



Fac. CC. Económicas y Empresariales
Universidad de La Laguna



Fac. CC. Económicas y Empresariales
Univ. de Las Palmas de Gran Canaria

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

Javier Giner Rubio y Sandra Morini Marrero *

DOCUMENTO DE TRABAJO 2004-10

- Universidad de La Laguna. Departamento de Economía Financiera y Contabilidad.

**EL ÍNDICE VIX PARA LA PREDICCIÓN DE VOLATILIDAD:
UN ESTUDIO INTERNACIONAL**

Javier Giner Rubio y Sandra Morini Marrero
Departamento de Economía Financiera y Contabilidad
Universidad de La Laguna

Dirección de contacto:

Javier Giner Rubio

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Campus de Guajara s/n

38071 La Laguna

Tfno: 922317102

Fax: 922317132

E-mail: jginer@ull.es ó smorini@ull.es

**EL ÍNDICE VIX PARA LA PREDICCIÓN DE VOLATILIDAD:
UN ESTUDIO INTERNACIONAL**

RESUMEN

Los índices de volatilidad propuestos por algunos mercados de derivados se han constituido como unos indicadores fundamentales no sólo en la negociación de opciones, sino de la percepción de la marcha del mercado en general. En este trabajo se analizan las diferentes propuestas realizadas para el cálculo de los índices VIX, VDAX y VX1 para los mercados americano, alemán y francés respectivamente. Asimismo, el estudio anterior se extiende al mercado español de opciones para lo que es necesario la construcción de un índice de volatilidad sobre el Ibex-35. Para poner de relieve el importante contenido informativo que caracteriza a estas series, también comprobamos cómo estos índices mejoran sustancialmente los indicadores de predicción de volatilidad realizada, comparando sus resultados con otros métodos habituales como modelos de volatilidad histórica y condicional GARCH(1,1).

PALABRAS CLAVE: índices de volatilidad, opciones sobre índices bursátiles, predicción.

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente, la mayoría de los estudios realizados en torno a cuál es el mejor indicador de la volatilidad futura parecen inclinar la balanza a favor de la volatilidad implícita frente a la volatilidad histórica o frente a los modelos de volatilidad condicionada tipo ARCH. Como ejemplo podemos citar los trabajos de Corredor y Santamaría (2001) que estudian diferentes alternativas para la predicción de la volatilidad del índice Ibex-35: modelos de volatilidad condicional (particularmente GARCH y GJR), modelos de volatilidades implícitas y especificaciones combinadas de ambos conjuntos de información, encontrando que el uso de la volatilidad implícita ofrece un mejor resultado; o Blair *et al* (2001) para las opciones sobre el índice S&P 100.

Sin embargo, existen estudios previos como los de Day y Lewis (1992), Canina y Figlewski (1993) o Christensen y Prabhala (1998) que no se manifiestan tan claramente a favor de la volatilidad implícita. Según Blair *et al* (2001), la explicación de estos resultados contradictorios es que el cálculo de la volatilidad implícita puede llevar incorporado importantes errores de medida que tienen su origen en la propia idiosincrasia de los datos: opciones no estrictamente *at-the-money* (ATM), diferencias bid/ask muy grandes comparados con los precios de las opciones, distorsiones en los precios y en la volatilidad por el impacto de la comisiones, horizontes de tiempo cambiantes conforme disminuye la vida de la opción, etc; además del posible uso de un modelo de valoración inapropiado.

Ante la ausencia de datos de mayor calidad, es práctica habitual utilizar la volatilidad implícita (VI) de la opción más cercana a vencimiento y más *at the money* (ATM) disponible. Sin embargo, esto genera algunos inconvenientes. En primer lugar, obliga a distinguir entre la VI de las opciones de compra y la VI de las opciones de venta. En segundo lugar, no se pueden generar series históricas homogéneas dado que unas veces la opción estará más cerca ATM que otras. Y por último, las VI no tienen un periodo de predicción constante sino que éste va disminuyendo en la medida que el tiempo avanza y nos acercamos a la fecha de expiración de la opción.

En este sentido, surge la idea de crear un índice de volatilidad que aglutine la información contenida en diferentes opciones, y que homogenice el periodo de predicción que puede asociarse a la volatilidad implícita. Desde que en 1973 las opciones comenzaron a negociarse en un mercado organizado han habido diferentes propuestas para la elaboración de un índice que recoja información de diferentes opciones. Los primeros intentos,

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

liderados por Gastineau (1977) y Cox y Rubinstein (1985), se centraron en elaborar un índice a partir de las volatilidades implícitas de diferentes opciones sobre acciones. Más adelante, Brenner y Galai (1989) propusieron utilizar directamente la información contenida en las propias opciones sobre índices bursátiles, lo que simplificó enormemente el trabajo.

En la actualidad diversos mercados publican índices de volatilidad que se calculan de muy diferentes maneras, aunque todos ellos basados en un promedio de información de diferentes opciones sobre un índice bursátil, con el fin de conseguir una medida de volatilidad estándar referida a un horizonte de tiempo constante. El objetivo de este trabajo es introducir brevemente la forma de cálculo de estos índices y analizar algunas de las principales propiedades de los mismos.

De este modo, el apartado siguiente se dedica a presentar los índices calculados por CBOE, Deutsche Börse y MONEP para sus respectivos mercados, en el apartado 3 analizamos el comportamiento de estos índices junto con el cálculo realizado para el mercado español de opciones y tratamos de determinar qué relaciones existen entre los índices de volatilidad y la rentabilidad del mercado. En el apartado 4 se realiza un estudio de predicción de volatilidad utilizando estos índices. Los resultados son comparados con los obtenidos mediante otros modelos de volatilidad, concretamente volatilidad histórica y volatilidad condicional con modelos GARCH. El trabajo concluye destacando el importante contenido informativo que caracteriza a los índices de volatilidad.

