GEOMETRÍA PARA CONTEMPLAR Y ESCUCHAR

Fernando Espiau (*)

1. PRÓLOGO

Imaginad una nave espacial capaz de transportar instantáneamente una cámara fotográfica a cualquier coordenada del universo, y de enviarnos en unos segundos la imagen allí obtenida. El reto es visitar cualquier punto de cualquier galaxia y tomar fotografías espectaculares.

Ahora bien, ¿adónde ir?. La nave espera que le introduzcamos unas coordenadas, pero a priori no podemos adivinar qué lugar de qué galaxia será bonito para visitar, ni qué momento será el más adecuado para captar esa instantánea.

Quizá en el planeta Starion, que orbita alrededor de la estrella Algeuse en la constelación de Boriel. En el continente denominado Kampur se encuentra Tersis, un lago de metano líquido, que en la breve estación de las semiglaciaciones se hiela bajo el efecto de feroces vientos, y su superficie queda cristalizada formando olas increíbles. En el crepúsculo, y entre nubes de amoníaco, cuando aparece Menes, la luna menguante, y forma cierto ángulo con el sol poniente, sus reflejos en la superficie helada del lago producen un espectáculo inolvidable cuando se mira desde la pequeña isla de Kilken.

Figura 1. Vista del lago Tersis desde la isla de Kilken

A partir de este ejemplo, y a modo de resumen, podemos establecer las variables que definirían una de estas fotografías:

- Coordenadas en el universo del punto adonde enviamos la nave con la cámara.
- Instante del tiempo en el que vamos a tomar la fotografía.
- Orientación de la cámara: en qué dirección del espacio la apuntamos.
- Otros parámetros propios de la cámara: nivel de zoom, distancia de enfoque, apertura, tiempo de exposición, filtros, efectos... etc.

Existe una cantidad inconmensurable de combinaciones de estas variables, pero sólo algunas de ellas producirán fotografías que valgan la pena. El problema radica en encontrarlas. Si no se elige una combinación adecuada, lo más probable es que la imagen obtenida sea completamente decepcionante.

Este símil me venía a la cabeza cuando a principios del presente siglo comencé a experimentar con el software "Fractal Explorer", capaz de generar hermosas imágenes fractales a condición de que se le introduzca una combinación adecuada de variables, a saber: expresión o fórmula fractal, región del plano complejo donde realizar los cálculos, tamaño de la imagen, nivel de zoom, paleta de colores... etc. El problema era que, sin los conocimientos matemáticos adecuados, yo no sabía ir más allá del archiconocido conjunto de Mandelbrot, que es como si con nuestra sofisticada nave-cámara del ejemplo sólo supiéramos sacar fotos desde diferentes ángulos, aproximaciones y encuadres, de las cataratas del Niágara.

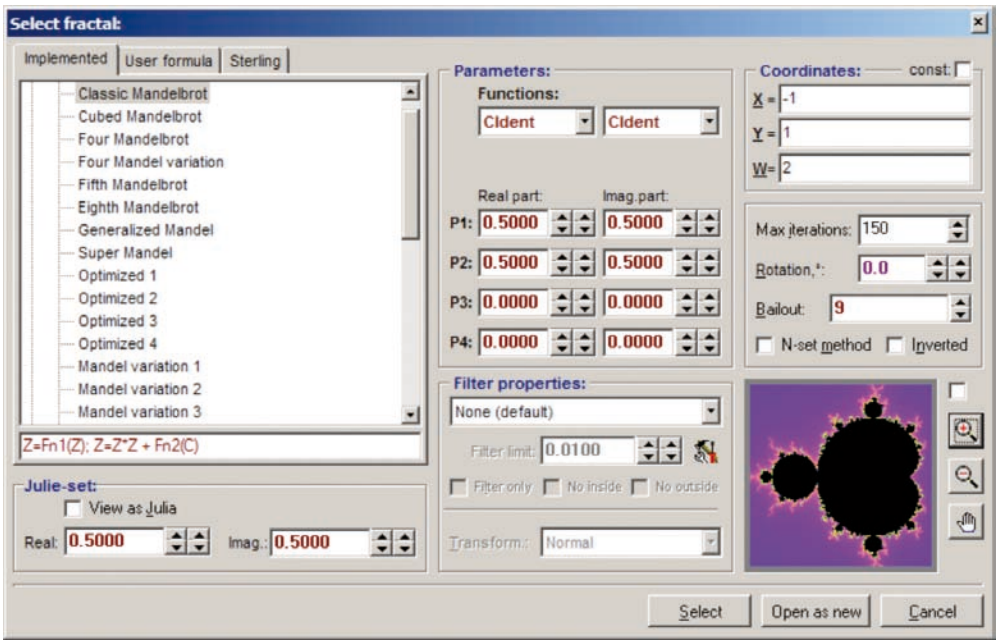

Figura 2. Ventana de fórmulas de Fractal Explorer, donde se selecciona una fórmula fractal y el área del plano complejo a representar; se seleccionan las funciones y se dan valores a los parámetros; se eligen filtros y otras opciones que determinarán la imagen fractal resultante, que aparece previsualizada en la esquina inferior derecha.

