

**PRÁCTICAS**  
**DE**  
**FÍSICA GENERAL**

---

**ALONSO HERNANDEZ GUERRA**  
**JOSE SANTIAGO MATOS LOPEZ**  
**JOSE ANTONIO MARTI TRUJILLO**

**Obra publicada el día 13/10/87 en la Universidad Politécnica de Canarias. Ejemplar impreso en el Departamento de Publicaciones de la Escuela Universitaria Politécnica: c/Pérez del Toro, nº 1, en Las Palmas de Gran Canaria.**

**Máquina fotocopidora: marca Rank-Xerox, serie 1075, nº 1101140748. Depósito legal GC 369-1987.**

## PRESENTACION

Hoy en día, todos sabemos que la Física es una ciencia experimental, y por tanto, la experimentación debe constituir la base de la enseñanza de esta ciencia. Si se prescinde de la comprobación experimental, lo que se enseña no es una ciencia, sino un dogma.

Es difícil ver en algún centro, al profesor de Física, transportando a clase el material necesario para realizar un experimento aclaratorio de los conceptos que explica, lo que constituiría una conexión cronológica entre la teoría y la experimentación, con importancia relevante en el proceso enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, este hecho viene justificado en gran parte por las dificultades que acarrea la inadaptación del aula para tales fines, la masificación de alumnos en la clase, etc. Esta falta, no obstante, puede suplirse por la demostración de laboratorio, haciendo pasar a los alumnos en grupos reducidos donde, semanal o quincenalmente, puedan hacer uso del material disponible que les permita comprobar experimentalmente lo que en el aula de clase se ha explicado.

En estos apuntes planteamos una serie de prácticas que, si bien no conducen a aclarar todos los conceptos físicos que el alumno recibe, al menos ayudan a comprender muchos de ellos. La finalidad de los mismos es servir a los alumnos de primer curso como fuente de consulta previa a la realización de la experiencia.

Evidentemente, las prácticas escogidas están en función de los medios disponibles en nuestro laboratorio, y se complementan con otras experiencias por las que hacemos pasar al alumno, tales como la comprobación del principio de conservación del momento angular, la visua-

lización de las líneas de campo magnético producidas por conductores de distintas formas, la resolución y comprobación de una instalación con varias mallas (por aplicación de las leyes de Kirchoff), la comprobación de las leyes de Farady-Lenz, la visualización de las figuras de Lissajous en un osciloscopio, la comprobación de la descarga de un condensador en un osciloscopio, etc.

Esperamos conseguir los objetivos que pretendemos con estos apuntes y queremos indicar que estamos abiertos a cualquier sugerencia acerca de los mismos, que permita su perfeccionamiento.

Los autores

## CONTENIDO

<u>Título de la práctica</u>	<u>Número</u>
Calculo de errores .....	0
Instrumentos de medida .....	1
Carril con carro .....	2
Poleas .....	3
El péndulo simple .....	4
Péndulo reversible de Kater .....	5
Medida de la constante recuperadora de un resorte .....	6
La balanza de gravitación .....	7
Balanza de un solo brazo de Mohr-Westphal ...	8
Aparato de Kröncke .....	9
Calorímetro con vaso de Dewar .....	10
Equivalente eléctrico del calor .....	11
Tubo de resonancia .....	12
Ley de Ohm .....	13
Medida de la autoinducción de una bobina ....	14
Leyes de la reflexión y refracción de la luz .....	15
Espectroscopio de prisma .....	16

$$Y = X \pm \epsilon\%$$

En este resumen de la teoría de errores, que tiene como fin principal servir de guía para el laboratorio, se acepta que cualquier medida directa con error superior al 2% se considere errónea, sirviendo únicamente para fines de estimación más o menos grosera de un fenómeno.

#### 4.- Medida directa de una magnitud física.

Vamos a ver en este apartado los tipos de errores más corrientes en la medida directa de magnitudes y la forma de determinarlos.

A - *Errores sistemáticos*: Con anterioridad se han definido los distintos tipos de errores sistemáticos y se ha dado una breve enumeración de los métodos existentes para eliminarlos.

Sólo hablaremos aquí de un error sistemático a menudo introducido por un mal uso del aparato: El *error de cero*. Consiste en que por defecto de ajuste del aparato, aún cuando una medida debiera dar resultado nulo (aparato en vacío), la lectura es distinta de cero. Para eliminar el error de cero, se efectúa una lectura con el aparato en vacío, cuyo valor será  $\Delta_0$  y se corrige la medida efectuada restándole  $\Delta_0$  con su signo.

B - *Error de sensibilidad del aparato*: Supongamos que una longitud se conociera realmente y fuera  $l = 152'353$  mm. Si un observador mide dicha longitud con un doble decímetro, dirá que está comprendida entre 152 y 153 mm. y dará como valor de la medida el valor medio 152'5 mm. Pero como puede equivocarse en 0'5 mm., dará este último valor como el del error cometido:

po:  
la  
2.

PRACTICA 0

Cálculo de errores.

1.-Introducción.

Antes de la iniciación de un curso práctico de laboratorio, es necesario sentar unas bases mínimas que permitan interpretar en forma satisfactoria los resultados obtenidos.

El que inicia su contacto con la experimentación, debe dejar de lado la idea de que puede obtener el valor exacto de una magnitud física. La premisa fundamental de que debe partir es que la exactitud total es inalcanzable. Con este punto de arranque y con la ayuda de la teoría de errores, las conclusiones deberían ir surgiendo solas a lo largo de la realización de las prácticas: que el resultado de una medida es de poco valor si no se conoce su precisión, que la precisión de una medida puede ser en sí misma objeto de estudio y medida, que el diseño de un experimento incluye el estudio previo de los errores que se cometerán, son algunas de ellas.

Debe quedar bien entendido que el cálculo de errores no es objeto de una práctica, sino herramienta fundamental para la realización y correcta interpretación de cada una de las prácticas.

En las páginas que siguen, se estudian los distintos tipos de errores que pueden darse en la medida de una magnitud física, su detección, posible eliminación y cálculo. Finalmente se presentan unos ejemplos para

poner de relieve la importancia del cálculo de errores en la interpretación y diseño de experimentos.

## 2.-Concepto de error y sus clases.

Se llama *error* de una medida a la diferencia que existe entre el valor obtenido y el valor real de la magnitud medida.

Los errores pueden dividirse en dos grandes grupos: *errores sistemáticos y errores accidentales.*

Los *errores sistemáticos* son aquellos que se reproducen en forma sistemática y cuyo valor puede, al menos teóricamente, ser determinado de forma unívoca. Atendiendo a su origen, pueden a su vez clasificarse en errores teóricos, errores instrumentales y errores personales.

Los errores teóricos son aquellos introducidos por la existencia de condiciones distintas a las idealmente supuestas para la realización del experimento. Son errores de este tipo los debidos al alargamiento de una regla a causa de un aumento de temperatura, a la fricción del aire en las medidas de la aceleración de la gravedad, a la derivación de corriente por el voltímetro en la medida de diferencias de potencial, etc. La forma de eliminarlos es, o bien midiéndolos o bien calculando su valor y realizando la correspondiente corrección.

Los errores instrumentales son aquellos inherentes al propio sistema de medida, debido a aparatos mal calibrados, mal reglados o, simplemente, con algún defecto de construcción. Pueden ser eliminados por comparación con otros aparatos garantizados, o llevando a cabo el experimento de forma que sus efectos

desaparezcan.

Los errores personales son debidos a las peculiaridades del observador que puede sistemáticamente responder a una señal demasiado pronto o demasiado tarde, o estimar una cantidad siempre por defecto, etc. La magnitud de estos errores puede determinarse mediante el estudio de las reacciones del observador.

Los *errores accidentales* son aquellos debidos a causas irregulares en cuanto a presencia y efectos. Estas causas pueden ser de muy variadas clases: corrientes de aire, variaciones de temperatura durante el experimento, etc. Fortalecidas todas ellas por la imposibilidad material de repetir exactamente una operación: colocación del instrumento de medida, colocación del punto de vista del observador, etc.

Así como los errores sistemáticos son susceptibles de ser eliminados, los errores accidentales para un determinado experimento y en condiciones dadas, no pueden ser evitados. Es más, los errores accidentales se producen al azar y no pueden ser determinados en forma unívoca. Es preciso para tratar adecuadamente este tipo de errores, hacer uso de la Estadística y hablar en términos probabilísticos. Como veremos más adelante, no podemos decir que el error accidental de una medida sea de  $\pm 0'5$  unidades, sino que debe decirse que existe una probabilidad P (del 70% ó 90% ó 99% p. ej.) de que el error sea menor que  $\pm 0'5$  unidades.

### 3.-Error absoluto y error relativo

El *error absoluto* se define como la máxima diferencia que puede existir entre el valor real de la magnitud a medir y el valor observado de la misma.

Así pues, si "X" es el valor observado y  $\Delta X$  el error absoluto de la medida, el valor real "Y" cumple la relación:

$$X - \Delta X < Y < X + \Delta X$$

y suele representarse escribiendo  $Y = X \pm \Delta X$

El error absoluto es el parámetro básico utilizado en la descripción de la precisión de una medida y es, en general, el único conocido o determinable a priori. Sin embargo, no es el que define con mayor efectividad la mayor o menor aproximación de la medida.

Supongamos que dibujamos dos rectángulos, uno de  $20 \cdot 20'5 \text{ cm}^2$  y otro de  $2'0 \cdot 2'5 \text{ cm}^2$ , ambos tomados como aproximación de un cuadrado. Es evidente que aunque la diferencia absoluta entre el cuadrado ideal y el aproximado es la misma en ambos, el primero de ellos se aproxima mucho más a un cuadrado que el segundo. La razón es obvia: una diferencia de  $0'5 \text{ cm}$ . es una parte considerable de una longitud de  $2 \text{ cm}$ ., mientras que es pequeña frente a una de  $20 \text{ cm}$ .

Surge así el concepto de *error relativo* como comparación entre el error absoluto y el valor de la magnitud medida, escribiéndose:

$$\epsilon = \frac{\Delta X}{Y} \approx \frac{\Delta X}{X}$$

utilizándose la segunda expresión cuando, como es general, no se conoce el valor real de Y. Normalmente, el error relativo se expresa en tanto por ciento:

$$\epsilon = \frac{\Delta X}{X} 100\%$$

y se escribe

$$l = 152'5 \pm 0,5 \text{ mm.}$$

Si utiliza una regla graduada de 0'5 en 0'5 mm., dará como resultado:

$$l = 152'25 \pm 0'25 \text{ mm.}$$

Así pues, si definimos como sensibilidad del aparato a la menor variación de la magnitud que puede apreciarse en él, el error de una lectura será precisamente un medio de la sensibilidad.

C - *Error estadístico cuando se realizan "n" medidas:* El análisis de los errores accidentales presentes en la medida de cualquier magnitud física, es sólo posible a través de la aplicación de métodos estadísticos. Un planteamiento completo del problema está fuera del alcance de este resumen, por lo que sólo vamos a dar los resultados básicos.

Cuando se realizan "n" medidas de una cierta magnitud "Y" desconocida, se toma como valor más aproximado la *media aritmética* " $\bar{X}$ " de los "n" valores observados:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

Como indicador del error de la medida, se toma generalmente la *desviación estándar de la media o error cuadrático medio de la media* dado por:

$$S = \left[ \frac{\sum (\bar{X} - X_i)^2}{n(n-1)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

cuyo significado, cuando se verifican ciertas hipótesis que no vamos a examinar aquí y que daremos por satisfechas, es el siguiente: Existe un 67% de

probabilidad de que se verifique

$$\bar{X} - S < Y < \bar{X} + S$$

es decir, el error absoluto de la medida es menor que  $S$  con un 67% de probabilidad.

El conocimiento de  $S$  permite establecer otros intervalos (intervalos de confianza), con probabilidades distintas; por ejemplo:

$$\bar{X} - 2 \cdot S < Y < \bar{X} + 2 \cdot S \text{ con un 95\% de probabilidad}$$

$$\bar{X} - 3 \cdot S < Y < \bar{X} + 3 \cdot S \text{ con un 99,7\% de probabilidad}$$

En estas prácticas de laboratorio, tomaremos siempre los intervalos para el 67% de probabilidad, salvo que se especifique lo contrario.

Dos extremos cabe recalcar:

En principio, la desviación  $S$  de la media decrece con el número de medidas realizadas y tiende a cero para  $n \rightarrow \infty$ . Bastará pues realizar un número suficiente de ensayos para disminuir el error estadístico a un valor prefijado.

En segundo lugar, hay que tener presente que los errores de sensibilidad del aparato siguen estando presentes y que no disminuyen con el número de ensayos.

*D - Error estadístico cuando se realiza una sola medida:* En la práctica existen casos en que la medida de una magnitud física puede realizarse una sola vez. En tales casos, obtenemos un único valor "X" que tomamos como valor de la magnitud desconocida "Y". Obviamente no podemos aplicar el método del apartado anterior, puesto que  $S$  está indeterminada y debemos encontrar otro sistema

$$\Delta X = \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \Delta y + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \Delta z + \frac{\partial F}{\partial t} \cdot \Delta t$$

las derivadas parciales que intervienen en esta fórmula se toman siempre positivas ya que los errores debidos a cada medida no se pueden restar en ningún caso:

$$\Delta X = \left| \frac{\partial F}{\partial y} \right| \cdot \Delta y + \left| \frac{\partial F}{\partial z} \right| \cdot \Delta z + \left| \frac{\partial F}{\partial t} \right| \cdot \Delta t$$

*Ejemplo:* si queremos determinar el área de una corona circular de radios interior y exterior  $a$  y  $b$ , tendremos que calcularla mediante la fórmula  $A = \pi \cdot b^2 - \pi \cdot a^2$ . El error absoluto en el área será:

$$\Delta A = \left| \frac{\partial A}{\partial b} \right| \cdot \Delta b + \left| \frac{\partial A}{\partial a} \right| \cdot \Delta a = |2\pi b| \cdot \Delta b - |2\pi a| \cdot \Delta a$$

B.- *Método de los logaritmos:* este método es equivalente al anterior pero sólo es aplicable a aquellas leyes físicas que se expresen mediante un monomio:

$$x = y^m \cdot z^n \cdot t^p$$

Tomando logaritmos:  $\ln x = m \cdot \ln y + n \cdot \ln z + p \cdot \ln t$   
Diferenciando esta expresión e identificando las diferenciales con los errores absolutos:

$$\frac{\Delta X}{X} = m \cdot \frac{\Delta y}{y} + n \cdot \frac{\Delta z}{z} + p \cdot \frac{\Delta t}{t}$$

Vemos que este método nos da el error relativo de la medida de donde fácilmente se determina el error absoluto.

*Ejemplo:* El volumen de un cilindro viene dado por la expresión  $V = \pi \cdot R^2 \cdot H$ , siendo  $R$  el radio de la base y  $H$  la altura. Tomando logaritmos:  $\ln V = \ln \pi + 2 \cdot \ln R + \ln H$ .  
Diferenciando:

$$\frac{\Delta V}{V} = 2 \cdot \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta H}{H} \qquad \Delta V = V \left( 2 \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta H}{H} \right)$$

para caracterizar el error cometido.

El método utilizado es el siguiente:

Previamente al ensayo real, se hace un estudio del sistema a utilizar realizando "n" medidas de una magnitud "Z" (conocida o no) en condiciones lo más parecidas posible a las del experimento real. Si las lecturas son  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  se define la desviación estándar o error cuadrático medio de una medida por:

$$\sigma = \left[ \frac{\sum (\bar{Z} - Z_i)^2}{n - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{con } \bar{Z} = \frac{Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n}{n}$$

El significado es análogo al del caso anterior:

Existe un 67% de probabilidad de que

$$X - \sigma < Y < X + \sigma$$

y la utilización de  $(X, \sigma)$  es en todo análoga a la utilización de  $(\bar{X}, S)$ .

