

Manuela
Hernández
Sánchez (*)

*Departamento de Economía
Financiera y Contabilidad.
Universidad de Las Palmas
de Gran Canaria*

EL EFECTO «NIVEL DE RIESGO» EN LAS METODOLOGÍAS VaR

The risk effect in VaR methods

- Resumen.—Palabras clave.—1. Introducción.—*
2. Planteamiento del análisis.—3. Determinación de la muestra.—
4. Diseño y concreción del período de análisis.—5. Constitución de las carteras
y determinación del volumen.—6. Modelos evaluados y su aplicación:
6.1. Modelo 1 (M1): Varianzas-Covarianzas. RiskMetrics.
6.2. Modelo 2 (M2): Varianzas-Covarianzas. Modelos Garch.
6.3. Modelo 3 (M3): Simulación histórica.
6.4. Modelo 4 (M4): Simulación Monte Carlo.—7. Análisis comparado
de los resultados obtenidos: 7.1. Error relativo medio.
7.2. Error cuadrático medio. 7.3. Volatilidad anualizada.
7.4. Fracción de resultados cubiertos. 7.5. Múltiplo máximo de los valores
extremos de la medida de riesgo. 7.6. Correlación entre la medida de riesgo
y la variación real. 7.7. Análisis conjunto de los distintos indicadores
de funcionamiento de las distintas carteras.—
8. Conclusión.—Bibliografía.—Anexo.

RESUMEN

ESTE trabajo de investigación se enmarca dentro del área de gestión y medición del riesgo de mercado y más concretamente se centra en las técnicas VaR para su cuantificación. Se contrasta, a partir

Recibido 22-06-01

Aceptado 24-05-02

Copyright © 2001 Asociación Española de Contabilidad y Administración de Empresas

ISSN 0210-2412

de datos reales del mercado bursátil español, si el nivel de riesgo de la cartera que se gestiona condiciona la eficacia y grado de ajuste de las estimaciones de las distintas metodologías VaR. En otras palabras, la pregunta se concreta en si las metodologías VaR tendrán el mismo nivel de ajuste independientemente del nivel de riesgo de la cartera objetivo. Pudimos observar que las distintas metodologías se transformaban de más a menos adecuadas dependiendo del nivel de riesgo de la cartera en cuestión y del nivel de riesgo que predomine en el mercado.

PALABRAS CLAVE

Riesgo de Mercado; Técnicas de Valor en Riesgo; Gestión de Carteras.

ABSTRACT

This research work is set in the area of market risk management and measurement. To be specific, it centers on VaR techniques for quantifying market risk. Using actual data from the Spanish Stock Market it tests whether the level of risk of the portfolio being managed determines the efficacy and the degree to which the estimates of the different VaR methodologies match. In other words, the question is whether the VaR methodologies will have the same degree of match irrespective of the risk level of the portfolio in question. We noticed that the adequacy of the different methodologies varies depending on of the portfolio's risk level and on that prevailing in the market.

KEY WORDS

Market Risk; VaR Methods; Risk Management.

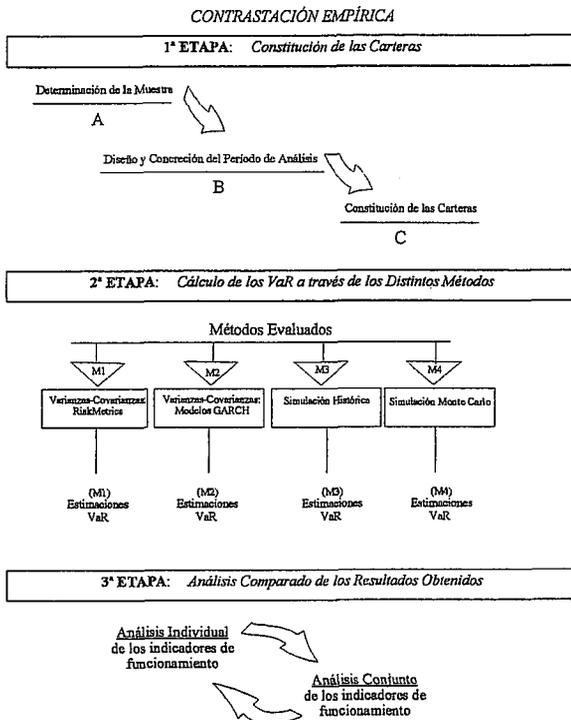
1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo de investigación nuestra atención ha girado en torno a la gestión y medición del riesgo de mercado, más concretamente, en un tipo específico de técnicas de cuantificación de este tipo de riesgo, las metodologías de Valor en Riesgo, *Value at Risk*, VaR. A lo largo de este trabajo nos proponemos realizar la demostración empírica de la siguiente hipótesis:

«El nivel de riesgo de la cartera afecta a la eficacia y grado de ajuste de las distintas metodologías VaR utilizadas en la medición del riesgo de mercado.»

Para ello, la exposición evolutiva del análisis realizado la hemos estructurado de tal forma que se detallan: el planteamiento seguido, el período temporal elegido para el análisis, los datos utilizados, los activos que constituyen las carteras y el proceso para su selección, además de la determinación del volumen de cada uno de ellos en las distintas carteras. También se describen la aplicación y los resultados de las distintas metodologías VaR utilizadas, procediendo posteriormente a la comparación de los resultados obtenidos. En último lugar, comprobamos la bondad del ajuste de las estimaciones realizadas y presentamos las conclusiones obtenidas. En la Ilustración 1 presentamos el proceso de contrastación sintetizado en tres etapas básicas.

ILUSTRACIÓN 1 PASOS EN EL PROCESO DE CONTRASTACIÓN EMPÍRICA DE LA HIPÓTESIS PLANTEADA



2. PLANTEAMIENTO DEL ANÁLISIS

El planteamiento de la hipótesis nos lleva a responder a la cuestión de si el nivel de riesgo de la cartera condiciona o no al grado de ajuste y al porcentaje de errores de estimación de las metodologías para la medición del VaR. En otras palabras, la pregunta se concreta en si las metodologías VaR tendrán el mismo nivel de ajuste independientemente del nivel de riesgo de la cartera objetivo.

Pensamos que la manera de dar respuesta a esta cuestión pasaba inevitablemente por la constitución previa de carteras con distinto nivel de riesgo. El proceso de selección de los activos que forman parte de la muestra, como el de constitución de las carteras y el de configuración de las participaciones de los activos en cada una de ellas, queda explicado en las siguientes secciones.

Una vez ejecutado el proceso de selección aplicaríamos los distintos modelos VaR a las carteras constituidas y comprobaríamos los resultados para aceptar o no la hipótesis de partida. El resultado final de la contrastación nos ayudará a determinar si es mejor utilizar una u otra metodología para la medición del VaR en función del carácter más o menos volátil de la cartera objetivo, y si es así, cuál es el método más idóneo en cada caso.

3. DETERMINACIÓN DE LA MUESTRA

Decidimos seleccionar exclusivamente activos de renta variable para formar las distintas carteras en la contrastación de la hipótesis planteada. Esta elección se debió a que consideramos que los activos de renta variable, al ser más volátiles, se ajustaban mejor al fin perseguido. Por ello, optamos por tomar la totalidad de acciones distintas que cotizaban en aquel momento en el mercado continuo, 138 en total (1). Por tanto, el primer paso consistió en recopilar los datos históricos diarios hasta una fecha determinada para cada uno de estos activos. En nuestro caso, el 14 de octubre de 1999 (2). Los datos sobre cotizaciones fueron extraídos

(1) Las denominaciones de las 138 acciones quedan recogidas en la Tabla 1 del Anexo, además del año en el que empezaron a cotizar.

(2) En este día disponíamos de la información acumulada de cotizaciones hasta el día anterior, 13 de octubre de 1999 (día de la última cotización disponible).

del programa Life98, aunque, adicionalmente, hicimos las oportunas comprobaciones de coincidencia con datos suministrados por la Sociedad de Bolsas (3). Fueron coincidentes.

De entre las 138 acciones distintas que cotizaban en el mercado continuo el 14 de octubre de 1999, 96 disponían de cotización ya incluso en 1994 —año seleccionado para marcar el inicio de las series temporales que se utilizarían como *input*, debido al proceso de homogeneización de las series temporales de cotizaciones (4)—, dos comenzaron a cotizar en 1995, seis en 1996, diez en 1997, dieciséis en 1998 y ocho en 1999.

De entre los 96 activos de renta variable de los que disponíamos de cotización desde 1994 (5) fueron eliminados 33 (6): tres debido al proceso de homogeneización de las series, ya que empezaron a cotizar al final de 1994 y haberlas incluido hubiese provocado la eliminación de una gran cantidad de información del resto de activos; 28 por la cantidad de valores no disponibles que presentaban —el nivel de «no disponibles» total admitido e impuesto a cada serie era como máximo un 1% del número de datos totales (7) (1.351 datos de rentabilidad por cada activo desde el 12 de mayo de 1994 al 13 de octubre de 1999), es decir, unos 14 «no disponibles» como máximo— y dos por representar verdaderos *outliers* en relación a su volatilidad y a su rentabilidad respecto al resto de activos que formaban la muestra. El problema surgido por la carencia de cotizaciones en determinados días lo resolvimos utilizando la ley de capitalización continua e interpolando, despejando de esta forma el precio o precios correspondientes.

Una vez seleccionados los activos que constituirían las distintas carteras según su nivel de riesgo, elegido el tamaño muestral y homogeneizadas las series de cotizaciones, procedimos al cálculo de las rentabilidades de cada uno de los activos y a la comprobación de la normalidad de la distribución de las series y de su estacionariedad (8) con el objeto de disponer de mayor

(3) La base de datos de cotizaciones bursátiles ha sido comprobada y depurada tanto en el origen como en el proceso de estudio.

(4) Tuvo en cuenta una premisa en la elección del período de análisis. Teníamos claro que ésta vendría condicionada, en primer lugar, por la historia de los activos que forman parte de la muestra. Por consiguiente, procedimos a excluir de la muestra los activos con menor número de datos históricos, siempre atendiendo a los activos de los que se tratase y a su papel en el mercado continuo (capitalización, participación en el Ibex-35, etc.).

(5) Los activos que empezaron a cotizar con posterioridad a 1994 fueron excluidos por razones de homogeneización de las series temporales. En total, 42.

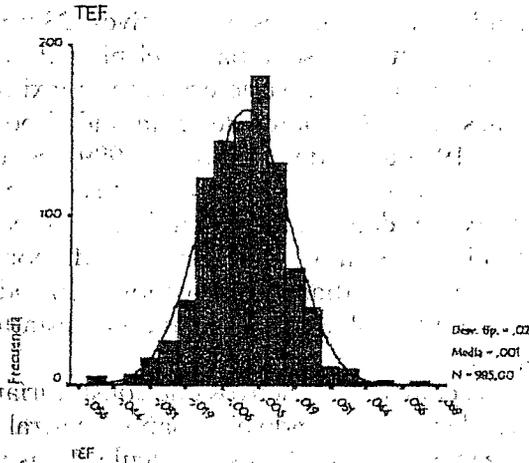
(6) En la Tabla 3 del Anexo se relacionan los activos finalmente seleccionados con los días concretos en los que se han detectado «no disponibles».

