

# La epistemología del profesorado en la implementación de un currículo de Geometría desde la perspectiva de los Van Hiele

*M.<sup>a</sup> Candelaria Afonso Martín*

*Matías Camacho Machín*

*Martín M. Socas Robayna*

Universidad de La Laguna

## RESUMEN

Partiendo de que una propuesta curricular en términos de Van Hiele requiere un profesorado con determinadas aptitudes y actitudes (perfil del profesor) que pueden implicar cambios significativos en su epistemología, presentamos aquí un estudio empírico y descriptivo sobre once profesores en activo impartiendo docencia en los últimos niveles de Educación Primaria, con el propósito de analizar la adecuación de los perfiles de los profesores y el perfil del profesor que consideramos preparado para desarrollar con éxito una propuesta curricular de Geometría en términos de Van Hiele.

Los resultados obtenidos nos permiten concluir que para afrontar con ciertas garantías de éxito estas innovaciones curriculares es necesario implementar con anterioridad programas globales de actuación orientados desde la práctica (inmersión)

## ABSTRACT

Considering that according to Van Hiele a curricular proposal requires teachers with special attitudes (profiles of the teacher), which involve significant changes in their epistemology, we present here an empirical and descriptive study on eleven teachers in service who have been teaching in the last courses of Primary Studies in order to analyze the adaptation of the profiles of teachers and the teacher considered suitable to develop successfully a curricular proposal of Geometry following Van Hiele.

With the results achieved we can conclude that in order to tackle these curricular innovations with success, global programmes of performance guided by practice (immersion) must previously be introduced.

## Antecedentes

El papel jugado por la Geometría en el currículo escolar de la enseñanza obligatoria es un aspecto muy discutido en estas últimas décadas por la comunidad de educadores matemáticos. Su importancia dentro del currículo ha quedado reflejada claramente en los diferentes documentos que en el ámbito internacional indican las pautas a seguir en la enseñanza de las Matemáticas para la Educación Secundaria (NCTM, 1991 c); NCSM, 1989; NRC, 1989). En este marco de discusión (Freudenthal, 1973; Gaulin, 1986; Clements y Battista, 1992) aparece la Teoría sobre los niveles de pensamiento geométrico sugerida por los Van Hiele como un marco de referencia que puede contribuir a la elaboración y reestructuración del currículo de Geometría para la enseñanza obligatoria (Geddes y Fortunato, 1993, Burger y Culpepper, 1993).

Este marco de referencia implica la aceptación de un cambio curricular en la Geometría, y como tal afecta a multitud de elementos, entre los que destacan de manera especial tres: la materia (la Geometría), los alumnos y los profesores.

Los Van Hiele consideraron que el pensamiento matemático sigue un modelo concreto que consta de dos partes, una descriptiva en la que identifica una secuencia de tipos de razonamiento llamado los «niveles de razonamiento» a través de los cuales progresa el razonamiento matemático de los individuos desde que inician su aprendizaje hasta que llegan a su máximo grado de desarrollo intelectual en ese campo y la otra instructiva que sugiere a los profesores directrices sobre cómo pueden ayudar a sus alumnos para que alcancen con más facilidad un nivel superior de razonamiento, que reciben el nombre de «fases de aprendizaje». De esta forma, los niveles de razonamiento son:

Nivel 1: Reconocimiento (Visualización). Los alumnos perciben las figuras geométricas globalmente por su forma y no por sus propiedades.

Nivel 2: Análisis. Los alumnos son conscientes de que las figuras geométricas están formadas por partes y de que están dotadas de propiedades matemáticas.

Nivel 3: Clasificación (Abstracción). Los alumnos comienzan a desarrollar su capacidad de razonamiento matemático. Son capaces de realizar razonamientos deductivos. Entienden el significado de una definición.

Nivel 4: Deducción formal (Deducción). Los alumnos pueden realizar razonamientos lógicos formales; las demostraciones de varios pasos ya tienen sentido para ellos y aceptan su necesidad como único medio para verificar la veracidad de una afirmación.

Nivel 5: Rigor. Los alumnos son capaces de prescindir de cualquier soporte concreto para desarrollar su actividad matemática. Este último nivel es el que menos investigaciones ha promovido.

Tal y como se ha indicado, los Van Hiele recomiendan a los profesores de Geometría que organicen esta enseñanza siguiendo unas determinadas pautas que reciben el nombre de «fases de aprendizaje». El alumno tiene que pasar por todas las fases para alcanzar un nivel de razonamiento superior. Estas fases son:

Fase 1: Información. El profesor indica a sus alumnos sobre el campo de estudio que van a trabajar, como por ejemplo conceptos que van a manejar, problemas, materiales,...

