

EL RECICLADO DE AGUAS COMO CONJUNTO DE PROBLEMAS DE CONTROL*

Por: José Miguel Pacheco Castelao e Isabel Fernández de la Nuez

Instituto de Ciencias del Mar. Departamento de Matemáticas Aplicadas. Universidad Politécnica de Canarias
Las Palmas de Gran Canaria

RESUMEN

En este trabajo los autores consideran el problema del reciclado de aguas residuales como objeto de la teoría del control. El problema general es dividido en varios subproblemas, que varían desde los puramente matemáticos hasta cuestiones relativamente complicadas de importancia social, económica, política, etc.

ABSTRACT

WATER RECYCLING AS A WHOLE OF CONTROL PROBLEMS

In this report the authors consider the problem of recycling waste waters as a question tractable within the framework of control theory. The main problem is split into several subproblems ranging from purely mathematical ones to fairly involved ones of social, political economic relevance.

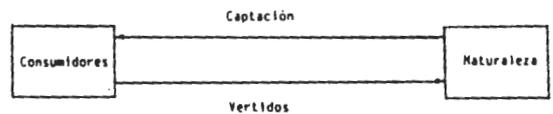
INTRODUCCION

La utilización de aguas residuales tras su recuperación es un proceso complejo en el que intervienen una gran variedad de factores de muy diversos tipos. Es bastante difícil suponer que la relativa falta de éxito del uso de aguas residuales tratadas tenga mucho que ver con la complejidad antes citada y, sobre todo, con la gran variedad de campos que confluyen en el problema.

Este último aspecto debe ser considerado con cierto grado de atención. Podemos distinguir tres grados correspondientes a otros tantos campos que intervienen:

- Problemas de planificación de territorio.
- Problemas de control óptimo en el manejo de plantas depuradoras.
- Problemas de toma de decisiones relativos a los dos anteriores.

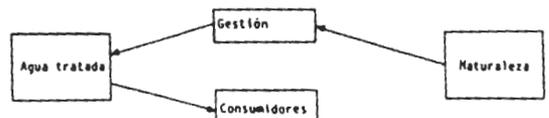
Con el objeto de situar estos tres tipos, dedicaremos unas líneas a analizar la estructura interna del problema del agua. En principio, el ciclo del agua puede esquematizarse así:



El esquema indica que no se tiene en cuenta ningún mecanismo de control sobre los métodos de captación ni sobre la calidad de los vertidos, lo cual implica que se deja al poder autodepurador de la naturaleza la regeneración de las aguas residuales.

Debido a este comentario, el esquema debe ser completado al menos en dos sentidos:

- Racionalizar la captación y adecuarla al consumo.



- Recuperar, al menos en parte, las aguas residuales:



*Fuente: Simposio Internacional Recursos Hidráulicos
CANARIAS AGUA-2000 (1987)

Desde el punto de vista de la toma de decisiones, es fundamentalmente importante el conocimiento de los problemas que plantean los vertidos no reciclados. Este es el punto de arranque de otra categoría de cuestiones, las de evaluación de impactos en el medio ambiente, que aparecen, en este informe, relegadas a los problemas de gestión y decisiones.

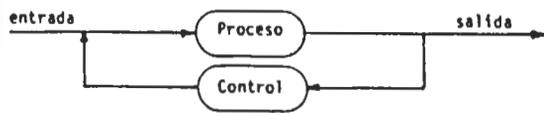
Así pues, tenemos un esquema global según la figura siguiente:



La parte superior del diagrama ha sido objeto de multitud de estudios, y aquí nos interesa la parte inferior, esto es, la estructura interna del "reciclado". En este punto donde se plantean los tres problemas citados más arriba, y que presentan una organización similar aunque pertenecen a dominios muy dispares.

Lo que es común a las tres categorías de problemas es el hecho de que pueden plantearse, cada cual en su ámbito, dentro del marco de los problemas de control.