(7) En la Tabla 4 del Anexo se incluyen el test Jarque-Bera, el test Dickey-Fuller Ampliado, la asimetría y la curtosis de cada uno de los activos seleccionados.

información y no tener problemas en la configuración de los modelos de volatilidad que más tarde aplicaríamos. Comprobamos que la distribución empírica de las rentabilidades es estacionaria en media, pero no se ajusta de manera muy exacta a una distribución normal (véase como ejemplo el histograma de Telefónica, Ilustración 2), conteniéndose mayor número de observaciones en el centro (9) y en las colas. Asimismo, incluimos información sobre el volumen o capitalización de cada uno de los activos con el propósito de que esto nos ayudase en el momento de agrupar a los activos en carteras con distinto nivel de riesgo (10):

ILUSTRACIÓN 2

HISTOGRAMA DE TELEFÓNICA



Por tanto, a modo de resumen, la muestra, está constituida por observaciones diarias de las cotizaciones bursátiles de 63 valores que cotizan en el mercado continuo, así como del Ibex-35, considerado como el índice representativo del mercado. La amplitud de la muestra de las cotizaciones diarias es de 1.352 observaciones diarias (11), desde el 12 de mayo de 1994 al 13 de octubre de 1999 (12).

(9) Distribuciones leptocúrticas.

(10) Por lo que también realizamos la homogeneización pertinente de todas las series temporales de volúmenes de cada uno de los activos.

(11) Lo que nos permitió el cálculo de 1.351 rentabilidades homogéneas para cada valor.

(12) No se han incorporado los días inhábiles, asumiéndose que la variabilidad en los factores de riesgo sólo se genera en los días que existe negociación en los mercados.

Una vez determinada la base de datos disponible para el análisis nos planteamos el establecimiento de lo que llamaríamos período de observación y período de verificación, cuyos conceptos incluimos en la siguiente sección.

4. DISEÑO Y CONCRECIÓN DEL PERÍODO DE ANÁLISIS

Hemos desglosado el período temporal de análisis en dos: el período de observación, del que tomaremos los datos históricos que se utilizan como *input* en las distintas metodologías, y el período de verificación, en el que comprobamos el grado de ajuste de los VaR estimados a las variaciones reales del valor de mercado de las distintas carteras. El establecimiento del período de verificación condiciona y necesariamente determina el período de observación.

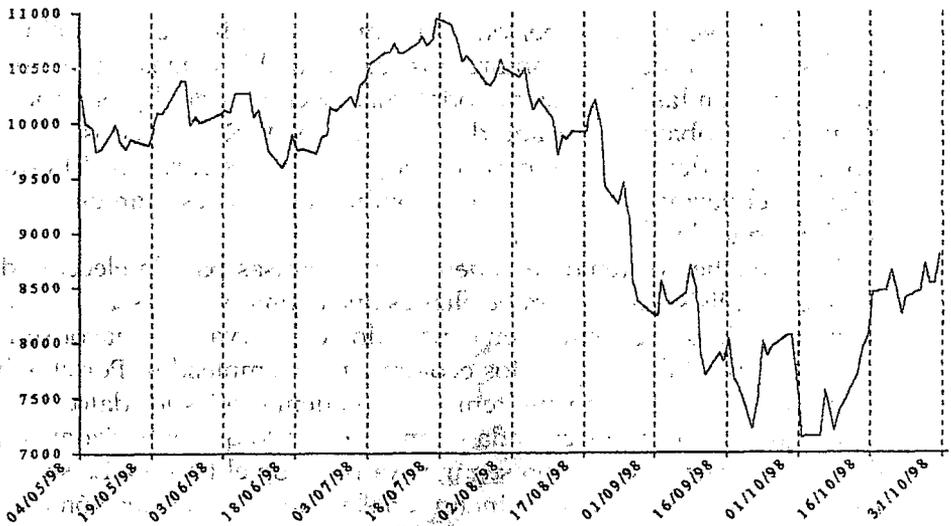
A su vez, hemos tenido en cuenta dos premisas para la elección del período de análisis. La primera de ellas es que cuanto mayor sea el número de datos históricos que conformen el período de observación, mayor será el nivel de exactitud de los métodos econométricos empleados. Por ello, hemos estimado el VaR diariamente teniendo en cuenta todos los datos históricos de los que disponíamos en cada momento, con lo que el horizonte o período de observación se amplía según vaya pasando el tiempo. La segunda de las premisas es que se han de incluir en el período de verificación intervalos con distinta volatilidad con el objeto de observar el efecto en las estimaciones, de tal forma que funcionen como mecanismo de control recíproco.

La evaluación de la hipótesis se ha realizado utilizando como período de análisis el que transcurre desde el 12 de mayo de 1994 hasta el 30 de octubre de 1998, quedando contenidos en él, como ya hemos comentado: el período de observación que va desde el 12 de mayo de 1994 al 30 de abril de 1998 (986 observaciones históricas de cotizaciones iniciales por cada uno de los 63 activos), y el período de verificación que transcurre desde el 4 de mayo de 1998 hasta el 30 de octubre del mismo año (13). A su vez este período temporal se ha dividido en dos subperíodos que responden a distintos niveles de volatilidad, que actuarían como períodos de control recíproco: el primero, que transcurre desde el 4 de mayo al 31 de julio de 1998, período que se caracteriza por una volatilidad media de las rentabilidades, y el segundo, que va desde el 3 de agosto al 30 de octubre del mismo año, con una alta volatilidad. Se incluye a continuación

(13) Este último período comprende un análisis de 128 días.

(véase Ilustración 3) la representación gráfica de la evolución de la rentabilidad del índice Ibex-35 en este período, que ilustra muy claramente los cambios de volatilidad durante el período en cuestión.

ILUSTRACIÓN 3
EVOLUCIÓN DEL ÍNDICE IBEX-35 DESDE EL 4 DE MAYO DE 1998
AL 30 DE OCTUBRE DEL MISMO AÑO



5. CONSTITUCIÓN DE LAS CARTERAS Y DETERMINACIÓN DEL VOLUMEN

A priori desconocíamos el número de carteras que habríamos de constituir a partir de los 63 activos que habían superado todos los criterios de depuración. Utilizamos como criterios iniciales de agrupamiento variables como la rentabilidad diaria media, la desviación típica, el volumen medio y la β de Sharpe. Comprobamos más tarde (14) que los criterios más discriminantes eran la rentabilidad diaria media y la desviación típica (15) de la rentabilidad por lo que decidimos utilizar estas dos variables de forma

(14) A través de pruebas reiteradas utilizando distintos criterios y número de ellos.

(15) Se puede entender que el riesgo de liquidez —variabilidad de la variable volumen— se encuentra contenido implícitamente en la volatilidad de la rentabilidad de cada acción.

prioritaria en la constitución y agrupamiento de los activos en distintas carteras.

Empleando el análisis *Cluster No Jerárquico*, realizamos distintos agrupamientos imponiendo distintos números de carteras en cada ocasión: dos carteras en primer lugar; luego tres carteras y así sucesivamente hasta llegar a diez carteras (16). Nuestro propósito, al llevar a cabo este experimento, era el observar el movimiento y afinidad de los distintos activos a medida que íbamos aumentando el número de carteras, hasta encontrar un reparto adecuado de los distintos activos, en la medida en que garantizase que el número de ellos en cada cartera no resultase ni excesivamente alto ni excesivamente bajo. Además, el reparto debía ser representativo de los distintos niveles de riesgo.

Se completó la metodología de constitución de las carteras con la elaboración de un cuadro de doble entrada, en el que en la primera columna dispusimos los cuantiles de rentabilidad, en la primera fila los cuantiles de desviación típica y en el resto de cuadrantes el nombre de los distintos activos dependiendo de su rentabilidad y su volatilidad. Resultó que los valores se concentraban en determinadas cuadrículas. Esas cuadrículas fueron nuevamente diseccionadas y ampliadas sucesivamente a medida que se observaban nuevas conglomeraciones. La versión gráfica de este mismo procedimiento fue muy reveladora y determinante en la configuración de las carteras. En la Ilustración 4 exponemos el gráfico de partida en el que se representan las coordenadas de cada uno de los activos.

Finalmente constituimos nueve carteras con distintas características de riesgo (véanse Tablas 1 a 9). Las carteras están dispuestas de menor a mayor riesgo, por lo que la cartera que hemos identificado con el número 1 es la cartera con menor nivel de riesgo y la cartera 9 la de mayor nivel de riesgo (17). Hemos asumido que los activos componentes de cada una de las carteras lo serán durante todo el período de verificación (18).

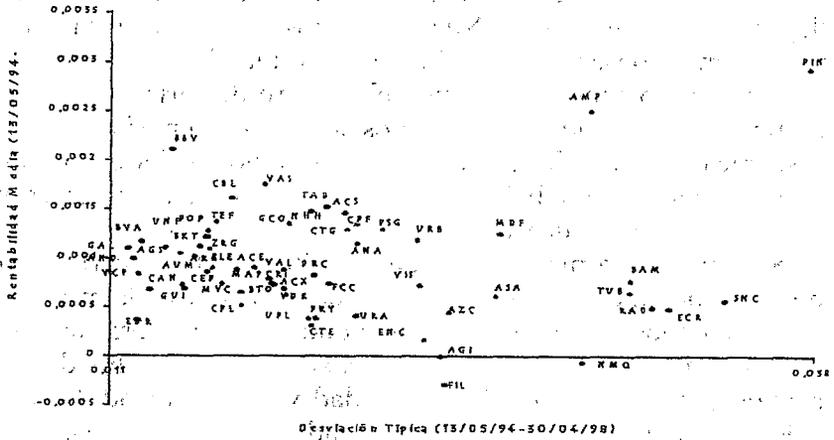
En cuanto a la posición inicial en cada una de las carteras, es exactamente la misma e igual a 100.000 euros (€). Por otro lado, decidimos utilizar la Teoría de Selección y Optimización de Carteras de Harry Markowitz (1952) para establecer el peso o la proporción inicial de cada uno de los activos en la cartera a la que perteneciesen.

(16) A modo de ejemplo hemos incluido el resultado de uno de los Cluster (concretamente el de 10 agrupamientos) en la Tabla 5 del Anexo.

(17) También los valores están ordenados de menor a mayor riesgo, siendo el Banco Galicia el valor con menor desviación típica y el valor Prima Inmobiliaria el de mayor desviación típica con respecto a su rentabilidad diaria media.

(18) Las proporciones de participación de cada activo en la cartera a la que pertenece varía a medida que lo hace.

ILUSTRACIÓN 4
REPRESENTACIÓN DE LOS DISTINTOS ACTIVOS EN FUNCIÓN DE SUS COORDENADAS DE VOLATILIDAD Y RENTABILIDAD MEDIA



Nos encontramos, al optimizar la composición inicial de cada cartera, con un elenco de posibilidades, seleccionando, de entre las eficientes, aquella que nos permitiera minimizar al máximo el riesgo (19). Es así como llegamos al establecimiento de las participaciones iniciales individuales en cada cartera, que son las siguientes:

TABLA 1
CARTERA 1: PESOS Y VOLÚMENES

CARTERA 1			
n	Siglas	Peso	Volumen inicial
1	GAL	20,71%	20.712 €
2	AND	10,99%	10.993 €
3	EUR	20,68%	20.676 €
4	VCP	21,64%	21.639 €
5	PAS	14,01%	14.011 €
6	PEP	11,97%	11.971 €
Cartera 1		100%	100.000 €

TABLA 2
CARTERA 2: PESOS Y VOLÚMENES

CARTERA 2			
n	Siglas	Peso	Volumen inicial
1	BVA	20,84%	20.838 €
2	BBV	6,51%	6.508 €
3	AGS	15,56%	15.561 €
4	CAN	14,69%	14.689 €
5	GUI	22,48%	22.485 €
6	ZOT	19,92%	19.919 €
Cartera 2		100%	100.000 €

(19) A. Gaivoronski y G. Pflug (1999) desarrollan una teoría similar a la teoría de Markowitz para la optimización de la relación entre la media-varianza de la cartera, pero en la que proponen utilizar el VaR como medida del riesgo, optimizando así la relación media-VaR.

