

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA



TESIS DOCTORAL

APORTACIONES AL DISEÑO DE MICROMÁQUINAS DE
INDUCCIÓN ELECTROSTÁTICAS

AUTOR : D. FRANCISCO JORGE SANTANA MARTÍN

LAS PALMAS DE GRAN CANARIA, SEPTIEMBRE DE 2011.

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

PROGRAMA DE DOCTORADO DE TECNOLOGÍA INDUSTRIAL



TESIS DOCTORAL

APORTACIONES AL DISEÑO DE MICROMÁQUINAS DE
INDUCCIÓN ELECTROSTÁTICAS

AUTOR:

FDO.: FRANCISCO JORGE SANTANA MARTÍN

DIRECTORES:

FDO.: DR.D. J.M. MONZÓN VERONA FDO.: DR.D. J.A. MONTIEL–NELSON

LAS PALMAS DE GRAN CANARIA, SEPTIEMBRE DE 2011.

*“El pesimista se queja del viento;
el optimista espera que cambie;
el realista ajusta las velas.”*

William George Ward (21 March 1812 - 6 July 1882)
was an English Roman Catholic theologian and mathematician.

*Dedico esta tesis doctoral a mi esposa Margot,
y a mis hijos Jorge y María Eugenia.*

Presentación

El Real Decreto 1393/2007 de fecha 29 de octubre de 2007 del Ministerio de Educación y Ciencia (BOE número 260 de martes 30 de octubre de 2007) establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales. Este Real Decreto tiene como objetivo desarrollar la estructura de las enseñanzas universitarias oficiales, de acuerdo con las líneas generales emanadas del Espacio Europeo de Educación Superior de conformidad de con lo previsto en el artículo 37 de la Ley Orgánica 6/2001, de 21 de diciembre, de Universidades, en su nueva redacción dada por la Ley Orgánica 4/2007, de 12 de abril, por la que se modifica la anterior.

La disposición transitoria tercera del Real Decreto 1393/2007 establece para aquellos estudiantes que ya habían iniciado sus estudios de tercer ciclo, lo siguiente:

A los estudiantes que en la fecha de entrada en vigor de este real decreto, hubiesen iniciado los estudios de Doctorado, les serán de aplicación las disposiciones reguladoras del doctorado y de expedición del título de Doctor por las que hubieran iniciado dichos estudios. En todo caso el régimen relativo a elaboración, tribunal, defensa y evaluación de la tesis doctoral será aplicable a dichos estudiantes a partir de un año de su entrada en vigor.

En lo referente a la elaboración, tribunal, defensa y evaluación de tesis doctorales, el Real Decreto 1393/2007 habilita a las universidades españolas para el desarrollo reglamentario dentro del ámbito de sus respectivas competencias en su artículo 21:

La Universidad establecerá procedimientos con el fin de garantizar la calidad de las tesis doctorales tanto en su elaboración como en el proceso de evaluación. Estos procedimientos incluirán las previsiones relativas a la elección y al registro del tema de la tesis doctoral y a la lengua en la que se redactará y en la que se defenderá la tesis doctoral.

El reglamento para la elaboración, tribunal, defensa y evaluación de tesis doctorales de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC), desarrolla los artículos 21 y 22 del

Real Decreto 1393/2007, en virtud de dicha habilitación.

Respecto al formato y al contenido de la tesis doctoral, el reglamento especifica claramente:

Art. 10º. Formato de la tesis

En los ejemplares de la tesis doctoral deberán figurar los siguientes datos:

- 1. En la tapa de todos los ejemplares, el logotipo o escudo y nombre de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, el órgano responsable del Programa de Doctorado, título, autor, fecha y lugar.*
- 2. El ejemplar original contendrá una primera página en blanco donde los servicios administrativos de la Universidad harán constar, en su momento, el tribunal, calificación global otorgada, fecha y firmas. La segunda página, contendrá la certificación del órgano responsable del Programa de Doctorado con la autorización para su presentación a depósito.*
- 3. En todos los ejemplares, la tercera página contendrá los siguientes datos: el logotipo o escudo y nombre de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, el nombre del Programa de Doctorado cursado, el nombre del órgano responsable del Programa de Doctorado donde se ha realizado la tesis doctoral, el título de la misma, los nombres del autor y director/es, y el lugar y fecha de finalización.*

Art. 1º. Contenido de las tesis doctorales

La tesis doctoral consistirá en un trabajo original de investigación elaborado por el candidato en una disciplina relacionada con el Programa de Doctorado cursado.

El reglamento especifica en su artículo 5º el procedimiento para tramitar la tesis una vez concluida su redacción.

Art. 5º. Autorización y depósito de la tesis

- 1. Finalizada la elaboración de la tesis doctoral, el doctorando entregará una copia de la misma, acompañada de la autorización de el/los director/es, al órgano responsable del Programa de Doctorado.*
 - 2. El órgano responsable del Programa de Doctorado, en el plazo máximo de quince días, dará o no la conformidad para su tramitación.*
 - 3. El alumno que haya obtenido la conformidad para el depósito de la tesis doctoral, entregará en los servicios administrativos de la Universidad 10 ejemplares encuadernados de la misma y una copia en formato digital, acompañado de un folio con un resumen de la tesis a una cara y a doble espacio y la autorización de el/los director/es.*
-

Habiendo obtenido la conformidad para el depósito de la tesis doctoral por el órgano responsable del Programa de doctorado, y cumpliendo con los requisitos establecidos en la legislación vigente, se depositan los 10 ejemplares de este documento “Memoria de tesis doctoral” con el fin de proceder al acto de su lectura y defensa.

Agradecimientos

Redactar el apartado de agradecimientos de una tesis doctoral no es tarea fácil, ya que es la sección que a todos apetece leer y es además la que todos terminan leyendo.

De su lectura se puede extraer información acerca de cómo ha sido el ambiente de trabajo en el que se ha desarrollado la tesis. De esta manera el lector, hace también un trabajo de investigación y trata de captar con qué vehemencia el autor se dirige a determinadas personas al tiempo que analiza las frases que les dedica. Cuando termina su lectura, la valora y emite para sí un veredicto sobre el trabajo realizado, todo ello visto desde un prisma más personal que científico. Se convierte así en la sección más sensible y evaluada de la tesis, no obstante lo anterior, hay que aceptar dicho reto.

La realización de esta tesis, ha requerido de mucho esfuerzo y dedicación por parte del autor y sus directores, han sido años de trabajo duro. Sin embargo, su finalización no hubiese sido posible sin la colaboración y el apoyo recibido por parte de otras personas e instituciones. A ellas les quiero dedicar unas líneas y de esta forma hacerles llegar mi agradecimiento, espero no olvidarme de nombrar a nadie, si así fuera, les ruego acepten de antemano mis más sinceras disculpas.

En primer lugar y en el plano personal, quiero agradecer de forma muy especial el aliento que he recibido en todo momento por parte de mi familia. Sin su ayuda y comprensión la terminación de esta tesis no hubiese sido posible.

En esta ocasión también deseo agradecerles a mis padres, Francisco y Estrella (q.e.p.d.), ya que siempre tuvieron preocupación por mi formación. Eso me ha permitido vivir dentro del mundo académico. Realizaron un gran esfuerzo, es una deuda imposible de saldar.

Quiero agradecerle a la persona que me conoció cuando estudiaba, que siempre ha sabido lo importante que era para mí continuar por este camino y de la que he recibido todo el apoyo necesario durante estos años que ha durado el desarrollo de esta tesis doctoral, ella es Margot, mi mujer. Gracias también a mis dos hijos Jorge y María Eugenia por el ánimo que siempre me han dado y que conocen de la ilusión y ganas que he puesto en este

trabajo, a ellos también gracias.

Mi agradecimiento más sincero a mis directores de tesis los Doctores D. Juan Antonio Montiel-Nelson y D. José Miguel Monzón Verona, a los que debo la realización de esta tesis doctoral. Me indicaron la puerta de entrada y me ayudaron a buscar alguna de las de salida en este pequeño universo de los MEMS. Tengo que manifestar que si bien la valoración que tengo de ambos en el campo científico y técnico es excelente, mi satisfacción no es menor en el plano personal ya que me han ofrecido su amistad. Siempre han tenido las puertas de sus despachos abiertas, les agradezco su gran disposición y las horas de trabajo que me han dedicado.

Agradecer a todos los compañeros, docentes y PAS, del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la ULPGC por el interés que han mostrado por este trabajo. Gracias a Chano por su ayuda a mis solicitudes, siempre urgentes.

Mi agradecimiento a Conchi Ramírez y Paco Machado —directora actual y exdirector del I.E.S. Politécnico Las Palmas, respectivamente. Siempre he contado con su apoyo.

Deseo también mostrar mi agradecimiento al personal de los Servicios de Reprografía y Encuadernación de la EIIC por la colaboración que me han prestado para la elaboración de cuantos documentos he necesitado para la realización de esta tesis, sobre todo los viernes a última hora.

Para finalizar, deseo agradecer a todos los compañeros del Grupo de Investigación de la división de MEMS (DMEMS) perteneciente al IUMA por el ánimo y la ayuda que me han ofrecido en todo momento para que llevase esta tesis doctoral a término.

No debería pasar por alto mi agradecimiento a aquellos que me preguntaban por el título de la tesis, a los que me preguntaban que cuándo la iba a leer, a todos, gracias también.

Quisiera también tener una frase dedicada a aquellos que no creen en este trabajo. Son los que piensan que una tesis doctoral no sirve para nada y sonríen (ríen) cuando ven que otros están inmersos en este duro pero agradable trabajo de investigación. A ellos, también gracias ya que sin saberlo ni por supuesto desearlo, también dan ánimos.

A todos gracias.

Reconocimientos

La realización de este trabajo de investigación ha sido posible gracias a la financiación obtenida de distintas entidades y proyectos, es por lo tanto un deber mostrarles mi reconocimiento.

1. A la Agencia Canaria de Investigación Innovación y Sociedad de la Información por la concesión del Proyecto de Investigación, referencia SolSubC200801000283 y cuyo título es "Análisis, Diseño y Fabricación de un Microinterruptor Electroestático de Banda Ancha para Aplicaciones Aeroespaciales" del cual soy investigador asociado.

2. Agradecer de forma muy especial al Instituto Universitario de Microelectrónica Aplicada de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, (IUMA) y a su división de MEMS, (DMEMS) por los excelentes medios técnicos e infraestructuras puestas a mi disposición para el desarrollo de este trabajo de investigación. Mención especial a todos sus componentes por su apoyo y la colaboración que me han prestado durante el tiempo que he estado trabajando en esta tesis doctoral.

3. Al Departamento de Ingeniería Eléctrica (DIE) de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC) por un contrato que me ha permitido simultanear la docencia con la investigación.

4. Al Departamento de Ingeniería Electrónica y Automática (DIEA) de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC) y a todo su personal por su valiosa cooperación.

5. A la Cátedra Endesa Red de la Universidad de Las Palmas de G.C. en la persona de su Director, el Dr. D. Miguel Martínez Melgarejo por la ayuda económica concedida dentro de las actividades que desarrolla la citada Cátedra destinada al fomento de la investigación y realización de tesis doctorales en ingeniería.

Resumen

La tendencia tecnológica en el ámbito de la microelectrónica, en la actualidad, se dirige hacia la integración de dispositivos, circuitos y sistemas para aplicaciones móviles y de muy bajo consumo de energía. Los sistemas microelectromecánicos (MEMS, MicroElectroMechanical Systems) no son una excepción, a pesar de que su generación tecnológica esté retrasada dos o más nodos tecnológicos —de acuerdo con el International Technology Roadmap for Semiconductors, para el período 2010–2011, el nodo tecnológico utilizado para la fabricación de celdas de memoria es de 22 (*nm*); sin embargo, los dispositivos MEMS más avanzados se realizan en 90 (*nm*). De cualquier manera, en la industria no se concibe la fabricación de ningún tipo de producto —dispositivo, circuitos y sistema— sin las debidas garantías que aseguran su correcto funcionamiento. A pesar de ello, en el ámbito de los MEMS aún hay aspectos no bien resueltos que limitan la capacidad de integración en sistemas. En particular, hay un determinado déficit en herramientas de diseño y en modelos de simulación desde bajo a alto nivel. Estos elementos son la clave para que el diseño, simulación, optimización, verificación, e incluso el test, estén a la altura de las exigencias del “time-to-market” del diseño CMOS.

Esta tesis se encaja en lo que se denomina capacidad científica y tecnológica, pues su contribución se encuadra en el desarrollo de modelos equivalentes para la obtención de prestaciones de micromotores de inducción electrostáticos en tecnología MEMS. El modelo que aquí se presenta, hasta lo que nuestro conocimiento nos permite abordar, es una aportación novedosa para el campo de la ingeniería eléctrica y la tecnología microelectrónica.

En esta tesis se hace un estudio del estado del arte sobre los distintos tipos y topologías de micromotores como sustento donde afianzar las aportaciones realizadas. Se analizan los campos eléctricos y magnéticos y las densidades de esfuerzos que producen ambos campos en la microescala, para posteriormente, entender los principios físicos que rigen el funcionamiento de los dispositivos en la microescala. Se analiza el micromotor lineal de inducción electrostático asíncrono de flujo axial, siendo el mejor candidato en la microescala

pues presenta más ventajas para su fabricación por su geometría planar. Para la medida de sus prestaciones, y en particular, para obtener el valor de la densidad de esfuerzos del micromotor, se utilizan métodos numéricos. La validación de los resultados realiza por comparación con la ecuación analítica.

Un aspecto de especial interés es la dualidad que existe entre el micromotor de inducción electrostático en la microescala con el motor de inducción electromagnético en la macroescala. De esta dualidad, cabe derivar el modelo circuital de parámetros concentrados de dicho micromotor. El ajuste de los parámetros del modelo para un caso particular se puede realizar con la herramienta de optimización basada en algoritmos genéticos. Como análisis avanzado del modelo propuesto, se estudia la influencia que tienen los armónicos espaciales sobre la densidad de esfuerzos.

La originalidad de esta tesis doctoral también reside en la metodología que se ha empleado para su elaboración. El trabajo de investigación realizado en torno al micromotor de inducción electrostático ha sido desarrollado de forma progresiva; se ha partido de las leyes físicas que gobiernan su funcionamiento y para, finalmente, culminar con la obtención de un modelo circuital de parámetros concentrados que lo simula con precisión incluso a nivel de armónicos espaciales. Se han obtenido los valores de los parámetros concentrados del modelo circuital para un ejemplo concreto de micromotor. Se ha procedido a su simulación y los resultados han sido coincidentes con los obtenidos aplicando las ecuaciones analíticas. Las conclusiones obtenidas como consecuencia de esta tesis pueden ser de utilidad en los procesos de diseño, optimización y verificación de micromotores de inducción electrostáticos. Se cubre así un aspecto del estado del arte relativo al cálculo de la densidad de esfuerzos que proporciona este tipo de micromotores. Esta tesis doctoral proporciona una herramienta que permite la simulación y optimización de estos dispositivos de forma eficiente y con gran precisión. Las aportaciones que se realizan en esta tesis doctoral permiten el acceso a nuevos métodos y procesos que facilitan la resolución de forma eficaz de determinados problemas relacionados con el diseño, optimización y verificación de micromotores de inducción electrostáticos asíncronos de flujo axial. Estas aportaciones se pueden resumir en los siguientes puntos: a) obtención de la ecuación analítica para el cálculo de la densidad de esfuerzos del micromotor de inducción electrostático, b) estudio de la dualidad que existe entre el micromotor de inducción electrostático en la microescala y el motor de inducción electromagnético en la macroescala, c) obtención de la curvas características y sus modos

de funcionamiento, d) obtención de un modelo circuital de parámetros concentrados para el micromotor que pueda ser utilizado para el cálculo de la tensión y la densidad de esfuerzos en la interfaz, e) obtención de los valores de los parámetros concentrados del modelo circuital mediante algoritmos genéticos, f) utilización del modelo circuital para el cálculo de la densidad de esfuerzos teniendo en cuenta los armónicos espaciales, g) aplicación del método de la celda como método numérico alternativo al de elementos finitos.

Glosario de Términos

Símbolo	Nombre	Unidad
W_E	<i>Densidad de energía eléctrica</i>	J/m^3
W_M	<i>Densidad de energía magnética</i>	J/m^3
ε	<i>Permitividad eléctrica del medio</i>	F/m
ε_0	<i>Permitividad eléctrica del vacío</i>	F/m
σ_s	<i>Conductividad eléctrica superficial</i>	$1/\Omega$
σ_a	<i>Conductividad eléctrica lado a del dieléctrico</i>	$1/\Omega m$
σ_b	<i>Conductividad eléctrica lado b del dieléctrico</i>	$1/\Omega m$
ε_a	<i>Permitividad eléctrica del lado a del dieléctrico</i>	F/m
ε_b	<i>Permitividad eléctrica del lado b del dieléctrico</i>	F/m
J	<i>Energía</i>	J
V	<i>Tensión</i>	V
F	<i>Fuerza</i>	N
B	<i>Inducción magnética</i>	Wb/m^2
E	<i>Campo eléctrico</i>	V/m
L	<i>Longitud</i>	m
p	<i>Presión</i>	N/m^2
μ	<i>Permitividad magnética del medio</i>	H/m
E_B	<i>Campo eléctrico de ruptura (Ley Paschen)</i>	V/m
d	<i>Distancia</i>	m
W_B	<i>Densidad de energía eléctrica ruptura</i>	$N m$

\mathfrak{R}	<i>Reluctancia del circuito magnético</i>	A/Wb
μ_0	<i>Permitividad magnética del vacío</i>	H/m
A_i	<i>Sección del circuito magnético</i>	m^2
N	<i>Número de espiras del arrollamiento</i>	—
i	<i>Corriente eléctrica</i>	A
ϕ	<i>Flujo magnético</i>	Wb
J	<i>Densidad de corriente eléctrica volumétrica</i>	A/m^2
A_w	<i>Sección del conductor</i>	m^2
F_v	<i>Densidad de fuerza</i>	J/m^3
A_p	<i>Superficie de la placa del condensador</i>	m^2
ω	<i>Pulsación de la tensión</i>	rad/s
ρ_e	<i>Densidad de carga libre volumétrica</i>	C/m^3
$v(t)$	<i>Fuente de tensión alterna senoidal</i>	V
$i(t)$	<i>Fuente de intensidad alterna senoidal</i>	A
l	<i>Longitud de la placa de dieléctrico</i>	m
c	<i>Velocidad de la luz</i>	m/s
v_0	<i>Valor máximo de la tensión alterna senoidal</i>	V
i_0	<i>Valor máximo de la intensidad alterna senoidal</i>	A
E_x	<i>Componente normal del campo eléctrico</i>	V/m
E_z	<i>Componente tangencial del campo eléctrico</i>	V/m
F_x	<i>Componente normal de la fuerza</i>	N
F_z	<i>Componente tangencial de la fuerza</i>	N
D	<i>Desplazamiento eléctrico</i>	C/m^2
D_x	<i>Componente normal del desplazamiento eléctrico</i>	C/m^2
D_z	<i>Componente tangencial del desplazamiento eléctrico</i>	C/m^2
\vec{n}_x	<i>Vector unitario eje x</i>	—

Re	Parte real de una magnitud compleja	—
$RKF45$	Runge–Kutta–Felberg de orden 4 y 5	—
Ψ	Función objetivo	—
C_1	Capacidad	F/m^2
C_2	Capacidad	F/m^2
G'_r	Conductancia variable	S/m^2
G_2	Conductancia	S/m^2
a	Ancho del lado a del dieléctrico	m
b	Ancho del lado b del dieléctrico	m
T_n	Componente normal del tensor de Maxwell	N/m^2
T_t	Componente tangencial del tensor de Maxwell	N/m^2
k_f	Densidad de corriente superficial	A/m
σ_f	Densidad de carga libre superficial	C/m^2
σ_{vol}	Densidad de carga volumétrica	C/m^3
v_z	Componente tangencial de la velocidad	m/s
j	Unidad imaginaria	—
\tilde{V}_0	Valor máximo tensión aplicada al micromotor	V
σ_{eff}	Sigma eficaz	$1/\Omega \ m$
ε_{eff}	Epsilon eficaz	F/m
S	Deslizamiento	—
s	Separación entre planos paralelos	m
$\tilde{\phi}_b$	Potencial eléctrico en la interfaz en cartesianas	V
$\langle T_z \rangle_z$	Valor promedio de la densidad de esfuerzos	N/m^2
$\langle T_{z_{max}} \rangle_z$	Valor máximo de la densidad de esfuerzos	N/m^2
P_r	Potencia de pérdidas en el rotor	W/m^2
η	Rendimiento del micromotor de inducción electrostático	—

t	Tiempo	s
g	grueso placa metálica	m
c	Velocidad de la luz	m/s
v	Velocidad lineal	m/sg
D_x^α	Componente vector desplazamiento lado α dieléctrico	C/m^2
D_x^β	Componente vector desplazamiento lado β dieléctrico	C/m^2
pmm	Parte móvil del micromotor	—
ppm	Partes por millón	—
<i>MEMS</i>	Micro–Electro–Mechanical–System	—
<i>FEM</i>	Método de los Elementos Finitos	—
<i>C.I.</i>	Circuitos Integrados	—
T_M	Par motor	Nm
T_R	Par resistente	Nm
T_D	Par viscoso	Nm
k_n	Longitud onda de cada armónico	m^{-1}
V_n	Tensión de cada armónico	V
ω_r	Velocidad angular	rpm
v_L	Velocidad lineal	m/s
τ_E	Relación entre σ_{eff} y ε_{eff}	S/F
\vec{n}_z	Vector unitario eje z	—
ln	Logaritmo neperiano	—
$sinh$	Seno hiperbólico	—
$cosh$	Coseno hiperbólico	—
G	Conductancia	S/m^2
ρ	Coeficiente de resistividad	Ωm

Índice

1	Introducción	1
1.1	Planteamiento del problema	2
1.2	Motivación y objetivos	3
1.3	Organización de la memoria	4
1.4	Resumen de publicaciones	5
2	Estado del arte	7
2.1	Introducción	8
2.2	Sensores	8
2.3	Actuadores	10
2.4	Micromotores	10
2.5	Clasificación de micromotores	13
2.6	Conclusiones	23
3	Principios de funcionamiento del micromotor de inducción electrostático	25
3.1	Introducción	26
3.2	Micromáquinas vs. macromáquinas	27
3.3	Densidad de energía eléctrica y electromagnética en la macroescala	28
3.4	Densidad de energía eléctrica y electromagnética en la microescala	29
3.5	Estudio del micromotor electromagnético	33
3.6	Densidad de fuerza	37
3.7	Desacoplo entre los campos eléctricos y magnéticos	39
3.8	Conclusiones	47
4	Modelado del micromotor de inducción electrostático en 2D	49
4.1	Introducción	51

4.2	Desarrollo del modelo analítico	52
4.3	Placa delgada de dieléctrico	56
4.4	Ley de conservación de la carga en la interfaz	62
4.5	Evaluación de los términos de la ecuación de la conservación de la carga	64
4.6	Evaluación de la ecuación de la conservación de la carga en la interfaz	65
4.7	Expresión del campo eléctrico tangencial en la interfaz	67
4.8	Densidad superficial de carga en la interfaz	68
4.9	Parámetros físicos y geométricos	68
4.10	Tensión y densidad de carga en función de la distancia	68
4.11	Expresión analítica de la densidad de esfuerzos promedios	72
4.12	Modos de funcionamiento	74
4.13	Análisis de sensibilidad	81
4.14	Conclusiones	93
5	Modelo de parámetros concentrados de un micromotor	97
5.1	Introducción	98
5.2	Estructura de un algoritmo genético simple	100
5.3	Ventajas de los algoritmos genéticos	103
5.4	Desventajas de los algoritmos genéticos	103
5.5	Técnica para el uso de un algoritmo genético	104
5.6	Algoritmos genéticos: aplicaciones en MEMS	104
5.7	Aplicación al micromotor de inducción electrostático	105
5.8	Modelo de parámetros concentrados	106
5.9	Ajuste de los parámetros del circuito equivalente	109
5.10	Parámetros del algoritmo genético	111
5.11	Resultados obtenidos	113
5.12	Validación del modelo circuital de parámetros concentrados	115
5.13	Estudio del régimen transitorio	117
5.14	Comparación de resultados	124
5.15	Conclusiones	125
6	Estudio de los armónicos espaciales	127
6.1	Introducción	128

6.2	Alimentación polifásica del micromotor	129
6.3	Modelo tridimensional del micromotor	131
6.4	Modelo en 2D	131
6.5	Modelo circuital	132
6.6	Análisis de armónicos espaciales	133
6.7	Zonas de análisis de armónicos	135
6.8	Armónicos en los electrodos (Zona A)	135
6.9	Armónicos en el aire (Zona B)	137
6.10	Armónicos en la interfaz (Zona C)	138
6.11	Conclusiones del análisis	140
6.12	Tensión y densidad de esfuerzos en la interfaz	140
6.13	Tensiones y densidades de esfuerzos en la interfaz	143
6.14	Conclusiones	149
7	Análisis de un micromotor utilizando el método de la celda	151
7.1	Introducción	152
7.2	Formulación finita del micromotor	157
7.3	Resultados	164
7.4	Conclusiones	170
8	Conclusiones y líneas futuras	173
8.1	Conclusiones	173
8.2	Líneas futuras de investigación	177
A	Resumen de publicaciones realizadas	179
	Bibliografía	191

Índice de Figuras

3.1	Representación gráfica de la Ley de Paschen para $p = 1$ (<i>atm</i>).	30
3.2	Densidad de energía eléctrica frente a la distancia.	31
3.3	Tensión de ruptura.	32
3.4	Densidades energía vs. tensiones.	32
3.5	Condensador y bobina.	34
3.6	Densidad energía frente a la distancia.	37
3.7	Densidad de fuerzas.	39
3.8	Placas planas cortocircuitadas.	41
3.9	Placas planas a circuito abierto.	41
3.10	Campos eléctricos y magnéticos.	43
3.11	Campo magnético constante.	44
3.12	Campo eléctrico constante.	45
4.1	Convertidor electromecánico de energía.	53
4.2	Aplicación del tensor de Maxwell a la placa metálica.	55
4.3	Placa delgada de dieléctrico.	57
4.4	Micromotor de inducción electrostático elemental.	60
4.5	Maqueta de micromotor lineal de inducción electrostático.	61
4.6	Ley de conservación de la carga en la interfaz.	63
4.7	Tensión y densidad de carga para distintos instantes de tiempo.	70
4.8	Tensión y densidad de carga en el instante $t = 0$ (S) para distintos valores de deslizamiento S	71
4.9	Conductividad para máxima densidad de esfuerzos en el arranque.	74
4.10	Densidad de esfuerzos frente al deslizamiento.	76
4.11	Micromotor en modo freno.	78
4.12	Densidad superficial de corriente en modo freno.	79

4.13	Punto de funcionamiento.	81
4.14	Densidad de esfuerzos en función de la conductividad.	83
4.15	Variación del grueso de la capa de aire sobre la densidad de esfuerzos para $\sigma_s = 1/(600 \cdot 10^6) (1/\Omega)$	84
4.16	Variación del grueso de la capa del material aislante sobre la densidad de esfuerzos para $\sigma_s = 1/(600 \cdot 10^6) (1/\Omega)$	86
4.17	Variación de la densidad de corriente superficial con la conductividad.	87
4.18	Densidad de esfuerzos en el arranque en función de la conductividad.	89
4.19	Densidad de esfuerzos máxima en función de la conductividad.	89
4.20	Densidad de potencia de un micromotor.	91
4.21	Pérdida de potencia en la parte móvil de un micromotor.	92
4.22	Rendimiento de un micromotor de inducción electrostático lineal.	94
5.1	Diagrama de flujo de un algoritmo genético simple.	101
5.2	a) Modelo físico y b) Modelo de parámetros concentrados propuesto para el micromotor de inducción electrostático por fase.	107
5.3	Error absoluto de la función objetivo.	112
5.4	Relación de linealidad observada entre la conductividad superficial y la conductancia.	114
5.5	Validación del modelo. Potencial en la interfaz calculado con el modelo circuital y mediante las ecuaciones de campo.	116
5.6	Validación del modelo. Densidad de esfuerzos calculado con el modelo circuital y mediante las ecuaciones de campo.	117
5.7	Transitorio del potencial de salida del modelo de parámetros concentrados.	120
5.8	Variación temporal del paso de integración del algoritmo de Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45).	121
5.9	Distribución de potencial en la interfaz para distintos instantes de tiempo.	123
5.10	Transitorio del potencial de salida en el modelo físico y en el modelo de parámetros concentrados.	124
6.1	Modelo tridimensional del micromotor.	132

6.2	a) Electrodo y condiciones de contorno, b) modelo físico y c) modelo circuital de parámetros concentrados por fase propuesto para el micromotor de inducción electrostático.	134
6.3	Potencial y armónicos espaciales en los electrodos del estátor, zona A.	136
6.4	Máxima amplitud del potencial de los armónicos en los electrodos del estátor, zona A.	136
6.5	Potencial y armónicos espaciales en el aire, zona B.	137
6.6	Máxima amplitud del potencial de los armónicos en el aire, zona B.	138
6.7	Potencial y armónicos espaciales en la interfaz, zona C.	139
6.8	Máxima amplitud del potencial de los armónicos en la interfaz, zona C.	139
6.9	Densidad de esfuerzos vs. velocidad para ambos modelos para $n=1$	145
6.10	Potencial en el interfaz vs. velocidad para $n=1$	146
6.11	Densidad de esfuerzos vs. velocidad para ambos modelos para $n=-5$	147
6.12	Potencial en el interfaz vs. velocidad para $n=-5$	147
6.13	Densidad de esfuerzos vs. velocidad para ambos modelos para $n=7$	148
6.14	Potencial en el interfaz vs. velocidad para $n=7$	149
7.1	Circuito de parámetros concentrados del micromotor de inducción electrostático. 154	
7.2	Subdivisión dual baricéntrica.	158
7.3	Proceso de ensamblaje de una celda primaria–dual.	164
7.4	Parte imaginaria del potencial en la interfaz para $\sigma_s = 1/(1800 \cdot 10^6) (1/\Omega)$	166
7.5	Parte real del potencial en la interfaz para $\sigma_s = 1/(1800 \cdot 10^6) (1/\Omega)$	166
7.6	Potencial vs. conductividad.	167
7.7	Campo eléctrico en la interfaz para una conductividad superficial de $1/(600 \cdot 10^6) (1/\Omega)$	168
7.8	Estado transitorio en la interfaz.	171

Índice de Tablas

4.1	Significado de las variables	66
4.2	Parámetros físicos y geométricos del micromotor	69
5.1	Parámetros del circuito	110
5.2	Parámetros utilizados para la ejecución del algoritmo genético	113
5.3	Valores de los parámetros concentrados calculados mediante algoritmos genéticos	113
6.1	Valores de los parámetros concentrados por armónico	144
7.1	Potencial en la interfaz	166
7.2	Campo eléctrico en la interfaz en $z = 0$	167
7.3	Efecto del mallado en la convergencia	168

Introducción

Índice

1.1 Planteamiento del problema	2
1.1.1 Metodología de Trabajo	2
1.1.2 Elección del tipo de micromotor	2
1.2 Motivación y objetivos	3
1.3 Organización de la memoria	4
1.4 Resumen de publicaciones	5

Resumen:

El objetivo de esta tesis doctoral es aportar conocimiento para el desarrollo de herramientas que puedan ser utilizadas para el análisis, el diseño y la optimización de micromotores de inducción electrostáticos. El campo de los MEMS y en particular el área de micromotores, es deficitario en este tipo de instrumentos que son cada vez más necesarios para el estudio de estos dispositivos. Como la tecnología actual está orientada al desarrollo de dispositivos de reducido tamaño, bajo consumo y también se dedican esfuerzos al análisis, diseño y simulación de otros dispositivos no conocidos en la macroescala, se hace fundamental impulsar este tipo de técnicas. Para ello, en esta tesis se ha planteado el desarrollo de un modelo circuital de parámetros concentrados que simula el comportamiento del micromotor. El modelo propuesto es una aportación novedosa de esta tesis a este campo de investigación.

1.1 Planteamiento del problema

Es este apartado es donde se van a resumir los criterios que han de ser tenidos en cuenta para el diseño del modelo y la hoja de ruta a seguir para su obtención.

1.1.1 Metodología de Trabajo

La metodología utilizada para la elaboración de esta tesis ha consistido en analizar los campos eléctricos y magnéticos y las densidades de esfuerzos que producen ambos campos en la microescala. Se estudian los principios físicos que rigen el funcionamiento de los dispositivos en la microescala y se analizan las leyes de escala. Se analizan distintas topologías y se elige el micromotor lineal de inducción electrostático asíncrono de flujo axial en la microescala ya que presenta más ventajas para su fabricación dada su geometría planar. Se deduce la ecuación analítica y se calcula la densidad de esfuerzos, se realiza el mismo cálculo aplicando métodos numéricos y se comparan ambos resultados. Se realiza un estudio exhaustivo acerca de la dualidad que existe entre el micromotor de inducción electrostático en la microescala y el motor de inducción electromagnético en la macroescala. Se hace la elección del modelo circuital de parámetros concentrados de dicho micromotor y se procede a su validación. Se calculan los valores de los componentes del modelo circuital de parámetros concentrados para un determinado micromotor aplicando la técnica de los algoritmos genéticos. Con el modelo obtenido se calcula la densidad de esfuerzos del micromotor teniendo en cuenta la influencia de los armónicos espaciales. El modelo se valida por comparación con los resultados obtenidos al aplicar las ecuaciones analíticas. Las aportaciones de esta tesis son de utilidad para el diseño de micromotores de inducción electrostático asíncronos de flujo axial ya que proporciona nuevos métodos y procesos que facilitan la resolución de forma eficaz de determinados problemas. Se cubre así un vacío que existe en este campo ya que proporciona una herramienta para la simulación y optimización de los mismos con una gran reducción del tiempo y esfuerzo de computación.

1.1.2 Elección del tipo de micromotor

Para la elección del micromotor lineal de inducción electrostático asíncrono de flujo axial aparte de otras ventajas, se tuvo en cuenta la facilidad que existe para su fabricación ya que pueden emplearse las técnicas usadas para los C.I. dada su geometría planar. Como

consecuencia del estudio realizado acerca de la dualidad entre el micromotor de inducción electrostático en la microescala y el motor de inducción electromagnético en la macroescala, la selección del modelo circuital se hizo teniendo en cuenta las distintas topologías conocidas en las máquinas electromagnéticas. Realizada esta fase de análisis, la selección se inspiró en los modelos por fase ampliamente descritos y citados en numerosas publicaciones para la máquina electromagnética. El modelo circuital por fase de parámetros concentrados elegido para dicho micromotor en la microescala, tiene su fundamento en el modelo circuital de la máquina en la macroescala de donde fueron reemplazadas las bobinas por condensadores.

1.2 Motivación y objetivos

Esta tesis doctoral es fruto de un dilatado trabajo de investigación realizado por el autor en los últimos años en la división de MEMS del Instituto de Microelectrónica Aplicada (IUMA) de la Universidad de Las Palmas de G.C. bajo la dirección de los Doctores Montiel–Nelson y Monzón–Verona. En ella se analiza en profundidad un tipo micromotor de inducción electrostático asíncrono de flujo axial. La elección de este tipo de micromotor está plenamente justificada ya que al tratarse de una máquina asíncrona, no existen problemas de control de velocidad, su densidad de esfuerzos es constante y es el tipo de máquina más extendida. La motivación del autor para la elaboración de esta tesis, puede ser entendida desde el punto de vista de su formación académica. En la macroescala, el motor de inducción electrostático no ha sido tenido en cuenta debido a las elevadas tensiones necesarias para su funcionamiento y la precisión que se requiere para su fabricación, sin embargo, teniendo en cuenta los efectos de las magnitudes electromagnéticas en la microescala y utilizando la tecnología microelectrónica para su fabricación, este tipo de micromotor resulta ser el idóneo en esta escala. Una vez expuestos estos argumentos se procede a exponer la metodología de trabajo seguida en el desarrollo de esta tesis:

1. Obtención de la ecuación analítica para calcular la densidad de esfuerzos del micromotor de inducción electrostático.
2. Obtención de las curvas de funcionamiento, punto de reposo, sensibilidad, entre otras, del micromotor. Estudio de la dualidad que existe entre el micromotor de inducción electrostático en la microescala con el motor de inducción electromagnético en la macroescala.

3. Obtención de un modelo circuital de parámetros concentrados del micromotor.
4. Calcular los parámetros del modelo circuital mediante algoritmos genéticos.
5. Utilización del modelo circuital para el cálculo de la densidad de esfuerzos considerando los armónicos espaciales.
6. Uso del método de la celda como método de cálculo numérico alternativo al FEM.

1.3 Organización de la memoria

Esta tesis se ha organizado en ocho capítulos. El capítulo 1, éste, corresponde a la introducción. Se hace el planteamiento de la tesis, se expone la motivación y objetivos de la misma, y se relata la organización de la memoria. También se hace un resumen de las publicaciones realizadas relacionadas con la tesis. En el capítulo 2 se hace una revisión del estado del arte dentro del área de los micromotores. Se analizan los diferentes tipos según el principio en el que se basa su funcionamiento. En el capítulo 3, se estudian los principios físicos de funcionamiento de las micromáquinas —tanto las electrostáticas como las electromagnéticas. Se hace un análisis de ambas en la micro y en la macroescala. Se comparan los resultados obtenidos. Se concluye que la supremacía corresponde a la micromáquina electrostática en la microescala como contrapartida a la supremacía de la electromagnética en la macroescala. Se hace un estudio de las densidades de energía y de fuerza en ambas escalas. Se estudia el desacoplo entre los campos eléctricos y magnéticos en la microescala y se demuestra que el campo eléctrico es conservativo. Se justifica la construcción de la micromáquina electrostática en la microescala. En el capítulo 4, se procede a desarrollar un modelo para el micromotor de inducción electrostático siguiendo un estudio paralelo al motor de inducción electromagnético en la macroescala. Se analizan las leyes en las que basa su funcionamiento, leyes de Maxwell, y se calcula la densidad de esfuerzos que es capaz de proporcionar. Se propone un modelo físico y se calcula la ecuación analítica. Se obtienen las curvas de tensión y las de densidades de carga en la interfaz. Se calcula la densidad de esfuerzos promedios y su valor máximo. También se calcula la resistividad del metal para una densidad máxima de esfuerzos en el arranque. Se estudian los diferentes modos de funcionamiento y a continuación se realiza un análisis de sensibilidad frente a determinados parámetros. Se finaliza realizando el cálculo de la potencia útil, la de

pérdidas y el rendimiento del micromotor. En el capítulo 5, se propone el desarrollo de un circuito equivalente de parámetros concentrados que modele al micromotor de inducción electrostático. Se procede a la elección de una determinada topología para dicho circuito. Los parámetros de dicho circuito equivalente se ajustan aplicando la técnica de los algoritmos genéticos. A continuación se procede a su validación. Se realiza un análisis transitorio en el circuito equivalente con los valores de los parámetros que se han obtenido en el estado estacionario. Este análisis refrenda la validación del modelo. El capítulo 6, se realiza el cálculo de la densidad de esfuerzos de un micromotor de inducción electrostático teniendo en cuenta los armónicos espaciales. Para ello se utiliza el modelo circuital desarrollado en el capítulo 5. Los parámetros concentrados para cada circuito se obtienen utilizando los métodos desarrollados en el capítulo 5 de esta tesis. Se representan gráficamente los resultados obtenidos para las densidades de esfuerzos en la interfaz, así como las tensiones en las diferentes zonas de la estructura y en particular en la interfaz. Se estudia la atenuación de los armónicos espaciales debido al efecto capacitivo del micromotor. Se estudia la disminución de la densidad de esfuerzos en la interfaz a medida que el orden del armónico aumenta. El análisis de estos resultados sugiere la validación del modelo. En el capítulo 7, se procede a analizar un micromotor de inducción electrostático empleando la formulación finita de las leyes electromagnéticas. Para la resolución de las ecuaciones se usa el método de la celda. El dominio se ha discretizado utilizando el tipo denominado baricéntrico-dual. Se ha considerado que las incógnitas están situadas en los nodos del mallado primario. El capítulo 8 está dedicado a repasar las conclusiones que se han obtenido tras la culminación de esta tesis doctoral y se sugieren algunas líneas de trabajo futuras. En esta memoria también se incluyen en un Apéndice los artículos publicados.

1.4 Resumen de publicaciones

En el período de tiempo transcurrido entre el comienzo del trabajo de investigación hasta la fecha actual, se han ido realizando una serie de publicaciones. En ellas se han comunicado las aportaciones de esta tesis doctoral de interés en el campo de los micromotores de inducción electrostáticos y que se relacionan a continuación:

1. *Analysis and Modelling of an Electrostatic Induction Micromotor*, expuesta en el ICEM 2008, (International Conference on Electrical Machines), en Septiembre de

2008. Villamoura (Portugal).
2. *Finite Formulation in 2D for the Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor*, expuesta en el 2009 IEEE/ASME, (International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics), en Julio 2009. Singapore.
 3. *Operation Modes of an Electrostatic Induction Micromachine*, expuesta en el DCIS 2008, (Conference on Design of Circuits and Integrated Systems), en Septiembre de 2009. Grenoble (Francia).
 4. *Cell Method Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor*, expuesta en el ISEF 2009, (International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering), en Septiembre de 2009. Arras (Francia).
 5. *Lumped Parametric Model for an Electrostatic Induction Micromotor Using GA's Methods*, expuesta en el ISEF 2009, (International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering), en Septiembre de 2009. Arras (Francia).
 6. *Lumped Parametric Model for an Electrostatic Induction Micromotor Using GA*, expuesta en el IECON 2009 the 35th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, en Noviembre de 2009. Oporto (Portugal).
 7. *Electro-Quasistatic Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor Using the Cell Method*, artículo publicado en la revista Sensors 2010, 10, 9102-9117; doi 10.3390/s101009102 . ISSN 14224-8220. Factor de impacto 5 años 1.917 (2010).
 8. *Analysis of Spatial Harmonics in a Polyphase Electrostatic Induction Micromotor*, expuesta en el ICEM 2010, (International Conference on Electrical Machines), en Septiembre de 2010. Roma (Italia).
 9. *Lumped Parametric Model of an Electrostatic Induction Micromotor*, Capítulo 17, Libro Studies in Computational Intelligence. 2010 Springer-Verlag Berlín Heidelberg. ISBN 978-3-642-16224-4. e-ISBN 978-3-642-16225-1.
 10. *Dynamic Analysis of an Electrostatic Microswitch Using Rayleigh-Ritz Method*, expuesta en el MASCOT10-IMACS/ISGG Workshop en Octubre de 2010. Roma (Italia).

Estado del arte

Índice

2.1	Introducción	8
2.2	Sensores	8
2.3	Actuadores	10
2.4	Micromotores	10
2.5	Clasificación de micromotores	13
2.5.1	Micromotores electromagnéticos	15
2.5.2	Micromotor de capacidad variable	16
2.5.3	Micromotor de inducción electrostático	17
2.5.4	Micromotor wobble	21
2.5.5	Micromotor de efecto corona	22
2.6	Conclusiones	23

Resumen: En este capítulo se hace una revisión del estado del arte sobre la evolución de los Sistemas Micro-Electro-Mecánicos (MEMS), desde los sensores hasta los convertidores electromecánicos de energía, centrandó nuestra atención en estos últimos. Los convertidores electromecánicos de energía ocupan un lugar importante dentro de las tecnologías emergentes basadas en MEMS.

2.1 Introducción

El precursor de este área de conocimientos fué el Dr. Richard Feynman cuando pronuncia la conferencia titulada *There's Plenty of Room at the Bottom* [Feynman, 1992] en el año 1959. En ella estableció las bases que conducían a la ciencia de la escala microscópica. Era un nuevo campo de la física donde no se había investigado y en el que Feynman pensaba que existía un gran potencial por la gran cantidad de aplicaciones técnicas que este campo tendría en el futuro. Estas técnicas avanzadas no se reducen a un simple proceso de miniaturización sino al aprovechamiento de las leyes de escala, esto es, la utilización de las magnitudes físicas dominantes de la materia a escalas microscópicas, que son diferentes a las que tienen en la macroescala. Los dispositivos que pueden ser materializados usando esta técnica deben satisfacer determinados requisitos. Éstos son, existencia de tecnología para su fabricación, condición suficiente, y que las propiedades físicas en la microescala sean superiores a las que tienen en la macroescala, condición necesaria.

2.2 Sensores

En las últimas décadas la industria microelectrónica ha utilizado la tecnología del silicio para la fabricación de MEMS lo que ha supuesto un notable avance científico e industrial; las primeras materializaciones realizadas con éxito de esta técnica, se han obtenido en el campo de los actuadores y sensores. Los sensores MEMS, son usados en automoción como acelerómetros [Mukherjee et al., 2011], sensores de presión [Tian et al., 2009; Gupta and Senturia, 1997; Burns et al., 1995] y sistemas de airbag [Kim et al., 1995]; en sistemas

[Feynman, 1992] Feynman, R. (1992). *There's Plenty of Room at the Bottom*. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 1(1):60–66.

[Mukherjee et al., 2011] Mukherjee, B., Swamy, K. B. M., Kar, S., and Sen, S. (2011). Effect of Voltage Induced Electrostatic Forces on MEMS Capacitive Accelerometer. In *Students' Technology Symposium (TechSym), 2011 IEEE*, pages 253–258.

[Tian et al., 2009] Tian, B., Zhao, Y., Jiang, Z., Zhang, L., Liao, N., Liu, Y., and Meng, C. (2009). Fabrication and Structural Design of Micro Pressure Sensors for Tire Pressure Measurement Systems (TPMS). *Sensors*, 9(3):1382–1393.

[Gupta and Senturia, 1997] Gupta, R. and Senturia, S. (1997). Pull-in Time Dynamics As a Measure of Absolute Pressure. In *Micro Electro Mechanical Systems, 1997. MEMS '97, Proceedings, IEEE., Tenth*

ópticos [Fan and Kahrizi, 2003], localización y navegación [Renaudin et al., 2008; Hung et al., 2010], en periféricos de ordenadores donde los MEMS están siendo utilizados como llaves codificadas sustituyendo a la codificación software [Zhang et al., 2009]. También son usados en medicina para la realización de pruebas analíticas [Laiwattanapaisal et al., 2009], en cirugía [Rebello, 2004], industria farmacéutica [Howe and Muller, 1986] y en electrónica donde son usados como filtros [Nguyen et al., 1998] e interruptores y/o conmutadores de señales de alta frecuencia [Kundu et al., 2010]. En la actualidad, se están realizando

Annual International Workshop on, pages 290 –294.

- [Burns et al., 1995] Burns, D., Zook, J., Horning, R., Herb, W., and Guckel, H. (1995). Sealed-cavity Resonant Microbeam Pressure Sensor. *Sensors and Actuators A: Physical*, 48(3):179 – 186.
- [Kim et al., 1995] Kim, K. H., Ko, J. S., Cho, Y.-H., Lee, K., Kwak, B. M., and Park, K. (1995). A Skew-symmetric Cantilever Accelerometer for Automotive Airbag Applications. *Sensors and Actuators A: Physical*, 50(1-2):121 – 126.
- [Fan and Kahrizi, 2003] Fan, Y. and Kahrizi, M. (2003). An Optical MEMS Sensor System. In *Electrical and Computer Engineering, 2003. IEEE CCECE 2003. Canadian Conference on*, volume 1, pages 315 – 318.
- [Renaudin et al., 2008] Renaudin, V., Merminod, B., and Kasser, M. (2008). Optimal Data Fusion for Pedestrian Navigation Based on UWB and MEMS. In *Position, Location and Navigation Symposium, 2008 IEEE/ION*, pages 341 –349.
- [Hung et al., 2010] Hung, H.-Y., Chang, D.-R., and Shih, W.-P. (2010). Design and Simulation of a CMOS-MEMS Gyroscope with a Low-noise Sensing Circuit. In *Computer Communication Control and Automation (3CA), 2010 International Symposium on*, volume 2, pages 253 –256.
- [Zhang et al., 2009] Zhang, W., Chen, W., Tang, J., Xu, P., Li, Y., and Li, S. (2009). The Development of a Portable Hard Disk Encryption/Decryption System with a MEMS Coded Lock. *Sensors*, 9(11):9300–9331.
- [Laiwattanapaisal et al., 2009] Laiwattanapaisal, W., Songjaroen, T., Maturos, T., Lomas, T., Sappat, A., and Tuantranont, A. (2009). On-Chip Immunoassay for Determination of Urinary Albumin. *Sensors*, 9(12):10066–10079.
- [Rebello, 2004] Rebello, K. (2004). Applications of MEMS in Surgery. *Proceedings of the IEEE*, 92(1):43 – 55.
- [Howe and Muller, 1986] Howe, R. and Muller, R. (1986). Resonant-microbridge Vapor Sensor. *Electron Devices, IEEE Transactions on*, 33(4):499 – 506.
- [Nguyen et al., 1998] Nguyen, C.-C., Katehi, L., and Rebeiz, G. (1998). Micromachined Devices for Wireless Communications. *Proceedings of the IEEE*, 86(8):1756 –1768.
- [Kundu et al., 2010] Kundu, A., Sethi, S., Mondal, N., Gupta, B., Lahiri, S., and Saha, H. (2010). Analysis and Optimization of Two Movable Plates RF MEMS Switch for Simultaneous Improvement in Actuation

grandes esfuerzos en el campo energético, y a escala microscópica se investiga en micropilas de combustible para obtener energía eléctrica a partir del hidrógeno [Luque et al., 2010] lo que supone una contribución para la reducción de la contaminación medioambiental. También se estudian sensores no invasivos para estimar la eficiencia energética de motores de inducción electromagnéticos de uso industrial midiendo el campo eléctrico externo [Zidat et al., 2010]. La introducción de la tecnología CMOS [Voiculescu, 2010] en el campo de los sensores ha permitido reducir los costes de fabricación de estos nuevos dispositivos.

2.3 Actuadores

Los MEMS también pueden ser accionados eléctricamente produciendo energía mecánica, este tipo de dispositivos reciben el nombre de microactuadores y pueden ser clasificados como microactuadores electrostáticos y microactuadores electromagnéticos [Cugat et al., 2003]. Debido a su pequeño tamaño y a sus excelentes propiedades como son baja histéresis mecánica, alta velocidad de respuesta, bajo consumo de potencia y otras, hace que sean muy demandados por las industrias aeroespacial, de comunicaciones y en la investigación astrofísica.

2.4 Micromotores

El Dr. Richard Feynman fué el impulsor de la idea que condujo a la construcción del primer micromotor cuando propuso este reto a la comunidad científica. Los primeros intentos consistieron en reducir el tamaño de los componentes. Simplemente se hizo un motor a es-

Voltage and Switching Time. *Microelectronics Journal*, 41(5):257 – 265.

[Luque et al., 2010] Luque, A., Moreno, J., Brey, J., Ellis, C., Quero, J., and Wilamowski, B. (2010). Monolithically Integrated Gas Distribution Chamber for Silicon MEMS Fuel Cells. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 19(2):384 –390.

[Zidat et al., 2010] Zidat, F., Lecointe, J.-P., Morganti, F., Brudny, J.-F., Jacq, T., and Streiff, F. (2010). Non Invasive Sensors for Monitoring the Efficiency of AC Electrical Rotating Machines. *Sensors*, 10(8):7874–7895.

[Voiculescu, 2010] Voiculescu, I. (2010). Chemical Sensors Fabricated in CMOS-MEMS Technology. In *Semiconductor Electronics (ICSE), 2010 IEEE International Conference on*, pages A10 –A10.

[Cugat et al., 2003] Cugat, O., Delamare, J., and Reyne, G. (2003). Magnetic Micro-actuators and Systems (MAGMAS). *Magnetics, IEEE Transactions on*, 39(6):3607 – 3612.

cala de los existentes donde no se tuvieron en cuenta las leyes que gobiernan los fenómenos físicos en la microescala, no era esa la idea. En [Lang and Bart, 1988] se describe uno de los primeros estudios realizados en este área, en él se muestra la naturaleza interdisciplinar de esta materia y se hace un análisis de un micromotor rotativo de capacidad variable y otro de inducción. En el estudio teórico que explica el funcionamiento del micromotor de inducción electrostático se hace uso de la ley de Paschen [Greason, 2009; Paschen, 1889]. Esta ley demuestra la relación no lineal entre la tensión de ruptura que existe entre dos electrodos separados por una distancia teniendo en cuenta la presión del medio que los rodea; el valor de esta tensión de ruptura se hace muy elevada a una distancia próxima a los 5 (μm). La primera referencia que tiene la comunidad científica acerca de la construcción de un micromotor usando las técnicas empleadas en la industria microelectrónica fué comunicada en el año de 1988 por L.S. Fan, Y.C. Tai et.al. [Fan et al., 1989; Tai et al., 1989; Fan et al., 1988]. El desarrollo de estas técnicas han abierto nuevas líneas de investigación en el campo de los MEMS, en particular los que tratan sobre micromotores [Zhang et al., 2005] y microgeneradores [Steyn et al., 2005; Waits et al., 2007]. Se advierte no obstante, que

-
- [Lang and Bart, 1988] Lang, J. and Bart, S. (1988). Toward the Design of Successful Electric Micromotors. In *Solid-State Sensor and Actuator Workshop, 1988. Technical Digest., IEEE*, pages 127–130.
- [Greason, 2009] Greason, W. (2009). Effect of Charge Injection Due to ESD on the Operation of MEMS. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 45(5):1559–1567.
- [Paschen, 1889] Paschen, F. (1889). Ueber die zum funkenübergang in luft, wasserstoff und kohlendioxid bei verschiedenen drucken erforderliche potentialdifferenz. *Annal der Physik*, (37):69–96.
- [Fan et al., 1989] Fan, L.-S., Tai, Y.-C., and Muller, R. (1989). IC-processed Electrostatic Micromotors. *Sensors and Actuators*, 20(1-2):41–47.
- [Tai et al., 1989] Tai, Y.-C., Fan, L.-S., and Muller, R. (1989). IC-processed Micro-motors: Design, Technology, and Testing. In *Micro Electro Mechanical Systems, 1989, Proceedings, An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robots. IEEE*, pages 1–6.
- [Fan et al., 1988] Fan, L.-S., Tai, Y.-C., and Muller, R. (1988). IC-processed Electrostatic Micro-motors. In *Electron Devices Meeting, 1988. IEDM '88. Technical Digest., International*, pages 666–669.
- [Zhang et al., 2005] Zhang, W., Meng, G., and Li, H. (2005). Electrostatic Micromotor and its Reliability. *Microelectronics Reliability*, 45(7-8):1230–1242.
- [Steyn et al., 2005] Steyn, J., Kendig, S., Khanna, R., Lyszczarz, T., Umans, S., Yoon, J., Livermore, C., and Lang, J. (2005). Generating Electric Power with a MEMS Electroquasistatic Induction Turbine-generator. In *Micro Electro Mechanical Systems, 2005. MEMS 2005. 18th IEEE International Confer-*

aunque en los últimos años los esfuerzos de investigación en el campo de los MEMS se han centrado en el área de los micromotores, en su desarrollo se lleva cierto retraso debido a problemas de prototipado aunque se realizan esfuerzos en esa dirección [Martin et al., 2008]. Los micromotores han contribuido al desarrollo en microcirugía donde han sido usados para hacer girar un ángulo de 360 grados a microespejos [Xie, 2009] colocados en el interior de instrumentos de microendoscopia; otra de las áreas más activas en cuanto a la investigación en MEMS es la microfluídica donde la fabricación y el diseño de microválvulas y microbombas tienen un gran campo de aplicaciones científicas e industriales [Luque et al., 2005]. El futuro de los micromotores electrostáticos depende de las nuevas líneas de investigación que se vayan abriendo sobre materiales que puedan ser usados en la microescala. Por estos motivos se hace necesario un rápido desarrollo de herramientas para el diseño, simulación y modelado [Charpentier et al., 1995; Senturia, 1998] de micromotores; de herramientas para efectuar medidas de sus características dinámicas [Mehregany et al., 1992b; Deng et al., 1993], y otras para la simulación de sistemas para su control [Irudayaraj and Emadi, 2005].

ence on, pages 614 – 617.

[Waits et al., 2007] Waits, C., Jankowski, N., Geil, B., and Ghodssi, R. (2007). MEMS Rotary Actuator Using an Integrated Ball Bearing and Air Turbine. In *Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference, 2007. TRANSDUCERS 2007. International*, pages 1131 –1134.

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.

[Xie, 2009] Xie, H. (2009). MEMS-based 3D Optical Microendoscopy. In *Engineering in Medicine and Biology Society, 2009. EMBC 2009. Annual International Conference of the IEEE*, pages 6703 –6705.

[Luque et al., 2005] Luque, A., Quero, J. M., Hibert, C., and Fl P. (2005). Integrable Silicon Microfluidic Valve with Pneumatic Actuation. *Sensors and Actuators A: Physical*, 118(1):144 – 151.

[Charpentier et al., 1995] Charpentier, J., Lefevre, Y., Sarraute, E., and Trannoy, B. (1995). Synthesis and Modelling of an Electrostatic Induction Motor. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 31(3):1404 –1407.

[Senturia, 1998] Senturia, S. D. (1998). Simulation and Design of Microsystems: a 10-year Perspective. *Sensors and Actuators A: Physical*, 67(1-3):1 – 7.

[Mehregany et al., 1992b] Mehregany, M., Senturia, S., and Lang, J. (1992b). Measurement of Wear in Polysilicon Micromotors. *Electron Devices, IEEE Transactions on*, 39(5):1136 –1143.

[Deng et al., 1993] Deng, K., Dhuler, V., Mehregany, M., and Jansen, E. (1993). Measurement of Micromotor Dynamics in Lubricating Fluids. In *Micro Electro Mechanical Systems, 1993, MEMS '93, Proceedings An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Systems. IEEE.*

Los micromotores tienen como puntos fuertes la posibilidad de ser integrados en chip, un consumo reducido, bajo peso y alta velocidad. Estos dispositivos MEMS no están siendo usados de forma intensiva en la actualidad ya que las tecnologías no están muy maduras con respecto a sus aplicaciones en el mundo real; no obstante ya existen prototipos de dispositivos disponibles en los laboratorios y universidades de todo el mundo. En la actualidad se está en una etapa de desarrollo y se espera una explosión de aplicaciones industriales para tales dispositivos, su futuro es prometedor como sugiere una novedosa línea de investigación sobre micromotores biomoleculares [Agarwal and Hess, 2010].

2.5 Clasificación de micromotores

Los micromotores son clasificados como MEMS de potencia [Livermore et al., 2004] ya que convierten la energía eléctrica en mecánica; cada micromotor tiene sus ventajas e inconvenientes, por lo tanto la elección del tipo depende de la aplicación a la que se le vaya a destinar. En función del movimiento que vayan a ejecutar se pueden clasificar como lineales [Modafel et al., 2005] o rotativos [Ghalichechian et al., 2008], en función del principio físico que se aplique se pueden clasificar como micromotores electrostáticos, electromagnéticos, ultrasónicos, piezoeléctricos y biológicos. Según sea el flujo inductor

pages 260 –264.

[Irudayaraj and Emadi, 2005] Irudayaraj, S. and Emadi, A. (2005). Micromachines: Principles of Operation, Dynamics, and Control. In *Electric Machines and Drives, 2005 IEEE International Conference on*, pages 1108 –1115.

[Agarwal and Hess, 2010] Agarwal, A. and Hess, H. (2010). Biomolecular Motors at the Intersection of Nanotechnology and Polymer Science. *Progress in Polymer Science*, 35(1-2):252 – 277.

[Livermore et al., 2004] Livermore, C., Forte, A., Lyszczarz, T., Umans, S., Ayon, A., and Lang, J. (2004). A High-power MEMS Electric Induction Motor. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 13(3):465 – 471.

[Modafel et al., 2005] Modafel, A., Ghalichechian, N., Frey, A., Lang, J., and Ghodssi, R. (2005). A Microball-bearing-supported Linear Electrostatic Micromotor with Benzocyclobutene Polymer Insulating Layers. In *Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems, 2005. Digest of Technical Papers. TRANSDUCERS '05. The 13th International Conference on*, volume 1, pages 693 – 696.

[Ghalichechian et al., 2008] Ghalichechian, N., Modafe, A., Beyaz, M., and Ghodssi, R. (2008). Design, Fabrication, and Characterization of a Rotary Micromotor Supported on Microball Bearings. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 17(3):632 –642.

se pueden considerar de flujo axial o de flujo radial, y según la velocidad de giro relativa entre el flujo estático y el rotor se dividen en micromotores síncronos o asíncronos, siendo los asíncronos los más usados ya que no necesitan ningún tipo de control sobre su velocidad. Los micromotores electrostáticos pueden ser clasificados como de capacidad variable, de inducción electrostática, wobble y de efecto corona. También existen otros tipos de dispositivos de gran interés como son los microgeneradores, entre ellos, los generadores piezoeléctricos que están basados en la producción de energía eléctrica mediante el aprovechamiento de las fuentes de vibración [Liu et al., 2008], ruido ambiental [Kiziroglou et al., 2009; He et al., 2009; He et al., 2010] y ultrasónicos [Leinvuo et al., 2006]. Otra aportación de esta ciencia se referencia en [Frechette et al., 2005] donde se describe el diseño, la fabricación y el test del primer rotor de 4.2 (mm) de diámetro fabricado con la tecnología del silicio, puede girar a una velocidad de 300 (m/s) en el seno de una turbina de aire que gira apoyada sobre cojinetes lubricados. Es capaz de entregar una potencia mecánica de 5 (W) y se considera de aplicación en convertidores portátiles de energía, micropropulsión, microbombas y microrefrigeradores.

-
- [Liu et al., 2008] Liu, J.-Q., Fang, H.-B., Xu, Z.-Y., Mao, X.-H., Shen, X.-C., Chen, D., Liao, H., and Cai, B.-C. (2008). A MEMS-based Piezoelectric Power Generator Array for Vibration Energy Harvesting. *Microelectronics Journal*, 39(5):802 – 806.
- [Kiziroglou et al., 2009] Kiziroglou, M., He, C., and Yeatman, E. (2009). Rolling Rod Electrostatic Microgenerator. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 56(4):1101 –1108.
- [He et al., 2009] He, C., Arora, A., Kiziroglou, M., Yates, D., O'Hare, D., and Yeatman, E. (2009). MEMS Energy Harvesting Powered Wireless Biometric Sensor. In *Wearable and Implantable Body Sensor Networks, 2009. BSN 2009. Sixth International Workshop on*, pages 207 –212.
- [He et al., 2010] He, C., Kiziroglou, M., Yates, D., and Yeatman, E. (2010). MEMS Energy Harvester for Wireless Biosensors. In *Micro Electro Mechanical Systems (MEMS), 2010 IEEE 23rd International Conference on*, pages 172 –175.
- [Leinvuo et al., 2006] Leinvuo, J., Wilson, S., Whatmore, R., and Cain, M. (2006). Flexensional Ultrasonic Piezoelectric Micro-motor. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 53(12):2357 –2366.
- [Frechette et al., 2005] Frechette, L., Jacobson, S., Breuer, K., Ehrich, F., Ghodssi, R., Khanna, R., Wong, C. W., Zhang, X., Schmidt, M., and Epstein, A. (2005). High-speed Microfabricated Silicon Turbomachinery and Fluid Film Bearings. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 14(1):141 – 152.

2.5.1 Micromotores electromagnéticos

Las ecuaciones de Maxwell que modelan los campos eléctricos y magnéticos son simétricas por lo que existe gran similitud entre las ecuaciones que relacionan sus efectos sobre los materiales sometidos a campos eléctricos o magnéticos; así se explica la dualidad que existe entre los dos tipos de máquinas, las eléctricas y las magnéticas. La densidad de esfuerzos en la microescala de la onda electromagnética es muy baja con respecto a la electrostática [Martin et al., 2008] por lo que el proceso de fabricación de estos micromotores no es compatible con las técnicas de fabricación de los circuitos integrados. Hay que indicar que aunque el micromotor electromagnético no presenta ventajas frente al electrostático en la microescala se han realizado múltiples estudios sobre este tipo de micromotores como se indica en [Shutov et al., 2005; Guckel, 1998; Ahn et al., 1993]. En la actualidad se desarrollan trabajos sobre la integración de materiales magnéticos [Arnold et al., 2004] para la fabricación de micromotores para uso en dispositivos de consumo. Para realizar un estudio en profundidad sobre cualquier tipo de máquinas se necesita disponer de un circuito equivalente de parámetros concentrados. En [Cristofaro et al., 2010] se muestra el circuito equivalente de un micromotor electromagnético wobble utilizado con microrobots.

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.

[Shutov et al., 2005] Shutov, M., Sandoz, E., Howard, D., Hsia, T., Smith, R., and Collins, S. (2005). A Microfabricated Electromagnetic Linear Synchronous Motor. *Sensors and Actuators A: Physical*, 121(2):566 – 575.

[Guckel, 1998] Guckel, H. (1998). High-aspect-ratio Micromachining Via Deep X-ray Lithography. *Proceedings of the IEEE*, 86(8):1586 –1593.

[Ahn et al., 1993] Ahn, C., Kim, Y., and Allen, M. (1993). A Planar Variable Reluctance Magnetic Micromotor with Fully Integrated Stator and Wrapped Coils. In *Micro Electro Mechanical Systems, 1993, MEMS '93, Proceedings An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Systems. IEEE.*, pages 1 –6.

[Arnold et al., 2004] Arnold, D., Cros, F., Zana, I., Veazie, D., and Allen, M. (2004). Electroplated Metal Microstructures Embedded in Fusion-bonded Silicon: Conductors and Magnetic Materials. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 13(5):791 – 798.

[Cristofaro et al., 2010] Cristofaro, S. D., Stefanini, C., Pak, N. N., Susilo, E., Carrozza, M., and Dario, P. (2010). Electromagnetic Wobble Micromotor for Microrobots Actuation. *Sensors and Actuators A: Physical*, 161(1-2):234 – 244.

Este motor miniatura de inducción electromagnético es síncrono y no entra dentro de la clasificación estricta de MEMS debido a sus dimensiones, sin embargo su mención es importante dado el tipo de excitación que requiere para su funcionamiento. Éste se basa en la interacción que existe entre una onda electromagnética viajera generada por una serie de microbobinas colocadas en el estátor y los correspondientes imanes permanentes situados sobre el rotor. En [Koser and Lang, 2006] se estudia una micromáquina de inducción electromagnética de cierta potencia dentro de este tipo de dispositivos.

2.5.2 Micromotor de capacidad variable

El esfuerzo mecánico que realiza este micromotor se debe a la falta de alineación que existe entre los electrodos del estátor y los polos del rotor; conceptualmente es el más sencillo de los micromotores electrostáticos y su estructura mecánica es muy simple [Mehregany et al., 1990a; Mehregany et al., 1990b]. El principio de funcionamiento de este tipo de micromotor está basado en la variación de la capacidad que existe entre dos placas planas y paralelas, que son el órgano fijo y el órgano móvil, respectivamente, estando dichas placas construídas con algún tipo de material dieléctrico. En una máquina síncrona, el par mecánico de salida depende del promedio de la cantidad de carga almacenada en esa capacidad variable y se mantiene constante cuando se alcanza el estado estacionario. La tensión de alimentación se aplica entre el rotor y el estátor, estando el rotor a potencial cero mientras que a los electrodos que forman el estátor se le aplican los pulsos de tensión. Como consecuencia de la tensión aplicada, aparece un campo electrostático entre ambos órganos que dá origen a unas fuerzas de origen eléctrico que tratan de mantener alineados los polos del rotor con los electrodos del estátor, produciendo así el movimiento de arrastre siendo la velocidad de rotación igual a la velocidad del campo estatórico. La ventaja de este tipo de micromotores es que pueden ser excitados con tensiones alternas o continuas, siendo una

[Koser and Lang, 2006] Koser, H. and Lang, J. (2006). Magnetic Induction Micromachine-part I: Design and Analysis. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 15(2):415 – 426.

[Mehregany et al., 1990a] Mehregany, M., Bart, S., Tavrow, L., Lang, J., Senturia, S., and Schlecht, M. (1990a). A Study of Three Microfabricated Variable-capacitance Motors. *Sensors and Actuators A: Physical*, 21(1-3):173 – 179.

[Mehregany et al., 1990b] Mehregany, M., Senturia, S., and Lang, J. (1990b). Friction and Wear in Microfabricated Harmonic Side-drive Motors. In *Solid-State Sensor and Actuator Workshop, 1990. 4th Technical Digest., IEEE*, pages 17 –22.

desventaja las limitaciones mecánicas que presentan con respecto a los problemas derivados de rozamientos mecánicos. Según el movimiento que realicen los micromotores de capacidad variable se dividen en dos tipos, el rotativo y el lineal, los primeros que propusieron las bases conceptuales de los micromotores lineales y rotativos de capacidad variable en 1987 fueron los investigadores [Trimmer and Gabriel, 1987]. La primera generación de micromotores de capacidad variable fueron desarrollados por dos grupos diferentes en la década de los 80 en la Universidad de California, Berkeley [Fan et al., 1989], y en el Massachusetts Institute of Technology [Mehregany and Tai, 1991]. La fabricación se llevó a cabo utilizando los procedimientos estándares procedentes de la fabricación de circuitos integrados conocido como surface micromachining [Bustillo et al., 1998]. Este es un proceso en el que uno de los pasos de fabricación consiste en eliminar de forma selectiva una capa de sacrificio de tal forma que se pueda dar forma a una estructura en el espacio. Otra generación de micromotores de capacidad variable fué presentada en 1992, por M. Mehregany et al. donde las distancias interelectródicas fueron disminuyendo y se situaron en el rango entre $1 \cdot 10^{-3}$ y $2 \cdot 10^{-3}$ (m) [Mehregany et al., 1992a].