Afortunadamente, otros intrépidos exploradores de fractales se habían dedicado a probar, con mayores o menores conocimientos y fortuna, diferentes combinaciones de variables, y habían donado a la humanidad aquellas combinaciones (vamos a llamarlas "recetas") que producían resultados bonitos. Volviendo al ejemplo, es como si ejércitos de navegantes estelares hubieran visitado una buena parte del universo conocido en busca de imágenes espectaculares, y hubieran anotado las variables correspondientes a las mejores de sus fotografías.

Dicho de otro modo: encontré en internet recetas fractales que, introducidas en el programa, producían imágenes interesantes.

A partir de aquí es donde empecé a generar muchas y variadas imágenes fractales, directamente a partir de las recetas descargadas. Llegué a acumular más de setecientas, de otras tantas recetas, y subyugado por su belleza surgió la idea de asociarlas con música.

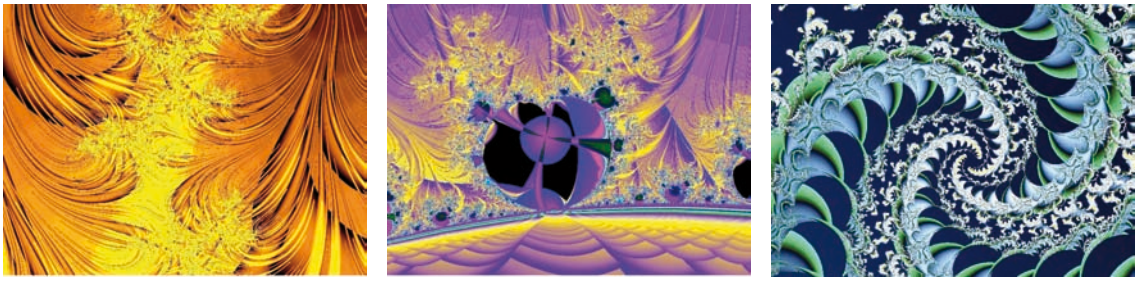

Figura 3. Imágenes fractales obtenidas a partir de recetas descargadas de internet

2. MÚSICA, FRACTALES Y POESÍA

No me extenderé en descripciones sobre las herramientas de edición digital de video que utilicé. Para abreviar diré que empecé por seleccionar hasta dos horas de las músicas que más me gustaban, intentando que fueran poco conocidas. Quise evitar piezas musicales de evidente belleza pero que todo el mundo conoce. Así se uniría la sorpresa de las imágenes fractales con la sorpresa de una música poco conocida.

La intención era comprobar el efecto que producía la asociación de imágenes fractales con músicas muy diferentes. Probé con jazz, música medieval, barroca, impresionista, de clásicos contemporáneos, tango, flamenco, música étnica, música electrónica, new age, música celta, y hasta música religiosa oriental.

Con todos estos tipos de música parecían hacer buen maridaje las imágenes fractales. Descubrí que éstas, asociadas con música, crean una combinación muy sugerente capaz de producir sensaciones y asociaciones diferentes en diferentes personas.

Para editar en formato DVD, las imágenes fueron generadas a la resolución de 720x540 pixels. Los diferentes clips fueron montados como una secuencia de imágenes fractales que se sucedían cada 10 segundos con una transición, a la vez que la música. No seleccioné las imágenes específicamente para cada música, sino que la asignación fue aleatoria.

En uno de los clips se me ocurrió añadir junto con la música un poema de Antonio Gala recitado por él mismo, y el resultado me pareció conmovedor (sin saberlo, este detalle me facilitaría posteriormente la aproximación al mundo de los poetas). A raíz de este clip surgió el título del DVD: *Música, Fractales y Poesía*, que contiene 23 piezas musicales y más de 700 imágenes fractales.

Incluí en el DVD un apartado divulgativo con más de una docena de pantallas. Comenzaba con una introducción muy elemental del concepto de fractal, su historia y propiedades. Continuaba mencionando los trabajos de von Koch, Sierpinsky, Julia y Mandelbrot. Introducía el concepto de dimensión fractal, incluía una aproximación a los fractales en la naturaleza y el arte, y terminaba especulando un poco sobre sus aplicaciones.

Comencé a distribuir copias del DVD entre la familia, los amigos y los compañeros de trabajo. La favorable reacción despertada me animó a seguir investigando en las posibilidades estéticas de los fractales y del programa Fractal Explorer.

3. FRACTALES DINÁMICOS

Un compañero me sugirió dotar de movimiento a los fractales, lo que constituía un nuevo reto. Indagando en las posibilidades del Fractal Explorer, observé que es capaz de generar clips de video con secuencias animadas.

En un principio yo sólo sabía partir de una imagen fractal, a la que previamente había aplicado un zoom de varios órdenes de magnitud (para esto los fractales son ideales), y luego en la animación ir "saliendo" del zoom, con lo que se obtenía una sensación de lo que podríamos llamar "zoom rectilíneo hacia afuera" que podía durar varios segundos e incluso minutos, en función de la programación que se realizara.

