventes máximas temporales de desplazamientos y espectros de respuesta máxima de aceleraciones en las tres direcciones espaciales, en diversos puntos del estribo, de la coronación y del plano de simetría de la presa. Las principales conclusiones pueden resumirse en las siguientes:

Punto medio de la coronación de la presa.

Aceleraciones y desplazamientos en dirección anteroposterior (“x”) provocados por la incidencia vertical de ondas P y SH.

- Las mayores amplitudes de la respuesta, ya sea en términos de función de transferencia, espectros de aceleraciones máximas o desplazamientos máximos, se dan para grandes alturas de llenado del embalse en ausencia de sedimentos de fondo.

- Los periodos fundamentales del sistema aumentan con la cantidad de agua contenida en la presa. Esto es especialmente evidente cuando no hay lecho sedimentario.
- La presencia de sedimentos introduce un importante amortiguamiento del conjunto, aún con pequeños espesores, que afectan principalmente a las situaciones con importantes niveles de agua. Con poca altura de agua embalsada el efecto es mucho menos evidente.
- El incremento del espesor de la capa de sedimentos incrementa el grado de amortiguamiento en los casos afectados por la presencia de sedimentos de menor espesor, es decir para grandes niveles de llenado.
- La presencia de sedimentos provoca un desplazamiento de las curvas hacia periodos más bajos, fenómeno que se incrementa con el aumento de la capa de sedimentos.
- Los efectos anteriormente comentados se ponen de manifiesto con mayor intensidad en el caso de incidencia de ondas P que en el caso de ondas SH.

Aceleraciones en dirección “y” y “z” provocados por la incidencia vertical de ondas SV y P, respectivamente.

- El nivel de llenado no altera significativamente la respuesta (onda P) o lo hace en sentido de atenuarla a medida que se incrementa la altura de agua embalsada (onda SV).
- El efecto amortiguador que introducen los sedimentos es mucho menos relevante que en dirección anteroposterior.
- Se aprecia una disminución de la frecuencia fundamental del sistema acoplado con el incremento del nivel de llenado del embalse (más notable en el caso de la onda SV).

Puntos a lo largo del estribo de la presa.

- La magnitud de la respuesta en los puntos del estribo es considerablemente menor si la comparamos con la correspondiente a los puntos ubicados en el plano medio de la bóveda. Esta diferencia del orden de magnitud de las aceleraciones depende poco de la condiciones del embalse (lleno/vacío; existencia o no de sedimentos), y tiene que ver con la diferencia de rigidez entre la “estructura-suelo” y la “estructura-bóveda”, ante la solicitación sísmica.

- En dirección anteroposterior los espectros de aceleraciones consecuencia de la incidencia de ondas SH están razonablemente bien representados por los correspondientes al problema de campo libre; no existiendo prácticamente influencia del nivel de llenado del embalse y de la presencia o no de sedimentos de fondo. El efecto local es el claro dominador de la respuesta en este caso.
- En el caso de la aceleración anteroposterior provocada por la incidencia de ondas P, la presencia de la presa y del embalse aumenta los valores de las aceleraciones registradas con respecto a la situación de campo libre. Además, se aprecian diferencias importantes dependiendo de las condiciones del embalse.
- La respuesta en dirección vertical producida por la incidencia de ondas P se manifiesta de diferente forma en función de la cota del punto analizado. Así por ejemplo, en el punto ubicado a la altura de la coronación la respuesta está gobernada por el efecto local; sin embargo a medida que recorremos el estribo en dirección al fondo del embalse la cantidad de agua embalsada si afecta a la respuesta.
- En el caso de la respuesta en la dirección transversal al cañón (dirección “y”), causada por la incidencia vertical de ondas SV, salvo para el punto situado a mayor profundidad, la presencia del embalse afecta relativamente poco al espectro de aceleraciones. Es prioritario por tanto el efecto local (irregularidad topográfica) frente a los efectos de interacción entre las regiones involucradas.

Puntos a lo largo del de plano medio de la presa.

- Como comentario general, en estos puntos, debido a la flexibilidad de la bóveda, el orden de magnitud de los valores de las aceleraciones en los espectros aumenta de forma considerable a medida que se estudian puntos más alejados del estribo. Los efectos de interacción suelo-agua-estructura tienen una gran importancia sobre la dinámica de la presa, y el nivel de agua del embalse así como la presencia de sedimentos y su espesor son factores que deben ser cuidadosamente tenidos en cuenta.
- Los espectros de aceleración anteroposterior (según “x”) cuando inciden verticalmente ondas P muestran que la condición de embalse lleno sin sedimentos provoca los valores mayores de aceleraciones, especialmente en un rango aproximado de periodos entre 0.2s y 0.5s. Se hace patente que el llenado del embalse “arrastra” hacia la derecha el rango de periodos más importante. La presencia de sedimentos disminuye sensiblemente el valor de la ordenada en los

espectros correspondientes al embalse lleno tanto más cuanto mayor es el espesor de la capa de sedimentos.