Nótese que siempre  $\sigma = S \cdot \sqrt{n} > S$

##### 5.- Medida indirecta de una magnitud física.

Se trata de hallar el error en una magnitud física que no se puede medir directamente (por ejemplo la densidad) y que se ha calculado a partir de las medidas de otras magnitudes físicas que están relacionadas con ella mediante alguna ley física (masa y volumen;  $\sigma = M/V$ ). Para calcular este error, existen dos métodos:

A.- *Método de las derivadas:* si la ley física que acabamos de citar es  $x = F(y, z, t)$  y si asimilamos el error absoluto a una diferencial:

## 6.-Interpretación y diseño de experimentos.

El planteamiento y desarrollo de los métodos existentes para el correcto análisis de experimentos, desde el punto de vista de su interpretación y diseño, podría ocuparnos un curso completo. Sin embargo, la somera teoría de errores hasta aquí expuesta, constituye una base suficiente para poder, en muchos casos prácticos, el análisis de un experimento.

Interpretar un experimento consiste en sacar conclusiones de los resultados del mismo. Estas conclusiones pueden ser positivas (podemos afirmar que algo se verifica) o negativas (no podemos afirmar que algo se verifica ni que deja de verificarse). La teoría de errores nos permite sacar conclusiones. Sin ella, nada es posible. Veamos un ejemplo:

*Ejemplo 1:* Supongamos que sometemos una varilla de acero que inicialmente mide  $l = 10$  cm. de longitud a una fuerza de tracción de 5000 Nw y que medimos de nuevo la longitud después de descargarla, siendo el resultado  $l = 10'010$  cm. ¿Podemos concluir que queda un alargamiento permanente de 0'01 cm.?. Pues bien: No podemos. Veamos porqué:

Supongamos que nuestro sistema de medida tiene un error absoluto de 0'25 mm = 0'025 cm., entonces  $9'975 < l_0 < 10'025$  y  $9'985 < l_0 < 10'035$  y en este caso, no podemos concluir que  $l > l_0$ . Sin embargo, si el error en la medida fuera de 0'01 mm., entonces

$$9'999 < l_0 < 10'001 \text{ y } 10'099 < l < 10'011$$

y concluimos que  $l > l_0$  y que

$$\Delta l = l - l_0 = 0'01 \pm 0'002 \text{ cm} = 0'01 \text{ cm} \pm 20\%$$

Luego es *imprescindible el conocimiento de la precisión de las medidas efectuadas para poder interpretar los resultados de cualquier experimento.*

El diseño de experimentos depende básicamente de los resultados buscados y, en esencia, consiste en definir el experimento y los aparatos de medida, en función de la precisión deseada en los resultados. En muchas ocasiones, la precisión necesaria en los resultados depende de los resultados mismos, lo que hace imprescindible una experimentación previa:

*Ejemplo 2:* Se ha realizado el ensayo del ejemplo n° 1, midiéndose las longitudes con un error de 0'10 mm., obteniéndose  $l_0 = 100'00 \pm 0'1 \text{ mm.}$  y  $l = 100'1 \pm 0'1 \text{ mm.}$  Determinar, tomando como base estos resultados, la precisión de las medidas a efectuar para determinar el aumento de longitud con error menor que el 1%. La solución es inmediata:

$$l - l_0 \approx 0'1 \text{ mm.}; \quad \frac{\Delta(l - l_0)}{l - l_0} \cdot 100 \approx 1$$

$$(l - l_0) \approx 0'001 \text{ mm.}$$

luego,  $\Delta l \approx 0'0005 \text{ mm.}$

PRACTICA 1Instrumentos de medida.1.-Introducción.

Las medidas que hemos de realizar en el laboratorio se reducen, la mayoría de las veces, a observar la relación que existe entre una longitud y otra que se toma como referencia, esto es, a medir longitudes.

Los instrumentos empleados para ello varían según sean las longitudes que se han de medir y la precisión buscada. En los casos más simples se hace uso de las reglas graduadas que permiten una precisión del orden del milímetro o del medio milímetro. Para obtener precisiones superiores se recurre a instrumentos especiales, unos fundados en el *nonius* (calibrador), otros en el *tornillo micrométrico* (palmer, esferómetro) y, los más precisos, en métodos ópticos interferenciales.

2.-Pie de rey o calibrador.

Se basa en el *nonius*. El *nonius* es un sencillo artificio que consiste en una reglilla graduada y móvil, que se desliza a lo largo de una regla, o escala principal, sobre la que se efectúa la medida. El *nonius* está graduado de tal forma que  $n$  divisiones de él abarcan  $n-1$  divisiones de la regla principal; cada división del *nonius* abarca, por consiguiente,  $(n-1)/n$  divisiones de dicha escala y, al ser cada división del *nonius* más corta que cada división de la escala principal en  $1/n$ , el aparato aprecia  $n$ -ésimas partes de esas divisiones. Si, por ejemplo, la regla está dividida en milímetros, y 10

divisiones del nonius abarcan 9 mm. de la regla, la precisión es de 0.1 mm.

La medida de una longitud con un nonius se hace de la forma que indica la Figura 1.1.

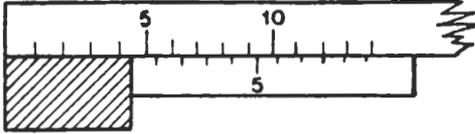


Figura 1.1

Se coloca el cero de la regla (ver Figura 1.2) coincidiendo con un extremo de la longitud, y se desplaza el nonius hasta que su cero coincide con el otro extremo. Se hace la lectura,  $R$ , de la regla que queda antes del cero del nonius (4 en la figura 1.1), y se observa después qué división  $n$  del nonius coincide con una división de la regla (la 8, en nuestro ejemplo). La longitud medida será:

$$L=R+n \cdot p$$

donde  $p$  es la precisión del nonius ( $1/10$ , en el ejemplo citado).

La lectura de la figura 1.1 es, entonces, 4'8 mm.

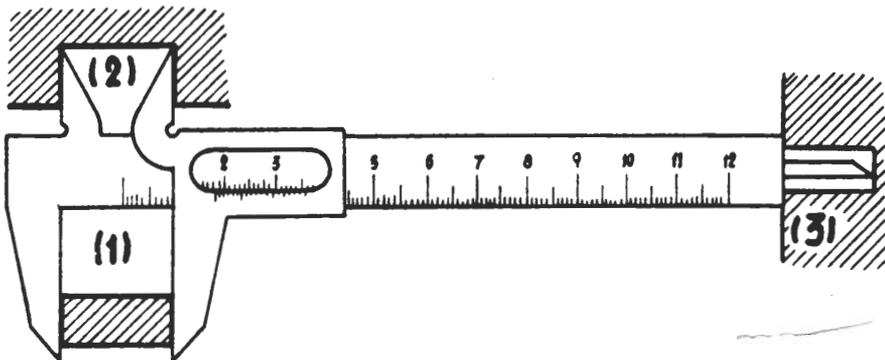


Figura 1.2

El *calibrador o pie de rey*, se funda en el principio de nonius. El calibrador adopta generalmente la forma que se indica en la Figura 1.2, en la que se aprecia como está construido de manera que permite medir: (1) espesores, (2) dimensiones interiores de una cavidad, y (3) profundidades.

Antes de hacer una medida con el calibrador ( y en general con cualquier aparato) es necesario hacer una lectura del error de cero, es decir, la lectura dada con longitud cero. Esta lectura deberá restarse algebraicamente a las lecturas posteriores (atención, por tanto, a su signo), como se indica en la práctica 0.

### 3.-Palmer o micrómetro

El *palmer* permite conseguir una precisión superior al calibrador en la medida de pequeñas longitudes y se funda en el principio del *tornillo micrométrico*.

El *tornillo micrométrico* consta, en esencia, de un tornillo de paso de rosca rigurosamente constante, cuya cabeza va unida a un tambor circular graduado. Una escala lineal, fija en la tuerca por la que avanza el tornillo, permite apreciar el número entero de vueltas, mientras que las fracciones de ellas se leen en la escala del tambor. Si éste se encuentra dividido en  $n$  partes, cada una de ellas indicará  $n$ -ésimas partes del paso de rosca.

En el *palmer*, el tornillo micrométrico avanza por una tuerca fija B, que constituye el extremo de una abrazadera A. El avance del tornillo se consigue haciendo girar su cabeza C, que tiene la forma de un cilindro hueco, graduado, por cuyo interior discurre una varilla cilíndrica solidaria de la tuerca, con una escala a lo largo de la generatriz, graduada de modo que cada

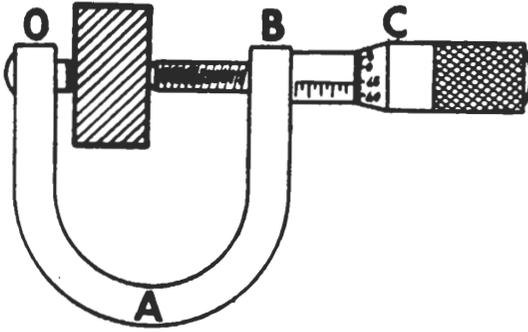


Figura 1.3

división corresponde al paso de rosca del tornillo. Si, por ejemplo, el paso de rosca es de 1 mm. y la cabeza del tornillo está dividida en 100 partes, la escala lineal da los milímetros y la circular las centésimas de milímetros, siendo ésta la precisión del aparato.

Para medir el espesor de un cuerpo mediante el palmer se le coloca dentro de la abrazadera, entre el tope O y el extremo del tornillo, y se hace avanzar éste hasta que presione suavemente el cuerpo. En la varilla graduada se lee el número de cifras enteras, y la división de la cabeza del tornillo que se encuentra frente al índice da la parte fraccionaria.

Téngase en cuenta, también, el error de cero.

#### 4.-Esferómetro.

Se utiliza para medir espesores y, fundamentalmente, radios de curvatura de superficie (figura 1.4). Consiste en un trípode en el que los extremos de sus patas forman un triángulo equilátero. El trípode es solidario a una tuerca sobre la que gira un tornillo de paso de rosca constante y conocido (*tornillo micrométrico*).

La cabeza del tornillo la constituye un limbo o plato graduado en  $n$  partes, generalmente 100 ó 500

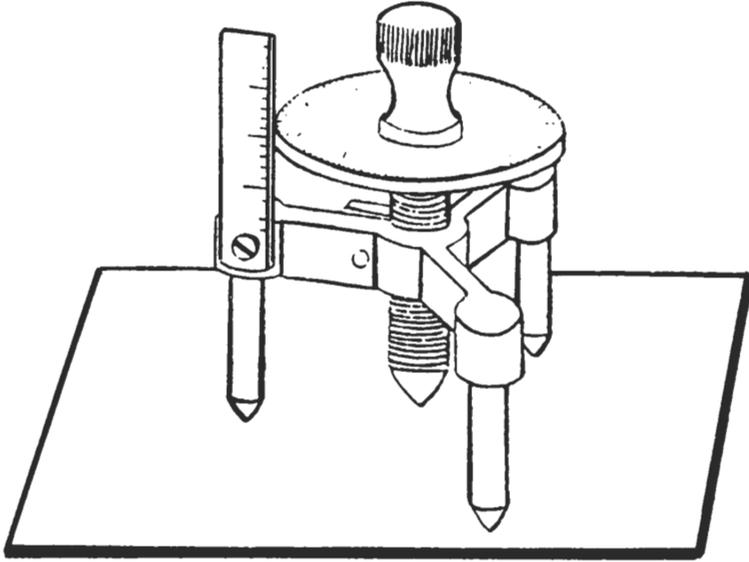


Figura 1.4

partes. La precisión del esferómetro viene dada por la  $n$ -ésima parte del paso de rosca, paso que suele ser de 0'5 mm. ó 1 mm. Así, un esferómetro de paso 1 mm. y limbo dividido en 100 partes tiene una precisión de 0'01 mm. El instrumento va provisto de una regla fija al trípode que permite determinar el número de vueltas del tornillo y que, a su vez, sirve como referencia a la escala del limbo.

Para medir radios de superficies esféricas con el esferómetro, el procedimiento es el siguiente (figura 1.5). Sean A, B y C los extremos de las patas del esferómetro y D el extremo del tornillo. El instrumento mide la altura  $h = \overline{ED}$  del casquete esférico determinado por A, B y C. Para calcular  $R = OA$  (radio de curvatura del casquete) se utiliza la expresión:

$$R = (h^2 + r^2) / (2 \cdot h)$$

en donde  $r = \overline{EA}$ , es el radio de la circunferencia determinada por A, B y C, siendo una constante del esferómetro.

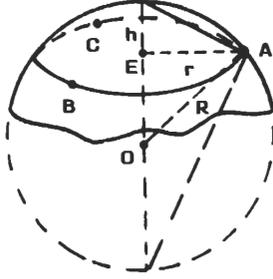


Figura 1.5

PRACTICA 2.Carril con carro.1.-Finalidad.

El objetivo de esta práctica es la comprobación de la segunda ley de Newton o ecuación fundamental de la dinámica de traslación.

2.-Introducción teórica.

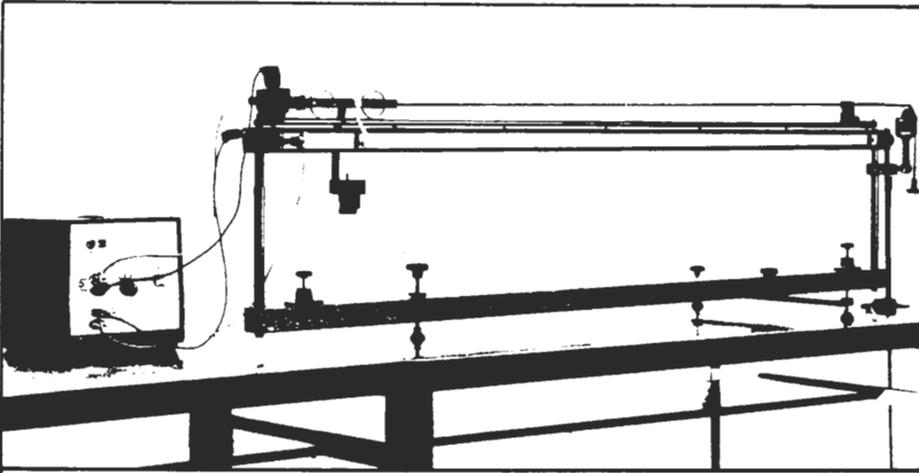
Sea un cuerpo que se encuentra sobre una superficie horizontal y supongamos que no existe rozamiento entre el cuerpo y la superficie.

Newton comprobó que si se le aplicaba una fuerza  $\vec{F}_1$  a este cuerpo, obtenía una aceleración  $\vec{a}_1$ , si se le aplicaba una fuerza  $\vec{F}_2$  obtenía una aceleración  $\vec{a}_2$ , si se le aplicaba una fuerza  $\vec{F}_3$  obtenía una aceleración  $\vec{a}_3$ . Así, hasta aplicarle una fuerza  $\vec{F}_n$  y obtener una aceleración  $\vec{a}_n$ . Los cocientes de cada fuerza aplicada por la aceleración obtenida por el cuerpo en cada caso eran iguales e igual a un coeficiente escalar que depende exclusivamente del cuerpo y que recibe el nombre de *masa* del cuerpo, es decir:

$$\frac{\vec{F}_1}{\vec{a}_1} = \frac{\vec{F}_2}{\vec{a}_2} = \frac{\vec{F}_3}{\vec{a}_3} = \dots = \frac{\vec{F}_n}{\vec{a}_n} = m$$

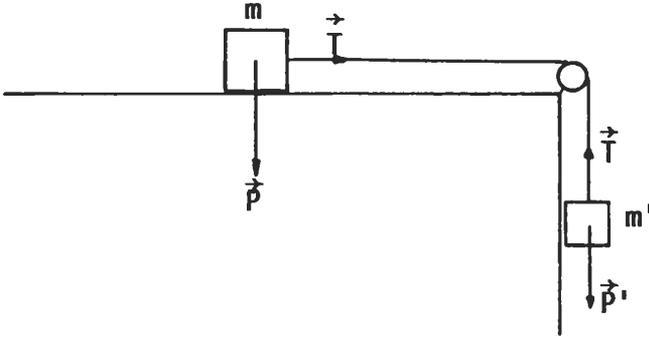
### 3.-Descripción.