TABLA 3
CARTERA 3: PESOS Y VOLÚMENES

<i>CARTERA 3</i>			
<i>n</i>	<i>Siglas</i>	<i>Peso</i>	<i>Volumen inicial</i>
1	BKT	10,39%	10.389 €
2	ALB	18,20%	18.198 €
3	UNF	11,58%	11.582 €
4	AUM	8,81%	8.812 €
5	POP	7,00%	6.996 €
6	ZRG	29,24%	29.235 €
7	ARG	8,20%	8.204 €
8	TEF	6,58%	6.584 €
<i>Cartera 3</i>		<i>100%</i>	<i>100.000 €</i>

TABLA 4
CARTERA 4: PESOS Y VOLÚMENES

<i>CARTERA 4</i>			
<i>n</i>	<i>Siglas</i>	<i>Peso</i>	<i>Volumen inicial</i>
1	CEP	22,57%	22.570 €
2	CBL	28,91%	28.912 €
3	ELE	14,65%	14.649 €
4	MVC	12,94%	12.939 €
5	CPL	20,93%	20.931 €
<i>Cartera 4</i>		<i>100%</i>	<i>100.000 €</i>

TABLA 5
CARTERA 5: PESOS Y VOLÚMENES

<i>CARTERA 5</i>			
<i>n</i>	<i>Siglas</i>	<i>Peso</i>	<i>Volumen inicial</i>
1	ACE	10,05%	10.046 €
2	VAS	26,05%	26.053 €
3	MAP	9,22%	9.219 €
4	CRI	10,87%	10.867 €
5	BTO	15,30%	15.299 €
6	ACX	6,95%	6.952 €
7	VAL	5,59%	5.594 €
8	VDR	4,97%	4.973 €
9	GCO	11,00%	10.997 €
<i>Cartera 5</i>		<i>100%</i>	<i>100.000 €</i>

TABLA 6
CARTERA 6: PESOS Y VOLÚMENES

<i>CARTERA 6</i>			
<i>n</i>	<i>Siglas</i>	<i>Peso</i>	<i>Volumen inicial</i>
1	UPL	25,83%	25.830 €
2	NHH	21,45%	21.452 €
3	CTE	11,84%	11.838 €
4	DRC	5,12%	5.116 €
5	PRY	12,99%	12.988 €
6	TAB	16,50%	16.501 €
7	FCC	6,28%	6.275 €
<i>Cartera 6</i>		<i>100%</i>	<i>100.000 €</i>

TABLA 7
CARTERA 7: PESOS Y VOLÚMENES

CARTERA 7			
n	Siglas	Peso	Volumen inicial
1	ACS	20,23%	20.230 €
2	CTC	16,66%	16.656 €
3	CPF	22,12%	22.123 €
4	URA	9,95%	9.947 €
5	ANA	13,02%	13.024 €
6	PSG	18,02%	18.019 €
Cartera 7		100%	100.000 €

TABLA 8
CARTERA 8: PESOS Y VOLÚMENES

CARTERA 8			
n	Siglas	Peso	Volumen inicial
1	URB	14,26%	14.264 €
2	VIS	12,58%	12.575 €
3	ENC	13,12%	13.124 €
4	AGI	16,50%	16.498 €
5	FIL	15,89%	15.894 €
6	AZC	8,90%	8.895 €
7	ASA	12,35%	12.353 €
8	MDF	6,40%	6.396 €
Cartera 8		100%	100.000 €

TABLA 9
CARTERA 9: PESOS Y VOLÚMENES

CARTERA 9			
n	Siglas	Peso	Volumen inicial
1	NMQ	14,19%	14.192 €
2	AMP	14,00%	14.002 €
3	TUB	12,52%	12.518 €
4	BAM	11,21%	11.212 €
5	RAD	17,57%	17.575 €
6	ECR	9,38%	9.380 €
7	SNC	6,68%	6.683 €
8	PIN	14,44%	14.439 €
Cartera 9		100%	100.000 €

6. MODELOS EVALUADOS Y SU APLICACIÓN

Existen multitud de métodos para la obtención de la medida del VaR (20). A continuación presentamos los modelos aplicados a las distin-

(20) Tantos como supuestos se realicen sobre las condiciones de partida.

tas carteras para el cálculo del VaR que hemos utilizado para probar o refutar la hipótesis planteada:

1. Varianzas-Covarianzas: RiskMetrics, con factor de ponderación igual a 0,94.
2. Varianzas-Covarianzas: con modelización de las varianzas condicionales a través de Modelos GARCH y aplicación del modelo diagonal para la estimación de las covarianzas.
3. Simulación Histórica.
4. Simulación Monte Carlo con modelización de las varianzas condicionales a través de modelos GARCH.

6.1. MODELO 1 (M1): VARIANZAS-COVARIANZAS. RISKMETRICS

El modelo 1 se basa en la aplicación de la metodología de varianzas-covarianzas que sigue RiskMetrics. Este modelo utiliza una media móvil exponencial con distintos factores de ponderación (21) para la obtención de las volatilidades y de las correlaciones de los instrumentos que forman la cartera, es decir, da un mayor peso a las observaciones más recientes, aplicando una ponderación que justifique este peso. En nuestro caso utilizaremos un factor de ponderación igual a 0,94 (22).

Para calcular las volatilidades y covarianzas hemos utilizado las siguientes expresiones:

$$\sigma_{i,t+1h} = \sqrt{(1 - \lambda) \cdot \sum_{i=0}^T \mathcal{N}(r_{i,t-1} - \mu_i)^2} \quad [1]$$

$$\sigma_{i,t+2h} = \sqrt{\lambda \cdot \sigma_{t+1}^2 + (1 - \lambda) \cdot (r_{t+1} - \mu)^2} \quad [2]$$

$$\sigma_{k_j,t+1h} = (1 - \lambda) \cdot \sum_{i=0}^T \mathcal{N}(r_{k,t-i} - \mu_k) \cdot (r_{i,t-i} - \mu_i) \quad [3]$$

(21) La ponderación utilizada es la seleccionada por RiskMetrics mediante el criterio de la raíz media del error cuadrado, obteniendo unos factores de ponderación que producen la mejor estimación. En nuestro análisis empírico hemos aplicado los factores estimados por RiskMetrics como óptimos.

(22) Hay que tener en cuenta que aunque se va a considerar que el factor de ponderación va a permanecer constante, éste puede variar no sólo entre las series, sino también con el tiempo, perdiendo, por tanto, consistencia en diferentes periodos. Ésta es una de las grandes críticas al método propuesto por RiskMetrics.

donde:

σ_{t+1t} = Desviación estándar condicional en el período $t + 1$, utilizando para su cálculo la información disponible en t .

σ_{kjt+1t} = Covarianza entre las rentabilidades de los activos k y j en el período $t + 1$, utilizando para su cálculo la información disponible en t .

λ = Factor de decadencia. El factor de decadencia determina el grado de ponderación de las rentabilidades recientes y también la velocidad con la cual la medida de la volatilidad disminuye las rentabilidades que antes eran más altas. Un factor de decadencia más bajo da un mayor peso a las rentabilidades más recientes y permitirá que la medida de la volatilidad baje más rápidamente a los niveles previos a las altas rentabilidades.

T = Número de días utilizados para derivar la volatilidad. Como la ponderación de cada cambio de precio diario nunca será cero, n podría ser infinito. En la práctica, las ponderaciones se reducen rápidamente al acercarse a cero. Con factores de decadencia de 0,94 y 0,9, usando los últimos 50 y 100 días respectivamente se darán buenos resultados. $t = 1$ para los cambios de los días previos.

r_{jt} = Rendimiento logarítmico del activo j en el momento t .

$$r_{jt} = \text{Log} \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

P_t = Precio del activo j en el momento t .

P_{t-1} = Precio del activo j en el momento $t - 1$.

μ_j = Valor medio de la rentabilidad diaria del activo j —normalmente se asume que tiene valor cero— durante el período que transcurre desde el día $t - T$ al día t (T días).

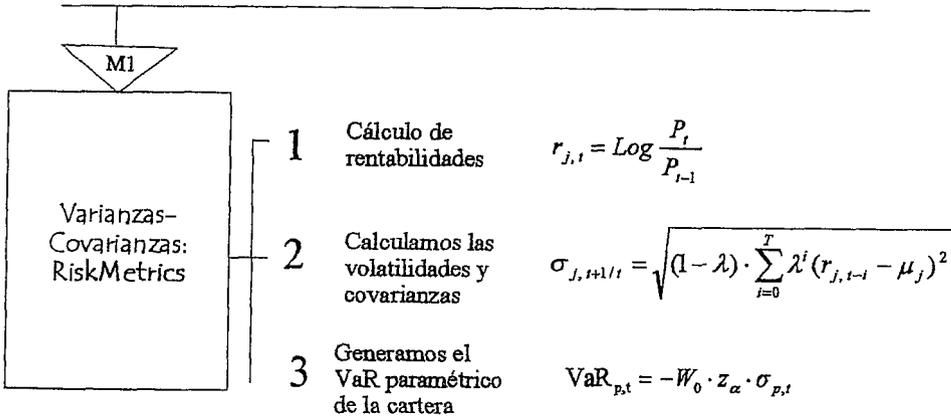
Este modelo puede ser visto como un caso especial del proceso GARCH (concretamente, un IGARCH), donde w es 0, y α y β suman la unidad.

El modelo exponencial es particularmente fácil de implementar porque tiene solo un parámetro, λ . Por tanto, es más robusto para el error de estimación de otros modelos. Además, el estimador es recursivo; el pronóstico está basado en el pronóstico previo y en la última innovación. En la Ilustración 5 se detallan los pasos para la obtención de las medidas del VaR según este método.

ILUSTRACIÓN 5

MODELO 1: PASOS DEL PROCEDIMIENTO DE APLICACIÓN

Métodos Evaluados



6.2. MODELO 2 (M2): VARIANZAS-COVARIANZAS. MODELOS GARCH

La mayoría de las series temporales financieras son no estacionarias, es decir, su distribución de probabilidad es función del tiempo (23). Dentro de las series no estacionarias destacan especialmente aquellas caracterizadas por una tendencia en la varianza, también denominada tendencia estocástica, de tal modo que su varianza es función del tiempo (24). Los modelos GARCH se fundamentan precisamente en este supuesto de partida. Estos modelos asumen la no estacionariedad de la varianza de las rentabilidades y además que ésta sigue un proceso predecible.

La presencia de una raíz unitaria en el polinomio autorregresivo de una variable, por ejemplo, la rentabilidad de un activo concreto, se confi-

(23) Véase M. T. Barreira Turnes, R. Ferrer Lapeña y C. Gonzálcz Baixauli [1998], p. 31: «Una serie temporal es no estacionaria en sentido débil cuando no se cumple alguno de los siguientes requisitos: su media es constante a lo largo del tiempo, su varianza es finita y constante y, por último, su autocovarianza depende únicamente del número de desfases considerados, resultando, por tanto, también independiente del tiempo»; y véase R. Hoppe [1999], p. 15: «La asunción de estacionariedad implica que la media, la varianza, la simetría y la curtosis de la distribución de rentabilidades sean estables en el tiempo.»

(24) Varianza condicional.

gura como la razón esencial de la aparición de una tendencia en la varianza y, en consecuencia, de la no estacionariedad de dicha variable. Cabe señalar que cuando una serie contiene una raíz unitaria, esto es, incorpora una tendencia estocástica, habitualmente se dice que es integrable. Por tanto, el primer paso para justificar la aplicación de los modelos GARCH en la estimación de las volatilidades, es comprobar la existencia de raíces unitarias.

