# Problemas y juegos lógicos en la formación inicial de maestros

*María Celia Ríos Villar*
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

RESUMEN

En este trabajo se presentan algunos ejemplos de actividades de tipo lógico que consideramos apropiados para favorecer la adquisición y el desarrollo de capacidades cognitivas. Han sido propuestos a los alumnos de la asignatura optativa «La Resolución de Problemas Matemáticos en la Enseñanza Obligatoria», de la Diplomatura de Maestro, y se comentan las soluciones aportadas por ellos. También se muestran algunos ejemplos de actividades en la misma línea, adaptadas a niños de la etapa de Educación Obligatoria (Primaria y Secundaria).

ABSTRACT

In this paper, some examples of activities of logical type that we consider appropriate to favour the acquisition and the development of cognitive capacities are presented. They have been proposed to the students of the optional subject «Problem Solving in Obligatory Teaching», in the Degree of Teacher Training, and the solutions contributed by them are commented. Some examples of activities in the same line, adapted for children at the stage of Compulsory Education (Primary and Secondary) are also shown.

## Introducción

Con la llegada de la llamada «Matemática Moderna» a las aulas, la Teoría de Conjuntos y la Lógica alcanzaron un auge considerable, sobre todo en los niveles superiores, incluidas las E.U. de Profesorado de E.G.B. El lenguaje conjuntista, las representaciones gráficas, la lógica de enunciados y predicados permitían abordar una serie de situaciones atractivas, no siempre fáciles para los alumnos pero, en todo caso, curiosas.

Con los nuevos planes de estudio desaparecen, como bloques de contenido, la lógica y los conjuntos, pero se sigue recomendando la realización de actividades de tipo lógico para favorecer el desarrollo y la adquisición de capacidades cognitivas.

La relación entre pensamiento lógico y Lógica es aclarada por Sanz (1988) al indicar:

> El pensamiento lógico, como actividad de la inteligencia, no se identifica con la lógica, pero sí que están relacionados, y podemos concebir una primera aproximación a la lógica como la ciencia que expresa en su forma más general, ese modo de pensar humano que llamamos lógico...
>
> Concebimos el pensamiento lógico matemático como el producto típico de la inteligencia humana, siendo su contenido esencial, estrategias para la resolución de problemas.
>
> Desde nuestro punto de vista, no se trata de entender la resolución de problemas como la simple aplicación de una teoría aprendida, a un caso particular, sino de plantear situaciones problemáticas interesantes para la construcción y desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Para el profesor (educador) es de importancia primordial el diseño de situaciones de aprendizaje que motiven e impulsen a expresar el pensamiento.

En el desarrollo de la nueva asignatura «La Resolución de Problemas en la Enseñanza Obligatoria» hemos dedicado algunas sesiones al estudio de situaciones problemáticas que conllevan el manejo de conceptos de lógica, constatando que los alumnos se han sentido muy motivados e interesados por este tipo de situaciones.

A continuación presentamos algunos ejemplos de tales situaciones correspondientes a problemas cuya resolución requiere el uso de razonamiento lógico. Unos los hemos agrupado bajo el título de «Situaciones para pensar», mientras que los otros los hemos llamado «Juegos de estrategia».

## Situaciones para pensar

Con ellas se pretende que los alumnos reflexionen inicialmente sobre la situación planteada, analicen la información, reconozcan las premisas de las que han de partir y sean capaces de ordenar y expresar sus pensamientos para llegar a una respuesta correcta.

### 1. *Triquis y traques*

Los triquis y los traques son dos curiosas tribus que tienen esta notable particularidad: los hombres triquis mienten siempre, mientras que los hombres traques no mienten jamás. Un explorador, que se deslizaba por el río a bordo de una barca conducida por un indígena, vio en la otra orilla a otro indígena que, por su apariencia física, se adivinaba de tribu contraria a la de su barquero:

—¿De qué tribu eres tú? —interrogó el explorador al hombre de la orilla. La respuesta se hizo confusa, por la distancia, y el explorador preguntó a su barquero:

—¿Qué es lo que me ha respondido?

—Dice que es un traque —contestó el barquero.

Se trata ahora de saber a qué tribu pertenecía cada uno de los dos indígenas.

