UNIVERSIDAD POLITECNICA DE LAS PALMAS

ESCUELA UNIVERSITARIA POLITECNICA
DE
INGENIERIAS TECNICAS

1

PROBLEMAS

GRAFICOS

GEOMETRICOS

ARMANDO T. GONZALEZ

NG
44
ON
oro

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

BIBL.UNIV.-LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
507871
ING 744 GON pro

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

* PROBLEMAS *

* GRAFICOS *

* GEOMETRICOS *

I

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE G.C.
EDIFICIO DEPARTAMENTAL
INGENIERIA I
BIBLIOTECA
Nº 27725 FECHA 23 11 98

6 P

UNIVERSIDAD
DE LAS PALMAS DE G.C.
BIBLIOTECA DE INGENIERIA
Nº C 507871
Nº G 507867
FECHA 21-12-98

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS
EDIFICIO DEPARTAMENTAL

ARMANDO T. GONZALEZ

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

PROBLEMAS GRAFICOS GEOMETRICOS

Armando Tomás González Suárez

OBRA PUBLICADA EL DIA 12-6-84
EN LA ESCUELA UNIVERSITARIA POLI -
TECNICA DE LAS PALMAS.
EJEMPLAR IMPRESO EN LA ESCUELA UNI-
VERSITARIA POLITECNICA DE LAS PAL-
MAS DE GRAN CANARIA, c/. Perez del
Toro nº 1.
MAQUINA FOTOCOPIADORA, MARCA RANX-
XEROX, SERIE 7000 ED, Nº 236/59442.
Nº DE FOLIOS : 65

DEPOSITO LEGAL G.C. - 541-1984

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

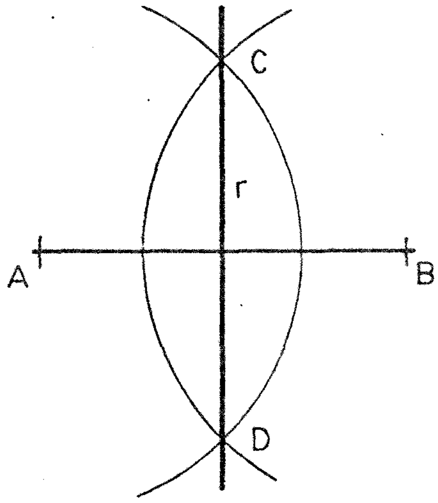
I N D I C E

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

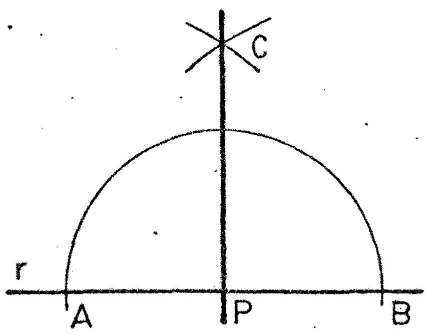
PERPENDICULARES

Tema : 1

1.1. TRAZAR UNA PERPENDICULAR AL SEGMENTO DADO A-B EN SU PUNTO MEDIO. (MEDIATRIZ)



Haciendo centro en A traza un arco de radio ligeramente mayor que la mitad del segmento, con este mismo radio y des-de B traza otro arco que corte al primero. La intersección de los dos arcos nos dará dos puntos de la recta pedida.

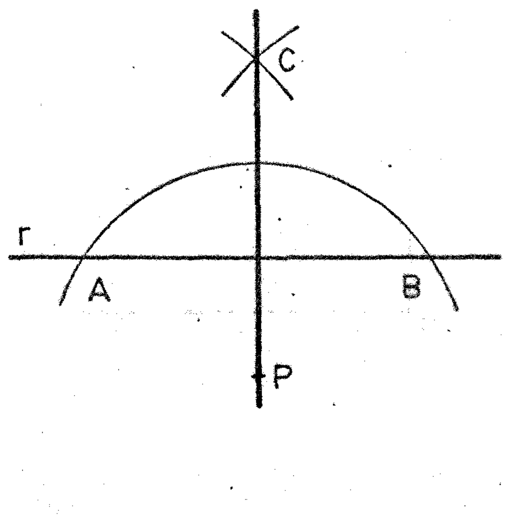


1.2. TRAZAR UNA PERPENDICULAR A UNA RECTA DADA r POR UN PUNTO P DE ELLA.

Con centro en el punto dado trazar un arco de radio arbitrario que corte a la recta en los puntos A y B, con centro en estos dos puntos traza dos arcos de radios iguales que se corten en un punto, este unido con P nos da la solución.

1.3. TRAZAR UNA PERPENDICULAR A UNA RECTA DADA r DESDE UN PUNTO P EXTERIOR A ELLA.

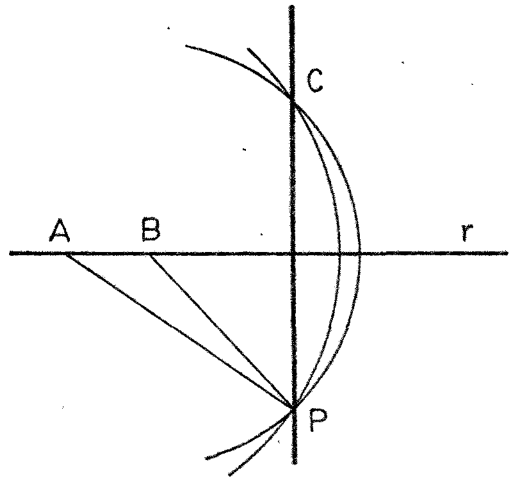
Traza un arco con centro en P de radio ligeramente mayor a la distancia P-r lo que nos dará los puntos A y B, haciendo centro en estos traza dos arcos que corten en un punto C, que unido con P nos da la solución.

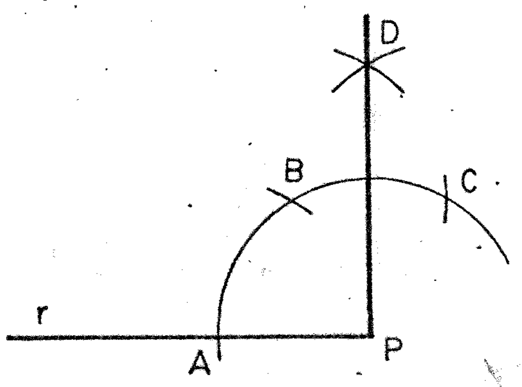


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

1.4. TRAZAR OTRO CASO.

Traza dos puntos arbitrarios A y B sobre la recta r algo distanciados de la supuesta perpendicular pedida y traza con centro en ellos dos arcos que pasen por P y se cortan en su simétrico C, que unido con P es la solución.



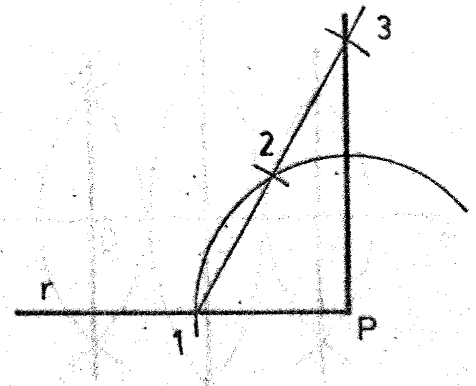


1.5. TRAZAR UNA PERPENDICULAR EN UN EXTREMO P DE UNA SEMIRRECTA r DADA.

Con centro en P traza un arco de radio arbitrario que corte a la recta en A y haciendo centro aquí y con el mismo radio hallarás B y C sucesivamente; con centro en B y C traza dos nuevos arcos de radios iguales que se cortan en D. La recta P-D es la perpendicular pedida.

1.6. TRAZAR OTRO PROCEDIMIENTO.

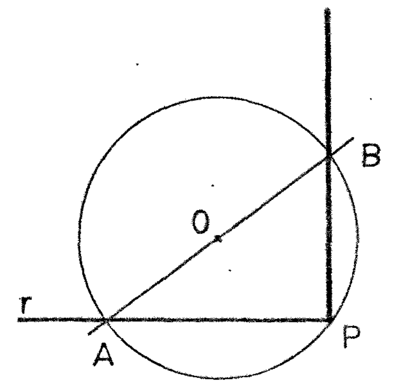
Traza con centro en P un arco de radio arbitrario que corte a la recta en 1 y haciendo centro en este punto traza otro arco del mismo radio que corte al anterior en el punto 2 y desde este punto traza otro arco en el mismo sentido; une el punto 1 y 2 prolongando la recta hasta que corte al último arco en el punto 3, este punto unido con P nos da la solución.

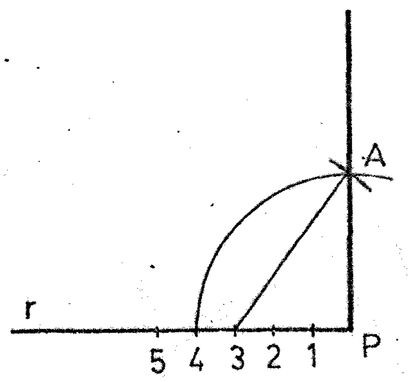


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

1.7. TRAZAR UN TERCER PROCEDIMIENTO.

Desde un punto en el espacio O traza una circunferencia de radio O-P que cortará a la recta en A, uniendo A con O y prolongando obtendremos el punto B que unido con P es la solución.



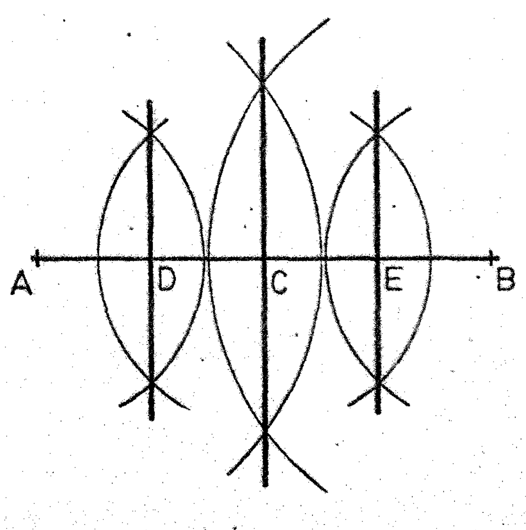


1.8. TRAZAR UN CUARTO PROCEDIMIENTO.

Lleva 5 magnitudes iguales a partir de P sobre la recta y traza un arco con centro en P de radio P-4. Desde el punto 3 traza un arco de radio P-5 que corte al anterior en el punto A, este punto unido con P es la solución.

1.9. DIVIDIR EL SEGMENTO DADO A-B EN CUATRO PARTES POR MEDIO DE PERPENDICULARES.

Traza la mediatriz del segmento dado A-B como en el caso 1.1., una vez obtenida repito la operación con relación a los segmentos A-C y B-C.

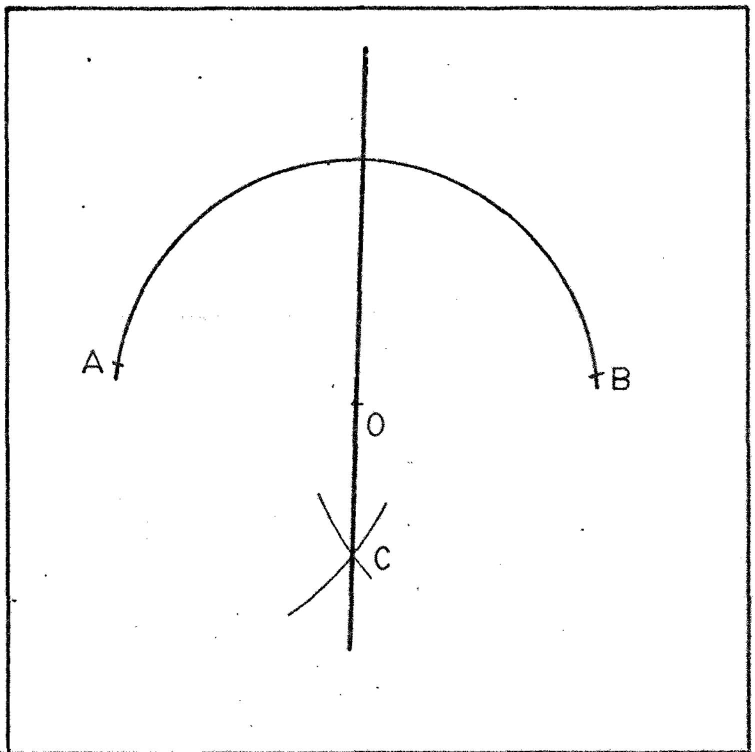


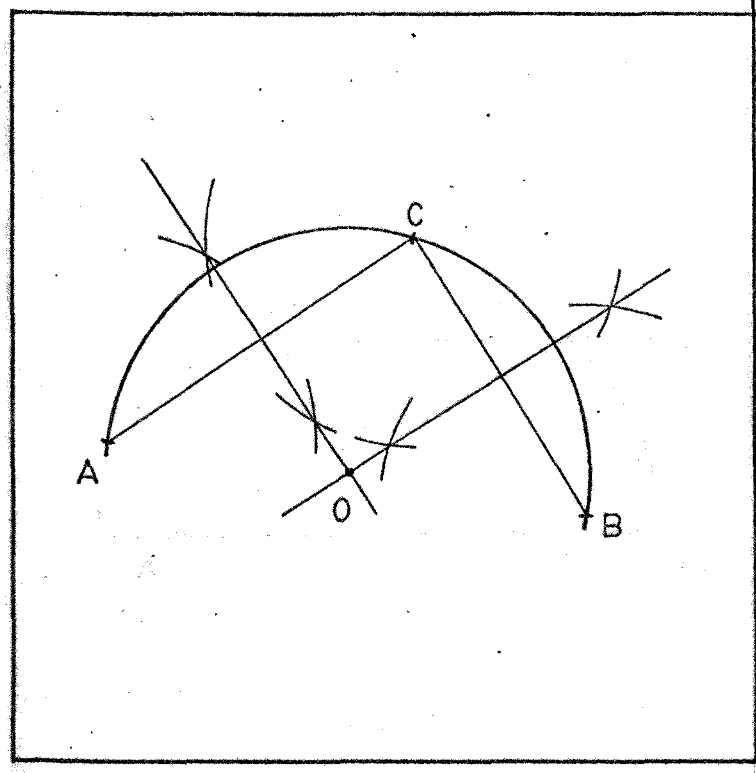
© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

APLICACIONES

1.A. CONOCIDO EL CENTRO DE UN ARCO DIVIDIR ESTE EN DOS PARTES IGUALES.

Haciendo centro en los extremos A y B del arco traza dos arcos de radiò arbitrario que se corten en el punto C, que unido con O y prolongado dividirá al arco en dos partes iguales.





1.B. HALLAR EL CENTRO DE UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA.

Situa sobre el arco el punto C arbitrariamente, traza las mediatrices de los segmentos A-C y B-C las cuales se cor-tarán en el punto O solución.

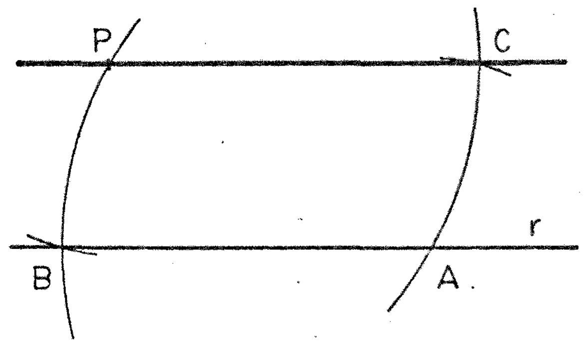
© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

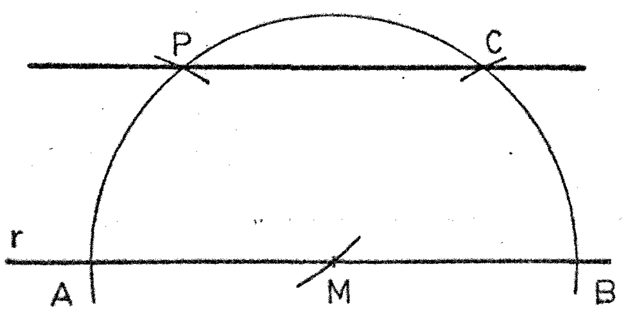
RECTAS PARALELAS

Tema : 2

2.1. TRAZAR UNA PARALELA A UNA RECTA DADA r POR UN PUNTO P EXTERIOR A ELLA.

Con centro en P traza un arco arbitrario que cortará la recta en A, haciendo centro en A traza el arco inverso al anterior (radio A-P) y cortará a la recta en B; toma la distancia P-B y llevala desde A sobre el arco que lo contiene, dandonos el punto C. La recta P-C es la solución.



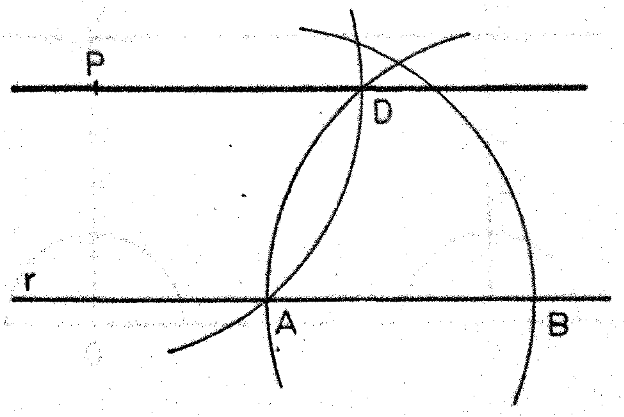


2.2. TRAZAR OTRO CASO.

Con centro en P traza un arco arbitrario que corte a la recta en M, y haciendo centro en este punto describe un arco (inverso al anterior) que nos dará los puntos A y B; toma la distancia A-P y llevala desde B dandonos el punto C. La recta P-C es la solución.

2.3. TRAZAR UN TERCER PROCEDIMIENTO.

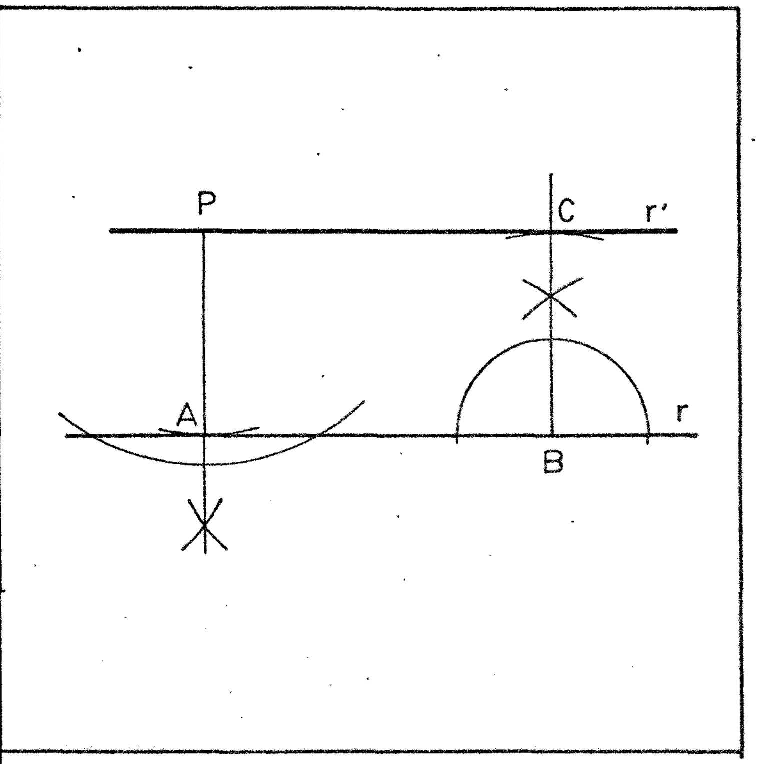
Traza un arco arbitrario con centro en P que cortará la recta en A, haciendo centro aquí trazamos otro del mismo radio que nos dará B y desde aquí trazamos otro arco de radio B-A que corte al primero en D. La recta P-D es la solución.

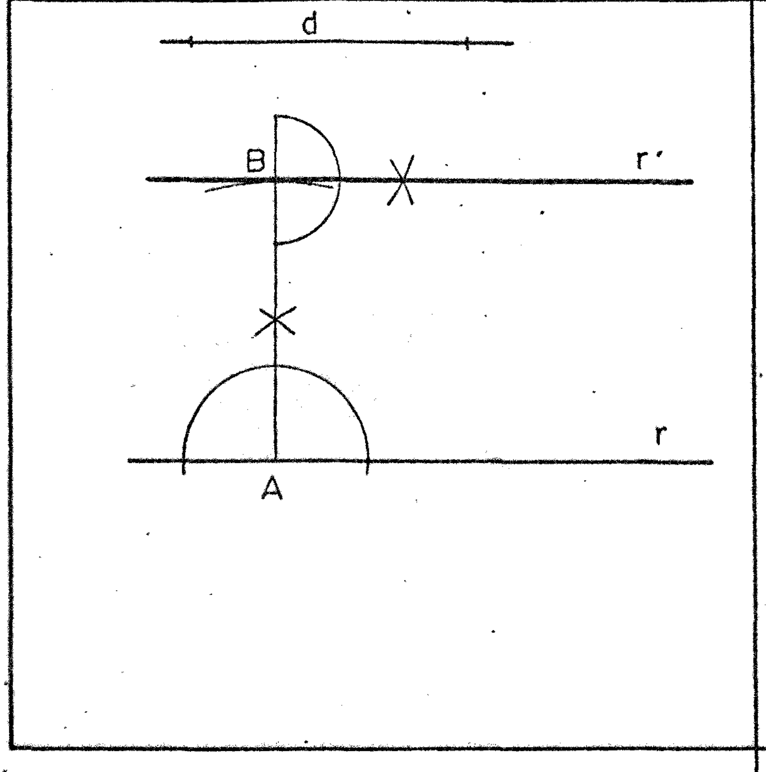


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

2.4. TRAZAR CUARTO PROCEDIMIENTO.

Desde el punto P realiza el ejercicio 1.3. y desde un punto B situado sobre la recta realiza el ejercicio 1.2. Lleva la distancia P-A desde B dándonos el punto C; La recta P-C es la solución.



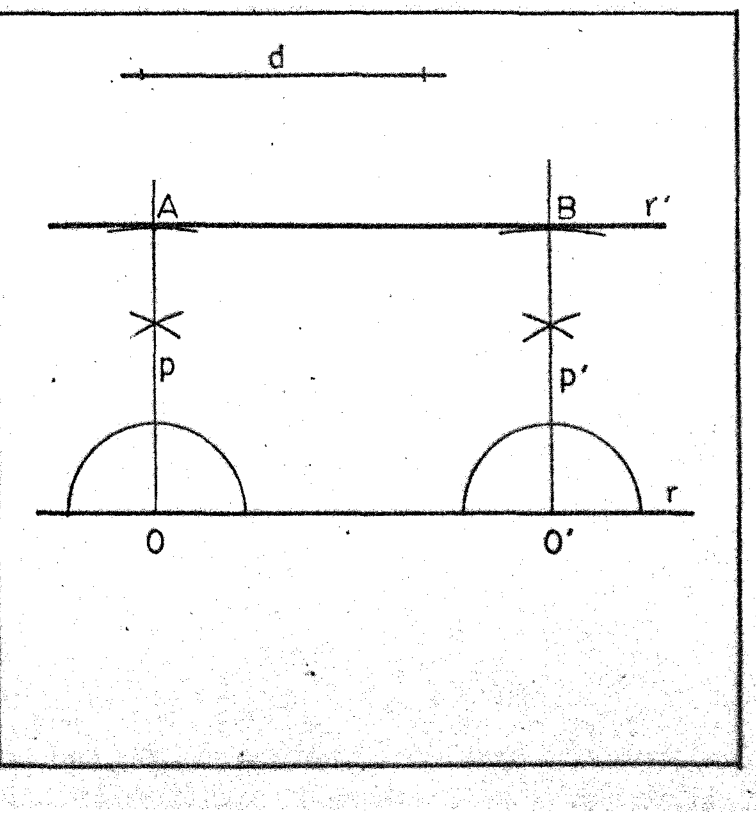


2.5. TRAZAR UNA PARALELA A UNA RECTA r A UNA DISTANCIA DADA.

Desde el punto A situado sobre la recta realiza el ejercicio 1.2. y lleva desde A sobre la perpendicular trazada la distancia dada dándonos el punto B, desde este punto repite el ejercicio 1.2. siendo la perpendicular a la recta A-B la solución pedida.

2.6. TRAZAR OTRO CASO.

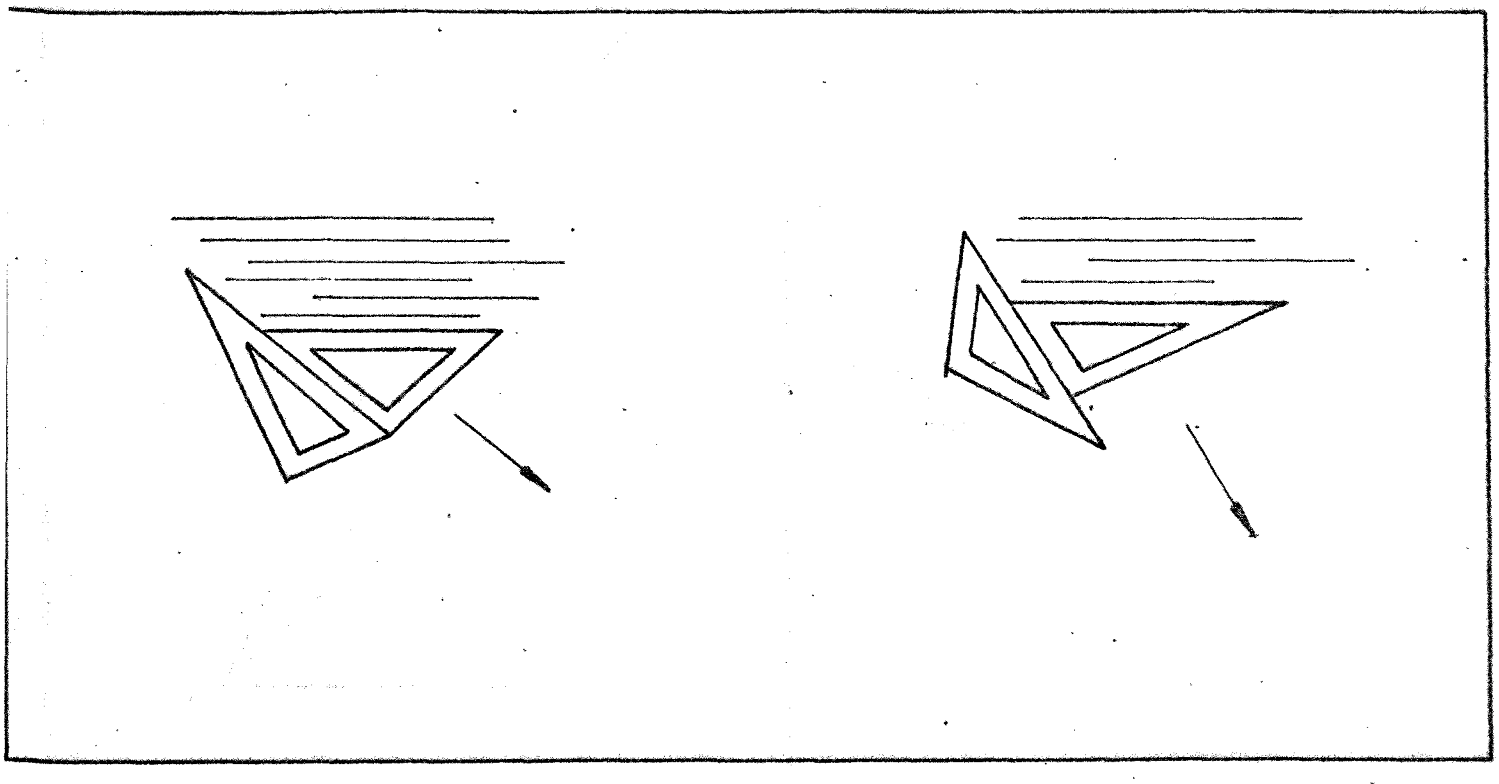
Realiza desde ambos puntos O y O' el ejercicio 1.2., y sobre estas perpendiculares lleva la distancia dada, nos darán A y B, puntos de la recta solución.



© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

2.7.. TRAZAR CON LAS PLANTILLAS DE DIBUJO PARALELAS A UNA RECTA DADA r.

Situando el cartabón o la escuadra de forma que su hipotenusa coincida con la recta dada, adosale la otra plantilla (escuadra o cartabón) que mantendrás inmovil. Deslizando la primera plantilla sobre la fija podremos trazar por su hipotenusa rectas paralelas a la dada.



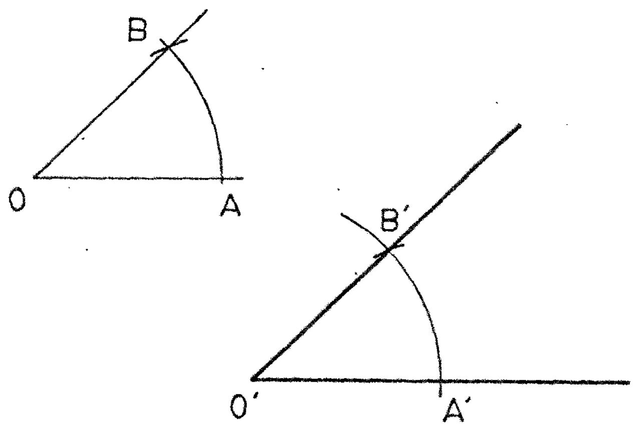
© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

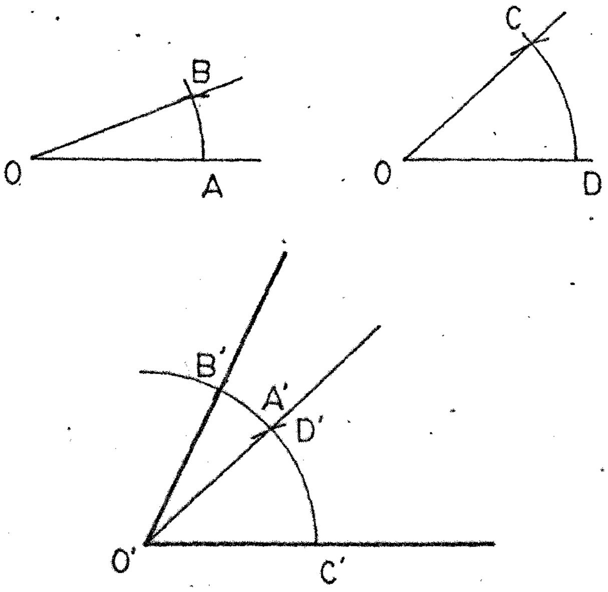
A N G U L O S   I

Tema : 3

3.1. CONSTRUIR UN ANGULO IGUAL A OTRO DADO.

Traza un arco de radio arbitrario con centro en el vertice del ángulo dado, este mismo arco trazalo a partir del extremo de una recta previamente trazada. Toma la distancia A-B y llevala desde A'a B' Uniendo O' B' nos da el otro lado del ángulo solución.



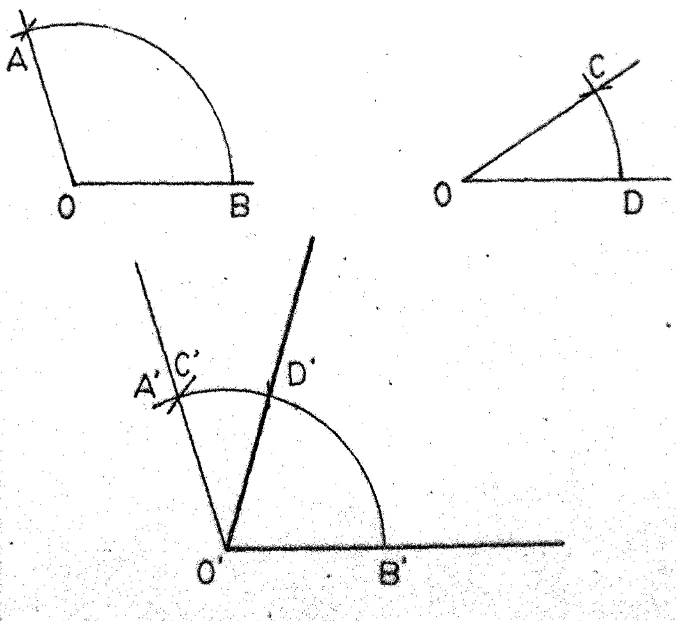


3.2. CONSTRUIR UN ANGULO IGUAL A LA SUMA DE OTROS DOS DADOS.

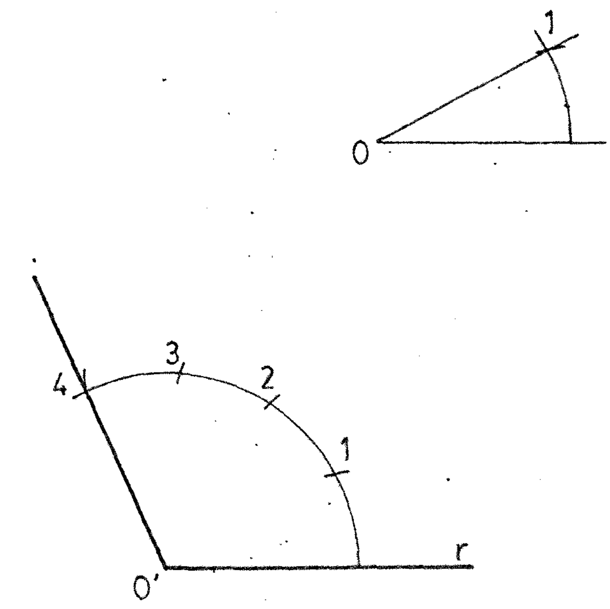
Sobre una recta trazada previamente lleva el ángulo COD según vimos en el ejercicio anterior, a continuación de este traslada el AOB, el ángulo solución es el C'O'B'.

3.3. CONSTRUIR UN ANGULO IGUAL A LA DIFERENCIA DE OTROS DOS DADOS.

Sobre una recta trazada previamente lleva el ángulo AOB y luego el COD desde el punto A hacia dentro, el ángulo solución es el B'O'D'.

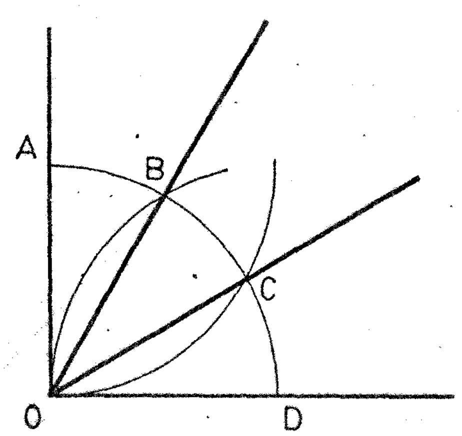


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009



3.4. CONSTRUIR UN ANGULO QUE SEA UN DETERMINADO NUMERO DE VECES MAYOR QUE OTRO DADO. (4 VECES)

Traza una recta y sobre ella lleva sucesivamente el ángulo dado tantas veces como se indica.

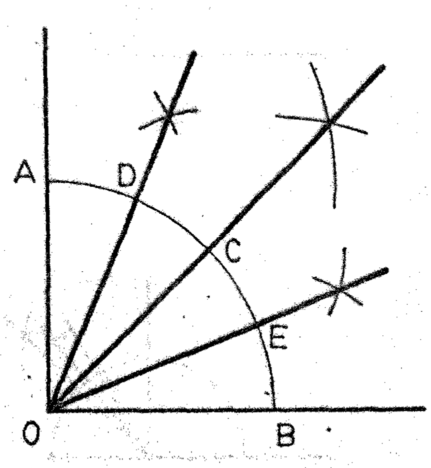


3.5. DIVIDIR UN ANGULO RECTO EN TRES PARTES IGUALES.

Una vez trazado el ángulo recto traza un arco de radio arbitrario OA y hacien-do centro en A y con el mismo radio traza desde el vertice hasta que corte al anterior en C, repite esta operación desde D y nos dará el punto B; los puntos B y C al unirlos con el vertice nos da la solución.

3.6. DIVIDIR UN ANGULO RECTO EN CUATRO PARTES IGUALES.

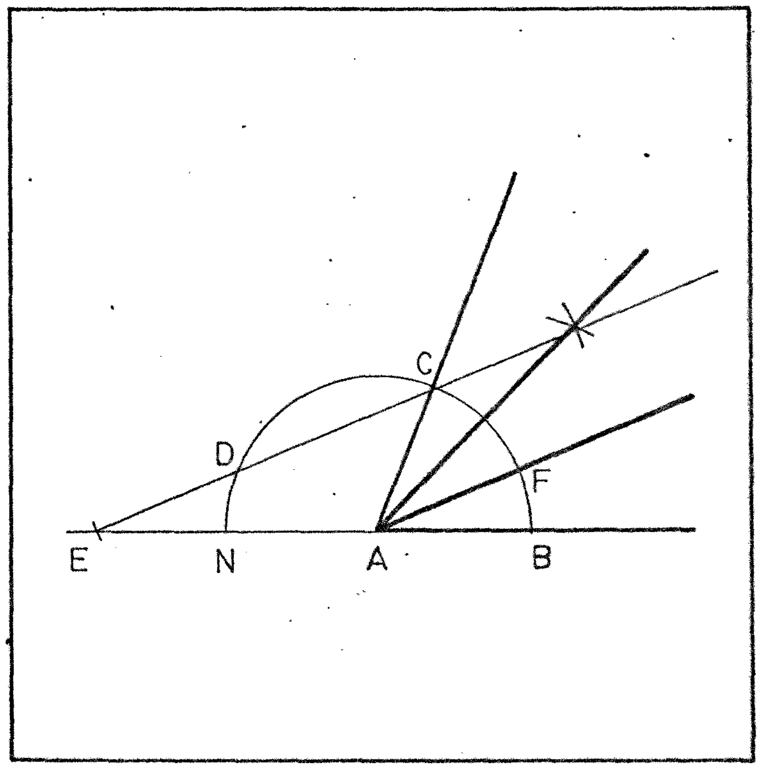
Una vez trazado el ángulo recto traza un arco de radio arbitrario que nos dará los puntos A y B, haciendo centro en estos traza dos arcos que se corten de un mismo radio, este punto unido con el vertice divide al ángulo en dos partes, solo nos resta volver a dividir estos dos ángulos obtenidos en otros dos para hallar la solución.



© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

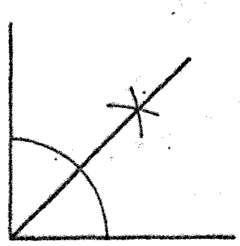
3.7. DIVIDIR UN ANGULO CUALQUIERA EN TRES PARTES IGUALES.

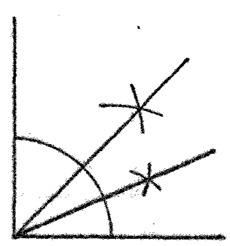
Traza el ángulo suplementario del ángulo dado y prolonga los lados que son semirrectas opuestas; desde el pun-to C traza una recta que corte a la prolongación de A-N tal que la distancia D-E sea igual a A-N, una vez obtenida esta recta traza desde el vertice A una recta paralela a C-E que nos dará el punto F. El ángulo BAF es un tercio del dado, con lo que solo nos queda dividir el ángulo FAC en dos partes.

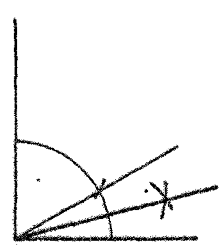


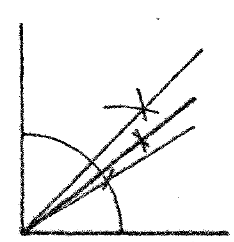
3.8. CONSTRUIR DIVERSOS ANGULOS CON LA UTILIZACION DEL COMPAS.

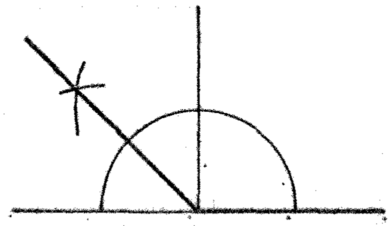
La construcción de estos ángulos se hacen todas con la combinación de los ejercicios 3.5. y 3.6. por lo que las podemos considerar una aplicación de los mismos.

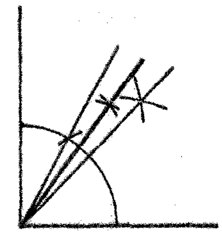

45°

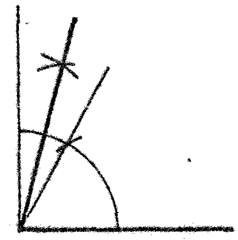

22°30'

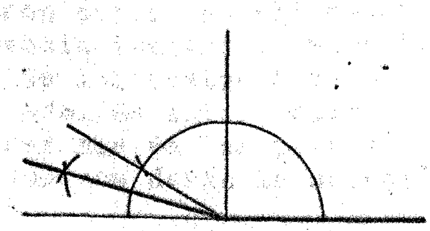

15°

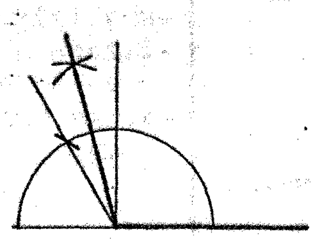

37°30'

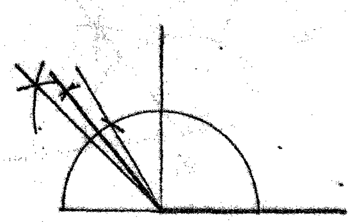

135°


52°30'


75°


165°.


105°

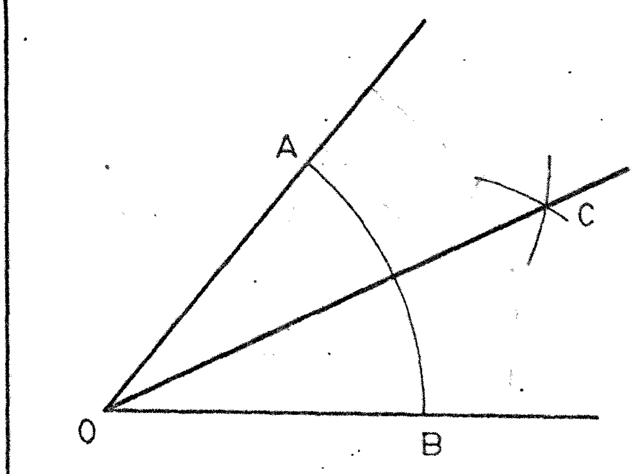

127°30'

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

ANGULOS II

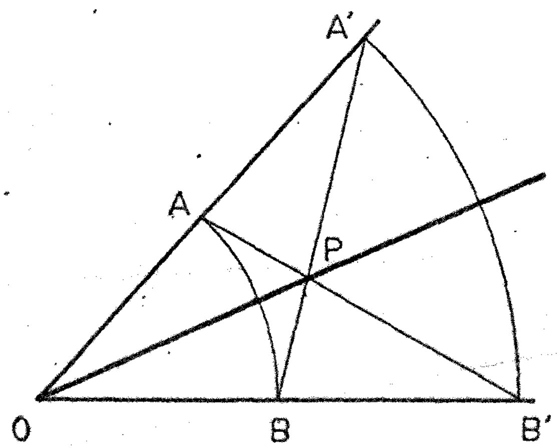
Tema : 4

Sabiendo que: BISECTRIZ es la semirrecta que partiendo del vertice equidista de los lados del ángulo.



4.1. TRAZAR LA BISECTRIZ DE UN ANGULO DADO.

Desde el vertice O traza un arco de radio arbitrario que nos dará los puntos A y B; haciendo centro en A traza un arco de radio arbitrario y con este mismo radio y haciendo centro en B corta al anterior dándonos el punto C. La recta O-C divide al ángulo en dos partes iguales.

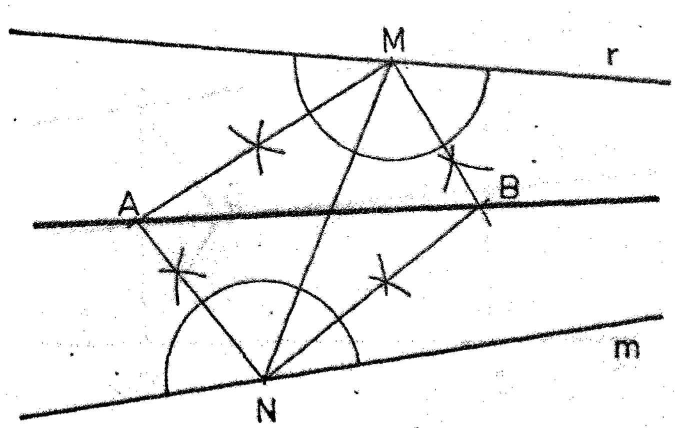


4.2. TRAZAR OTRO PROCEDIMIENTO.

Desde el vertice O traza dos arcos de radios arbitrarios ligeramente distanc iados uno del otro, uniendo los extremos opuestos de sendos arcos nos dará el punto P que unido con O divide al ángulo en dos partes iguales.

4.3. TRAZAR LA BISECTRIZ DEL ANGULO QUE FORMARIAN DOS RECTAS CONCURRENTES AL SER PROLONGADAS.

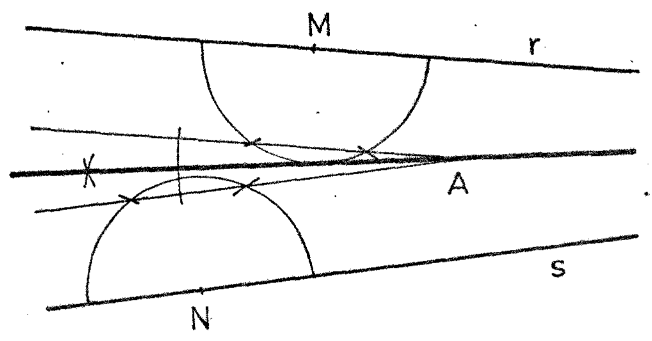
Traza dos puntos arbitrarios M y N sobre las rectas dadas y únelos, traza con centro en ellos dos semicircunferencia iguales y traza las bisectrices de los cuatro ángulos que hemos formado. La intersección de las bisectrices nos dá los puntos A y B, que unidos nos darán la solución.

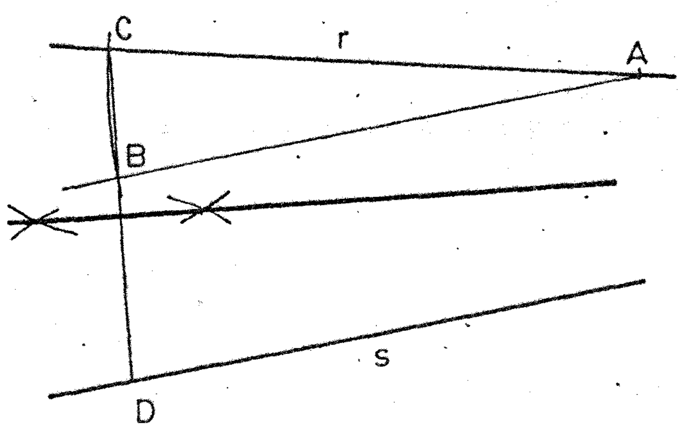


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

4.4. TRAZAR UN SEGUNDO PROCEDIMIENTO.

Desde los puntos arbitrarios M y N traza las paralelas a r y s respectivamente según vimos en el ejercicio 2.2. Estas dos rectas obtenidas se cortarán en el punto A vértice del ángulo al que hallaremos su bisectriz, que lo será a su vez del ángulo que formarian r y s al ser prolongadas.



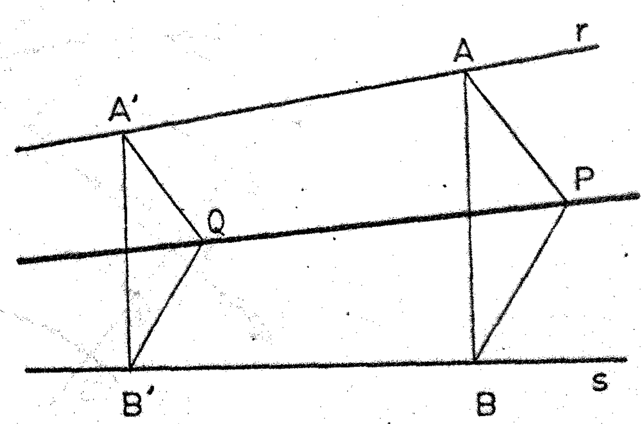


4.5. TRAZAR UN TERCER PROCEDIMIENTO.

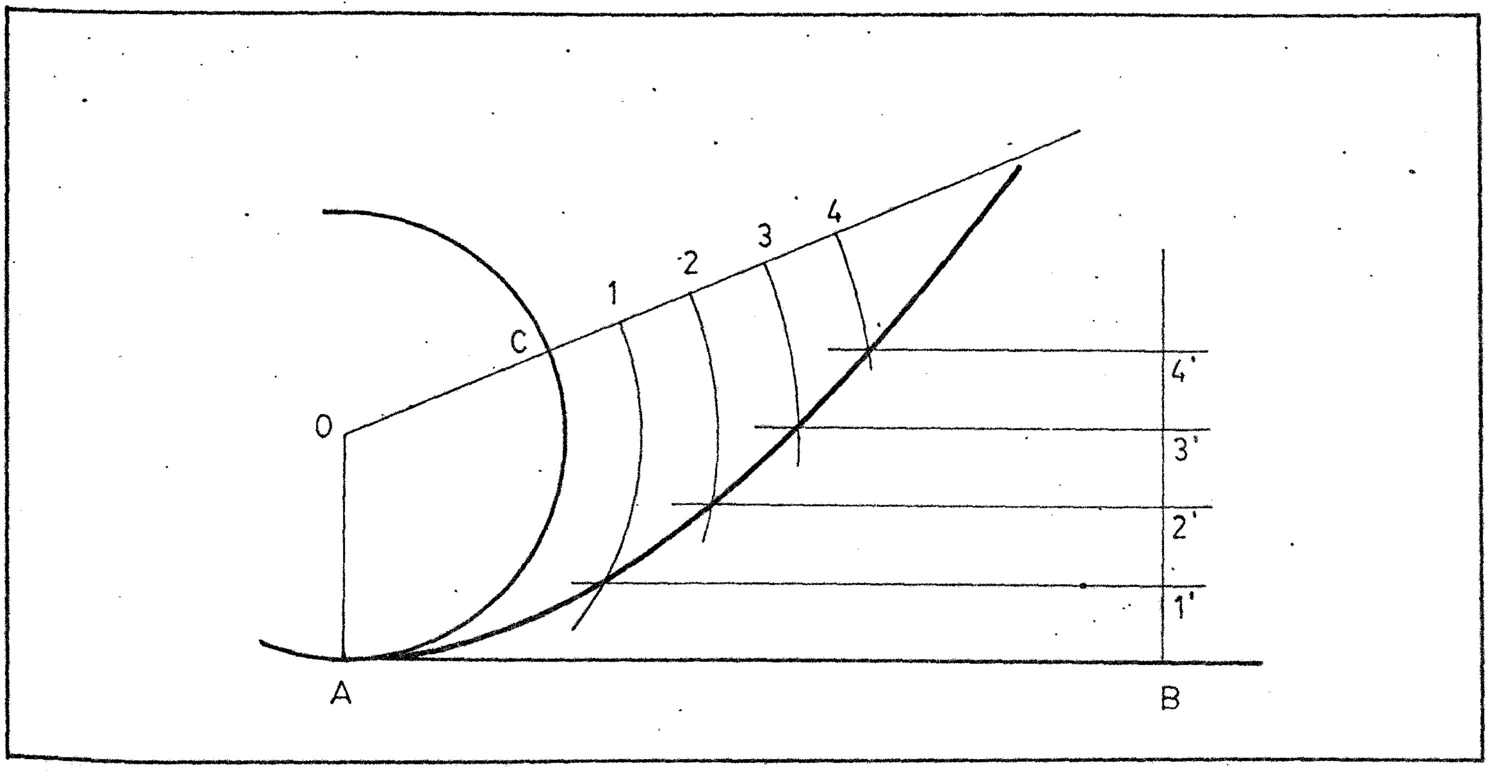
Traza un punto a sobre r y desde aquí traza la recta A B, con centro en A y radio A B traza un arco que nos dará C; unimos C con B y prolongamos hasta la recta s en el punto D. Trazando la mediatriz de C D obtendremos la solución.

4.6. TRAZAR LA RECTA CONCURRENTE A OTRAS DOS DADAS POR UN PUNTO DADO P.

Traza los puntos A y B arbitrariamente sobre r y s respectivamente y construye el triángulo APB, traza una paralela a AB que nos de A´B´, otra paralela a AP que nos dará A´Q y una tercera papalela a PB que nos de QB´ con lo que hemos obtenido un triángulo semejante; uniendo P y Q nos da la solución.



© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

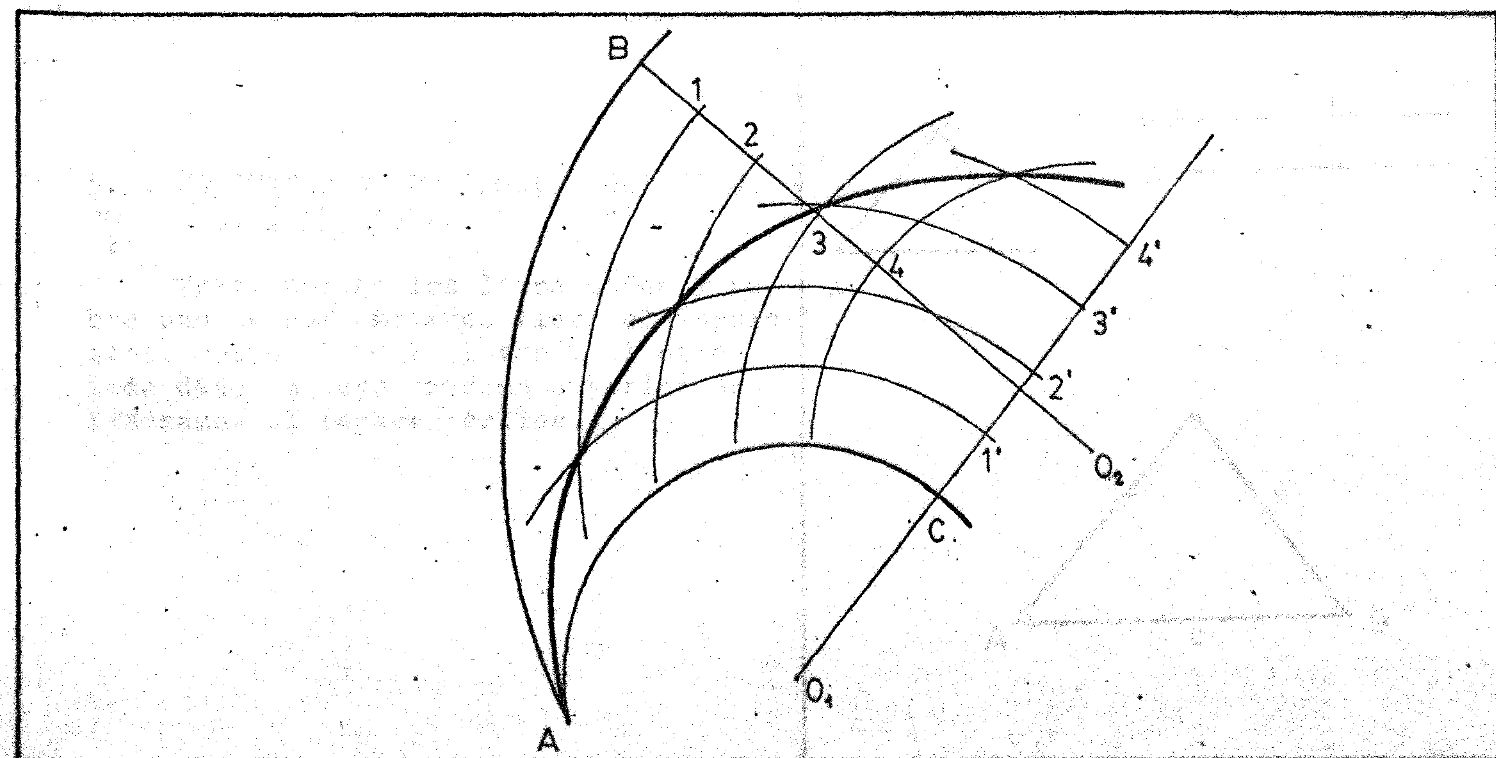


4.7. TRAZAR LA BISECTRIZ DE UN ANGULO MIXTILINEO CONOCIDO EL CENTRO DEL LADO CURVO.

Llevá varios puntos arbitrarios 1,2,3 y 4 sobre la prolongación del radio del lado curvo, estos mismos puntos con la misma magnitud llevalos sobre una perpendicular trazada al lado recto 1', 2', 3'y 4'; traza paralelas por estos puntos y arcos con centro en O que pasen por 1,2,3 y 4 (1',2',3',4'). Las intersecciones de las paralelas con los arcos concentricos forman una serie de puntos que unidos a pulso o con plantillas nos dan la bisectriz pedida.

4.8. TRAZAR LA BISECTRIZ DE UN ANGULO CURVILINEO CONOCIDOS LOS CENTROS DE LOS LADOS CURVOS.

Este ejercicio es análogo al anterior, solo que los dos lados son curvos.



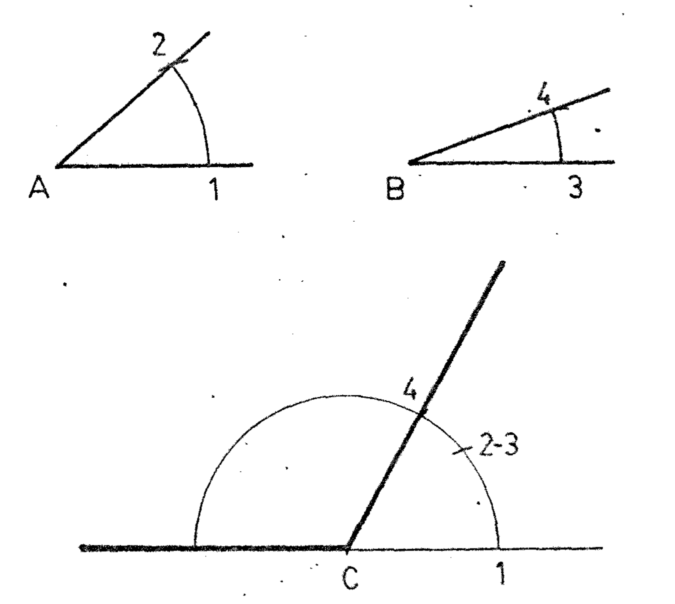
© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

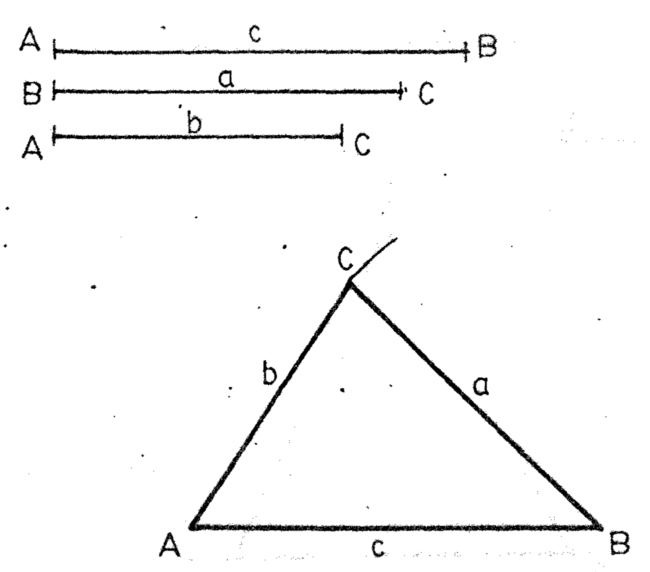
TRIANGULOS

Tema : 5

5.1. CONOCIENDO LOS ANGULOS A Y B DE UN TRIANGULO, HALLAR EL TERCER ANGULO.

Traza el ángulo suma de los dos dados, y traza luego su suplementario, que será el ángulo pedido, ya que como debes saber la suma de los tres ángulos de un triángulo es 180 grados.



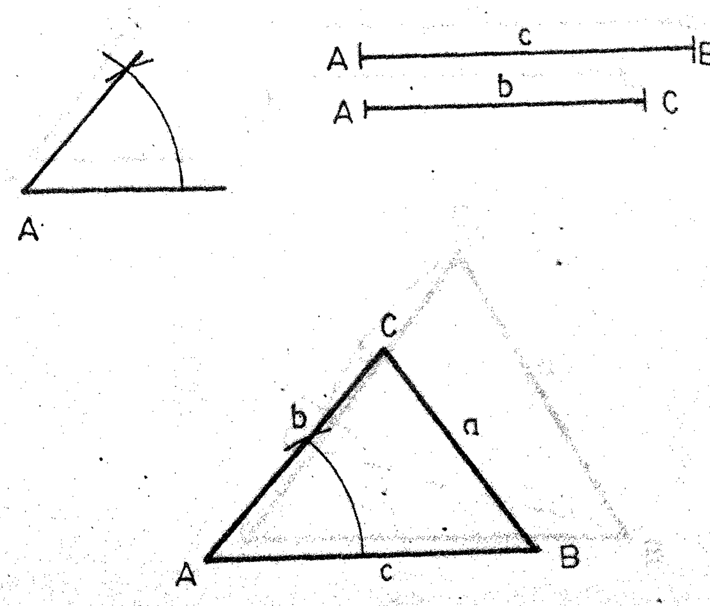


5.2. CONSTRUIR UN TRIANGULO CONOCIENDO SUS TRES LADOS.

Traza el lado A-B de la base y desde los extremos traza dos arcos de radio el lado b y a respectivamente, donde se crucen será el otro vertice del triángulo.

5.3. CONSTRUIR UN TRIANGULO CONOCIENDO DOS LADOS Y EL ANGULO QUE FORMAN.

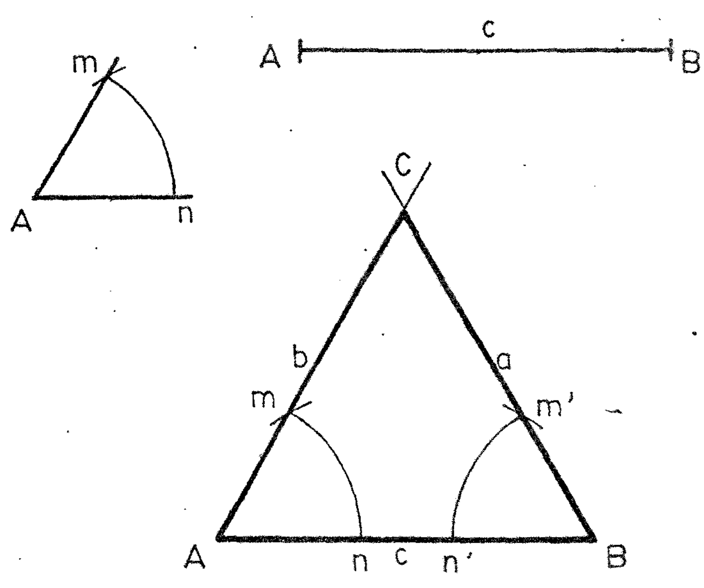
Traza uno de los lados dados y sobre uno de sus extremos lleva el ángulo dado, sobre el cual llevarás el otro lado dado en cuyo extremo superior obtendremos el tercer vértice.

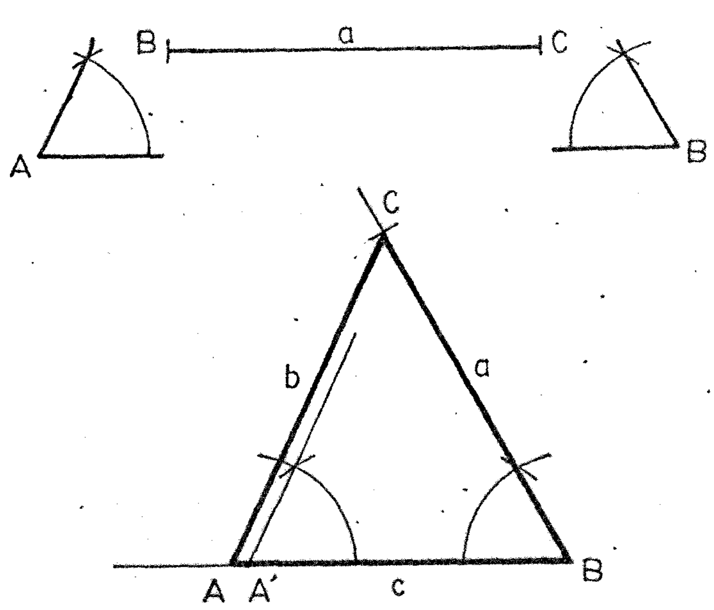


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

5.4. CONSTRUIR UN TRIANGULO ISOCELES CONOCIENDO UN LADO Y LOS ANGULOS ADYACENTES AL MISMO.

Traza el lado de la base dado, y sobre sus extremos traslada el ángulo dado, en uno y otro extremo; prolonga los dos lados libres de estos dos ángulos, y donde se crucen será el tercer vertice.



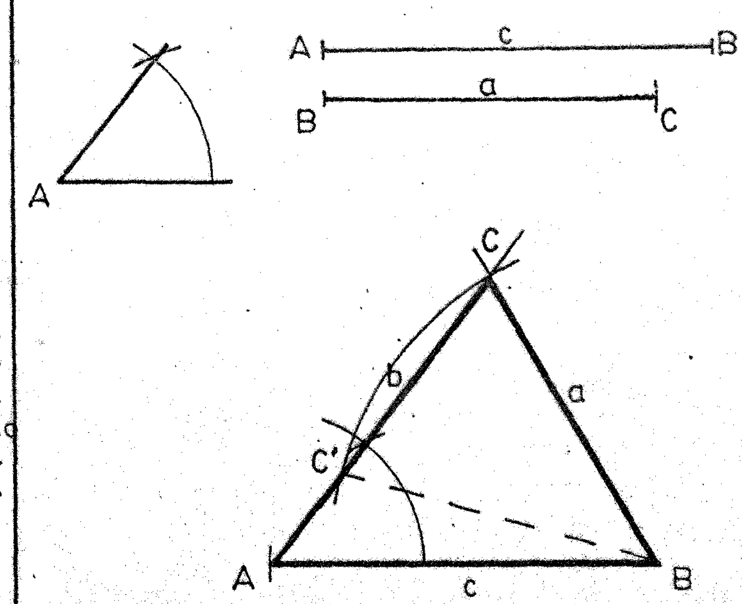


5.5. CONSTRUIR UN TRIANGULO CONOCIENDO DOS ANGULOS Y EL LADO OPUESTO A UNO DE ELLOS.

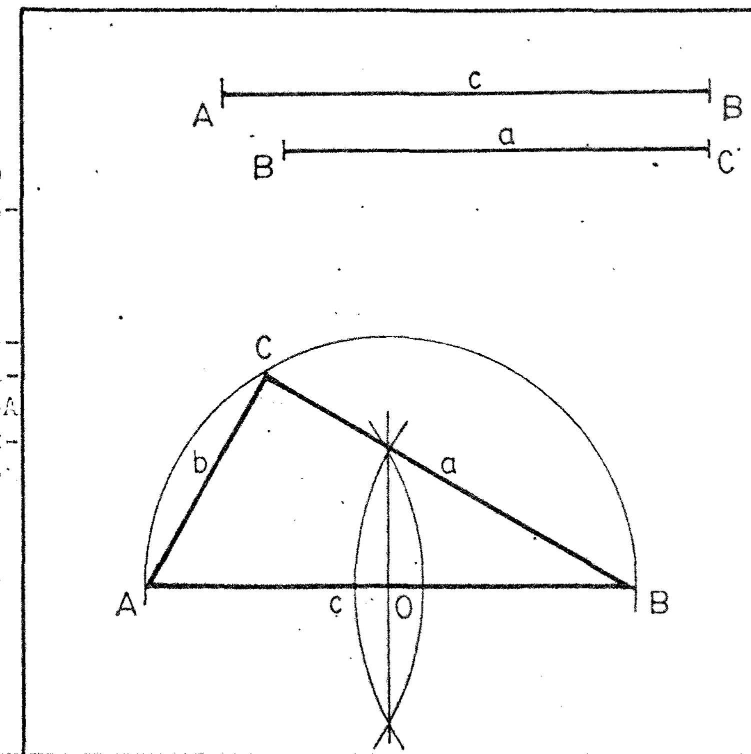
Traza una recta horizontal que nos servirá para lograr uno de los lados, y sobre ella lleva los dos ángulos dados uno frente al otro, sobre el lado libre de uno de ellos traza el lado dado y des-de su extremo superior traza una paralela al otro lado libre del ángulo opuesto, con lo que habrás obtenido el triángulo.

5.6. CONSTRUIR UN TRIANGULO CONOCIENDO DOS LADOS Y EL ANGULO OPUESTO A UNO DE ELLOS. (Este ejercicio tiene dos soluciones)

Traza el lado A-B de la base, y en su extremo A el ángulo dado prolongando el lado libre; desde el vértice B traza un arco de radio igual al otro lado dado B-C que cortará a la prolongación anterior en C y C´vertices que pudieran ser los dos del triángulo pedido.

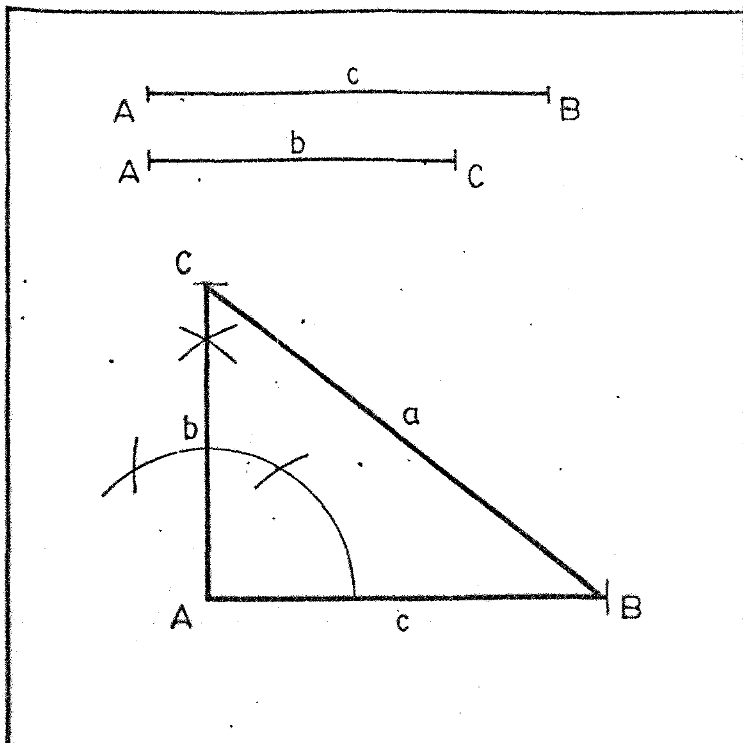


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009



5.7. CONSTRUIR UN TRIANGULO RECTANGULO CONOCIENDO LA HIPOTENUSA A-B Y UN CATETO B-C.

Traza la hipotenusa como lado de la base y hallale su mediatriz para lograr el punto medio, desde donde trazarás una semicircunferencia de radio O-A luego haciendo centro en uno de los extremos de la base traza un arco de radio igual al cateto dado, que corte a la semicircunferencia en el punto C. Obteniendose asi los tres vértices del triángulo.

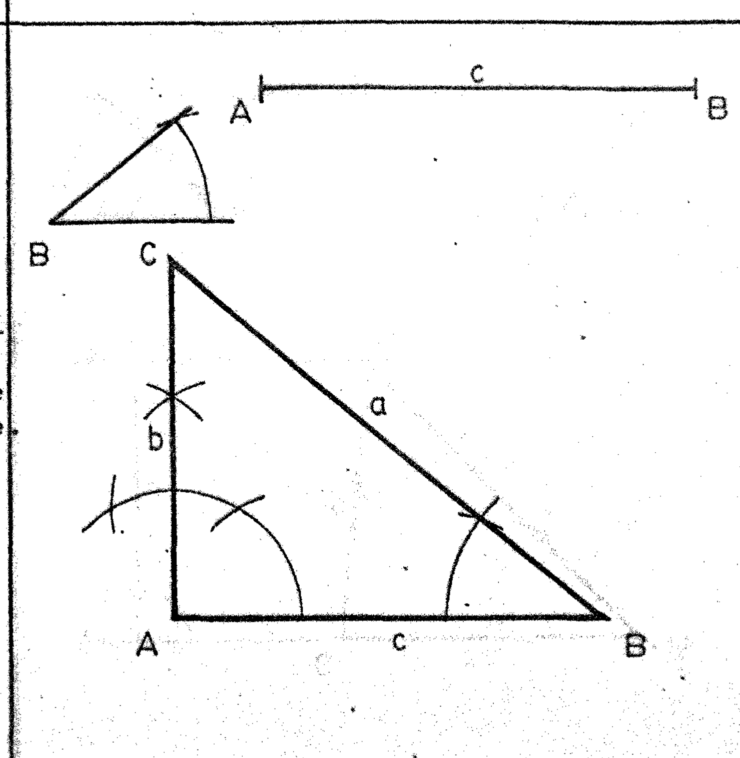


5.8. CONSTRUIR UN TRIANGULO RECTANGULO CONOCIENDO LOS DOS CATETOS A-B Y A-C.

Traza estos dos catetos de manera que formen un ángulo de 90º como vimos en 1.5., une sus extremos B y C, y obtenemos la solución.

5.9. CONSTRUIR UN TRIANGULO RECTANGULO CONOCIENDO UN CATETO A-B Y EL ANGULO B.

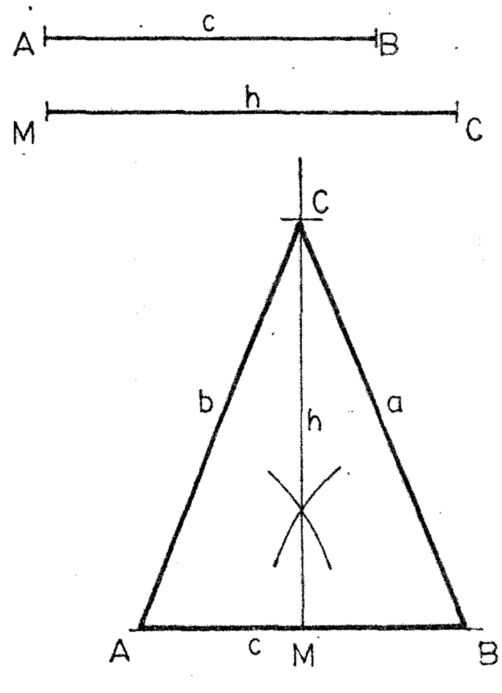
Traza el lado base A-B, y en su extremo B lleva el ángulo dado, el cual lo prolongarás hasta que corte a la perpendicular al lado A-B trazada desde A; con lo que obtendrás el otro vertice.