Aplicamos el *test* de DFA a todas y cada una de las series de rentabilidades (25) que forman parte de la muestra y comprobamos que en todos los casos se rechaza la hipótesis nula de integrabilidad, por lo que concluimos que todas las series son estacionarias en media (26). Además, hemos realizado un estudio inicial de la normalidad mediante un análisis preliminar de los momentos de orden tercero (simetría) y cuarto (curtosis) respecto a la media. El nivel de simetría y curtosis detectado en las series nos permitiría, de forma paramétrica, establecer si las rentabilidades se distribuyen de acuerdo con la hipótesis de normalidad (27). Además se han aplicado dos contrastes que se presentan bajo la hipótesis nula de normalidad que son los *tests* de Jarque-Bera (J-B) y Kolmogorov-Smirnov (K-S) [Hall y White, 1998: p. 11] de las series, rechazándose finalmente, en todos los casos, la hipótesis de normalidad.

Una vez realizadas estas comprobaciones, procedimos a la búsqueda del modelo GARCH concreto más adecuado para la descripción de la evolución de la varianza condicional de las rentabilidades de cada uno de los activos que forman parte de las distintas carteras. Fueron varios los criterios para la elección de entre las distintas alternativas de modelización, entre ellos, el número de iteraciones necesarias antes de que converja el modelo, la significatividad de los parámetros, la suma de los parámetros α y β y los valores de los estadísticos Criterio de Información de Akaike y Criterio de Información Bayesiano de Schwarz (28).

(25) En la Tabla 4 del Anexo se muestran los resultados del *test* DFA y el valor crítico para un nivel de significación del 5%. Aunque se ha comprobado que los resultados son idénticos para niveles del 1 y del 10%.

(26) Adicionalmente calculamos y representamos gráficamente las funciones de autocorrelación simple (FAS) y parcial (FAP) comprobando la estacionariedad en media de todas las series de rentabilidades.

(27) Los valores representativos del coeficiente de asimetría y curtosis resultan dispares para los distintos activos estudiados (véase Tabla 4 del Anexo). Véase Corredor, Rfo y Santamaría (1998), p. 48: «El valor característico de la asimetría y de la curtosis de la distribución normal es 0 y 3, respectivamente.»

(28) Cuanto menores fueran sus valores mejor se consideraba el modelo.

En la mayoría de los casos optamos por la aplicación de un GARCH (1,1), de la forma (29):

$$\begin{aligned}\sigma_t^2 &= \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \\ \omega > 0, \alpha, \beta &\geq 0\end{aligned}\quad [4]$$

sabiendo que $r_t = \text{constante} + \varepsilon_t$.

El siguiente paso en el cálculo del VaR de las distintas carteras lo constituía el cálculo de las covarianzas. La estimación GARCH puede extenderse a un sistema de múltiples variables. El problema es que el número de parámetros a ser estimados se incrementa exponencialmente con el número de series (30). Para muestras grandes de activos, como la que manejamos en este caso, este número rápidamente se vuelve inmanejable. Algunos modelos pueden ayudar a simplificar este proceso, proporcionando una estructura más simple para la matriz de covarianzas. Uno de dichos modelos es el *modelo diagonal*, originalmente propuesto por Sharpe (31).

El supuesto inicial se concreta en que el movimiento común de las rentabilidades de todos los activos se debe a un solo factor común, el mercado. Formalmente, el modelo es:

$$R_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t} R_m + \varepsilon_{i,t} \quad E[\varepsilon_{i,t}] = 0 \quad [5]$$

La rentabilidad del activo i , $R_{i,t}$, es derivado de la rentabilidad del mercado, R_m , y por un término aleatorio $\varepsilon_{i,t}$, el cual no está correlacionado con el mercado ni a través de los distintos activos. Como resultado, la varianza puede descomponerse como:

$$\sigma_{i,t}^2 = \beta_{i,t}^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon_{i,t}}^2 \quad [6]$$

La covarianza entre dos activos es

$$\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_m^2 \quad [7]$$

la cual se debe únicamente al factor común. La matriz de covarianzas completa es:

(29) Existen amplias diferencias en el nivel de volatilidad entre las series, aunque para todas ellas la variación del riesgo en el tiempo es altamente significativo.

(30) Véase P. Jorion [1997], p. 201: «Con dos series, por ejemplo, se requiere estimar nueve términos, tres parámetros ω , α y β para cada uno de los tres términos de covarianza.»

(31) Véase P. Jorion [1997], p. 183: «Nótese que este modelo frecuentemente referido como el CAPM. El modelo diagonal es sólo una simplificación de la matriz de covarianzas y no dice nada acerca de los rendimientos esperados, cuya descripción es la esencia del CAPM.»

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_N \end{bmatrix} [\beta_1 \quad \dots \quad \beta_N] \sigma_m^2 + \begin{bmatrix} \sigma_{\epsilon_{1,t}}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_{\epsilon_{N,t}}^2 \end{bmatrix} \quad [8]$$

Escrita en notación matricial, la matriz de covarianzas es:

$$\Sigma = \beta \beta^T \sigma_m^2 + D_\epsilon \quad [9]$$

Como la matriz D_ϵ es diagonal, el número de parámetros a estimar se reduce de $N \times (N + 1) / 2$ a $2N + 1$ (N para las betas; N en D y uno para σ_m^2). Para 63 activos el número se reduce de 2.016 a 127 (32).

La varianza de carteras grandes bien diversificadas se simplifica aún más, reflejando sólo la exposición al factor común. La varianza de la cartera es:

$$\text{Var}(R_p) = \text{Var}(w^T R) = w^T \Sigma w = (w^T \beta \beta^T w) \sigma_m^2 + w^T D_\epsilon w \quad [10]$$

El segundo término consiste en $\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_{\epsilon_{i,t}}^2$. Pero este término se vuelve muy pequeño a medida que se incrementa el número de valores en la cartera. Por tanto, la varianza de la cartera converge a:

$$\text{Var}(R_p) \rightarrow (w^T \beta \beta^T w) \sigma_m^2 \quad [11]$$

la cual depende de un solo factor. Esta aproximación es particularmente útil para establecer el VaR de una cartera que conste de múltiples acciones. Ha sido adoptada por el Comité de Basilea para reflejar el riesgo de mercado de carteras bien diversificadas.

Como hemos dicho anteriormente, el supuesto del modelo diagonal es que el movimiento común de las rentabilidades de todos los activos se debe a un solo factor común, el mercado. Nosotros quisimos comprobar la exactitud de esta afirmación realizando un Análisis de Componentes Principales a partir de las 985 observaciones de rentabilidad de cada uno de los 63 activos que abarcaba el período de observación y a partir de la confrontación de la asunción realizada con la realidad, proporcionar mayor solidez al proceso de estimación de correlaciones.

Pudimos extraer de los resultados obtenidos que sólo el primer factor (33) —al que hemos identificado como «la cartera del mercado»— ya

(32) Para cada día de estimación.

(33) En la Tabla 6 del Anexo se incluyen los resultados más significativos del Análisis de Componentes Principales (Varianza total explicada).

explica el 25,804% de la variabilidad de la muestra. El porcentaje de participación del resto de factores en la variabilidad de la muestra es relativamente baja. Esto nos ayuda a justificar el empleo del modelo diagonal en la simplificación de la matriz de varianzas-covarianzas.

Las estimaciones resultantes a partir del modelo 2 para cada una de las carteras se exponen de forma gráfica desde la Ilustración 6 a la Ilustración 14.

ILUSTRACIÓN 6

VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO DE LA CARTERA 1 SEGÚN M2

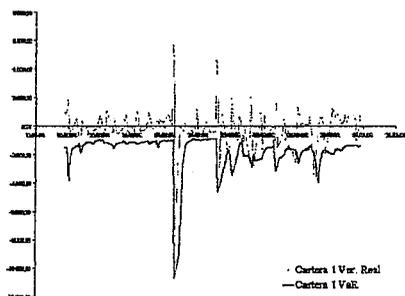


ILUSTRACIÓN 7

VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO DE LA CARTERA 2 SEGÚN M2

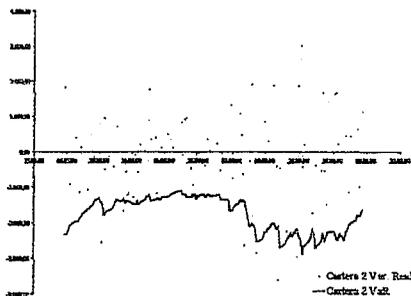


ILUSTRACIÓN 8

VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO DE LA CARTERA 3 SEGÚN M2

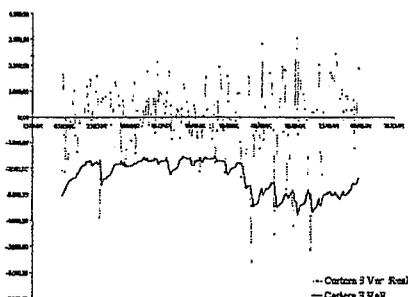


ILUSTRACIÓN 9

VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO DE LA CARTERA 4 SEGÚN M2

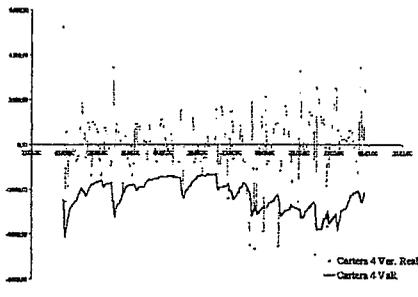


ILUSTRACIÓN 10

VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO
 DE LA CARTERA 5 SEGÚN M2

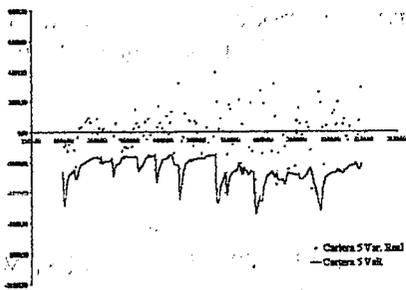


ILUSTRACIÓN 11

VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO
 DE LA CARTERA 6 SEGÚN M2

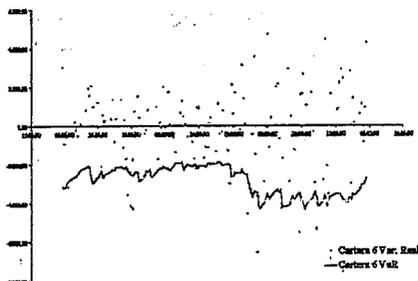


ILUSTRACIÓN 12

VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO
 DE LA CARTERA 7 SEGÚN M2

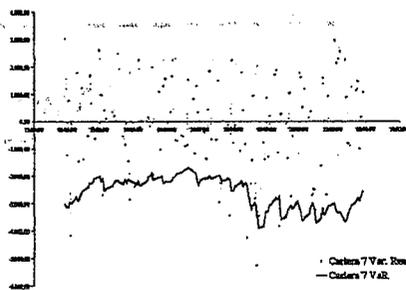


ILUSTRACIÓN 13

VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO
 DE LA CARTERA 8 SEGÚN M2