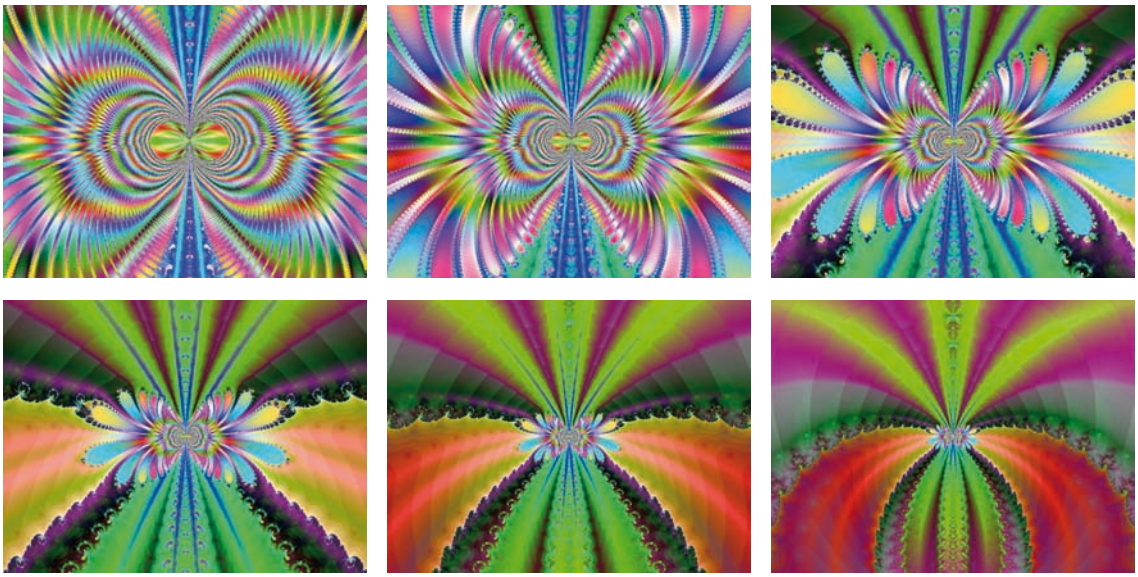

Figura 4. Secuencia de seis imágenes fractales con “zoom rectilíneo hacia afuera”. Entre cada dos imágenes consecutivas hay un factor de 0,5x. Para obtener en la práctica una sensación de movimiento continuado y sin saltos deberían intercalarse centenares de imágenes entre cada dos

El control de la velocidad de variación del zoom fue algo que tuve que aprender por la experiencia: si demasiado lento, el resultado era aburrido, y si demasiado rápido producía mareo.

Posteriormente aprendí a hacer zoom hacia adentro, y también a moverme en paralelo, como sobrevolando la imagen, manteniendo el grado de zoom. Asimismo logré movimientos "en diagonal", combinando un movimiento "paralelo" y otro "perpendicular" a la pantalla. Las animaciones obtenidas como resultado de la combinación de estos efectos sugerían el viaje por el interior de un fractal, con resultados más que satisfactorios.

La mejor forma de imaginar uno de estos viajes fractales es pensando que volamos en una aeronave con la que exploraremos desde las alturas un paisaje infinito capaz de dar un grado virtualmente ilimitado de detalles. Los movimientos descendentes y ascendentes de la aeronave serían respectivamente los "zoom hacia adentro" y "zoom hacia afuera"; los planeos corresponderían a los movimientos "paralelos", y cualquier combinación de los dos daría lugar a un movimiento "diagonal".

Para realizar cada animación, como punto de partida tomaba las recetas fractales antes descritas, investigando para cada una el interés que contenían diferentes áreas del fractal y con diferentes grados de ampliación. Algunas de estas recetas resultaron útiles, y otras no.

A la hora de diseñar una "trayectoria" para "recorrer" un fractal, me di cuenta de que podía jugar un poco con el factor sorpresa. Ante una imagen fractal en la pantalla (ver ejemplo a continuación), el espectador no iba a saber hacia dónde acabaría yendo el viaje: si hacia esos extraños ojos rojos que bizquean en la parte superior izquierda (A), o hacia la espiral azul del centro derecha (B). Llegados a A o a B, éstas no serían más que estaciones de tránsito, pues el viaje continuaría hacia un nuevo destino todavía no intuido.