Como observamos en la figura, tenemos un plano horizontal (carril) con un carro encima. Este carro está unido, con un hilo inextensible y sin masa, a un cuerpo que cuelga por medio de una polea cuya masa la consideramos nula. La masa del carro es de 532'4 gr. Tenemos, además, un cronómetro que mide el tiempo que tarda el carro en recorrer 0'5 m.



Para comprobar la segunda ley de Newton, y debido a los rozamientos existentes, tenemos que inclinar el carril para que la componente del peso del carro en la dirección del movimiento anule la fuerza de rozamiento, contraria al movimiento. Para ello, lo primero que tenemos que hacer es calcular lo que tardaría el carro en recorrer 0'5 m. teniendo el cuerpo que cuelga una masa de 10 gr., suponiendo que no existe rozamiento. Una vez encontrado este tiempo, inclinamos el carril lo necesario para que el carro tarde en recorrer 0'5 m. este mismo tiempo.

Para encontrar el tiempo que tarda en recorrer el carro un espacio de 0'5 m, teniendo el cuerpo que cuelga 10 gr., lo que tenemos que hacer es solucionar el sistema siguiente:



Aplicando la ecuación fundamental de la dinámica de traslación a cada cuerpo, tendremos:

Para el cuerpo que cuelga:  $P' - T = m' \cdot a$  ;  $m' \cdot g - T = m' \cdot a$

Para el carro:  $T = m \cdot a$

Sustituyendo una ecuación en la otra, tendremos que la aceleración es:

$$a = \frac{m' \cdot g}{m + m'} \quad (1)$$

sabiendo que  $m' = 10$  gr. y  $m = 532'4$  gr.

Una vez conocida la aceleración, podemos encontrar el tiempo que tarda en recorrer 0'5 m. por medio de la ecuación:

$$S = a \cdot t^2 / 2 \quad (2)$$

Despejando el tiempo en (2) e introduciendo la aceleración obtenida en (1), se puede encontrar el tiempo

que tarda en recorrer el espacio de 0'5 m.

Con este resultado, vamos inclinando el carril hasta conseguir que el carro tarde en recorrer dicho espacio en el tiempo obtenido.

Una vez conseguida la inclinación deseada, ponemos distintas masas al cuerpo que cuelga por lo que conseguiremos que se le apliquen al carro distintas fuerzas. La aceleración que obtiene el carro, para cada una de estas fuerzas, la conseguiremos a partir de la ecuación (2). El cociente de estas fuerzas por sus aceleraciones son iguales e igual a una constante que coincide con el valor de la masa del carro.

Otra forma de obtener este mismo resultado es representar, en un eje de coordenadas, la fuerza frente a la aceleración. Debemos de obtener una línea recta, que pasa por el origen de coordenadas, cuya pendiente es igual a la masa del carro.

#### 4.-Práctica.

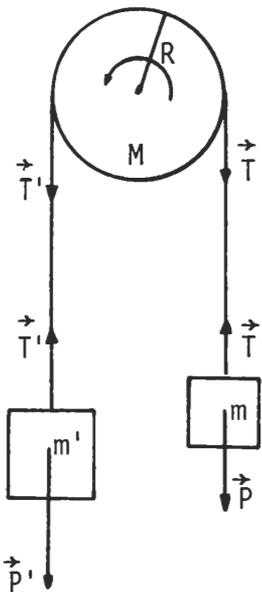
Comprobar la segunda ley de Newton por el método descrito anteriormente.

PRACTICA 3Poleas1.-Finalidad.

La finalidad de esta práctica es la aplicación de las leyes de la mecánica clásica.

2.-Introducción teórica.

Supongamos una polea de masa  $M$  y radio  $R$  en cuya garganta pende un hilo inextensible y de masa despreciable. De uno de los lados del hilo cuelga una masa  $m$  y del otro, otra masa  $m'$ .



Las ecuaciones que tenemos que aplicar a este conjunto son:

1.-Segundo principio de Newton para un sistema de referencia inercial situado en el centro de la polea:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

2.-Ecuación del movimiento del sólido que gira alrededor de un eje principal de inercia

$$\Sigma \vec{M} = I \cdot \vec{\alpha}$$

Donde  $I$  es el momento de inercia de la polea y  $\vec{M}$  es el momento de las fuerzas que actúan sobre la polea.

Si suponemos que  $m' > m$ , la polea gira a favor de las agujas del reloj. Con este supuesto, resolvemos las ecuaciones anteriores.

$$\text{Para la masa } m' \dots\dots\dots P' - T' = m' \cdot a \quad (1)$$

$$\text{Para la masa } m \dots\dots\dots T - P = m \cdot a \quad (2)$$

$$\text{Para la polea } \dots\dots\dots T' \cdot R - T \cdot R = I \cdot \alpha \quad (3)$$

u

Siendo, como indica la figura,  $P$ , el peso de la masa  $m$ ;  $P'$ , el peso de la masa  $m'$ ;  $T$ , la tensión entre la masa  $m$  y la polea;  $T'$ , la tensión entre la masa  $m'$  y la polea;  $R$ , el radio de la polea;  $a$ , la aceleración lineal con que cae (o sube)  $m'$  ( $m$ ) y  $\alpha$ , la aceleración angular de la polea.

Desarrollando las tres ecuaciones anteriores, tendremos:

$$m' \cdot g - T' = m' \cdot a \quad (4)$$

$$T - m \cdot g = m \cdot a \quad (5)$$

$$T' \cdot R - T \cdot R = I \cdot \alpha \quad (6)$$

Sustituyendo en (6) las ecuaciones (4) y (5) y sabiendo que  $\alpha = a/R$  se obtiene:

$$m' \cdot g \cdot R - m' \cdot a \cdot R - m \cdot g \cdot R - m \cdot a \cdot R = I \cdot a/R \quad (7)$$

Las variables que no conocemos en esta ecuación son:  $R$ , radio de la polea;  $a$ , aceleración lineal de caída (subida) de  $m'$  ( $m$ ) e  $I$ , momento de inercia de la polea.

Cada una de estas variables las podemos determinar de la siguiente manera.

El radio de la polea,  $R$ , lo podemos conocer con el calibrador.

La aceleración lineal la podemos conocer si conociéramos el tiempo que tarda en recorrer una de las masas un espacio determinado, mediante la ecuación:

$$S = a \cdot t^2 / 2 \quad (8)$$

ecuación que se obtiene si la velocidad y el espacio inicial son cero.

Por lo que, con una distancia conocida, dejar el sistema en libertad y obtener el tiempo que tarda en recorrer dicha distancia una de las masas. Repetir esto una serie de veces para obtener un valor más aproximado al real, como se indica en la práctica 0. Aplicando la ecuación (8), se obtiene la aceleración lineal.

El momento de inercia de la polea,  $I$ , se obtiene despejándolo de la ecuación (7), conocidas ya todas las variables de dicha ecuación.

### 3.-Descripción.

Se entrega una polea, un hilo inextensible y de masa despreciable, dos cuerpos de masa conocida que son las que van a pender de los extremos del hilo, un calibrador para obtener el radio de la polea, un cronómetro y una regla para poder determinar la aceleración lineal, como se indicó anteriormente.

### 4.-Práctica.

Con lo visto anteriormente, encontrar:

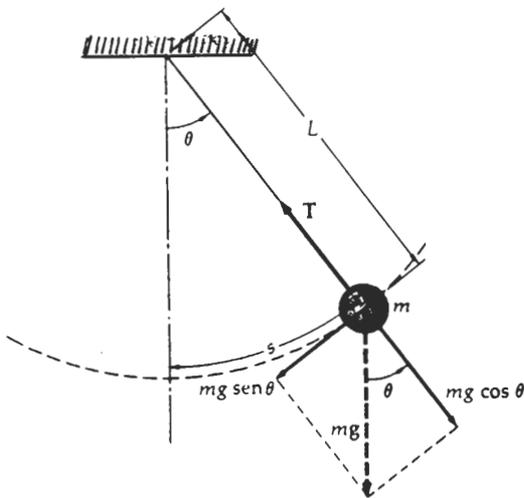
1. Aceleración lineal del conjunto.
2. Aceleración angular de la polea.
3. Momento de inercia de la polea.
4. Las tensiones  $T$  y  $T'$  de la cuerda.

PRACTICA 4.El péndulo simple.1.-Finalidad.

El objetivo de esta práctica es estudiar el movimiento de un péndulo simple como ejemplo de movimiento armónico simple y determinar, mediante el mismo, la aceleración de la gravedad.

2.-Introducción teórica.

El *péndulo simple* o *péndulo matemático* es un cuerpo ideal que está constituido por una masa puntual, suspendido de un hilo inextensible y sin masa.



Consideremos una masa  $m$  situada en el extremo de una cuerda de longitud  $L$ , según puede verse en la figura. Las fuerzas que actúan sobre la masa son el peso  $m \cdot \vec{g}$  y la

tensión  $\vec{T}$  de la cuerda.

La componente tangencial de estas fuerzas tiene el valor de  $m \cdot g \cdot \text{Sen } \theta$  y está en el sentido de  $\theta$  disminuyendo.

Sea  $s$  la longitud de arco medida desde el punto inferior del arco. La longitud del arco está relacionada con el ángulo medido desde la vertical por:

$$s = L \cdot \theta \quad (1)$$

La aceleración tangencial es  $d^2s/dt^2$ . La componente tangencial de la segunda ley de Newton ( $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$ ) es:

$$\begin{aligned} \Sigma F_t &= m \cdot a_t \\ -m \cdot g \cdot \text{Sen } \theta &= m \cdot \frac{d^2s}{dt^2} \end{aligned}$$

o sea

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -g \cdot \text{Sen } \theta$$

Si  $\theta$  es pequeño, entonces  $\text{Sen } \theta \approx \theta$ , por lo que nos quedará:

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -g \cdot \theta$$

Despejando  $\theta$  de la expresión (1) e introduciéndolo en ésta, obtendremos:

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -g \cdot \frac{s}{L}$$

o lo que es lo mismo

$$\frac{d^2s}{dt^2} = - \frac{g}{L} \cdot s$$

por lo que observamos que para ángulos pequeños, la aceleración es proporcional al desplazamiento, lo que indica que el movimiento de este péndulo es armónico simple, con período:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Elevando al cuadrado esta expresión:

$$T^2 = \frac{4 \pi^2}{g} \cdot L \quad (2)$$

Luego, si llevamos a un sistema cartesiano de referencia las longitudes  $L$  del péndulo en abscisas y los cuadrados de los períodos correspondientes en ordenadas, obtendremos una recta cuya pendiente,  $4 \cdot \pi^2 / g$ , nos permite determinar el valor de  $g$ .

### 3.-Descripción.

Sobre la escala graduada en la pared se lee la longitud del péndulo (o se mide mediante una regla graduada), considerando para ello la distancia desde el extremo superior del hilo hasta el centro de la esfera, en la que se habrá hecho una señal.

Se separa el péndulo de su posición de equilibrio con un ángulo de separación pequeño, debido a lo que explicamos anteriormente, y se deja oscilar libremente. Debido a que las oscilaciones son de amplitud pequeña, se determina la duración de varias completas. Es conveniente colocarse de forma que, estando el péndulo en reposo, coincida con una raya vertical que se ha señalado previamente sobre la escala graduada. En este caso basta con que se vaya contando el número de coincidencias que tiene lugar cuando, y sólo cuando, el péndulo marcha en un sentido.

El período resulta de dividir el tiempo que marca el cronómetro por el número de oscilaciones.

Se acorta o alarga el péndulo en 10 cm. y se determina el nuevo período. Se hace lo mismo cuatro o cinco veces más.

Se calcula los cuadrados de los períodos, expresados en  $s^2$ .

Se construye una gráfica llevando las longitudes en abscisa y los cuadrados de los períodos correspondientes en ordenada. Se traza una recta que se ajuste lo mejor posible a los puntos obtenidos.

Se mide la pendiente de la recta y se obtiene el valor de la aceleración de la gravedad,  $g$ , a partir de la expresión (2).

#### 4.-Práctica.

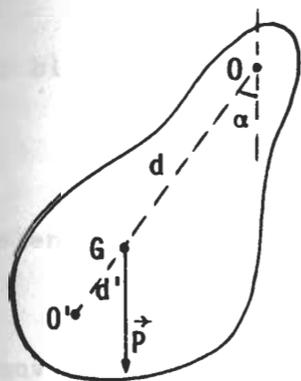
Obtener el valor de la aceleración de la gravedad con el movimiento del péndulo simple como se ha descrito.

PRACTICA 5Péndulo reversible de Kater.1.-Finalidad.

El péndulo reversible de Kater sirve para realizar una determinación exacta del módulo de la aceleración de la gravedad  $g$ .

2.-Introducción teórica.

La descripción del péndulo físico es la siguiente: Sea un cuerpo cualquiera, de masa  $m$ , suspendido por un punto  $O$  (ver figura) que no coincide con su centro de gravedad y está por encima de él. Por  $O$ , y perpendicular al plano del papel, pasa un eje alrededor del cual oscila el cuerpo.



Deduzcamos el período de oscilación del péndulo físico: La única fuerza que actúa sobre el cuerpo es su peso, que será anulada cuando la línea que une el punto  $O$  con el centro de gravedad  $G$  coincida con la vertical del lugar; pero cuando el cuerpo se halle de modo que la línea  $OG$  forme un cierto ángulo  $\alpha$  con dicha vertical, la reacción del apoyo da lugar a la formación de

un par cuyo momento, según se ve en la figura, es:

$$\vec{M} = \vec{F} \wedge \vec{d}$$

su módulo será, por ser el módulo de un producto vectorial de dos vectores:

$$M = (-mg) \cdot d \cdot \text{Sen} \alpha$$

siendo  $d = \overline{OG}$ .

Si  $\alpha$  es pequeño, entonces  $\alpha / \text{Sen} \alpha \approx 1$ , por lo que

$$M = -m \cdot g \cdot d \cdot \alpha = -K \cdot \alpha \quad (1)$$

siendo  $K$  una constante ya que  $m$ ,  $g$  (para un lugar dado) y  $d$  son constantes.

Recordando la ecuación fundamental de la dinámica de rotación, su módulo es:

$$M = I \cdot (d^2 \alpha / dt^2)$$

la ecuación (1) toma la forma:

$$I \cdot (d^2 \alpha / dt^2) = -K \cdot \alpha$$

o bien:

$$(d^2 \alpha / dt^2) = -K \cdot \alpha / I = -K' \cdot \alpha \quad (2)$$

siendo  $K'$  otra constante ya que  $I$  lo es (para cada eje).

La ecuación (2) nos indica que se trata de un movimiento vibratorio armónico, por lo que su período es:

$$T = 2 \cdot \pi / k' = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{I / K}$$

o bien, como  $K = m \cdot g \cdot d$ , el período será:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{I / (m \cdot g \cdot d)} \quad (3)$$

La *longitud equivalente o reducida* de un péndulo físico se define como la longitud que tendría un péndulo simple que oscilase con el mismo período que el péndulo físico. Su expresión se obtiene igualando los períodos del péndulo simple y físico, cuyo resultado es:

$$L = I / (m \cdot d) \quad (4)$$

Si aplicamos el teorema de Steiner al cuerpo de la figura, tendremos:

$$I = I_0 + m \cdot d^2 \quad (5)$$

Despejando  $I$  de la ecuación (4) y sustituyéndolo en la ecuación (5), nos queda:

$$L \cdot m \cdot d = I_0 + m \cdot d^2$$

reorganizando esta expresión, nos queda:

$$d^2 - L \cdot d + I_0 / m = 0$$

ecuación de segundo grado en  $d$  que nos indica que existen dos valores para  $d$  o, mejor dicho, dos puntos  $O$  y  $O'$  que distarán del centro de gravedad  $d$  y  $d'$ , y que constituidos en centros de suspensión darán el mismo período de oscilación. Teniendo en cuenta las propiedades de las raíces de una ecuación de segundo grado, resulta que:

$$d + d' = L$$

de manera que la suma de esas dos distancias es igual a la longitud del péndulo simple que oscila con el mismo período.