Por **problema de control** entenderemos, en su aspecto más sencillo, una situación en la que unos datos, convenientemente manipulados, producen un resultado, de tal modo que estos resultados pueden ser utilizados para modificar los datos de entrada (ver Palm, 1986). En esquema:



La interpretación del control dentro de cada uno de los campos en que se trabaja varía desde lo puramente matemático o técnico hasta las decisiones de carácter político que intervienen en la solución del problema global. Así pues, cuando se habla de problemas de "planificación territorial" nos referimos, al hablar de control, a la necesidad de que la red de recogida y distribución esté diseñada de la forma más racional posible, lo cual obviamente, exige unas técnicas adecuadas.

Si, por otro lado, nos ocupamos de problemas de control óptimo de funcionamiento de las plantas depuradoras, etc., nos hallamos ante cuestiones de tipo matemático y técnico, cuyas soluciones son objeto de investigaciones profundas desde muy variados puntos de vista.

Finalmente, las decisiones últimas para la puesta en marcha de planes concretos pertenecen al mundo de lo político y administrativo, donde la palabra "control" adquiere su significado más intuitivo, independientemente muchas veces de cuestiones cuantitativas, y que puede entrar en contradicción con el sentido dado al vocablo en los dos casos anteriores, a pesar de que, al menos en teoría, las decisiones legislativas están basadas en el conocimiento de resultados científicos y técnicos.

En resumen, el problema de reutilización de aguas residuales es un conjunto de cuestiones de control organizadas de forma escalonada, de tal modo que el no funcionamiento de uno cualquiera de ellos puede conducir al fracaso en la solución del problema global.

2. LOS PROBLEMAS PRINCIPALES

En este apartado se expondrán en detalle las tres clases de problemas citados en el apartado anterior, poniendo de relieve las dificultades e interconexiones, así como señalando la naturaleza de las mismas.

2.1. El problema del diseño de redes de recogida y distribución

En este caso nos encontramos con un problema con varios aspectos: El primero es puramente matemático: establecer el grado de la red de recogida, al que dedicaremos cierta extensión. A continuación las cuestiones referentes a los asuntos técnicos acerca de dificultades topográficas, geológicas, etc., y finalmente las dificultades de tipo, sobre todo, legal que plantea el establecimiento de una red cuando se dispone de otra preexistente pero a todas luces inadecuada. Dado que los problemas técnicos han de ser recogidos, al menos en teoría, en el cálculo de los parámetros que intervienen en la modelización, no nos ocuparemos de ellos en este apartado. Por otro lado, las dificultades de tipo legal, ciudadano, etc. pertenecen a la tercera categoría de problemas que se citaron en la introducción, y serán considerados en el apartado correspondiente. (véase: Beltrani 1.982, Mac:21).

En el trazado de una red, una vez tenido en cuenta los inconvenientes citados en el párrafo anterior, conviene utilizar un modelo matemático adecuado, y para poner de relieve el concepto de control que nos interesa resaltar, nos limitaremos a uno sencillo, pero que presenta el conjunto de características esenciales que ayudan a comprender el problema y su método de resolución.

Un modelo simple para el diseño de una red puede ser el siguiente:

no intervenir dos clases de variables, unas exogenas y otras, de decisión. Las variables exógenas se representarán simplemente flujos de una planta y las variables de decisión son parámetros que controlan con objeto de establecer el coste de operación.

Supongamos que el área de recogida de aguas residuales está dividida en "r" distritos o zonas y que se debe establecer "p" estaciones de tratamiento. Denotamos por x_{ij} el flujo generado en la zona i con destino al receptor j. Por tanto tendremos una matriz en la cual una parte de sus elementos son nulos por razones varias: distancias, dificultades topográficas, condicionamientos legales, etc.

La totalidad de aguas producidas por la zona i será, tanto:

$$z_i = \sum x_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, p)$$

La cantidad de agua reciclada producida por la depuradora j será:

$$d_j = k_j \sum x_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, r)$$

Donde k_j es un "factor de eficacia" que puede determinarse de forma empírica teniendo en cuenta las características técnicas, etc., de las centrales.