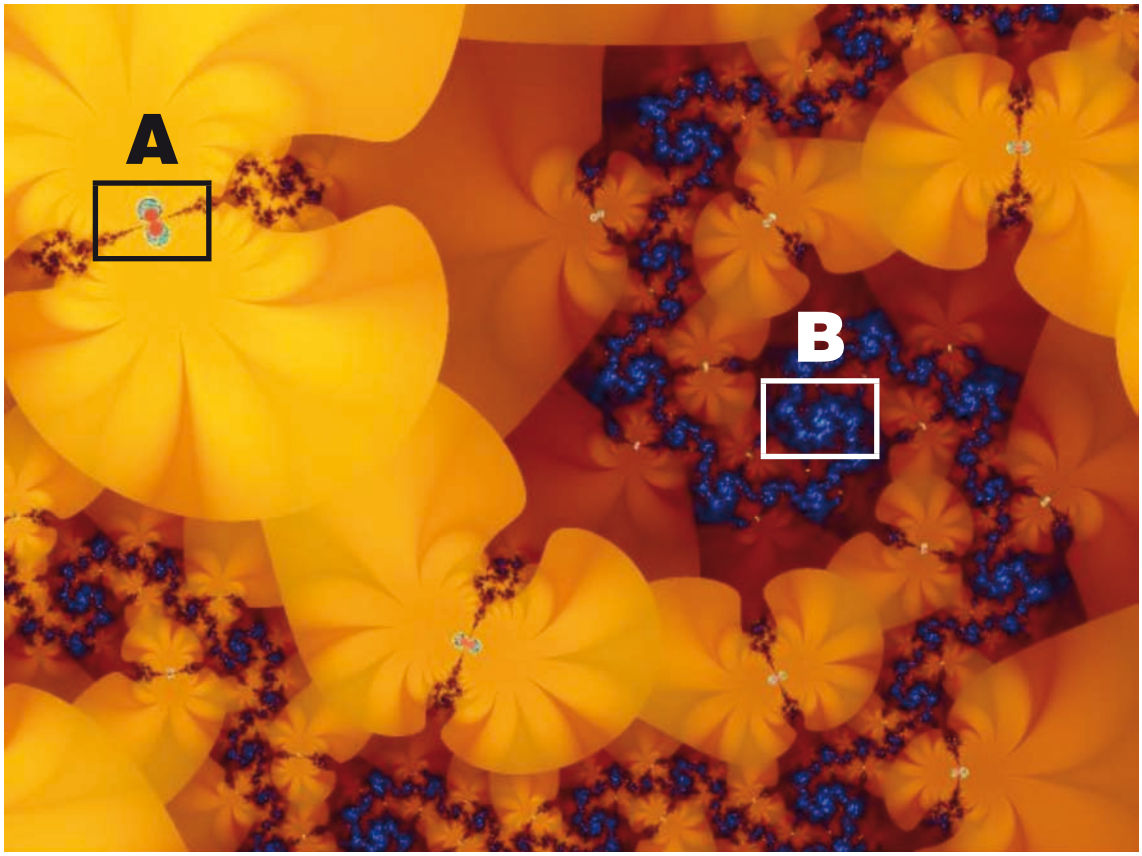

Figura 5. El espectador no sabe si el viaje se dirigirá hacia A o hacia B, ni tiene capacidad de decidir sobre el itinerario

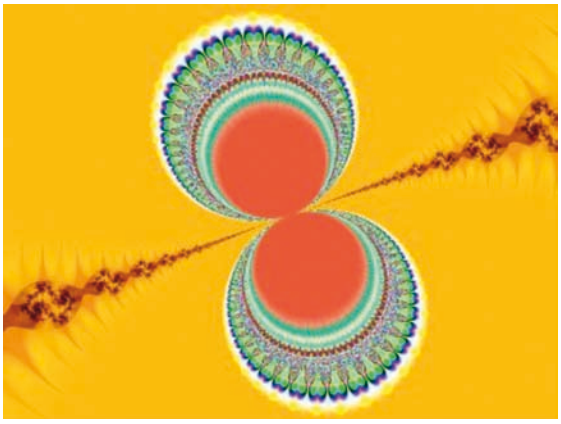

Figura 6. Si se dirige hacia A, el viaje pasará por aquí

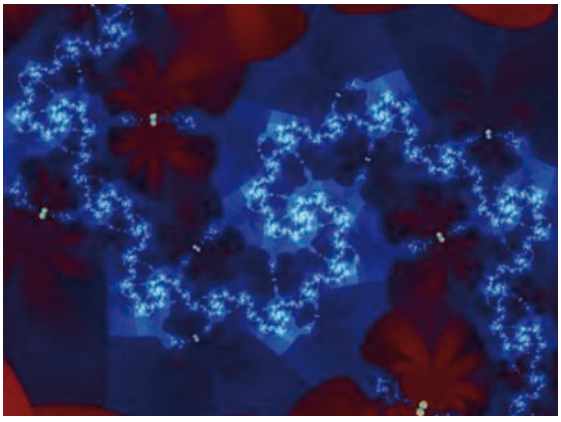

Figura 7. Si se dirige hacia B, el viaje pasará por aquí

Para generar animación, Fractal Explorer necesita calcular 25 imágenes por segundo. El cálculo de una imagen, dependiendo de su complejidad, puede llevar desde unos pocos segundos hasta uno o varios minutos para un tamaño de 720x540 pixels. No hace falta realizar muchas operaciones para constatar que, por ejemplo, una animación de cuatro minutos (240 segundos) necesita 6.000 imágenes fractales, y eso supone un tiempo de procesamiento de hasta 6.000 minutos (cuatro días) o más. Esto representaba del orden de un día de procesamiento por cada minuto de animación, con la potencia de cálculo de los ordenadores de entonces.

Todo ello, suponiendo que el resultado del clip fuera el deseado. Si no, volver a repetir el procesamiento modificando alguna de las variables del mismo. A decir verdad, rara vez hacía la animación de un clip en un solo proceso de cálculo. Lo habitual era descomponer el "viaje" por un fractal en varias etapas que luego unía mediante el editor digital de video.

Para la ambientación musical, el procedimiento fue el inverso al caso anterior: una vez realizada una animación buscaba músicas que me gustaran, que fueran poco conocidas, y que se aproximaran a la duración de la animación. Con estos condicionantes, la búsqueda fue más larga y difícil que en el caso anterior.