2. ALGUNOS ÍNDICES DE VOLATILIDAD

El primer mercado en introducir un índice de volatilidad fue el CBOE que adoptó el VIX en Febrero de 1993 como un indicador de la volatilidad de las opciones sobre el S&P 100 (OEX), basándose principalmente en la propuesta de Cox y Rubinstein (1985) en relación a la ponderación de vencimientos y precios de ejercicio, véase Fleming *et al* (1995) para un análisis detallado de la fórmula de cálculo. Posteriormente, otros mercados de opciones han ido sumándose a esta iniciativa. Así, en el mercado alemán se calcula el VDAX desde 1994 de forma bastante similar al VIX. Sobre el Nasdaq-100 CBOE calcula el VXN desde Diciembre de ese mismo año siguiendo la misma metodología que para el VIX. Desde Octubre de 1997, MONEP calcula dos índices de volatilidad sobre el CAC-40, el VX1 y VX6, basándose en el trabajo de Brenner y Galai (1989).

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

Por tanto, en estos tres mercados se calculan los índices de volatilidad siguiendo metodologías diferentes. Parece ser que la empleada en el VIX es la que mejor acogida ha tenido, probablemente por ser la primera en aparecer, por la sencillez de sus reglas y también por tratarse de un índice de importante difusión en los medios informativos. Además se utiliza también para el cálculo del VIXN, calculado como decíamos por el CBOE sobre el índice Nasdaq-100 (NDX), y también por la Bolsa de Montreal para el cálculo del denominado MVX. En relación a España, MEFF no dispone aún de un índice de volatilidad como los comentados, aunque sí de información acerca de la volatilidad implícita de los diferentes contratos negociados.

Aunque el modo de calcular el índice es diferente entre los mercados considerados, la idea que subyace en todos los métodos es la misma y consiste en ponderar la volatilidad implícita de un conjunto de opciones elegidas siguiendo determinados criterios respecto a su precio de ejercicio (generalmente lo más ATM posible) y su fecha de expiración. Para el mercado francés no es la volatilidad implícita lo que se promedia sino directamente los precios de las opciones.

2.1 El VIX

El VIX se calcula a partir de la volatilidad implícita de un conjunto de ocho opciones (cuatro calls y cuatro puts) cercanas a una situación ATM dentro del primer y segundo plazo a vencimiento. Como primer plazo a vencimiento se elige aquel con fecha de expiración más cercana y superior a siete días, ya que en general las opciones con un vencimiento menor a una semana presentan niveles extremadamente altos de volatilidad. El segundo plazo a vencimiento corresponde a la segunda fecha de expiración más cercana. Para cada vencimiento se escogen dos precios de ejercicio diferentes lo más cerca ATM posible: el que se encuentra justo por debajo del precio de contado del subyacente, $K < S$; y el que se encuentra justo por encima de éste, $K > S$.

Estas volatilidades implícitas se ajustan a los días negociados de forma aproximada:

$$\sigma_{neg} = \sigma_{nat} \sqrt{\frac{T_{nat}}{T_{neg}}}$$

donde T_{nat} son los días naturales y T_{neg} son los días de negociación que se calculan quitando dos días por cada siete días naturales a través de la siguiente expresión:

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

$T_{neg} = T_{nat} - 2 \times ent(T_{nat}/7)$. Este ajuste eleva los niveles de volatilidad al considerar menos días hasta vencimiento.

A continuación se van promediando las volatilidades en pasos sucesivos hasta obtener el VIX. Así, en una primera etapa se obtienen cuatro subíndices (uno por cada vencimiento y precio de ejercicio) a partir de la media simple de cada par de opciones call y put de idénticas características.

Si denominamos $\sigma_{i,j,k}$ a la volatilidad implícita donde:

$$i = \begin{cases} C \rightarrow \text{Call} \\ P \rightarrow \text{Put} \end{cases} \quad j = \begin{cases} 1 \rightarrow \text{Vto. más próximo} \\ 2 \rightarrow \text{Vto. siguiente} \end{cases} \quad k = \begin{cases} A \rightarrow K > S \\ B \rightarrow K < S \end{cases}$$

obtendremos, para el vencimiento más cercano:

$$\sigma_{1,A} = \frac{\sigma_{C,1,A} + \sigma_{P,1,A}}{2} \quad \text{y} \quad \sigma_{1,B} = \frac{\sigma_{C,1,B} + \sigma_{P,1,B}}{2}$$

y para el siguiente más cercano:

$$\sigma_{2,A} = \frac{\sigma_{C,2,A} + \sigma_{P,2,A}}{2} \quad \text{y} \quad \sigma_{2,B} = \frac{\sigma_{C,2,B} + \sigma_{P,2,B}}{2}$$

Al establecer una media entre VI de calls y VI de puts se logra en cierto modo mitigar posibles sesgos causados por la diferente velocidad de reacción de las primas de las call y de las put a los cambios en el subyacente. En efecto, cuando el mercado se mueve muy rápidamente al alza se produce un sesgo positivo (negativo) en las call (put).

El siguiente paso consiste en calcular la posición ATM de cada vencimiento a partir de las medias anteriores:

$$\sigma_1 = \sigma_{1,A} \left(\frac{S - K_B}{K_A - K_B} \right) + \sigma_{1,B} \left(\frac{K_A - S}{K_A - K_B} \right) \quad \text{y} \quad \sigma_2 = \sigma_{2,A} \left(\frac{S - K_B}{K_A - K_B} \right) + \sigma_{2,B} \left(\frac{K_A - S}{K_A - K_B} \right)$$

donde K_B (K_A) es el precio de ejercicio por debajo (arriba) del precio del subyacente, S .

Por último, hay que promediar estos dos valores para que representen un periodo estandarizado de 22 sesiones, lo que se consigue interpolando linealmente:

$$\text{VIX} = \sigma_1 \left(\frac{T_2 - 22}{T_2 - T_1} \right) + \sigma_2 \left(\frac{22 - T_1}{T_2 - T_1} \right)$$

donde T_1 es el número de días hasta el primer plazo de vencimiento, el más cercano y T_2 es el número de días hasta el siguiente más cercano.

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

Recientemente, el 22 de Septiembre de 2003, cuando ya se había finalizado la redacción de este trabajo, el CBOE modificó el cálculo del VIX en dos sentidos¹: (1) pasando a utilizar como referencia el índice S&P 500, atendiendo a su mayor liquidez y (2) su método de cálculo: la volatilidad esperada se calcula ahora considerando un amplio rango de precios de ejercicios (*out of money*) no sólo la posición *at the money*, por otro lado se abandona el uso del modelo de Black-Scholes y se emplea nuevas técnicas que no dependen de ningún modelo específico con el fin de reflejar las nuevas tendencias teóricas y prácticas acerca de la volatilidad y su negociación.