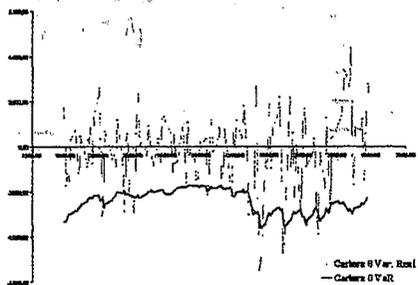
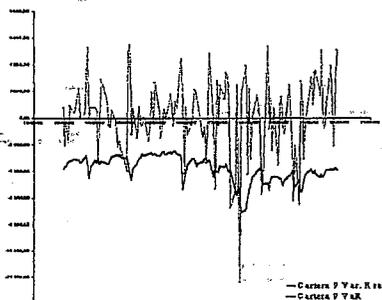


ILUSTRACIÓN 14

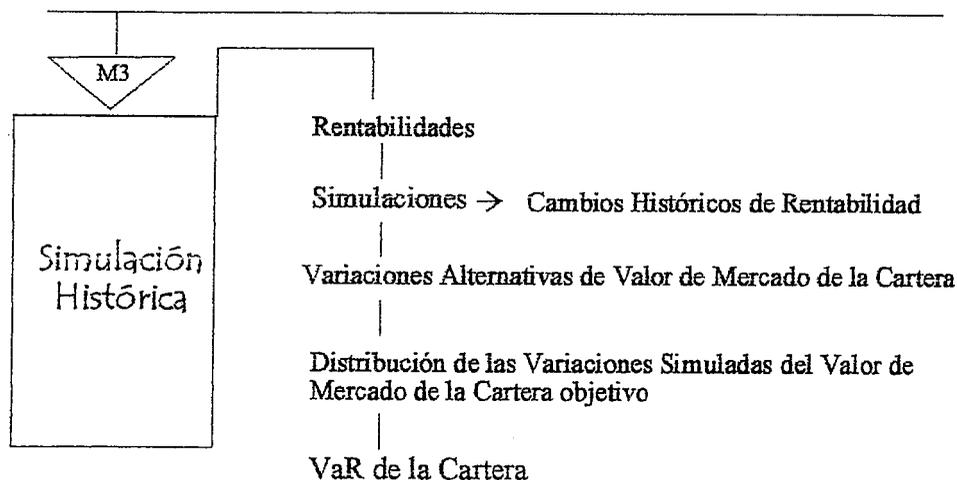
VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO
 DE LA CARTERA 9 SEGÚN M2



6.3. MODELO 3 (M3): SIMULACIÓN HISTÓRICA

La simulación histórica asume que la distribución observada durante un período de estimación pasado es válida para el futuro. Para ello, este modelo simula los posibles valores futuros de la cartera, usando los distintos precios o cotizaciones pasados de los activos que la componen, revaluando dicha cartera día a día. Considera por igual al conjunto de observaciones históricas contempladas. Pero, a diferencia de los enfoques anteriores, no considera ninguna distribución probabilística específica, sino que estima el VaR en función de los percentiles reales observados en el período histórico considerado. En la Ilustración 15 se exponen los pasos seguidos en el cálculo de los VaR de las distintas carteras mediante el modelo 3.

ILUSTRACIÓN 15
MODELO 3: PASOS EN EL PROCEDIMIENTO DE APLICACIÓN



6.4. MODELO 4 (M4): SIMULACIÓN MONTE CARLO

La Simulación Monte Carlo (SMC) es similar al método de simulación histórica, la diferencia estriba en que los cambios hipotéticos en las rentabilidades se crean por diseños aleatorios a partir de un proceso estocástico. Esto hace que el primer paso en el proceso de simulación sea la selección del modelo estadístico o matemático que se ajuste a la verdadera distribución de las variables financieras de

interés (34). Una vez que hayamos elegido el modelo, estimamos nuestros parámetros —volatilidades, correlaciones, etc.— sobre la base de cualquier serie de datos históricos o de mercado que estén disponibles.

El próximo paso es la construcción de los senderos ficticios de precios para las variables aleatorias implicadas. En el caso de la SMC, construimos estos senderos de precios utilizando números aleatorios —o, si hablamos estrictamente, números pseudo-aleatorios— producidos por un «generador de números aleatorios». Cada *set* de números aleatorios produce un hipotético precio final para el instrumento de interés, y llevando a cabo un ejercicio similar para los otros instrumentos (35) que forman parte de la cartera se produce un hipotético valor final de la cartera. Repitiendo estas simulaciones un número suficiente de veces hacemos que la distribución simulada se aproxime a la verdadera distribución de los valores de la cartera. Una vez que esto está hecho, podemos obtener el VaR de esta distribución aproximada.

Los pasos que hemos seguido para obtener los VaR de las distintas carteras mediante la simulación de Monte Carlo son los siguientes:

1. Calculamos las rentabilidades continuas (36) para cada uno de los activos.
2. Estimamos las volatilidades, a partir de modelos GARCH preseleccionados (37) y mediante el modelo diagonal realizamos las estimaciones de covarianzas. Las estimaciones se realizaron en base a los datos de los 986 días que constituyen el periodo de observación (38).
3. A partir de las volatilidades y covarianzas estimadas calculamos los componentes de las matrices A de la descomposición de Cholesky para cada cartera (39), teniendo en cuenta que:

(34) Quizá este primer paso sea uno de los más complejos y delicados del proceso de simulación porque influye de forma determinante en los resultados de la simulación.

(35) Evidentemente, se habrá de tener en cuenta la interrelación en el comportamiento de los distintos instrumentos.

(36) Logaritmo neperiano de la diferencia relativa del precio entre el momento t y el momento $t-1$.

(37) Para cada uno de los 63 activos hemos estimado los parámetros de los modelos que mejor describían el comportamiento de la volatilidad condicional. Véase apartado 6.2.

(38) Desde el 12 de mayo de 1994 al 30 de mayo de 1998.

(39) Se han calculado los componentes de la matriz A para cada una de las carteras en cada uno de los días del periodo de verificación. En total se han estimado 1.152 matrices A con distinto número de componentes.

$$A_{ii} = \sqrt{\sigma_{i,t+1}^2 - \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik}^2} \quad A_{ki} = A_{ik} \quad [12]$$

$$A_{ij} = \dots \cdot \left(\sigma_{i,t+1} - \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} \cdot A_{jk} \right) \text{ siendo } j = i + 1, i + 2, \dots, i + (N - i)$$

4. Generamos los vectores Z de números aleatorios. Estos vectores de números aleatorios tienen tantas columnas como activos tiene cada una de las carteras. Se generaron tantos vectores como simulaciones quisimos realizar, en concreto 1.000 simulaciones en cada día y para cada activo.
5. Calculamos los 1.000 vectores de rentabilidades continuas simuladas que corresponden a otros tantos escenarios de precios para cada cartera en cada uno de los días —en total 128 días— a través de la multiplicación de la matriz A correspondiente al día concreto por los 1.000 vectores fila de números aleatorios, de la forma siguiente para la simulación m -ésima:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & 0 & \dots & 0 \\ A_{12} & A_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1N} & A_{2N} & \dots & A_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{1,t+1,m} \\ Z_{2,t+1,m} \\ \vdots \\ Z_{N,t+1,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1,t+1,m} \\ k_{2,t+1,m} \\ \vdots \\ k_{N,t+1,m} \end{bmatrix} \quad [13]$$

6. Con los 1.000 vectores de rentabilidades simuladas en cada uno de los días para cada una de las carteras generamos igual número de vectores de variaciones simuladas de valor en las posiciones en cada uno de los activos. Para generar los distintos escenarios de variaciones, hemos asumido el siguiente modelo lognormal:

$$p_{i,t+1} = p_{i,t} \cdot e^{k_{i,t+1,m}} \quad [14]$$

de tal forma que la variación del valor simulado m -ésimo para cualquier activo i se ha calculado teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} \Delta W_{i,t+1,m} &= W_{i,t+1,m} - W_{i,t} = x_{i,t+1} \cdot p_{i,t+1,m} - x_{i,t} \cdot p_{i,t} = \\ &= x_{i,t} \cdot p_{i,t+1,m} - x_{i,t} \cdot p_{i,t} = x_{i,t} \cdot (p_{i,t+1,m} - p_{i,t}) = \\ &= x_{i,t} \cdot (p_{i,t} \cdot e^{k_{i,t+1,m}} - p_{i,t}) = x_{i,t} \cdot p_{i,t} \cdot (e^{k_{i,t+1,m}} - 1) = \\ &= W_{i,t} \cdot (e^{k_{i,t+1,m}} - 1) \end{aligned} \quad [15]$$

7. Mediante la sumatoria de los componentes de cada uno de los 1.000 vectores de variaciones simuladas de valor de las posiciones en cada activo obtuvimos, cada día y para cada cartera, las 1.000 variaciones simuladas de valor de la cartera, teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} \Delta W_{p,t+1,m} &= \sum_{i=1}^N \Delta W_{i,t+1,m} = \sum_{i=1}^N (W_{i,t+1,m} - W_{i,t}) = \sum_{i=1}^N (x_{i,t+1} \cdot p_{i,t+1,m} - x_{i,t} \cdot p_{i,t}) = \\ &= \sum_{i=1}^N (x_{i,t} \cdot p_{i,t+1,m} - x_{i,t} \cdot p_{i,t}) = \sum_{i=1}^N [x_{i,t} \cdot (p_{i,t+1,m} - p_{i,t})] = \\ &= \sum_{i=1}^N [x_{i,t} \cdot (p_{i,t} \cdot e^{k_{i,t+1}} - p_{i,t})] = \sum_{i=1}^N [x_{i,t} \cdot p_{i,t} \cdot (e^{k_{i,t+1}} - 1)] = \\ &= \sum_{i=1}^N [W_{i,t} \cdot (e^{k_{i,t+1}} - 1)] \end{aligned} \tag{16}$$

8. A través del cálculo del percentil correspondiente a la probabilidad deseada (5%) obtuvimos los VaR en cada uno de los días y para cada cartera (véase de Ilustración 16 a Ilustración 24).

ILUSTRACIÓN 16

VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO DE LA CARTERA 1 SEGÚN M4

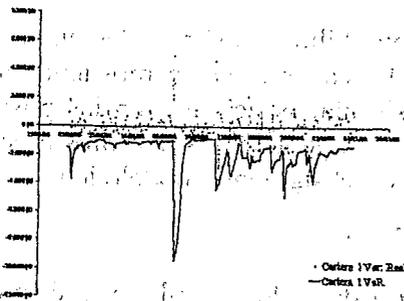


ILUSTRACIÓN 17

VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO DE LA CARTERA 2 SEGÚN M4

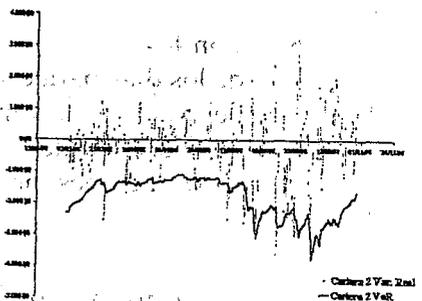


ILUSTRACIÓN 18
VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO
DE LA CARTERA 3 SEGÚN M4

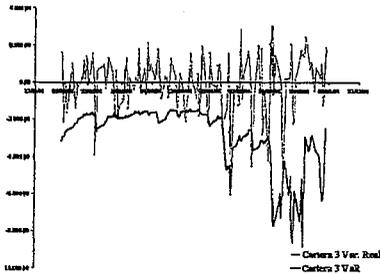


ILUSTRACIÓN 19
VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO
DE LA CARTERA 4 SEGÚN M4

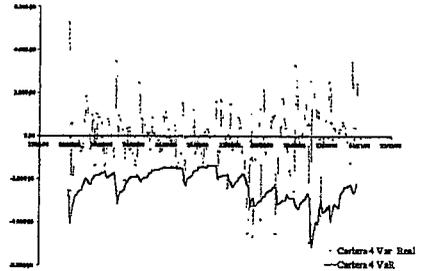


ILUSTRACIÓN 20
VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO
DE LA CARTERA 5 SEGÚN M4

