Universidad de Las Palmas de Gran Canaria
Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería

Máster Universitario
Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería

Respuesta sísmica de pilotes en suelos saturados: Efectos asociados a la estratigrafía, nivel freático y condiciones de contacto

Autor:
D. Tanausú Almeida Medina

Tutores:
Dr. D. Juan José Aznarez González
Dr. D. Jacob David Rodríguez Bordón

Curso 2017-2018

Agradecimientos

Este Trabajo Fin de Máster no habría sido posible sin el trabajo, apoyo y paciencia de mis dos tutores, el Dr Juan José Aznárez y el Dr Jacob Rodríguez. Gracias a su experiencia, conocimientos y poner todos los recursos a mi alacance ha sido posible este documento. Ellos me han introducido en este mundo de la investigación y la ciencia. Espero que esto sea sólo el principio. Gracias al resto de miembros de la División de Mecánica de los Medios Contínuos porque con ellos he aprendido a estudiar y a disfrutar de la investigación.

Sin lugar a dudas esta aventura tampoco sería posible sin el enorme apoyo de mi mujer, Begoña. Gracias por tu simpatía, consejos y transmitirme tranquilidad en los peores momentos, te amo. A Manuel y Alba por su ayuda, consejos, amistad e introducirme en la docencia. A mis enanos, Covadonga, Álvaro, Helena, Oswaldo y Rodrigo por sus juegos y hacer que vea el mundo con curiosidad. A mis hermanos que son los mejores amigos que puedo tener y a mis padres por su amor y constante apoyo. A mi familia gallega por su enorme cariño y prepararme un lugar en el que poder trabajar todos los veranos en Castrelo. A mis alumnos, por sus jóvenes, imaginativas y ambiciosas mentes.

La verdad es demasiado complicada como para permitir nada más allá de meras aproximaciones.

John von Neumann

Índice general

Índice de figuras

Índice de tablas

Capítulo 1

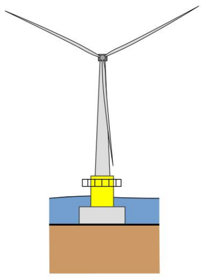
Introducción

1.1. Antecedentes

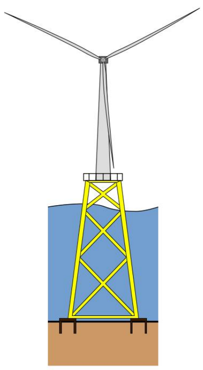
El presente Trabajo Fin de Máster está integrado en la línea de investigación principal desarrollada por los miembros de la División de Mecánica de Medios Continuos y Estructuras del Instituto. Esta línea de investigación se centra en el campo del análisis de respuesta dinámica estructural y, en particular, en el estudio de la influencia de los fenómenos de interacción suelo-estructura en dicha respuesta. Con este objetivo se han desarrollado modelos numéricos basados en distintas formulaciones del Método de los Elementos de Contorno que han permitido simular estructuras y cimentaciones de diferentes tipologías en terrenos de diferente naturaleza o estratigrafía. Dichos modelos integran estructura-cimentación-terreno y sus interacciones mutuas. Su formulación tiene en cuenta el carácter infinito de las regiones no acotadas e implementan de forma natural excitaciones constituidas por ondas que se propagan desde el infinito en dichas regiones (por ejemplo, excitaciones sísmicas).

En los últimos años, la División ha orientado estos modelos al estudio y modelización de la respuesta dinámica de aerogeneradores offshore ante cargas de uso, externas (viento, oleaje) o de origen sísmico. La gran mayoría de estos aerogeneradores (80 %) se encuentran cimentados en el fondo marino mediante el uso de un sólo pilote (monopilotados). Para los restantes, se utilizan estructuras sumergidas (jackets) que pueden cimentarse a su vez mediante pilotes o cajones de vacío (suctions caissons o buckets). En la figura 1.1 se pueden ver algunos ejemplos de cimentación de estas estructuras. Solo unos pocos de estos dispositivos son flotantes y posicionados mediante el uso de cables o cadenas ancladas al fondo marino. Así, en el análisis de cimentaciones pilotadas y buckets con esta aplicación se ha centrado el trabajo del Grupo. En este sentido, se han orientado los modelos previos (formulando y desarrollando algunas mejoras) para adaptarlos al análisis de este tipo de cimentaciones.

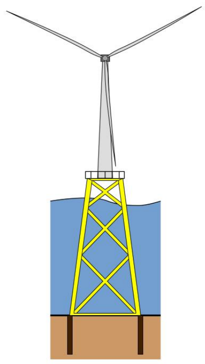
En esta línea, este Trabajo Fin de Máster (TFM) aborda la aplicación de estos modelos al estudio de la respuesta dinámica de pilotes hincados en medios poroelásticos ante excitaciones de carácter sísmico. El modelo poroelástico representa de forma más precisa el comportamiento de medios saturados de agua. Es adecuado, por tanto, para la simulación del comportamiento de terrenos bajo el nivel freático o el fondo marino. Incorporar medios de esta naturaleza es una de las habilidades del software desarrollado hasta el momento. De forma concreta, en este TFM se propone estudiar los efectos en la respuesta sísmica del pilote asociados a la estratigrafía en este tipo de suelos, la influencia del nivel freático (interfase suelo seco – suelo saturado) y las condiciones de contacto suelo-pilote o entre estratos de distintas propiedades.



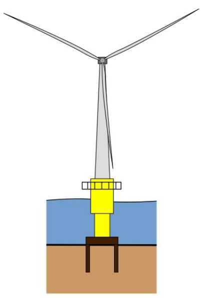
(a) Estructura con cajón de hormigón (gravity based)



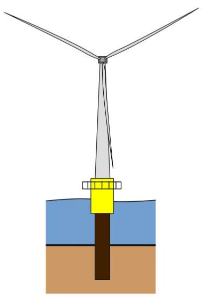
(b) Estructura tipo jacket sobre buckets



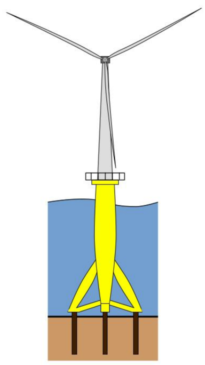
(c) Estructura tipo jacket sobre pilotes



(d) Cimentación tipo monobucket



(e) Cimentación monopilote



(f) Cimentación tipo trípode sobre pilotes/buckets

Figura 1.1: Tipos de cimentación para aerogeneradores marinos, ver Rodríguez [9].

1.2. Objetivos

El objetivo principal de este Trabajo Fin de Máster es avanzar en el conocimiento acerca del comportamiento dinámico de cimentaciones monopilotadas en terrenos saturados de agua sometidas a cargas de carácter sísmico. De una forma más detallada los objetivos son:

1. Objetivos formativos:

   a) Ampliar los conocimientos teóricos y prácticos relacionados con la Dinámica de Estructuras y Elastodinámica adquiridos en las asignaturas *Dinámica de Estructuras* y *Simulación Numérica en Elastodinámica* del Mastér SIANI.

   b) Estudio del Método de Elementos de Contorno (MEC).

   c) Familiarización con el código y modelo elaborado por los miembros de la División y de aplicación al problema. Adquirir competencia en el empleo/modificación de dicho software.

2. Objetivos científicos:

   a) Adaptación y aplicación del modelo al estudio de un problema particular.

   b) Avanzar en el estudio del comportamiento sísmico de cimentaciones pilotadas en sólidos porosos estratificados.

   c) Aplicación del método a dos situaciones particulares. En primer lugar, una asociada al fenómeno de consolidación del terreno en un contexto offshore (fondo marino), que se tendrá en cuenta variando las propiedades del medio con la profundidad. Y el segundo asociado a un problema en contexto onshore donde se estudiará la influencia del nivel freático en la respuesta del sistema. En ambos casos se contemplan distintas condiciones de contacto (permeables e impermeables).

Además de lo anterior este Trabajo de Fin de Máster ha servido para la evolución del código desarrollado por los miembros de la División de Mecánica de Medios Continuos y Estructuras del Instituto SIANI en algunos aspectos que aún no estaban programados.

1.3. Estructura del documento

Se dará a continuación un resúmen de los diferentes capítulos resaltando los aspectos más relevantes de cada uno de ellos. Así, en el capítulo 2 se tratará el problema de las ondas en medios poroelásticos. Para ello se formulará primero las Ecuaciones de Gobierno en dichos medios dando además una descripción de las variables y propiedades que intervienen. Una vez intodocidas las ecuaciones se tratarán las ondas en el espacio completo para definir posteriormente las ondas con incidencia vertical en un semiespacio. Dado que en los capítulos 5 y 6 tratan exclusivamente los resultados en semiespacios estratificados se finaliza este capítulo 2 con una formulación de las ondas de corte en semiespacios estratificados. Posteriormente en el capítulo 3 se estudia el Método de los Elementos de Contorno (MEC) en problemas de poroelasticidad. En las primeras secciones se describirá la representación integral y discretización para finalizar con el método de cálculo de esfuerzos en pilotes y las condiciones de contorno y contacto. Es en esta sección donde se discutirá una de las características más importantes del presente trabajo. La condición de permeabilidad ó impermeabilidad en las interfases de cada estrato. Ya en el capítulo 4 se describen los factores de interacción cinemática (FIC) y se dan los resultados de validación del software elaborado por los miembros de la División de Mecánica de Medios Continuos y Estructuras del Instituto. También en este capítulo se comenzará a modelar medios poroelásticos por medio de valores obtenidos de otros autores para cinco modelos de suelo diferente. Una vez modelados se aplicará al sistema ondas sísmicas de tipo P y S para obtener y discutir los resultados obtenidos (FIC). En el capítulo 5 se tratará el problema del nivel freático. Para modelar estas regiones se ha empleado valores de otros autores para dos suelos bajo el nivel freático. Uno de ellos será más rígido que el otro con el objetivo de comparar los FIC obtenidos. En el capítulo 6 se modelizará un suelo con tres regiones poroelásticas ubicando las interfases a distintas alturas de la superficie libre. A medida que profundizamos desde la superficie libre la porosidad de cada una de las regiones aumentará además de modificar otras constantes como la constante de disipación y la densidad aparente. Se darán en este capítulo los resultados de los FIC en estos modelos. Por último en el capítulo 7 se finalizará el presente trabajo dando las conclusiones finales así como las posibles líneas futuras.

Capítulo 2

Problema de ondas en medios poroelásticos

2.1. Introducción

En el presente capítulo se describen de forma general las ecuaciones que gobiernan el comportamiento diferencial de sólidos poroelásticos en régimen dinámico. Asi mismo se estudiarán los campos incidentes para las Ondas P y S en el medio poroelástico. Estas ondas , al igual que en los medios elásticos, descomponen el problema de la propagación de ondas armónicas en dos problemas bidimensionales independientes. Uno de ellos es un problema antiplano y el segundo un problema de desplazamiento coplanario. Debido a la consideración de la fase fluida en los medios poroelásticos veremos como para el caso de la componente irrotacional está compuesta por dos ondas. Una de ellas con mayor velocidad de propagación y llamada onda P rápida (ó de primer tipo) y la otra conocida como onda P corta (ó de segundo tipo). Posteriormente estas ecuaciones se analizarán para el dominio de la frecuencia. Se particularizará las ecuaciones de las ondas para semiespacios y posteriormente semiespacios estratificados. Un tratamiento en profundidad de estos campos puede estudiarse en [1] y [3].

2.2. Ecuaciones de Gobierno

Las Ecuaciones de Gobierno del comportamiento de los solidos de naturaleza poroelastica estan formadas por las Ecuaciones de Equilibrio y la Ley de Comportamiento. En las ecuaciones de equilibrio se añaden fuerzas de inercia y de disipacion al tener en cuenta el desplazamiento de la fase fluida. En la Ley de Comportamiento, que relaciona tensiones y deformaciones, también tiene en cuenta ambas fases del medio. La combinación de ecuaciones de equilibrio y ley de comportamiento nos permite obtener la ecuación de onda en términos del vector desplazamiento de ambas fases.

2.2.1. Ecuaciones de Equilibrio

Las ecuaciones de equilibrio para el medio poroelástico tiene en cuenta las fuerzas de inercia de ambas fases:

$$\sigma_{ij,j} + \bar{X} \;=\; \rho_1 \ddot{u}_i + \rho_2 \ddot{U}_i \tag{2.1}$$

donde ρ_1 es la densidad de la fase sólida y ρ_2 la de la fase fluida:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= (1-\phi)\,\rho_s \\ \rho_2 &= \phi \rho_f \end{aligned} \tag{2.2}$$

siendo ϕ la porosidad, ρ_s la densidad del esqueleto sólido y ρ_f la densidad del fluido intersticial. $\bar{X}_i$ es el promedio de las fuerzas por unidad de volúmen sobre el material que constituye cada fase (F_i para la matriz sólida y f_i para la fase fluida):

$$\bar{X}_i = (1-\phi)\,F_i + \phi f_i \tag{2.3}$$

Según (2.1) el problema está planteado en función de seis variables. Estas son las tres componentes del vector desplazamiento de la fase sólida (U_i) y las tres componentes del vector desplazamiento de la fase fluida (u_i). Si analizamos la fase fluida y tenemos en cuenta que el desplazamiento del fluido a través de los intersticios depende de la geometría de estos podemos establecer una relación entre el vector de descarga (q_i) y el gradiente de altura piezométrica (h). Esta es una relación de carácter empírico y de expresión:

$$\mathbf{q} = -\chi \nabla h \tag{2.4}$$

donde χ es el *coeficiente de permeabilidad* y tiene dimensiones de velocidad. Para el caso de un fluido newtoniano y régimen laminar, (2.4) quedará:

$$\mathbf{q} = -\frac{k}{\eta}\gamma_f \nabla h \tag{2.5}$$

siendo η la viscosidad del fluido, γ_f el peso específico y k la permeabilidad física. Para este problema, la viscosidad junto con la geometría del esqueleto sólido, determinan la permeabilidad del medio. De (2.5) y considerando la altura piezométrica (h) como la suma de la altura de elevación (z) y la altura de presión (p/γ_f):

$$\mathbf{q} = -\frac{k}{\eta}\left(p_{,i} - f_{,i}\right) \tag{2.6}$$

donde si tenemos en cuenta las fuerzas de inercia:

$$\mathbf{q} = -\frac{k}{\eta}\left[p_{,i} - f_{,i} + \rho_f \ddot{U}_i + \frac{\rho_a}{\phi}\left(\ddot{U}_i - \ddot{u}_i\right)\right] \tag{2.7}$$

En (2.7) aparece la *densidad añadida* (ρ_a) que es un parámetro que depende de la configuración de los intersticios del esqueleto sólido. Por otro lado podemos expresar el tensor de tensiones sobre el material homogéneo como suma de un tensor de tensiones sobre el esqueleto sólido (τ_{ij}) y de el tensor equivalente del fluido (τ):

$$\sigma_{ij} = \tau_{ij} + \tau\delta_{ij} \tag{2.8}$$

siendo $\tau = -\phi p$ (p representa la presión de poro) donde el signo negativo indica compresión de acuerdo al convenio de signos para esta variable. Entonces las ecuaciones de equilibrio atendiendo a (2.1), (2.7) y (2.8) pueden escribirse como:

$$\begin{aligned} \tau_{ij,i} + X_i &= \rho_{11}\ddot{u}_i + \rho_{12}\ddot{U}_i + b\left(\dot{u}_i - \dot{U}_i\right) \\ \tau_{,i} + X_i' &= \rho_{12}\ddot{u}_i + \rho_{22}\ddot{U}_i - b\left(\dot{u}_i - \dot{U}_i\right) \end{aligned} \tag{2.9}$$

donde X_i representan el promedio de fuerzas de volúmen para la fase sólida y X' para la fluida. Aparecen ahora densidades, que corresponden a:

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \rho_1 - \rho_{12} \\ \rho_{22} &= \rho_2 - \rho_{12} \\ \rho_{12} &= \rho_a = \phi\rho_f\left(1 - \alpha_\infty\right) \end{aligned} \tag{2.10}$$

donde α_∞ es un parámetro conocido como *tortuosidad* y que depende de la estructura del medio poroelástico. El parámetro b representa las fuerzas de viscosidad por unidad de volúmen y por unidad de velocidad relativa del fluido respecto de la matriz sólida. Es denominada *constante de disipación* y está relacionada con la porosidad (ϕ), la viscosidad del fluido (η) y la permeabilidad de Darcy (k) y de expresión:

$$b = \frac{\eta\phi^2}{k} \tag{2.11}$$

El término *disipativo* del que forma parte en las ecuaciones (2.9) es la parte que distingue el modelo poroelástico del resto. Este término disipativo está vinculado con la velocidad relativa a ambas fases. Cuando este es nulo indica que no existe movimiento entre las fases.

2.2.2. Ecuaciones constitutivas

Las ecuaciones constitutivas o Ley de Comportamiento establece la relación entre las variables internas estáticas y cinemáticas para el medio poroelástico. De forma análoga a la teoría general de la elasticidad la relación se hace desde un proceso de deformación cuasiestático reversible. Debido a ello las constantes que caracterizan el medio son para un estado de reposo que tiene lugar después del tiempo de transición necesario. La expresión de la Ley de Comportamiento atiende a:

$$\tau_{ij} = \left(\lambda + \frac{Q^2}{R}\right) e\,\delta_{ij} + 2\,\mu\,\varepsilon_{ij} + Q\,\varepsilon\,\delta_{ij} \tag{2.12}$$

$$\tau = Q\,e + R\,\varepsilon \tag{2.13}$$

donde el conjunto de parámetros λ, μ, Q y R representan las constantes elásicas del medio ó *constantes de Biot*. λ y μ son la constante de Lamé y el módulo de elasticidad trasnversal correspondientes al esqueleto sólido drenado. Las constantes Q y R están relacionadas con el comportamiento acoplado de ambas fases siendo:

$$\begin{aligned} Q &= M\phi\,(\alpha - \phi) \\ R &= M\phi^2 \end{aligned} \tag{2.14}$$

donde:

$$\alpha = \frac{2\,(1+\nu)}{3\,(1-2\nu)}\,\frac{\mu}{H} \tag{2.15}$$

$$\alpha' = \frac{2\,(1+\nu)}{3\,(1-2\nu)}\,\frac{\mu}{H'} \tag{2.16}$$

$$M = \frac{R'H'}{H' - \alpha' R'} \tag{2.17}$$

siendo $3H$ una constante que introduce el efecto de la presión de poro correspondiente a un esqueleto sólido drenado homogéneo, isótropo, elástico y lineal. Las constantes $3H'$ y R' están asociadas al fluido. Teniendo en cuenta la hipótesis de comportamiento elástico $\alpha = \alpha'$ y por lo tanto $H = H'$.