Frecuentemente la situación planteada les resulta graciosa y se interesan por resolverla, pero suelen tomar la respuesta del barquero como punto de partida para sus razonamientos y dicen:

—El barquero es triqui y mintió.

—¿Por qué? —les pregunto.

—Porque la respuesta no se oía —dicen—, y entonces mintió, y el otro es traque.

Les propongo entonces modificar la situación diciendo:

—Supongamos que la respuesta del barquero hubiese sido «Dice que es un triqui». ¿Cambiaría entonces la solución?

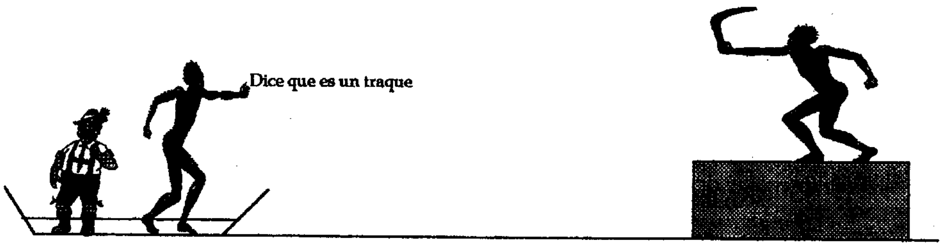
Tras un tiempo de discusión y reflexión encuentran una forma sencilla de llegar a la solución correcta, empezando su razonamiento en la respuesta que dará siempre el indígena de la orilla:

—El de la orilla siempre dirá: «Soy traque», porque si lo es, dice la verdad y si fuese triqui, diría lo contrario.

Si el barquero responde: «Dice que es un traque», está reproduciendo la respuesta del indígena de la orilla, por tanto el barquero es el traque y el de la orilla, es el triqui.

Si el barquero hubiese respondido: «Dice que es un triqui», sería el barquero el mentiroso por cambiar la respuesta del otro y entonces el barquero sería triqui y el de la orilla sería traque.

Un grupo de trabajo, quiso representar la situación mediante un dibujo y también lo incluimos aquí.




Esta forma de resolverlo, les resulta entonces muy sencilla y clara y no tienen ninguna dificultad para resolver y expresar ordenadamente su razonamiento en la siguiente situación que es una variante de la anterior.

## 2. *Ingenieros y peritos*

Un organizador está estudiando una empresa, de la que tiene como referencia que todos sus ingenieros son unos inveterados mentirosos, mientras que los peritos dicen siempre la verdad. Reunido con tres técnicos, A, B y C, en el taller, inquiere del primero cual es su categoría dentro de la empresa, pero el ruido de la maquinaria ahoga la respuesta. Pregunta entonces a B:

–¿Qué ha dicho? –y éste le contesta:

–Que es ingeniero.

–Mientes –interviene C–. Es perito, como yo.

¿Qué son A, B y C?

Un poco más complicado les parece el problema siguiente:

## 3. *La elección del rey*

Un rey anciano que no tenía descendencia directa decidió elegir su sucesor entre las personas más inteligentes de su reino. Después de un estudio cuidadoso se redujo el número de los posibles candidatos a tres. Para poder llegar a la decisión definitiva, el rey los reunió en la sala de su palacio y les mostró tres sombreros blancos y dos negros. «Voy a poner en la cabeza de cada uno de vosotros, un sombrero de estos, al azar. Ninguno podrá ver el color de su sombrero pero sabrá el de los que llevan los otros. El que acierte el color del sombrero que lleva será mi sucesor, pero si alguno da una respuesta equivocada, morirá». El rey colocó a los tres candidatos un sombrero blanco, sin sortearlos como había dicho, y ocultó los negros. Después les preguntó por turno, el color de su sombrero. Los dos primeros interrogados dijeron que no lo sabían, mientras que el tercero respondió acertadamente. ¿Fue justo el método empleado por el rey?

Aunque demuestran mucho interés en encontrar la solución, discuten entre ellos, algunos insisten que todos tenían las mismas posibilidades porque cada uno veía a los otros dos, pero... hay algo que se resiste. Después de un tiempo razonable de discusión entre los grupos de trabajo, surge una propuesta de solución.