Las variables de decisión las nombraremos como D_j , $j=1, 2, \dots, p$ y se definirá así:

$$D_j = \begin{cases} 0 & \text{si no se construye la depuradora } j\text{-ésima} \\ 1 & \text{si sí se construye la depuradora } j\text{-ésima} \end{cases}$$

servirán para proveer la solución del problema en forma de vector p-dimensional en base 2, de acuerdo con condicionamientos del tipo siguiente:

Por ejemplo, si las zonas 3 y 4 envían sus aguas a las depuradoras 7 y 9 será razonable que se satisfagan las desigualdades siguientes:

$$\begin{aligned} x_{37} + x_{47} & \leq (z_3 + z_4) D_7 \\ x_{39} + x_{49} & \leq (z_3 + z_4) D_9 \end{aligned}$$

Esto es, en general, en ecuaciones del tipo:

$$\begin{aligned} \sum x_{ij} & \leq (\sum z_i) D_j & i = 1, 2, \dots, r \\ & & j = 1, 2, \dots, p \end{aligned}$$

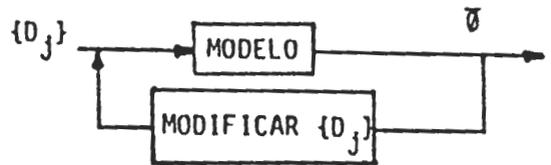
Cuando en cada distrito o zona se ubica una depuradora, aparecen los elementos x_{ij} en la matriz, pero, por razones varias, puede ocurrir que algunos de ellos sean

0. En tal caso debe tomarse alguna decisión al respecto de enviar las aguas a otras zonas. Por ejemplo, si se tiene $z_j = z_{ij} + z_{jk}$ y sólo se desea que las aguas se manden a una de las plantas j o k, aparecerá la ecuación $z_{ij} z_{jk} = 0$. Análogamente, pueden plantearse otras restricciones. Una vez hecho esto, el modelo permite evaluar, dados los parámetros $[D_j]_{j=1, 2, \dots, p}$, las soluciones x_{ij} , que se utilizarán para el cálculo de las funciones objetivo. Este último concepto se refiere al computo de cantidades finales que permitan seleccionar diferentes alternativas. Un caso típico es la "función coste", que da el precio total de la red, de modo que se trata de hallar un conjunto de valores $[x_{ij}]$ tales que $\Phi(x_{ij})$ ($i=1, \dots, r$; $j=1, \dots, p$) sea mínimo. A esta Φ se le añade el coste de las plantas cuya construcción se decida, y así se obtiene una función objetivo $\bar{\Phi} = \text{coste de la red} + \text{coste de las depuradoras construidas}$. En esencia, tenemos el siguiente diagrama:



$$[D_j]_{j=1, \dots, p}$$

La observación del valor obtenido para $\bar{\Phi}$ permitirá modificar el vector binario de entrada $[D_j]$, teniéndose así un caso de control que puede ser ejercido con ayuda de un ordenador, o en casos pequeños, con una simple calculadora de mano:



de modo que se pueda presentar un conjunto de alternativas a los órganos de decisión, quienes a su vez tendrán que ejercer sus propios mecanismos de control, como ya anunciamos más arriba. Naturalmente, la selección del vector de entrada $[D_j]$ recoge una serie de condicionantes y características del problema concreto; en suma reconoce el aspecto ingenieril primordial en este tipo de cuestiones.

2.2 Control del funcionamiento de las plantas depuradoras.

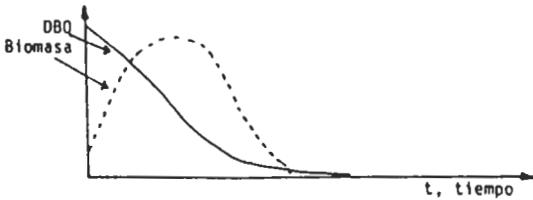
Una depuradora puede considerarse como un sistema cuya entrada es agua residual con una DBO alta y cuya salida es agua con una DBO más baja prefijada. El

funcionamiento de tales sistemas es conocido y consiste esencialmente en utilizar el agua de entrada como caldo de cultivo para una serie de microorganismos que hacen desaparecer la materia orgánica. Esta mezcla se llama "lodo activado". Posteriormente los microorganismos se retiran por decantación u otros medios, con lo que se obtiene un agua con menor DBO que la de entrada. El proceso puede resultar, desde luego, mucho más complejo debido a multitud de interacciones, pero no entraremos aquí en esos detalles.