2.2.3. Ecuación de equilibrio en desplazamientos

Si sustituimos (2.12) en (2.9) obtenemos:

$$\mu\,\nabla^2 u_i + \left(\lambda + \mu + \frac{Q^2}{R}\right) e_{,i} + Q\,\varepsilon_{,i} + X_i \;=\; \rho_{11}\,\ddot{u}_i + \rho_{12}\,\ddot{U}_i + b\,\left(\dot{u}_i - \dot{U}_i\right) \tag{2.18}$$

$$\left(Q\,e + R\,\varepsilon\right)_{,i} + X_i' \;=\; \rho_{12}\,\ddot{u}_i + \rho_{22}\,\ddot{U}_i - b\left(\dot{u}_i - \dot{U}_i\right) \tag{2.19}$$

que son las ecuaciones de equilibrio expresada en los términos de las componentes de desplazamiento para la fase sólida (U_i) y la fluida (u_i). En notación vectorial:

$$\mu\,\nabla^2\,\mathbf{u} + \nabla\left[\left(\lambda + \mu + \frac{Q^2}{R}\right)\,\nabla\cdot\mathbf{u} + Q\,\nabla\cdot\mathbf{U}\right] + \mathbf{X} =$$
$$= \rho_{11}\,\ddot{\mathbf{u}} + \rho_{12}\,\ddot{\mathbf{U}} + b\,\left(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{U}}\right) \quad (2.20)$$

$$\nabla\left(Q\,\nabla\cdot\mathbf{u} + R\,\nabla\cdot\mathbf{U}\right) + \mathbf{X}' = \rho_{12}\,\ddot{\mathbf{u}} + \rho_{22}\,\ddot{\mathbf{U}} - b\,\left(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{U}}\right) \quad (2.21)$$

2.2.4. Descripción, variables y propiedades del medio

En las ecuaciones constitutivas hay cuatro constantes necesarias para su caracterización y que son λ, μ, R y Q ó también λ, μ, M y α. Las constantes λ y μ son constantes elásticas del esqueleto sólido drenado y su significado es el ya conocido en la teoría de la elasticidad. Las constantes α y M pueden entenderse a partir de:

$$\alpha = \left(\frac{\zeta}{e}\right)_{p=0} \quad ; \quad \frac{1}{M} = \left(\frac{\zeta}{p}\right)_{e=0} \quad (2.22)$$

siendo ζ una variable cinemática que indica el contenido de fluido en el material homogéneo, e la dilatación volumétrica en el esqueleto sólido y p la presión de poro. De acuerdo a (2.22) α indica la cantidad de fluido expelido del medio para un cambio unitario del volúmen del sólido sin alteración de la presión de poro. Por otro lado $1/M$ indica la cantidad de fluido que, inyectada en el espacio intersticial del esqueleto, provoca una variación unitaria de a presiñon de poro manteniendo constante el volúmen del medio. La constante R viene dada por la expresión:

$$R = \left(-\frac{\phi\,\tau}{\zeta}\right)_{e=0} \quad (2.23)$$

R es una medida de la tensión equivalente sobre el fluido necesaria para forzar la inyección de cierta cantidad de fluido dentro del medio mientras el volúmen se mantiene constante. La constante Q da una medida del acoplamiento entre las dilataciones de la fase sólida y la fluida del medio a presión de poro constante:

$$Q = \left(R\,\frac{\varepsilon}{e}\right)_{p=0} \quad (2.24)$$

Es por medio de ensayos triaxiales sobre probetas drenadas y no drenadas como se obtienen determinados coeficientes. Estos son el coeficiente de Biot α, los módulos de compresibilidad drenado (K_d) y no drenado (K_u) y el denominado coeficiente de Skempton (β). Una vez determinado μ a través de un ensayo de cortadura simple, podemos obtener λ por la expresión:

$$K = \lambda + \frac{2\,\mu}{3} \quad (2.25)$$

La constante de Biot M se obtendrá entonces por medio de:

$$M = \frac{K_u - K_d}{\alpha^2} \tag{2.26}$$

y por lo tanto las constantes Q y R de (2.14). Podemos relacionar estos coeficientes haciendo uso de las propiedades de los materiales. Dado los módulos de compresibilidad de la fase sólida (K_s), el de la fase fluida (K_f) y el del esqueleto sólido drenado (K_d) podemos obtener las expresiones de α y M como sigue:

$$\alpha = 1 - \frac{K_d}{K_s} \tag{2.27}$$

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{K_s} - \frac{K_d}{K_s^2} + \phi\left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_s}\right) = \frac{\alpha - \phi}{K_s} + \frac{\phi}{K_f} \tag{2.28}$$

donde:

$$R = \frac{\phi^2}{\frac{1}{K_s} - \frac{K_d}{K_s} + \phi\left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_s}\right)} \tag{2.29}$$

$$Q = \frac{\phi\left(1 - \phi\frac{K_d}{K_s}\right)}{\frac{1}{K_s} - \frac{K_d}{K_s} + \phi\left(\frac{1}{K_f} - \frac{1}{K_s}\right)} \tag{2.30}$$

Las constantes de Biot α, M ó R y Q dependen de la compresibilidad relativa de las dos fases y de la porosidad. Lo normal es que K_s tenga un valor elevado en relación con K_d. Siendo así de (2.27) se obtiene que $\alpha = 1$ y las expresiones (2.29) y (2.30) se reducen a:

$$R = \phi K_f \tag{2.31}$$

$$Q = (1 - \phi)\, K_f \tag{2.32}$$

Por último indicar que se puede obtener las propiedades de un medio poroelástico parcialmente saturado a partir de las expresiones anteriores para un medio saturado. El valor del módulo de compresibilidad para el fluido parcialmente saturado (K'_f) puede obtenerse por:

$$\frac{1}{K'_f} = \frac{1}{K_f} + \frac{1-s}{p_0} \tag{2.33}$$

donde K_f es el módulo de compresibilidad del fluido puro, s el índice de satiuración y p_0 la presión intersticial media. Se ha tenido en cuenta el carácter cuasisaturado del medio considerando un fluido intersticial más compresible que en el caso saturado.

2.3. Ondas en el espacio completo

De forma análoga al caso de los medios eálsticos debemos comenzar planteando las ecuaciones (2.20) y (2.21) en términos de la dilatación volumétrica para el sólido (e) y para la fase fluida (ε) así como el vector rotación también para la fase sólida (ω) y la fluida ($\mathbf{\Omega}$):

$$e \,=\, \nabla \cdot \mathbf{u} \quad ; \quad \varepsilon \,=\, \nabla \cdot \mathbf{U} \tag{2.34}$$

$$\omega \,=\, \nabla \times \mathbf{u} \quad ; \quad \mathbf{\Omega} \,=\, \nabla \times \mathbf{U} \tag{2.35}$$

Si ahora introducimos (2.34) y (2.35) en (2.20) y (2.21) respectivamente y eliminamos las fuerzas de volúmen (X_i, X_i') obtenemos:

$$-\mu\,\nabla\omega + \nabla\left[\left(\lambda+\mu+\frac{Q^2}{R}\right)\,e + Q\,\varepsilon\right] \,=\, \rho_{11}\,\ddot{\mathbf{u}} + \rho_{12}\,\ddot{\mathbf{U}} + b\,\left(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{U}}\right) \tag{2.36}$$

$$\nabla\left(Q\,e + R\,\varepsilon\right) \,=\, \rho_{12}\,\ddot{\mathbf{u}} + \rho_{22}\,\ddot{\mathbf{U}} - b\,\left(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{U}}\right) \tag{2.37}$$

Aplicando el operador divergencia sobre cada una de ellas:

$$\nabla^2\left[\left(\lambda+2\,\mu+\frac{Q^2}{R}\right)\,e + Q\,\varepsilon\right] \,=\, \rho_{11}\,\ddot{e} + \rho_{12}\,\ddot{\varepsilon} + b\,\left(\dot{e} - \dot{\varepsilon}\right) \tag{2.38}$$

$$\nabla^2\left(Q\,e + R\,\varepsilon\right) \,=\, \rho_{12}\,\ddot{e} + \rho_{22}\,\ddot{\varepsilon} - b\,\left(\dot{e} - \dot{\varepsilon}\right) \tag{2.39}$$

Estas son las ecuaciones de gobierno de la propagación de las Ondas Irrotacionales. A diferencia con el medio elástico es que ahora existen dos ondas longitudinales con diferente velocidad de propagación en las que tanto la matriz sólida como el fluido se mueve acoplados. Si ahora aplicamos el operador rotacional sobre las ecuaciones de equilibrio:

$$\mu\,\nabla^2\omega \,=\, \rho_{11}\,\ddot{\omega} + \rho_{12}\,\ddot{\mathbf{\Omega}} + b\,\left(\ddot{\omega} - \ddot{\mathbf{\Omega}}\right) \tag{2.40}$$

$$0 \,=\, \rho_{12}\,\ddot{\omega} + \rho_{22}\,\ddot{\mathbf{\Omega}} - b\,\left(\ddot{\omega} - \ddot{\mathbf{\Omega}}\right) \tag{2.41}$$

que corresponden a las ecuaciones de gobierno de propagación de las Ondas Equivolumiales. Estas ecuaciones para las ondas trasnversales también se encuentran acopladas para ambas fases.

2.3.1. Componente rotacional de la propagación

Consideramos una onda armónica que se propaga con igual velocidad en ambas fases del medio y en sentido positivo del eje z:

$$\omega \;=\; \mathbf{D}_\omega \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - k_s z)} \tag{2.42}$$

$$\mathbf{\Omega} \;=\; \mathbf{D}_\Omega \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - k_s z)} \tag{2.43}$$

donde ω es la frecuencia angular, k_s es el numero de onda y $\mathbf{D}_\omega$, $\mathbf{D}_\Omega$ las amplitudes de la rotacion del solido y fluido respectivamente. Si sustituimos (2.42) y (2.43) en (2.41) obtenemos:

$$\mathbf{\Omega} \;=\; \wedge \, \mathbf{\Omega} \tag{2.44}$$

$$\wedge \;=\; \frac{\mathrm{i}\,\omega\, b + \omega^2\,\rho_{12}}{\mathrm{i}\,\omega^2\, b - \omega\,\rho_{22}} \tag{2.45}$$

Esta relación depende de las propiedades inerciales del medio, de la constante de disipación (y por lo tanto la viscosidad del fluido) y la frecuencia. Como $\wedge \in \mathbb{C}$ esto nos da a entender que ambos vectores $\mathbf{D}_\omega$ y $\mathbf{D}_\Omega$ están desfasados. Si sustituimos (2.42), (2.43) y (2.44) en (2.40) obtenemos la expresión para el número de onda:

$$k_s^2 \;=\; \frac{\rho\,\omega^2}{\mu} \tag{2.46}$$

donde hemos introducido una variable ρ de expresión:

$$\rho \;=\; \frac{\omega^2\left(\rho_{12}^2 - \rho_{11}\rho_{22}\right) \;+\; \mathrm{i}\,\omega\, b\left(\rho_{11} + 2\rho_{12} + \rho_{22}\right)}{\mathrm{i}\omega b - \omega^2 \rho_{22}} \tag{2.47}$$

De estas expresiones se deduce que en el medio poroelástico existe sólo un tipo de ondas rotacionales para ambas fases. Estas son ondas transversales cuya velocidad de propagación es:

$$c_s^2 \;=\; \frac{\omega^2}{k_s^2} \tag{2.48}$$

donde $k_s, c_s \in \mathbb{C}$. Así k_s tendrá de expresión $k_s^2 \;=\; k_s^r + k_s^i$ y con única solución con sentido físico tal que $k_s^r \geq 0$ y $k_s^i \geq 0$. Debido a ello la rotación del sólido tendrá de expresión:

$$\omega \;=\; \mathbf{D}_\omega \, \mathrm{e}^{-k_s^i z} \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - k_s^r z)} \tag{2.49}$$

Como podemos ver en (2.49) el primer término exponencial con $k_s^i \geq 0$ es un término modulador que amortigua la amplitud de la onda en sentido creciente de la coordenada z. El segundo término exponencial indica que la propagación de la onda se produce en el sentido positivo de z dado que $k_s^r \geq 0$.

Si ahora consideramos un fluido intersticial no viscoso ($b = 0$) las expresiones del vector de rotación y la velocidad de propagación tendrán como expresión:

$$\mathbf{\Omega} = -\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}}\omega \tag{2.50}$$

$$c_s^2 = \frac{\mu}{\rho_{11}\left(1 - \frac{\rho_{12}^2}{\rho_{11}\rho_{22}}\right)} \tag{2.51}$$

Si en esta expresión consideramos que $\rho_{12} \leqslant 0$, el fluido y el esqueleto sólido rotan en fase y la propagación de la onda se produce con velocidad constante y sin amortiguamiento ($c_s \in \mathbb{R}$):

$$c_s^2 = \frac{\mu}{\rho_{11}} = \frac{\mu}{(1-\phi)\,\rho_s} \tag{2.52}$$

Todo esto implica que el sólido poroelástico se comporta como un medio viscoleástico con propiedades equivalentes a la del esqueleto sólido drenado.

Si ahora estudiamos el medio como extremadamente dispativo ($b \to \infty$) podemos escribir (2.44) y (2.48) como sigue:

$$\mathbf{\Omega} = \omega \tag{2.53}$$

$$c_s^2 = \frac{\mu}{\rho_{11} + 2\rho_{12} + \rho_{22}} = \frac{\mu}{(1-\phi)\,\rho_s + \phi\rho_f} = \frac{\mu}{\rho_h} \tag{2.54}$$

Luego la rotación coincide para ambas fases siendo la densidad promedio del material poroelástico homogéneo (ρ_h) la densidad necesaria para calcular la velocidad de propagación.

2.3.2. Componente irrotacional de la propagación

De forma análoga al método empleado para la componente irrotacional suponemos una onda plana armónica de frecuencia angular ω que se propaga en sentido positivo de z y con igual velocidad de propagación en ambas fases. Los desplazamientos pueden escribirse como:

$$u_3 = D_u\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - k_p z)} \tag{2.55}$$

$$U_3 \;=\; D_U \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - k_p z)} \tag{2.56}$$

siendo para este caso k_p el número de onda y D_u, D_U las amplitudes del desplazamiento en sólido y fluido respectivamente. Si sustituimos estas expresiones en (2.38) y (2.39) obtenemos:

$$\left(\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} - k_p^2 \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} D_u \\ D_U \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{2.57}$$

siendo respectivamente:

$$\begin{array}{ll} \alpha_{11} = \lambda + 2\mu + \frac{Q^2}{R} & \beta_{11} = \omega^2 \rho_{11} - \mathrm{i}\omega b \\ \alpha_{12} = Q & \beta_{12} = \omega^2 \rho_{12} + \mathrm{i}\omega b \\ \alpha_{21} = \alpha_{12} & \beta_{21} = \beta_{12} \\ \alpha_{22} = R & \beta_{22} = \omega^2 \rho_{22} - \mathrm{i}\omega b \end{array} \tag{2.58}$$

El sistema (2.57) tendrá solución distinta de la trivial si es compatible determinado, es decir, el determinante de la matriz de coeficientes es nulo. Si resolvemos este determinante la ecuacion caracteristica que obtenemos es:

$$A \left(k_p^2\right)^2 \;-\; B\, k_p^2 \;+\; C \;=\; 0 \tag{2.59}$$

siendo A, B y $C \in \mathbb{C}$:

$$A \;=\; \lambda + 2\,\mu \tag{2.60}$$

$$\begin{aligned} B \;=\; & \rho\omega^2 + \frac{(\omega^2 \rho_{22} - \mathrm{i}\omega b)}{R} \, (\lambda + 2\,\mu) - \\ & - \left[\frac{Q}{R} \left(\omega^2 \rho_{22} - \mathrm{i}\omega b\right) - \left(\omega^2 \rho_{12} + \mathrm{i}\omega b\right) \right] \left(\frac{Q}{R} - \frac{\omega^2 \rho_{12} + \mathrm{i}\omega b}{\omega^2 \rho_{22} - \mathrm{i}\omega b} \right) \end{aligned} \tag{2.61}$$

$$C \;=\; \rho\omega^2 \frac{(\omega^2 \rho_{22} - \mathrm{i}\omega b)}{R} \tag{2.62}$$

Luego las raíces de (2.59) son dos y complejas:

$$k_{p1}^2 \;=\; \frac{B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad ; \quad k_{p2}^2 \;=\; \frac{B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \tag{2.63}$$

que son los números de onda al cuadrado de dos ondas irrotacionales ó longitudinales. Las velocidades serán por lo tanto:

$$c_{p1}^2 \;=\; \frac{\omega^2}{k_{p1}^2} \quad ; \quad c_{p2}^2 \;=\; \frac{\omega^2}{k_{p2}^2} \tag{2.64}$$

Por lo tanto tenemos dos tipos de onda longitudinal teniendo una de ellas una velocidad de propagación mayor (c_{p1}). A esta le llamaremos onda P rápida u onda de primer tipo. A la de menor velocidad (c_{p2}) la llamaremos onda P corta u onda de segundo tipo.

2.3.3. Ecuaciones de Gobierno en el Dominio de la Frecuencia

Para una frecuencia ω, el vector de desplazamiento en un punto $\mathbf{x}$ del medio viene dado por:

$$\mathbf{u}\,(\mathbf{x}, t) \;=\; \mathbf{u}\,(\mathbf{x}, \omega)\; \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \tag{2.65}$$

siendo $\mathbf{u}\,(\mathbf{x}, \omega)$ un vector de componentes $\in \mathbb{C}$. Si suponemos fuerzas de volúmen de carácter armónico también, la ecuación de Navier quedará:

$$\mu\,\nabla^2\,\mathbf{u} \;+\; (\lambda + \mu)\;\nabla e + \mathbf{X} \;=\; -\rho\,\omega^2\,\mathbf{u} \tag{2.66}$$

Debemos tener en cuenta el carácter disipativo del medio elástico considerando para ello un valor de $\mu \in \mathbb{C}$:

$$\mu \;=\; Re\,[\mu]\;(1 + 2\,\mathrm{i}\,\xi) \tag{2.67}$$

siendo ξ el factor de amortiguamiento. Si ahora también consideramos la presión (p) con carácter armónico:

$$\mathbf{p}\,(\mathbf{x}, t) \;=\; \mathbf{p}\,(\mathbf{x}, \omega)\; \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \tag{2.68}$$

podremos escribir la ecuación de ondas para presión en fluidos en su expresión reducida (ecuación de Helmholtz):

$$\nabla^2\,p \;+\; k^2\,p \;=\; 0 \tag{2.69}$$

donde k es el número de onda. Si consideramos como variable primaria la presión, la variable derivada está relacionada con el desplazamiento de las partículas de la fase fluida (U_i):

$$\nabla\,p \;-\; \rho\,\ddot{\mathbf{U}} \;=\; 0 \tag{2.70}$$

Considerando puntos del contorno y en una dirección dada por la normal a los mismos:

$$\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} \;=\; \rho\,\omega^2\,U_n \tag{2.71}$$

donde U_n es el desplazamiento normal al contorno de las partículas del fluido. Con todo ello las ecuaciones de gobierno de la poroelasticidad dinámica (2.20) y (2.21) suponiendo el carácter armónico de las variables serán:

$$\mu\,\nabla^2\,\mathbf{u} + \nabla\left[\left(\lambda+\mu+\frac{Q^2}{R}\right)\nabla\cdot\mathbf{u} + Q\,\nabla\cdot\mathbf{U}\right] + \mathbf{X} = \\ = -\omega^2\left(\hat{\rho_{11}}\,\mathbf{u} + \hat{\rho_{12}}\,\mathbf{U}\right) \quad (2.72)$$

$$\nabla\left(Q\,\nabla\cdot\mathbf{u} + R\,\nabla\cdot\mathbf{U}\right) + \mathbf{X}' \;=\; -\omega^2\left(\hat{\rho_{12}}\,\mathbf{u} + \hat{\rho_{22}}\,\mathbf{U}\right) \quad (2.73)$$