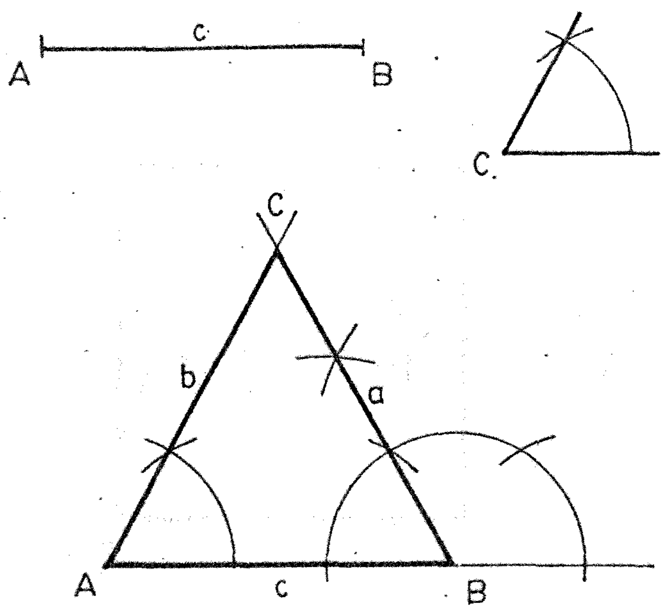


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

5.10. CONSTRUIR UN TRIANGULO ISOCELES CONOCIENDO LA BASE A-B Y LA ALTURA M-C.

Traza la base dada A-B y halla su mediatriz, sobre la cual desde su punto medio M lleva la altura dada; lo que a su vez dará el tercer vértice.



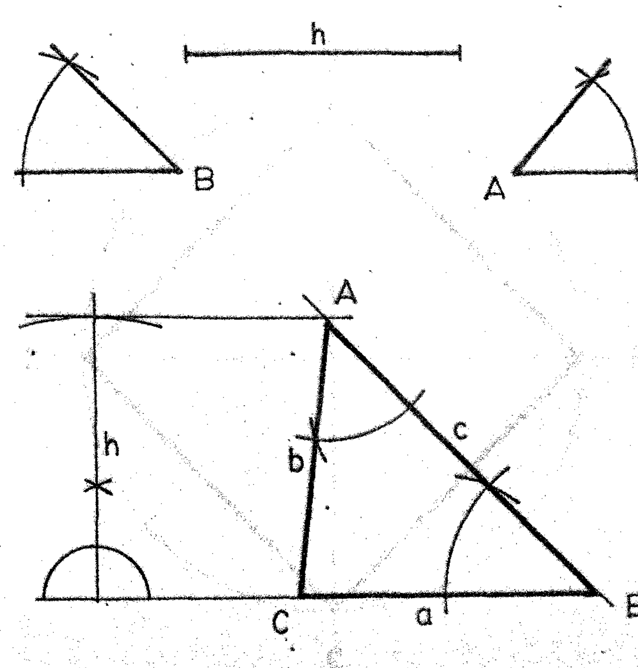


5.11. CONSTRUIR UN TRIANGULO ISOCELES CONOCIENDO LA BASE A-B Y EL ANGULO OPUES-TO C.

Traza la base A-B dada y prolóngala hacia la derecha, desde el punto B traza una semicircunferencia y sobre la derecha traslada el ángulo dado, construye la bisectriz del ángulo suplementario la cual será un lado del triángulo; lleva el ángulo dado sobre el punto A y en su prolongación cortará a la bisectriz anterior en el vértice C, con lo que obtendrás el triángulo pedido.

5.12. CONSTRUIR UN TRIANGULO DADOS DOS ANGULOS A Y B Y LA ALTURA h CORRESPONDIENTE DEL LADO OPUESTO A UNO DE ELLOS.

Traza una semirrecta de extremo B sobre el cual trasladarás uno de los ángulos dados B, prolongando el lado obtenido; sobre la semirrecta base traza una perpendicular auxiliar sobre la que trazarás la altura h dada para lograr una paralela a la base, la cual cortará la prolongación anterior en el punto A, y en este punto llevarás el otro ángulo dado, el cual prolongando el lado libre nos dará el punto C, tercer vértice del triángulo.



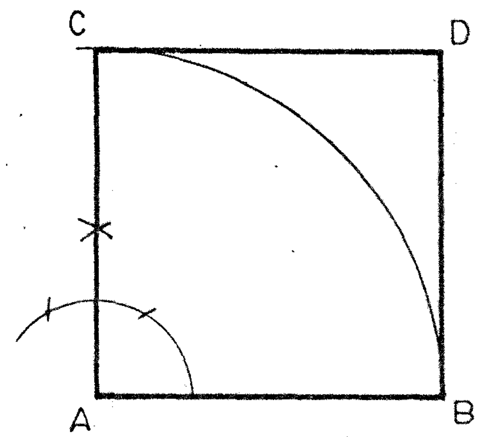
© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

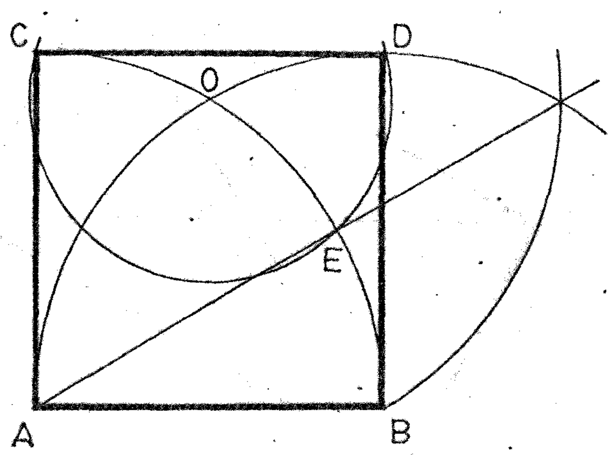
CUADRILATEROS

Tema : 6

6.1. CONSTRUIR UN CUADRADO CONOCIENDO EL LADO.

Sobre un extremo del lado dado, levanta una vertical, y sobre ella lleva la distancia del lado; los otros dos lados se obtienen por paralelas.



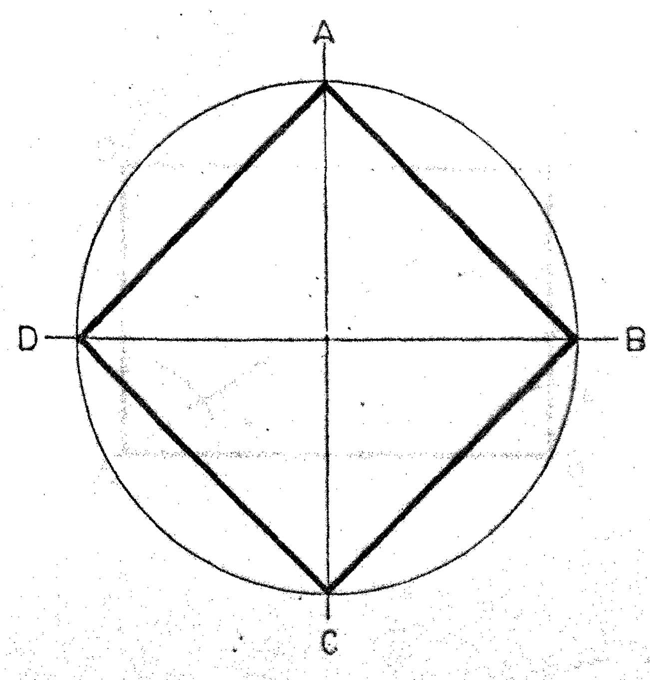


6.2. OTRO PROCEDIMIENTO.

Desde A y B traza sendos arcos que se cortarán en O, haciendo centro en este punto traza un arco de radio O-B que cortará a su opuesto, y desde aquí traza una recta hasta A y nos dará el punto E en la intersección de los dos arcos. Haciendo centro en O y radio O-E traza un arco que nos dará los puntos C y D.

6.3. CONSTRUIR UN CUADRADO DADA SU DIAGONAL.

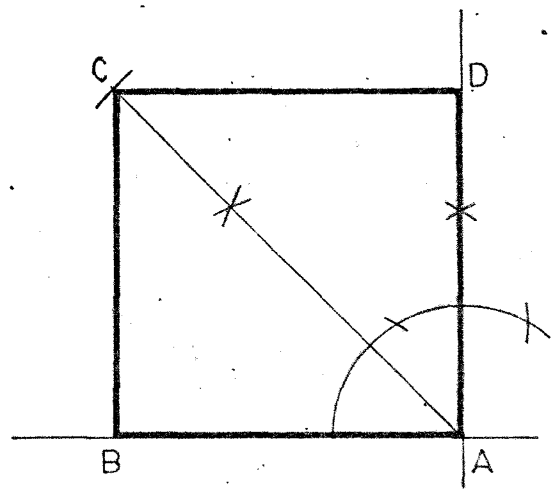
Traza una circunferencia de diámetro la diagonal dada, y traza sus ejes, cuyos extremos serán los cuatro vértices del cuadrado.

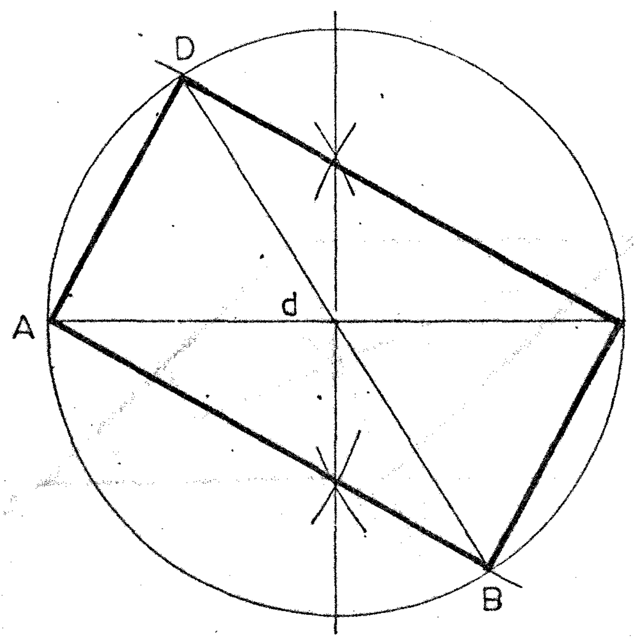


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

6.4. TRAZAR OTRO PROCEDIMIENTO.

Traza dos rectas perpendiculares y halla su bisectriz, sobre esta lleva la distancia de la diagonal dada, y desde este punto C traza paralelas a las dos rectas perpendiculares previamente trazadas.



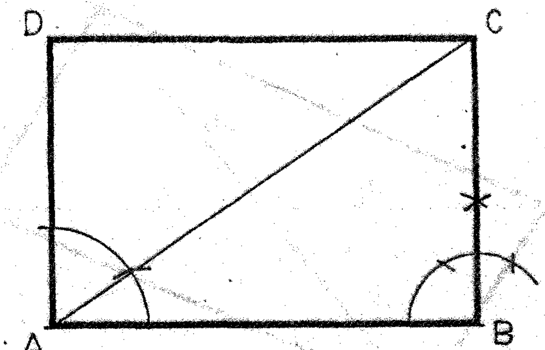


6.5. CONSTRUIR UN RECTANGULO DADA LA DIAGONAL Y UN LADO.

Traza una circunferencia de diámetro la diagonal dada, y lleva desde el extremo A la distancia del lado dado, obteniendo asi el punto D, une este punto con C y ya tienes dos lados del rectángulo, los otros dos son simétricos.

6.6. CONSTRUIR UN RECTANGULO DADO UN LADO Y EL ANGULO QUE FORMA CON LA DIAGONAL.

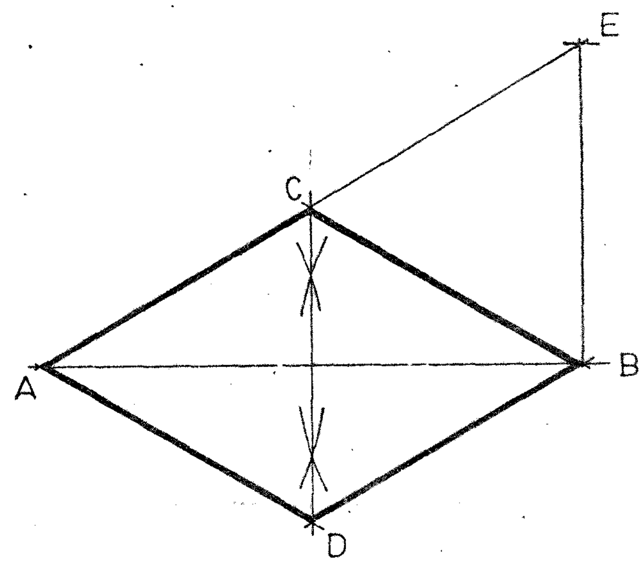
Traza el lado dado, y sobre su extremo A traslada el ángulo dado; levanta una perpendicular por B al lado base, y esta vertical cortará la diagonal en C. El punto D se obtiene por paralelas.

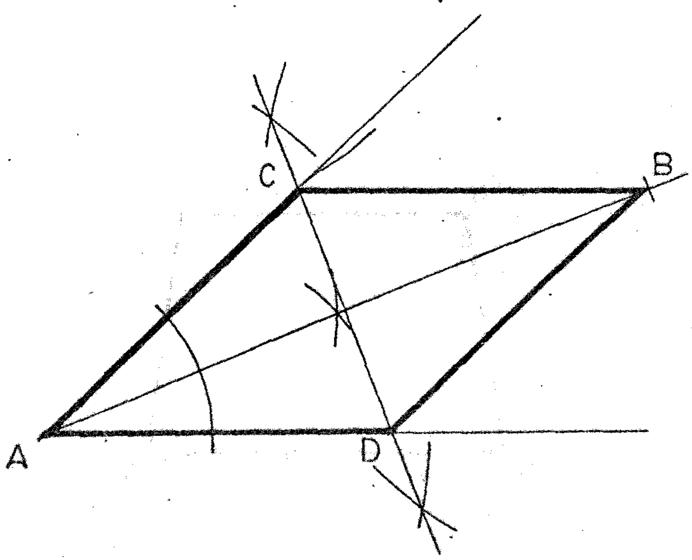


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

6.7. CONSTRUIR UN ROMBO CONOCIDAS SUS DOS DIAGONALES.

Traza la diagonal dada A-B y su mediatriz; por el extremo B levanta una perpendicular y sobre ella lleva la otra diagonal dada B-E, une E con A y cortará la mediatriz en C, vértice del rombo. D se obtiene por paralelas o por simetría.



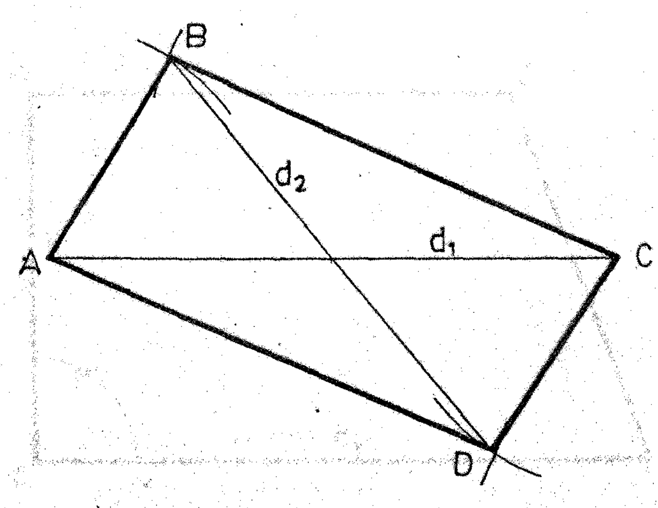


6.8. CONSTRUIR UN ROMBO CONOCIENDO LA DIAGONAL MAYOR Y EL ÁNGULO AGUDO.

Traza el ángulo agudo dado y hállale su bisectriz, sobre la cual llevas la diagonal dada obteniendo así el punto B; traza la mediatriz de A-B y cortará los lados del ángulo en C y D extremos restantes del rombo.

6.9. CONSTRUIR UN ROMBOIDE DADOS DOS LADOS DESIGUALES Y UNA DIAGONAL.

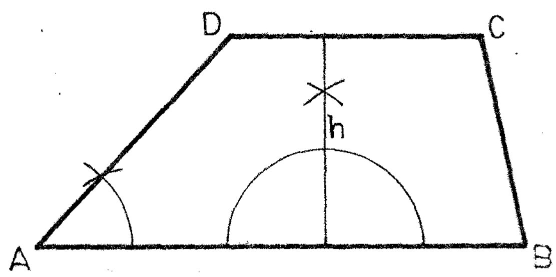
Traza la diagonal dada A-C y desde su extremo A lleva un lado dado A-B cortando este arco con otro trazado desde C y de radio el otro lado C-B dado; obteniendo así el punto B. El punto D es desarrollado por paralelas.

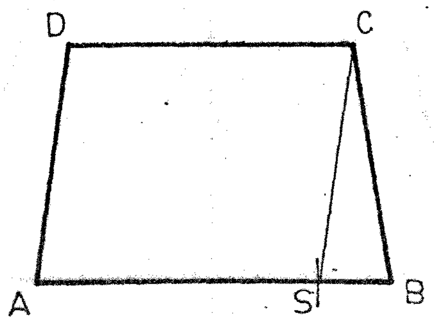


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

6.10. CONSTRUIR UN TRAPECIO DADAS LAS DOS BASES, LA ALTURA Y UN ANGULO BASICO.

Traza la base mayor, y sobre una perpendicular levantada en ella lleva la altura dada h; desde el extremo de la base A traslada el ángulo dado que cortará a la base menor paralela a la mayor y situada al llevar la altura. Solo resta llevar la magnitud D-C de la base menor para lograr el punto C que se unirá con B.



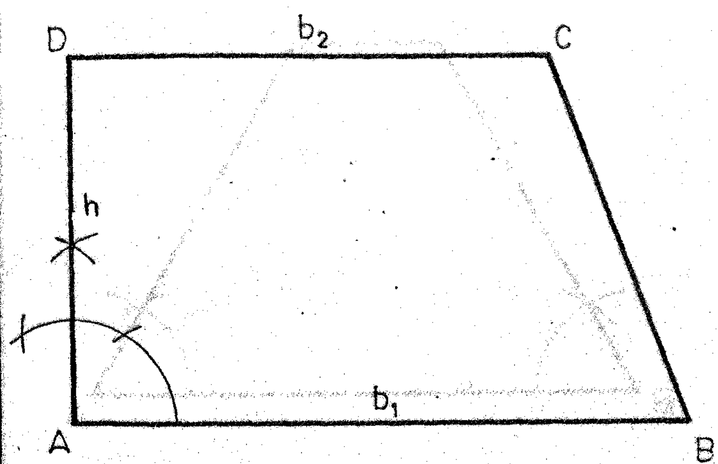


6.11. CONSTRUIR UN TRAPECIO ESCALENO CONOCIENDO SUS CUATRO LADOS.

Traza la base mayor A-B y sobre esta misma base lleva la base menor D-C, dándonos el punto S, desde el cual trazarás un arco de radio el lado A-D, y que cortará a otro arco trazado desde B y de radio el otro lado B-C, logrando con el cruce de ambos arcos el punto C desde el cual trazarás una paralela a la base A-B y lograremos la base menor D-C. El lado A-D lo situamos al trazar un arco desde A y radio dicho lado A-D, que cortará a la paralela a la base.

6.12. CONSTRUIR UN TRAPECIO RECTANGULO DADAS LAS BASES Y LA ALTURA.

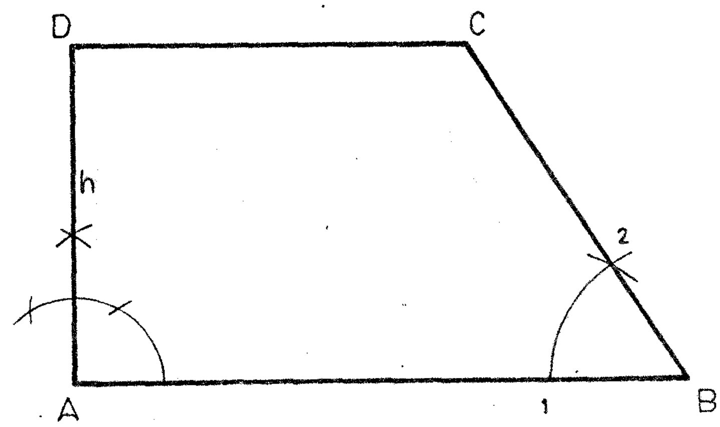
Traza la base A-B y desde su extremo A levanta una perpendicular, sobre la que llevarás la altura, logrando asi el punto D, por el cual trazarás paralela a la base A-B, la base menor D-C; une C con D y queda definido el cuadrilatero

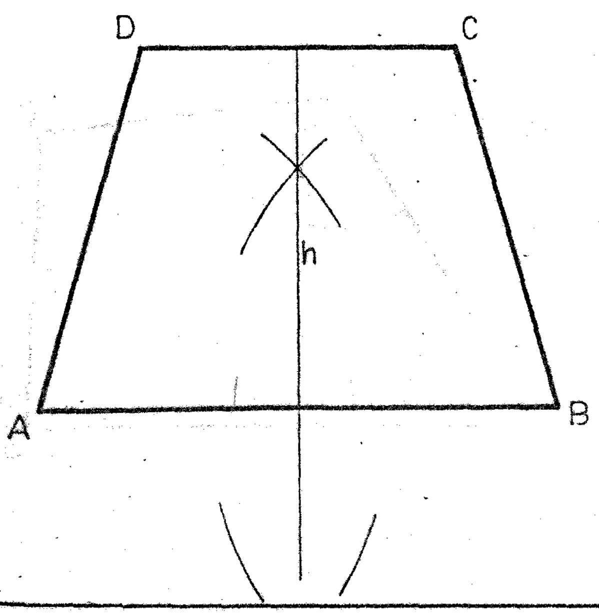


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

6.13. CONSTRUIR UN TRAPECIO RECTANGULO DADA LA BASE MAYOR, LA ALTURA Y EL ANGULO AGUDO BASICO.

Al igual que en el ejercicio anterior trazas la base, llevas la altura, y desde el extremo B traslada el ángulo dado, que cortará en el punto D al lado C-D, situado anteriormente al definir la altura.



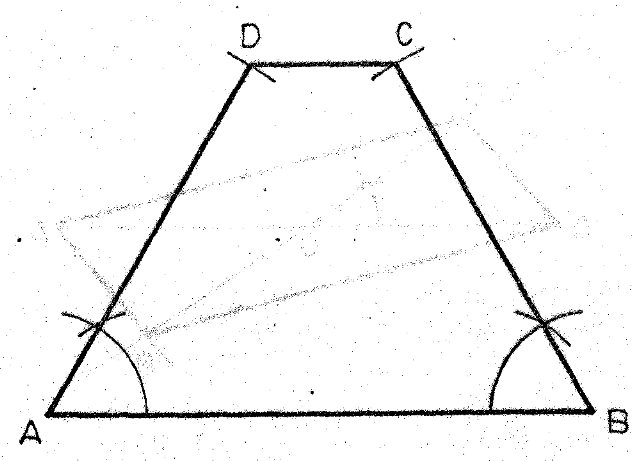


6.14. CONSTRUIR UN TRAPECIO ISOCELES DADAS LAS DOS BASES Y LA ALTURA.

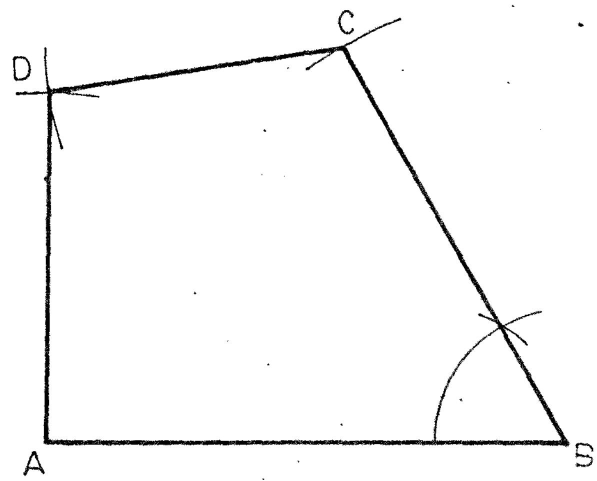
Situa la base mayor A-B y trazale su mediatriz, sobre la que llevarás la altura dada y desde aqui trazas una paralela D-C a la base; tal que sus extremos C y D equidisten de la mediatriz. Traza luego los lados D-A y C-B uniendo simplemente dichos puntos.

6.15. CONSTRUIR UN TRAPECIO ISOCELES DADAS LA BASE MAYOR, UNO DE LOS LADOS NO PARALELOS Y EL ANGULO BASICO.

Traza la base dada A-B, y desde un extremo lleva el ángulo dado, sobre cuyo lado situarás el otro lado dado; repite este procedimiento en el otro extremo de la base, y solo nos restará unir los dos puntos D y C.

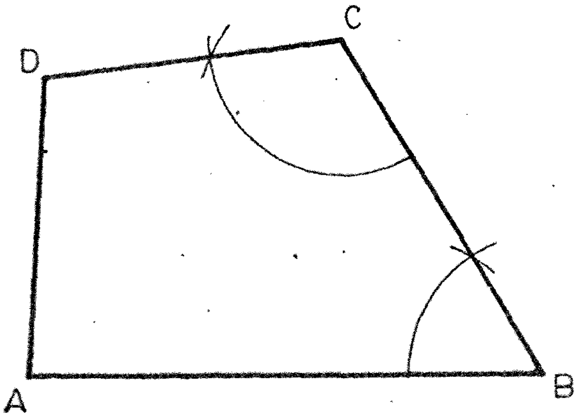


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009



6.16. CONSTRUIR UN TRAPEZOIDE DADOS CUATRO LADOS Y UN ANGULO COMPRENDIDO ENTRE DOS CONTIGUOS.

Traza un lado dado A-B y sobre un extremo traza el ángulo dado B, a partir de este punto B lleva el otro lado B-C. Haciendo centro en C y en A y con radios C-D y A-D respectivamente, definirás el otro punto D.

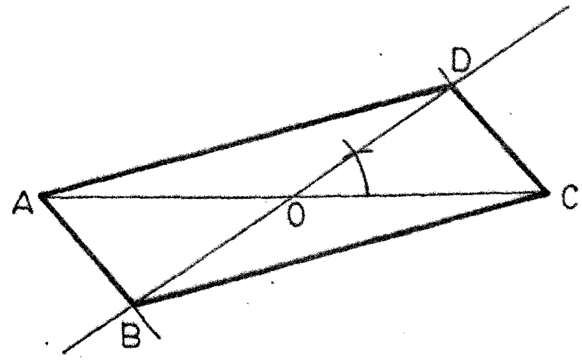


6.17. CONSTRUIR UN TRAPEZOIDE DADOS TRES LADOS Y DOS ANGULOS.

Para situar los lados A-B y B-C repite el desarrollo del ejercicio anterior, luego desde el punto C lleva el otro ángulo dado, y sobre él el lado C-D; solo nos resta unir D con A.

6.18. CONSTRUIR UN ROMBOIDE DADAS LAS DIAGONALES Y UNO DE LOS ANGULOS QUE FORMAN.

Sitúa una de las diagonales dadas, y sobre su punto medio O traslada el ángulo dado, sobre el lado resultante lleva la otra diagonal, de tal forma que los extremos D y B equidisten del centro O. Solo resta unir los extremos de las diagonales para definir los lados.



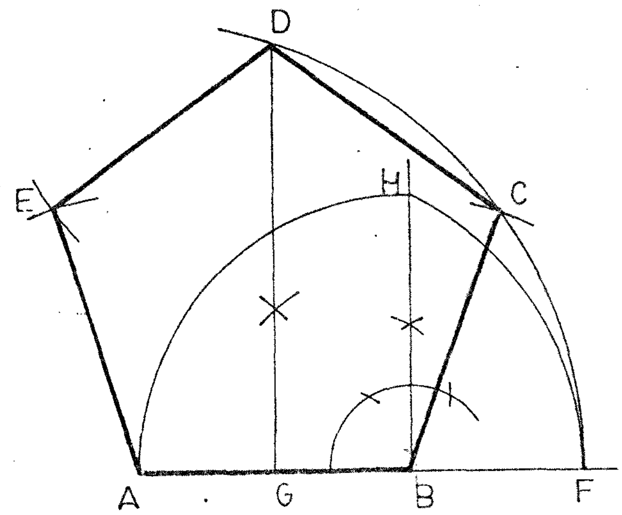
© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

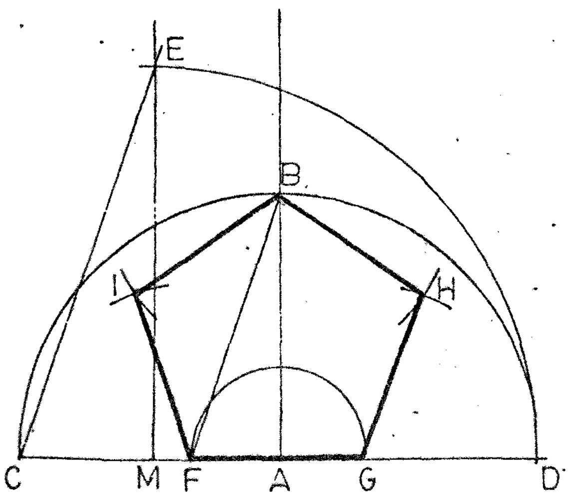
POLIGONOS REGULARES

Tema : 7

7.1. CONSTRUIR UN PENTAGONO DADO EL LADO.

Traza el lado dado A-B, y sobre su extremo B levanta una perpendicular sobre la que llevarás el lado dado (punto H), Halla el punto medio del lado A-B G, y haciendo centro en este punto y radio G-H, situa el punto F, sobre la prolongación de la base; traza el arco de radio A-F y cortará a la mediatriz de la base A-B en D,vértice del pentágono; y sobre este mismo arco estará el punto C. El punto E se obtiene con el cruce de los arcos de radio el lado base.



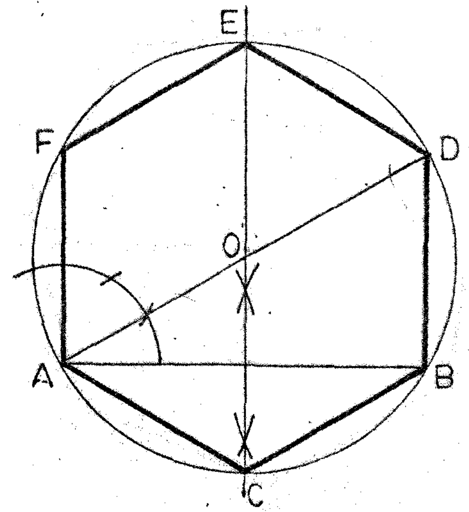


7.2. CONSTRUIR UN PENTAGONO DADA SU ALTURA A-B.

Traza una semicircunferencia de radio A-B, obteniendo asi los puntos C y D , traza la mediatriz de C-A, y traza el arco de radio M-D para obtener el punto E, el cual lo unirás con C, trazando luego desde B una recta paralela a la anterior E-C, obteniendo asi el punto F; haciendo centro en A situa G respecto a F, siendo este el lado del pentágono buscado. Los puntos I y H se obtienen por traslación.

7.3. CONSTRUIR UN EXAGONO DADA LA DISTANCIA ENTRE CARAS.

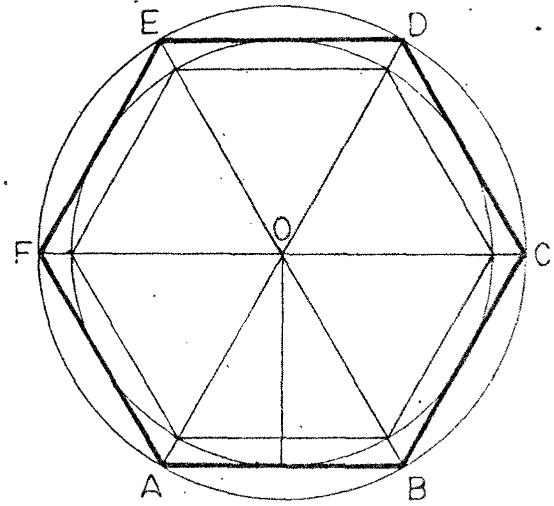
Traza la mediatriz del segmento A-B dado, y desde el extremo A traza un ángulo de 30 grados que cortará la mediatriz en el punto O, que será centro de la circunferencia que circunscribe al exágono pedido. El punto C lo definimos al trazar la circunferencia en el punto de intersección con la mediatriz; y el resto de los puntos se obtienen por traslación.

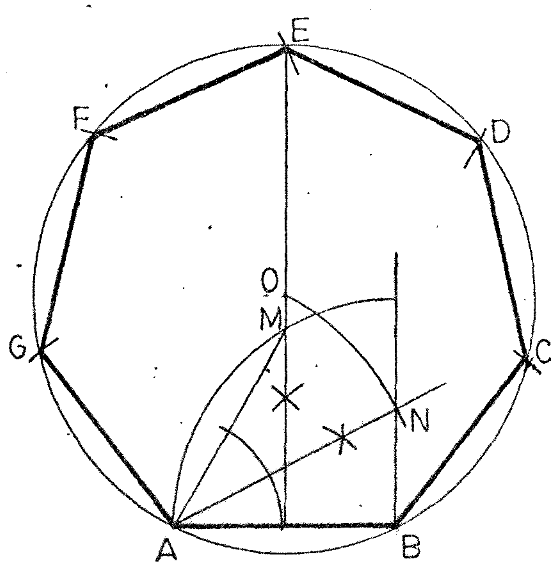


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

7.4. CONSTRUIR UN POLIGONO CONOCIDA LA APOTEMA Y EL NUMERO DE LADOS (6).

Traza una circunferencia de radio la apotema dada, y en ella inscribe un exágono; para ello los vértices F y C se definen en el eje horizontal, y haciendo centro en ellos y radio la apotema lograremos los cuatro restantes puntos del exágono auxiliar; luego traza desde el centro O radios prolongados que pasen por todos los vértices, y la bisectriz del ángulo A-B que será la apotema. Por este último punto traza una paralela al lado base del exágono auxiliar, obteniendo asi,en la intersección con los radios prolongados, A y B.



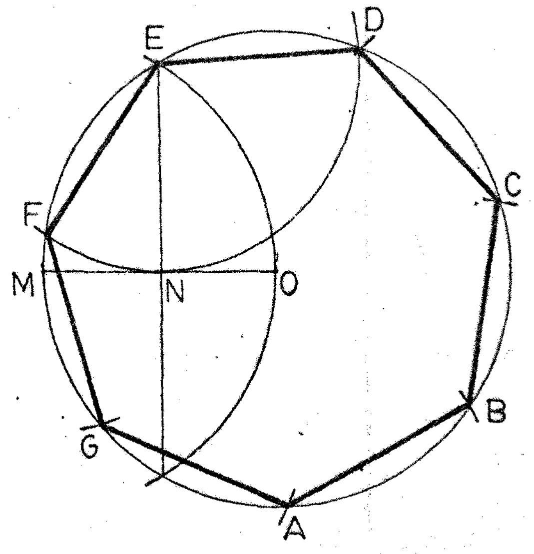


7.5. CONSTRUIR UN EPTAGONO REGULAR CONOCIENDO EL LADO.

Traza la mediatriz y una perpendicular por el vértice B del lado dado, haciendo centro en este mismo punto traza el arco A-M; luego de unir estos dos puntos traza la bisectriz de dicho ángulo M-A-B, y donde corte a la perpendicular de B en N, traza otro arco haciendo centro en A y logrando asi el centro O, centro que será de la circunferencia que contiene el eptágono.

7.6. CONSTRUIR UN EPTAGONO REGULAR INSCRITO EN UNA CIRCUNFERENCIA DADA DE CENTRO O.

Una vez trazada la circunferencia y su semieje O-M, haciendo centro en este punto M traza el arco E-N logrando asi el punto N; desde el punto E (vértice del eptágono buscado) traza un arco de radio E-N, logrando asi los vértices F y D. El resto de los vértices los definirás por traslación, como en los ejercicios anteriores.



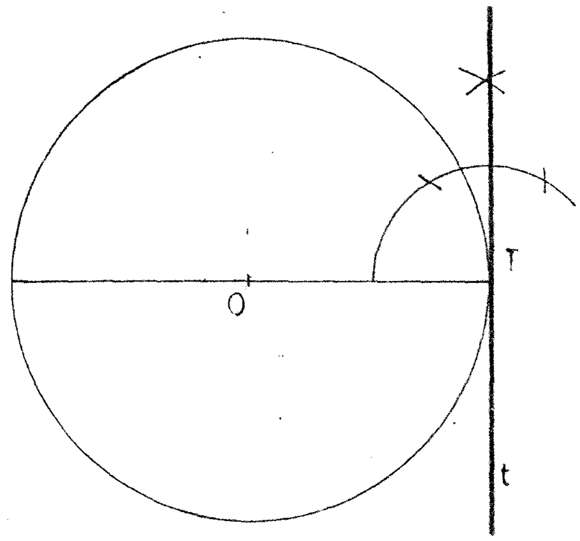
© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

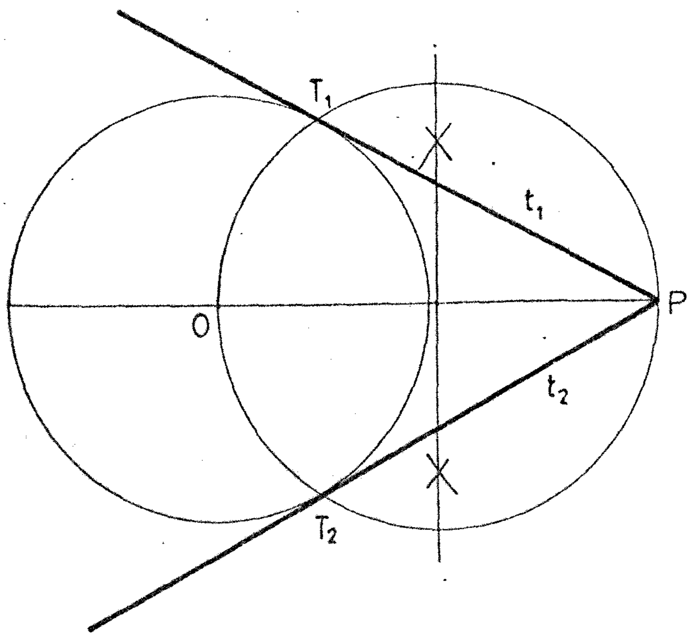
T A N G E N T E S . I

Tema : 8

8.1. TRAZAR LA RECTA TANGENTE t A UNA CIRCUNFERENCIA DADA POR UN PUNTO T DE ELLA.

Traza el eje horizontal de la circunferencia dada, y por su extremo T levanta una perpendicular a dicho eje, siendo esta perpendicular la tangente t, y el punto T el punto de tangencia.