Con estas materias primas confeccioné un segundo DVD que inicialmente denominé *Fractales Dinámicos*, por oposición a los del primero, que eran estáticos. Indistintamente también los llamaba *Fractales Animados*.

Este segundo DVD contiene 24 clips de "viajes" por el interior de otros tantos fractales. La temática musical es igual de variada que en el primero y, al igual que en éste, no busqué ninguna asociación entre las imágenes y la música, salvo en lo referente a la duración de la animación hecha a priori, y la duración de la música buscada a posteriori.

Algunos de estos viajes resultan verdaderamente didácticos para entender de una forma visual lo que resulta una constante de los fractales: la autosimilitud. Así, en un determinado viaje fractal, tras haber dejado atrás una forma específica en un nivel de zoom anterior, posteriormente reaparece con su mismo aspecto o ligeramente modificado.

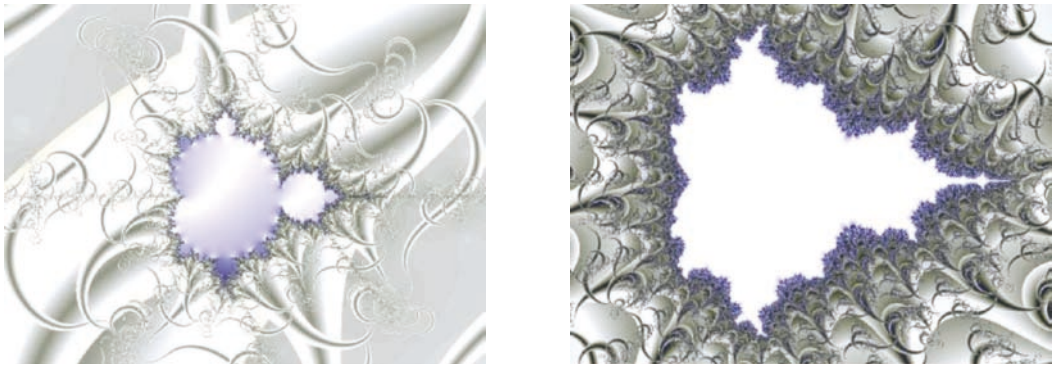

Figura 8. Tras un periplo que nos ha hecho visitar una variante del conocido conjunto de Mandelbrot (imagen izquierda), hemos recorrido otros paisajes y, de una manera quizá inesperada, volvemos a encontrarnos con la citada forma (imagen derecha), en otra variante fácilmente reconocible

Estos viajes fractales, unidos a unas músicas suaves y relajadas, producen una sensación de placidez. Es como viajar en tren por un paisaje hermoso y siempre cambiante, con música de fondo.

Con estas premisas, no resultará extraña la buena acogida que tuvo el DVD entre la gente de mi entorno. Animados por mí, algunos sacaban copias para sus familiares y amigos, y así fue como tuve la enorme satisfacción de recibir numerosas felicitaciones. A decir verdad, la mayor parte de las opiniones fueron favorables, pero también hubo valoraciones del estilo de "muy buena la música".

Mención aparte merece la relación que, gracias a los fractales, establecí con una persona extraordinaria, matemático y poeta (diría "poeta y matemático" si ésta fuera una revista de poesía). Le regalé los dos DVDs, y desde ese momento se convirtió en el primer "fan" de mi producción fractal. Se trata de Emilio Pedro Gómez, quien con su habitual maestría escribió lo siguiente:

"Orden en el desorden de mirar: de la matemática del paraíso al paraíso de las matemáticas.

A pesar de su aparente planicie, los fractales son presuntuosos. Visten lujosos el espacio.

Olas de joya y vulvas exquisitas, espiral de volcanes, agujeros blancos, huellas sagradas, mariposas del infinito, sueños sin sueño, túneles atónitos: afuera-adentro, burbujas, escarabajos, ojos, estelas, lunas de soplo evanescente, playas de seda y piel transfiguradas, laberinto de amebas, alhambras verde-rojas, mimetismo de líneas sin frontera donde nace la nieve, burbujas irisadas de la sublime caracola, raíces de medusa, la rosa de las rosas, arterias de sí mismas, alveolos, pétalos, transparencias, las luminosas sombras del color… Bullir de misteriosa geometría, viaje al interior de un eco, corales de atracción a lo intangible…

Tantas redes sin red, tal cavidad de cavidades, tal mosaico de huecas dimensiones, cremallera de mapas tan insólitos en permanente costa…

Y, al final, el principio de un nuevo linaje".

4. FRACTALES EVOLUTIVOS

No terminaron aquí mis investigaciones con el Fractal Explorer. Dado que se pueden incluir parámetros en una fórmula fractal, es razonable pensar que al variar estos parámetros se producirán cambios en la imagen resultante. Si se hacen variar estos parámetros en el tiempo, el resultado será una "evolución" del fractal en el tiempo, susceptible de ser registrada en forma de película animada.

Partiendo de una imagen fractal cualquiera (una de las setecientas recetas mencionadas anteriormente) comencé a experimentar incrementando o decrementando alguno de sus parámetros. Fractal Explorer produce una representación en miniatura que en tiempo real permite previsualizar el resultado. Observé cómo las variaciones de tal o cual parámetro producían mutaciones inesperadas en la imagen fractal. Animado por estos primeros resultados, me decidí a continuar esta línea de investigación.