Con el objetivo de simplificar la formulación, se utilizan unos parámetros de densidad complejos y que incluyen la constante de disipación (b) y las densidades ya conocidas:

$$\hat{\rho_{11}} = \rho_{11} - \mathrm{i}\frac{b}{\omega} \quad ; \quad \hat{\rho_{22}} = \rho_{22} - \mathrm{i}\frac{b}{\omega} \quad ; \quad \hat{\rho_{12}} = \rho_{12} - \mathrm{i}\frac{b}{\omega} \quad (2.74)$$

De (2.72) y la Ley de Comportamiento (2.12),(2.13), el vector desplazamiento de la fase fluida puede escribirse como:

$$\mathbf{U} \;=\; \frac{\nabla\tau \;+\; \mathbf{X}' \;+\; \omega^2\,\hat{\rho_{12}}\,\mathbf{u}}{\omega^2\,\hat{\rho_{22}}} \quad (2.75)$$

Si aplicamos el operador divergencia en (2.72) y (2.73) junto con la Ley de Comportamiento (2.12) y (2.13) obtenemos:

$$\mu\,\nabla^2\mathbf{u} \;+\; (\lambda+\mu)\;\nabla e \;+\; \left(\frac{Q}{R} \;-\; \frac{\hat{\rho_{12}}}{\hat{\rho_{22}}}\right)\nabla\tau\,+ \\ +\;\left(\frac{\hat{\rho_{11}}\hat{\rho_{22}} - \hat{\rho_{12}}^{\,2}}{\hat{\rho_{22}}}\right)\omega^2\,\mathbf{u} \;+\; \mathbf{X} \;-\; \frac{\hat{\rho_{12}}}{\hat{\rho_{2}}2}\,\mathbf{X}' \;=\; 0 \quad (2.76)$$

$$\nabla^2\tau \;+\; \omega^2\,\frac{\hat{\rho_{12}}}{R} \;+\; \omega^2\left(\hat{\rho_{12}} \;-\; \frac{Q}{R}\,\hat{\rho_{22}}\right) e \;+\; \nabla\cdot\mathbf{X}' \;=\; 0 \quad (2.77)$$

Por otro lado y como consideración adicional, podemos aplicar el operador divergencia a (2.72) y (2.73) y considerando las fuerzas de volúmen nulas:

$$\nabla^2\;\left[\left(\lambda+2\mu+\frac{Q^2}{R}\right)\,e \;+\; Q\,\varepsilon\right] \;=\; -\omega^2\left(\hat{\rho_{11}}\,e + \hat{\rho_{12}}\,\varepsilon\right) \quad (2.78)$$

$$\nabla^2\left(Q\,e + R\,\varepsilon\right) \;=\; -\omega^2\left(\hat{\rho_{12}}\,e + \hat{\rho_{22}}\,\varepsilon\right) \quad (2.79)$$

Luego las dilataciones del esqueleto sólido y el fluido pueden expresarse como superposición de los dos modos de propagación:

$$\begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_u^{(1)} & D_u^{(2)} \\ D_U^{(1)} & D_U^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} \tag{2.80}$$

Tenemos ahora dos nuevas variables (Y_1, Y_2) respecto de un sistema de referencia ortogonal constituido por los modos de vibración. Con ello podemos desacoplar la componente irrotacional con lo que:

$$\nabla^2 Y_1 + k_p^2 Y_1 = 0 \tag{2.81}$$

$$\nabla^2 Y_2 + k_p^2 Y_2 = 0 \tag{2.82}$$

que son ecuaciones de onda escalares tipo Helmholtz para cada tipo de onda longitudinal (onda larga y corta).

2.4. Ondas verticales en el semiespacio

2.4.1. Onda S vertical

Si consideramos una Onda S porpagándose con incidencia vertical en la dirección del eje z tendremos que los desplzamientos de las partículas del medio lo harán en uno de los ejes del plano perpendicular a z. Si elegimos estos desplazamientos en la dirección del eje x tenemos que el vector desplazamiento y rotación para la matriz sólida viene dado por:

$$u_1^I = D_u^I \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_s x_3} \quad ; \quad u_2 = 0 \quad ; \quad u_3 = 0 \tag{2.83}$$

$$\omega^{\mathbf{I}} = \nabla \times \mathbf{u}^{\mathbf{I}} = D_u^I\,(-\mathrm{i}k_s)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_s x_3}\,\mathbf{j} \tag{2.84}$$

siendo para la fase fluida:

$$U_1^I = -\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}}\,D_u^I\,(-\mathrm{i}k_s)\,e^{-\mathrm{i}k_s x_3}\,\mathbf{j} \tag{2.85}$$

$$\mathbf{\Omega}^{\mathbf{I}} = -\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}}\,\omega^I = -\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}}\,D_u^I\,(-\mathrm{i}k_s)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_s x_3}\,\mathbf{j} \tag{2.86}$$

Para el caso de la onda S reflejada:

$$u_1^R = D_u^R \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_s x_3} \quad ; \quad u_2 = 0 \quad ; \quad u_3 = 0 \tag{2.87}$$

$$U_1^R = -\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}} D_u^R \,(\mathrm{i}k_s)\, e^{-\mathrm{i}k_s x_3}\,\mathbf{j} \tag{2.88}$$

Y por lo tanto por el principio de superposición tenemos que los desplazamientos de la matriz sólida y la fase líquida para la onda S vienen dados por:

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1^I + u_1^R \\ U_1 &= U_1^I + U_1^R \end{aligned} \tag{2.89}$$

El tensor de deformaciones del sólido tendrá como expresión:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \varepsilon_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.90}$$

siendo respectivamente:

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_{31} = \frac{1}{2}\,\mathrm{i}\,k_s \left(-D_u^I\, e^{-\mathrm{i}k_s x_3} + D_u^R\, e^{\mathrm{i}k_s x_3}\right) \tag{2.91}$$

El tensor de deformaciones del sólido viene dado por la expresión:

$$\tau_{ij} = \left(\lambda + \frac{Q^2}{R}\right) e\,\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} + Q\,\varepsilon\,\delta_{ij} \tag{2.92}$$

y dado que estamos analizando una onda equivolumial $e = 0$ y $\varepsilon = 0$ por lo que (2.73) quedará:

$$\tau_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} \tag{2.93}$$

por lo que para el caso que nos ocupa:

$$\tau_{13} = \tau_{31} = \mu\,\mathrm{i}\,k_s \left(-D_u^I\, e^{-\mathrm{i}k_s x_3} + D_u^R\, e^{\mathrm{i}k_s x_3}\right) \tag{2.94}$$

2.4.2. Onda P vertical

Si ahora consideramos una onda irrotacional y teniendo en cuenta que esta se expresa en término de los modos según (2.80) entonces:

$$\begin{bmatrix} u_3 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_u^{(1)} \\ D_U^{(1)} \end{bmatrix} \cdot Y_1 + \begin{bmatrix} D_u^{(2)} \\ D_U^{(2)} \end{bmatrix} \cdot Y_2 \tag{2.95}$$

donde el primer sumando del segundo miembro corresponde a la onda larga (ó P_1) y el segundo sumando a la onda corta (ó P_2). Para el caso de la onda incidente suponemos que P_2 ya se ha amortiguado por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} u_3 \\ U_3 \end{bmatrix}^I = \begin{bmatrix} D_u^{(1)} \\ D_U^{(1)} \end{bmatrix} \cdot Y_1 = \begin{bmatrix} D_u^{(1)} \\ D_U^{(1)} \end{bmatrix} \cdot D_1^I \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_1 x_3} \tag{2.96}$$

y para la onda reflejada:

$$\begin{bmatrix} u_3 \\ U_3 \end{bmatrix}^R = \begin{bmatrix} D_u^{(1)} \\ D_U^{(1)} \end{bmatrix} \cdot Y_1 + \begin{bmatrix} D_u^{(2)} \\ D_U^{(2)} \end{bmatrix} \cdot Y_2 = \begin{bmatrix} D_u^{(1)} \\ D_U^{(1)} \end{bmatrix} \cdot D_1^R \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_1 x_3} + \begin{bmatrix} D_u^{(2)} \\ D_U^{(2)} \end{bmatrix} \cdot D_2^R \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_2 x_3} \tag{2.97}$$

por lo tanto:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_3 \\ U_3 \end{bmatrix}^T &= \begin{bmatrix} u_3 \\ U_3 \end{bmatrix}^I + \begin{bmatrix} u_3 \\ U_3 \end{bmatrix}^R = \\ &= \begin{bmatrix} D_u^{(1)} \\ D_U^{(1)} \end{bmatrix} \cdot D_1^I \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_1 x_3} + \begin{bmatrix} D_u^{(1)} \\ D_U^{(1)} \end{bmatrix} \cdot D_1^R \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_1 x_3} + \begin{bmatrix} D_u^{(2)} \\ D_U^{(2)} \end{bmatrix} \cdot D_2^R \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_2 x_3} \end{aligned} \tag{2.98}$$

Por otro lado y teniendo en cuenta las dilataciones del esqueleto sólido y el fluido en (2.80) expresados como superposición de los modos tenemso que:

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \end{bmatrix}^I + \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \end{bmatrix}^R = \\ &= \begin{bmatrix} D_u^{(1)} \\ D_U^{(1)} \end{bmatrix} \cdot D_1^I \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_1 x_3} + \begin{bmatrix} D_u^{(1)} \\ D_U^{(1)} \end{bmatrix} \cdot (\mathrm{i}k_1) \cdot \left(-D_1^I \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_1 x_3} + D_1^R \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_1 x_3} \right) + \begin{bmatrix} D_u^{(2)} \\ D_U^{(2)} \end{bmatrix} \cdot (\mathrm{i}k_2) \cdot \left(D_2^R \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_2 x_3} \right) \end{aligned} \tag{2.99}$$

Y las componentes del tensor de tensiones será:

$$\begin{aligned} \tau_{11} &= \left(\lambda + \tfrac{Q^2}{R} \right) e + Q\,\varepsilon \\ \tau_{22} &= \left(\lambda + \tfrac{Q^2}{R} \right) e + Q\,\varepsilon \\ \tau_{33} &= \left(\lambda + \tfrac{Q^2}{R} + 2\mu \right) e + Q\,\varepsilon \\ \tau &= Q\,e + R\,\varepsilon \end{aligned} \tag{2.100}$$

2.5. Ondas de corte en semiespacio estratificado

Consideremos ahora una onda de corte propagándose con incidencia vertical en la dirección del eje x_3 y en un medio estratificado. Dado un estrato genérico j los desplazamientos del esqueleto sólido (u) así como los del fluido (U) lo harán en un plano transversal a la dirección de desplazamiento de la onda. Entonces para la onda incidente:

$$u_I^j = D_I^j \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_j x_3} \tag{2.101}$$

$$U_I^j = -\frac{\hat{\rho_{12}}^j}{\hat{\rho_{22}}^j} D_I^j \, e^{-\mathrm{i}k_j x_3} \tag{2.102}$$

y para la onda reflejada:

$$u_R^j = D_R^j \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_j x_3} \tag{2.103}$$

$$U_R^j = -\frac{\hat{\rho_{12}}^j}{\hat{\rho_{22}}^j} D_R^j \, e^{-\mathrm{i}k_j x_3} \tag{2.104}$$

donde:

$$\begin{aligned} u^j &= u_I^j + u_R^j \\ U^j &= U_I^j + U_R^j \end{aligned} \tag{2.105}$$

siendo:

$$k_j = \frac{\omega^2 \rho_j}{\mu_j} \quad ; \quad \rho_j = \hat{\rho_{11}}^j - \frac{\hat{\rho_{12}}^j}{\hat{\rho_{22}}^j} \tag{2.106}$$

Por otro lado el tensor de deformaciones del esqueleto sólido tendrá de expresión la dada en (2.90):

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \varepsilon_{13}^j \\ 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon_{31}^j & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.107}$$

siendo las componentes:

$$\varepsilon_{13}^j = \varepsilon_{31}^j = \frac{1}{2}\,(\mathrm{i}\,k_j)\left(-D_I^j \, e^{-\mathrm{i}k_j x_3} + D_R^j \, e^{\mathrm{i}k_j x_3}\right) \tag{2.108}$$

El tensor de tensiones del esqueleto sólido tendrá por componentes:

$$\tau_{13}^j = \tau_{31}^j = 2\,\mu_j\,\varepsilon_{13}^j = 2\,\mu_j\,\varepsilon_{31}^j \tag{2.109}$$

por lo tanto:

$$\tau_{13}^{j} = \tau_{31}^{j} = \mu_j \, (\mathrm{i}k_j) \left(-D_I^j \, e^{-\mathrm{i}k_j x_3} + D_R^j \, e^{\mathrm{i}k_j x_3} \right) \tag{2.110}$$

y la tensión equivalente en el fluido teniendo en cuenta que $e = 0$ y $\varepsilon = 0$:

$$\tau = Q \, e + R \, \varepsilon = 0 \tag{2.111}$$

Capítulo 3

El Método de los Elementos de Contorno en problemas poroelásticos

3.1. Introducción

En el presente capítulo trataremos el Método de los Elementos de Contorno (MEC) aplicado a problemas poroelásticos. Para un estudio en profundidad de este método puede leerse [3], [1] y García [2]. Primero se estudiará la representación integral para este tipo de problemas a través de la formulación integral armónica en medios de naturaleza poroelástica así como su formulación integral en el contorno pasando por plantear la solución fundamental para estos medios (ver figura 3.1).

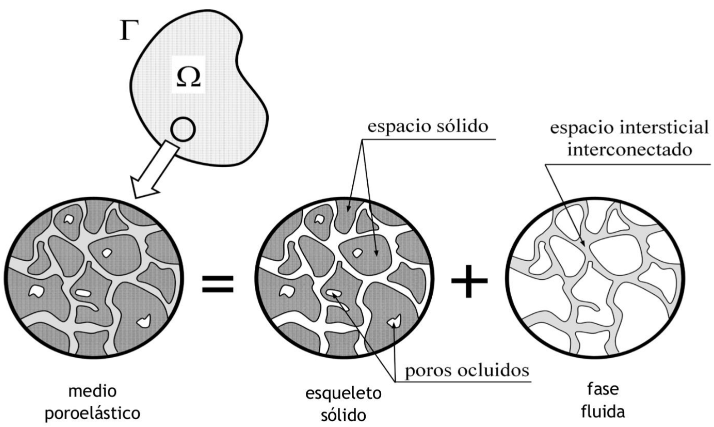


Figura 3.1: Representación de medio de naturaleza poroelástica como superposición de un esqueleto sólido y un fluido intersticial (ver García [2]).

Posteriormente se estudiará el procedimiento para la discretización del contorno Γ para pasar a tratar el cálculo de esfuerzos en pilotes. Por último se darán las condiciones de contorno y de contacto empleadas en el presente trabajo.

3.2. Representación Integral

Se tratará en este apartado y para el medio de naturaleza poroelástica la formulación integral en términos de las variables en el contorno. Esta formulación integral se realiza sobre las ecuaciones de gobierno estudiadas en el capítulo 2 y las ecuaciones resultantes relacionan las variables fundamentales en puntos internos de un dominio Ω con los valores que adoptan en puntos del contorno Γ. Estas ecuaciones a su vez relacionan las variables fundamentales con otras virtuales. Estas variables llamadas virtuales tienen como condición menos restricciones y su solución es conocida (solución fundamental). El conjunto de las ecuaciones y las soluciones fundamentales son las herramientas necesarias para resolver el problema por el Método de los Elementos de Contorno (MEC).

3.2.1. Formulación Integral en poroelasticidad armónica

La formulación integral para los medios de naturaleza poroelástica viene expresada por las ecuaciones siguientes:

$$u_j^k + \int_\Gamma t_{ji}^*\, u_i\, \mathrm{d}\Gamma - \int_\Gamma U_{nj}^*\, \tau \mathrm{d}\Gamma = \int_\Gamma t_i\, u_{ji}^*\, \mathrm{d}\Gamma - \int_\Gamma U_n\, \tau_j^* \mathrm{d}\Gamma \quad ; \forall j = 1,2,3 \tag{3.1a}$$

$$-\,\mathrm{J}\, \tau^k + \int_\Gamma t_{oi}^*\, u_i\, \mathrm{d}\Gamma - \int_\Gamma \left(U_{no}^* - \mathrm{J}\, X_i'^*\, n_i\right) \tau \mathrm{d}\Gamma = \int_\Gamma t_i\, u_{oi}^*\, \mathrm{d}\Gamma - \int_\Gamma U_n\, \tau_o^* \mathrm{d}\Gamma \tag{3.1b}$$

siendo

$$\mathrm{J} = \frac{1}{\mathrm{i}\,\omega\, b - \omega^2\, \rho_{22}} \tag{3.2}$$

En (3.1a) se relaciona el desplazamiento en cada una de las tres direcciones (j) de un punto interno k del dominio Ω con el valor de los desplazamientos u_i, U_n así como las tensiones t_i, τ para el medio poroso en el contorno Γ. U_n representa el desplazamiento de la fase fluida en dirección normal al contorno. El resto de términos representa respectivamente:

- u_{ji}^* es el desplazamiento del esqueleto sólido en la dirección i debido a la aplicación de una carga puntual según la dirección j.
- t_{ji}^* es la tracción del esqueleto sólido en la dirección i debido a la aplicación de una carga puntual según la dirección j.

- τ^*_j es la tracción equivalente normal al contorno de la fase fluida.
- U^*_{nj} es el desplazamiento normal al contorno de la fase fluida.

Estos últimos términos son la solución fundamental y por lo tanto de valor conocido cuando se aplica la carga en un punto de la matriz sólida. La ecuación (3.1b) es la representación integral de la tensión equivalente en un punto interno k (τ^k) del dominio Ω. Relaciona esta variable con el valor de los desplazamientos (u_i, U_n) y tensiones (t_i,τ) en el medio poroso en todo el contorno Γ.

3.2.2. Solución Fundamental en medio pororelástico

La formulación integral en el contorno Γ hace necesario el estudio del comportamiento de la solución fundamental en el límite cuando $r = |\mathbf{x} - \xi| \to 0$. Un estudio en profundidad del comportamiento en el límite de la solución fundamental poroelastodinámica puede verse en Aznárez [1] y Domínguez [3].

La obtención de la solución fundamental está basada en la consideración de dos fuentes puntuales. Una de ellas positiva y aplicada en un punto del dominio ξ sobre el que se desarrolla la ecuación integral. La otra negativa y aplicada en un punto simétrico o punto imágen del anterior respecto a la superficie libre $\bar{\xi}$.