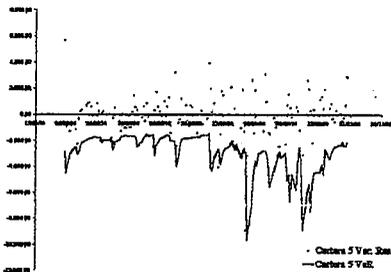


ILUSTRACIÓN 21
VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO
DE LA CARTERA 6 SEGÚN M4

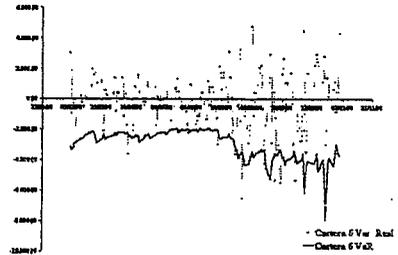


ILUSTRACIÓN 22
VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO
DE LA CARTERA 7 SEGÚN M4

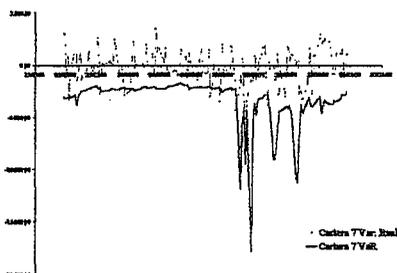


ILUSTRACIÓN 23
VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO
DE LA CARTERA 8 SEGÚN M4

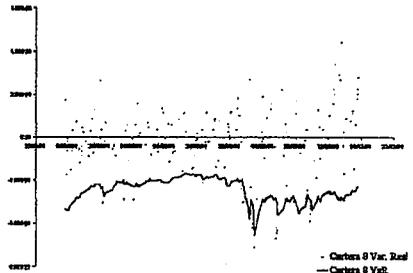
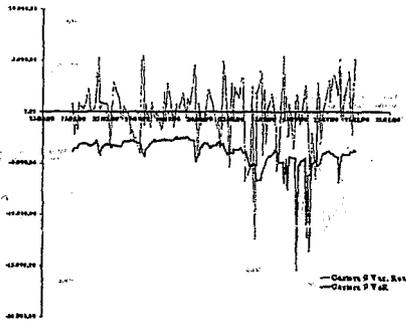


ILUSTRACIÓN 24
VARIACIÓN REAL Y VaR ESTIMADO
DE LA CARTERA 9 SEGÚN M4



7. ANÁLISIS COMPARADO DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

La aplicación de distintas metodologías de Valor en Riesgo conduce a resultados distintos como consecuencia de los diferentes supuestos que se adopten. Estas diferencias, que en algunos casos pueden ser poco significativas, conducen a resultados distintos de estimación del riesgo. Ante esto, las instituciones no sólo deben estimar los riesgos de mercado a que están sujetas sus posiciones en productos financieros, sino también deben valorar la precisión de los modelos de medición de estos riesgos de mercado. Esta tarea de valoración es la misma, tanto si la realiza un supervisor o el departamento de gestión de riesgos de la propia entidad.

Además, los resultados producidos por un sistema que estime los riesgos de mercado están sujetos a posibles errores. Éstos pueden provenir de numerosas fuentes como son una base de datos errónea, modelos incorrectos, mala implementación de decisiones o errores humanos, los cuales son muy comunes. Estas clases de errores hacen necesario el control de las estimaciones que obtenemos del VaR, ya que podrían estar sesgadas y sujetas a un error aleatorio.

El análisis comparado de los distintos modelos para la estimación del VaR de las distintas carteras lo hemos llevado a cabo mediante el cálculo y examen de una serie de indicadores propuestos por Hendricks (1996) (40),

(40) En su trabajo, este autor analizó 12 aproximaciones de valoración del riesgo, que incluían aproximaciones igualmente ponderadas de movimientos promedio, aproximaciones de movimientos exponencialmente ponderadas al promedio y aproximaciones de

tanto de forma individual como de forma conjunta. Una vez que hemos obtenido los VaR para las carteras seleccionadas y para cada día en la muestra se analizan seis criterios de comportamiento que miden la bondad del estimador y que ofrecen una serie de aspectos en cuanto al funcionamiento o capacidad predictiva de cada uno de los modelos analizados. Los seis criterios de comportamiento aplicados y los resultados obtenidos se exponen a continuación.

7.1. ERROR RELATIVO MEDIO (ERM)

El primer indicador de funcionamiento nos ayuda en la comparación del tamaño relativo medio de las distintas estimaciones VaR. Para asegurar que la comparación no está influida por la escala de cada cartera simulada, se ha usado un procedimiento de cuatro pasos para generar unas medidas libres de escala de tamaño relativo para cada cartera.

Primero se calculan los VaR según las distintas metodologías seleccionadas. Segundo, se calcula el promedio de las distintas medidas en cada día para obtener la medida promedio del riesgo para cada día y para cada cartera. Tercero, se calcula la diferencia porcentual entre cada estimación del VaR y el VaR medio cada uno de los días. A esta diferencia porcentual la llama Error Relativo Medio debido a que solamente concierne a las aproximaciones seleccionadas para el análisis. Cuarto, se calcula el error relativo medio de todo el período de verificación obteniendo así el error relativo medio de la cartera. Además se ha aplicado este último paso teniendo en cuenta los subperíodos de volatilidad. Los resultados obtenidos quedan expuestos en las Tablas 7, 13 y 19 del Anexo.

Intuitivamente, este procedimiento termina en una medida de tamaño para cada estimación VaR en relación a la media de todas las estimaciones. El error relativo medio para una cartera es independiente de la escala de cartera simulada.

simulaciones históricas: Los datos consistían en los tipos de cambio diarios (precios de demanda tomados a las cuatro de la tarde de Nueva York por la Reserva Federal) del dólar americano contra las siguientes monedas; libra esterlina, dólar canadiense, florín holandés, franco francés, marco alemán, lira italiana, yen japonés y franco suizo. La muestra histórica cubría 17 años (desde el 1 de enero de 1978 hasta el 18 de enero de 1995, un total de 4.255 días). Hendricks intentaba averiguar la reacción de cada una de las aproximaciones de valor en riesgo, ante variaciones dentro de un rango de la cartera, que contenían las ocho divisas en el período de muestreo.

Los modelos M1, M2 y M4 sobreestiman el riesgo con respecto al promedio diario calculado para la práctica totalidad de las carteras. No ocurre lo mismo para el modelo M3 que infraestima el riesgo con respecto a ese promedio.

En cuanto al comportamiento del error relativo medio de cada modelo con respecto al nivel de riesgo de las distintas carteras no se ha detectado que el error relativo medio sea mayor cuanto mayor sea el riesgo de la cartera, excepto en el caso del modelo M3 en el que, independientemente del subperíodo que estuviésemos considerando, la infravaloración (41) es menor en carteras con mayor riesgo. No obstante, hay que decir que, como era de esperar, se puede afirmar que error relativo medio del segundo subperíodo condiciona de forma determinante el error de todo el período de verificación.

Para todas las carteras el modelo con mayor tamaño relativo en sus estimaciones de pérdidas es el modelo M1 en el subperíodo de baja volatilidad y el M4 en el subperíodo de alta volatilidad.

7.2. ERROR CUADRÁTICO MEDIO (ECM)

Este criterio de funcionamiento examina hasta qué punto las medidas de riesgo tienden a oscilar alrededor del promedio de los VaR estimados según las distintas metodologías, cada día. Este criterio puede ser comparado con el cálculo de la desviación típica: las desviaciones son los porcentajes de desviación de cada medida de riesgo respecto a la media de todas las aproximaciones. La raíz cuadrada del sesgo relativo a la media para cada aproximación VaR es calculada aplicando la raíz cuadrada a la media de los cuadrados de los sesgos relativos a la media. Igualmente se ha calculado este indicador de funcionamiento para cada uno de los dos subperíodos de volatilidad. Los resultados pueden consultarse en las Tablas 8, 14 y 20 del Anexo.

Cuando desagregamos por subperíodos de volatilidad pudimos comprobar (véanse Ilustraciones 25 y 26) que las estimaciones eran más volátiles con respecto al promedio a medida que aumentaba el riesgo de la cartera sólo en los métodos de varianzas-covarianzas, modelos M1 y M2. Sin embargo, no podemos afirmar lo mismo en base al análisis de los métodos de simulación en el que no se observan mayor volatili-

(41). Hablamos de infravaloración, ya que este modelo se caracteriza por realizar estimaciones que suponen una infravaloración de las pérdidas resultantes en la mayoría de las ocasiones.

dad de las estimaciones a medida que aumenta el nivel de riesgo de la cartera.

ILUSTRACIÓN 25
ERROR CUADRÁTICO MEDIO DE LOS DISTINTOS MÉTODOS
EN CADA CARTERA CONSIDERANDO EL SUBPERÍODO 1
DE VERIFICACIÓN

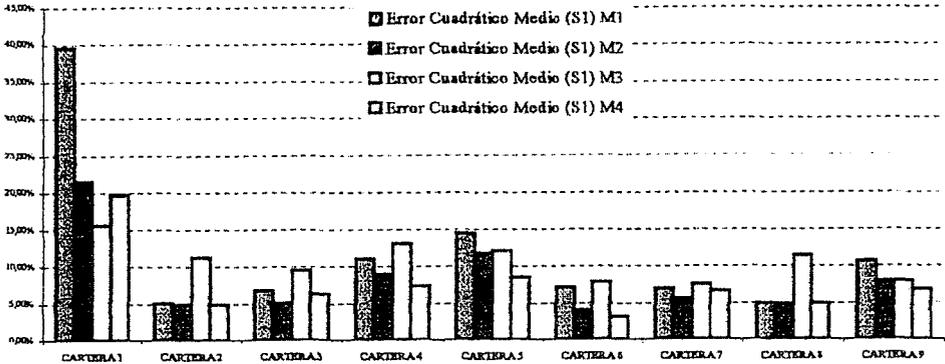
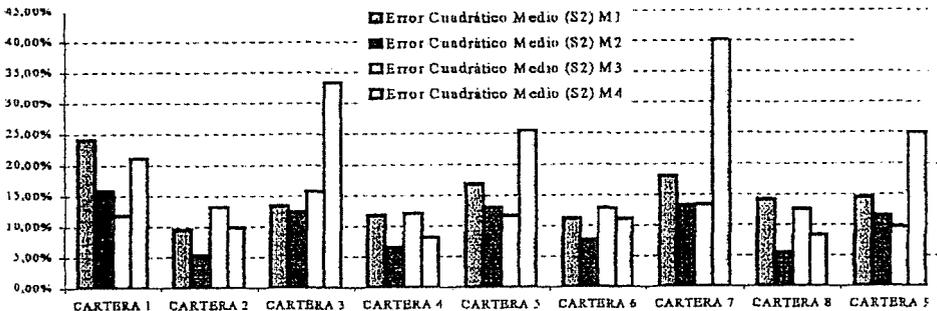


ILUSTRACIÓN 26
ERROR CUADRÁTICO MEDIO DE LOS DISTINTOS MÉTODOS
EN CADA CARTERA CONSIDERANDO EL SUBPERÍODO 2
DE VERIFICACIÓN



Para la práctica totalidad de las carteras el modelo con mayor desfase en sus estimaciones con respecto al promedio ha sido el M4 en el subperíodo de baja volatilidad y el M2 en el subperíodo de alta volatilidad.