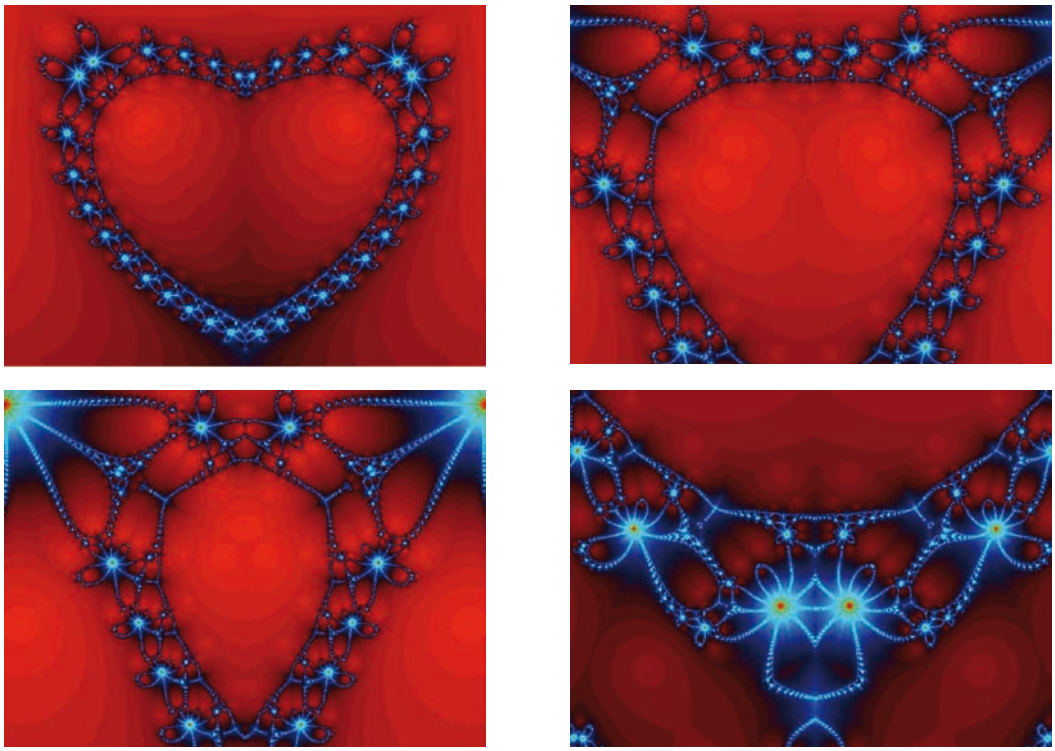

Figura 9. Sucesión de imágenes mostrando la evolución de un fractal al que se le ha hecho variar la parte real de un parámetro en las dos primeras, y la parte imaginaria en la última

Dada la naturaleza de los fractales, los parámetros suelen ser de tipo complejo, con sus partes real e imaginaria. Por otra parte un fractal puede depender de uno o más parámetros, por lo que la cantidad de variables a controlar puede llegar a ser grande.

En el caso más sencillo, de un fractal que solamente dependa de un parámetro complejo, obtendríamos a priori diferentes imágenes fractales para cada pareja de valores real-imaginario que le diéramos al parámetro en cuestión. Si representáramos cada pareja en un plano complejo, una animación de un fractal evolucionando equivaldría a recorrer en el tiempo una trayectoria dentro de ese plano.

En la previsualización del Fractal Explorer sólo se puede variar un valor cada vez. Es como si sólo pudiéramos previsualizar las trayectorias paralelas a los ejes de ordenadas o abscisas. Por ello resulta difícil prever o intuir las imágenes fractales que resultarían variando ambos valores simultáneamente.

Con esta limitación me lancé a estudiar el comportamiento de diferentes recetas fractales ante las variaciones de sus parámetros. Ni todas las recetas tenían parámetros en su definición, ni en todos los que las tenían el resultado de hacerlos variar ofrecía resultados estéticamente aceptables.

Otro problema que me encontré en la práctica fue el hallazgo de lo que podríamos llamar "puntos singulares", es decir, aquellos valores de parámetros en cuyas proximidades las variaciones eran muy grandes. En ocasiones una variación del rango de 10^{-4} o inferior hacía cambiar por completo la imagen fractal. A veces pude solucionar el problema realizando la aproximación a ese valor en tramos sucesivamente más pequeños, o simplemente evitando el punto singular.

A pesar de las limitaciones y los problemas citados, conseguí confeccionar una buena cantidad de animaciones de fractales evolucionando. De entre ellas puse música a más de una veintena, pero no sólo música convencional, sino también música fractal.

5. MÚSICA FRACTAL

En paralelo a la generación de animaciones de fractales evolucionando, embebido como estaba en un "mundo fractal", y siendo la música una de mis pasiones, investigué y descubrí la posibilidad de hacer música fractal, o mejor dicho, música compuesta utilizando técnicas que incorporan algoritmos de tipo fractal.

No pretendo ahora hablar sobre la música estocástica y/o aleatoria, los trabajos de John Cage, Stockhausen, Xenakis o Pierre Boulez. Me limitaré a explicar que descubrí un Freeware llamado FractMus 2000, que es capaz de generar música de forma automatizada en base a unos parámetros que el compositor ha de definir.