- Las conclusiones son parecidas cuando se estudian los espectros de aceleración anteroposterior provocados por la incidencia vertical de ondas SH. El agua en el embalse aumenta simultáneamente el periodo fundamental y el valor de las ordenadas de los espectros de respuesta. Otro efecto que se repite es el amortiguamiento que introducen los sedimentos con el embalse lleno de agua. El incremento del espesor de la capa de sedimentos sigue aportando mayor amortiguamiento, si bien esta tendencia se rompe en una buena parte del intervalo de periodos.
- Las condiciones del embalse y los efectos de interacción agua-presa y agua-suelo tienen un efecto menor cuando se analizan los espectros de aceleración vertical ("z") y transversal ("y") provocados por la incidencia vertical de ondas P y SV, respectivamente. En determinados caso aparece de nuevo el efecto, en principio poco intuitivo, de que en cierto rango de periodos las mayores aceleraciones del espectro corresponden a la situación de embalse lleno con la capa más gruesa de sedimentos.

Una vez analizados los factores relacionados con la geometría y las condiciones del embalse, en el capítulo 7 se estudió la influencia de las características de la excitación (tipo y ángulo de incidencia) en la respuesta símica de presas bóveda. Se presentaron resultados correspondientes a la incidencia con diversos ángulos de incidencia de ondas P y S y a combinaciones de éstas en base al modelo de modelo de excitación sísmica expuesto en el punto 5.6. La respuesta se representó a través de los espectros de respuesta máxima de aceleraciones en diversos puntos del estribo y de la coronación de la presa y mediante el empuje hidrodinámico normal en todos los nodos situados en el plano de simetría del trasdós de la presa. En todos los casos el embalse se encuentra completamente lleno de agua. Las principales conclusiones se pueden resumir en las siguientes:

Empuje hidrodinámico normal sobre la presa en el eje de simetría de la presa.

Influencia del ángulo de incidencia para una situación del embalse determinada.

- Para todas las ondas o combinaciones de ondas estudiadas, la presencia de sedimentos afecta de forma muy sensible al valor de los presiones, en el sentido de disminuirlas a medida que aumenta el espesor de la capa sedimentaria. Este efecto es más notable cuanto mayor es la rigidez del modelo.

- En el caso de incidencia de una onda SH no se aprecian grandes diferencias entre las respuestas para los distintos ángulos de incidencia estudiados.
- Para las combinaciones de ondas ya sean P+SV o P+SV+SH, las incidencias más desfavorables resultan ser las que alcanzan el embalse de forma más rasante disminuyendo la respuesta a medida que la incidencia se aproxima a la vertical; este efecto está relacionado con la presencia de ondas de superficie que aparece cuando el ángulo de incidencia de la onda SV es inferior al crítico.
- En todos los casos analizados las envolventes de presiones máximas toman sus menores valores cuando el ángulo de incidencia es vertical. Resulta por tanto muy comprometido admitir, en contra de la creencia habitual, que la hipótesis de incidencia vertical de las ondas sísmicas conduce al escenario más desfavorable para la respuesta.

Influencia de la presencia de sedimentos para un ángulo de incidencia determinado.

- Con la excepción de la incidencia vertical de combinaciones de ondas P+SV y P+SV+SH para los puntos situados a mayor profundidad, la situación que provoca mayores presiones hidrodinámicas es aquella en que no existen sedimentos de fondo.
- En la incidencia de la combinación de ondas P+SV y P+SV+SH, la sensibilidad de la respuesta a la presencia y espesor de los sedimentos es tanto mayor cuanto más rasante incide la onda.

Espectros de respuesta máxima de aceleraciones.

Influencia del ángulo de incidencia en el estribo.

- En los puntos del estribo la respuesta viene gobernada por la topografía del emplazamiento no influyendo de manera significativa la presencia del conjunto presa-agua-sedimentos ni la condición del mismo en lo relativo a la presencia e importancia del lecho de sedimentos.
- El ángulo de incidencia tiene una enorme influencia en la respuesta, especialmente en las aceleraciones horizontales “x” e “y”. En ambos casos, con independencia de la condición del embalse, las incidencias más rasantes, 30º y 60º, presentan los valores mayores de aceleración en todo el rango de periodos. La sensibilidad mayor con el ángulo de incidencia se da para periodos bajos comprendidos dentro del intervalo 0.1-0.6s.

- La suposición de que la incidencia vertical se corresponde con el caso más desfavorable se demuestra del todo errónea. Normalmente los espectros correspondientes al ángulo de 90º se sitúan a medio camino entre el caso más y menos desfavorable. Únicamente, en determinados espectros de aceleración en dirección "z" cuando incide un tren que incluye ondas de tipo P, la incidencia vertical si resulta ser la más desfavorable si bien no difiere en gran medida de la respuesta correspondiente a otras incidencias.
- En todos los casos se aprecia una diminución de la magnitud de la respuesta a medida que el punto se aproxima al fondo del embalse (efecto local), con la excepción correspondiente a la aceleración vertical del punto del estribo analizado más próximo al fondo de del embalse, en el entorno del periodo 0.6s para el ángulo de incidencia de 30º.

Influencia del ángulo de incidencia en la coronación.

Con independencia del tipo o combinación de ondas incidentes, en todos los espectros se constatan dos hechos:

- Los valores de la respuesta son del orden de diez veces mayores en la coronación que en el estribo como consecuencia de la amplificación que experimentan estos puntos debido a la flexibilidad que introduce la bóveda. Por igual motivo, de los dos puntos analizados, el punto más alejado del estribo presenta valores mayores de la respuesta.
- La respuesta es muy sensible tanto al ángulo de incidencia como a la condición del embalse en relación con la presencia de la capa de sedimentos y su espesor.

Aceleración anteroposterior ("x") provocando por una onda SH.