Esta solución fundamental poroelástica en términos de las variables fundamentales, desplazamientos de la matriz sólida y tensión equivalente de la fase fluida, viene dada por las siguientes expresiones. Para ello consideramos la carga aplicada en dirección l en la matriz sólida. Luego la respuesta en desplazamiento del esqueleto sólido en dirección k viene dado por:

$$u^*_{lk}\,(,\xi,\omega) \;=\; \frac{1}{4\,\pi\,\mu}\left(\tilde{\psi}\,\delta_{lk} \;-\; \tilde{\chi}\,r_{,l}\,r_{,k}\right) \tag{3.3}$$

Y la respuesta en tensión equivalente de la fase fluida:

$$\tau^*_l\,(,\xi,\omega) \;=\; \frac{\mathrm{i}\,\omega\,\eta}{4\,\pi}\,\tilde{\phi}\,r_{,l} \tag{3.4}$$

Si consideramos ahora la carga puntual aplicada en la fase fluida, la respuesta en desplazamientos del sólido en dirección k vendrá dado por:

$$u^*_{ok}\,(,\xi,\omega) \;=\; \frac{\gamma}{4\,\pi}\,\tilde{\phi}\,r_{,k} \tag{3.5}$$

siendo la respuesta en tensión equivalente para la fase fluida:

$$\tau^*_o\,(,\xi,\omega) \;=\; \frac{1}{4\,\pi}\,\tilde{\kappa} \tag{3.6}$$

donde:

$$\tilde{\psi} = \sum_{m=1}^{3} \left[(-1)^m \frac{\mu}{(\lambda + 2\mu)\, z_{21}} \left(\frac{\mathrm{i}\,\omega}{K} - z_m^2 \right) (\delta_{ml} + \delta_{m2}) + \delta_{m3} \right] \cdot$$
$$\cdot \left(\frac{1}{z_m^2\, r^2} - \frac{1}{z_m\, r} + \delta_{m3} \right) E_m \quad (3.7)$$

$$\tilde{\chi} = \sum_{m=1}^{3} \left[(-1)^m \frac{\mu}{(\lambda + 2\mu)\, z_{21}} \left(\frac{\mathrm{i}\,\omega}{K} - z_m^2 \right) (\delta_{ml} + \delta_{m2}) + \delta_{m3} \right] \cdot$$
$$\cdot \left(\frac{3}{z_m^2\, r^2} - \frac{3}{z_m\, r} + 1 \right) E_m \quad (3.8)$$

$$\tilde{\phi} = \sum_{m=1}^{2} \frac{(-1)^{m+1}}{(\lambda + 2\mu)\, z_{21}} z_m \left(\frac{1}{z_m\, r} - 1 \right) E_m \quad (3.9)$$

$$\tilde{\kappa} = \sum_{m=1}^{2} \frac{(-1)^{m+1}}{z_{21}} \left(\frac{\mu}{(\lambda + 2\mu)} z_3^2 - z_m^2 \right) E_m \quad (3.10)$$

Para el caso de la solución fundamental poroelásticaen términos de las variables derivadas, vector tensión en la matriz sólida y desplazamiento normal en la fase fluida asociados a una superficie con normal **n** exterior, vendrán dadas por las siguientes expresiones. De nuevo consideramos la carga aplicada en dirección l en la matriz sólida, luego el vector tensión en la matriz sólida en dirección k viene dada por:

$$t_{lk}^{*}(,\xi,\omega) = \frac{1}{4\,\pi} \left[\frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}} \left(\tilde{A}\delta_{lk} + \tilde{B} r_{,l} r_{,k} \right) + \left(\tilde{A} r_{,k} n_{,l} + \tilde{C} r_{,l} n_{,k} \right) \right] \quad (3.11)$$

el vector tensión en la matriz sólida en dirección k para una carga puntual en la fase fluida:

$$t_{ok}^{*}(,\xi,\omega) = \frac{\gamma}{4\,\pi} \left(\frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}} \tilde{F}\, r_{,k} + \tilde{G}\, r_k \right) \quad (3.12)$$

la respuesta en desplazamiento en la fase fluida considerando una carga aplicada en dirección l en la matriz sólida:

$$U_{lk}^{*}(,\xi,\omega) = \frac{1}{4\,\pi} \left(\frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}} \tilde{D}\, r_{,l} + \tilde{E}\, n_l \right) \quad (3.13)$$

y por último la respuesta en desplazamiento en la fase fluida considerando una carga puntual en dicha fase:

$$U_{no}^{*} - \mathrm{J}\, X_l'\, n_l = \frac{1}{4\,\pi} \frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}} \tilde{H} \quad (3.14)$$

siendo respectivamente:

$$\tilde{A} = \frac{\mathrm{d}\tilde{\psi}}{\mathrm{d}r} - \frac{\tilde{\chi}}{r} \tag{3.15a}$$

$$\tilde{B} = 2\left(2\frac{\tilde{\chi}}{r} - \frac{\mathrm{d}\tilde{\chi}}{r}\right) \tag{3.15b}$$

$$\tilde{C} = \frac{\lambda}{\mu}\left(\frac{\mathrm{d}\tilde{\psi}}{\mathrm{d}r} - \frac{\mathrm{d}\tilde{\chi}}{\mathrm{d}r} - 2\frac{\tilde{\chi}}{r}\right) - 2\frac{\tilde{\chi}}{r} + \frac{Q}{R}\,\mathrm{i}\,\omega\,\eta\,\tilde{\phi} \tag{3.15c}$$

$$\tilde{D} = \mathrm{i}\,\omega\,\eta\,\mathrm{J}\left(\frac{\mathrm{d}\tilde{\phi}}{\mathrm{d}r} - \frac{\tilde{\phi}}{r}\right) - \frac{Z}{\mu}\,\tilde{\chi} \tag{3.15d}$$

$$\tilde{E} = \mathrm{i}\,\omega\,\eta\,\mathrm{J}\,\frac{\tilde{\phi}}{r} + \frac{Z}{\mu}\,\tilde{\psi} \tag{3.15e}$$

$$\tilde{F} = 2\,\mu\left(\frac{\mathrm{d}\tilde{\phi}}{\mathrm{d}r} - \frac{\tilde{\phi}}{r}\right) \tag{3.15f}$$

$$\tilde{G} = \lambda\left(\frac{\mathrm{d}\tilde{\phi}}{\mathrm{d}r} + 2\frac{\tilde{\phi}}{r}\right) - 2\,\mu\,\frac{\tilde{\phi}}{r} + \frac{Q}{R\,\gamma}\,\tilde{\kappa} \tag{3.15g}$$

$$\tilde{H} = \mathrm{J}\,\frac{\mathrm{d}\tilde{\kappa}}{\mathrm{d}r} + Z\,\gamma\,\tilde{\phi} \tag{3.15h}$$

Además las siguientes relaciones son aplicables a las soluciones fundamentales de las variables fundamentales como las derivadas $\forall m = 1, 2, 3$:

$$r = |\mathbf{x} - \xi| \quad ; \quad E_m = \frac{1}{r}\mathrm{e}^{z_m\,r} \quad ; \quad z_m = -\mathrm{i}\,k_m \quad ; \quad z_21 = z_2^2 - z_1^2 \tag{3.16}$$

3.2.3. Formulación integral en el contorno

La aplicación del MEC para la resolución numérica en medios de naturaleza poroelástica requiere que (3.1a) y (3.1b) contenga únicamente variables en el contorno Γ. Dichas ecuaciones relacionan las variables fundamentales en puntos internos del dominio Ω con los valores de estas y sus derivadas en puntos del contorno. Para ello es requisito que los puntos de colocación estén ubicados en el contorno. Ciertas dificultades aparecen asociadas a dicha operación dado que las expresiones de los integrandos son singulares en el punto de colocación.

Para resolver este inconveniente se sustituye el contorno real Γ por otro aproximado que no presente esta dificultad. Este contorno aproximado está compuesto por dos contornos $\Gamma - \Gamma_e$ y Γ_e. Este Γ_e es un casquete esférico infinitesimal de radio $\varepsilon \to 0$ con centro en el punto de colocación, tal y como puede verse en la figura 3.2. Para todo el proceso tanto

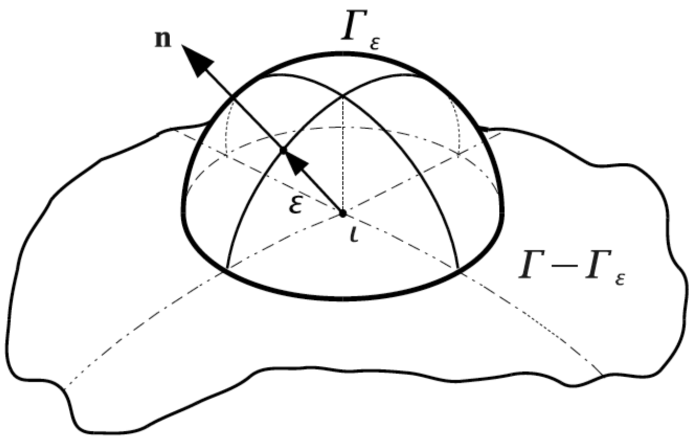


Figura 3.2: Representación de la descomposición de contornos (ver Aznarez [1]).

en regiones viscoelásticas como poroelásticas puede leerse Aznárez [1]. Podemis concluir mencionando que para el caso poroelástico se obtiene una ecuación matricial del tipo:

$$\mathbf{c^i}\,\mathbf{u^i} + \int_\Gamma \mathbf{p}^*\,\mathbf{u}\,\mathrm{d}\Gamma = \int_\Gamma \mathbf{u}^*\,\mathbf{p}\,\mathrm{d}\Gamma \tag{3.17}$$

donde $\mathbf{u}$ y $\mathbf{p}$ son los vectores de las variables de campo, $\mathbf{u}^*$ y $\mathbf{p}^*$ los tensores de la solución fundamental y $\mathbf{c^i}$ el tensor del término libre en el punto de colocación de expresión:

$$\mathbf{c^i} = \begin{bmatrix} c^i_{11} & c^i_{12} & c^i_{13} & 0 \\ c^i_{21} & c^i_{22} & c^i_{23} & 0 \\ c^i_{31} & c^i_{32} & c^i_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mathrm{J}c^i \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

En este problema $\mathbf{c^i}$ depende de la geometría del contorno en $\mathbf{x_i}$, del coeficiente de Poisson del material drenado y del valor de J cuya expresión coincide con (3.2).

3.3. Discretización

El contorno Γ dado en la figura 3.3 se divide en un número discreto de elementos (NE) para poder calcular las integrales extendidas al contorno de la formulación integral. En los NE aproximaremos los valores de desplazamiento y tensión en función de los valores en los nodos mediante funciones de interpoclación.

Sobre un elemento genércio j podemos escribir:

$$\mathbf{u} = \phi\,\mathbf{u}^j \quad ; \quad \mathbf{p} = \phi\,\mathbf{p}^j \tag{3.19}$$

siendo $\mathbf{u}^j$ y $\mathbf{p}^j$ los vectores de αNJ componentes y ϕ una matriz de dimensión $\alpha \times \alpha NJ$

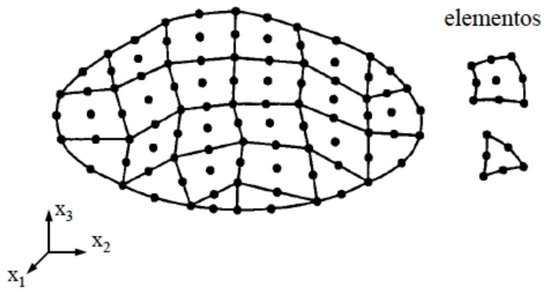


Figura 3.3: Discretización de contorno tridimensional por medio de elementos cuadráticos triangulares y cuadráticos (ver Aznarez [1] y García [2]).

y cuyos términos son las funciones de forma del elemento NJ en el número de nodo del elemento J ($\alpha = 4$ para problemas poroelásticos). Para la geometría del elemento también se aproximará mediante la siguiente expresión:

$$\mathbf{x} = \phi\, \mathbf{x}^j \tag{3.20}$$

donde $\mathbf{x}^j$ contiene las $3NJ$ coordenadas de los nodos del elemento j. Estos elementos corresponden a modelos cuadráticos del tipo triangular y cuadrilátero de seis y nueve nodos respectivamente. Un estudio en profundidad de las funciones de forma puede leerse en [3]. Después de este proceso de discretización y para un nodo genérico i, la ecuación (3.17) para el medio poroelástico queda:

$$\mathbf{c^i}\,\mathbf{u^i} + \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} \mathbf{p}^*\, \phi\, \mathrm{d}\Gamma \right\} \mathbf{u^j} = \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} \mathbf{u}^*\, \phi\, \mathrm{d}\Gamma \right\} \mathbf{p^j} \tag{3.21}$$

siendo Γ_j la superficie del contorno asociado al elemento j genérico. Si aplicamos las carga en todos los nodos pertenecientes a la discretización del contorno obtenemos el siguiente sistema algebraico:

$$\mathbf{H}\,\mathbf{u} = \mathbf{G}\,\mathbf{t} \tag{3.22}$$

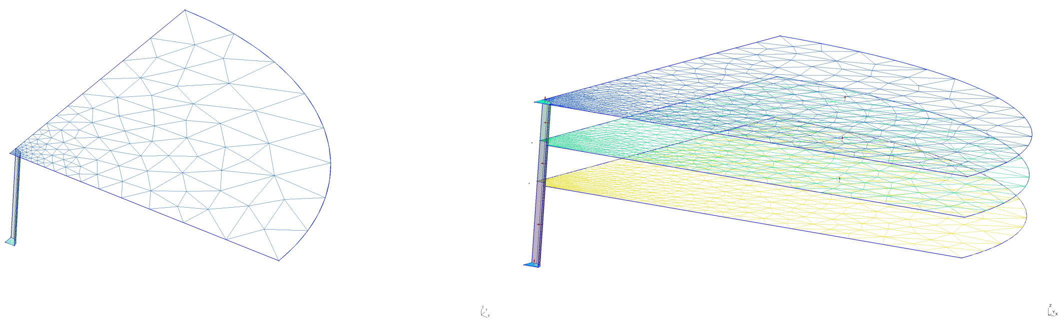
En (3.22) **u** y **t** representan los vectores que contienen todos los valores en los nodos. A **H** y **G** se les conoce como *núcleos de integración* ó **coeficientes integrales**. Cuando aplicamos las condiciones de contorno la ecuación (3.22) quedará en el siguiente sistema:

$$\mathbf{A}\,\mathbf{X} = \mathbf{F} \tag{3.23}$$

donde **X** es el vector con las incógnitas (componentes de las variables de campo) y **F** el vector de coeficientes que obtenemos del producto de las columnas de los coeficientes integrales por las componentes conocidas de **u** y **p** respectivamente.

3.4. Cálculo de esfuerzos en pilotes

Para obtener una solución rigurosa en la mecánica del continuo se utiliza una aproximación del MEC en región múltiple ó multi-region. Se utiliza el MEC Singular (MECS) de la elastodinámica para construir un sistema linear de ecuaciones resoluble y mediante el cual se obtienen los desplazamientos y tracciones en el contorno. Debido a razones computacionales es crucial explotar las propiedades de simetria funcionales y de geometría en el problema (ver figura 3.4). Estas se imponen utilizando una aproximación espejo [4]. Los esfuerzos cortantes se consideran actuando en la dirección x_1 y por lo tanto el plano $x_2 - x_3$ es un plano de antisimetría y el $x_3 - x_1$ de simetría.



(a) Topología de dos estratos.

(b) Topología de tres estratos.

Figura 3.4: Representación de mallas MEC para múltiples regiones. A la izquierda ejemplo de suelo homogéneo y a la derecha suelo compuesto por tres estratos.

Basado en experiencias previas, las mallas deber estar truncadas a $3L_p$ (L_p es la longitud del pilote) y al menos usar tres elementos cuadráticos por onda de corte. No obstante, otros autores han verificado la convergencia con respecto a la respuesta del pilote y han encontrado que para este se debe utilizar una malla más refinada, especialmente para el fuste y contorno. El campo incidente se incluye en el MEC haciendo pasar las ecuaciones integrales en términos del campo aislado:

$$\mathbf{H}\,(\mathbf{u} - \mathbf{u_I}) = \mathbf{G}\,(\mathbf{t} - \mathbf{t_I}) \tag{3.24}$$

siendo $\mathbf{H}$ y $\mathbf{G}$ las matrices de coeficientes integrales, $\mathbf{u}$ y $\mathbf{t}$ los desplazamientos y tracciones del campo y $\mathbf{u_I}$ y $\mathbf{t_I}$ los correspondientes al campo incidente. El sistema lineal resultante se puede expresar como:

$$\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{b_I} \tag{3.25}$$

donde $\mathbf{A}$ y $\mathbf{b}$ se obtienen de las matrices de coeficientes y las condiciones de contorno, y el vector de carga debido al campo incidente corresponde a:

$$\mathbf{b_I} = \mathbf{H}\,\mathbf{u_I} - \mathbf{G}\,\mathbf{t_I} \tag{3.26}$$

En los siguientes dos secciones se dan las características que han sido desarrolladas para el estudio del problema que se nos plantea: la posibilidad de establecer una condición de contacto suave entre dos regiones y una metodología para el cálculo de la resultante de las tracciones en la sección transversal.

3.4.1. Condiciones de contacto suaves y ensamblada

Consideremos Ω_α y Ω_β dos regiones en contacto a través de la interfase Γ_j. Esta forntera tiene dos planos o caras, Γ_{j+} y Γ_{j-} cuyas orientaciones son compatibles respectivamente con las regiones Ω_α y Ω_β. Los contornos de ambas regiones son por lo tanto $\partial\Omega_\alpha = \Gamma_{j+} \bigcup \Gamma_i$ y $\partial\Omega_\beta = \Gamma_{j-} \bigcup \Gamma_k$. Los desplzamientos y tracciones a través de Ω_α están dados por las matrices de coeficientes integrales del MEC:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H_{i,i}} & \mathbf{H_{i,j+}} \\ \mathbf{H_{j+,i}} & \mathbf{H_{j+,j+}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u_i} \\ \mathbf{u_{j+}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G_{i,i}} & \mathbf{G_{i,j+}} \\ \mathbf{G_{j+,i}} & \mathbf{G_{j+,j+}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{t_i} \\ \mathbf{t_{j+}} \end{Bmatrix} \tag{3.27}$$

y de forma análoga para Ω_β. Para una condición de contacto de ensamblaje tenemos que $\mathbf{u}_{j+} = \mathbf{u}_{j-}$ y $\mathbf{t}_{j+} = \mathbf{t}_{j-} = 0$ y el sistema acoplado viene dado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H_{i,i}} & \mathbf{H_{i,j+}} & -\mathbf{G_{i,j+}} & \phi \\ \mathbf{H_{j+,i}} & \mathbf{H_{j+,j+}} & -\mathbf{G_{j+,j+}} & \phi \\ \phi & \mathbf{H_{j-,j-}} & -\mathbf{G_{j-,j-}} & \mathbf{H_{j-,k}} \\ \phi & \mathbf{H_{k,j-}} & -\mathbf{G_{k,j-}} & \mathbf{H_{k,k}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u_i} \\ \mathbf{u_{j+}} \\ \mathbf{t_{j+}} \\ \mathbf{u_k} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G_{i,i}} & \phi \\ \mathbf{G_{j+,i}} & \phi \\ \phi & \mathbf{G_{j-,k}} \\ \phi & \mathbf{G_{k,k}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{t_i} \\ \mathbf{t_k} \end{Bmatrix} \tag{3.28}$$

que debe ser entendida como parte del sistema completo si más regiones ó contornos está presentes. Par una condición de contacto suave, los desplazamientos y tracciones nodales de la frontera ó interfaz deben ser rotadas a un sistema ortogonal local $(\mathbf{s_1}, \mathbf{s_2}, \mathbf{n})$ formado por una pareja de vectores tangentes ortogonormales $\mathbf{s_1}$ y $\mathbf{s_2}$ y un vector normal $\mathbf{n}$. Una vez realizada la rotación, las matrices de coeficientes integrales para Ω_α se pueden expresar como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H_{i,i}} & \mathbf{H^s_{i,j+}} & \mathbf{H^n_{i,j+}} \\ \mathbf{H_{j+,i}} & \mathbf{H^s_{j+,j+}} & \mathbf{H^n_{j+,j+}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u_i} \\ \mathbf{u^s_{j+}} \\ \mathbf{u^n_{j+}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G_{i,i}} & \phi \\ \mathbf{G_{j+,i}} & \phi \\ \phi & \mathbf{G_{j-,k}} \\ \phi & \mathbf{G_{k,k}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{t_i} \\ \mathbf{t^s_k} \\ \mathbf{t^n_k} \end{Bmatrix} \tag{3.29}$$

donde $\mathbf{u^s_{j+}}$ y $\mathbf{t^s_k}$ representan las componentes tangentes y $\mathbf{u^n_{j+}}$ y $\mathbf{t^n_k}$ las normales. Las matrices de coeficientes integrales para Ω_β se obtiene de manera similar. Por lo tanto, para una condición de contacto suave $\mathbf{u^n_{j+}} = \mathbf{u^n_{j-}}$, $\mathbf{t^n_{j+}} = \mathbf{t^n_{j-}}$, $\mathbf{t^s_{j+}} = \mathbf{t^s_{j-}} = \mathbf{0}$ y el sistema acoplado resultante tendrá la forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H_{i,i}} & \mathbf{H^s_{i,j+}} & \mathbf{H^n_{i,j+}} & \phi & -\mathbf{G^n_{i,j+}} & \phi \\ \mathbf{H_{j+,i}} & \mathbf{H^s_{j+,j+}} & \mathbf{H^n_{j+,j+}} & \phi & -\mathbf{G^n_{j+,j+}} & \phi \\ \phi & \phi & \mathbf{H^n_{j-,j-}} & \mathbf{H^s_{j-,j-}} & -\mathbf{G^n_{j-,j-}} & \mathbf{H_{j-,k}} \\ \phi & \phi & \mathbf{H^n_{k,j-}} & \mathbf{H^s_{k,j-}} & -\mathbf{G^n_{k,j-}} & \mathbf{H_{k,k}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u_i} \\ \mathbf{u^s_{j+}} \\ \mathbf{u^n_{j+}} \\ \mathbf{u^s_{j-}} \\ \mathbf{u^n_{j+}} \\ \mathbf{t^n_{j+}} \\ \mathbf{u_k} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G_{i,i}} & \phi \\ \mathbf{G_{j+,i}} & \phi \\ \phi & \mathbf{G_{j-,k}} \\ \phi & \mathbf{G_{k,k}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{t_i} \\ \mathbf{t_k} \end{Bmatrix} \tag{3.30}$$

donde como previamente, debe ser entendido como parte del sistema completo si má regiones ó contornos están presentes.