Fase 2: Orientación dirigida. Los alumnos comienzan a explorar el campo de estudio, resolviendo problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor.

Fase 3: Explicitación. Los alumnos intercambian sus experiencias, comentan lo que han observado, explican cómo han resuelto las actividades, etc., todo ello dentro de un contexto de diálogo en el grupo.

Fase 4: Orientación libre. Los alumnos deberán ahora aplicar y combinar los conocimientos que han adquirido en las fases anteriores para resolver actividades más complicadas. En esta fase los alumnos conocen el campo de estudio, pero todavía deben perfeccionar el conocimiento del mismo, tanto contenidos como habilidades de razonamiento.

Fase 5: Integración. Los nuevos conceptos y habilidades que los alumnos han aprendido en las fases anteriores están asimilados, pero aún deben adquirir una visión general de los contenidos y métodos, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado anteriormente. Fuys, Geddes y Tischler (1988) resumieron las características principales de los niveles de Van Hiele de razonamiento geométrico resultando: los niveles son secuenciales; cada nivel tiene su propio lenguaje, una serie de símbolos y una red de relaciones; lo que es implícito en un nivel llega a ser explícito en el siguiente nivel; el progreso de un nivel al siguiente es más dependiente de la instrucción que de la edad o maduración biológica. Se pueden ver unas buenas descripciones del modelo en Crowley (1987) (Jaime y Gutiérrez, 1990).

Las investigaciones, hasta la fecha, sobre Geometría desde la perspectiva de los Van Hiele han insistido más en una estructura y organización de los contenidos y en una mejor comprensión de los conocimientos y comportamiento de los estudiantes (Clements y Battista, 1992; Jaime, 1993) que en los problemas que surgen al implementar un currículo desde la perspectiva del profesor.

Las investigaciones realizadas durante los últimos años pueden ser agrupadas de la siguiente forma:

1. Investigaciones dirigidas a confirmar si los niveles de Van Hiele describen exactamente el pensamiento geométrico de los alumnos. Se han reali-

zado tanto pruebas escritas como entrevistas clínicas (véase Mayberry, 1983; Burger y Shaughnessy, 1986; Usiskin, 1982).

2. Investigaciones sobre la continuidad o discretitud del modelo. El modelo inicial de Van Hiele considera la discretitud de los niveles, no obstante, en algunas investigaciones (Burger y Shaughnessy, 1986; Fuys y otros, 1988) se evidenció la existencia de alumnos que razonan en dos niveles consecutivos, lo que llevó a algunos investigadores a considerar períodos de transición en los niveles (Clements, 1992; Gutiérrez, y otros, 1991; Jaime, 1993). En el trabajo de Gutiérrez y otros se introduce el concepto de «grado de adquisición» de los niveles, lo que supone una aportación importante a la hipótesis de continuidad del modelo.

3. Investigaciones sobre la globalidad de los niveles en todos los conceptos geométricos. Diferentes investigaciones han revelado que alumnos pueden encontrarse en distintos niveles de razonamiento según el concepto geométrico objeto del estudio, lo que se denomina localidad (Mayberry, 1983; Denis, 1987; Jaime, 1993), aunque este hecho no es compartido por algunos investigadores.

Lo que sí parece ser de común acuerdo es que el haber alcanzado un nivel de razonamiento para un concepto determinado facilita en gran medida la adquisición de los niveles para otros conceptos (Fuys y otros 1988), manteniendo la hipótesis de que existe un nivel «potencial» que facilita el aprendizaje de los restantes conceptos.

4. Investigaciones sobre la jerarquía y secuencialidad de los niveles. La mayoría de las investigaciones ha permitido confirmar la secuencialidad (o recursividad) de los niveles, aunque parece necesario elaborar instrumentos de evaluación más perfeccionados. Mayberry, mediante el análisis con escalas acumulativas del tipo Guttman mostró que las tareas realizadas en los distintos niveles por profesores en formación constituían una jerarquía. Denis (1987) lo hizo para alumnos de Secundaria, al igual que Gutiérrez y Jaime (1987) lo hicieron para profesores de EGB en formación.

5. Investigaciones dedicadas a determinar en qué niveles se ha venido realizando habitualmente la enseñanza-aprendizaje de la Geometría así como la presentación de la misma en los diferentes libros de texto. Fuys y otros (1988) y Burger y Shaughnessy (1986) comprobaron que la enseñanza de la Geometría recibida por sus alumnos solamente les ha permitido alcanzar el nivel 3 de pensamiento geométrico. Una de las justificaciones aparece en el análisis de los libros de texto, donde se puede observar la cantidad de saltos de niveles que surgen para el tratamiento de los distintos conceptos de Geometría.