---

Lo que acabamos de estudiar condujo a Kater, en 1818, a construir el llamado *péndulo reversible*.

La ecuación (3) contiene, además de la duración de las oscilaciones y la expresión para la longitud reducida del péndulo, solamente la aceleración de la gravedad  $g$  y factores numéricos, por lo que conociendo los dos parámetros citados anteriormente, podemos hallar la aceleración de la gravedad.

### 3.-Descripción.

El aparato tiene una altura de 2 m. Un robusto soporte de metal sirve como dispositivo de suspensión. En su extremo superior se encuentra un apoyo en el cual pueden colocarse las cuchillas del péndulo reversible. La barra del péndulo de una longitud de 1'65 m aproximadamente, lleva a una distancia de 99'4 cm dos cuchillas cuyos bordes se encuentran uno frente al otro. Dos discos de metal pueden desplazarse a lo largo de la barra del péndulo. Uno de los discos de metal tiene una masa de 1400 g, mientras que el otro, colocado fuera de las cuchillas, posee una masa de 1000 g.

### 4.-Práctica.

Al principio, las dos masas desplazables se acercan cuanto sea posible a la cuchilla que se encuentra entre ellas. El péndulo se suspende de esta cuchilla y a continuación de la otra. Las dos duraciones de oscilación, correspondientes, se determinan con un cronómetro manual, haciendo varias medidas desde cada posición y calculando la media, como se vió en la práctica 0.

Esto se repite varias veces alejando, en cada repetición que se haga, el peso corredizo (1400 g) que se encuentra entre las dos cuchillas, del otro peso (1000 g), cada vez una distancia de 5 cm aproximadamente. A continuación se registran los resultados en un gráfico. Como abscisa se escoge la distancia, aproximadamente conocida, entre los dos pesos y como ordenada se aplican las dos duraciones de oscilación alrededor de cada cuchilla. De aquí resultan dos curvas que, por regla general, no se cortan.

Cuando las dos curvas hayan dado un punto de intersección determinado con toda seguridad, se da por terminada la práctica a menos que no se quiera aumentar la exactitud de la medida efectuando en la proximidad del punto de intersección otros puntos de medición.

El valor de la ordenada para este punto de intersección suministra, entonces, como longitud reducida del péndulo, la duración de oscilación correspondiente a la distancia entre las cuchillas. En caso contrario, hay que repetir la serie de ensayos con otra regulación para el peso (1000 g) que se encuentra fuera de las dos cuchillas.

Por lo que conociendo el punto de intersección, podemos hallar la aceleración de la gravedad, mediante la expresión (3).

**Nota:** La exactitud de la medida alcanzable se encuentra, por regla general, limitada por la exactitud del cronometraje del tiempo, en comparación con lo cual, la exactitud de la medida de longitud, no desempeña ningún papel decisivo.

PRACTICA 6.Medida de la constante recuperadora de un resorte.1.-Finalidad.

El objetivo de esta práctica es la determinación de la constante recuperadora de un resorte por dos métodos: un método estático y un método dinámico.

2.-Introducción teórica.

En esta introducción vamos a definir lo que son cuerpos elásticos e inelásticos, límite de elasticidad y ruptura y la ley de Hooke.

Cuerpos *perfectamente elásticos* son los que modificados su volumen o forma, recobran su modo de ser primitivo al cesar la causa que produjo el cambio.

Cuerpos *inelásticos* son los que no recobran su volumen o forma primitivos, al cesar la causa que los alteró.

*Límite de elasticidad* es la mínima fuerza, por unidad de sección, capaz de producir una cierta modificación permanente de forma o volumen.

*Límite de ruptura* es la mínima fuerza, por unidad de sección, capaz de producir la ruptura del cuerpo.

La *ley de Hooke* dice lo siguiente: *las*

deformaciones producidas en los cuerpos son directamente proporcionales a las fuerzas que las produjeron, siempre que no se rebase el límite de elasticidad.

En el caso de un resorte, sujeto por su extremo superior, que se cuelgan pesas en el extremo inferior, el resorte se alarga y, por la ley de Hooke, los alargamientos que experimentan son proporcionales a las fuerzas aplicadas, siempre que no se sobrepase el límite de elasticidad del resorte.

Si es  $\vec{F}$  la fuerza aplicada al resorte, y  $\vec{X}$  el alargamiento que produce, entonces:

$$\vec{F} = K \cdot \vec{X} \quad (1)$$

donde  $K$  es la constante recuperadora del resorte.

Para comprobar la constancia de  $K$  podemos seguir o bien un procedimiento estático, o bien un procedimiento dinámico.

#### A.-Método estático.

Se cuelgan del resorte pesas sucesivas, en orden creciente, y se miden los alargamientos correspondientes. La ecuación (1) se expresará como:

$$P = K \cdot X$$

Esta expresión es la ecuación de una recta que pasa por el origen de coordenadas, por lo que llevando, en un sistema cartesiano de referencia, los valores de  $P$  en ordenada y los de  $X$  en abscisa, debe resultar una recta cuya pendiente vale  $K$ .

**B.-Método dinámico.**

Cuando un cuerpo de masa  $M$  se suspende de un resorte, éste se estira por la acción del peso de dicho cuerpo,  $M \cdot g$ , hasta que alcanza una posición de equilibrio.

Si aplicamos ahora una fuerza adicional, por ejemplo tirando de la masa hacia abajo de manera que se produzca un alargamiento  $X$ , la fuerza necesaria para ello valdrá, como hemos visto:

$$F = K \cdot X$$

Debido a esto, el resorte desarrollará una fuerza en cada instante, *fuerza recuperadora*, que tendrá el mismo valor ( $K \cdot X$ ) y sentido opuesto, de manera que si dejamos de tirar de la masa, ésta se moverá con una aceleración a dada por la segunda ley de Newton ( $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ ) que en nuestro caso será:

$$-K \cdot X = M \cdot a$$

de donde:

$$a = - \frac{K}{M} \cdot X \quad (2)$$

por lo que la aceleración resulta ser proporcional al desplazamiento y de sentido opuesto, luego la masa va a realizar una serie de oscilaciones alrededor de su posición de equilibrio con un movimiento armónico cuyo período es:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M}{K}} \quad (3)$$

Como al oscilar la masa  $M$ , participa de este movimiento también el resorte, la ecuación (2) sería

correcta sólo en el caso ideal en que la masa del mismo fuese nula. Si ésta no fuera despreciable, deberemos añadir a la masa  $M$  una fracción  $f$  de la masa  $m$  del resorte, y escribir:

$$-K \cdot X = (M + f \cdot m) \cdot a$$

de donde

$$a = - \frac{K}{M + f \cdot m} \cdot X$$

por lo que el período en este caso será:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M + f \cdot m}{K}}$$

de donde

$$T^2 = \frac{4 \pi^2}{K} \cdot (M + f \cdot m) \quad (4)$$

por lo que si llevamos a un sistema de ejes cartesianos los valores de  $T^2$  frente a los correspondientes de  $M$ , la gráfica resultante será una recta, puesto que todos los demás factores son constantes para un resorte dado. De la medida de la pendiente de esta recta se puede obtener el valor de  $K$ .

Si en (4) hacemos  $T^2 = 0$ , resulta  $M = -f \cdot m$ , por lo que de la intersección de la recta con el eje de las  $M$  y del valor de  $m$  se puede obtener el de  $f$ . (Teóricamente se demuestra que, para un resorte uniforme,  $f = 1/3$ ).

### 3.-Descripción.

#### A.-Método estático.

Se coloca en el platillo unido al resorte las

distintas masas entregadas. Se miden los alargamientos que se produzcan con cada masa. Se construye una gráfica llevando en ordenadas los pesos de las masas y en abscisas los alargamientos correspondientes.

En esta gráfica se puede observar para qué intervalo de peso se cumple la ley de Hooke con más precisión (único intervalo en que se debe de trabajar). Se determina el valor de  $K$  para este intervalo, midiendo la pendiente de la recta correspondiente.

#### B.-Método dinámico.

Se cuelga una masa del extremo inferior del resorte (puede servir el platillo) y, una vez que se alcanza el equilibrio, se tira de la masa suavemente hacia abajo, soltándola después.

Se deja que la masa realice algunas oscilaciones y se cronometra, después, el tiempo que tarda en dar un cierto número de ellas. De aquí se obtiene el período, dividiendo el tiempo obtenido por el número de oscilaciones dadas.

Se repite la operación utilizando masas diferentes.

Se construye una gráfica poniendo los períodos al cuadrado obtenidos frente a las distintas masas colocadas.

A partir de esta gráfica se obtiene el valor de  $K$  y de  $f$  como se explicó anteriormente.

#### 4.-Práctica.

Obtener la constante recuperadora del resorte entregado por los dos métodos descritos.

PRACTICA 7La balanza de gravitación1.-Finalidad.

La balanza de gravitación sirve para demostrar el fenómeno de la atracción universal y para determinar la constante de gravitación.

2.-Introducción teórica.

La ley de gravitación universal fue deducida por el físico inglés I. Newton (1641-1727); dice lo siguiente: *Los cuerpos se atraen mutuamente con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre sus centros de masa.*

$$F = G \cdot m \cdot m' / a^2$$

en donde G recibe el nombre de *constante de la gravitación universal.*

Así, por medio de esta ley enunciada por Newton, todos los cuerpos se atraen pero este hecho queda fuera de la esfera de experiencias de la vida diaria, puesto que estas fuerzas de atracción son tan pequeñas que no es posible percibir las sin recurrir a especiales medios auxiliares, como dinamómetros muy sensibles, siendo los mejores la balanza de torsión contruida en 1784 por Coulomb. Cavendish fue el primero en utilizarla, en 1798, para medir la constante de gravitación.

Con una balanza de torsión, las mediciones de fuerza se hacen casi siempre en posición de equilibrio. En la práctica, aquí descrita, se emplea otro procedimiento de medición, vale decir, dinámico.

### 3.-Descripción.

En la balanza de gravitación se encuentra un sistema, en forma de  $\perp$ , con dos pequeñas bolas de plomo en los extremos de masa  $m$  cada una, suspendido de un hilo de torsión de bronce. Este sistema tiene una larga duración de oscilación (unos diez minutos), debido al gran momento

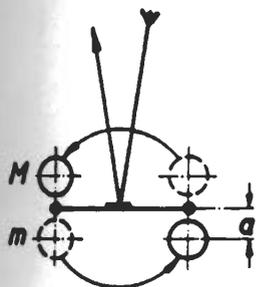


Figura 7.1

de inercia y a la débil constante de torsión. Dos bolas grandes, de masa  $M$  cada una, situadas fuera, aproximadamente en la posición marcada con puntos (véase figura 7.1), atraen a las dos bolas interiores. Entre esta fuerza y la torsión del hilo se establece un equilibrio. Cuando se ha alcanzado la posición de equilibrio, habiéndose comprobado el punto cero mediante la reproducción del indicador

luminoso, se empieza la práctica: Las grandes bolas exteriores se giran en su soporte giratorio de modo que cambien sus posiciones. (El cambio de posición de las bolas hay que efectuarlo con cuidado. Con la yema de los dedos se puede evitar el que las bolas choquen contra la placa de vidrio del dispositivo). De este modo se perturba el equilibrio puesto que el hilo de torsión, debido a la larga duración de oscilación, se encuentra todavía retorcido en el sentido anterior, atrayendo las bolas grandes a las pequeñas en dirección inversa.

Gracias a este artificio, la fuerza  $F_0$ , que actúa al principio del movimiento entre cada una de las parejas de bolas, es el doble de la atracción mutua por sí sola, puesto que la torsión del hilo, que por lo pronto subsiste, corresponde a una fuerza de la misma magnitud:

$$F_0 = 2 \cdot G \cdot m \cdot M / a^2$$

Bajo el efecto de esta fuerza  $F_0$ , las dos bolas pequeñas comienzan a aproximarse aceleradamente hacia las bolas grandes situada enfrente de ellas. Con esto, el hilo de torsión se destuerce cada vez más, retorciéndose luego en el sentido opuesto. El sistema de la balanza realiza, pues, un proceso de oscilación, en la que despreciamos la variación de la torsión del hilo, siendo el movimiento de las bolas uniformemente acelerado con una aceleración  $b$ . Por lo que se puede poner:

$$m \cdot b = 2 \cdot G \cdot m \cdot M / a^2$$

Despejando la constante de gravitación, resulta:

$$G = b \cdot a^2 / (2 \cdot M) \quad (1)$$

La masa  $M$  de una bola grande se conoce; la separación  $a$  se deduce del radio de la bola grande y del semi-groeso de la balanza de torsión y su valor es 0'045 m.

La aceleración  $b$  se obtiene del movimiento del indicador luminoso  $S$  en el primer minuto después de cambiar la posición de las bolas grandes, según se ha representado esquemáticamente en la figura 7.2, siendo:

$s$ : el recorrido de las bolas pequeñas en la balanza,

$d$ : la distancia de las bolas pequeñas al eje (0'05 m),

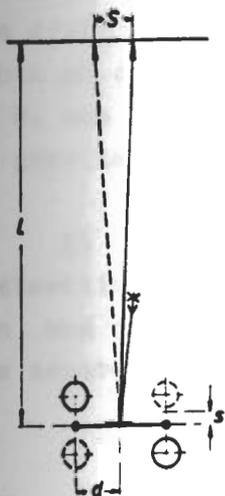


Figura 7.2

S: el recorrido del indicador luminoso en la pared (ver adelante),

L: la distancia entre la pared y el espejo de la balanza (ver adelante).

Entonces, por la duplicación del ángulo en la reflexión, resulta:

$$s/d = S/(2 \cdot L)$$

La desviación del indicador luminoso es, por tanto,  $2 \cdot L/d$  veces mayor que el recorrido de la bola pequeña en la balanza. La aceleración  $b$  se deduce, por lo tanto,

de la desviación del indicador luminoso durante el primer minuto, según:

$$b = 2 \cdot s/t^2 = S \cdot d/(L \cdot t^2)$$

Introduciendo esta expresión en (1), la constante de gravitación será:

$$G = S \cdot d \cdot a^2/(2 \cdot M \cdot L \cdot t^2) \quad (2)$$

donde  $d$  es 0'05 m,  $a$  es 0'045 m,  $M$  es 1'46 Kg y  $L$  se puede conocer midiendo la distancia que hay desde la barra hasta la pared, sabiendo que la distancia entre el espejo y la pared es de 17'5 cm.

Para calcular en la expresión (2)  $S$  y  $t$  se hace lo siguiente: después de cambiar la posición de las bolas, se lee cada 10 segundos el recorrido del indicador luminoso, conocido el origen antes de cambiar la posición

de las bolas. Una vez que el indicador luminoso halla cambiado de sentido se para de tomar recorridos. Se hace una gráfica de  $S$  frente a  $t$ . En ésta, se obtiene un tramo recto en el que se escoge un valor de  $t$  que dará un valor de  $S$ , con lo que podemos obtener el valor de la constante de gravitación.

El valor obtenido está sujeto al siguiente error sistemático: La bola pequeña es atraída también, aunque con una fuerza mucho menor, por la bola grande que está más separada (véase figura 7.3).

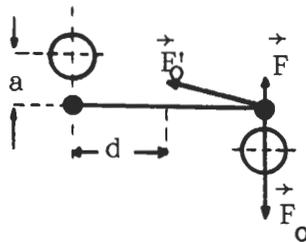


Figura 7.3

El módulo de esta fuerza, según la ley de gravitación, es:

$$F'_0 = G \cdot m \cdot M / (a^2 + 4 \cdot d^2)$$

y tiene una componente  $F$  opuesta a la fuerza  $F'_0$ , cuyo módulo es:

$$F = G \cdot m \cdot M \cdot a / ((a^2 + 4 \cdot d^2) \cdot (\sqrt{a^2 + 4 \cdot d^2})) = \beta \cdot F'_0$$

en donde  $\beta$  representa la fracción en que queda disminuida la fuerza  $F$  :

$$\beta = a^3 / ((a^2 + 4 \cdot d^2) \cdot (\sqrt{a^2 + 4 \cdot d^2}))$$

Así, por ejemplo, con  $d=0'05$  m y  $a=0'045$  m será  $\beta=0'069$ . El valor de la constante de gravitación, calculado sin

esta corrección, tendrá que incrementarse en 6'9%.