7.3. VOLATILIDAD ANUALIZADA (VA)

Este criterio examina las fluctuaciones de las distintas medidas de riesgo para una misma cartera en todo el período de verificación. Para cada cartera y para cada aproximación VaR, se calcula el porcentaje anualizado de volatilidad aplicando en primer lugar la desviación típica de los cambios porcentuales de las medidas de riesgo en todo el período. Segundo, se anualiza el resultado multiplicándolo por la raíz cuadrada de 250 el número de días de negociación en un año. Se ha observado que la volatilidad de las medidas de riesgo aumenta cuando la dependencia de los datos más recientes se incrementa.

Una menor volatilidad será síntoma de una mayor estabilidad en las medidas de los VaR estimados. Ahora bien, una mayor estabilidad (baja volatilidad) en los VaR estimados, puede ser indicativa de una menor capacidad de respuesta a las variaciones bruscas que se producen en los precios. En las Tablas 9, 15 y 21 del Anexo se muestran los resultados obtenidos.

Hemos comprobado que en el subperíodo de mayor volatilidad las medidas de riesgo son más volátiles al aumentar el nivel de riesgo de la cartera, independientemente del método utilizado para calcular las estimaciones. El modelo M4 (Simulación Monte Carlo) es el que exhibe una mayor volatilidad en sus estimaciones.

En el subperíodo de baja volatilidad no se cumple que las estimaciones son más volátiles a medida que aumenta el nivel de riesgo de cartera, no se detecta una relación definida. Además en este subperíodo el modelo que ofrece estimaciones más volátiles es el M2 (varianzas-covarianzas: GARCH).

Por otro lado, en el cálculo de los VaR de las distintas carteras el modelo M3 es el que exhibe una mayor estabilidad independientemente del subperíodo considerado. La volatilidad anualizada mayor de los VaR es la del modelo M2 en el subperíodo de baja volatilidad y la del modelo M4 en el subperíodo de menor volatilidad.

7.4. FRACCIÓN DE RESULTADOS CUBIERTOS

Este criterio se fundamenta en uno de los objetivos prioritarios de las medidas VaR como es la cobertura de las variaciones negativas de valor de la cartera. Hendricks (1996) propone que se calcule la fracción de resultados cubiertos, es decir, el porcentaje de días en los que la pérdida real en el valor de la cartera es menor al VaR estimado. Los resultados obteni-

dos con este indicador proporcionan una medida del grado de cobertura que los recursos propios, calculados de acuerdo con los distintos modelos, otorgan a la entidad (42).

En base a los resultados obtenidos (véanse Tablas 10, 16 y 22 del Anexo), podemos afirmar que en términos generales todos los modelos cubren en menor proporción las pérdidas de las carteras más arriesgadas, independientemente de la volatilidad del subperíodo que analizemos. Además, la cobertura es mayor en el subperíodo de baja volatilidad.

En cuanto a cuál de los modelos ofrece una mayor cobertura independientemente de las características de la cartera, hay que hacer una distinción por subperíodos. El modelo M1 se vislumbra como el más adecuado en períodos de baja volatilidad y el modelo M4 en períodos de alta volatilidad. Por contra, el modelo M3 (de Simulación Histórica) es el que cubre de peor manera las pérdidas de las distintas carteras sea cual sea la volatilidad del subperíodo considerado.

Ningún modelo alcanza el 95% de cobertura en la totalidad de las carteras y en ninguno de los dos subperíodos de análisis.

7.5. MÚLTIPLO MÁXIMO DE LOS VALORES EXTREMOS DE LA MEDIDA DE RIESGO

Este criterio se centra en el tamaño de la máxima pérdida de la cartera. El procedimiento consta de dos pasos. Primero, se calcula los múltiplos de todas las variaciones reales con respecto a los distintos VaR correspondientes y más tarde se selecciona el máximo.

El modelo con mayores múltiplos máximos es el modelo M3 (véanse Tablas 11, 17 y 23 del Anexo), independientemente del subperíodo y del tipo de cartera considerados. Por otro lado, los modelos M2 y M4 son los modelos con menores múltiplos máximos y, por tanto, presentan valores extremos menores.

(42) Véase R. D. Davé y G. Stahl [1999]: «Frecuencia de Color del BIS: El BIS utiliza este instrumento para valorar la fiabilidad de los modelos VaR: Zona Verde: Un modelo de riesgo se expone a estar en esta zona en el día t si hay cuatro o menos eventos de pérdidas más allá de un nivel de confianza del 99% en los últimos 250 días; Zona Amarilla: Un modelo de riesgo se expone a estar en esta zona en el día t si hay entre cinco a ocho eventos de pérdidas más allá de un nivel de confianza del 99% en los últimos 250 días; Zona Roja: Un modelo de riesgo se expone a estar en esta zona en el día t si hay nueve o más eventos de pérdidas más allá de un nivel de confianza del 99% en los últimos 250 días.»

Cuando hacemos una distinción por carteras, no detectamos un comportamiento definido de los múltiples máximos con respecto al tipo de cartera para los distintos modelos.

7.6. CORRELACIÓN ENTRE LA MEDIDA DE RIESGO Y LA VARIACIÓN REAL

Este criterio de funcionamiento muestra cómo las distintas medidas de riesgo se ajustan durante el período de verificación a la variación real en el valor de mercado de la cartera. El indicador se determinará a través del cálculo de la correlación entre las distintas aproximaciones VaR y la variación real en el valor de la cartera.

La correlación presenta dos ventajas. La primera la constituye el hecho de que no está afectada por la escala de las posiciones de la cartera. La segunda, que las correlaciones son relativamente fáciles de interpretar, aunque una medida perfecta del VaR no puede garantizar una correlación perfecta entre la estimación VaR y la variación real.

El análisis de los resultados obtenidos ha sido efectuado teniendo en cuenta que una mayor correlación entre los recursos propios previstos y las pérdidas producidas será indicativa de una mayor eficiencia en la asignación de recursos.

En las Tablas 12, 18 y 24 del Anexo se presentan las correlaciones de las distintas estimaciones VaR con la variación real en el valor de mercado de las nueve carteras (veáanse Ilustraciones 27 y 28). En principio, lo primero que observamos es que ninguno de los modelos destaca como el que guarda mayor correlación con la variación real. Tampoco podemos afirmar que el nivel de riesgo de la cartera influya en una mejor o peor correlación entre lo estimado y lo real. Por consiguiente, el nivel de riesgo de la cartera no influye necesariamente en el nivel de ajuste de las estimaciones realizadas por cada modelo.

Los anteriores indicadores ofrecen una serie de aspectos en cuanto al funcionamiento o capacidad predictiva de cada uno de los modelos considerados. Por otra parte, los resultados obtenidos con el cálculo de los indicadores para cada uno de los modelos contemplados, han sido estudiados de modo conjunto. Para ello se ha recurrido a técnicas de análisis *Cluster Jerárquico* mediante las cuales se ha podido determinar la existencia de diferencias, estadísticamente significativas, entre los resultados proporcionados por los modelos.

ILUSTRACIÓN 27

CORRELACIÓN CON LA VARIACIÓN REAL DEL VALOR DE MERCADO DE LAS DISTINTAS CARTERAS DE LAS ESTIMACIONES VaR DE LOS MODELOS PARA EL SUBPERÍODO 1 DE LA VERIFICACIÓN

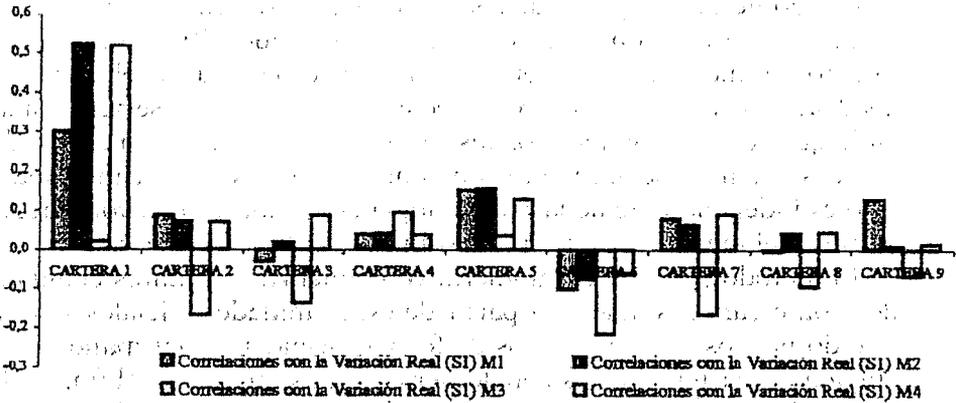
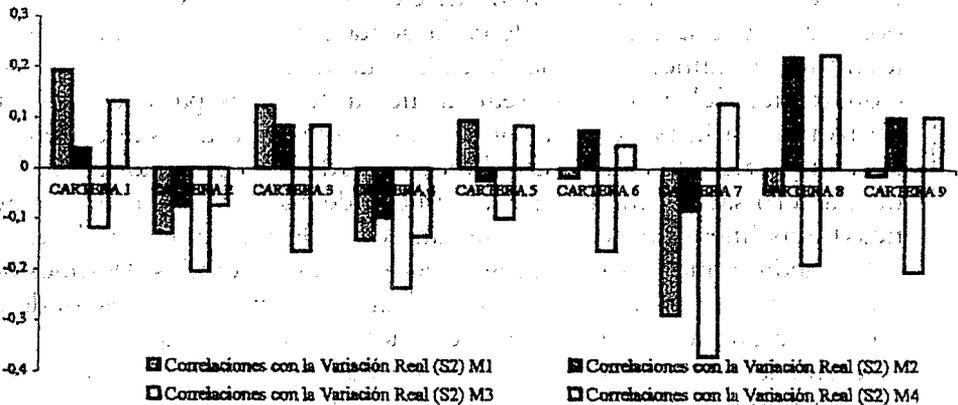


ILUSTRACIÓN 28

CORRELACIÓN CON LA VARIACIÓN REAL DEL VALOR DE MERCADO DE LAS DISTINTAS CARTERAS DE LAS ESTIMACIONES VaR DE LOS MODELOS PARA EL SUBPERÍODO 2 DE LA VERIFICACIÓN



7.7. ANÁLISIS CONJUNTO DE LOS DISTINTOS INDICADORES DE FUNCIONAMIENTO DE LAS DISTINTAS CARTERAS

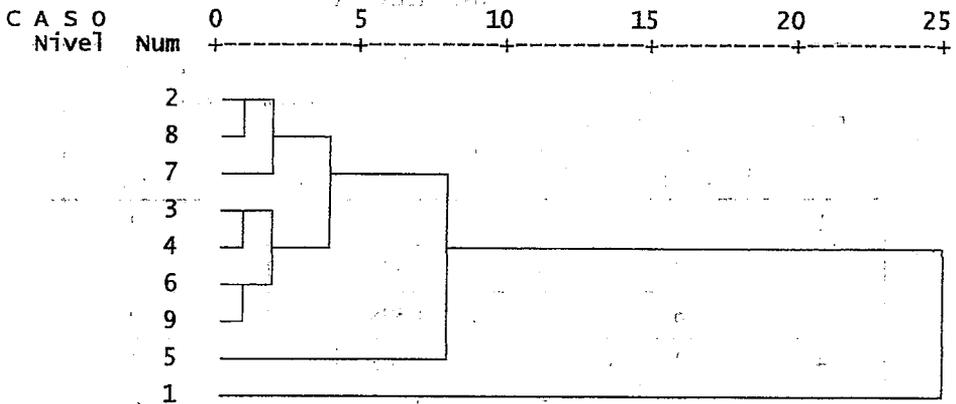
Después del cálculo de los indicadores de funcionamiento de cada modelo en las nueve carteras hemos procedido a la formación jerárquica de conglomerados a partir de las distintas carteras en función de esos indicadores de funcionamiento, con objeto de identificar un comportamiento definido de cada metodología con respecto al nivel de riesgo de las distintas carteras. Nuestro propósito se centra en observar la manera en la que se van formando los distintos conglomerados con objeto de detectar si siempre se agrupan las mismas carteras y del mismo modo y si esto es independiente de la metodología empleada y de la volatilidad reinante en el mercado, es decir, del subperíodo de verificación.