6. Investigaciones sobre la existencia única de los 5 niveles. Para Clements y Battista (1992) distintas investigaciones realizadas sobre los niveles de pensamiento geométrico ponen en evidencia la existencia de un nivel de pensamiento geométrico anterior (nivel 0 de pre-reconocimiento) al primer nivel. También el propio Pierre Van Hiele considera en sus últimos trabajos (van Hiele, 1986) que en lugar de los cinco niveles solo se deben considerar tres niveles de razonamiento y caracteriza nuevamente su modelo en esos términos. Considera de esta forma un nivel que él llama: «visual» (nivel 1, correspondiente al mismo en el modelo original), un segundo nivel que denomina «descriptivo» (equivalente al nivel 2 original) y finalmente el nivel «teórico» (nivel 3, y correspondiente al 3, 4 y 5 original). Anne Teppo (1991) considerando esta propuesta de modificación de niveles de Van Hiele sugiere reexaminar la teoría de los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele y compara desde este planteamiento el Currículo de Geometría recomendado para las Matemáticas escolares por los «estándares» sobre Currículo y Evaluación propuesto por el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de USA (NCTM, 1991 a, b, c).

Una propuesta curricular en términos de Van Hiele requiere un profesorado con determinadas aptitudes y actitudes (perfil del profesor) que pueden implicar cambios significativos en su epistemología y que resumimos en:

1. Una formación científica en Geometría, al menos con un nivel de pensamiento geométrico superior en al que se pretende trabajar con sus alumnos.
2. Una concepción del aprendizaje en términos de investigación dirigida.
3. Capacitación para trabajar con alumnos que presenten un alto grado de heterogeneidad en destrezas básicas, intereses y necesidades en Geometría.
4. Una concepción del currículo de Geometría como un instrumento de investigación que permite desarrollar los diferentes niveles de razonamiento geométrico.
5. Una valoración y ejercitación del trabajo en equipo.

### **Objetivo general de la investigación**

El objeto de este trabajo, que estamos realizando con profesores en activo, forma parte de un trabajo más amplio (Afonso, Camacho y Socas, 1995 y 1997) consiste en constatar si existe o no relación entre los estilos de profesores que trabajan en nuestro sistema educativo y el profesor idóneo para desarrollar una propuesta curricular en términos de la Teoría de los Van Hiele y en establecer vías que propicien cambios de actitudes en el profesorado y

ayude a entender mejor la dinámica de los procesos implicados en cambios curriculares de esta naturaleza.

Presentamos aquí un estudio empírico y descriptivo que completa el desarrollado en (Afonso, Camacho y Socas, 1999), con el propósito general de:

(a) Comparar la situación de un grupo de profesores en activo en relación con sus experiencias y comportamientos con relación a la enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

(b) Analizar la adecuación de los perfiles de los profesores y el perfil del profesor que se supone «preparado» para desarrollar con éxito una propuesta curricular de Geometría en términos de Van Hiele.

## Métodos

Estudiamos 11 profesores en activo de nueve centros distintos, impartiendo docencia en los grados 4-7 y distribuidos como aparecen en la tabla 1 mediante una metodología básicamente cualitativa donde se combinan instrumentos que nos permiten determinar el nivel de pensamiento geométrico de los profesores (Tests de Usiskin, 1982 y Jaime, 1993) y entrevistas estructuradas con protocolos cerrados, con instrumentos que permiten estudios mediante un análisis puramente interpretativo de sesiones de clase habituales mediante videograbaciones y el análisis de los guiones de las unidades de aprendizaje empleados por los profesores.

Profesor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Centro	Público	Público	Público	Público	Público	Público	Público	Público	Privado	Privado	Público
Situación	Suburbano	Urbana	Suburbano	Suburbano	Urbana	Rural	Urbana	Rural	Suburbano	Suburbano	Rural
Nº de unidades	17-24	17-24	17-24	17-24	17-24	17-24	17-24	9-16	>24	>24	17-24
Nº de alumnos	24	25	22	23	23	25	25	15	33	32	20
Niveles	1º E.S.O.	1º E.S.O.	1º E.S.O.	6º Primaria	1º E.S.O.	1º E.S.O.	6º Primaria	4º Primaria	5º Primaria	6º Primaria	1º E.S.O.

Tabla 1

## Instrumentos

Los instrumentos de recogida de información que hemos utilizado son:

1. **Entrevista estructurada con protocolos cerrados** con preguntas de respuesta abierta, que permiten obtener información sobre las diferencias in-

dividuales (D.I.), sobre las limitaciones institucionales (L.I.), sobre la naturaleza de la tarea (N.T.) que proponen a sus alumnos en Geometría, sobre sus opiniones acerca de los estudiantes (J.P.E.) y del contenido geométrico (J.P.C.) y sobre el tipo de decisiones que con relación a la enseñanza y al aprendizaje de la Geometría deben tener (D. D), adaptada del modelo de Shavelson y Stern (1981).