3.4.2. Cálculo de esfuerzos resultantes en sección transversal

La solución en un punto genérico $\mathbf{x}^i$ dentro de un dominio Ω (puntos internos) se obtienen en la etapa de post-procesado mediante el uso de MECS interior y sus derivadas. El MECS interior se puede aplicar directamente para obtener los desplazamientos $\mathbf{u}^i$ y sus derivadas para obtener las deformaciones ε^i_{lk} y tensor de tensiones σ^i_{lk}. En particular el llamado Ecuación Integral de Contorno Hipersingular (EICH) permite calcular las tracciones $t^i_l = \sigma^i_{lk} n^i_{lk}$ en un punto $\mathbf{x}^i$ por medio de:

$$t^i_l = \int_{\partial\Omega} d^*_{lk}\, t_k \, \mathrm{d}\Gamma - \int_{\partial\Omega} s^*_{lk}\, u_k \, \mathrm{d}\Gamma \qquad ;\forall l,k = 1,2,3 \tag{3.31}$$

donde u_k y t_k son conocidas y d^*_{lk} y s^*_{lk} son las soluciones fundamentales hipersingulares que pueden ser encontradas por aproximación (ver por ejemeplo [5]). La integración numérica de esta ecuación es particularmente difícil dbido a la presencia de integrales cuasi-singulares de órden superior a $\mathcal{O}(r^{-7})$, donde r es la distancia entre el punto de observación (cualquier punto $\mathbf{x} \in \partial\Omega$) y el punto de colocación ($\mathbf{x}^i$). En el presente trabajo se utiliza una combinación adaptativa de trasnformación cúbica y subdivisión. El EICH interior puede ser utilizado para determinar esfuerzos sobre secciones transversales del pilote virtual el cual, después de una integración adecuada conduce a momentos y fuerzas resultantes en la viga.

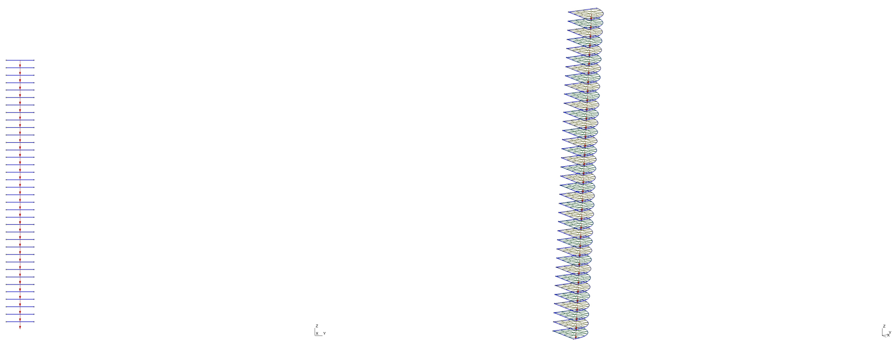
Cada sección transversal del pilote χ es una superficie discretizada orientada en N_χ elementos (elementos internos). Cada elemento interno ε de órden R sirve como soporte para un conjunto de puntos internos localizados en los puntos de integración de una cuadratura gaussiana de igual órden. Consideremos N_R el número de puntos de integración de la cuadratura gaussiana y η_j y w_j el punto y peso respectivamente de la cuadratura j-ésima. Entonces las fuerzas y momentos en el sistema global cartesiano con respecto a $\mathbf{x}_c$ viene dado por:

$$\mathbf{F}_\varepsilon = \int_\varepsilon \mathbf{t}\,\mathrm{d}S \cong \sum_{j=1}^{j=N_R} \mathbf{t}\left(\eta_j\right)\, J\left(\eta_j\right)\, w_j \tag{3.32a}$$

$$\mathbf{M}_\varepsilon = \int_\varepsilon \left(\mathbf{x}-\mathbf{x}_c\right)\times\mathbf{t}\,\mathrm{d}S \cong \sum_{j=1}^{j=N_R} \left[\mathbf{x}\left(\eta_j\right)-\mathbf{x}_c\right]\times\mathbf{t}^i\left(\eta_j\right)\, J\left(\eta_j\right)\, w_j \tag{3.32b}$$

siendo J el Jacobiano de superficie. Por último, los esfuerzos resultantes en la sección transversal vienen expresados por:

$$\mathbf{F}_\chi = \sum_\chi \mathbf{F}_\varepsilon \quad ; \quad \mathbf{M}_\chi = \sum_\chi \mathbf{M}_\varepsilon \tag{3.33}$$



(a) Vista longitudinal de las rebanadas.

(b) Vista general de la discretización de las rebanadas.

Figura 3.5: Representación de sección transversal o rebanadas discretizadas en elementos internos de monopilote.

Las secciones transversales están concentradas cerca de los extremos del pilote y cerca de la interfaz entre estratos (ver figura 3.5). Esto es completamente necesario para poder ser capaza de capturar las fuertes variaciones de las fuerzas cortantes y momentos flectores.

3.5. Condiciones de contorno y contacto

3.5.1. Condiciones de contorno

Para una definiciñon completa del probkema dinámico necesita de unas condiciones de contonro en términos de las variables primarias o de las derivadas. Al plantear el problema dinámico en el dominio de la frecuencia hace que la eliminación de la dependencia temporal en las ecuaciones de gobierno la no necesidad de unas condiciones iniciales. Para el caso de sólidos viscoelásticos se definía un vector tensión $\mathbf{t}^s(\mathbf{x},\omega)$ en un punto $\mathbf{x}$ del contorno Γ con una normal exterior $\mathbf{n}$ como:

$$t_i^s(\mathbf{x},\omega) = \sigma_{ij}^s(\mathbf{x},\omega)\, n_j(\mathbf{x}) \qquad ;\mathbf{x}\in\Gamma \tag{3.34}$$

siendo σ_{ij}^s el tensor de tensiones del sólido en $\mathbf{x}$. Para el caso de medios de naturaleza poroelástica el vector de tensión sobre el esqueleto sólido $\mathbf{t}^e(\mathbf{x},\omega)$ en cualquier punto se define como:

$$t_i^e(\mathbf{x},\omega) = \tau_{ij}(\mathbf{x},\omega)\, n_j(\mathbf{x}) \qquad ;\mathbf{x}\in\Gamma \tag{3.35}$$

donde τ_{ij} es el tensor de tensiones equivalente sobre la matriz sólida. El vector de tensión total sobre el material homogéneo teniendo en cuenta $\sigma_{ij} = \tau_{ij} + \tau\delta_{ij}$ es:

$$t_i^p(\mathbf{x},\omega) = \tau_{ij}^e(\mathbf{x},\omega) + \tau_{ij}(\mathbf{x},\omega)\, n_j(\mathbf{x}) \qquad ;\mathbf{x}\in\Gamma \tag{3.36}$$

En líneas generales y para cualquiera de los medios encontraremos una determinada zona del contorno (Γ_1) donde conocemos las variables fundamentales (condiciones de contorno naturales) y una zona complementaria (Γ_2) en la que conocemos las variables derivadas (condiciones de contorno esenciales). En el caso que nos ocupa, medios poroelásticos, las variables fundamentales adoptadas serán el vector desplazamiento del esqueleto sólido ($\mathbf{u}^e$) y la tensión equivalente en el fluido intersticial (τ). Como variables derivadas tendremos el vector tensión en el esqueleto ($\mathbf{t}^e$) y el movimiento normal al contorno del fluido (U_n):

$$\mathbf{u}_i^e = \bar{\mathbf{u}}_i^e\, ;\, \tau = \bar{\tau} \qquad en\ \Gamma_1 \tag{3.37a}$$

$$\mathbf{t}_i^e = \bar{\mathbf{t}}_i^e\, ;\, \mathbf{U}_n = \bar{\mathbf{U}}_n \qquad en\ \Gamma_2 \tag{3.37b}$$

donde $\Gamma_1 \bigcup \Gamma_2 = \Gamma$ y $\Gamma_1 \bigcap \Gamma_2 = \phi$. Por otro lado y para el problema que se plantea en los capítulos 5 y 6 del presente trabajo es necesario distinguir entre contornos permeables e impermeables. En los primeros se caracterizan porque la presión de poro es nula ($\tau = 0$). En este caso podemos conocer el vector desplazamiento de la matriz sólida ($\mathbf{u}_i^e = \bar{\mathbf{u}}_i^e$) o la tensión equivalente ($\mathbf{t}_i^e = \bar{\mathbf{t}}_i^e$). Si por el contrario el contorno es impermeable las componentes normales del desplazamiento en ambas fases son iguales ($\mathbf{u}_n^e = \mathbf{U}_n = \bar{\mathbf{u}}_n$) y las tensiones equivalentes en ambas fases son las incógnitas ó la tensión total sobre el contornp será conocida ($\mathbf{t}_i^p = \bar{\mathbf{t}}_i^p$) y el desplazamiento la incógnita.

El análisis dinámico de modelos donde coexisten los tres modelo (viscoelástico, escalar y poroelástico) requiere estudiar el efecto de interacción entre ellos a través de las interfases o contornos comunes a dos de estas regiones. Esta interacción viene dada por las ecuaciones de equilibrio de tensiones y compatibilidad de desplazamientos en el contorno de las dos regiones en estudio. Existen cinco tipos de interfases del modelo pero en el presente trabajo estudiaremos exclusivamente la interfase *viscoelástico-poroelástico*. En el caso de la interfase viscoleástico-poroelástico se debe diferenciar en dos condiciones extremas. Por un lado se plantean las ecuaciones de restricción para la interfase considerando al sólido como un material completamente impermeable. Por otro consiste en considerar el nivel freático en un terreno como interfase permeable. En este último caso el terreno anegado se había considerado como un medio poroelástico y el estrato inferior seco como una región de naturaleza viscoelástica. En el presente trabajo este terreno inferior se considerará como otro terreno poroelástico saturado. En el capítulo 5 del presente trabajo se recogen los resultados de esta consideración.

3.5.2. Ecuaciones de interfase

Desde el principio de conservación de la energía para el medio continuo:

$$\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t}\,\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}t} + D = \int_\Gamma \left(T_i^s \cdot \dot{u}_i + T_i^a \cdot \dot{U}_i\right) \mathrm{d}\Gamma \tag{3.38}$$

siendo respectivamente $\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t}$ el término para la energía cinética, $\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}t}$ la energía portencial y D el término para la disipación. El segundo miembro de (3.38) es la variación de cantidad de trabajo realizado por cargas externas (sobre los contornos). Sabiendo que $T_i^s = \tau_{ij} \cdot n_j$ y $T_i^a = \tau \cdot \delta_{ij} \cdot n_j$ entonces (3.38):

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \int_\Gamma \left(\tau_{ij} \cdot \dot{u}_i + \tau \cdot \delta_{ij} \cdot \dot{V}_i\right) \cdot n_j \,\mathrm{d}\Gamma \tag{3.39}$$

Si ahora consideramos dos medios porosos en contacto cada uno con su contorno Γ_1 y Γ_2 respectivamente y Γ_s es el contorno en contacto ó en común de ambos medios poroelásticos entonces:

$$\begin{aligned} 0 = \int_{\Gamma_s} \left(\tau_{ij} \cdot \dot{u}_i + \tau \cdot \delta_{ij} \cdot \dot{U}_i\right)^{(1)} \cdot n_j^{(1)} \,\mathrm{d}\Gamma_s + \\ + \int_{\Gamma_s} \left(\tau_{ij} \cdot \dot{u}_i + \tau \cdot \delta_{ij} \cdot \dot{U}_i\right)^{(2)} \cdot n_j^{(2)} \,\mathrm{d}\Gamma_s \end{aligned} \tag{3.40}$$

reordenando en término de las variables porosas de contorno:

$$0 = \int_{\Gamma_s} \left[\left(T_i^s \cdot \dot{u}_i + \tau \cdot \dot{U}_i\right)^{(1)} + \left(T_i^s \cdot \dot{u}_i + \tau \cdot \dot{U}_i\right)^{(2)}\right] \mathrm{d}\Gamma_s \tag{3.41}$$

lo que se verifica si:

$$(T_i^s)^{(1)} + (T_i^s)^{(2)} = 0 \tag{3.42a}$$

$$u_i^{(1)} = u_i^{(2)} \tag{3.42b}$$

$$\tau^{(1)} = \tau^{(2)} \tag{3.42c}$$

$$U_n^{(1)} = U_n^{(2)} \tag{3.42d}$$

También podemos reordenar el subintegrando de (3.41) en términos del vector de descarga q_i (volúmen de fluido que abandona por unidad de área y tiempo un volúmen de referencia):

$$q_i = \phi \left(\dot{U}_i - \dot{u}_i \right) \tag{3.43a}$$

$$\dot{U}_i = \frac{1}{\phi} \cdot q_i + \dot{u}_i \tag{3.43b}$$

de tal forma que nos quedará:

$$\begin{aligned} \left(\tau_{ij} \cdot \dot{u}_i + \tau \cdot \delta_{ij} \cdot \dot{U}_i \right) \cdot n_j &= \left(\tau_{ij} \cdot \dot{u}_i + \tau \cdot \delta_{ij} \cdot \dot{U}_i + \tau \cdot \delta_{ij} \cdot \frac{1}{\phi} \cdot q_i \right) \cdot n_j = \\ &= \left(\tau_{ij} + \tau \cdot \delta_{ij} \right) \cdot n_j \cdot \dot{u}_i - \phi \cdot p \cdot \delta_{ij} \cdot \frac{1}{\phi} \cdot q_i \cdot n_j = \sigma_{ij} \cdot n_j \cdot \dot{u}_i - p \cdot q_n \end{aligned} \tag{3.44}$$

siendo el primer sumando $\sigma_{ij} \cdot n_j \cdot \dot{u}_i$ la tensión total del material homogéneo y $p \cdot q_n$ el volúmen del fluido entrant (ó saliente). Ahora de las condiciones de equilibrio y compatibilidad:

$$T_i^{(1)} + T_i^{(2)} = 0 \tag{3.45a}$$

$$u_i^{(1)} = u_i^{(2)} \tag{3.45b}$$

$$p^{(1)} = p^{(2)} \tag{3.45c}$$

$$q_n^{(1)} = q_n^{(2)} \tag{3.45d}$$

En estas condiciones no se exije que las porosidades de ambos medios coincidan $\phi_1 = \phi_2$ pero sí está implícito que los esqueletos estén interconectados por completo (permeable). Hay que tener en cuenta que (3.42c) y (3.42d) no se verifican desde que $\phi_1 \neq \phi_2$ y tampoco lo harán (3.42c) y (3.45c).