- La presencia de sedimentos introduce un considerable amortiguamiento, el cual aumenta al aumentar el espesor de la capa.
- El ángulo de incidencia tiene una influencia importante en la respuesta. Con alguna excepción la incidencia de 30º resulta ser, de entre las estudiadas, la que mayor respuesta provoca.

Aceleración transversal ("y") y vertical ("z") provocado por la combinación de ondas P+SV.

- La sensibilidad de la respuesta frente a la variación del ángulo de incidencia es menor, no existiendo una tendencia clara en relación a la influencia del ángulo de incidencia.

- La sensibilidad de la respuesta frente a la presencia y espesor de la capa de sedimentos no es tan apreciable como en el caso de las aceleraciones en dirección “x” generadas por una onda SH, anteriormente comentadas.

Aceleración anteroposterior (“x”) provocando por la combinación de ondas P+SV+SH.

- Las incidencias de 30º y 150º constituyen la situación pésima con independencia de la presencia y espesor de los sedimentos. Salvo para periodos muy concretos y siempre por debajo de 0.30s, para todas las situaciones del embalse, la incidencia vertical se confirma como la situación más favorable.
- La presencia de sedimentos introduce el habitual efecto amortiguador. No obstante para espesores de 2H/5 el amortiguamiento introducido por la capa de sedimentos es menor que el introducido con la capa de espesor H/5 si bien se mantiene una reducción en la magnitud de los espectros con respecto a la situación sin sedimentos.
- La capa de sedimentos provoca que la respuesta se haga más insensible al ángulo de incidencia, especialmente para espesores de 2H/5

Aceleración transversal (“y”) provocando por la combinación de ondas P+SV+SH.

- Se mantiene una considerable sensibilidad de la respuesta frente al ángulo de incidencia, especialmente para periodos superiores a 0.25s. Salvo en el punto más próximo al estribo en un intervalo muy estrecho de periodos, las incidencias que llegan más rasantes (30º y 150º) son las que mayor magnitud provocan.
- Con la excepción indicada, la incidencia vertical se confirma como la situación que menor respuesta provoca, estando las incidencias intermedias (60º y 120º) en un punto medio entre los casos extremos.
- De forma análoga a lo que ocurría con los resultados obtenidos en el estribo en esta dirección, el efecto amortiguador de los sedimentos o se manifiesta de forma muy débil para capas de espesor H/5 o introduce un efecto amplificador cuando la capa es de 2H/5 de espesor.

Aceleración vertical (“z”) provocando por la combinación de ondas P+SV+SH.

- La sensibilidad de la respuesta frente al ángulo de incidencia resulta menor que en las direcciones “x” e “y”. En torno al periodo 0.3s aparece un punto de inflexión en relación con el ángulo de incidencia: para periodos menores a 0.3s la incidencia vertical, con alguna incursión de otras incidencias, parece corresponder a la situación más desfavorable, siendo la incidencia de 30º la situación más favorable. A partir de este periodo ocurre la situación inversa pasando a ser el mayor y el menor espectro los correspondientes a 30º y 90º respectivamente.

- La capa de sedimentos atenúa los espectros con respecto a la situación sin sedimentos especialmente para periodos superiores a 0.35s. Como ya ocurría con la combinación de ondas P y SV, el incremento del espesor apenas hace aumentar el efecto amortiguador.

8.2.Desarrollos futuros

Son varios los estudios que pueden -y deben- abordarse con la herramienta numérica que ha sido desarrollada, como continuación de los que han sido presentados en esta Tesis. Algunos de ellos persiguen profundizar en la comprensión de los estudios ya realizados. Otros tienen como objeto introducir mejoras o ampliaciones del modelo que permitan abordar nuevos problemas relacionados. A continuación se van a citar algunos de estos trabajos por hacer, y algunas de las líneas de ampliación de la formulación implementada.

Como mejora del modelo actual para el análisis dinámico de medios poroelásticos, resultaría del mayor interés la obtención de las expresiones explícitas de la solución del campo de desplazamientos y tensiones en el esqueleto sólido, así como del campo de presiones de poro, correspondientes al problema de la propagación de ondas volumétricas armónicas planas en un medio poroelástico infinito o semi-infinito, con un ángulo de incidencia general. La implementación en el programa acoplado de elementos de contorno de esta formulación permitirá abordar el estudio de problemas de interés como por ejemplo el análisis de los fenómenos de difracción de ondas de producidas por inclusiones elásticas o poroelásticas en suelos porosos. En relación con el problema abordado en el capítulo 3, esta ampliación del modelo permitirá estudiar problemas tan interesantes como el que corresponde a la respuesta cinemática de pilotes o grupos de pilotes en suelos porosos saturados sometidos a trenes de ondas sísmicas. En esas condiciones, también el modelo podría emplearse en el análisis de la respuesta dinámica de otras estructuras enterradas de interés en el ámbito de la ingeniería civil y en las que existe posibilidad de interacción con terrenos con presencia de agua: pilas de cimentación en puentes, pozos de bombeo, centrales nucleares, etc.