4.-Práctica.

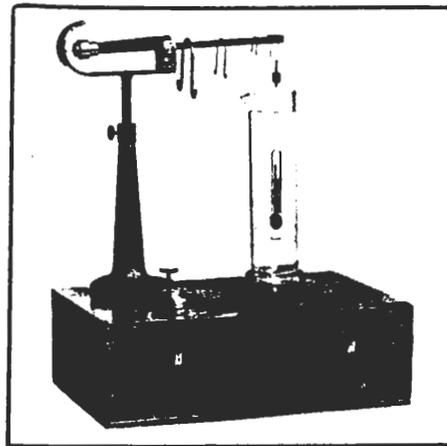
Obtener el valor de la constante de gravitación por el método descrito anteriormente.

PRACTICA 8Balanza de un solo brazo de Mohr-Westphal1. Finalidad.

La balanza de Mohr-Westphal se utiliza para determinar la densidad de los líquidos.

2. Introducción teórica.

Para la determinación del peso específico (densidad) de los líquidos, se utiliza, en la balanza de Mohr-Westphal, el empuje de un cuerpo sumergido de volumen conocido. De acuerdo al *Principio de Arquímedes*, el peso de un cuerpo sumergido en un líquido disminuye en una cantidad igual al peso del volumen de líquido que desaloja. Para la determinación del peso se emplea, como es usual, una balanza. El peso de la cantidad de líquido desalojado por el buzo se determina de la diferencia de su peso en el aire  $G_a$  y en el líquido a medir  $G_e$ . El peso específico  $P_e$  del líquido con el volumen  $V_e$  es entonces:



$$P_e = (G_a - G_e) / V_e$$

La cifra de medición, encontrada de esta manera, para el

peso específico  $P_e$  del líquido en pondios/cm<sup>3</sup>, es exactamente igual a la cifra de medida para la densidad en g/cm<sup>3</sup>.

La balanza de Mohr-Westphal es especialmente adecuada para estas mediciones, gracias a los siguientes artificios:

- a) Como balanza de un brazo, está construida en tal forma que se encuentra exactamente en equilibrio con respecto al peso del buzo en el aire.
- b) El peso de las pesas ( $Z$  pondios;  $0'1 \cdot Z$  pondios;  $0'01 \cdot Z$  pondios y  $0'001 \cdot Z$  pondios), según su valor numérico, es exactamente igual al valor numérico del volumen medido en cm<sup>3</sup> ( $Z$  cm<sup>3</sup>) del buzo, es decir,  $1/10$ ,  $1/100$  y  $1/1000$  del mismo.
- c) El brazo de palanca de la balanza, destinado a la determinación del peso, está dividido en diez partes iguales, marcadas por muescas que sirven para colgar las pesas.

Con esto, la medición se simplifica notablemente: Al ajustar exactamente la balanza, los puntos decimales  $a'bcd$  del peso específico  $P_e$  buscado son dados directamente por la posición de las pesas colgadas. Esto es posible ya que, para el peso específico (y la densidad) es válida la fórmula:

$$P_e = a'bcd \cdot Z \text{ Pondios} / Z \text{ cm}^3 = a'bcd \text{ Pondios/cm}^3$$

$$\text{ó } a'bcd \text{ g/cm}^3$$

### 3. Descripción.

El buzo de la balanza de Mohr-Westphal es de vidrio y está provisto de un termómetro (desde  $+10^{\circ}$  hasta  $+30^{\circ}\text{C}$ ). Junto con el alambre de platino para su suspensión tiene un peso de unos 15 pondios y un volumen de  $15\text{ cm}^3$ . El buzo se ha probado para la temperatura de  $20^{\circ}\text{C}$ , marcada de rojo en el termómetro, e indica para el agua destilada libre de aire y a una temperatura de  $20^{\circ}\text{C}$ , la densidad de  $0'9982\text{ g/cm}^3$ . Las pesas son jinetes, de los cuales cada par tiene un peso de 5; 0'5; 0'05 y 0'005 pondios. La pequeña pinza que se entrega conjuntamente, sirve para colocar los jinetes pequeños.

El pie de balanza se monta con el tornillo de ajuste y el tornillo de apriete indicando hacia la izquierda. El soporte de la cuchilla se instala con la punta indicadora igualmente hacia la izquierda. A continuación se monta el brazo de la balanza con la pesa colgante que se acompaña y, regulando el tornillo de ajuste, se coloca de tal manera que la punta del brazo de la balanza quede frente a frente con la del soporte. Después de esto, se sustituye la pesa por el buzo, que se cuelga con el alambre de platino. La altura a que se regula la balanza corresponderá a la altura del líquido existente en el cilindro de vidrio y deberá ser tal, que el buzo quede totalmente sumergido.

Al estar la balanza exactamente ajustada, la medición sólo consiste en colgar los jinetes hasta equilibrar el empuje. Como es usual en cualquier balanza, se comienza por colgar el jinete más grande. Debido a que éste pesa 5 pondios = 5 pondios, la desviación indica inmediatamente si el peso específico o la densidad es mayor o menor que  $1\text{ pondio/cm}^3$  ó  $1\text{ g/cm}^3$ , respectivamente. Si el peso específico es menor, se coloca el jinete en la muesca 9, 8, etc., hasta que la

punta indicadora del brazo de la balanza se encuentre inmediatamente debajo de la punta del soporte. A continuación, con la ayuda de los jinetes sucesivamente más chicos, que se colocan en las muescas de las divisiones decimales, se establece el equilibrio. Para el alcohol, por ejemplo, se obtuvo el equilibrio con el jinete de 5 p colocado en la muesca 8, el de 0'5 p en la muesca 5, el de 0'05 p en la muesca 2 y el jinete de 0'005 p en la muesca 2 (colgado en el pie del jinete de 0'05 p). El peso específico del alcohol fue por lo tanto de 0'8522 pondio/cm<sup>3</sup>.

Si al colgar el primer jinete (5 p) en el gancho, resulta que el peso específico es mayor que 1 y la desviación de la punta, por lo tanto, se produce hacia abajo, se agregan en la misma forma el resto de los jinetes hasta alcanzar la posición de equilibrio.

#### 4. Práctica.

Encontrar el peso específico (o densidad) de los líquidos entregados por el método descrito anteriormente.

Nota: Los resultados de las mediciones pueden ser falseados fácilmente, si al sumergirse el buzo permanecen pegadas burbujas de aire sobre su superficie. Es por tanto recomendable observar la existencia de tales burbujas y en caso dado, alejarlas mediante un alambre.

PRACTICA 9Aparato de Kröncke1.-Finalidad.

El propósito de esta práctica es comprobar de forma cómoda y clara la ley de Boyle-Mariotte.

2.-Introducción teórica.

Si tenemos una masa de gas encerrada en un cuerpo de bomba ocupando un volumen  $V_1$  a una presión  $P_1$  y hacemos bajar el émbolo lentamente para que no varíe la temperatura hasta ocupar un volumen  $V_2$ , observaremos que la presión  $P_2$  que alcanza es tal que

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

*es decir: cuando se comprime o dilata un gas manteniendo constante su temperatura, el producto de la presión por el volumen se mantiene constante.*

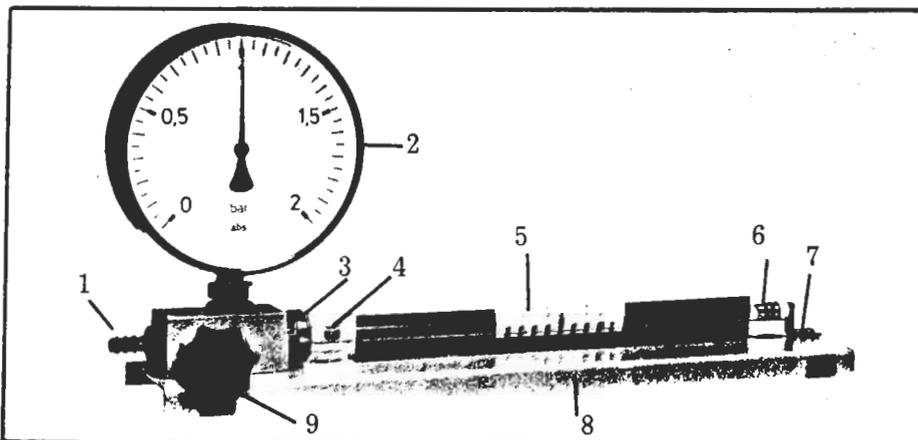
Esta ley fue enunciada primeramente por el físico irlandés Robert Boyle (1627-1691) y poco después, independientemente, por el francés Edmond Mariotte (1620-1684). La ley fue el resultado de medidas experimentales realizadas con gases que se hallaban en condiciones muy alejadas de las de licuación. Cuando un gas se halla en condiciones de temperatura y presión próximas a las que originarían su condensación, su comportamiento dista mucho de cumplir con la *ley de Boyle-Mariotte*. No

obstante, ésta resulta de gran utilidad para amplios dominios de presiones y temperaturas.

### 3.-Descripción.

Un tubo de vidrio de precisión de 39 cm de longitud, cerrado por un extremo, está comunicado mediante una unión roscada con una válvula de dosificación. Ambos elementos se encuentran montados sobre una base de chapa de unos 50 cm · 10 cm.

Dentro del tubo de vidrio se encuentra una esfera de acero que cabe exactamente en su interior, pero que, sin embargo, puede desplazarse fácilmente a lo largo del mismo. Esta esfera limita así un volumen de aire que se puede medir directamente con la escala de color, de 30 cm de largo, colocada detrás del tubo. Para medir el volumen de aire se toma la longitud del espacio limitado por la esfera. Como punto de referencia se toma en la esfera su centro, fácil de estimar. El error originado por la lectura, equivalente a la mitad del volumen de la esfera es compensado por el correspondiente hueco practicado en el tapón metálico situado en el extremo derecho del tubo.



1. Oliveta, 2. Manómetro, 3. Tornillo prensador, 4. Tubo de vidrio, 5. Escala, 6. Tapón metálico, 7. Tornillo de estrella, 8. Placa base, 9. Manilla.

La válvula de dosificación, además de estar comunicada con el tubo, está unida también con un manómetro y dispone de una boquilla ondulada. La presión deseada puede regularse en el tubo por medio de un tornillo moleteado.

El manómetro está provisto de una escala de unos 150 mm de diámetro e indica una presión absoluta de 0 hasta 2 bar (1 bar  $\approx$  1 at.). Debido a la movilidad de la esfera existe siempre igual presión en los dos recintos limitados por el tubo de forma que la presión indicada es válida para ambos lados del tubo.

El lado de presión o de aspiración de la bomba se conecta a la oliveta 1 de la válvula de dosificación por medio del tubo.

Si se coloca el aparato en posición oblicua o vertical, la esfera cae lentamente, ya que el espacio entre la misma y la pared del tubo es solamente de 0.01 mm. Así se deja correr la esfera hasta un punto apropiado de la escala, por ej. hasta 15 cm, y se coloca de nuevo el aparato en posición horizontal. El manómetro indica una presión de 1 bar. A continuación se abre la válvula totalmente girando la manilla (botón moleteado) en sentido contrario al de las agujas del reloj. Cuando se pone en funcionamiento la bomba, conectada al aparato con su lado de presión, la presión aumenta ligeramente y la esfera se mueve un poco hacia la derecha. Si se cierra la abertura lateral girando el tornillo moleteado cada vez más, la aguja del manómetro indica el aumento de la presión y la esfera reduce al mismo ritmo el volumen que ésta limita. El producto de la longitud de la columna de aire por la presión absoluta es constante, un hecho que puede determinarse para cualquier par de valores de presión y volumen.

En serie de experimentos, especialmente cuando se varía la presión muy lentamente, es posible observar indicaciones de volumen que difieren algo del valor exacto. La causa de estas diferencias radica en que la esfera no impide completamente el paso del aire. Debido a esto, se obtienen resultados más exactos cuando, después de preparar la práctica, se vuelve a establecer la presión de 1 bar desconectando la bomba y corrigiendo la posición de la esfera inclinando el aparato. A continuación se pone de nuevo la bomba en funcionamiento. Además, debe procurarse que la posición del aparato sea siempre horizontal.

Antes de empezar la medición dejar correr la esfera a través de todo el tubo, colocando éste en posición vertical. Así puede comprobarse si el movimiento de la esfera se sucede sin impedimentos de ninguna clase.

#### 4. Práctica.

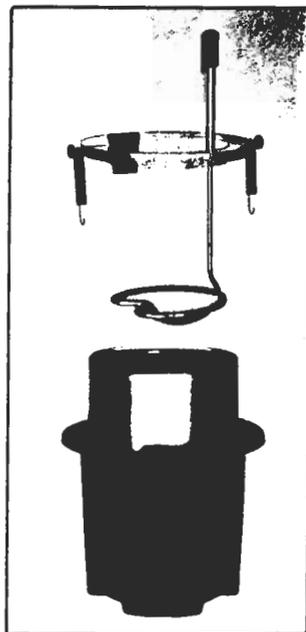
Comprobar la ley de Boyle-Mariotte por el método descrito anteriormente.

PRACTICA 10Calorímetro con vaso de Dewar.1. Finalidad.

El calorímetro es un instrumento utilizado para la medida de calores específicos de sólidos y líquidos, que presenta la particularidad de reducir a un valor despreciable el calor que puede salir de su interior o penetrar en él.

2. Introducción teórica.

Joseph Black (1728-1799) llegó a la conclusión, tras una experimentación laboriosa, que la cantidad  $Q$  de calor que ha de absorber un cuerpo para elevar su temperatura en  $\Delta T$  es igual a la que cede al disminuir su temperatura en la misma cantidad, y es proporcional a la masa  $m$  del cuerpo y al incremento de temperatura, es decir:



$$Q = C \cdot m \cdot \Delta T \quad (1)$$

Se supone que al sufrir la variación  $\Delta T$  de temperatura, el cuerpo no cambia su estado de agregación. El coeficiente  $C$  de la ecuación (1) es una cantidad

característica de la sustancia de que está constituido el cuerpo y recibe el nombre de *calor específico* de dicha sustancia. Su significado físico lo tenemos haciendo en la ecuación (1)  $m=1$  y  $\Delta T=1$ , es decir, *es la cantidad de calor que hay que suministrar a la unidad de masa de dicha sustancia para elevar su temperatura un grado*. Sus unidades son  $\text{cal}/(\text{g}\cdot^{\circ}\text{C})$ .

Por definición se ha asignado el valor 1 al calor específico del agua.

### 3. Descripción.

El vaso de Dewar del calorímetro tiene forma de copa. Su diámetro interior es de 7 cm, su profundidad es de alrededor de 9 cm y su capacidad es de aproximadamente de  $300 \text{ cm}^3$ . Dentro de su doble pared de vidrio se ha hecho el alto vacío y se ha plateado, de tal manera que la pérdida de calor es muy pequeña. El vaso se coloca en la abertura cubierta de fieltro del pie de madera y se apoya, en su parte inferior, sobre un corcho. La tapa sintética sirve para cerrarlo. En ésta se encuentra los dos resortes de sujeción que se pueden enganchar en dos hembrillas del pie, con lo cual, la tapa, el pie y el vaso de Dewar quedan firmemente unidos entre sí.

En la tapa sintética se encuentra el agitador, ligeramente sujeto por una vaina metálica, en la cual puede deslizarse. En su parte inferior, el agitador tiene una fina redcilla de alambre de bronce sobre la cual se coloca el cuerpo que se va a medir, siendo posible, por su intermedio, moverlo dentro del líquido del calorímetro. La barra del agitador posee en su extremo superior un mango de plástico calorífugo. Este, al mismo tiempo de impedir que el agitador se salga, no deja que éste golpee el fondo del vaso de Dewar, lo que podría



dañar a éste último.

