ÍNDICE

Estudios de Economía Aplicada
Nº 11, 1999. Págs. 5-21

Volumen de negociación y cambios en los precios: causalidad y distribuciones mixtas[1]

ACOSTA GONZÁLEZ, E.
PÉREZ RODRÍGUEZ, Jorge V.
Departamento de Métodos Cuantitativos
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Esta versión incluye todas las correcciones sugeridas por el evaluador, las cuales nos han parecido oportunas y por las que le quedamos muy agradecidos.

RESUMEN

En este artículo estudiamos la relación entre la varianza condicionada de los cambios en los precios y el volumen de negociación de cinco activos con una alta ponderación en el Indice de la Bolsa de Madrid. El periodo muestral abarca desde Abril de 1991 hasta Diciembre de 1993, con un total de 677 días de negociación. Analizamos el grado de causalidad entre las variables a través del contraste de Granger y, siguiendo algunos estudios como, por ejemplo, Clark (1973), Epps y Epps (1976), y Harris (1987), contrastamos si el volumen de negociación está relacionado positivamente con los cambios en los precios. Este hecho se manifiesta bajo la hipótesis de que existe una relación, también positiva, entre dicho volumen y las transacciones diarias, tal y como sucede en el modelo de Clark, en el que la varianza de los cambios de precios diarios es una variable aleatoria con una media proporcional al número de transacciones en el día.

Palabras Clave: Causalidad, distribución mixta, efectos GARCH.

ABSTRACT

In this paper we study the time variation relationship in conditional variance between daily price changes and trading volume for the five assets with high weight in the index of Madrid Stock Exchange (MSE) for a sample period from April 1991 to December 1993 (677 trading days). We test the causality between these variables from Granger's idea of conditional causality and under the hypothesis of a

1. Este artículo corresponde a una parte de la ponencia presentada en el Congreso de Applied Economic Association, titulado "Financial Forecasting Markets", celebrado en Londres en mayo de 1997.

ÍNDICE

positive association between trading volume and daily transactions we test if the trading volume is related positively with the price change, as several studies have found [i.e., Clark (1973), Epps and Epps (1976) and Harris (1987)]. Particularly, in Clark's model the variance of the daily price change is a random variable with a proportional mean to the number of the daily transactions.

Key words: Causality, mixture distribution, multivariate GARCH effects.

Artículo recibido en junio de 1998. Revisado en noviembre de 1998.

1. Introducción

La hipótesis de camino aleatorio está basada en el Teorema Central del Límite. Si los cambios en los precios de un día, semana, mes, etc. son una suma de variables aleatorias independientes, entonces, los cambios en los precios siguen una distribución normal. Sin embargo, hay suficiente evidencia empírica que demuestra cómo los cambios en los precios no se distribuyen normalmente. Existen dos importantes características empíricas que explican tal incumplimiento. En primer lugar, la varianza no es constante y varía en el tiempo; y en segundo lugar, el apuntamiento o leptocurtosis que muestran las distribuciones empíricas. En este sentido, tales anomalías observables han sido modelizadas de acuerdo a diferentes supuestos de comportamiento de las distribuciones observadas de los precios, que han dado lugar a varios enfoques y modelos. Por un lado, podemos considerar el modelo de varianza infinita de Mandelbrot (1963), quien considera que los cambios en los precios siguen leyes estables de Pareto. Por otro lado, aquellos en que la distribución de los cambios sigue una distribución mixta de distribuciones normales, tal y como propone Clark (1973). Y, finalmente, aquellos modelos de distribución condicional propuestos por Engle (1982) y otros, y que aplicados a este entorno, permiten que la varianza de la distribución de los cambios en los precios esté condicionada por los valores retardados del cuadrado de dichos cambios, y sea, por tanto, variable en el tiempo.

Atendiendo a estas situaciones, Lamoreux y Lastrapes (1990) estudiaron el efecto que los procesos GARCH podrían tener sobre los cambios en los precios. Más concretamente, si la presencia de dichos efectos estaría basada en la hipótesis de que tales cambios diarios fuesen generados por distribuciones mixtas, en las que la tasa de llegada de información diaria es una variable estocástica mixta. Sus resultados indican cómo para una muestra de veinte activos, los efectos GARCH parecen reducir su importancia cuando el volumen se incluye como variable explicativa en la ecuación de la varianza condicional. Recientemente, autores como Sharma et.al. (1996) encuentran resultados similares a los de Lamoreux y Lastrapes utilizando las rentabilidades del NYSE y el volumen, en un periodo de cuatro años, si bien, el efecto GARCH no desaparece completamente cuando el volumen se incluye en la ecuación de la varianza condicionada.