Consideremos ahora el caso general de una interfase parcialmente permeable. En esta los esqueletos sólidos están parcialmente interconectados de tal manera que la interfase ofrece una cierta resistencia al flujo del fluido entre ambos medios. Si la condición de continuidad de q_n se mantiene, esta caída instantánea de energía del fluido producirá un slato de presión de poro. Así tenemso que:

$$p^{(1)} - p^{(2)} = \kappa \cdot q_n \tag{3.46}$$

donde la constante k tiene sentido análogo a la constante de disipación b ya comentada en anteriores capítulos. Las unidades de esta constante k serán por lo tanto de $\frac{N}{m^2} \cdot \frac{s}{m} = \frac{N \cdot s}{m^3}$. Sustituyendo (3.46) en las ecuaciones (3.45c) y (3.45d) para el caso general serán:

$$p^{(1)} - p^{(2)} = \kappa \cdot q_n^{(1)} \tag{3.47a}$$

$$q_n^{(1)} + q_n^{(2)} = 0 \tag{3.47b}$$

Aquí resulta obvio que en el caso de que $k = 0$ entonces $p^{(1)} = p^{(2)}$ y estamos en el caso **permeable**. No es tan obvio que si $k \to \infty$ y $p^{(1)} - p^{(2)}$ es finito por imposición física entonces $q_n^{(1)} \to 0$ y estamos en el caso de interfase **impermeable**. Para el equilibrio escribamos (3.40) en términos de (3.44):

$$\int_{\Gamma_s} \left[(T_i^s \cdot \dot{u}_i - p \cdot q_n)^{(1)} + (T_i^s \cdot \dot{u}_i + p \cdot q_n)^{(2)} \right] \mathrm{d}\Gamma_s \tag{3.48}$$

aplicando (3.47b):

$$\int_{\Gamma_s} \left(T_i^{(1)} \cdot \dot{u}_i^{(1)} + T_i^{(2)} \cdot \dot{u}_i^{(2)} \right) \mathrm{d}\Gamma_s - \int_{\Gamma_s} \left(p^{(1)} - p^{(2)} \right) q_n^{(1)} \, \mathrm{d}\Gamma_s \tag{3.49}$$

y aplicando ahora (3.47a) nos quedará:

$$\int_{\Gamma_s} \left(T_i^{(1)} \cdot \dot{u}_i^{(1)} + T_i^{(2)} \cdot \dot{u}_i^{(2)} \right) \mathrm{d}\Gamma_s - \int_{\Gamma_s} \kappa \left(q_n^{(1)} \right)^2 \mathrm{d}\Gamma_s \tag{3.50}$$

Este último término con la variable k en (3.50) es disipativo y corresponde con el término D visto en (3.38). Por lo tanto debe cumplirse en la interfase que:

$$\int_{\Gamma_s} \left(T_i^{(1)} \cdot \dot{u}_i^{(1)} + T_i^{(2)} \cdot \dot{u}_i^{(2)} \right) \mathrm{d}\Gamma_s \tag{3.51}$$

por tanto las tensiones totales:

$$T_i^{(1)} + T_i^{(2)} = 0 \tag{3.52}$$

y la compatibilidad:

$$u_i^{(1)} + u_i^{(2)} = 0 \tag{3.53}$$

Por todo ello, y ya en el dominio de la frecuencia, tenemos que de (3.52):

$$(T_i^s + \tau \cdot n_i)^{(1)} + (T_i^s + \tau \cdot n_i)^{(2)} = 0 \tag{3.54}$$

de (3.47a):

$$-\frac{1}{\phi} \cdot \tau^{(1)} + -\frac{1}{\phi} \cdot \tau^{(2)} = \kappa\, \phi_1\, \mathrm{i}\,\omega\, (U_n - u_n)^{(1)} = \kappa\, \phi_1\, \mathrm{i}\,\omega\, (U_n - u_i\, n_i)^{(1)} \tag{3.55}$$

y de (3.47b) obtenemos que:

$$\begin{aligned} &\phi_1\, \mathrm{i}\,\omega\, (U_n - u_n)^{(1)} + \phi_2\, \mathrm{i}\,\omega\, (U_n - u_n)^{(2)} = \\ &\qquad = \phi_1\, \mathrm{i}\,\omega\, (U_n - u_i\, n_i)^{(1)} + \phi_2\, \mathrm{i}\,\omega\, (U_n - u_i\, n_i)^{(2)} = 0 \end{aligned} \tag{3.56}$$

De tal forma que tendremos un sistema formado por:

$$\begin{cases} (T_i^s + \tau \cdot n_i)^{(1)} + (T_i^s + \tau \cdot n_i)^{(2)} = 0 & \text{(3 ecuaciones)} \\ -\frac{1}{\phi} \cdot \tau^{(1)} + -\frac{1}{\phi} \cdot \tau^{(2)} = k\, \phi_1\, \mathrm{i}\,\omega\, (U_n - u_i\, n_i)^{(1)} & \text{(1 ecuación)} \\ u_i^{(1)} + u_i^{(2)} = 0 & \text{(3 ecuaciones)} \\ \phi_1\, (U_n - u_i\, n_i)^{(1)} + \phi_2\, (U_n - u_i\, n_i)^{(2)} = 0 & \text{(1 ecuación)} \end{cases} \tag{3.57}$$

que suman un total de 8 ecuaciones. A estas 8 ecuaciones debemos sumar las 8 necesarias para el MEC y hacen un total de 16 ecuaciones con 16 incógnitas, a saber:

$$\left(T_i^{(1)}, T_i^{(2)}, \tau^{(1)}, \tau^{(2)}, \gamma_n^{(1)}, \gamma_n^{(1)}, u_i^{(1)}, u_i^{(2)}\right) \qquad \forall i = 1, 2, 3$$

3.5.3. Ejemplo de relevancia de condición de contacto

A modo de ejemplo de las condiciones de contacto para modelizar las regiones multiestrato de naturaleza poroelástica se plantea el siguiente problema. Este consiste en modelar una geometría sencilla (en este caso un cuadrado de lado L) y configurar dos regiones poroelásticas con propiedades análogas (ver tabla 3.1). Estas dos regiones están separadas por una interfaz (situada a $L/2$) a la que se le da diferentes valores de permeabilidad (κ). Estos valores corresponden a interfaz completamente permeable ($\kappa = 0$), tres valores para permeabilidad parcial ($\kappa = 10^6, 10^7, 10^8$) y un valor muy elevado de κ para simular una impermeabilidad ($\kappa \to \infty$).

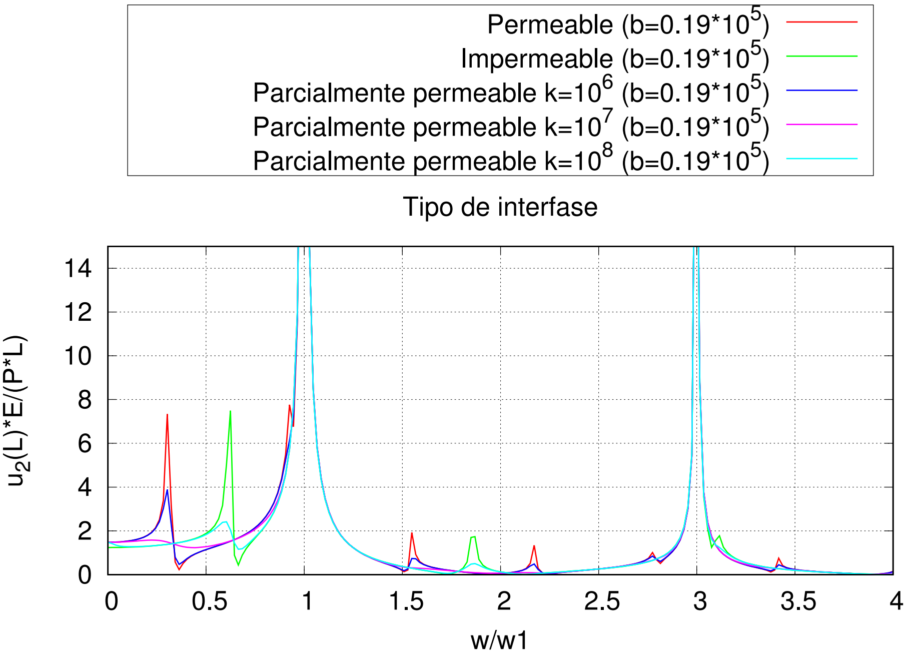


Figura 3.6: Resultados obtenidos para interfaz con diferentes condiciones de permeabilidad (ver Rodríguez [9]).

Los valores de las propiedades para cada región pueden verse en la tabla 3.1. Estos valores corresponden para ambas regiones de naturaleza poroelástica. Se han ensayado para un rango de frecuencia normalizada a $\omega = [0.001; 4]$. Se da como función de respuesta $\frac{u_2 E}{PL}$. A la vista de los resultados encontramos que cuando la interfaz es puramente permeable ó impermeable la respuesta en desplazamiento es menor a mayores frecuencias. Lo mismo ocurre para el menor de los valores de permeabilidad $\kappa = 10^5$. Sin embargo el comportamiento para valores de permeabilidad de $\kappa = 10^6, 10^7$ la función en respuesta encuentra valores amplificados para las frecuencias normalizadas $\omega/\omega_1 = 1$ y 3. Con ello se demuestra la relevancia de las condiciones de contacto para las interfases de regiones de naturaleza poroelástica.

Propiedades	**Valores**
Densidad de fluido ρ_f $[kg/m^3]$	1000.0
Densidad sólido ρ_s $[kg/m^3]$	2800.0
Coeficiente de Lamé λ $[MPa]$	4.0
Módulo cizalladura μ $[MPa]$	6.0
Factor de amortiguamiento ξ $[-]$	0.0
Porosidad ϕ $[-]$	0.19
Densidad aparente ρ_a	150.0
Constante de Biot R $[GPa]$	0.4443
Constante de Biot Q $[GPa]$	1.399
Coeficiente de disipación b $[GPa]$	0.19

Tabla 3.1: Valores de las propiedades empleadas para las dos regiones poroelásticas.

Capítulo 4

Factores de interacción cinemática en diferentes lechos marinos

4.1. Introducción

La interacción suelo-estructura da lugar a efectos cinemáticos e inerciales que afectan al comportamiento dinámico de las estructuras como resultado de la deformación del suelo ante las excitaciones sísmicas. Ambos fenómenos, cinemáticos e inerciales, están relacionados aunque a efectos de diseño se tienen en cuenta por separado. Los factores inerciales tienen lugar por la aparición de fuerzas inerciales ante la consideración de la masa de la estructura sobre la cimentación. Estos efectos no se tienen en cuenta en el presente trabajo. Por otro lado y para completar el análisis dinámico de las interacciones debemos tener en cuenta los desplazamientos y rotaciones de la cimentación. Estos desplazamientos y rotaciones son los **factores de interacción cinemática** (FIC).

En el presente trabajo se estudiarán los FIC teniendo en cuenta la relación de desplazamientos entre la tapa alta o cabeza del pilote y el de la superficie libre. Es decir, se estudiará la relación de desplazamientos del monopilote frente a los del suelo en ausencia del mismo (u_{cap}/u_{ff}) ante excitaciones sísmicas. Estas excitaciones sísmicas corresponden a una onda irrotacional P y otra onda equivolumial S, ambas con incidencia vertical. Los resultados obtenidos se representarán ante una **frecuencia adimensional** de expresión:

$$a_0 = \frac{\omega \cdot d}{c_s} \tag{4.1}$$

siendo ω la frecuencia de la excitación (rad/s), d el diámetro del monopilote (m) y c_s la velocidad de propagación de las ondas tipo S (m/s). Se analizarán dichos desplazamientos para un rango de valores de frecuencia adimensional normalizados. Con el objetivo de estudiar la influencia de la geometría de la cimentación y profundidad del embebimiento, se analizará la respuesta obtenida ante diferentes configuraciones de longitud y diámetro de monopilote. Por otro lado y debido a la naturaleza de los suelos marinos se estudiará la influencia del tipo de suelo considerando estos como sólidos con presencia pororelástica.

4.2. Validación de software empleado

El software desarrollado por los miembros de la División de Mecánica de Medios Continuos y Estructuras se ha comparado previamente con resultados para un medio elástico. Los datos a introducir en el programa tanto para el medio elástico como para el pilote son la densidad (ρ), el módulo de cizalladura (μ), el coeficiente de Poisson (ν) y el factor de amortiguamiento (ξ). Como valores numéricos de estos parámetros se utilizaron las relaciones dadas por Padrón en [8]. Estos valores corresponden a los siguientes:

- Relación entre el modulo de elasticidad del pilote (E_p) y el del suelo (E_p), $\frac{E_p}{E_s} = 10^3$.
- Relación entre la densidad del suelo (ρ_s) y la del pilote (ρ_p), $\frac{\rho_s}{\rho_p} = 0.7$.
- Coeficiente de Poisson del pilote, $\nu_p = 0.25$.
- Coeficiente de Poisson del medio, $\nu_s = 0.4$.
- Factor de amortiguamiento del suelo, $\xi = 0.05$.
- Esbeltez del pilote, $L/d = 20$, donde L corresponde a la longitud (m) y d al diámetro (m).

Considerando una longitud de pilote de $L = 12\ m$, densidad del medio de $\rho_s = 1000\ Kg/m^3$ y módulo de elasticidad del medio $E_s = 60\ MPa$ podemos calcular los parámetros a introducir en el software. Del módulo de elasticidad del medio obtenemos el correspondiente al monopilote y de valor $E_p = 60 \cdot 10^3\ MPa$. Con estos valores de los módulos de elasticidda estamos en posición de calcular los módulos de cizalladura tanto para el suelo como para el monopilote:

$$\mu_s = \frac{E_s}{2\ (1 + \nu_s)} = \frac{60 \cdot 10^6}{2\ (1 + 0.40)} = 21.429 \cdot 10^6\ Pa \tag{4.2}$$

$$\mu_p = \frac{E_p}{2\ (1 + \nu_p)} = \frac{60 \cdot 10^9}{2\ (1 + 0.25)} = 2.4 \cdot 10^{10}\ Pa \tag{4.3}$$

Con ello ya tenemos que el medio y el monopilote vienen parametrizados por los siguientes valores:

a) Suelo, $\rho_s = 10^3\ kg/m^3$, $\mu_s = 21.429 \cdot 10^6\ Pa$, $\nu_s = 0.4$, $\xi_s = 0.05$.

b) Pilote, $\rho_p = 1428.57\ kg/m^3$, $\mu_p = 2.4 \cdot 10^{10}\ Pa$, $\nu_p = 0.25$, $\xi_p = 0$.

Por otro lado y dado que los resultados se representarán frente a una frecuencia adimensional (4.1) debemos conocer la velocidad de la Onda P y la Onda S respectivamente. Para la Onda equivolumial S tenemos que la velocidad de propagación en el medio viene dada por:

$$c_s = \sqrt{\frac{\mu_s}{\rho_s}} = \sqrt{\frac{21,429 \cdot 10^6}{10^3}} = 146,39 \ \frac{m}{s} \tag{4.4}$$

y para la onda irrotacional P:

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu_s}{\rho_s}} = \sqrt{\frac{85,714 \cdot 10^6 + 2 \cdot 21,429 \cdot 10^6}{10^3}} = 358,57 \ \frac{m}{s} \tag{4.5}$$

siendo λ la constante de Lamé calculada como sigue:

$$\lambda = \frac{\nu_s E_s}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} = 85,714 \cdot 10^6 \ Pa \tag{4.6}$$

Por último, si normalizamos la frecuencia adimensional $a_0 = \left[4 \cdot 10^{-6} : 1\right]$ obtenemos que el rango de frecuencias a estudiar será $\omega = [0.0010 : 244.0] \ (rad/s)$. Se ha normalizado la frecuencia adimensional desde un valor $a_0 = 4 \cdot 10^{-6}$ para así obtener un valor de la frecuencia distinto de cero pero muy próximo a él ($\omega = 0.001$). Ello por motivos de programación para evitar un cociente nulo que diera lugar a errores en los valores de la salida.

4.2.1. Discretización de la superficie libre

Para el mallado de la superficie libre se ha empleado el siguiente criterio:

a) La longitud de la superficie libre después del último elemento es de $3\,L$ (siendo L la longitud del monopilote).

b) Se utiliza un mallado más fino cercano al monopilote para dar mayor precisión a los valores de los campos de desplazamientos en estas regiones cercanas al pilote.

c) El tamaño máximo de cada elemento es tal que pueda captar las ondas que se propagan a través del medio. Esto se conseguirá siempre que el tamaño del elemento sea al menos la mitad de la longitud de onda de la excitación, es decir:

$$L_{max} = \frac{\lambda_{min}}{2} \tag{4.7}$$

donde la longitud de la onda se obtiene, para cada valor de la frecuencia, a través de la expresión:

$$\lambda_{min} = c\,T = c\frac{2\pi}{\omega} = c\frac{2\pi d}{a_0 c} = \frac{2\pi d}{a_0} \tag{4.8}$$

siendo c la velocidad de propagación de las ondas (c_s o c_p respectivamente). La expresión final hace el valor de la longitud de onda para un valor normalizado de la frecuencia adimensional independiente del tipo de onda. Como se pretende obtener las funciones de respuesta en frecuencia hasta un valor máximo de la frecuencia adimensional de $a_0 = 1$, obtenemos que la longitud de onda mínima que se debe capturar es de:

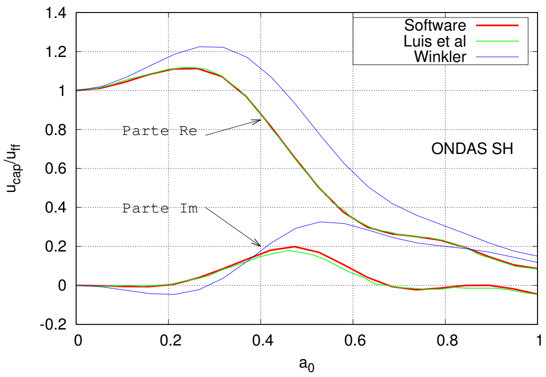
$$\lambda_{min} = \frac{2\pi d}{a_0} = \frac{2\,\pi\,0,6}{1} = 3,77 \quad \text{m} \tag{4.9}$$

resultando en un tamaño máximo del elemento de $L_{max} = 1,89$ (m).

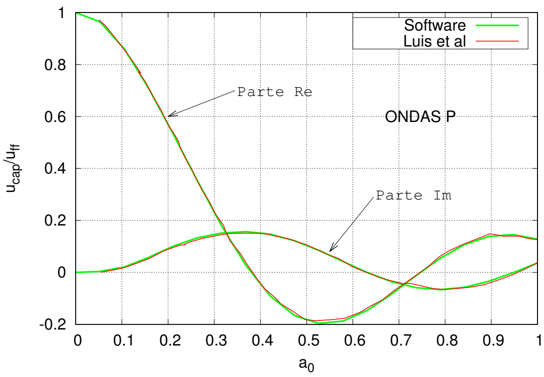
Para cumplir con todos los requisitos anteriormente comentados se ha discretizado la superficie libre con dos valores. Un valor cercano al pilote de 0.12 m y otro lejano al centro del mismo y de valor 1.9 m con lo que cumpliríamos con (4.7).

4.2.2. Resultados

En la figura 4.1 se compara las partes reales como imaginarias de los factores de interacción cinemática como respuesta a un monopilote excitado por ondas tipo SH y P con incidencia vertical. Este monopilote tiene su tapa alta o cabeza con la condición de giro (φ_{cap}) restringido. Los resultados se representan en términos de desplazamientos horizontales (Ondas SH) o verticales (Ondas P) en la cabeza del pilote (u_{cap}) frente a los correspondientes a la superficie libre (u_{ff}).



(a) Resultados para Onda S.



(b) Resultados para Onda P.

Figura 4.1: Resultados obtenidos para la Onda tipo SH y P y comparación con Padrón [8] y el método de Winkler.

Para las Ondas SH además se representan los valores obtenidos frente a aquellos como resultado de emplear el modelo Winkler. Se puede observar que tanto para la Ondas SH como las P coinciden con aquellos por Padrón [8]. Adicionalmente se ha incluido los valores correspondientes al método de Winkler empleado por Ariel en [7]. Estos resultados, exclusivamente para la Onda SH, si difieren de los anteriores. Por todo ello y teniendo en cuenta los resultados para ambas ondas se considera que la validez de la técnica empleada por el software está probada.

4.3. Descripción del problema

Para el estudio de los factores de interacción cinemática en el lecho marino se considerará ahora este como un medio poroelástico. Se comprobará la influencia de los medios poroelásticos rente a sus equivalentes elásticos. Además se hará uso de diferentes modelos de lechos marinos. Estos modelos corresponden a los empleados por Rodríguez [9] y cuyas propiedades pueden verse en la tabla 4.1.