El programa traía unas cuantas composiciones a modo de ejemplo. Al reproducirlas comprobé que la mayor parte no eran utilizables para acompañar animaciones fractales, pues resultaban ser poco más que experimentos o jugueteos utilizando las prestaciones del programa. Por contra, había otras que ofrecían buenas posibilidades.

Me decidí a probar mis propias combinaciones de parámetros, y a decir verdad los resultados que obtuve no fueron muy alentadores. Por ello decidí partir de las que más me habían gustado de entre las descargadas, y trabajé sobre ellas hasta obtener resultados de mi agrado.

FractMus 2000 es capaz de generar composiciones en forma de ficheros MIDI con el resultado de cada combinación de parámetros. A partir de estos ficheros, mediante la utilización de un programa secuenciador y de edición musical, arreglé la orquestación, el reparto de instrumentos, la velocidad de ejecución, etc…

Así fue como dí la forma definitiva a unas cuantas composiciones fractales que incorporé a algunas de las animaciones de fractales evolucionando. Respecto de las músicas obtenidas por estos procedimientos, creo que pueden considerarse "técnicamente correctas", pero carentes de lo que podríamos denominar "alma". No obstante, aplicadas como complemento a una animación fractal producen resultados más que aceptables.

El resto de músicas para los fractales en evolución fueron de tipo convencional (no fractal), pero no fue exactamente como en los anteriores DVDs. Si bien una parte de las músicas fueron extraídas de mi discoteca, otras fueron obtenidas a partir de composiciones clásicas, que yo arreglaba e interpretaba mediante procedimientos electrónicos e informáticos (secuenciadores, sintetizadores, etc…). También utilicé músicas compuestas e interpretadas por mí.

Otro hecho a tener en cuenta respecto de la música es que en este tercer trabajo empecé a prestar atención a una mayor compenetración y sincronización entre las imágenes y la música. Al tener un mayor dominio sobre la generación de animaciones y sobre la edición digital de video, me esforcé en analizar la estructura de la música y adecuar la animación de manera que se ajustara un poco a los cambios del discurso musical.

Cuando tenía suficiente material para maquetar un tercer DVD, ocurrió lo que se narra a continuación.

6. *ARS FRACTALIS*

De forma casual entré en contacto con los dueños de una sala de exposiciones que había sido planteada como un espacio vivo, y su planta superior estaba dotada de un equipo audiovisual para realizar proyecciones de artistas de la creación de video. Se me ocurrió que cuando no tuvieran material específico que proyectar, mis DVDs de fractales podrían contribuir a crear un ambiente especial en la sala. Así pues se los ofrecí de forma totalmente desinteresada, pero cuando los vieron me dijeron que los veían muy buenos, y querían venderlos en su sala.

Nunca me había planteado comercializar mi obra, pero me animé con la propuesta. Decidimos hacer una selección de los tres tipos de fractales: estáticos, animados y evolutivos, y presentarlos en un único DVD que se proyectaría en la sala y se pondría a la venta.

El problema que se planteaba para su comercialización era el referente a los derechos de autor de las músicas, por lo cual la a priori difícil tarea de seleccionar los temas fue en la práctica muy sencilla. Sin posibilidad de atender a la calidad de las animaciones o a mis preferencias personales, simplemente seleccioné aquéllas cuyas músicas estuvieran libres de derechos de autor, ya fuera por que éste hubiera fallecido hace más de ochenta años, o porque las hubiera compuesto yo. En este último apartado incluí las músicas fractales.

Con estas premisas, y bajo la denominación genérica de *Ars Fractalis*, completé una selección de 21 piezas que totalizaban más de dos horas de material, más el capítulo divulgativo sobre fractales.

Maqueté todo este material en un DVD cuidando al máximo la calidad y los detalles. Diseñé una carátula y una carpeta sencillas pero elegantes, y me lancé a la producción doméstica. Todo lo hacía en casa: grabar los discos, imprimir la carátula y la carpeta, montarlo todo en la caja….

En los dos meses que duró la exposición se vendieron más de un centenar de copias, lo cual causó extrañeza a los dueños de la sala, que no esperaban unas ventas tan elevadas. Adicionalmente, esta exposición me produjo una cierta publicidad en los medios (dos periódicos, radio y televisión local), y esto sirvió para que otras entidades se mostraran interesadas en el trabajo.

Así, en Junio de 2006 tuvo lugar en el Museo de Historia de Zaragoza la muestra de cine "Inventario", dentro de la cual fui invitado a exponer mis DVDs de fractales. Durante las dos semanas que duró la muestra, en cuatro pantallas de plasma se proyectaron ininterrumpidamente los tres trabajos originales más la compilación *Ars Fractalis*.

Figura 10. El autor, posando junto a una de las pantallas en la muestra "Inventario"

Otras propuestas vinieron de parte del mundo de las matemáticas, con la invitación a presentar mi obra y hablar de fractales en el seno de jornadas de divulgación matemática.

7. Y DESPUÉS, ¿QUÉ…?

En la primavera de 2006 contacté con el profesor Javier Barrallo (cf. *Sigma* nº 26, mayo 2005), quien me puso en contacto con la obra del grupo "Frontier Between Art and Science" al que él pertenece.