En este artículo pretendemos estudiar algunas cuestiones relacionadas con el hecho de que el volumen de negociación sea una variable mixta, que además, contribuya a la explicación de la volatilidad en algunos de los activos de mayor negociación del mercado bursátil español. Para ello, distinguimos dos aspectos. Por un lado, el análisis de si es factible hablar de que el volumen de negociación causa en el sentido de Granger a la rentabilidad o a su cuadrado. Y, por otro lado, si, efectivamente, el volumen de negociación explica el comportamiento de la varianza condicionada de las rentabilidades de los activos cuando se especifican modelos de heterocedasticidad condicionada. De esta forma, este artículo se organiza de la siguiente manera. La próxima sección describe brevemente las distribuciones mixtas y los efectos GARCH. En la sección 3, desarrollamos un análisis empírico basado en un determinado periodo muestral, donde las subsecciones 3.1 y 3.2 describen los datos, mientras que los resultados aparecen en las subsecciones 3.3 y 3.4. Finalmente, en la sección 4, se resumen las principales características del estudio.

2. Distribuciones mixtas y efectos GARCH

La hipótesis de distribución mixta está basada en la existencia de tres procesos estocásticos, tal que

$$R_t = \sum_{t=1}^{nt} \xi_t$$

donde ξ_t es un proceso gaussiano independiente que mide los cambios en los precios en un intervalo de transacción; n_t es otro proceso estocástico que mide el número de transacciones entre dos puntos del calendario temporal, así que siempre tendrá un valor positivo. Esta variable (variable mixta) es inobservable y empíricamente puede representarse como una función del volumen de negociación. Finalmente, el proceso estocástico R_t es el cambio de precios en el intervalo de tiempo. En este sentido, R_t es un proceso estocástico subordinado al proceso ξ_t, y relacionado directamente con n_t. Concretamente, R_t está subordinado a la distribución normal estándar, y tiene una varianza proporcional al número de transacciones realizadas en el periodo. De esta forma, el proceso no tendrá varianza constante, en el sentido que entre mayor es el volumen de negociación (proxy de la variable mixta), mayor es la variación absoluta de R_t. Si denotamos h'_t como la varianza del proceso R_t, tendremos que

$$h'_t = \sigma^2 V_t$$

donde σ^2 es la varianza del proceso ξ_t y V_t el volumen de negociación en el momento *t*. Suponiendo, un proceso estocástico GARCH(1,1) definido por

$$R_t = z_t \sqrt{h_t}\,; \quad donde \;\; z_t \sim N(0,1) \qquad [1]$$

en la que h_t es la varianza condicional del proceso y que está representada por

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 R_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

entonces, basándonos en la hipótesis de que el modelo de distribuciones mixtas y el modelo que representa a los efectos GARCH captura la misma fuente de volatilidad de la variación del cambio en los precios R_t, tendremos que $h_t = h'_t$, por lo que ambos modelos podrían reescribirse según

$$R_t = \boldsymbol{x}_t \sqrt{V_t} \qquad [2]$$

donde

$$\boldsymbol{x}_t = \boldsymbol{s}\, z_t$$

Así, bajo la hipótesis de que el cambio en los precios sigue un proceso GARCH y que el modelo mixto capta dichos efectos de R_t, entonces el volumen tendrá una estructura autorregresiva, tal y como muestran Lamoureux y Lastrapes (1990).

3. Análisis empírico

A continuación realizaremos un breve análisis aplicado que pretende demostrar dos cuestiones. Por un lado, la causalidad del volumen sobre la rentabilidad y la incidencia de éste sobre la volatilidad de las rentabilidades de los activos.

3.1. *Descripción de los datos*

En este artículo se utilizan datos diarios que corresponden a los precios (p_t), dividendos (d_t) y volumen (V_t) de cinco empresas con un alto volumen de negociación y ponderación en el Indice de la Bolsa de Madrid (IBM). Los activos estudiados son BBV, Iberdrola, Repsol, Telefónica y Exterior. Los precios y volumen abarcan desde Abril de 1991 hasta Diciembre de 1993. Estos datos son obtenidos de la *Sociedad de Difusión de la Bolsa de Madrid*. El tamaño muestral es de 677 observaciones. Realizando algunas transformaciones en los datos, consideramos que los cambios en los precios pueden representarse mediante las rentabilidades diarias de los activos, R_t, los cuales se determinan a partir de los cambios en el logaritmo de los precios incluyendo dividendos, esto es, $R_{it} = \log[(p_{it}+d_{it})/p_{it-1}]$. Estas rentabilidades son continuas para el i-ésimo activo. Se tiene en cuenta el efecto dilución (*split*) sobre los activos. Además, el volumen de negociación (número de activos negociados durante el día) es ajustado como $VA_t = p_t{*}V_t$, trabajando, por tanto, con el volumen de negociación en pesetas para, de esta forma, eliminar el sesgo potencial del efecto dilución sobre el mismo. Las principales características descriptivas de las series de rentabilidad y volumen utilizadas en este estudio son la asimetría de las distribuciones y su elevada curtosis.

En las próximas secciones, distinguiremos entre dos modelos estimados. En el primer caso, que denominaremos «modelo I», representamos las estimaciones de un modelo que incluye el volumen sin ajustar. En el segundo caso, que denominaremos "modelo II", representamos el volumen ajustado.