2.2 El VDAX

El cálculo del VDAX es bastante similar al del VIX, aunque difiere en dos aspectos. En primer lugar, el periodo de referencia es de 45 días naturales por lo que no se realiza el ajuste de volatilidad a días de negociación que se realiza en el VIX. Y en segundo lugar, el precio del subyacente para el cálculo de la posición ATM es el precio forward del subyacente para el vencimiento considerado.

Por tanto, para calcular el índice de volatilidad es requisito previo calcular el precio a plazo del DAX (índice bursátil del mercado alemán). Para ello, si existen contratos de futuros sobre el DAX cuyo vencimiento coincida con la fecha requerida se coge el precio de estos como precio a plazo del DAX, en caso contrario se calcula interpolando linealmente los precios de los futuros precedente y siguiente en vencimiento.

A este respecto y a efectos de determinar que opciones elegir para la elaboración del índice, hay que considerar que el VDAX se calcula para un periodo constante de 45 días naturales por lo que se escogen aquellos contratos cuya fecha de expiración esté lo más próxima por defecto y por exceso de ese plazo. Para cada vencimiento, de forma similar al VIX, se eligen cuatro opciones (2 call y 2 put) cuyo precio de ejercicio se encuentra lo más cerca por encima y por debajo del precio forward calculado previamente. A estas opciones se les calcula la volatilidad implícita y se procede a calcular los diferentes subíndices de volatilidad, uno para cada vencimiento, promediando linealmente las dos opciones (call y put) de precio de ejercicio más alto y las de precio de ejercicio más bajo, igual que para el VIX. Y se vuelve a interpolar linealmente entre estas dos medias para hallar el valor de la

¹ Para profundizar en el cálculo del mismo se recomienda consultar CBOE (2003).

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

posición ATM de cada vencimiento. De igual forma que para el VIX, a partir de estos dos subíndices se calcula el VDAX para un periodo constante de 45 días.

Así, si igual que para el VIX, denominamos $\sigma_{i,j,k}$ a la volatilidad implícita donde ahora:

$$i = \begin{cases} C \rightarrow \text{Call} \\ P \rightarrow \text{Put} \end{cases} \quad j = \begin{cases} 1 \rightarrow T < 45 \\ 2 \rightarrow T > 45 \end{cases} \quad k = \begin{cases} A \rightarrow K > F \\ B \rightarrow K < F \end{cases}$$

siendo T el número de días hasta la fecha de expiración de la opción y F el precio forward del subyacente. Obtendremos, para el vencimiento inmediatamente inferior a 45 días:

$$\sigma_{1,A} = \frac{\sigma_{C,1,A} + \sigma_{P,1,A}}{2} \quad \text{y} \quad \sigma_{1,B} = \frac{\sigma_{C,1,B} + \sigma_{P,1,B}}{2}$$

y para el inmediatamente superior a 45 días:

$$\sigma_{2,A} = \frac{\sigma_{C,2,A} + \sigma_{P,2,A}}{2} \quad \text{y} \quad \sigma_{2,B} = \frac{\sigma_{C,2,B} + \sigma_{P,2,B}}{2}$$

Promediando éstos para calcular la posición ATM:

$$\sigma_1 = \sigma_{1,A} \left(\frac{F - K_B}{K_A - K_B} \right) + \sigma_{1,B} \left(\frac{K_A - F}{K_A - K_B} \right) \quad \text{y} \quad \sigma_2 = \sigma_{2,A} \left(\frac{F - K_B}{K_A - K_B} \right) + \sigma_{2,B} \left(\frac{K_A - F}{K_A - K_B} \right)$$

donde K_B (K_A) es el precio de ejercicio por debajo (arriba) del precio forward del subyacente, F . Y por último, promediando estos dos valores obtenemos el índice:

$$\text{VDAX} = \sigma_1 \left(\frac{T_2 - 45}{T_2 - T_1} \right) + \sigma_2 \left(\frac{45 - T_1}{T_2 - T_1} \right)$$

donde T_1 es el número de días hasta el primer vencimiento considerado y T_2 es el número del segundo.

2.3 El VX1 – VX6

Por último, MONEP calcula dos índices de volatilidad sobre el CAC-40, el VX1 de 31 días de referencia y el VX6 de 185 días de referencia. La construcción de ambos es idéntica salvo en lo que se refiere a los días que representan por lo que expondremos sólo la metodología de cálculo del VX1 que se basa en la propuesta de Brenner y Galai (1989) que parte de que la relación entre las primas de las opciones y la volatilidad del subyacente alrededor de la posición ATM es casi lineal.

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

Las diferencias que presenta respecto a los índices anteriores son notables, por un lado, sólo emplea opciones de compra y por otro calcula el precio de una opción teórica ATM con fecha de expiración 31 días y sobre ese precio se aplica un modelo de valoración binomial para calcular la volatilidad implícita que es el valor del índice de volatilidad.

De este modo, para calcular el VX1 hay que elegir cuatro call cuya fecha de expiración sea inmediatamente inferior (T_1) e inmediatamente superior (T_2) a 31 días y cuyos precios de ejercicio estén justo por encima (K_a) y justo por debajo (K_b) de la posición ATM, esto es por encima y por debajo del valor de contado del CAC-40. Con estas opciones se calcula para cada precio de ejercicio considerado el valor de una opción teórica de vida residual 31 días:

$$C_{K_a,31} = \left(\frac{31 - T_1}{T_2 - T_1} \right) (C_{K_a,T_2} - C_{K_a,T_1}) + C_{K_a,T_1}$$

$$C_{K_b,31} = \left(\frac{31 - T_1}{T_2 - T_1} \right) (C_{K_b,T_2} - C_{K_b,T_1}) + C_{K_b,T_1}$$

Y posteriormente se ponderan estos dos valores para obtener la posición ATM:

$$C_{ATM,31} = \left(\frac{S - K_b}{K_a - K_b} \right) (C_{K_a,31} - C_{K_b,31}) + C_{K_b,31}$$

Este es el precio que se emplea para calcular la volatilidad implícita de esa opción teórica y esa volatilidad implícita es el VX1.