En la categoría decisiones didácticas (D.D.) se analizan las prácticas docentes de los profesores de Geometría y relacionamos sus estilos en clase de Geometría. Adaptamos la terminología usada por Porlán (1993), tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa, para identificar los estilos de los profesores estudiados en este trabajo, aunque unificamos las tendencias espontaneísta e investigativa por no tener elementos suficientes para diferenciarlos con los instrumentos usados.

2. **Tests para determinar el nivel de pensamiento geométrico de los profesores** (Usiskin, 1982-TU- y Jaime, 1993 -TJ). Aunque existen diferentes instrumentos de diagnóstico para evaluar los niveles de razonamiento, (Mayberry, 1983; Usiskin, 1982, Crowley, 1987; Jaime, 1993; Gutiérrez y Jaime, 1995) utilizados con más o menos éxito en distintas investigaciones, hemos optado por elegir ambos tests, por dos razones principales:

a) Determinar, admitiendo la hipótesis de continuidad de la Teoría de los Van Hiele, el grado de adquisición que poseen los profesores.

b) Comparar la información que nos suministran dos instrumentos de diagnóstico que parten de hipótesis contrarias (discretitud y continuidad) y contrastar los resultados.

3. **Guión de la clase**, que se solicita a cada profesor previo a su actuación de clase (prediseño), lo que nos permite analizar el tipo de decisiones que tiene que tomar el profesor en el desarrollo de las clases (videgrabadas) a partir de las previsiones iniciales (guión). La estructuración del guión nos va a permitir considerar el tipo de organización previa de los profesores: organización conceptual o curricular.

Entendemos por *organización conceptual* cuando el contenido está considerado como un elemento fundamentalmente instructivo y está organizado desde el punto de vista de la lógica interna del mismo.

Entendemos por *organización curricular* cuando el contenido está considerado como un elemento fundamentalmente educativo y está organizado desde una perspectiva curricular. Es decir, el contenido es considerado desde una organización epistemológica y fenomenológica, como un instrumento educativo para alcanzar determinadas capacidades, que requiere además una organización pedagógica y didáctica (Metodología) y de una organización del proceso evaluador para medir las capacidades adquiridas.

4. **Vídeograbaciones** de dos sesiones de una hora de clase desarrollados por los profesores y las observaciones obtenidas por la presencia en el aula de un observador externo. El análisis de la clase por el observador externo y el análisis de las transcripciones de las vídeograbaciones se realiza utilizando el guión de observación adaptado del de Walker, R. Y Adelman, C. (1975). En este trabajo consideramos las categorías: alumnos (agrupamientos, motivación y participación en las tareas), profesores (vocabulario matemático adecuado, respuesta del profesorado a las preguntas de los alumnos y distribución para el trabajo en el aula), recursos (libros de texto, materiales escritos, materiales gráficos materiales manipulativos y otros recursos) y desarrollo de la unidad de aprendizaje (qué enseña: conceptos, procedimientos o actitudes, cómo organiza la tarea y cuál es el papel del profesor en el desarrollo de la tarea).

## Resultados

En las tablas 2, 3 y 4 (Anexo) presentamos los resultados obtenidos.

1. De la entrevista (tabla 1) se observa que los profesores manifiestan que en el desarrollo de su docencia se mueven entre diferentes estilos de enseñanza, en el caso de los profesores (1, 3, 4, 8, 9, 10 y 11) predomina el estilo investigativo frente al tradicional, mientras que los profesores 2, 5, 6 y 7 predomina el estilo tradicional frente al investigativo; en ambos casos el estilo tecnológico tiene una presencia menor salvo en los profesores 2, 6, 7, 8 y 10.

2. Como era de prever, existen dificultades reales a la hora de suministrar para su resolución un test como el de Jaime (1993), dado que es una tarea bastante compleja y costosa de resolver (véase la tabla 2). Así, en nuestro caso, de los 11 profesores, 4 profesores no contestaron a las cinco últimas preguntas del test de Jaime y con la sola referencia del test de Usiskin, los profesores 4, 9 y 10 están en el nivel 2 y el profesor 3 en el nivel 1. En relación con los restantes profesores, 2 de ellos (profesores 1 y 5) se encuentran entre los niveles 3 y 4, existiendo, en general, coincidencia de los resultados de ambos tests. Dos profesores están claramente en el nivel 2 (profesores 7 y 8) y tres profesores están entre los niveles 2 y 3 (profesores 2, 6 y 11).