3.2. *Análisis preliminar de las series temporales*

Algunas de las propiedades de los datos que son series temporales se investigan a través de los contrastes de raíces unitarias. En el cuadro 1 aparecen los resultados de dichos contrastes utilizando tres diferentes: Dickey-Fuller (DF), Dickey-Fuller Aumentado (ADF) [véase Dickey-Fuller (1979)], y el contraste de Phillips and Perron (1988)

Cuadro 1. Constrastes de raíces unitarias de la rentabilidad, volumen sin ajustar y volumen ajustado. Periodo 10/04/91 a 31/12/93.

Activos	DF		ADF		PP	
	no tend.	tend.	no tend.	tend.	no tend.	tend.
			Rentabilidad (R_t)			
BBV	-23.8000	-23.8020	-11.8277	-11.8524	-15.7658	-18.7552
IBE	-22.7972	-22.8627	-10.6714	-10.7731	-22.8325	-22.8547
REP	-14.2766	-24.3131	-11.8135	-11.9892	-24.2252	-24.2766
TEL	-24.2833	-24.3052	-12.9824	-13.0427	-24.3468	-24.4031
EXT	-20.2970	-20.2867	-9.56789	-9.56576	-20.7968	-20.7854
			Volumen sin ajustar (V_t)			
BBV	-13.1033	-16.2900	-6.16660	-9.04868	-14.7750	-16.9240
IBE	-13.3601	-16.5418	-6.58630	-9.16490	-15.7184	-18.0037
REP	-14.0329	-17.0958	-5.91640	-8.03740	-16.7970	-19.1758
TEL	-14.6325	-15.1358	-8.49170	-8.99840 -	-15.6194	-15.8260
EXT	-15.1450	-15.8887	7.49403	-8.09556	-17.1963	-17.6594
			Volumen ajustado (VA_t)			
BBV	-12.3237	-15.2894	-5.67150	-8.14277	-13.7969	-16.3495
IBE	-12.2967	-15.8290	-5.81390	-8.47580	-14.4324	-17.6221
REP	-13.0808	-17.8146	-5.24750	-8.46690	-15.6931	-19.5682
TEL	-13.7226	-15.3244	-7.05780	-8.43280	-15.4121	-16.4501
EXT	-14.0250	-15.1174	-7.02041	-7.88235	-15.9936	-16.8333
95%	-2.86620	-3.41860	-2.86620	-3.41860	-2.86620	-3.41860

(PP) con una corrección no-paramétrica para la autocorrelación. En ambos casos, y refiriéndonos a la consideración de la parte determinista distinguimos entre la inclusión o no de la tendencia lineal determinista. La hipótesis nula consiste en que las series sean integradas de orden d, frente a la alternativa de que sea integrada de orden d-1.

En dicho cuadro, aparecen los valores t-Student incluyendo únicamente una constante o añadiendo una tendencia lineal. El orden apropiado de retardos en el ADF es k=4 [mediante el criterio de información de Akaike (AIC)]. En todos los casos, utilizamos los valores críticos obtenidos por MacKinnon al nivel de significación del 5%. Utilizando estos criterios, concluimos que estos resultados indican claramente que todas las variables bajo consideración no parecen estar integradas de orden uno [I(1)], aceptando que son estacionarias. Este hecho está justificado porque los valores t-Student son inferiores a los valores críticos en todos los casos.

3.3. *Contraste de causalidad de Granger*

Una vez hemos estudiado si las variables poseen raíces unitarias, investigamos las relaciones dinámicas de las dos series temporales: rentabilidad de los activos y volumen de negociación. El contraste de causalidad de Granger examina si los valores pasados de la variable, R_t, ayudan a explicar los valores corrientes de la otra variable, V_t, sobre la explicación que proporciona el cambio en el pasado de V_t. Para determinar si la causalidad se manifiesta en la dirección contraria, el experimento se repite intercambiando R_t y V_t.

Más específicamente, V_t causa a R_t cuando los coeficientes β_i no son nulos en la ecuación

$$R_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{k} \alpha_i R_{t-i} + \sum_{i=1}^{k} \beta_i V_{t-i} + \varepsilon_t \qquad [3]$$

así que, la hipótesis nula es $\beta_i=0$. En el otro sentido, si R_t causa a V_t, entonces

$$V_t = \lambda_0 + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i R_{t-i} + \sum_{i=1}^{k} \theta_i V_{t-i} + e_t \qquad [4]$$

donde la hipótesis nula es $\lambda_i=0$. El estadístico aplicado se distribuye como una $F_{k,T-2k-1}$ igual a:

$$F = \frac{\left(e_r' e_r - e'e\right)/k}{\dfrac{e'e}{T-2k-1}}$$

Cuadro 2. Contraste de la Razón de Verosimilitudes para la selección de modelos

Activos	H_0: VAR(4)	H_0: VAR(3)	H_0: VAR(2)	H_0: VAR(1)	H_0: VAR(4)	H_0: VAR(3)	H_0: VAR(2)	H_0: VAR(1)
	R_t y V_t				R_t^2 **y** V_t			
Modelo I								
BBV	7.2032	9.6134	15.947	12.287	9.2494	6.0330	14.592	20.939
	[0.97]	[0.65]	[0.04]	[0.01]	[0.90]	[0.91]	[0.07]	[0.00]
IBE	3.2461	4.9444	10.949	46.303	2.6884	5.4096	9.8733	87.601
	[0.99]	[0.96]	[0.21]	[0.00]	[0.99]	[0.94]	[0.27]	[0.00]
REP	4.1224	6.1218	46.049	26.815	3.4227	8.5159	42.295	67.861
	[0.99]	[0.91]	[0.00]	[0.00]	[0.99]	[0.74]	[0.00]	[0.00]
TEL	1.7215	2.1914	13.615	12.811	3.9146	1.3286	10.541	8.3312
	[0.99]	[0.99]	[0.09]	[0.02]	[0.99]	[0.99]	[0.23]	[0.08]
EXT	1.8458	5.2337	3.0830	29.305	6.4122	4.4926	1.9277	28.126
	[0.99]	[0.95]	[0.00]	[0.00]	[0.99]	[0.97]	[0.98]	[0.00]
Modelo II								
BBV	7.3275	13.551	16.893	18.810	8.2402	10.005	15.612	24.017
	[0.96]	[0.33]	[0.03]	[0.00]	[0.94]	[0.61]	[0.05]	[0.00]
IBE	4.2042	6.2998	12.341	57.308	3.3543	6.6059	10.226	99.187
	[0.99]	[0.90]	[0.14]	[0.00]	[0.99]	[0.88]	[0.25]	[0.00]
REP	7.0866	12.279	44.402	41.716	6.2394	13.753	37.342	77.517
	[0.97]	[0.42]	[0.00]	[0.00]	[0.98]	[0.32]	[0.00]	[0.00]
TEL	5.0232	8.7243	15.029	22.123	8.6827	8.8770	18.873	19.386
	[0.99]	[0.73]	[0.06]	[0.00]	[0.95]	[0.63]	[0.01]	[0.00]
EXT	1.8074	6.5936	4.3085	32.278	6.7532	5.4439	3.2249	30.792
	[0.99]	[0.88]	[0.82]	[0.00]	[0.99]	[0.94]	[0.92]	[0.00]

Nota: El contrate se distribuye como χ^2. Entre corchetes aparecen los p-valores. La hipótesis nula es el modelo restringido [VAR (k)] y la alternativa es el modelo sin restringir [VAR (k+1)].

siendo, e'e igual a la suma del cuadrado de los errores del modelo sin restringir, $e_r'e_r$ igual a la suma de cuadrado de los errores en el modelo restringido, k es el número de retardos, y T es el tamaño de la muestra. Igualmente, este procedimiento se emplea para estudiar la causalidad entre R_t^2 y V_t. Para abordar este problema, estudiaremos conjuntamente las ecuaciones [3] y [4] a través de un modelo vectorial autorregresivo (VAR(k)). El primer aspecto importante es determinar el orden apropiado del modelo VAR. Una desventaja potencial de esta aproximación es que podría necesitar un gran número de retardos para capturar todas los patrones de correlación entre los datos diarios. Un criterio para seleccionar el orden es el criterio de Razón de Verosimilitudes. Este criterio se aplica secuencialmente entre un modelo VAR(k) contra otro modelo VAR(k+1). El contraste se distribuye según una χ^2 con un número de grados de libertad igual al número de los coeficientes que son restringidos en el modelo VAR con más bajo orden. Los resultados de este contraste se aplican para R_t, V_t y para R_t^2, Vt (véase el cuadro 2). En éste, únicamente aparecen el valor del estadístico (χ^2) y la probabilidad de no rechazar la hipótesis nula (p-valor). Los resultados siempre muestran que el modelo seleccionado es de segundo orden, es decir, VAR (k=2) porque los p-valores son más bajos que el nivel de significación del 5%. Si el orden del VAR es correcto, los residuos del modelo estarán incorrelacionados serialmente.

El cuadro 3 ofrece los resultados del contraste de causalidad de Granger para el periodo completo. El estadístico F indica que para el modelo donde R_t es la variable endógena, podemos concluir que no está causado por V_t en el sentido de Granger, dado que el p-valor obtenido sobre el valor F es mayor que 0.05 (5%) o 0.01 (1%).