2.5.3 Micromotor de inducción electrostático

El motor electrostático en la macroescala ha tenido un uso industrial muy restringido [Moon and Lee, 1993]. Siempre fué tratado como tema de estudio teórico [Mognaschi and Calder-

[Trimmer and Gabriel, 1987] Trimmer, W. S. N. and Gabriel, K. J. (1987). Design Considerations for a Practical Electrostatic Micro-motor. *Sensors and Actuators*, 11(2):189 – 206.

[Fan et al., 1989] Fan, L.-S., Tai, Y.-C., and Muller, R. (1989). IC-processed Electrostatic Micromotors. *Sensors and Actuators*, 20(1-2):41–47.

[Mehregany and Tai, 1991] Mehregany, M. and Tai, Y.-C. (1991). Surface Micromachined Mechanisms and Micromotors. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 1(2):73.

[Bustillo et al., 1998] Bustillo, J., Howe, R., and Muller, R. (1998). Surface Micromachining for Micro-electromechanical Systems. *Proceedings of the IEEE*, 86(8):1552 –1574.

[Mehregany et al., 1992a] Mehregany, Mehran, Senturia, Stephen, D., Lang, Jeffrey, H., Nagarkar, and Pradnya (1992a). Micromotor Fabrication. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 39(9):2060–2069.

[Moon and Lee, 1993] Moon, J.-D. and Lee, D.-H. (1993). A Miniature Size Electrostatic Induction Motor. In *Industry Applications Society Annual Meeting, 1993., Conference Record of the 1993 IEEE*, pages 1754 –1760 vol.3.

wood, 1991]. Sin embargo, es el que se considera óptimo en la microescala. Este hecho se debe a las reducidas dimensiones de la máquina ya que tienen dimensiones de micras y las fuerzas electrostáticas aventajan a las electromagnéticas en la microescala. En [Martin et al., 2008] se analiza este tipo de micromotor. Por tener una estructura plana se pueden usar las técnicas de fabricación de los circuitos integrados. Estos micromotores por las referencias que se tienen [Fan et al., 1988; Fan et al., 1989; Tai et al., 1989] fueron fabricados a finales de los años 80 como una alternativa a los motores de capacidad variable. Este tipo de micromotor está clasificado como una máquina asíncrona de flujo axial [Frechette et al., 2001] y su funcionamiento está basado en las fuerzas electrostáticas que aparecen entre el estátor y el rotor. El diseño de este tipo de micromotores tiene mayor complejidad que los de capacidad variable y sin embargo tanto los micromotores de inducción electrostáticos [Bart and Lang, 1989] como los relacionados con microgeneradores [Frechette et al., 2005] han sido desarrollados con éxito. La tensión de alimentación de este tipo

[Mognaschi and Calderwood, 1991] Mognaschi, E. and Calderwood, J. (1991). A Dielectric Induction Motor Employing a Rotating Electric Field . In *Industry Applications Society Annual Meeting, 1991., Conference Record of the 1991 IEEE*, pages 562 –564.

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. IECM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.

[Fan et al., 1988] Fan, L.-S., Tai, Y.-C., and Muller, R. (1988). IC-processed Electrostatic Micro-motors. In *Electron Devices Meeting, 1988. IEDM '88. Technical Digest., International*, pages 666 –669.

[Fan et al., 1989] Fan, L.-S., Tai, Y.-C., and Muller, R. (1989). IC-processed Electrostatic Micromotors. *Sensors and Actuators*, 20(1-2):41–47.

[Tai et al., 1989] Tai, Y.-C., Fan, L.-S., and Muller, R. (1989). IC-processed Micro-motors: Design, Technology, and Testing. In *Micro Electro Mechanical Systems, 1989, Proceedings, An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robots. IEEE*, pages 1 –6.

[Frechette et al., 2001] Frechette, L., Nagle, S., Ghodssi, R., Umans, S., Schmidt, M., and Lang, J. (2001). An Electrostatic Induction Micromotor Supported on Gas-lubricated Bearings. In *Micro Electro Mechanical Systems, 2001. MEMS 2001. The 14th IEEE International Conference on*, pages 290 –293.

[Bart and Lang, 1989] Bart, S. and Lang, J. (1989). Electroquasistatic Induction Micromotors. In *Micro Electro Mechanical Systems, 1989, Proceedings, An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robots. IEEE*, pages 7 –12.

[Frechette et al., 2005] Frechette, L., Jacobson, S., Breuer, K., Ehrich, F., Ghodssi, R., Khanna, R., Wong, C. W., Zhang, X., Schmidt, M., and Epstein, A. (2005). High-speed Microfabricated Silicon Turbomachinery and Fluid Film Bearings. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 14(1):141 –

de dispositivos es polifásica y en la mayoría de las comunicaciones científicas se relatan la utilización de inversores hexafásicos [Neugebauer et al., 2004]. Estos inversores presentan una gran complejidad por lo que es motivo de variados estudios con el fin de evitar la aparición de armónicos temporales que perturben su funcionamiento. Esta onda de tensión que es dependiente del tiempo y que viaja en el espacio se le aplica a los electrodos del micromotor que conforman el estátor. Esta onda de tensión viajera es la que justifica el funcionamiento de este tipo de micromotor [Melcher et al., 1989a; Woodson and Melcher, 1985]. Este potencial eléctrico aplicado en el estátor, induce cargas eléctricas en la superficie del rotor. Estas cargas se mueven en sincronía con la onda de tensión aplicada al estátor pero con un cierto retraso temporal. Este retraso es consecuencia de la baja conductividad de los materiales con los que se fabrica el rotor. El desfase existente entre la tensión aplicada y la carga inducida hace que las fuerzas que aparecen sobre el rotor tengan sus dos componentes no nulas. Las componentes tangenciales producen el movimiento de arrastre, y las componentes normales tratan de separar o unir a ambos órganos, rotor y estátor. La magnitud del par o densidad de esfuerzos, depende del tiempo de relajación de la carga, que a su vez, depende de la conductividad del rotor; conductividades muy altas o muy bajas del material con el que se ha construido el rotor tiene consecuencias en el valor de la magnitud de la densidad de esfuerzos del micromotor según se demuestra en el capítulo 4. Los primeros micromotores de inducción electrostáticos que centraron los trabajos de investigación fueron los micromotores lineales [Frangoul and Sundaram, 1995]. Los resultados obtenidos de tales trabajos fueron generalizados y de esa forma se dió paso al desarrollo y diseño de los micromotores rotativos. No obstante lo relatado también se han

152.

[Neugebauer et al., 2004] Neugebauer, T., Perreault, D., Lang, J., and Livermore, C. (2004). A Six-phase Multilevel Inverter for MEMS Electrostatic Induction Micromotors. *Circuits and Systems II: Express Briefs, IEEE Transactions on*, 51(2):49 – 56.

[Melcher et al., 1989a] Melcher, J., Warren, E., and Kotwal, R. (1989a). Theory for Finite-phase Traveling-wave Boundary-guided Transport of Triboelectrified Particles. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 25(5):949 –955.

[Woodson and Melcher, 1985] Woodson, H. H. and Melcher, J. R. (1985). *Fields, Forces and Motion*. In *Electromechanical Dynamics Part II*, Malabar, FL: Krieger Pub. Co.

[Frangoul and Sundaram, 1995] Frangoul, A. G. and Sundaram, K. B. (1995). Design and Fabrication Process for Electrostatic Side-drive Motors. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 5(1):11.

fabricado micromotores de inducción electrostáticos usando otro tipo de tecnología [Samper et al., 1999]. En [Frechette et al., 2001] se referencia un micromotor de inducción electrostático que gira apoyado sobre microesferas, su velocidad de funcionamiento es de 15,000 revoluciones por minuto —tres (m/s) de velocidad en el extremo del rotor—, la tensión de alimentación se realiza con una señal sinusoidal de 100 (V) de valor máximo y una frecuencia de 1.8 (MHz), el par máximo referenciado es de 0.3 (μNm) y una potencia de 0.5 (mW). También en [Livermore et al., 2004] se recoge la fabricación y pruebas de un micromotor capaz de producir un par de 3.5 (μNm) y una potencia de 20 (mW) siendo alimentado con una tensión de 90 (V) y una frecuencia de 200 (kHz), la velocidad de rotación es de 55.000 (rpm). En [Nagle et al., 2005] se publica un trabajo sobre el proceso de diseño y fabricación de un micromotor hexafásico lineal de 131 pares de polos con una distancia de entrehierro de 3 (μm), el valor de la tensión aplicada es de 90 (V), a una frecuencia de 300 (kHz). En [Ghalichechian et al., 2007] y [Frechette et al., 2001] presentan la fabricación y modelado de micromotores donde sus órganos móviles se apoyan sobre microesferas. Más recientemente y para resolver los problemas que surgieron con este tipo de rodamientos se presenta un dispositivo que contiene a las microesferas en su interior [Hergert et al., 2010]. Estas nuevas técnicas que tratan sobre micromotores y microgeneradores también

[Samper et al., 1999] Samper, V., Sangster, A., Reuben, R., and Wallrabe, U. (1999). Torque Evaluation of a LIGA Fabricated Electrostatic Micromotor. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 8(1):115–123.

[Frechette et al., 2001] Frechette, L., Nagle, S., Ghodssi, R., Umans, S., Schmidt, M., and Lang, J. (2001). An Electrostatic Induction Micromotor Supported on Gas-lubricated Bearings. In *Micro Electro Mechanical Systems, 2001. MEMS 2001. The 14th IEEE International Conference on*, pages 290–293.

[Livermore et al., 2004] Livermore, C., Forte, A., Lyszczarz, T., Umans, S., Ayon, A., and Lang, J. (2004). A High-power MEMS Electric Induction Motor. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 13(3):465–471.

[Nagle et al., 2005] Nagle, S., Livermore, C., Frechette, L., Ghodssi, R., and Lang, J. (2005). An Electric Induction Micromotor. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 14(5):1127–1143.

[Ghalichechian et al., 2007] Ghalichechian, N., Modafe, A., Lang, J. H., and Ghodssi, R. (2007). Dynamic Characterization of a Linear Electrostatic Micromotor Supported on Microball Bearings. *Sensors and Actuators A: Physical*, 136(2):496–503.

[Hergert et al., 2010] Hergert, R., Ku, I., Reddyhoff, T., and Holmes, A. (2010). Micro Rotary Ball Bearing with Integrated Ball Cage: Fabrication and Characterization. In *Micro Electro Mechanical Systems (MEMS), 2010 IEEE 23rd International Conference on*, pages 687–690.

han dado paso a otros estudios para resolver temas relacionados con la optimización del diseño. En [Johansson et al., 1994] se hace referencia a la optimización de la geometría y en [Dufour et al., 1995] se estudian la optimización de las dimensiones. Las expectativas de desarrollo en el área de los micromotores hacen que estas técnicas de optimización sean consideradas de interés, y en el futuro pueden contribuir a la apertura de nuevas líneas de investigación.

2.5.4 Micromotor wobble

Son llamados así porque el principio de operación por el que giran está basado en un movimiento de rodadura. En este micromotor cuando ejecuta su movimiento de rotación alrededor de su eje, éste se balancea ligeramente. La acción de rotación con ese ligero balanceo, sigue un patrón que viene dado por la secuencia y frecuencia de la tensión aplicada a los electrodos del estátor. Es un motor de geometría plana siendo el rotor un disco circular liso. Para su funcionamiento los electrodos que están situados bajo el rotor han de ser alimentados de forma consecutiva. Así el disco rotórico es atraído por cada electrodo del estátor utilizando esta atracción para producir el movimiento. La parte exterior del disco del rotor entra en contacto con el aislante que está situado sobre dichos electrodos. De esta forma el rotor, ligeramente apoyado sobre el aislante, gira describiendo un movimiento circular. En este tipo de máquinas pueden aparecer problemas de funcionamiento si los materiales aislantes que se colocan sobre los electrodos del estátor se desgastan por el rozamiento o debido a su rugosidad frenan al rotor. Otra causa de problemas provienen de la forma geométrica del rotor o los apoyos, si éstos no son circulares, el rotor puede atascarse desde el inicio del movimiento. Este motor presenta ciertas ventajas ya que se reduce la fricción y tiene una densidad de esfuerzos elevada a baja velocidad. En algunas aplicaciones la utilización de este micromotor presenta ciertas dificultades para conectarle una carga debido al balanceo del eje. Este eje puede estar apoyado bién sobre un punto o

[Johansson et al., 1994] Johansson, T., Van Dessel, M., Belmans, R., and Geysen, W. (1994). Technique for Finding the Optimum Geometry of Electrostatic Micromotors. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 30(4):912 –919.

[Dufour et al., 1995] Dufour, I., Sarraute, E., Abbas, A., and Allano, S. (1995). Optimisation des Dimensions d'un Micromoteur Électrostatique à L'aide d'une Modélisation Analytique du Couple Statique. *Les Éditions de Physique*, pages 2059 – 2074.

sobre unos soportes. Se debe tener en cuenta que este eje no se mantiene paralelo al eje geométrico del estátor sino que forman un cierto ángulo con él. En [Daniau et al., 1995] se referencia un micromotor wobble de 6 polos, con un diámetro interior de 300 (μm) y una altura de 15 (μm) capaz de producir un par de 25 (μNm).

2.5.5 Micromotor de efecto corona

Este es un tipo de micromotor que utiliza las fuerzas de repulsión electrostáticas que existen entre los electrodos del estátor y el rotor para generar un movimiento giratorio. Las tensiones de alimentación son aplicadas a los electrodos del estátor que presentan unos bordes puntiagudos, de esta forma se generan campos eléctricos intensos y no uniformes. Como las puntas de los electrodos están muy próximas a la superficie del rotor los campos eléctricos ionizan a las moléculas de aire produciendo el efecto corona, de esa manera, estas partículas cargadas que son repelidas por los electrodos del estátor saltan al rotor y se depositan sobre su superficie fabricada con un material aislante. La superficie del rotor puede ser cargada mediante una descarga parcial de los electrodos del estátor. Su funcionamiento como motor tiene su origen en esta descarga constante que se produce entre los electrodos del estátor y el rotor, donde casi toda su superficie aparece cubierta de cargas. Téngase en cuenta que alrededor de la superficie del estátor los electrodos tienen diferentes polaridades dando lugar a que los sectores alternados del mismo repelan a los sectores del rotor próximos que están cargados. A medida que el rotor gira, la carga que está situada sobre él se enfrenta al siguiente electrodo, se vé repelido por éste y realiza un movimiento, con lo que el proceso se repite dando origen al movimiento continuo. Este tipo de micromotor puede ser alimentado con tensión continua o alterna. Estos micromotores de efecto corona no son los más usados en la microescala por problemas sobre las descargas y la dificultades para su fabricación. Sin embargo, sí se han realizado investigaciones sobre micro descargas en MEMS desde finales de 1990. En el año 2003, en [Lee et al., 2005] se presentó un

[Daniau et al., 1995] Daniau, W., Ballandras, S., Kubat, L., Hardin, J., Martin, G., and Basrour, S. (1995). Fabrication of an Electrostatic Wobble Micromotor Using Deep-etch UV Lithography, Nickel Electroforming and a Titanium Sacrificial Layer. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 5(4):270.

[Lee et al., 2005] Lee, S., Kim, D., Bryant, M. D., and Ling, F. F. (2005). A Micro Corona Motor. *Sensors and Actuators A: Physical*, 118(2):226 – 232.

micromotor de efecto corona siendo la tensión de alimentación aplicada de 1300 (V), que alcanzó una velocidad de rotación de 15.000 (rpm), proporcionado un par de 20 (μNm) siendo su potencia próxima a los 31 (mW).

2.6 Conclusiones

En este capítulo se recoge una revisión de los distintos tipos de micromotores que han sido publicados. Se ha comprobado que el tipo de micromotor más usado es el de inducción electrostático. Una conclusión que se extrae es la poca investigación que se realiza sobre herramientas de optimización y test dentro del área de micromotores. Para su desarrollo se necesita de la colaboración de otras materias relacionadas con las ciencias de los materiales para analizar las propiedades mecánicas, eléctricas, y otras de los materiales tradicionales en la microescala. Otra conclusión que se extrae es la necesidad de investigar sobre materiales emergentes que dispongan de nuevas propiedades que cubran ciertas limitaciones que presenta la tecnología del silicio [Cimalla et al., 2007; Wilson et al., 2007].

[Cimalla et al., 2007] Cimalla, V., Pezoldt, J., and Ambacher, O. (2007). Group III Nitride and SiC Based MEMS and NEMS: Materials Properties, Technology and Applications. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 40(20):6386.

[Wilson et al., 2007] Wilson, S. A., Jourdain, R. P., Zhang, Q., Dorey, R. A., Bowen, C. R., Willander, M., Wahab, Q. U., Willander, M., Al-hilli, S. M., Nur, O., Quandt, E., Johansson, C., Pagounis, E., Kohl, M., Matovic, J., Samel, B., van der Wijngaart, W., Jager, E. W., Carlsson, D., Djinic, Z., Wegener, M., Moldovan, C., Iosub, R., Abad, E., Wendlandt, M., Rusu, C., and Persson, K. (2007). New Materials for Micro-scale Sensors and Actuators: An Engineering Review. *Materials Science and Engineering: R: Reports*, 56(1-6):1 – 129.

Principios de funcionamiento del micromotor de inducción electrostático

Índice

3.1	Introducción	26
3.2	Micromáquinas vs. macromáquinas	27
3.3	Densidad de energía eléctrica y electromagnética en la macroescala	28
3.4	Densidad de energía eléctrica y electromagnética en la microescala	29
3.5	Estudio del micromotor electromagnético	33
3.6	Densidad de fuerza	37
3.7	Desacoplo entre los campos eléctricos y magnéticos	39
3.7.1	Ondas electromagnéticas	40
3.7.2	Condiciones para el desacoplo electromagnético	40
3.7.3	Placas a circuito abierto y excitación por fuente de tensión	45
3.7.4	Justificación de campo eléctrico irrotacional	46
3.8	Conclusiones	47

Resumen: En este capítulo, se estudian los principios físicos de funcionamiento de las micromáquinas, tanto las accionadas por campos eléctricos como por campos magnéticos. Se realiza un estudio de las mismas en la microescala, se comparan los resultados obtenidos y se concluye que en esta escala, predomina la micromáquina electrostática sobre la electromagnética, al contrario que en la macroescala. Se realiza un estudio sobre las densidades de energía electrostática

y electromagnética en la macro y en la microescala y sobre las densidades de fuerza en ambas escalas. Se estudia el desacoplo que existe entre los campos eléctricos y magnéticos en la microescala y cuáles son las condiciones necesarias para el desacoplo electromagnético y se justifica que el campo eléctrico es irrotacional. También se demuestra que en la microescala la construcción de la micromáquina eléctrica es factible, mientras que la electromagnética presenta serias dificultades para su construcción y la deja fuera del concepto de micromáquina por su débil miniaturización.

3.1 Introducción

El estudio de un micromotor de inducción electrostático implica un conocimiento detallado de las leyes de escala [Wautelet, 2001], así como el peso de las magnitudes electromagnéticas en la micro y en la macroescala [Zhang et al., 2007]. Hay que centrar el análisis en los fenómenos físicos en los que se basa su funcionamiento —electrostáticos o electromagnéticos— y las leyes de la física que modelan su funcionamiento. En este capítulo se va a realizar un estudio siguiendo el siguiente orden, en esta sección, se hace una introducción al capítulo. Se continúa en la sección 3.2 donde se realiza una discusión acerca de las micromáquinas frente a las macromáquinas. En la sección 3.3 se calculan las densidades de energía eléctrica y electromagnética en la macroescala [MacKay and Findlay, 1991]. En la siguiente sección, 3.4, se realiza el mismo cálculo sobre las densidades de energía eléctrica y electromagnética en la microescala [Chapman and Krein, 2001]. El estudio del micromotor electromagnético se realiza en la sección 3.5 y en la 3.6 se calculan las densidades de fuerza en ambos casos. Las condiciones para el desacoplo entre los campos eléctricos y magnéticos

[Wautelet, 2001] Wautelet, M. (2001). Scaling Laws in the Macro-, Micro- and Nanoworlds. *European Journal of Physics*, 22(6):601.

[Zhang et al., 2007] Zhang, W.-M., Meng, G., and Chen, D. (2007). Stability, Nonlinearity and Reliability of Electrostatically Actuated MEMS Devices. *Sensors*, 7(5):760–796.

[MacKay and Findlay, 1991] MacKay, D. and Findlay, R. (1991). An Examination of the Scaling Properties of Electric Micromotors and Their Magnetic Duals. In *Electrical Machines and Drives, 1991. Fifth International Conference on (Conf. Publ. No. 341)*, pages 170–174.

[Chapman and Krein, 2001] Chapman, P. and Krein, P. (2001). Micromotor Technology: Electric Drive Designer's Perspective. In *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, volume 3, pages 1978–1983.

se estudia ampliamente en la sección 3.7, donde se tratan las ondas electromagnéticas, se analizan los supuestos de placas a circuito abierto y excitación por fuente de tensión y placas en cortocircuito y excitación por fuente de corriente. Se termina justificando que el campo eléctrico es irrotacional. En la sección 3.8 se desarrollan las conclusiones sobre este capítulo.

3.2 Micromáquinas vs. macromáquinas

Las máquinas electromagnéticas han dominado históricamente el mercado de las aplicaciones industriales. Es lo que se denomina mundo macroscópico. Sin embargo, las máquinas electrostáticas aunque han sido muy bien descritas y mejor tratadas en la literatura técnica, sus aplicaciones en esta escala han sido de escaso valor [Moon and Lee, 1993]. En el mundo microscópico la supremacía corresponderá a la máquina electrostática [Nagle et al., 2005] frente a la máquina electromagnética. La máquina electrostática presenta la ventaja de no necesitar devanados como la electromagnética y, debido a su estructura plana, para su fabricación se pueden utilizar los métodos de fabricación de circuitos integrados [Matsuzaki et al., 1994; Gao and Fang, 1995]. Se analizan a continuación algunos aspectos relevantes centrando la atención en uno que puede ser considerado como una figura de mérito, como es la densidad de energía. Estudiando esta figura de mérito se demuestra que en la microescala la máquina electrostática presenta unas prestaciones que aventajan a la misma frente a la electromagnética, siendo ambos duales en sus respectivas escalas [MacKay and Findlay, 1991].

[Moon and Lee, 1993] Moon, J.-D. and Lee, D.-H. (1993). A Miniature Size Electrostatic Induction Motor. In *Industry Applications Society Annual Meeting, 1993., Conference Record of the 1993 IEEE*, pages 1754 –1760 vol.3.

[Nagle et al., 2005] Nagle, S., Livermore, C., Frechette, L., Ghodssi, R., and Lang, J. (2005). An Electric Induction Micromotor. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 14(5):1127 – 1143.

[Matsuzaki et al., 1994] Matsuzaki, K., Matsuo, T., and Mikuriya, Y. (1994). Comparison of Electrostatic and Electromagnetic Motors Based on Fabrication and Performance Criteria. In *Micro Machine and Human Science, 1994. Proceedings., 1994 5th International Symposium on*, page 77.

[Gao and Fang, 1995] Gao, R. and Fang, J. (1995). Design and Performance Evaluation of Linear and Rotary Surface-driven Electrostatic Microactuators. In *Industrial Automation and Control: Emerging Technologies, 1995., International IEEE/IAS Conference on*, pages 572 –579.

3.3 Densidad de energía eléctrica y electromagnética en la macroescala

La densidad de energía en cualquier punto de una región supuesta lineal e isotrópica que está situada bajo la acción de un campo eléctrico [Chapman and Krein, 2001] viene dada por la expresión siguiente:

$$W_E = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \text{ (J/m}^3\text{)} \quad (3.1)$$

donde ε es la permitividad eléctrica del material en el punto dado y E el valor de la intensidad del campo eléctrico en dicho punto. De la misma forma la densidad de energía en cualquier punto de una región que se considera asimismo lineal e isotrópica y situada bajo la acción de un campo magnético [Chapman and Krein, 2001] se expresa como indica la ecuación que sigue:

$$W_M = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu} B^2 \text{ (J/m}^3\text{)} \quad (3.2)$$

siendo μ la permeabilidad magnética del material en el punto dado y B el valor de la densidad del campo magnético en el mismo punto. La suposición de linealidad es cuestionable y sin embargo se puede aceptar, ya que existe una razón que la justifica como es la dimensión del entrehierro, zona donde existe este campo magnético y cuyo grosor es del orden de micras [Chapman and Krein, 2001]. De alguna forma ésto asegura linealidad, y como lógicamente, este ancho será tanto menor cuanto más evolucionada sea la tecnología usada en el proceso de fabricación, más cerca se está de la condición de linealidad. En los dispositivos que operan con campos electromagnéticos, se tiene que tener en cuenta que la saturación del material es el factor que determina la máxima densidad de flujo magnético que se puede aplicar. De esta forma, los materiales no presentarán anomalías en sus propiedades físicas. En los materiales ferromagnéticos utilizados en la fabricación de máquinas eléctricas la densidad del campo magnético no puede exceder de 1.5 (T). Debido al espacio que ocupan los conductores dentro de la máquina el flujo se multiplicaría por dos en algunas áreas como son los dientes del estátor y por esta razón el flujo en el entrehierro se limita a 1 (T). Éste es el valor que se va a tomar para la máxima densidad de flujo. Se supone que en

[Chapman and Krein, 2001] Chapman, P. and Krein, P. (2001). Micromotor Technology: Electric Drive Designer's Perspective. In *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, volume 3, pages 1978 –1983.

el entrehierro el valor de μ es igual al de μ_0 . En el trabajo con dispositivos que operan con campos eléctricos, la tensión de ruptura dieléctrica del material, es el factor que determina el valor máximo de la intensidad del campo eléctrico que se puede aplicar. De esta forma, se evita la destrucción del material. Un valor límite y razonable, para el campo eléctrico en el aire, es de unos $3 \cdot 10^6$ (V/m) para un entrehierro de 10^{-3} (m) de espesor. Si se sustituyen en la ecuaciones 3.1 y 3.2 los valores máximos antes expuestos para los campos eléctricos y magnéticos, los resultados que se obtienen, para las densidades de energía eléctrica y electromagnéticas son de aproximadamente de 40 (J/m^3) y $4 \cdot 10^2$ (kJ/m^3), respectivamente. Por tanto, en la macroescala la máquina electromagnética aventaja a la electrostática en un orden de magnitud de 10^4 unidades.

3.4 Densidad de energía eléctrica y electromagnética en la microescala

En la microescala, según [Chapman and Krein, 2001], el factor de mayor interés en favor de la máquina eléctrica es el incremento que se produce en el valor del campo de ruptura cuando el espacio interelectródico disminuye. Esta relación empírica es conocida como Ley de Paschen [Greason, 2009] y viene dada por la siguiente expresión:

$$E_B = 100 \frac{p(365)}{1.18 + \ln(pd)} \left(\frac{V}{cm Torr} \right) \tag{3.3}$$

Donde p es la presión expresada en (Torr), y d es la distancia que tiene el espacio interelectródico expresada en (m). En la figura 3.1 se observa la representación gráfica de la misma en el intervalo comprendido entre una décima de micra y un milímetro. Se observa que a la distancia de un milímetro, el campo es del orden de 10^6 (V/m). Conforme va disminuyendo la distancia, el valor del campo eléctrico de ruptura va aumentando y al llegar al rango de, aproximadamente, $4-5$ (μm), la expresión presenta una singularidad pasando de forma abrupta a una magnitud del orden de 10^9 (V/m). A partir de este valor, se producirá emisión de campo ¹. Es interesante analizar los casos eléctricos y magnéticos en la microescala cuando se aplican los valores máximos de alimentación sin que los materiales

¹Conducción eléctrica a través de un dieléctrico cuando se le aplica un campo eléctrico intenso.

sufran deterioro —mejor caso eléctrico y mejor caso magnético. De su comparación se concluye cuál es el que ofrece las mejores prestaciones en esta escala. Si se sustituye el valor

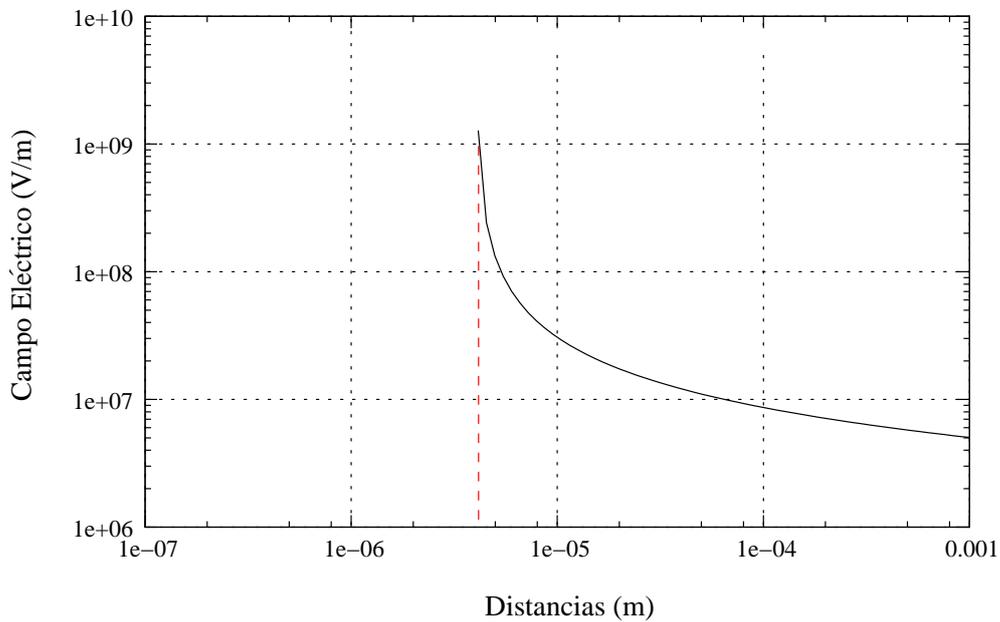


Figura 3.1: Representación gráfica de la Ley de Paschen para $p = 1$ (*atm*).

del campo eléctrico en la ecuación 3.1 por la expresión del campo de ruptura expresada por la ecuación 3.3 se obtiene una estimación de la densidad de energía dada por la expresión siguiente:

$$W_B = \frac{1}{2} \varepsilon \left(100 \frac{p (365 \frac{V}{cm Torr})}{1.18 + \ln(pd)} \right)^2 \quad (J/m^3) \quad (3.4)$$

La expresión 3.4 se ha representado gráficamente en la figura 3.2 donde se observa la relación existente entre la densidad de energía frente a la distancia. En la figura 3.2, se ha representado la energía máxima que se alcanza con un campo magnético de valor 1 (T) —mejor caso magnético— con independencia de la distancia, al efecto de poder establecer una comparación entre ambas. Así, se puede observar que las densidades de energías, tanto eléctrica como magnética, son prácticamente iguales a una distancia de entre 4 (μm) y 5 (μm), con lo cual, también se deduce que éste es el mejor caso eléctrico. Se aprecia también que la densidad de energía eléctrica es considerablemente mayor que aquellos 40 (J/m^3) que se indicaron al principio de este estudio. En la figura 3.3, se representan los valores de la tensiones de ruptura en función de la distancia para la intensidad del campo

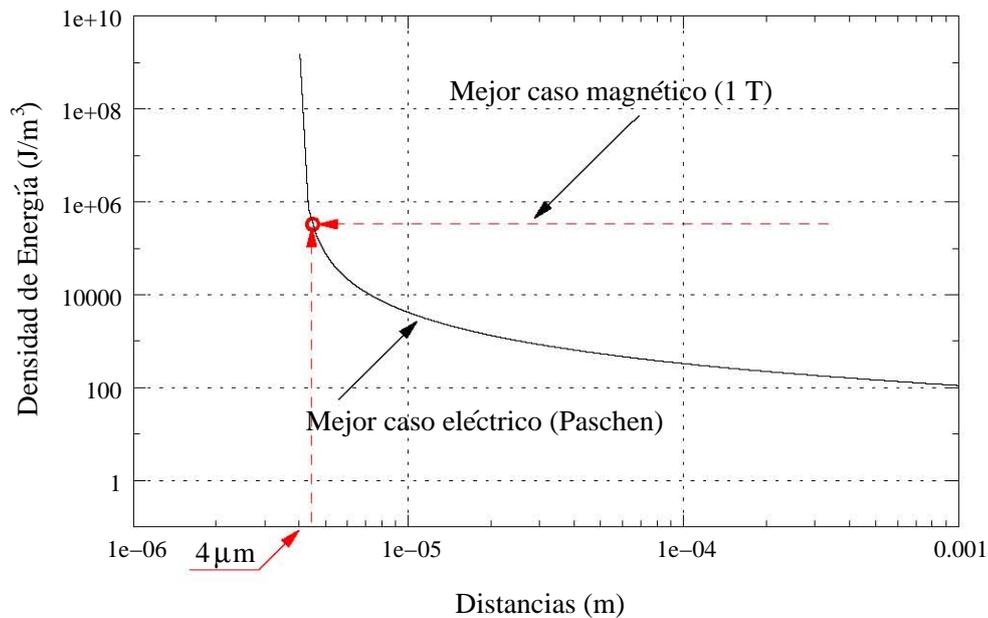


Figura 3.2: Densidad de energía eléctrica frente a la distancia.

eléctrico dado por la Ley de Paschen [Greason, 2009]. A una distancia de $4 (\mu m)$, el valor de esta tensión es del orden de $1500 (V)$. Se entiende que esta tensión no es de las que, normalmente, se aplica a un circuito integrado. Se supone que las tensiones serán mucho más bajas, y para ello se fijarán unos niveles de tensión de por ejemplo $5, 10, 50$ y $100 (V)$, se recalcularán las densidades de energías para estos valores e incluso para la tensión de ruptura en función de la distancia comprendida entre $4 (\mu m)$ y $1 (mm)$. En la figura 3.4, se observa que para $5 (V)$ la densidad de energía es de $7 (J/m^3)$. Para $1500 (V)$ este valor es de $6.3 \cdot 10^5 (J/m^3)$, y el mayor valor de la tensión aplicada comunicada por la comunidad científica hasta la fecha es de $300 (V)$ [Neugebauer et al., 2002; Livermore et al., 2004]. De las anteriores consideraciones se justifica que el valor de la tensión que se puede aplicar a una micromáquina está acotada, siendo la cota superior la tensión de

[Greason, 2009] Greason, W. (2009). Effect of Charge Injection Due to ESD on the Operation of MEMS. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 45(5):1559 –1567.

[Neugebauer et al., 2002] Neugebauer, T., Perreault, D., Lang, J., Livermore, C., and Umans, S. (2002). A Six-phase Multilevel Inverter for MEMS Electrostatic Induction Micromotors. In *Power Electronics Specialists Conference, 2002. pesc 02. 2002 IEEE 33rd Annual*, volume 2, pages 695 – 700.

[Livermore et al., 2004] Livermore, C., Forte, A., Lyszczarz, T., Umans, S., Ayon, A., and Lang, J. (2004). A High-power MEMS Electric Induction Motor. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 13(3):465 – 471.

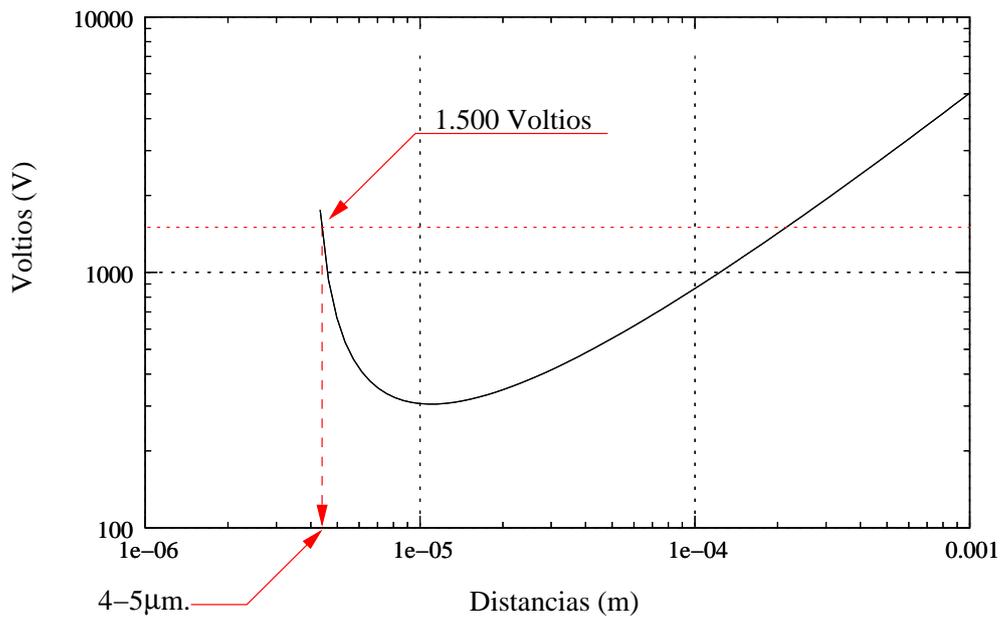


Figura 3.3: Tensión de ruptura.

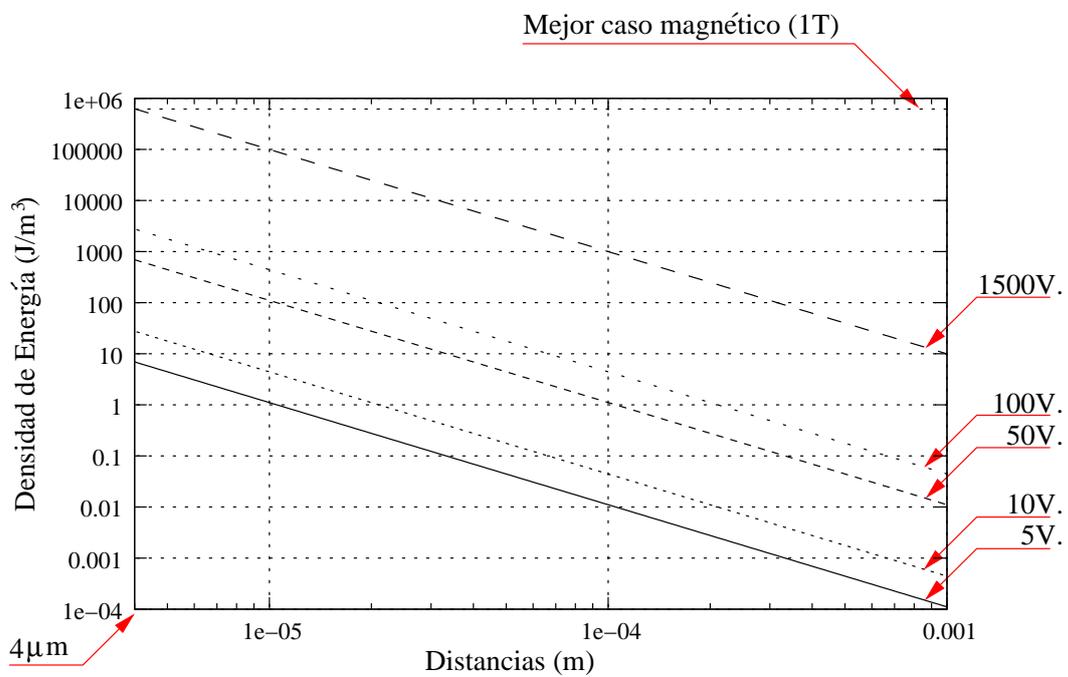


Figura 3.4: Densidades energía vs. tensiones.

ruptura, impuesta y gobernada por la ley de Paschen [Greason, 2009], y la cota inferior cuyo valor es la tensión disponible en el circuito. En general, la tensión elegida para la alimentación del mismo tendrá que ser adecuada a la que pueda soportar el dispositivo, y es un factor a tener en cuenta dado que la densidad de esfuerzos que se obtiene depende del valor de esta tensión [Martin et al., 2008].

3.5 Estudio del micromotor electromagnético

En este caso, se estudia un micromotor electromagnético para compararlo con el micromotor electrostático. El micromotor electromagnético necesita para su funcionamiento un campo magnético de una intensidad dada. Para crearlo se hará circular una corriente por un conductor. En este caso, la densidad máxima de energía, está limitada por consideraciones de tipo térmico. La densidad máxima de corriente que admite un conductor de cobre es de 10^7 (A/m^2) [Chapman and Krein, 2001] en condiciones normales, despreciando la corrección a la misma en función de la temperatura. Para proceder a este estudio se debe diseñar una cierta geometría para cada uno de los dos casos. Para el caso eléctrico, se parte de un condensador formado por dos placas planas y paralelas separadas por una distancia d , siendo aire el dieléctrico de separación entre ellas. Para el caso electromagnético, se toma una bobina formada por un arrollamiento de hilo conductor sobre un núcleo de material ferromagnético, al que se le ha practicado una apertura de longitud d , siendo el aire el medio de separación entre extremos de la apertura. En la figura 3.5 se presentan ambas estructuras. En los dos casos el estudio se va a centrar en la evaluación del orden de magnitud de la distancia d de separación entre las placas del condensador, y la distancia d de separación entre las armaduras del núcleo de la bobina. De esta forma se comprobará si son factibles las micromáquinas basadas en principios electromagnéticos. Para calcular la

[Greason, 2009] Greason, W. (2009). Effect of Charge Injection Due to ESD on the Operation of MEMS. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 45(5):1559 –1567.

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.

[Chapman and Krein, 2001] Chapman, P. and Krein, P. (2001). Micromotor Technology: Electric Drive Designer's Perspective. In *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, volume 3, pages 1978 –1983.

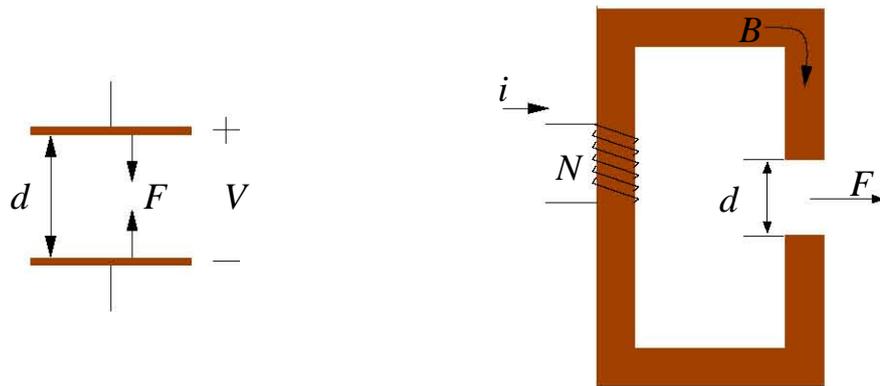


Figura 3.5: Condensador y bobina.

densidad de flujo es importante conocer el valor de la reluctancia del circuito magnético. Para simplificar se van a despreciar los efectos de borde, es decir, se supone que el ancho de las aperturas de cada uno de los dispositivos mencionados son en los dos casos mayores que las distancias de separación. Se puede expresar, con buena aproximación, que la reluctancia del circuito magnético se debe en mayor grado al aire y puede ser formulada mediante la expresión siguiente:

$$\mathfrak{R} = \frac{d}{\mu_0 A_i} \quad (A/Wb) \quad (3.5)$$

siendo d la distancia de separación, μ_0 la permeabilidad magnética del aire, y A_i es el área de la sección perpendicular del circuito magnético por donde se cierran las líneas de flujo. El hecho de despreciar los efectos de borde implica que la reluctancia que se va a calcular será menor que la exacta. El flujo total, viene dado por la siguiente expresión:

$$\phi = BA_i = \frac{Ni}{\mathfrak{R}} \quad (Wb) \quad (3.6)$$

donde i es el valor de la intensidad de la corriente eléctrica que circula por el conductor, y N es el número de espiras del arrollamiento que constituye la bobina. El producto de Ni , se expresa como una densidad de corriente J , que se puede asociar a la que circula por el conductor cuya sección sea A_ω . Es decir se hace que $Ni = JA_\omega$ y con ello se deduce:

$$BA_i = \frac{JA_\omega}{\mathfrak{R}} \quad (Wb) \quad (3.7)$$

Como \mathfrak{R} viene dado por la expresión 3.5, si se sustituye este valor en la ecuación 3.7, se tiene la expresión siguiente:

$$BA_i = \frac{JA_\omega}{d/\mu_o A_i} = \frac{JA_\omega \mu_o A_i}{d} \text{ (Wb)} \quad (3.8)$$

simplificando y ordenando se obtiene:

$$B = \mu_o \frac{JA_\omega}{d} \text{ (Wb)} \quad (3.9)$$

En esta última expresión se observa que no aparece el término A_i , es decir, se ha conseguido que el valor de la inducción sea independiente de la sección del circuito magnético y dependa de la sección del conductor con el que se ha realizado tal arrollamiento, y de una densidad de corriente. Se comprende que en adelante, y por las anteriores consideraciones, siempre será necesario especificar el valor de A_ω , que es el área del conductor. Con motivo de establecer una comparación, supóngase que se quiere generar un campo magnético cuya intensidad sea igual a 1 (T) extendido a una distancia de 10 (μm) máximo. Se utilizará para ello, un conductor que soporta una densidad máxima de corriente de 10^7 (A/m^2) [Chapman and Krein, 2001], sin entrar en consideraciones sobre electromigración. El área del conductor requerido, se calcula a partir de la expresión siguiente:

$$B = \mu_o \frac{J A_\omega}{d} \quad (3.10)$$

Si se sustituyen en la ecuación 3.10 los valores correspondientes a cada una de las variables se tiene:

$$1 = 12.566 \cdot 10^{-7} \frac{1 \cdot 10^7 A_\omega}{10 \cdot 10^{-6}}$$

y de aquí se despeja el valor de la sección:

$$A_\omega = \frac{10^{-5}}{12.566} = 0.0795 \cdot 10^{-5} = 7.95 \cdot 10^{-7} \simeq 8 \cdot 10^{-7} \text{ (m}^2\text{)}$$

Esta sección es equivalente a la de un cuadrado de $\sqrt{80 \cdot 10^{-8}} \simeq 9 \cdot 10^{-4} = 900 \cdot 10^{-6} = 900$ (μm) de lado. Este valor del lado del conductor, se puede considerar en principio pequeño, aunque se advierte, no se ha tenido en cuenta hasta ahora, ningún factor de relleno — cociente entre la sección neta del cobre y la sección que ocupa el mismo conductor incluyendo su aislamiento—, lo que lógicamente aumentaría este grosor. Es interesante

[Chapman and Krein, 2001] Chapman, P. and Krein, P. (2001). Micromotor Technology: Electric Drive Designer's Perspective. In *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, volume 3, pages 1978 –1983.

observar que sólo por el uso de tal conductor se tendría un micromotor cuyo diámetro excedería de 1 (mm). En este punto, se conoce cómo determinar la sección del conductor, y la corriente necesaria que tiene que circular por el mismo. A partir de aquí se puede, teóricamente, alcanzar la densidad de flujo magnético deseado a una distancia dada. Sin embargo, hay problemas para una correcta ejecución de la miniaturización de todo el conjunto, por lo que la implementación magnética presenta bastante dificultad. Existe otro obstáculo, y no es de naturaleza teórica, sino que viene impuesto por los límites prácticos de las tecnologías usadas en la fabricación de circuitos integrados. Volviendo al ejemplo que se está tratando, se observa que para una distancia de 10 (μm) se necesita que $N i = 1 \cdot 10^7 (A/m^2) \cdot 8 \cdot 10^{-7} (m^2) = 8 (A)$. En las máquinas macroscópicas, el valor de la intensidad que circula por los conductores normalmente es baja, y lo usual es darle a N un valor muy elevado. Sin embargo, en la literatura publicada hasta la fecha [Chapman and Krein, 2003], no se habla en ningún caso de valores de N superiores a 20 en cualquiera de los prototipos existentes. Como se vé, es un valor muy bajo para el número de espiras, siendo este límite impuesto por los procesos de fabricación de estos dispositivos. Por otro lado, hay que contar con las corrientes que pueden soportar los dispositivos, que es también función de la tecnología de fabricación. Por ejemplo, el máximo valor permitido y que corresponde al límite térmico de la tecnología de 5 (μm) es una corriente de, aproximadamente, 1 (mA). Si se considera $N=10$ como un valor razonable, entonces $N i = 10 (mA)$ que está bastante alejado de los 8 (A) que se requieren. A continuación, se muestra en la figura 3.6, que para varias corrientes y un valor de N igual a 10, las densidades de energía que se obtienen son mucho más pequeñas al haber restringido el número de espiras. No obstante todo lo expuesto, en [Barbic et al., 2001] se plantea el desarrollo de un micromotor electromagnético y en [Barbic, 2002] se hace referencia a las microbobinas.

[Chapman and Krein, 2003] Chapman, P. and Krein, P. (2003). Smaller is Better ? . *Industry Applications Magazine, IEEE*, 9(1):62 – 67.

[Barbic et al., 2001] Barbic, M., Mock, J. J., Gray, A. P., and Schultz, S. (2001). Electromagnetic Micromotor for Microfluidics Applications. *Applied Physics Letters*, 79(9):1399 –1401.

[Barbic, 2002] Barbic, M. (2002). Magnetic Wires in MEMS and Bio-medical Applications. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 249(1-2):357 – 367.

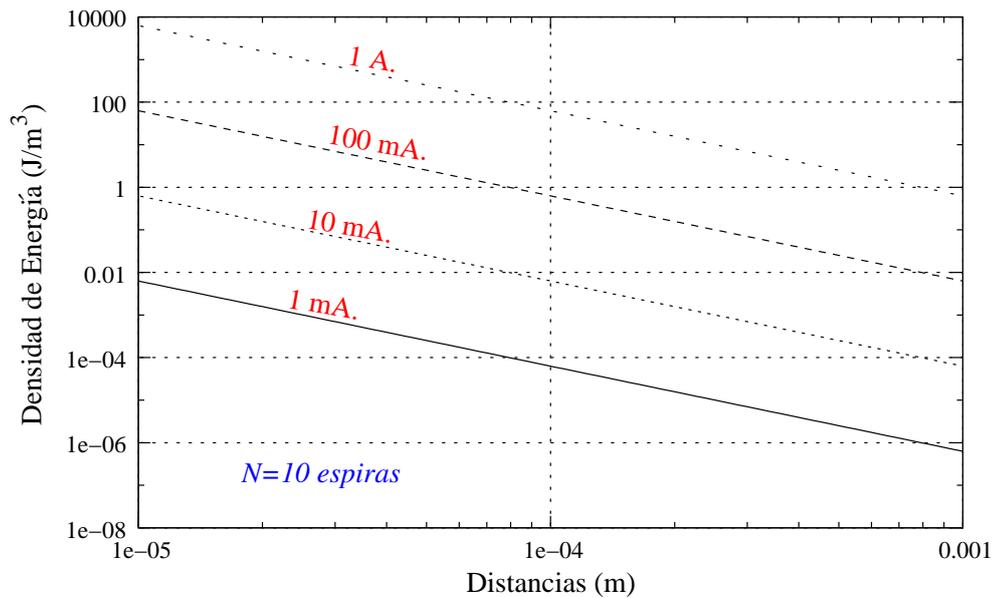


Figura 3.6: Densidad energía frente a la distancia.

3.6 Densidad de fuerza

Hasta este momento, se ha considerado sólo la densidad relativa de energía, ahora se va a considerar, de igual o mayor interés para este estudio, las densidades de fuerza que pueden ser producidas por cualquiera de los dos dispositivos, bien el electromagnético o el electrostático [Davey and Klimpke, 2002]. Una vez analizadas éstas, se pasará a una fase posterior de evaluación para después proceder a la comparación de los resultados obtenidos con el objetivo de tener en cuenta las conclusiones finales.

Para el caso electromagnético véase la figura 3.5 y obsérvese el circuito magnético de la misma. Se sabe que un conductor de longitud L , que transporta una corriente de intensidad i , y que está situado en un campo magnético cuya densidad de flujo vale B , el campo ejerce una fuerza sobre el conductor [Chapman and Krein, 2001] que viene dada por la siguiente expresión:

$$F = i L B \quad (3.11)$$

[Davey and Klimpke, 2002] Davey, K. and Klimpke, B. (2002). Computing Forces on Conductors in the Presence of Dielectric Materials. *Education, IEEE Transactions on*, 45(1):95–97.

[Chapman and Krein, 2001] Chapman, P. and Krein, P. (2001). Micromotor Technology: Electric Drive Designer's Perspective. In *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, volume 3, pages 1978–1983.

Si se divide por el volumen los dos miembros de la anterior igualdad, se tiene la fuerza por unidad de volumen y se expresa como sigue:

$$F_v = \frac{i L B}{L^3} = \frac{i B}{L^2} = J B \quad (3.12)$$

siendo J la densidad de corriente. La densidad de fuerza, está limitada por la capacidad térmica del conductor, y por el valor de saturación del campo. Para un campo máximo de 1 (T), valor de saturación, y una densidad de corriente igual a la máxima admisible para un conductor de cobre, que es de 10^7 (A/m²), se comprueba que la densidad volumétrica de fuerza vale 10^7 (A/m³). De la misma forma se procede para el caso electrostático y haciendo referencia a la misma figura 3.5 se puede observar el condensador formado por dos placas planas y paralelas, separadas por una distancia, y cuya energía [Chapman and Krein, 2001] viene dada por la expresión siguiente:

$$W = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A_p}{d} V^2 \quad (3.13)$$

donde A_p , es el área de las placas del condensador, y d es la distancia que existe entre las mismas. Como la fuerza es la variación de la energía con respecto de la distancia, esta se puede expresar de la siguiente forma:

$$F = -\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A_p}{d^2} V^2 \quad (3.14)$$

Y la fuerza por unidad de volumen viene dada por la ecuación siguiente:

$$F_v = -\frac{\varepsilon_0 V^2}{2 d^3} \quad (3.15)$$

De aquí, se puede observar que para una determinada tensión, la fuerza se incrementa muy rápidamente conforme la distancia disminuye. La distancia a partir de la cual se produce una igualdad de fuerzas, se determina a partir de la ecuaciones 3.12 y 3.15, aplicando un campo de 1 (T) a un conductor que transporte la densidad máxima de corriente, y un campo eléctrico de valor máximo como se indica en la figura 3.7. Como se observa, se produce a una distancia de 4 (μ m) y a una tensión de 12 (V). Por debajo de esta distancia, la densidad de fuerza electrostática será mayor que la densidad de fuerza electromagnética con las restricciones que se han impuesto.

[Chapman and Krein, 2001] Chapman, P. and Krein, P. (2001). Micromotor Technology: Electric Drive Designer's Perspective. In *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, volume 3, pages 1978 –1983.

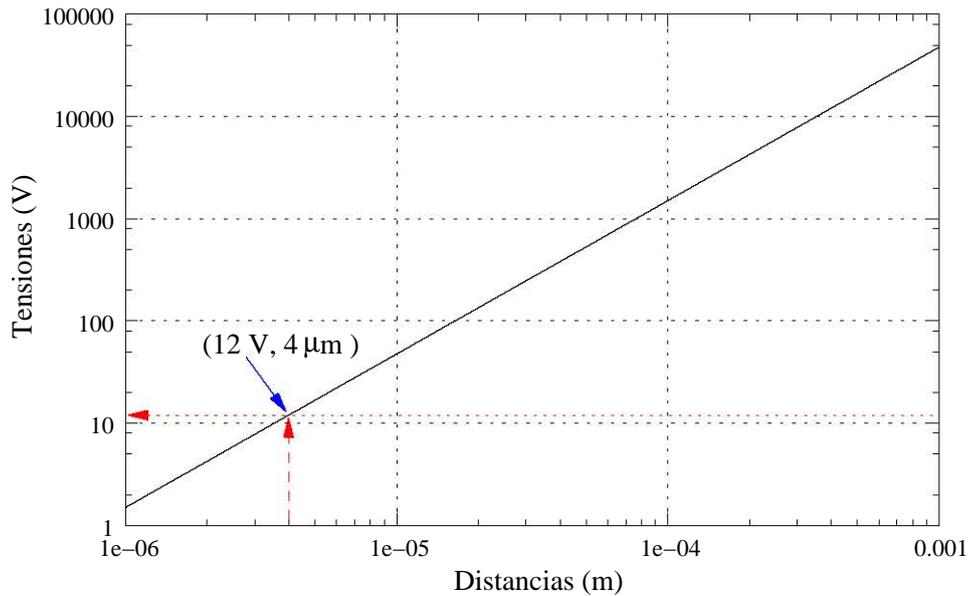


Figura 3.7: Densidad de fuerzas.

3.7 Desacoplo entre los campos eléctricos y magnéticos

Las leyes de Maxwell del electromagnetismo se expresan a continuación por medio de las siguientes ecuaciones:

Ley de Gauss del campo eléctrico:

$$\nabla \cdot \varepsilon_0 \vec{E} = \rho_e \quad (3.16)$$

Ley de conservación de la carga:

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho_e}{\partial t} = 0 \quad (3.17)$$

Ley de Ampère generalizada:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \frac{\partial(\varepsilon_0 \vec{E})}{\partial t} \quad (3.18)$$

Ley de Faraday de la inducción electromagnética:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.19)$$

Ley de Gauss del campo magnético:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.20)$$

El acoplamiento que existe entre los campos eléctricos y magnéticos variables con el tiempo es de interés en el estudio del micromotor de inducción electrostático. Las ondas eléctricas y magnéticas variables en el tiempo, en un rango de frecuencias que pueden ir desde las ondas de radio hasta los rayos gamma, pueden ser expresados por las ecuaciones 3.16 a la 3.20. No es corriente estudiar la propagación de ondas electromagnéticas cuando se tratan fenómenos electromecánicos, pero esto no significa que estas interacciones sean inexistentes a cualquier escala de frecuencias. A continuación, se va a realizar un planteamiento acerca de estos fenómenos de tal forma, que se puedan discriminar los principios esenciales en las interacciones de los campos y su medio. Como paso previo, se procederá a una breve descripción sobre la propagación de las ondas electromagnéticas con el fin de encontrar simplificaciones que se puedan aplicar a las micromáquinas electrostáticas.

3.7.1 Ondas electromagnéticas

Supóngase una región libre del espacio donde no circule corriente ($J = 0$), y existan campos a los que se puede suponer de aplicación las ecuaciones 3.18 y 3.19. A efectos de simplificación, se restringe la dependencia de los campos a las variables t y x , temporal y de desplazamiento sobre el eje de las x , respectivamente. De la ecuación 3.18, se deduce que la componente en y viene dada por la ecuación siguiente:

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (3.21)$$

y de la ecuación 3.19, se deduce que la componente en z viene expresada por la ecuación:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (3.22)$$

Estas dos ecuaciones, ponen en evidencia el acoplamiento existente entre los campos eléctricos y magnéticos dinámicos y son suficientes para calcular las componentes z e y de los campos magnéticos y eléctricos, respectivamente.

3.7.2 Condiciones para el desacoplo electromagnético

Es interesante conocer si en determinadas situaciones ambos campos están desacoplados, ya que así fuera, el planteamiento de las ecuaciones se simplificarían y los cálculos a realizar se ejecutarán de forma más rápida. Sean dos placas planas y delgadas, fabricadas con un material perfectamente conductor, cuyas dimensiones son d y l correspondientes al

largo y ancho, respectivamente. Están situadas en el espacio, son paralelas entre si y están separadas por una distancia; sea s el valor de la distancia de separación. Para despreciar los efectos de borde, se dimensionan de forma que sus medidas, d y l sean muy grandes con respecto a la distancia s de separación. En la figura 3.8 se muestran estas dos placas, y se puede observar que existe un cortocircuito entre las mismas en el punto de abscisa $x = 0$, y se les excita en el punto de abscisa $x = -l$ con una fuente de corriente sinusoidal $i = i_0 \cos \omega t$ (A). En la figura 3.9 se muestran de nuevo las mismas placas,

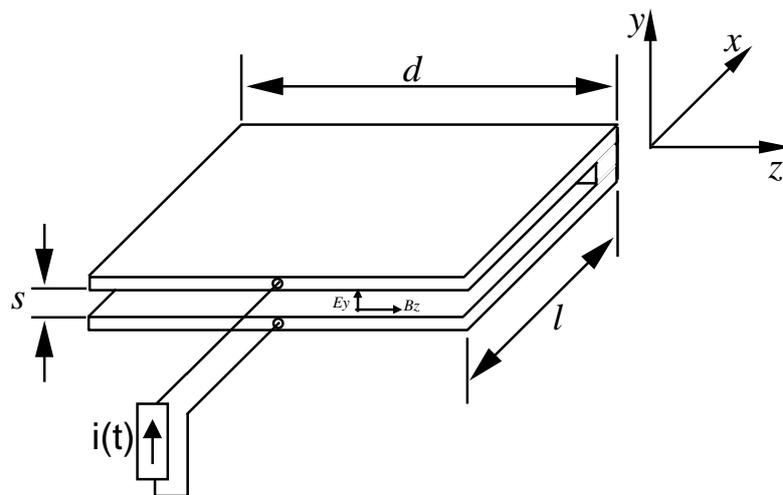


Figura 3.8: Placas planas cortocircuitadas.

pero obsérvese que están en este caso a circuito abierto, y en el punto de abscisa $x = -l$ ahora se les excita con una fuente de tensión sinusoidal $v = v_0 \cos \omega t$ (V). Se supone

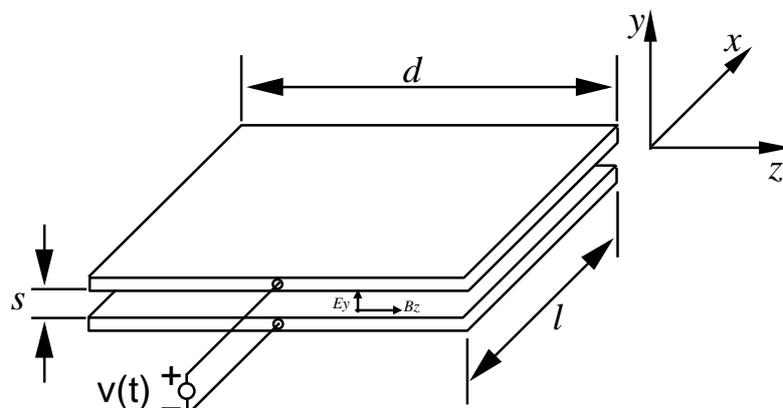


Figura 3.9: Placas planas a circuito abierto.

además que las excitaciones están uniformemente distribuidas a lo largo del eje z . Debido a

estas excitaciones entre ambas placas aparecerán los campos unidimensionales eléctricos y magnéticos E_y y B_z , respectivamente, según predican las ecuaciones de Maxwell. En estas condiciones, será interesante estudiar los campos eléctricos y magnéticos existentes entre ambas placas como ondas electromagnéticas en movimiento [Dunn et al., 1969] según la dirección del eje de las x . En los dos casos, las excitaciones imponen las condiciones de contorno en el extremo $x = -l$. En el caso de la excitación por fuente de corriente, esta condición se obtiene resolviendo la integral curvilínea extendida sobre el contorno de una superficie normal a las líneas de corriente que pasen a su través, y se expresa como:

$$B_z(-l, t) = -\mu_0 K = -\frac{\mu_0 i(t)}{d} \quad (3.23)$$

En el caso de la excitación por fuente de tensión, esta condición se obtiene por integración del campo eléctrico entre extremos de las placas, tal y como sigue:

$$\int_s^0 E_y dy = -s E_y(-l, t) = v(t) \quad (3.24)$$

Para el extremo en $x = 0$ las condiciones de contorno que se obtienen son, $E_y(0, t) = 0$ para el caso de excitación por fuente de corriente, y $B_z(0, t) = 0$ para excitación por fuente de tensión. No se trata aquí de resolver la ecuación de onda que satisfaga las condiciones de contorno anteriores, es suficiente elegir una solución conveniente de la misma y que además cumpla esas condiciones de contorno. Las soluciones elegidas para ambos casos se expresan mediante las ecuaciones:

$$E_y = -\frac{i_0 \sin \omega t \sin\left(\frac{\omega x}{c}\right)}{d \varepsilon_0 c \cos\left(\frac{\omega l}{c}\right)} \quad (3.25)$$

$$B_z = -\frac{i_0 \mu_0 \cos \omega t \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right)}{d \cos\left(\frac{\omega l}{c}\right)} \quad (3.26)$$

y las:

$$E_y = -\frac{v_0 \cos \omega t \cos\left(\frac{\omega x}{c}\right)}{s \cos\left(\frac{\omega l}{c}\right)} \quad (3.27)$$

$$B_z = -\frac{v_0 \sin \omega t \sin\left(\frac{\omega x}{c}\right)}{c s \cos\left(\frac{\omega l}{c}\right)} \quad (3.28)$$

Las expresiones indicadas por las 3.25 y 3.26, son las ecuaciones solución para los campos eléctricos y magnéticos para la excitación senoidal por fuente de corriente con las placas

[Dunn et al., 1969] Dunn, D., Wallace, R., and Choi, S. (1969). Waves in a Moving Medium with Finite Conductivity. *Proceedings of the IEEE*, 57(1):45 – 57.

en cortocircuito. Las expresiones indicadas por las 3.27 y 3.28, son las ecuaciones solución para los campos eléctricos y magnéticos para la excitación senoidal por fuente de tensión con las placas a circuito abierto. Se comprueba que las mismas satisfacen las condiciones de contorno, y que la sustitución directa de ellas en la ecuación de onda también la verifica. Estas son las soluciones de la ecuación de onda en estado estacionario. En la figura 3.10 se puede ver la representación gráfica de las mismas para el caso de excitación por fuente de corriente y placas en cortocircuito. Se observa, que las amplitudes de las ondas electromagnéticas que se mueven según la dirección del eje x varían de forma senoidal, y que el máximo del campo eléctrico se presenta cuando el magnético es cero y viceversa. Sin

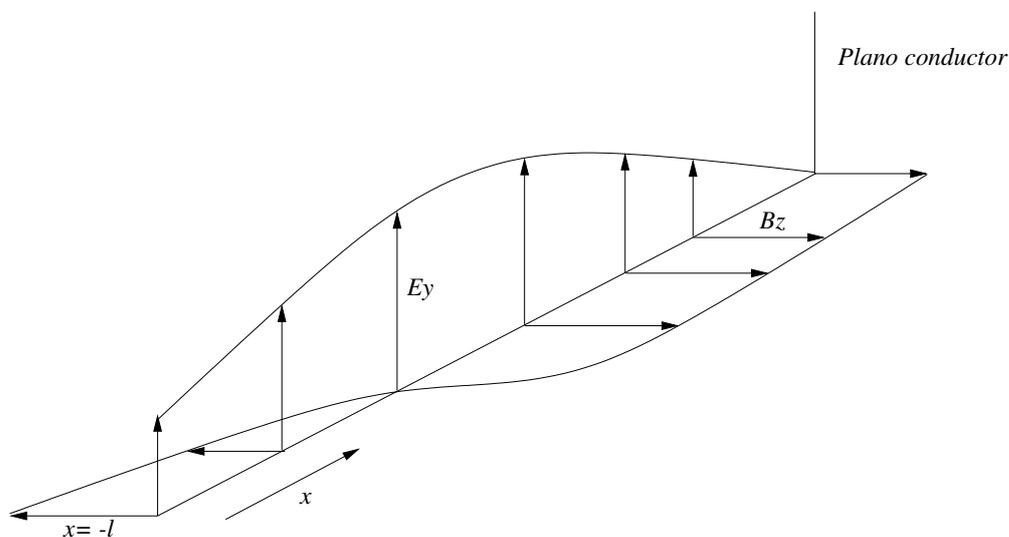


Figura 3.10: Campos eléctricos y magnéticos.

embargo se puede hacer una aproximación en un tiempo de interés, sea éste $1/\omega$ y que se supondrá mucho mayor que el tiempo de propagación que tarda una onda electromagnética en recorrer una distancia l dada por l/c . Se tiene entonces que:

$$\frac{l/c}{1/\omega} = \frac{\omega l}{c} \ll 1 \quad (3.29)$$

Como para ángulos muy pequeños, el seno tiende al arco y el coseno a la unidad, las ecuaciones 3.25 y 3.26, serán aproximadas por las que se escriben a continuación:

$$E_y \simeq -\frac{i_0 \sin \omega t}{d \epsilon_0 c} \left(\frac{\omega x}{c} \right) \quad (3.30)$$

$$B_z \simeq -\frac{i_0 \mu_0 \cos \omega t}{d} \quad (3.31)$$

de la misma forma, las 3.27 y 3.28 serán aproximadas por las:

$$E_y \simeq -\frac{v_0 \cos \omega t}{s} \quad (3.32)$$

$$B_z \simeq -\frac{v_0 \sin \omega t}{cs} \left(\frac{\omega x}{c}\right) \quad (3.33)$$

Las ecuaciones 3.30 y 3.31, excitación con fuente de corriente y placas en corto, demuestran que el campo eléctrico es función lineal de la distancia y el campo magnético es constante ya que no depende de x , como se puede ver en la figura 3.11. Las ecuaciones 3.32 y 3.33

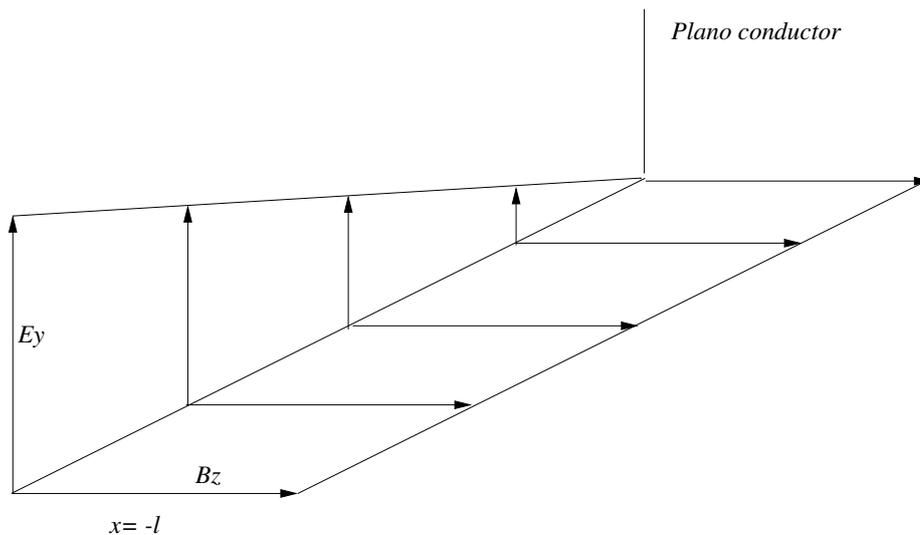


Figura 3.11: Campo magnético constante.

excitación con fuente de tensión y placas a circuito abierto, demuestran que el campo eléctrico es constante ya que no depende de x y el campo magnético es función lineal de la distancia, como se puede ver en la figura 3.12. Vistas las distribuciones de las amplitudes de los campos como se muestran en las figuras 3.11 y 3.12, debidas a las restricciones que se han impuesto, se hace notar que las características más importantes de estas soluciones límites son:

1. El campo magnético entre las placas en corto tiene la misma distribución como si la corriente de excitación fuese constante.
2. El campo eléctrico entre las placas a circuito abierto tiene la misma distribución como si la tensión de excitación fuese constante.
3. Con las excitaciones aplicadas en $x = -l$, la onda electromagnética no sufre ningún retardo en alcanzar el otro extremo de la placa.