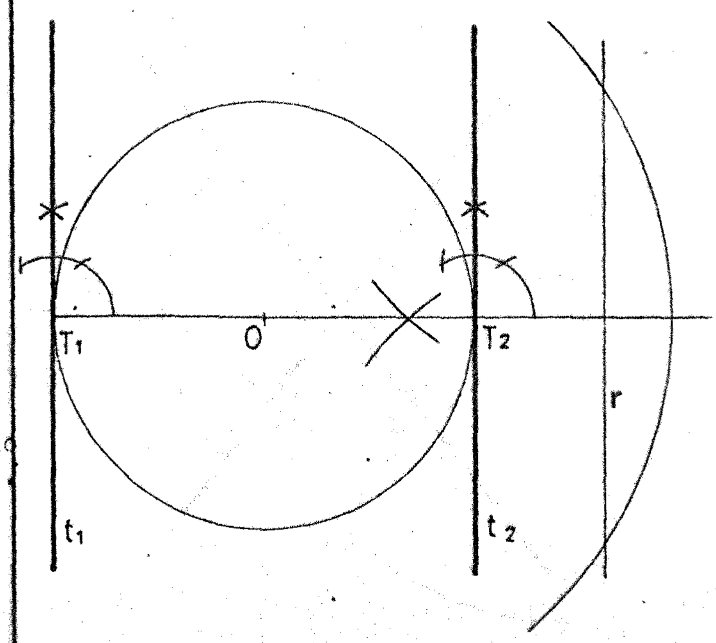


8.2. TRAZAR LAS RECTAS TANGENTES A UNA CIRCUNFERENCIA DESDE UN PUNTO EXTERIOR A ELLA P.

Une P con O y traza la circunferencia de diámetro P-O, la cual cortará a la circunferencia dada en T_1 y T_2, los cuales serán puntos de tangencia; une estos mismos puntos con el dado P, logrando así las tangentes a la circunferencia dada, t_1 y t_2.

8.3. TRAZAR LAS RECTAS TANGENTES A UNA CIRCUNFERENCIA QUE SEAN A LA VEZ PARALELAS A UNA RECTA DADA r.

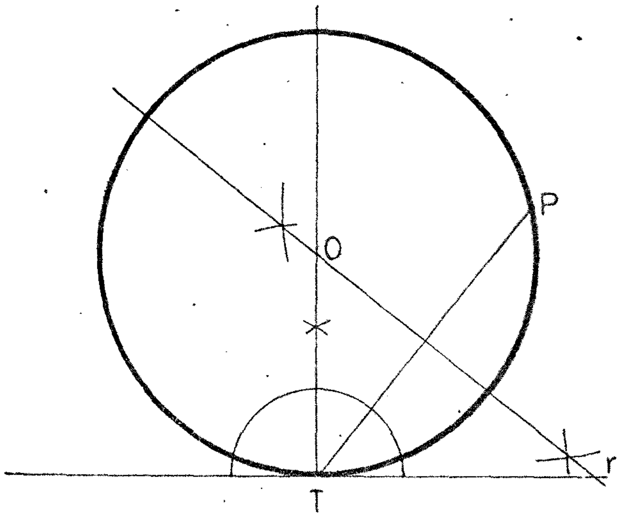
Traza la perpendicular a la recta dada r que pase por O, centro de la circunferencia, según se vió en 1.3. Dicha perpendicular cortará la circunferencia en T_1 y T_2, que serán puntos de tangencia, por las cuales levantarás dos perpendiculares como en el ejercicio 8.1. siendo estas las tangentes pedidas.

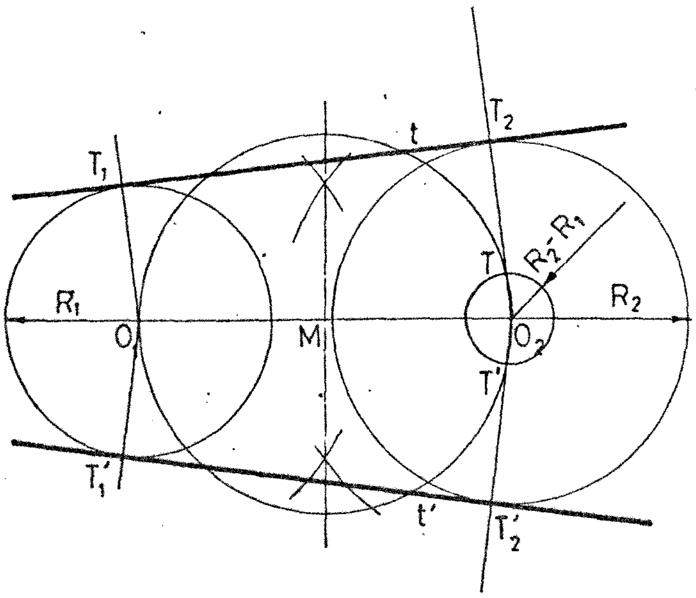


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

8.4. TRAZAR LA CIRCUNFERENCIA TANGENTE A UNA RECTA DADA EN UN PUNTO DE ELLA T Y QUE PASE POR EL PUNTO EXTERIOR P.

Une los puntos T y P, y trazales su mediatriz; desde el punto T traza la perpendicular a la recta dada, dicha perpendicular cortará la mediatriz en O, centro de la circunferencia buscada.



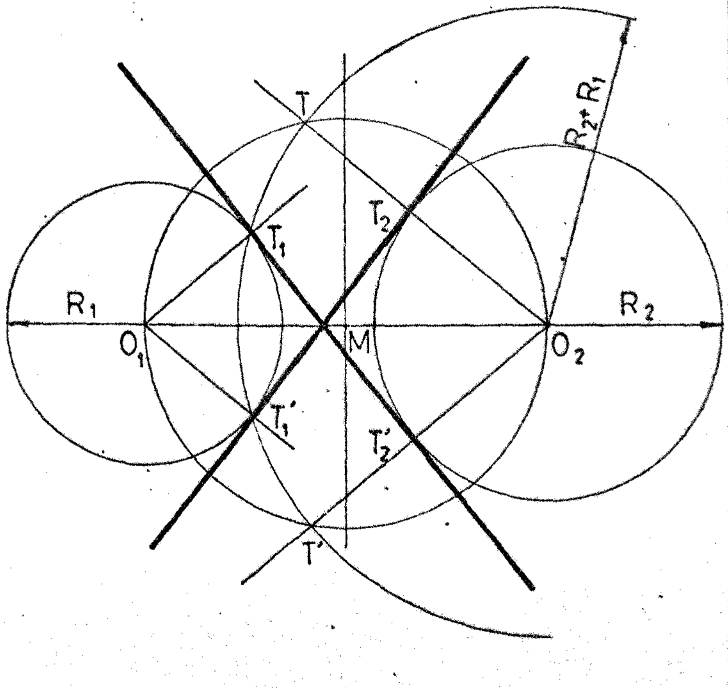


8.5. TRAZAR LAS RECTAS TANGENTES COMUNES EXTERIORES A DOS CIRCUNFERENCIAS DADAS.

Traza la circunferencia de diámetro los dos centros de las dadas O_1 y O_2; restale a la circunferencia mayor la menor, y la que resulta cortará la circunferencia M en T y T', los cuales unidos con O_2 nos darán T_2 y T_2'; a estas rectas trazarás paralelas desde O_1 obteniendo asi los otros dos puntos de tangencia T_1 y T_1'.

8.6. TRAZAR LAS RECTAS TANGENTES COMUNES INTERIORES A DOS CIRCUNFERENCIAS DADAS.

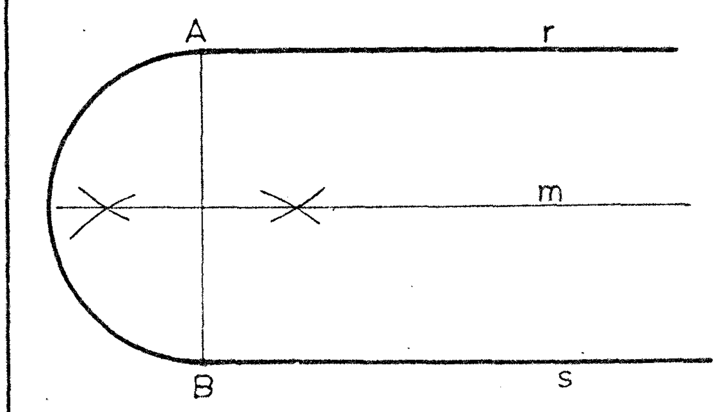
Traza la circunferencia de diámetro los dos centros de las dadas; súmale a la mayor dada el radio de la menor, la resultante cortará en T y T' la circunferencia M, estos puntos unidos con O_2 nos dan las rectas perpendiculares a las tangentes pedidas. Repite el trazado con respecto a O_1 obteniendo asi los cuatro puntos de tangencia.

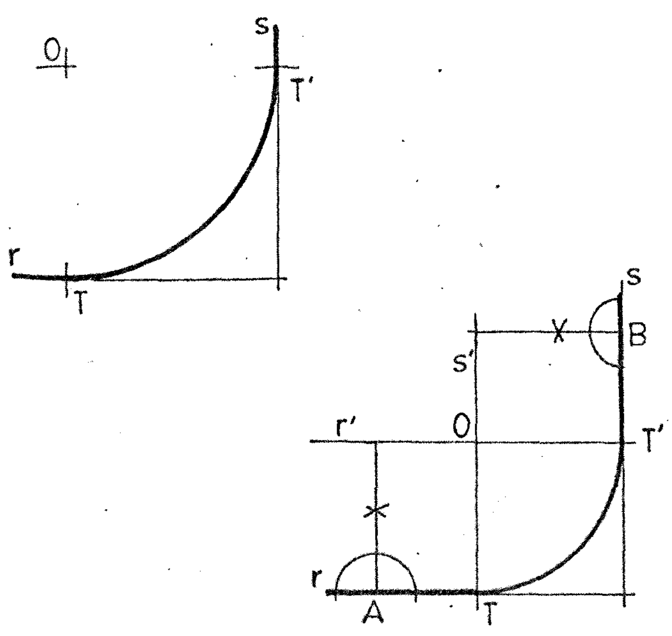


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

8.7. ENLAZAR DOS RECTAS PARALELAS CON UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA.

Traza la mediatriz del segmento A-B extremos de las dos rectas, y así logramos el centro del arco.





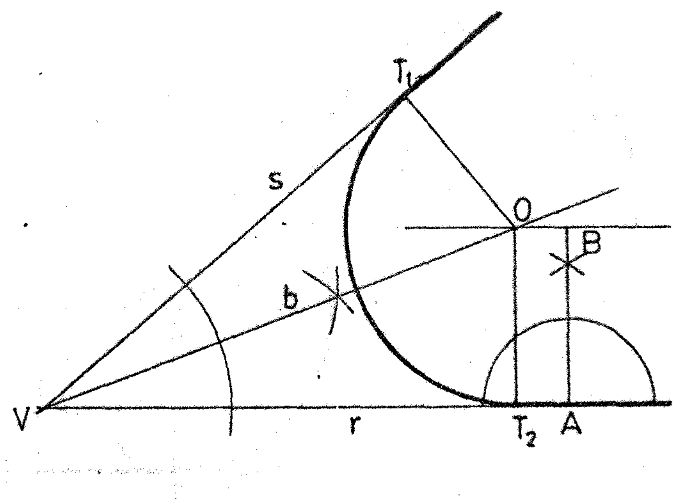
8.8. ENLAZAR DOS RECTAS PERPENDICULARES CON UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA DE RADIO DADO.

En el primer caso, haciendo centro en el punto de unión de las dos rectas llevarás el radio dado a T y T', y desde estos puntos lograrás el centro O.

En el segundo caso, traza dos perpendiculares a las rectas dadas y sobre ellas lleva el radio dado para luego trazar paralelas por dichos puntos, que al unirse nos darán el centro del arco solución.

8.9. ENLAZAR DOS RECTAS NO PARALELAS CON UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA DE RADIO DADO.

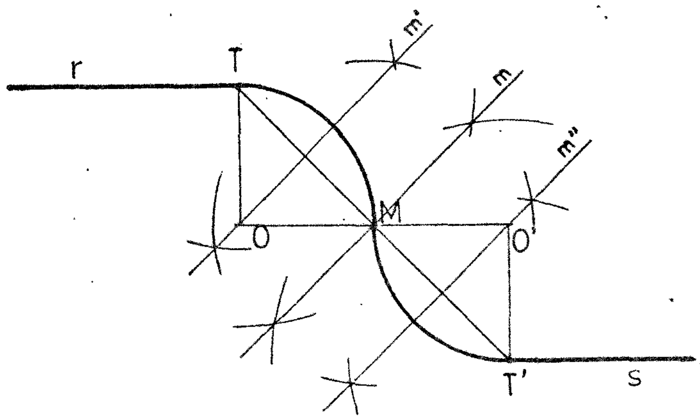
Traza una perpendicular a una de las rectas dadas, y sobre ella lleva el radio dado; traza la bisectriz del ángulo que forman las dos rectas dadas, y donde corte a la paralela trazada por B será el centro del arco buscado. Los puntos de tangencia se obtienen al trazar perpendiculares desde el centro logrado O a las rectas dadas.

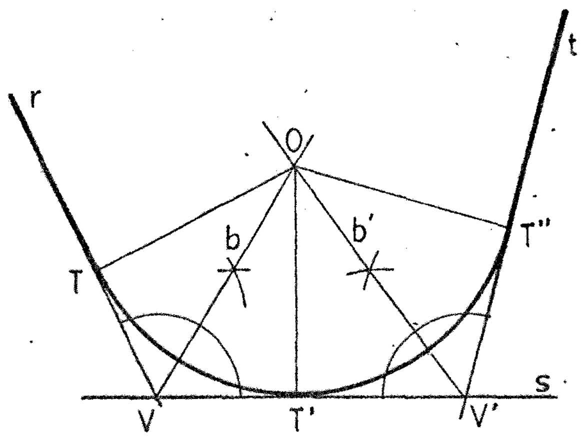


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

8.10. ENLAZAR DOS RECTAS PARALELAS MEDIANTE DOS ARCOS DE CIRCUNFERENCIA DE IGUAL RADIO.

Une T y T', traza su mediatriz, y traza la mediatriz de los dos semisegmentos logrados; traza por M una paralela a las dos rectas dadas, y las perpendiculares desde T y T' que cortan a dicha recta serán los centros de los arcos solución.



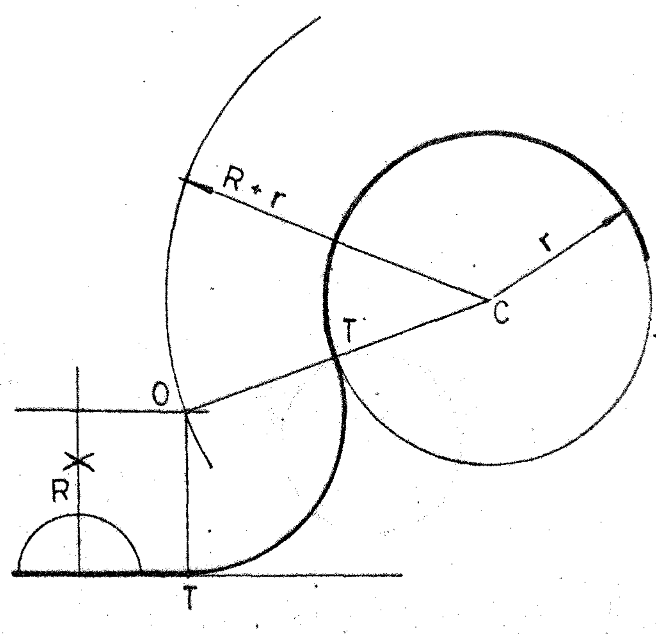


8.11. ENLAZAR TRES RECTAS QUE SE CORTEN POR MEDIO DE UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA.

Traza las dos bisectrices de los dos ángulos que forman las tres rectas dadas, y donde se corten será el centro del arco buscado; los puntos de tangencia se logran trazando perpendiculares desde este punto a las rectas dadas.

8.12. ENLAZAR UNA RECTA CON UNA CIRCUNFERENCIA POR MEDIO DE UN ARCO DE RADIO DADO.

Desde el centro C traza un arco de radio la suma de r mas el radio dado R; traza una paralela a la recta dada a una distancia igual al radio dado, y cortará al arco anterior en el punto O centro del arco buscado; los puntos de tangencia se logran trazando desde O una perpendicular a la recta, y uniendo O con el centro C.



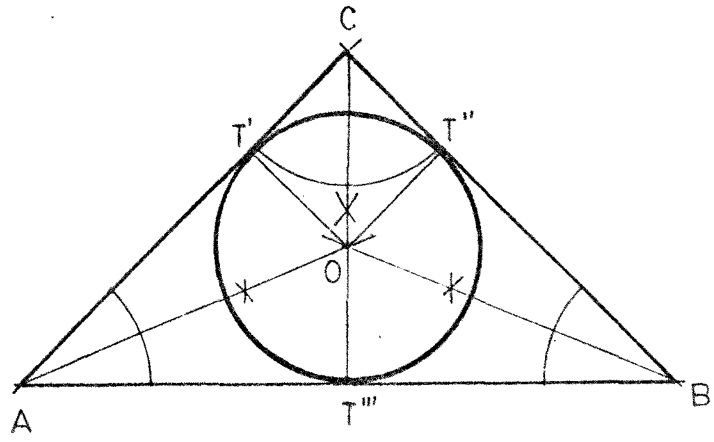
© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

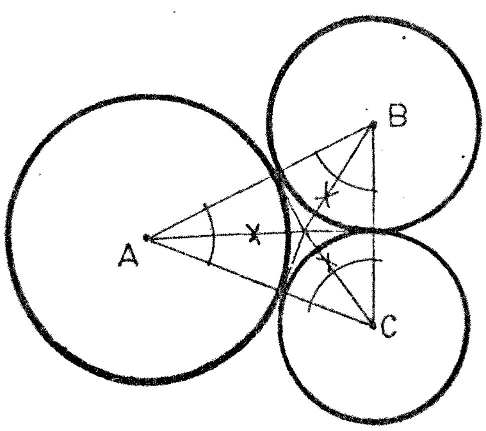
TANGENTES II

Tema : 9

9.1. TRAZAR LA CIRCUNFERENCIA TANGENTE A LOS LADOS DE UN TRIANGULO DADO A,B,C.

Traza las bisectrices de los tres ángulos que forman el triángulo, las cuales se cortarán en O centro de la circunferencia buscada. Los puntos de de tangencia y demás como se definen por ejercicios análogos anteriores.



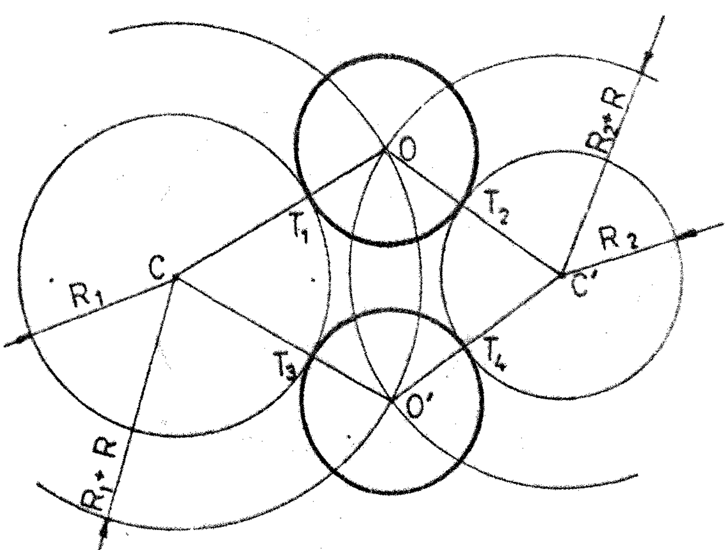


9.2. DADOS TRES PUNTOS A, B, C, QUE NO ESTEN EN LINEA RECTA, TRAZAR CON CENTRO EN ELLOS TRES CIRCUNFERENCIAS TANGENTES ENTRE SI.

Une los tres puntos, y con el triángulo obtenido repite el ejercicio anterior, sin trazar la circunferencia, pero si obteniendo los tres puntos de tangencia T', T'', y T'''; estos nos definirán el radio de las circunferencias solución.

9.3. DADAS DOS CIRCUNFERENCIAS DE CENTROS C y C', TRAZAR OTRAS DOS CIRCUNFERENCIAS TANGENTES A LAS PRIMERAS CONOCIENDO EL RADIO DE ESTAS.

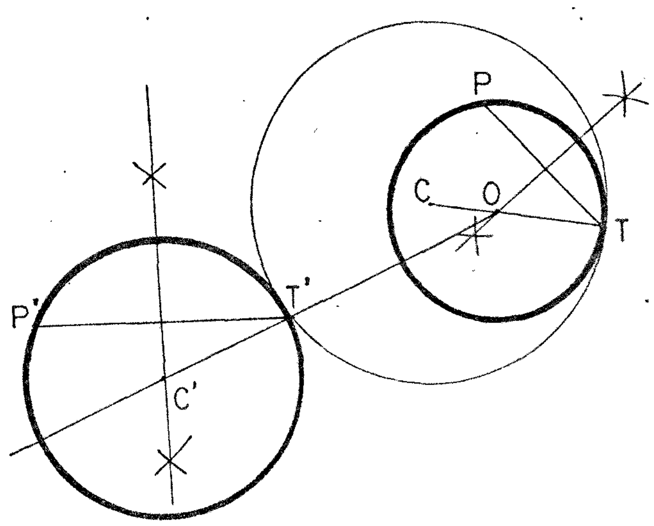
Sumale a las dos circunferencias dadas el radio dado, y traza ambos arcos, los cuales se cortarán en O y O' centros de las circunferencias buscadas. Los puntos de tangencia se obtienen uniendo estos centros O y O' con C y C'.

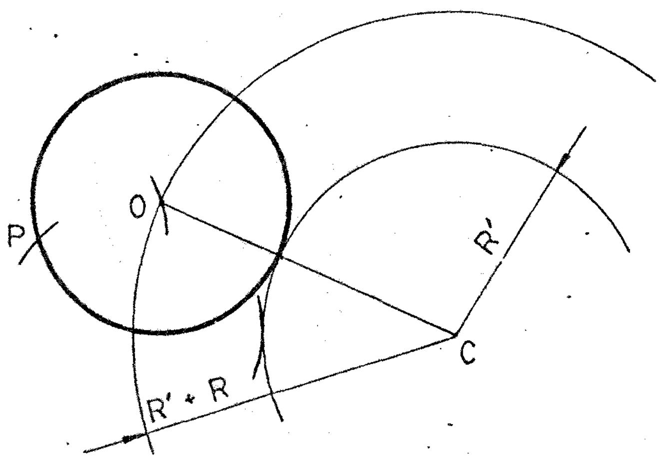


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

9.4. TRAZAR DOS CIRCUNFERENCIAS TANGENTES INTERIOR Y EXTERIOR A OTRA DADA C Y QUE PASEN POR UN PUNTO DADO P.

Situa en la circunferencia dada dos puntos T y T´convenientemente cerca de los puntos P, une ambos puntos P-T y P-T´y trazales su mediatriz, la cual cortará las rectas C-T y C´-T´en el centro buscado O y C´. Observa que la recta C´-T´se obtiene de la prolongación de O-T´. Los puntos primeramente situados T y T´son los punto de tangencia.



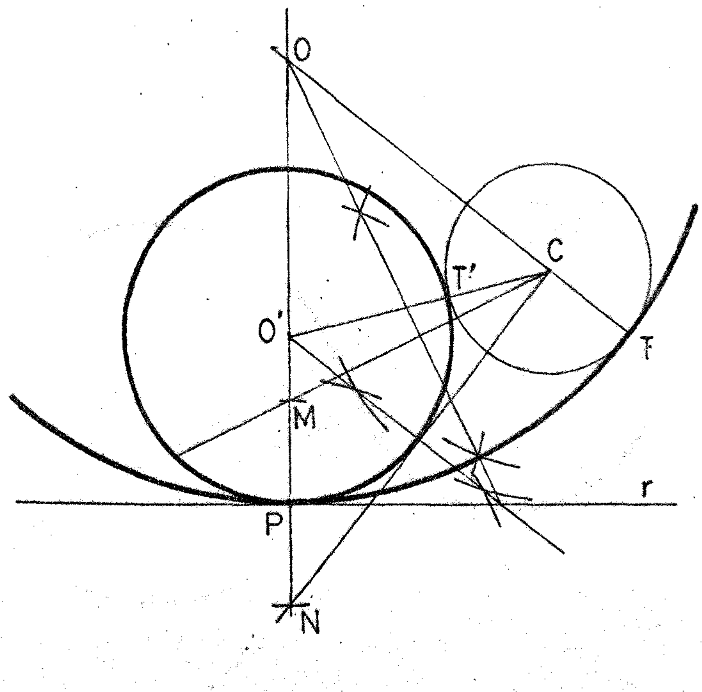


9.5. TRAZAR UNA CIRCUNFERENCIA DE RADIO CONOCIDO R TANGENTE A OTRA DE CENTRO C Y QUE PASE POR EL PUNTO P SITUADO FUERA DE ELLA.

Sumale a la circunferencia dada el radio dado y traza el arco que resulta, desde P y con el radio dado traza un arco que corte al anterior en O, que será el centro de la circunferencia buscada. El punto de tangencia lo obtienes al unir O con C.

9.6. TRAZAR LAS CIRCUNFERENCIAS TANGENTES A OTRA DADA C Y A UNA RECTA r EN UN PUNTO DE ESTA P.

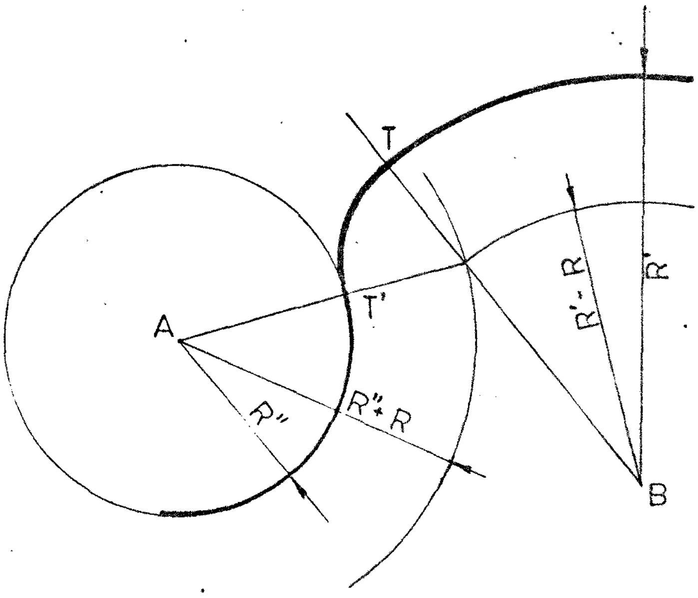
Traza una perpendicular desde P a la recta r y sobre ella lleva el radio de la circunferencia dada, obteniendo asi los puntos M y N; une M con C y su mediatriz cortará la perpendicular en O centro de una de las circunferencias buscadas; une N con C, traza su mediatriz y cortará en O´centro de la otra circunferencia. Los puntos de tangencia con la circunferencia se obtienen uniendo O y O´con C.

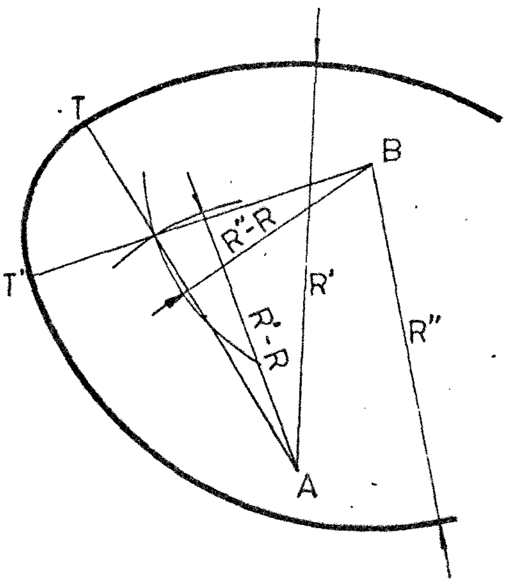


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

9.7. DADOS DOS ARCOS QUE SE CORTAN EN SENTIDO CONTRARIO ENLAZARLOS MEDIANTE UN ARCO DE RADIO DADO.

Al arco de centro A sumale el radio dado y traza el arco; al otro arco dado le restas el radio dado y traza el arco, que cortará al anterior en el punto que será el centro del arco solución. Los puntos de enlace se obtienen uniendo dicho punto con los centros A y B.



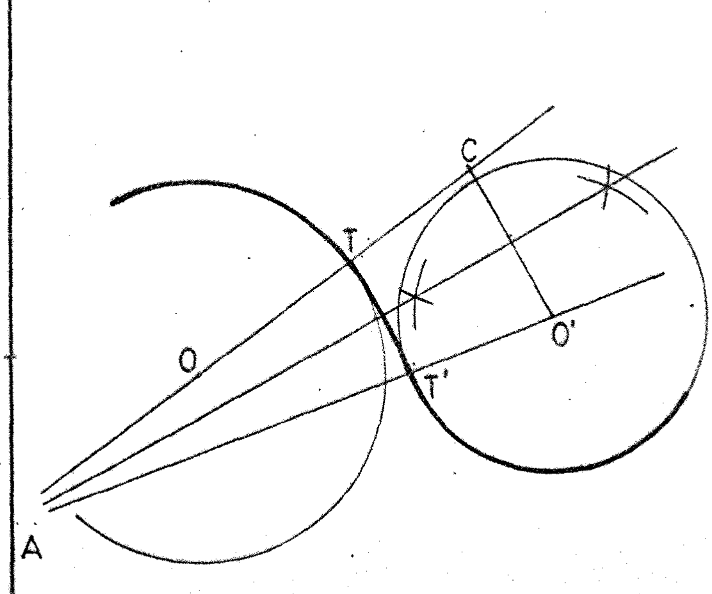


9.8. DADOS DOS ARCOS QUE SE CORTAN CON EL MISMO SENTIDO ENLAZARLOS MEDIANTE UN ARCO DE RADIO DADO.

Este ejercicio es análogo al anterior solo que a los dos arcos le restaras el radio dado. Los puntos de tangencia se obtienen igual que en el anterior.

9.9. DADAS DOS CIRCUNFERENCIAS O Y O' ENLAZARLAS MEDIANTE UN ARCO, DADO EL PUNTO T DE TANGENCIA EN UNA DE ELLAS.

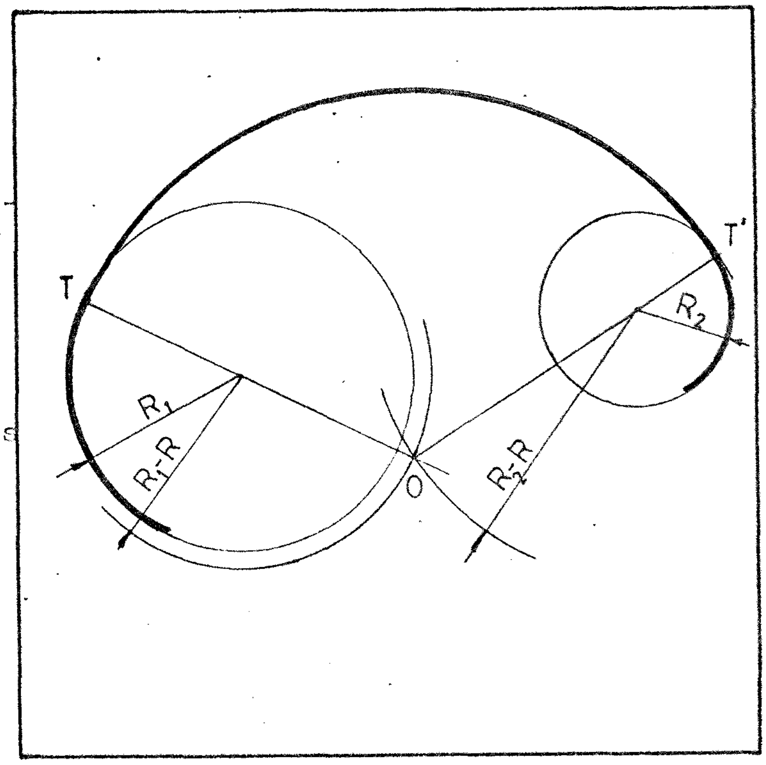
Une O con T y en su prolongación lleva el radio de la otra circunferencia obteniendo asi el punto C que unirás con O'y traza su mediatriz, que en su prolongación cortará la recta O-T en A (en este caso fuera del dibujo), une O'con A y obtendremos el otro punto de tangencia T'. A es el centro del arco de enlace.



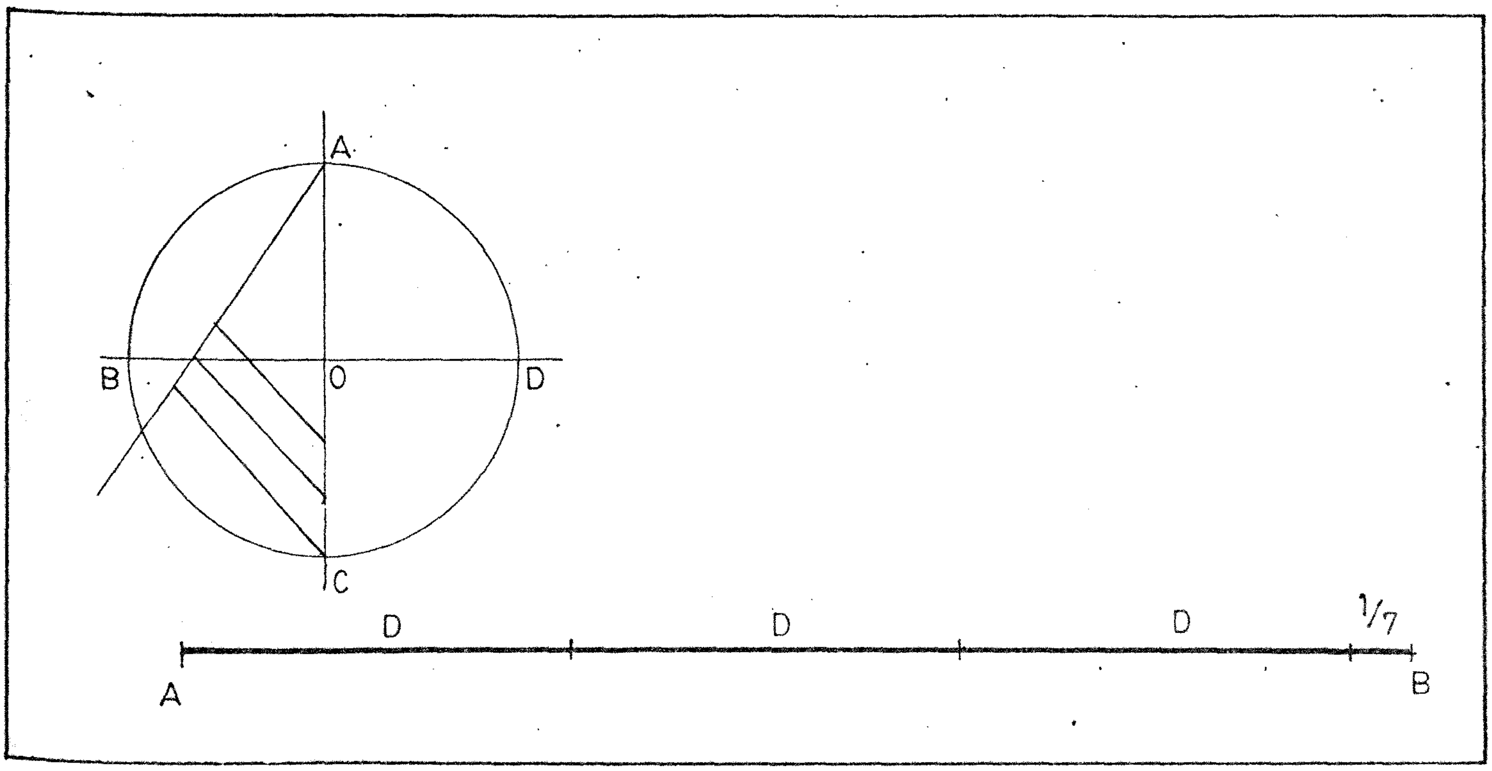
© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

9.10. ENLAZAR DOS ARCOS DE CIRCUNFERENCIA POR MEDIO DE UN ARCO DE RADIO DADO r.

Restale a los dos arcos dados el radio dado, y la intersección de los dos arcos obtenidos nos dará el punto O centro del arco solución. Los puntos de tangencia se obtienen al unir el centro O con los dos centros de los arcos dados y prolongar.



© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009



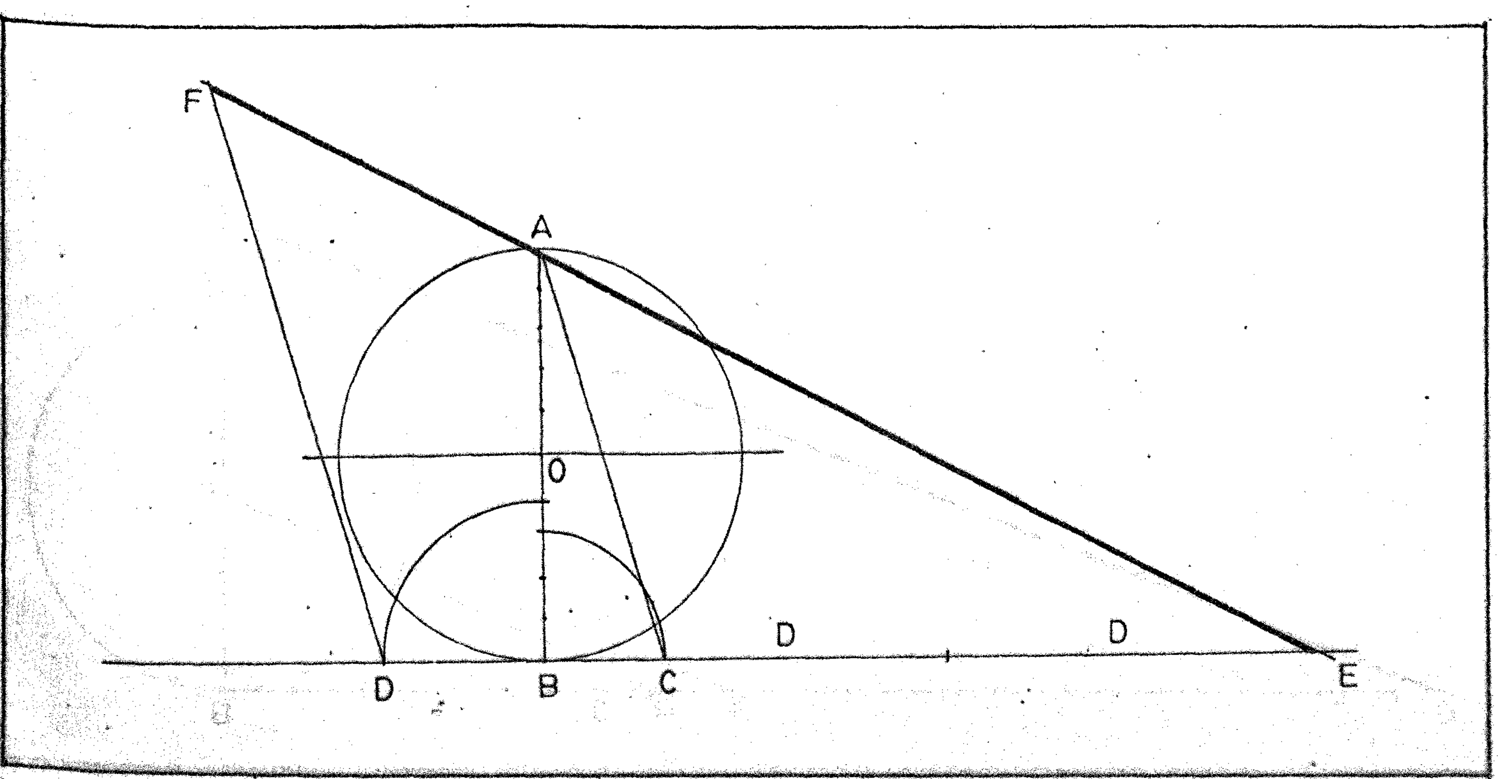
RECTIFICACION GRAFICA DE LA CIRCUNFERENCIA Tema : 10

10.1. RECTIFICACION GRAFICA DE LA CIRCUNFERENCIA . PRIMER METODO.

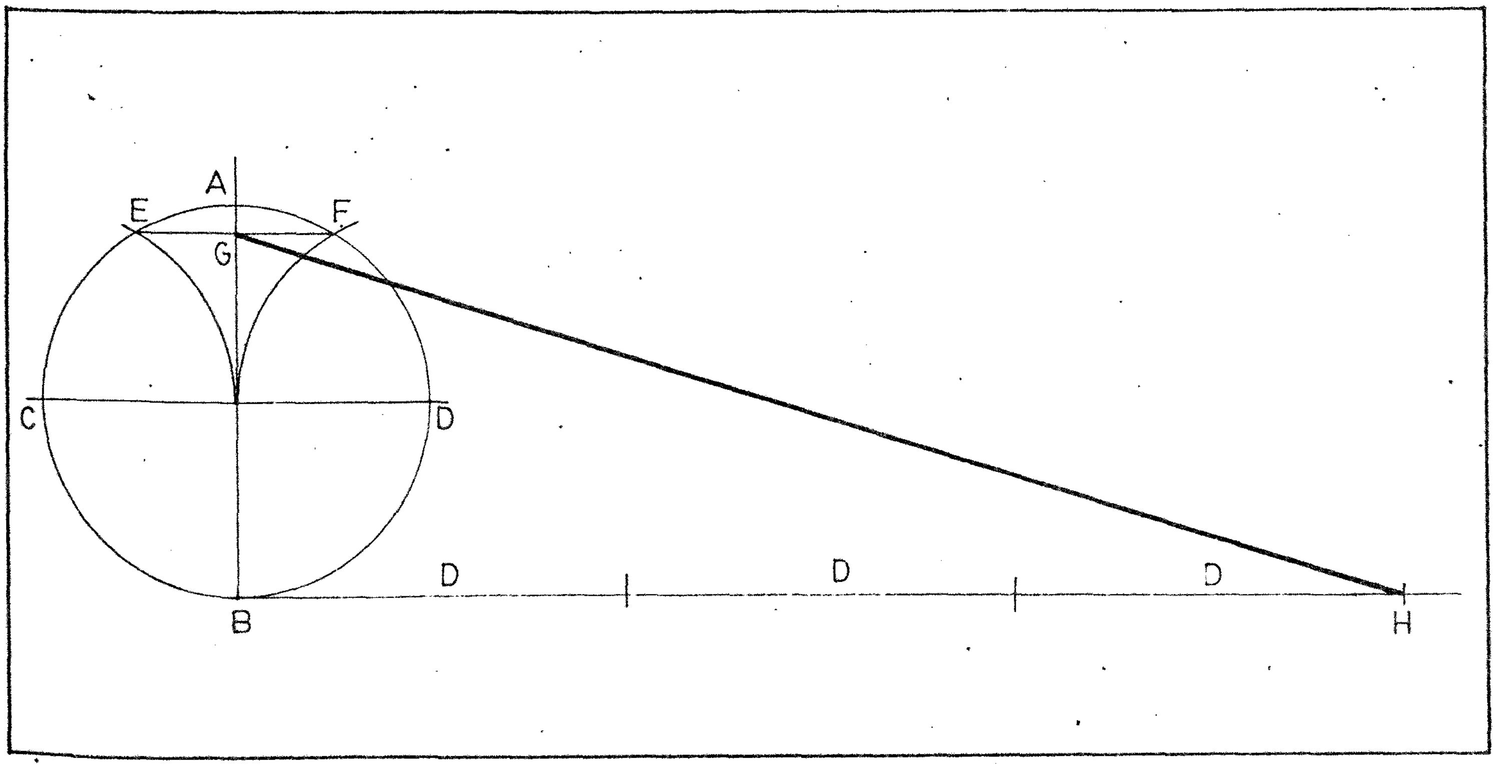
Divide el diámetro de la circunferencia dada en siete partes; sobre una recta lleva tres veces el diámetro de la circunferencia y un séptimo de dicho diámetro, siendo el total, la recta A-B la rectificación.

10.2. SEGUNDO PROCEDIMIENTO.

Divide el diámetro en diez partes, y sobre una perpendicular trazada por el punto B, lleva a la derecha tres décimos (punto C), y a la izquierda cuatro décimos (punto D); une C con A y por D traza una paralela a C-A. Lleva a partir de B dos veces el diámetro (punto E) el cual lo unirás con A y en su prolongación cortará la recta D-F en dicho punto F. La rectificación será el segmento F-E.



© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

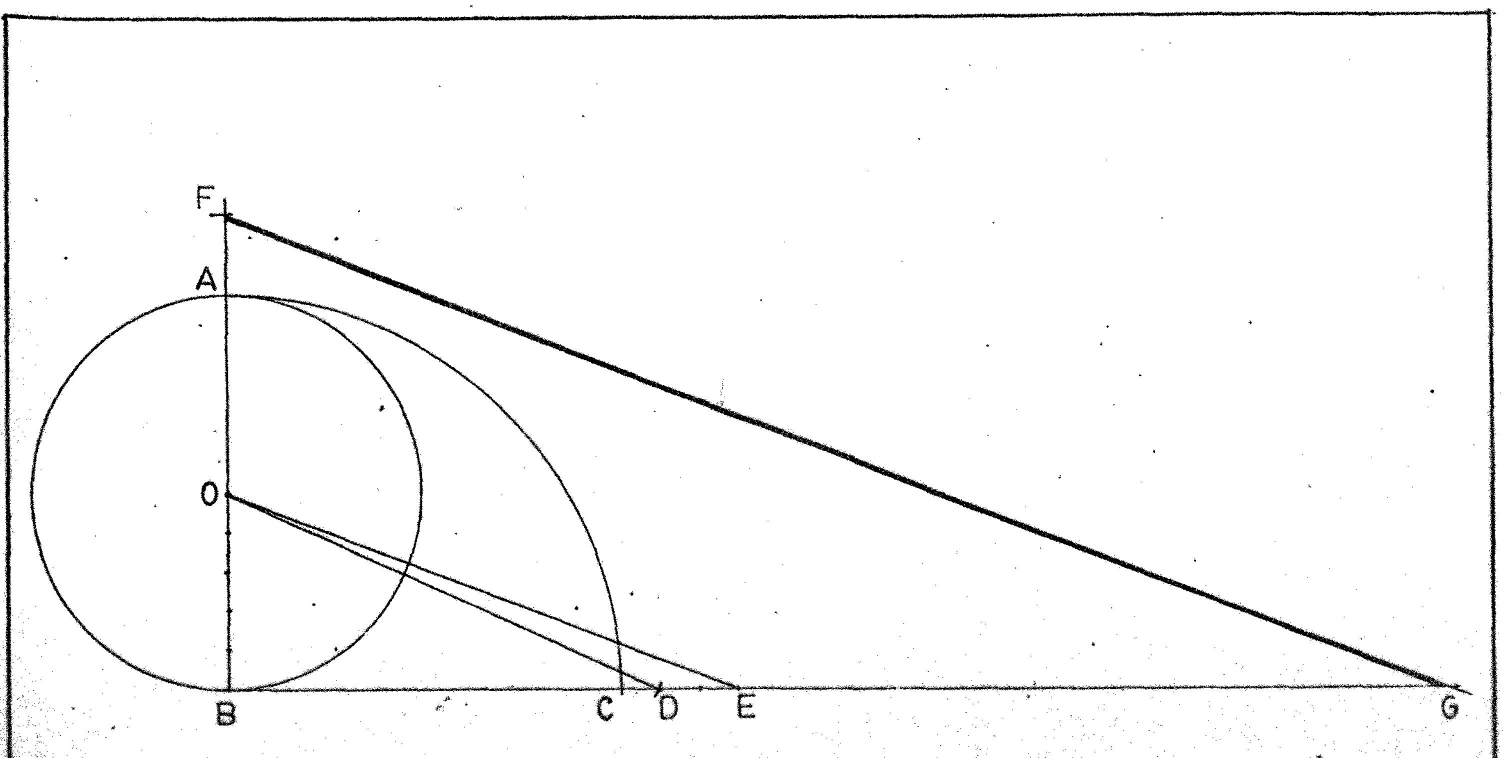


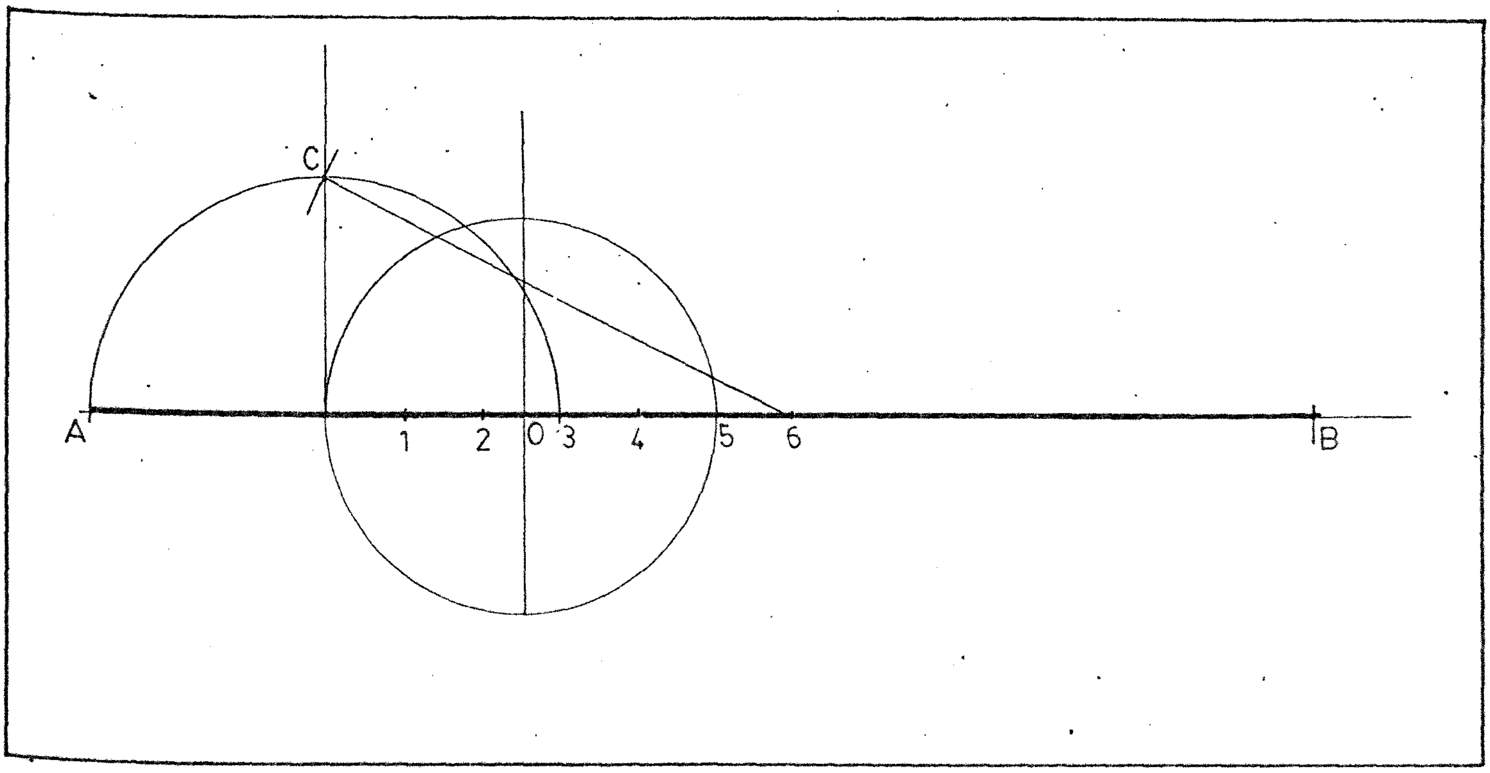
10.3. TERCER PROCEDIMIENTO.

Desde B lleva tres veces el diámetro (punto H); haciendo centro en C y D y radio el de la circunferencia, situa E y F, los cuales, al unirlos nos dan el punto G en la vertical B-A. La rectificación es el segmento G-H.

10.4. CUARTO PROCEDIMIENTO.

Lleva el diámetro B-A sobre la recta base (punto C), y a partir de este punto marca tres décimos del diámetro; el primero será D y el tercero E. Toma la distancia O-D y situala sobre B-A (punto F); une O y E y traza una paralela a dicha recta desde F cortando a la recta B-C en el punto G. El segmento B-G es la rectificación de la circunferencia.



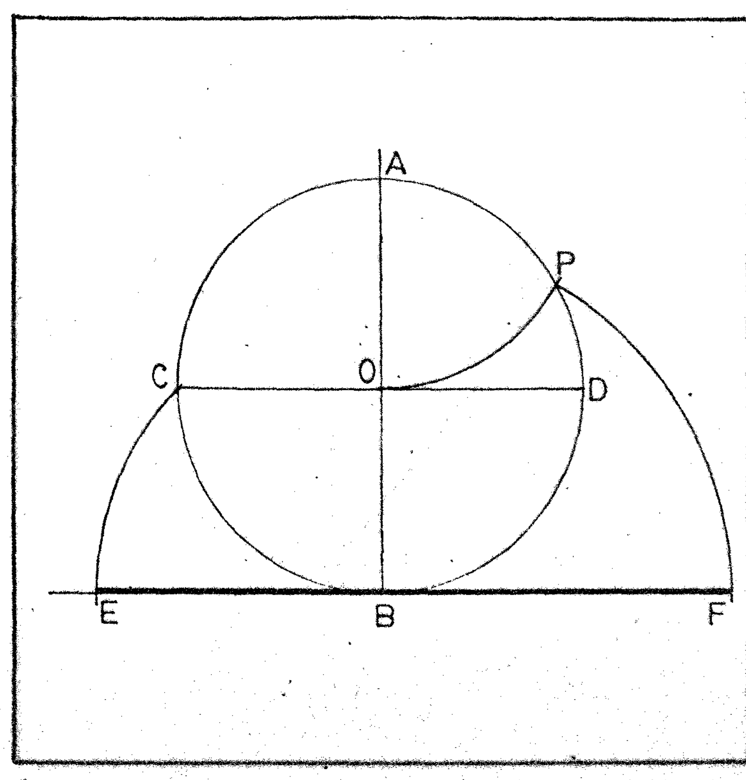


10.5. TRAZAR OTRO PROCEDIMIENTO.

Divide el diámetro en cinco partes y traslada un quinto a la derecha en la prolongación del diámetro (punto 6), levanta una perpendicular por el punto O del diámetro y haciendo centro ahí y radio 3 divisiones situa el punto A, el cual tambien nos dará el punto C al pasar por la vertical antes trazada; haciendo centro en 6 y radio 6-C marca B. El segmento A-B es la rectificación.

10.6. RECTIFICACION DE LA SEMICIRCUNFERENCIA (PRIMER METODO).

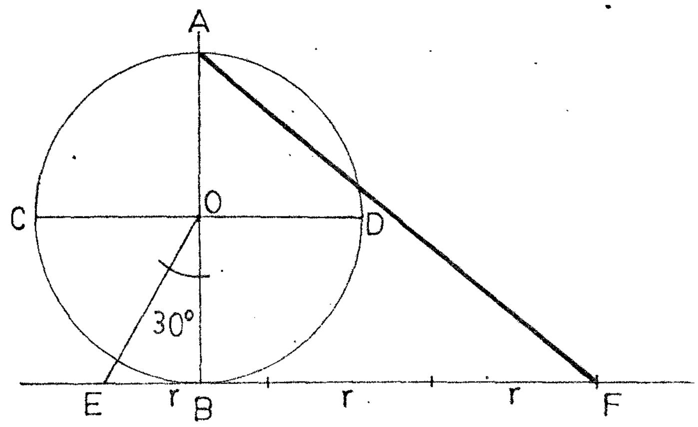
Sobre una tangente situada bajo la circunferencia lleva la distancia B-C obteniendo asi el punto E; luego toma A-O y situa P en la circunferencia, para luego tomar B-P y situar F. El segmento E-F es la rectificación de la semicircunferencia correspondiente a la circunferencia dada.

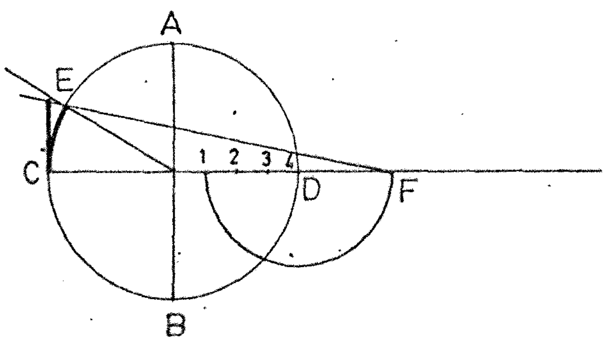


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

10.7. TRAZAR OTRO METODO.

Traza un ángulo de 30 grados a partir del lado O-B y vértice el centro de la circunferencia O, el cual cortará la tangente a la circunferencia en E, a partir de este punto lleva tres veces el radio de la circunferencia, hallando así el punto F. El segmento E-F es la rectificación de la semicircunferencia.



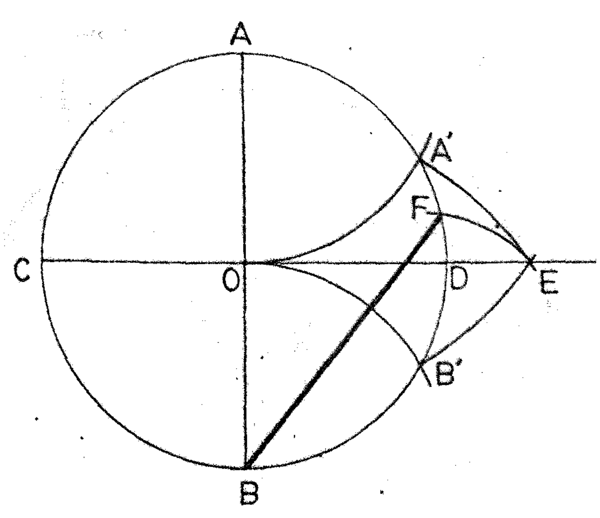


10. 8. RECTIFICACION DE UN ARCO MENOR DE 90 GRADOS.

Divide el radio en cuatro partes, y haciendo centro en D y radio D-1 traza F el cual lo unirás con el extremo del arco E y prolongas, dicha prolongación cortará la perpendicular trazada al diámetro desde C; este segmento será la rectificación del arco C-E.

10. 9. RECTIFICACION DE UN CUADRANTE DE CIRCUNFERENCIA (PRIMER METODO).

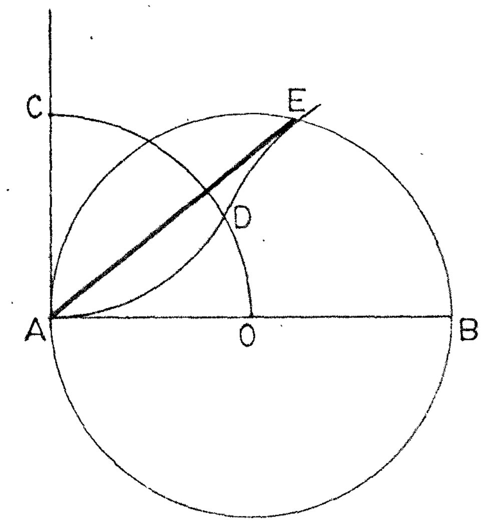
Toma A-O y B-O y situa A'y B', con el radio B-A'y A-B'situa el punto E el cual tambien coincidirá en la prolongación del diámetro; toma B-E y situa F. El segmento B-F es la rectificación.

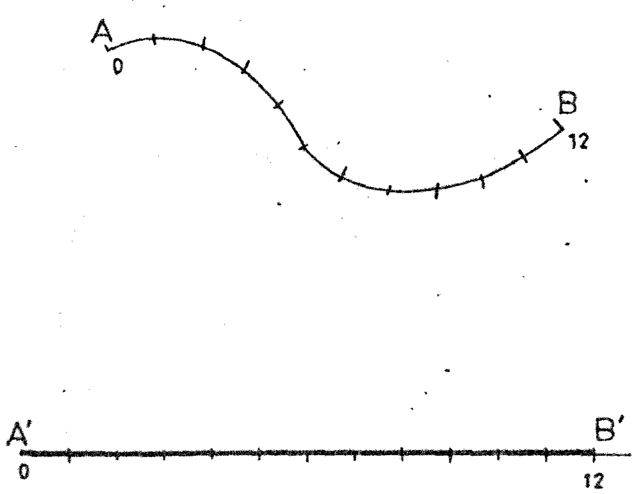


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

10.10. TRAZAR OTRO METODO.

A partir del lado A-O situa C sobre la vertical, y haciendo centro en C traza su arco inverso al anterior, que cortará en D; toma B-D y situa E en la circunferen-cia. El segmento A-E es la rectificación.



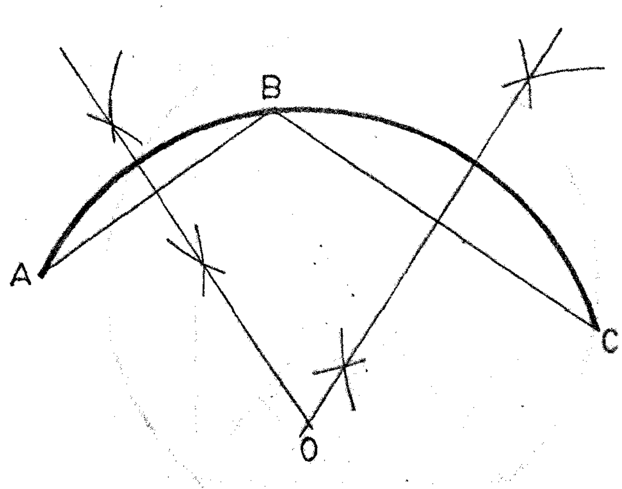


10. 11. RECTIFICACION APROXIMADA DE UNA LINEA CURVA.

Divide la linea dada en una serie de partes iguales sucesivas, las cuales llevarás sobre una linea recta, en dimensiones y número iguales a los utilizados en la curva.

10.12. TRAZAR UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA QUE PASE POR TRES PUNTOS DADOS NO SITUADOS EN LINEA RECTA.

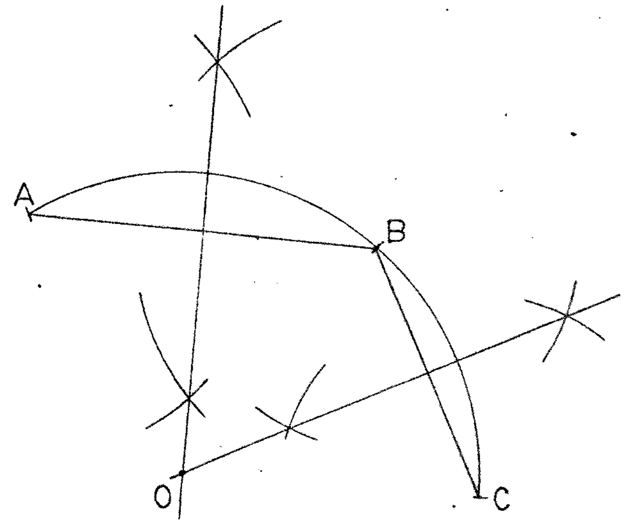
Une los tres puntos dados y traza las mediatrices de los segmentos que resul-tan, dichas mediatrices se cortarán en un punto O centro del arco buscado.

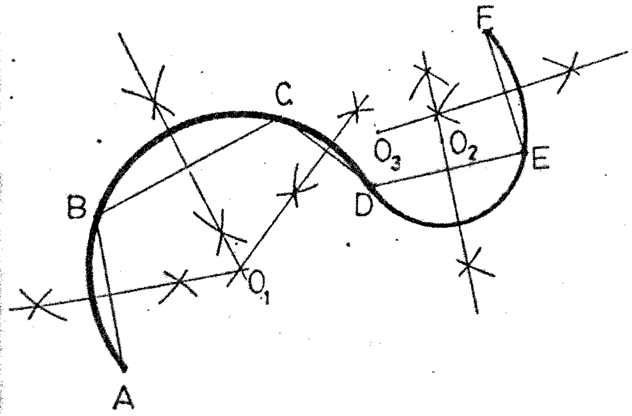


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

10.13. DETERMINAR EL CENTRO DE UN ARCO DE CIRCUNFERENCIA.

Situa un punto arbitrario B en el arco dado A-C, y traza las mediatrices de los segmentos que resultan al unir dicho punto B con los extremos del segmento A y C; las mediatrices se cortarán en el punto o centro buscado O.



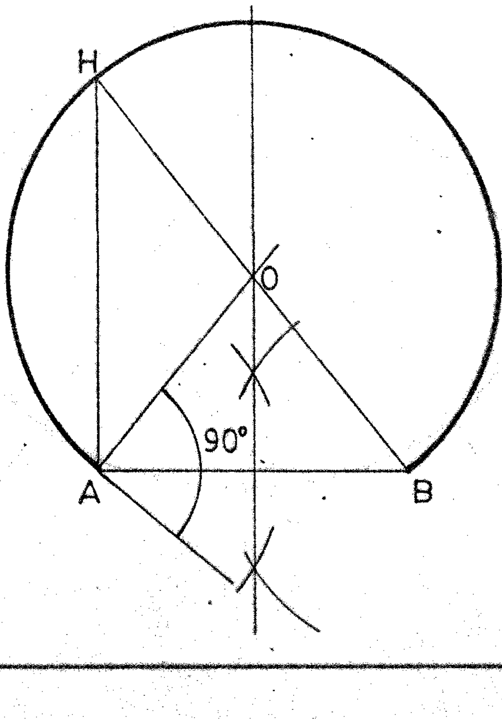


10.14. TRAZAR POR LOS PUNTOS DADOS ARCOS DE CIRCUNFERENCIA TANGENTES ENTRE SI.

Une los puntos dados y traza las mediatrices de los segmentos que se van formando; la mediatriz del primer segmento A-B se cortará con la del segundo B-C en el punto o centro O_1, centro del primer arco, que en este caso coincide con el del segundo y tercer arco . El centro O_2 se obtiene tambien de la intersección de dos mediatrices y el tercero se situa arbitrario.

10.15. DADO UN SEGMENTO RECTILINEO CONSTRUIR UN ARCO CAPAZ DE ANGULO DADO.

Traza a partir del segmento A-B el ángulo dado hacia abajo, y a partir del lado que se obtiene traza un ángulo de 90 grados sobre sí mismo, cortando a la mediatriz de A-B en O, centro del arco buscado. El ángulo H será igual al ángulo dado.



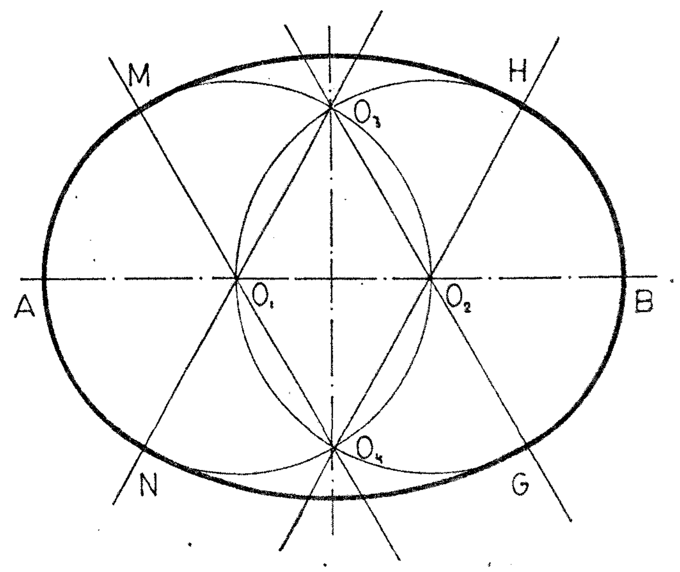
© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

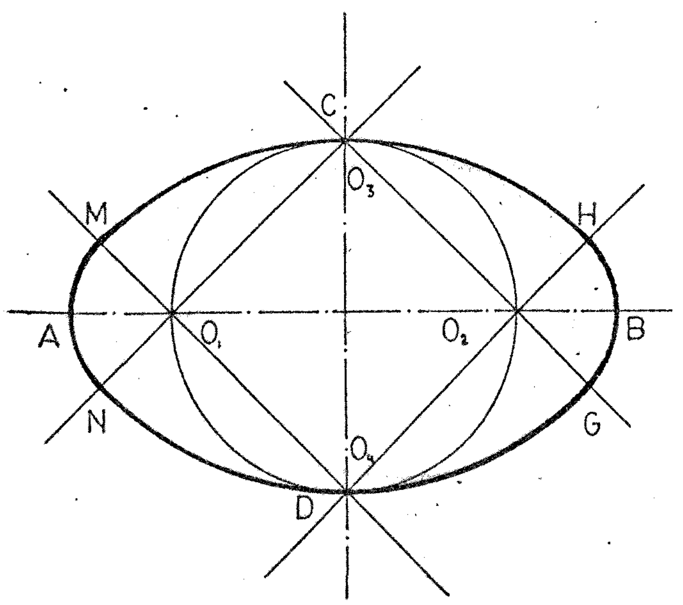
O V A L O S   Y   O V O I D E S

Tema : 11

11.1. CONSTRUIR UN OVALO CONOCIDO EL EJE MAYOR.

Dado el eje mayor A-B divídelo en tres partes, obteniendo así los centros O_1 y O_2 desde donde trazarás dos circunferencias de radio O_1-A = O_2-B, que se cortarán en los centros O_3 y O_4 con lo que habremos obtenido los cuatro centros de los arcos que formarán el ovalo; solo nos resta unir los centros y prolongar para obtener los puntos de tangencia M,N,H y G.



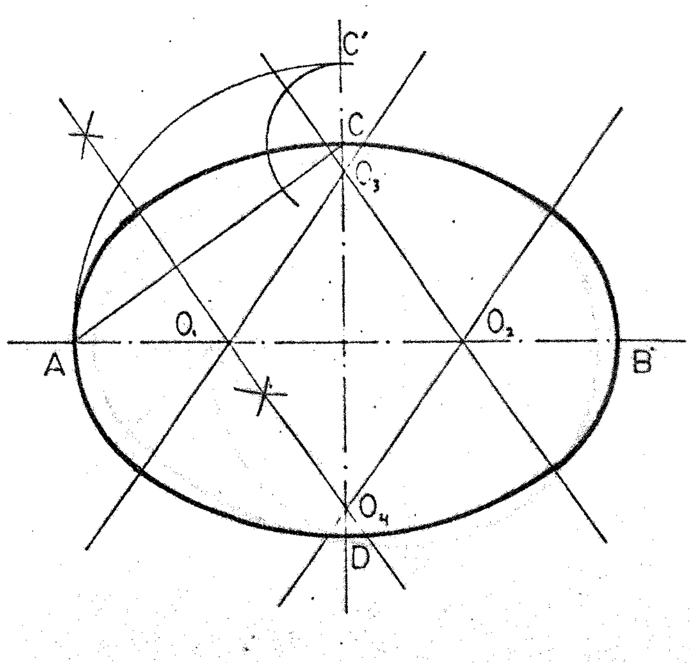


11.2. CONSTRUIR UN OVALO CONOCIDO EL EJE MENOR.

Traza una circunferencia de diámetro el eje dado, y su perpendicular por el punto medio, sobre la que irá el eje mayor, inscribe un cuadrado en la circunferencia y prolonga sus lados para lograr los puntos de tangencia M,N,H y G; los centros de los arcos ya los habiamos obtenido sobre los ejes de la circunferencia.

11.3. CONSTRUIR UN OVALO DADOS LOS EJES (PRIMER METODO).

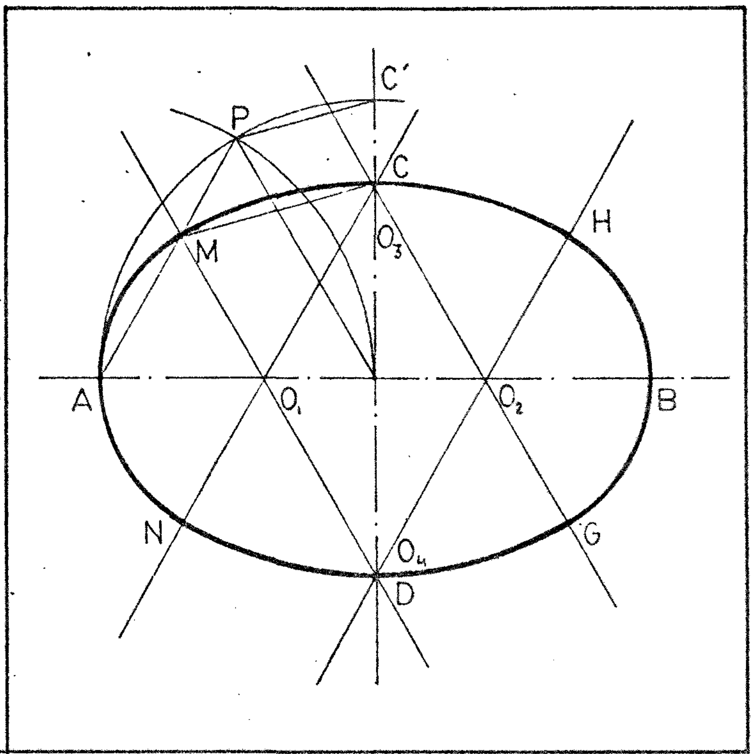
Una vez colocados convenientemente los ejes traza un arco de radio el semieje mayor que nos dará el punto C', traza otro arco de radio C-C' y que cortará a la recta A-C, en el segmento que queda traza la mediatriz y al prolongarla nos dará los centros O_1 y O_4; O_2 y O_3 se obtienen por simetría. Uniendo los centros obtendremos los puntos de tangencia.

