

Experiencia con herramientas colaborativas en el aprendizaje de Matemáticas en los grados de Economía y Empresa

M. C. Gil Fariña^{*a}, C. González Concepción^a, C. Pestano Gabino^a, D. Sosa Martín^b

^aDepartamento de Economía Aplicada y Métodos Cuantitativos

Universidad de La Laguna, España; ^bDepartamento de Economía Aplicada y Métodos Cuantitativos
Universidad de La Laguna y Facultad de Ciencias Sociales, Universidad Europea de Canarias,
España

RESUMEN

Este trabajo muestra la experiencia realizada con el alumnado de primer curso de los grados en Economía y Administración y Dirección de Empresas (ADE) de la Universidad de La Laguna en la asignatura de Matemáticas I. Su objetivo ha consistido en integrar herramientas multimedia interactivas en la metodología de aula invertida con la finalidad de facilitar en el alumnado un aprendizaje más efectivo de los conceptos y herramientas matemáticas que precisa conocer en el ámbito de la economía y la empresa. El desarrollo de esta experiencia combina el papel del profesor, que asume el rol de facilitador del aprendizaje a través de recursos de vídeo y texto para la adquisición y práctica de conocimientos, con el rol que adquiere el alumno, verdadero protagonista de su aprendizaje. Este proceso se lleva a cabo a través de un espacio individual y de interacción grupal que permite explorar nuevos conceptos matemáticos, elaborar material, su estudio crítico, confeccionar cuestionarios, utilizar software específico y construir nuevo conocimiento a partir del adquirido. La experiencia ha permitido generar oportunidades efectivas de aprendizaje autónomo y colaborativo en el alumnado además de favorecer las competencias de desarrollo personal e interpersonal.

Keywords: Aula invertida, herramientas multimedia, aprendizaje colaborativo, matemáticas, economía y empresa.

1. INTRODUCCIÓN

La competencia matemática está orientada a que el alumnado adquiera las capacidades relativas a pensar y razonar matemáticamente, argumentar, comunicar, modelizar, plantear y resolver problemas, representar, utilizar un lenguaje simbólico y emplear herramientas y soportes tecnológicos. En suma, el aprendizaje de las matemáticas contribuye a comprender la realidad y al desarrollo de un pensamiento crítico.

Las necesidades crecientes de las sociedades modernas de eficiencia en las organización, clasificación, asimilación y análisis de información y preferencias, elección y toma de decisiones, valoración de opciones, predicciones y consecuentes actuaciones son suficientes para justificar la elección de matemática e informática como herramientas indispensables para las nuevas generaciones de estudiosos sociales ¹. En lo que respecta el ámbito de la economía y la empresa, es necesario construir modelos capaces de explicar y comprender ciertos hechos económicos concretos que orienten la planificación y toma de decisiones.

Ya desde el siglo XX los modelos económico-matemáticos, entendidos como construcciones teóricas formuladas en lenguaje matemático, se consolidaron y ganaron terreno para tratar de explicar las interacciones que tienen lugar entre variables económicas. La matematización creciente de la economía es un hecho innegable que justifica que la formación matemática ocupe un lugar relevante en la formación universitaria hacia perfiles en este ámbito. Su conocimiento proporciona una estrategia de razonamiento científico enfocada a estructurar ideas y argumentar de forma lógica.

* mgil@ull.es

Sin embargo, en el diseño de los grados actuales en economía, empresa y grados afines, la presencia de las matemáticas en contenidos y profundidad se ha visto mermada. A este hecho se suma la preocupación manifiesta en las facultades de economía y empresa por el creciente deterioro y base insuficiente que se constata en la formación matemática que posee, en general, el alumnado preuniversitario que accede a estos grados. Esta carencia de partida en contenidos básicos de matemáticas, como lenguaje simbólico y método de razonamiento, incide en los resultados académicos de las asignaturas relativas a Matemáticas cuyo contenido se imparte en los primeros cursos.

La experiencia que se presenta en este trabajo trata de contribuir a paliar estos efectos. Para ello integra el uso de herramientas colaborativas en el aprendizaje de las matemáticas en los grados de Economía y ADE. Esta experiencia ha formado parte de un proyecto de innovación docente ² llevado a cabo en la Universidad de La Laguna. Se desarrolla a través de una metodología participativa, de aula invertida ^{3, 4} que pretende generar oportunidades de aprendizaje autónomo en el alumnado, el verdadero protagonista. Persigue conectar con sus vivencias y experiencias previas a la vez que transmitir y conseguir que sea más responsable, comprometido, participativo y proactivo hacia su aprendizaje.