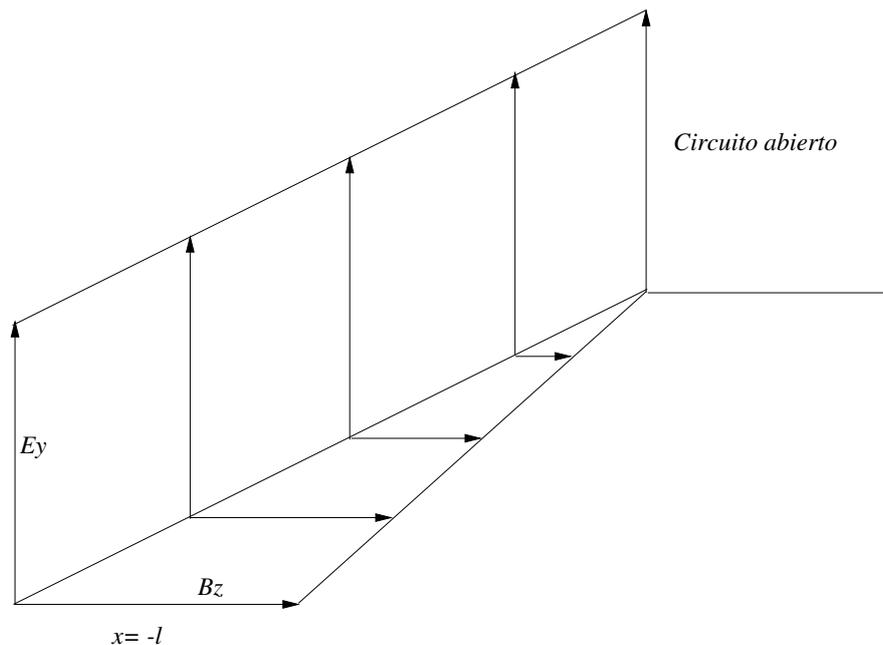


Figura 3.12: Campo eléctrico constante.

4. Con las condiciones de contorno que existen en $x = 0$ y por la simple inspección de las figuras 3.11 y 3.12, se deduce que en ese punto, cuando se excita con una fuente de corriente constante y las placas están cortocircuitadas, se obtiene un campo magnético y no existe campo eléctrico. Se dice que es un campo magnético cuasi-estático ya que sólo varía con el tiempo. De la misma forma, cuando se excita con una fuente de tensión constante y las placas están a circuito abierto, se obtiene en el mismo punto un campo eléctrico y no existe campo magnético. Se dice que es un campo cuasi-electrostático ya que sólo varía con el tiempo en la dirección del eje x .

3.7.3 Placas a circuito abierto y excitación por fuente de tensión

En esta tesis se va a excitar con una fuente de tensión senoidal a un micromotor que está formado por dos placas planas y paralelas —parte móvil y estátor— que están a circuito abierto y la distancia de separación entre ellas es del orden de micras.

De las conclusiones obtenidas en el apartado 3.7.2, se extraen las que son de aplicación directa al caso que se estudia y que permiten reescribir las ecuaciones de Maxwell dadas por las ecuaciones 3.16, 3.17, 3.18, 3.19 y 3.20 de la siguiente forma:

Ley de Gauss del campo eléctrico:

$$\nabla \cdot \varepsilon_0 \vec{E} = \rho_e \quad (3.34)$$

Ley de conservación de la carga:

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho_e}{\partial t} = 0 \quad (3.35)$$

Ley de Ampère generalizada:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \frac{\partial(\varepsilon_0 \vec{E})}{\partial t} \quad (3.36)$$

Ley de Faraday de la inducción electromagnética:

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (3.37)$$

Ley de Gauss del campo magnético:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.38)$$

A partir de este momento se adopta el criterio de campo eléctrico irrotacional y en adelante sólo se tendrán en cuenta los campos eléctricos y se despreciarán los magnéticos en la microescala.

3.7.4 Justificación de campo eléctrico irrotacional

Se ha optado por despreciar el campo magnético frente al eléctrico y sin embargo sabemos que éste no es nulo. Esto hace que sea necesario conocer cuál es el orden de magnitud que existe entre ellos para justificar esta decisión. Para ello se usan las ecuaciones simplificadas 3.32 que expresan los valores correspondientes a los campos eléctricos y magnéticos, respectivamente. Para el valor del campo eléctrico entre las placas, que se sabe es constante, se elige su valor máximo, y como valor del campo magnético se tiene en cuenta el valor máximo más desfavorable, que se produce en el punto de abscisa $x = -l$. Estas condiciones vienen expresadas por las ecuaciones siguientes:

$$E_y = -\frac{v_0}{s} \cos \omega t \quad (3.39)$$

cuyo valor máximo es:

$$|E_y| = \frac{v_0}{s} \quad (3.40)$$

y la

$$B_z = -\frac{v_0}{cs} \sin \omega t \left(\frac{\omega x}{c} \right) \quad (3.41)$$

cuyo valor máximo es:

$$|B_z| = \frac{v_0}{cs} \left(\frac{\omega l}{c} \right) \quad (3.42)$$

si se efectúa el cociente entre ambas expresiones queda la ecuación siguiente:

$$\frac{|E_y|}{|B_z|} = \frac{\frac{v_0}{s}}{\frac{v_0}{cs} \left(\frac{\omega l}{c} \right)} = \frac{1}{\frac{\omega l}{c^2}} \quad (3.43)$$

si se despeja el valor de $|E_y|$ de la ecuación 3.43 y se reagrupan sus términos queda la siguiente expresión:

$$|E_y| = \left(\frac{1}{\frac{\omega l}{c^2}} \right) |B_z| = \left(\frac{c}{\frac{\omega l}{c}} \right) |B_z| \gg c |B_z| \quad (3.44)$$

de donde por inspección de la misma, se llega a la conclusión que el campo eléctrico en el interior de las placas es al menos de c veces mayor que el magnético, siendo c la velocidad de la luz. Si se tiene en cuenta que el orden de magnitud de c es de 10^8 unidades, se puede observar cuanto es de mayor el peso del campo eléctrico frente al campo magnético. Solo queda por verificar si se cumple con la condición de tiempo dada por la ecuación 3.29. Sustituyendo en ella los valores de ω y l usados en el micromotor objeto de estudio, se observa que el resultado que se obtiene es mucho menor que la unidad, como se observa a continuación:

$$\frac{\omega l}{c} = \frac{2 \pi 2.6 \cdot 10^6 \cdot 44 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^8} = 239.59 \cdot 10^{-8} = 2.4 \cdot 10^{-6} \ll 1$$

A la vista de las conclusiones obtenidas en este apartado, se demuestra que la justificación es válida y se ajusta a la escala de dimensiones del micromotor, con lo cual es correcto el criterio de campo eléctrico irrotacional y se dice que el campo eléctrico es cuasi-electrostático.

3.8 Conclusiones

En este capítulo, se han presentado los principios de funcionamiento de las micromáquinas electrostáticas y electromagnéticas. También se ha realizado un estudio exhaustivo sobre las densidades de energías tanto electrostática como electromagnética en ambas escalas. Se han tratado las densidades de fuerza en ambas escalas. Se ha demostrado el desacoplo que

existe entre los campos eléctricos y magnéticos en la microescala y las condiciones necesarias para que exista este desacoplo. Comparando los resultados obtenidos se concluye que en la microescala predomina la micromáquina electrostática sobre la electromagnética como contrapartida de la macroescala. Otra conclusión de interés es la viabilidad que existe para construir la micromáquina electrostática en la microescala —utilizando la técnica de fabricación de los circuitos integrados— mientras que la electromagnética presenta dificultades para su construcción por lo que se queda fuera del concepto de micromáquina.

Modelado del micromotor de inducción electrostático en 2D

Índice

4.1	Introducción	51
4.2	Desarrollo del modelo analítico	52
4.2.1	Cálculo de la densidad de esfuerzos. Tensor de Maxwell	54
4.3	Placa delgada de dieléctrico	56
4.3.1	Componente normal del vector desplazamiento eléctrico	58
4.3.2	Prototipo de micromotor de inducción electrostático	59
4.3.3	Principio de funcionamiento del motor de inducción electrostático	60
4.4	Ley de conservación de la carga en la interfaz	62
4.5	Evaluación de los términos de la ecuación de la conservación de la carga 64	
4.5.1	Cálculo de la $\left(\frac{\partial \sigma_f}{\partial t}\right)$	64
4.5.2	Cálculo de la divergencia superficial de la densidad de corriente superficial $\nabla_S \cdot (\sigma_s \vec{E}_z + \vec{v}_z \sigma_f)$	64
4.5.3	Cálculo de $\vec{n} \cdot \ \sigma \vec{E}\ $	64
4.6	Evaluación de la ecuación de la conservación de la carga en la interfaz 65	
4.6.1	Expresión del potencial en función del deslizamiento	65
4.6.2	Expresión del potencial en función de τ_E	65
4.7	Expresión del campo eléctrico tangencial en la interfaz	67
4.8	Densidad superficial de carga en la interfaz	68

4.9	Parámetros físicos y geométricos	68
4.10	Tensión y densidad de carga en función de la distancia	68
4.10.1	Curvas de tensiones y densidades de carga frente a distancias . . .	69
4.10.2	Curvas de tensiones y densidades de carga frente a distancias en función de S	70
4.11	Expresión analítica de la densidad de esfuerzos promedios	72
4.11.1	Ecuación analítica de la densidad máxima de esfuerzos	73
4.11.2	Cálculo de la conductividad del metal para obtener la densidad de esfuerzos máxima en el arranque	73
4.12	Modos de funcionamiento	74
4.12.1	Funcionamiento como motor	75
4.12.2	Funcionamiento como generador	76
4.12.3	Funcionamiento en modo freno	77
4.12.4	Punto de funcionamiento	79
4.13	Análisis de sensibilidad	81
4.13.1	Familia de curvas de densidades de esfuerzos frente al desliza- miento para distintos valores de la conductividad	82
4.13.2	Efectos de la variación del grueso de la capa de aire sobre la den- sidad de esfuerzos	83
4.13.3	Efectos de la variación del ancho de la capa de material aislante de la parte móvil sobre la densidad de esfuerzos	85
4.13.4	Efectos combinados de la variación del ancho de la capa de aire y la del material aislante de la parte móvil sobre la densidad de esfuerzos	85
4.13.5	Efecto de la variación de la conductividad sobre la densidad de corriente superficial	86
4.13.6	Optimización de la densidad de esfuerzos frente a la conductividad	88
4.13.7	Densidad de potencia mecánica producida	88
4.13.8	Densidad de potencia de pérdidas en la parte móvil del micromotor	90
4.13.9	Rendimiento de un micromotor de inducción electrostático	92

4.14 Conclusiones 93

Resumen: El modelado de un máquina de inducción electromagnética siempre ha sido de interés para los ingenieros eléctricos, ya que es una herramienta sencilla de utilizar y proporciona un gran ahorro de tiempo en la fase diseño y test. En esta tesis se aporta un estudio paralelo en el mundo de la microescala, del micromotor de inducción electrostático. Para lograr este objetivo, en este capítulo se realiza un estudio detallado siguiendo la siguiente estructura. En la sección 4.2 se propone el desarrollo de un modelo analítico y se calcula la densidad de esfuerzos. En la sección 4.3 se realiza un estudio sobre una placa delgada de dieléctrico, se propone un prototipo para el micromotor de inducción electrostático y se estudia el fundamento de su funcionamiento. En la sección 4.4, para llegar a la expresión analítica del modelo matemático se estudia la ley de conservación de la carga en la interfaz. En la sección 4.5 se procede a la evaluación de los términos que la componen. En la sección 4.6 se procede a calcular la expresión del potencial en la interfaz en función del deslizamiento. A continuación, en la sección 4.7 se realiza el cálculo de la expresión del campo eléctrico tangencial en la interfaz y en la 4.8 se estudia la densidad superficial de carga en la interfaz en función de los diversos parámetros físicos y geométricos del mismo. En la sección 4.9 se indican los parámetros físicos y geométricos. En la sección 4.10 se obtienen las curvas de tensión y densidades de carga frente a la distancia. En la sección 4.11 se calculan las expresiones analíticas de la densidad de esfuerzos promedios, la densidad máxima de esfuerzos y la expresión para calcular la conductividad del metal para obtener la densidad de esfuerzos máxima en el arranque. En la sección 4.12 se analizan los diferentes modos de funcionamiento del micromotor —como motor, generador y freno. En la sección 4.13 se hace un análisis de sensibilidad frente a determinados parámetros, tanto físicos como dimensionales. Se finaliza realizando el cálculo de la potencia entregada y la de pérdidas así como el rendimiento del micromotor. En la sección 4.14 se reseñan las conclusiones de este capítulo.

4.1 Introducción

En este capítulo se estudia el micromotor de inducción electrostático y su modelado. Este micromotor presenta mejores características en la microescala que el micromotor de in-

ducción electromagnético como se demostró en el capítulo 3. Para obtener las ecuaciones analíticas [Dufour et al., 1996; Martin et al., 2008] que modelan al micromotor de inducción electrostático es necesario realizar un estudio amplio de los principios físicos en los que basa su funcionamiento. Un aspecto que hay que tener en cuenta es el efecto despreciable del campo magnético frente al eléctrico por el desacoplo que existe entre ambos campos en la microescala véase el capítulo 3. El micromotor a estudiar está constituido por dos partes, una fija y otra móvil que están separados por una distancia y en su interior hay un dieléctrico —que puede ser aire— entre los que se aplica una onda de tensión como excitación. Por la similitud existente entre ambos, se va a realizar el estudio de un problema más sencillo utilizando una lámina rectangular y delgada de un material dieléctrico cuya altura es despreciable con respecto a su longitud —para que sean de aplicación los criterios que se han discutido en el capítulo 3— y entre cuyas bases se aplica una onda viajera de tensión para su excitación [Dunn et al., 1969; Melcher et al., 1989a]. Este es el caso del micromotor de inducción electrostático ya que físicamente son análogos y las condiciones de contorno son las mismas. Toda la información y las conclusiones que se extraigan, serán tenidas en cuenta en el diseño del micromotor.

4.2 Desarrollo del modelo analítico

El desarrollo de modelos matemáticos ha sido de interés para el estudio de máquinas eléctricas [Charpentier et al., 1995; Martin et al., 2008; Yamazaki et al., 2011; Hameyer,

[Dufour et al., 1996] Dufour, I., Sarraute, E., and Abbas, A. (1996). Optimization of the Geometry of Electrostatic Micromotors Using Only Analytical Equations. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 6(1):108.

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.

[Dunn et al., 1969] Dunn, D., Wallace, R., and Choi, S. (1969). Waves in a Moving Medium with Finite Conductivity. *Proceedings of the IEEE*, 57(1):45 – 57.

[Melcher et al., 1989a] Melcher, J., Warren, E., and Kotwal, R. (1989a). Theory for Finite-phase Traveling-wave Boundary-guided Transport of Triboelectrified Particles. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 25(5):949 –955.

[Charpentier et al., 1995] Charpentier, J., Lefevre, Y., Sarraute, E., and Trannoy, B. (1995). Synthesis and Modelling of an Electrostatic Induction Motor. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 31(3):1404

1999; Ho et al., 1999]. De forma similar si se quiere desarrollar un modelo matemático del micromotor de inducción electrostático se necesita conocer el principio en el que se basa su funcionamiento. En este caso, está fundamentado en la interacción que existe entre un potencial eléctrico y las cargas eléctricas inducidas por el mismo. Para efectuar un estudio detallado del mismo es necesario plantear una serie de consideraciones que permitan calcular determinadas magnitudes. Entre las más relevantes son el conocimiento de la densidad de esfuerzos [Bart and Lang, 1989] que puede producir, la densidad máxima de esfuerzos en el arranque, sus modos de funcionamiento y otros. En la figura 4.1, se muestra un con-

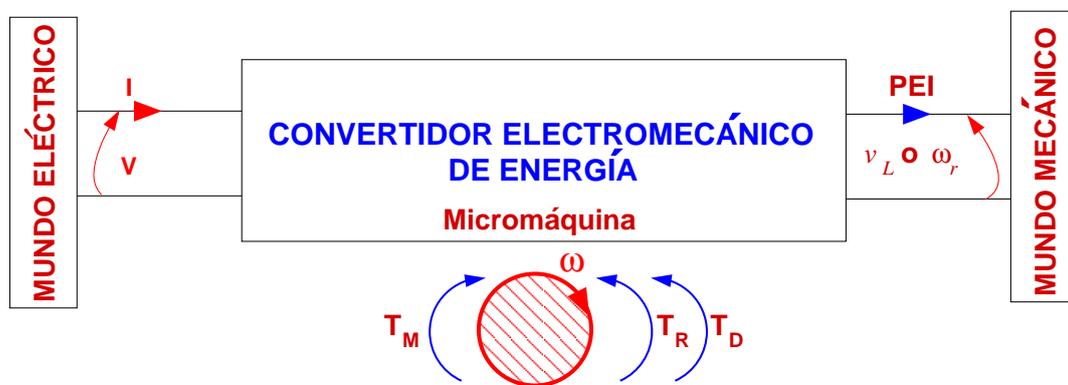


Figura 4.1: Convertidor electromecánico de energía.

vertidor electromecánico de energía, donde se observa cómo se produce la transformación

-1407.

- [Yamazaki et al., 2011] Yamazaki, K., Suzuki, A., Ohto, M., Takakura, T., and Nakagawa, S. (2011). Equivalent Circuit Modeling of Induction Motors Considering Stray Load Loss and Harmonic Torques Using Finite Element Method. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 47(5):986 –989.
- [Hameyer, 1999] Hameyer, K. (1999). Quasi Static Field Computation by Finite Elements: Recent Developments with Respect to the Modeling of Electrical Machines. *Computational Methods in Engineering'99*, pages 1 – 20.
- [Ho et al., 1999] Ho, S., Fu, W., and Li, H. (1999). The State of Art on Dynamic Mathematical Models of Induction Machines: Circuit-field Coupled Models. In *Power Electronics and Drive Systems, 1999. PEDS '99. Proceedings of the IEEE 1999 International Conference on*, volume 1, pages 525 –530.
- [Bart and Lang, 1989] Bart, S. and Lang, J. (1989). Electroquasistatic Induction Micromotors. In *Micro Electro Mechanical Systems, 1989, Proceedings, An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robots. IEEE*, pages 7 –12.

de energía eléctrica en energía mecánica y viceversa. Se ha representado por un cuadripolo, que recibe a su entrada una cierta potencia de energía eléctrica, consumiendo una cierta corriente I , cuando se le aplica una tensión V . A la salida del cuadripolo, se obtiene un par eléctrico interno que hace mover al rotor con una cierta velocidad w_r o v_L , según sea este convertidor rotativo o lineal. En dicha figura se muestran los pares resistentes y los de fricción viscosa.

4.2.1 Cálculo de la densidad de esfuerzos. Tensor de Maxwell

El cálculo de la densidad de esfuerzos en MEMS es realizada siguiendo diferentes métodos [Hui et al., 2000; Johansson et al., 1995; Grabner and Schmidt, 2003; Delfino and Rossi, 2002]. En este caso, se ha elegido el método del tensor de Maxwell como se expresa en la ecuación matricial tal y como sigue:

$$\varepsilon \begin{bmatrix} E_x^2 - \frac{1}{2}E^2 & E_x E_z \\ E_z E_x & E_z^2 - \frac{1}{2}E^2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

con lo cual las componentes de las densidades de fuerzas (N/m^2) vendrán dadas por las ecuaciones:

$$\vec{F}_x = \varepsilon \left[\left(E_x^2 - \frac{1}{2}E^2 \right) \vec{n}_x + E_x E_z \vec{n}_z \right] \quad (4.2)$$

$$\vec{F}_z = \varepsilon \left[E_x E_z \vec{n}_x + \left(E_z^2 - \frac{1}{2}E^2 \right) \vec{n}_z \right] \quad (4.3)$$

En el micromotor se trata de estudiar los esfuerzos que contribuyen al desplazamiento de la placa en la dirección del eje z . Con este fin se aplican las ecuaciones 4.2 y 4.3, a las líneas de contorno nombradas como e, f, g y h de la geometría mostrada en la figura 4.2, y que rodean a la que se ha llamado placa metálica. En las líneas laterales (f y h), el

[Hui et al., 2000] Hui, C.-Y., Yeh, J.-L. A., and Tien, N. C. (2000). Calculation of Electrostatic Forces and Torques in MEMS Using Path-independent Integrals. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 10(3):477.

[Johansson et al., 1995] Johansson, T., Hameyer, K., and Beimans, R. (1995). Automated 3D Mesh Generation for Efficient Torque Computation of Electrostatic Micromotors. In *Computation in Electrostatics, IEE Colloquium on*, pages 1 –2.

[Grabner and Schmidt, 2003] Grabner, C. and Schmidt, E. (2003). Torque Calculation of Electrical Machines Based on Distributions of Surface Forces Along the Stator Boundary as Well as Volume Forces Inside Conducting and Iron Domains. In *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03*.

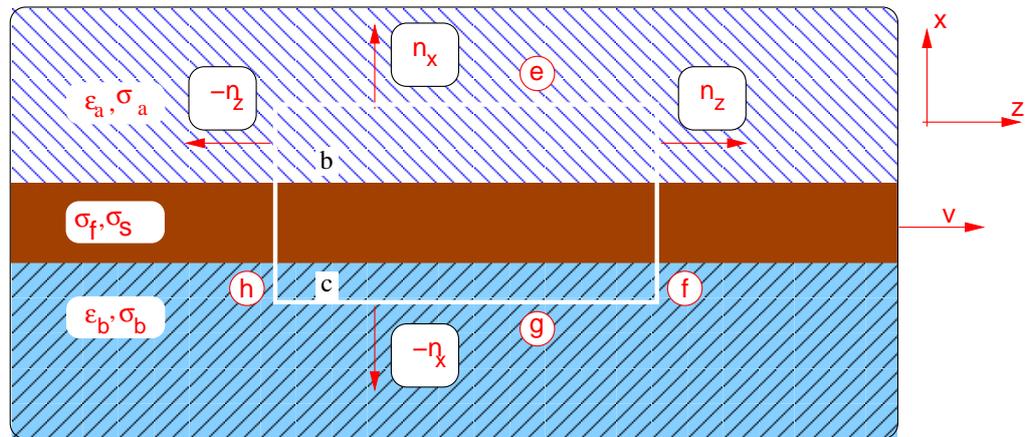


Figura 4.2: Aplicación del tensor de Maxwell a la placa metálica.

valor de los campos eléctricos y los desplazamientos eléctricos tienen por simetría el mismo valor, sin embargo, las normales a dichas líneas tienen signo contrario. De esta forma, sus esfuerzos se cancelan y no contribuyen al desplazamiento de la placa según el eje z . Para las líneas superior e inferior, sus normales sólo tienen componentes sobre el eje x , y no tiene componente sobre el eje z . Esto, significa que con respecto a la ecuación 4.2 los términos correspondientes a \vec{n}_z son nulos. Sin embargo, los términos en \vec{n}_x , que no son nulos, se van a despreciar ya que se trata de unas componentes que en todo momento son perpendiculares a la dirección de desplazamiento de la placa. Se puede pues resumir diciendo que no existe ninguna resultante sobre el eje x , es decir:

$$\vec{F}_x = 0 \quad (4.4)$$

Si se hace el mismo razonamiento para las mismas líneas, esta vez con respecto a la ecuación 4.3, el término correspondiente a \vec{n}_z se anula porque sus normales no tienen componentes sobre el eje z , y solo contribuye a los esfuerzos en la dirección del eje z el

IEEE International, volume 1, pages 595 – 600.

[Delfino and Rossi, 2002] Delfino, F. and Rossi, M. (2002). A New FEM Approach for Field and Torque Simulation of Electrostatic Microactuators. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 11(4):362 – 371.

término que viene indicado por la ecuación siguiente:

$$\vec{F}_z = \varepsilon [E_x E_z \vec{n}_x] = E_t \vec{D}_x \quad (4.5)$$

En dicha ecuación al término E_z se le llama componente tangencial y se ha representado por E_t , y el término $\varepsilon E_x \vec{n}_x$ es el desplazamiento eléctrico \vec{D}_x o densidad de flujo eléctrico (C/m^2). Procede, por lo tanto, calcular las magnitudes que intervienen en esta ecuación proponiendo el siguiente orden.

1. Calcular el potencial escalar en el dieléctrico para lo que es necesario resolver la ecuación de Laplace.
2. Calculado el potencial eléctrico, se procede al cálculo de una magnitud derivada como es la componente normal del vector desplazamiento eléctrico en el dieléctrico.
3. Plantear un prototipo de motor de inducción electrostático y explicar los principios de funcionamiento.
4. Aplicar la ley de la conservación de la carga en la interfaz con el fin de obtener el valor del potencial y la densidad superficial de carga en ella.
5. Calcular la densidad de esfuerzos aplicando el cálculo tensorial, introducir el concepto de deslizamiento S de uso generalizado en los motores de inducción electromagnéticos de la macroescala y expresar el par en función del deslizamiento.
6. Representar gráficamente las expresiones que se han desarrollado para la realización del modelo y hacer un análisis de sensibilidad.

4.3 Placa delgada de dieléctrico

Se parte de una placa plana de material dieléctrico de espesor despreciable frente a su longitud y su altura, sea ésta de valor Δ , como se indica en la figura 4.3. El material con el que está construida es un dieléctrico [Castle and Inculet, 1995] que presenta propiedades

[Castle and Inculet, 1995] Castle, G. and Inculet, I. (1995). The Electrostatic Properties of Insulating Sheets Close to a Conductor: A Review. In *Industry Applications Conference, 1995. Thirtieth IAS Annual Meeting, IAS '95., Conference Record of the 1995 IEEE*, volume 2, pages 1237 –1241.

isotrópicas, es decir, sus características eléctricas de permitividad y resistividad son constantes en cualquier dirección dentro del mismo; sean sus valores ε y σ respectivamente. La superficie está limitada, por su parte inferior por la línea $x = 0$ y por su parte superior por la línea $x = \Delta$, que de ahora en adelante serán referenciadas como α y β . Los potenciales

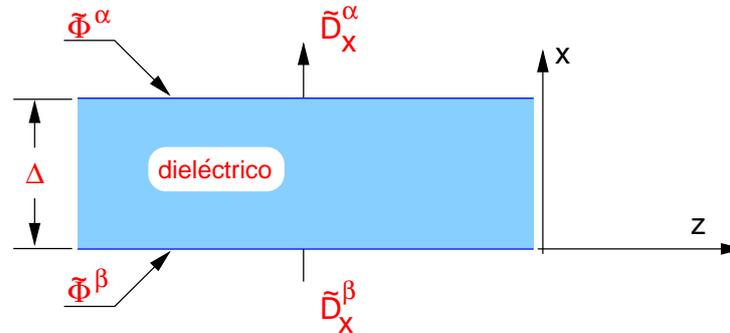


Figura 4.3: Placa delgada de dieléctrico.

que se aplican entre ambos lados de estas fronteras vienen dados por las expresiones que se indican a continuación:

$$\begin{aligned}\phi_\alpha(\Delta, z, t) &= \text{Re} \left(\tilde{\phi}^\alpha e^{j\omega t} e^{-jkz} \right) = \text{Re} \left(\tilde{\phi}^\alpha e^{j(\omega t - kz)} \right) \\ \phi_\beta(0, z, t) &= \text{Re} \left(\tilde{\phi}^\beta e^{j\omega t} e^{-jkz} \right) = \text{Re} \left(\tilde{\phi}^\beta e^{j(\omega t - kz)} \right)\end{aligned}\quad (4.6)$$

estos potenciales corresponden a una onda de tensión, que es variable en el tiempo y en la distancia [Washabaugh et al., 1988; Melcher et al., 1989a; Melcher et al., 1989b; Haus and Melcher, 1990]. La variación temporal de la tensión es de tipo senoidal, y con respecto a su variación espacial se efectuará a lo largo del eje z . Esta variación temporal y espacial indica que es una onda de naturaleza viajera y cuya velocidad es ω/k (m/s).

[Washabaugh et al., 1988] Washabaugh, A., Zahn, M., and Melcher, J. (1988). Electrokinetic Pumping Using Traveling Wave High Voltages. In *Industry Applications Society Annual Meeting, 1988., Conference Record of the 1988 IEEE*, volume 2, pages 1563–1569.

[Melcher et al., 1989a] Melcher, J., Warren, E., and Kotwal, R. (1989a). Theory for Finite-phase Traveling-wave Boundary-guided Transport of Triboelectrified Particles. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 25(5):949–955.

[Melcher et al., 1989b] Melcher, J., Warren, E., and Kotwal, R. (1989b). Traveling-wave Delivery of Single-component Developer. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 25(5):956–961.

[Haus and Melcher, 1990] Haus, H. and Melcher, J. (1990). Fields That Are Always Dynamic. *Education, IEEE Transactions on*, 33(1):35–46.

El vector desplazamiento eléctrico viene dado por la expresión $\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$ y como se ha supuesto el dieléctrico homogéneo e isótropo su coeficiente de permeabilidad será constante. Esto es equivalente a decir que no existirá en su interior ninguna carga libre y la ley de Gauss se escribe con el segundo término igual a cero, como se indica en la ecuación siguiente:

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (4.7)$$

El campo eléctrico se considera irrotacional ($\nabla \times \vec{E} = 0$) según se trató en el apartado 3.7.4, por lo que se puede escribir la siguiente expresión:

$$\vec{E} = -\nabla\phi \quad (4.8)$$

La distribución de potencial en el interior de la superficie viene dada por la ecuación de Poisson, que ante la inexistencia de carga libre toma el nombre de ecuación de Laplace y cuya formulación en notación simbólica es $\nabla^2\phi = 0$. La solución de la ecuación de Laplace [Punzo et al., 2006] viene dada por la ecuación siguiente:

$$\tilde{\phi}(x) = \tilde{\phi}^\alpha \frac{\sinh kx}{\sinh k\Delta} - \tilde{\phi}^\beta \frac{\sinh k(x - \Delta)}{\sinh k\Delta} \quad (4.9)$$

que cumple con las condiciones de contorno de la superficie que se está tratando y que será usada en adelante para el cálculo del valor del potencial.

4.3.1 Componente normal del vector desplazamiento eléctrico

Para calcular la componente normal del vector desplazamiento eléctrico se utiliza la ecuación de definición que sigue:

$$D_x = -\varepsilon \frac{\partial\phi}{\partial x} \quad (4.10)$$

y para el cálculo del valor del potencial eléctrico la ecuación 4.9. Así, la expresión que relaciona el vector desplazamiento eléctrico en función del potencial eléctrico, se puede escribir en notación matricial como se indica en la ecuación siguiente: la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} D_x^\alpha \\ D_x^\beta \end{bmatrix} = \varepsilon k \begin{bmatrix} -\coth k\Delta & \frac{1}{\sinh k\Delta} \\ -\frac{1}{\sinh k\Delta} & \coth k\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\phi}^\alpha \\ \tilde{\phi}^\beta \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

[Punzo et al., 2006] Punzo, V., Besio, S., Pittaluga, S., and Trequattrini, A. (2006). Solution of Laplace Equation on Non Axially Symmetrical Volumes. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 16(2):1815 –1818.

si se reordena, se obtiene la ecuación matricial del potencial eléctrico en función del vector desplazamiento dada por la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\phi}^\alpha \\ \tilde{\phi}^\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{\varepsilon k} \begin{bmatrix} -\coth k\Delta & \frac{1}{\sinh k\Delta} \\ -\frac{1}{\sinh k\Delta} & \coth k\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x^\alpha \\ D_x^\beta \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

4.3.2 Prototipo de micromotor de inducción electrostático

En el párrafo anterior se ha realizado un estudio sobre una placa de material dieléctrico, donde se ha planteado el problema de aplicar una tensión alterna senoidal variable en el tiempo y en la distancia entre las superficies límites superior e inferior de la misma. En él se han obtenido respuestas acerca de la distribuciones de potenciales y de densidades de flujo eléctrico en el material y en su superficie.

A partir de la información extraída, se puede proponer un modelo para iniciar el estudio de un micromotor de inducción electrostático que se pasa a describir, según se ilustra en la figura 4.4. Está compuesto por una placa metálica perfecta situada en la parte inferior y a la que se aplicará una tensión de cero voltios. A continuación, se coloca una capa de un material que hace el efecto de aislante eléctrico y que tiene una permitividad y conductividad eléctricas dadas. Sobre éste, se coloca una capa muy delgada de material con una resistividad de valor alto, para la misma, se usará polisilicio amorfo ligeramente dopado. El conjunto descrito anteriormente forma un único bloque compacto y rígido, ésta será la parte móvil del micromotor.

Existe otra capa que es el aire —u otro dieléctrico— que separa a la parte móvil del otro bloque rígido e inmóvil llamado estátor. El conjunto del estátor, está compuesto a su vez por una capa a la que se le aplica la tensión de excitación, sobre ella se deposita un material que sirve de aislamiento y a continuación otro material que sirve de sustrato. En la figura 4.4, se indica lo descrito. En la parte inferior se muestra la parte móvil —parte inferior de la frontera d hasta parte superior de la frontera c. En la superior se observa el estátor, del que para mayor claridad, solo se ha representado la placa metálica formada por un conductor perfecto. Es en el estátor donde se aplica la condición de contorno superior dada por la expresión de ϕ_b de la ecuación 4.6. En medio de ambos —desde la frontera b hasta la frontera a— existe un dieléctrico como medio de separación entre la parte fija y la móvil.

También se ha dibujado en otro eje la onda de tensión aplicada, donde lo que se quiere

resaltar de forma visual es la variación temporal y espacial de la misma a lo largo del eje z .

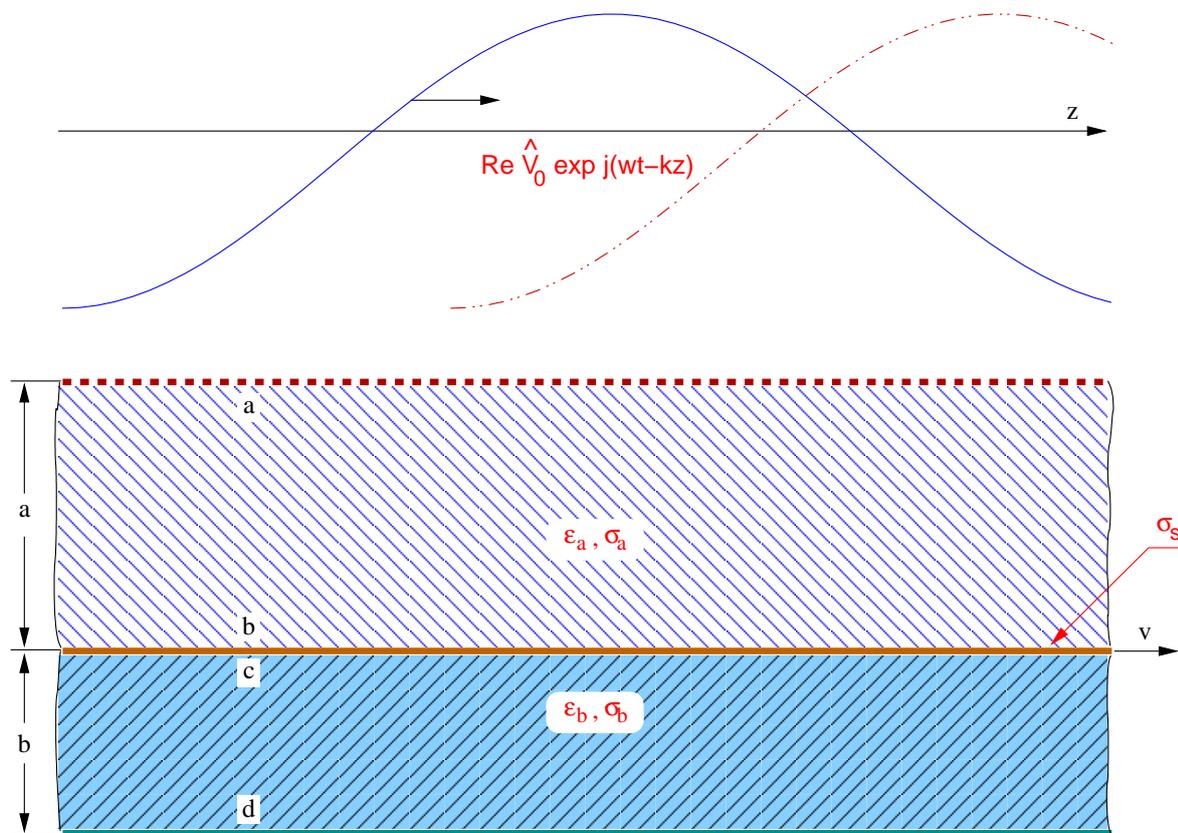


Figura 4.4: Micromotor de inducción electrostático elemental.

4.3.3 Principio de funcionamiento del motor de inducción electrostático

En la figura 4.5 se muestra un modelo de micromotor lineal de inducción electrostático, en ella se pueden identificar las partes de las que está compuesto. También se ha representado la tensión alterna senoidal dependiente del tiempo y del espacio que es usada para su excitación; en la misma, se ilustra cómo la onda de tensión aplicada en el estátor, induce una carga eléctrica en la capa metálica de la parte móvil, de la que está separada por una capa de aire. Si la onda de tensión se desplaza a mayor velocidad que la que pueda adquirir la parte móvil —donde se habrá inducido carga eléctrica— se producirá un cierto desfase temporal entre la carga eléctrica inducida y la tensión aplicada. El desfase existente entre la carga inducida y el campo eléctrico constituye el principio de funcionamiento de este

tipo de micromotor [Robinson, 2002]. Esta situación de desfase, es la causa por la cual las fuerzas que se producen entre las cargas eléctricas inducidas y el campo eléctrico en la interfaz tengan componentes sobre los dos ejes de referencia y, por lo tanto, se pueden descomponer según los ejes x y z . La componente sobre el eje z o componente tangencial, es la fuerza que arrastra a la placa según la dirección positiva del eje z . La componente sobre el eje x o componente normal es la fuerza que produce atracción entre el estátor y la parte móvil. En esta tesis interesa el estudio de la componente tangencial de esa fuerza, que es la que produce el movimiento de arrastre de la parte móvil. Este análisis intuitivo, es tratado con rigor en [Martin et al., 2008].

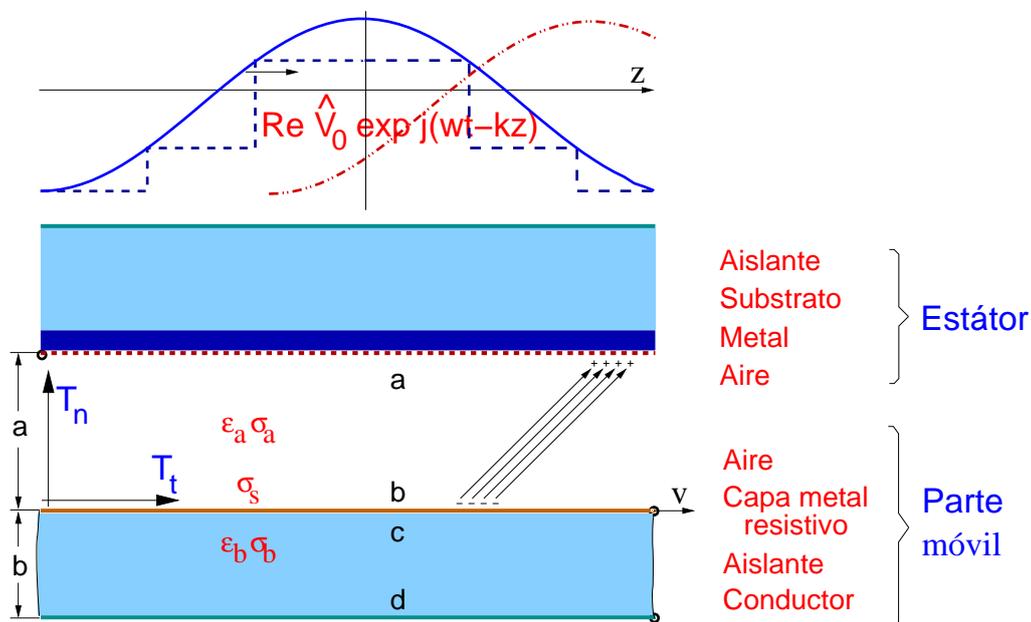


Figura 4.5: Maqueta de micromotor lineal de inducción electrostático.

[Robinson, 2002] Robinson, K. (2002). Charge Relaxation Due to Surface Conduction on an Insulating Sheet Near a Grounded Conducting Plane. In *Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting. Conference Record of the*, pages 589 – 598.

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.

4.4 Ley de conservación de la carga en la interfaz

Las ecuaciones de Laplace particularizadas para las condiciones de contorno aplicadas a este modelo son las siguientes. En la placa superior de la geometría dada se le aplica una tensión V , en la placa inferior de la misma $0 V$, y se considera la existencia de un potencial escalar en la interfaz. Aplicando la ecuación 4.11 a cada uno de estos dieléctricos que se muestran en la figura 4.6, se pueden escribir las siguientes ecuaciones matriciales:

$$\begin{bmatrix} \hat{D}_x^a \\ \hat{D}_x^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_a k \coth(ka) & \frac{\varepsilon_a k}{\sinh(ka)} \\ \frac{-\varepsilon_a k}{\sinh(ka)} & \varepsilon_a k \coth(ka) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_0 \\ \hat{\phi}^b \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{D}_x^c \\ \hat{D}_x^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_b k \coth(kb) & \frac{\varepsilon_b k}{\sinh(kb)} \\ \frac{-\varepsilon_b k}{\sinh(kb)} & \varepsilon_b k \coth(kb) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\phi}^b \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

El modelo que se ha adoptado para el micromotor está compuesto por una zona metálica que está situada entre dos zonas de material aislante. Se aplica la ley de la conservación de la carga [Atten et al., 2005] a un elemento que contiene a las tres zonas descritas, y que se muestra encerrada dentro del rectángulo interior de la figura 4.6, y que para mayor claridad se ha aumentado en una zona muy próxima a la interfaz.

Hay que aclarar que la superficie metálica tiene una conductividad mayor que las zonas aislantes que las rodean, que el potencial escalar es continuo a través de la interfaz y que las cargas inducidas aparecerán sólo donde se producen cambios de las propiedades físicas — ε , σ o ambas— de los materiales y esto tiene lugar en la interfaz.

En principio y centrando la atención en la capa metálica, se sabe que está sometida a la acción de la componente tangencial de un campo eléctrico y como ha sido construida por un material que posee una cierta conductividad superficial (σ_s), es evidente que en ella existirá una cierta densidad de corriente superficial. Esta placa también está en movimiento con una velocidad v , luego existe una componente convectiva de la densidad de corriente superficial.

Entonces se puede modelar para la zona de la placa metálica una densidad de corriente superficial debida a ambos efectos y se puede escribir la expresión siguiente:

$$\vec{k}_f = \sigma_s \vec{E}_z + \vec{v}_z \sigma_f \quad (A/m) \quad (4.15)$$

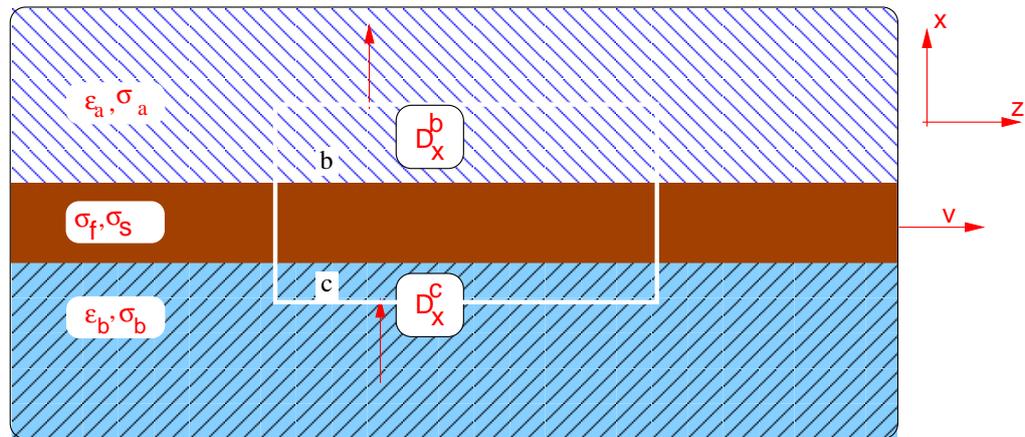


Figura 4.6: Ley de conservación de la carga en la interfaz.

Por otro lado, se tiene que producir una variación temporal de la carga libre, es decir existirá una variación de carga libre con respecto al tiempo que se puede formular mediante esta expresión:

$$\frac{\partial \sigma_f}{\partial t} \tag{4.16}$$

También se ha de tener en cuenta la corriente normal que entra y sale de cada lado de la placa metálica que viene desde y va hacia los materiales aislantes que la rodean; esta corriente se puede formular por medio de la expresión:

$$\vec{n} \cdot \sigma \vec{E} \quad (A/m^2) \tag{4.17}$$

donde \vec{n} es el vector normal a la superficie. Se concluye entonces que la ecuación de la conservación de la carga aplicada a la interfaz viene dada por la ecuación que sigue:

$$\frac{\partial \sigma_f}{\partial t} + \nabla_s \cdot (\sigma_s \vec{E}_z + \vec{v}_z \sigma_f) + \vec{n} \cdot \sigma \vec{E} = 0 \tag{4.18}$$

4.5 Evaluación de los términos de la ecuación de la conservación de la carga en la interfaz

Para resolver la ecuación de la conservación de la carga en la interfaz, se tendrán que evaluar todos y cada uno de los términos de la ecuación 4.18. En las siguientes subsecciones, se procede a su cálculo, y los valores que se obtengan para cada uno de ellos serán posteriormente sustituidos en la misma.

4.5.1 Cálculo de la $\left(\frac{\partial \sigma_f}{\partial t}\right)$

Se ha demostrado que el valor de $\frac{\partial \sigma_f}{\partial t}$ viene dado por la expresión:

$$\frac{\partial \sigma_f}{\partial t} = j\omega (D_x^b - D_x^c) e^{j(\omega t - kz)} \quad (4.19)$$

4.5.2 Cálculo de la divergencia superficial de la densidad de corriente superficial $\nabla_S \cdot (\sigma_s \vec{E}_z + \vec{v}_z \sigma_f)$

Para evaluar la divergencia superficial de la densidad de corriente superficial $\nabla_S \cdot (\sigma_s \vec{E}_z + \vec{v}_z \sigma_f)$, se debe observar que por la geometría del modelo, la divergencia sólo tiene componente según el eje z y viene dada por la ecuación siguiente:

$$\nabla_S \cdot (\sigma_s \vec{E}_z + \vec{v}_z \sigma_f) = \sigma_s \frac{\partial E_z}{\partial z} + v_z \frac{\partial \sigma_f}{\partial z} \quad (4.20)$$

Como $\frac{\partial E_z}{\partial z} = k^2 \phi_b$ y $\frac{\partial \sigma_f}{\partial z} = -j k (D_x^b - D_x^c) e^{j(\omega t - kz)}$ se tiene que la divergencia de la densidad de corriente viene dada por la expresión siguiente:

$$\nabla_S \cdot (\sigma_s \vec{E}_z + \vec{v}_z \sigma_f) = \sigma_s k^2 \phi_b - v_z j k (D_x^b - D_x^c) e^{j(\omega t - kz)} \quad (4.21)$$

4.5.3 Cálculo de $\vec{n} \cdot \sigma \vec{E}$

El vector desplazamiento eléctrico es $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$. Si se despeja el valor de $\vec{E} = \sigma \frac{\vec{D}}{\epsilon}$ se tiene que la componente normal a la superficie es $E = \sigma \frac{D}{\epsilon}$ y la magnitud neta de la carga dentro de la superficie de control vendrá dada por la ecuación tal y como sigue:

$$\vec{n} \cdot \sigma \vec{E} = \left(\frac{\sigma_a}{\epsilon_a} D_x^b - \frac{\sigma_b}{\epsilon_b} D_x^c \right) \quad (4.22)$$

4.6 Evaluación de la ecuación de la conservación de la carga en la interfaz

Si se sustituyen todos estos términos dados por las ecuaciones 4.19, 4.20, 4.21 y 4.22, en la ecuación 4.18 se tiene la ecuación siguiente:

$$j\omega (D_x^b - D_x^c) + \sigma_s k^2 \phi_b - v_z j k (D_x^b - D_x^c) + \left(\frac{\sigma_a}{\varepsilon_a} D_x^b - \frac{\sigma_b}{\varepsilon_b} D_x^c \right) = 0 \quad (4.23)$$

Una vez evaluada la ecuación 4.23, se tiene que la ecuación para el cálculo del potencial escalar se puede escribir tal y como sigue:

$$\hat{\phi}^b = \frac{\hat{V}_0}{\sinh(ka)} \frac{\sigma_a + \varepsilon_a (\omega - kv) j}{\sigma_{eff} + \varepsilon_{eff} (\omega - kv) j} \quad (4.24)$$

donde σ_{eff} y ε_{eff} vienen dadas por las expresiones que se indican a continuación:

$$\sigma_{eff} = \sigma_a \coth(ka) + \coth(kb) \sigma_b + \sigma_s k \quad (4.25)$$

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_a k \coth(ka) + \varepsilon_b k \coth(kb) \quad (4.26)$$

4.6.1 Expresión del potencial en función del deslizamiento

Si se desarrolla la ecuación 4.24 y se sustituye la expresión $(1 - \frac{kv}{\omega})$ por una nueva variable S a la que se denomina deslizamiento y que viene dada por la ecuación que sigue:

$$S = (1 - \frac{kv}{\omega}) \quad (4.27)$$

se tiene que el potencial en la interfaz en función del deslizamiento S viene dado por la siguiente expresión:

$$\hat{\phi}^b = \frac{\hat{V}_0}{\sinh(ka)} \frac{\frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} + \frac{\varepsilon_{eff}}{\varepsilon_a} \frac{\varepsilon_a}{\sigma_{eff}} \omega S j}{\left(1 + \frac{\varepsilon_{eff}}{\sigma_{eff}} \omega S j\right)} \quad (4.28)$$

donde el significado de las variables se indican en la tabla 4.1:

4.6.2 Expresión del potencial en función de τ_E

Se define otro término como cociente entre ε_{eff} y σ_{eff} y se le denomina τ_E . Se tiene que $\tau_E = \varepsilon_{eff}/\sigma_{eff}$, y si se sustituye en la ecuación 4.28 se tiene la ecuación siguiente:

$$\hat{\phi}^b = \frac{\hat{V}_0}{\sinh(ka)} \frac{\frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} + \frac{\varepsilon_{eff}}{\varepsilon_a} \frac{\varepsilon_a}{\sigma_{eff}} \omega S j}{\left(1 + \frac{\varepsilon_{eff}}{\sigma_{eff}} \omega S j\right)} = \frac{\hat{V}_0}{\sinh(ka)} \frac{\frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{eff}} \tau_E \omega S j}{\left(1 + \tau_E \omega S j\right)} \quad (4.29)$$

Tabla 4.1: Significado de las variables

Símbolo	Significado	Unidad
V_0	<i>Tensión de alimentación</i>	(V)
k	<i>Número de ondas por metro</i>	–
a	<i>Altura dieléctrico 2</i>	(m)
b	<i>Altura dieléctrico 1</i>	(m)
σ_a	<i>Conductividad dieléctrico 2</i>	(S/m)
σ_b	<i>Conductividad dieléctrico 1</i>	(S/m)
σ_{eff}	<i>Conductividad efectiva</i>	(S/m)
ε_a	<i>Permitividad dieléctrico 2</i>	(F/m)
ε_b	<i>Permitividad dieléctrico 1</i>	(F/m)
ε_{eff}	<i>Permitividad efectiva</i>	(F/m)
ω	<i>Frecuencia angular</i>	(Hz)
S	<i>Deslizamiento</i>	–
j	<i>Unidad imaginaria</i>	–
ϕ_b	<i>Tensión en la interfaz</i>	(V)
σ_S	<i>Conductividad superficial</i>	(S)
v	<i>Velocidad de la pmm</i>	(m/s)

y la expresión para calcular el potencial en la interfaz se puede escribir tal y como sigue:

$$\hat{\phi}^b = \frac{\frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{eff}} \tau_E \omega S j}{(1 + \tau_E \omega S j)} \frac{\hat{V}_0}{\sinh(ka)} \quad (4.30)$$

Finalmente, si se toma el término $(\tau_E \omega S)$ como una nueva variable y se le llama S_E , al sustituir la misma en la expresión 4.30, se concluye que el potencial en la interfaz viene dado en función de la nueva variable por la expresión siguiente:

$$\hat{\phi}^b = \frac{\hat{V}_0}{\sinh(ka)} \frac{\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{eff}} S_E j \right)}{(1 + S_E j)} \quad (4.31)$$

4.7 Expresión del campo eléctrico tangencial en la interfaz

El campo eléctrico es igual a menos el gradiente del potencial, y se formula por la expresión $\vec{E} = -\nabla \hat{\phi}^b$, luego para calcular el valor del campo eléctrico en la interfaz se necesita hacer el desarrollo de esta expresión; para ello se parte del potencial escalar en la interfaz dado por la siguiente ecuación:

$$\hat{\phi}^b = \frac{\hat{V}_0}{\sinh(ka)} \frac{\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{eff}} S_E j \right)}{(1 + S_E j)} e^{j(\omega t - kz)} \quad (4.32)$$

la derivada de $\hat{\phi}^b$ con respecto a z , es el valor del campo eléctrico como se indica en la ecuación siguiente:

$$E = -\frac{\hat{V}_0}{\sinh(ka)} \frac{\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{eff}} S_E j \right)}{(1 + S_E j)} e^{j(\omega t - kz)} j(-k) = jk \hat{\phi}^b \quad (4.33)$$

Como el valor del campo eléctrico se ha calculado según la dirección del eje z , éste es el valor del campo eléctrico tangencial en la interfaz E_t . Si se desarrolla la expresión 4.33 se tiene que el valor del campo eléctrico tangencial en la interfaz viene dado por la ecuación que sigue:

$$E_t = \frac{k \hat{V}_0}{\sinh(ka)} \frac{\left(-\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{eff}} S_E + \frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} j \right)}{(1 + S_E j)} \quad (4.34)$$

4.8 Densidad superficial de carga en la interfaz

La densidad superficial de carga, viene dada por la diferencia que existe entre las mismas a ambos lados de la interfaz y puede ser formulada por la expresión:

$$\sigma_f = -\frac{\varepsilon_a k \hat{V}_0}{\sinh(ka)} + \frac{\hat{V}_0 k \varepsilon_{eff} (\sigma_a + \varepsilon_a (\omega - kv) j)}{\sinh(ka) (\sigma_{eff} + \varepsilon_{eff} (\omega - kv) j)} \quad (4.35)$$

Si se reordena la ecuación 4.35, se concluye que la expresión para el cálculo de la densidad de carga libre en la interfaz, se puede escribir tal y como sigue:

$$\sigma_f = \frac{-\hat{V}_0 k (\varepsilon_a \sigma_{eff} - \varepsilon_{eff} \sigma_a)}{\sigma_{eff} \sinh(ka) (1 + S_E j)} \quad (4.36)$$

donde τ_E se define como cociente entre ε_{eff} y σ_{eff} y S_E viene dado por la expresión $\tau_E \omega (1 - \frac{kv}{\omega})$.

4.9 Parámetros físicos y geométricos

En la tabla 4.2 se indican los valores correspondientes a las constantes físicas, parámetros eléctricos de los materiales, y los dimensionales relacionados con la geometría que se han adoptado para el desarrollo del modelo. Todas las gráficas se han construido usando estos valores y las expresiones analíticas obtenidas.

4.10 Tensión y densidad de carga en función de la distancia

Se considera de interés efectuar una representación gráfica de la tensión y la densidad de carga en función de la distancia para distintos valores del tiempo, es decir, interesa ver las gráficas de σ_f y \hat{V}_0 donde la densidad de carga viene dada por la ecuación 4.36 que se muestra:

$$\sigma_f = \frac{-\hat{V}_0 k (\varepsilon_a \sigma_{eff} - \varepsilon_{eff} \sigma_a)}{\sinh(ka) \sigma_{eff} (1 + S_E j)} \quad (4.37)$$

A continuación, se muestran una serie de gráficas que han sido construidas para los distintos tiempos que se indican en las mismas. A efectos de representar estas curvas, se ha cambiado la nomenclatura y a la variable \hat{V}_0 se le ha llamado V para mayor claridad. En dichas gráficas se deben observar dos aspectos importantes:

Tabla 4.2: Parámetros físicos y geométricos del micromotor

Dimensión	Definición	Valor	Unidad
L	<i>Longitud de la estructura</i>	$44 \cdot 10^{-6}$	(m)
h_m	<i>Altura de las placas metálicas</i>	$0.01 \cdot 10^{-6}$	(m)
a	<i>Altura del dieléctrico a</i>	$3 \cdot 10^{-6}$	(m)
b	<i>Altura del dieléctrico b</i>	$10 \cdot 10^{-6}$	(m)
k	<i>Número de ondas por metro</i>	$(2 \pi)/L$	(m^{-1})
v	<i>Velocidad lineal de la parte móvil</i>	0	(0)
f	<i>Frecuencia temporal tensión excitación</i>	$2.6 \cdot 10^6$	(Hz)
V_0	<i>Valor máximo tensión de excitación</i>	200	(V)
σ_a	<i>Conductividad eléctrica dieléctrico a</i>	$1/10^{12}$	($1/\Omega m$)
σ_b	<i>Conductividad eléctrica dieléctrico b</i>	0	($1/\Omega m$)
σ_S	<i>Conductividad eléctrica de la placa metálica</i>	$1/(600 \cdot 10^6)$	($1/\Omega$)
ε_a	<i>Permitividad eléctrica dieléctrico a</i>	$1 \varepsilon_0$	(F/m)
ε_b	<i>Permitividad eléctrica dieléctrico b</i>	$3.9 \varepsilon_0$	(F/m)
ε_0	<i>Permitividad eléctrica vacío</i>	$8.854187 \cdot 10^{-12}$	(F/m)

1. El desfase que existe entre la tensión aplicada y la carga inducida en la interfaz.
2. El movimiento de la tensión aplicada a lo largo de la estructura.

4.10.1 Curvas de tensiones y densidades de carga frente a distancias

En las figuras 4.7(a), 4.7(b), 4.7(c) y 4.7(d), se representa la tensión aplicada y las densidades de carga inducida en la interfaz para diferentes valores del tiempo. Se observa que el desfase α que existe entre ambas magnitudes se mantiene constante a lo largo de toda la secuencia y cómo avanza la onda de tensión según el eje horizontal —onda viajera en el espacio—, todo esto constituye el principio básico de funcionamiento del micromotor de inducción electrostático.

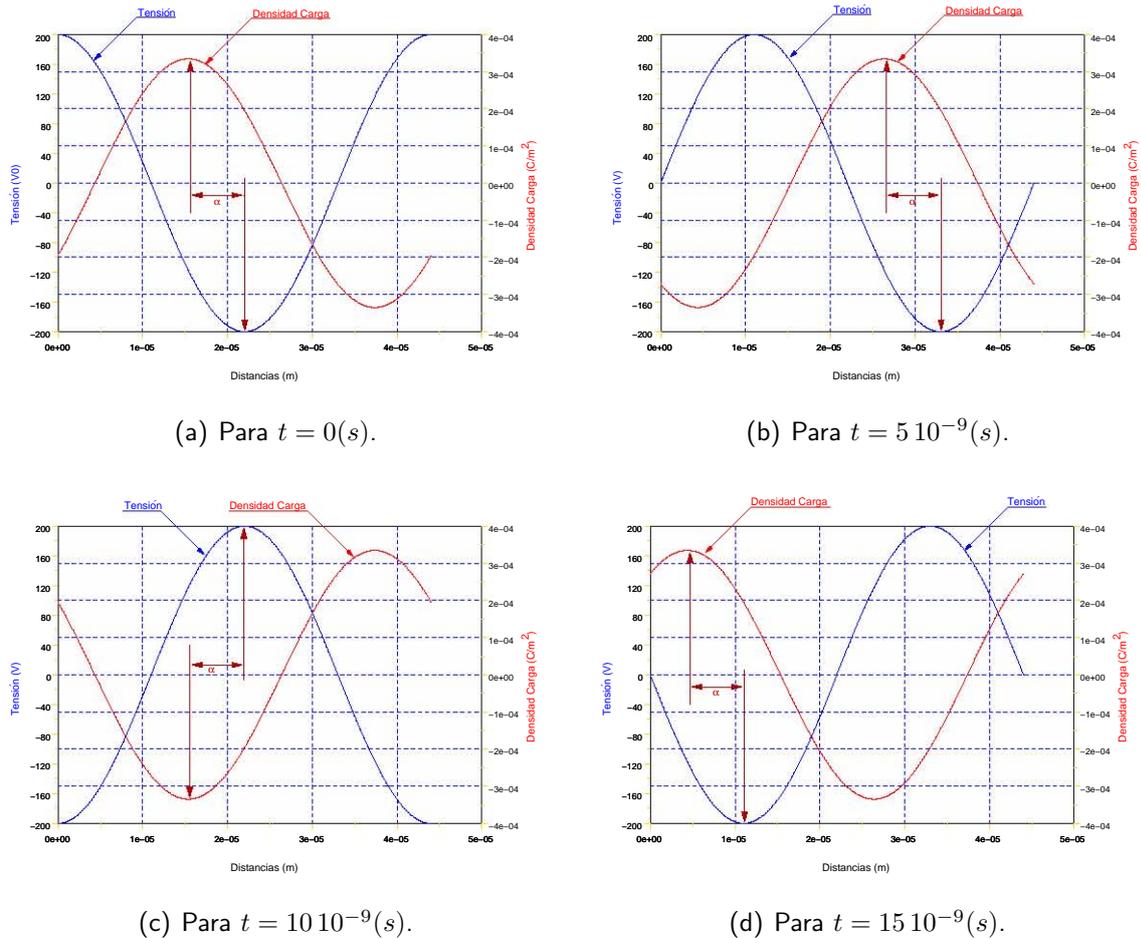


Figura 4.7: Tensión y densidad de carga para distintos instantes de tiempo.

4.10.2 Curvas de tensiones y densidades de carga frente a distancias en función de S

Se considera de interés realizar una representación gráfica de la tensión aplicada y la densidad de carga inducida en la interfaz para un tiempo igual a cero ($t = 0$) y diferentes valores del deslizamiento S .

En la figura 4.8(a), el deslizamiento S es igual a 0. En este caso, la onda viajera de tensión aplicada al estátor y la parte móvil del micromotor se mueven con la misma velocidad y se dice que están en sincronía. Se observa que el desfase entre la tensión aplicada y la densidad de carga inducida en la interfaz es de 180° no existiendo en este caso la componente tangencial del campo eléctrico. Esto implica que la densidad de esfuerzos es nula y no se produce arrastre sobre la parte móvil del micromotor.

En la figura 4.8(b) el deslizamiento S es igual a 0.5. Esto significa que la velocidad de

la onda viajera de tensión es el doble de la velocidad de la parte móvil del micromotor. En este caso se dice que están a mitad de sincronía. Obsérvese que el desfase entre la tensión aplicada y la densidad de carga inducida en la interfaz es distinto de 180° . Esto significa que la componente tangencial del campo eléctrico es distinta de cero y existe arrastre.

Finalmente en la figura 4.8(c) el deslizamiento S es igual a la unidad. En esta condición la velocidad de la parte móvil es cero y está en el momento del arranque. Aquí se observa que el desfase entre ambas magnitudes es igual a α y por lo tanto existe arrastre sobre la parte móvil del micromotor.

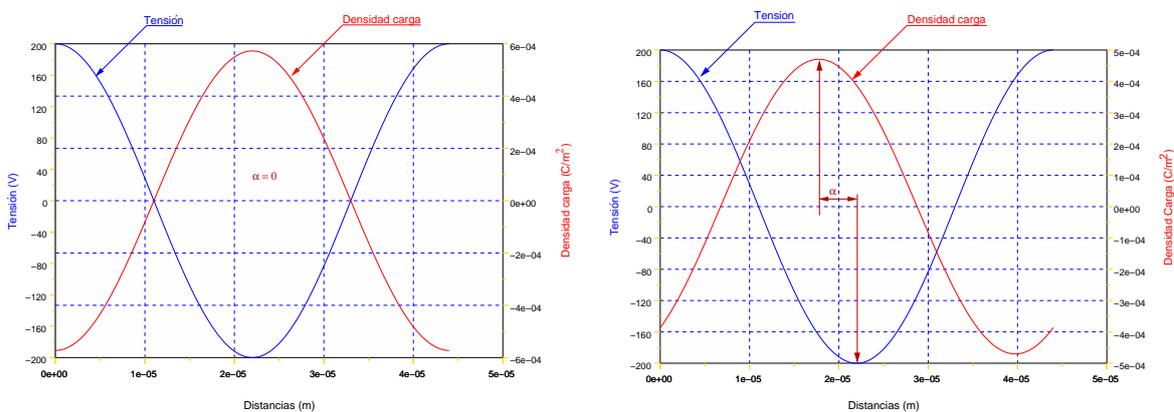
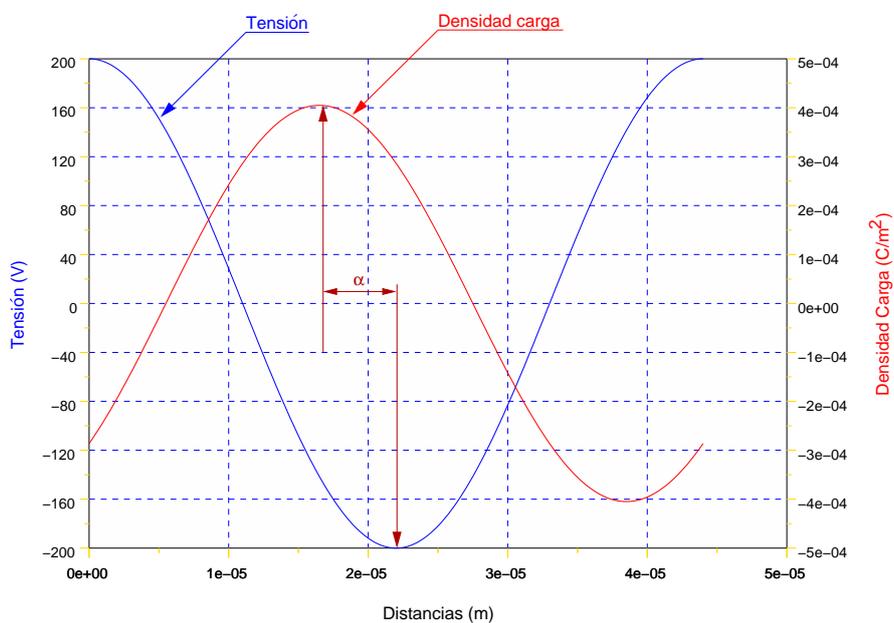
(a) Para $S = 0$.(b) Para $S = 0.5$.(c) Para $S = 1$.