El tapón perforado de goma se coloca en el orificio cónico, situado excéntricamente en la tapa de madera. En la perforación de 8 mm del tapón se introduce el termómetro hasta que toda la ampolla de mercurio quede sumergida en el líquido del calorímetro. El termómetro está dividido en quintos de grado y puede medir temperaturas desde  $-10^{\circ}\text{C}$  hasta  $+40^{\circ}\text{C}$ . Hay que cuidar siempre que la temperatura del calorímetro no suba a más de  $40^{\circ}\text{C}$ , para evitar la ruptura del termómetro. Si el mercurio alcanza este límite, hay que sacar inmediatamente el termómetro del líquido y repetir el experimento a una temperatura más baja.

Por razones de seguridad, al colocar la sustancia en el calorímetro, hay que cuidar que caiga en la rejilla del agitador y no golpee el vidrio del recipiente de Dewar, ya que esto podría dañarlo. La mejor manera de proceder es levantar la tapa, después de soltar los resortes de sujeción, y girarla hacia un lado, de tal manera que en el calorímetro permanezca solamente el agitador, y que de éste queden colgando hacia afuera la tapa con el termómetro. Después de introducir la sustancia de experimentación, se vuelve a colocar correctamente la tapa. Para obtener una temperatura uniforme en el interior del calorímetro, se mueve el agitador hacia arriba y hacia abajo. Al hacer ésto, hay que tener cuidado que el agua no salpique la tapa, ya que con ello, la medición se haría con una menor cantidad de líquido. La temperatura de la mezcla sólo debe registrarse cuando el líquido se haya agitado un poco y se haya alcanzado, con esto, una temperatura máxima que indica el equilibrio total del calor. Gracias a que el vaso de Dewar posee un buen aislamiento, la temperatura permanece constante durante un rato, lo que facilita su lectura.

#### 4. Práctica.

Para determinar el calor específico de un cuerpo sólido se debe llenar el vaso Dewar entre la mitad y sus  $2/3$ , con una cantidad de agua  $M_a$ ; a una temperatura  $T_a$ . La substancia con que se va a experimentar, de masa  $M_s$ , y calentada a una temperatura  $T_s$ , se introduce en el agua. A continuación se mide la temperatura  $T_m$ , resultante de esta mezcla. El calor específico de la substancia, se encuentra de acuerdo a la fórmula:

$$C = C_a \cdot \frac{M_a}{M_s} \cdot \frac{T_m - T_a}{T_s - T_m} \quad (2)$$

$C_a$  es el calor específico del agua, el cual, según definición, tiene el valor de  $1 \text{ cal}/(\text{gr} \cdot ^\circ\text{C})$ .

Los resultados obtenidos en la práctica pueden mejorarse, si se toma en cuenta el llamado *valor-agua del calorímetro*. Después de introducir la substancia de experimentación que se ha calentado previamente, no sólo el líquido del calorímetro se calienta hasta la temperatura de la mezcla, sino que también, el interior del vaso de Dewar, el agitador y la parte inferior del termómetro. Para elevar en  $1^\circ\text{C}$  la temperatura de estos elementos es necesaria una cantidad de agua como valor de agua o equivalente en agua. El equivalente en agua  $W$  difiere de un aparato a otro y puede ser determinado por medición. Está en el orden de  $10 \text{ cal}/^\circ\text{C}$ . Una determinación aproximada es suficiente. Para ello, se mezclan en el calorímetro dos cantidades de agua  $M_1$  y  $M_2$  de diferentes temperaturas  $T_1$  y  $T_2$ , y se mide la temperatura  $T_0$  resultante de la mezcla.  $M_1$  es la cantidad de agua que se encuentra en el calorímetro antes de

comenzar la práctica;  $M_2$  la cantidad de agua, de temperatura más elevada, agregada durante el experimento. El equivalente en agua  $W$  será igual a:

$$W = C_a \cdot M_2 \cdot \frac{T_2 - T_0}{T_0 - T_1} - C_a \cdot M_1 \quad (3)$$

La fórmula del calor específico, considerando el equivalente en agua, es:

$$C = \frac{C_a \cdot M_a + W}{M_s} \cdot \frac{T_m - T_a}{T_s - T_m} \quad (4)$$

Con lo explicado anteriormente, encontrar el equivalente en agua del calorímetro y el calor específico de las sustancias entregadas.

PRACTICA 11Equivalente eléctrico del calor.1. Finalidad.

El objetivo de esta práctica es para la determinación cuantitativa de la transformación de la energía eléctrica en energía calorífica y, con ello, para la obtención del equivalente eléctrico del calor.

2. Introducción teórica.

Como dijimos en la práctica 10, la cantidad  $Q$  de calor que ha de absorber un cuerpo para elevar su temperatura en  $\Delta T$  es igual a la que cede al disminuir su temperatura en la misma cantidad y es proporcional a la masa  $m$  del cuerpo y al incremento de temperatura, es decir:

$$Q = C \cdot m \cdot \Delta T$$

en donde  $m$  es la masa del cuerpo y  $C$  el *calor específico* de la sustancia, cuyas unidades son  $\text{cal}/(\text{gr} \cdot ^\circ\text{C})$ . Se ha asignado el valor 1 al calor específico del agua.

La *energía de una corriente eléctrica* se define de la siguiente forma: *La caída de potencial ( $V-V'$ ) entre dos puntos de un hilo conductor es la pérdida de energía potencial de la unidad de carga, cuando pasa de un punto a otro.* Si la carga transportada es  $q$ , la pérdida de energía potencial -  $U$  - será:

$$U = (V-V') \cdot q \quad (1)$$

Sabiendo que *la intensidad de una corriente eléctrica*, que se define como *la carga que pasa por una sección del hilo conductor en la unidad de tiempo*, es decir:

$$I = q/t$$

Despejando  $q$  de esta expresión:

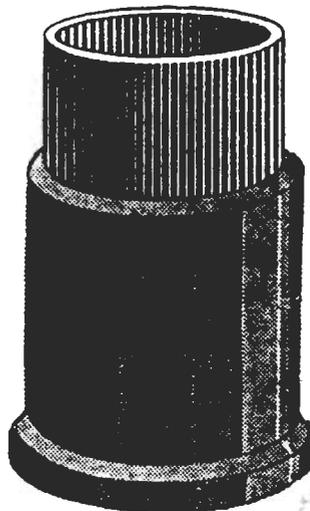
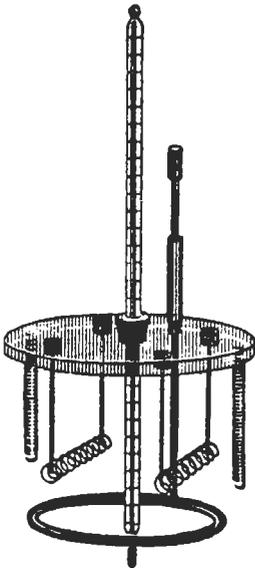
$$q = I \cdot t \quad (2)$$

Introduciendo esta última expresión en la ecuación (1), nos quedará:

$$U = (V-V') \cdot I \cdot t$$

Expresando  $V-V'$  en voltios,  $I$  en amperios y  $t$  en segundos, la energía de una corriente eléctrica queda expresada en Julios.

Se define el *equivalente eléctrico del calor* como el cociente entre la energía suministrada por la corriente eléctrica partido por el calor absorbido por el agua.



### 3. Descripción.

Sobre la tapa de la figura se puede observar dos espirales de resistencia, dos muelles de sujeción, un agitador y un tapón de goma perforado (figura de la izquierda). Estas piezas pueden colocarse sobre el vaso Dewar descrito en la práctica anterior. Para medir la temperatura se requiere un termómetro de precisión.

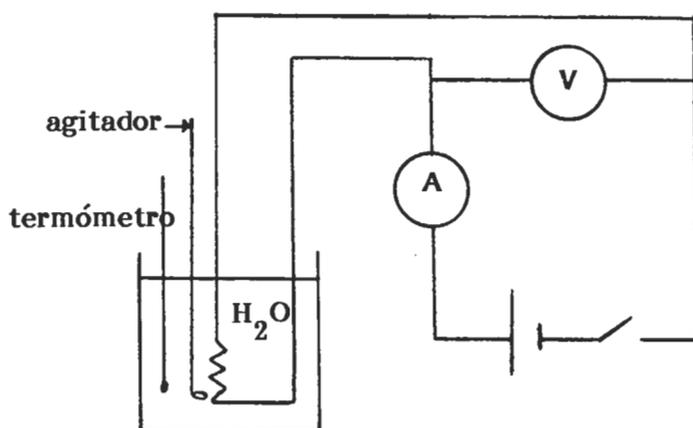
Previamente al comienzo de la medición es aconsejable que el aparato, el vaso Dewar y el agua a emplear tengan la temperatura del ambiente o, mejor aún, que estén de  $1^{\circ}$  a  $2^{\circ}$  debajo de la misma. Convenientemente se utiliza agua destilada porque el contenido de sales del agua de cañería puede provocar procesos electrolíticos. La cantidad de agua debe ser de 150 a 200 gr. La forma más exacta de determinarla consiste en pesar el aparato antes y después del llenado. Seguidamente se coloca la tapa, fijándola con los muelles correspondientes, y se controla si al accionar el agitador permanece constante la temperatura. También durante las mediciones, en especial antes de cada lectura, debe agitarse varias veces. Para aplicar la energía eléctrica la tapa está provista de cuatro bornes. De esta forma es posible conectar cada una de las espirales de resistencia (cada una de cerca de 1 ohmio) separadamente, en serie o en paralelo.

### 4. Práctica.

Para poder determinar el equivalente eléctrico del calor es necesario llevar al agua una determinada energía eléctrica y medir la cantidad de calor así obtenida. Para ello se deja fluir durante un tiempo determinado corriente a través de las espirales de resistencia y se miden cuidadosamente los valores de la intensidad de

corriente y tensión y, agitando el agua, el aumento de temperatura.

Para medir la intensidad de corriente y la tensión se utiliza un amperímetro, puesto en serie, y un voltímetro, puesto en paralelo, como se indica en la figura.



Parte de la energía entregada, es absorbida por las piezas sumergidas del aparato y por el recipiente. Esta pérdida, denominada capacidad calorífica, puede calcularse teniendo en cuenta el calor específico y la conductibilidad calorífica de las piezas que están en contacto con el agua. Su valor es de, aproximadamente, 8 a 10 cal/°C.

Ejemplo. Supongamos que hacemos una medida y nos da los siguientes resultados:

Cantidad de agua .....	170 g.
Temperatura inicial .....	20'05 °C.
Temperatura final .....	25'10 °C.
Tiempo de aplicación .....	300 s.
Intensidad de la corriente .	2'7 A.
Tensión .....	4'7 V.

La cantidad de calor absorbida por el agua será:

$$Q = C \cdot m \cdot \Delta T = 170 \cdot 5'05 = 858'5 \text{ cal}$$

La pérdida de calor por la capacidad calorífica, suponiendo que sea de 9 cal/°C, será:

$$Q' = 9 \cdot 5'05 = 45'5 \text{ cal}$$

por lo que la cantidad total de calor absorbido será:

$$Q_t = Q + Q' = 904 \text{ cal} \quad (3)$$

La energía producida por la corriente eléctrica es:

$$U = 2'7 \cdot 4'7 \cdot 300 = 3807 \text{ J.} \quad (4)$$

con lo que el valor del equivalente eléctrico del calor será el cociente de (4) partido por (3).

Nota: Al observar de forma crítica el valor del equivalente eléctrico del calor obtenido, debe tenerse en cuenta las resistencias de las conexiones de los cuatro bornes en la tapa del aparato. Con esto, una pequeña parte de la energía contenida en la medición se pierde, de manera que el valor calculado puede diferir con respecto al valor real en cerca de 1%.

PRACTICA 12.Tubo de resonancia.1.-Finalidad.

El propósito de esta práctica es determinar la velocidad del sonido en el aire a la temperatura ambiente, mediante el tubo de resonancia, y calcular la velocidad del sonido a 0°C.

2.-Introducción teórica.

Cuando un movimiento vibratorio armónico se propaga en un medio elástico, se origina en éste un *movimiento ondulatorio*.

La velocidad  $v$  de una onda está relacionada con la longitud de onda  $\lambda$  de la misma y con su frecuencia  $\phi$  por la ecuación:

$$v = \lambda \cdot \phi \quad (1)$$

Esta práctica tiene por objeto determinar la velocidad del sonido, utilizando un diapasón de frecuencia conocida y midiendo la longitud de onda de un tren de ondas estacionarias producidas, mediante el diapasón, en el tubo de resonancia.

Como tubo de resonancia se utiliza un tubo, dispuesto verticalmente, y comunicado por su parte inferior, mediante un tubo de goma, con un depósito cuya altura puede regularse a voluntad (ver figura 12.1).

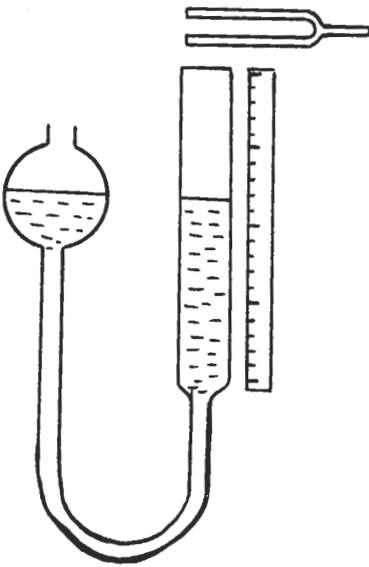


Figura 12.1

estacionarias, con un *nodo* en la parte inferior y un *vientre* (*antinodo*) en la parte superior. La columna de

Poniendo agua en el depósito y variando su altura, se puede variar la longitud de la columna de aire en el tubo. Mediante el diapasón se produce en el extremo abierto del tubo una vibración de frecuencia conocida. Este tren de ondas se refleja en el extremo cerrado del tubo (superficie del agua) con un cambio de fase de  $180^\circ$ , mientras que su reflexión en el extremo superior (abierto) no va acompañada de cambio de fase. Resulta así, en el interior del tubo, una combinación de ondas incidentes y reflejadas que, para determinadas longitudes de la columna, llegan a hacerse estacionarias, con un *nodo* en la parte inferior y un *vientre* (*antinodo*) en la parte superior. La columna de aire entra, entonces, en resonancia y se produce una intensificación considerable del sonido emitido. Esto debe ocurrir lógicamente para longitudes de la columna de aire iguales a un múltiplo impar de un cuarto de longitudes de onda (ver figura 12.2).

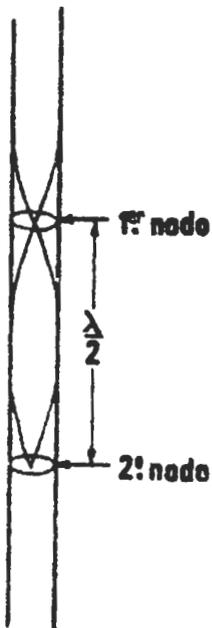


Figura 12.2

La posición del primer vientre no coincide exactamente con el extremo superior del tubo de resonancia, sino que se demuestra que está por encima de él una distancia aproximadamente igual a  $0'6$  veces el radio del tubo. Sin embargo, no es

necesario tener en cuenta esta corrección, siempre imprecisa, si determinamos la posición de la primera y segunda resonancia (primer y segundo nodo) y tenemos en cuenta que la distancia internodal es de media longitud de onda, independiente, por tanto, de la posición del primer antinodo.

*Velocidad del sonido a 0°C.* Para calcular la velocidad del sonido en el aire a 0°C partimos de la ecuación:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2)$$

donde

- $v \equiv$  velocidad del sonido,
- $E \equiv$  módulo de elasticidad del medio, y
- $\rho \equiv$  densidad del mismo.