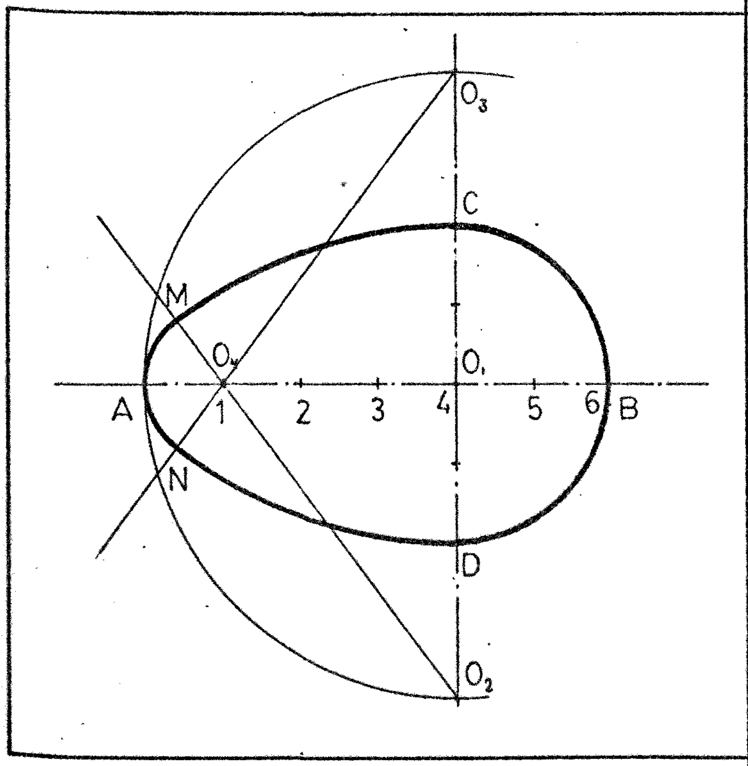


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

11.4. TRAZAR UN SEGUNDO PROCEDIMIENTO.

Una vez dibujados los ejes traza un arco de radio el semieje mayor que nos dará el punto C´ como en el ejercicio anterior, con centro en A traza el arco inverso que cortará en P, une P con C´ y traza una paralela a esta recta P-C´ por C que cortará a la recta P-A en el punto M; une M con D y traza su paralela por C-G, con lo que ya tenemos los cuatro centros, traza H-D y C-N como en el ejercicio anterior.



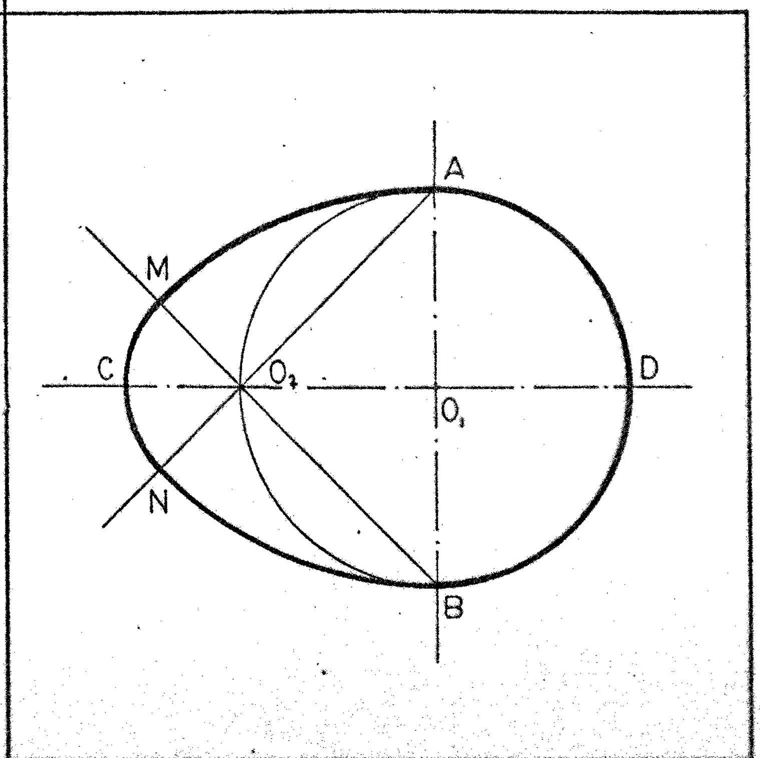


11.5. CONSTRUIR UN OVOIDE CONOCIDO EL EJE MAYOR.

Divide el eje dado en seis partes iguales, en el punto 4 traza una vertical, y a su vez desde este punto traza una semicircunferencia de radio 4-A que nos dará los puntos O_3 y O_4, une estos puntos con el punto 1 y prolongalos; los puntos 4 y 1 son los centros O_1 y O_4 respectivamente. Una vez conocidos los centros el trazado del Ovoide lo realizas como en los ejercicios precedentes.

11.6. CONSTRUIR UN OVOIDE CONOCIDO EL EJE MENOR.

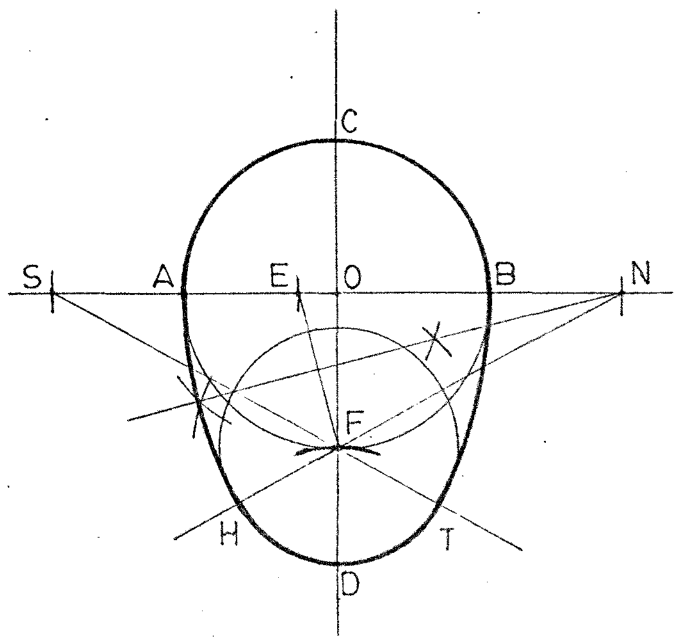
Traza una circunferencia de diametro el eje dado, y por su centro traza el eje horizontal, Une los puntos A y B con O_2 y prolóngalos. Logrados ya los centros O_1 y O_2 el trazado resulta evidente.

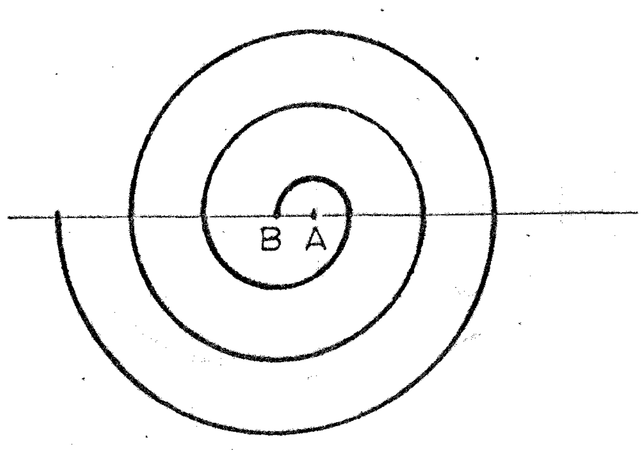


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

11.7. CONSTRUIR UN OVOIDE CONOCIENDO LOS DOS EJES.

Traza la circunferencia de diámetro el eje menor y sobre su centro el eje ma-yor; a partir de D y A lleva una magnitud arbitraria que será el radio del arco menor, dandote los puntos E y F, traza la mediatriz de este segmento E-F y cortará a la prolongación de A-B en N que será centro de uno de los arcos, el centro S se obtiene por simetría; une N y S con F y prolóngalos. F es otro centro de los buscados, con lo que ya el trazado es evidente habiendo realizado los ejercicios anteriores.



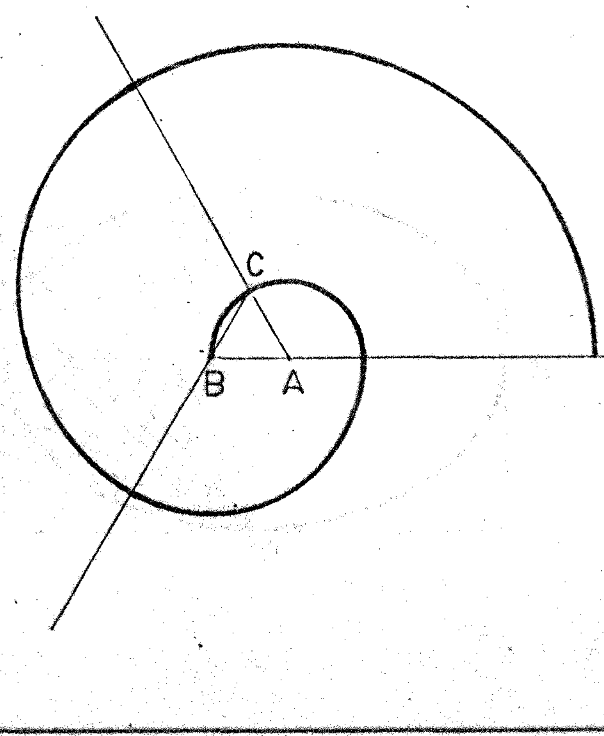


11.8. TRAZAR UNA ESPIRAL DE DOS CENTROS CONOCIDO EL PASO.

Sobre una recta lleva una distancia A-B igual a la mitad del paso, con centro en B y radio B-A traza una semicircunferencia, luego otra con centro en A y radio doble del anterior (que será el paso) y así sucesivamente alternando los centros.

11.9. TRAZAR UNA ESPIRAL DE TRES CENTROS CONOCIDO EL PASO.

Traza un triángulo equilátero de la-do 1/3 del paso y prolonga los lados, haciendo centro en A y radio A-B traza el primer arco, con centro en B el segun-do que tiene de radio 2A-B, haciendo centro en C el tercero de radio 3A-B, o sea, el paso; por consiguiente a partir de aquí sucesivamente alternando A, B y C como centros.



© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

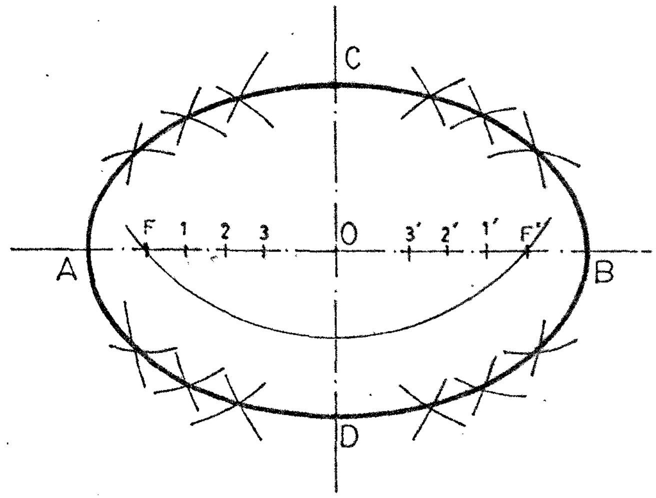
E L I P S E S

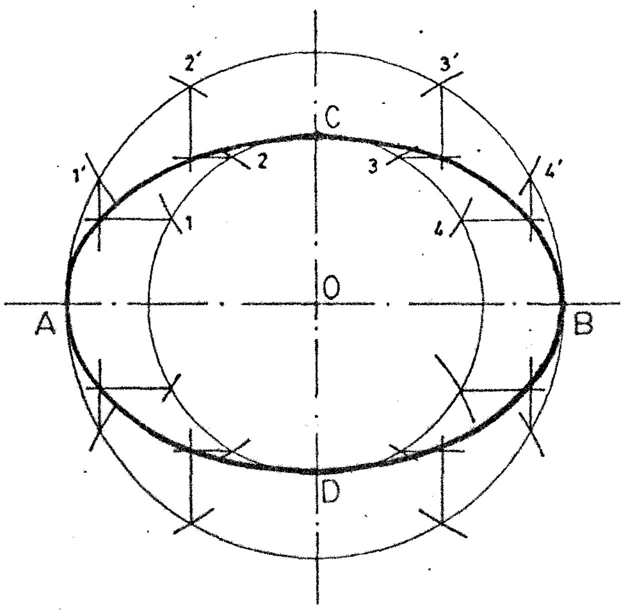
Tema : 12

12.1. CONSTRUIR UNA ELIPSE CONOCIENDO SUS DOS EJES.

Este sistema es mas conocido con la definición de "por puntos".

Haciendo centro en C y radio el semieje mayor logra los puntos F y F´ que serán los focos, a partir de estos y hacia O traza varios puntos arbitrarios; toma la distancia B-1 y haciendo centro en F´traza dos arcos, y haciendo centro en F los inversos; luego toma A-1 y desde los focos corta a los trazados anteriormente; repítelo con el resto de los puntos. Unidos mediante plantillas o a pulso los puntos conseguidos obtendremos la elipse solicitada.





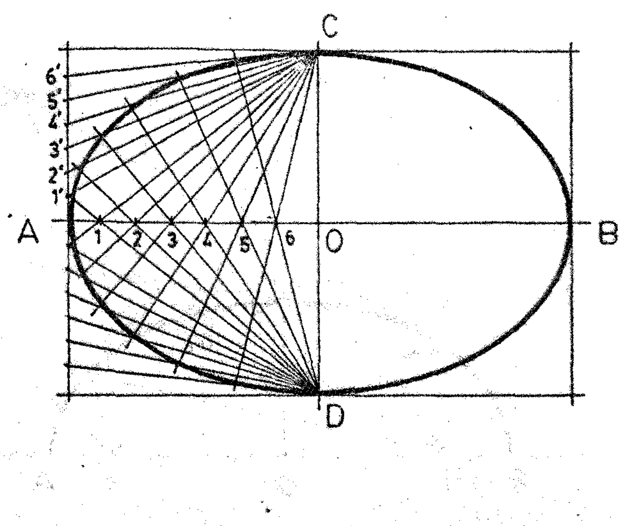
12.2. TRAZADO DE LA ELIPSE POR PUNTOS MEDIANTE LA CIRCUNFERENCIA PRINCIPAL Y LA CIRCUNFERENCIA QUE TIENE POR DIAMETRO EL EJE MENOR.

Mas conocida como "por afinidad".

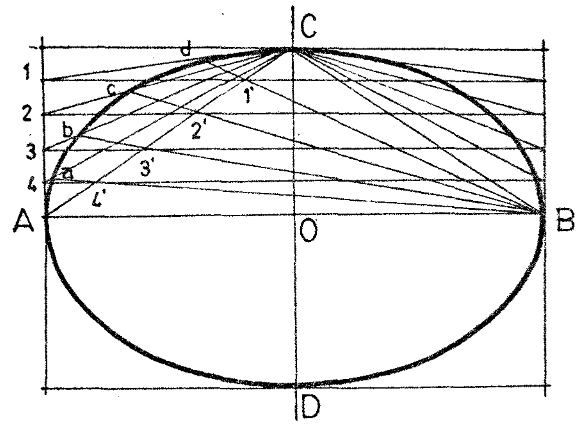
Traza en las dos circunferencias dadas puntos arbitrarios, de manera que formen el mismo ángulo al unirlos con el centro. Por los puntos de la circunferencia interior 1,2,3,4,etc. traza horizontales hacia el exterior; y por la otra,en los puntos 1´,2´,3´,4´,etc. traza verticales que corten a las horizontales anteriores, logrando asi los puntos de la elipse.

12.3. TRAZADO DE LA ELIPSE POR HACES PROYECTIVOS. DADOS LOS EJES.

Traza un rectángulo que contenga los ejes dados, divide el semieje mayor en un número determinado de veces; divide también el semieje menor pero en el rectángulo, el mismo número de veces que se dividió al semieje mayor, y únelos con el punto C,-también unirás con este punto los puntos trazados en el semieje mayor. Lo mismo harás desde el punto D; la intersección de los haces que parten del punto D con los que parten del punto C son los puntos de la elipse.

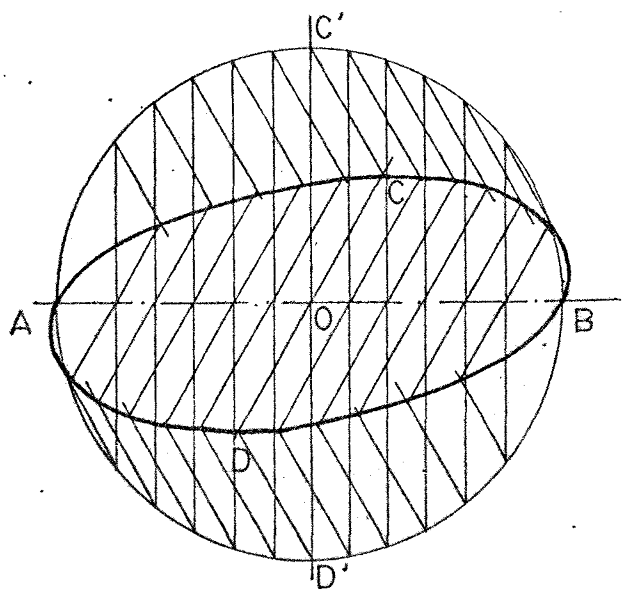


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009



12.4. TRAZADO DE LA ELIPSE POR INTERSECCION DE RECTAS.

Traza un rectángulo que contenga los dos ejes, como en el ejercicio anterior, divide el semieje menor sobre el rectángulo en varias partes iguales y sobre estas divisiones traza paralelas al eje mayor; une C con los puntos 1,2,3,4,etc., intercediendo las paralelas en los puntos 1',2',3',etc. Traza desde B un haz que pasando por 1',2',etc. cortarán a las rectas C-1,C-2,etc.

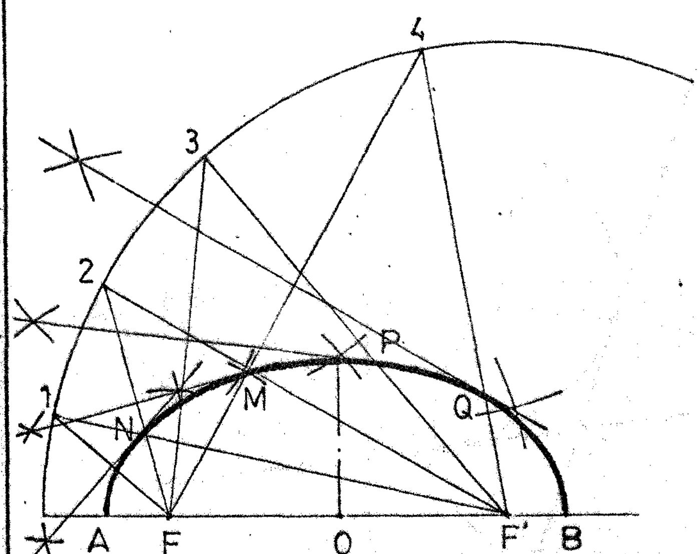


12.5. TRAZADO DE LA ELIPSE CONOCIENDO LOS DIAMETROS CONJUGADOS A-B Y C-D.

Una vez situados los diámetros conjugados A-B y C-D traza la circunferencia de diámetro el eje mayor, y este mismo eje divídelo en varias partes, por donde levantarás perpendiculares como la C'D'; por los puntos de intersección de estas perpendiculares con el eje mayor traza paralelas al eje C-D. Une C con C' y D con D' y traza paralelas a estas desde los puntos de intersección de las perpendiculares al eje mayor con la circunferencia; donde corten a las paralelas a C-D serán los puntos de la elipse.

12.6. TRAZADO DE LA ELIPSE POR TANGENTES Y PUNTOS CONOCIENDO EL EJE MAYOR Y LOS FOCOS.

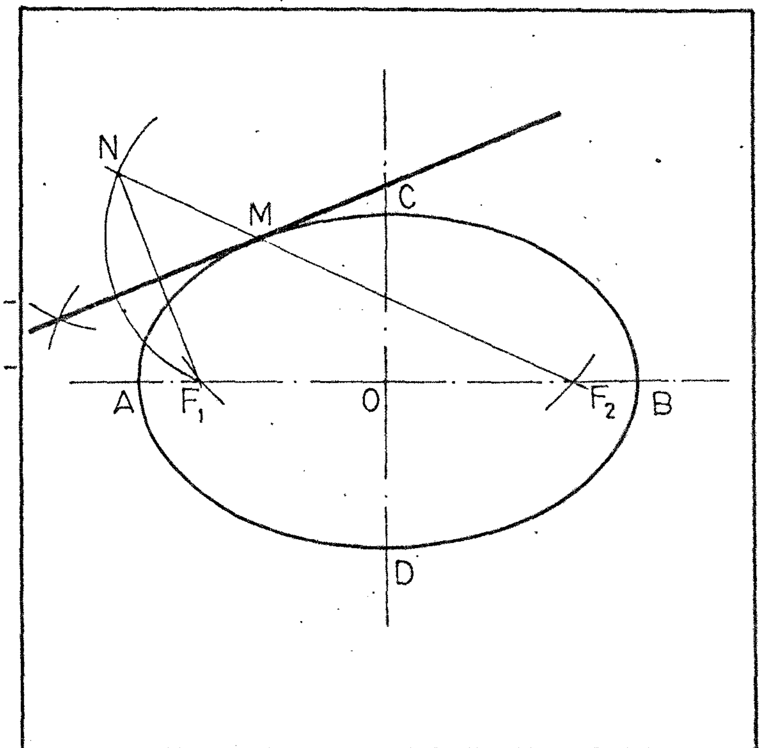
Traza desde F' la circunferencia focal (de radio A-B) y marca varios puntos 1,2,3,4,etc.; une estos puntos con F y F'. Traza la mediatriz de 1-F que será tangente a la elipse y donde corte a 1-F' será un punto de la elipse. Repite el trazado con el resto de los puntos.

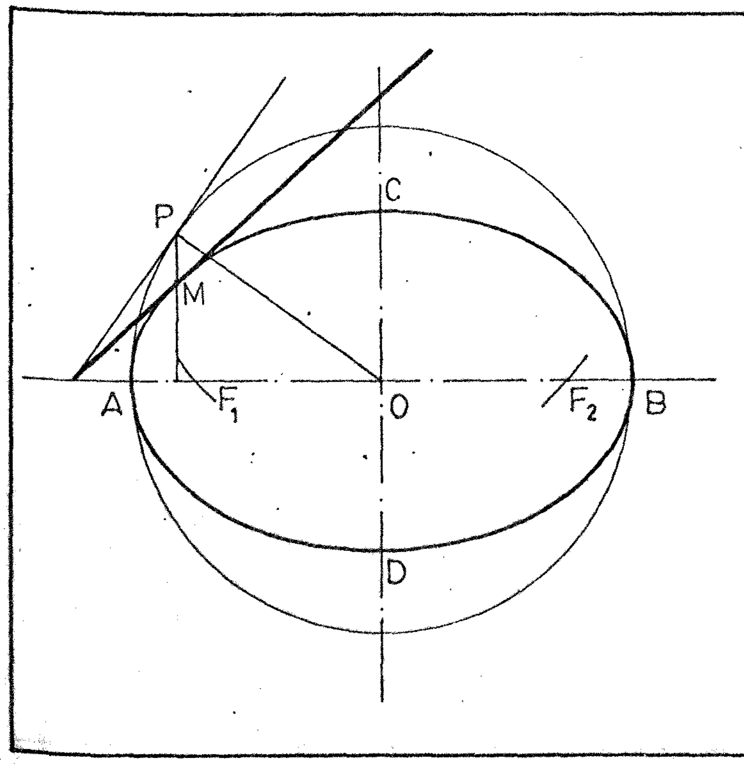


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

12.7. TRAZAR LA TANGENTE A UNA ELIPSE EN UN PUNTO M DE LA CURVA.

Une F_2 con el punto dado y prolongala, toma la distancia $M-F_1$ y llevala sobre la prolongación (N); traza la mediatriz del segmento $N-F_1$ que será la tangente a la elipse por M.



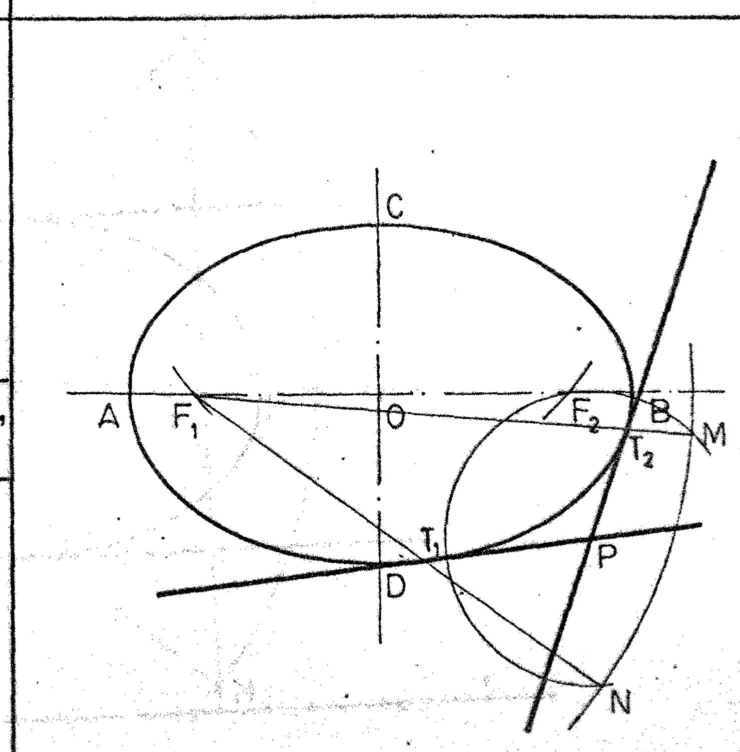


12.8. TRAZAR OTRO METODO.

Traza la circunferencia de radio O-A, traza la perpendicular por M al eje mayor y nos dará P; une P con O y traza la perpendicular a esta recta por P, que cortará a la prolongación de A-B, une este punto con M y será la tangente pedida.

12.9. TRAZAR LAS TANGENTES A LA ELIPSE DESDE UN PUNTO EXTERIOR.

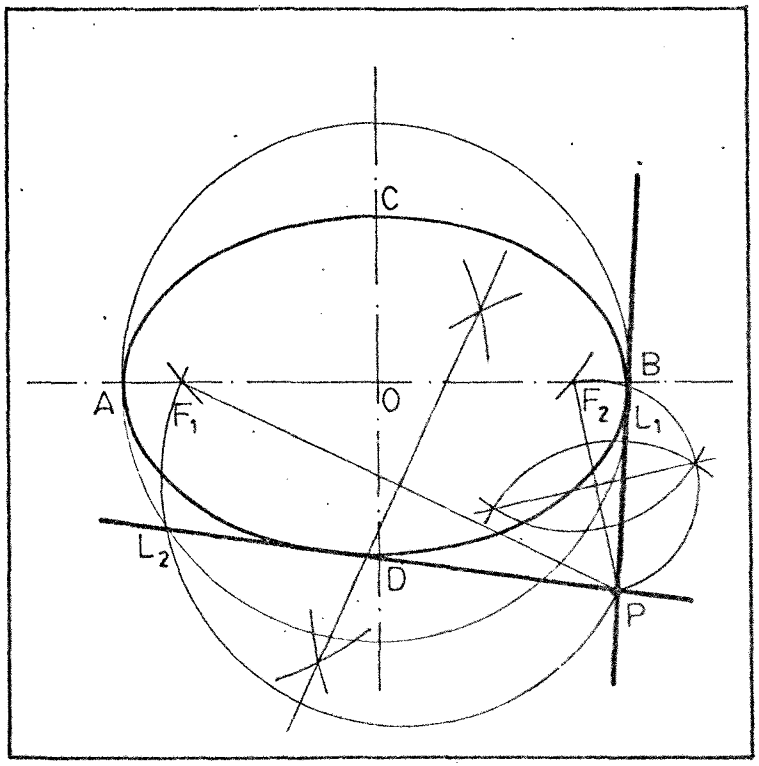
Con centro en F_1 traza la circunferencia focal, con centro en el punto dado P y radio $P-F_2$ traza una circunferencia que cortará a la focal en M y N, une estos puntos con F_1 y en su intersección con la elipse nos dará los puntos de tangencia T_1 y T_2, por consiguiente solo nos resta unirlos con P para obtener las tangentes.



© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

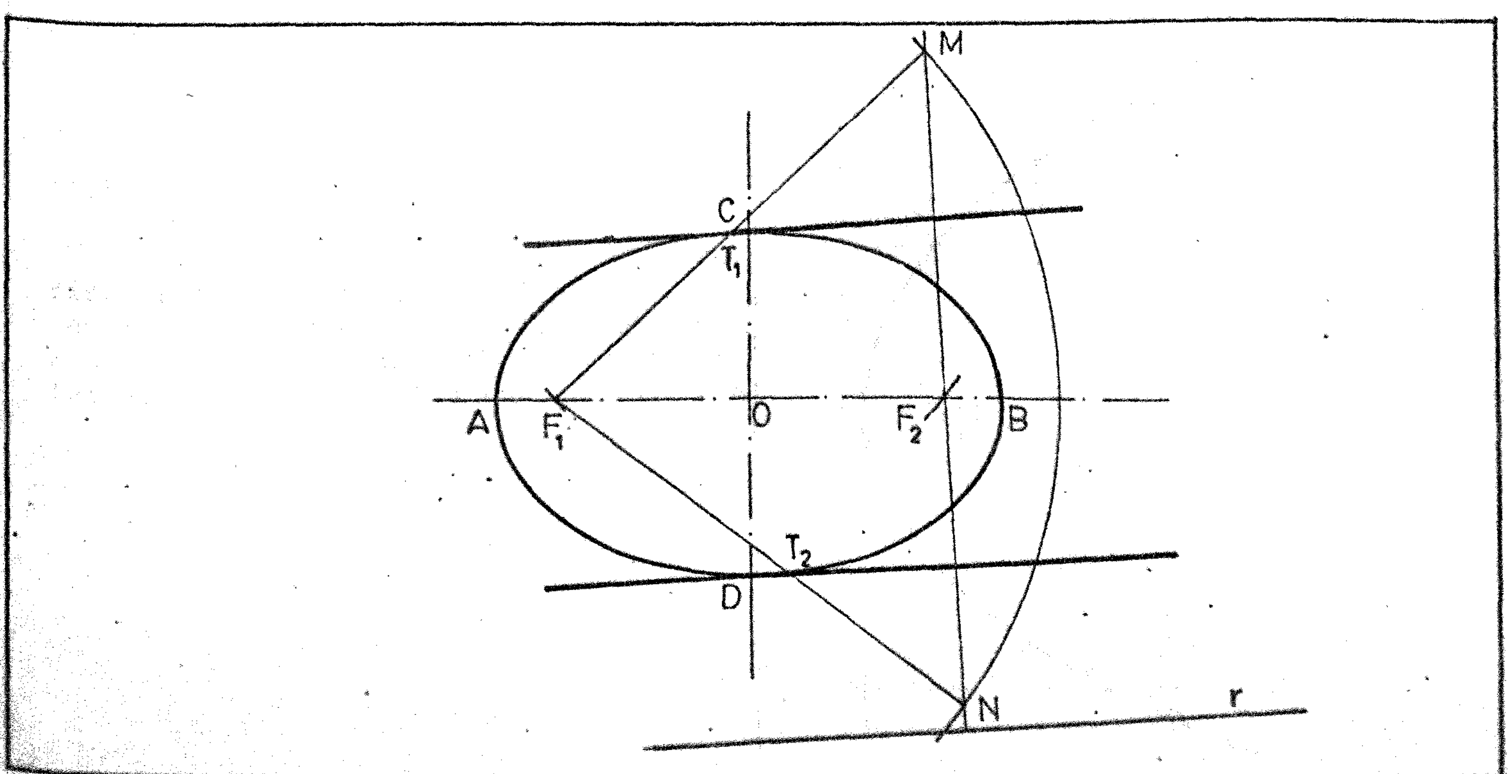
12.10. TRAZAR OTRO METODO.

Traza la circunferencia de radio O-A; une los focos con el punto dado P y traza la mediatriz de ambos segmentos para hallar su punto medio, desde donde trazarás las semicircunferencias de diámetro F_1-P y F_2-P; donde estas semicircunferencias corten a la primera circunferencia descrita (R=OA) nos dará los puntos L_1 y L_2 que unidos con P son las tangentes pedidas.



12.11. TRAZAR LAS TANGENTES A UNA ELIPSE DADA, Y QUE SEAN PARALELAS A UNA DIRECCION DADA.

Desde F_1 traza la circunferencia focal; y por F_2 levanta una perpendicular a la dirección dada, que cortará a la circunferencia focal en M y N, une estos puntos con F_1 y donde corten a la elipse serán los puntos de tangencia T_1 y T_2; Solo nos resta trazar paralelas por estos puntos a la dirección dada.



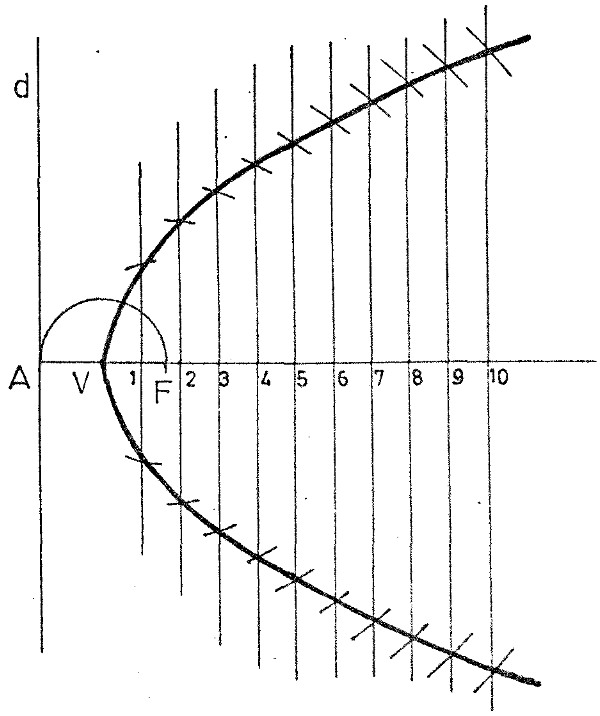
© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

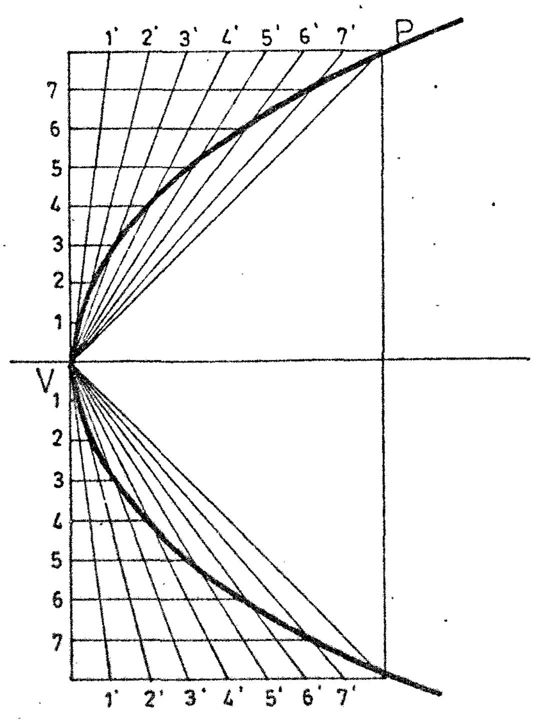
P A R A B O L A S

Tema : 13

13.1. CONSTRUIR UNA PARABOLA CONOCIENDO EL EJE, EL VERTICE Y LA DIRECTRIZ.

Traza el foco que es simétrico al punto A de la directriz con respecto al vértice V; a partir de V traza una serie de puntos arbitrarios (1,2,3,etc.) sobre el eje, por los cuales trazarás perpendiculares a dicho eje. Toma la distancia A-1y haciendo centro en el foco lleva sobre la vertical de 1, dándonos asi dos puntos simétricos de la parabola; el resto de los puntos se desarrollan de igual forma, evidentemente.