3. LOS ÍNDICES DE VOLATILIDAD Y LA RENTABILIDAD DEL MERCADO

Para efectuar el análisis empírico de los diferentes índices de volatilidad presentados en el apartado anterior contamos con una serie de datos que comprende desde enero de 1996 hasta diciembre de 2001². Además, se ha calculado para este mismo periodo el índice de volatilidad correspondiente al mercado español, siguiendo el procedimiento propuesto para

² Los datos correspondientes al VIX, VX1 y VX6 han sido obtenidos de las series históricas que disponen sus respectivos mercados, CBOE y MONEP. Los datos correspondientes al VDAX han sido amablemente cedidos por Deutsche-Boerse, a quien agradecemos su disposición.

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

el VIX en base a las volatilidades implícitas calculadas por MEFF para las opciones sobre el IBEX-35³, y al que llamaremos VIBEX.

En los gráficos 1 a 4 se representan el VIBEX, VIX, VDAX y VX1 para el periodo señalado observándose que los niveles del VIX y VDAX son más estables que los presentados por el VIBEX o el VX1, siendo este último el que presenta unos movimientos más acusados. Por otro lado, los valores del VIX son los más moderados no llegando a superar nunca el 50%, mientras que el VX1 o el VIBEX alcanzan para fechas similares valores por encima del 70%. En cuanto a los movimientos de los diferentes índices sólo parece existir correlación en fechas o periodos claves de elevada volatilidad como octubre de 1998 fecha en que se produce la segunda crisis asiática o septiembre de 2001 cuando se producen los atentados terroristas en EE.UU.

Otro aspecto significativo es el aumento de la volatilidad manifestado durante el año 1997, más patente en el índice español y francés, que rompe la estabilidad general que se observa en 1996. Durante 1998 en todos los mercados, salvo el español, se observa una tendencia a disminuir su valor hasta niveles en torno al 20% que se ve interrumpida en octubre de 1998 por las circunstancias mencionadas anteriormente. Posteriormente, a partir del segundo trimestre de 1999 se vuelve a observar una tendencia a recuperar niveles más bajos, oscilando los índices VIX y VDAX desde entonces, y salvo casos puntuales, entre el 20 y el 30%; en cuanto al VX1 y el VIBEX se sitúan más frecuentemente en la zona alta de esta banda y la superan en bastantes ocasiones con fuerza llegando al 40%.

En otro orden de cosas, un gran número de investigadores como Black (1976), Christie (1982) o French *et al* (1987) han encontrado importantes relaciones intertemporales entre los precios del subyacente y la volatilidad esperada en el mercado, en concreto observan una elevada correlación negativa entre la rentabilidad del mercado y los cambios producidos en la volatilidad implícita.

Para intentar medir esta posible relación entre el índice de volatilidad y la rentabilidad del mercado hemos calculado la correlación cruzada entre ambas variables, en concreto, calculamos la correlación entre los cambios en el índice de volatilidad y los cambios en el índice de mercado correspondiente, es decir, su rentabilidad diaria como diferencia de logaritmos de precios. Tal y como se observa en la Tabla 1 existe una correlación

³ Agradecemos a MEFF S.A. la cesión de estos datos.

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

contemporánea significativa y negativa entre ambas series, para todos y cada uno de los mercados estudiados; además se observa que salvo el DAX también existe correlación significativa para uno y dos retardos aunque de escasa magnitud.

4. PREDICCIÓN CON LOS INDICES DE VOLATILIDAD

Para valorar en qué medida los índices analizados pueden mejorar los resultados obtenidos por los métodos empleados habitualmente para predecir la volatilidad, en esta última parte del trabajo se compara su capacidad predictiva con la de la volatilidad histórica y con la de un esquema de volatilidad condicional GARCH(1,1).

Dado que la volatilidad no es una magnitud observable, diferentes autores como Corredor y Santamaría (2001) renuncian a su estimación directa y miden la bondad de la capacidad predictiva de los diferentes modelos a través de la rentabilidad de determinadas estrategias de negociación. Sin embargo, otros autores como Andersen y Bollerslev (1998), Andersen *et al* (2001), o Blair *et al* (2001) utilizan la desviación estándar de las rentabilidades futuras como medida de la volatilidad realizada, σ^R . En este trabajo se sigue esta línea y se calcula la desviación de la rentabilidad de cada uno de los índices bursátiles para un periodo de T días naturales, donde T varía en función de cada índice:

$$\sigma_{t+1,t+T}^R = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{k=1}^T (r_{t+k} - \bar{r}_{t,t+T})^2}$$

donde r_{t+k} es la rentabilidad diaria del índice bursátil correspondiente en el momento $t+k$ y $\bar{r}_{t,t+T}$ es la rentabilidad media de los T días.

De este modo, se analizan los cuatro modelos de regresión siguientes:

$$\sigma_{t+1,t+T}^R = \alpha + \beta \sigma_{t-T+1,t}^H + u_t \quad (4.1)$$

$$\sigma_{t+1,t+T}^R = \alpha + \beta \sigma_{t+1,t+T}^G + u_t \quad (4.2)$$

$$\sigma_{t+1,t+T}^R = \alpha + \beta \text{VIX}_t + u_t \quad (4.3)$$

$$\sigma_{t+1,t+T}^R = \alpha + \beta \text{VIX}_t + \gamma \sigma_{t+1,t+T}^G + u_t \quad (4.4)$$

donde $\sigma_{t-T+1,t}^H$ es la volatilidad histórica de los T días anteriores al cierre del mercado el día t , $\sigma_{t+1,t+T}^G$ es la volatilidad condicional GARCH(1,1) predicha para T días posteriores a t y VIX_t es el índice de volatilidad implícita al cierre del mercado el día t .

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

Así, para analizar el primer modelo (4.1) es necesario calcular la desviación estándar de las T rentabilidades diarias $r_t, r_{t-1}, \dots, r_{t-T+1}$:

$$\sigma_{t-T+1,t}^H = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{k=1}^T (r_{t-k+1} - \bar{r}_{t-T+1,t})^2}.$$

En el segundo modelo (4.2) se considera el esquema GARCH(1,1) propuesto por Bollerslev (1986). Para ello, suponemos que las rentabilidades se distribuyen según el modelo $r_t = C + \varepsilon_t$, donde ε_t sigue una $N(0, \sigma_t^2)$, C es una constante y σ_t es la volatilidad condicional caracterizada por:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Una vez estimado el modelo, para cada t podemos realizar predicciones de la varianza condicional para los próximos T días, $\sigma_{t+1}^2, \sigma_{t+2}^2, \dots, \sigma_{t+T}^2$, de forma que a través de la raíz cuadrada de su media aritmética obtendremos el valor esperado de la volatilidad realizada

según este predictor, $\sigma_{t+1,t+T}^G = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{k=1}^T \sigma_{t+k}^2}$. Este resultado es anualizado posteriormente multiplicando por $\sqrt{250}$.