Figura 4.8: Tensión y densidad de carga en el instante $t = 0$ (S) para distintos valores de deslizamiento S .

4.11 Expresión analítica de la densidad de esfuerzos promedios

Como en las máquinas de inducción electromagnéticas [Cacciato et al., 2007; Vorel et al., 2010], en la microescala también es de interés calcular la densidad de esfuerzos que un micromotor puede proporcionar [Martin et al., 2008]. La densidad de esfuerzos viene dada por la expresión 4.5 y es una magnitud de tipo senoidal. Sin embargo, a efectos de cálculo, interesa trabajar con un valor de esfuerzos medios. Para evaluar el valor promedio temporal y espacial de una expresión en el campo de los números complejos, es de utilidad el uso de la ecuación siguiente:

$$\left\langle \text{Re } \tilde{A} e^{-jkz} \text{Re } \tilde{B} e^{-jkz} \right\rangle_z = \frac{1}{2} \text{Re } \tilde{A} \tilde{B}^* \quad (4.38)$$

Para mayor claridad, se reescribe la expresión de la densidad de esfuerzos, que viene dada por la expresión 4.5 y que se expresa a continuación:

$$\vec{F}_z = \varepsilon [E_x E_z \vec{n}_x] = E_t \vec{D}_x \quad (4.39)$$

Si en 4.39 se sustituyen los valores calculados para la componente tangencial del campo eléctrico en la superficie, ecuación 4.33, la diferencia del vector desplazamiento entre ambos lados de la placa metálica, ecuación 4.36, y se aplica la transformación dada por la 4.38, se obtiene la expresión que da el valor promedio de la densidad de esfuerzos y que se puede expresar por la ecuación siguiente:

$$\langle T_z \rangle_z = \frac{1}{2} \text{Re} \left[jk \frac{\hat{V}_0}{\sinh(ka)} \frac{\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{eff}} S_E j \right)}{(1 + S_E j)} \right] \left[\frac{-\hat{V}_0 k (\varepsilon_a \sigma_{eff} - \varepsilon_{eff} \sigma_a)}{\sinh(ka) \sigma_{eff} (1 + j S_E)} \right]^* \quad (4.40)$$

[Cacciato et al., 2007] Cacciato, M., Consoli, A., Scarcella, G., and Scelba, G. (2007). Indirect Maximum Torque per Ampere Control of Induction Motor Drives. In *Power Electronics and Applications, 2007 European Conference on*, pages 1–10.

[Vorel et al., 2010] Vorel, P., Hutak, P., and Prochazka, P. (2010). Maximum Efficiency of an Induction Machine Operating in a Wide Range of Speed and Torque - part 1 (theoretical analysis). In *Industrial Electronics (ISIE), 2010 IEEE International Symposium on*, pages 1364–1371.

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1–5.

que se convierte en la:

$$\langle T_z \rangle_z = \frac{1}{2} (kV_0) (kV_0^*) \varepsilon_a (\varepsilon_a \sigma_{eff} - \varepsilon_{eff} \sigma_a) \frac{S_E}{1 + S_E^2} K \quad (4.41)$$

siendo

$$K = \frac{1}{\varepsilon_{eff} \sigma_{eff} \sinh^2(ka)} \quad (4.42)$$

4.11.1 Ecuación analítica de la densidad máxima de esfuerzos

La densidad de esfuerzos promedios viene dada por la ecuación 4.41 en la que K se evalúa con la expresión 4.42. En ellas se observa que la única variable independiente es S_E , y los demás términos son constantes relacionadas con las propiedades de los materiales o con las dimensiones físicas. Derivando con respecto a esa variable e igualando a cero la expresión resultante se obtiene el valor de S_E que hace que la función sea máxima. El valor obtenido para S_E es igual a ± 1 , y la densidad máxima de esfuerzos vendrá dada por la ecuación:

$$\langle T_{z_{max}} \rangle_z = \frac{1}{4} (kV_0) (kV_0^*) \varepsilon_a (\varepsilon_a \sigma_{eff} - \varepsilon_{eff} \sigma_a) K \quad (4.43)$$

4.11.2 Cálculo de la conductividad del metal para obtener la densidad de esfuerzos máxima en el arranque

En el proceso de análisis del micromotor es importante conocer la conductividad del material de la interfaz para obtener la máxima densidad de esfuerzos en el arranque. En 4.11.1 se ha deducido que la densidad de esfuerzos es máxima cuando el término S_E vale más o menos la unidad. Por otro lado, también se sabe que S_E —como se indicó en 4.6.2—, viene dado por la siguiente expresión:

$$S_E = \tau_E \omega S \quad (4.44)$$

donde el término S (deslizamiento) viene dado por la expresión 4.27 y como en el arranque la velocidad v vale cero, esto implica que $S = 1$. Teniendo en cuenta la ecuación 4.44, se tiene que $1 = \tau_E \omega 1$ y como $\tau_E = \varepsilon_{eff} / \sigma_{eff}$. Operando, se llega a la ecuación siguiente:

$$\sigma_{eff} = \varepsilon_{eff} \omega \quad (4.45)$$

Como también se conocen las expresiones de σ_{eff} y de ε_{eff} , si se reordena y se despeja σ_s se llega a la expresión que permite conocer la conductividad del material con el que se

debe construir la placa metálica de un micromotor para obtener la densidad de esfuerzos máxima en el arranque. Esto se expresa por la siguiente ecuación:

$$\sigma_s = \frac{\omega (\varepsilon_a k \coth(ka) + \varepsilon_b k \coth(kb)) - (\sigma_a \coth(ka) + \coth(kb) \sigma_b)}{k} \quad (4.46)$$

Con los datos de los materiales y la geometría del modelo que se está tratando se ha obtenido que el valor de la conductividad σ_s , dada por la ecuación 4.46, para máxima densidad de esfuerzos en el arranque es de $1/(1.44 \cdot 10^8)$ ($1/\Omega$). En la figura 4.9 se muestra la gráfica de la densidad de esfuerzos frente al deslizamiento para este valor de la conductividad. En ella se comprueba que se produce la máxima densidad de esfuerzos en el arranque.

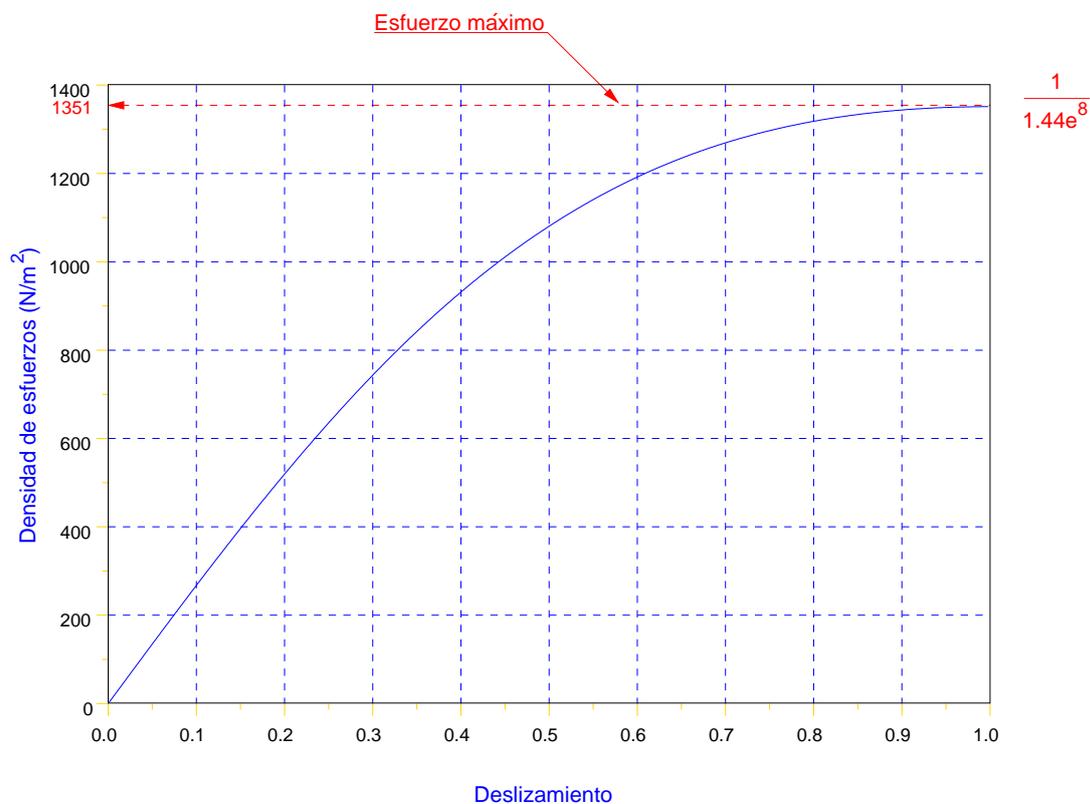


Figura 4.9: Conductividad para máxima densidad de esfuerzos en el arranque.

4.12 Modos de funcionamiento

En las máquinas de inducción electromagnéticas se han estudiado con profusión las gráficas de par en función del deslizamiento [Kocabas and Mergen, 2008]. Es interesante entonces

[Kocabas and Mergen, 2008] Kocabas, D. and Mergen, A. (2008). Comparison of the Torque & Slip Curves for a Standard Squirrel Cage Motor with Those of a Motor with a Novel Winding Arrangement.

realizar un estudio paralelo para el micromotor de inducción electrostático [Santana-Martín et al., 2008]. En la figura 4.10, se muestra la gráfica de la expresión analítica de la densidad de esfuerzos dada por la ecuación 4.41, donde la constante K se expresa por medio de la ecuación 4.42. Esta gráfica se ha obtenido para los valores de los parámetros geométricos y de las constantes físicas que se dan en la tabla 4.2.

En la figura 4.10 se observa que la curva presenta simetría con respecto al origen, que la misma pasa por cero, que tiene dos puntos singulares de valores máximo y mínimo y que en los extremos presenta valores no nulos.

Es interesante analizar los puntos singulares o puntos donde se producen las densidades de esfuerzos máximos ya que es a partir de ellos donde se estudian los aspectos que caracterizan su funcionamiento como motor o como generador. Observando la zona en la que presenta su característica como motor, se puede ver que el par máximo divide a esta zona en dos zonas de trabajo. Una zona denominada zona estable que está comprendida entre el punto donde se produce el par máximo y el punto donde el par es cero, hecho éste que tiene lugar a la velocidad de sincronía, es decir para $\omega = kv$ y que se identifica en la zona izquierda de la figura 4.10. La otra zona denominada zona inestable, está comprendida entre el punto donde se produce el par máximo y el punto situado en el momento de arranque del micromotor —que tiene lugar a velocidad cero—, es decir, para $kv = 0$ y es la zona situada a la derecha de la figura 4.10.

4.12.1 Funcionamiento como motor

En el primer cuadrante de la curva de la figura 4.10, se observa que el deslizamiento S es positivo, y como viene dado por la expresión $(1 - \frac{kv}{\omega})$, se deduce que un valor positivo de S implica necesariamente que $\omega > kv$. De esta relación se deducen dos ideas importantes. La primera es que la velocidad de la onda viajera de excitación tiene que ser mayor que la velocidad del elemento móvil de la micromáquina. La segunda es que, como v es positivo, necesariamente, ha de ser también ω positivo para que se cumpla la desigualdad.

Se concluye que el movimiento del elemento móvil va en la misma dirección y en el

In *Industrial Electronics, 2008. ISIE 2008. IEEE International Symposium on*, pages 681 –685.

[Santana-Martín et al., 2008] Santana-Martín, F., Monzón-Verona, J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2008). Operation Modes of an Electrostatic Induction Micromachine. In *DCIS 2008*, pages 1 –6.

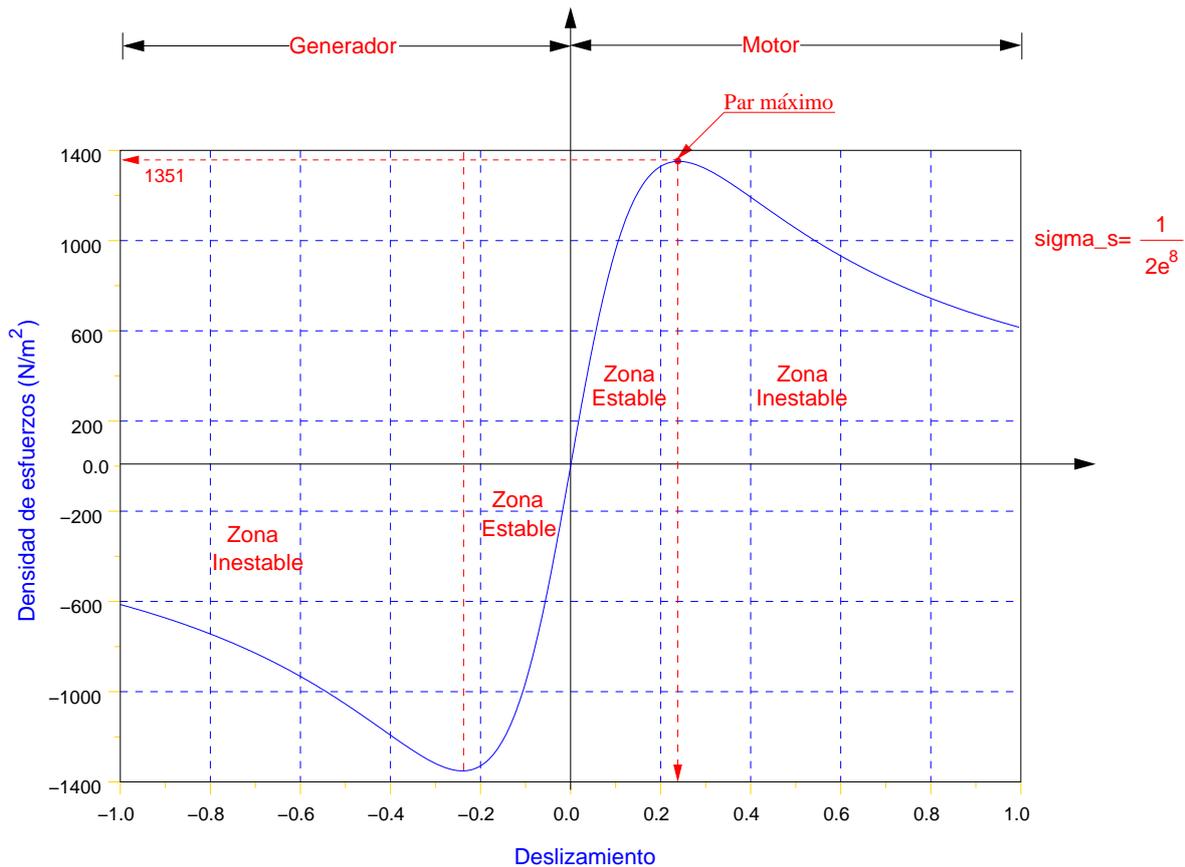


Figura 4.10: Densidad de esfuerzos frente al deslizamiento.

mismo sentido —igualdad de los signos— que la onda de excitación, y con una velocidad menor que ésta —va en retraso. Se produce entonces un arrastre del elemento móvil por la fuerza de origen eléctrico asociada a la onda de tensión aplicada, lo que evidencia un funcionamiento típico de motor.

4.12.2 Funcionamiento como generador

Si ahora se fija la atención en el tercer cuadrante de la misma figura 4.10, se observa que el deslizamiento S es negativo, y como se sabe que viene dado por la expresión $(1 - \frac{kv}{\omega})$ se deduce que un valor negativo de S implica necesariamente que $kv > \omega$. Mediante un razonamiento análogo al realizado en el primer cuadrante y como $kv > \omega$, se observa que la velocidad del elemento móvil de la micromáquina es mayor que el de la tensión de excitación. El elemento móvil va en adelante con respecto a ella. Si cuando el elemento móvil iba en atraso, la onda de tensión ejercía la fuerza sobre él, la velocidad y la tensión eran del mismo signo. En el caso actual, dado que el elemento se supone está dotado de

movimiento y que éste no es arrastrado por la onda de tensión, se puede afirmar desde ahora que el esfuerzo y la velocidad han de tener sentidos contrarios. En este caso se dice que el micromotor está trabajando como generador.

4.12.3 Funcionamiento en modo freno

Este modo de funcionamiento no es usado de forma habitual ni siquiera en las máquinas de inducción electromagnéticas, excepto en aquellos casos que puedan constituir situaciones de riesgo para la integridad física de las personas. Sin embargo se ha considerado oportuno tratarlo en esta tesis como una posible zona de funcionamiento, con el fin de no restringir el estudio de la densidad de esfuerzos frente al deslizamiento. Obsérvese la figura 4.11. Para su análisis se hace la suposición que el micromotor está funcionando a una velocidad próxima a la de sincronismo, en cuyo caso se tiene que $kv \simeq \omega$ y se conoce que el deslizamiento viene dado por la expresión 4.27.

Si se invierte el sentido de la onda de excitación, los valores correspondientes a ω y kv pasarían a ser, $\omega = -\omega$ y $kv \simeq \omega$, respectivamente, que si son sustituidos en la ecuación 4.27 se obtiene que $S = 2$. En este caso el micromotor pasaría a trabajar en modo freno.

4.12.3.1 Densidad de corriente superficial en modo freno

En la figura 4.12 se ilustra la gráfica de la densidad de corriente superficial en la placa metálica de un micromotor de inducción electrostático en función del deslizamiento para distintos valores de la conductividad. En esta figura se muestran también las líneas que indican los valores del deslizamiento en el arranque, la sincronía y el freno.

Inicialmente el micromotor —que se supone responde a una curva de las mostradas en la figura 4.12— arranca desde el reposo, su velocidad inicial es cero y por lo tanto el valor del deslizamiento es la unidad. Esto corresponde al punto marcado como 0 según se indica en la gráfica.

Instantáneamente se pasará del punto 0 al 1 de la curva, según se indica por medio de la línea de puntos I . La densidad superficial de corriente en el mismo viene dada por la magnitud de su ordenada, que es distinta de cero. Una vez pasado el período de arranque, su velocidad irá aumentando hasta llegar a la velocidad de sincronía, donde el deslizamiento es igual a cero. Esto quiere decir, que el punto 1 se desplazará hacia el punto marcado como

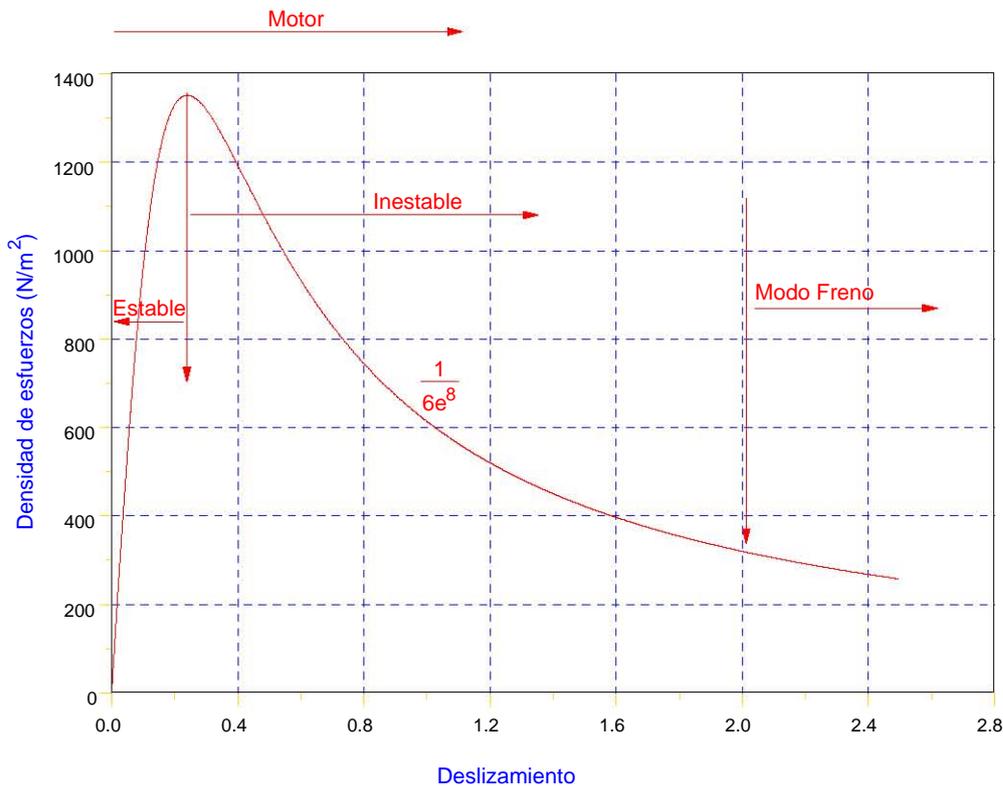


Figura 4.11: Micromotor en modo freno.

2, siguiendo la trayectoria de su curva característica y en el sentido indicado por la línea de puntos J , cuando lo alcance, la densidad superficial de corriente que también vendrá dada por la ordenada de ese punto tendrá un valor nulo. Si a partir de este momento se invierte el sentido de la onda viajera de tensión, el valor del deslizamiento pasaría a tomar el valor 2 conforme se ha demostrado en 4.12.3. Esto significa que el punto 2 se desplazará hacia el punto marcado como 3, siguiendo la trayectoria de su curva característica en el sentido indicado por la línea de puntos K , y cuando lo alcance, la densidad superficial de corriente, que también vendrá dada por la ordenada de ese punto, tendrá su valor máximo.

La conclusión es evidente. La densidad de corriente en modo freno es superior a la de arranque. Como las pérdidas son función del cuadrado de estos valores y estas pérdidas se transforman en calor, se deduce que este modo de funcionamiento puede ser perjudicial, llegando incluso a la destrucción del micromotor si estos aspectos no han sido tenidos en cuenta en la fase de diseño.

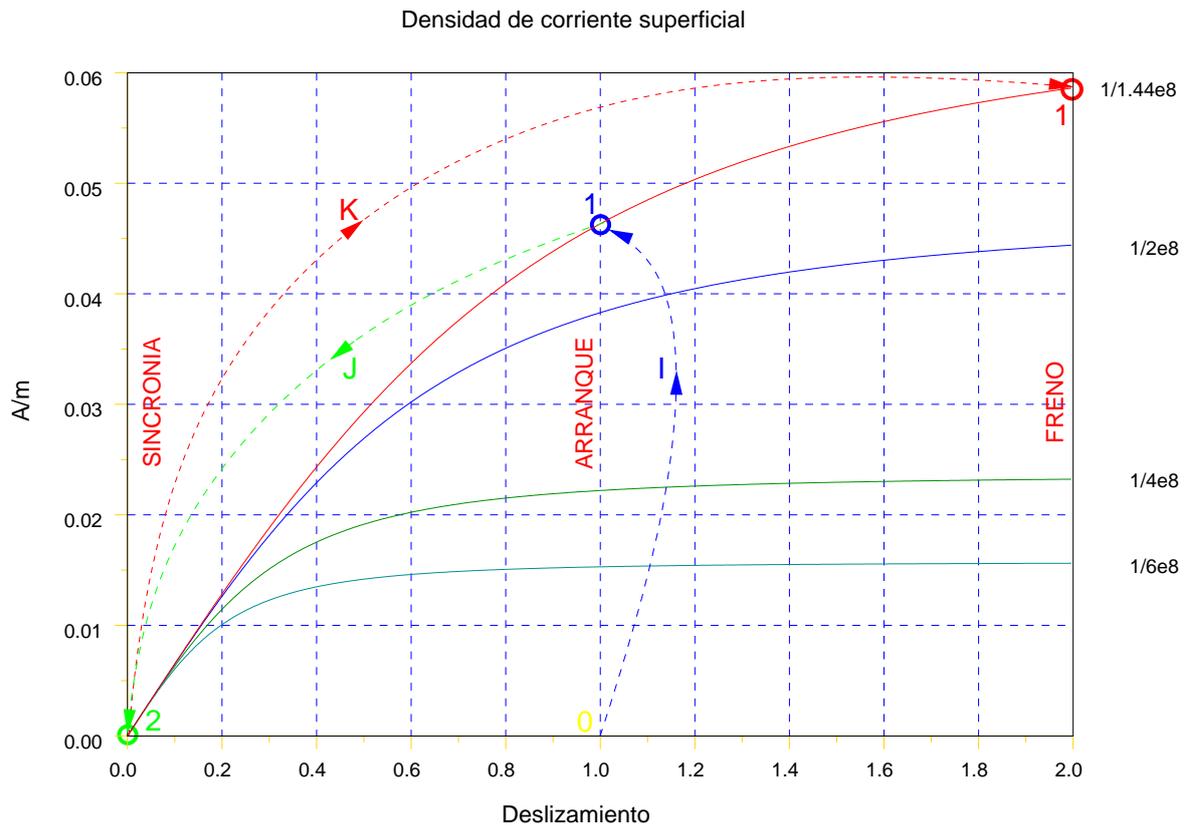


Figura 4.12: Densidad superficial de corriente en modo freno.

4.12.4 Punto de funcionamiento

En la figura 4.13 se representa gráficamente la expresión analítica de la densidad de esfuerzos obtenida con anterioridad, véase ecuaciones 4.49 y 4.50, para un valor de la conductividad de $\sigma_s = 1/(2 \cdot 10^8) (1/\Omega)$. En la misma gráfica, también se ha representado la densidad de esfuerzos resistentes que se aplica al micromotor en un momento dado, que se ha supuesto lineal y cuya representación es por consiguiente una línea recta. En el momento del arranque, es decir cuando $v = 0$, el micromotor aporta una densidad de esfuerzos actuando como motor de valor igual al indicado por la ordenada del punto *A* de la figura 4.13. En la medida que la velocidad aumenta esta densidad de esfuerzos también aumenta. El micromotor, al ir aumentando su velocidad, sigue la curva de la figura según la dirección ascendente indicada por la flecha asociada al punto *I*, hasta que pasa por un máximo. Luego, comienza a descender hasta llegar a cero, que es cuando el micromotor alcanza la velocidad de sincronismo, es decir, cuando $kv = w$. Por otro lado, la densidad de esfuerzos resistentes aplicados sigue la línea recta que se indica, aumentando conforme va aumentando

la velocidad.

Si existe un acoplamiento entre ambos, el sistema mecánico estará en equilibrio cuando la suma algebraica de la densidad de esfuerzos actuando como motor y la densidad de esfuerzos resistentes sea cero, o lo que es lo mismo, se alcance un punto que satisfaga a las ecuaciones de ambos esfuerzos. Esto significa que será la solución del sistema formado por las ecuaciones analíticas que definen ambos esfuerzos, y gráficamente vendrá dado por la existencia de un punto común a ambas curvas, —el punto de intersección de las mismas. A este punto de funcionamiento se le llama punto de reposo o de equilibrio, y se denotará en adelante como punto Q .

Si el sistema realiza un movimiento lineal, se debe cumplir que $\sum F_{ext} = m a$, siendo $a = dv/dt$, y cuando se alcance una velocidad constante, esta aceleración será cero y el sistema estará en equilibrio. Obsérvese la figura 4.10 en la que se indica la posición del punto Q , que está situado en la intersección de la recta que define la densidad de esfuerzos resistentes y la curva de la densidad de esfuerzos actuando como motor. La situación del punto Q se ha elegido en la región comprendida entre la abscisa correspondiente al máximo de la densidad de esfuerzos y la abscisa cero donde la densidad de esfuerzos es cero y que corresponde a la velocidad de sincronismo. A esta zona de trabajo, se le denomina zona estable. Esta zona presenta una característica muy importante y es que tiene una pendiente muy marcada o rígida. Al situar en esa zona al punto de equilibrio se asegura que ligeras variaciones de la densidad del esfuerzo resistente hace que la velocidad del dispositivo no varíe de forma apreciable moviéndose con una velocidad asíncrona, prácticamente, constante.

Al contrario, una elección errónea sería situarlo en la zona inestable, ya que ligeras variaciones de la densidad del esfuerzo resistente produciría grandes variaciones de velocidad en el dispositivo que en algunas aplicaciones podría ser inaceptable. Si la densidad del esfuerzo resistente aplicado a un micromotor trabajando en la llamada zona estable, en un momento dado, aumenta por encima del valor correspondiente a la densidad de esfuerzos máximos que el mismo puede suministrar, hace que la recta que define a la densidad del esfuerzo resistente varíe su pendiente y por consiguiente el punto Q se desplaza de su posición cuasiestática y el equilibrio se destruye. Al no poder vencer la resistencia aplicada, el motor comienza a disminuir su velocidad siguiendo la trayectoria de su curva de esfuerzos en la dirección que indica la flecha situada sobre el punto J hasta su parada en el punto de arranque inicial A , donde, $v = 0$.

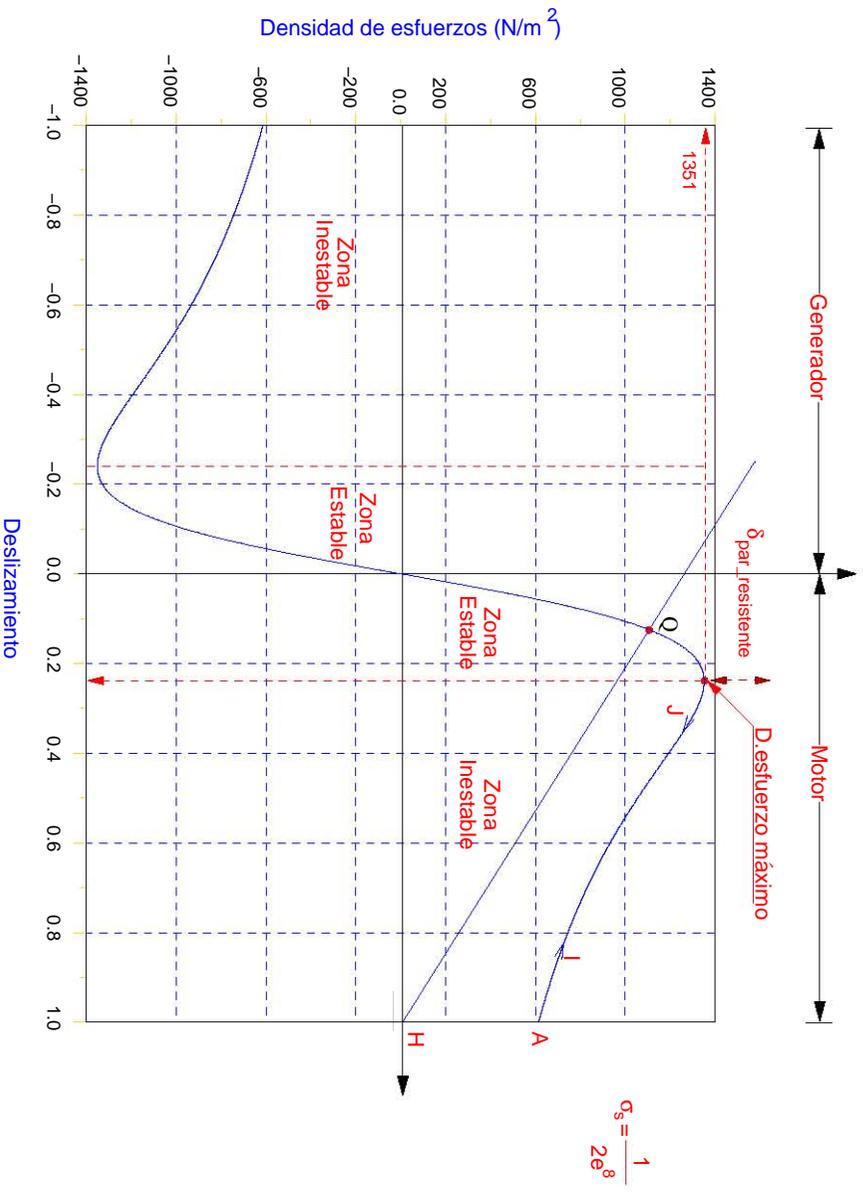


Figura 4.13: Punto de funcionamiento.

4.13 Análisis de sensibilidad

Los análisis de sensibilidad [Sanchez and Pillay, 1994; Yoo et al., 2000] siempre han proporcionado información de interés en el estudio de las máquinas eléctricas. Es conveniente introducir en esta tesis algunas representaciones gráficas con el fin de tener una visión más general de los resultados que se obtienen. Así se podrán estudiar las variaciones que se producen en estos resultados cuando se varíe algún parámetro—dimensional o físico—de diseño del micromotor [kyu Byun et al., 2002]. De esta forma, se pueden evaluar estos

[Sanchez and Pillay, 1994] Sanchez, I. and Pillay, P. (1994). Sensitivity Analysis of Induction Motor Parameters. In *Southeastcon '94. 'Creative Technology Transfer - A Global Affair'*, *Proceedings of the 1994 IEEE*, pages 50–54.

[Yoo et al., 2000] Yoo, J., Kikuchi, N., and Volakis, J. (2000). Structural Optimization in Magnetic Devices by the Homogenization Design Method. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 36(3):574–580.

[kyu Byun et al., 2002] kyu Byun, J., han Park, I., and yop Hahn, S. (2002). Topology Optimization of Electrostatic Actuator Using Design Sensitivity. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 38(2):1053–1056.

resultados efectuando comparativas entre ellas.

A continuación se van a analizar los efectos que se producen sobre las curvas de densidades de esfuerzos frente al deslizamiento cuando varían: la conductividad del material, el ancho de la capa de aire o cuando esta variación se produce sobre el grueso de la capa del material aislante de la parte móvil del micromotor. En párrafos sucesivos se irán exponiendo estos supuestos, de los que una vez analizados, se obtendrán una serie de resultados y conclusiones que deben ser interpretadas y validadas.

4.13.1 Familia de curvas de densidades de esfuerzos frente al deslizamiento para distintos valores de la conductividad

En la figura 4.14 se muestra la representación gráfica de la expresión analítica de la densidad de esfuerzos que se ha obtenido anteriormente y que viene dada por la ecuación 4.41. Las conductividades utilizadas han sido de $1/(1.44 \cdot 10^8)$, $1/(2 \cdot 10^8)$, $1/(4 \cdot 10^8)$ y $1/(6 \cdot 10^8)$, respectivamente, expresadas en $(1/\Omega)$.

En ellas se destacan las siguientes conclusiones:

1. El valor máximo de la densidad de esfuerzos es el mismo para todas las curvas representadas para distintos valores de la conductividad.
2. El valor máximo de la densidad de esfuerzos se produce en cada curva para distintos valores del deslizamiento S . Esto significa que la densidad de esfuerzos se produce a distintas velocidades dependiendo del valor de la conductividad de la placa metálica.
3. Las curvas presentan una pendiente más rígida en la zona estable cuanto menor es la conductividad de la placa metálica. Esto confiere una mejor característica en esta zona de funcionamiento, ya que ligeras variaciones en la densidad de esfuerzos resistentes hace que la velocidad del micromotor prácticamente no varíe.

En la figura 4.14 se han numerado como 1, 2, 3 y 4 a las curvas cuyos valores para σ_s son de $1/(6 \cdot 10^8)$, $1/(4 \cdot 10^8)$, $1/(2 \cdot 10^8)$, y $1/(1.44 \cdot 10^8)$, respectivamente, expresados en $(1/\Omega)$.

Se observa que la numerada como 4 produce el valor máximo de la densidad de esfuerzos en el momento del arranque y a medida que la conductividad aumenta. Este valor máximo se produce con mayor retraso con respecto al momento del arranque. Se puede identificar a la misma curva con la que se obtuvo en la figura 4.9, cuando se calculó la conductividad para obtener la máxima densidad de esfuerzos en el arranque.

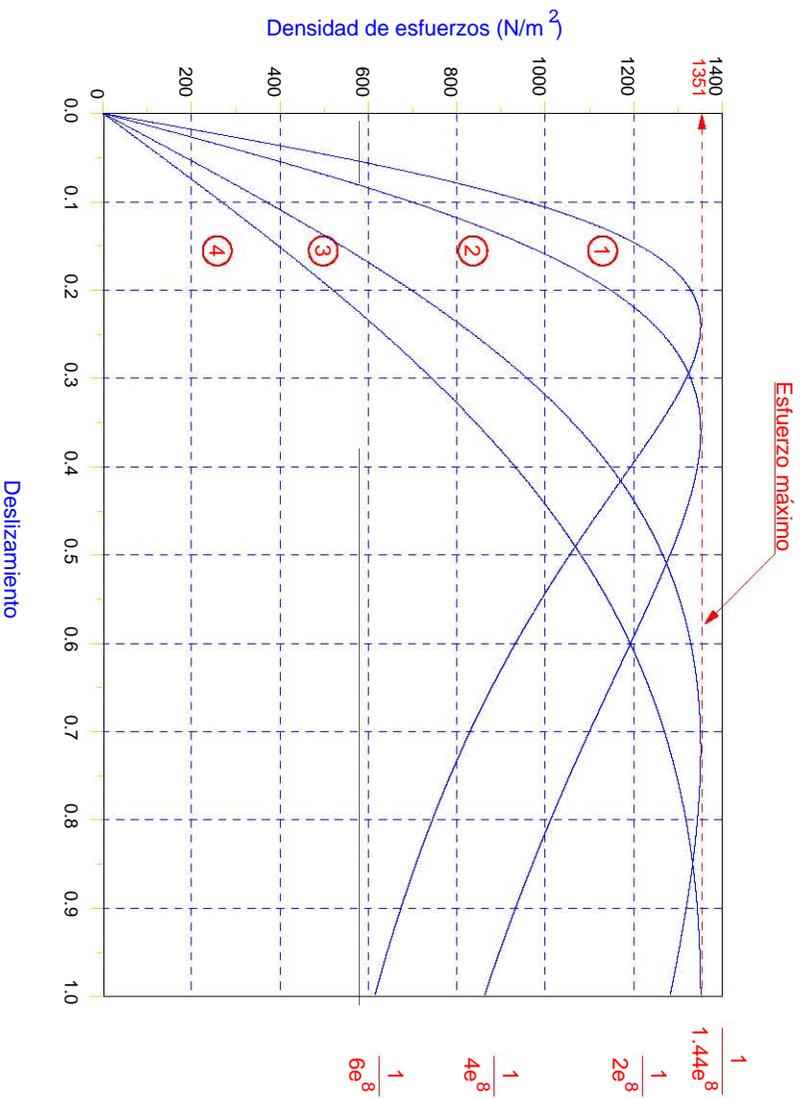


Figura 4.14: Densidad de esfuerzos en función de la conductividad.

4.13.2 Efectos de la variación del grueso de la capa de aire sobre la densidad de esfuerzos

En la figura 4.15, se muestra la gráfica de la densidad de esfuerzos frente al deslizamiento para un valor de la conductividad de la placa metálica de $\sigma_s = 1/(6 \cdot 10^8)$ ($1/\Omega$).

En la misma, están representadas las tres curvas de densidades de esfuerzos frente al deslizamiento S correspondientes a otros tantos valores del grueso de la capa de aire. Al grueso de la capa de aire se le han ido asignando sucesivamente los valores de 2, 3, y 4 (μm) respectivamente. De su observación es importante destacar tres hechos relevantes:

1. Conforme la distancia de la capa de aire disminuye, la densidad de esfuerzos del micromotor que se está analizando aumenta, o lo que es lo mismo, la densidad de esfuerzos es inversamente proporcional a la distancia de la capa de aire. Este hecho fue constatado en el capítulo 3, ley de Paschen [Greason, 2009].

[Greason, 2009] Greason, W. (2009). Effect of Charge Injection Due to ESD on the Operation of MEMS.

2. Los puntos de máxima densidad de esfuerzos, que se encuentran sobre cada curva, no están alineados entre sí con respecto al eje de abscisas o de deslizamiento. La situación de los mismos, es entonces función del grueso de la capa de aire. Obsérvese que el mismo estará más próximo a la velocidad de sincronía cuanto más delgada sea esta capa.
3. Las curvas presentan una pendiente más rígida en la zona estable cuanto menor es el grueso de la capa de aire. Esto significa una mejor característica en esta zona de funcionamiento, ya que ligeras variaciones en la densidad de esfuerzos resistentes hace que la velocidad del micromotor prácticamente no varíe.

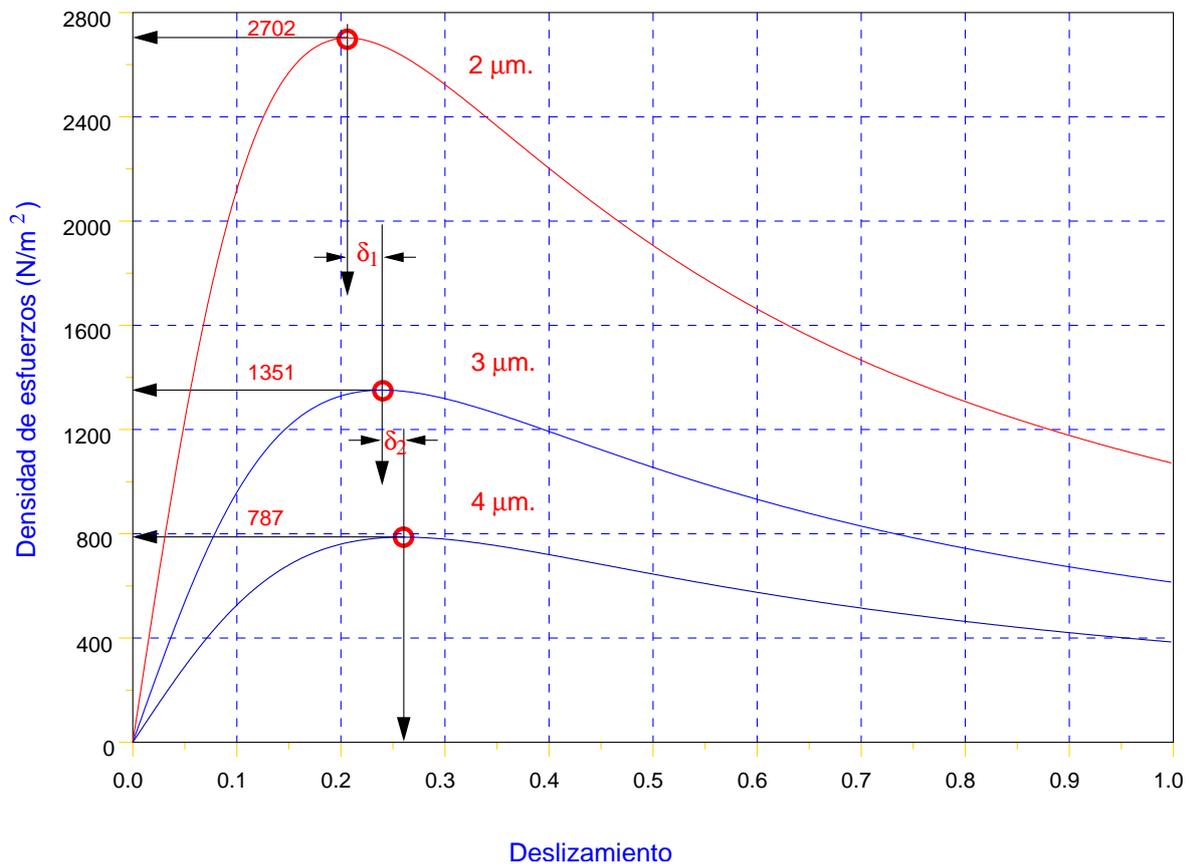


Figura 4.15: Variación del grueso de la capa de aire sobre la densidad de esfuerzos para $\sigma_s = 1/(600 \cdot 10^6) (1/\Omega)$.

4.13.3 Efectos de la variación del ancho de la capa de material aislante de la parte móvil sobre la densidad de esfuerzos

En la figura 4.16 se muestra la densidad de esfuerzos frente al deslizamiento para un valor de la conductividad de la placa metálica de $\sigma_s = 1/(6 \cdot 10^8) (1/\Omega)$. En ella se han representado tres curvas correspondientes a otros tantos valores del ancho de la capa de aislante de la parte móvil del micromotor, correspondiendo estas distancias a los valores de 8, 10, y 12 (μm).

De la figura 4.16 se puede deducir que:

1. Conforme el grosor de la capa de material aislante disminuye, la densidad de esfuerzos del micromotor que se analiza también lo hace. Esto quiere decir que la densidad de esfuerzos es directamente proporcional al grosor de la capa del material aislante.
2. Los puntos de máxima densidad de esfuerzos, que se encuentran sobre cada curva, no están alineados entre sí con respecto al eje de abscisas o de deslizamiento. La situación de los mismos, es entonces función del grosor de la capa del material aislante. Obsérvese que el mismo estará más próximo a la velocidad de sincronía cuanto más delgada sea esta capa.
3. Las curvas presentan una pendiente más rígida en la zona estable cuanto mayor sea el grosor de la capa de aire. Esto significa una mejor característica en esta zona de funcionamiento, pues, ligeras variaciones en la densidad de esfuerzos resistentes hace que la velocidad del micromotor prácticamente no varíe.
4. El grosor de esta capa de material aislante como se puede ver en la gráfica, no tiene una importancia relevante sobre el valor de la máxima densidad de esfuerzos.

4.13.4 Efectos combinados de la variación del ancho de la capa de aire y la del material aislante de la parte móvil sobre la densidad de esfuerzos

En los apartados anteriores, se han estudiado algunos de los efectos que se producen sobre la máxima densidad de esfuerzos. Entre ellos, los debidos a las variaciones del grosor de

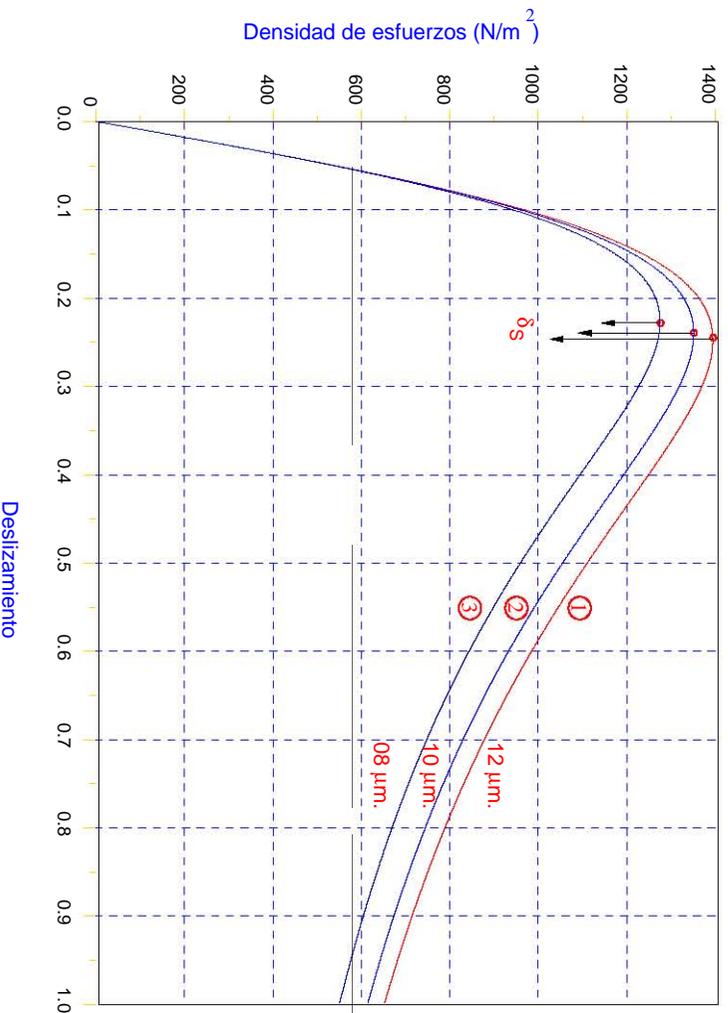


Figura 4.16: Variación del grueso de la capa del material aislante sobre la densidad de esfuerzos para $\sigma_s = 1/(600 \cdot 10^6)$ ($1/\Omega$).

la capa de aire y los que se producen por la variación del grueso de la capa del material aislante de la parte móvil del micromotor.

Si se observan detenidamente las figuras 4.15 y 4.16, correspondientes a la representación gráfica de estos dos casos, se llega a la conclusión que el efecto que se produce sobre la máxima densidad de esfuerzos producido por un micromotor es más sensible a las variaciones del ancho de la capa de aire que a las variaciones del ancho de la capa del material aislante del mismo.

4.13.5 Efecto de la variación de la conductividad sobre la densidad de corriente superficial

En este apartado, se va a representar la componente tangencial de la densidad de corriente superficial frente al desplazamiento para cuatro conductividades distintas de la placa metálica de la parte móvil del micromotor, siendo estos valores de $1/(1.44 \cdot 10^8)$, $1/(2 \cdot 10^8)$, $1/(4 \cdot 10^8)$

y $1/(6 \cdot 10^8)$, respectivamente, expresados en $(1/\Omega)$. En la figura 4.17, se procede a la representación gráfica de las densidades superficiales de corriente, que viene dada por la expresión 4.15 y que se escribe a continuación:

$$k_f = \sigma_S E_t + v \alpha_f \tag{4.47}$$

que también se expresa por la ecuación siguiente:

$$k_f = \sigma_S E_t = \sigma_S \frac{k \hat{V}_0}{\sinh(ka)} \frac{\left(-\frac{\epsilon_a}{\epsilon_{eff}} S_E + \frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} j\right)}{(1 + S_E j)} \tag{4.48}$$

se debe observar que sus valores máximos se producen en el momento del arranque ($S = 1$) y que estos valores son tanto mayores cuanto mayor es la conductividad, y cuando se alcanza la velocidad de sincronía ($S = 0$) estos valores se anulan.

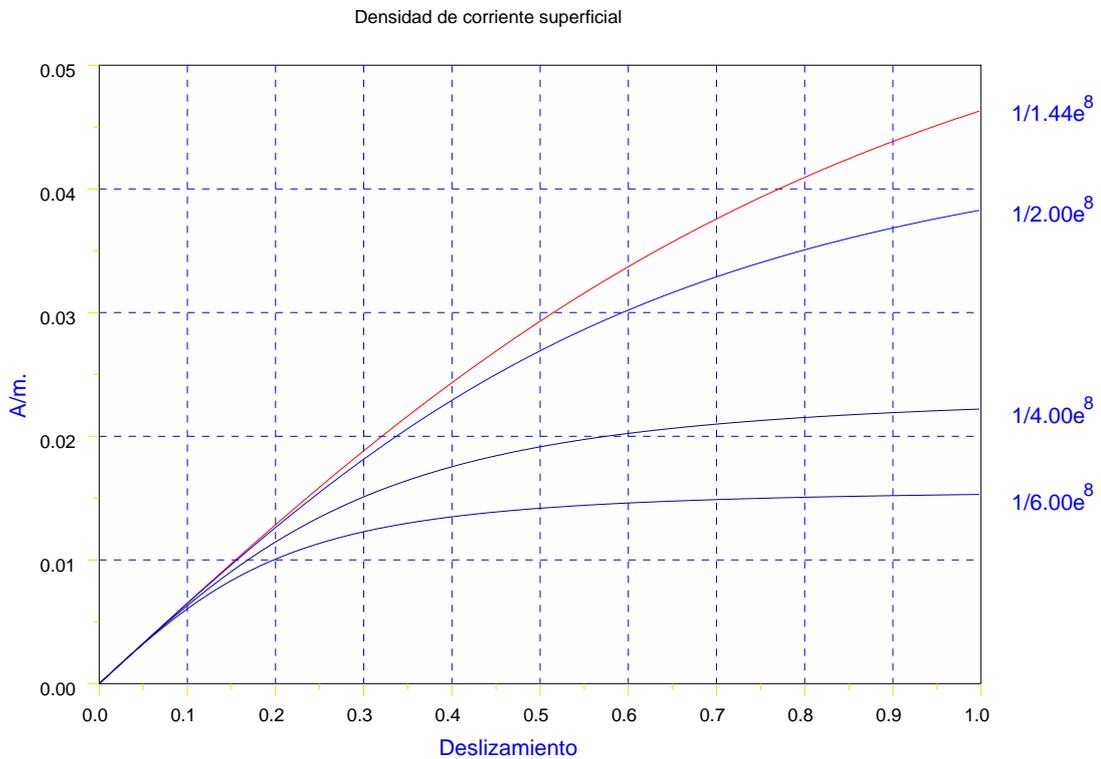


Figura 4.17: Variación de la densidad de corriente superficial con la conductividad.

4.13.6 Optimización de la densidad de esfuerzos frente a la conductividad

Se considera de interés realizar una representación gráfica de la curva de densidades de esfuerzos en el arranque en función de la conductividad del material de la placa metálica según se ilustra en la figura 4.18. Se observa que la curva presenta un máximo en el punto de abscisa $6.95 \cdot 10^{-9} (1/\Omega)$, y que este valor de la conductividad coincide con el que ya había sido calculado para obtener la máxima densidad de esfuerzos en el arranque. Este valor de la conductividad es único y es el óptimo para el material a utilizar en el modelo del micromotor objeto de este estudio en función de su geometría y dimensiones físicas del mismo. Tomando a este punto de máximos como de referencia se puede analizar a la curva a ambos lados del mismo. Los puntos situados en la curva y a su izquierda corresponden a unos valores de conductividades que son los característicos de un material aislante. Esto significa que un aislante perfecto no produce densidad de esfuerzos en el arranque. Asimismo los puntos situados en la curva y a su derecha corresponden a unos valores de conductividades que son los característicos de un material conductor. Obsérvese la tendencia a cero de la conductividad, y que en el límite será la de un conductor perfecto. Esto implica que la densidad de esfuerzos en el arranque usando un material conductor también es nula. En la figura 4.19 se ha representado la misma gráfica utilizando una escala semilogarítmica. En ella se puede observar con mayor nitidez la tendencia a cero de la densidad máxima de esfuerzos para un conductor.

Como conclusión, se puede afirmar que la placa metálica de un micromotor de inducción electrostático deberá estar constituida por algún material cuya conductividad sea finita y distinta de cero.

4.13.7 Densidad de potencia mecánica producida

La potencia mecánica producida en la parte móvil de una micromáquina viene dada por la expresión $P_m = T_t v$, siendo T_t el esfuerzo tangencial —el que se produce según el eje z — y v la velocidad en la misma dirección y sentido que el movimiento. La expresión de la densidad de esfuerzos promedios viene dada por la ecuación:

$$\langle T_z \rangle_z = \frac{1}{2} (kV_0) (kV_0) \varepsilon_a (\varepsilon_a \sigma_{eff} - \varepsilon_{eff} \sigma_a) \frac{S_E}{1 + S_E^2} K \quad (4.49)$$

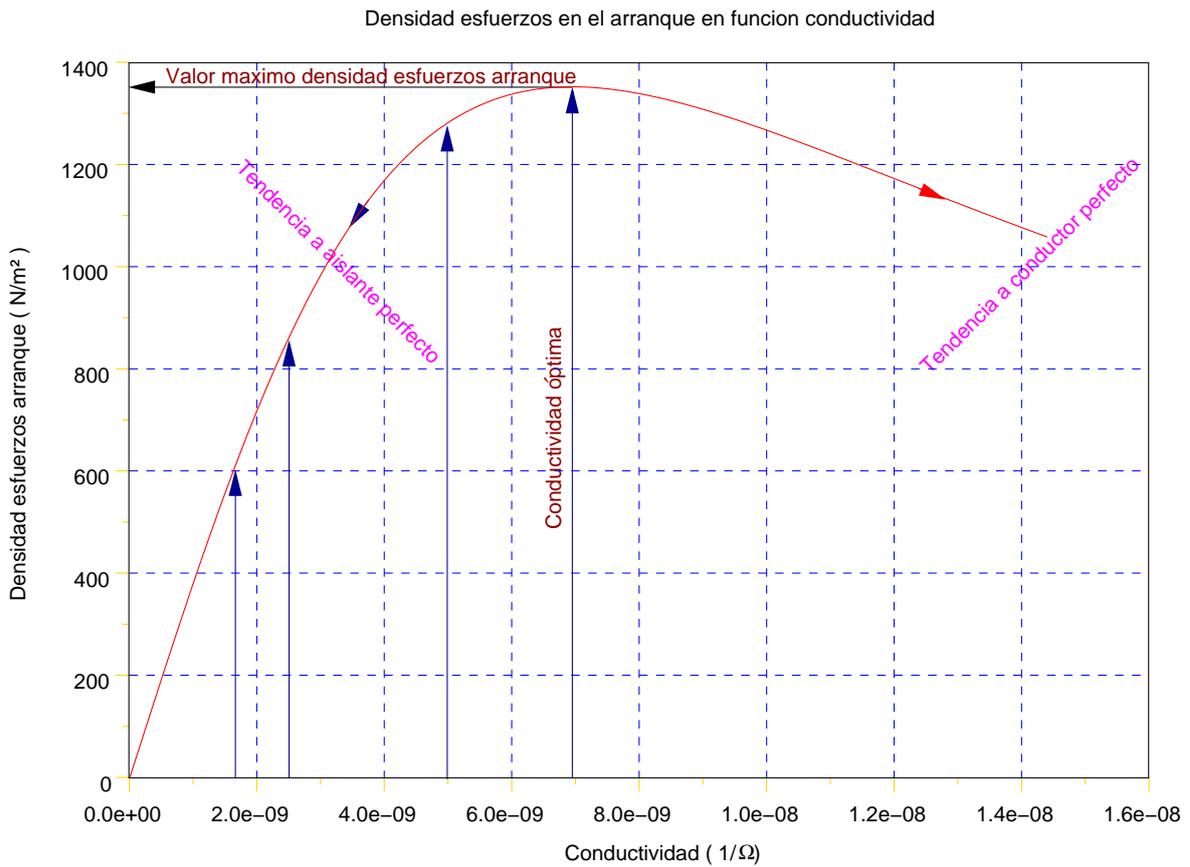


Figura 4.18: Densidad de esfuerzos en el arranque en función de la conductividad.

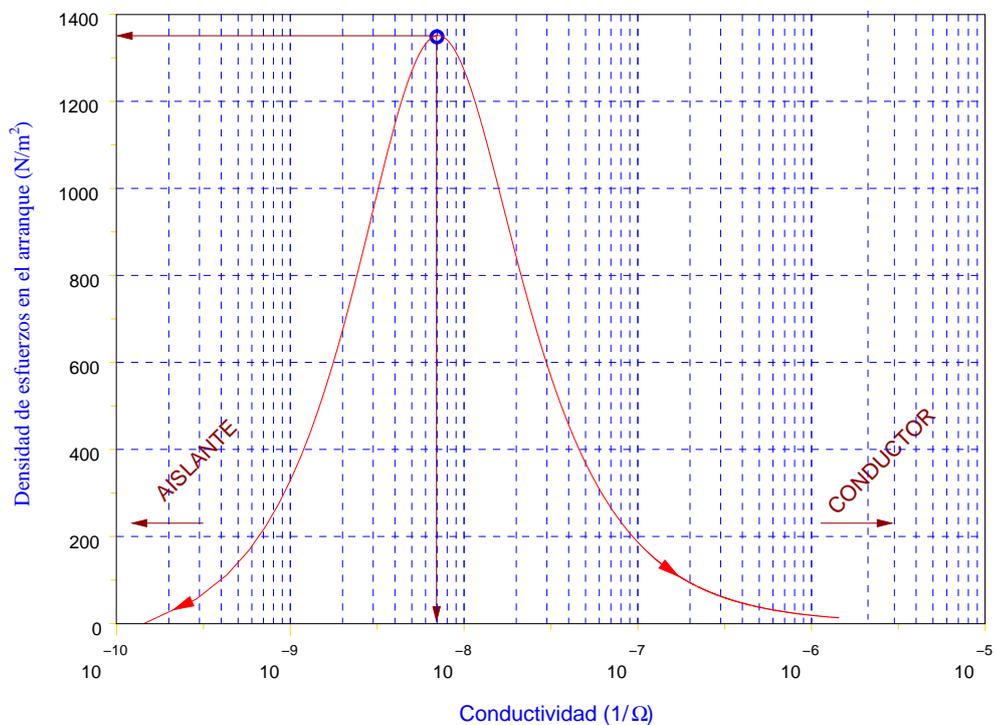


Figura 4.19: Densidad de esfuerzos máxima en función de la conductividad.

donde K viene dada por la ecuación:

$$\frac{1}{\varepsilon_{eff}\sigma_{eff} \sinh^2(ka)} \quad (4.50)$$

y la velocidad por la:

$$v = \frac{(1-S)\omega}{k} \quad (4.51)$$

Como $S_E = \tau_E \omega S$, se puede escribir la ecuación de la densidad de esfuerzos y la ecuación de la velocidad en función del deslizamiento S . Se ha efectuado el producto de ambas ecuaciones, y se han representado gráficamente los resultados obtenidos para cuatro valores distintos de la conductividad de la placa metálica de la parte móvil del micromotor. La gráfica resultante es mostrada en la figura 4.20, y en ella se debe observar que:

1. A la velocidad de sincronía, es decir cuando $S = 0$, la densidad de potencia entregada vale cero y esto sucede para todos los valores de la conductividad.
2. La densidad de potencia va aumentando conforme lo hace la velocidad. También se observa que la densidad de potencia es tanto mayor cuanto menor es la conductividad del material, y que el punto donde se produce este máximo está tanto más cerca de la velocidad de sincronía cuanto menor sea la conductividad del material.
3. La curva de la densidad de potencia presenta una pendiente más rígida cuanto menor es la conductividad. Esto quiere decir que la densidad de potencia entregada es menos sensible al deslizamiento, lo que significa que ligeras variaciones de velocidad no producen grandes fluctuaciones en la potencia del micromotor.

4.13.8 Densidad de potencia de pérdidas en la parte móvil del micromotor

En [Sridhara Rao and Hosimin Thilagar, 2003; Boglietti et al., 2007] se describen varios métodos para determinar las pérdidas que se producen en las máquinas de inducción elec-

[Sridhara Rao and Hosimin Thilagar, 2003] Sridhara Rao, G. and Hosimin Thilagar, S. (2003). A Novel Method for the Determination of Stray Load Losses of Induction Motor Using Genetic Algorithm. In *Electrical and Computer Engineering, 2003. IEEE CCECE 2003. Canadian Conference on*, volume 1, pages 259 – 262.

[Boglietti et al., 2007] Boglietti, A., Cavagnino, A., Ferraris, L., and Lazzari, M. (2007). Induction Motor Equivalent Circuit Including the Stray Load Losses in the Machine Power Balance. In *Industrial Electronics Society, 2007. IECON 2007. 33rd Annual Conference of the IEEE*, pages 1250 –1255.

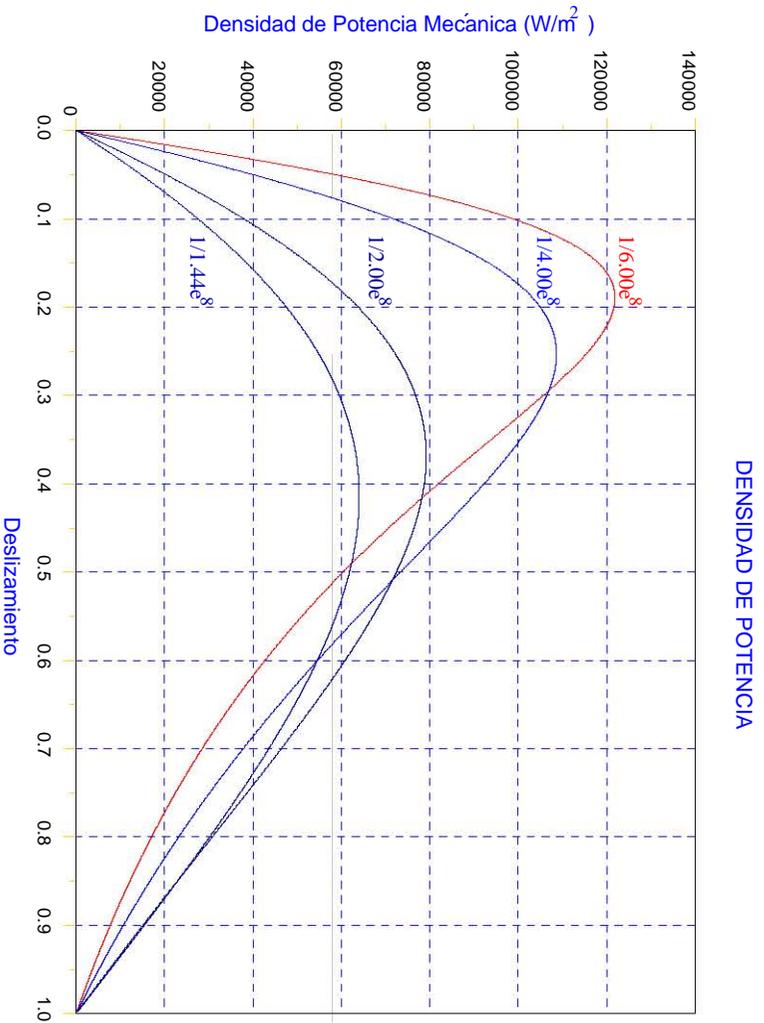


Figura 4.20: Densidad de potencia de un micromotor.

tromagnéticas. De forma análoga se puede desarrollar un análisis similar en la microescala. En la figura 4.21 se muestra la gráfica de la densidad de potencia perdida en la parte móvil del micromotor frente al deslizamiento para distintos valores de la conductividad de la placa metálica. Para efectuar estas gráficas, se utiliza la expresión:

$$P_r = \frac{1}{2} \left(\sigma_s \frac{k \hat{V}_0}{\sinh(ka)} \frac{\left(-\frac{\epsilon_a}{\epsilon_{eff}} S_E + \frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} j \right)}{(1 + S_E j)} \right) \left(\sigma_s \frac{k \hat{V}_0}{\sinh(ka)} \frac{\left(-\frac{\epsilon_a}{\epsilon_{eff}} S_E + \frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} j \right)}{(1 + S_E j)} \right)^* \left(\frac{1}{\sigma_s} \right) \quad (4.52)$$

donde se formula que la potencia perdida es debida a la componente tangencial de la densidad de corriente superficial y a la resistencia de la placa metálica de la interfaz. De la observación de estas gráficas se deduce que:

1. Las pérdidas máximas se producen en el momento del arranque, cuando $S = 1$.
2. Las mismas disminuyen en la medida en que la velocidad aumenta.
3. Éstas se anulan al alcanzar la velocidad de sincronismo, cuando $S = 0$.

Es importante ver la forma que tienen las curvas consideradas en los puntos situados en la proximidad de la velocidad de sincronismo. Esta particularidad se tendrá en cuenta en la sección donde se estudie el rendimiento del micromotor. Véase la figura 4.21 donde se pueden observar los siguientes aspectos:

1. Todas presentan una forma parabólica cerca del punto de sincronía y tienen una rápida tendencia a cero.
2. Las curvas que presentan los mayores valores de pérdidas, en el momento del arranque, tienden más rápidamente al valor de cero que cualquier otra curva cuyo valor máximo de pérdidas sea inferior al de la curva que se esté considerando.

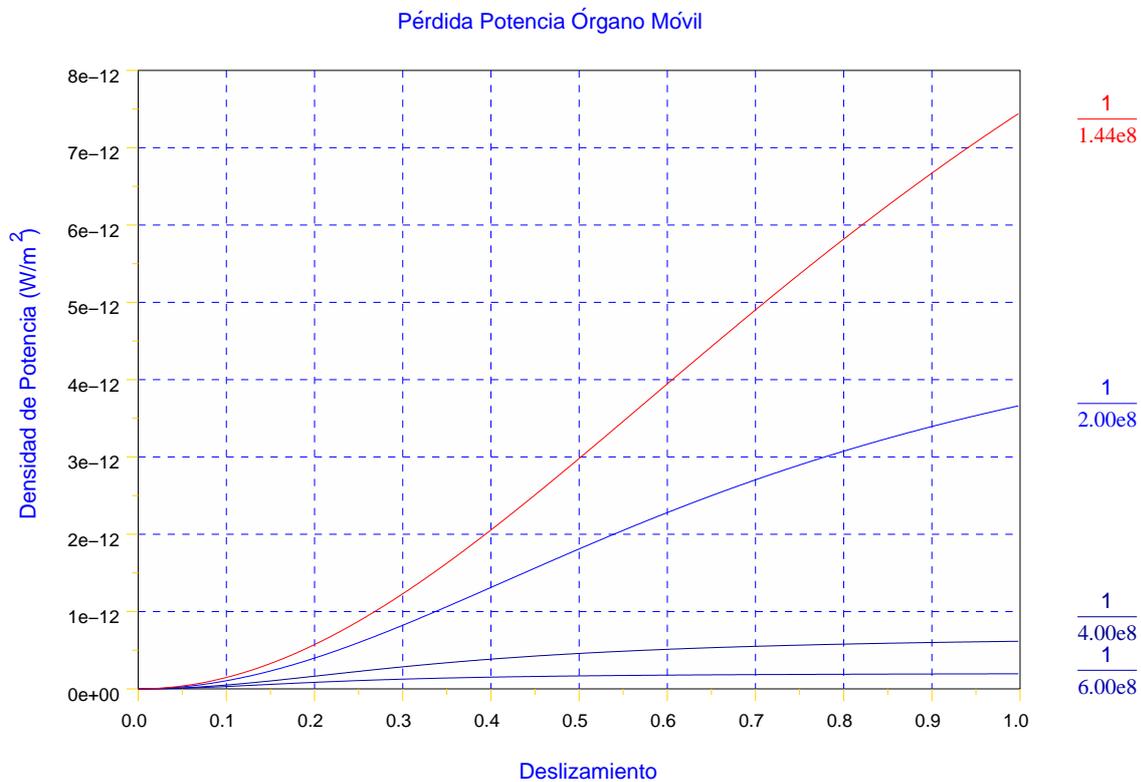


Figura 4.21: Pérdida de potencia en la parte móvil de un micromotor.