La Geometría que se debe desarrollar en los currículos de Matemáticas de Primaria y primer ciclo de la E.S.O. implican niveles de Pensamiento Geométrico de Van Hiele que oscilan entre los niveles 1 y 3. Por ello, al ser los sujetos que consideramos profesores del último ciclo de Primaria y primer ci-

clo de la E.S.O., se observa que sólo los sujetos 1 y 5 tienen los niveles de razonamiento geométrico idóneos para desarrollar esta tarea.

3. En los guiones de clase (véase la tabla 3) que aportan los profesores se observa que hay una mayor tendencia a la organización conceptual (profesores 3, 5, 6, 7, 9, 10 y 11), que a la organización curricular (profesores 1, 2, 4 y 8).

4. Del análisis de las sesiones de clase videograbadas (tabla 3), los agrupamientos para la realización de las tareas confirman la tendencia al trabajo en grupo de los profesores 2, 3 y 8, y la tendencia al trabajo individual de los profesores 1, 4, 5, 6, 7, 9, 10 y 11, es decir, la mayoría. Sin embargo, la tendencia manifestada en la entrevista era la del trabajo en grupo, y en las tendencias observadas en el trabajo de los alumnos hay un cierto equilibrio entre el trabajo individual (1, 5, 6, 7 y 11) y el trabajo en grupo (2, 3, 4, 8, 9 y 10).

El profesorado en general mantiene cierta rigidez y excesivo control en la dinámica de la clase adoptando, no obstante, posturas muy flexibles en la comunicación del contenido objeto de estudio, vocabulario adecuado y respuestas acertadas y correctas a las dudas y preguntas de los alumnos. Aunque existe en este sentido una tendencia a la homogenización de las respuestas más que al tratamiento individualizado (profesores 9, 10 y 11), los restantes profesores tienen tendencia a responder al grupo (1, 2, 3 y 4) y a establecer un cierto equilibrio entre las respuestas al grupo e individualmente (5, 6, 7 y 8).

En el desarrollo de la unidad de aprendizaje se observa una organización de las tareas desde una perspectiva investigativa en los profesores 1, 2, 4 y 8 que además juegan el papel de orientadores en el desarrollo de las mismas.

Los restantes profesores desarrollan tareas de carácter rutinario (3, 5, 6, 7, 9, 10 y 11), jugando el papel de transmisor del conocimiento. En estos casos, excepto en el profesor 4 y en menor proporción en el 1, 2 y 8, como ya habíamos observado, hay una organización fundamentalmente conceptual.

Se debe observar cómo los profesores (1, 4 y 8) y (5 y 6) respectivamente confirman sus expectativas manifestadas en la entrevista, en los restantes profesores (3, 7, 9, 10 y 11) y (2) respectivamente se produce un cambio en relación con sus expectativas iniciales.

## **Discusión y Conclusiones**

Es necesario indicar que la búsqueda de profesorado dispuesto a realizar experiencias educativas que implique la implantación de un diseño innova-

dor como es la propuesta de los Van Hiele tiene dificultades; ello hace que no podamos hablar de azar en la elección de los 11 profesores que participan en la investigación.

Con los datos referenciados podemos señalar:

Si establecemos relaciones entre los resultados obtenidos por los instrumentos utilizados y el perfil del profesor idóneo, como se recoge en el esquema siguiente:

Perfil del Profesor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1. Formación científica (Nivel de razonamiento geométrico)	3-4	2-3	(TU) 1*	(TU) 2*	3-4	2-3	2	2	(TU) 2*	(TU) 2*	2-3
2. Investigación dirigida	sí	sí	no	sí	no	no	no	sí	no	no	no
3. Respetar la heterogeneidad de la clase	no	no	no	no	si-no	si-no	si-no	si-no	sí	sí	sí
4. Organización de la Geometría desde una perspectiva curricular	sí	sí	no	sí	no	no	no	sí	no	no	no
5. Trabajo en grupo	no	sí	sí	no	no	no	no	sí	no	no	no

Nos encontramos que el profesor 1 es un profesor idóneo para desarrollar un currículo desde la perspectiva de Van Hiele si fomentamos en él, el trabajo en grupo y el respeto a la heterogeneidad de la clase, a pesar de hacer una enseñanza efectiva y fuertemente individualizada.

El profesor 5, a pesar de poseer un nivel de pensamiento adecuado (3-4), posee una concepción poco constructivista del aprendizaje (sentido rutinario de las actividades y mero transmisor del conocimiento), poca valoración del trabajo en grupo, una excesiva estandarización en sus clases y una concepción excesivamente conceptual del currículo, lo que aparece como un profesor con dificultades para desarrollar una propuesta en términos de los Van Hiele.