Suponiendo que el aire obedece la ley de los gases perfectos y que las transformaciones (compresiones y dilataciones) que acompañan a la propagación de la onda sonora en el aire son adiabáticas, se demuestra que:

$$E = \gamma \cdot P$$

donde

- $\gamma \equiv$  índice adiabático, o relación entre el calor específico a presión constante y el calor específico a volumen constante, y
- $P \equiv$  presión.

Haciendo la sustitución correspondiente en (2) y, teniendo en cuenta la ecuación de los gases perfectos, se obtiene:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R}{M}} \cdot T \quad (3)$$

donde

$R \equiv$  constante universal de los gases,  
 $M \equiv$  masa molecular del aire, y  
 $T \equiv$  temperatura absoluta.

Aplicando la ecuación (3) al caso en que el aire se encuentre a la temperatura ambiente  $T^\circ\text{K}$  y al caso en que se encuentre  $T_0^\circ\text{K}$  ( $0^\circ\text{C}$ ), se obtiene para la velocidad del sonido a  $0^\circ\text{C}$ .

$$v_0 = v \cdot \sqrt{\frac{T_0}{T}} \quad (4)$$

### 3.-Descripción.

Se pone agua en el recipiente móvil si fuera necesario, y se eleva hasta que el nivel del agua en el tubo está cerca del extremo superior.

Se toma un diapasón de frecuencia conocida y se pone en la parte superior del tubo de manera que, al excitarlo, vibre según el eje del mismo. (La excitación debe hacerse golpeando sus ramas con un martillo de goma y nunca utilizando un cuerpo duro).

Mientras se mantiene vibrando el diapasón, se va bajando lentamente el nivel del agua en el tubo hasta que se produzca la resonancia, lo que se nota fácilmente por una pronunciada intensificación del sonido. (Si las vibraciones del diapasón se extinguiesen antes de alcanzar la resonancia se vuelve a excitarlo cuantas veces sea preciso).

Una vez determinada, aproximadamente, la posición de este primer punto de resonancia, se repite el experimento varias veces, subiendo o bajando un poco el nivel del agua alrededor de este punto, hasta que se localice lo más exactamente posible dicha posición.

Se repite la operación bajando el nivel del agua hasta determinar el segundo punto de resonancia.

Se mide, mediante una regla graduada, la distancia entre esas dos posiciones. Este es el valor de  $\lambda/2$ .

Con este valor de  $\lambda$  y utilizando el de la frecuencia del diapasón, que está grabado en él, se determina la velocidad del sonido en el aire a la temperatura ambiente haciendo uso de la ecuación (1).

Se observa la temperatura ambiente en el termómetro del laboratorio y, mediante la ecuación (4), se determina la velocidad del sonido a  $0^{\circ}\text{C}$ .

#### 4.-Práctica.

Obtener la velocidad del sonido en el aire a la temperatura ambiente y a  $0^{\circ}\text{C}$  por lo descrito anteriormente.

PRACTICA 13Ley de Ohm.1.-Finalidad.

Vamos a dividir esta práctica en dos partes. La *primera parte* consiste en montar un circuito con una fuente de tensión, un amperímetro, un voltímetro y una resistencia. Se va a medir intensidades y tensiones por lo que se va a encontrar el valor de la resistencia. Para ello se investigará, en dos hilos de diámetro diferentes y 1 metro de longitud, la relación entre la tensión y la intensidad.

En la *segunda parte* se va a medir, en un circuito eléctrico, la intensidad a una tensión constante, variando: a) la longitud del hilo, y b) la sección S del mismo.

2.-Introducción teórica.

Cuando en un conductor se establece un campo eléctrico, las cargas libres del mismo se ponen en movimiento bajo la acción de la fuerza debida al campo, y aunque inicialmente el movimiento sea acelerado, rápidamente se hace uniforme a causa de los sucesivos choques con los iones fijos en la red cristalina y entre ellos mismos. La "velocidad de arrastre", con la cual se mueven, no es pues la velocidad real que cada carga experimenta, sino un valor promedio. Consecuencia de ello será que tal velocidad media dependa fuertemente no sólo del campo eléctrico aplicado, sino de la naturaleza del medio conductor. Por ejemplo: para un mismo campo

aplicado a dos conductores diferentes, los electrones se moverán con "mayor facilidad" en aquel cuyo número de iones por unidad de volumen sea menor, o bien que el tamaño de estos iones sea menor, etc.

Resumiendo: podemos decir que si tenemos un hilo por el que circula una corriente eléctrica, un cierto número de electrones atraviesan cada segundo a la sección unidad, transportando una carga que nos mide la *densidad de corriente*  $-J-$ . Como es lógico, a doble, triple, etc., velocidad, atraviesan la sección doble, triple, etc., número de electrones y por tanto:

*La densidad de corriente es proporcional a la velocidad de los electrones:*

$$\frac{J}{J'} = \frac{v}{v'}$$

pero como las velocidades son proporcionales a las intensidades del campo eléctrico, es decir:

$$\frac{v}{v'} = \frac{E}{E'}$$

obtenemos, por igualación:

$$\frac{E}{E'} = \frac{J}{J'}$$

luego:

$$\frac{E}{J} = \frac{E'}{J'}$$

Considerando otros campos eléctricos  $-E''$ ,  $E'''$ , etc.- que produjeran en la misma sustancia conductora, densidades de corriente  $-J''$ ,  $J'''$ , etc.- se obtendrá:

$$\frac{E}{J} = \frac{E'}{J'} = \frac{E''}{J''} = \frac{E'''}{J'''} = \dots = \text{constante}$$

o bien vectorialmente:

$$\vec{J} = g \cdot \vec{E}$$

que constituye la expresión de la *ley de Ohm* en forma local.

A los materiales que satisfacen esta relación se les llama *conductores lineales u óhmicos*.

La cantidad  $g$  se llama *conductividad* y es característica de la sustancia. Para los conductores lineales suele ser constante. El valor de  $g$  da idea de la facilidad que presenta el conductor al movimiento de cargas en su interior. Un "buen" conductor como el cobre, oro, platino, etc., presenta una gran conductividad, al contrario que otras sustancias, como el cuarzo, típicamente aislador, que presenta valores bajísimos, prácticamente nulos, de la conductividad.

A la inversa de la conductividad, se le llama *resistividad*.

$$\rho = \frac{1}{g}$$

La ley de Ohm, entonces, puede escribirse:

$$\vec{E} = \frac{1}{g} \cdot \vec{J} = \rho \cdot \vec{J}$$

Consideremos dos puntos de un hilo conductor que distan entre sí una distancia  $L$  y supongamos que el campo eléctrico es uniforme dentro de dicho conductor. La diferencia de potencial será entonces:

$$V_1 - V_2 = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cdot L$$

pero según hemos visto:

$$E = \rho \cdot J$$

( $\vec{E}$  y  $\vec{J}$  son paralelos en todo punto, por lo que sólo trabajamos con módulos), luego:

$$V_1 - V_2 = \rho \cdot J \cdot L$$

multiplicando y dividiendo el segundo miembro por el área de la sección transversal del hilo:

$$V_1 - V_2 = \rho \cdot J \cdot A \cdot \frac{L}{A}$$

pero como:

$$I = J \cdot A$$

siendo I la intensidad de la corriente que circula por el hilo:

$$V_1 - V_2 = \rho \cdot \frac{L}{A} \cdot I$$

A la cantidad  $\rho \cdot L/A$  se le llama *resistencia eléctrica* -R- y es característica del *conductor* y de su *temperatura*

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

y por tanto:

$$V_1 - V_2 = R \cdot I$$

o lo que es lo mismo

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R}$$

que constituye *la ley de Ohm* vista en forma finita.

El nombre de *resistencia* deriva del hecho siguiente: entre los extremos de dos hilos establecemos la misma caída de potencial  $V_1 - V_2$ ; el hilo en que circula menor intensidad tiene una mayor resistencia (como se deduce de la última fórmula) y a la inversa, siendo, por lo tanto, la resistencia, la medida de la *oposición de los hilos conductores* al movimiento de los electrones en su seno.

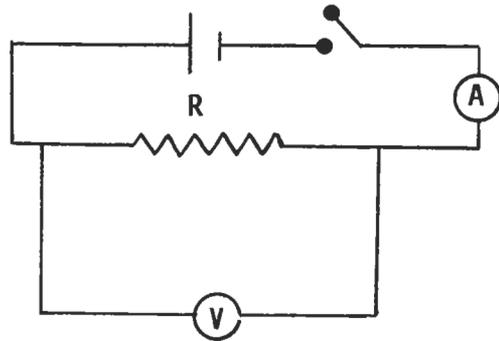
De la ecuación (1) obtenemos: *la resistencia de su hilo conductor es directamente proporcional a su longitud e inversamente proporcional a su sección.*

La unidad de la resistencia es el *ohmio* si la intensidad se mide en amperios y la tensión en voltios.

### 3.-Descripción.

#### A.-*Primera parte.*

Se monta el circuito según la figura 1. Se utiliza primeramente el hilo de diámetro 0'35 mm con una longitud de 1 m.



Se conecta la fuente de alimentación y se ajusta la tensión a 2 V. Se lee el valor correspondiente a la intensidad.

Se repite la lectura ajustando la tensión a 3 V., 4 V., 5 V y 6 V., sucesivamente.

Se repite las medidas utilizando ahora el hilo de 0'5 mm. de diámetro.

Se calcula el valor de la resistencia en cada caso.

#### B.-*Segunda parte.*

Se utiliza en primer lugar el hilo de constantán de 0'25 mm. de diámetro. Se tensa bien el hilo partiendo de una longitud de 1 m.

Se ajusta la tensión en 6 V., controlando con el voltímetro, y se lee la intensidad correspondiente en el amperímetro.

Se repite la medida para las longitudes de hilo de 0'90 m., 0'80 m., 0'70 m., 0'60 m, y 0'50 m., ajustando la tensión en cada caso.

Se vuelve a tensar el hilo de 0'25 mm., como al principio de la práctica, en 1 m. Se fija la tensión con el mismo valor anterior y se anota la lectura del amperímetro.

Se sustituye el hilo por otro (también de constantán) de 0'35 mm. de diámetro y se repite la medida ajustando al mismo potencial.

Se toma ahora el hilo de 0'50 mm., de diámetro y se vuelve a repetir la medida.

Se calcula el valor de la resistencia en cada caso.

#### 4.-Práctica.

Con el valor de la resistencia encontrada en cada caso, justificar, teóricamente, este valor de la resistencia para la primera parte.

Con respecto a la segunda parte, decir qué relación encuentra entre  $R$  y  $L$  y entre  $R$  y  $S$ , siendo  $L$  y  $S$  la longitud y sección, respectivamente, del hilo conductor. Justificarlo teóricamente.

PRACTICA 14.Medida de la autoinducción de un bobina.1.-Finalidad.

El objetivo de esta práctica es medir el coeficiente de autoinducción de una bobina.

2.-Introducción teórica.

Cuando varía la corriente que circula por una bobina, por ejemplo, al interrumpirse una corriente continua o cuando se aplica una corriente alterna, se traduce en la aparición de una fuerza electromotriz de autoinducción que se superpone a la tensión original y su valor es:

$$\epsilon = - L \cdot \frac{dI}{dt}$$

El signo negativo indica que la f.e.m. de autoinducción creada,  $\epsilon$ , se opone a dicha variación. Observamos que dicha f.e.m. es proporcional a la variación de intensidad. La constante de proporcionalidad,  $L$ , se denomina *coeficiente de autoinducción* de la bobina y depende de su longitud, sección, número de espiras y de la permeabilidad magnética del medio (si es aire su valor es la unidad).

Al paso de una *corriente alterna*, la bobina presenta dos tipos de resistencia: una "resistencia óhmica", que se traduce en calor al paso de corriente por efecto Joule, y una "resistencia inductiva", que da lugar

a la creación de un campo magnético. Así, la bobina tiene una "resistencia total"  $Z$ , llamada *impedancia* de la bobina, cuyo valor es:

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} \quad (1)$$

Donde  $R$  es la "resistencia óhmica" y  $Z_L$  la "resistencia inductiva", cuyo valor es:

$$Z_L = L \cdot \omega \quad (2)$$

sabiendo que la red tiene una frecuencia de 50 ciclos por segundo ( $f=50$  c/s) y que  $\omega=2 \cdot \pi \cdot f$ , podemos obtener el valor de  $\omega$ .

La ley de Ohm, en corriente alterna, nos dice que la intensidad eficaz que pasa por un circuito es igual a la tensión eficaz del generador partido por la impedancia del circuito, es decir:

$$I_a = V_a / Z$$

Que por la ecuación (1) y (2), nos quedará:

$$I_a = \frac{V_a}{\sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2}}$$

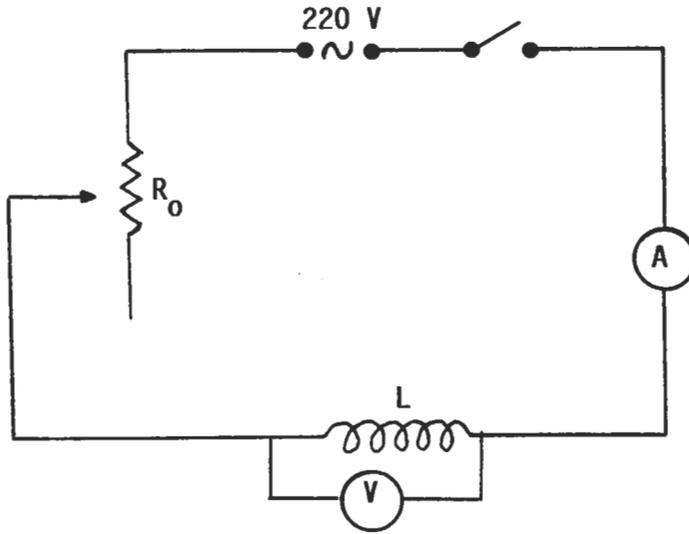
Despejando de esta última ecuación el coeficiente de autoinducción,  $L$ , tendremos:

$$L = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{\frac{V_a^2}{I_a^2} - R^2}$$

### 3.-Descripción.

Para medir  $I_a$ , intensidad de la corriente alterna, y  $V_a$ , tensión de la corriente alterna, se utiliza el circuito de la figura, donde  $V_a$  se lee en el voltímetro, puesto en paralelo con la bobina, e  $I_a$  en el amperímetro puesto en serie, como indica la figura.

El valor de  $R_0$  se ajusta para obtener una buena lectura en los instrumentos.



La toma de corriente alterna puede hacerse de la red que tiene una frecuencia de 50 ciclos por segundo ( $f=50$  c/s) y sabiendo que  $\omega=2\cdot\pi\cdot f$ , como dijimos anteriormente, podemos conocer el valor de  $\omega$ .

Para hallar el valor de la "resistencia óhmica",  $R$ , que es lo único que nos falta para obtener el valor del coeficiente de autoinducción,  $L$ , de la expresión (3), se sustituye el generador de corriente alterna por uno de continua y de nuevo se mide la intensidad y voltaje en los instrumentos instalados. Aplicando la ley de Ohm para corriente continua, cuya expresión es:

$$R = V_C / I_C \quad (4)$$

podemos encontrar el valor de la resistencia óhmica,  $R$ , siendo  $V_C$  la tensión, medida en el voltímetro, de la corriente continua e  $I_C$  la intensidad, medida en el amperímetro, de la corriente continua.

#### 4.-Práctica.

Encontrar el coeficiente de autoinducción de la bobina entregada por el método descrito anteriormente.

PRACTICA 15.Leyes de la reflexión y refracción de la luz.1.-Finalidad.

El objetivo de esta práctica es comprobar las leyes de la reflexión para un espejo plano y determinar el índice de refracción de una lámina de caras plano-paralelas.

2.-Introducción teórica.A.-Reflexión. Leyes. Espejos planos.

*Reflexión* es el retorno de la luz por el mismo medio en que se propagaba, al llegar a la superficie de separación de dos sustancias distintas.

Se llama *ángulo de incidencia* al que forma el rayo incidente y la normal a la superficie en el punto de incidencia.