En la medida en que se transfiere parte del trabajo de aprendizaje de contenidos matemáticos fuera del aula (aprendizaje autónomo del alumno), la utilización del tiempo de clase se vuelve más eficiente y la experiencia del docente potencia el pensamiento crítico, la adquisición de conocimientos y competencias relativas a la resolución de ejemplos y su análisis, aplicaciones económicas y discusión de resultados dentro del aula. El diseño de estrategias colaborativas de participación y generación de nuevos contenidos trata de potenciar estas cualidades a la vez que fomentar valores de autoestima, solidaridad, compromiso personal y social entre otros. Presentamos a continuación los elementos de esta experiencia.

2. DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

2.1 Aprendizaje autónomo del alumno: antes de clase

El conocimiento de las funciones matemáticas como herramienta para representar relaciones entre variables económicas es el primer acercamiento del alumno en la asignatura Matemáticas I. Esta asignatura la conforman dos bloques, uno dedicado al cálculo diferencial y otro al cálculo integral.

En el primero de ellos, que centra la experiencia llevada a cabo, el alumno se adentra en las funciones como lenguaje básico de los modelos matemáticos en el análisis económico y empresarial. Para ello dispone en el Aula Virtual de la asignatura (plataforma Moodle) artículos y fragmentos de textos económicos extraídos de libros ⁵, con funciones de naturaleza económica (demanda, oferta, ingresos, costes, beneficios, producción, etc.) a fin de despertar su interés y motivación por las funciones, el análisis de sus propiedades y conceptos relacionados (marginalidad, elasticidad, etc.)

Este material se complementa con otros recursos para su estudio y consulta (actividades preliminares, recursos expositivos, ejemplos interactivos, presentaciones multimedia, enlaces a cursos en abierto, ejercicios elaborados, cuestionarios de autoevaluación, foros, etc.). Con todo ello se pretende guiar y motivar al alumno a que descubra, trabajando desde el aprendizaje autónomo, el lenguaje de las funciones y su visualización gráfica.

TEXTOS CLÁSICOS: A. COURNOT, "INVESTIGACIONES ACERCA DE LOS PRINCIPIOS MATEMÁTICOS DE LA TEORÍA DE LAS RIQUEZAS", 1838. FRAGMENTOS DEL CAPÍTULO IV: DE LA LEY DE LA DEMANDA.

"(...)21. Admitamos, pues, que la venta o la demanda anual D es, para cada mercancía, una función particular $F(p)$ del precio p de la mercancía. Conocer la forma de esa función significaría conocer lo que llamamos la ley de la demanda o de las ventas. Depende, evidentemente, de la utilidad del bien, de la naturaleza de los servicios que puede proporcionar o de las satisfacciones que procura, de los hábitos y costumbres de cada pueblo, de la riqueza media y de la escala con arreglo a la cual está repartida la riqueza."

Puesto que tantas causas morales, que no se pueden enumerar ni medir, influyen sobre la ley de la demanda, es claro que no se debe esperar que la ley pueda expresarse mediante una fórmula algebraica, como ocurre con la ley de la mortalidad o cualquier otra cuya determinación caiga en el campo de la estadística, llamada también aritmética social. Por tanto, correspondería a la observación el suministrar los medios para formular dentro de límites convenientes una tabla de los valores correspondientes a D y p ; a partir de ella se construiría, por los métodos conocidos de interpolación o por procedimientos gráficos, una fórmula empírica o una curva apropiadas para representar la función de que se trata, y se podría llegar, en la solución de los problemas, hasta las aplicaciones numéricas."

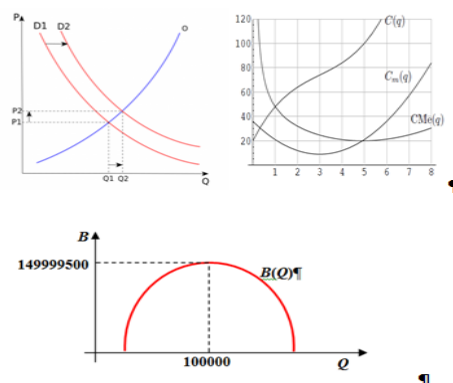
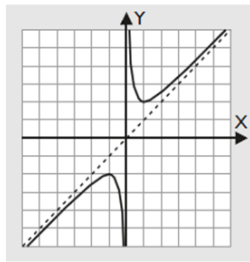