Para responder a la pregunta que se hace, necesitamos descubrir el procedimiento utilizado por C para tener la certeza de que su sombrero era blanco y también valorar las posibilidades de A y B que no supieron decir cual era el color de su sombrero.

Probablemente, éstos serían los pensamientos de cada uno de ellos:

*Candidato A:*

- «Los dos sombreros que veo en las cabezas de B y C, son blancos; el mío, podrá ser blanco o negro. No puedo arriesgarme a dar una respuesta equivocada».

Ante la respuesta de A («No lo sé»), el segundo candidato pensaría:

*Candidato B:*

- «A no sabe responder. Está claro que A no vio dos sombreros negros sobre nuestras cabezas, porque en ese caso, sabría que el suyo es blanco. Puede haber visto dos sombreros blancos o uno blanco y otro negro. En todo caso, yo veo dos blancos sobre A y C. El mío puede ser el otro blanco o uno negro. No puedo saberlo con seguridad».

B también responde «No lo sé».

Llega entonces el turno a C, que razonaría de esta forma:

- «Está claro que A no vio dos sombreros blancos sobre nuestras dos cabezas, pero esto también lo habrá pensado B. Si el mío hubiese sido negro, B podría tener la seguridad de que el suyo era blanco; sin embargo, no ha sido así. Si mi sombrero no es negro, entonces es blanco». Con este razonamiento, C no tiene duda en contestar: «Mi sombrero es blanco».

Consecuentemente, el sistema empleado por el rey no fue justo puesto que los dos primeros no podían tener la seguridad de acertar en su respuesta mientras que la respuesta del tercero se basaba en las de los dos anteriores.

## 4. *La decisión fatal*

A un prisionero de un país imaginario se le da a elegir entre dos habitaciones en las que hay un tigre o la libertad.

Cada puerta tiene un letrero:

Puerta 1: O hay un tigre en esta habitación, o la libertad está en la otra.

Puerta 2: La libertad está en la otra habitación.

Los letreros son a la vez o verdaderos o falsos, pero no uno verdadero y el otro falso. ¿Qué puerta elegirías si tú fueses el prisionero?

Inicialmente no les resulta fácil de comprender el enunciado pues el juntor «O» lo interpretan en forma excluyente. Una vez acordado que la expresión «A o B» es verdadera simplemente conque lo sea al menos una de las dos proposiciones simples (A o B), y sin embargo es falsa si, y solamente si, son falsas las dos (A y B), entonces resuelven la situación analizando las dos posibilidades:

*a*) Que los dos letreros sean falsos a la vez, con lo cual se llega a una situación contradictoria. Se deshecha esta posibilidad.

*b*) Que los dos letreros sean verdaderos a la vez, con lo cual se llega a que no hay un tigre en ninguna de las dos puertas y por tanto la libertad está en las dos.

## 5. *Los maridos celosos*

Tres matrimonios se encuentran en un hotel completamente rodeados de agua a causa de una inundación, y disponen de una barca para escapar, en la que sólo caben tres personas.

Los maridos son tan celosos que no están dispuestos a permitir que sus esposas se encuentren en la barca, o en cualquiera de las dos orillas, con otro hombre u hombres, si no están ellos presentes.

Trata de descubrir la manera en que pueden escapar las tres parejas cumpliendo la condición anterior, y además la de que la barca haga el mínimo número posible de viajes. ¡No se permite salir nadando ni en helicóptero!

Una vez resuelto este caso inténtalo de nuevo, pero esta vez en el caso de cinco matrimonios.

Este problema resulta también muy motivador y suscita la participación de los alumnos

A continuación vemos la misma situación, más simplificada y propuesta para niños de seis a diez años:

### 6. *Cruzar el río*

Había una vez una madre, un padre y dos hijos que querían cruzar un río y no había ningún puente. ¿Cómo podrían cruzar?

Entonces vieron a un hombre con una barca de remos.

–¿Podría pasarnos en su barca? –le preguntó Mamá

–Sí, claro –contestó el barquero–, pero es una barca muy pequeña. Sólo cabe en ella una persona mayor o dos niños.

–¿Podrán manejar los niños los remos? –volvió a preguntar Mamá.