De forma similar, la causalidad en la dirección opuesta se rechaza, esto es, la hipótesis nula de que V_t no esté causado por R_t en el sentido de Granger, se rechaza también [p-valores mayores para un nivel de significación del 5%]. Los resultados son similares cuando analizamos R_t^2 y V_t (columnas 2 y 4 del cuadro 3) excepto en el caso de Repsol, donde podremos decir que V_t causa R_t^2. Si estos resultados fuesen favorables a la explicación del volumen sobre la rentabilidad, el conocimiento de la conducta del propio volumen podría mejorar marginalmente las predicciones condicionales de los cambios en los precios. De esta forma, si las rentabilidades son positivas (negativas) podríamos decir si éstas han incrementado (disminuido) el interés de los inversores por el mercado de activos español, provocando, a su vez, un aumento (disminución) del mismo volumen de negociación. En general, podemos afirmar, que la evidencia empírica de este estudio de causalidad sugiere, como algunos otros estudios previos [por ejemplo, Rugalski (1978)], que los cambios en los precios y sus cuadrados son independientes del volumen, tal y como se obtiene a través del criterio de Granger al nivel del 5%. Por tanto, los resultados no establecen que este mercado especulativo esté operando de forma ineficiente, aspecto que requeriría la existencia de correlación entre los cambios corrientes de los precios y los retardos del

Cuadro 3. Contrastes de causalidad de Granger.
Valores F obtenidos del modelo VAR(2) en las ecuaciones [3] y [4]

Activos	*Vt no causa Rt*	*Vt no causa Rt²*	*Rt no causa Vt*	*Rt² no causa Vt*
		Modelo I		
BBV	1.9454	1.1623	0.2350	2.0875
	[0.14]	[0.31]	[0.55]	[0.12]
IBE	4.0696	0.8639	3.4275	1.5889
	[0.02]	[0.42]	[0.03]	[0.21]
REP	0.6888	6.8122	0.2467	1.4851
	[0.51]	[0.00]	[0.78]	[0.22]
TEL	0.7560	0.8921	4.1280	6.7705
	[0.47]	[0.34]	[0.02]	[0.01]
EXT	2.9387	1.6342	1.1252	0.7263
	[0.06]	[0.19]	[0.32]	[0.48]
		Modelo II		
BBV	1.1480	1.4503	0.1289	2.1596
	[0.32]	[0.23]	[0.88]	[0.12]
IBE	3.8674	0.5531	3.9761	1.4241
	[0.02]	[0.57]	[0.02]	[0.24]
REP	0.9465	4.8151	0.4035	2.1534
	[0.39]	[0.00]	[0.67]	[0.11]
TEL	0.8433	0.0007	4.4762	2.3647
	[0.43]	[0.99]	[0.01]	[0.09]
EXT	2.7387	1.7774	1.2943	0.5750
	[0.06]	[0.17]	[0.27]	[0.56]

volumen. En este sentido, no se ha encontrado tal dependencia. De esta forma, incluso si la serie del volumen fuese predicha por su propio pasado, tales predicciones no contendrían información relevante de los valores esperados de los cambios en los precios, por lo que no aparecerían relacionadas.

En resumen, estos resultados nos indican que no existe causalidad en el sentido de Granger ni sobre las rentabilidades ni sobre sus cuadrados.

3.4. *Estimación del modelo con variable mixta*

Hemos visto como los contrastes clásicos de causalidad no parecen detectar la influencia del volumen en un modelo correctamente especificado. Este hecho podría deberse a la influencia de varios aspectos ya enunciados, pero principalmente, el no considerar la relación entre las distribuciones mixtas y los efectos ARCH. En este

ÍNDICE

sentido, nuestro interés se centra en analizar las implicaciones que posee el volumen de negociación en la explicación de la volatilidad de las rentabilidades de los activos. Siguiendo a Clark (1973) o Tauchen y Pitts (1983), autores como Gallant, Hsieh y Tauchen (1991) proveen una interesante justificación de la presencia de heterocedasticidad condicionada y heterogeneidad en la momentos de orden más elevados de los precios de los activos. En una perspectiva similar, Lamoreux y Lastrapes (1991) introducen el volumen en la ecuación de la varianza condicional definida por el modelo GARCH. Para examinar el efecto del volumen sobre las rentabilidades de los activos se especifica y estima el siguiente modelo GARCH. Este modelo podemos representarlo para R_t, por

$$R_t = c_0 + \sum_{i=1}^{k} a_i \, D_{it} + \boldsymbol{e}_t$$

$$\boldsymbol{e}_t \mid I_{t-1} \sim N(0, h_t) \qquad [5]$$

$$h_t = \boldsymbol{a}_0 + \boldsymbol{a}_1 \, \boldsymbol{e}^2_{t-1} + \boldsymbol{b}_1 \, h_{t-1} + \boldsymbol{g}_0 \, V_t$$

siendo, k el número de las variables ficticias, D_{it}, con las cuáles se recogen ciertos hechos específicos del mercado acontecidos durante el periodo muestral. La estimación de los parámetros de este modelo se realiza mediante máxima verosimilitud [utilizamos el algoritmo de Berndt, Hall, Hall and Hausman (1974) (BHHH)], en el que el logaritmo de la función de verosimilitud es,

$$L_t(\theta) = \sum_{t=1}^{T} \frac{l_t(\theta)}{T} = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^{T} \mathrm{Ln}\,(h_t) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{T} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \right)$$

y donde $\theta = [c_0, a_1, \ldots, a_k, \alpha_0, \alpha_1, \beta_1, \gamma_0]'$ es el vector de parámetros a estimar. Esta expresión del logaritmo de verosimilitud se obtiene a partir del supuesto de normalidad condicionada del error[2].