En relación con el estudio de la respuesta sísmica de presas presentado aquí, resulta inmediato extender el análisis de la influencia de la dirección y ángulo de incidencia del tren de ondas sísmicas, en el sentido de que la dirección de incidencia deje de estar incluida en alguno de los planos coordenados. Este estudio es posible ya con la formulación actualmente implementada en el programa de cálculo. La incidencia de ondas de corte con proyección según la dirección anteroposterior del cañón puede provocar desplazamientos importantes en el problema de campo libre, especialmente si el ángulo de incidencia es cercano al crítico. Es necesario, por tanto, generalizar el modelo de excitación y extender el estudio a un abanico de direcciones posibles de incidencia, en relación con la dirección de la cerrada y de la geometría de la presa.

En los estudios de respuesta sísmica de presas presentados en esta Tesis se ha considerado el embalse como una región de agua que se extiende hasta una cierta distancia aguas arriba de la estructura. A este modelo lo hemos denominado "embalse cerrado". Un modelo alternativo corresponde a considerar que la masa de agua se extiende aguas arriba hasta distancias que son mucho mayores que las dimensiones de la bóveda. Este otro caso suele denominarse "embalse abierto" y puede modelarse como una canal que, a cierta distancia de la presa, se extiende indefinidamente con sección constante. Ambos modelos de embalse pueden ser incorporados con el software utilizado para esta Tesis. En el capítulo correspondiente se argumentó que la elección realizada -que corresponde a la de embalse cerrado-, ha estado motivada por el interés especial en estudiar la influencia de parámetros tales como el espesor de la capa de sedimentos, o la influencia del nivel de agua embalsada. Parece intuitivo pensar que la influencia de estos factores será más clara cuanto menor sea la capacidad del modelo de expulsar energía del sistema, situación que corresponde a la del embalse cerrado. Sin embargo es necesario reproducir los análisis realizados, para un modelo de embalse abierto, de manera que puedan determinarse hasta qué punto las conclusiones obtenidas pueden ser extrapolables a esta otra geometría de embalse que puede ser más realista en muchos casos.

En relación con el estudio anterior, resulta de gran interés abordar la formulación de las ecuaciones de propagación de ondas en un canal infinito de agua sobre lecho poroso, y sección constante. La obtención de la solución explícita del problema anterior para una sección rectangular del cañón permitiría modelar la radiación de energía de campo lejano aguas arriba, a partir de cierta distancia de la presa, por medio de un contorno de cierre donde se formulen las relaciones entre la presión hidrodinámica y su gradiente, correspondientes a las explícitas para este canal simplificado. Así se hace en la versión actual para el caso de embalse abierto, pero la formulación no permite la inclusión de un lecho poroelástico bajo la lámina infinita de agua. De aquí el interés de esta ampliación. Además, con ello podrá estudiarse la importancia relativa entre la cantidad de cantidad de energía del sistema que es amortiguada por la existencia de sedimentos de fondo -especialmente en las cercanías de la presa-, en relación con la que se expulsa a través de la radiación de campo lejano. En este estudio será interesante también evaluar la influencia de la rigidez del terreno que, junto a las propiedades del sedimento, determinan la capacidad de transmisión de energía desde el agua hacia el suelo.

En este trabajo se ha introducido una propuesta para la definición determinista de la excitación sísmica en términos de combinaciones de ondas volumétricas P y S, para una dirección y ángulo genérico de incidencia, de manera que tal excitación reproduzca, en el problema de campo libre, unos determinados registros sísmicos de superficie prefijados. Este modelo de excitación ha permitido estudiar la influencia del ángulo de incidencia sobre el valor de la respuesta estructural, y se ha puesto de manifiesto la existencia de una gran variabilidad del valor de esta respuesta: distintas combinaciones de ondas P y S, en función de la dirección/ángulo del tren incidente, que en el problema de campo libre dan lugar a idéntico registro de aceleraciones, tienen efectos muy diferentes sobre la estructura. Cada una de esas combinaciones, por tanto, supone un evento sísmico distinto. Cabe plantearse, dentro del rango de variabilidad de direcciones de incidencia que sea realista esperar en cada caso práctico, cuál de las infinitas combinaciones de ondas corresponde al “terremoto pésimo”. La gran cantidad de combinaciones posibles a considerar, que incluyen la posibilidad de distintas direcciones de incidencia de las ondas P y S, o la incidencia simultánea de varios frentes de ondas, aconseja articular un procedimiento automatizado de búsqueda de este terremoto pésimo, de entre todos los compatibles con los registros sísmicos de campo libre. Una posible estrategia es el uso de algoritmos genéticos una vez definida una función objetivo a maximizar relacionada con la severidad del comportamiento de la estructura.

Referencias

Abramowitz, M., & Stegun, I. (1972). Handbook of Mathematical Functions. Dover. New York.

Achenbach, J. D. (1973). Wave Propagation in Elastic Solids. Amsterdam. North-Holland.

Alves, S. W. (2004). Nonlinear Analysis of Pacoima Dam with Spatially Nonuniform Ground Motion. Report No. EERL 2004-11, California Institute of Technology, Earthquake Engineering Research Laboratory, Pasadena, California.

Alves, S., & Hall, J. F. (2006). Generation of Spatially Nonuniform Ground Motion for Nonlinear Analysis of a Concrete Arch. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **35** (11), 1339-1357.

Athanatopoulou, A. (2005). Critical Orientation of Three Correlated Seismic Components. *Engineering Structures*, **27**, 301-312.