La observación de los resultados para el resto de los profesores nos permiten establecer que la epistemología del profesorado se muestra como un elemento que puede ofrecer grandes dificultades a la hora de implementar un currículo de Geometría desde la perspectiva de los van Hiele, por los diferentes desequilibrios que se dan con relación a las cinco categorías que conforman al profesor idóneo.

Para afrontar con ciertas garantías estas innovaciones curriculares es necesario implementar con anterioridad programas globales de actuación en la formación del profesorado, que no sean específicamente una parte local del currículo a desarrollar, ni un recetario sobre cómo ejecutar un plan elaborado para los Van Hiele, sino que sea una interpretación, justificación y orien-

tación desde la práctica misma (inmersión) de las transformaciones necesarias para desarrollar con garantías un currículo de Geometría desde el punto de vista de los Van Hiele.

## Bibliografía

- AFONSO, M.C.; CAMACHO, M. y SOCAS, M.M. (1995): «Some difficulties in the development of the geometry curriculum according to Van Hiele» en MEIRA, L. y CARRAER, D., eds. *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Brasil:Universidad Federal de Pernambuco, 1, 191.
- AFONSO, M. C., CAMACHO, M. y SOCAS, M. M. (1997): «The implementation of a microcurriculum: angles, measurements and rotations from the point of view of Van Hiele» en. Pehkonen, E., ed. *Proceedings of the 21th Conference of the International Group of PME*. Finlandia: Universidad de Helsinki, 1, 216.
- AFONSO, M. C., CAMACHO, M. y SOCAS, M..M. (1999): «Desarrollo de un curriculum de geometría basado en la Teoría de los Van Hiele. Problemática del profesorado» en Farfán, R. M., ed. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. México: Grupo Editorial Iberoamérica. 12 (1), 159-163.
- BURGER, W. F. y CULPEPPER, B. (1993): «Restructuring Geometry» en Wilson, P., ed. *Research ideas for the classroom. High School Mathematics*. New York: Macmillan Publishing Company, 140-153.
- BURGER, W.F., y SHAUGHNESSY, J.M. (1986): «Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry», *Journal for Research in Mathematics*, 17, 31-48.
- CLEMENTS, D.H. (1992): «Elaboraciones sobre los niveles de pensamiento geométrico» en Gutiérrez, A., ed. *Memorias del Tercer Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática: Geometría*. México: CINVESTAV. PNFAPM, 16-43
- CLEMENTS, D.H. y BATTISTA, M.T. (1992): «Geometry and spatial reasoning», en GROUWS, D.A., ed. *Handbook of research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: Macmillan Publishing Company, 420-464.
- CROWLEY, M.L. (1987): «The Van Hiele model of the development of geometric thought» en Lindquist, M. M. y Shulte, A. P., eds. *Learning and teaching geometry K-12 (1987 Yearbook)*, Reston VA: NCTM, 1-16.
- DENIS, L.P. (1987): *Relationships between stage of cognitive development and Van Hiele level of geometric thought among Puerto Rican adolescents*. (Doctoral Dissertation). New York: Fordham University.
- FREUDENTHAL, H. (1973): *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel.
- FUYS, D.; GEDDES, D. y TISCHLER, R. (1988): «The van Hiele Model of thinking in geometry among adolescents», *Journal for Research in Mathematics Education*, Monograph núm. 3.
- GAULIN, C. (1986): «Actividades geométricas en la EGB», en *Actas de las IV JAEM*. Santa Cruz de Tenerife: S.C.P.M, pp. 27-40.
- GEDDES, G. y FORTUNATO, I. (1993): «Geometry: Research and classroom activities» en Owens, D. T., ed. *Research ideas for the classroom. Middle Grades Mathematics*. New York: Macmillan Publishing Company, 199-222.