Propiedades, símbolos y unidades	**Arena gruesa y gravilla fina (sb1)**	**Arena gruesa (sb2)**	**Arena fina (sb3)**	**Arcilla limosa (sb4)**	**Arena limosa (sb5)**
Módulo de cizalladura $Re(\mu)$ $[MPa]$	12.50	74.00	7.12	0.79	41.00
Módulo de cizalladura $Im(\mu)$ $[MPa]$	4.50	4.70	0.23	0.03	7.90
Módulo de compresibilidad $Re(K)$ $[MPa]$	27.10	52.00	9.49	3.67	29.00
Módulo de compresibilidad $Im(K)$ $[MPa]$	0.90	0.74	0.30	0.12	1.30
Coeficiente de Poisson ν $[-]$	0.30	0.02	0.20	0.40	0.02
Porosidad ϕ $[-]$	0.30	0.38	0.43	0.68	0.65
Tortuosidad α $[-]$	1.25	1.25	1.25	3.00	3.00
Módulo de compresión del fluido K_f $[GPa]$	2.38	2.40	2.39	2.38	2.40
Parámetro de Biot Q $[GPa]$	1.666	1.488	1.362	0.762	0.840
Parámetro de Biot R $[GPa]$	0.714	0.912	1.028	1.618	1.560
Densidad de fluido ρ_f $[kg/m^3]$	1000	1000	1000	1000	1000
Densidad de esqueleto sólido ρ_s $[kg/m^3]$	2680	2710	2670	2680	2670
Densidad aparente adicional ρ_a $[kg/m^3]$	75	95	107.5	1360	1300
Constante de disipación b $[N \cdot s/m^4]$	$3.52 \cdot 10^5$	$1.95 \cdot 10^6$	$5.99 \cdot 10^9$	$8.98 \cdot 10^9$	$6.74 \cdot 10^{10}$
Constante de permeabilidad κ $[m^2]$	$2.6 \cdot 10^{-10}$	$7.5 \cdot 10^{-11}$	$3.1 \cdot 10^{-14}$	$5.2 \cdot 10^{-14}$	$6.3 \cdot 10^{-15}$
Viscosidad η $[mPa \cdot s]$	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
Coeficiente de Poisson - no drenado ν $[-]$	0.4992153	0.4942119	0.4993609	0.4998878	0.4945113
Densidad ρ $[kg/m^3]$	2176	2060	1952	1538	1585
Velocidad Onda S - no drenado c_s^u $[m/s]$	75.8	189.5	60.4	22.6	160.9

Tabla 4.1: Propiedades de suelos en fondos marinos obtenido de Buchanan y Gilbert [6]. En la parte superior de la tabla están aquellas propiedades de medios poroelásticos. En la parte inferoior a las de un esqueleto sólido no drenado.

De nuevo se empleará el modelo de monopilote de masa despreciable ahora en un medio poroelástico y excitado por ondas tipo SH y P de incidencia vertical. También se verificará la influencia de la esbeltez en el medio poroelástico empleando para ello tres valores, $L/d = 20$, $L/d = 10$ y $L/d = 5$. La longitud del monopilote coincide con la empleada en el problema de verificación anterior, $L = 12$ (m). Esto dará lugar a tres valores diferentes de diámetro de pilote, $d = 0.6$, $d = 1.2$ y $d = 2.4$ (m) respectivamente. La relación de las características mecánicas entre el medio y el monopilote también corresponden con las empleadas en el problema anterior a excepción del coeficiente de amortiguamiento (ξ):

- Relación entre el modulo de elasticidad del pilote y suelo $\frac{E_p}{E_s} = 10^3$.

- Relación entre la densidad del suelo y pilote $\frac{\rho_s}{\rho_p} = 0.7$.
- Coeficiente de Poisson del pilote, $\nu_p = 0.25$.
- Coeficiente de Poisson del medio, $\nu_s = 0.4$.

Para modelizar el medio poroelástico en el software necesitamos introducir como propiedades la densidad del fluido intersticial ρ_f, la densidad del esqueleto sólido ρ_s, el coeficiente de Lamé del esqueleto sólido λ_s, el módulo de cizalladura del esqueleto sólido μ_s, el coeficiente de amortiguamiento ξ, la porosidad ϕ, la densidad aparente ρ_a, los coeficientes de Biot R y Q y la constante de disipación b. Todos los valores para el medio pueden obtenerse de la tabla 4.1 a excepción del coeficiente de amortiguamiento y el de Lamé. El coeficiente de amortiguamiento se calculará como media de los obtenidos de la expresión compleja del módulo de compresibilidad y el módulo de cizalladura (4.10).

$$\begin{aligned} K^* &= Re\,(K) + i\,Im\,(K) \\ \mu^* &= Re\,(\mu) + i\,Im\,(\mu) \end{aligned} \tag{4.10}$$

cuyas expresiones son equivalentes para los coeficientes de amortiguamiento a:

$$\begin{aligned} K^* &= K\,(1 + i\,2\xi) \\ \mu^* &= \mu\,(1 + i\,2\xi) \end{aligned} \tag{4.11}$$

por lo que los valores del coeficiente de amortiguamiento medio $\left(\bar{\xi}\right)$ vienen dados por:

$$\bar{\xi} \; = \; \frac{\xi_\mu + \xi_K}{2} \tag{4.12}$$

siendo ξ_k el obtenido para la expresión compleja del módulo de compresibilidad (K^*) y ξ_μ el correspondiente al módulo de cizalladura (μ^*). Los resultados para cada tipo de suelo pueden verse en la tabla 4.2.

Propiedades	**Arena gruesa y gravilla fina (sb1)**	**Arena gruesa (sb2)**	**Arena fina (sb3)**	**Arcilla limosa (sb4)**	**Arena limosa (sb5)**
Factor de amortiguamiento $\left(\bar{\xi}\right)$ $[-]$	0.0983	0.019	0.012	0.0175	0.059
Constante de Lame (λ) $[MPa]$	18,77	2,67	4,74	3,14	1,67
Velocidad Onda S - no drenado c_sû $[m/s]$	75.8	189.5	60.4	22.6	160.9
Frecuencia mínima (ω_{min}) $[rad/s]$	0.129	0.322	0.103	0.038	0.274
Frecuencia máxima (ω_{max}) $[rad/s]$	252.7	631.7	201.3	75.3	536.3

Tabla 4.2: Valores obtenidos para cada una de las propiedades de los cinco modelos de suelos empleados.

El cálculo del coeficiente de Lamé para cada uno de los cinco suelos se ha realizado por medio de la siguiente expresión:

$$\lambda \; = \; Re\,(K) + \frac{2 \cdot Re\,(\mu)}{3} \tag{4.13}$$

Los resultados se recogen también en la tabla 4.2. Por último, y dado que los resultados se representarán frente a la frecuencia adimensional, calcularemos el intervalo de frecuencias para un valor normalizado de $a_0 = [0.001 : 2]$. De la expresión (4.1) y los valores de la velocidad para la onda S dados en la tabla 4.1 obtendremos los intervalos de la frecuencia (ω) . Estos resultados se recogen en la tabla 4.3.

Frecuencias $[rad/s]$	**Arena gruesa y gravilla fina (sb1)**	**Arena gruesa (sb2)**	**Arena fina (sb3)**	**Arcilla limosa (sb4)**	**Arena limosa (sb5)**
$\frac{L}{d} = 20\ (\omega_{min})$	0.0983	0.019	0.012	0.0175	0.059
$\frac{L}{d} = 20\ (\omega_{max})$	252.7	631.7	201.3	75.3	536.3
$\frac{L}{d} = 10\ (\omega_{min})$	0.06	0.16	0.05	0.02	0.13
$\frac{L}{d} = 10\ (\omega_{max})$	1126.3	315.8	100.7	37.7	268.2
$\frac{L}{d} = 5\ (\omega_{min})$	0.03	0.08	0.03	0.009	0.07
$\frac{L}{d} = 5\ (\omega_{max})$	63.2	157.9	50.3	18.8	134.1

Tabla 4.3: Intervalos de frecuencia para cada uno de los cinco suelos y esbelteces.

Para modelizar el monopilote introduciremos la densidad ρ_p , el módulo de cizalladura μ_p y el coeficiente de Poisson ν_p. Estos valores de las propiedades coinciden con las calculadas para el medio elástico:

$$\rho_p = 1428.57\ \frac{kg}{m^3} \quad ; \quad \mu_p = 2.4 \cdot 10^{10}\ Pa \quad ; \quad \nu_p = 0.25 \quad ; \quad \xi_p = 0 \tag{4.14}$$

4.3.1. Medio elástico drenado equivalente

Uno de los objetivos de este problema es comparar los resultados del medio poroelástico frente a un modelo elástico drenado equivalente. Para ello, y como se comentó anteriormente, para un modelo elástico las propiedades a introducir en el software corresponden a la densidad (ρ), módulo de cizalladura (μ), coeficiente de Poisson (ν) y el coeficiente de amortiguamiento (ξ) tanto para el suelo como para el pilote. En este caso los valores de cada propiedad para el suelo corresponden a:

$$\begin{aligned} \rho^{ed} &= (1-\phi)\,\rho_s^p \\ \mu^{ed} &= \mu^p \\ \nu^{ed} &= \nu^p \\ \xi^{ed} &= \xi^p \end{aligned} \tag{4.15}$$

Donde ρ^{ed}, μ^{ed}, ν^{ed} y ξ^{ed} corresponden a las propiedades del suelo elástico drenado y ρ_s^p, μ^p, ν^p y ξ^p a aquellas del poroelástico calculadas anterioremente. Como puede apreciarse a excepción de la densidad, el resto de propiedades coincide con aquellas del suelo poroelástico. En el caso de la densidad esta corresponde a la del esqueleto sólido. Los valores obtenidos por (4.15) para cada suelo se recogen en la tabla 4.4.

Modelo elástico drenado	Arena gruesa y gravilla fina (sb1)	Arena gruesa (sb2)	Arena fina (sb3)	Arcilla limosa (sb4)	Arena limosa (sb5)
ρ^{ed} (kg/m^3)	1876	1680.2	1521.9	857.6	934.5
μ^{ed} (MPa)	12.5	74.0	7.12	0.79	41.0
ν^{ed} $(-)$	0.30	0.02	0.20	0.40	0.02
ξ^{ed} $(-)$	0.0983	0.019	0.012	0.0175	0.059

Tabla 4.4: Propiedades del suelo para un medio elástico no drenado equivalente al poroelástico.

Las propiedades del monopilote son coincidentes con las calculadas en (4.14).

4.3.2. Medio elástico no drenado equivalente

De forma análoga al caso del elástico drenado las propiedades a introducir en el software corresponden a:

$$\begin{aligned} \rho^{nd} &= (1-\phi)\,\rho_s^p + \phi\rho_f \\ \mu^{nd} &= \mu^p \\ \nu^{nd} &= \frac{\lambda^p + \frac{(Q+R)^2}{R}}{2\left[\lambda^p + \mu^p + \frac{(Q+R)^2}{R}\right]} \\ \xi^{nd} &= \xi^p \end{aligned} \tag{4.16}$$

Donde ρ^{nd}, μ^{nd}, ν^{nd} y ξ^{nd} corresponden a las propiedades del suelo elástico no drenado y ρ_s^p, μ^p, λ^p, R, Q, ν^p y ξ^p a aquellas del poroelástico calculadas anterioremente. En este caso y dado que debemos tener en cuenta la fase fluida, las propiedades que difieren del resto de casos son la densidad y el coeficiente de Poisson. Los valores obtenidos por (4.16) para cada suelo se recogen en la tabla 4.5.

Modelo elástico drenado	Arena gruesa y gravilla fina (sb1)	Arena gruesa (sb2)	Arena fina (sb3)	Arcilla limosa (sb4)	Arena limosa (sb5)
ρ^{ed} (kg/m^3)	2176	2060.2	1951.9	1537.6	1584.5
μ^{ed} (MPa)	252.7	631.7	201.3	75.3	536.3
ν^{ed} $(-)$	0.49922	0.49421	0.49936	0.49989	0.49451
ξ^{ed} $(-)$	1126.3	315.8	100.7	37.7	268.2

Tabla 4.5: Propiedades del suelo elástico no drenado equivalente.

Las propiedades del monopilote son coincidentes con las calculadas en (4.14).

4.3.3. Discretización de la superficie libre

Siguiendo con los criterios anteriormente establecidos para el mallado de la superficie libre tendremos que las longitudes máximas de los elementos corresponden a aquellos dados en la tabla 4.6. El valor de frecuencia adimensional máximo es $a_0 = 2$.

Esbeltez	Diámetro	Velocidad	Longitud de onda	Longitud máxima de elemento
	d (m)	c_s (m/s)	λ (m)	L (m)
$L/d = 20$	0.6	75.8	1.885	0.943
$L/d = 10$	1.2	75.8	3.771	1.885
$L/d = 5$	2.4	75.8	7.540	3.771

Tabla 4.6: Longitudes máximas de elemento para cada esbeltez.

A efectos de tiempos de computación se utilizó un valor cercano al pilote de $L = 0.47125$ (m) y otro lejano al centro del mismo y de valor $L = 1.885$ (m).

4.4. Factor de interacción cinemática en Onda SH

Los resultados para la Onda SH y para cada una de las tres esbelteces se representan de la figura 4.2 a la 4.7. Podemos observar las siguientes propiedades atendiendo a los tipos de suelo (cso 1 a caso 5) para una misma esbeltez y condición de giro restringido:

a) En todas ellas y en el rango de bajas frecuencias ($a_0 < 0.1$) los tres modelos tienen un comportamiento análogo. Las diferencias de desplazamientos (u_{cap}/u_{ff}) no es apreciable.

b) Para el rango de frecuencias más altas ($a_0 > 0.1$) el modelo poroelástico y el equivalente elástico no drenado coinciden prácticamente en resultados. El modelo equivalente elástico drenado tiene diferencias notables con respecto a los otros dos. Esta diferencia aumenta además para los suelos sb3 a sb5 donde la porosidad (ϕ) es mayor.

c) Los valores absolutos de los desplazamientos en la cabeza del pilote ($|u_{cap}/u_{ff}|$) son mayores que para el caso de giro restringido. Estos valores absolutos mayores se producen en el rango de altas frecuencias ($a_0 > 0.1$).

d) El menor de los valores absolutos de los deplazamientos en la cabeza del pilote se produce en el rango de frecuencia adimensional $a_0 = [1 : 2]$ para todos los casos. Esto para los tres modelos analizados.

Cuando el giro en la cabeza del pilote (φ_{cap}) está restringido y para una misma esbeltez:

a) Las diferencias entre el modelo equivalente elástico drenado y los otros dos modelos comienzan a manifestarse ahora para frecuencias cercanas pero inferiores a $a_0 = 0.1$.

b) De nuevo para el rango de frecuencias más altas las diferencias entre el modelo equivalente elástico drenado y los otros dos son mayores.

c) El valor absoluto de los desplazamientos en la cabeza del pilote no superan la unidad.

Atendiendo a la esbeltez y para ambas condiciones de giro (restringido y no restringido):

a) Cuanto mayor es la esbeltez y para los tres modelos y todos los casos de suelos (sb1 a sb5) el valor absoluto del desplazamiento en la cabeza del pilote disminuye hasta alcanzar un valor nulo. Esto se produce después de alcanzar su valor máximo y para frecuencias altas.

b) Cuando la esbeltez es menor este valor nulo de los desplzamientos en la cabeza se produce a frecuencias cercanas a $a_0 = 1$. Después de alcanzar este valor nulo comienza a incrementarse de nuevo el valor del desplazamiento.

4.5. Factor de interacción cinemática en Onda P

Los resultados para la Onda P y para cada una de las tres esbelteces se representan de la figura 4.8 a la 4.10. Podemos observar las siguientes propiedades atendiendo a los tipos de suelo (caso 1 a caso 5) y para una misma esbeltez:

a) Para todos los tipos de suelo los valores de desplazamiento en la cabeza del pilote coinciden en los tres modelos para un rango de frecuencias bajas ($a_0 < 1$).

b) Para los rangos de frecuencia alta ($a_0 > 1$) los valores de desplazamiento para los modelos poroelástico y el equivalente elástico no drenado coinciden. Sin embargo el modelo equivalente elástico drenado difiere enormemente de los anteriores.

c) Los valores absolutos de desplazamiento en la cabeza del pilote ($|u_{cap}/u_{ff}|$) son constantes en todo el intervalo de frecuencias para los modelos poroelásticos y elástico no drenado y cercanos a la unidad.

d) Para el modelo elástico drenado los valores de desplazamiento para un rango de frecuencias altas ($a_0 > 1$) son prácticamente nulos.

e) Para los suelos tipo sb2 y sb5 los valores absolutos de los desplazamientos para los modelos poroelástico y elástico no drenado disminuyen después de la frecuencia $a_0 = 1$. Estos dos suelos corresponden a aquellos con mayor valor absoluto de módulo de cizalladura ($|\mu^*|$) y por lo tanto corresponden a los suelos más rígidos. También corresponden a los suelos con mayor coeficiente de compresibilidad ($|K^*|$).

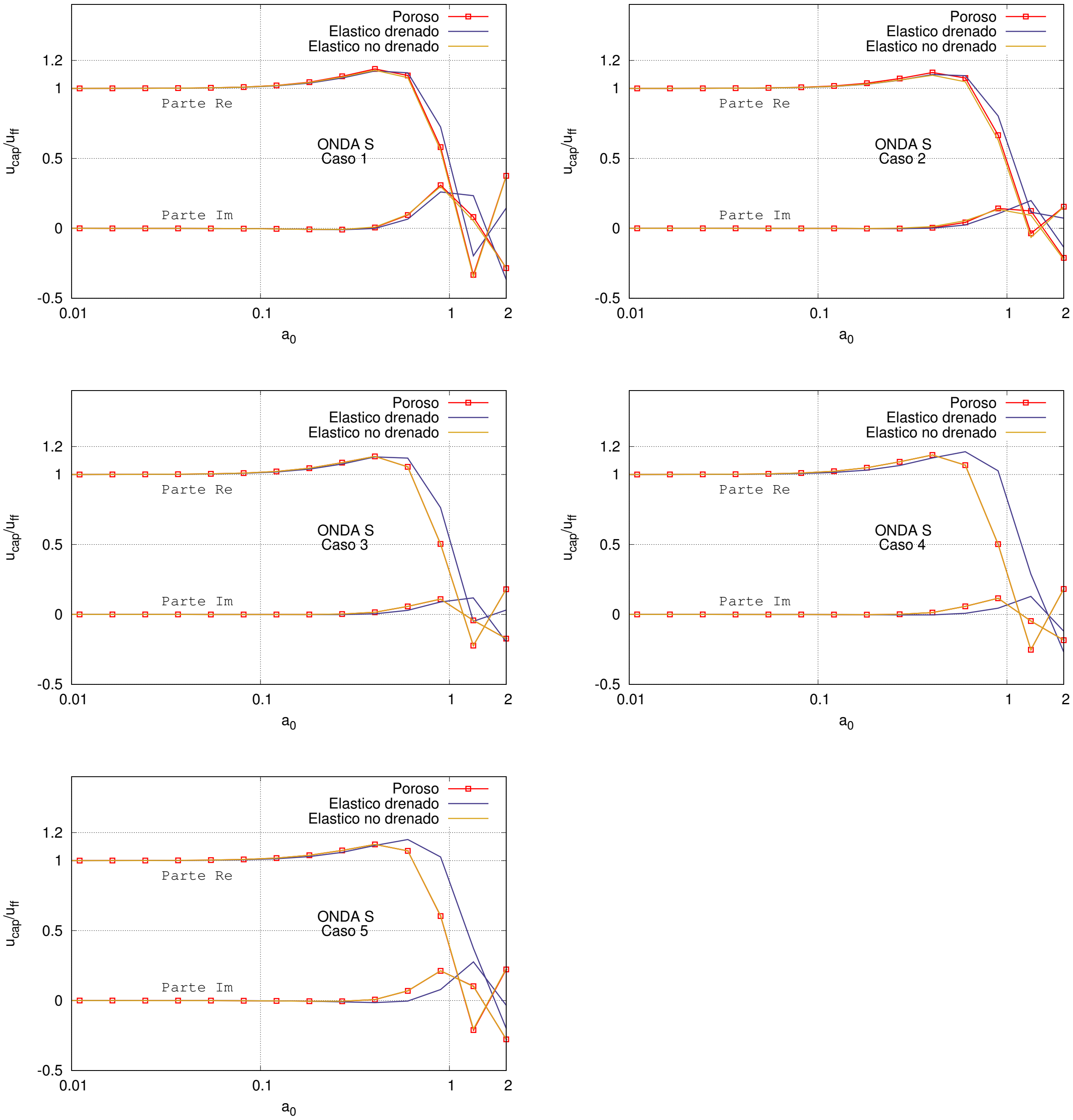


Figura 4.2: Resultados obtenidos para la Onda tipo S con una esbeltez $L/d = 5$ y giro no restringido en la cabeza del monopilote.