Aznárez, J. J. (2002). Efectos de los Fenómenos de Interacción Incluyendo Factores Espaciales y Sedimentos de Fondo en la Respuesta Sísmica de Presas Bóveda. Las Palmas de Gran Canaria. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

Aznárez, J. J., Maeso, O., & Domínguez, J. (2002). Effects of the Space Distribution of the Excitation on the Seismic Response of Arch Dams. *Journal of Engineering Mechanics*, **128** (7), 759-768.

Aznárez, J. J., Maeso, O., & Domínguez, J. (2004). Three-Dimensional Models of Reservoir Sediment and Effects on Seismic Response of Arch Dams. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **33**, 1103-1123.

Aznárez, J. J., Maeso, O., & Domínguez, J. (2006). B.E. Analysis of Bottom Sediments in Dynamic Fluid-Structure Interaction Problems. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **30**, 124-136.

Beskos, D. E. (1997). Boundary Element Methods in Dynamic Analysis: Part II (1986-1996). *Applied Mechanics Reviews*, **50**, 149-197.

Biot, M. A. (1941a). General Theory of Three-dimensional Consolidation. *Journal of Applied Physics*, **12**, 155-164.

Biot, M. A. (1941b). Consolidation Settlement under a Rectangular Load Distribution. *Journal of Applied Physics*, **12**, 426-430.

Biot, M. A. (1955). Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid. *Journal of Applied Physics*, **26**, 182-185.

Biot, M. A. (1956a). Theory of Deformation of a Porous Viscoelastic Anisotropic Solid. *Journal of Applied Physics*, **27**, 459-467.

Biot, M. A. (1956b). Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. I: Low Frequency Range. *Journal of the Acoustical Society of America*, **28** (2), 168-178.

Biot, M. A. (1956c). The Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-saturated Porous Solid. II: Higher Frequency Range. *Journal of the Acoustical Society of America*, **28**, 179-191.

Biot, M. A. (1962). Mechanics of Deformation and Acoustic Propagation in Porous Media. *Journal of Applied Physics*, **33**, 1482-1498.

Biot, M., & Clingan, F. (1941). The Elastic Coefficients of the Theory of Consolidation. *Journal of Applied Physics*, **12**, 578-581.

Bouaanani, N., & Lu, F. (2008). Assessment of Potential-Based Fluid Finite Elements for Seismic Analysis of Dam–Reservoir Systems. *Computers and Structures*, DOI: 10.1016/j.compstruc.2008.10.006.

Bouaanani, N., Paultre, P., & Proulx, J. (2002). Two-Dimensional Modelling of Ice Cover Effects for the Dynamic Analysis of Concrete Gravity Dams. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **31**, 2083–2102.

Bouaanania, N., & Paultre, P. (2005). A New Boundary Condition for Energy Radiation in Covered Reservoirs Using BEM. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **29**, 903–911.

Bougacha, S., & Tassoulas, J. L. (1991). Seismic Response of Gravity Dams II: Effects of Sediments. *Journal of Engineering Mechanics*, **117** (8), 1839-1850.

Bougacha, S., & Tassoulas, J. L. (2006). Dam–Water–Sediment–Rock Systems: Seismic Analysis. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **26**, 680–693.

Brebbia, C. A., & Domínguez, J. (1992). Boundary Elements. An Introductory Course. New York. Computational Mechanics Publications, Southampton y McGraw-Hill.

CEN. European Committee for Standardization. (2004). EN 1998-1:2004:E. Design of structures for Earthquake Resistence (Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings).

Cerrolaza, M., & Alarcón, E. (1989). A Bicubic Transformation for the Numerical Evaluation of the Cauchy Principal Value Integrals in Boundary Elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **28**, 987-999.

Chen, B., & Hung, T. (1993). Dynamic Pressure of Water and Sediment on Rigid Dam. *Journal of Engineering Mechanics*, **119** (7), 1411-1433.

Cheng, A. (1986). Effects of Sediments on Earthquake Induced Reservoir Hydrodynamic Response. *Journal of Engineering Mechanics*. ASCE, **112** (7), 645-665.

Cheng, A., Badmus, T., & Beskos, D. E. (1991). Integral Equation for Dynamic Poroelasticity in Frequency Domain with BEM Solution. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **117** (5), 1136-1157.

Cheng, F., & Ger, J. (1990). The Effect of Multicomponent Seismic Excitation and Direction on Response Behavior of 3-D Structures. *Proceedings of the 4th U.S. National Conference on Earthquake Engineering*, 2, 5-14. Palm Springs.

Chen, M., & Harichandran, R. S. (2001). Response of an Earth Dam to Spatially Varying Earthquake Ground Motion. *Journal of Engineering Mechanics*, **127** (9), 932-939.

Chirino, F., Maeso, O., & Aznárez, J. (2000). Una Técnica Simple para el Cálculo de las Integrales en el Sentido del Valor Principal en el MEC 3D. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, **16** (1), 77-95.

Chuhan, Z., Chengda, Y., & Guanglun, W. (2001). Numerical Simulation of Reservoir Sediment and Effects on Hydrodynamic Response of Arch Dams. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **30**, 1817-1837.

Cruse, T. A., & Rizzo, F. (1968). A Direct Formulation and Numerical Solution of the General Transient Elastodynamic Problem I. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, **22**, 244-259.

Dabre, G., de Smet, C., & Fraemer, C. (2000). Natural Frequencies Measured from Vibration Response of the Arch dam of Mauvoisin. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **29**, 577-586.