Figura 1. Recursos de texto y visualización gráfica de funciones económicas

Dada la función $y = \frac{x^2+1}{x}$, responde:



- ¿Qué tipo de función es?
- ¿Dominio?
- ¿Recorrido?
- ¿Puntos de corte con los ejes?
- ¿Continua?
- ¿Es periódica?
- ¿Es simétrica?
- ¿Tiene asíntotas verticales, horizontales u oblicuas?
- ¿Intervalos de crecimiento?
- ¿Intervalos de decrecimiento?
- ¿Máximos relativos?
- ¿Mínimos relativos?
- ¿Cóncava? ¿Intervalos?
- ¿Convexa? ¿Intervalos?
- ¿Puntos de inflexión?

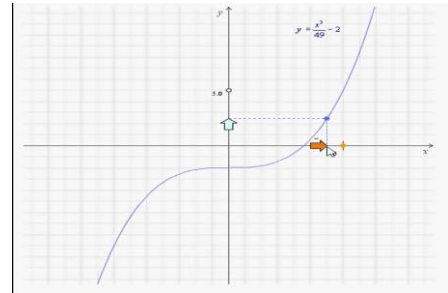
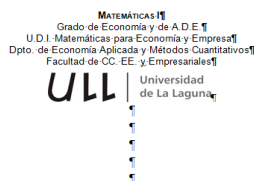


Figura 2: Análisis de una función. Ejemplo interactivo del concepto de límite.



PASOS A SEGUIR PARA REPRESENTAR GRÁFICAMENTE UNA FUNCIÓN REAL DE UNA VARIABLE REAL $y=f(x)$:

1. → **Cálculo del dominio de definición y del recorrido:** Debemos obtener primero el conjunto de puntos en el que está definida la función (dominio) y el conjunto de posibles valores de y (recorrido).
2. → **Cortes con los ejes y estudio de las regiones de definición:** Calculamos los puntos de cortes con los ejes de la siguiente forma:
 - a) **Cortes con el eje X:** Resolvemos la ecuación $f(x)=0$.
 - b) **Cortes con el eje Y:** Hallamos los valores $y=f(0)$.
 A continuación, procedemos a discutir el signo que toma la función, descartando aquellas regiones del plano donde se dé una incompatibilidad entre los signos de la variable independiente y la dependiente.
3. → **Estudio de la simetría y periodicidad:** Examinamos si la función es simétrica, principalmente, respecto al eje Y o, lo que es lo mismo, si es **par** (si $f(x)=f(-x)$ $\forall x \in D$) y también, si es simétrica respecto al origen de coordenadas, es decir, si es **impar** (si $f(x)=-f(-x)$ $\forall x \in D$). Posteriormente, estudiamos si estamos ante una función **periódica** ($f(x+T)=f(x)$), para cierto periodo $T>0$.

Función logarítmica:



Función racional:

Realice el estudio completo de la función



Más material de apoyo: <http://matematica.50webs.com/contenido.html>
<http://matematicasbachiller.com/videos>



<https://www.youtube.com/watch?v=vNpdFwoWlRo>

Pregunta 5
Correcta
Puntuación 1.00 sobre 1.00

Sea $Q = 240000 - 800P$ la función demanda-precio de cierto bien y $C = 500 + \frac{1}{4000}Q^2$ la función de beneficios totales. Seleccione una:

- ☒ a. no es siempre creciente y tiene un máximo en $Q=100000$
- ☐ b. es siempre creciente
- ☐ c. no es siempre decreciente y tiene un mínimo en $Q=100000$
- ☐ d. es siempre decreciente

La respuesta correcta es: no es siempre creciente y tiene un máximo en $Q=100000$

Figura 3. Hojas resumen, videotutoriales externos y de creación propia, cuestionarios de autoevaluación.

2.2 Aprendizaje colaborativo del alumno: en clase y después de clase

En esta fase de la experiencia realizada, se ha pretendido que el alumno avance trabajando y aprendiendo, en modo colaborativo, con otros compañeros del grupo. En concreto, se han llevado a cabo las siguientes acciones:

- ✓ Uso del Wolfram Alpha: un software matemático de acceso libre abierto (www.wolframalpha.com) para el estudio analítico de funciones que le permite interactuar con el programa a través de las correspondientes instrucciones en inglés, interpretar resultados numéricos y gráficos así como desarrollar una actitud crítica ante los resultados obtenidos. Los alumnos realizaron en el aula presentaciones orales de los trabajos realizados en grupo, exponiendo paso a paso, con el apoyo visual en pantalla la práctica desarrollada con el Wolfram Alpha.