En cuanto al tercer modelo (4.3) disponemos de los datos de los diferentes índices facilitados por sus respectivos mercados y el VIBEX calculado tal como hemos indicado.

En los tres primeros modelos las variables predictoras han sido consideradas dentro de un esquema regresivo univariante. Canina y Figlewski (1993) en el mercado americano ó Afonso y Alegría (1997) en el mercado español, plantearon utilizar un modelo de regresión multivariante que incluyera la volatilidad histórica y la volatilidad implícita, con la intención de aunar lo mejor de cada conjunto de información. En esta línea, en el cuarto modelo, ecuación (4.4), planteamos un modelo de regresión mixto entre índice de volatilidad implícita y volatilidad condicional GARCH.

Para llevar a cabo el estudio se divide el periodo total en dos subperiodos. El primero de los cuales se emplea para estimar los parámetros de los tres modelos analizados y que abarca enero 1996 - diciembre 1999 y el segundo se utiliza para medir la capacidad predictiva de los modelos y abarca enero 2000 hasta diciembre 2001.

Antes de analizar los resultados obtenidos para cada uno de estos modelos, en la tabla 2 se muestra el comportamiento del modelo GARCH(1,1) para el periodo in-sample. Se observa

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

que todos los parámetros son significativos y que según el estadístico Ljung-Box no existe correlación en los residuos, salvo para el S&P 100.

Por otro lado, en la tabla 3 se recogen los parámetros estimados por mínimos cuadrados de cada uno de los modelos analizados. En todos los mercados considerados obtenemos coeficientes β estadísticamente significativos. El coeficiente α del modelo de volatilidad implícita no es significativo para el mercado español, americano y alemán, por lo que se podrían replantear los modelos sin tener en cuenta esta constante. El coeficiente γ tampoco es significativo, excepto para el DAX, lo que ya apunta a que el modelo mixto no debe aportar mucha mejoría.

En la misma tabla también aparecen calculados los estadísticos R^2 correspondientes a cada uno de los modelos planteados, tanto para el periodo in-sample como el periodo out-sample. Éste viene definido por:

$$R^2 = 1 - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\sigma_t^R - \hat{\sigma}_t)^2 / \text{Var}(\sigma_t^R)$$

siendo σ_t la predicción obtenida por cada uno de los modelos analizados y T el número de observaciones.

Así, el modelo de regresión basado en la volatilidad histórica presenta los peores resultados, para todos los mercados, sobre todo en la predicción out-sample, donde obtiene un $R^2=0.1053$ para el Ibex-35. El modelo de regresión basado en la volatilidad condicional GARCH(1,1) mejora las predicciones en todos los mercados, como es de esperar, tanto en la predicción in-sample como en la predicción out-sample.

El modelo de regresión basado en el índice de volatilidad implícita de cada mercado presenta los mejores resultados de los modelos univariantes considerados, excepto en el S&P 100 donde la predicción out-sample queda ligeramente por debajo de la obtenida con volatilidad condicional. En general la mejora obtenida utilizando el índice de volatilidad implícita es importante, sobre todo para el mercado alemán y francés, y también para el español.

El último modelo considerado, regresión multivariante con índice de volatilidad junto a volatilidad condicional, no presenta una mejora relativa que justifique su utilización. El coeficiente R^2 in-sample del modelo mixto apenas mejora comparado con el modelo basado en volatilidad implícita, y el R^2 out-sample sólo mejora ligeramente para el mercado

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

alemán, siendo perjudicial su uso en los casos de los mercados francés y americano. A la vista de estos datos, la mayor complejidad de este modelo no parece quedar justificada con los valores de predicción obtenidos.

Muchas son las líneas de investigación futuras, por ejemplo, Blair *et al* (2001) realizan predicciones basadas en el VIX considerando una regresión de orden infinito que utiliza las observaciones pasadas del índice, no sólo la contemporánea. De todas formas, independientemente de estas consideraciones, el mercado necesita una medida de volatilidad implícita referida a un horizonte de tiempo constante, de ahí la principal utilidad del VIBEX. Whaley (2000) se refiere al índice VIX como “la medida del miedo del inversor” en el sentido de que refleja el consenso de los inversores sobre sus expectativas de volatilidad futura.

CONCLUSIONES

Los índices de volatilidad parecen ser un instrumento de gran utilidad y ya se encuentran consolidados en otros mercados de derivados. Sin embargo el mercado español todavía no dispone aún de esta herramienta. En este trabajo se ha elaborado un índice para el Ibex-35 siguiendo una metodología prácticamente similar a la utilizada en el VIX para el S&P 100. Se ha analizado su relación con el Ibex-35 verificándose la existencia de una fuerte correlación negativa entre las variaciones de ambos. Además, se ha analizado la capacidad predictiva de los índices de volatilidad y comparado con otros modelos alternativos basados en volatilidad histórica y la volatilidad condicional, obteniendo como resultado que efectivamente el índice de volatilidad es el que mejores predicciones proporciona, tanto *in-sample* como *out-sample*, lo que avala su principal utilidad como información de calidad para los miembros participantes del mercado. Por otro lado, no se ha encontrado mejora sustancial al utilizar modelos mixtos de volatilidad condicional e implícita. Queda pendiente por hacer un análisis más en profundidad de la mejora que se obtiene al utilizar un índice de volatilidad en vez de la volatilidad implícita ATM directamente, lo que determinará definitivamente la ventaja de su utilización o no.

REFERENCIAS

Afonso, J.A. y R.M. Lorenzo, 1997. Predicción de volatilidad: una aplicación al mercado español de opciones sobre el Ibex-35, Boletín de Estudios Económicos 160, 91-122.