Deresiewicz, H., & Rice, J. T. (1962). The Effect of Boundaries on Wave Propagation in Liquid Filled Porous Solid: III Reflection of Plane Waves at a Free Plane Boundary. General Case. *Bulletin of the Seismological Society of America*, **52** (3), 595-625.

Deresiewicz, H., & Skalak, R. (1963). On the Uniqueness in Dynamic Poroelasticity. *Bulletin of the Seismological Society of America*, **53** (4), 783-788.

Doblaré, M., & Gracia, L. (1998). Fundamentos de la Elasticidad Lineal. Madrid. Síntesis.

Domínguez, J. (1991). An Integral Formulation for Dynamic Poroelasticity. *Journal of Applied Mechanics. ASME*, **58** (2), 588-591.

Domínguez, J. (1992). Boundary Element Approach for Dynamic Poroelastic Problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **35** (2), 307-324.

Domínguez, J. (1993). Boundary elements in dynamics. Southampton, New York. Computational Mechanics Publications & Elsevier Applied Science.

Domínguez, J., Gallego, R., & Japón, B. R. (1997). Effects of Porous Sediments on Seismic Response of Concrete Gravity Dams. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **123** (4), 302-311.

Domínguez, J., & Maeso, O. (1993). Earthquake Analysis of Arch Dams II: Dam-Water-Foundation Interaction. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **119** (3), 513-530.

Domínguez, J., & Maeso, O. (1993). Effects of the Space Distribution of the Excitation on the Seismic Response of Arch Dams. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **119** (3), 513-530.

Eringen, A. C., & Suhubi, E. S. (1975). Elastodynamics (Vol. 2. Linear Theory). New York. Academic Press.

Fenves, G., & Chopra, A. K. (1984). Earthquake Analysis of Concrete Gravity Dams Including Dam–Water–Foundation Rock Interaction and Reservoir Bottom Absorption. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **12**, 663-680.

Fenves, G., & Chopra, A. K. (1985). Effects of Reservoir Bottom Absorption and Dam-Water-Foundation Rock Interaction on Frequency Response Functions for Concrete Gravity Dams. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **13** (1), 13-31.

Fok, K., & Chopra, A. K. (1985). Earthquake Analysis and Response of Concrete Arch Dams. *Report No. UCB/EERC-85/07*, University of California, Earthquake Eng. Research Center, Berkeley, California.

Fok, K., & Chopra, A. K. (1987). Water Compressibility in Earthquake Response of Arch Dams. *Journal of Structural Engineering. ASCE*, **113** (5), 958-975.

García, F., Aznárez, J. J., & Maeso, O. (2009). Influencia de las Características Dinámicas del Embalse en la Respuesta Sísmica de Presas Bóveda. *9º Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica*. Las Palmas de Gran Canaria. España.

García, F., Aznárez, J. J., & Maeso, O. (2011). Variabilidad de la Respuesta Sísmica de Presas Bóveda ante Diferentes Combinaciones de Ondas P y S Compatibles con un Espectro de Respuesta. *Congress on Numerical Methods in Engineering 2011*. Coimbra. Portugal.

Gazetas, G., & Makris, N. (1991). Dynamic Pile-Soil-Pile Interaction. Part I: Analysis of Axial Vibration. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **20**, 115-132.

Gelfi, P. (2007). SIMQKE_GR. Universida de Brescia, Italia.

Giuggiani, M., & Casalini, P. (1987). Direct Computation of Cauchy Principal Value Integrals in Advanced Boundary Elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **24**, 1711-1720.

Giuggiani, M., & Gigante, A. (1990). A General Algorithm for Multidimensional Cauchy Principal Value Integrals in the Boundary Element Method. *Journal of Applied Mechanics. ASME*, **57**, 906-915.

Gogoi, I., & Maity, D. (2007). Influence of Sediment Layers on Dynamic Behavior of Aged Concrete Dams. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **133** (4), 400-413.

González, A., García, F., Aznárez, J., & Maeso, O. (2002). Aplicación del Mec en la Cuantificación del Efecto Local en Cañones de Sección Variable. *XV Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*. Cádiz. España.

Hall, J., & Chopra, A. K. (1982). Hydrodynamic Effects in the Response of Concrete Gravity Dams. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **10** (2), 333-345.

Hall, J., & Chopra, A. K. (1983). Dynamic Analysis of Arch Dams Including Hydrodynamic Effects. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **19** (3), 496-512.

Hall, J., & Chopra, A. K. (1993). Dynamic Analysis of Arch Dams Including Hydronynamic Effects. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **109** (1), 149-153.

Japón, B. R., Gallego, R., & Domínguez, J. (1997). Dynamic Stiffness of Foundations on Saturated Poroelastic Soils. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **123** (11), 1121-1129.

Jin, B., Zhou, X. L., & Lu, J. F. (2001). Lateral Dynamic Compliance of Pile Embedded in Poroelastic Half Space. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **21**, 519-525.

Kassir, M., & Xu, J. (1988). Interaction Functions of a Rigid Strip Bounded to Saturated Elastic Half-space. *International Journal of Solids and Structures*, **24** (9), 915-936.

Kattis, S. E., Polyzos, D., & Beskos, D. E. (1999). Vibration Isolation by a Row of Piles Using a 3-D Frequency Domain BEM. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **46**, 713-728.

Kausel, E., & Ushijima, R. (1979). Baseline Correction of Earthquake Records in the Frequency Domain. *Research Report R79-34*, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA.