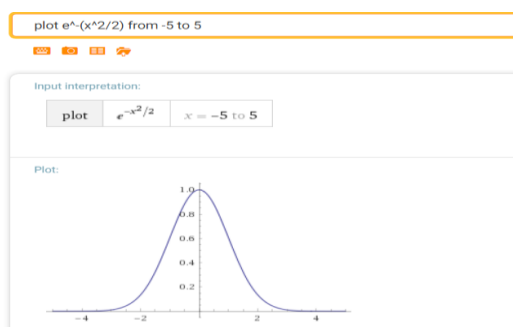


Figura 4. Análisis paso a paso de una función matemática: la función de densidad de probabilidad

- ✓ Grabación de videos cortos por los alumnos sobre funciones de variable real, otros conceptos del cálculo diferencial e integral y aplicaciones económicas. Esta actividad tenía el propósito de favorecer en el alumno competencias de tipo oral y escrito, más concretamente en el campo de la simbología matemática, gestión del tiempo disponible, cuidado de la imagen y sonido, creatividad, personalización de su aprendizaje, la observación y autoevaluación propia^{6,7}.

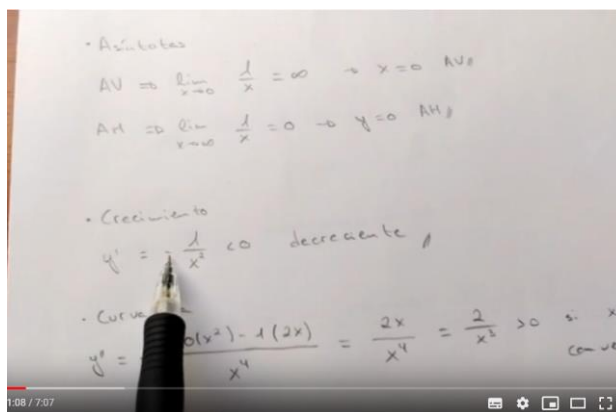


Figura 5. Videos grabados por alumnos

<http://cogonzal.webs.ull.es/videosmate1/V583.rar>; <http://cogonzal.webs.ull.es/videosmate1/V512.rar>;
https://youtu.be/VY_3-TDlwW; <http://cogonzal.webs.ull.es/videosmate1/V592.rar>;
<http://cogonzal.webs.ull.es/videosmate1/V525.rar>; <http://cogonzal.webs.ull.es/videosmate1/V507.rar>

- ✓ Confección de cuestionarios Kahoot⁸. Con esta actividad perseguía que en grupos de 3 ó 4 los alumnos confeccionaran preguntas (en español e inglés) sobre la materia, contando con la supervisión y orientación del profesor, preguntas que formarían parte de un cuestionario Kahoot evaluativo recopilatorio elaborado finalmente por el profesor. Esta experiencia colaborativa en su diseño conjunto por profesor y alumnos resulta un elemento novedoso en la asignatura. Sin duda, este tipo de herramientas logra captar la atención de los alumnos por las características del formato en que se presenta, un formato “tipo concurso” muy motivador, que además permite explicar y generar un feedback instantáneo sobre los aciertos y fallos cometidos. En general, la aparición reciente de este tipo herramientas de acceso libre para realizar cuestionarios a través de dispositivos electrónicos con conexión a internet (smartphones, Ipads, tablets, Chromebook ...) está revolucionando y estimulando los sistemas de participación activa de respuesta personal y contribuye a facilitar nuestro trabajo en la docencia, sobre todo en aspectos relacionados con la motivación.