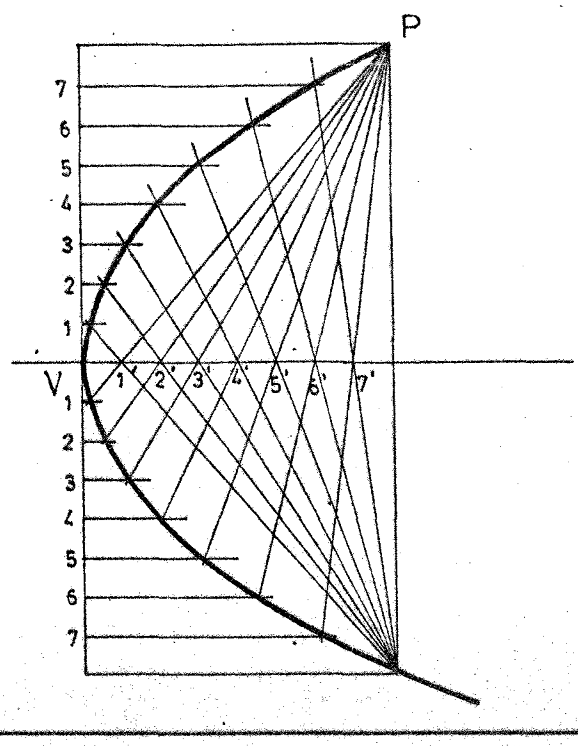


13.2. CONSTRUIR UNA PARABOLA DADO EL EJE, EL VERTICE Y UN PUNTO P DE LA CURVA.

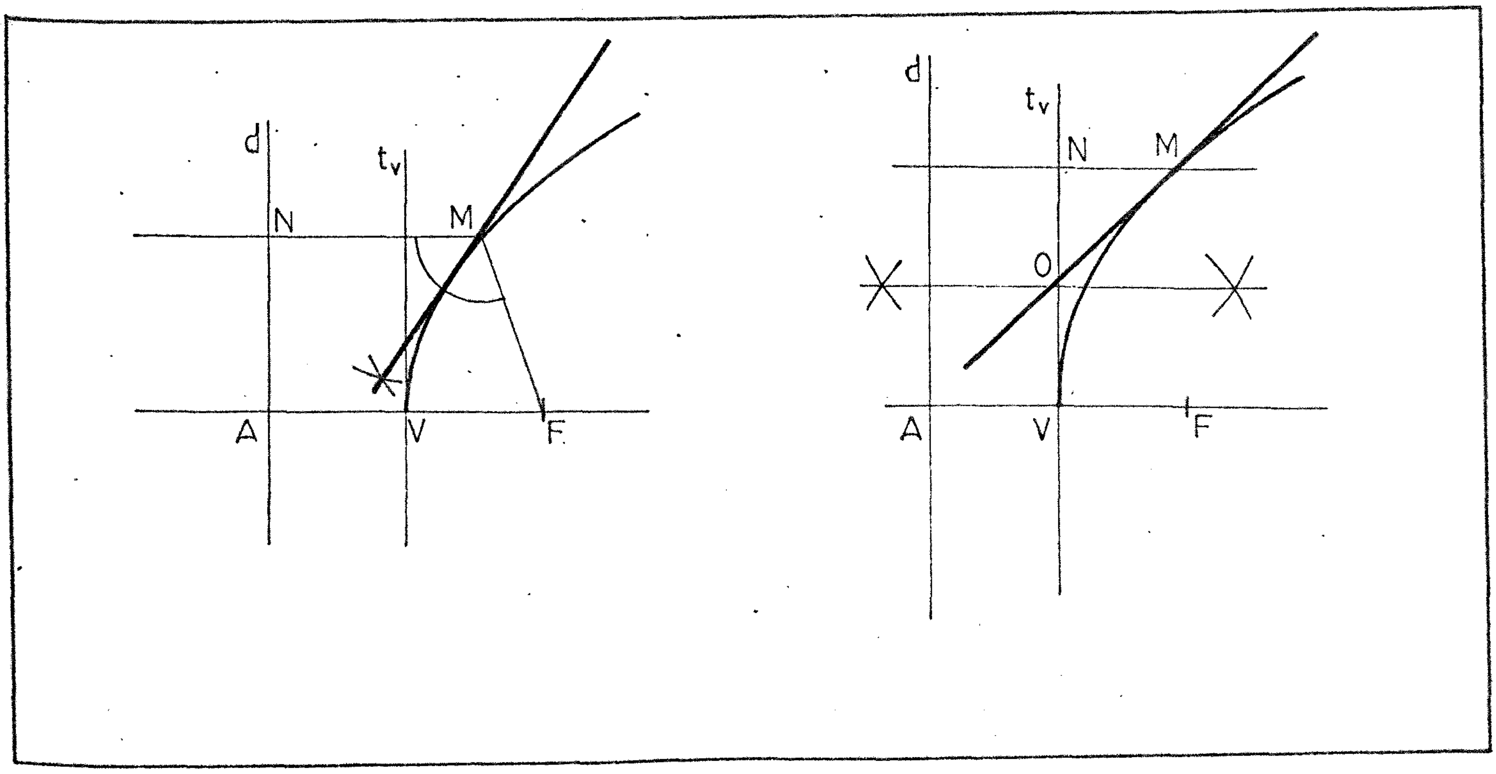
Forma un rectángulo que contenga el vértice y el punto dado P, divide los lados horizontales en varias partes 1',2',3', etc., y el lado vertical en el doble de dichas partes, puntos 1,2,3,etc. Une el vértice con los puntos 1',2',3',etc. y por los puntos 1,2,3,... traza paralelas al eje, donde estas corten a las anteriores serán puntos de la parabola.

13.3. TRAZAR OTRO METODO.

Este ejercicio es análogo al anterior, solo que los puntos 1',2',3',etc. los trazamos en el eje, y los haces de rectas que pasan por dichos puntos parten de P y su simétrico respecto al eje



© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009



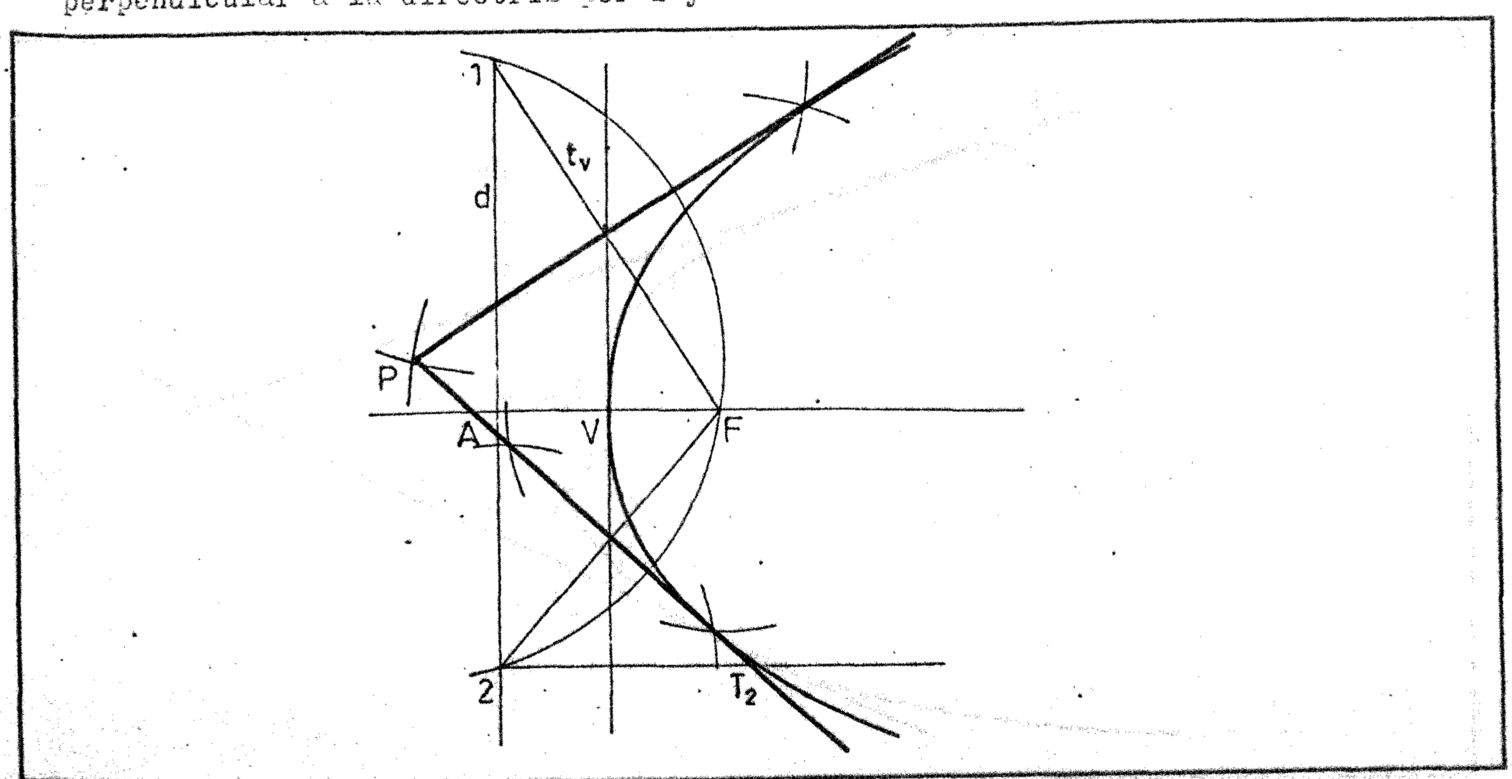
13.6. TRAZAR LA TANGENTE A LA PARABOLA EN UN PUNTO DADO DE LA CURVA.

Caso 1. Une el punto dado con el foco, traza desde el punto dado M una perpendicular a la directriz y nos dará el punto N; la bisectriz del ángulo NMF es la tangente pedida.

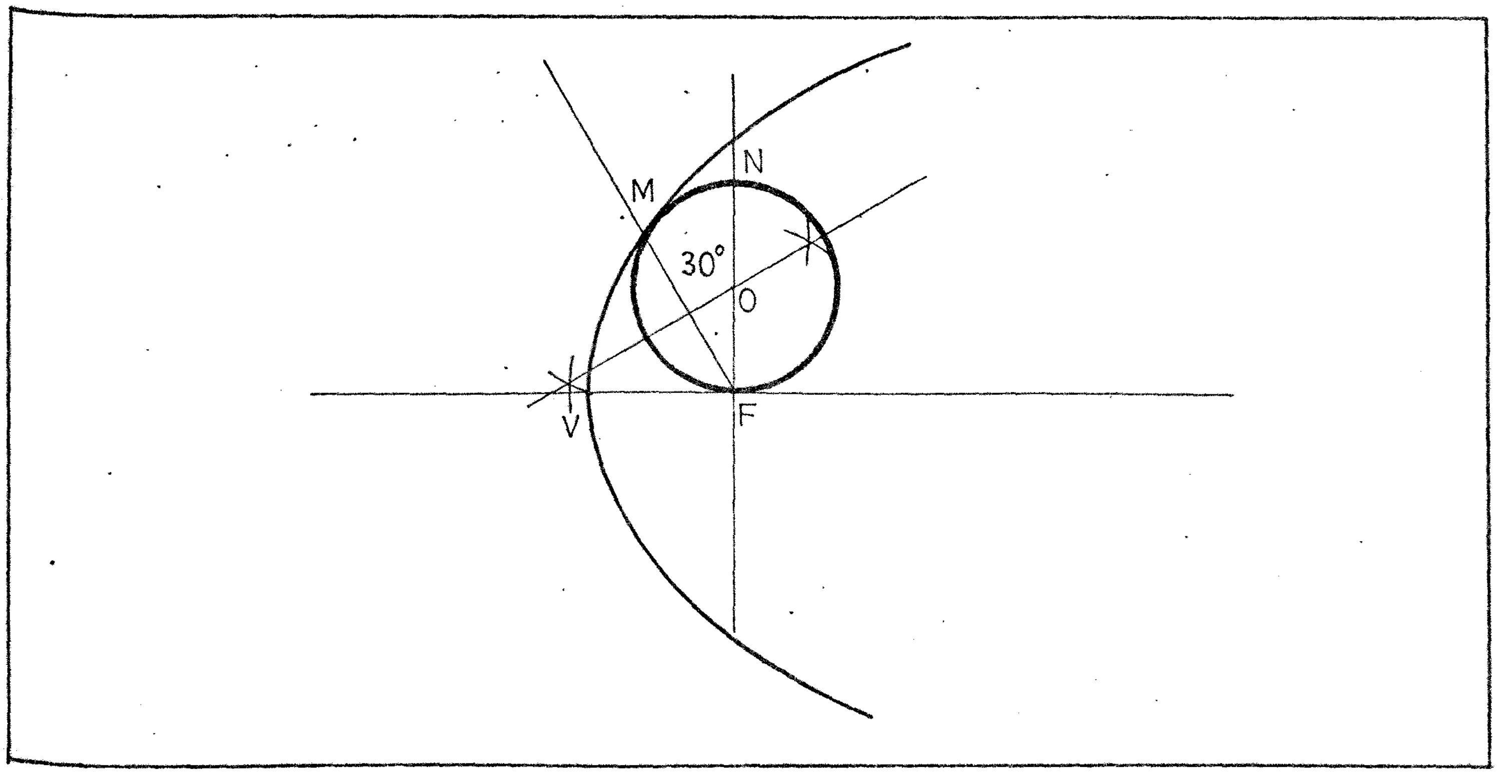
Caso 2. Traza una paralela por M al eje y cortará la perpendicular levantada al eje por el vertice en el punto N; la mediatriz de NV nos da el punto medio O, que unido con el punto dado M es la tangente pedida.

13.7. TRAZAR LAS TANGENTES A LA PARABOLA DESDE UN PUNTO EXTERIOR P.

Traza con centro en el punto dado P y radio P-F un arco que cortará la directriz en 1 y 2, une estos puntos con el foco y traza sus mediatrices, que pasarán por P y son las tangentes pedidas. Los puntos de tangencia estarán en la perpendicular a la directriz por 1 y 2.



© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

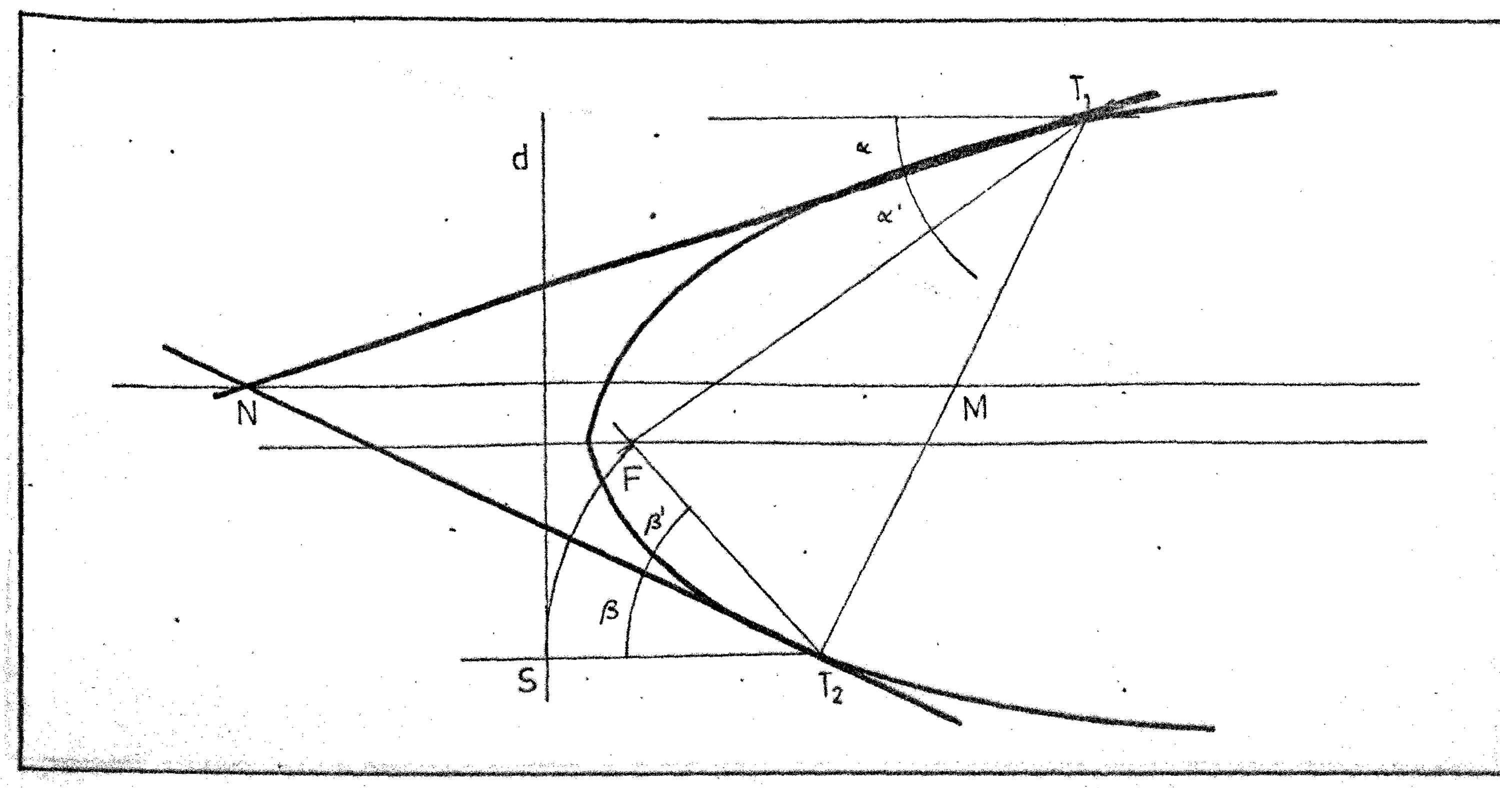


13.8. CONSTRUIR UNA CIRCUNFERENCIA TANGENTE A LA PARABOLA Y AL EJE EN EL FOCO DE LA CURVA.

Traza desde el foco la perpendicular al eje, y traza de nuevo desde el foco una recta que forme 30 grados con la anterior F-N, esta recta cortará la curva en M. Al trazar la mediatriz de M-F cortará a N-F en O centro de la circunferencia pedida.

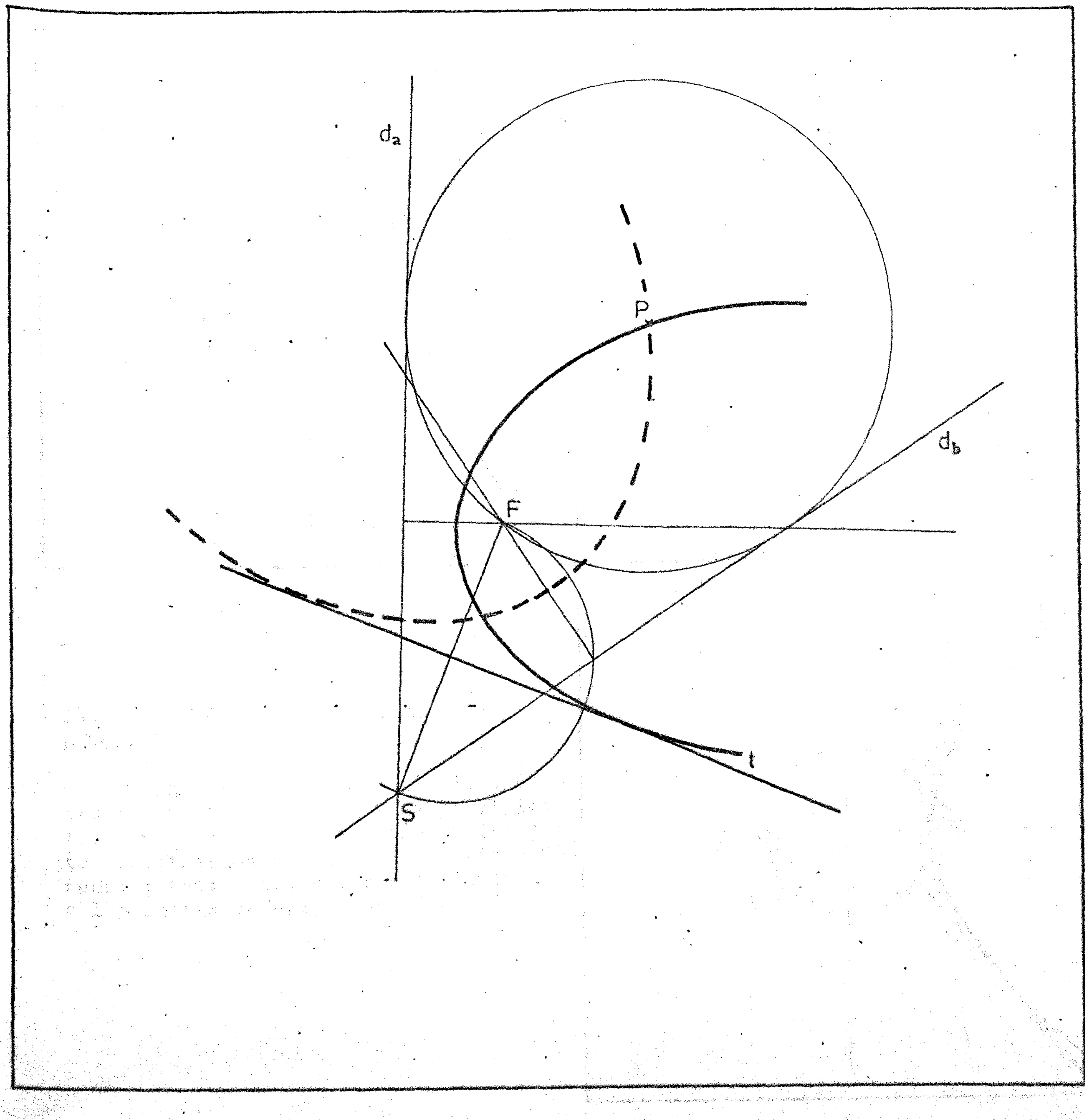
13.9. CONSTRUIR UNA PARABOLA CONOCIDAS DOS TANGENTES Y SUS PUNTOS DE CONTACTO.

Une T_1 y T_2 y halla su punto medio M que unido con N (punto de intersección de las dos tangentes) nos da una recta paralela al eje; traza por T_1 y T_2 paralelas a la recta anterior y nos formarán con la tangente los ángulos α y β; traza los ángulos simétricos a los anteriores α' y β' y donde se crucen nos darán el foco, traza por este una paralela a M-N y será el eje. Toma la distancia T_2- F y llévala sobre T_2- S por donde levantarás una perpendicular al eje y será la directriz.



13.10. CONSTRUIR UNA PARABOLA CONOCIENDO UN PUNTO P DE LA CURVA, UNA TANGENTE Y EL FOCO.

Desde F traza una perpendicular a la tangente para obtener el simétrico de F respecto a la tangente, que será el punto S. Traza con centro en P una circunferencia de radio P-F; desde S traza las tangentes a la circunferencia anterior y serán dos directrices, luego trazando las perpendiculares a estas directrices por F obtendremos los ejes de las dos parábolas que se pueden obtener en este ejercicio.



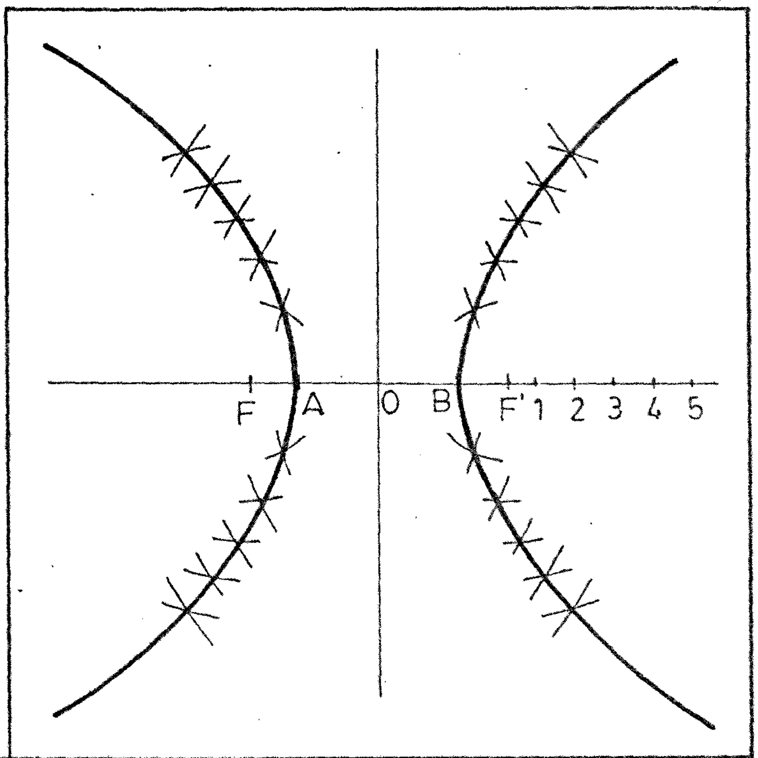
© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

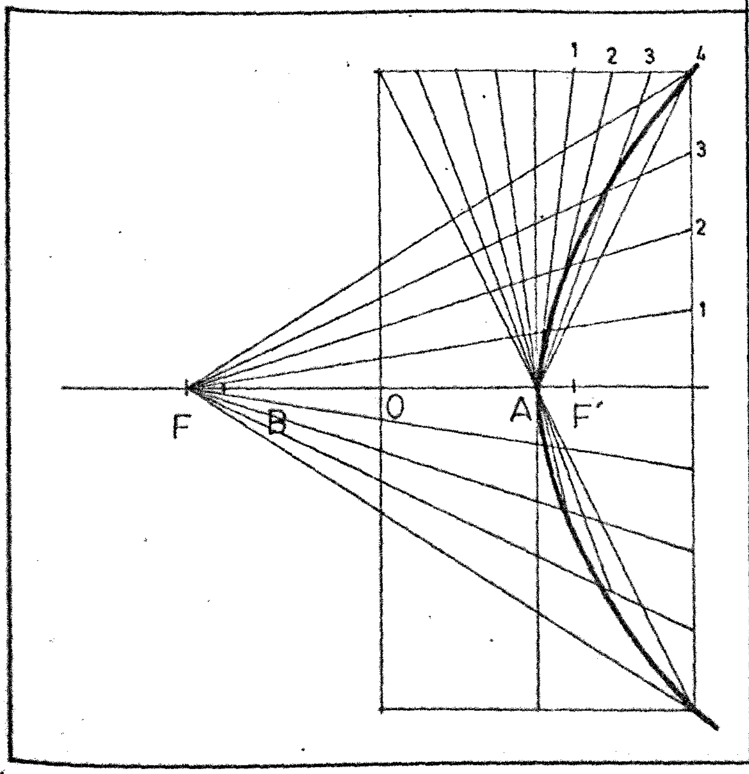
HIPERBOLAS

Tema : 14

14.1. TRAZADO DE LA HIPERBOLA POR PUNTOS A PARTIR DE LOS EJES.

Una vez trazado el eje real, el imaginario, los vertices y los focos situence varios puntos arbitrarios a partir de uno de los focos. Los puntos se obtienen igual que en el 12.1.



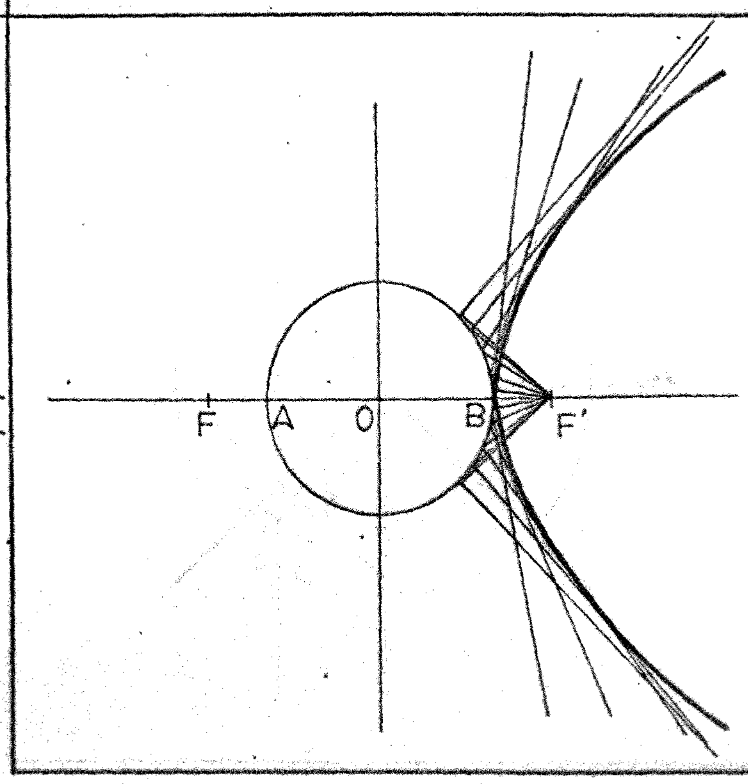


14.2. TRAZADO DE LA HIPERBOLA POR HACES PROYECTIVOS.

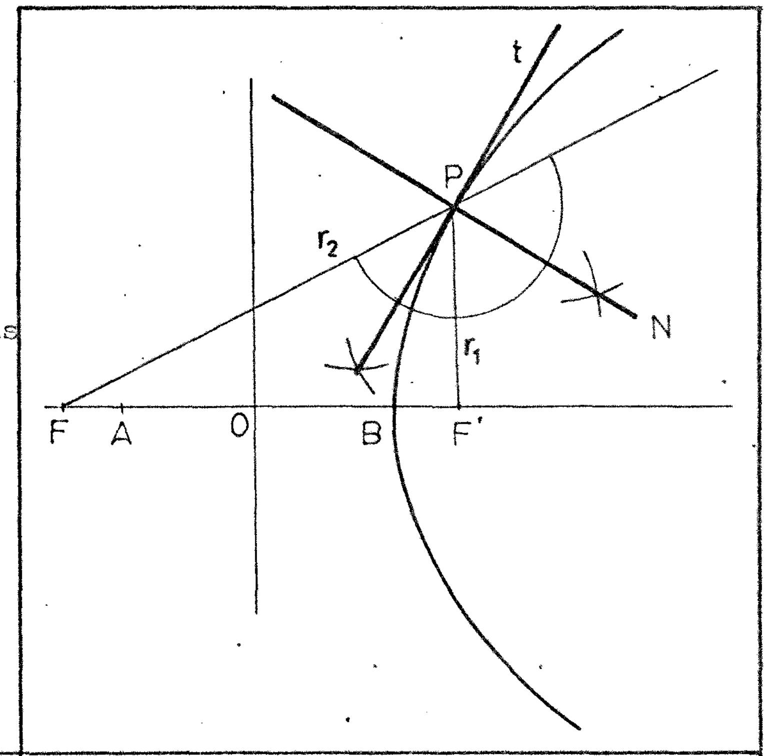
Traza un rectángulo como en el 13.2. tal que un lado sea el eje imaginario, y divide el lado opuesto al eje imaginario en ocho partes, tambien en ocho partes el lado menor, une estos con el vertice A y los del lado mayor con el foco opuesto, las intersecciones nos dan puntos de la hiperbola.

14.3. TRAZADO DE LA HIPERBOLA POR ENVOLVENTES.

Traza una circunferencia de diámetro los vertices A y B, y desde el foco traza un haz de rectas hacia varios puntos arbitrarios situados en la circunferencia; trazando luego perpendiculares a las rectas anteriormente descritas.

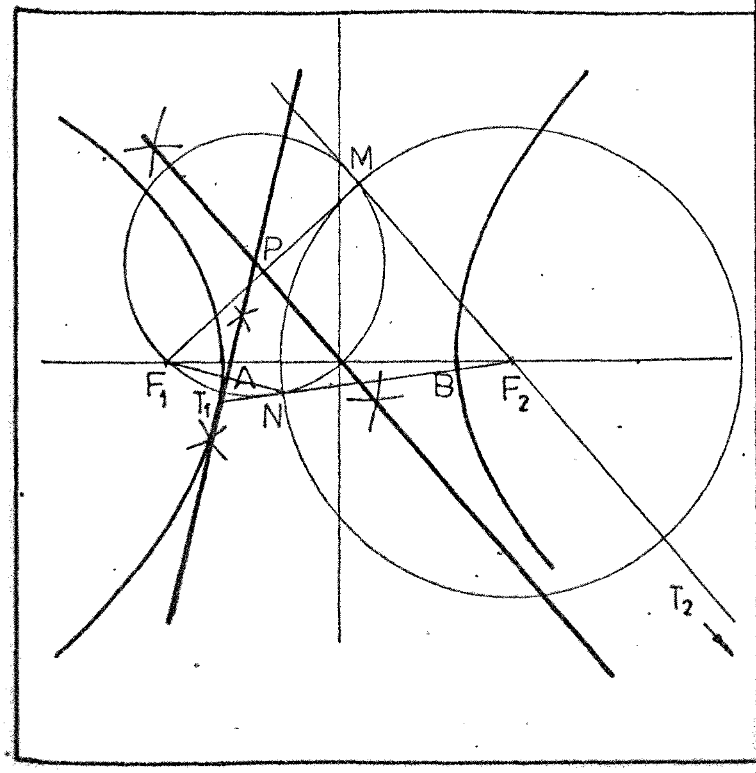


© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009



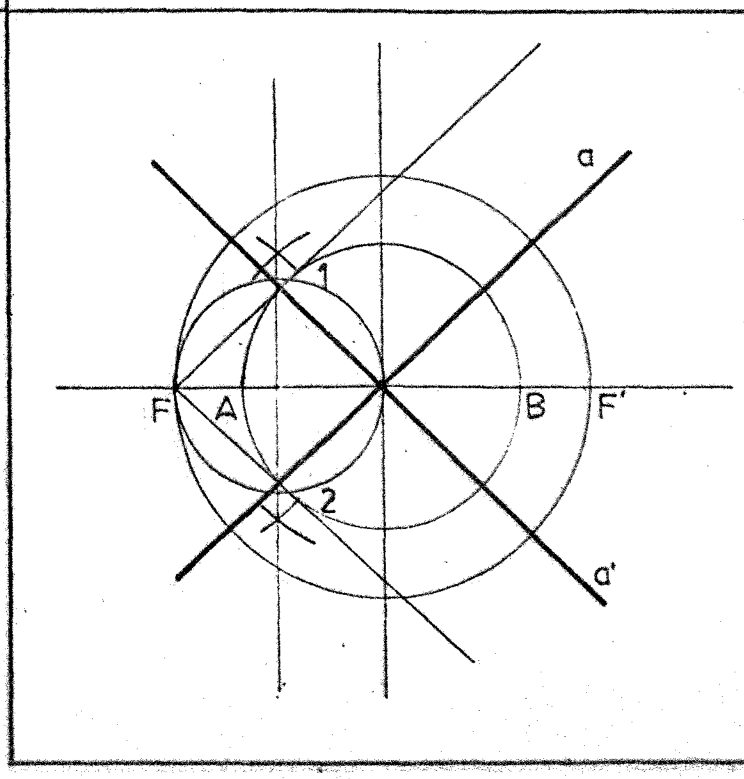
14.4. TANGENTE Y NORMAL A LA HIPERBOLA EN UN PUNTO DE ELLA P.

Une el punto dado con los focos, la bisectriz del ángulo que forman estas dos rectas es la tangente y su perpendicular por P la normal.



14.5. TANGENTES A LA HIPERBOLA DESDE UN PUNTO EXTERIOR P.

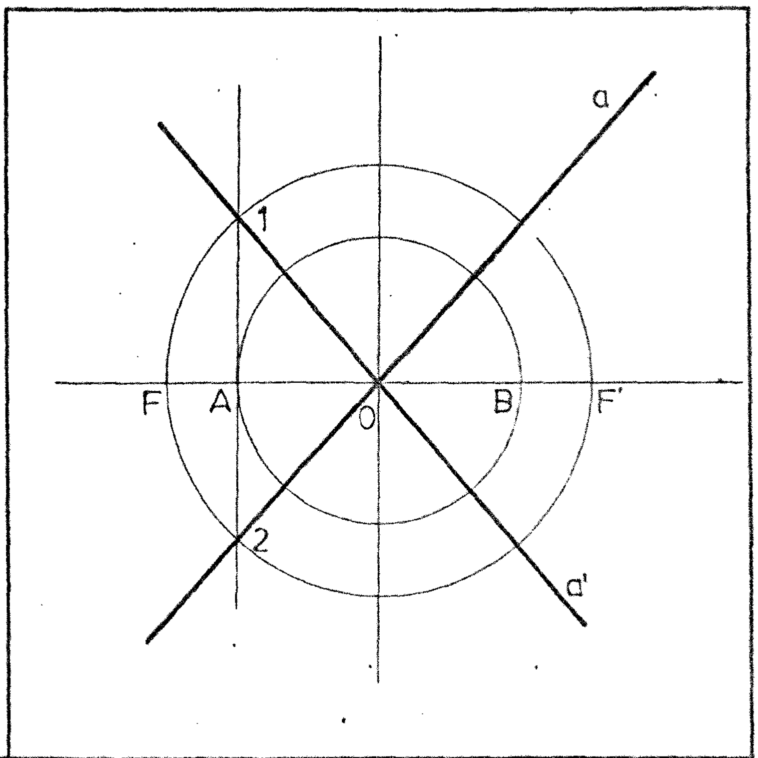
Traza una circunferencia con centro en P y radio P-F_1, desde F_2 la focal (Ø = A-B) y ambas se cortan en M y N. La mediatriz de F_1-N será una tangente y la mediatriz de F_1-M otra tangente. Los puntos de tangencia T_1 y T_2 se logran al unir M y N con F_2.



14.6. DETERMINACION DE LAS ASINTOTAS. (PRIMER CASO)

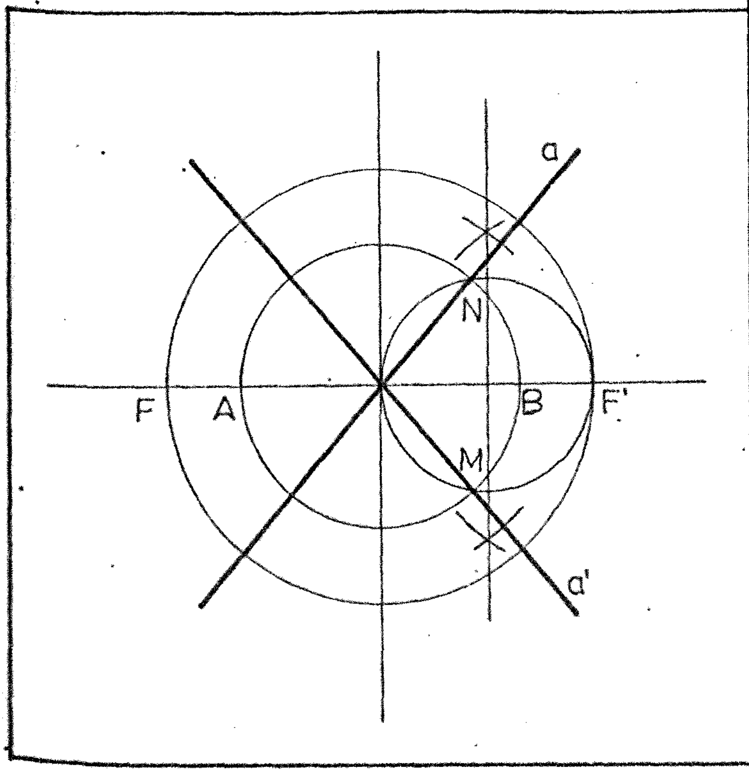
Traza dos circunferencias concéntricas de diámetro A-B y F-F', traza luego otra circunferencia de diámetro F-O (O es el centro de las dos primeras circunferencias), esta cortará a la circunferencia interior en 1 y 2 puntos estos que unirás con F; al trazar a estas dos rectas obtenidas sus perpendiculares que pasen por el centro de las circunferencias O, obtendrás asi las asíntotas.

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009



14.7. OTRO PROCEDIMIENTO.

Traza dos circunferencias concéntricas igual que en el ejercicio anterior, y traza por el punto A una perpendicular que al cortar la circunferencia exterior nos da los puntos 1 y 2, que unidos con el centro O serán las asíntotas.