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

Andersen, T.G. y T. Bollerslev, 1998. Answering the skeptics: yes standard volatility models do provide accurate forecasts, *International Economic Review* 39, 885-905.

Andersen, T.G., Bollerslev, T., Diebold, F.X. y H. Ebens, 2001. The distribution of realized stock return volatility, *Journal of Financial Economics* 61, 43-76.

Black, F. (1976), "Studies of Stock Price Volatility Changes", *Proceedings of the 1976 Meetings of the American Statistical Association, Business and Economics Section*: 177-181.

Blair, B.J., S.H. Poon y S.J. Taylor (2001), "Forecasting S&P 100 volatility: the incremental information content of implied volatilities and high-frequency index returns", *Journal of Econometrics*, n° 105: 5-26.

Bollerslev, T., 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics* 31, 307-327.

Brenner, M. y D. Galai (1989), "New financial instruments for hedging changes in volatility", *Financial Analyst Journal*, Julio-Agosto: 61-65.

Canina, L. y S. Figlewski (1993), "The Informational Content of Implied Volatility", *Review of Financial Studies*, vol. 6, n° 3: 659-681.

Corredor, P. y R. Santamaría (2001), "Predicción de volatilidad y precios de opciones de las opciones en el Ibex-35", *Revista de Economía Aplicada*, vol. 9, n.º 25: 39-64.

Cox, J. y M. Rubinstein (1985), *Options Markets*, Prentice-Hall

Christensen, B.J. y N. R. Prabhala (1998), "The Relation between Implied and Realized Volatility", *Journal of Financial Economics*, n° 50: 125-150.

Christie, A.A. (1982), "The Stochastic Behaviour of Common Stock Variances: Value, Leverage and Interest Rate Effects", *Journal of Financial Economics*, vol. 10: 407-432.

Day, F. y C.M. Lewis (1992), "Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options", *Journal of Econometrics*, vol. 52, n° 1-2: 267-287.

Fleming, J., Ostdiek, B. y R.E. Whaley (1995), "Predicting stock market volatility: a new measure", *The Journal of Futures Markets*, vol. 15 (3): 265-302.

French, K.R., G.W. Schwert y R.F. Stambaugh (1987), "Expected Stock Returns and Volatility", *Journal of Financial Economics*, vol. 19: 3-29.

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

Gastineau, G. (1977), “An index of listed option premiums”, *Financial Analyst Journal*, Mayo-Junio.

Whaley, R.E. (2000), “The Investor Fear Gauge”, *Journal of Portfolio Management* n° 26, 12-17.

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

Gráfico 1 – VIBEX

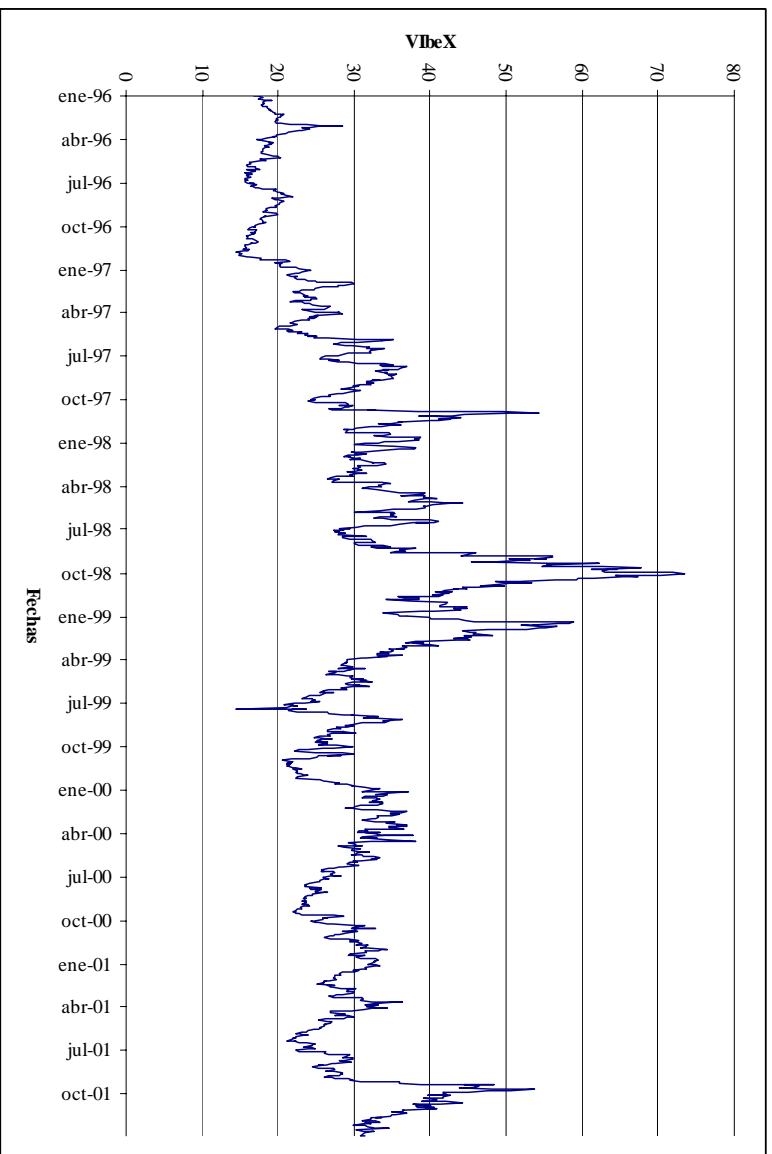
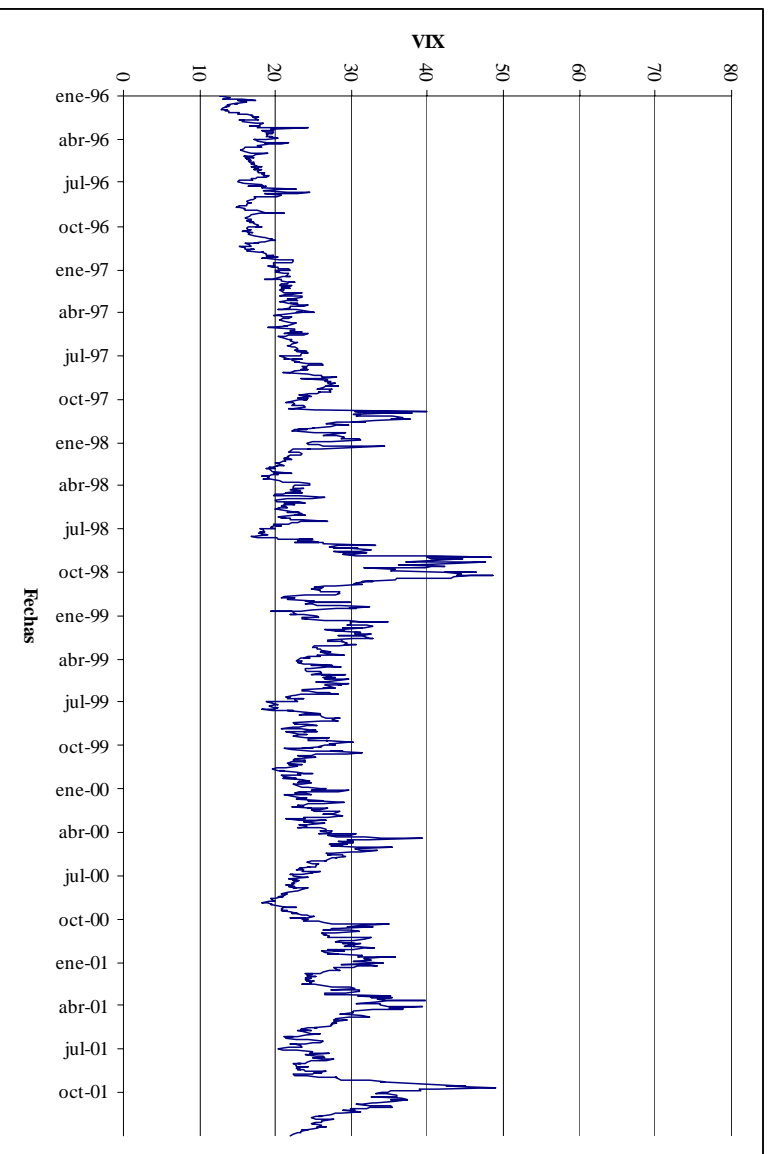