He de admitir, como ya le confesé a él, que la contemplación de las imágenes fractales creadas por los miembros de esta asociación me dejó anonadado, pues hube de reconocer que se encontraban muy por delante de mis creaciones.

Conocí la existencia del software Ultra Fractal, usado por Javier y otros miembros de esta asociación, y las técnicas que ya entonces se aplicaban al diseño de maravillosas imágenes fractales: algoritmos de color, texturas, efectos de iluminación, transformaciones… Era otro mundo, nuevo y desconocido para mí.

Tal como yo lo entendí, y con total claridad lo explica Javier Barrallo en el artículo arriba mencionado, la cosa no se quedaba en la obtención de una imagen fractal mediante el hallazgo de una receta de las que comentábamos al principio, sino que los datos fractales "brutos", inicialmente obtenidos por métodos matemáticos, eran sometidos a un complejo procesamiento digital, y era precisamente en los algoritmos utilizados para estos procesamientos en donde radicaba la innovación y la belleza.

Algunos primeros pinitos realizados con el software Ultra Fractal me desengañaron: la obtención de resultados interesantes con este nuevo software me llevaría más tiempo del que yo disponía en aquel momento. Por otra parte, si desde el punto de vista del usuario el diseñar y elaborar una imagen fractal con Ultra Fractal es más complejo y laborioso que con Fractal Explorer (para obtener resultados medianamente espectaculares, se entiende), en términos de tiempo de cálculo la proporción se multiplicaría.

En aquel momento consideré que el tiempo que necesitaría dedicar para realizar animaciones mediante Ultra Fractal no estaba a mi alcance, por lo que sencillamente desistí.

Lo que sí hice fue, a propuesta de Javier, crear y presentar tres imágenes fractales propias, a sabiendas de que no iba a ganar, al concurso que tuvo lugar en Madrid en el verano de 2006 con motivo de la celebración del Congreso Matemático Internacional. Las realicé con Fractal Explorer, tratando de exprimir al máximo sus posibilidades. Lo que más me animó es que Benoît Mandelbrot fue el presidente del tribunal de selección, y tengo la secreta esperanza de que Él llegara a ver mis fractales.

Desde entonces no he dedicado más atención a los fractales que la surgida como consecuencia del trabajo de hace unos años, como hacer esporádicamente una copia de *Ars Fractalis* para quien creo la va a apreciar, o escribir este artículo que amablemente me pidió Santiago Fernández.

8. ¿PARA QUÉ SIRVE TODO ESTO?

En los siguientes párrafos ofrezco mi visión sobre algunas de las posibles aplicaciones de la faceta estética de los fractales, más allá del puro deleite que pueda causar su contemplación.

La mayor parte de las personas que han contemplado y escuchado *Ars Fractalis* han manifestado sentirse relajadas tras la experiencia. Es una apreciación casi unánime que la asociación de determinadas músicas con los fractales produce dicho efecto. El recibir este tipo de comentarios me llevó a pensar que la contemplación y audición de esta obra podría tener efectos relajantes y terapéuticos.

Esta hipótesis se vio confirmada en la práctica por dos casos, iguales en su esencia pero separados en la distancia, que me reportaron una gran satisfacción personal por haber producido un efecto beneficioso. Dos amigos míos tenían, respectivamente, una hermana y una amiga con cáncer de pecho. Ambas mujeres, por la preocupación de su enfermedad, tenían graves problemas de insomnio. En ambos casos, la contemplación de los DVDs de fractales conseguía relajarlas de tal forma que podían luego conciliar el sueño.

Otra aplicación que creo podría tener la contemplación de estas obras es fomentar la creatividad en individuos receptivos. Ya sea durante su visualización o con posterioridad, diferentes grupos de personas han sugerido ideas y conceptos de indudable valor estético. Las asociaciones que en cada persona sugieren los fractales con música pueden predisponer favorablemente la psique para realizar tareas creativas.

No soy experto en psicología infantil, pero creo que merecería la pena que alguien capacitado para ello valorase la utilidad de visualizar fractales con música para contribuir al desarrollo del cerebro del niño. Se me ocurre pensar que podría favorecer la creación de enlaces sinápticos.

9. ENLACES

[1] Página de Fractal Explorer, desde donde puede descargarse el programa junto con tutorials, consejos, y lo que aquí hemos llamado "recetas fractales", que allí se denominan "Projects" o "Spots".
http://www.eclectasy.com/Fractal-Explorer/

[2] Página de FractMus 2000, desde donde puede descargarse el programa
http://www.geocities.com/siliconvalley/haven/4386/

[3] Página de la exposición The Frontier Between Art and Science
http://www.mi.sanu.ac.yu/vismath/exhib/index.html

[4] Artículo "Arte Fractal. Las matemáticas más hermosas", de **Javier Barrallo,** en la revista *Sigma* nº 26, de Mayo de 2005.
http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_26/7_arte_fractal.pdf

En este artículo pueden encontrarse otros enlaces interesantes, como la página de Ultra Fractal

[5] Página del Fractal Art Contest 2006, celebrado en Madrid. Allí pueden encontrarse las tres imágenes fractales que presenté a concurso
http://www.fractalartcontests.com/2006/