4.13.9 Rendimiento de un micromotor de inducción electrostático

En este apartado y para simplificar solo se van a considerar las pérdidas que se producen en la interfaz debido al carácter resistivo de la misma. Se conoce que en el micromotor de

inducción electrostático la densidad de potencia mecánica entregada por la parte móvil es $P_m = T_t v$ y que la densidad de potencia perdida en la placa metálica de la parte móvil es P_r por lo tanto, el rendimiento se puede expresar como:

$$\eta = \frac{P_m}{P_m + P_r} \quad (4.53)$$

Esta ecuación se ha representado en la figura 4.22 y en la misma se puede observar la linealidad del rendimiento.

Es interesante hacer referencia a las gráficas de P_m y P_r , observéanse las figuras 4.20, y 4.21, respectivamente. De ellas se extraen ciertas conclusiones para posteriormente hacer una interpretación de la figura 4.22. Teniendo en cuenta lo anterior, se puede enumerar lo siguiente:

1. A la velocidad de sincronismo $S = 0$, el valor del rendimiento es $\eta = 1 \Rightarrow P_r \ll P_m$. Obsérvense en las figuras 4.20, y 4.21 que mientras las gráficas cerca del origen de P_m son lineales y de valor muy bajo, las de P_r son parabólicas. Es decir, P_r tiende más rápido a cero que P_m . Esa es la razón del valor unidad del cociente que da el máximo de la densidad de esfuerzos.
2. En el arranque $S = 1$, el valor del rendimiento η es cero. Si se examinan las curvas 4.20 y 4.21, se observa que mientras las gráficas cerca del arranque para P_m valen cero y va aumentando con la velocidad, el valor de la otra componente P_r es máximo, dado que toda la densidad de potencia se pierde en la resistencia de la parte móvil del micromotor durante el momento del arranque.

4.14 Conclusiones

En este capítulo se estudian los efectos del campo electrostático sobre una placa delgada de dieléctrico similar al modelo del micromotor propuesto. Se propone un prototipo de micromotor de inducción electrostático y se revisa el principio físico en el que basa su funcionamiento. Se utiliza la ley de la conservación de la carga en la interfaz para calcular la expresión del potencial en función del deslizamiento así como la ecuación del campo eléctrico tangencial en la interfaz. Se analiza la densidad superficial de carga en la misma en función de los parámetros físicos y geométricos del micromotor. A continuación se

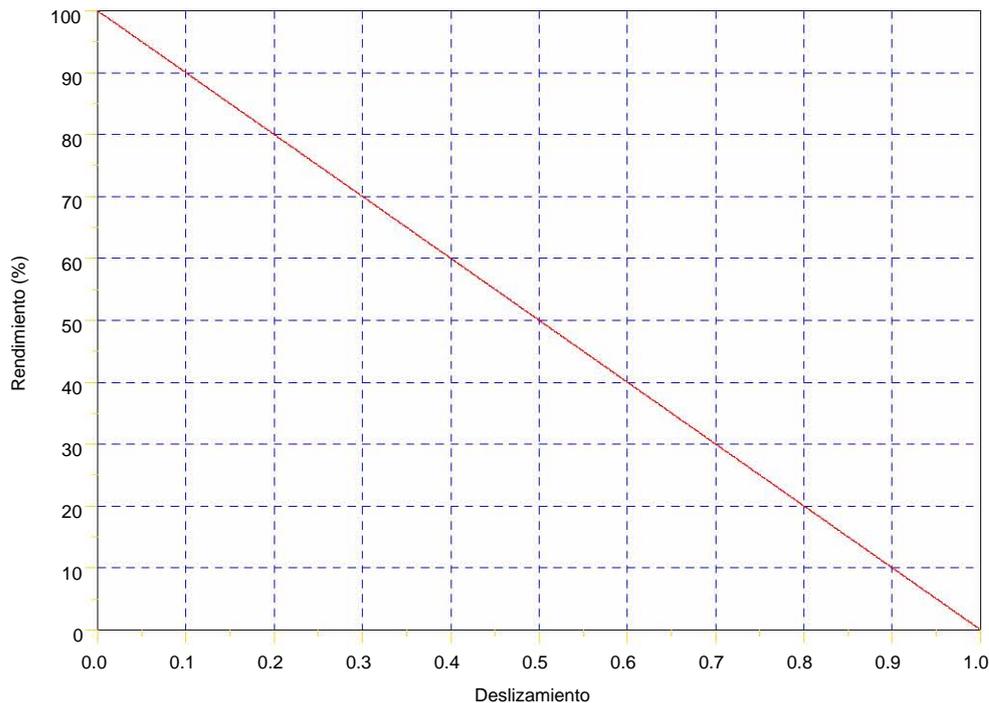


Figura 4.22: Rendimiento de un micromotor de inducción electrostático lineal.

han obtenido las curvas de tensión y de densidades de carga frente a la distancia y las expresiones analíticas para obtener la densidad de esfuerzos promedios y la densidad máxima de esfuerzos utilizando el tensor de Maxwell.

Al estudiar los diferentes modos de funcionamiento, —como motor, generador y freno—, se obtiene una notable conclusión, y es que, las gráficas de esfuerzos presentan las mismas características que las de la máquina de inducción electromagnética en la macroescala.

Se realizan análisis de sensibilidad sobre diferentes parámetros, como son, obtención de la familia de curvas de densidades de esfuerzos frente al deslizamiento para distintos valores de la conductividad. De donde se concluye que la interfaz no puede ser fabricada con metales ni con aislantes perfectos. La conductividad del material debe tener un valor finito y distinto de cero.

Al estudiar el efecto de la variación del grosor de la capa de aire sobre la densidad de esfuerzos se concluye que éste aumenta cuando esta distancia disminuye y que este valor se desplaza hacia valores más próximos de la velocidad de sincronía.

Cuando se analiza el efecto de la variación del grosor de la capa de material aislante de

la parte móvil sobre la densidad de esfuerzos se concluye que no tiene gran efecto sobre el valor máximo de la misma. Sólo contribuye a desplazar la posición de este valor máximo hacia valores más próximos de la velocidad de sincronía.

Al estudiar el efecto combinado del grueso de ambas capas —la del aire y la del material aislante— sobre la densidad de esfuerzos, se concluye que, tiene más importancia el grueso de la capa de aire que el del material aislante.

Cuando se analizan las gráficas de la densidad de esfuerzos frente a la conductividad del material de la interfaz, se concluye que éstas presentan las mismas características que las de las máquinas electromagnéticas con respecto a las resistencias rotóricas.

La metodología utilizada en este capítulo es similar a la que se utiliza en las macromáquinas. Debe ser considerada como una aportación de gran interés de esta tesis doctoral, ya que se ha cubierto un espectro amplio de la teoría de micromáquinas, que va desde la definición del modelo hasta la obtención de las ecuaciones analíticas que rigen su funcionamiento pasando por los análisis de sensibilidad y el cálculo del rendimiento.

Modelo de parámetros concentrados de un micromotor de inducción electrostático

Índice

5.1	Introducción	98
5.2	Estructura de un algoritmo genético simple	100
5.2.1	Población inicial	101
5.2.2	Reproducción o cruce	101
5.2.3	Mutación	102
5.2.4	Selección	103
5.2.5	Convergencia	103
5.3	Ventajas de los algoritmos genéticos	103
5.4	Desventajas de los algoritmos genéticos	103
5.5	Técnica para el uso de un algoritmo genético	104
5.6	Algoritmos genéticos: aplicaciones en MEMS	104
5.7	Aplicación al micromotor de inducción electrostático	105
5.8	Modelo de parámetros concentrados	106
5.9	Ajuste de los parámetros del circuito equivalente	109
5.9.1	Función objetivo	109
5.10	Parámetros del algoritmo genético	111

5.11 Resultados obtenidos	113
5.12 Validación del modelo circuital de parámetros concentrados	115
5.12.1 Validación por valor de la tensión en la interfaz	115
5.12.2 Validación por densidades de esfuerzos en la interfaz	115
5.13 Estudio del régimen transitorio	117
5.13.1 Introducción al análisis del transitorio	118
5.13.2 Estudio del régimen transitorio utilizando el circuito equivalente	119
5.13.3 Estudio del régimen transitorio utilizando el método de los elementos finitos	121
5.14 Comparación de resultados	124
5.15 Conclusiones	125

Resumen: En este capítulo, se propone el desarrollo de un circuito eléctrico equivalente de parámetros concentrados que modela al micromotor de inducción electrostático. Para comenzar se procede a la elección de una topología para dicho circuito, a continuación se efectúa su análisis y posteriormente se procede a su validación. Los parámetros del circuito equivalente se van a calcular utilizando la técnica de los algoritmos genéticos. También se realiza un análisis del régimen transitorio en el circuito equivalente con los valores de los parámetros concentrados obtenidos en el estado estacionario. Con este análisis se refrenda la validación del modelo.

5.1 Introducción

En esta tesis, se propone una topología para un circuito eléctrico de parámetros concentrados equivalente para el micromotor de inducción electrostático. Este modelo se decidió en base a la dualidad que existe entre el micromotor de inducción electrostático en la microescala y el motor de inducción electromagnético en la macroescala [Martin et al., 2008]. Para la obtención de los valores de los parámetros de dicho circuito se decide utilizar, de

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.

entre otros, la técnica de los algoritmos genéticos. Se usa como función de ajuste el error cuadrático que existe entre los valores de la tensión en la interfaz, calculada en función de dichos parámetros en el modelo circuital, y la misma tensión calculada mediante las ecuaciones analíticas en el modelo físico. Las ecuaciones analíticas para calcular los valores de las densidades de esfuerzos en el modelo físico se deducen de las ecuaciones de campo de Maxwell [Martin et al., 2008]. En el modelo circuital se aplican las ecuaciones clásicas de la teoría de circuitos que permiten el cálculo de los valores de las densidades de esfuerzos en función de dichos parámetros. Los resultados obtenidos utilizando ambos modelos se comparan y se comprueba la coincidencia que existe entre ellos. De esta forma se valida el modelo propuesto. También se realiza un estudio del régimen transitorio, para ello, se utiliza el circuito equivalente con los valores de los parámetros concentrados obtenidos en el estado estacionario. En este estudio se demuestra cómo los valores obtenidos en el estado transitorio tienden hacia los valores del estado estacionario. Así se ratifica la validación del modelo.

La elección del método de los algoritmos genéticos para el cálculo de los parámetros del circuito ha sido de arbitraria, ya que según el teorema conocido como No Free Lunch Theorem (NFLT), no existe ningún método de búsqueda que sea superior a otro para la resolución de cualquier problema [Wolpert and Macready, 1995; Wolpert and Macready, 1997].

Este capítulo se estructura de la siguiente forma. En la sección 5.1, ésta, se hace una introducción al capítulo. En la sección 5.2 se estudia el principio de funcionamiento de los algoritmos genéticos, en ella se estudian los conceptos de población inicial, la reproducción o cruce —por un punto, o por dos puntos—, las ideas de mutación, selección y convergencia del algoritmo genético. En las secciones 5.3 y 5.4 se estudian las ventajas y desventajas de los algoritmos genéticos, y en la sección 5.5 se estudian las técnicas para el uso de un algoritmo genético. En la sección 5.6 se analizan los algoritmos genéticos y sus aplicaciones en MEMS. En la sección 5.7 se estudia su aplicación al micromotor de inducción electrostático. En la sección 5.8 se propone un modelo de parámetros concentrados

[Wolpert and Macready, 1995] Wolpert, D. H. and Macready, W. G. (1995). No Free Lunch Theorems for Search. Technical Report SFI-TR-95-02-010, Santa Fe, NM.

[Wolpert and Macready, 1997] Wolpert, D. and Macready, W. (1997). No Free Lunch Theorems for Optimization. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 1(1):67–82.

para el micromotor de inducción electrostático. En la sección 5.9 se hace un ajuste de los parámetros concentrados del circuito equivalente mediante algoritmos genéticos y se define la función objetivo. En la sección 5.10 se definen los parámetros del algoritmo genético y en la sección 5.11 se analizan los resultados obtenidos. En la sección 5.12 se valida el modelo circuital de parámetros concentrados utilizando dos criterios. El primero es utilizando el valor de la tensión en la interfaz. El segundo es calculando la densidad de esfuerzos en la interfaz. En la sección 5.13 se plantea el estudio del régimen transitorio, donde se hace una breve introducción, a continuación se hace el estudio del régimen transitorio utilizando el circuito equivalente y el método de los elementos finitos. En la sección 5.14 se procede a comparar los resultados obtenidos y a continuación en la sección 5.15 se plantean las conclusiones.

5.2 Estructura de un algoritmo genético simple

Para la resolución de un problema aplicando esta técnica, se necesita que se cumplan ciertas condiciones. Sus posibles soluciones deben estar codificadas y se tiene que definir una función de ajuste o de adaptación que ha de ser diseñada de forma específica para cada problema. El alfabeto utilizado para codificar a los individuos no debe necesariamente estar constituido por el $\{0, 1\}$, sin embargo, gran parte de la teoría en que se fundamentan los algoritmos genéticos utiliza dicho alfabeto.

Los individuos, pueden representarse como un conjunto de parámetros denominados genes. Durante la ejecución del algoritmo, los padres deben ser seleccionados para la reproducción. A continuación, éstos se cruzarán generando dos o más hijos, sobre cada uno de los cuales podrá actuar un operador de mutación. El resultado de la combinación de las anteriores acciones, será un conjunto de individuos que son las posibles soluciones al problema. En la evolución del algoritmo genético, éstas formarán parte de la siguiente población. Este proceso, continuará hasta que se cumpla la condición de parada que se haya establecido. El algoritmo genético simple ha sido bien estudiado por [Goldberg, 1989]. En la figura 5.1 se muestra un diagrama de flujo que explica el funcionamiento de un algoritmo genético simple o canónico.

[Goldberg, 1989] Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA.

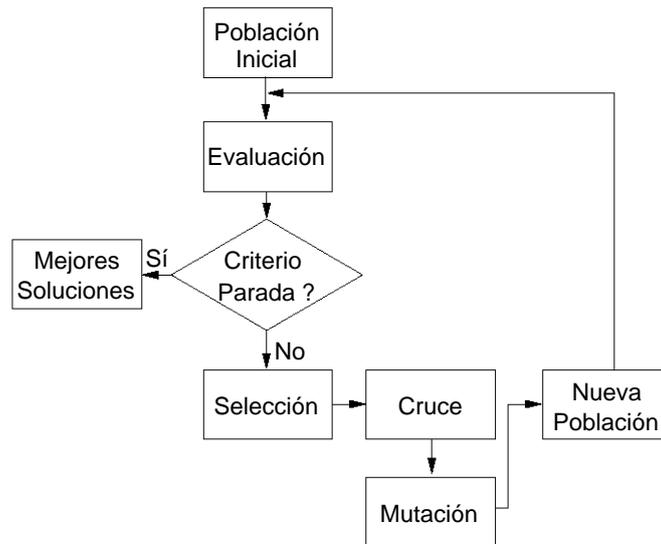


Figura 5.1: Diagrama de flujo de un algoritmo genético simple.

5.2.1 Población inicial

La población inicial es aconsejable que sea generada aleatoriamente con el fin de obtener una gran variedad de posibles soluciones. Una inicialización no aleatoria de la población inicial puede acelerar la convergencia del algoritmo genético hacia óptimos locales.

No existe ningún método para determinar el número óptimo de individuos de una población. La alternativa es realizar diversas ejecuciones del algoritmo utilizando diferentes tamaños de población inicial. El óptimo se produce cuando un aumento de individuos de la población no implica una variación significativa en los resultados que se obtienen.

5.2.2 Reproducción o cruce

El objetivo de este operador es obtener individuos con mejores aptitudes que sus antecesores. En esta fase se seleccionan determinados individuos de la población para obtener descendencia, y una vez que hayan mutado, formarán la siguiente generación. Esta selección de padres se efectúa al azar mediante algún procedimiento que favorezca a los individuos mejor adaptados. El operador de cruce es el encargado de combinar la información de los mismos y de esta manera, se produce la búsqueda en otros puntos del espacio de diseño. La probabilidad de cruce determina con qué frecuencia debe ser realizada la recombinación. Existen diversos métodos de cruce, entre otros se mencionan el cruce por un punto o Simple

Point Crossover (SPX), por dos puntos o Dual Point Crossover (DPX), el cruce uniforme y el adaptativo. El más común es el llamado cruce por un punto que es usado por el algoritmo genético simple dado por [Goldberg, 1989].

5.2.2.1 Cruce por un punto. SPX

El operador de cruce denominado SPX o cruce por un punto es el método más sencillo. Consiste en tomar dos padres de los seleccionados y cortar sus cadenas de cromosomas en una posición escogida al azar. Así se generan dos subcadenas. A continuación se intercambian las subcadenas finales de los padres formando así dos nuevos descendientes.

5.2.2.2 Cruce por dos puntos. DPX

El cruce por dos puntos o DPX, es una generalización del cruce por un punto y aporta ciertas mejoras con respecto a éste. En vez de cortar por un único punto los cromosomas de los padres, se realizan dos cortes. Al añadir más puntos de cruce se consigue que el espacio de búsqueda sea explorado con mayor profundidad.

5.2.3 Mutación

Es un operador básico que proporciona una cierta aleatoriedad entre los individuos de la población, tiene lugar después de efectuarse el cruce. El más conocido es la mutación de bit, donde el algoritmo elige aleatoriamente un bit y lo invierte.

En términos de evolución, la mutación se produce de forma extraordinaria y evita que las soluciones se vean falseadas por óptimos locales. Es usado con una probabilidad pequeña y ésta se define en la fase de diseño del algoritmo genético.

El operador de cruce proporciona una exploración del espacio de búsqueda mientras que el operador de mutación es el que asegura que ningún punto del espacio de búsqueda tenga probabilidad cero de ser examinado y este hecho es fundamental para conseguir la convergencia en un algoritmo genético.

5.2.4 Selección

Este proceso tiene por objeto seleccionar las mejores soluciones eliminando aquellas cuya aptitud sea inferior. El operador de selección no depende del tipo de codificación utilizada, sólo tiene en cuenta el valor de la aptitud y su cometido es asignar a cada individuo una probabilidad de selección proporcional a su función de adaptación. La presión de este operador es muy importante. Si esta es elevada, la búsqueda termina de forma prematura y si es insuficiente, el algoritmo evoluciona lentamente. Este procedimiento así diseñado se dice que está basado en el método de la ruleta, fué propuesto por [Goldberg, 1989] y es el proceso más usado como estrategia de selección.

5.2.5 Convergencia

Como criterio de convergencia para un algoritmo genético simple se puede tener en cuenta la definición dada por De Jong en su tesis doctoral [De Jong, 1975]. El concepto de convergencia está relacionado con la progresión hacia la uniformidad.

5.3 Ventajas de los algoritmos genéticos

Pueden operar de forma simultánea con varias soluciones, son menos afectados que otras técnicas por los máximos locales, no necesitan conocimientos específicos del problema a resolver y son algoritmos fáciles de implementar en ordenadores.

5.4 Desventajas de los algoritmos genéticos

Es necesario tener una solución codificada del problema. Pueden tardar mucho en converger o no converger nunca. También puede converger de forma prematura en cuyo caso las soluciones son aleatorias.

[De Jong, 1975] De Jong, K. A. (1975). *An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems*. PhD thesis, Ann Arbor, MI, USA.

5.5 Técnica para el uso de un algoritmo genético

Es una técnica que puede ser usada con cualquier tipo de función objetivo. Se pueden aplicar todo tipo de restricciones, lineales o no; estén definidas sobre espacios de búsqueda discretos o continuos. No obstante se debe tener en cuenta determinados criterios antes de su uso.

1. El espacio de búsqueda o el número de soluciones deben estar limitados.
2. Se debe poder definir una función de aptitud para medir la bondad de una solución.
3. Las posibles soluciones, se han de poder codificar dentro de un programa informático.
4. No usar para resolver problemas de los que se pueda obtener su solución analítica.

5.6 Algoritmos genéticos: aplicaciones en MEMS

Existe una amplia información acerca de la teoría de algoritmos genéticos [Mitchell, 1996; Mitchell, 1997; Davis and Mitchell, 1991]. Información sobre las aplicaciones de los algoritmos genéticos en la técnica se puede ver en [Man et al., 1996] y una referencia universal acerca del algoritmo genético canónico es el escrito por Goldberg [Goldberg, 1989].

En el campo de las máquinas eléctricas de inducción electromagnéticas, los algoritmos genéticos han sido utilizados desde hace décadas, en labores de optimización [Mohammed, 1997], diseño [Uler et al., 1995; Wurtz et al., 1997] y caracterización [Souza Filho et al.,

[Mitchell, 1996] Mitchell, M. (1996). *An Introduction to Genetic Algorithms*. Cambridge (Massachusetts): MIT, 1996.

[Mitchell, 1997] Mitchell, T. (1997). *Machine Learning*. McGraw Hill.

[Davis and Mitchell, 1991] Davis, L. D. and Mitchell, M. (1991). *Handbook of Genetic Algorithms*. Van Nostrand Reinhold.

[Man et al., 1996] Man, K., Tang, K., and Kwong, S. (1996). Genetic Algorithms: Concepts and Applications. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 43(5):519 –534.

[Goldberg, 1989] Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA.

[Mohammed, 1997] Mohammed, O. (1997). GA Optimization in Electric Machines. In *Electric Machines and Drives Conference Record, 1997. IEEE International*, pages TA1/2.1 –TA1/2.6.

[Uler et al., 1995] Uler, G., Mohammed, O., and Koh, C.-S. (1995). Design Optimization of Electrical

1999].

Los algoritmos genéticos también han despertado interés en el área donde se centra esta tesis y ya han sido usados en el campo de los MEMS como herramientas de optimización de dispositivos como microactuadores electrostáticos y microvigas [Behjat and Vahedi, 2007; Leu et al., 2004]. Más recientemente, han sido aplicados en trabajos de investigación sobre optimización de la geometría de nanopartículas [Dugan and Erkoç, 2009] y en micromotores electrostáticos [Lin et al., 2009]. Con esta tesis doctoral se ha contribuido a la aplicación de los algoritmos genéticos en el campo de los MEMS. Esta contribución está incluida en un capítulo del libro [Wiak and Napieralska-Juszczak, 2010].

5.7 Aplicación al micromotor de inducción electrostático

En esta tesis, se propone desarrollar un modelo matemático parametrizado del micromotor de inducción electrostático proporcionando una herramienta eficaz para realizar el estudio

Machines Using Genetic Algorithms. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 31(3):2008–2011.

[Wurtz et al., 1997] Wurtz, F., Richomme, M., Bigeon, J., and Sabonnadiere, J. (1997). A Few Results for Using Genetic Algorithms in the Design of Electrical Machines. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 33(2):1892–1895.

[Souza Filho et al., 1999] Souza Filho, E., Lima, A., and Jacobina, C. (1999). Characterization of Induction Machines with a Genetic Algorithm. In *Electric Machines and Drives, 1999. International Conference IEMD '99*, pages 446–448.

[Behjat and Vahedi, 2007] Behjat, V. and Vahedi, A. (2007). Analysis and Optimization of MEMS Electrostatic Microactuator. In *Industrial and Information Systems, 2007. ICIIS 2007. International Conference on*, pages 465–472.

[Leu et al., 2004] Leu, G., Simion, S., and Serbanescu, A. (2004). MEMS Optimization Using Genetic Algorithms. In *Semiconductor Conference, 2004. CAS 2004 Proceedings. 2004 International*, volume 2, pages 475–478.

[Dugan and Erkoç, 2009] Dugan, N. and Erkoç, Ş. (2009). Genetic Algorithms in Application to the Geometry Optimization of Nanoparticles. *Algorithms*, 2(1):410–428.

[Lin et al., 2009] Lin, Z.-W., Li, J., Zhang, B.-H., and Di, X. (2009). Design Optimization of Polysilicon Electrostatic Micromotor Based on Genetic Algorithm. *Information and Computing Science, International Conference on*, 3:130–133.

[Wiak and Napieralska-Juszczak, 2010] Wiak, S. and Napieralska-Juszczak, E. (2010). *Computational Methods for the Innovative Design of Electrical Devices*. Studies in Computational Intelligence. Springer Verlag.

sistemático del mismo. Se cubre así un vacío existente en la microescala. Este modelo, permite comprender y predecir el funcionamiento del micromotor de inducción electrostático de forma clara, sin costosas simulaciones temporales y ahorrando recursos de computación. Estos modelos simplifican el problema y proporcionan una exactitud aceptable [Hrabovcova et al., 2010]. Para el cálculo de los parámetros concentrados del mismo se ha utilizado la técnica de los algoritmos genéticos como método de ajuste como una alternativa a otros métodos conocidos.

5.8 Modelo de parámetros concentrados de un micromotor de inducción electrostático

Para el estudio de una máquina trifásica de inducción electromagnética en régimen estacionario senoidal, existen una serie de modelos por fase bien conocidos en la literatura técnica [Ferreira and Cistelean, 2008; Pai et al., 1988]. Inspirados en estos modelos una vez que ha sido comprobada la dualidad de la micromáquina de inducción electrostática en la microescala con la máquina de inducción electromagnética en la macroescala [Martin et al., 2008], se propone un modelo de circuito equivalente de parámetros concentrados [Santana et al., 2009] como se muestra en la figura 5.2.

Como se observa en la parte superior de la figura 5.2, en el recuadro marcado como a,

[Hrabovcova et al., 2010] Hrabovcova, V., Kalamen, L., Sekerak, P., and Rafajdus, P. (2010). Determination of Single Phase Induction Motor Parameters. In *Power Electronics Electrical Drives Automation and Motion (SPEEDAM), 2010 International Symposium on*, pages 287 –292.

[Ferreira and Cistelean, 2008] Ferreira, F. and Cistelean, M. (2008). Simulating Multi-connection, Three-phase, Squirrel-cage, Induction Motors by Means of Changing the Per-phase Equivalent Circuit Parameters. In *Electrical Machines, 2008. IECM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –8.

[Pai et al., 1988] Pai, R., Boldea, I., and Nasar, S. (1988). A Complete Equivalent Circuit of a Linear Induction Motor with Sheet Secondary. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 24(1):639 –654.

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. IECM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.

[Santana et al., 2009] Santana, F., Monzon, J., Garcia-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009). Lumped Parametric Model for an Electrostatic Induction Micromotor Using GA. In *Industrial Electronics, 2009. IECON '09. 35th Annual Conference of IEEE*, pages 4029 –4033.

está representado el modelo de parámetros distribuidos del micromotor. En la parte inferior de la misma figura 5.2, en el recuadro marcado como b, se muestra el modelo circuital equivalente de parámetros concentrados propuesto.

Se han despreciado los efectos de segundo orden, por lo que no han sido consideradas las impedancias inductivas en dicho circuito ya que el campo eléctrico es irrotacional como se ha demostrado en el capítulo 3. En su lugar aparecen impedancias capacitivas propias de la naturaleza física y constructiva del micromotor. Es interesante indicar la correspondencia que existe entre los modelos circuital y físicos del micromotor de inducción electrostático. En la misma figura 5.2 se puede observar que:

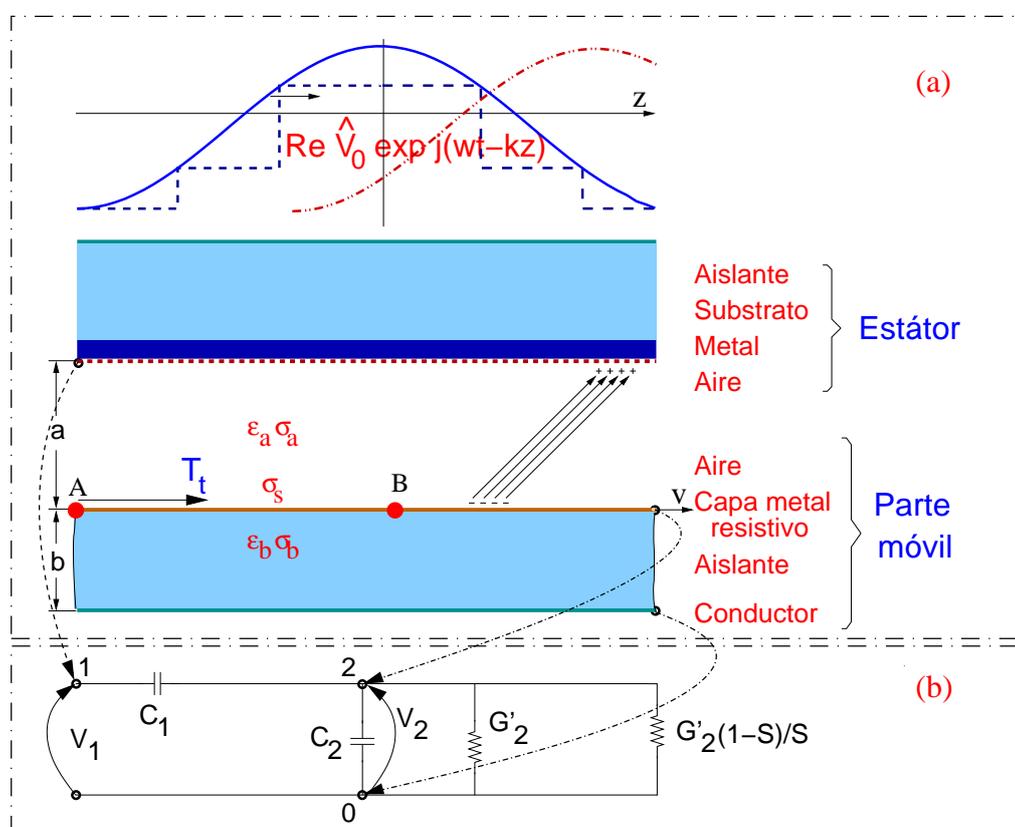


Figura 5.2: a) Modelo físico y b) Modelo de parámetros concentrados propuesto para el micromotor de inducción electrostático por fase.

1. El punto de masa del circuito eléctrico numerado con el dígito 0, coincide con el terminal de masa de la tensión por fase que se le aplica al micromotor.
2. El punto del circuito eléctrico numerado con el dígito 1 es el terminal activo de la

tensión de entrada que es aplicada al mismo, y que coincide con el terminal de una de las fases de la tensión que se aplica al estátor del micromotor.

3. El punto del circuito eléctrico numerado con el dígito 2, es el terminal de salida de tensión del mismo y coincide con la tensión en la interfaz, que es la tensión de la parte móvil del micromotor.

A continuación se compara el circuito eléctrico equivalente propuesto para el micromotor de inducción electrostático como se propone en la figura 5.2 con el del motor de inducción electromagnético en régimen estacionario [Ferreira and Cistelecan, 2008].

En el primero, la resistencia óhmica del estátor no existe y la impedancia inductiva es sustituida por su dual es decir una impedancia capacitiva dada por el condensador C_1 .

La resistencia y la impedancia inductiva del rotor referidas al estátor, son reemplazadas por su duales, una conductancia G'_r y una impedancia capacitiva dada por el condensador C_2 , siendo $C'_r = G'_2 + G'_2 \left(\frac{1-S}{S}\right)$. Con respecto al circuito eléctrico propuesto, la naturaleza física de sus componentes se identifican de la siguiente forma en la estructura del micromotor de inducción electrostático:

1. El condensador C_1 que se muestra entre los puntos 1 y 2 del circuito eléctrico, es la capacidad intrínseca que existe entre dos planos paralelos separados por una distancia y en cuyo interior existe aire como material dieléctrico. Estos dos planos son los que contienen a los órganos fijo y móvil del micromotor de inducción electrostático.
2. El condensador C_2 que se muestra entre los puntos 0 y 2 del circuito eléctrico es la capacidad que existe entre las placas inferior y superior del órgano móvil del micromotor de inducción electrostático entre las que existe un dieléctrico.
3. Las conductancias G'_2 y $G'_2 \left(\frac{1-S}{S}\right)$ son las pérdidas óhmicas debidas a la placa metálica resistiva de la pmm y la potencia mecánica de salida en la pmm del micromotor en función del deslizamiento S que viene dado por la expresión:

$$S = \frac{\omega/k - v}{\omega/k} \quad (5.1)$$

donde ω/k es la velocidad de la onda viajera y v es la velocidad de la pmm.

5.9 Ajuste de los parámetros concentrados del circuito equivalente mediante algoritmos genéticos

Una vez elegidas las dimensiones físicas y la conductividad del material con el que se va a construir el micromotor de inducción electrostático, éste puede ser analizado mediante el modelo circuital de parámetros concentrados equivalente. La posterior utilización de este circuito, hace que sea necesario calcular los valores de cada uno de los parámetros que se indican en la figura 5.2. Para su cálculo, se va a aplicar la técnica de los algoritmos genéticos por lo que es importante tener en cuenta los siguientes conceptos.

1. Definir la función objetivo a optimizar que va a determinar la bondad de cada individuo o solución al problema.
2. Inicializar los valores de los parámetros para un funcionamiento correcto del algoritmo genético como son, tamaño de la población, las probabilidades de cruce y mutación, el número de generaciones y el de emparejamientos por generación.

5.9.1 Función objetivo

La función objetivo utilizada consiste en minimizar el error cuadrático existente entre la tensión en la interfaz calculada en el modelo circuital de parámetros concentrados propuesto como modelo, tensión V_2 , y la tensión ϕ_b calculada en el modelo físico del micromotor de inducción electrostático. Esto se indica en la siguiente ecuación:

$$\psi = \sum_{i=1}^N \left(V_2(\omega_i, C_1, C_2, G'_2) - \phi_b(\omega_i) \right)^2 \quad (5.2)$$

La tensión en la interfaz V_2 en el circuito eléctrico, se calcula por cualquier método convencional de la teoría de circuitos. Es función de C_1 , C_2 , G'_2 , y de ω . Se obtiene mediante las siguientes ecuaciones:

$$Z_{1e} = -\frac{\frac{S}{C_2 G'_2 \omega} j}{\frac{S}{G'_2} - \frac{1}{\omega C_2} j} \quad (5.3)$$

$$Z_{2e} = Z_{1e} - \frac{1}{\omega C_1} j \quad (5.4)$$

$$Z_{ed} = \frac{Z_{1e}}{Z_{2e}} \quad (5.5)$$

$$V_2 = | (V_0 Z_{ed}) | \quad (5.6)$$

La tensión en la interfaz viene dada por la ecuación 4.24. Y en función del deslizamiento por la 4.28 como se expone a continuación:

$$\phi_b = \frac{V_0}{\sinh(ka)} \frac{\frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{eff}} \omega S j}{\left(1 + \frac{\varepsilon_{eff}}{\sigma_{eff}} \omega S j\right)} \quad (5.7)$$

donde σ_{eff} y ε_{eff} vienen dadas por las ecuaciones 4.25 y 4.26 que siguen:

$$\sigma_{eff} = \sigma_a \coth(ka) + \sigma_b \coth(kb) + \sigma_S k \quad (5.8)$$

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_a k \coth(ka) + \varepsilon_b k \coth(kb) \quad (5.9)$$

Estas ecuaciones se han demostrado en el capítulo 4 y se han incluido aquí para mayor claridad. En la tabla 4.1 se indica el significado de cada una de las variables que intervienen en las anteriores ecuaciones y en la tabla 4.2 los valores numéricos utilizados para los cálculos.

Tabla 5.1: Parámetros del circuito

Símbolo	Significado	Unidad
C_1	Capacidad 1	(F/m ²)
C_2	Capacidad 2	(F/m ²)
G'_2	Conductancia 2	(S/m ²)
G'_r	Conductancia variable	(S/m ²)

El estudio ha sido realizado para un valor del deslizamiento $S = 1$, es decir, con la parte móvil del micromotor en reposo. Esto implica que, en el modelo circuital que se propone, la conductancia dada por $G'_2 \approx \frac{(1-S)}{S}$ quedará a circuito abierto. Una vez calculada esa tensión en función de esas variables, se hace un barrido en frecuencia y la función objetivo del algoritmo genético consistirá en minimizar la expresión dada por la ecuación 5.2.

Esta es la ecuación que permitirá obtener los valores de los parámetros C_1 , C_2 , y G'_2 del circuito eléctrico que modela al micromotor de inducción electrostático como se indica en la tabla 5.1.

5.10 Parámetros del algoritmo genético

Se ha aplicado la técnica de los algoritmos genéticos al modelo físico descrito en la figura 5.2. Para la ejecución del algoritmo genético se ha utilizado el toolbox de Scilab llamado Genetic Algorithms. Su autor es Yann Collette, y está disponible en la página web del French National Institute for Research in Computer Science and Automatic Control (INRIA) en la categoría de herramientas de optimización. Antes de comenzar a usarlo se comprobó que verificaba las funciones clásicas de test usadas para este tipo de software. Con él se efectuaron todas las simulaciones que fueron precisas para los distintos valores de la conductividad superficial σ_S . Para comenzar a ejecutar las simulaciones, es necesario definir el rango de valores donde acotar el espacio de búsqueda para los distintos parámetros del circuito, y esto hay que realizarlo para cada valor de la conductividad. Una vez obtenidos y analizados los primeros resultados para una conductividad de $1/(1800 \cdot 10^6)$ ($1/\Omega$) se comprobó que la elección de dichos parámetros fué correcta. Para las sucesivas simulaciones a realizar se aplicó el criterio de suponer que las capacidades no iban a variar, no así los valores de las conductancias, cuyos rangos se fueron ajustando para cada valor de la conductividad. Esta suposición fué confirmada para las distintas simulaciones que se realizaron. La evolución hacia la convergencia del algoritmo genético utilizado para una conductividad superficial $\sigma_S = 1/(1800 \cdot 10^6)$ ($1/\Omega$) se muestra en la figura 5.3. En la figura 5.3 se representa el error absoluto que existe entre los valores máximos y mínimos de la función objetivo para cada una de las generaciones de posibles soluciones. En el eje de abscisas se representa el número de generaciones, y en el de ordenadas, en escala logarítmica, se representan los valores de la función objetivo. Se debe observar que para las primeras generaciones este error es apreciable, del orden de 100 unidades. Esto significa que las soluciones encontradas no son las mejores, no obstante, a medida que el número de generaciones aumenta, el algoritmo genético refina sus soluciones y encuentra a mejores individuos que hace que esta diferencia disminuya y ambos valores puedan llegar a converger. Se puede ver que a partir de la generación 40 el error entre ambos valores es aceptable.

Con la finalidad de permitir la reproducción de la experiencia realizada, se adjuntan en la tabla 5.2 los valores de los parámetros que se han utilizado para la ejecución del algoritmo [Santana-Martín et al., 2009b; Santana et al., 2009]. Éstos fueron elegidos al

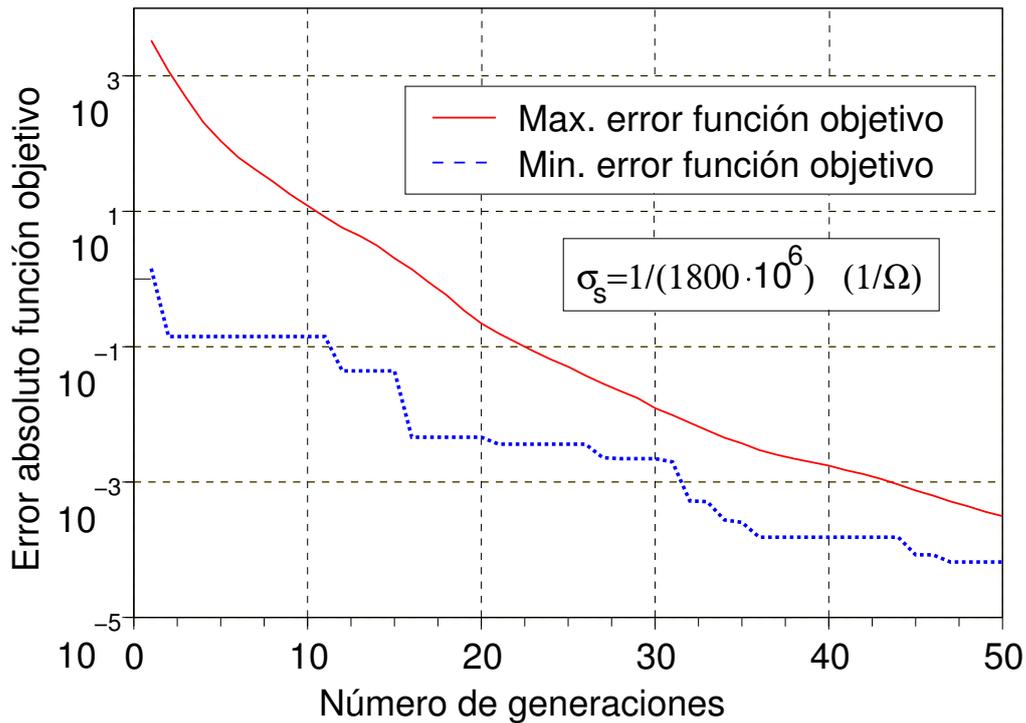


Figura 5.3: Error absoluto de la función objetivo.

comienzo de forma arbitraria de acuerdo a criterios teóricos y posteriormente se fueron ajustando a medida que se iban realizando las simulaciones. Los valores indicados en dicha tabla son válidos para todas las simulaciones que se realizaron para las distintas conductividades superficiales del material.

Es de interés indicar que el tiempo de ejecución del algoritmo en ningún caso fué superior a 2 minutos en cualquiera de las simulaciones realizadas. Se utilizó un ordenador portátil Toshiba, con un procesador Intel(R) Core(TM)2 Duo CPU P8600 @ 2.40GHz con doble núcleo. La memoria disponible era de 3,7 GB para la RAM y de 8,1 GB para la de intercambio. El sistema operativo usado fué Linux 2.6.27.29-0.1-pae i686, distribución OpenSUSE versión 11.1 (i586) y el entorno gráfico elegido el KDE 3.5.10 version 21.9.

Nelson, J. (2009b). Lumped Parametric Model for an Electrostatic Induction Micromotor Using GA's Methods. In *ISEF 2009 International symposium on Electromagnetic Field in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering*, pages 209 –210.

[Santana et al., 2009] Santana, F., Monzon, J., Garcia-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009). Lumped Parametric Model for an Electrostatic Induction Micromotor Using GA. In *Industrial Electronics, 2009. IECON '09. 35th Annual Conference of IEEE*, pages 4029 –4033.

Tabla 5.2: Parámetros utilizados para la ejecución del algoritmo genético

Nombre	Valor
Tamaño de la población	400
Probabilidad de cruzamiento	0.7
Probabilidad de mutación	0.05
Número de generaciones	50
Número de emparejamientos	150

5.11 Resultados obtenidos

En las columnas 2, 3 y 4 de la tabla 5.3 se muestran los resultados obtenidos para los valores de los parámetros concentrados C_1 , C_2 , y G'_2 del modelo físico propuesto en función de las diferentes conductividades del material como se indican en la columna 1 de la misma tabla. En dicha tabla se puede observar que al aumentar la conductividad del material de la placa metálica con la que se ha fabricado la parte móvil del micromotor, los valores de las capacidades C_1 y C_2 permanecen aproximadamente constantes. Sin embargo, se debe resaltar el aumento que se produce en los valores de la conductancia G'_2 . La constancia de valores en las capacidades era esperada ya que no se modificó ningún parámetro dimensional ni la permitividad eléctrica de los dieléctricos. También se esperaba que afectara a la conductancia como se ha podido confirmar.

Tabla 5.3: Valores de los parámetros concentrados calculados mediante algoritmos genéticos

σ_S ($1/\Omega$)	C_1 (F/m^2)	C_2 (F/m^2)	G'_2 (Ω^{-1}/m^2)
$1/(1800 \cdot 10^6)$	$238.718574 \cdot 10^{-9}$	$483.966268 \cdot 10^{-9}$	$9.450601574 \cdot 10^{-1}$
$1/(600 \cdot 10^6)$	$238.580749 \cdot 10^{-9}$	$483.283814 \cdot 10^{-9}$	$28.32159067 \cdot 10^{-1}$
$1/(200 \cdot 10^6)$	$238.587240 \cdot 10^{-9}$	$483.306312 \cdot 10^{-9}$	$84.96622695 \cdot 10^{-1}$
$1/(144 \cdot 10^6)$	$238.585078 \cdot 10^{-9}$	$483.294363 \cdot 10^{-9}$	$118.0077947 \cdot 10^{-1}$

Se han analizado los valores encontrados para C_1 , C_2 , y G'_2 que se muestran en la tabla 5.3 para comprobar si existe alguna relación entre la conductividad superficial y la

conductancia. Para ello se han representado, en el eje de abscisas, los valores de las conductividades que vienen dados en la columna 1 y, en el eje de ordenadas, los valores de las conductancias que vienen dados en la columna 4 de la misma tabla 5.3. Se obtiene así

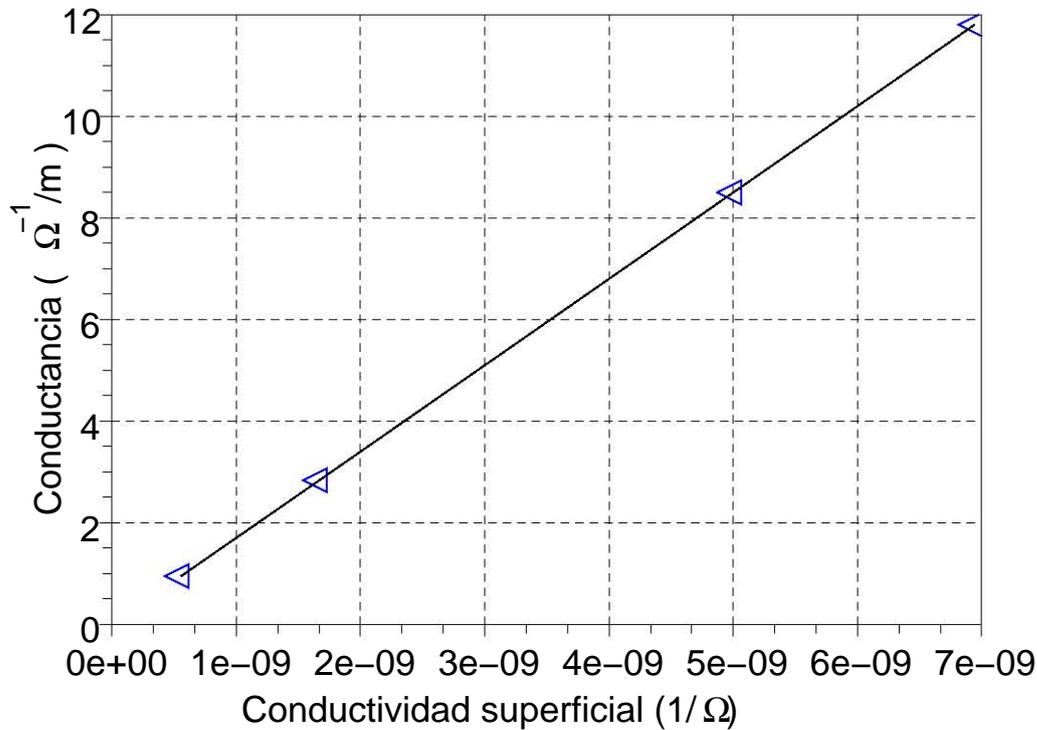


Figura 5.4: Relación de linealidad observada entre la conductividad superficial y la conductancia.

la figura 5.4 donde se puede observar que los puntos marcados en la misma se encuentran alineados. Esto implica una notable conclusión y es la existencia de una relación lineal entre la conductividad superficial de la placa metálica resistiva con la que se ha fabricado la parte móvil del micromotor de inducción electrostático y la conductancia del modelo circuital de parámetros concentrados equivalente. Es importante tratar de encontrar un significado físico a esta relación. La expresión de la conductancia viene dada por la relación siguiente:

$$G = \frac{1}{L} \sigma_s$$

La conductancia de un conductor de la misma longitud viene dada por la expresión:

$$G_c = \frac{1}{L} \frac{s}{\rho} = \frac{1}{L} \frac{1}{\rho/s}$$

se deduce entonces que la conductividad superficial de la placa metálica es equivalente a la que presenta un conductor de resistividad ρ y cuya sección sea igual a $\rho \sigma_S$.

5.12 Validación del modelo circuital de parámetros concentrados

Una vez desarrollado el modelo circuital de parámetros concentrados y calculados los valores de dichos parámetros para una determinada configuración de un micromotor, es fundamental proceder a la validación de dicho modelo. Para ello se van a utilizar dos procedimientos. El primero es calcular la tensión en la interfaz, y el segundo es calcular la densidad de esfuerzos en la misma zona. Los mismos procedimientos se resuelven utilizando las ecuaciones analíticas. Finalmente se compararan los resultados obtenidos y como consecuencia se procede a validar el modelo.

5.12.1 Validación por valor de la tensión en la interfaz

En la figura 5.5, se ha representado el valor del potencial en la interfaz en función del deslizamiento S para un valor de la conductividad superficial de la placa metálica de $\sigma_S = 1/(1800 \cdot 10^6) (1/\Omega)$. Los valores del potencial en la interfaz se han obtenido utilizando el modelo circuital equivalente de parámetros concentrados y se han representado por una línea de trazos continuos como se muestra en la figura 5.5. También se calcularon los valores del potencial en la interfaz aplicando la ecuación analítica deducida de las ecuaciones de campo de Maxwell para el modelo físico. Estos resultados también se han representado en la figura 5.5 y se indican mediante la línea de estilo de marcas triangulares. Los resultados obtenidos son coincidentes, como se puede observar en estas curvas.

5.12.2 Validación por densidades de esfuerzos en la interfaz

La ecuación analítica que proporciona la densidad de esfuerzos en un micromotor de inducción electrostático plano, ha sido deducida en el capítulo 4 aplicando los principios de la física que regulan su funcionamiento y en particular las leyes de Maxwell. Viene dada por las ecuaciones 4.41 y 4.42, obsérvese que la densidad de esfuerzos es función de la tensión aplicada. Esta expresión fué utilizada en un modelo elemental de micromotor de inducción

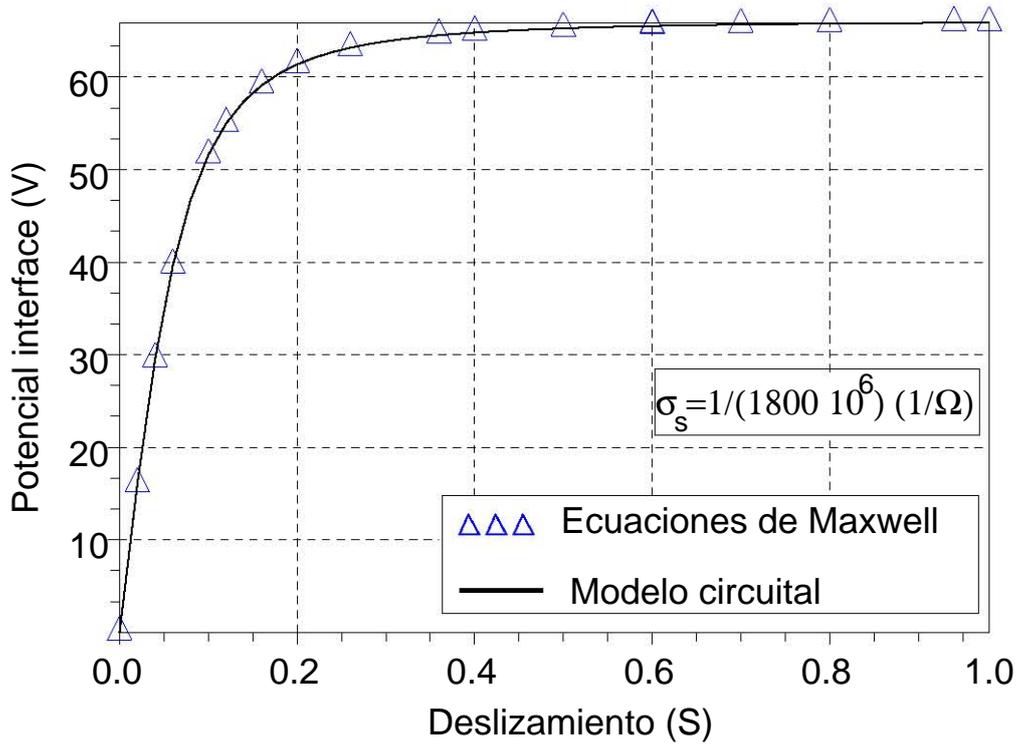


Figura 5.5: Validación del modelo. Potencial en la interfaz calculado con el modelo circuital y mediante las ecuaciones de campo.

electrostático de geometría plana ya estudiado y que se ha representado en la figura 5.2. Las propiedades físicas, el significado de las variables y las dimensiones del micromotor son conocidas y se muestran en las tablas 4.1 y 4.2, respectivamente. La tensión en la interfaz se calcula aplicando la ecuación 5.6 en el modelo circuital de parámetros concentrados. Los valores de los parámetros de dicho circuito que se muestran en la tabla 5.3 se obtuvieron aplicando el método de los algoritmos genéticos, para un valor de la conductividad de $1/(1800 \cdot 10^6) (1/\Omega)$. Con esta tensión se realiza el cálculo de la densidad de esfuerzos. Los datos obtenidos se representan en la figura 5.6 donde pueden ser visualizados como una línea de estilo de marcas triangulares. Con el modelo físico, se realizó el mismo estudio aplicando el cálculo numérico, (FEM). Los datos obtenidos se representaron en la figura 5.6, donde se pueden observar como una línea de trazo continuo. Es interesante ver la superposición de los valores correspondientes a las densidades de esfuerzos obtenidas por ambos métodos. Se demuestra así que al ajustar la tensión en la interfaz también se ajusta la densidad de esfuerzos. El error existente entre los valores de ambas curvas es del orden

de 15.16 ppm. Esto confirma una vez más la validez del modelo circuital de parámetros concentrados propuesto en esta tesis.

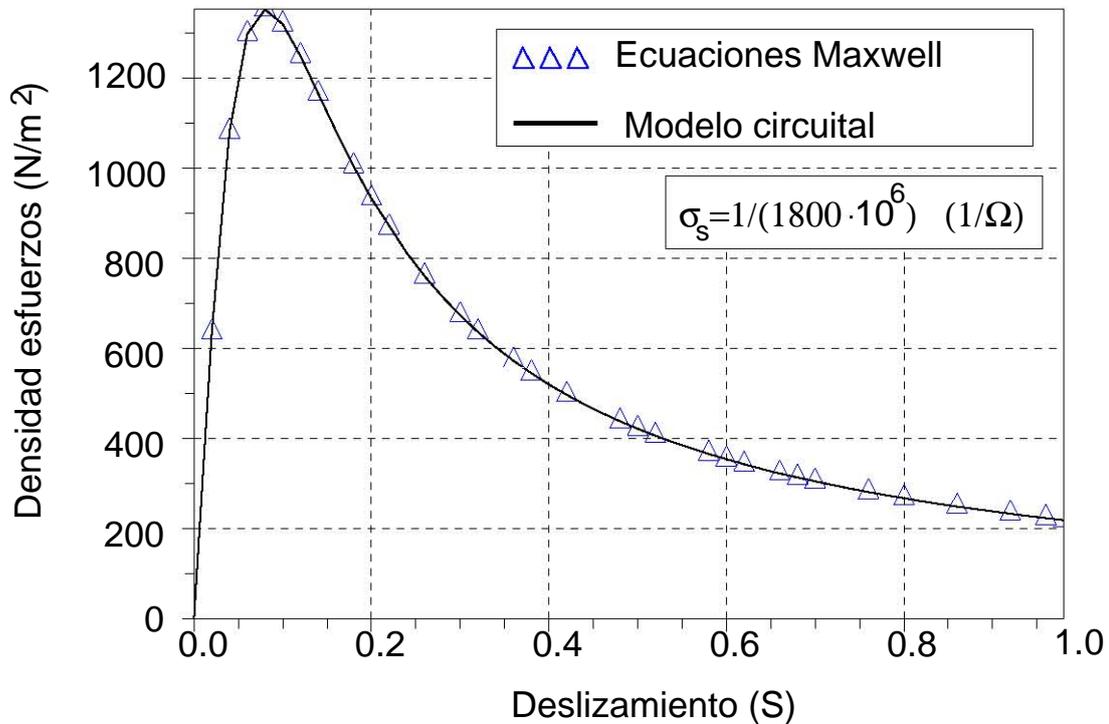


Figura 5.6: Validación del modelo. Densidad de esfuerzos calculado con el modelo circuital y mediante las ecuaciones de campo.

5.13 Estudio del régimen transitorio

El análisis durante el período transitorio de las máquinas de inducción electromagnéticas ha sido motivo de numerosos estudios [Balamurugan et al., 2004]. Es interesante estudiar el régimen transitorio del micromotor de inducción electrostático siguiendo un cierto paralelismo. El modelo circuital de parámetros concentrados propuesto en esta tesis ha sido analizado en régimen estacionario. En esta sección se quiere comprobar si los resultados que se obtienen con dicho modelo en estado transitorio tienden a los obtenidos en estado

[Balamurugan et al., 2004] Balamurugan, S., Arumugam, R., Paramasivam, S., and Malaiappan, M. (2004). Transient Analysis of Induction Motor Using Finite Element Analysis. In *Industrial Electronics Society, 2004. IECON 2004. 30th Annual Conference of IEEE*, volume 2, pages 1526 – 1529.

estacionario —una vez transcurrido el período transitorio. El estudio del régimen transitorio es una importante fuente de información para verificar esta propuesta [Santana-Martín et al., 2009b].

5.13.1 Introducción al análisis del transitorio

El análisis del régimen transitorio de un sistema, requiere la resolución de una ecuación o de un sistema de ecuaciones diferenciales. Para ello existen diversos métodos y en esta tesis se va a utilizar la integración numérica [Kashima and Yamamoto, 2007] y [Skvortsov, 2010]. Los métodos de integración numérica proporcionan soluciones aproximadas y de buena calidad. Para que su uso sea aconsejable deben ser estables, convergentes y fáciles de implementar en un ordenador. Los métodos de Runge–Kutta reúnen estas características y gozan de gran aceptación. Son una importante familia de métodos iterativos desarrollados en 1900 por Runge y Kutta y han sido aplicados sistemáticamente en simulaciones de transitorios en problemas electromagnéticos [Noda et al., 2009].

En esta tesis se ha optado por un método de paso adaptativo por ser más exacto y eficiente que los de paso fijo [Wang et al., 2001]. Se ha elegido el Runge–Kutta–Fehlberg conocido como RKF45 [Nicolet and Delince, 1996]. Su técnica consiste en el uso de dos

[Santana-Martín et al., 2009b] Santana-Martín, F., Monzón-Verona, J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009b). Lumped Parametric Model for an Electrostatic Induction Micromotor Using GA's Methods. In *ISEF 2009 International symposium on Electromagnetic Field in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering*, pages 209–210.

[Kashima and Yamamoto, 2007] Kashima, K. and Yamamoto, Y. (2007). System Theory for Numerical Analysis. *Automatica*, 43(7):1156–1164.

[Skvortsov, 2010] Skvortsov, L. (2010). Diagonally Implicit Runge–Kutta Methods for Differential Algebraic Equations of Indices Two and Three. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 50:993–1005.

[Noda et al., 2009] Noda, T., Takenaka, K., and Inoue, T. (2009). Numerical Integration by the 2-Stage Diagonally Implicit Runge–Kutta Method for Electromagnetic Transient Simulations. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 24(1):390–399.

[Wang et al., 2001] Wang, H., Taylor, S., Simkin, J., Biddlecombe, C., and Trowbridge, B. (2001). An Adaptive-step Time Integration Method Applied to Transient Magnetic Field Problems. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 37(5):3478–3481.

[Nicolet and Delince, 1996] Nicolet, A. and Delince, F. (1996). Implicit Runge–Kutta Methods for Transient Magnetic Field Computation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 32(3):1405–1408.

métodos de Runge–Kutta de distinto orden, uno de orden 4 (RK4), y otro de orden 5 (RK5), con los mismos tamaños de paso. En cada paso de integración, se comparan sus resultados, y si la diferencia entre ellos es mayor o menor que una tolerancia prefijada, el tamaño del paso se vuelve a redimensionar. Este método tiene la ventaja de consumir menos tiempo de computación para obtener el error estimado ya que no es necesario repetir simulaciones con distintos tamaños de pasos para, posteriormente, comparar sus resultados y calcular los errores cometidos.

5.13.2 Estudio del régimen transitorio utilizando el circuito equivalente

Se ha realizado el análisis del régimen transitorio en el circuito eléctrico equivalente de la figura 5.2. Los valores de los componentes C_1 , C_2 , y G'_2 de dicho circuito son los que se indican en la tabla 5.3 y que han sido calculados previamente usando la técnica de los algoritmos genéticos para un valor de la conductividad de $1/(1800 \cdot 10^6)$ ($1/\Omega$).

El cálculo del régimen transitorio ha sido realizado aplicando el método de la variable de estado. Este método es el más utilizado en software de simulación de transitorios en fenómenos eléctricos [Wang et al., 2010; Yu and Fei, 2010]. En este circuito se han tomado como variables de estado las tensiones en los condensadores C_1 y C_2 de la figura 5.2. Operando en el mismo y aplicando las ecuaciones circuitales, se obtiene una ecuación diferencial del tipo con condiciones iniciales. La siguiente ecuación permite obtener el potencial a la salida del citado circuito eléctrico en función del tiempo:

$$\frac{dV_{C_2}(t)}{dt} = -\frac{G_2}{C_1 + C_2} V_{C_2}(t) + \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{dV(t)}{dt} \quad (5.10)$$

El tratamiento del problema, conduce a una ecuación diferencial de primer orden (ODE). Para su resolución se ha aplicado el cálculo numérico con el fin de obtener una solución aproximada con un alto grado de precisión. Como se conoce la derivada de la incógnita y

[Wang et al., 2010] Wang, L., Jatskevich, J., Dinavahi, V., Dommel, H., Martinez, J., Strunz, K., Rioual, M., Chang, G., and Iravani, R. (2010). Methods of Interfacing Rotating Machine Models in Transient Simulation Programs. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 25(2):891–903.

[Yu and Fei, 2010] Yu, H. and Fei, W. (2010). A New Modified Nodal Analysis for Nano-scale Memristor Circuit Simulation. In *Circuits and Systems (ISCAS), Proceedings of 2010 IEEE International Symposium on*, pages 3148–3151.

el valor de la misma en un cierto instante de tiempo, se identifica a éste como un clásico Problema de Valor Inicial (IVP).

Esta ecuación se ha resuelto aplicando el algoritmo de paso adaptativo de Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45) [Nicolet and Delince, 1996]. Se ha utilizado un método de paso adaptativo por ser estable, más rápido, más exacto y eficiente que los de paso fijo [Wang et al., 2001]. El resultado obtenido ha sido representado gráficamente como se indica en la figura 5.7, donde se muestra el transitorio de la tensión de salida en el modelo circuital equivalente y la tendencia de esa tensión hacia su valor en régimen permanente $V_2(t)$. En la

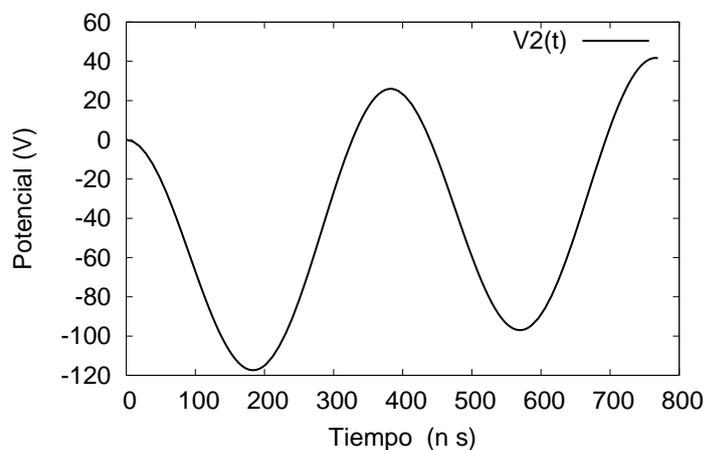


Figura 5.7: Transitorio del potencial de salida del modelo de parámetros concentrados.

figura 5.8 se ha representado gráficamente la variación temporal del paso de integración en el algoritmo de paso adaptativo RKF45 que se ha usado para la resolución de esta ecuación. Este gráfico, ayuda a comprobar la adecuación del paso de integración que se ha usado para la cota de error establecida en las sucesivas simulaciones realizadas.

[Nicolet and Delince, 1996] Nicolet, A. and Delince, F. (1996). Implicit Runge–Kutta Methods for Transient Magnetic Field Computation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 32(3):1405 –1408.

[Wang et al., 2001] Wang, H., Taylor, S., Simkin, J., Biddlecombe, C., and Trowbridge, B. (2001). An Adaptive-step Time Integration Method Applied to Transient Magnetic Field Problems. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 37(5):3478 –3481.

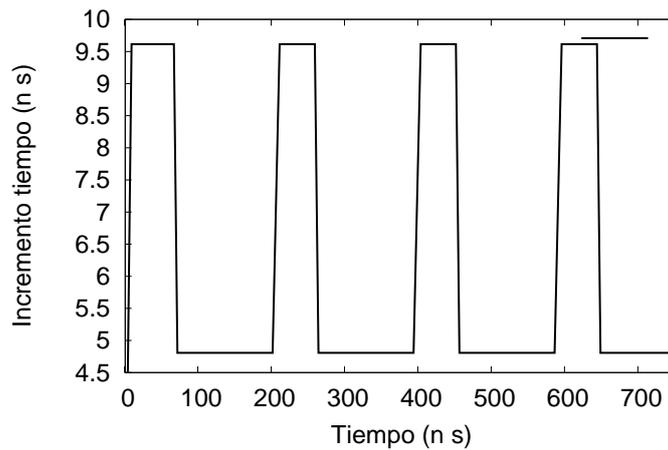


Figura 5.8: Variación temporal del paso de integración del algoritmo de Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45).

5.13.3 Estudio del régimen transitorio utilizando el método de los elementos finitos

En este apartado se procederá al estudio del régimen transitorio en el modelo físico de la figura 5.2 aplicando el cálculo numérico. En este caso se ha elegido la utilización del método de los elementos finitos. Se parte de la ecuación de definición que viene dada por la siguiente expresión:

$$\nabla \cdot \sigma \nabla \Phi + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \varepsilon \nabla \Phi = 0 \quad (5.11)$$

Esta ecuación una vez discretizada conduce a un sistema algebraico de ecuaciones diferenciales (DAE), que no puede ser tratada como si fuese una ecuación diferencial ordinaria. Este sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas también puede ser escrito como se indica mediante la siguiente ecuación:

$$M \frac{\partial \Phi}{\partial t} + N \Phi = f(t) \quad (5.12)$$

donde M y N son las matrices de coeficientes, ϕ es el potencial en la interfaz y $f(t)$ es la tensión de excitación sobre cada electrodo, que son las condiciones de contorno de Dirichlet usadas para resolver el sistema de ecuaciones como resultado de aplicar el FEM. Para calcular la solución numérica del sistema dado por la ecuación 5.12, es necesario

transformarla en la ecuación siguiente:

$$M \frac{\Phi_{n+1} - \Phi_n}{\Delta t} + N (\theta \Phi_{n+1} + (1 - \theta) \Phi_n) = \theta b_{n-1} + (1 - \theta) b_n \quad (5.13)$$

La ecuación 5.13, que es dependiente del tiempo, se ha discretizado en los dominios espacial y temporal. El dominio espacial se ha discretizado con elementos triangulares [Geuzaine and Remacle, 2009] y la discretización en el dominio del tiempo se ha realizado aplicando el método theta [Alotto et al., 2006]. En la expresión 5.13, los índices n y $n + 1$ se refieren a los valores de ϕ para los tiempos t y $t + \Delta t$, respectivamente. Dependiendo del valor del parámetro θ se obtiene una ecuación que puede ser resuelta con métodos clásicos. Si $\theta = 1$ es conocido como método implícito de Euler. Si $\theta = 0$ se trata del método explícito de Euler. Si fuese $\theta = 0.5$ el método se conoce como de Crank–Nicholson. En este caso, se ha usado para θ el valor 1 por ser incondicionalmente estable. Se ha supuesto que en el tiempo $t = 0$, las condiciones iniciales para el potencial eléctrico en todo el dominio es cero. La solución numérica del cálculo del potencial se ha realizado aplicando el FEM para lo que se ha utilizado el entorno de getdp [Dular et al., 1998]. Los resultados que se muestran en las figuras 5.9(a), 5.9(b), 5.9(c) y 5.9(d), son los transitorios correspondientes a los puntos del dominio denominados punto A y punto B. Estos puntos se corresponden con los puntos de la interfaz para los valores de $z = 0$ y $z = L/2$, respectivamente, como se observa en la figura 5.2. Las figuras 5.9(a), 5.9(b), 5.9(c) y 5.9(d), representan la distribución del potencial en la interfaz para los instantes de tiempo $t_0 = 0$ (s), $t_1 = 1.92 \cdot 10^{-7}$ (s), $t_2 = 4.81 \cdot 10^{-7}$ (s), y $t_3 = 3.85 \cdot 10^{-6}$ (s), respectivamente.