Gráfico 2 – VIX



El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

Gráfico 3 – VDAX

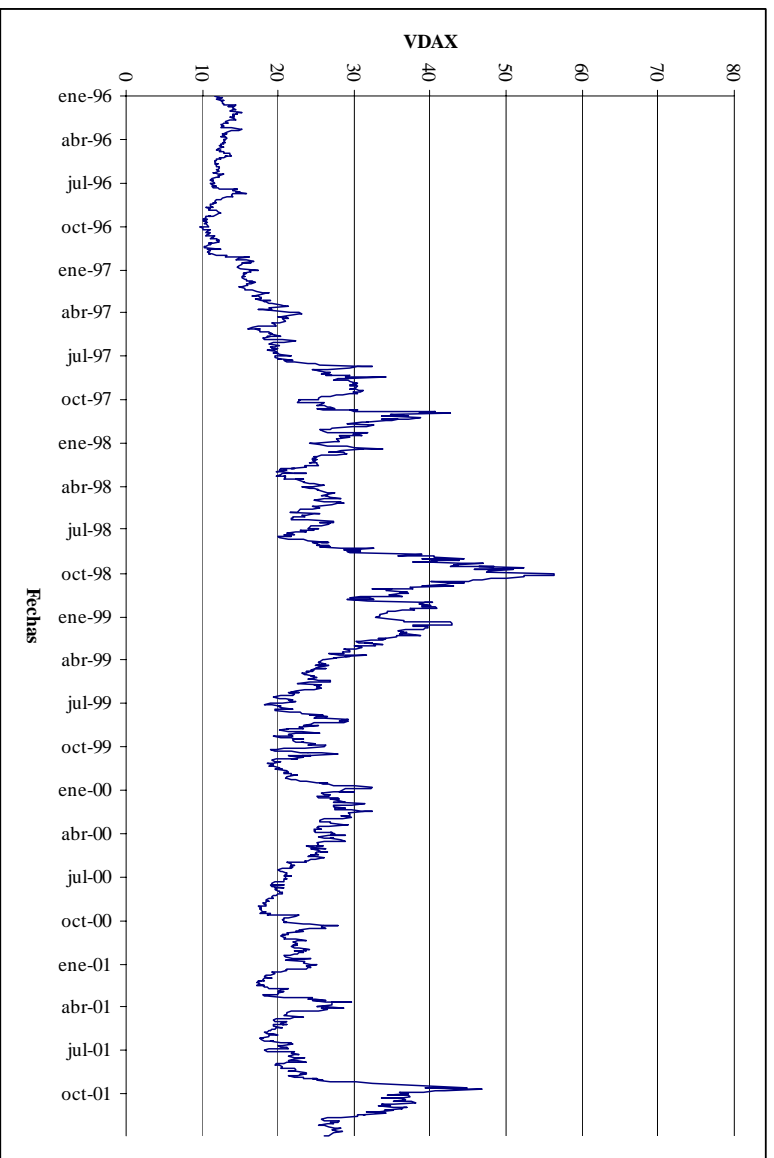
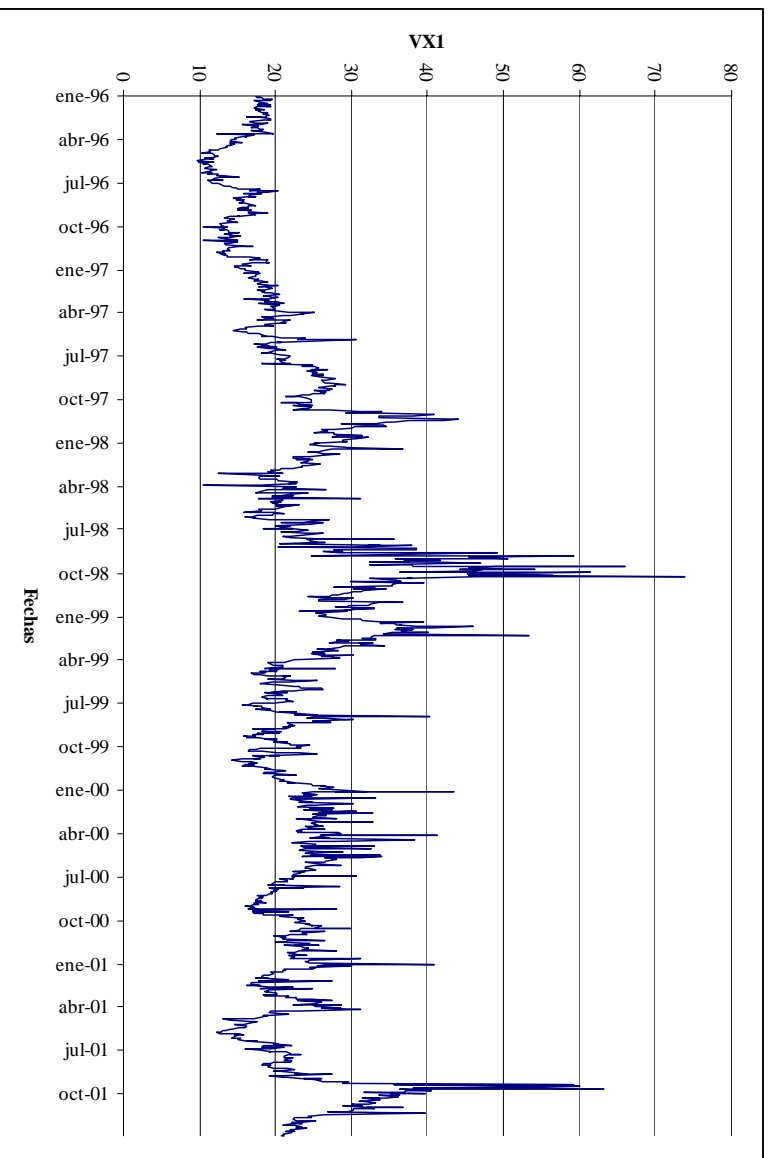