–¡Oh, sí! –dijo el barquero–, y también pueden dejar la barca en la otra orilla, si quieren.

¿Puedes enseñarnos cómo se las arreglarán la madre, el padre y los dos hijos para cruzar el río en esa barca tan pequeña?

No olvides que en la barca sólo puede ir un adulto cada vez, o dos niños. Enséñales a tus amigos cómo hacerlo (puedes usar muñecos o hacer un dibujo).

## Juegos de estrategia

Hemos trabajado en clase este tipo de juegos mediante algunos ejemplos en los que además de buscar una estrategia ganadora, se ve la utilidad de una de las estrategias utilizadas para resolver problemas: empezar por el final y trabajar marcha atrás.

Algunos de los ejercicios utilizados son los siguientes:

## 7. *Sumar cien*

Dos jugadores eligen por turnos un número entre 1 y 10, y lo van sumando a los números elegidos anteriormente. El primer jugador que consiga sumar exactamente 100 es el ganador.

Éste puede ser un ejemplo de partida, en la que gana el jugador A:

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Jugador A | 3 | | 10 | | 7 | | 10 | | 8 | | 9 | | 6 |
| Jugador B | | 8 | | 9 | | 6 | | 9 | | 10 | | 5 | |
| Suma | 3 | 11 | 21 | 30 | 37 | 43 | 53 | 62 | 70 | 80 | 89 | 94 | 100 |

¿Qué estrategia ganadora utilizará el primer jugador?

Después de un tiempo razonable discutiendo por grupos el juego, haciendo ensayos de partidas entre los miembros de cada grupo de trabajo, prácticamente todos los grupos descubrieron que el primer jugador gana la partida situándose en 89 en su penúltima jugada, sin embargo no parecen sentir la necesidad de saber cómo ha de llegar a esa suma, es decir, cuáles han de ser los subtotales anteriores que ha de ir alcanzando el primer jugador para tener la seguridad de ganar, sea cual sea el número que sume el segundo jugador en cada jugada.

Uno de los grupos identificó también el problema como un caso de los que se pueden resolver con la estrategia de empezar por el final e ir marcha atrás, sin embargo no llegó a poder diseñar la estrategia ganadora.

Mayor dificultad parecen encontrar en el problema similar al anterior, pero diciendo que «pierde el primero que llegue a sumar 100». En este caso se plantea el encontrar una estrategia ganadora para el segundo jugador.

## 8. *Jugando con fichas*

De un montón de 12 fichas, dos jugadores alternativamente, toman 1, 2 ó 3 fichas cada vez hasta que se acaben las fichas del montón. El jugador que retira la última ficha, pierde.

¿Qué estrategia ganadora utilizará el primer jugador?

Otro problema, propuesto también en forma de juego, es el siguiente:

## 9. *Dividiendo montones*

Dos personas comienzan a jugar con un montón de nueve cerillas (o monedas). La primera en jugar divide al montón en dos, que deben ser desiguales. A partir de ahí, cada una divide alternativamente uno de los montones que van apareciendo, en dos partes desiguales. Ganará la última persona que sea capaz de hacer el movimiento reglamentario. ¿Puedes encontrar alguna estrategia que garantice ganar siempre? ¿Dependerá de que juegues en primer lugar o en segundo?

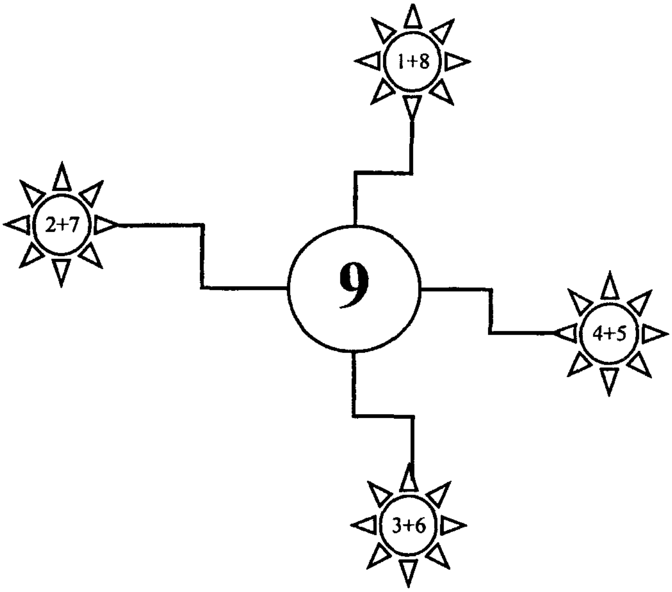
Este problema lo propusimos en clase de la asignatura optativa «La Resolución de Problemas en la Enseñanza Obligatoria» como un ejemplo de juego para buscar la estrategia ganadora. Lo trabajaron por mesas, y vamos a comentar la resolución que aportó la mesa 4.