2. Sin embargo, este supuesto sobre ε_t no es realista, porque la curtosis excede a tres. De esta forma, no es sorprendente que en muchos trabajos el modelo ARCH-normal pueda no capturar los excesos de curtosis en los datos, mientras que un modelo ARCH-t-Student obtendría mejor ajuste [véase, por ejemplo, Engle y Bollerslev (1986)]. Otros estadísticos que no se muestran en este trabajo, tales como la asimetría y curtosis de los residuos normalizados, indican la significatividad de este efecto al nivel del 5%. Por tanto, el supuesto de normalidad condicional del error puede que no sea la apropiada. En cualquier caso, este hecho se ha estudiado, es decir, se ha planteado una distribución t-Student para los errores del modelo, sin embargo, y en este caso, los resultados son similares a los obtenidos bajo el supuesto de normalidad condicional.

El cuadro 4 muestra los resultados de los contrastes de mala especificación. El contraste de Jarque y Bera aplicado a los residuos, indica si éstos están distribuidos normalmente bajo la hipótesis nula. El estadístico se distribuye según una χ^2 con dos grados de libertad. El contraste de heterocedasticidad condicionada autorregresiva (ARCH) es un Multiplicador de Lagrange estándar, que nos sirve para detectar la existencia de los efectos ARCH de orden p [concretamente, contrastamos los efectos ARCH(1) y ARCH(12)]. Este se obtiene multiplicando el tamaño muestral T por el coeficiente de determinación (R^2) de la regresión entre el cuadrado de los residuos sobre sus p valores retardados más una constante [véase Engle (1982)]. El contraste LB(p) es el contraste de Ljung-Box que es aplicado a los residuos. Este indicará si éstos son serialmente incorrelacionados bajo la hipótesis nula. El estadístico se distribuye como χ^2 de orden p.

Cuadro 4. Contrastes de mala especificación para los residuos de la ecuación [5]

Activos	*BJ*	*ARCH(1)*	*ARCH(12)*	σ	*S*	*K*	*LB(12)*
BBV	194.59 [0.00]	31.969 [0.00]	77.039 [0.00]	0.016	-0.003	2.63	26.935 [0.01]
IBE	468.73 [0.00]	47.409 [0.00]	117.49 [0.00]	0.013	0.035	4.08	33.711 [0.00]
REP	101.25 [0.00]	38.258 [0.00]	49.214 [0.00]	0.014	0.211	1.84	13.124 [0.36]
TEL	162.11 [0.00]	31.754 [0.00]	34.631 [0.00]	0.015	0.266	2.34	27.425 [0.02]
EXT	325.03 [0.00]	178.64 [0.00]	194.42 [0.00]	0.007	0.188	3.38	285.75 [0.00]

Nota: p-valores entre corchetes. BJ es el contraste de normalidad de Jarque y Bera (hipótesis nula de normalidad), ARCH(1) y ARCH(12) son los valores del Multiplicador de Lagrange obtenidos de los residuos estimados, σ es la desviación estándar, S es el coeficiente de asimetría, K es el coeficiente de curtosis menos tres y LB(12) es el estadístico de Ljung-Box para la correlación serial (doce retardos), que tiene distribución asintótica χ^2 con 12 grados de libertad bajo la hipótesis nula.

Atendiendo a los resultados de dicho cuadro, éstos ilustran la existencia de efectos ARCH, ya que el constraste del Multiplicador de Lagrange es siempre significativo [esto es, ARCH(1) y ARCH(12)]. De otro lado, la normalidad de los residuos estimados se rechaza a través del contrastre de Jarque y Bera, porque existe asimetría y curtosis en la distribución empírica del error. Por otro lado, parece que no existe autocorrelación de los residuos en virtud del resultado del contraste de Ljung-Box, el cual rechaza la existencia de autocorrelación serial al nivel del 1%, excepto en el caso de Iberdrola.

Una vez se han investigado la propiedades estadísticas de los residuos del modelo [5], pasamos a estimar sus efectos. En el cuadro 5 aparecen los resultados obtenidos para el modelo de varianza condicionada heterocedástica GARCH(1,1) sin incluir el volumen de negociación, y utilizando la distribución normal condicionada para el error en la función de verosimilitud[3]. La existencia de efectos GARCH parece demostrarse, ya que los coeficientes a_1 y b_1 son estadísticamente significativos en el modelo estimado.