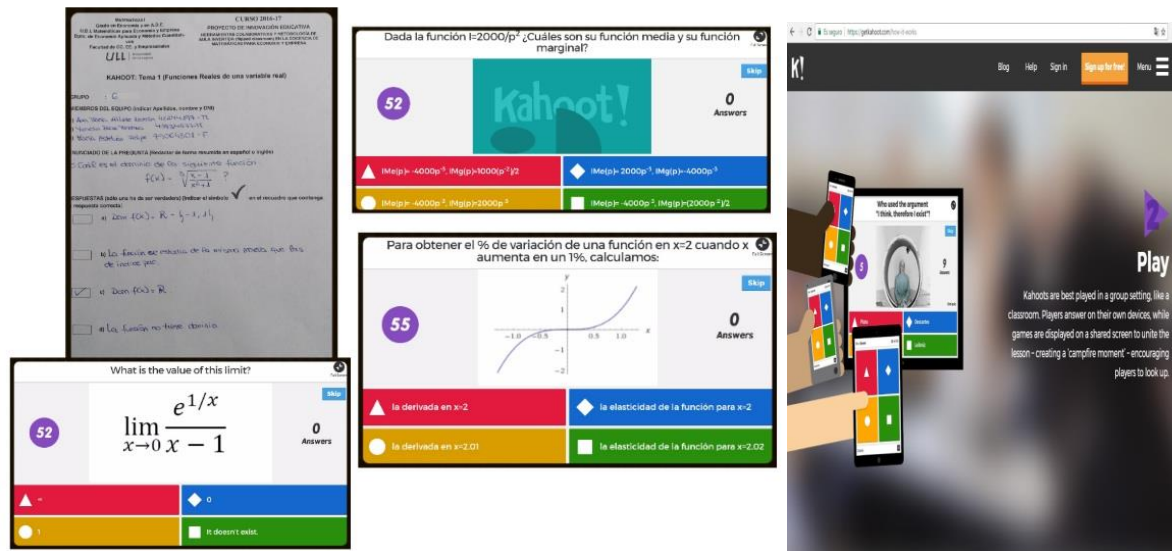


Figura 6. Diseño de preguntas y cuestionario Kahoot.

3. RESULTADOS

Las actividades realizadas permitieron trabajar una metodología activa de implicación, participación y compromiso del alumno desde el principio, lo cual favoreció la adquisición de competencias específicas (análisis matemático), genéricas (análisis y síntesis, comunicación oral y escrita), sistémicas (capacidad de aprendizaje autónomo) y de aplicación de conocimientos en problemas de economía y empresa. Además consideramos que aportan un valor añadido de responsabilidad y compromiso personal en el trabajo individual del alumno y en conexión con los demás.

La experiencia realizada contó con la predisposición, motivación y participación de los alumnos, que valoraron positivamente su realización en un contexto de interacción natural para ellos con la tecnología. Somos conscientes de que el uso de dispositivos electrónicos predispone y atrae su atención en actividades que se programen utilizando estos medios. Las características inherentes a estas herramientas son claramente favorables a una receptividad natural por parte del alumno, que en un ambiente de trabajo distendido y agradable ve el resultado de su trabajo y puede contrastar su progreso individual y en comunidad (Figura 7).

La creación de un espacio de aprendizaje individual y colaborativo entre el alumnado y el profesor permitió explorar nuevos conceptos y construir nuevo conocimiento. Se trabajó que los alumnos asumieran un rol más activo y comprometido con su aprendizaje.

En todo caso, también destacaron el esfuerzo en preparar algunas de estas actividades, sobre todo los vídeos, cuya elaboración les llevó un tiempo superior al previsto por el trabajo que conlleva de planificación, estudio, concreción de contenidos, formatos, elementos a considerar, creatividad. Un reto para muchos de ellos que les permitió superar barreras personales, abrirse a otras facetas y trabajar la comunicación escrita, oral y visual.

La percepción de la importancia del trabajo autónomo fuera del aula fue cobrando protagonismo conforme constataban sus carencias por falta de estudio para poder afrontar algunas actividades. Asumir roles en el trabajo en equipo lleva consigo una corresponsabilidad en sus integrantes, donde cada uno es pieza fundamental para que el trabajo avance.

Estas actividades tuvieron su reflejo en la puntuación adicional (de hasta 1 pto.) otorgada en el sistema de evaluación continua, que permite al alumno añadir esa calificación a la obtenida en las dos pruebas evaluativas realizadas en el cuatrimestre, con una ponderación cada una del 50%. En la Figura 8 se muestran los resultados para uno de los grupos en ADE, que muestran cómo aquellos alumnos que tuvieron altas calificaciones en las actividades realizadas obtuvieron buena nota en la evaluación continua y, por tanto, en la calificación final de la asignatura. Este comportamiento tuvo sus excepciones en muy pocos casos: algunos estudiantes que, en términos de coste de oportunidad, decidieron no hacer el seguimiento a las actividades y, en todo caso, superaron la asignatura con la realización de controles o en la convocatoria final. También algún caso aislado con buen seguimiento de las actividades, no logró superar finalmente el examen.

Para el profesor esta metodología conlleva un trabajo importante de diseño, seguimiento, supervisar y dinamizar y la intervención es necesaria para reconducir en cada momento las situaciones particulares de cada grupo. En todo caso, se genera un feedback estimulante para el profesor que puede dotar la clase de una dinámica más enriquecedora que la que tradicionalmente ha venido desempeñando de profesor conferenciante o profesor actor.