La figura 5.9(a) muestra el potencial en toda la interfaz, que es igual a cero puesto que esa es la condición inicial en todo el dominio. El tiempo total escogido para analizar el transitorio es el correspondiente a 14 ciclos de la tensión aplicada, cuyo valor máximo es de 200 (V). El paso de tiempo utilizado en el método theta es igual a $T/40$ (s), siendo T el

[Geuzaine and Remacle, 2009] Geuzaine, C. and Remacle, J.-F. (2009). Gmsh: a Three-dimensional Finite Element Mesh Generator with Built-in Pre- and Post-processing Facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11):1309–1331.

[Alotto et al., 2006] Alotto, P., Specogna, R., and Trevisan, F. (2006). A θ -method for Eddy Currents in Time-domain with a Discrete Geometric Approach. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 42(4):779 –782.

[Dular et al., 1998] Dular, P., Geuzaine, C., Henrotte, F., and Legros, W. (1998). A General Environment for the Treatment of Discrete Problems and its Application to the Finite Element Method. *IEEE Transactions on Magnetics*, 34(5):3395–3398.

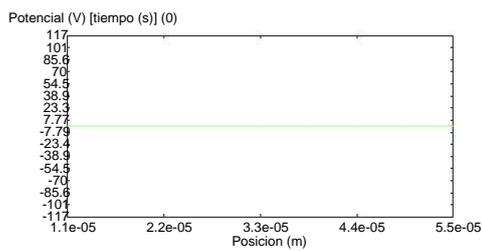
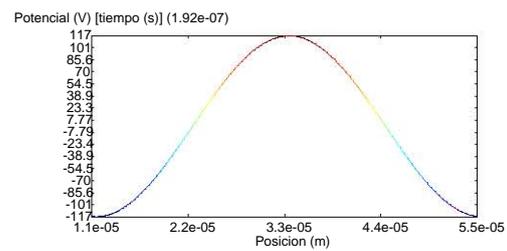
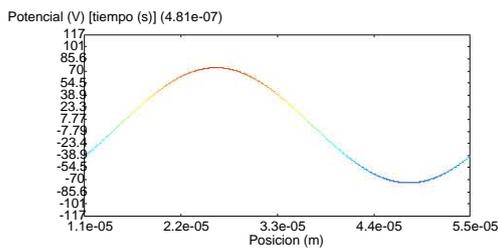
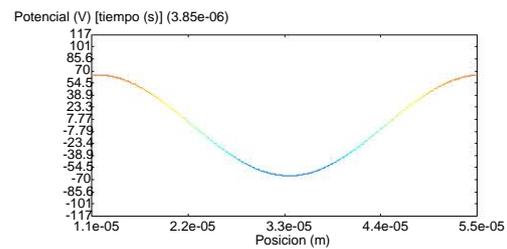
(a) Para $t = 0(s)$.(b) Para $t = 1.92 \cdot 10^{-7}(s)$.(c) Para $t = 4.81 \cdot 10^{-7}(s)$.(d) Para $t = 3.85 \cdot 10^{-6}(s)$.

Figura 5.9: Distribución de potencial en la interfaz para distintos instantes de tiempo.

periodo de la señal de excitación. Cuando se alcanza el régimen permanente, —que ocurre sobre los 14 ciclos de señal— el valor de la tensión es de $65.9 (V)$. Este valor coincide con el valor obtenido en régimen estacionario. Se puede tomar este dato para validar los resultados del transitorio. Se observa cómo para igual instante de tiempo, los valores del potencial, en los puntos A y B, que se muestran en la figura 5.2, son iguales y de signo contrario. De la figura 5.9(b) correspondiente al instante de tiempo t_1 se destacan dos aspectos:

1. Los potenciales en los puntos A y B de la interfaz, situados en el eje de abscisas y a unas distancias de $z = 0$ y $z = L/2$ del origen, respectivamente, tienen el mismo valor pero sus signos son opuestos.
2. El valor máximo del potencial es de $117 (V)$ que es superior a los $65.9 (V)$ que tiene en régimen permanente. A medida que el transitorio va progresando en el tiempo el valor máximo se va acercando al que tendrá en el régimen permanente.

En la figura 5.10 se observa que en los primeros ciclos de la señal de la onda viajera se

presenta cierta deformación, y esto sucede hasta que se alcanza el régimen permanente. Los valores obtenidos para los parámetros concentrados del modelo propuesto se muestran en la tabla 5.3; estos son los valores por fase y por unidad de ancho.

5.14 Comparación de resultados

En la figura 5.10, se pueden ver los valores de la tensión de salida en estado transitorio en ambos modelos. La línea de puntos representa la solución FEM en el modelo físico y la línea continua representa la solución del modelo circuital obtenida a través del algoritmo de Runge–Kutta–Fehlberg (RKF45). Se observa que ambos resultados son coincidentes, esto significa que el error [Santana-Martín et al., 2009a] que existe entre ambos es despreciable, $1.5 \cdot 10^{-6}$, e implica que el error cuadrático medio también lo será. Por todo lo anterior se concluye el modelo propuesto en esta tesis es válido.

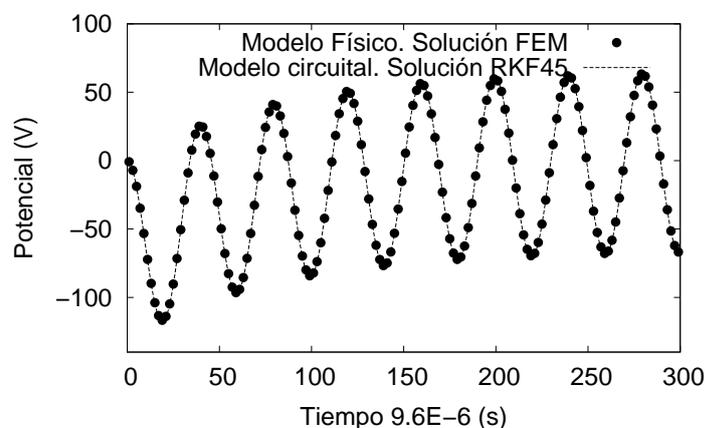


Figura 5.10: Transitorio del potencial de salida en el modelo físico y en el modelo de parámetros concentrados.

[Santana-Martín et al., 2009a] Santana-Martín, F., Monzón-Verona, J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009a). Cell Method Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor. In *ISEF 2009 International Symposium on Electromagnetic Field in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering*, pages 79–80.

5.15 Conclusiones

En este trabajo se ha propuesto un modelo de circuito eléctrico equivalente de parámetros concentrados por fase obtenido en estado estacionario para un micromotor lineal de inducción electrostático. Se ha identificado la naturaleza física de cada uno de los componentes que conforman este circuito. Este modelo circuital permite establecer una relación entre los dominios eléctricos y mecánicos. Se han formulado las ecuaciones circuitales que permiten el cálculo de la tensión en la interfaz y la densidad de esfuerzos del micromotor mediante el análisis de dicho circuito. Los parámetros del modelo propuesto se han calculado utilizando la técnica de los algoritmos genéticos. Se ha tomado como función de ajuste el error cuadrático de la tensión en la interfaz calculada en función de los parámetros del modelo circuital y la misma tensión calculada mediante la expresión analítica en el modelo físico. De esta forma se han obtenido los valores de los componentes del circuito equivalente de parámetros concentrados a partir de las características geométricas y de las propiedades físicas de los materiales del micromotor. El modelo ha sido validado comparando los valores obtenidos para el potencial y la densidad de esfuerzos en la interfaz por dos métodos diferentes. Para ello se han usado las ecuaciones analíticas deducidas de las ecuaciones de campo de Maxwell, en el modelo físico, y las ecuaciones propias de la teoría de circuitos en el circuito eléctrico de parámetros concentrados del modelo propuesto. También se ha comprobado que los valores de los parámetros concentrados del circuito equivalente — que fueron obtenidos para el estado estacionario— satisfacen los requerimientos del estado transitorio. Por todo lo anterior se demuestra que el modelo es válido.

Estudio de los armónicos espaciales

Índice

6.1	Introducción	128
6.2	Alimentación polifásica del micromotor	129
6.3	Modelo tridimensional del micromotor	131
6.4	Modelo en 2D	131
6.5	Modelo circuital	132
6.6	Análisis de armónicos espaciales	133
6.7	Zonas de análisis de armónicos	135
6.8	Armónicos en los electrodos (Zona A)	135
6.9	Armónicos en el aire (Zona B)	137
6.10	Armónicos en la interfaz (Zona C)	138
6.11	Conclusiones del análisis	140
6.12	Tensión y densidad de esfuerzos en la interfaz	140
6.12.1	Modelo físico	141
6.12.2	Modelo circuital	142
6.13	Tensiones y densidades de esfuerzos en la interfaz	143
6.13.1	Efecto del armónico de primer orden	144
6.13.2	Efecto del armónico de quinto orden	146
6.13.3	Efecto del armónico de séptimo orden	146
6.14	Conclusiones	149

Resumen: En este capítulo se propone la utilización del modelo circuital propuesto en el capítulo 5 de esta tesis para efectuar el cálculo de la densidad de esfuerzos en un micromotor teniendo en cuenta el efecto de los armónicos espaciales. La aplicación del método circuital de parámetros concentrados implica resolver tantos circuitos equivalentes como armónicos vayan a ser tenidos en cuenta. Los parámetros concentrados para cada circuito se obtienen usando los métodos analizados en el capítulo 5 de esta tesis. Se representan gráficamente los resultados obtenidos para las tensiones y las densidades de esfuerzos en la interfaz. Utilizando estos gráficos se estudia la atenuación de los armónicos espaciales debido al efecto capacitivo del micromotor. También se estudia cómo la densidad de esfuerzos en la interfaz debida a cada armónico disminuye cuando el orden del armónico aumenta. El análisis de los resultados obtenidos conduce a la validación del modelo propuesto.

6.1 Introducción

En este capítulo, se propone la utilización del modelo circuital de parámetros concentrados que se ha desarrollado en esta tesis [Santana et al., 2009] para realizar el cálculo de la densidad de esfuerzos del micromotor lineal de inducción electrostático teniendo en cuenta el efecto de los armónicos espaciales [Santana-Martín et al., 2010]. Se dispondrá así de una herramienta eficaz con la que se puede estimar en la fase de diseño la potencia mecánica y el rendimiento de un micromotor de forma sencilla y con un ahorro considerable de recursos y tiempo de computación [Henrotte et al., 2008; Lange et al., 2009]. Este planteamiento

[Santana et al., 2009] Santana, F., Monzon, J., Garcia-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009). Lumped Parametric Model for an Electrostatic Induction Micromotor Using GA. In *Industrial Electronics, 2009. IECON '09. 35th Annual Conference of IEEE*, pages 4029 –4033.

[Santana-Martín et al., 2010] Santana-Martín, F. J., Monzón-Verona, J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2010). Analysis of Spatial Harmonics in a Polyphase Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1 –6.

[Henrotte et al., 2008] Henrotte, F., Lange, E., and Hameyer, K. (2008). An Efficient Field-circuit Coupling Method by a Dynamic Lumped Parameter Reduction of the FE Model. In *Power Electronics and Motion Control Conference, 2008. EPE-PEMC 2008. 13th*, pages 2393 –2399.

[Lange et al., 2009] Lange, E., Henrotte, F., and Hameyer, K. (2009). An Efficient Field-Circuit Coupling Based on a Temporary Linearization of FE Electrical Machine Models. *Magnetics, IEEE Transactions*

implica la realización de un estudio detallado para demostrar su validez, que será el objetivo de este capítulo. Para calcular los valores de las densidades de esfuerzos se han utilizado los dos modelos, el físico y el circuital con la finalidad de comparar sus resultados. Con el modelo físico se usaron las ecuaciones analíticas deducidas de las ecuaciones de campo de Maxwell y con el modelo circuital se usaron las ecuaciones clásicas de la teoría de circuitos que hacen posible el cálculo de los valores de las densidades de esfuerzos en función de dichos parámetros. Hay que indicar que se necesitan tantos circuitos equivalentes como número de armónicos se quieran tomar para el análisis, y que el cálculo de los parámetros concentrados de cada circuito será realizado aplicando el método desarrollado en el capítulo 5. Con la finalidad de materializar este trabajo, este capítulo se estructura de la siguiente forma. En la sección 6.1, ésta, se hace una introducción descriptiva del capítulo. En la sección 6.2 se hace referencia a la alimentación polifásica del micromotor y en la sección 6.3 se muestra un modelo tridimensional del mismo. En la sección 6.4 se presenta el modelo en 2D. En la sección 6.5 se trata del modelo circuital de parámetros concentrados propuesto en esta tesis. En la sección 6.6 se analizan los armónicos espaciales y en las secciones 6.7, 6.8, 6.9 y 6.10 se muestran las zonas más importantes para el análisis de los mismos, —los electrodos, el aire y en la interfaz. En la sección 6.11 se discuten las conclusiones que se extraen del análisis realizado. En la sección 6.12 se trata el cálculo de la tensión y la densidad de esfuerzos en la interfaz, con el modelo físico y se calcula el potencial de los armónicos espaciales. También se usa el modelo circuital y se calculan los parámetros del modelo. En la sección 6.13 se calculan las tensiones y densidades de esfuerzos en la interfaz teniendo en cuenta los armónicos de primero, quinto y séptimo orden. En la sección 6.14 se indican las conclusiones del capítulo.

6.2 Alimentación polifásica del micromotor

Para realizar el cálculo de la tensión y la densidad de esfuerzos en la interfaz de un micromotor se había supuesto que la tensión de alimentación del micromotor era una onda senoidal pura [Martin et al., 2008] y esto implica dos hechos de relevancia:

on, 45(3):1258 –1261.

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.

1. El micromotor tendría que tener un número infinito de electrodos
2. Se necesitaría una alimentación con un número infinito de fases

Por motivos evidentes esto no es realizable. La solución por lo tanto, consiste en construir el micromotor con un número finito de electrodos. Esto significa que la tensión de alimentación real que se le aplica al micromotor es periódica, pero no senoidal como se observa en la figura 6.2(a). Estos argumentos son los que justifican la existencia de los armónicos espaciales, siendo su aparición inevitable por motivos constructivos. Este hecho es fundamental para el diseño de micromotores y para estudiar el efecto de estos armónicos se hace necesario realizar la descomposición en serie de dicha onda de tensión.

En las máquinas electromagnéticas siempre se ha preferido utilizar tensiones hexafásicas [Schreier et al., 2010a; Schreier et al., 2010b] por las grandes ventajas que éstas presentan sobre las trifásicas. Es un área donde existe una amplia literatura acerca de los diferentes modelos de circuitos equivalentes por fase [Boglietti et al., 2007] y sobre los efectos que los armónicos espaciales producen sobre el par [Yamazaki et al., 2011; Kocabas and Mergen, 2008]. En el micromotor de inducción electrostático, la alimentación hexafásica [Neugebauer et al., 2002] también es el tipo de tensión polifásica que más se utiliza. Sin embargo,

[Schreier et al., 2010a] Schreier, L., Bendl, J., and Chomat, M. (2010a). Influence of Space Harmonics on Properties of Six-phase Induction Machine - Part I. Analysis. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1 –6.

[Schreier et al., 2010b] Schreier, L., Bendl, J., Chomat, M., and Skalka, M. (2010b). Influence of Space Harmonics on Properties of Six-phase Induction Machine - Part II. Simulation and Experiments. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1 –6.

[Boglietti et al., 2007] Boglietti, A., Cavagnino, A., Ferraris, L., and Lazzari, M. (2007). Induction Motor Equivalent Circuit Including the Stray Load Losses in the Machine Power Balance. In *Industrial Electronics Society, 2007. IECON 2007. 33rd Annual Conference of the IEEE*, pages 1250 –1255.

[Yamazaki et al., 2011] Yamazaki, K., Suzuki, A., Ohto, M., Takakura, T., and Nakagawa, S. (2011). Equivalent Circuit Modeling of Induction Motors Considering Stray Load Loss and Harmonic Torques Using Finite Element Method. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 47(5):986 –989.

[Kocabas and Mergen, 2008] Kocabas, D. and Mergen, A. (2008). Comparison of the Torque & Slip Curves for a Standard Squirrel Cage Motor with Those of a Motor with a Novel Winding Arrangement. In *Industrial Electronics, 2008. ISIE 2008. IEEE International Symposium on*, pages 681 –685.

[Neugebauer et al., 2002] Neugebauer, T., Perreault, D., Lang, J., Livermore, C., and Umans, S. (2002). A Six-phase Multilevel Inverter for MEMS Electrostatic Induction Micromotors. In *Power Electronics Specialists Conference, 2002. pesc 02. 2002 IEEE 33rd Annual*, volume 2, pages 695 – 700.

en el área de los micromotores, el estudio de los circuitos equivalentes y los efectos que producen los armónicos espaciales sobre la densidad de esfuerzos constituye un novedoso campo de investigación, siendo éste otro de los objetivos de esta tesis [Santana-Martín et al., 2010].

6.3 Modelo tridimensional del micromotor

El modelo físico del micromotor utilizado para realizar este estudio, está constituido por dos partes principales. El estátor y la parte móvil, como se puede ver en la figura 6.1, donde se presenta una ilustración en 3D fuera de escala. En conjunto, está constituido por seis capas, tres constituyen el estátor y otras tres la parte móvil, y entre ambas existe una capa de aire que las separa. El estátor está situado en la parte superior y las capas que lo conforman de arriba a abajo son: aislante, sustrato y los electrodos metálicos. En la parte inferior está situado la parte móvil formado por las capas de material resistivo, aislante y una capa metálica.

En el modelo, cada una de las capas metálicas tienen una altura de $10\ (\mu\text{m})$, las capas de aislante tienen $10\ (\mu\text{m})$ de alto y la altura de cada electrodo es de $1\ (\mu\text{m})$. La longitud del modelo es la correspondiente a una longitud característica de la onda viajera, $45\ (\mu\text{m})$. Cada electrodo tiene una longitud de $5\ (\mu\text{m})$ y están uniformemente espaciados. La profundidad del modelo no ha sido introducida en los cálculos, ya que estos se han realizado por unidad de profundidad.

6.4 Modelo en 2D

En el modelo físico en 2D del micromotor se pueden observar los dos cuerpos. El estátor o parte fija y la parte móvil, existiendo entre ellas una capa de aire que las separa como se representa de forma esquemática en la figura 6.2(b). El estátor está situado en la parte superior y está constituido por una capa de aislante, un sustrato y los electrodos metálicos. En la parte inferior está situado la parte móvil formado por una lámina delgada de material resistivo, una capa aislante y otra capa metálica.

[Santana-Martín et al., 2010] Santana-Martín, F. J., Monzón-Verona, J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2010). Analysis of Spatial Harmonics in a Polyphase Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1 –6.

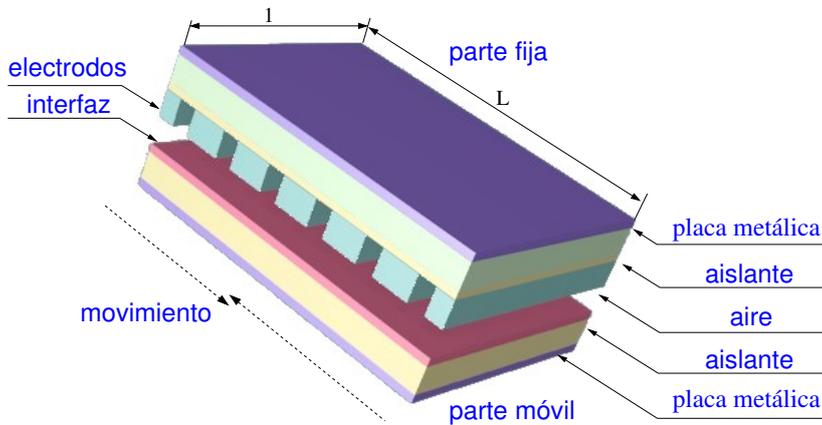


Figura 6.1: Modelo tridimensional del micromotor.

Las ecuaciones analíticas del modelo físico fueron obtenidas como consecuencia de la aplicación de las leyes de Maxwell con las condiciones de contorno particulares del micromotor. Las condiciones de contorno referidas al estátor o parte fija del micromotor consiste en la aplicación de una tensión de excitación, con una diferencia de fase temporal, a cada uno de sus seis electrodos conductores. Esta tensión viajera en el tiempo, induce una carga sobre la parte móvil y ambas, la parte fija y la móvil aparecerán acopladas electrostáticamente. De esta forma es como la onda viajera de tensión hace posible que se produzca un efecto de arrastre y proporcione una potencia de salida mecánica actuando como un convertidor electromecánico.

6.5 Modelo circuital

En figura 6.2 (c), está representado el micromotor objeto de estudio. Es importante tener en cuenta que la forma de onda de la tensión viajera de alimentación [Woodson and Melcher, 1985] no es senoidal pura, por lo que aparecen los armónicos espaciales. Como se puede observar en la misma figura 6.2 (a), están representados los seis electrodos metálicos situados sobre el estátor y el valor de la tensión aplicada sobre los mismos. Cada uno

[Woodson and Melcher, 1985] Woodson, H. H. and Melcher, J. R. (1985). *Fields, Forces and Motion*. In *Electromechanical Dynamics Part II*, Malabar, FL: Krieger Pub. Co.

de ellos tiene una longitud x , están separados por una distancia x_1 (expresadas en μm) y se encuentran uniformemente distribuidos sobre una distancia igual a una longitud de onda fundamental. Aunque ya fué tratado en el capítulo 5, para mayor claridad se vuelven a indicar los puntos de interés del modelo circuital de parámetros concentrados [Santana et al., 2009], según se indica en la figura 6.2(c). El punto de masa del circuito eléctrico numerado con el dígito 0, coincide con el terminal de masa de la tensión que se le aplica al micromotor. El punto del circuito eléctrico numerado con el dígito 1 es el terminal activo de la tensión de entrada que es aplicada al mismo, y que coincide con el terminal de una de las fases de la tensión que se aplica al estátor del micromotor. El punto del circuito eléctrico numerado con el dígito 2, es el terminal de salida de tensión del circuito y coincide con la tensión en la interfaz, que es la tensión en la superficie de la parte móvil del micromotor. En la tabla 4.1 se indica el significado de las variables. Y en la 4.2 los valores numéricos de los parámetros físicos y geométricos del micromotor considerado.

6.6 Análisis de armónicos espaciales

Para un funcionamiento correcto del micromotor lineal de inducción electrostático se necesita que el flujo eléctrico que incide sobre la parte móvil del mismo tenga una frecuencia espacial constante. Como esto no sucede debido a su geometría es por lo que deben tenerse en cuenta los armónicos espaciales de frecuencias múltiplos de la fundamental ya que éstos producen efectos no deseados.

Una importante especificación de diseño en un micromotor de inducción electrostático es la calidad de la densidad de esfuerzos que es capaz de entregar a la carga. En general, se deben minimizar todas las fuentes de ruido que puedan producir perturbaciones sobre la densidad de esfuerzos. En esta tesis ya se ha realizado el estudio de la densidad de esfuerzos de un micromotor de inducción electrostático, suponiendo que la onda viajera es senoidal pura [Martin et al., 2008]. Por la importancia de sus efectos, también se ha

[Santana et al., 2009] Santana, F., Monzon, J., Garcia-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009). Lumped Parametric Model for an Electrostatic Induction Micromotor Using GA. In *Industrial Electronics, 2009. IECON '09. 35th Annual Conference of IEEE*, pages 4029–4033.

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1–5.

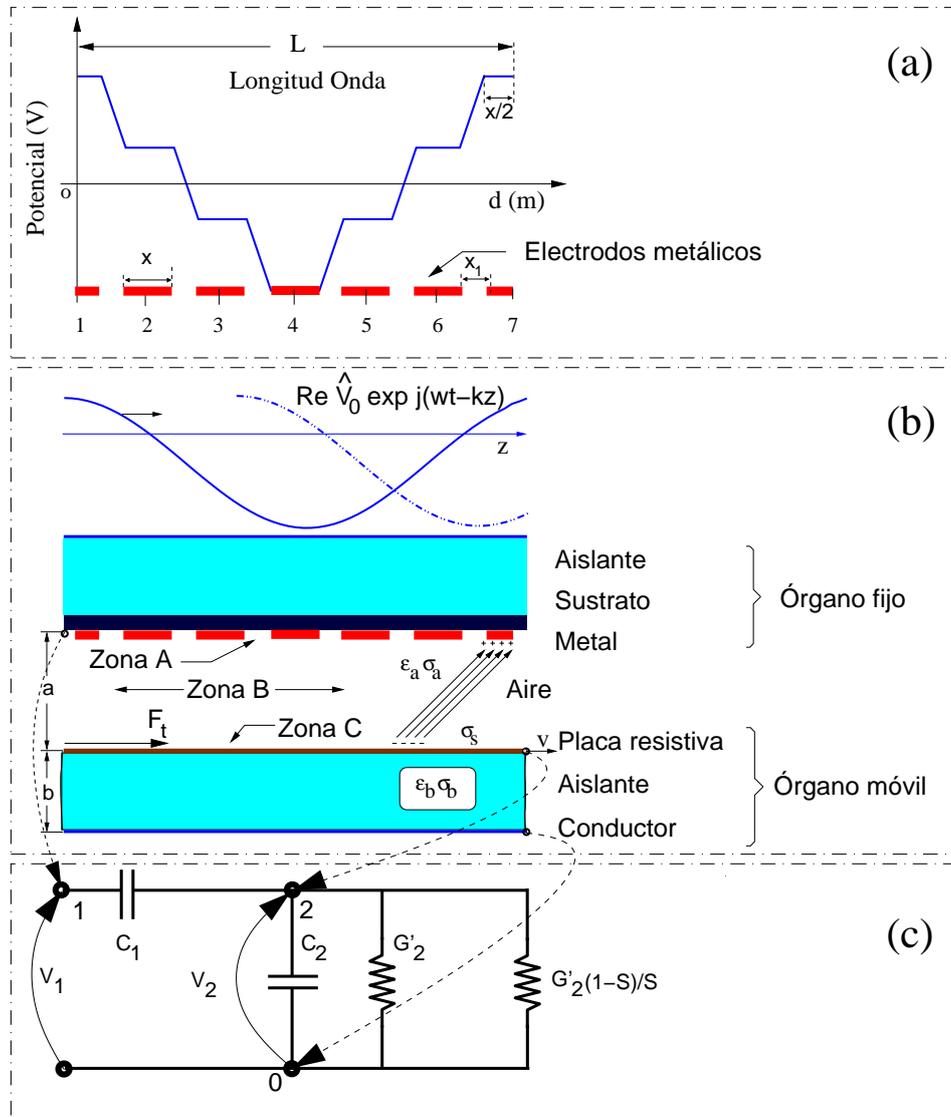


Figura 6.2: a) Electrodo y condiciones de contorno, b) modelo físico y c) modelo circuital de parámetros concentrados por fase propuesto para el micromotor de inducción electrostático.

creído de interés, el efectuar el cálculo de la densidad de esfuerzos teniendo en cuenta la influencia que sobre dicha magnitud presentan los diferentes armónicos espaciales [Santana-Martín et al., 2010] de la onda de tensión viajera, aplicada tal y como se ha analizado en la sección 6.2.

6.7 Zonas de análisis de armónicos

Se ha considerado de interés realizar un análisis de los armónicos espaciales en las tres zonas más representativas para el estudio del micromotor lineal de inducción electrostático. Dichas zonas están representadas en la figura 6.2 (b) y son, el estátor u órgano fijo del micromotor o zona A, donde están situados los electrodos; la zona B o región de aire que existe entre el estátor y la parte móvil del micromotor, y la zona C que es la interfaz o superficie de la parte móvil del micromotor [Martin et al., 2008; Santana-Martín et al., 2010].

6.8 Armónicos en los electrodos (Zona A)

La zona que se ha denominado como A en el modelo físico está representada en figura 6.2 (b) y corresponde al estátor del micromotor de inducción electrostático. En esta zona es donde se aplica la tensión de alimentación al micromotor. En la figura 6.3, se muestran los valores de la tensión de las cuatro curvas diferentes en esa zona. La señal real aplicada y usada como condición de contorno, representada por una línea quebrada; y la de los armónicos de primero, quinto y séptimo orden, senoidales puras. En la figura 6.4, se observa un histograma donde se representan las amplitudes máximas de la tensión para cada uno de los armónicos espaciales.

[Santana-Martín et al., 2010] Santana-Martín, F. J., Monzón-Verona, J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2010). Analysis of Spatial Harmonics in a Polyphase Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1 –6.

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.

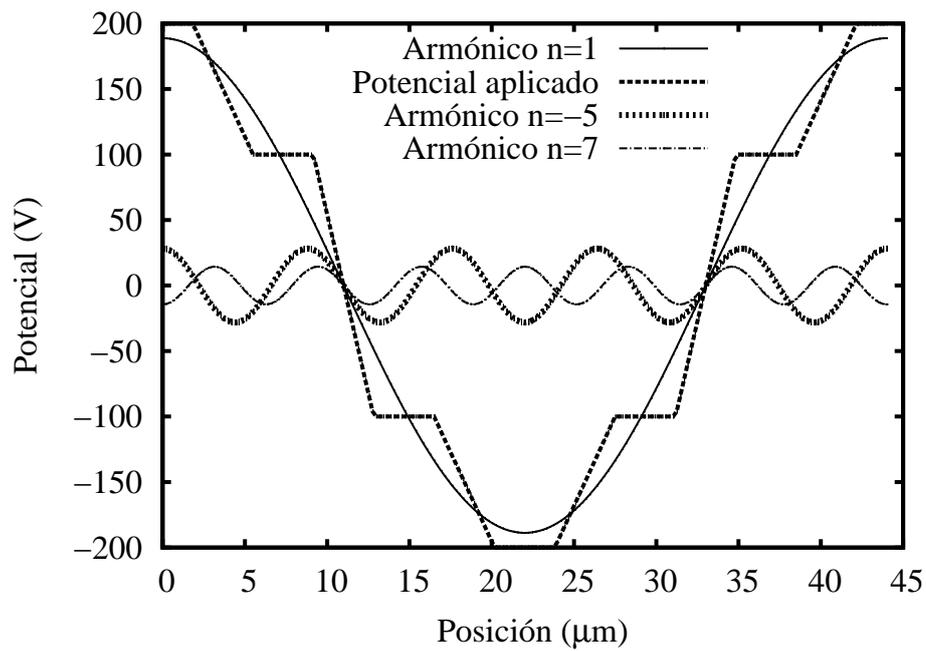


Figura 6.3: Potencial y armónicos espaciales en los electrodos del estátor, zona A.

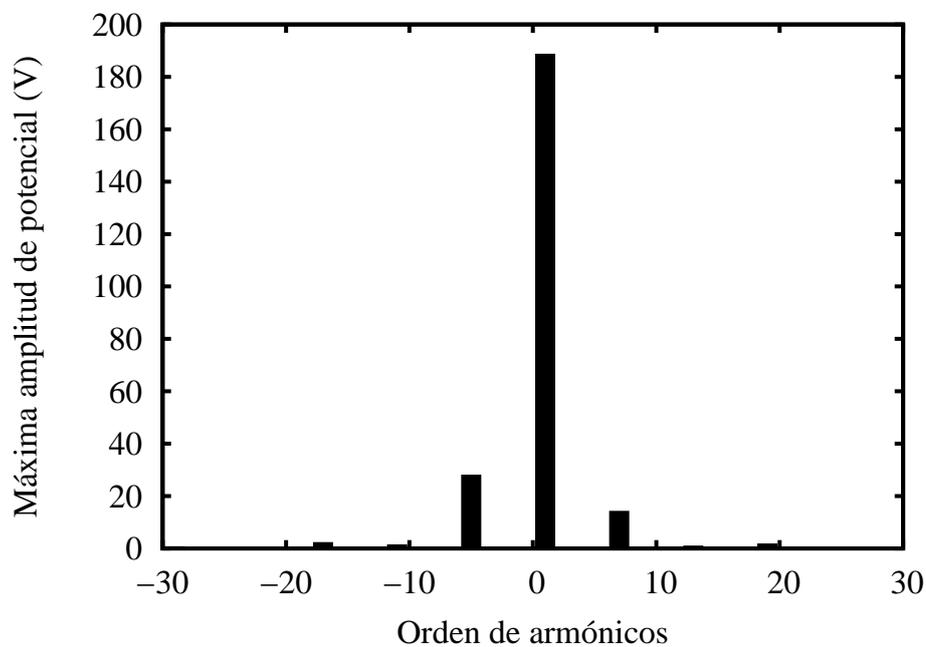


Figura 6.4: Máxima amplitud del potencial de los armónicos en los electrodos del estátor, zona A.

6.9 Armónicos en el aire (Zona B)

Es interesante observar la distribución de armónicos espaciales en la zona del entrehierro también denominada zona B, como se ilustra en la figura 6.2 (b).

En la figura 6.5, se representan una vez más, la señal aplicada y tomada como condición de contorno, representada por una línea quebrada y la de los armónicos de primero, quinto y séptimo orden, senoidales puras, donde se pueden observar los valores de la tensión de cada uno de ellos. Es importante mostrar que ahora las crestas de la señal de alimentación se muestran romas y que todas las señales se han atenuado. Esto es debido al efecto de filtrado que ejerce el condensador que forman el estátor y la parte móvil. La onda se ha suavizado con respecto a la que se aplica en la zona A o zona estática. En la figura 6.6, se presenta un histograma que indica las amplitudes máximas de la tensión para cada uno de los armónicos mencionados dentro de esta región. Si se comparan los resultados de los histogramas, se observa que se ha producido una atenuación de la magnitud de la tensión de los armónicos espaciales.

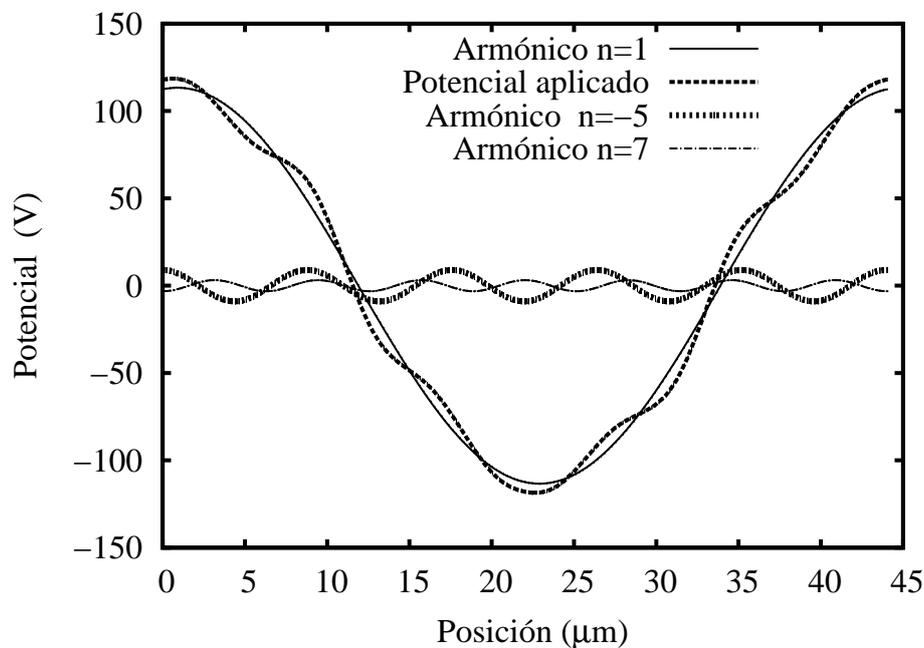


Figura 6.5: Potencial y armónicos espaciales en el aire, zona B.

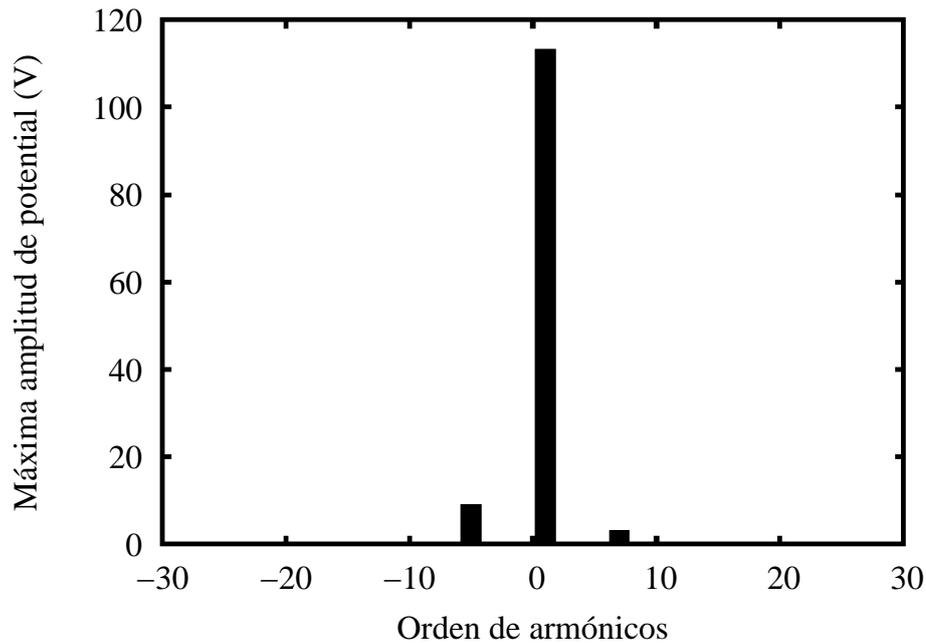


Figura 6.6: Máxima amplitud del potencial de los armónicos en el aire, zona B.

6.10 Armónicos en la interfaz (Zona C)

Esta es la zona más importante desde el punto de vista físico. En esta región se induce la carga eléctrica y se produce la densidad de esfuerzos que convierte la energía de origen eléctrico en energía mecánica capaz de producir el arrastre de la parte móvil del micromotor.

En la figura 6.7 se ilustra la señal aplicada que es usada como condición de contorno, y la de los armónicos de primero, quinto y séptimo orden, senoides puras. Es importante notar que los valores de la señal aplicada como alimentación, coincide sobre la senoide del primer armónico y también, que todas las señales se han atenuado. Se puede observar que el contenido en armónicos es más reducido, debido al efecto del filtrado que se ejerce por la capacidad intrínseca existente en el micromotor de inducción electrostático y cómo este efecto de filtrado ha sido más enérgico en esta zona. En la figura 6.8, se ilustra un histograma de las amplitudes máximas de la tensión para cada uno de los armónicos mencionados. Se observa que la magnitud de los armónicos de orden elevado son de bajo valor con respecto al fundamental.

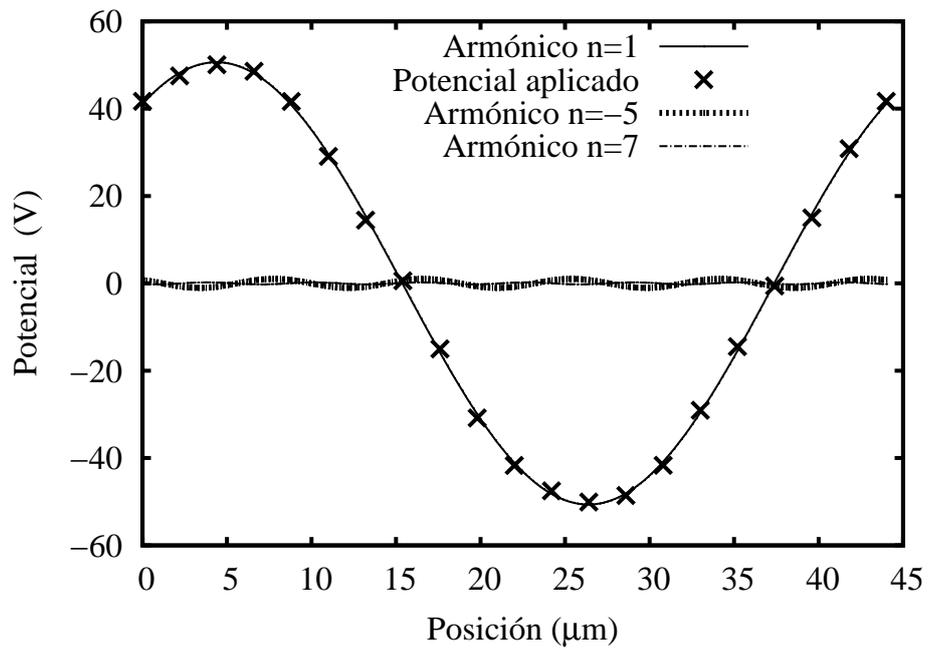


Figura 6.7: Potencial y armónicos espaciales en la interfaz, zona C.

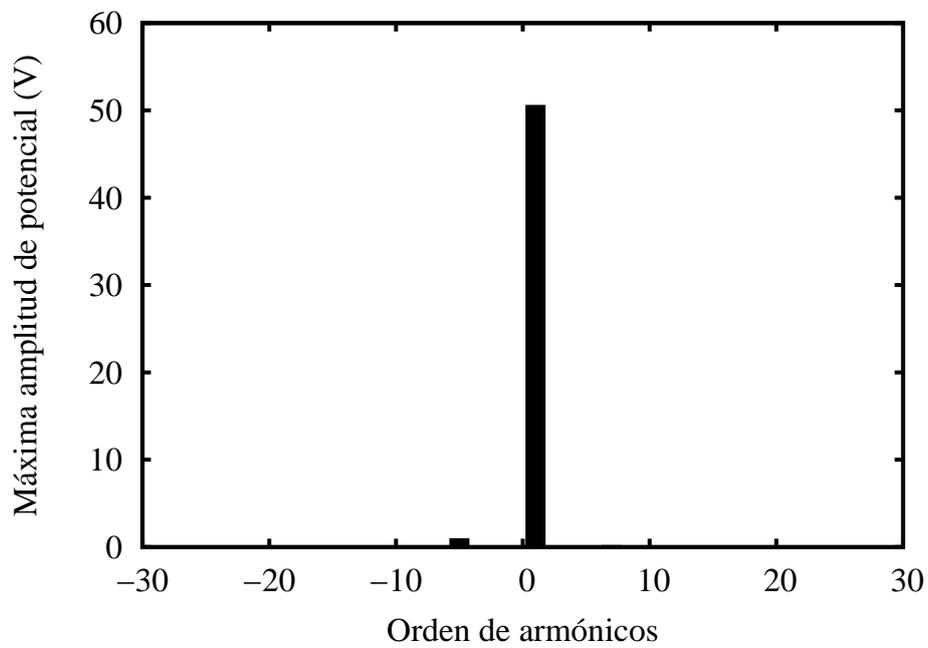


Figura 6.8: Máxima amplitud del potencial de los armónicos en la interfaz, zona C.

6.11 Conclusiones del análisis

Si se analiza la secuencia de las figuras del potencial o la secuencia de las figuras de los histogramas de distribución del potencial de los diferentes armónicos en las zonas de interés, se observa claramente el efecto de atenuación que se produce sobre los mismos en las distintas zonas de la geometría del micromotor. Debido a su efecto capacitivo intrínseco el micromotor consigue atenuar todas las señales, y en mayor medida la de los armónicos de órdenes quinto, séptimo o superiores.

El armónico de primer orden o fundamental también sufre una cierta atenuación pero su amplitud mantiene un valor aceptable en la interfaz o zona C, donde la atenuación de la amplitud de los armónicos de quinto y séptimo orden es tan grande que no afectan ni a la estabilidad del movimiento ni a la reducción de la densidad de esfuerzos del micromotor. Estos factores sólo dependen del valor de la amplitud y de la frecuencia del armónico de primer orden de la señal de alimentación.

6.12 Tensión y densidad de esfuerzos en la interfaz

El objeto de este apartado es tratar de validar el modelo de parámetros concentrados desarrollado en esta tesis y confirmar su utilidad como herramienta de diseño y optimización de un micromotor lineal de inducción electrostático teniendo en cuenta los armónicos espaciales. La utilidad del modelo propuesto radica en la posibilidad de realizar el cálculo de la densidad de esfuerzos, potencial en la interfaz, etc. del micromotor mediante la resolución de un circuito eléctrico simple. Para demostrar esta suposición, en esta sección se van a usar los dos modelos, el físico y el circuital. Una vez se obtengan sus resultados se procede a la comparación de los mismos y se analiza la correspondencia que existe entre ellos. Este planteamiento requiere la elaboración de un resumen detallado del procedimiento a seguir. Para la utilización del modelo físico, es necesario conocer las ecuaciones analíticas que gobiernan este modelo. Asimismo, para utilizar el modelo circuital es necesario calcular previamente el valor de los parámetros concentrados del circuito. A continuación se procede a la resolución del mismo con lo que se obtiene la tensión en la interfaz.

6.12.1 Modelo físico

Para calcular la densidad de esfuerzos se utilizan las ecuaciones analíticas obtenidas a partir de las ecuaciones de campo de Maxwell. La expresión que permite la obtención de la densidad de esfuerzos en el modelo físico se demostró en el capítulo 4 y viene dada por las ecuaciones 4.41 y 4.42. Estas expresiones se han vuelto a reescribir en este capítulo como sigue:

$$F_t = \frac{1}{2} (k_n V_n)^2 \varepsilon_a (\varepsilon_a \sigma_{eff} - \varepsilon_{eff} \sigma_a) \frac{S_E}{1 + S_E^2} K, \quad (6.1)$$

donde

$$K = \frac{1}{\sigma_{eff} \varepsilon_{eff} \sinh^2(k_n a)} \quad (6.2)$$

con

$$k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} \quad (6.3)$$

siendo λ_n la longitud de onda de cada armónico espacial.

Este hecho está justificado no tanto por mayor claridad, que también, sino por el importante matiz que hay que tener en cuenta para su utilización. Son los valores correspondientes a V_n , k_n , y λ_n y cuyo significado no varía con respecto a lo ya estudiado. Simplemente, hay que indicar que son los valores correspondientes a cada armónico.

6.12.1.1 Potencial de los armónicos espaciales

Según se conoce, el cálculo de la densidad de esfuerzos en un micromotor [Martin et al., 2008] aplicando las ecuaciones analíticas viene dado por la ecuación 6.1. En dicha expresión se observa la presencia de V_n que es el valor del potencial de la onda aplicada. Por consiguiente para el cálculo de la densidad de esfuerzos debido a cada armónico espacial implica conocer el potencial de cada uno de ellos. El estudio del potencial de los armónicos espaciales han sido tratados en [Melcher et al., 1989a; Maeda et al., 2007]. Para la zona

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1–5.

[Melcher et al., 1989a] Melcher, J., Warren, E., and Kotwal, R. (1989a). Theory for Finite-phase Traveling-wave Boundary-guided Transport of Triboelectrified Particles. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 25(5):949–955.

[Maeda et al., 2007] Maeda, M., Maekawa, K., and Takeuchi, M. (2007). Simulation of Traveling Wave Toner Transport Considering Air Drag. *Journal of Imaging Science and Technology*, 51(5):431–437.

de electrodos viene dada por la ecuación que sigue:

$$\begin{cases} \frac{6 \cdot 200}{\pi x_1 k_1 n^2} \left[\cos \frac{n\pi}{2} k_1 - \cos n k_1 \left(\frac{x}{2} + x_1 \right) \right] & n = 6m \pm 1 \\ 0 & n \neq 6m \pm 1 \end{cases} \quad (6.4)$$

donde k_1 es el número de ondas de la frecuencia fundamental, n es el orden del armónico, x_1 es la distancia interelectrónica, y x es la longitud del electrodo según se indica en la figura 6.2 y m es un número entero que puede tomar los valores comprendidos entre:

$$m = -\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty$$

De lo que se deduce que los tres primeros armónicos no nulos son, el fundamental, el quinto y el séptimo.

6.12.2 Modelo circuital

El segundo procedimiento consiste en aplicar el modelo circuital de parámetros concentrados para calcular la tensión en la interfaz. Para ello es necesario calcular los valores de los parámetros concentrados del circuito equivalente. Se utiliza la técnica de los algoritmos genéticos [Santana et al., 2009; Santana-Martín et al., 2009b] donde se ha usado como función objetivo la expresión que se indica en la ecuación siguiente:

$$\psi = \sum_{i=1}^N \left(V_2 \left(\omega_i, C_1, C_2, G_2' \right) - \phi_b \left(\omega_i \right) \right)^2 \quad (6.5)$$

siendo

$$\phi_b = \frac{V_n}{\sinh(k_n a)} \frac{\frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{eff}} \omega S j}{\left(1 + \frac{\varepsilon_{eff}}{\sigma_{eff}} \omega S j \right)} \quad (6.6)$$

donde

$$\sigma_{eff} = \sigma_a \coth(k_n a) + \sigma_b \coth(k_n b) + \sigma_S k_n \quad (6.7)$$

y

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_a \coth(k_n a) + \varepsilon_b \coth(k_n b) \quad (6.8)$$

[Santana et al., 2009] Santana, F., Monzon, J., Garcia-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009). Lumped Parametric Model for an Electrostatic Induction Micromotor Using GA. In *Industrial Electronics, 2009. IECON '09. 35th Annual Conference of IEEE*, pages 4029 –4033.

[Santana-Martín et al., 2009b] Santana-Martín, F., Monzón-Verona, J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009b). Lumped Parametric Model for an Electrostatic Induction Micromotor Using GA's Methods. In *ISEF 2009 International symposium on Electromagnetic Field in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering*, pages 209 –210.

Ecuaciones que se han demostrado en el capítulo 4, —ecuaciones 4.28, 4.25, y 4.26, respectivamente. Esta función minimiza el error cuadrático que existe entre los valores de la tensión en la interfaz obtenidas aplicando el modelo circuital de parámetros concentrados y la ecuación analítica del modelo físico. Definida la función objetivo, se pasa a calcular los parámetros concentrados de los diferentes circuitos equivalentes. A continuación se calcula el potencial en la interfaz utilizando el modelo circuital aplicando los métodos convencionales de la teoría de circuitos.

6.12.2.1 Cálculo de los parámetros del modelo

Es conocido que los valores de los parámetros concentrados del modelo circuital dependen de la geometría, dimensiones y propiedades físicas de los materiales con los que se fabrique el micromotor, además de la frecuencia. También se sabe que un análisis de armónicos espaciales implica resolver tantos circuitos eléctricos como armónicos espaciales sean tenidos en cuenta. En el capítulo 5, se obtuvo el modelo circuital de parámetros concentrados para el micromotor lineal de inducción electrostático alimentado con una onda viajera de tensión de forma senoidal pura. El valor de cada uno de los componentes del circuito se obtuvo utilizando el método de los algoritmos genéticos y con el modelo circuital obtenido se demostró que se puede calcular el potencial y la densidad de esfuerzos en la interfaz [Santana et al., 2009].

Para realizar el cálculo de la densidad de esfuerzos teniendo en cuenta los armónicos espaciales se ha seguido el procedimiento diseñado en el capítulo 5, repitiendo todo el proceso para cada uno de los armónicos de la señal. En este caso se han utilizado los tres armónicos de mayor peso, el fundamental y los de orden quinto y séptimo. Los valores de los parámetros concentrados obtenidos para cada armónico se muestran en la tabla 6.1 y fueron calculados para una placa de material resistivo cuya conductividad es igual a $1/(1800 \cdot 10^6) (S)$.

6.13 Tensiones y densidades de esfuerzos en la interfaz

A continuación, se muestran los resultados obtenidos como consecuencia del estudio que se ha realizado aplicando ambos modelos para el análisis del micromotor cuyos datos físicos y geométricos se indican en la tablas 4.1 y 4.2.

Tabla 6.1: Valores de los parámetros concentrados por armónico

Orden armónico	C_1 (F/m^2)	C_2 (F/m^2)	G'_2 (S/m^2)	V_1 (V)
1	$239.18 \cdot 10^{-9}$	$486.44 \cdot 10^{-9}$	0.949	188.80
-5	$7.48 \cdot 10^{-9}$	$147.38 \cdot 10^{-9}$	1.407	28.20
7	$2.55 \cdot 10^{-9}$	$122.80 \cdot 10^{-9}$	1.602	14.40
-11	$0.30 \cdot 10^{-9}$	$82.00 \cdot 10^{-9}$	1.655	1.50

En este caso se ha tomado el valor de $1/(1800 \cdot 10^6)$ (S) para la conductividad superficial de la placa metálica resistiva de la parte móvil. Después de realizado este análisis, se puede afirmar que los armónicos más importantes son los de primero, quinto y séptimo orden. Es de interés observar la serie de figuras de la 6.9 a la 6.14 donde se representan las densidades de esfuerzos y las tensiones en la interfaz para los distintos armónicos espaciales calculados utilizando los dos métodos, el modelo circuital y el modelo físico. Debe tenerse en cuenta que para utilizar el modelo circuital se han calculado los parámetros concentrados correspondientes para cada armónico. En dichas figuras los resultados que se obtuvieron para el modelo circuital se han indicado por la curva de trazo continuo, y para el modelo físico los resultados se han indicado por la línea de trazos discontinuos; en ellas se puede observar la coincidencia que existe entre ambas trayectorias.

6.13.1 Efecto del armónico de primer orden

En la figura 6.9 se muestran gráficamente los valores de la densidad de esfuerzos que se obtuvieron aplicando el modelo circuital de parámetros concentrados y la ecuación analítica para el armónico de primer orden o fundamental. Es interesante destacar la coincidencia entre los valores obtenidos con los dos métodos. Se observa que el valor de la densidad de esfuerzos es siempre positivo y que su velocidad es de aproximadamente 114 (m/s) en la dirección positiva del eje de abscisas.

Esta curva presenta las mismas zonas de estabilidad que el motor de inducción electromagnético en la macroescala y coincide con la que fué obtenida en esta tesis para el micromotor en la microescala [Martin et al., 2008; Santana-Martín et al., 2008].

Un punto notable de la curva es aquél donde presenta su máximo. Es la frontera donde dicha curva divide al plano en dos zonas. La zona a su izquierda es inestable y es la que está comprendida entre los puntos en el que la velocidad es cero, motor parado, hasta el otro punto en el que la curva presenta su valor máximo. La otra zona situada a la derecha es estable y está comprendida entre el punto de valor máximo hasta el punto en el que el motor alcanza la velocidad de sincronía. Estas conclusiones concuerdan con las obtenidas en el estudio que se realizó en el capítulo 4 de esta tesis. En la figura 6.10 se observan

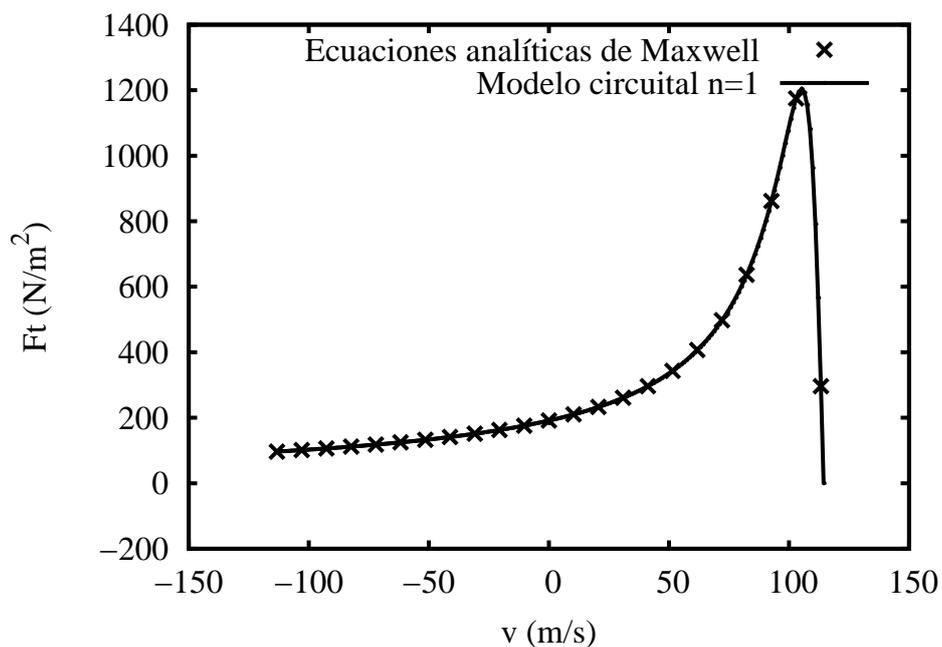


Figura 6.9: Densidad de esfuerzos vs. velocidad para ambos modelos para $n=1$.

los valores del potencial en la interfaz en función de la velocidad de la parte móvil del micromotor para el primer armónico. Estos resultados se obtuvieron aplicando la ecuación analítica y el modelo de circuito equivalente de parámetros concentrados que se indica en la figura 6.2 (b) y cuyos valores están reflejados en la primera fila de la tabla 6.1. Es interesante ver que el potencial en la interfaz toma el valor cero cuando la velocidad de la onda y la parte móvil del micromotor están en sincronía.

Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.

[Santana-Martín et al., 2008] Santana-Martín, F., Monzón-Verona, J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2008). Operation Modes of an Electrostatic Induction Micromachine. In *DCIS 2008*, pages 1 –6.

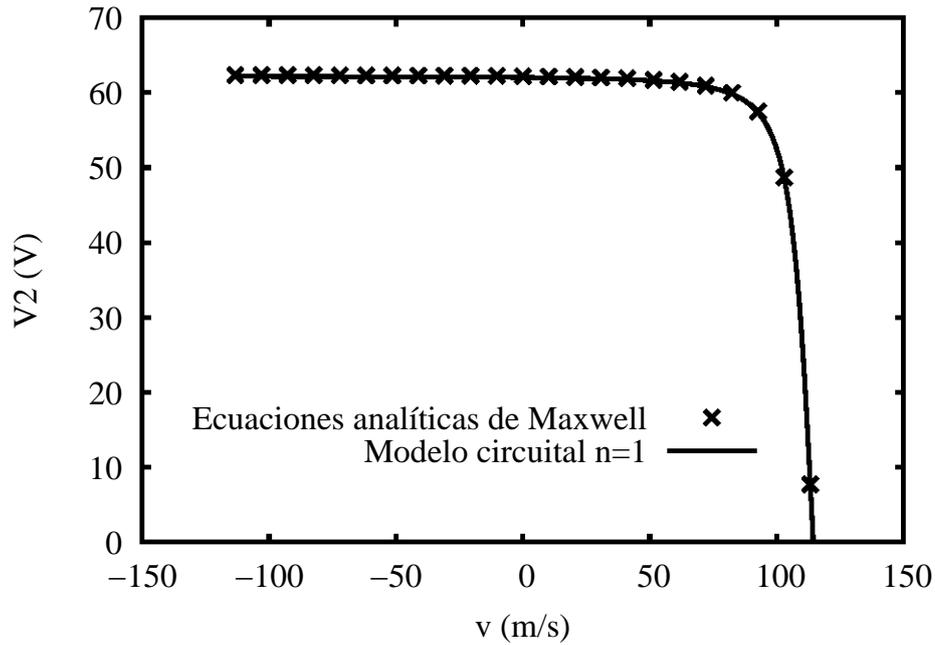


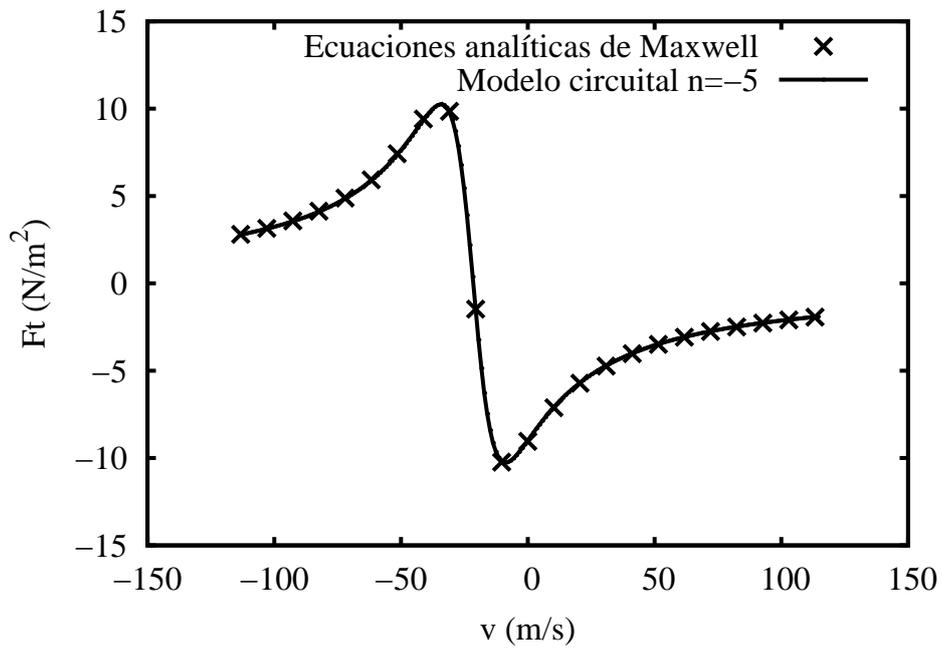
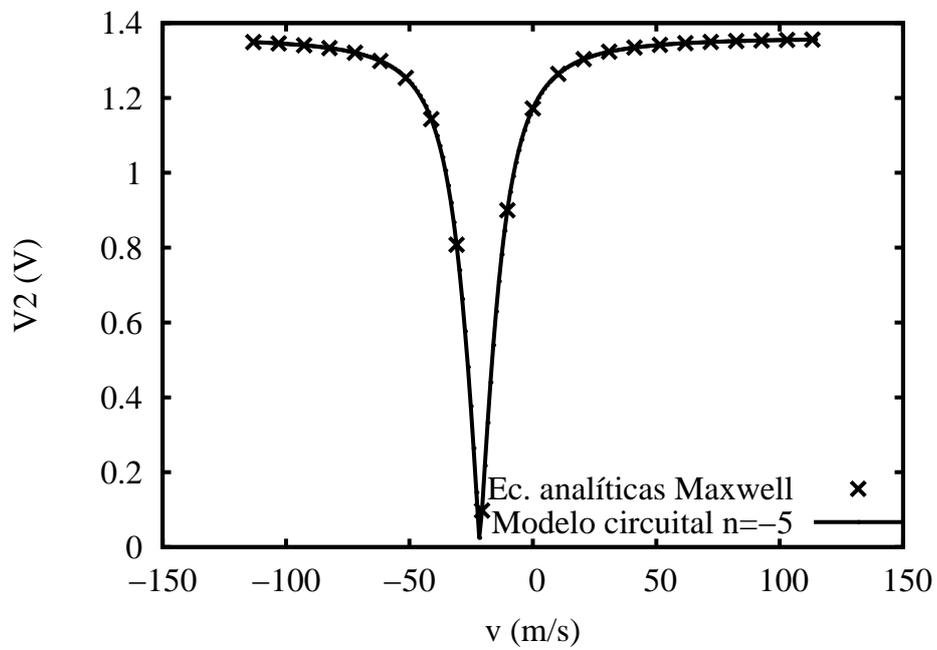
Figura 6.10: Potencial en el interfaz vs. velocidad para $n=1$.

6.13.2 Efecto del armónico de quinto orden

Los resultados obtenidos para las densidades de esfuerzos frente a la velocidad para el quinto armónico están indicados en la figura 6.11. Estos resultados se han obtenido aplicando la ecuación analítica y el modelo circuital de parámetros concentrados, donde sus valores se indican en la segunda fila de la tabla 6.1. Nótese la coincidencia que existe entre ambas curvas. En la misma figura se observa también que para una velocidad mayor que cero, la densidad de esfuerzos es siempre negativa y por lo tanto opuesta al movimiento, y ésto para cualquier velocidad de la parte móvil. Esta densidad de esfuerzos, reduce en una cierta cantidad, no significativa, a la densidad de esfuerzos total que produce este micromotor debida al primer armónico. En la figura 6.12, está representado el potencial de la interfaz debido a este quinto armónico. En la figura se observa que su valor se hace cero cuando la velocidad de la onda es igual a la velocidad de la parte móvil del micromotor.

6.13.3 Efecto del armónico de séptimo orden

En la figura 6.13 está representada la densidad de esfuerzos en función de la velocidad debido al séptimo armónico, cuyos resultados se obtuvieron también aplicando la ecuación analítica y el modelo circuital de parámetros concentrados, tomando para los mismos los

Figura 6.11: Densidad de esfuerzos vs. velocidad para ambos modelos para $n=-5$.Figura 6.12: Potencial en el interfaz vs. velocidad para $n=-5$.

valores que se indican en la tercera fila de la tabla 6.1.

Esta densidad de esfuerzos es positiva en el momento del arranque cuando la velocidad de la parte móvil es cero. Al alcanzar cierta velocidad la densidad de esfuerzos va disminuyendo, se hace negativa y pasa por un mínimo. Si la velocidad sigue aumentando la densidad de esfuerzos se incrementa ligeramente pero continúa siendo negativa, a partir de ese punto se comporta como una fuerza resistiva.

Este efecto se puede explicar de la siguiente forma. Si bien el séptimo armónico se mueve en la misma dirección que el primer armónico, al ser sus velocidades diferentes la velocidad de arrastre resultante del órgano móvil será la debida a la del armónico de más peso o fundamental. Como la velocidad del primer armónico es de 114 (m/s) y la del séptimo 16.28 (m/s), su séptima parte. Significa que esta onda produce una densidad de esfuerzos en la dirección positiva del movimiento cuando la velocidad de la parte móvil está por debajo de los 16.28 (m/s). Cuando la velocidad supera este valor, tiene lugar una inversión de la densidad de esfuerzos comportándose a partir de ese momento como una resistencia al movimiento. En la figura 6.14 se ilustra el potencial en la interfaz calculado

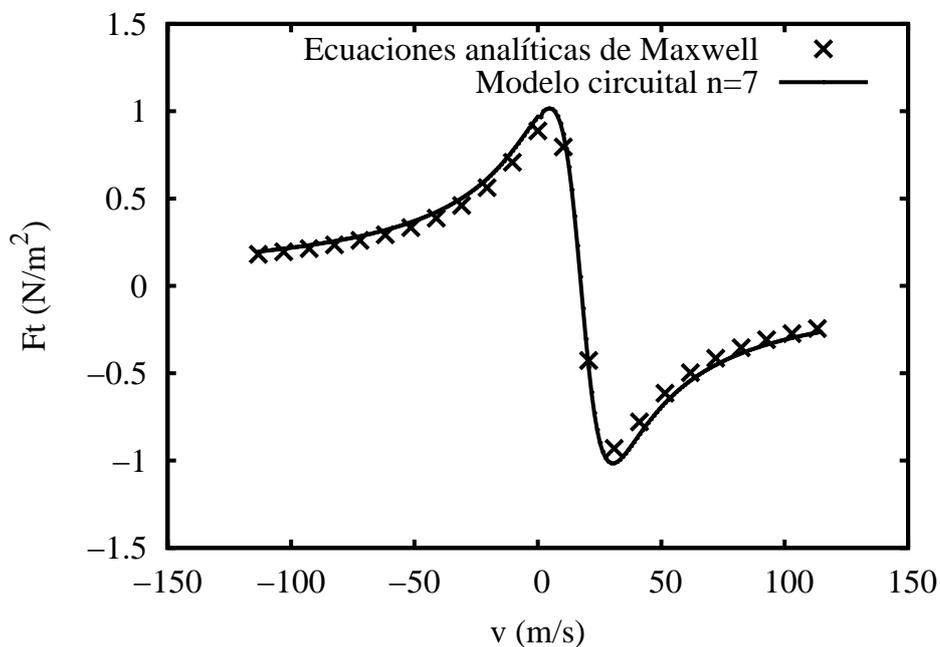


Figura 6.13: Densidad de esfuerzos vs. velocidad para ambos modelos para $n=7$.

con ambos modelos. Se aprecia una coincidencia total en ambas curvas para cualquier velocidad. El potencial en la interfaz se anula cuando no existe velocidad relativa entre la parte móvil del micromotor y la velocidad del armónico de tensión. Este fenómeno también

se manifiesta en las máquinas de inducción electromagnéticas, lo que confirma la dualidad entre ambas máquinas en sus respectivas escalas.