Se llama *ángulo de reflexión* el que forma el rayo reflejado y la normal a la superficie en el punto de incidencia.

*Leyes de la reflexión:*

- 1.- El rayo incidente, el reflejado y la normal están en un mismo plano.
- 2.- El ángulo de incidencia y el de reflexión son iguales.

Los *espejos planos* son superficies planas pulimentadas y capaces de reflejar la luz.

Las imágenes de los objetos reales en los espejos planos son siempre virtuales, del mismo tamaño y simétricas al objeto con relación al plano del espejo; se verifica, por tanto, que la imagen de un determinado punto objeto siempre es el mismo punto imagen, cualesquiera que sean los rayos que intervengan en la formación de éste.

La imagen de un objeto en un espejo plano, se obtiene formando la imagen de cada uno de sus puntos, siendo, por lo tanto, virtual, del mismo tamaño y situada a la misma distancia del espejo que el objeto está de él.

#### B.-*Refracción de la luz. Leyes. Lámina de caras plano-paralelas.*

La *refracción* es el cambio de velocidad que experimenta la luz al pasar de un medio a otro. Este cambio de velocidad se manifiesta por una variación en la dirección de propagación en todos los casos, excepto cuando el rayo incidente es normal a la superficie de separación de los medios.

*Angulo de incidencia* es el formado por el rayo incidente y la normal a la superficie en el punto de incidencia.

*Angulo de refracción* es el formado por el rayo de refracción y la normal a la superficie en el punto de incidencia.

*Leyes de la refracción:*

- 1.- La normal, el rayo incidente y el refractado están en un mismo plano.
- 2.- La relación entre los senos de los ángulos de incidencia y refracción es una cantidad constante, llamada *índice de refracción* del segundo medio (al que llega la luz) con relación al primero.

$$\frac{\text{Sen } i}{\text{Sen } r} = n \quad (1)$$

Se define *índice de refracción absoluto* de una sustancia al cociente de dividir la velocidad de la luz en el vacío, por la velocidad de la luz en ella.

Si  $c$ ,  $v$  y  $v'$  son, respectivamente, las velocidades de propagación de la luz en el vacío y en los medios 1 y 2, los índices de refracción de estos últimos tienen por valor:

$$n' = \frac{c}{v} \quad n'' = \frac{c}{v'}$$

Índice de refracción de una sustancia, con relación a otra, es el cociente obtenido al dividir el índice de refracción de la primera por el de la segunda. Así el índice de refracción del medio 2, con relación al 1, es:

$$n = \frac{n''}{n'} = \frac{c/v'}{c/v} = \frac{v}{v'}$$

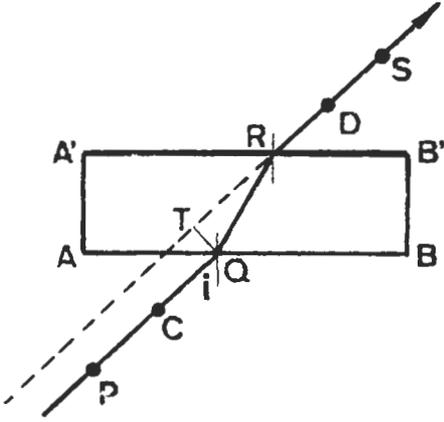
Por lo que la segunda ley de la refracción (1) se podrá escribir como:

$$\frac{\text{Sen } i}{\text{Sen } r} = \frac{n''}{n'}$$

o lo que es lo mismo:

$$n' \cdot \text{Sen } i = n'' \cdot \text{Sen } r \quad (2)$$

### Lámina de caras plano-paralelas



Sea una lámina de caras plano-paralelas  $ABA'B'$  (ver figura), de índice de refracción  $n$  y espesor  $e$ , cuyas dos caras están en contacto con el mismo medio transparente.

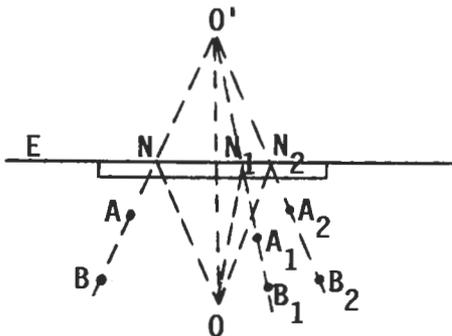
Un rayo luminoso  $PQ$ , que cae bajo un ángulo de incidencia  $i$  sobre la cara  $AB$ , se refracta según  $QR$  y sale de la lámina según  $RS$ .

Teniendo en cuenta las leyes de la refracción es fácil construir la marcha del rayo.

Como se aprecia en la figura, el rayo emergente  $RS$  es paralelo al incidente  $PQ$ , pero ha experimentado un desplazamiento lateral  $QT$ . Tanto en  $Q$  como en  $R$  se debe cumplir la ecuación (2)

### 3.-Descripción.

#### A.-Reflexión.



En una hoja de papel blanco se dibuja una recta  $EE'$  (ver figura) y se coloca verticalmente sobre ella el espejo.

A unos 5 ó 7 cm. frente al espejo se sitúa un alfiler  $O$ ,

clavándolo verticalmente sobre el papel. Este alfiler va a hacer de veces de objeto.

Se clava otro alfiler, tal como A, a un lado del objeto y a pocos centímetros del espejo y otro más, B, en la línea que pasa por A y la imagen O' de O.

Se señalan los puntos A y B sobre el papel y, sin mover el espejo, se repite la construcción para otras posiciones cualesquiera ( $A_1$ ,  $A_2$ , etc.) del alfiler de A. Evidentemente, el punto imagen O' ha de estar en la intersección de las rectas AB,  $A_1B_1$ ,  $A_2B_2$ , etc.

Se traza una recta que une O con O'. (¿Qué ángulo forma con EE'? ¿Cómo divide la recta EE' al segmento OO'?).

Cuando se observa la imagen del objeto a lo largo de AB, la luz que, procedente del mismo, llega a sus ojos se ha reflejado en el punto N en que AB corta a EE'. Se dibuja el rayo ON, se traza la perpendicular al espejo en N y se mide, mediante el semicírculo graduado, el ángulo de incidencia y el de reflexión. Se repite esta construcción para otros pares de rayos. (¿Están de acuerdo sus resultados con las leyes de la reflexión?).

### B.-Refracción.

Se coloca una hoja de papel sobre la mesa. En el centro de aquella, aproximadamente, se dispone verticalmente la placa de vidrio rectangular y, con un lápiz de punta fina, se dibuja el contorno de ésta.

A un lado de la lámina se colocan dos alfileres, P y C. (Ver figura de lámina de caras plano-paralelas).

Se mira a través del vidrio desde el otro lado de

la lámina y se podrá ver esos dos alfileres. Moviéndolo convenientemente la cabeza, se podrá conseguir verlos en línea recta. Mediante otros dos alfileres, D y S, se fija la dirección de la visual.

Se quita la placa de vidrio y se hace la construcción de la figura.

Mediante el doble decímetro, se mide, directamente sobre la figura, los senos de los ángulos de incidencia y los de refracción.

Se aplica, para cada par de valores, la fórmula (1), y se determina el índice de refracción de la lámina de vidrio. Si los valores que se obtienen, para el índice de refracción, no coinciden se toma el valor medio.

#### 4.-Práctica.

Compruebe las leyes de la reflexión y calcule el índice de refracción de la lámina de caras plano-paralelas entregada.

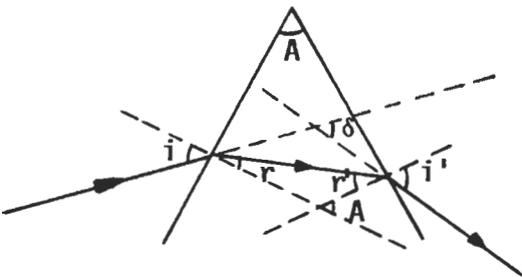
PRACTICA 16.Espectroscopio de prisma.1.-Finalidad.

El objetivo de esta práctica es determinar el índice de refracción de un prisma y estudiar el fenómeno de la dispersión.

2.-Introducción teórica.A.-*Prisma óptico.*

Un medio limitado por dos caras planas que se cortan (ellas o sus prolongaciones) en una arista se denomina *prisma óptico*.

*Angulo de refrigencia* del prisma es el ángulo que forman entre sí sus dos caras (A).



Cuando un rayo incide sobre una cara del prisma, sufre dos refracciones sucesivas y emerge con un cierto *ángulo de desviación*  $\delta$  respecto del rayo incidente.

Aplicando las leyes de la refracción y las propiedades de los triángulos, tenemos:

$$\begin{aligned} \text{Sen } i &= n \cdot \text{Sen } r & r + r' &= A \\ \text{Sen } i' &= n \cdot \text{Sen } r' & \delta &= i + i' - A \end{aligned} \quad (1)$$

Si se hace girar a un prisma alrededor de un eje paralelo a su arista se puede observar, por un anteojo convenientemente dispuesto sobre un limbo graduado, las variaciones de dirección del rayo emergente, encontrando una posición para la cual existe la *mínima desviación*, es decir, el rayo emergente se propaga en la dirección que forma un menor ángulo con el rayo incidente. La medida del ángulo da el *ángulo de mínima desviación*,

Este hecho se verifica cuando el rayo, en el interior del prisma, es normal al plano bisector; es decir, cuando:

$$r = r'$$

y por tanto:

$$i = i'$$

En la posición de *mínima desviación*, las fórmulas del prisma (1), se transforman en:

$$\begin{aligned} 2 \cdot r' &= A & r &= A/2 \\ \delta_m &= 2 \cdot i - A & i &= (\delta_m + A)/2 \end{aligned} \quad (2)$$

y, operando se obtiene la expresión:

$$n = \frac{\text{Sen } \frac{\delta_m + A}{2}}{\text{Sen } \frac{A}{2}} \quad (3)$$

expresión que permite determinar el índice de refracción del prisma, a partir del valor experimental de  $\delta_m$  y del

ángulo de refrigencia A.

### B.-*Dispersión.*

La *dispersión* es la descomposición de la radiación en sus longitudes de onda componentes.

Entre los procedimientos dispersivos, el más conocido es el empleo del prisma óptico.

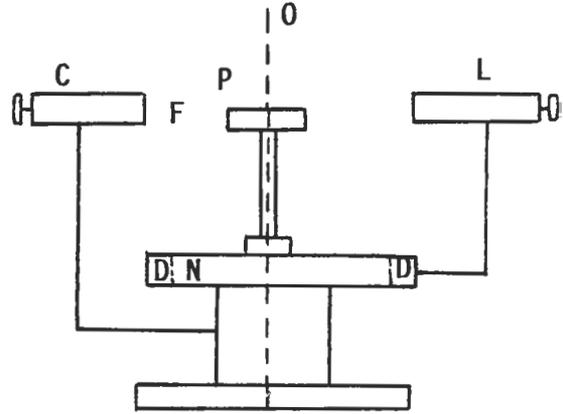
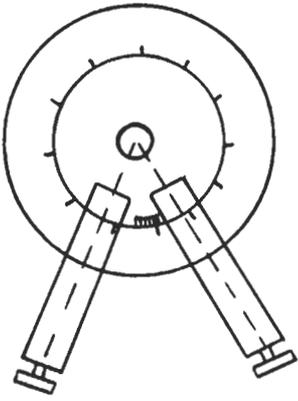
El *índice de refracción* de una substancia para una radiación, depende de la longitud de onda de ésta, por lo que si la luz incidente está compuesta de varias longitudes de onda, cada longitud de onda componente va a ser refractada con un ángulo distinto.

Si la luz pasa a través de un prisma, el ángulo de desviación es distinto para cada longitud de onda y, por tanto, los diferentes colores aparecen separados. El prisma se utiliza, por ello, como sistema de dispersión en espectroscopio (analizador de luz).

### 3.-Descripción.

El espectroscopio que vamos a utilizar, esquematizado en la figura, consta de: a) un colimador C, fijo a la base del aparato; b) una plataforma giratoria P provista de dos nonius N y N para la lectura de ángulos, que puede fijarse mediante un tornillo, y c) un anteojo L, solidario a un anillo D graduado, que puede girar también alrededor de un eje vertical.

El colimador posee una rendija, delante de la cual se coloca la fuente luminosa.



A.-Medida del ángulo de refringencia.

Una vez preparado el espectroscopio para ser utilizado, se coloca el prisma sobre la plataforma.

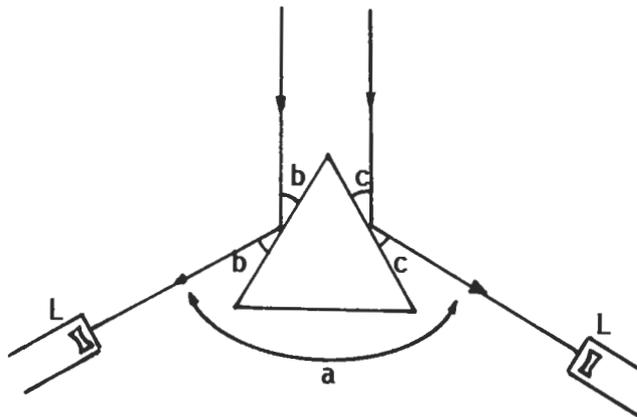
Se obtiene la imagen de la rendija debida a la reflexión del haz en una de las caras del prisma. Sea  $a_1$  la lectura.

Se hace la lectura  $a_2$ , correspondiente a la imagen de la rendija, debida a la reflexión por la otra cara.

Se calcula el ángulo  $a$  entre las dos imágenes.

Se determina el ángulo de refringencia ( $A$ ) del prisma que, como se observa en la figura, es:

$$A = a/2$$



### B.-Índice de refracción del prisma.

Se coloca el prisma (girando la plataforma) de manera que el haz incidente sea refractado por el prisma y se observa, por el ocular, el espectro de la luz emitida, y se toma, como referencia, una de las líneas del espectro, de longitud de onda  $\lambda$ .

Se gira la plataforma de espectroscopio para variar el ángulo de incidencia, siguiendo el movimiento de la línea de referencia con el movimiento del antejo. Existe un punto en el que la línea  $\lambda$  empieza a moverse en sentido opuesto, al seguir variando el ángulo de incidencia. Se determina esta posición  $D_1$ .

Se gira el prisma de modo que la incidencia se produzca en la otra cara y se repite la determinación de la posición de  $D_2$ .

En este caso, la desviación mínima viene dada por:

$$\delta_m = \frac{D_1 - D_2}{2}$$

Se calcula, aplicando (3), el índice de refracción del prisma, para la longitud de onda de la línea de referencia.

### C.-Dispersión del prisma.

Se determina la posición de las distintas rayas en la desviación mínima, y se anota el valor correspondiente leído en la escala.

Se representa gráficamente los resultados llevando, longitudes de onda en ordenadas y desviaciones en abscisas. La curva que se obtiene es la de calibración del espectroscopio.

Se evalúa el poder dispersivo del prisma calculando el cociente  $\delta/\lambda$  correspondiente a las rayas visibles extremas.

#### 4.-Práctica.

Obtener el ángulo de refrigencia, el índice de refracción y la dispersión del prisma entregado.

## BIBLIOGRAFIA

- 1.- Westphal, W. H., *Prácticas de física*, Edit. Labor (1965).
- 2.- Fernández Moreno, F., Baixeras, C. y Casas, M., *Prácticas de física general*, Edit. Alhambra (1984).
- 3.- Burbano de Ercilla, S., *Física general*, Edit. Librería General (1975).
- 4.- Fernández Ferrer, J. y Pujal Carrera, M., *Iniciación a la física. Vol.I y II*, Edit. Reverté (1983).
- 5.- Tipler, P. A., *Física. Vol.I y II*, Edit. Reverté (1983).
- 6.- Rubio Royo, F., *Física. Conceptos básicos. Vol.I y II*, Edit. Interinsular Canaria (1980).
- 7.- Alonso, M. y Finn, E. J., *Física. Vol.I*, Edit. Fondo Educativo Interamericano (1976).