Gráfico 4 – VXI



El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

Tabla 1. Correlación cruzada entre los cambios diarios en el índice de volatilidad y la rentabilidad del índice subyacente correspondiente, periodo 1996-2001*

<i>Mercado</i>	<i>N</i>	$\rho(-2)$	$\rho(-1)$	$\rho(0)$	$\rho(1)$	$\rho(2)$
VIBEX-Ibex35	1496	0.082	-0.096	-0.653	-0.027	0.034
VIX-S&P100	1511	0.070	0.101	-0.815	0.013	0.044
VDAX-DAX	1505	0.045	0.012	-0.659	0.007	0.041
VX1-CAC	1506	0.092	0.212	-0.485	-0.048	0.069

* En negrita las correlaciones con un nivel de confianza superior al 95%, donde el error estándar ha sido calculado como $N^{-0.5}$, siendo N el número de observaciones.

Tabla 2. Parámetros estimados y diagnósticos del modelo GARCH (1,1) para diferentes índices en el periodo 1996-1999.

<i>Índice</i>	<i>C</i>	ω	α_1	β_1	<i>LBQTest</i>	<i>LBQTest2</i>
Ibex-35	0.00134 (3.6)	4.3E-06 (3.4)	0.1171 (5.5)	0.8640 (36.4)	23.2 -	8.8 -
S&P 100	0.00124 (3.6)	4.0E-06 (3.1)	0.1074 (8.7)	0.8664 (47.9)	36.3 -	13.9 -
DAX	0.00124 (3.6)	8.6E-07 (2.2)	0.0712 (6.0)	0.9269 (82.7)	22.8 -	21.8 -
CAC40	0.00126 (3.5)	1.3E-06 (1.8)	0.0597 (5.6)	0.9335 (83.0)	26.3 -	9.2 -

Nota: LBQTest y LBQTest2: Estadísticos Ljung-Box Q(20) para los residuos estandarizados y para los residuos estandarizados al cuadrado respectivamente (31.4 es el valor crítico al 5%)

El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional

Tabla 3. Predicción de volatilidad *in-sample* y *out-sample* a partir de las regresiones de la volatilidad realizada frente a los modelos de: volatilidad histórica VH, volatilidad condicional GARCH(1,1), índice de volatilidad e índice de volatilidad & GARCH(1,1), ecuaciones (4.1) a (4.4)

Mercado	Modelo	α		β		γ		R^2	R^2
			(t)		(t)		(t)	(in-sample)	(out-sample)
Ibex-35	VH	9.619	(6.0)	0.5337	(6.0)	-	-	0.2924	0.1053
	GARCH(1,1)	1.959	(0.9)	0.8457	(7.4)	-	-	0.3951	0.1902
	VIBEX	1.794	(0.9)	0.6299	(8.5)	-	-	0.4489	0.1992
	VIBEX&GARCH	1.038	(0.5)	0.4954	(4.5)	0.2172	(1.1)	0.4545	0.2301
S&P 100	VH	10.717	(9.4)	0.3843	(5.8)	-	-	0.1463	0.0230
	GARCH(1,1)	5.894	(3.1)	0.6223	(6.0)	-	-	0.1634	0.1165
	VIX	2.700	(1.4)	0.6253	(6.9)	-	-	0.2895	0.1132
	VIX&GARCH	3.070	(1.6)	0.6765	(4.8)	-0.0858	(-0.6)	0.2907	0.1003
DAX	VH	7.411	(5.7)	0.6704	(10.0)	-	-	0.4498	-0.2529
	GARCH(1,1)	3.887	(2.4)	0.7916	(9.7)	-	-	0.5184	-0.1257
	VDAX	1.549	(1.4)	0.8399	(15.1)	-	-	0.6492	0.1018
	VDAX&GARCH	1.864	(1.7)	1.0945	(9.7)	-0.2873	(-2.4)	0.6578	0.1281
CAC40	VH	8.181	(5.0)	0.5909	(6.4)	-	-	0.3420	0.0034
	GARCH(1,1)	3.784	(1.8)	0.7833	(6.9)	-	-	0.3794	0.0526
	VX1	5.548	(4.6)	0.6189	(10.2)	-	-	0.4452	0.2032
	VX1&GARCH	4.094	(2.5)	0.4743	(5.5)	0.2351	(1.9)	0.4551	0.1872

Nota: Estadístico *t* de los parámetros α y β calculado según el método de Newey y West (1987). En negrita aparecen los mejores valores de R^2 dentro de cada mercado.