El método jerárquico aglomerativo comienza con tantos conglomerados como carteras, nueve. A partir de estas unidades iniciales se van formando nuevos conglomerados de forma ascendente, agrupando en cada etapa a las carteras de los conglomerados más próximos. Al final del proceso todas las carteras quedan agrupadas en un único conglomerado.

La diferencia fundamental de los diversos métodos jerárquicos aglomerativos reside en la distancia considerada para medir la proximidad entre conglomerados. En el método del promedio entre grupos se define la distancia entre dos conglomerados como el promedio de las distancias entre todos los pares de individuos, en los que cada componente del par pertenece a un conglomerado distinto. Hemos utilizado este método debido a que nos ofrecía la ventaja de poder seguir el proceso de formación de los conglomerados etapa a etapa.

Para ilustrar el proceso de aglomeración hemos utilizado una de las posibles representaciones gráficas, en concreto, los dendogramas, uno por cada método (véase, a modo de ejemplo, la Ilustración 29). Se puede observar que a la izquierda de cada dendograma aparece un listado que identifica el número de caso de cada una de las carteras. La representación gráfica del proceso se realiza mediante líneas paralelas a la barra horizontal en la parte superior, correspondiente a la distancia entre los dos conglomerados que se combinan en cada etapa. A la altura de la distancia cero saldrá una línea a la derecha de cada caso (en total nueve líneas). Las líneas consecutivas se van cerrando mediante una línea vertical a medida que se van combinando los conglomerados. Después de un cierre vertical, cada línea horizontal que pertenezca corresponde a un conglomerado, el formado por todas aquellas carteras que convergen en ella. Hechas estas observaciones, procedamos a interpretar los calendarios de aglomeración junto con los dendogramas.

ILUSTRACIÓN 29
DENDROGRAMA. MODELO M1



Al inicio del proceso se considera que cada cartera es un conglomerado y cada uno de ellos adopta la denominación del número de la cartera correspondiente:

$$C_1 = [\text{Cartera 1}], C_2 = [\text{Cartera 2}], C_3 = [\text{Cartera 3}], \dots, C_9 = [\text{Cartera 9}]$$

En la primera etapa se combinan las dos carteras tales que la distancia euclídea al cuadrado entre ellas es la mínima de entre todas las posibles (43).

En concreto, vamos a tomar como ejemplo el caso del modelo M1 (véase Tabla 10), en el que en la primera etapa se combinan las carteras 2 y 8 ($C_2 = \text{Cartera 2}$, $C_8 = \text{Cartera 8}$) o, lo que es equivalente, los conglomerados C_2 y C_8 . Obsérvese que en el dendrograma (Ilustración 29-VI) las líneas correspondientes a las carteras 2 y 8 son las dos primeras que se cierran en una única línea. En consecuencia, a partir de la altura del cierre, únicamente quedarán ocho líneas, correspondientes a las ocho restantes carteras resultantes después de combinar los conglomerados iniciales (C_2 y C_8) en un único conglomerado, que adopta el nombre del mínimo número de casos al que contenga, en este caso, C_2 .

Es decir, después de la primera etapa la solución obtenida es:

$$C_1 = [\text{Cartera 1}], C_2 = [\text{Cartera 2, Cartera 8}], \dots, C_7 = [\text{Cartera 7}], C_9 = [\text{Cartera 9}]$$

(43) Se han obtenido los historiales de conglomeración de las carteras teniendo en cuenta los indicadores de funcionamiento para cada uno de los métodos y para cada uno de los subperíodos.

TABLA 10
CALENDARIO DE AGLOMERACIÓN DE LAS CARTERAS.
MODELO M1

ETAPA	CONGLOMERADO QUE SE COMBINA		COEFIC.	ETAPA EN LA QUE EL CONGLOMERADO APARECE POR PRIMERA VEZ		PRÓXIMA ETAPA
	Cong. 1	Cong. 2		Cong. 1	Cong. 2	
1	2	8	,805	0	0	5
2	3	4	1,377	0	0	4
3	6	9	1,598	0	0	4
4	3	6	2,502	2	3	6
5	2	7	3,113	1	0	6
6	2	3	5,412	5	4	7
7	2	5	10,690	6	0	8
8	1	2	34,026	0	7	0

La próxima vez que el conglomerado C_2 se combina con algún otro es en la etapa 5. En concreto, en dicha etapa se combina con el conglomerado C_7 . Análogamente a lo que sucede con el conglomerado C_2 , que contiene a las carteras 2 y 8, puede suceder que el conglomerado C_7 , contuviera, además de a la cartera 7, a cualquier otra cartera o carteras. La distancia entre, por ejemplo, los conglomerados C_2 y C_7 , es igual al promedio de las distancias euclídeas al cuadrado entre la cartera 7 y cada uno de las carteras 2 y 8. El conglomerado así obtenido se denomina conglomerado C_2 y la próxima etapa en la que se combina con otro es en la etapa 6.

Como vemos después de los nueve conglomerados iniciales que coinciden en número con el número de carteras, combinando paso a paso el contenido de dos de ellos, hemos llegado a un único conglomerado formado por todas las carteras.

Además de formar los conglomerados partiendo de los indicadores de funcionamiento de cada modelo en las nueve carteras en todo período de verificación, decidimos realizar el mismo procedimiento de conglomeración, pero ahora teniendo en cuenta el subperíodo de volatilidad, para verificar que la volatilidad media reinante en el mercado no influía en los resultados.

A continuación presentamos un cuadro-resumen (Ilustración 30) en el que se exponen los resultados obtenidos en el análisis conjunto. En este cuadro podemos ver con qué tipo de carteras se comporta más eficientemente cada uno de los métodos analizados, teniendo en cuenta la volatilidad del período:

ILUSTRACIÓN 30
METODOLOGÍA VaR A EMPLEAR EN FUNCIÓN DEL RIESGO DE LA CARTERA Y DE LA VOLATILIDAD DEL PERÍODO

	Periodo de Baja Volatilidad	Periodo de Alta Volatilidad
 Varianzas-Covarianzas: RiskMetrics	C. de MENOR RIESGO	C. de MENOR RIESGO
 Varianzas-Covarianzas: Modelos GARCH	INDIFERENTE	C. de RIESGO MEDIO-ALTO
 Simulación Histórica	C. de MAYOR RIESGO	C. de MENOR RIESGO
 Simulación Monte Carlo	C. de MENOR RIESGO	C. de RIESGO MEDIO-ALTO

El modelo M1 de Varianzas-Covarianzas: RiskMetrics se muestra más eficiente con las carteras menos arriesgadas, independientemente de cuál sea la volatilidad del período.

En períodos de baja volatilidad el Modelo 2 de Varianzas-Covarianzas. Modelos GARCH es indiferente al nivel de riesgo de la cartera en cuestión. No se observa un comportamiento definido. Sin embargo, en períodos de alta volatilidad se muestra más eficiente en las carteras con un nivel de riesgo medio-alto.

El Modelo M3 de Simulación Histórica comete menos errores de infraestimación en carteras de alto riesgo en períodos de volatilidad baja generalizada en el mercado; a la inversa de lo que sucede en el período de alta volatilidad.

El Modelo 4 de Simulación Monte Carlo produce mejores estimaciones para las carteras con baja volatilidad en períodos en el que predomi-

na también la baja volatilidad en el mercado. Esta característica cambia en el subperíodo de alta volatilidad, mostrándose más eficiente en carteras de volatilidad media-alta.

8. CONCLUSIÓN

Revisados los resultados parciales obtenidos y tras el análisis conjunto de los indicadores de funcionamiento de los distintos métodos *no podemos rechazar la hipótesis* planteada en términos absolutos:

Hipótesis:

«El nivel de riesgo de la cartera afecta a la eficacia y grado de ajuste de las distintas metodologías VaR utilizadas en la medición del riesgo de mercado.»

Pues, aunque se ha comprobado que el nivel de riesgo de las carteras afecta al grado de eficacia en relación al porcentaje de fallos de infraestimación de pérdidas de los métodos evaluados, no ocurre lo mismo con respecto al grado de ajuste, ya que hemos podido comprobar que el nivel de riesgo de la cartera no influye en un mejor o peor ajuste entre las pérdidas estimadas y las pérdidas reales.

BIBLIOGRAFÍA

- ALEXANDER, C. O., y otros [1999]: *Risk Management and Analysis*, vol. I: *Measuring and Modelling Financial Risk*, John Wiley & Sons, United Kingdom.
- ARAGONÉS, J. R., y BLANCO, C. [2000]: *Valor en riesgo: Aplicación a la gestión empresarial*, Pirámide, Madrid. ISBN: 84-368-1422-3.
- BARREIRA TURNES, M. T.; FERRER LÁPEÑA, R., y GONZÁLEZ BAIXAULI, C. [1998]: «Conexión entre los tipos del mercado monetario español», *Actualidad Financiera*, marzo, pp. 29-42.
- BESSIS, J. [1998]: *Risk Management in Banking*, John Wiley & Sons, United Kingdom. ISBN 0-471-97465-X (HB) 0-471-97466-8 (PB).
- BEST, P. [1998]: *Implementing Value at Risk*, John Wiley & Sons, United Kingdom. ISBN 0-471-97205-3.
- CORREDOR CASADO, P.; RÍO SOLANO, C. DEL, y SANTAMARÍA AQUILUE, R. [1998]: «Modelización de la varianza en los tipos de cambio. Una aproximación a través de procesos de volatilidad condicional», *Actualidad Financiera*, marzo, pp. 45-57.
- DAVÉ, R. D., y STAHL, G. [1999]: *On the Accuracy of VaR Estimates based on the Variance-Covariance Approach*, 44 pp.

- DOWD, K. [1998]: *Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management*, J. Wiley & Sons, United Kingdom. ISBN 0-471-97621-0 (HB) 0-471-97622-9 (PB).
- GAIVORONSKI, A., y PFLUG, G. [1999]: *Finding Optimal Portfolios with Constraints on Value at Risk*, Stockholm Seminar on Risk Management, Stockholm.
- HENDRICKS, D. [1996]: *Evaluation of VaR Models Using Historical Data*, Economic Policy. Federal Reserve Bank of New York, April, vol. 2, n.º 1, pp. 39-70.
- HOPPE, R. [1999]: «It's time we buried Value-at-Risk», *Risk Profesional*, July/August, pp. 14-17.
- HULL, J. C., y WHITE, A. [1998]: «Value at Risk when Daily Changes in Markets Variables are not Normaly Distributed», *The Journal of Derivaties*, vol. 5, n.º 3, Spring, pp. 9-19.
- JORION, P. [1997]: *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Derivatives Risk*, McGraw-Hill, USA. ISBN 0-7863-0848-6.
- MARKOWITZ, H. [1952]: «Portfolio Selection», *Journal of Finance* 7, pp. 7-91.

ANEXO

Las Tablas 1 a 24 se encuentran disponibles en: <http://www.fcee.ulpgc.es/nuevo/REFC-AnexoTablas.pdf>