Kaynia, A. M., & Kausel, E. (1982). Dynamic stiffness and seismic response of pile groups. *Research Report R83-03*, Massachusetts Institute of Technology Cambridge, Massachusetts, USA.

Kojic, S. B., & Trifunac, M. D. (1991a). Earthquake Stresses in Arch Dams. I: Theory and Antiplane Excitation. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **117** (3), 532-552.

Kojic, S. B., & Trifunac, M. D. (1991b). Earthquake Stresses in Arch Dams. II: Excitation by SV-, P-, and Rayleigh Waves. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **117** (3), 553-574.

Kupradze, V. D. (1963). Dynamical Problems in Elasticity, Progress in Solid Mechanics. (I. N. Sneddon, & R. Hill, Eds.) Amsterdam. North-Holland.

Kupradze, V. D., Gegelia, T. G., Basheleishvili, M. O., & Burchuladze, T. V. (1979). Three-dimensional Problems of the Mathematical Theory of Elasticity and Thermoelasticity. Amsterdam. North-Holland.

Lachat, J. C., & Watson, J. O. (1976). Effective Numerical Treatment of Boundary Integral Equations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **10**, 991-1005.

Li, H. B., Han, G. M., & Mang, H. A. (1985). A New Method for Evaluating Singular Integrals in Stress Analysis of Solids by the Direct Boundary Element Method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **21**, 2071-2098.

Lin, C. H., Lee, V. W., & Trifunac, M. D. (2001). On the Reflection of Elastic Waves in a Poroelastic Half-Space Saturated with Non-Viscous Fluid. *Report N. CE 01-04*, Univ. of Southern California, Dept. of Civil Eng., Los Ángeles, California.

Lin, C., & Tassoulas, J. L. (1987). Three-Dimensional Dynamic Analysis of Dam-Water-Sediment Systems. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **113** (12), 1945-1958.

Lopez, O. A., Chopra, A. K., & Hernandez, J. J. (2000). Critical Response of Structures to Multicomponent Earthquake Excitation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **29**, 1759-1778.

Lu, J., Xu, B., & Wang, J. (2009). A Numerical Model for the Isolation of Moving-Load Induced Vibrations by Pile Rows Embedded in Layered Porous Media. *International Journal of Solids And Structures*, **46** (21), 3771-3781.

Lu, J., Zhang, X., Wan, J., & Cang, N. (2012). The Influence of a Fixed Axial Top Load on the Dynamic Response of a Single Pile. *Computers and Geotechnics*, **39**, 54-65.

Maeso, O. (1992). Modelo para el Análisis Sísmico de Presas Bóveda Incluyendo los Efectos de Interacción Suelo-Agua-Estructura. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

Maeso, O., & Aznárez, J. J. (2007). Influencia del Nivel de Agua del Embalse en la Respuesta Sísmica de Presas Bóveda. *VIII Congresso de Metodos Numericos e Computacionais em Engenharia CMNE/CILAMCE 2007*. Porto, Portugal.

Maeso, O., & Domínguez, J. (1993). Earthquake Analysis of Arch Dams I: Dam-Foundation Interaction. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, 119 (3), 496-512.

Maeso, O., Aznárez, J. J., & Domínguez, J. (2002a). Effects of the Space Distribution of the Excitation on the Seismic Response of Arch Dams. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **128** (7), 759-768.

Maeso, O., Aznárez, J. J., & Domínguez, J. (2002b). Numerical Model for Dynamic Behavior of Reservoir Botton Sediments. In A. e. al. (Ed.), *Proc. 2nd Biot Conf. on Poromechanics*, (709-714). Balkema, Rotterdam.

Maeso, O., Aznárez, J. J., & Domínguez, J. (2004). Three-Dimensional Models of Reservoir Sediment and Effects on Seismic Response of Arch Dams. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **33**, 1103-123.

Maeso, O., Aznárez, J. J., & García, F. (2005). Dynamic Impedance of Piles and Groups of Piles in Saturated Soils. *Computers & Structures*, **83**, 769-782.

Makris, N., & Gazetas, G. (1992). Dynamic Pile-Soil-Pile Interaction. Part II: Lateral and Seismic Response. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **21**, 145-162.

Mamoon, S. M., Kaynia, A. M., & Banerjee, P. K. (1990). Frequency Domain Analysis of Piles and Pile Groups. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **116** (10), 2237-2257.

Medina, F. (1987). Análisis de la Respuesta Sísmica de Presas Incluyendo Efectos de Interacción Suelo-Fluido-Estructura. Sevilla. Universidad de Sevilla.

Medina, F., & Domínguez, J. (1989). Boundary Elements for the Analysis of Dams Including Dam-Water-Foundation Interaction Effects I. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **6**, 151-157.

Medina, F., Domínguez, J., & Tassoulas, J. (1990). Response of Dams to Earthquakes Including Effects of Sediments. *Journal of Structural Engineering. ASCE*, **116** (1), 3108-3121.

Moreno, R. (2006). Evaluación del Riesgo Sísmico en Edificios Mediante Análisis Estático no Lineal: Aplicación a Diferentes Escenarios Símicos en Barcelona. Barcelona. Universidad Politécnica de Cataluña.

Muki, R., & Sternberg, E. (1970). Elastostatic Load Transfer to a Half-Space from a Partially Embedded Axially Loaded Rod. *International Journal of Solids and Structures*, **6**, 69-90.