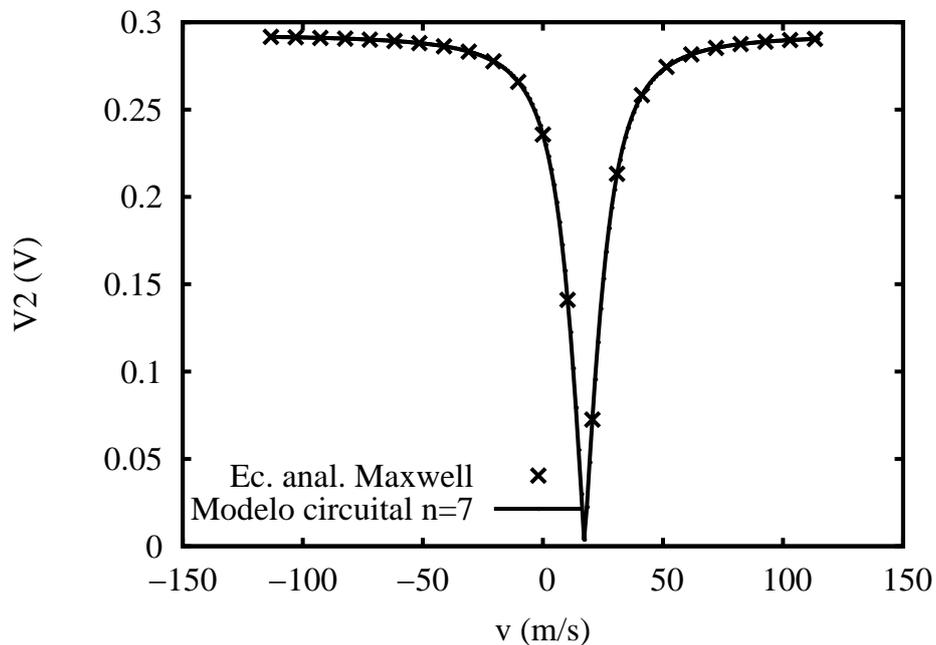


Figura 6.14: Potencial en el interfaz vs. velocidad para $n=7$.

6.14 Conclusiones

En este capítulo se utiliza el modelo circuital propuesto en esta tesis para el cálculo de la densidad de esfuerzos en un micromotor teniendo en cuenta el efecto de los armónicos espaciales. Para validar el modelo se utilizaron las ecuaciones analíticas y las circuitales, y se compararon los resultados obtenidos con los dos modelos. Para aplicar el método circuital de parámetros concentrados fué necesario resolver tantos circuitos equivalentes como armónicos se tomaron, y los parámetros concentrados para cada circuito se obtuvieron utilizando los métodos del capítulo 5. Los resultados obtenidos para las tensiones y las densidades de esfuerzos en la interfaz utilizando ambos modelos se representaron gráficamente. Estos gráficos demuestran que la amplitud de la tensión de los armónicos espaciales presentan la máxima atenuación en la interfaz. Esto ratifica el efecto capacitivo que presenta el micromotor debido a su geometría. También se observa que la densidad de esfuerzos en la interfaz debido a cada armónico reduce su valor a medida que el orden del armónico aumenta. Teniendo en cuenta que la densidad de esfuerzos en la interfaz es

función del cuadrado de la tensión en ella, las densidades de esfuerzos de los armónicos espaciales de orden superior al fundamental pueden ser despreciados. Analizados estos resultados y teniendo en cuenta la correlación que existe entre ellos, se valida el modelo propuesto. Este trabajo de investigación debe ser considerado de interés para su uso en la fase de diseño y optimización de prototipos de micromotores de inducción electrostáticos. En esta tesis doctoral se ha desarrollado un modelo eficiente y robusto con el que se puede estimar las características electromecánicas de un micromotor de inducción electrostático de forma sencilla.

Análisis de un micromotor de inducción electrostático utilizando el método de la celda

Índice

7.1	Introducción	152
7.2	Formulación finita del micromotor	157
7.2.1	Ecuación topológica del micromotor en forma discreta	158
7.2.2	Ecuaciones constitutivas del micromotor en forma discreta	160
7.2.3	Ecuación final global del micromotor	163
7.3	Resultados	164
7.3.1	Campo discreto en el dominio de la frecuencia	164
7.3.2	Campo discreto en el dominio del tiempo	169
7.4	Conclusiones	170

Resumen: En este capítulo se analiza un micromotor de inducción electrostático de geometría simple empleando la formulación finita de las leyes electromagnéticas. Con el uso de este método se evita la discretización posterior de las ecuaciones diferenciales. Para resolver las ecuaciones de campo del micromotor en el dominio 2D se usa el método de la celda. La utilización de este método precisa de un análisis previo de determinadas magnitudes físicas para posteriormente establecer alguna relación explícita entre ellas. El dominio bidimensional se ha discretizado utilizando el tipo denominado baricéntrico primario–dual, y se ha

considerado que las incógnitas están situadas en cada nodo del mallado primario. La estructura del capítulo es como se indica a continuación. En la sección 7.1 se hace una detallada introducción al capítulo. En la sección 7.2 se escriben las ecuaciones de campo del micromotor en formulación finita; se introducen las variables globales de las magnitudes físicas a analizar, se explican las ecuaciones topológicas y constitutivas, y se termina expresando la ecuación global del micromotor. A continuación, en la sección 7.3 se calcula el potencial en la interfaz aplicando el método de la celda y se introduce la ecuación analítica para la obtención del potencial —variable global— en la interfaz del micromotor con el fin de proceder a su verificación. Se realizan estudios en los dominios del tiempo y de la frecuencia con ambos métodos y se comparan sus resultados. En el dominio de la frecuencia se demuestra que el error es despreciable. En el dominio del tiempo se observa cómo los valores del potencial en el régimen transitorio tienden a los valores del estado estacionario. En la sección 7.4 se hace una exposición de las conclusiones obtenidas en el capítulo.

7.1 Introducción

Inicialmente las leyes del electromagnetismo se formularon utilizando magnitudes globales como cargas, flujos —eléctricos o electromagnéticos. Las ecuaciones de Kirchoff que se aplican en la teoría de circuitos eléctricos también usan este tipo de magnitudes como son los potenciales y las corrientes. Las ecuaciones electromagnéticas de Maxwell generalmente se aplican en su forma diferencial, sin embargo esta formulación está restringida a regiones isotrópicas, es decir, a aquellas zonas del dominio donde las propiedades del material no varían. Si el material o las regiones que forman dicho dominio no son homogéneas, éste ha de ser subdividido en subregiones y las condiciones en la frontera de las mismas han de ser conocidas. Esta formulación que discretiza las ecuaciones diferenciales necesita de algún método para su resolución como pueden ser el de las diferencias finitas, elementos finitos, método de los elementos de contorno u otros. Existe una alternativa a este método como es la formulación finita de las leyes electromagnéticas basada en variables globales. Este método permite discontinuidades en el material como ocurre en la región del micromotor donde está situada la interfaz. Se trata de una placa resistiva metálica o parte móvil del micromotor y que está en contacto con el aire como se puede ver en la

figura 7.1. En la formulación finita [Tonti, 1995; Tonti, 2001a; Tonti, 2002], se escribe directamente un sistema algebraico de ecuaciones evitando así el proceso de discretización. Al método numérico que se aplica para su resolución se le conoce como Método de la Celda (CM) [Alotto and Perugia, 2004; Tonti, 2001b; Marrone, 2001]. Este es el método que se ha usado en este capítulo para el análisis y simulación del micromotor de inducción electrostático [Santana-Martín et al., 2009a; Monzon et al., 2009; Monzón-Verona et al., 2010]. El principal interés del método de la celda radica en que, tanto su formulación teórica como la obtención del sistema algebraico de ecuaciones para su resolución es sencillo. El sistema de ecuaciones algebraicas que utiliza el método de la celda, es equivalente al que se obtiene cuando se emplea el Método de los Elementos Finitos (FEM) utilizando funciones lineales de interpolación para calcular el potencial en los nodos de un dominio discretizado. La simplificación que introduce el método de la celda es debida a que las leyes físicas aplicables al micromotor de inducción electrostático son expresadas directamente

-
- [Tonti, 1995] Tonti, E. (1995). On the Geometrical Structure of Electromagnetism. *Gravitation, Electromagnetism and Geometrical Structures*, pages 281–308.
- [Tonti, 2001a] Tonti, E. (2001a). A Direct Discrete Formulation for the Wave Equation. *Journal of Computational Acoustics*, 9(4):1355.
- [Tonti, 2002] Tonti, E. (2002). Finite Formulation of Electromagnetic Field. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 38(2):333–336.
- [Alotto and Perugia, 2004] Alotto, P. and Perugia, I. (2004). Matrix Properties of a Vector Potential Cell Method for Magnetostatics. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 40(2):1045–1048.
- [Tonti, 2001b] Tonti, E. (2001b). A Direct Discrete Formulation of Field Laws: The Cell Method. *CMES - Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 2(2):237–258.
- [Marrone, 2001] Marrone, M. (2001). Computational Aspects of Cell Method in Electrodynamics. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 15(3):407–408.
- [Santana-Martín et al., 2009a] Santana-Martín, F., Monzón-Verona, J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009a). Cell Method Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor. In *ISEF 2009 International Symposium on Electromagnetic Field in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering*, pages 79–80.
- [Monzon et al., 2009] Monzon, J., Santana, F., Garcia-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009). Finite Formulation in 2D for the Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Advanced Intelligent Mechatronics, 2009. AIM 2009. IEEE/ASME International Conference on*, pages 302–307.
- [Monzón-Verona et al., 2010] Monzón-Verona, J. M., Santana-Martín, F. J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. A. (2010). Electro-Quasistatic Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor Using the Cell Method. *Sensors*, 10(10):9102–9117.

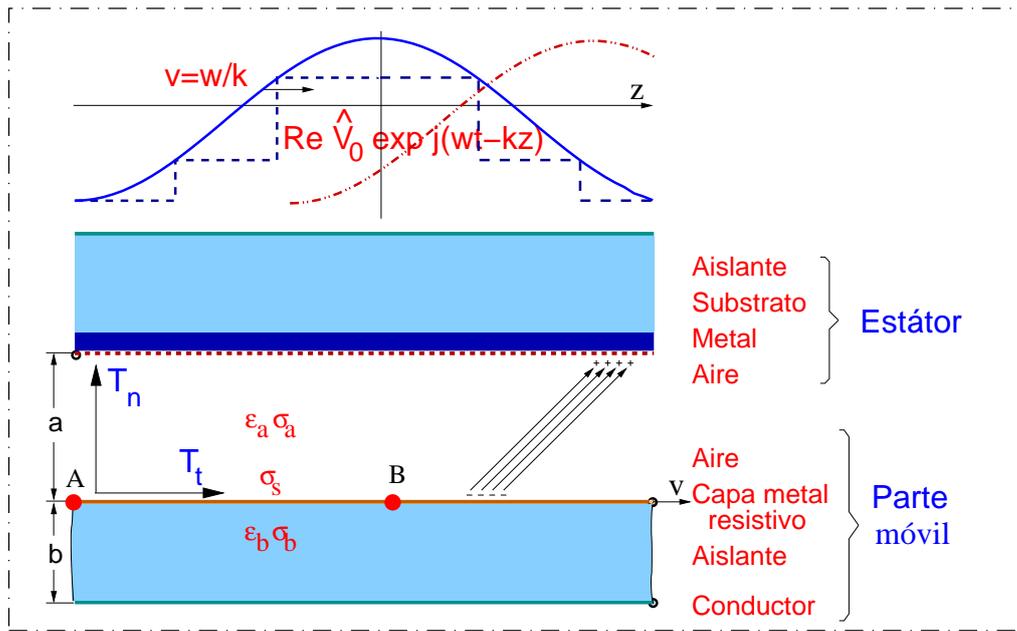


Figura 7.1: Circuito de parámetros concentrados del micromotor de inducción electrostático.

mediante un sistema de ecuaciones. Sin embargo, cuando se aplica FEM el sistema de ecuaciones se obtiene después de que se ha discretizado la ecuación diferencial. De esta forma el método de la celda necesita dos pasos menos que el método de los elementos finitos para obtener el mismo sistema de ecuaciones. El principio fundamental del método de la celda es el uso que hace de las magnitudes finitas. En el análisis del micromotor se va a usar para calcular el potencial a lo largo de una línea. Hay que resaltar que limitar el proceso matemático también implica dificultades en algunos casos como son las discontinuidades del campo eléctrico en la interfaz debido a la conductividad superficial, por lo que no es adecuado para el cálculo numérico. Por este motivo, el uso del FEM requiere dos pasos adicionales, el primero es el uso del teorema de Green —integración por partes— y el segundo es plantear la función de interpolación nodal. Las ecuaciones constitutivas en la formulación del método de la celda tiene una profunda interpretación geométrica que está basada en la geometría de los mallados primarios y duales, respectivamente. Esta interpretación geométrica facilita la incorporación de dos tipos de propiedades físicas como son las conductividades eléctricas en las superficies y en los volúmenes. En la actualidad,

el diseño e implementación de un micromotor utilizando la tecnología MEMS es muy importante [Livermore et al., 2004; Irudayaraj and Emadi, 2005; Neugebauer et al., 2004] y para contribuir a este fin se ha utilizado la formulación finita para simular los campos electromagnéticos de un micromotor de inducción electrostático. En [Martin et al., 2008] se han introducido las ecuaciones analíticas que rigen el funcionamiento del micromotor de inducción electrostático y en las [Bettini and Trevisan, 2003; Bullo et al., 2004; Clemens, 2005; Steinmetz et al., 2006a; Clemens, 2001] se resume el estado del arte y las contribuciones de la formulación discreta en la resolución de problemas electromagnéticos y electrostáticos. En [Bettini and Trevisan, 2003] sus autores aplican el método de la celda para el cálculo de la capacidad de una línea de transmisión en presencia de un medio no

-
- [Livermore et al., 2004] Livermore, C., Forte, A., Lyszczarz, T., Umans, S., Ayon, A., and Lang, J. (2004). A High-power MEMS Electric Induction Motor. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 13(3):465 – 471.
- [Irudayaraj and Emadi, 2005] Irudayaraj, S. and Emadi, A. (2005). Micromachines: Principles of Operation, Dynamics, and Control. In *Electric Machines and Drives, 2005 IEEE International Conference on*, pages 1108 –1115.
- [Neugebauer et al., 2004] Neugebauer, T., Perreault, D., Lang, J., and Livermore, C. (2004). A Six-phase Multilevel Inverter for MEMS Electrostatic Induction Micromotors. *Circuits and Systems II: Express Briefs, IEEE Transactions on*, 51(2):49 – 56.
- [Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.
- [Bettini and Trevisan, 2003] Bettini, P. and Trevisan, F. (2003). Electrostatic Analysis for Plane Problems with Finite Formulation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 39(3):1127 – 1130.
- [Bullo et al., 2004] Bullo, M., Dughiero, F., Guarnieri, M., and TITTONEL, E. (2004). Isotropic and Anisotropic Electrostatic Field Computation by Means of the Cell Method. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 40(2):1013 – 1016.
- [Clemens, 2005] Clemens, M. (2005). Large Systems of Equations in a Discrete Electromagnetism: Formulations and Numerical Algorithms. *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings -*, 152(2):50 – 72.
- [Steinmetz et al., 2006a] Steinmetz, T., Helias, M., Wimmer, G., Fichte, L., and Clemens, M. (2006a). Electro-quasistatic Field Simulations Based on a Discrete Electromagnetism Formulation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 42(4):755 –758.
- [Clemens, 2001] Clemens, M. (2001). Discrete Electromagnetism with the Finite Integration Technique. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 15:79–80(2).

homogéneo. En [Bullo et al., 2004] se puede ver una aplicación del método de la celda usada para resolver un problema de electrostática en medios isotrópicos y anisotrópicos y en [Bettini and Trevisan, 2003; Bullo et al., 2004] el dieléctrico es caracterizado por una matriz constitutiva de permitividad, —propiedad volumétrica. En esta tesis hay que tener en cuenta la importancia clave que tiene la conductividad superficial de la interfaz o parte móvil del micromotor de inducción electrostático para su funcionamiento. También se va a tener en cuenta una conductividad volumétrica en la parte móvil. En la figura 7.1 se pueden ver las dos conductividades σ_s y σ_b superficial y volumétrica, respectivamente. En la formulación finita de este problema se van a introducir términos dependientes del tiempo para el análisis tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia. El micromotor lineal de inducción electrostático analizado es un modelo de geometría simple, está constituido por dos placas planas y paralelas —parte móvil y estátor— separadas por un dieléctrico [Martin et al., 2008], siendo esta distancia igual a $6 \mu\text{m}$. En la figura 7.1 se observa un esquema de dicho micromotor. En la tabla 4.2 se indican los parámetros físicos y geométricos del mismo y en la tabla 4.1 el significado de las variables. Este desarrollo fue realizado con el micromotor lineal ya que las ecuaciones analíticas que gobiernan su funcionamiento se habían deducido previamente en [Martin et al., 2008] y la utilización de las mismas no presentan gran dificultad. Si se tiene en cuenta que un micromotor lineal puede ser considerado como el desarrollo en el plano de un micromotor rotativo, todas las conclusiones que se extraigan del micromotor lineal pueden ser generalizadas a los micromotores rotativos [Nagle et al., 2005].

[Bullo et al., 2004] Bullo, M., Dughiero, F., Guarnieri, M., and Tittonel, E. (2004). Isotropic and Anisotropic Electrostatic Field Computation by Means of the Cell Method. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 40(2):1013 – 1016.

[Bettini and Trevisan, 2003] Bettini, P. and Trevisan, F. (2003). Electrostatic Analysis for Plane Problems with Finite Formulation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 39(3):1127 – 1130.

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. IECM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.

[Nagle et al., 2005] Nagle, S., Livermore, C., Frechette, L., Ghodssi, R., and Lang, J. (2005). An Electric Induction Micromotor. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 14(5):1127 – 1143.

7.2 Formulación finita del micromotor

El planteamiento de las ecuaciones de campo del micromotor usando la formulación finita [Monzón-Verona et al., 2010] se inicia realizando un análisis de las magnitudes físicas que relacionen las variables globales frente a las variables de campo. En la formulación diferencial se usan las variables de campo porque la noción de derivada se asocia a una función de punto, por el contrario, las variables globales se refieren a un sistema, es decir, elementos espaciales o temporales. Las variables globales se corresponden con elementos geométricos orientados como son los puntos, las líneas, superficies, volúmenes y con elementos temporales como pueden ser los instantes o los intervalos. De acuerdo con la formulación finita las variables globales pueden ser clasificadas como variables de configuración, de fuente y de energía [Tonti, 1995]. Las variables de configuración describen la configuración del campo electromagnético sin tener en cuenta la intervención de los parámetros del material del dominio. La variable de fuente describe la fuente del campo electromagnético sin tener en cuenta la intervención de los parámetros del material. Las variables de energía son el producto entre las variables de configuración y las variables de fuente. Para utilizar el método de la celda se requiere de un par de celdas complejas orientadas donde cada una sea dual de la otra; una orientación es interior como se puede observar en la celda I, J, K de la figura 7.2 y la otra orientación es exterior como se puede apreciar en la celda numerada del 1 al 11 de la misma figura 7.2. En esta figura 7.2 se ilustra de forma conjunta las correspondientes celdas complejas duales obtenidas utilizando la subdivisión baricéntrica [Clemens, 2005]. De acuerdo con la formulación finita del campo electromagnético, el primer principio [Tonti, 2002] dice que las variables de configuración están asociadas de forma natural con elemen-

[Monzón-Verona et al., 2010] Monzón-Verona, J. M., Santana-Martín, F. J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. A. (2010). Electro-Quasistatic Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor Using the Cell Method. *Sensors*, 10(10):9102–9117.

[Tonti, 1995] Tonti, E. (1995). On the Geometrical Structure of Electromagnetism. *Gravitation, Electromagnetism and Geometrical Structures*, pages 281–308.

[Clemens, 2005] Clemens, M. (2005). Large Systems of Equations in a Discrete Electromagnetism: Formulations and Numerical Algorithms. *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings -*, 152(2):50–72.

[Tonti, 2002] Tonti, E. (2002). Finite Formulation of Electromagnetic Field. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 38(2):333–336.

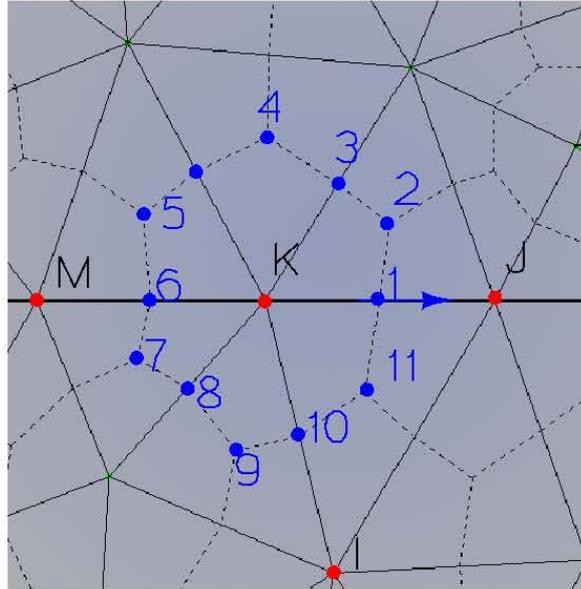


Figura 7.2: Subdivisión dual baricéntrica.

tos espaciales y temporales de una celda compleja primaria que esté dotada de orientación interior. Las variables fuente están asociadas con elementos espaciales y temporales de una celda compleja dual que esté dotada de orientación exterior. El segundo principio [Tonti, 2002] dice que en toda teoría física existen leyes que relacionan a las variables globales asociadas a elementos espaciales o temporales orientados con otras variables asociadas a la orientación de su contorno.

7.2.1 Ecuación topológica del micromotor en forma discreta

Las ecuaciones de campo del micromotor se aplican en las celdas complejas en su forma discreta y exacta usando las matrices de incidencia G , C , y D . Estas matrices son las que establecen la relación entre aristas–nodos, caras–aristas y volúmenes–caras, respectivamente, en la celda compleja principal orientada. Las matrices \tilde{G} , \tilde{C} y \tilde{D} realizan la misma función con las aristas–nodos, caras–aristas y volúmenes–caras, respectivamente, en la celda compleja dual orientada. Estas matrices son vistas como la contrapartida de los operadores diferenciales como el gradiente, la divergencia y el rotacional [Bettini and

[Tonti, 2002] Tonti, E. (2002). Finite Formulation of Electromagnetic Field. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 38(2):333–336.

Trevisan, 2003; Clemens, 2005; Marrone, 2001]. En las siguientes ecuaciones se muestran las ecuaciones de Maxwell en formulación finita, que son las duales de las ecuaciones de Maxwell en su forma diferencial. La ley de Gauss del campo eléctrico está indicada por la siguiente ecuación:

$$\tilde{D} \tilde{\psi} = \tilde{Q} \quad (7.1)$$

donde $\tilde{\psi}$ es el vector de flujo eléctrico asociado a la cara dual y \tilde{Q} es el vector de carga eléctrica asociada al volumen dual. La ley de Faraday para condiciones cuasi-electrostáticas viene expresada por las ecuaciones siguientes:

$$C U = 0 \quad (7.2)$$

$$U = -G V \quad (7.3)$$

donde V es el potencial eléctrico asociado a los nodos de la celda primaria y U es el vector tensión asociado a las aristas de la celda primaria. La ley de la conservación de la carga se indica en la ecuación:

$$\tilde{D} \tilde{I} + \tilde{D} \frac{d\tilde{\psi}}{dt} = 0 \quad (7.4)$$

en la que \tilde{I} es el vector corriente eléctrica asociado a la cara dual. La dualidad entre las celdas orientadas primaria y dual conduce a las siguientes relaciones [Clemens, 2005; Marrone, 2004] como se indica en las ecuaciones:

$$\tilde{D} = -G^T \quad (7.5)$$

$$\tilde{C} = C^T \quad (7.6)$$

$$\tilde{G} = D^T \quad (7.7)$$

[Bettini and Trevisan, 2003] Bettini, P. and Trevisan, F. (2003). Electrostatic Analysis for Plane Problems with Finite Formulation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 39(3):1127 – 1130.

[Clemens, 2005] Clemens, M. (2005). Large Systems of Equations in a Discrete Electromagnetism: Formulations and Numerical Algorithms. *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings -*, 152(2):50 – 72.

[Marrone, 2001] Marrone, M. (2001). Computational Aspects of Cell Method in Electrodynamics. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 15(3):407 – 408.

[Marrone, 2004] Marrone, M. (2004). Properties of Constitutive Matrices for Electrostatic and Magneto-static Problems. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 40(3):1516 – 1520.

7.2.2 Ecuaciones constitutivas del micromotor en forma discreta

Mientras las ecuaciones de campo en la formulación finita directa describen las leyes físicas de forma exacta, las ecuaciones constitutivas describen las leyes físicas de forma aproximada. Estas ecuaciones matriciales contienen información acerca de los materiales y dimensiones de la rejilla [Alotto and Perugia, 2004; Bettini and Trevisan, 2003; Dular et al., 2006; Dular et al., 2008; Clemens, 2001; Schreiber et al., 2004]. Como las ecuaciones desde la 7.1 a la 7.4 sólo contienen información acerca de la topología, los errores de discretización se deben a las ecuaciones constitutivas del material. Las propiedades con respecto al volumen, como son las conductividades y permitividades volumétricas, y las propiedades con respecto a la superficie, como la conductividad superficial son las ecuaciones constitutivas del micromotor. El micromotor del que se trata es tridimensional con simetría plana, por lo tanto, hay dos clases de celdas para las ecuaciones constitutivas del material. Para una forma bidimensional las celdas de volumen y la celdas de caras son transformadas en celdas de cara y celdas de arista, respectivamente. Las ecuaciones constitutivas [Monzón-Verona et al., 2010] para una celda primaria–dual son las que se indican en las siguientes ecuaciones:

$$\tilde{I}^e = M_\sigma^e U^e \quad (7.8)$$

[Alotto and Perugia, 2004] Alotto, P. and Perugia, I. (2004). Matrix Properties of a Vector Potential Cell Method for Magnetostatics. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 40(2):1045 – 1048.

[Bettini and Trevisan, 2003] Bettini, P. and Trevisan, F. (2003). Electrostatic Analysis for Plane Problems with Finite Formulation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 39(3):1127 – 1130.

[Dular et al., 2006] Dular, P., Specogna, R., and Trevisan, F. (2006). Coupling Between Circuits and A-x Discrete Geometric Approach. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 42(4):1043 –1046.

[Dular et al., 2008] Dular, P., Specogna, R., and Trevisan, F. (2008). Constitutive Matrices Using Hexahedra in a Discrete Approach for Eddy Currents. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 44(6):694 –697.

[Clemens, 2001] Clemens, M. (2001). Discrete Electromagnetism with the Finite Integration Technique. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 15:79–80(2).

[Schreiber et al., 2004] Schreiber, U., Clemens, M., and van Rienen, U. (2004). Conformal FIT Formulation for Simulations of Electro-quasistatic Fields. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, pages 193–197.

[Monzón-Verona et al., 2010] Monzón-Verona, J. M., Santana-Martín, F. J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. A. (2010). Electro–Quasistatic Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor Using the Cell Method. *Sensors*, 10(10):9102–9117.

$$\tilde{\psi}^e = M_\varepsilon^e U^e \quad (7.9)$$

Las expresiones para los elementos cara vienen dadas por las ecuaciones que siguen:

$$\tilde{\psi}^e = (\tilde{\psi}_1 \tilde{\psi}_2 \tilde{\psi}_3)^T \quad (7.10)$$

$$\tilde{I}^e = (\tilde{I}_1 \tilde{I}_2 \tilde{I}_3)^T \quad (7.11)$$

Y los elementos arista se expresan por la siguiente ecuación:

$$U^e = (U_1 U_2 U_3)^T \quad (7.12)$$

donde $M_{\sigma v}^e$ y $M_{\varepsilon v}^e$ son las matrices de conductividad —volumétrica— y de permitividad, respectivamente, y se expresan mediante las ecuaciones siguientes:

$$M_{\sigma v}^e = \frac{1}{3} \tilde{S}^e \sigma^e (A^e + B^e + C^e) \quad (7.13)$$

$$M_{\varepsilon v}^e = \frac{1}{3} \tilde{S}^e \varepsilon^e (A^e + B^e + C^e) \quad (7.14)$$

donde los términos A^e , B^e y C^e dependen de la geometría de la celda primaria y vienen dados por las siguientes expresiones:

$$A^e = \frac{1}{\Delta_1} \begin{bmatrix} 0 & +I_{3y} & -I_{2y} \\ 0 & -I_{3x} & +I_{2x} \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

$$B^e = \frac{1}{\Delta_2} \begin{bmatrix} +I_{3y} & 0 & -I_{1y} \\ -I_{3x} & 0 & +I_{1x} \end{bmatrix} \quad (7.16)$$

$$C^e = \frac{1}{\Delta_3} \begin{bmatrix} +I_{2y} & -I_{1y} & 0 \\ -I_{2x} & +I_{1x} & 0 \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

El cálculo de los valores de Δ_1 , Δ_2 y Δ_3 se indican en las expresiones:

$$\Delta_1 = I_{2x} I_{3y} - I_{2y} I_{3x} \quad (7.18)$$

$$\Delta_2 = I_{1x} I_{3y} - I_{1y} I_{3x} \quad (7.19)$$

$$\Delta_3 = I_{1x} I_{2y} - I_{1y} I_{2x} \quad (7.20)$$

y los términos (I_{1x}, I_{1y}) , (I_{2x}, I_{2y}) y (I_{3x}, I_{3y}) son vectores asociados a las aristas de la celda primaria. Para su cálculo se utilizan las ecuaciones siguientes:

$$(I_{1x}, I_{1y}) = (x_j - x_k, y_j - y_k) \quad (7.21)$$

$$(I_{2x}, I_{2y}) = (x_i - x_k, y_i - y_k) \quad (7.22)$$

$$(I_{3x}, I_{3y}) = (x_i - x_j, y_i - y_j) \quad (7.23)$$

donde (x_i, y_i) son las coordenadas asociadas a los nodos del triángulos de referencia según se indica en la figura 7.3. Finalmente \tilde{S}^e se expresa por medio de la ecuación:

$$\tilde{S}^e = \begin{pmatrix} \tilde{S}_{1x} & \tilde{S}_{1y} \\ \tilde{S}_{2x} & \tilde{S}_{2y} \\ \tilde{S}_{3x} & \tilde{S}_{3y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{S}_1 \\ \tilde{S}_2 \\ \tilde{S}_3 \end{pmatrix} \quad (7.24)$$

Los tensores de permitividad y de conductividad vienen expresados por las ecuaciones que se indican a continuación:

$$\varepsilon^e = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} \end{pmatrix} \quad (7.25)$$

$$\sigma^e = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 \\ 0 & \sigma_{22} \end{pmatrix} \quad (7.26)$$

siendo U_1, U_2 y U_3 las tensiones asociadas a las aristas I_1, I_2 e I_3 , respectivamente, como se puede ver en la figura 7.3. Las variables $\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{\psi}_3$ y $\tilde{I}_1, \tilde{I}_2, \tilde{I}_3$ representa los flujos eléctricos y las intensidades eléctricas asociadas a las superficies \tilde{S}_1, \tilde{S}_2 y \tilde{S}_3 , respectivamente, de la celda dual como se puede ver en la misma figura 7.3. Y la matriz de conductividad superficial $M_{\sigma_s}^e$ viene expresada por la ecuación siguiente:

$$M_{\sigma_s}^e = \frac{t^e \sigma_s^e}{l^e} \quad (7.27)$$

donde σ_s^e es la conductividad superficial y l^e es la longitud de un elemento genérico de coordenadas (i, j) . Las componentes de los vectores asociados a las superficies duales \tilde{S}_1, \tilde{S}_2 y \tilde{S}_3 que se muestran en la figura 7.3, vienen dadas por las expresiones que se muestran a continuación:

$$\tilde{S}_1 = g(-P_{b1y}, -P_{b1x}) \quad (7.28)$$

$$\tilde{S}_2 = g(-P_{b2y}, -P_{b2x}) \quad (7.29)$$

$$\tilde{S}_3 = g(-P_{b3y}, -P_{b3x}) \quad (7.30)$$

donde g es el grosor de la placa metálica de la interfaz y $(P_{b1x}, P_{b1y}), (P_{b2x}, P_{b2y})$ y (P_{b3x}, P_{b3y}) son los vectores en el baricentro del triángulo de referencia. Estos valores se calculan por medio de las ecuaciones como sigue:

$$(P_{b1x}, P_{b1y}) = (b_{1x} - \tilde{P}_x, b_{1y} - \tilde{P}_y) \quad (7.31)$$

$$(P_{b_{2x}}, P_{b_{2y}}) = (b_{2x} - \tilde{P}_x, b_{2y} - \tilde{P}_y) \quad (7.32)$$

$$(P_{b_{3x}}, P_{b_{3y}}) = (b_{3x} - \tilde{P}_x, b_{3y} - \tilde{P}_y) \quad (7.33)$$

Las coordenadas $(\tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \tilde{b}_3)$ de los centros de las aristas 1, 2, y 3 vienen dadas por las ecuaciones siguientes:

$$(b_{1x}, b_{1y}) = \left(\frac{x_k + x_j}{2}, \frac{y_k + y_j}{2} \right) \quad (7.34)$$

$$(b_{2x}, b_{2y}) = \left(\frac{x_i + x_k}{2}, \frac{y_i + y_k}{2} \right) \quad (7.35)$$

$$(b_{3x}, b_{3y}) = \left(\frac{x_i + x_j}{2}, \frac{y_i + y_j}{2} \right) \quad (7.36)$$

El punto \tilde{P} viene definido como se indica en la siguiente ecuación:

$$\left(\tilde{P}_x, \tilde{P}_y \right) = \left(\frac{x_i + x_j + x_k}{3}, \frac{y_i + y_j + y_k}{3} \right) \quad (7.37)$$

7.2.3 Ecuación final global del micromotor

La matriz fundamental local se obtiene sustituyendo en la ecuación de la conservación de la carga 7.4 las ecuaciones constitutivas locales dadas por las ecuaciones 7.8 y 7.9, así como la ley de Gauss expresada por la ecuación 7.1, y en las que U viene dado por las ecuaciones 7.2 y 7.3, respectivamente.

$$G^{eT} M_\sigma^e G^e V^e + G^{eT} M_\varepsilon^e G^e \frac{dV^e}{dt} = 0 \quad (7.38)$$

Siendo G^e la matriz de incidencia de cada elemento y viene expresada como se indica a continuación:

$$G^e = \left(\begin{array}{c|ccc} & i & j & k \\ \hline I_1 & 0 & 1 & -1 \\ I_2 & 1 & 0 & -1 \\ I_3 & 1 & -1 & 0 \end{array} \right) \quad (7.39)$$

y V viene dada como se indica a continuación según la expresión:

$$V^e = (V_i V_j V_k)^T \quad (7.40)$$

Con el fin de utilizar el cálculo computacional es conveniente procesar las celdas de forma individual. Para obtener la matriz global fundamental, todas las matrices fundamentales locales se ensamblan sobre la celda de referencia como se indica en la figura 7.3. Para la formulación en dos dimensiones con elementos triangulares e hipótesis de campo uniforme y

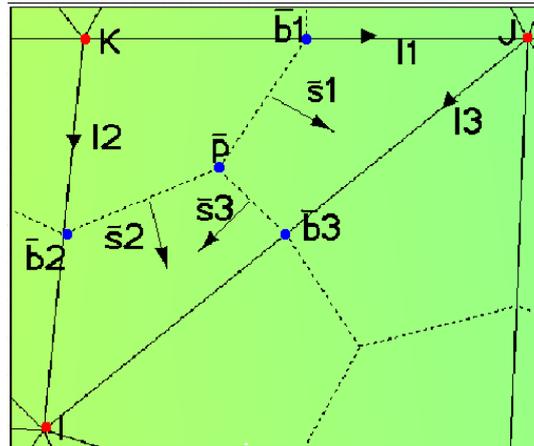


Figura 7.3: Proceso de ensamblaje de una celda primaria-dual.

mallado dual con división baricéntrica del dominio, la matriz resultante para cada elemento resulta ser simétrica. Por otra parte, como esta matriz coincide con la matriz que se obtiene para cada elemento cuando se aplica FEM para calcular el potencial dentro del elemento triangular, implica que el sistema de ecuaciones resultante es coincidente [Tonti, 2001b; Bettini and Trevisan, 2003]. Para resolver el sistema de ecuaciones 7.38 se aplican las siguientes condiciones de contorno: a) en la parte superior –estátor– una onda viajera, b) en la parte inferior cero voltios y c) a ambos lados de la estructura se aplican condiciones de contorno periódicas como se puede ver en la figura 7.1.

7.3 Resultados

7.3.1 Campo discreto en el dominio de la frecuencia

La primera operación que hay que realizar es transformar la ecuación 7.38 al dominio de la frecuencia, esto se consigue sustituyendo el operador $\frac{\partial}{\partial t}$ por el término jw . De esta manera la ecuación 7.38 puede ser expresada como se indica a continuación:

$$G^T M_\sigma G V + jw G^T M_\epsilon G V = 0 \quad (7.41)$$

[Tonti, 2001b] Tonti, E. (2001b). A Direct Discrete Formulation of Field Laws: The Cell Method. *CMES - Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 2(2):237–258.

[Bettini and Trevisan, 2003] Bettini, P. and Trevisan, F. (2003). Electrostatic Analysis for Plane Problems with Finite Formulation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 39(3):1127 – 1130.

La ecuación analítica que permite calcular el potencial en la interfaz del micromotor [Martin et al., 2008] viene dada por la expresión 4.24 y en función del deslizamiento por la 4.28 como se expone a continuación:

$$\phi_b = \frac{V_0}{\sinh(ka)} \frac{\frac{\sigma_a}{\sigma_{eff}} + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{eff}} \omega S j}{\left(1 + \frac{\varepsilon_{eff}}{\sigma_{eff}} \omega S j\right)} \quad (7.42)$$

donde σ_{eff} y ε_{eff} vienen dadas por las ecuaciones 4.25 y 4.26, y son las que siguen:

$$\sigma_{eff} = \sigma_a \coth(ka) + \sigma_b \coth(kb) + \sigma_S k \quad (7.43)$$

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_a k \coth(ka) + \varepsilon_b k \coth(kb) \quad (7.44)$$

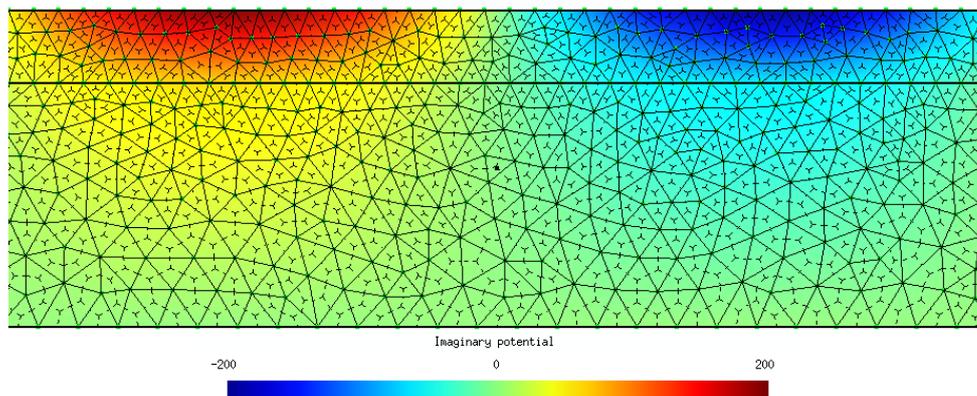
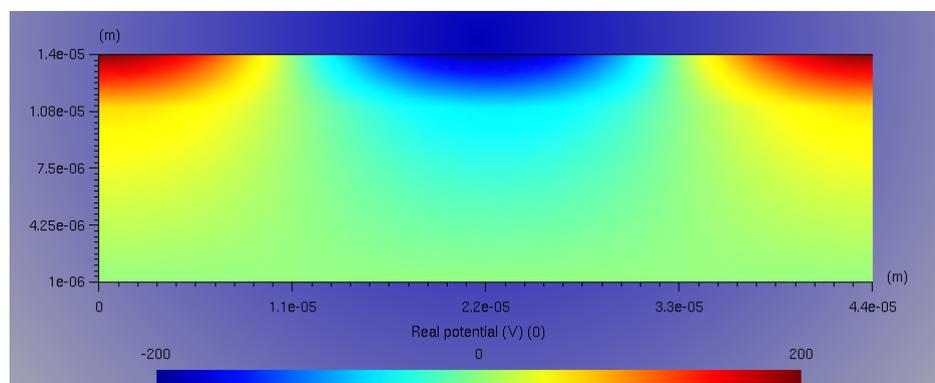
estas ecuaciones fueron demostradas en el capítulo 4 y se han incluido en este apartado para mayor comodidad. Estas expresiones van a ser tenidas en cuenta como ecuaciones de referencia para verificar los resultados que se obtienen al aplicar el método de la celda [Monzón-Verona et al., 2010]. En la tabla 4.1 se indica el significado de cada una de las variables que intervienen en las anteriores ecuaciones. En este capítulo se ha calculado el potencial en la interfaz para diferentes valores de la conductividad superficial aplicando las ecuaciones analíticas y el método de la celda. Los errores existentes entre los resultados obtenidos aplicando ambos métodos son despreciables y se muestran en la tabla 7.1. En las figuras 7.4 y 7.5 se muestran los valores del potencial —calculados con el método de la celda— en la interfaz de un micromotor cuya conductividad superficial era de $\frac{1}{(1800 \cdot 10^6)}$ ($1/\Omega$). En la figura 7.4 se representa la parte imaginaria y en la 7.5 se representa la parte real de dicho potencial. En la misma figura 7.4 se puede observar el mallado primario y el dual en todo el dominio. En la figura 7.6 se ha realizado ha representado el potencial en la interfaz en función de la conductividad superficial de la misma aplicando el método de la celda y la ecuación analítica. La diferencia entre los resultados obtenidos con ambos métodos son inferiores al 0.1%. También se ha calculado el campo eléctrico en la interfaz para una conductividad superficial de $1/(600 \cdot 10^6)$ ($1/\Omega$), aplicando el método de la celda y las

[Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1–5.

[Monzón-Verona et al., 2010] Monzón-Verona, J. M., Santana-Martín, F. J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. A. (2010). Electro-Quasistatic Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor Using the Cell Method. *Sensors*, 10(10):9102–9117.

Tabla 7.1: Potencial en la interfaz

Conductividad ($1/\Omega$)	Solución analítica (V)	CM (V)	Error %
$1/(50 \cdot 10^6)$	21.6688	21.6947	-0.119
$1/(100 \cdot 10^6)$	37.7009	37.7259	0.172
$1/(200 \cdot 10^6)$	53.6311	53.5904	0.075
$1/(600 \cdot 10^6)$	64.2738	64.2748	-0.001
$1/(1800 \cdot 10^6)$	65.8906	65.9102	-0.029

Figura 7.4: Parte imaginaria del potencial en la interfaz para $\sigma_s = 1/(1800 \cdot 10^6)$ ($1/\Omega$).Figura 7.5: Parte real del potencial en la interfaz para $\sigma_s = 1/(1800 \cdot 10^6)$ ($1/\Omega$).

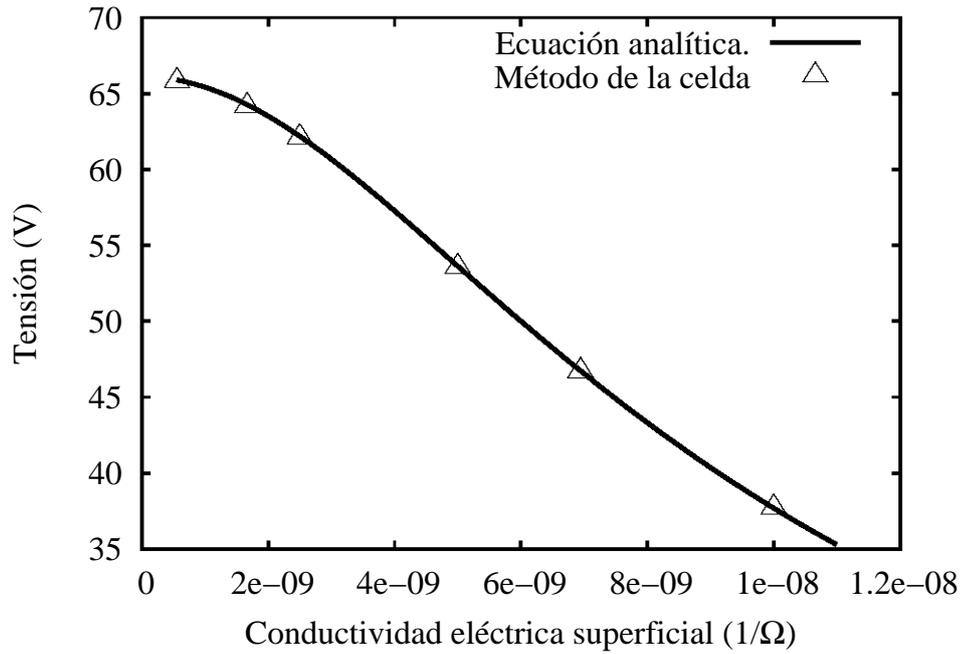


Figura 7.6: Potencial vs. conductividad.

ecuaciones analíticas —utilizadas como referencia. Los resultados obtenidos se indican en la tabla 7.2 y en la figura 7.7, en las que se puede observar que el error cometido entre ambos métodos es despreciable. Se ha comprobado la convergencia del método de la celda

Tabla 7.2: Campo eléctrico en la interfaz en $z = 0$

Conductividad ($1/\Omega$)	Solución analítica (V/m)	CM (V/m)	Error %
$1/(50 \cdot 10^6)$	3094307	3102000	-0.248
$1/(100 \cdot 10^6)$	5381641	5389700	-0.149
$1/(200 \cdot 10^6)$	7658503	7665400	-0.090
$1/(600 \cdot 10^6)$	9178278	9182800	-0.049
$1/(1800 \cdot 10^6)$	9409100	9419900	0.114

como se muestra en la tabla 7.3, donde se observa cómo el refinamiento del mallado hace que la diferencia entre los valores calculados aplicando ambos métodos tiendan a cero.

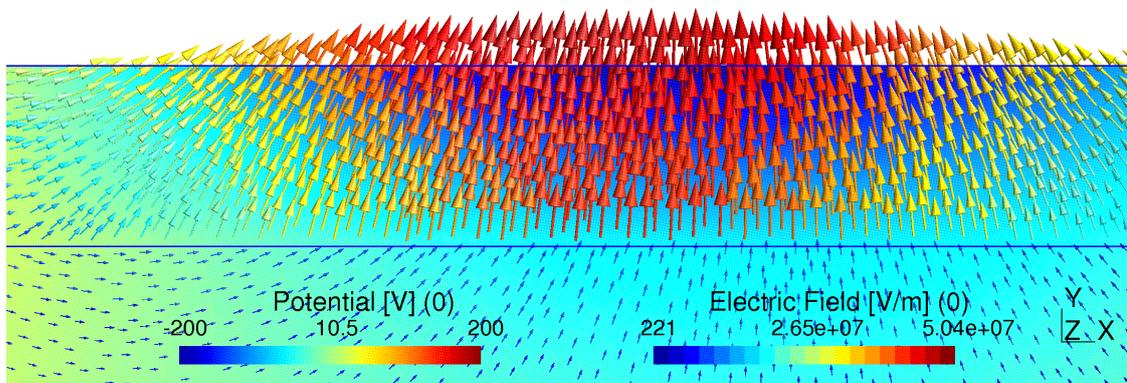


Figura 7.7: Campo eléctrico en la interfaz para una conductividad superficial de $1/(600 \cdot 10^6)$ ($1/\Omega$).

Tabla 7.3: Efecto del mallado en la convergencia

Número de nodos	Número de elementos	Solución analítica (V)	CM (V)	Error %
2353	4704	65.89	65.91	0.030
613	1224	65.89	66.02	0.197
284	566	65.89	66.20	0.470
170	338	65.89	66.40	0.774

7.3.2 Campo discreto en el dominio del tiempo

Para realizar cálculos numéricos en el dominio del tiempo es necesario discretizar el eje de tiempos en la ecuación 7.38. El método de integración más general [Steinmetz et al., 2006c; Steinmetz et al., 2007; Steinmetz et al., 2006b] para el cálculo de transitorios [Nicolet and Delince, 1996] es el *método- θ* . Es un método que tiene una exactitud aceptable y es fácil de implementar. La ecuación 7.38 es un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (DAE) [Nicolet and Delince, 1996] que tiene la forma siguiente:

$$M \frac{\partial V}{\partial t} + NV = f(t) \quad (7.45)$$

donde M y N vienen expresados por las ecuaciones matriciales siguientes:

$$M = G^T M_\varepsilon G \quad (7.46)$$

$$N = G^T M_\sigma G \quad (7.47)$$

en la que la función $f(t)$ representa las condiciones de contorno. El *método- θ* aplicado para resolver la ecuación 7.45 se indica a continuación:

$$M \frac{V_{n+1} - V_n}{\Delta t} + N (\theta V_{n+1} + (1 - \theta)V_n) = \theta f(t)_{n-1} + (1 - \theta) F(t)_n \quad (7.48)$$

donde los subíndices n y $n + 1$ se refieren a los valores de las tensiones en los tiempos t y $t + \Delta t$, respectivamente. Existen diferentes métodos de solución según el valor del parámetro θ . Si el valor de $\theta = 1$ se conoce como método implícito de Euler, si $\theta = 0$ se llama método

[Steinmetz et al., 2006c] Steinmetz, T., Wimmer, G., and Clemens, M. (2006c). Numerical Simulation of Transient Electro-quasistatic Fields Using Advanced Subspace Projection Techniques. *Advances in Radio Science*, 4:49–53.

[Steinmetz et al., 2007] Steinmetz, T., Wimmer, G., and Clemens, M. (2007). Adaptive Linear-Implicit Time Integration Using Subspace Projection Techniques for Electroquasistatic and Thermodynamic Field Simulations. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 43(4):1273–1276.

[Steinmetz et al., 2006b] Steinmetz, T., Wimmer, G., and Clemens, M. (2006b). Acceleration of Linear-Implicit Time Integration Schemes Using Subspace Projection Techniques for Electro-Quasistatic Field Simulations. In *Electromagnetic Field Computation, 2006 12th Biennial IEEE Conference on*, page 18.

[Nicolet and Delince, 1996] Nicolet, A. and Delince, F. (1996). Implicit Runge-Kutta Methods for Transient Magnetic Field Computation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 32(3):1405–1408.

explícito de Euler y si $\theta = 0.5$ se denomina método de Crank–Nicholson [Wang et al., 2001].

En la figura 7.8 se ilustra el estado transitorio en la interfaz en los puntos $z=0$ y $z=L/2$, que son los puntos A y B de la figura 7.1. En el tiempo $t = 0$ (s), el potencial es cero en todo el dominio. El tiempo para el análisis del transitorio se hizo igual a 14 ciclos de la señal de excitación siendo el valor máximo de esta tensión igual a 200 (V). El paso de tiempo utilizado en el *método- θ* fué de $T/40$ (s), siendo T el período de la señal de excitación como se indica en la tabla 4.1. Hay que resaltar que el potencial en la interfaz en el estado transitorio tiende al valor que se obtiene para el estado estacionario que es igual a 65.9 (V). En la figura 7.8 se puede ver que para un mismo instante de tiempo, el valor del potencial en los puntos A y B son iguales pero de signo contrario.

En la subsección 5.13.3 se hizo un estudio del régimen transitorio utilizando el FEM. Todo lo expuesto allí, es de aplicación en este caso. Se pueden observar las figuras 5.9(a), 5.9(b), 5.9(c) y 5.9(d), que representan los transitorios correspondientes a los puntos del dominio denominados punto A y punto B en los tiempos, $t_0 = 0$ (s), $t_1 = 1.92 \cdot 10^{-7}$ (s), $t_2 = 4.81 \cdot 10^{-7}$ (s) y $t_3 = 3.85 \cdot 10^{-6}$ (s), respectivamente. En esta secuencia se observa que a medida que el tiempo aumenta, el valor máximo de la señal también evoluciona hasta alcanzar su valor en el régimen permanente. Hay que indicar que en este estado transitorio, los primeros ciclos de la señal —como se puede observar en la figura 7.8— presentan cierta deformación hasta que se alcanza el régimen permanente. A partir de ese momento la señal recupera su forma senoidal.

7.4 Conclusiones

En este capítulo se han escrito las leyes de campo aplicables al micromotor lineal de inducción electrostático en su formulación finita como una alternativa a la formulación diferencial de las mismas. Para resolver las ecuaciones de campo se usó el método de la celda y se relacionaron las propiedades volumétricas y superficiales del material de la interfaz. El micromotor fué analizado en el dominio del tiempo y de la frecuencia. Se calculó el

[Wang et al., 2001] Wang, H., Taylor, S., Simkin, J., Biddlecombe, C., and Trowbridge, B. (2001). An Adaptive-step Time Integration Method Applied to Transient Magnetic Field Problems. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 37(5):3478–3481.

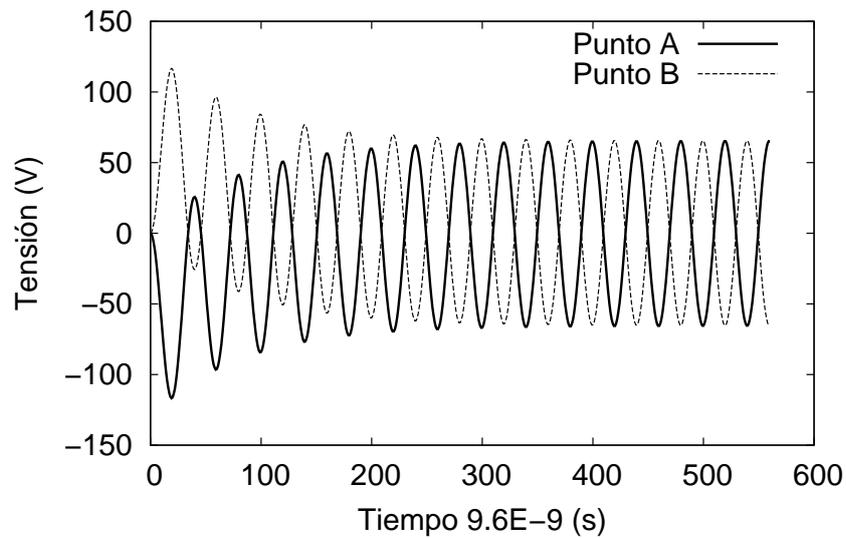


Figura 7.8: Estado transitorio en la interfaz.

potencial y el campo eléctrico para el micromotor eléctrico de inducción lineal utilizando las ecuaciones de campo en forma diferencial y aplicando la formulación finita; se tomaron las ecuaciones analíticas como referencia y se compararon los resultados obtenidos tanto para el potencial como para el campo eléctrico; los errores entre ellos pueden ser despreciados ya que son inferiores al 0.1%. En el análisis que se ha realizado utilizando el método de la celda se ha podido comprobar que las matrices globales en este método y la obtenida aplicando el fem son iguales. También se hizo un estudio de la convergencia del método de la celda hacia el óptimo teniendo en cuenta el refinamiento del mallado. Por lo que sabemos no hay publicaciones donde se haya usado el método de la celda para el análisis de micromotores de inducción electrostáticos por lo que este estudio se considera como una aportación de relieve en el contexto de esta tesis doctoral.

Conclusiones y líneas futuras

Índice

8.1 Conclusiones	173
8.2 Líneas futuras de investigación	177

Resumen: En la actualidad, existe una demanda importante de dispositivos MEMS. En particular sobre los MEMS de potencia como son los micromotores —lineales o rotativos. Su bajo consumo, pequeño tamaño, —que implica poca energía para su fabricación y posterior reciclaje— así como otras propiedades, lo hacen de gran interés tanto científico como industrial. Estos dispositivos, tienen actualmente una gran penetración en los mercados tradicionales —automoción, aeronáutica, comunicaciones y otros— y en áreas no tan conocidas, —lab-on-chip, microestaciones metereológicas, microdosificadores y otros. Esto hace que su desarrollo sea de interés y por lo tanto, es necesario la creación de herramientas de que sirvan de ayuda para el diseño de tales dispositivos.

8.1 Conclusiones

En el capítulo 2, “Estado del Arte”, se recoge una revisión de los distintos tipos de micromotores que han sido publicados hasta el momento. A través de esta revisión se comprueba que el tipo de micromotor más usado es el de inducción electrostático. Una conclusión de interés que se extrae de esta revisión es el bajo esfuerzo que se ha realizado sobre herramientas de diseño y optimización dentro del área de micromotores. Lo anterior se explica, fundamentalmente, pues para su desarrollo y avance se necesita la colaboración de otras disciplinas distintas a las tradicionales de la electrónica. El estado del arte indica que

hay un gran necesidad en investigar sobre materiales emergentes que dispongan de nuevas propiedades que cubran ciertas limitaciones que presenta la tecnología del silicio [Cimalla et al., 2007; Wilson et al., 2007].

En el capítulo 3, "Principios de funcionamiento del micromotor de inducción electrostática", se presentaron los principios de funcionamiento de las micromáquinas electrostáticas y electromagnéticas. También se realizó un estudio exhaustivo sobre las densidades de energías tanto electrostática como electromagnética en ambas escalas, incluyendo las densidades de fuerza en ambas escalas. Como conclusión, se establecieron las condiciones necesarias que conllevan al desacoplo que existe entre los campos eléctricos y magnéticos en la microescala. Si se comparan los resultados obtenidos se concluye que en la microescala predomina la micromáquina electrostática sobre la electromagnética como contrapartida de la macroescala. Otra conclusión de interés es la viabilidad que existe para construir la micromáquina electrostática en la microescala —mediante técnicas de fabricación de los circuitos integrados— mientras que la electromagnética presenta dificultades para su realización.

En el capítulo 4, "Modelado del micromotor de inducción electrostático en 2D", se revisó en detalle el principio de funcionamiento del micromotor. Se estudia el campo electrostático sobre una placa delgada de dieléctrico. Se propone un prototipo de micromotor de inducción electrostático. La prestación de interés es la densidad de esfuerzos, la cual se obtiene mediante el tensor de Maxwell. Se han obtenido las curvas de tensión y de densidades de carga frente a la distancia. Se estudian los diferentes modos de funcionamiento, como motor, generador y freno. Se concluye que las gráficas de esfuerzos presentan las mismas características que las de la máquina de inducción electromagnética en la macroescala. Al obtener las familias de curvas de densidades de esfuerzos en función del deslizamiento para

[Cimalla et al., 2007] Cimalla, V., Pezoldt, J., and Ambacher, O. (2007). Group III Nitride and SiC Based MEMS and NEMS: Materials Properties, Technology and Applications. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 40(20):6386.

[Wilson et al., 2007] Wilson, S. A., Jourdain, R. P., Zhang, Q., Dorey, R. A., Bowen, C. R., Willander, M., Wahab, Q. U., Willander, M., Al-hilli, S. M., Nur, O., Quandt, E., Johansson, C., Pagounis, E., Kohl, M., Matovic, J., Samel, B., van der Wijngaart, W., Jager, E. W., Carlsson, D., Djinic, Z., Wegener, M., Moldovan, C., Iosub, R., Abad, E., Wendlandt, M., Rusu, C., and Persson, K. (2007). New Materials for Micro-scale Sensors and Actuators: An Engineering Review. *Materials Science and Engineering: R: Reports*, 56(1-6):1 – 129.

distintos valores de la conductividad se concluye que la conductividad del material debe tener un valor finito y distinto de cero. Las gráficas de la densidad de esfuerzos frente a la conductividad del material de la interfaz, presentan las mismas características que las de las máquinas electromagnéticas con respecto a las resistencias rotóricas. Cuando se estudia el efecto de la variación del grueso de la capa de aire sobre la densidad de esfuerzos se concluye que éste aumenta cuando esta distancia disminuye y que su posición se desplaza hacia la velocidad de sincronía. También se concluye que la variación del grueso de la capa de material aislante de la parte móvil sobre la densidad de esfuerzos no tiene gran efecto sobre el valor máximo de la misma. Contribuye a desplazar la posición de este valor máximo hacia valores próximos a la velocidad de sincronía. Al estudiar el efecto combinado del grueso de ambas capas, la del aire y la del material aislante sobre la densidad de esfuerzos, se concluye que, tiene más importancia el grueso de la capa de aire que el grueso de la capa del material aislante.

La metodología utilizada en este capítulo es similar a la que se utiliza en las macromáquinas. Se cubre así un amplio espectro de la teoría de micromáquinas que va desde la definición del modelo hasta la obtención de las ecuaciones analíticas que modelan su funcionamiento, los análisis de sensibilidad hasta el cálculo del rendimiento.

En el capítulo 5, “Modelo de parámetros concentrados de un micromotor de inducción electrostático”, se propuso un modelo de circuito eléctrico equivalente de parámetros concentrados por fase para la obtención de prestaciones en estado estacionario. El modelo propuesto tiene significado físico, es decir, que cada uno de los componentes que conforman este circuito tiene naturaleza y significado físico. Es importante notar, que el modelo circuital propuesto permite establecer una relación entre los dominios eléctricos y mecánicos. Para la obtención de prestaciones, se formulan las ecuaciones circuitales que permiten el cálculo de la tensión en la interfaz y la densidad de esfuerzos del micromotor mediante el análisis de dicho circuito. Para el ajuste del valor de los parámetros del modelo propuesto se utilizan la herramienta de algoritmos genéticos, cuya función de ajuste utilizada es el error cuadrático de la tensión en la interfaz —error cuadrático entre la tensión calculada en función de los parámetros del modelo circuital y la misma tensión calculada mediante la expresión analítica en el modelo físico. El modelo ha sido validado comparando los valores obtenidos para el potencial y la densidad de esfuerzos en la interfaz por dos métodos diferentes. Para ello se han usado las ecuaciones analíticas deducidas de las ecuaciones de

campo de Maxwell, en el modelo físico, y las ecuaciones propias de la teoría de circuitos en el circuito eléctrico de parámetros concentrados del modelo propuesto. También se ha comprobado que los valores de los parámetros concentrados del circuito equivalente — que fueron obtenidos para el estado estacionario— satisfacen los requerimientos del estado transitorio. Por todo lo anterior se concluye que el modelo es válido.

En el capítulo 6, “Estudio de los armónicos espaciales”, a partir del modelo circuital propuesto en esta tesis se obtuvo la densidad de esfuerzos en un micromotor teniendo en cuenta el efecto de los armónicos espaciales. El objeto del capítulo era validar el modelo, y para ello se utilizaron las ecuaciones analíticas y las circuitales. Los resultados obtenidos se compararon los resultados obtenidos con los dos modelos. Para aplicar el método circuital de parámetros concentrados fue necesario resolver tantos circuitos equivalentes como armónicos se tomaron. Los resultados obtenidos para las tensiones y las densidades de esfuerzos en la interfaz se representaron gráficamente, demostrando que la amplitud de la tensión de los armónicos espaciales presenta la máxima atenuación en la interfaz. Esto ratifica el efecto capacitivo que presenta el micromotor debido a su geometría. También se observa que la densidad de esfuerzos en la interfaz debido a cada armónico reduce su valor a medida que el orden del armónico aumenta. Teniendo en cuenta que la densidad de esfuerzos en la interfaz es función del cuadrado de la tensión en ella, se concluye que las densidades de esfuerzos de los armónicos espaciales de orden superior al fundamental pueden ser despreciados. Analizados estos resultados y teniendo en cuenta la correlación que existe entre ellos, se valida el modelo propuesto.

En el capítulo 7, “Análisis de un micromotor de inducción electrostático utilizando el método de la celda”, se estableció una formulación alternativa a la formulación diferencial clásica para la resolución de las ecuaciones de campo. El micromotor fue analizado en el dominio del tiempo y de la frecuencia, calculando el potencial y el campo eléctrico bien con la formulación clásica diferencial y la formulación finita; se tomaron las ecuaciones analíticas como referencia y se compararon los resultados obtenidos. Se concluye que los errores entre ellos pueden ser despreciados, ya que son inferiores al 0.1%. En el análisis que se ha realizado utilizando el método de la celda se ha podido comprobar que las matrices globales en este método y la obtenida aplicando elementos finitos son iguales. También se hizo un estudio de la convergencia del método de la celda hacia el óptimo teniendo en cuenta el refinamiento del mallado. Por lo que sabemos no hay publicaciones donde se haya

usado el método de la celda para el análisis de micromotores de inducción electrostáticos por lo que este estudio se considera como una aportación de relieve en el contexto de esta tesis doctoral.

8.2 Líneas futuras de investigación

Establecer las líneas futuras que se deriven del trabajo de investigación presentado puede ser una labor simple o compleja, según se entienda. Ateniéndose, estrictamente, al trabajo realizado y las posibles extensiones del mismo a corto y medio plazo puede resultar simple. Sin embargo, una simple reflexión posterior sobre las extensiones propuestas al trabajo arrojaría sombras sobre la profundidad de lo tratado y lo inmenso del campo de trabajo, desvirtuando el objeto del apartado. A pesar de lo anterior, a medida que se ha ido realizando el trabajo de investigación han surgido ciertas cuestiones de interés a ser consideradas en futuros trabajos de investigación relacionados con el aquí presentado.

Un reto que puede parecer factible a corto plazo es la fabricación y medida de un prototipo de micromotor lineal de inducción electrostático. Este hito requiere dominar no sólo las tecnologías y técnicas de fabricación específicas, sino también la micromanipulación posterior para el ensamblaje adecuado de la micromáquina. Para el uso de tecnologías de fabricación y micromanipulación se precisan de grandes infraestructuras, algunas de ellas disponibles en la actualidad a través de la red española de micro y nano sistemas. A través del proyecto de la Agencia Canaria de Investigación, Innovación y Sociedad de la Información (ACIISI) MICROIN (SolSubC200801000283) se están desarrollando algunos prototipos previos, más simples, con el fin de familiarizarse con la tecnología. Esta fase de entrenamiento previo es necesaria antes de comprometer la implementación de un diseño de tal complejidad en el futuro.

Un aspecto de especial relevancia es la exploración del espacio de diseño para las topologías basadas en micromotores de inducción electrostáticos lineales. Ha quedado claro y manifiesto que las actuales geometrías son de compleja integración debida a la tensión de alimentación del microsistema. Sin embargo, la optimización de la geometría frente a sus prestaciones para en términos de la tensión de alimentación, es decir, su espacio de diseño permite conocer con las tecnologías actuales el espectro de soluciones posibles. En particular, la obtención del par máximo en el arranque restringido al mínimo de corriente

para varias geometrías es una figura de mérito para comparar varias soluciones tecnológicas.

Otro aspecto de gran interés es el desarrollo de modelos tridimensionales del micromotor de inducción electrostático que permita el análisis con herramientas numéricas muy intensivas en cálculo. Hasta el momento el análisis de estos dispositivos se realizan con herramientas numéricas pero sólo teniendo en cuenta efectos de primer orden. Si se dispone de un modelo tridimensional del micromotor es posible validar efectos de segundo y tercer orden. Estos efectos de orden superior, pueden ser modelados para conocer la relación entre geometría y prestaciones finales de la micromáquina. El modelo tridimensional permite validar los resultados sin necesidad de recurrir a la fabricación. La principal dificultad del modelo tridimensional estriba en las técnicas de mallado y de resolución de mallado de la geometría que se apliquen y su validez.

El modelo equivalente propuesto para el micromotor de inducción electrostático está validado para las tensiones de la interfaz. En un análisis posterior se hará un análisis por elementos finitos para calcular las corrientes en todos los electrodos. Éstas serán comparadas con las obtenidas en el circuito equivalente propuesto.

Es evidente que los micromotores sufren de rozamiento entre sus partes móviles y fijas y por ende que la durabilidad del mecanismo es un parámetro a optimizar, tan importante o más que la potencia de consumo o la tensión de alimentación. Una línea de trabajo de gran interés para micromáquinas está relacionada con la tribología. Es de especial interés, conocer la fricción, el desgaste y la posible lubricación que tiene lugar durante el contacto entre superficies sólidas en movimiento en la microescala.

Apéndice A

Resumen de publicaciones realizadas

Proceedings of the 2008 International Conference on Electrical Machines

Paper ID 896

Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor

Francisco Jorge Santana Martín

José Miguel Monzón Verona

Electrical Eng. Dept., University of Las Palmas de Gran Canaria;

Santiago García-Alonso Montoya

Juan Antonio Montiel-Nelson

Electronic and Automation Eng. Dept., University of Las Palmas de Gran Canaria;

E-mails: fsantana@die.ulpgc.es, jmonzon@die.ulpgc.es, sgarcia@diea.ulpgc.es, montiel@iuma.ulpgc.es

Abstract— An electrostatic induction micromotor has been simulated and analyzed using Maxwell equations defining the mathematical model that governs it. We have introduced the analytical solution of the mathematical model for a simple geometry of the micromotor. The obtained results have been generalized for a model that presents cylindrical symmetry. An approximate solution has been evaluated through the realization of the analysis and numeric calculus (FEM) of the model. The force density has been estimated using the tensorial calculus. The FEM solution has been compared with the analytical solution for verification purpose.

I. INTRODUCTION

The present paper deals with the design, simulation and analysis of an electrostatic induction micromotor. The laws that govern the operation of electromagnetic induction motors used in the industry are well known. However, micro scale effects should be considered for micromotor design and implementation. These effects are discussed in this paper.