Según el comentario anterior, la modelización de un sistema depurador puede hacerse recurriendo a un sistema predador/presa (v. Marsili Libelli, 1980 y 1982). Denotando por x_1 la DBO y por x_2 la biomasa depuradora, se tiene que la DBO ha de disminuir por interacción con la biomasa, esto es, $\dot{x}_1 = -c_1 x_1 x_2$. De igual forma, la biomasa tiende a aumentar por la interacción antes descrita, pero ese crecimiento está frenado por la competencia intraespecífica y por la propia disminución de la DBO, esto es, se rige por un modelo del tipo $\dot{x}_2 = c_2 x_1 x_2 - c_3 (x_2^2/x_1)$. Por tanto, podemos representar el modelo total con el sistema:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -c_1 x_1 x_2 \\ \dot{x}_2 &= c_2 x_1 x_2 - c_3 (x_2^2/x_1) \end{aligned} \right\} \text{ I}$$

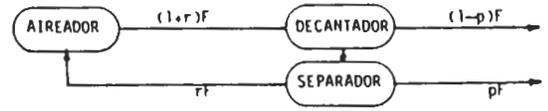
El punto singular de este sistema es (0,0), y un análisis de estabilidad de dicho punto indica que es estable, lo cual se traduce en un comportamiento del tipo reflejado en la figura:



Por tanto el modelo representa una situación ideal, pues una vez determinadas las constantes se puede hallar el tiempo en el que tanto la DBO como la biomasa han alcanzado valores despreciables y puede considerarse el agua ya limpia.

La versatilidad de este modelo queda restringida por el hecho de que, en la realidad la afluencia de aguas residuales es continua, aunque fluctuante, de modo que el funcionamiento por lotes o "batch" debe sustituirse por uno continuo.

La situación puede describirse, ahora, con el esquema siguiente:



- F = flujo de entrada, con una DBO_i
- rF = flujo de lodo que vuelve al aireador, 0 < r < 1
- pF = flujo de pérdida
- (1-p)F = flujo de agua aprovechable, con una DBO_F

En los flujos rF y pF consideramos unas concentraciones constantes de lodo, c_r y c_p , y se observa que los parámetros DBO_i, r son los que determinan el comportamiento del sistema; en general DBO_i es desconocida aunque puede tenerse un comportamiento estadístico aproximado, así que el parámetro de control es el porcentaje o fracción r. En fórmulas tenderemos:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= F_1(x_1, x_2, r, DBO_i) \\ \dot{x}_2 &= F_2(x_1, x_2, r, DBO_i) \end{aligned} \right\} \text{ II}$$

Lo que interesa es que el flujo aprovechable (1-p)F alcance la DBO_F prefijada. Este es el problema de control típico, en el que analizamos la posibilidad de, variando el parámetro, alcanzar la DBO necesaria. La forma más razonable de expresar el sistema II es a base de "perturbar" el sistema I, del modo siguiente:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -c_1 x_1 x_2 + \beta_1(x_1, x_2, r, DBO_i) \\ \dot{x}_2 &= c_2 x_1 x_2 - c_3 x_2^2/x_1 - \beta_2(x_1, x_2, r, DBO_i) \end{aligned} \right\} \text{ III}$$

donde para obtener expresiones adecuadas para β_1 y β_2 , podemos razonar así: β_1 es del tipo $c_4(DBO_i - (1+r)x_1)$, lo cual da cuenta de la variación de DBO en el aireador (que es la verdadera depuradora) por entrada y salida de agua en él. La constante c_4 es, para ajustar los datos, el cociente F/V, siendo V el volumen del tanque. De igual forma, para β_2 se puede proponer la expresión $c_4(c_r - (1+r)x_2)$, con idéntica interpretación, con lo cual nos quedará:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}' &= -c_1 x_1 x_2 + c_4(DBO_i - (1+r)x_1) \\ \dot{x}' &= c_2 x_1 x_2 + c_3 x_2^2/x_1 - 1 + c_4)c_r - (1+r)x_2 \end{aligned} \right\} \text{ IV}$$