Cuadro 5. Estimación máximo verosímil del modelo GARCH(1,1) sin incluir el volumen

Activos	*const*	a_0	a_1	a_0	a_1	b_1	*Log L*
Distribución normal condicionada							
BBV		-0.1353	0.0791	5.0e-5	0.2661	0.5504	2508.81
		(-8.56)	(5.00)	(2.74)	(2.65)	(6.42)	
IBE		-0.0094		3.4e-5	0.2575	0.5367	2664.06
		(-7.53)		(2.25)	(2.14)	(3.73)	
REP		-0.0881		0.0002	0.2988		2560.95
		(-6.23)		(2.25)	(1.84)*		
TEL	0.0012	-0.0760		0.0002	0.3766	0.2381	2318.72
	(2.19)	(-5.15)		(3.01)	(3.27)	(1.79)*	
EXT	0.0008	-0.0167		9.4e-6	0.5310	0.3520	3092.11
	(3.06)	(-2.27)		(2.41)	(3.07)	(3.09)	

Nota: Entre paréntesis aparecen los valores t-robustos [procedimiento de Newey y West (1987) procedure]. (*) indica que el parametro es significativo al nivel de significación del 10%. En el caso, de BBV, los parámetro se refieren a variables ficticias para las fechas 19/08/1991 y 20/08/1991. En el caso de Iberdrola, Repsol y Exterior se corresponde con la fecha 19/08/1991, y en Telefónica se refiere a la fecha 21/02/1992. Los valores que no aparecen en la tabla son estadísticamente no significativos en la estimación realizada.

En el cuadro 6 aparecen los resultados de las estimaciones del mismo modelo pero incluyendo las dos especificaciones que hemos adoptado sobre el volumen de negociación: por un lado, el volumen sin ajustar (modelo I) y por otro lado, el volumen ajustado (modelos II), asumiendo normalidad condicional. Podemos observar varias cosas:

---

2. El modelo GARCH parece ajustarse de forma bastante adecuada a la volatilidad de muchas series económicas y financieras. Asímismo, el modelo GARCH(p,q) puede verse como una forma reducida de una estructura más compleja, y que generalmente es desconocida, la cual permite ilustrar el comportamiento dinámico de los momentos de segundo orden de muchas distribuciones empíricas [véase Bollerslev, Chou y Kroner (1992)].

i) Cómo, en ambos modelos, el volumen de negociación es una variable significativa. Comparando dichas especificaciones, podemos decir que en el modelo II, el volumen es una variable que contribuye a la explicación de la volatilidad, si bien su influencia es más baja que en el modelo I. En general, diremos que a partir de la estimación del modelo [5] puede justificarse la significación del efecto volumen en todos los modelos estimados.

ii) Los resultados muestran que α_1 [excepto en el caso de Repsol e Iberdrola] y β_1 son significativos, aunque marcados por una reducción en tamaño y nivel de significación (si los comparamos con los del cuadro 5). La introducción del volumen en los modelos de volatilidad de los cambios en los precios no elimina los efectos GARCH. El hecho de que γ_0 sea estadísticamente significativo y positivo está relacionado con la contribución del volumen en la explicación del efecto GARCH. Los resultados no son exactamente los mismos que los que encuentran Lamoreux y Lastrapes (1991), donde el efecto GARCH disminuye en presencia del volumen. Nuestros resultados se parecen más a los de Sharman, *et al.* (1996).

iii) La suma de $\alpha_1 + \beta_1 = 1$, como medida de la persistencia de un shock a la varianza, no es significativa.

iv) Finalmente, ¿es razonable empíricamente incluir el volumen en la especificación de la varianza condicionada? Para responder brevemente a esta pregunta, sólo debemos averiguar que especificación rival es más adecuada utilizando algún contraste de modelos anidados. En este caso, utilizaremos el contraste de la Razón de Verosimilitudes, donde compararemos si la información contenida en el modelo I y el modelo II es preferible a la que suministra el modelo GARCH(1,1) en el que no se incluye el volumen de negociación. Pues bien, sabiendo que bajo la hipótesis nula, este estadístico se distribuye como una χ^2, los resultados no parecen rechazar la hipótesis alternativa (es decir, el volumen de negociación puede considerarse como variable explicativa de los efectos GARCH), excepto en el caso de Exterior [p-valor $= 0.99 > 5\%$].

A modo de resumen, podemos decir que el efecto volumen explica la volatilidad de las rentabilidades en el periodo considerado, y que efectivamente, puede considerarse una variable mixta.

4. Conclusiones

Este artículo ha re-examinado de una forma muy sencilla, y aplicándolo al caso español en un periodo determinado, los hallazgos de Lamoreux y Lastrapes (1990)

Cuadro 6. Estimación máximum verosímil para el modelo GARCH(1,1) con volumen

Activos	α_0	α_1	β_1	γ_0	LR
			Modelo I		
BBV	3.2e-5	0.2910	0.4740	1.2e-10	18.400
	(1.52)	(2.33)	(4.37)	(1.98)	[0.00]
IBE	1.1e-5	0.2610	0.3330	3.9e-11	51.900
	(0.56)	(1.00)	(1.77)*	(3.04)	[0.00]
REP	9.9e-5			2.5e-10	100.02
	(3.85)			(2.96)	[0.00]
TEL	5.0e-5	0.1770		9.1e-11	98.560
	(1.58)	[2.08]		(3.31)	[0.00]
EXT	7.0e-5	0.5260	0.3460	0.0072	2.6326
	(1.35)	(3.10)	(3.21)	(0.88)	[0.99]
			Modelo II		
BBV	3.6e-5	0.2970	0.4940	2.8e-10	12.400
	(1.86)	(2.47)	(5.08)	(1.79)	[0.00]
IBE	1.4e-5	0.2750	0.3620	4.4e-10	45.220
	(0.76)	(1.13)	(2.12)	(2.98)	[0.00]
REP	0.0002			7.4e-10	94.060
	(4.68)			(3.04)	[0.00]
TEL	5.7e-5	0.1920		7.0e-10	83.180
	(1.81)	(2.19)		(2.99)	[0.00]
EXT	7.0e-5	0.5260	0.3470	1.5e-6	2.3428
	(1.48)	(3.11)	(3.22)	(0.45)	[0.99]