La puesta en práctica de este tipo de experiencias ha servido para alentar al profesorado en seguir aportando nuevas propuestas en las matemáticas en economía y empresa en conexión con las realidades que el alumno va demandando. Por ello, la formación continua del profesorado, la participación y puesta en común en foros y jornadas de innovación educativa es fundamental para seguir avanzando en esta línea.



Figura 7. Realización de un cuestionario Kahoot

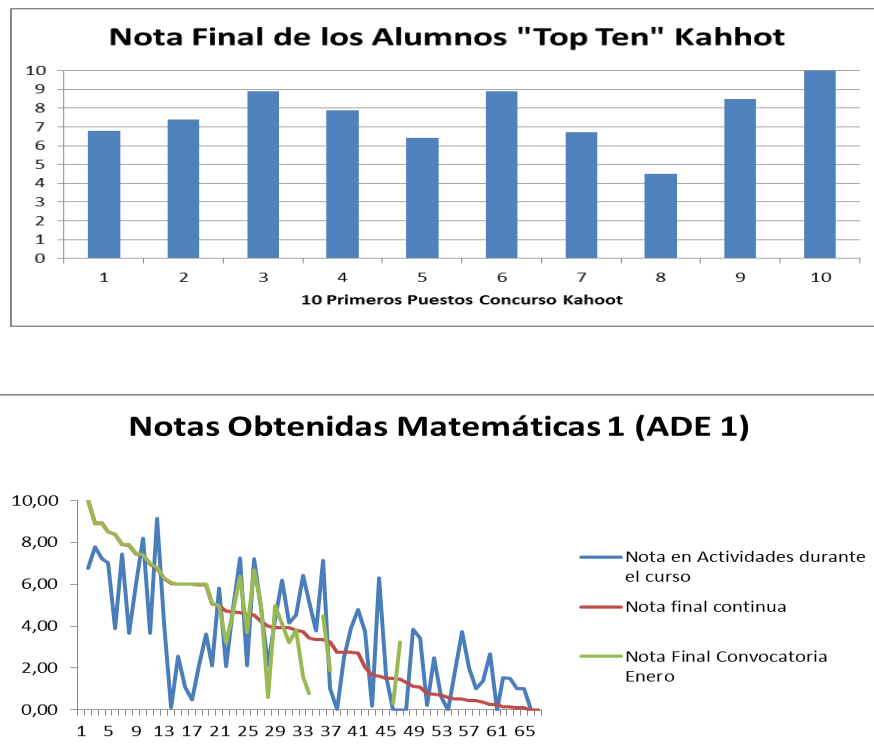


Figura 8. Resultados

REFERENCIAS

- [1] González-Concepción, C. y Gil-Fariña, M.C., El Lenguaje de la ciencia económica ¿por qué la economía no prescinde de las matemáticas?, RA-MA, Madrid (2000).
- [2] Gil-Fariña, M.C., González-Concepción, C. y Sosa Martín, D., “Herramientas colaborativas y metodología de aula invertida en la docencia de matemáticas para economía y empresa”, Proyecto de Innovación Docente, 2016-2017, Universidad de La Laguna.
- [3] Milman, N. B., “The flipped classroom strategy: What is it and how can it best be used?”, Distance Learning, 9(3), 85-87 (2012).
- [4] Strayer, Jeremy F. “How Learning in an Inverted Classroom Influences Cooperation, Innovation and Task Orientation.” Learning Environments Research 15.2, 171–193 (2012).
- [5] Barrios, J. A., Carrillo, M., González, C., Gil, M. C. y Pestano, C., Análisis de Funciones en Economía y Empresa: Un Enfoque Interdisciplinar, Ed. Diaz de Santos, Madrid, 2005.
- [6] González-Concepción, C., La grabación de videos cortos por estudiantes universitarios motivación y evaluación en la docencia de las matemáticas, Anales de ASEPUMA, ISSN-e 2171-892X, nº 25 (2017).
- [7] Faura Martínez, U. y Lafuente, M., “Herramienta para motivar la enseñanza de matemáticas: vídeos de estudiantes”, Comunicación presentada en las XXVI Jornadas ASEPUMA, Sevilla, 7 y 8 de junio (2018).
- [8] Wang, A.I., “The wear out effect of a game-based student response system,” Comput Educ (82), 217-227 (2015).