Currently, the design and implementation of a micromotor using MEMS technology is a great challenge. For this purpose, we have developed some tools based on FEM to simulate the electromagnetic fields and force density of an electrostatic micromotor. The proposed analytical equations are compared with the obtained solutions provided by FEM tools. To our knowledge, only a few publications deal with this topic [1]–[3].

The study has been carried out in a simple linear electrical induction micromachine constituted by two parallel plates — rotor and stator— isolated by a dielectric [4]. The distance between plates is 6µm. Fig. 1 illustrates the geometry and electromechanical coupling effects of a linear electrical induction micromachine.

This work is focused in the linear micromachine due to the greater simplicity of its analytical equations. The linear micromachine is the unfolding of a rotating electric micromachine, and this is the reason why the conclusions obtained for the linear micromachine are easily generalized to the rotating one.

II. PHYSICAL PRINCIPLES

The main principles that explain micromachines in the microscale are different from those that are present in the macroscale. The Paschen's [5] law applied in the microscale establishes that the electric field intensity E roles the behaviour of the electrostatic induction micromachines, and not the magnetic field intensity, as in the macroscale. Paschen's law can be expressed as

$$E_B = 100 \frac{365 p}{1.18 + \ln(pd)} \quad (\text{V/cm Torr}) \quad (1)$$

where, parameters p and d are introduced in Table I. Fig. 2 illustrates the electric field vs. distance for Paschen's law.

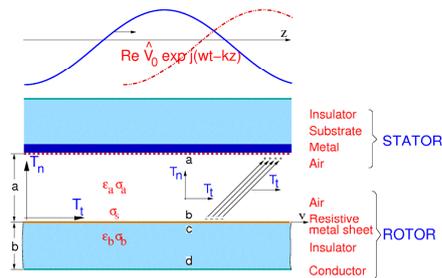


Fig. 1. Linear electrical induction micromachine.

TABLE I
SYMBOLS

Symbol	Name	Units
a	Height of dielectric 2	m
d	Distance	cm
E_B	Break electric field	V/m
k	Number of waves per metre	-
j	Imaginary unity	-
J_f	Volumetric current density	A/m ²
p	Pressure	Torr
S	Slip	-
v	Linear speed of mobile part	m/s

2009 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics
Suntec Convention and Exhibition Center
Singapore, July 14-17, 2009

Finite Formulation in 2D for the Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor

J. M. Monzón, F. J. Santana, S. García-Alonso, J. A. Montiel-Nelson, *Member, IEEE*

Abstract—An electrostatic induction micromotor has been simulated and analyzed using the Finite Formulation. An approach based on a primal-dual barycentric discretization of the 2D space is presented, considering the potential in each node on the primal mesh as unknown. We have introduced the analytical solution of the mathematical model for a simple geometry of the micromotor. The Finite Formulation solution has been compared with the analytical and FEM solution for verification purposes.

I. INTRODUCTION

All existing numerical methods for the solution of the field equation have, in one way or another, a *differential formulation* as their starting point. A discrete formulation is then obtained by means of the many discretization methods, such as Finite Difference Methods, Finite Element Method, Boundary Element Method, etc. As an alternative, most of the researchers reformulate field laws in *finite form* so that an algebraic system of equations is directly written to solve the field problem, avoiding the use of the discretization process applied to a differential equation. This approach is the Finite Formulation [1]–[3] and the corresponding numerical method is known as the Cell Method (CM) [4]–[6].

The present paper applies this method to the simulation and analysis of an electrostatic induction micromotor.

Currently, the design and implementation of a micromotor using MEMS technology is a great challenge [7]–[9]. For this purpose, we have developed some tools based on Finite Formulation to simulate the electromagnetic fields and torque of an electrostatic induction micromotor. The proposed analytical equations are compared with the obtained solutions provided by Finite Formulation tools. To our knowledge, there are not publications dealing with CM for micromotors. A generic study of other electrostatic applications is presented in [10].

The study has been carried out in a simple linear electrical induction micromachine constituted by two parallel plates—rotor and stator— isolated by a dielectric [8]. The distance between plates is $6\mu\text{m}$. Fig. 1 summarizes the operation

J. M. Monzón is in the Electrical Eng. Dept., University of Las Palmas de Gran Canaria, Spain (phone: +34 928-451-245; fax: +34 928-457-319; e-mail: jmonzon@die.ulpgc.es).

F. J. Santana, is in the Electrical Eng. Dept., University of Las Palmas de Gran Canaria, Spain (e-mail: fsantana@die.ulpgc.es).

S. García-Alonso is in the Electronic and Automation Eng. Dept., University of Las Palmas de Gran Canaria, Spain (e-mail: sgarcia@diea.ulpgc.es).

J. A. Montiel-Nelson is in the Electronic and Automation Eng. Dept., University of Las Palmas de Gran Canaria, Spain (montiel@iuma.ulpgc.es).

mode of the micromachine and Table 1 shows the nomenclature introduced.

This study is focused in the linear micromachine due to the greater simplicity of its analytical equations. The linear micromachine is the unfolding of a rotating electric micromachine and this is the reason why the conclusions obtained for the linear micromachine are easily generalized to the rotating one.

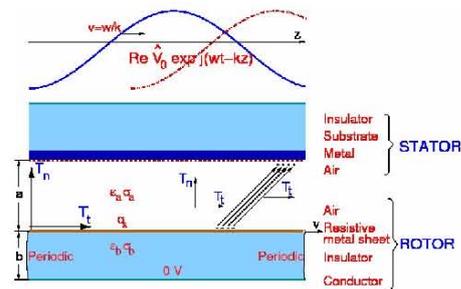


Fig. 1. Linear electrical induction micromachine.

II. DIFFERENTIAL FORMULATION

The fundamental problem of a physical field can be stated as follows: first, we introduce the shape and the dimension of the field domain, second we study the spatial and temporal distribution of the field sources; third we present the nature of the material that fills the field domain, and finally we obtain the boundary condition that summarize the action of the external of the field domain [2].

To begin with, we present the following equations that are referenced in [11]–[13], and they have been taken as the base for this work.

As initial assumption we use Gauss's law:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f \quad (1)$$

The charge conservation law says:

$$\nabla \cdot \vec{J}_f + \frac{\partial \rho_f}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

As initial hypothesis we assume a quasi conservative electric field

$$\nabla \times \vec{E} \approx 0 \quad (3)$$

Operation Modes of an Electrostatic Induction Micromachine.

Francisco Jorge Santana Martín

José Miguel Monzón Verona

Electrical Eng. Dept., University of Las Palmas de Gran Canaria;

Santiago García-Alonso Montoya

Juan Antonio Montiel-Nelson

Electronic and Automation Eng. Dept., University of Las Palmas de Gran Canaria;

e-mails: fsantana@die.ulpgc.es, jmonzon@die.ulpgc.es, sgarcia@diea.ulpgc.es, montiel@iuma.ulpgc.es

Abstract—An electrostatic induction micromachine has been analyzed using Maxwell equations. We introduce the analytical solution for the mathematical model for a simple geometry of the micromachine. The force density has been estimated using the analytical equation as a function of the slip. We analyse in detail the operation modes and regions that define the behaviour of the proposed micromachine as micromotor, microgenerator and break modes. We found some similarities between operation modes and regions at micro and macro scale, that is, between our electrostatic induction micromachine and a classical electromagnetic induction machine.

I. INTRODUCTION

The present paper deals with the design, and analysis of an electrostatic induction micromachine. Although, the laws that describe the operation of electromagnetic induction machine are well known, microscale effects should be considered for micromachine design and implementation. These effects are discussed in this paper for induction electrostatic micromachines.

Currently, the design and implementation of a micromachine using MEMS technology is a great challenge [1]. For this purpose, we have deduced from Maxwell's equations some analytical equations that estimate the force density of the induction electrostatic micromachine as a function of its slip (S). To our knowledge, no publications deal with the graphic representation of the operating modes of electrostatic induction micromachines.

The study has been carried out in a simple linear electrical induction micromachine constituted by two parallel plates—rotor and stator— isolated by a dielectric [2]. The distance between plates is $6\mu\text{m}$. Fig. 1 summarizes the operation mode of the micromachine.

II. PHYSICAL PRINCIPLES

In this work, we assume that the main principles that govern micromachines in the microscale are different from the typical principles that are present in the macroscale. The Paschen's law applied in the microscale establishes that the electric field intensity E roles the behaviour of the electrostatic induction micromachines, and not the magnetic field intensity, as in the macroscale. Paschen's law can be expressed as

$$E_B = 100 \frac{365p}{1.18 + \ln(pd)} \quad (1)$$

Where, parameters and variables are introduced in Table I. Fig. 2 illustrates the electric field vs. distance for Paschen's law.

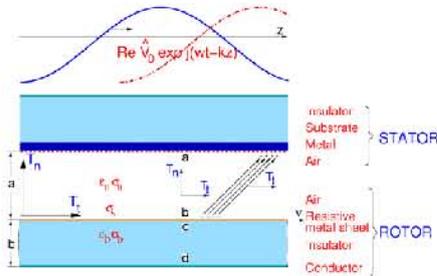


Fig. 1. Linear electrical induction micromachine.

TABLE I
SYMBOLS

Symbol	Name
E_B	Break electric field
p	Pressure
d	Distance
ϵ_0	Permittivity vacuum
V	Inter-electrode voltage
V_0	Supply voltage
k	Number of waves per metre
ϵ_{eff}	Effective permittivity
ϵ_d	Electric permittivity of the dielectric
σ_{eff}	Effective Conductivity
σ_d	Electric conductivity of the dielectric
ω	Angular frequency
v	Linear speed of mobile part
v_0	Linear speed of the wave

ISEF 2009 - XIV International Symposium on Electromagnetic Fields
in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering
Arras, France, September 10-12, 2009

CELL METHOD ANALYSIS OF AN ELECTROSTATIC INDUCTION MICROMOTOR

*J. M. Monzón, *F. J. Santana, **S. García-Alonso, **J. A. Montiel-Nelson

University of Las Palmas de Gran Canaria, *Electrical Eng. Dept. and **Electronic and Automatic Eng. Dept.,
Campus de Tafira s/n, 35017 Las Palmas de Gran Canaria, Spain, E-mails: jmonzon@die.ulpgc.es,
fsantana@die.ulpgc.es, sgarcia@dea.ulpgc.es, montiel@iuma.ulpgc.es.

Abstract – An electrostatic induction micromotor has been simulated and analyzed in time and frequency domain using the Finite Formulation. An approach based on a primal–dual barycentric discretization of the 2D space is introduced, considering the potential in each node on the primal mesh as unknown. We have introduced the analytical solution of the mathematical model for a simple geometry of the micromotor. For verification purposes, the Finite Formulation has been compared against the analytical model and FEM comparisons demonstrate that the error is neglected.

Introduction

All existing numerical methods for the solution of the field equation use *differential formulation*. A discrete formulation is then obtained by means of the different discretization methods, such as Finite Difference Methods, Finite Element Method, Boundary Element Method, etc.

As an alternative, most of the researchers reformulate field laws *infinite form* so that an algebraic system of equations is directly written to solve the field problem, avoiding the use of the discretization process. This approach is the Finite Formulation [1]–[3] and the corresponding numerical method is known as the Cell Method (CM) [4]–[6]. The present paper applies this method to the simulation and analysis of an electrostatic induction micromotor.

Currently, the design and implementation of a micromotor using MEMS technology is a great challenge [7]–[9]. For this purpose, we have developed some tools based on Finite Formulation to simulate the electromagnetic fields and torque of an electrostatic induction micromotor. The proposed analytical equations are compared with the obtained solutions provided by Finite Formulation tools. To our knowledge, there are not publications dealing with CM for micromotors in time and frequency domain. A generic study of other electrostatic applications is presented in [10].

The study has been carried out in a simple linear electrical induction micromachine constituted by two parallel plates —rotor and stator— isolated by a dielectric [8]. The distance between plates is 6 μm . Fig. 1 summarizes the operation mode of the micromachine and Table I shows the nomenclature introduced. This study is focused in the linear micromachine due to the greater simplicity of its analytical equations. The linear micromachine is the unfolding of a rotating electric micromachine and this is the reason why the conclusions obtained for the linear micromachine are easily generalized to the rotating one.

Finite Formulation for the micromotor

We begin using global variables for the Finite Formulation. The global variables refer to oriented geometrical elements like *points, lines, surfaces, volumes, instant, and interval*.

According to Finite Formulation, global variables can be also classified into *configuration, source, and energy* variables [1]. The configuration variables describe the configuration of the field without the intervention of the material parameters. The source variables describe the source of the field without involving the material parameters. The energy variables are the product between a configuration and source variables.

ISEF 2009 - XIV International Symposium on Electromagnetic Fields
in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering
Arras, France, September 10-12, 2009

LUMPED PARAMETRIC MODEL FOR AN ELECTROSTATIC INDUCTION MICROMOTOR USING GA'S METHODS

*F. J. Santana, *J. M. Monzón, **S. García-Alonso, **J. A. Montiel-Nelson

University of Las Palmas de Gran Canaria, *Electrical Eng. Dept. and **Electronic and Automatic Eng. Dept.,
Campus de Tafira s/n, 35017 Las Palmas de Gran Canaria, Spain, E-mails: fsantana@die.ulpgc.es,
jmonzon@die.ulpgc.es, sgarcia@diea.ulpgc.es, montiel@iuma.ulpgc.es.

Abstract – In this work we introduce a novel lumped parametric equivalent circuit, that couples electromechanical parameters, and describes the behavioral model of a linear electrostatic induction micromotor. We use Genetic Algorithms (GA) for tuning the parameters of the proposed model. Our model is validated by comparison against analytical solution. The comparison results demonstrate that the fitting error between our proposed equivalent circuit and the analytical solution—calculated applying the field analytical Maxwell's equations—for the interface potential and force density vs. slip functions are neglected.

Introduction

Researchers on electromagnetic induction machines have established some well-known models, as the classic equivalent circuit model in stationary state, that are currently published in the scientific literature [1]. Inspired by these models (IEEE Std. 112) [2] and demonstrated the duality of the electrostatic induction micromachine in the microscale with the electromagnetic induction machine in the microscale [3], a new lumped parametric equivalent circuit model is proposed for the micromotor, as shown in Fig. 1.

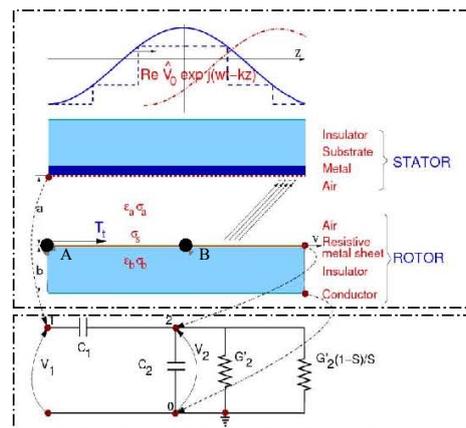


Fig. 1. Physical model and proposed per face lumped parametric equivalent models for the electrostatic induction micromotor.

The quality of this circuit model is based on how its magnitudes of interest match the main phenomena under study in the micromotor (force density, tension at the interface, etc.). The proposed lumped parametric model defines a micromotor in terms of circuit entities (C_1 , C_2 , G'_2 , etc.) and a network or topological structure. Each entity has its own constitutive equations that can be expressed

Lumped Parametric Model for an Electrostatic Induction Micromotor Using GA

F. J. Santana[#], J. M. Monzón[#], S. García-Alonso*, J. A. Montiel-Nelson*

[#] Electrical Engineering Department, University of Las Palmas de Gran Canaria

* Electronic and Automatic Engineering Department, University of Las Palmas de Gran Canaria
Campus de Tafira s/n, 35017 Las Palmas de Gran Canaria, Spain

E-mail: fsantana@die.ulpgc.es, jmonzon@die.ulpgc.es, sgarcia@diea.ulpgc.es, montiel@iuma.ulpgc.es

Abstract- In this work we introduce a novel lumped parametric equivalent circuit, that couples electromechanical parameters, and describes the behavioral model of a linear electrostatic induction micromotor. We use Genetic Algorithms (GA) for tuning the parameters of the proposed model. Our model is validated by comparison against analytical solution. The comparison results demonstrate that the fitting error between our proposed equivalent circuit and the analytical solution—calculated applying the field analytical Maxwell's equations—for the interface potential and force density vs. slip functions are neglected.

I. INTRODUCTION

Researchers on electromagnetic induction machines have established some well-known models, as the classic equivalent circuit model in stationary state, that are currently published in the scientific literature [1]. Inspired by these models (IEEE Std. 112) [2] and demonstrated the duality of the electrostatic induction micromachine in the microscale with the electromagnetic induction machine in the microscale [3], a new lumped parametric equivalent circuit model is proposed for the micromotor, as shown in Fig. 1.

The quality of this circuit model is based on how its magnitudes of interest match the main phenomena under study in the micromotor (force density, tension in the interface, etc.).

The proposed lumped parametric model defines a micromotor in terms of circuit entities (C_1 , C_2 , G_2 , etc) and a network or topological structure. Each entity has its own constitutive equations that can be expressed in a mathematical form. The network or topological structure defines the system configuration. The composition of these mathematical relations for each entity gives us a system of algebraic equations.

The top section of Fig. 1 represents the micromotor physical model, and the bottom one shows the proposed lumped parametric equivalent circuit model. As it can be seen, the correspondence between the physical model and the lumped parametric equivalent circuit model is straightforward.

The proposed model explains and predicts the behavior of the electrostatic induction micromotor in a clear way, without expensive temporal simulations, saving computational resources. To our knowledge, no lumped parametric

equivalent circuit model per phase has been found in the literature for the electrostatic induction micromotor.

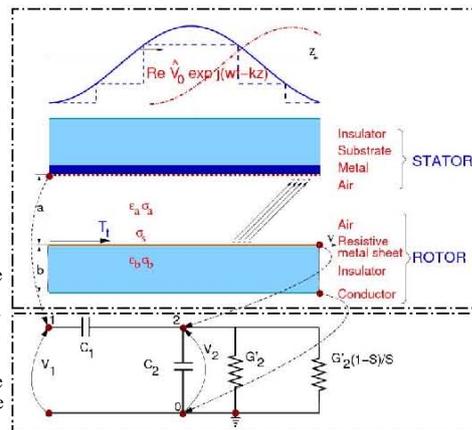


Fig. 1. Physical model and proposed per face lumped parametric equivalent models for the electrostatic induction micromotor.

II. GENETIC ALGORITHMS

Genetic Algorithm is an optimization technique inspired in the Darwin's evolution theory that has raised a great interest in the scientific community all over the world in recent years. This technique imitates the selection mechanics of the nature where only the more capable individuals of a population survive. John Holland was the pioneer in this topic and his main contribution was to develop the foundations that allowed the incorporation of these techniques to a computer [4].

A more precise definition of GA is [5], mathematic probabilistic searching algorithm, highly parallel, that transforms a set (population) of individual mathematical objects (associating each one with an aptitude) in a new population. That is to say, it obtains the following generation using Darwin's principles of reproduction and survival of the most capable. Between these natural genetic operations stands out the sexual recombination, the asexual recombination and the mutation.

Sensors **2010**, *5*, 1-x manuscripts; doi:10.3390/s90x0000x

OPEN ACCESS

sensors

ISSN 1424-8220

www.mdpi.com/journal/sensors

Article

Electro-quasistatic Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor by using the Cell Method

José Miguel Monzón-Verona¹, Francisco Jorge Santana-Martín¹,
Santiago García-Alonso² and Juan Antonio Montiel-Nelson^{2,*}

1 University of Las Palmas de Gran Canaria, Department of Electrical Engineering, Institute for Applied Microelectronics, Campus Univ. de Tafra s/n, 35017 Las Palmas de Gran Canaria, Spain

2 University of Las Palmas de Gran Canaria, Department of Electronic Engineering and Automatic, Institute for Applied Microelectronics, Campus Univ. de Tafira s/n, 35017 Las Palmas de Gran Canaria, Spain

E-Mails: jmonzon@die.ulpgc.es; fsantana@die.ulpgc.es; sgarcia@diea.ulpgc.es, montiel@iuma.ulpgc.es

* Author to whom correspondence should be addressed; E-Mail: montiel@iuma.ulpgc.es; Tel.: +34-928-451-252; Fax: +34-928-451-083.

Received: in revised form: 31 May 2010/ Accepted: / Published:

Abstract: An *electro-quasistatic analysis of an induction micromotor has been realized by using the Cell Method*. We employed the direct Finite Formulation (FF) of the electromagnetic laws, hence, avoiding a further discretization. Cell Method (CM) is used for solving the field equations at the entire domain (2D space) of the micromotor. We have reformulated the field laws in a direct FF and analyzed physical quantities to make explicit the relationship between magnitudes and laws. We applied a primal-dual barycentric discretization of the 2D space. The electric potential has been calculated on each node of the primal mesh using CM. For verification purpose, an analytical electric potential equation is introduced as reference. In frequency domain, results demonstrate the error in calculating potential quantity is neglected (<3%). In time domain, the potential value in transient state tends to the steady state value.

Keywords: micromotor; electrostatic; induction; cell method; direct finite formulation.

Analysis of Spatial Harmonics in a Polyphase Electrostatic Induction Micromotor

F. J. Santana-Martin, J. M. Monzón-Verona, S. García-Alonso, J. A. Montiel-Nelson

Abstract – This paper analyzes the influence on the force density of the spatial harmonics of the excitation voltage signal on each electrode of an electrostatic induction micromotor. We have used the lumped parametric equivalent circuit [7] and demonstrated that the spatial harmonics are attenuated from stator to rotor.

Index Terms—Electrostatic induction micromotor, spatial harmonics, parametric equivalent circuit.

I. NOMENCLATURE

Symbol	Name	Unit
a	Height of dielectric a , air	(m)
b	Height of dielectric b , rotor	(m)
C_1	Capacitance 1	(F/m)
C_2	Capacitance 2	(F/m)
G_2	Conductance 2	(S/m)
G_r	Variable Conductance	(S/m)
k	Number of waves per metre	—
j	Imaginary unity	—
S	Slip	—
F_t	Force density tangential component	(N/m ²)
v	Linear speed of mobile part	(m/s)
V	Inter-electrode voltage	(V)
V_0	Supply voltage	(V)
V_1	Voltage in node 1	(V)
V_2	Voltage in node 2	(V)
ϵ_a	Permittivity of the dielectric a	(F/m)
ϵ_b	Permittivity of the dielectric b	(F/m)
$\epsilon_{\#}$	Effective permittivity	(F/m)
ω	Angular frequency of the signal	(Hz)
σ_a	Conductivity of the dielectric a	(S/m)
σ_b	Conductivity of the dielectric b	(S/m)
$\sigma_{\#}$	Effective Conductivity	(S/m)
σ_s	Surface Conductivity	(S)
Φ^0	Voltage at the interface	(V)
ψ	Objective function	—

II. INTRODUCTION

Electrical micromachines, such as micromotors and microgenerators, have been fabricated thanks to the advance on material processing in the microscale and to the use of well-known techniques utilized in the microelectronic world [1]. These micromachines, called power MEMS, include devices such as gas microturbines, micropumps, microcompressors, among others. In this paper we study the distribution of the voltage spatial harmonics in an electrostatic induction micromotor, and its influence on the force density of the mobile part of the micromotor.

To perform the analysis we use the physical model of the micromotor. This model has been obtained from Maxwell's

equations [2] [3], taking into account the boundary conditions of the micromotor. The boundary conditions of the stator of the micromachine, consist in a set of voltages applied to six electrodes—six conduction plates—with a time phase difference [1] and [4]. In this way, a traveling voltage wave that induces a charge on the mobile part is obtained. Mobile part and stator remain electrostatically coupled. The traveling voltage wave makes possible the movement of the mobile part, which causes the output mechanical power [5] and [6].

Published works dealing with induction micromotors obtain the torque from a pure sinusoidal voltage traveling wave associated to the power supply [7].

For the purpose of this work, we take into account all the harmonics of the travelling wave, and study their influence on the force density function. In addition, we use a simple equivalent circuit that helps to obtain the main magnitudes of interest in a micromotor, such as power consumption, force density, among others.

Fig. 1 illustrates the boundary conditions applied to the six conductive plates, from 1 to 6. The maximum applied voltage is 200 (V).

To obtain the force densities for the different harmonics, from Maxwell's equations—Gauss theorem, continuity equation and constitutive equations—we obtained the electric field equation of the electrostatic induction micromotor [7]:

$$\nabla \sigma \nabla \Phi + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \epsilon \nabla \Phi = \mathbf{0}. \quad (1)$$

Equation (1) is a differential algebraic system of equations (DAE) that is represented as:

$$M \frac{\partial \Phi}{\partial t} + N \Phi = f(t), \quad (2)$$

where M and N are matrix of coefficients, Φ is the potential at the interface, and $f(t)$ is the excitation potential signal on each electrode when Dirichlet conditions are used to solve the FEM equation system. This time-dependent equation has to be discretized in both space and time domain. The space domain is discretized with triangular elements using Gmsh software [8]. The discretization in time domain has been realized applying the θ -method. Then, (3) takes the following expression:

$$M \frac{\Phi_{n+1} - \Phi_n}{\Delta t} - N(\theta \Phi_{n+1} + (1 - \theta)\Phi_n) - \theta b_{n+1} + (1 - \theta)b_n, \quad (3)$$

where index n and $n+1$ refer to Φ quantities at time t and $t+\Delta t$, respectively. Depending on the values for parameter θ ,

F. J. Santana-Martin (e-mail: fsantana@diec.upgc.es) and J. M. Monzón-Verona (e-mail: jmonzon@diec.upgc.es) are with the Institute for Applied Microelectronics and the Department of Electrical Engineering, University of Las Palmas de Gran Canaria, 35017-Las Palmas de Gran Canaria, Spain.

S. García-Alonso (e-mail: sgarcia@diec.upgc.es) and J. A. Montiel-Nelson (e-mail: montiel@iiuma.upgc.es) are with the Institute for Applied Microelectronics and the Department of Electronic Engineering and Automatic, University of Las Palmas de Gran Canaria, 35017 Las Palmas de Gran Canaria, Spain.



Dynamic Analysis of an Electrostatic Microswitch Using Rayleigh–Ritz Method

Jorge Santana–Cabrera, José Miguel Monzón–Verona
Francisco Jorge Santana–Martín, Santiago García–Alonso, and
Juan Antonio Montiel–Nelson

University of Las Palmas de Gran Canaria,
Institute for Applied Microelectronics,
Dept. of Electronic Engineering and Automation and
Dept. of Electrical Engineering,
Campus Univ. de Tafira s/n, 35017 Las Palmas de Gran Canaria, Spain.
e-mails: {jscabrera,jmonzon,fsantana,sgarcia,montiel}@iuma.ulpgc.es

Abstract

A lumped parametric model for dynamic analysis of an electrostatic microswitch is presented. This electrostatic RF MEMS switch is a microbeam that deflects under an applied load, for closing or breaking an electrical circuit. The lumped model has been validated against a distributed model for two degrees of freedom, the displacement and velocity at the free end of the microbeam. The effective mass of the lumped parametric model is obtained using Rayleigh–Ritz energy method. Finite Element Method (FEM) has also been applied to solve this coupled electromechanical problem, and the results obtained through both methods have been analyzed and compared, and the error is negligible, therefore validating the proposed model.

Keywords: microswitch , electrostatic microdevice, lumped–model, RF MEMS

1. Introduction

First electrostatic actuator dates from the 18th century, when several types of electrostatic macromotors were built. The electrostatic forces in motors are, relatively, very small compared with the high driving and supply voltages. This

Bibliografía

- [Agarwal and Hess, 2010] Agarwal, A. and Hess, H. (2010). Biomolecular Motors at the Intersection of Nanotechnology and Polymer Science. *Progress in Polymer Science*, 35(1-2):252 – 277.
- [Ahn et al., 1993] Ahn, C., Kim, Y., and Allen, M. (1993). A Planar Variable Reluctance Magnetic Micromotor with Fully Integrated Stator and Wrapped Coils. In *Micro Electro Mechanical Systems, 1993, MEMS '93, Proceedings An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Systems. IEEE.*, pages 1 –6.
- [Alotto and Perugia, 2004] Alotto, P. and Perugia, I. (2004). Matrix Properties of a Vector Potential Cell Method for Magnetostatics. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 40(2):1045 – 1048.
- [Alotto et al., 2006] Alotto, P., Specogna, R., and Trevisan, F. (2006). A θ -method for Eddy Currents in Time-domain with a Discrete Geometric Approach. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 42(4):779 –782.
- [Arnold et al., 2004] Arnold, D., Cros, F., Zana, I., Veazie, D., and Allen, M. (2004). Electroplated Metal Microstructures Embedded in Fusion-bonded Silicon: Conductors and Magnetic Materials. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 13(5):791 – 798.
- [Atten et al., 2005] Atten, P., Coulomb, J.-L., and Khaddour, B. (2005). Modeling of Electrical Field Modified by Injected Space Charge. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 41(5):1436 – 1439.
- [Balamurugan et al., 2004] Balamurugan, S., Arumugam, R., Paramasivam, S., and Malaiappan, M. (2004). Transient Analysis of Induction Motor Using Finite Element Analysis. In *Industrial Electronics Society, 2004. IECON 2004. 30th Annual Conference of IEEE*, volume 2, pages 1526 – 1529.

- [Barbic, 2002] Barbic, M. (2002). Magnetic Wires in MEMS and Bio-medical Applications. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 249(1-2):357 – 367.
- [Barbic et al., 2001] Barbic, M., Mock, J. J., Gray, A. P., and Schultz, S. (2001). Electro-magnetic Micromotor for Microfluidics Applications. *Applied Physics Letters*, 79(9):1399 –1401.
- [Bart and Lang, 1989] Bart, S. and Lang, J. (1989). Electroquasistatic Induction Micro-motors. In *Micro Electro Mechanical Systems, 1989, Proceedings, An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robots. IEEE*, pages 7 –12.
- [Behjat and Vahedi, 2007] Behjat, V. and Vahedi, A. (2007). Analysis and Optimization of MEMS Electrostatic Microactuator. In *Industrial and Information Systems, 2007. ICIIS 2007. International Conference on*, pages 465 –472.
- [Bettini and Trevisan, 2003] Bettini, P. and Trevisan, F. (2003). Electrostatic Analysis for Plane Problems with Finite Formulation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 39(3):1127 – 1130.
- [Boglietti et al., 2007] Boglietti, A., Cavagnino, A., Ferraris, L., and Lazzari, M. (2007). Induction Motor Equivalent Circuit Including the Stray Load Losses in the Machine Power Balance. In *Industrial Electronics Society, 2007. IECON 2007. 33rd Annual Conference of the IEEE*, pages 1250 –1255.
- [Bullo et al., 2004] Bullo, M., Dughiero, F., Guarnieri, M., and Tittonel, E. (2004). Isotropic and Anisotropic Electrostatic Field Computation by Means of the Cell Method. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 40(2):1013 – 1016.
- [Burns et al., 1995] Burns, D., Zook, J., Horning, R., Herb, W., and Guckel, H. (1995). Sealed-cavity Resonant Microbeam Pressure Sensor. *Sensors and Actuators A: Physical*, 48(3):179 – 186.
- [Bustillo et al., 1998] Bustillo, J., Howe, R., and Muller, R. (1998). Surface Micromachining for Microelectromechanical Systems. *Proceedings of the IEEE*, 86(8):1552 –1574.
- [Cacciato et al., 2007] Cacciato, M., Consoli, A., Scarcella, G., and Scelba, G. (2007). Indirect Maximum Torque per Ampere Control of Induction Motor Drives. In *Power Electronics and Applications, 2007 European Conference on*, pages 1 –10.

- [Castle and Incullet, 1995] Castle, G. and Incullet, I. (1995). The Electrostatic Properties of Insulating Sheets Close to a Conductor: A Review. In *Industry Applications Conference, 1995. Thirtieth IAS Annual Meeting, IAS '95., Conference Record of the 1995 IEEE*, volume 2, pages 1237 –1241.
- [Chapman and Krein, 2001] Chapman, P. and Krein, P. (2001). Micromotor Technology: Electric Drive Designer's Perspective. In *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, volume 3, pages 1978 –1983.
- [Chapman and Krein, 2003] Chapman, P. and Krein, P. (2003). Smaller is Better ? . *Industry Applications Magazine, IEEE*, 9(1):62 – 67.
- [Charpentier et al., 1995] Charpentier, J., Lefevre, Y., Sarraute, E., and Trannoy, B. (1995). Synthesis and Modelling of an Electrostatic Induction Motor. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 31(3):1404 –1407.
- [Cimalla et al., 2007] Cimalla, V., Pezoldt, J., and Ambacher, O. (2007). Group III Nitride and SiC Based MEMS and NEMS: Materials Properties, Technology and Applications. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 40(20):6386.
- [Clemens, 2001] Clemens, M. (2001). Discrete Electromagnetism with the Finite Integration Technique. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 15:79–80(2).
- [Clemens, 2005] Clemens, M. (2005). Large Systems of Equations in a Discrete Electromagnetism: Formulations and Numerical Algorithms. *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings -*, 152(2):50 – 72.
- [Cristofaro et al., 2010] Cristofaro, S. D., Stefanini, C., Pak, N. N., Susilo, E., Carrozza, M., and Dario, P. (2010). Electromagnetic Wobble Micromotor for Microrobots Actuation. *Sensors and Actuators A: Physical*, 161(1-2):234 – 244.
- [Cugat et al., 2003] Cugat, O., Delamare, J., and Reyne, G. (2003). Magnetic Microactuators and Systems (MAGMAS). *Magnetics, IEEE Transactions on*, 39(6):3607 – 3612.

- [Daniau et al., 1995] Daniau, W., Ballandras, S., Kubat, L., Hardin, J., Martin, G., and Basrour, S. (1995). Fabrication of an Electrostatic Wobble Micromotor Using Deep-etch UV Lithography, Nickel Electroforming and a Titanium Sacrificial Layer. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 5(4):270.
- [Davey and Klimpke, 2002] Davey, K. and Klimpke, B. (2002). Computing Forces on Conductors in the Presence of Dielectric Materials. *Education, IEEE Transactions on*, 45(1):95 –97.
- [Davis and Mitchell, 1991] Davis, L. D. and Mitchell, M. (1991). Handbook of Genetic Algorithms. *Van Nostrand Reinhold*.
- [De Jong, 1975] De Jong, K. A. (1975). *An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems*. PhD thesis, Ann Arbor, MI, USA.
- [Delfino and Rossi, 2002] Delfino, F. and Rossi, M. (2002). A New FEM Approach for Field and Torque Simulation of Electrostatic Microactuators. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 11(4):362 – 371.
- [Deng et al., 1993] Deng, K., Dhuler, V., Mehregany, M., and Jansen, E. (1993). Measurement of Micromotor Dynamics in Lubricating Fluids. In *Micro Electro Mechanical Systems, 1993, MEMS '93, Proceedings An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Systems. IEEE.*, pages 260 –264.
- [Dufour et al., 1996] Dufour, I., Sarraute, E., and Abbas, A. (1996). Optimization of the Geometry of Electrostatic Micromotors Using Only Analytical Equations. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 6(1):108.
- [Dufour et al., 1995] Dufour, I., Sarraute, E., Abbas, A., and Allano, S. (1995). Optimisation des Dimensions d'un Micromoteur Électrostatique à L'aide d'une Modélisation Analytique du Couple Statique. *Les Editions de Physique*, pages 2059 – 2074.
- [Dugan and Erkoç, 2009] Dugan, N. and Erkoç, Ş. (2009). Genetic Algorithms in Application to the Geometry Optimization of Nanoparticles. *Algorithms*, 2(1):410–428.
- [Dular et al., 1998] Dular, P., Geuzaine, C., Henrotte, F., and Legros, W. (1998). A General Environment for the Treatment of Discrete Problems and its Application to the Finite Element Method. *IEEE Transactions on Magnetics*, 34(5):3395–3398.

- [Dular et al., 2006] Dular, P., Specogna, R., and Trevisan, F. (2006). Coupling Between Circuits and A-x Discrete Geometric Approach. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 42(4):1043 –1046.
- [Dular et al., 2008] Dular, P., Specogna, R., and Trevisan, F. (2008). Constitutive Matrices Using Hexahedra in a Discrete Approach for Eddy Currents. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 44(6):694 –697.
- [Dunn et al., 1969] Dunn, D., Wallace, R., and Choi, S. (1969). Waves in a Moving Medium with Finite Conductivity. *Proceedings of the IEEE*, 57(1):45 – 57.
- [Fan et al., 1988] Fan, L.-S., Tai, Y.-C., and Muller, R. (1988). IC-processed Electrostatic Micro-motors. In *Electron Devices Meeting, 1988. IEDM '88. Technical Digest., International*, pages 666 –669.
- [Fan et al., 1989] Fan, L.-S., Tai, Y.-C., and Muller, R. (1989). IC-processed Electrostatic Micromotors. *Sensors and Actuators*, 20(1-2):41–47.
- [Fan and Kahrizi, 2003] Fan, Y. and Kahrizi, M. (2003). An Optical MEMS Sensor System. In *Electrical and Computer Engineering, 2003. IEEE CCECE 2003. Canadian Conference on*, volume 1, pages 315 – 318.
- [Ferreira and Cistelecan, 2008] Ferreira, F. and Cistelecan, M. (2008). Simulating Multi-connection, Three-phase, Squirrel-cage, Induction Motors by Means of Changing the Per-phase Equivalent Circuit Parameters. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –8.
- [Feynman, 1992] Feynman, R. (1992). There's Plenty of Room at the Bottom. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 1(1):60 –66.
- [Frangoul and Sundaram, 1995] Frangoul, A. G. and Sundaram, K. B. (1995). Design and Fabrication Process for Electrostatic Side-drive Motors. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 5(1):11.
- [Frechette et al., 2005] Frechette, L., Jacobson, S., Breuer, K., Ehrich, F., Ghodssi, R., Khanna, R., Wong, C. W., Zhang, X., Schmidt, M., and Epstein, A. (2005). High-speed Microfabricated Silicon Turbomachinery and Fluid Film Bearings. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 14(1):141 – 152.

- [Frechette et al., 2001] Frechette, L., Nagle, S., Ghodssi, R., Umans, S., Schmidt, M., and Lang, J. (2001). An Electrostatic Induction Micromotor Supported on Gas-lubricated Bearings. In *Micro Electro Mechanical Systems, 2001. MEMS 2001. The 14th IEEE International Conference on*, pages 290 –293.
- [Gao and Fang, 1995] Gao, R. and Fang, J. (1995). Design and Performance Evaluation of Linear and Rotary Surface-driven Electrostatic Microactuators. In *Industrial Automation and Control: Emerging Technologies, 1995., International IEEE/IAS Conference on*, pages 572 –579.
- [Geuzaine and Remacle, 2009] Geuzaine, C. and Remacle, J.-F. (2009). Gmsh: a Three-dimensional Finite Element Mesh Generator with Built-in Pre- and Post-processing Facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11):1309–1331.
- [Ghalichechian et al., 2008] Ghalichechian, N., Modafe, A., Beyaz, M., and Ghodssi, R. (2008). Design, Fabrication, and Characterization of a Rotary Micromotor Supported on Microball Bearings. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 17(3):632 –642.
- [Ghalichechian et al., 2007] Ghalichechian, N., Modafe, A., Lang, J. H., and Ghodssi, R. (2007). Dynamic Characterization of a Linear Electrostatic Micromotor Supported on Microball Bearings. *Sensors and Actuators A: Physical*, 136(2):496 – 503.
- [Goldberg, 1989] Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA.
- [Grabner and Schmidt, 2003] Grabner, C. and Schmidt, E. (2003). Torque Calculation of Electrical Machines Based on Distributions of Surface Forces Along the Stator Boundary as Well as Volume Forces Inside Conducting and Iron Domains. In *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International*, volume 1, pages 595 – 600.
- [Greason, 2009] Greason, W. (2009). Effect of Charge Injection Due to ESD on the Operation of MEMS. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 45(5):1559 –1567.
- [Guckel, 1998] Guckel, H. (1998). High-aspect-ratio Micromachining Via Deep X-ray Lithography. *Proceedings of the IEEE*, 86(8):1586 –1593.

- [Gupta and Senturia, 1997] Gupta, R. and Senturia, S. (1997). Pull-in Time Dynamics As a Measure of Absolute Pressure. In *Micro Electro Mechanical Systems, 1997. MEMS '97, Proceedings, IEEE., Tenth Annual International Workshop on*, pages 290 –294.
- [Hameyer, 1999] Hameyer, K. (1999). Quasi Static Field Computation by Finite Elements: Recent Developments with Respect to the Modeling of Electrical Machines. *Computational Methods in Engineering'99*, pages 1 – 20.
- [Haus and Melcher, 1990] Haus, H. and Melcher, J. (1990). Fields That Are Always Dynamic. *Education, IEEE Transactions on*, 33(1):35 –46.
- [He et al., 2009] He, C., Arora, A., Kiziroglou, M., Yates, D., O'Hare, D., and Yeatman, E. (2009). MEMS Energy Harvesting Powered Wireless Biometric Sensor. In *Wearable and Implantable Body Sensor Networks, 2009. BSN 2009. Sixth International Workshop on*, pages 207 –212.
- [He et al., 2010] He, C., Kiziroglou, M., Yates, D., and Yeatman, E. (2010). MEMS Energy Harvester for Wireless Biosensors. In *Micro Electro Mechanical Systems (MEMS), 2010 IEEE 23rd International Conference on*, pages 172 –175.
- [Henrotte et al., 2008] Henrotte, F., Lange, E., and Hameyer, K. (2008). An Efficient Field-circuit Coupling Method by a Dynamic Lumped Parameter Reduction of the FE Model. In *Power Electronics and Motion Control Conference, 2008. EPE-PEMC 2008. 13th*, pages 2393 –2399.
- [Hergert et al., 2010] Hergert, R., Ku, I., Reddyhoff, T., and Holmes, A. (2010). Micro Rotary Ball Bearing with Integrated Ball Cage: Fabrication and Characterization. In *Micro Electro Mechanical Systems (MEMS), 2010 IEEE 23rd International Conference on*, pages 687 –690.
- [Ho et al., 1999] Ho, S., Fu, W., and Li, H. (1999). The State of Art on Dynamic Mathematical Models of Induction Machines: Circuit-field Coupled Models. In *Power Electronics and Drive Systems, 1999. PEDS '99. Proceedings of the IEEE 1999 International Conference on*, volume 1, pages 525 –530.
- [Howe and Muller, 1986] Howe, R. and Muller, R. (1986). Resonant-microbridge Vapor Sensor. *Electron Devices, IEEE Transactions on*, 33(4):499 – 506.

- [Hrabovcova et al., 2010] Hrabovcova, V., Kalamen, L., Sekerak, P., and Rafajdus, P. (2010). Determination of Single Phase Induction Motor Parameters. In *Power Electronics Electrical Drives Automation and Motion (SPEEDAM), 2010 International Symposium on*, pages 287 –292.
- [Hui et al., 2000] Hui, C.-Y., Yeh, J.-L. A., and Tien, N. C. (2000). Calculation of Electrostatic Forces and Torques in MEMS Using Path-independent Integrals. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 10(3):477.
- [Hung et al., 2010] Hung, H.-Y., Chang, D.-R., and Shih, W.-P. (2010). Design and Simulation of a CMOS-MEMS Gyroscope with a Low-noise Sensing Circuit. In *Computer Communication Control and Automation (3CA), 2010 International Symposium on*, volume 2, pages 253 –256.
- [Irudayaraj and Emadi, 2005] Irudayaraj, S. and Emadi, A. (2005). Micromachines: Principles of Operation, Dynamics, and Control. In *Electric Machines and Drives, 2005 IEEE International Conference on*, pages 1108 –1115.
- [Johansson et al., 1995] Johansson, T., Hameyer, K., and Beimans, R. (1995). Automated 3D Mesh Generation for Efficient Torque Computation of Electrostatic Micromotors. In *Computation in Electrostatics, IEE Colloquium on*, pages 1 –2.
- [Johansson et al., 1994] Johansson, T., Van Dessel, M., Belmans, R., and Geysen, W. (1994). Technique for Finding the Optimum Geometry of Electrostatic Micromotors. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 30(4):912 –919.
- [Kashima and Yamamoto, 2007] Kashima, K. and Yamamoto, Y. (2007). System Theory for Numerical Analysis. *Automatica*, 43(7):1156 – 1164.
- [Kim et al., 1995] Kim, K. H., Ko, J. S., Cho, Y.-H., Lee, K., Kwak, B. M., and Park, K. (1995). A Skew-symmetric Cantilever Accelerometer for Automotive Airbag Applications. *Sensors and Actuators A: Physical*, 50(1-2):121 – 126.
- [Kiziroglou et al., 2009] Kiziroglou, M., He, C., and Yeatman, E. (2009). Rolling Rod Electrostatic Microgenerator. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 56(4):1101 –1108.

- [Kocabas and Mergen, 2008] Kocabas, D. and Mergen, A. (2008). Comparison of the Torque & Slip Curves for a Standard Squirrel Cage Motor with Those of a Motor with a Novel Winding Arrangement. In *Industrial Electronics, 2008. ISIE 2008. IEEE International Symposium on*, pages 681 –685.
- [Koser and Lang, 2006] Koser, H. and Lang, J. (2006). Magnetic Induction Micromachine-part I: Design and Analysis. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 15(2):415 – 426.
- [Kundu et al., 2010] Kundu, A., Sethi, S., Mondal, N., Gupta, B., Lahiri, S., and Saha, H. (2010). Analysis and Optimization of Two Movable Plates RF MEMS Switch for Simultaneous Improvement in Actuation Voltage and Switching Time. *Microelectronics Journal*, 41(5):257 – 265.
- [kyu Byun et al., 2002] kyu Byun, J., han Park, I., and yop Hahn, S. (2002). Topology Optimization of Electrostatic Actuator Using Design Sensitivity. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 38(2):1053 –1056.
- [Laiwattanapaisal et al., 2009] Laiwattanapaisal, W., Songjaroen, T., Maturos, T., Lomas, T., Sappat, A., and Tuantranont, A. (2009). On-Chip Immunoassay for Determination of Urinary Albumin. *Sensors*, 9(12):10066–10079.
- [Lang and Bart, 1988] Lang, J. and Bart, S. (1988). Toward the Design of Successful Electric Micromotors. In *Solid-State Sensor and Actuator Workshop, 1988. Technical Digest., IEEE*, pages 127 –130.
- [Lange et al., 2009] Lange, E., Henrotte, F., and Hameyer, K. (2009). An Efficient Field-Circuit Coupling Based on a Temporary Linearization of FE Electrical Machine Models. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 45(3):1258 –1261.
- [Lee et al., 2005] Lee, S., Kim, D., Bryant, M. D., and Ling, F. F. (2005). A Micro Corona Motor. *Sensors and Actuators A: Physical*, 118(2):226 – 232.
- [Leinvuo et al., 2006] Leinvuo, J., Wilson, S., Whatmore, R., and Cain, M. (2006). Flex-tensional Ultrasonic Piezoelectric Micro-motor. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 53(12):2357 –2366.

- [Leu et al., 2004] Leu, G., Simion, S., and Serbanescu, A. (2004). MEMS Optimization Using Genetic Algorithms. In *Semiconductor Conference, 2004. CAS 2004 Proceedings. 2004 International*, volume 2, pages 475 –478.
- [Lin et al., 2009] Lin, Z.-W., Li, J., Zhang, B.-H., and Di, X. (2009). Design Optimization of Polysilicon Electrostatic Micromotor Based on Genetic Algorithm. *Information and Computing Science, International Conference on*, 3:130–133.
- [Liu et al., 2008] Liu, J.-Q., Fang, H.-B., Xu, Z.-Y., Mao, X.-H., Shen, X.-C., Chen, D., Liao, H., and Cai, B.-C. (2008). A MEMS-based Piezoelectric Power Generator Array for Vibration Energy Harvesting. *Microelectronics Journal*, 39(5):802 – 806.
- [Livermore et al., 2004] Livermore, C., Forte, A., Lyszczarz, T., Umans, S., Ayon, A., and Lang, J. (2004). A High-power MEMS Electric Induction Motor. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 13(3):465 – 471.
- [Luque et al., 2010] Luque, A., Moreno, J., Brey, J., Ellis, C., Quero, J., and Wilamowski, B. (2010). Monolithically Integrated Gas Distribution Chamber for Silicon MEMS Fuel Cells. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 19(2):384 –390.
- [Luque et al., 2005] Luque, A., Quero, J. M., Hibert, C., and Fl P. (2005). Integrable Silicon Microfluidic Valve with Pneumatic Actuation. *Sensors and Actuators A: Physical*, 118(1):144 – 151.
- [MacKay and Findlay, 1991] MacKay, D. and Findlay, R. (1991). An Examination of the Scaling Properties of Electric Micromotors and Their Magnetic Duals. In *Electrical Machines and Drives, 1991. Fifth International Conference on (Conf. Publ. No. 341)*, pages 170 –174.
- [Maeda et al., 2007] Maeda, M., Maekawa, K., and Takeuchi, M. (2007). Simulation of Traveling Wave Toner Transport Considering Air Drag. *Journal of Imaging Science and Technology*, 51(5):431–437.
- [Man et al., 1996] Man, K., Tang, K., and Kwong, S. (1996). Genetic Algorithms: Concepts and Applications. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 43(5):519 –534.
- [Marrone, 2001] Marrone, M. (2001). Computational Aspects of Cell Method in Electrodynamics. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 15(3):407 – 408.

- [Marrone, 2004] Marrone, M. (2004). Properties of Constitutive Matrices for Electrostatic and Magnetostatic Problems. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 40(3):1516 – 1520.
- [Martin et al., 2008] Martin, F., Montoya, S.-A., Verona, J., and Montiel-Nelson, J. (2008). Analysis and Modeling of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1 –5.
- [Matsuzaki et al., 1994] Matsuzaki, K., Matsuo, T., and Mikuriya, Y. (1994). Comparison of Electrostatic and Electromagnetic Motors Based on Fabrication and Performance Criteria. In *Micro Machine and Human Science, 1994. Proceedings., 1994 5th International Symposium on*, page 77.
- [Mehregany et al., 1992a] Mehregany, Mehran, Senturia, Stephen, D., Lang, Jeffrey, H., Nagarkar, and Pradnya (1992a). Micromotor Fabrication. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 39(9):2060–2069.
- [Mehregany et al., 1990a] Mehregany, M., Bart, S., Tavrow, L., Lang, J., Senturia, S., and Schlecht, M. (1990a). A Study of Three Microfabricated Variable-capacitance Motors. *Sensors and Actuators A: Physical*, 21(1-3):173 – 179.
- [Mehregany et al., 1990b] Mehregany, M., Senturia, S., and Lang, J. (1990b). Friction and Wear in Microfabricated Harmonic Side-drive Motors. In *Solid-State Sensor and Actuator Workshop, 1990. 4th Technical Digest., IEEE*, pages 17 –22.
- [Mehregany et al., 1992b] Mehregany, M., Senturia, S., and Lang, J. (1992b). Measurement of Wear in Polysilicon Micromotors. *Electron Devices, IEEE Transactions on*, 39(5):1136 –1143.
- [Mehregany and Tai, 1991] Mehregany, M. and Tai, Y.-C. (1991). Surface Micromachined Mechanisms and Micromotors. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 1(2):73.
- [Melcher et al., 1989a] Melcher, J., Warren, E., and Kotwal, R. (1989a). Theory for Finite-phase Traveling-wave Boundary-guided Transport of Triboelectrified Particles. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 25(5):949 –955.

- [Melcher et al., 1989b] Melcher, J., Warren, E., and Kotwal, R. (1989b). Traveling-wave Delivery of Single-component Developer. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 25(5):956 –961.
- [Mitchell, 1996] Mitchell, M. (1996). *An Introduction to Genetic Algorithms*. Cambridge (Massachusetts): MIT, 1996.
- [Mitchell, 1997] Mitchell, T. (1997). *Machine Learning*. McGraw Hill.
- [Modafel et al., 2005] Modafel, A., Ghalichechian, N., Frey, A., Lang, J., and Ghodssi, R. (2005). A Microball-bearing-supported Linear Electrostatic Micromotor with Benzocyclobutene Polymer Insulating Layers. In *Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems, 2005. Digest of Technical Papers. TRANSDUCERS '05. The 13th International Conference on*, volume 1, pages 693 – 696.
- [Mognaschi and Calderwood, 1991] Mognaschi, E. and Calderwood, J. (1991). A Dielectric Induction Motor Employing a Rotating Electric Field . In *Industry Applications Society Annual Meeting, 1991., Conference Record of the 1991 IEEE*, pages 562 –564.
- [Mohammed, 1997] Mohammed, O. (1997). GA Optimization in Electric Machines. In *Electric Machines and Drives Conference Record, 1997. IEEE International*, pages TA1/2.1 –TA1/2.6.
- [Monzon et al., 2009] Monzon, J., Santana, F., Garcia-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009). Finite Formulation in 2D for the Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor. In *Advanced Intelligent Mechatronics, 2009. AIM 2009. IEEE/ASME International Conference on*, pages 302 –307.
- [Monzón-Verona et al., 2010] Monzón-Verona, J. M., Santana-Martín, F. J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. A. (2010). Electro-Quasistatic Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor Using the Cell Method. *Sensors*, 10(10):9102–9117.
- [Moon and Lee, 1993] Moon, J.-D. and Lee, D.-H. (1993). A Miniature Size Electrostatic Induction Motor. In *Industry Applications Society Annual Meeting, 1993., Conference Record of the 1993 IEEE*, pages 1754 –1760 vol.3.

- [Mukherjee et al., 2011] Mukherjee, B., Swamy, K. B. M., Kar, S., and Sen, S. (2011). Effect of Voltage Induced Electrostatic Forces on MEMS Capacitive Accelerometer. In *Students' Technology Symposium (TechSym), 2011 IEEE*, pages 253 –258.
- [Nagle et al., 2005] Nagle, S., Livermore, C., Frechette, L., Ghodssi, R., and Lang, J. (2005). An Electric Induction Micromotor. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 14(5):1127 – 1143.
- [Neugebauer et al., 2004] Neugebauer, T., Perreault, D., Lang, J., and Livermore, C. (2004). A Six-phase Multilevel Inverter for MEMS Electrostatic Induction Micromotors. *Circuits and Systems II: Express Briefs, IEEE Transactions on*, 51(2):49 – 56.
- [Neugebauer et al., 2002] Neugebauer, T., Perreault, D., Lang, J., Livermore, C., and Umans, S. (2002). A Six-phase Multilevel Inverter for MEMS Electrostatic Induction Micromotors. In *Power Electronics Specialists Conference, 2002. pesc 02. 2002 IEEE 33rd Annual*, volume 2, pages 695 – 700.
- [Nguyen et al., 1998] Nguyen, C.-C., Katehi, L., and Rebeiz, G. (1998). Micromachined Devices for Wireless Communications. *Proceedings of the IEEE*, 86(8):1756 –1768.
- [Nicolet and Delince, 1996] Nicolet, A. and Delince, F. (1996). Implicit Runge–Kutta Methods for Transient Magnetic Field Computation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 32(3):1405 –1408.
- [Noda et al., 2009] Noda, T., Takenaka, K., and Inoue, T. (2009). Numerical Integration by the 2-Stage Diagonally Implicit Runge-Kutta Method for Electromagnetic Transient Simulations. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 24(1):390 –399.
- [Pahner et al., 1997] Pahner, U., Hameyer, K., and Belmans, R. (1997). The Numerical Optimization of an Inductor for Traction Drive Systems –A Parametric Optimization Environment–. In *Electric Machines and Drives Conference Record, 1997. IEEE International*, pages TA1/6.1 –TA1/6.3.
- [Pai et al., 1988] Pai, R., Boldea, I., and Nasar, S. (1988). A Complete Equivalent Circuit of a Linear Induction Motor with Sheet Secondary. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 24(1):639 –654.

- [Paschen, 1889] Paschen, F. (1889). Ueber die zum funkenübergang in luft, wasserstof und kohlendäure bei verschiedenen drucken erforderliche potentialdifferenz. *Annal der Physik*, (37):69 –96.
- [Punzo et al., 2006] Punzo, V., Besio, S., Pittaluga, S., and Trequattrini, A. (2006). Solution of Laplace Equation on Non Axially Symmetrical Volumes. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, 16(2):1815 –1818.
- [Rebello, 2004] Rebello, K. (2004). Applications of MEMS in Surgery. *Proceedings of the IEEE*, 92(1):43 – 55.
- [Renaudin et al., 2008] Renaudin, V., Merminod, B., and Kasser, M. (2008). Optimal Data Fusion for Pedestrian Navigation Based on UWB and MEMS. In *Position, Location and Navigation Symposium, 2008 IEEE/ION*, pages 341 –349.
- [Robinson, 2002] Robinson, K. (2002). Charge Relaxation Due to Surface Conduction on an Insulating Sheet Near a Grounded Conducting Plane. In *Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting. Conference Record of the*, pages 589 – 598.
- [Samper et al., 1999] Samper, V., Sangster, A., Reuben, R., and Wallrabe, U. (1999). Torque Evaluation of a LIGA Fabricated Electrostatic Micromotor. *Microelectromechanical Systems, Journal of*, 8(1):115 –123.
- [Sanchez and Pillay, 1994] Sanchez, I. and Pillay, P. (1994). Sensitivity Analysis of Induction Motor Parameters. In *Southeastcon '94. 'Creative Technology Transfer - A Global Affair'. Proceedings of the 1994 IEEE*, pages 50 –54.
- [Santana et al., 2009] Santana, F., Monzon, J., Garcia-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009). Lumped Parametric Model for an Electrostatic Induction Micromotor Using GA. In *Industrial Electronics, 2009. IECON '09. 35th Annual Conference of IEEE*, pages 4029 –4033.
- [Santana-Martín et al., 2010] Santana-Martín, F. J., Monzón-Verona, J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2010). Analysis of Spatial Harmonics in a Polyphase Electrostatic Induction Micromotor. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1 –6.

- [Santana-Martín et al., 2008] Santana-Martín, F., Monzón-Verona, J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2008). Operation Modes of an Electrostatic Induction Micro-machine. In *DCIS 2008*, pages 1 –6.
- [Santana-Martín et al., 2009a] Santana-Martín, F., Monzón-Verona, J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009a). Cell Method Analysis of an Electrostatic Induction Micromotor. In *ISEF 2009 International Symposium on Electromagnetic Field in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering*, pages 79 –80.
- [Santana-Martín et al., 2009b] Santana-Martín, F., Monzón-Verona, J., García-Alonso, S., and Montiel-Nelson, J. (2009b). Lumped Parametric Model for an Electrostatic Induction Micromotor Using GA's Methods. In *ISEF 2009 International symposium on Electromagnetic Field in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering*, pages 209 –210.
- [Schreiber et al., 2004] Schreiber, U., Clemens, M., and van Rienen, U. (2004). Conformal FIT Formulation for Simulations of Electro-quasistatic Fields. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, pages 193–197.
- [Schreier et al., 2010a] Schreier, L., Bendl, J., and Chomat, M. (2010a). Influence of Space Harmonics on Properties of Six-phase Induction Machine - Part I. Analysis. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1 –6.
- [Schreier et al., 2010b] Schreier, L., Bendl, J., Chomat, M., and Skalka, M. (2010b). Influence of Space Harmonics on Properties of Six-phase Induction Machine - Part II. Simulation and Experiments. In *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, pages 1 –6.
- [Senturia, 1998] Senturia, S. D. (1998). Simulation and Design of Microsystems: a 10-year Perspective. *Sensors and Actuators A: Physical*, 67(1-3):1 – 7.
- [Shutov et al., 2005] Shutov, M., Sandoz, E., Howard, D., Hsia, T., Smith, R., and Collins, S. (2005). A Microfabricated Electromagnetic Linear Synchronous Motor. *Sensors and Actuators A: Physical*, 121(2):566 – 575.

- [Skvortsov, 2010] Skvortsov, L. (2010). Diagonally Implicit Runge–Kutta Methods for Differential Algebraic Equations of Indices Two and Three. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 50:993–1005.
- [Souza Filho et al., 1999] Souza Filho, E., Lima, A., and Jacobina, C. (1999). Characterization of Induction Machines with a Genetic Algorithm. In *Electric Machines and Drives, 1999. International Conference IEMD '99*, pages 446 –448.
- [Sridhara Rao and Hosimin Thilagar, 2003] Sridhara Rao, G. and Hosimin Thilagar, S. (2003). A Novel Method for the Determination of Stray Load Losses of Induction Motor Using Genetic Algorithm. In *Electrical and Computer Engineering, 2003. IEEE CCECE 2003. Canadian Conference on*, volume 1, pages 259 – 262.
- [Steinmetz et al., 2006a] Steinmetz, T., Helias, M., Wimmer, G., Fichte, L., and Clemens, M. (2006a). Electro-quasistatic Field Simulations Based on a Discrete Electromagnetism Formulation. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 42(4):755 –758.
- [Steinmetz et al., 2006b] Steinmetz, T., Wimmer, G., and Clemens, M. (2006b). Acceleration of Linear-Implicit Time Integration Schemes Using Subspace Projection Techniques for Electro-Quasistatic Field Simulations. In *Electromagnetic Field Computation, 2006 12th Biennial IEEE Conference on*, page 18.
- [Steinmetz et al., 2006c] Steinmetz, T., Wimmer, G., and Clemens, M. (2006c). Numerical Simulation of Transient Electro-quasistatic Fields Using Advanced Subspace Projection Techniques. *Advances in Radio Science*, 4:49–53.
- [Steinmetz et al., 2007] Steinmetz, T., Wimmer, G., and Clemens, M. (2007). Adaptive Linear-Implicit Time Integration Using Subspace Projection Techniques for Electro-quasistatic and Thermodynamic Field Simulations. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 43(4):1273 –1276.
- [Steyn et al., 2005] Steyn, J., Kendig, S., Khanna, R., Lyszczarz, T., Umans, S., Yoon, J., Livermore, C., and Lang, J. (2005). Generating Electric Power with a MEMS Electroquasistatic Induction Turbine-generator. In *Micro Electro Mechanical Systems, 2005. MEMS 2005. 18th IEEE International Conference on*, pages 614 – 617.

- [Tai et al., 1989] Tai, Y.-C., Fan, L.-S., and Muller, R. (1989). IC-processed Micro-motors: Design, Technology, and Testing. In *Micro Electro Mechanical Systems, 1989, Proceedings, An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robots. IEEE*, pages 1 –6.
- [Tian et al., 2009] Tian, B., Zhao, Y., Jiang, Z., Zhang, L., Liao, N., Liu, Y., and Meng, C. (2009). Fabrication and Structural Design of Micro Pressure Sensors for Tire Pressure Measurement Systems (TPMS). *Sensors*, 9(3):1382–1393.
- [Tonti, 1995] Tonti, E. (1995). On the Geometrical Structure of Electromagnetism. *Gravitation, Electromagnetism and Geometrical Structures*, pages 281–308.
- [Tonti, 2001a] Tonti, E. (2001a). A Direct Discrete Formulation for the Wave Equation. *Journal of Computational Acoustics*, 9(4):1355.
- [Tonti, 2001b] Tonti, E. (2001b). A Direct Discrete Formulation of Field Laws: The Cell Method. *CMES - Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 2(2):237–258.
- [Tonti, 2002] Tonti, E. (2002). Finite Formulation of Electromagnetic Field. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 38(2):333 –336.
- [Trimmer and Gabriel, 1987] Trimmer, W. S. N. and Gabriel, K. J. (1987). Design Considerations for a Practical Electrostatic Micro-motor. *Sensors and Actuators*, 11(2):189 – 206.
- [Uler et al., 1995] Uler, G., Mohammed, O., and Koh, C.-S. (1995). Design Optimization of Electrical Machines Using Genetic Algorithms. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 31(3):2008 –2011.
- [Voiculescu, 2010] Voiculescu, I. (2010). Chemical Sensors Fabricated in CMOS-MEMS Technology. In *Semiconductor Electronics (ICSE), 2010 IEEE International Conference on*, pages A10 –A10.
- [Vorel et al., 2010] Vorel, P., Hutak, P., and Prochazka, P. (2010). Maximum Efficiency of an Induction Machine Operating in a Wide Range of Speed and Torque - part 1 (theoretical analysis). In *Industrial Electronics (ISIE), 2010 IEEE International Symposium on*, pages 1364 –1371.

- [Waits et al., 2007] Waits, C., Jankowski, N., Geil, B., and Ghodssi, R. (2007). MEMS Rotary Actuator Using an Integrated Ball Bearing and Air Turbine. In *Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference, 2007. TRANSDUCERS 2007. International*, pages 1131 –1134.
- [Wang et al., 2001] Wang, H., Taylor, S., Simkin, J., Biddlecombe, C., and Trowbridge, B. (2001). An Adaptive-step Time Integration Method Applied to Transient Magnetic Field Problems. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 37(5):3478 –3481.
- [Wang et al., 2010] Wang, L., Jatskevich, J., Dinavahi, V., Dommel, H., Martinez, J., Strunz, K., Rioual, M., Chang, G., and Iravani, R. (2010). Methods of Interfacing Rotating Machine Models in Transient Simulation Programs. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 25(2):891 –903.
- [Washabaugh et al., 1988] Washabaugh, A., Zahn, M., and Melcher, J. (1988). Electrokinetic Pumping Using Traveling Wave High Voltages. In *Industry Applications Society Annual Meeting, 1988., Conference Record of the 1988 IEEE*, volume 2, pages 1563 –1569.
- [Wautelet, 2001] Wautelet, M. (2001). Scaling Laws in the Macro-, Micro- and Nanoworlds. *European Journal of Physics*, 22(6):601.
- [Wiak and Napieralska-Juszczak, 2010] Wiak, S. and Napieralska-Juszczak, E. (2010). *Computational Methods for the Innovative Design of Electrical Devices*. Studies in Computational Intelligence. Springer Verlag.
- [Wilson et al., 2007] Wilson, S. A., Jourdain, R. P., Zhang, Q., Dorey, R. A., Bowen, C. R., Willander, M., Wahab, Q. U., Willander, M., Al-hilli, S. M., Nur, O., Quandt, E., Johansson, C., Pagounis, E., Kohl, M., Matovic, J., Samel, B., van der Wijngaart, W., Jager, E. W., Carlsson, D., Djinojic, Z., Wegener, M., Moldovan, C., Iosub, R., Abad, E., Wendlandt, M., Rusu, C., and Persson, K. (2007). New Materials for Micro-scale Sensors and Actuators: An Engineering Review. *Materials Science and Engineering: R: Reports*, 56(1-6):1 – 129.
- [Wolpert and Macready, 1997] Wolpert, D. and Macready, W. (1997). No Free Lunch Theorems for Optimization. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 1(1):67 –82.

- [Wolpert and Macready, 1995] Wolpert, D. H. and Macready, W. G. (1995). No Free Lunch Theorems for Search. Technical Report SFI-TR-95-02-010, Santa Fe, NM.
- [Woodson and Melcher, 1985] Woodson, H. H. and Melcher, J. R. (1985). *Fields, Forces and Motion*. In *Electromechanical Dynamics Part II*, Malabar, FL: Krieger Pub. Co.
- [Wurtz et al., 1997] Wurtz, F., Richomme, M., Bignon, J., and Sabonnadiere, J. (1997). A Few Results for Using Genetic Algorithms in the Design of Electrical Machines. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 33(2):1892 –1895.
- [Xie, 2009] Xie, H. (2009). MEMS-based 3D Optical Microendoscopy. In *Engineering in Medicine and Biology Society, 2009. EMBC 2009. Annual International Conference of the IEEE*, pages 6703 –6705.
- [Yamazaki et al., 2011] Yamazaki, K., Suzuki, A., Ohto, M., Takakura, T., and Nakagawa, S. (2011). Equivalent Circuit Modeling of Induction Motors Considering Stray Load Loss and Harmonic Torques Using Finite Element Method. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 47(5):986 –989.
- [Yoo et al., 2000] Yoo, J., Kikuchi, N., and Volakis, J. (2000). Structural Optimization in Magnetic Devices by the Homogenization Design Method. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 36(3):574 –580.
- [Yu and Fei, 2010] Yu, H. and Fei, W. (2010). A New Modified Nodal Analysis for Nano-scale Memristor Circuit Simulation. In *Circuits and Systems (ISCAS), Proceedings of 2010 IEEE International Symposium on*, pages 3148 –3151.
- [Zhang et al., 2009] Zhang, W., Chen, W., Tang, J., Xu, P., Li, Y., and Li, S. (2009). The Development of a Portable Hard Disk Encryption/Decryption System with a MEMS Coded Lock. *Sensors*, 9(11):9300–9331.
- [Zhang et al., 2005] Zhang, W., Meng, G., and Li, H. (2005). Electrostatic Micromotor and its Reliability. *Microelectronics Reliability*, 45(7-8):1230 – 1242.
- [Zhang et al., 2007] Zhang, W.-M., Meng, G., and Chen, D. (2007). Stability, Nonlinearity and Reliability of Electrostatically Actuated MEMS Devices. *Sensors*, 7(5):760–796.

- [Zidat et al., 2010] Zidat, F., Lecointe, J.-P., Morganti, F., Brudny, J.-F., Jacq, T., and Streiff, F. (2010). Non Invasive Sensors for Monitoring the Efficiency of AC Electrical Rotating Machines. *Sensors*, 10(8):7874–7895.