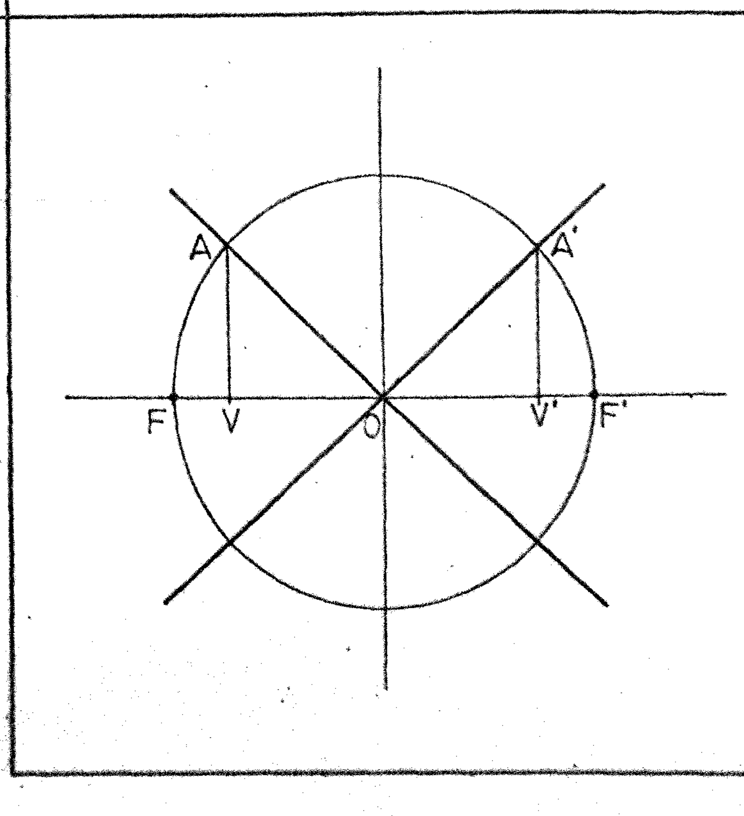


14.8. TERCER PROCEDIMIENTO.

Como en los anteriores, traza las dos circunferencias concéntricas, luego traza la circunferencia de diámetro O-F', donde esta corta a la circunferencia interior (puntos N y M) unelos con el centro O y lograrás las asíntotas.

14.9. DETERMINAR LOS FOCOS DE UNA HIPER-BOLA CONOCIDOS LOS VERTICES Y ASINTOTAS.

Levanta por los vertices V y V' perpendiculares al eje, que cortarán las asíntotas en A y A'; traza desde el centro una circunferencia de radio O-A y al cortar el eje nos dará los focos F y F'.



© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

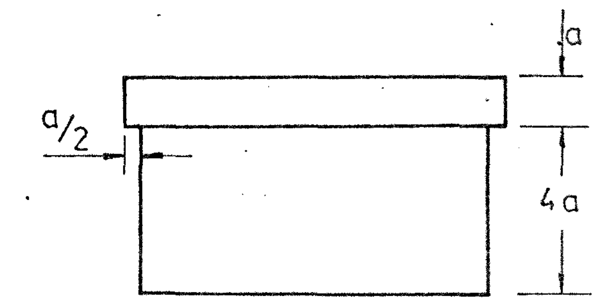
PERFILES DE MOLDURAS

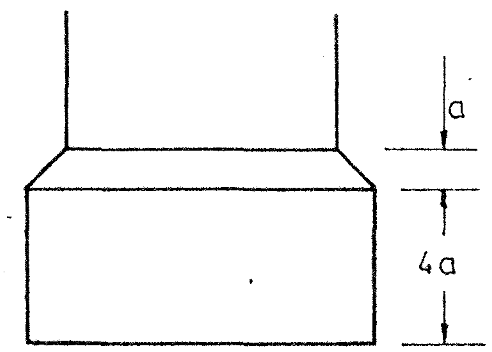
Tema : 15

15.1. FILETE Y FAJA.

La letra a es una magnitud arbitraria. Debido a que estos ejercicios están debidamente acotados y en su caso señalado el radio de los arcos que los configuren, se prescinde de la explicación del desarrollo, al resultar evidente.

En este caso el módulo superior es el Filete y el inferior la Faja.

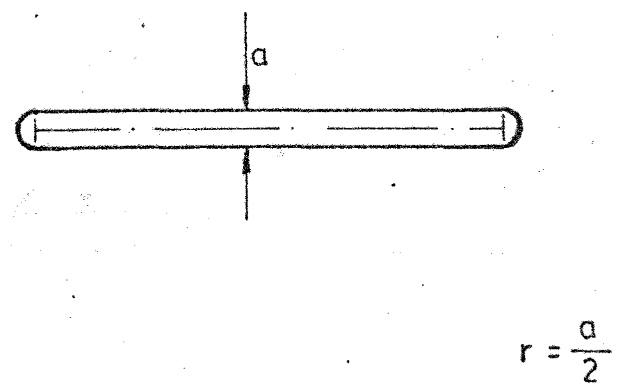


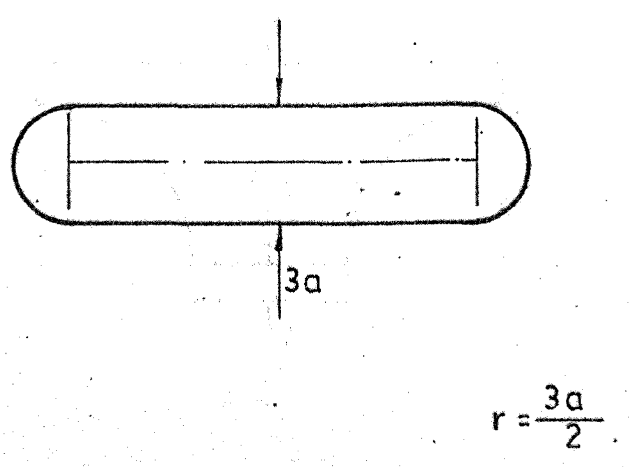


15.2. CHAFLAN Y PUNTO .

El módulo superior trapezoidal es el Chaflán y el inferior el Punto.

15.3. JUNQUILLO.



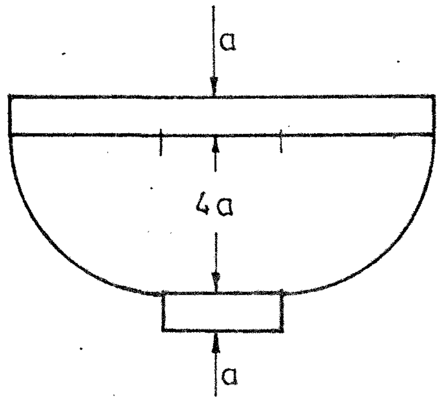


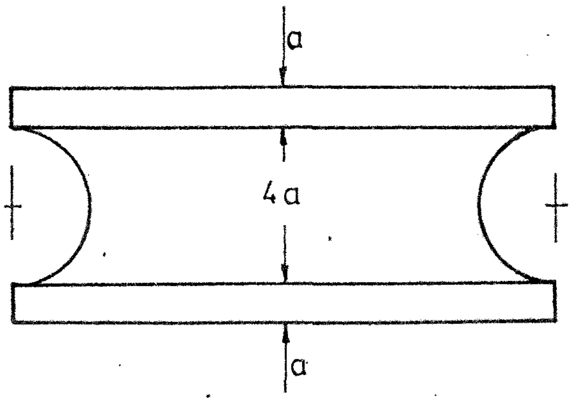
15.4. BOCEL.

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

15.5. CUARTO BOCEL.

Radio = 4a

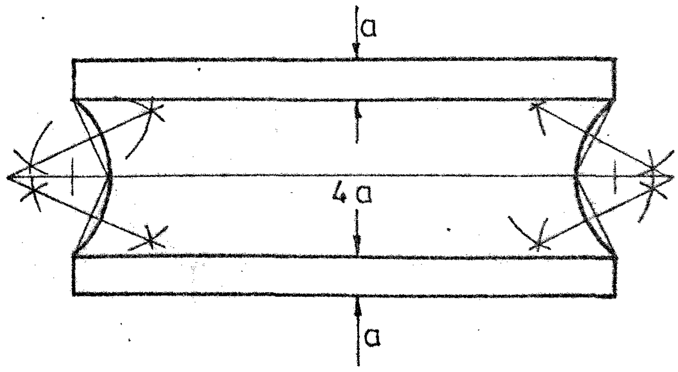


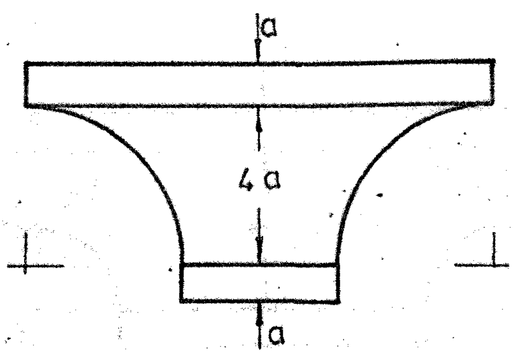


15.6. GORGUERA O MEDIA CAÑA.

Radio = 2a

15.7. GORGUERA REBAJADA.



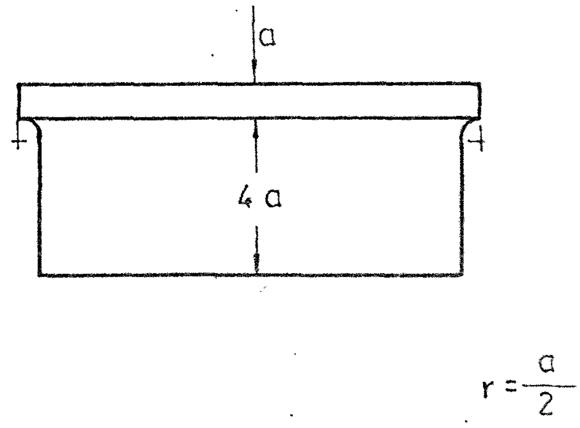


15.8. CAVETO.

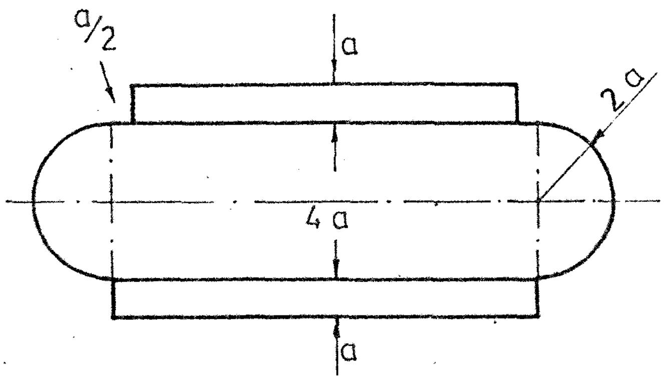
Radio = 4a

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

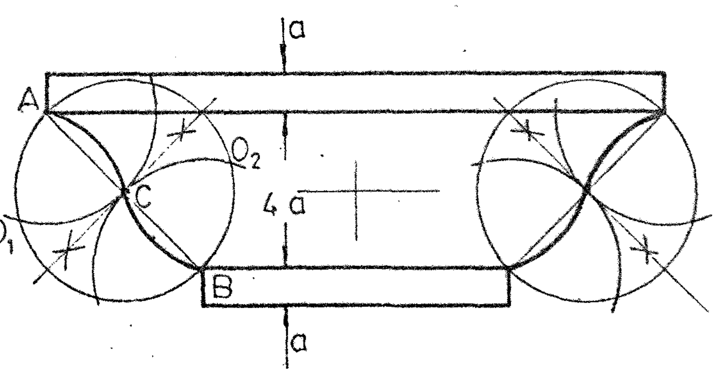
15.9. SIMOSCAPO E IMOSCAPO.



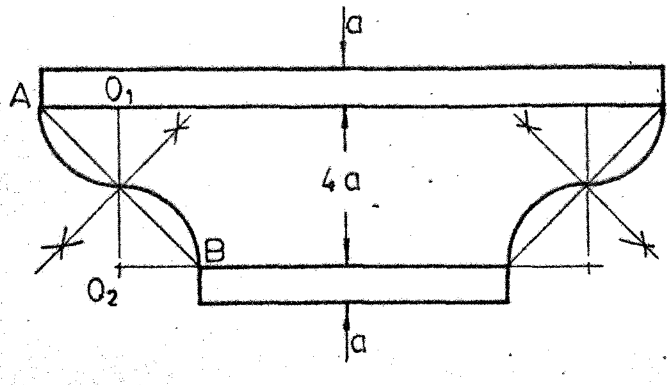
15.10. TORO CIRCULAR.



15.11. GOLA.

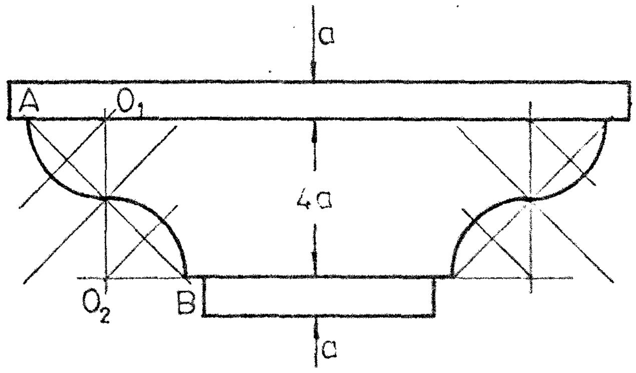


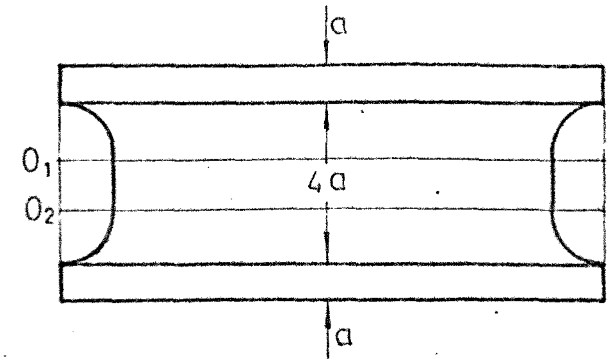
15.12. CIMASIO.



© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

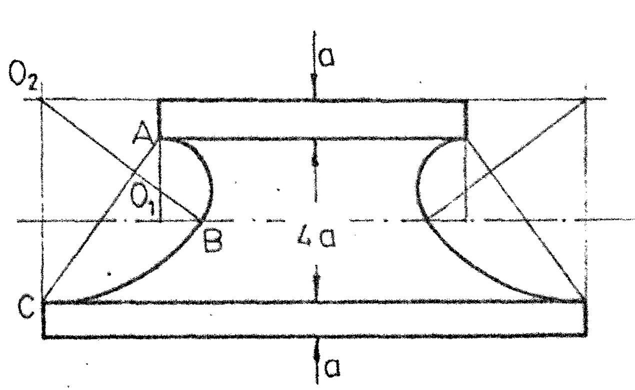
15.13. TALON.

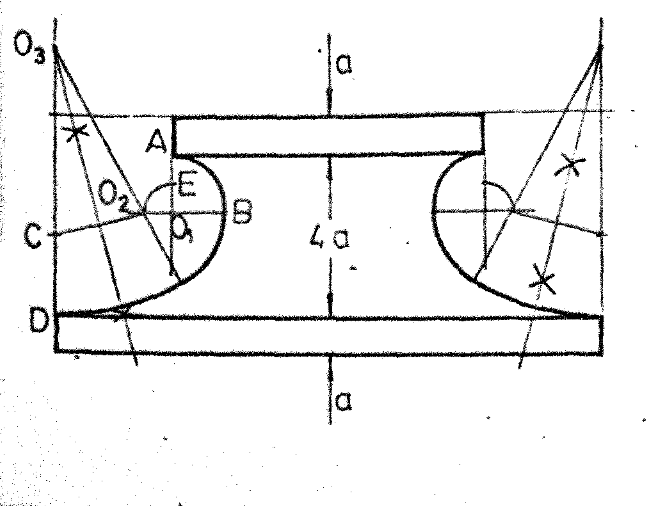




15.14. DOBLE CORONA.

15.15. ESCOCIA DE DOS CENTROS.





15.16. ESCOCIA DE TRES CENTROS.

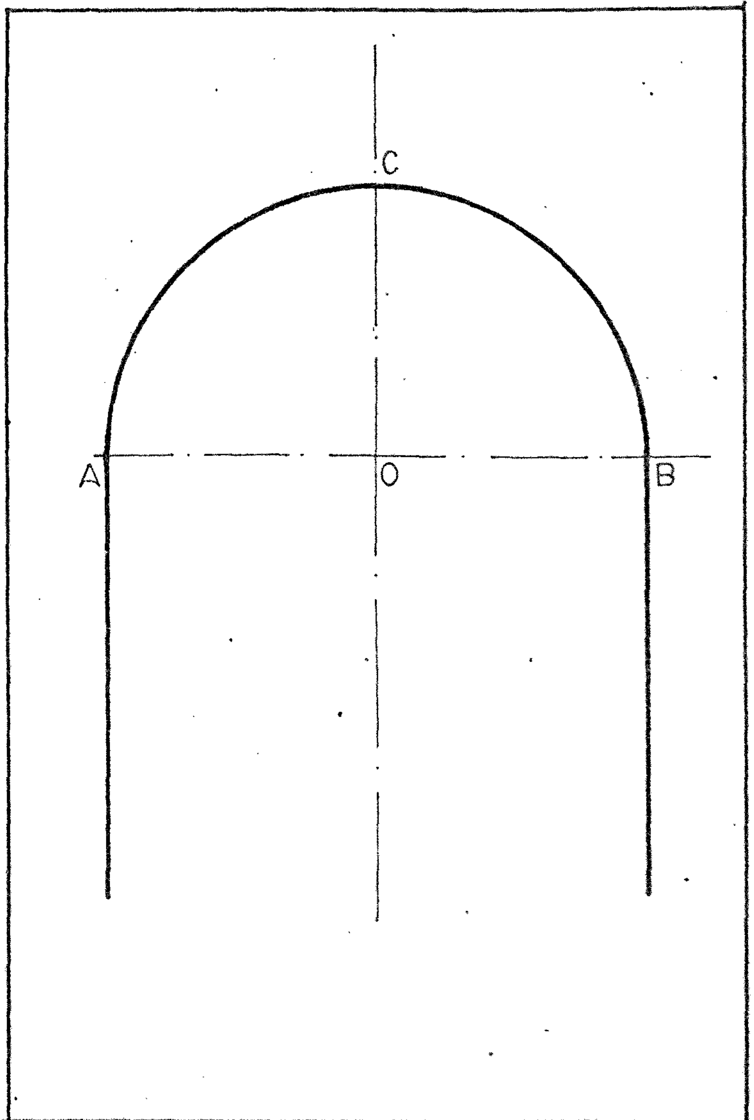
A R C O S

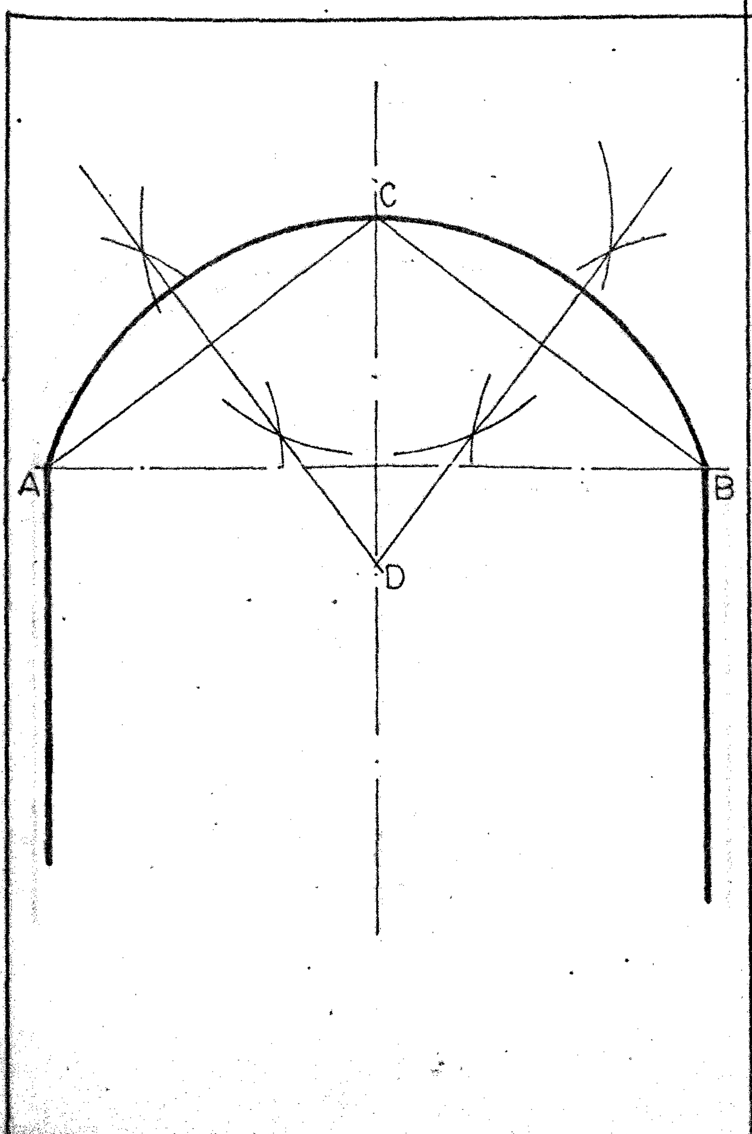
A R Q U I T E C T O N I C O S

Tema : 16

16.1. TRAZAR UN ARCO DE MEDIO PUNTO CONOCIENDO LA LUZ A-B.

Haciendo centro en O traza una semicircunferencia de diámetro la luz dada.





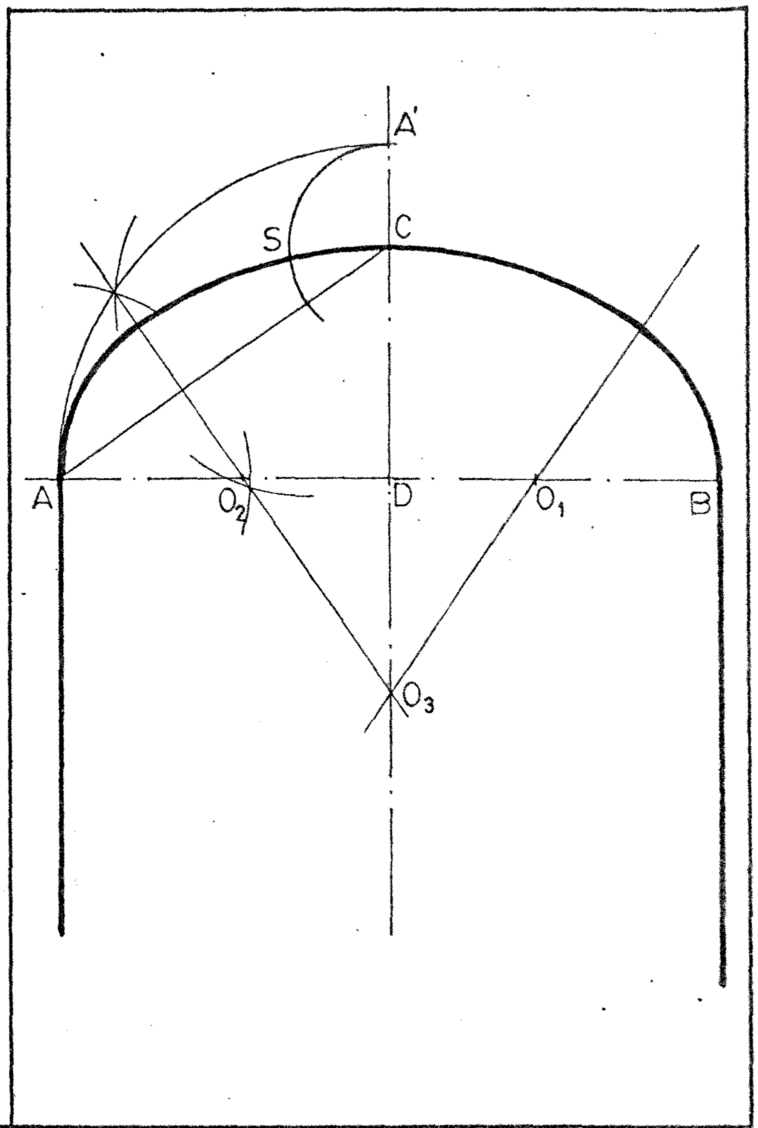
16.2. TRAZA UN ARCO ESCARZANO CONOCIENDO LA LUZ A-B Y LA FLECHA C-D.

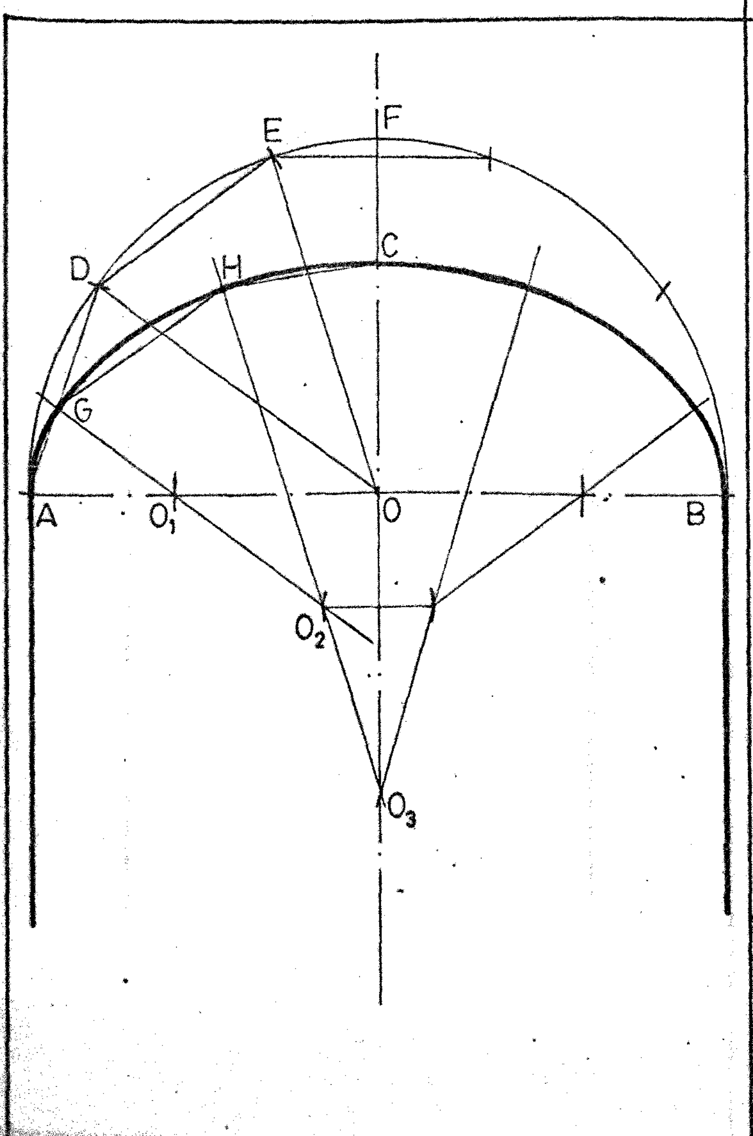
Traza la mediatriz de A-C y B-C, y donde se corten será el centro del arco.

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

16.3. TRAZAR UN ARCO CARPANEL DE TRES CENTROS CONOCIENDO LA LUZ A-B Y LA FLECHA C-D.

Situa A′ y haciendo centro en C y radio C-A′, situa S; traza la mediatriz de A-S, que cortará en O_2 y O_1, el centro O_3 es simétrico a O_2.





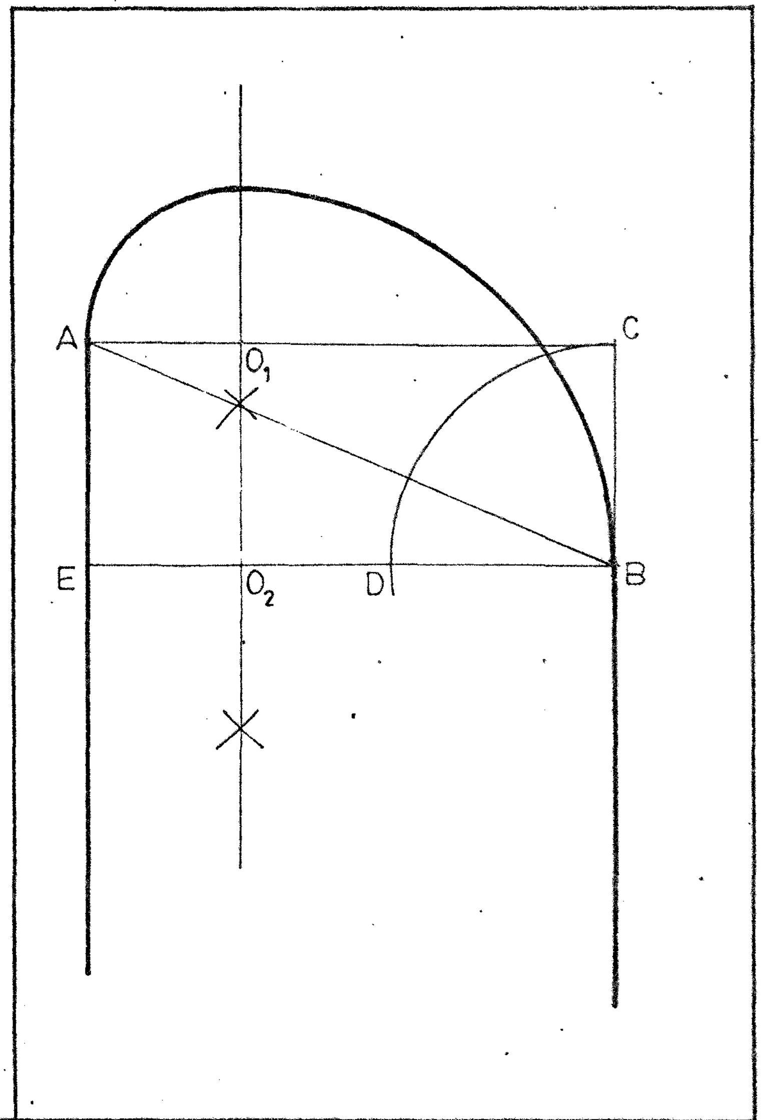
16.4. TRAZAR UN ARCO CARPANEL DE CINCO CENTROS CONOCIENDO LA LUZ Y LA FLECHA.

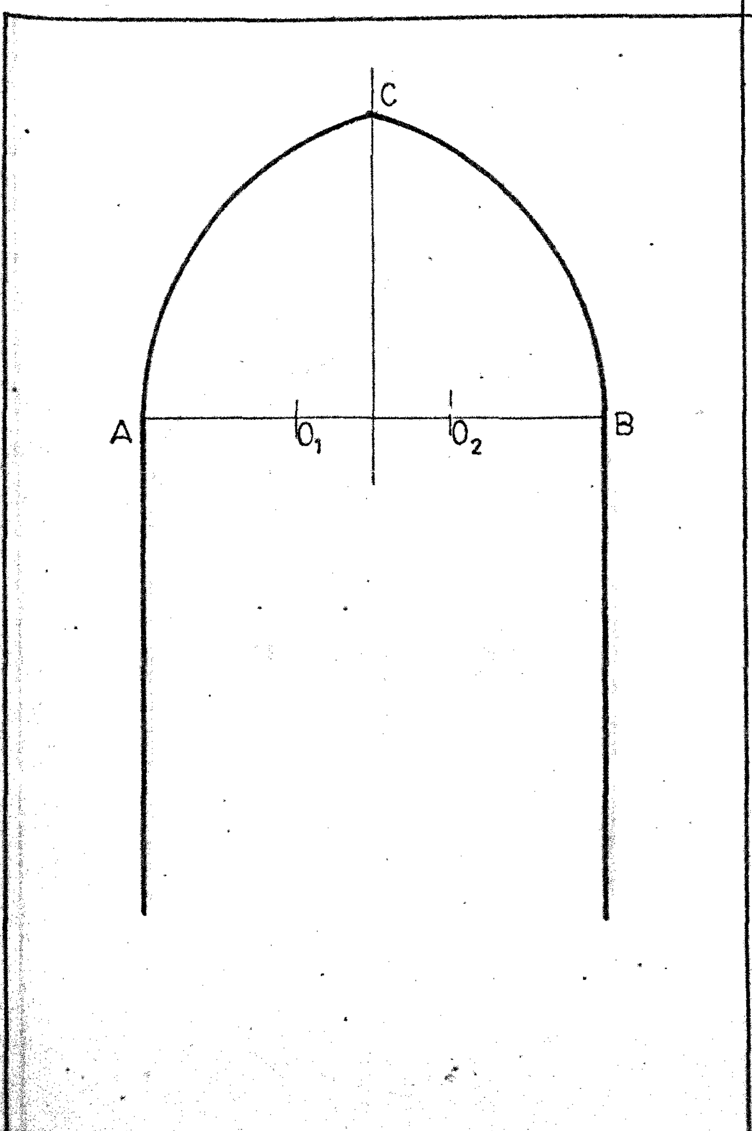
Divide la semicircunferencia en cinco partes, traza una paralela al segmento D-O por el centro O_1 que es arbitrario, y nos dará el punto G; une G con H paralela a D-E, y O_2-H que es paralela a E-O. El centro O_3 se obtiene en la prolongación de H-O_2.

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

16.5. TRAZAR UN ARCO RAMPANTE O POR TRANQUIL CONOCIENDO SUS PUNTOS DE APOYO A y B.

Traza A-C paralela a E-B, toma B-C y situa D, traza la mediatriz de E-D dándonos los centros O_1 y O_2.





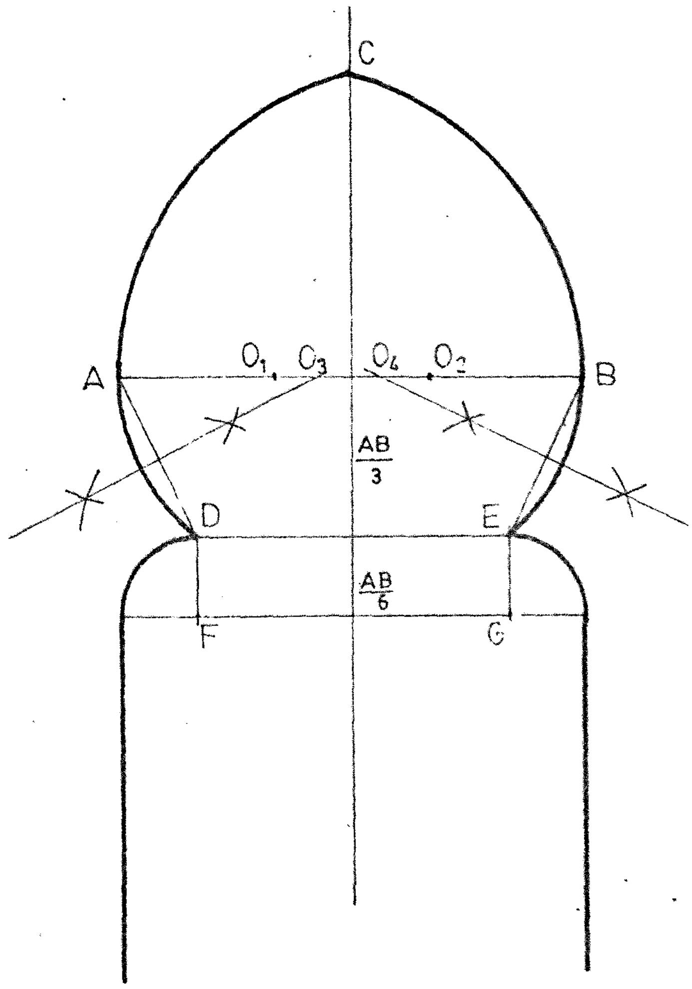
16.6. TRAZAR UN ARCO OJIVAL O GOTICO CONOCIENDO LA LUZ A-B.

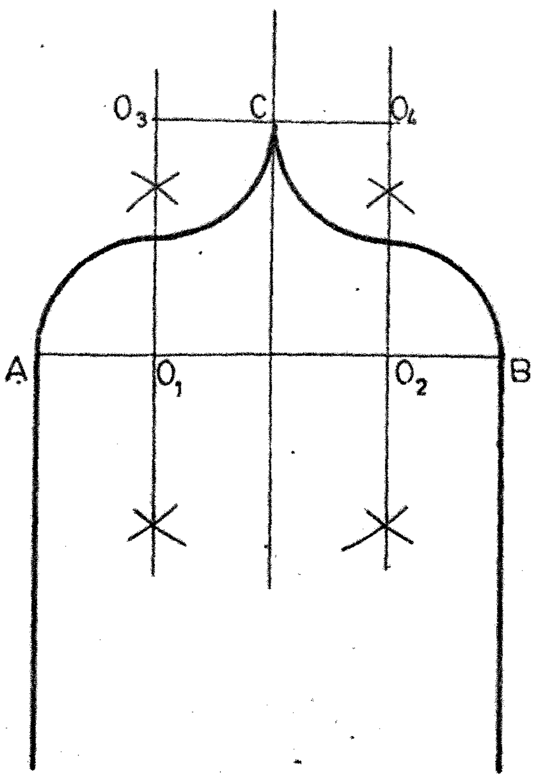
Divide la luz en tres partes, siendo sus divisiones O_1 y O_2 los centros de los arcos.

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

16.7. TRAZAR UN ARCO ARABIGO DADA LA LUZ.

Lleva un tercio de la luz para situar D-E y debajo un sexto de la luz para definir F-G. La distancia del segmento D-E es de dos tercios de la luz, igual que F-G. Los centros O_1 y O_2 se obtienen igual que en ejercicio anterior.





16.8. TRAZAR UN ARCO CONOPIAL DADA LA LUZ.

Divide la luz en cuatro partes y forma un cuadrado de lado O_1-O_2, cuyos vértices serán los centros de los arcos.

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009

© Del documento, los autores. Digitalización realizada por ULPGC. Biblioteca Universitaria, 2009