Empezaron jugando dos a dos para tratar de entender el juego puesto que inicialmente no tenían demasiado claro cómo tenían que jugar.

Una vez comprenden perfectamente las reglas del juego, hacen varias partidas y comprueban que hay muchas posibilidades y les resulta muy difícil esquematizar.

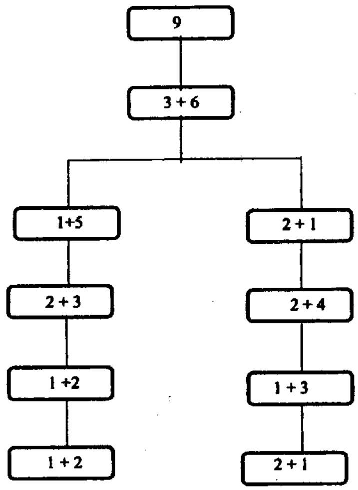
Les propongo que empiecen jugando con menos fichas, primero con 09tres, después con cinco, después con siete,...

Finalmente deciden hacer un mural donde representarán todas las posibles jugadas partiendo del montón de nueve fichas y así lo hacen (en principio se les escapa alguna posibilidad) pero, finalmente, parece que acaban cubriendo todas las posibilidades y analizando cada una de las formas de jugar y descubren que hay más de una estrategia ganadora para el jugador que empieza la partida.

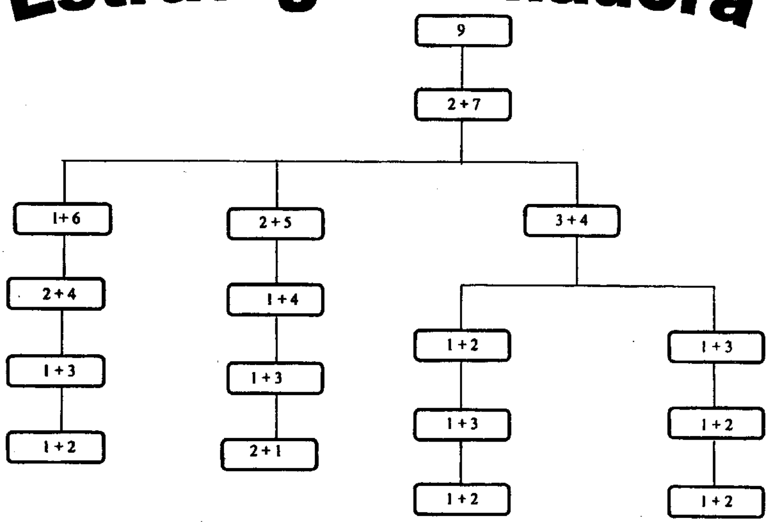


Tras un nuevo análisis de todos los casos, recogen las posibles estrategias ganadoras en los esquemas siguientes:

## Estrategia Ganadora




## Estrategia Ganadora



## Bibliografía

ANTÓN, J. L. et al. (1994): *Taller de Matemáticas.* Madrid: Narcea-MEC.

BOLT, B. (1989): *Aún más actividades matemáticas.* Barcelona: Labor.

ETAYO, J. J. (1969): *Conceptos y métodos de la Matemática Moderna.* Barcelona: Vicens Vives.

FISHER, R.; VINCE, A. (1990): *Investigando las Matemáticas.* Madrid: Akal.

GUZMÁN, M. DE (1991): *Para pensar mejor.* Barcelona: Labor.

SANZ, I. (1988): *Por los caminos de la Lógica.* Madrid: Síntesis.