Igualando a cero se comprueba que existe un punto en este sistema (dependiendo de r y DBO_i) en el primer cuadrante, que es el objeto del estudio.

lo que interesa es ver como depende ese punto de los parámetros DBO_i , r , lo cual equivale a las derivadas

$$\frac{\delta x_1}{\delta DBO_i}, \frac{\delta x_2}{\delta DBO_i}, \frac{\delta x_1}{\delta r}, \frac{\delta x_2}{\delta r},$$

derivadas se pueden obtener fácilmente derivando el sistema II y sustituyendo en él los valores dados del sistema IV. Poniendo después las condiciones de punto singular, se llega a que

$\frac{\partial x_1}{\partial DBO_i} > 0$ (La DBO crece con el influjo de DBO_i)

$\frac{\partial x_1}{\partial r} < 0$ (La DBO decrece con el reflujos r)

$\frac{\partial x_2}{\partial DBO_i} > 0$ (La biomasa crece con la DBO_i)

$\frac{\partial x_2}{\partial r} > 0$ (La biomasa crece con el reflujos r)

Estas desigualdades ponen de relieve que a mayor reflujos, mayor actividad de la biomasa y menor DBO, lo cual es práctico, y por tanto razonable, de forma que se puede utilizar para conducir el punto singular hacia arriba en el plano de fases (x_1, x_2) que puedan ser consideradas admisibles.

Queda, finalmente, ver si el punto singular es estable. El análisis (ver Marsili-Libelli, 1980) muestra que sí, de forma que el problema de la validez, al menos en teoría, del modelo queda resuelto.

Desde el punto de vista práctico, aparecen al menos tres asuntos de interés: el primero es la estimación de los parámetros del sistema, que plantea cuestiones interesantes de cálculo numérico, en particular interpolación de diversas clases, y de tratamiento espectral de las series temporales que se usan como entradas del modelo. El segundo corresponde al desfase con que se ejerce el control, y que, esencialmente, corresponde al tiempo que se invierte en analizar el producto final. Este segundo problema es hoy en día objeto de investigación y se han conseguido desfases de sólo tres minutos en la aplicación del control, lo cual es el mejor resultado conocido hasta la fecha (ver Köhne, 1985).

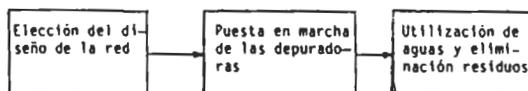
El problema puede complicarse aún más con la consideración de c_r como parámetro, p. ej., o pensar en au-

mentar la actividad mediante inyección forzada de aire, etc. Para más datos, véase Marsili - Libelli, 1982.

2.3. Problemas de control en el ámbito de las decisiones.

La instalación de un sistema de reciclado de aguas residuales responde a un proceso de decisiones complicado, que, en esquema, podemos describir como sigue.

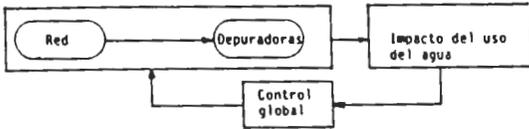
Si nos encontramos en el hipotético caso de una instalación totalmente nueva, en resumen quedará:



En este caso los condicionamientos sobre el diseño de la red pueden quedar incluidos en el proceso de control del primer cuadro, p. ej. existirán problemas de servidumbres, de posibles expropiaciones, de protestas ciudadanas, etc., que harán variar la decisión final de acuerdo con el proceso de control definido en 2.1.