Novak, M. (1991). Piles under Dynamic Loads. *Second International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, **3**, pp. 250-273. St. Louis, Missouri.

Nowak, P. S. (1988). Effect of Nonuniform Seismic Input on Arch Dams. *Report No. EERL 88-03*, California Institute of Technology, Earthquake Engineering Research Laboratory, Pasadena, California.

Nowak, P. S., & Hall, J. F. (1990). Arch Dam Response to Nonuniform Seismic Input. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **116** (1), 125-139.

Pak, R. S., & Jennings, P. C. (1987). Elastodynamic Response of the Pile under Transverse Excitation. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **113** (7), 1101-1116.

Proulx, J., Paultre, P., Rheault, J., & Robert, Y. (2001). An Experimental Investigation of Water Level Effects on the Dynamic Behaviour of a Large Arch Dam. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **30**, 1147-1166.

Rajapakse, R. K., & Shah, A. H. (1987). On the Longitudinal Harmonic Motion of an Elastic Bar Embedded in an Elastic Half-Space. *International Journal of Solids and Structures*, **23** (2), 267-285.

Roesett, J. M. (1984). Dynamic Stiffness of Pile Groups. In J. R. Meyer (Ed.), Analysis and Design of Pile Foundations (263-286). ASCE.

Sani, A., & Lotfi, V. (2011). An Effective Procedure for Seismic Analysis of Arch Dams Including Dam-Reservoir-Foundation Interaction Effects. *Journal of Earthquake Engineering*, **15** (7), 971-988.

Sen, R., Davies, T. G., & Banerjee, P. K. (1985). Dynamic Analysis of Piles and Pile Groups Embedded in Homogeneous Soils. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **13**, 53-65.

Stockes, G. G. (1849). On the Dynamical Theory of Diffraction. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, **9**, 1-62.

Stroud, A. H., & Secrest, D. (1966). Gaussian Quadrature Formulas. New York. Prentice-Hall.

Tan, H., & Chopra, A. (1995). Earthquake Analysis of Arch Dam Including Dam-Water-Foundation Rock Interaction. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **24**, 1453-1474.

Telles, J. C. (1987). A Selfadaptative Coordinate Transformation for Efficient Evaluation of General Boundary Element Integrals. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **24**, 937-959.

Terzaghi, K. (1925). Erdbaumechanik auf Bodenphysikalischer Grundlage. Deuticke, Leipzig.

Terzagui, K. (1923). Die Berechnung der Durchlassigkeitzifer des Tones aus dem Verlauf der Hydrodynamischen Spannungserscheinungen. *Sitz. Akad. Wiss.*, Viena, IIa, **132**, 125-138.

Todorovska, M., & Trifunac, M. (1990). Note on Excitation of Long Structures by Ground Waves. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, **116** (4), 952-964.

Vanmarcke, E. H., Corneli, C. A., Gasparini, D. A., & Hou, S. N. (1976). SIMQKE. Simulation of Earthquake Ground Motions. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, USA.

Velez, A., Gazetas, G., & Krishnan, R. (1983). Lateral Dynamic Response of Constrained-head Piles. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. ASCE*, **109** (8), 1063-1081.

Verruijt, A. (1969). Elastic Storage of Aquifers. In R. J. Weist (Ed.), Flow through porous media (331-376). Academic Press New York.

Vinciprova, F., Maeso, O., Áznarez, J. J., & Oliveto, G. (2003). Interaction of BEM Analysis and Experimental Testing on Pile-Soil Systems. In C. Davini, & E. Viola (Eds.), Problems in Structural Identification and Diagnostics: General Aspects and Applications (195-227). Wien, New York. Springer-Verlag.

Wang, J. H., Zhou, X. L., & Lu, J. F. (2003). Dynamic Response of Pile Groups Embedded in a Poroelastic Medium. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **23**, 235-242.

Wang, J., & Chopra, A. K. (2010). Linear Analysis of Concrete Arch Dams Including Dam–Water–Foundation Rock Interaction Considering Spatially Varying Ground Motions. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **39**, 731-750.

Wolf, J. P., & Arx, G. A. (1978). Impedance Functions of a Group of Vertical Piles. *Proceedings ASCE Speciality Conference: Earthquake Eng. Soil Dyn.*, II, 1024-1041. Pasadena, CA.

Xu, B., Lu, J., & Wang, J. (2010). Dynamic Responses of a Pile Embedded in a Layered Poroelastic Half-Space to Harmonic Lateral Loads. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **34** (5), 493-515.

Xu, B., Lu, J., & Wang, J. (2011). Dynamic Responses of Pile Groups Embedded in a Layered Poroelastic Half-Space to Harmonic Axial Loads. *Journal of Vibration and Acoustics. ASME*, **133** (2).

Zeng, X., & Rajapakse, R. K. (1999). Dynamic Axial Load Transfer from Elastic Bar yo Poroelastic Medium. *Journal of Engineering Mechanics*. ASCE, **125** (9), 1048-1055.

Zhou, X., & Wang, J. (2009). Analysis of Pile Groups in a Poroelastic Medium Subjected to Horizontal Vibration. *Computers and Geotechnics*, **36** (3), 406-418.

Zhou, X., Wang, J., Jiang, L., & Xu, B. (2009). Transient Dynamic Response of Pile to Vertical Load in Saturated Soil. *Mechanics Research Communications*, **36** (5), 618-624.