- GUTIÉRREZ, A. y JAIME, A. (1987): «Estudio de las características de los niveles de Van Hiele» en Bergeron, Herscovics y Kieran eds. *Proceedings of the XI Internacional Conference of the P.M.E.* Canadá: Montreal, 3, 131-137.
- GUTIÉRREZ, A. y otros (1991): *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en Enseñanza Media basada en el Modelo de razonamiento de Van Hiele*. Memoria final del Proyecto de Investigación. Madrid: C.I.D.E.
- GUTIÉRREZ, A. y JAIME, A. (1995): «Towards the design of a standard test for the assessment of the students' reasoning in Geometry» en MEIRA, L. y CARRAHER, D., eds. *Proceedings of the XIX International Conference for the PME*, Brasil: Universidad Federal de Pernambuco, 3, 11-18.
- JAIME, A. y GUTIÉRREZ, A. (1990): «Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: El Modelo de Van Hiele» en LLINARES, S. y SÁNCHEZ, M.V., eds. *Teoría y Práctica de educación matemática*. Sevilla: Alfar, 295-384.
- JAIME, A. (1993): *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. Valencia: Universidad.
- MAYBERRY, J.W. (1983): *An investigation of the Van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers*. (Doctoral dissertation), University of Georgia, «Dissertation Abstracts International, 42, 2008-A». Georgia: Universidad.
- NCSM (1989): «Essential Mathematics for the twenty first Century», *Mathematics Teacher*, 82, 470-474
- NCTM (1991a): «Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics» en Addenda series, grades 5-8 *Geometry in the middle grades*, Reston VA: NCTM.
- (1991b): «Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics» en Addenda series, grades 9-12. *Geometry from multiple perspectives*, Reston VA: NCTM.
- (1991c): *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática*, Granada: SAEM THALES.
- NRC (1989): *Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education*, Washington, DC: National Academic Press.
- PORLÁN, R. (1993): *Constructivismo y escuela. Hacia un modelo de enseñanza-aprendizaje basado en la investigación*, Sevilla: Diada.
- SHAVELSON, R. y STERN, P. (1981): «Research on teachers pedagogical thoughts, judgements, decisions and behavior», *Review of Educational Research*, 51 (4), 455-498.
- TEPPO, A. (1991): «Van Hiele levels of geometric thought revisited», *Mathematics Teacher*, 83, 210-221.
- USISKIN, Z. (1982): *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometric*. USA: ERIC.
- VAN HIELE, P.M. (1986): *Structure and insight. A theory of mathematics education*. London: Academic Press.
- WALKER, R. y ADELMAN, C. (1975): *A guide to classroom observation*. London: Methuen.

ANEXO

**Entrevista estructurada**

Profesor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<b>D.I.: Diferencias Individuales:</b> a) Años de experiencia docente b) Coordinación con otros profesores c) Importancia de la Geometría d) ¿Por qué?	. + de 10 años No Muy importante .Formativa .Comprensión del mundo real	. + de 10 años No Muy importante . Puede utilizarse como centro de interés	. + de 10 años No .Importante . Desarrolla la capacidad de razonamiento	. + de 10 años . Sí .Importante .Manipulación .Ayuda a resolver problemas	. + de 10 años? No .Importante Suministra ideas específicas del espacio	. + de 10 años . Sí .Importante .Utilidad	. + de 10 años . Sí .Importante .Aplicaciones prácticas	. + de 10 años . Sí .Importante Sin opinión	.entre 7 y 10 años . Sí Muy Importante Sin opinión	. + de 10 años . Sí Muy Importante Permiten resolver situaciones del entorno	. + de 10 años . Sí Muy Importante .Aplicaciones a la vida
<b>N.T.: Naturaleza de la Tarea. Usan</b> a) Libros de texto b) Materiales gráficos c)Materiales manipulativos	. Sí . Sí . Sí	. Sí . Sí . Sí	. Sí . Sí . Sí	. Sí . No . No	. Sí . Sí . Sí	. Sí . Sí . Sí	. Sí . Sí . Sí	. No . Sí . Sí	. Sí . Sí . Sí	. Sí . No . Sí	. Sí . No . Sí
<b>J.P.E.: Juicio de los profesores sobre los alumnos</b> a) La Geometría agrada a los alumnos b) ¿Por qué?	. Sí .Intuición y construcción	. Sí Construcción	. Sí Siempre que se haga dinámica	.Sí Trabajo manipulativo.	.Indiferente. Depende de como se enseñe	.Sí Algunas veces.	. Sí Juegan con ella en la calle	. Indiferente . No le ven utilidad	. Sí Sin opinión	. Sí Es manipulativa	. Sí Sin opinión
<b>J.P.C.: Juicio de los profesores sobre el contenido Geométrico</b> <b>1.- Desarrollo</b> a) Mucho trabajo informal b) Fomentando el desarrollo espacial c) Con mucho trabajo deductivo d) Muchas actividades y cuestiones abiertas e) Muchas actividades manipulativas	. Sí . Sí . Sí . Sí . Sí	. Sí . Sí . Sí . Sí . Sí	. No . Sí . No . Sí . Sí	. Sin opinión . Sí . Sin opinión . Sí . Sí	. Sin opinión . Sí . Sí . Sí . Sí	. No . Sí . Sin opinión . Sí . Sí	. Sí . Sí . Sí . Sí . Sí	. Sí . Sí . Sin opinión . Sí . Sí	. No . Sí . No . Sí . Sí	. Sí . Sí . Sí . Sí . Sí	. No . Sí . Sí . Sí . Sí
<b>2.- Papel dentro de la Matemática</b> f)La parte más importante de la matemática g)Indica el nivel de comprensión matemática.	. Sin opinión No	. Sí . Sí	. Sin opinión . Sí	. Sí . Sí	. Sí . Sin opinión	. No . Sin opinión	. No . No . Sin opinión	. No . Sin opinión . No	. No . No . No	. No . Sí	. No . Sí
<b>D.D.: Decisiones didácticas sobre la docencia</b> a) Estilo Investigativo b) Estilo tradicional c) Estilo tecnológico d) Trabajo en grupo	. Sí . No . No . A veces	. No . Sí . Sí . A veces	. Sí . No . No . Casi siempre	. Sí . No . No . Casi siempre	. No . Sí . No . Casi siempre	. No . Sí . Sí Casi siempre	. No . Sí . Sí Casi siempre	. Sí . No . Sí Casi siempre	. Sí . No . No Casi siempre	. Sí . No . No . A veces	. Sí . No . Sí . Casi nunca