Nota: Valores de la t-Student entre paréntesis y p-valores entre corchetes. LR es el estadísitco de la Razón de Verosimilitudes. El modelo general es el que considera al volumen y el modelo restringido es el que no incorpora el volumen de negociación.

en los que la heterocedasticidad en las rentabilidades de los activos individuales puede explicarse mediante la introducción del volumen como variable mixta. Utilizando las rentabilidades diarias de algunos de los mayores activos negociados en la Bolsa de Madrid durante tres años, los resultados muestran que la introducción del volumen de negociación no parece eliminar los efectos GARCH en la mayoría de los casos. Parece que γ_0 está capturando una diferente fuente de volatilidad que el modelo GARCH(1,1).

ÍNDICE

Bibliografía

BERNDT, E.K., HALL, B.H., HALL, R.E. and HAUSMAN, J.A. (1974). 'Estimation Inference in Nonlinear Structural Models'. *Annals of Economic and Social Measurement,* 4, 653-665.

BLACK, F. (1976). 'STUDIES IN STOCK PRICE VOLATILITY'. *AMERICAN STATISTICAL ASSOCIATION.* PROCEEDINGS of the 1976 Business Meeting of the Business and Economic Statistics Section,177-181.

BOLLERSLEV, T. (1986). 'Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity'. *Journal of Econometrics,* 31, 307-327.

BOLLERSLEV, T. (1987). 'A Conditional Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return'. *Review of Economics and Statistics*, 69, 542-547.

BOLLERSLEV, T, CHOU, R.Y. and KRONER, K.F. (1992). 'ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence'. *Journal of Econometrics,* 52, 5-59.

CLARK, P.K. (1973). 'A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance for Speculative Prices'*. Econometrica*, 41, 135-156.

DICKEY, D.A. and FULLER, WA. (1981). 'Likehood Ratio Statistics for Autorregresive Time Series with a Unit Root'. *Econometrica,* 49, 1057-1072.

ENGLE. R.F. (1982). 'Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of Variance of U.K. Inflation'. *Econometrica*, 50, 987-1007.

ENGLE, R.F. and BOLLERSLEV, T. (1986). 'Modelling the Persistence of Conditional Variances'. Econometric Reviews, 5, 1-50, 81-87.

EPPS, T. W. and EPPS, M. L. (1976). 'The Stochastic Dependence of Security Price Change and Transaction Volumes:Implications for the Mixture-of-Distributions Hypothesis'. *Econometrica,* Vol. 44, pp. 305-322.

GALLANT, A.R., HSIEH, S.A. and TAUCHEN, G. (1991). 'On Fitting a Recalcitrant Series: the pound/dollar Exchange Rate' in Barnett, W.A., Powell, J. and Tauchen, G. (eds), *Nonparametric and Semiparametric Methods in Econometrics and Statistics,* Cambridge University Press, Cambridge.

HARRIS, L. (1987). 'Transaction Data Tests of Mixture of Distributions Hypothesis'. *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* Vol.22, pp. 127-141.

LAMOUREUX, C.G. and LASTRAPES, W.D. (1990). 'Heteroskedasticity in Stock Return Data: Volume versus GARCH Effects'. *Journal of Finance,* 45, 221-229.

MANDELBROT, B. (1963). 'The Variation of Certain Speculatives Prices'. *Journal of Business,* 36, 394-419.

NELSON, D.B. (1990c). 'Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach'. *Econometrica,* 59, 347-370.

ÍNDICE

NEWEY, W.K. and West, K.D. (1987). 'A Simple, Positive, Semi-Definite Heterokedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix'. *Econometrica,* 55, 703-708.

PHILLIPS, P.C.B. and PERRON, P. (1988). 'Testing for Unit Root in Time Series Regressions'. *Biometrica,* 75, 335-346.

ROGALSKI, R.J. (1978). 'The Dependence of Prices and Volume'. *Review of Economics and Statistics,* 60, 268-274.

SHARMA, J.L., MOUGOUE, M. and KAMATH, R. (1996). 'Heteroscedasticity in Stock Market Indicator Return Data: Volume versus GARCH Effects'. *Applied Financial Economics*, 6, 337-342.

TAUCHEN, G. and PITTS, M (1983). 'The Price Variability-Volume Relationship on Speculative Markets'. *Econometrica,* 51, 485-505.