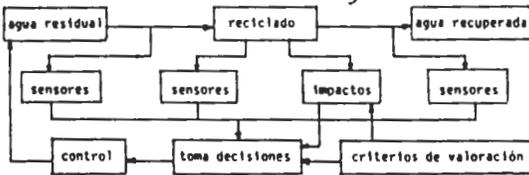
El cuadro segundo, desde el punto de vista de las decisiones no plantea mayores problemas que el de dotar a las centrales del adecuado servicio (esto es válido también para la red), pues la abundancia de partes mecánicas en tales aparatos hace que su cuidado resulte gravoso. Por tanto será necesario controlar la decisión de poner en marcha las centrales incorporando los costes actualizados de personal técnico, repuestos, etc., con una visión a largo plazo. Tampoco debemos olvidar los problemas derivados de la evaluación del impacto ambiental (ya citados en la introducción) de los inevitables vertidos y que poseen un coste de difícil cálculo, lo cual introduce una componente casi aleatoria en el proceso de decisión. Este punto merecería un estudio más detallado, que no se hace en este trabajo. (véase Westman, 1985)

Finalmente, el cuadro tercero representa, posiblemente el caso de control de tipo ideológico (o político, si se desea) más claro en este problema. La utilización de aguas regeneradas puede ser rechazada, y de hecho lo es, por los usuarios, muchas veces con argumentos pintorescos, pero no por ello menos contundentes. Ello puede exigir tratamiento previo de concienciación de la población, que en esencia, puede volverse en un control de la totalidad del proceso, complicándose así el problema:



Este control es de índole claramente política, y la decisión final, basada en estas consideraciones, puede distar mucho de la óptima desde el punto de vista técnico y/o económico.

En el caso más general, aquel que el sistema no se implanta desde cero, la situación se vuelve más compleja aún, pues a los problemas anteriormente citados hay que añadir los que se refieren a la adaptación de los sistemas preexistentes a las nuevas ideas que se pretenden implantar. Esta situación influye de modo importante en cualquiera de los tres bloques del diagrama principal aunque, en particular los problemas se han de plantear en el tercer bloque, en el nivel de decisiones, con lo cual, en esencia nos volvemos a encontrar con el segundo diagrama. Podemos expresar esto en un diagrama más completo, que resume la situación global:



donde los bloques señalados "sensores" (monitoring) son los que expresan los mecanismos de flujo de información pertinente en las tomas de decisiones.

3. CONCLUSION

La mala gestión y el consiguiente fracaso casi general de los sistemas de recuperación de aguas residuales no deben achacarse sólo a situaciones y problemas más o menos puntuales. El responsable del bajo rendimiento de estos sistemas debe buscarse en la propia complejidad de los mismos. Esta complejidad, si no es reducida mediante los adecuados sistemas de control, de los que se han expuesto algunos, puede llegar a inutilizar los esfuerzos que las comunidades y organismos ponen en el tratamiento de este problema. La controlabilidad de algunos apartados desde el punto de vista matemático permite al gestor definir estrategias adecuadas utilizando variables exógenas sin salirse de los márgenes razonables. Estas variables reflejarán, en general, la influencia de diferentes parámetros sociales, económicos, etc...

4. REFERENCIAS

1. Beltrami, E. (1982): "The high cost of clean water", Birkhäuser, New York.
2. Köhne, M. (1985): "Practical experience with a new on-line BOD measuring device". **Environmental Tech. Letter**, 6 (12), pp. 546-555.
3. MAC-21 (1977-1984), Informe sobre el agua en Canarias.
4. Marsili-Libelli, S. (1980): "Reduced order modelling of the activated sludge process". **Ecological Modelling**, 9, pp. 15-32.
5. Marsili Libelli, S. (1982): Optimal control strategies for biological water treatment", en **Environmental Systems Analysis and management**, ed. S. Rinaldi, North Holland, Amsterdam, pp. 279-287.
6. Palm, W. (1986) "Control Systems Engineering", Wiley, New York.
7. Westman, W. (1985): "Ecology, Impact Assessment and Environmental Planning, Wiley, New York.

La lectura de la Prensa Técnica es tiempo PRODUCTIVO en la empresa

ASOCIACION ESPAÑOLA DE PRENSA TECNICA



Balmes, 200, 2.º

Teléfonos (93) 218 02 50
218 00 77

08006 BARCELONA