Tabla 1

### Determinación de los niveles de Van Hiele

Profesor	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11	
NIVELES DE RAZONAMIENTO	TU	TJ	TU	TJ	TU	TJ	TU	TJ	TU	TJ	TU	TJ	TU	TJ	TU	TJ	TU	TJ	TU	TJ	TU	TJ
NIVEL 1	4/5	C. 100	3/5	C. 100	3/5	C. 100	4/5	C. 100	4/5	C. 100	4/5	C. 100	4/5	A. 75	5/5	C. 100	3/5	-	4/5	C. 100	3/5	A. 75
NIVEL 2	3/5	C. 90'6	3/5	A. 78	2/5	-	4/5	-	3/5	C. 91'88	3/5	C. 88	3/5	B. 33	2/5	A. 70	3/5	-	4/5	-	4/5	A. 78
NIVEL 3	5/5	C. 96'6	1/5	I. 46'7	1/5	-	1/5	-	3/5	C. 95'83	2/5	A. 75'8	2/5	B. 17	2/5	I. 38' 8	1/5	-	2/5	-	2/5	I 47'5
NIVEL 4	3/5	A. 81'3	0/5	N.	0/5	-	1/5	-	2/5	A 75	2/5	B. 66'5	2/5	N.	1/5	N.	1/5	-	1/5	-	1/5	N
NIVEL 5	4/5	-	0/5	-	0/5	-	0/5	-	3/5	-	1/5	-	2/5	-	2/5	-	2/5	-	1/5	-	1/5	-

Tabla 2

### Guiones de clase y videgrabaciones

Profesor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
GUIÓN DE LA CLASE	O.curricular	O. curricular	O. conceptual	O. curricular	O. conceptual	O. conceptual	O. conceptual	O. curricular	O. conceptual	O. conceptual	O. conceptual
VIDEOGRABACIONES: Alumnos											
a) Agrupamientos	Individual	Grupo	Grupo	Grupo	Individual	Individual	Individual	Grupo	Grupo	Grupo	Individual
b) Motivación	Alta	Baja	Media	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta
c) Participación en la tarea	Alta	Baja	Baja	Alta	Media	Media	Media	Alta	Baja	Baja	Media
Profesores											
a) Vocabulario adecuado	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
b) Respuesta del profesorado *	Grupo E,G,M	Grupo E,G,M,W	Grupo E,G,M	Grupo E,G,M	Gr.-ind. E,G	Gr.-Ind. E,G,M	Gr.-Ind. E, G,M,W	Gr.-Ind. E, G,M	Individual E, G,W	Individual E, G,W	Individual E, G,M
c) Distribución de los alumnos.	Individual	Grupo	Grupo	Individual	Individual	Individual	Individual	Grupo	Individual	Individual	Individual
Recursos:											
a) Textos	No	No	No	No	No	No	No	No	No	No	No
b) Materiales: gráficos, manipulativos, escritos otros recursos	Sí, Sí, No	Sí, Sí, Sí	Sí, Sí, No	Sí, Sí, No	Sí, No, No	Sí, Sí, No	Sí, Sí, Sí	Sí, Sí, No	Sí, No, Sí	Sí, No, Sí	Sí, Sí, No
Desarrollo de la unidad de aprendizaje											
a) Qué enseña **	.C, P.	.C, P	C, P	C, P, A	.C, P, A	.C.P.	.C, P	.C, P	.C, P	.C, P	.C, P
b) Organización de la tarea	.Investig.	.Investig.	.Rutinaria.	.Investig.	.Rutinario	.Rutinario	.Rutinario	.Investig.	.Rutinaria.	.Rutinario	.Rutinario
c) Papel en el desarrollo de la tarea	.Orientador	.Orientador	.Transmisor	.Orientador	.Transmisor	.Transmisor	.Transmisor	.Orientador	.Transmisor	.Transmisor	.Transmisor

Tabla 3