Atendiendo a la esbeltez:

1. Cuando aumenta la esbeltez, el valor absoluto de los desplazamientos en la cabeza del monopilote para los modelos poroelástico y elástico no drenado disminuye para frecuencias cercanas pero inferiores a $a_0 = 1$.

2. Estos valores absolutos de los desplazamientos son casi nulos en el rango de altas frecuencias para los modelos de suelos más rígidos (sb2 y sb5).

3. El modelo elástico drenado difiere del comportamiento de los otros dos modelos en valores bajos de la frecuencia ($a_0 < 0.1$) a medida que aumenta la esbeltez.

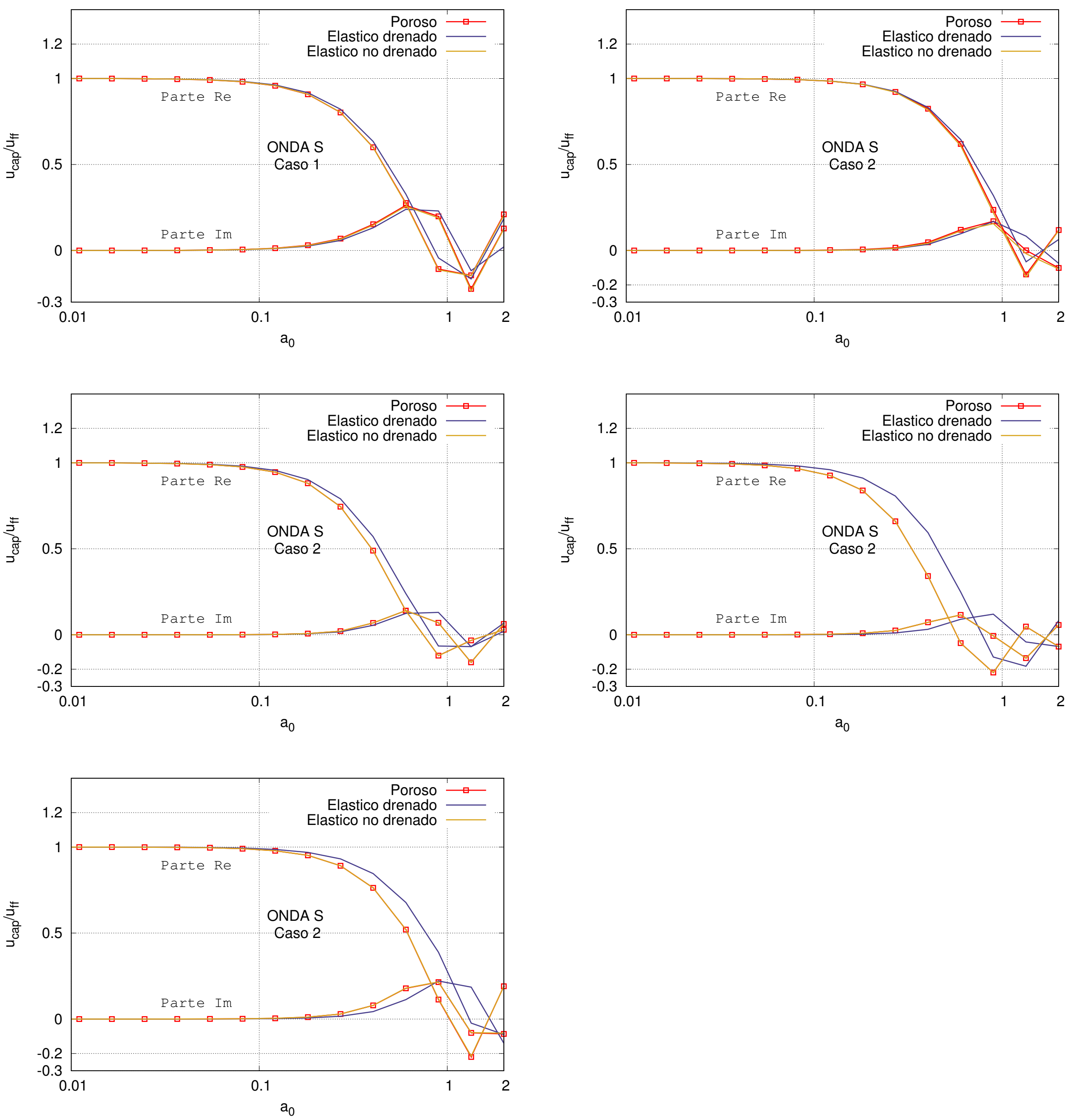


Figura 4.3: Resultados obtenidos para la Onda tipo S con una esbeltez $L/d = 5$ y giro restringido en la cabeza del monopilote.

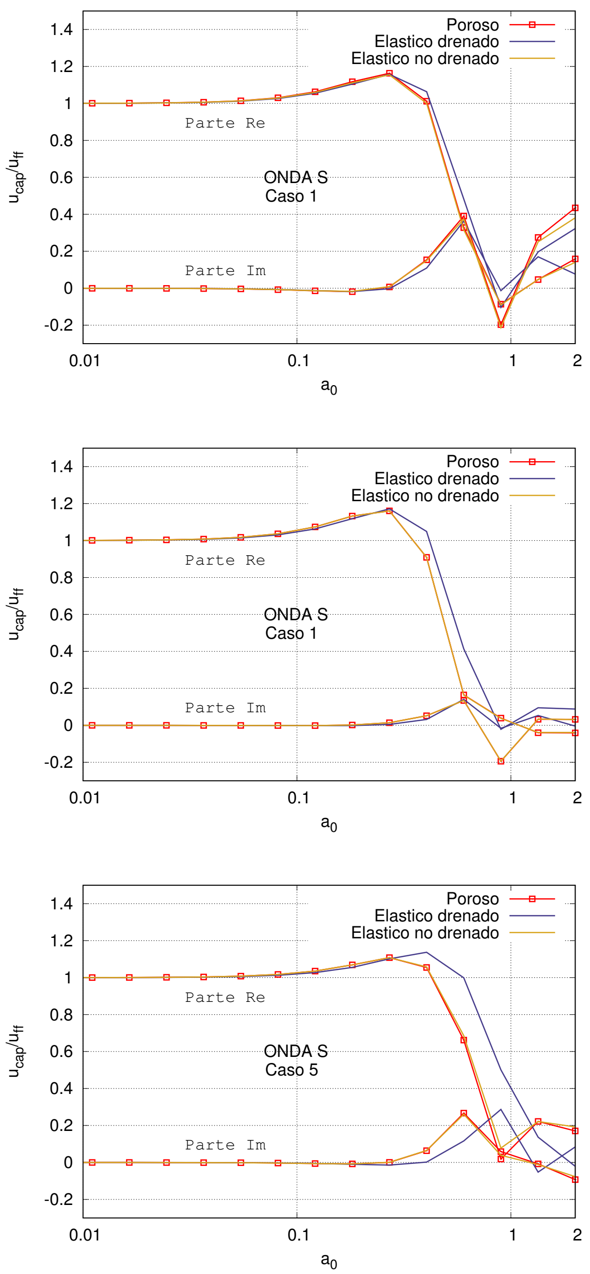


Figura 4.4: Resultados obtenidos para la Onda tipo S con una esbeltez $L/d = 10$ y giro no restringido en la cabeza del monopilote.

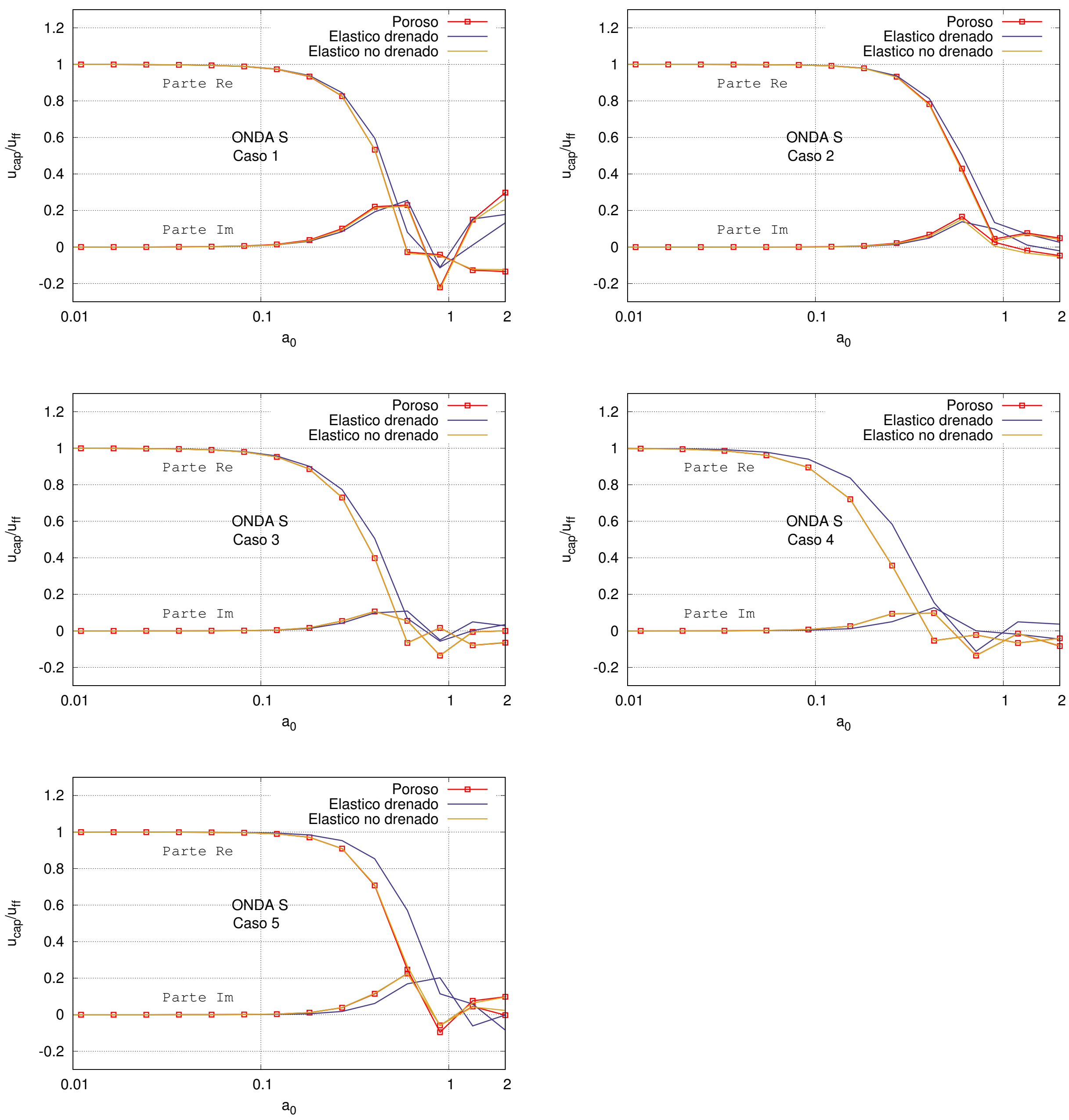


Figura 4.5: Resultados obtenidos para la Onda tipo S con una esbeltez $L/d = 10$ y giro restringido en la cabeza del monopilote.

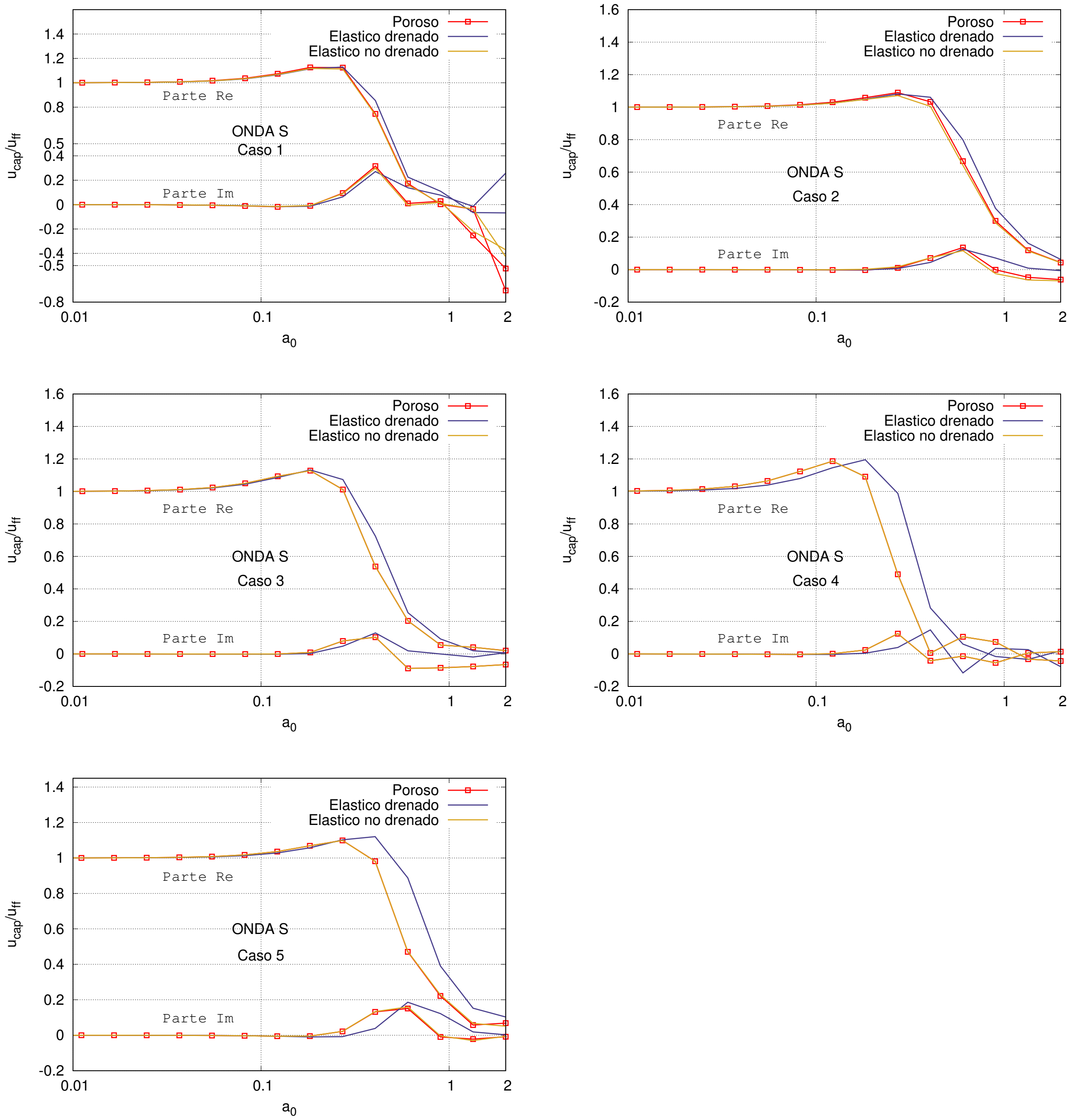


Figura 4.6: Resultados obtenidos para la Onda tipo S con una esbeltez $L/d = 20$ y giro no restringido en la cabeza del monopilote.

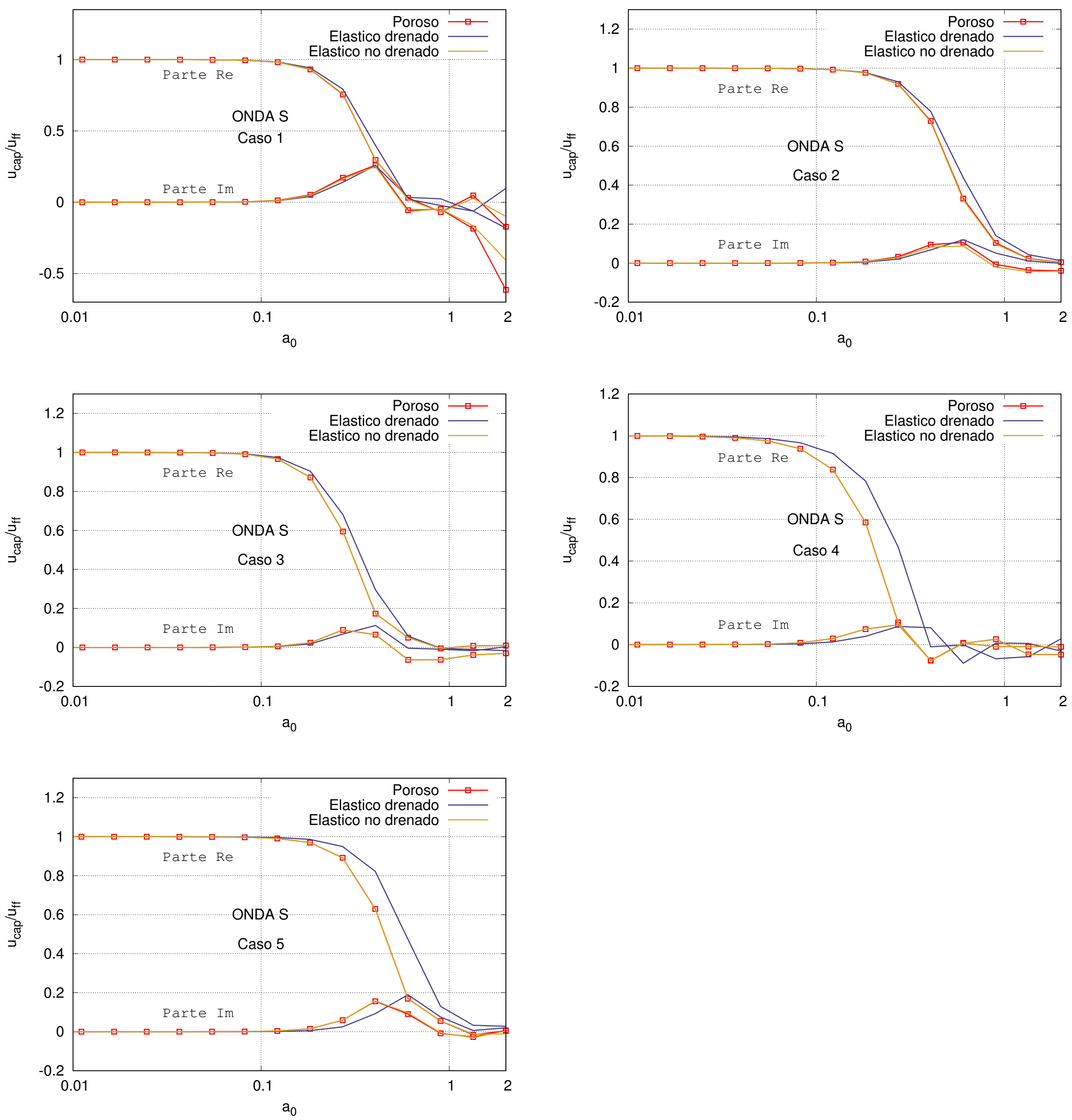


Figura 4.7: Resultados obtenidos para la Onda tipo S con una esbeltez $L/d = 20$ y giro restringido en la cabeza del monopilote.

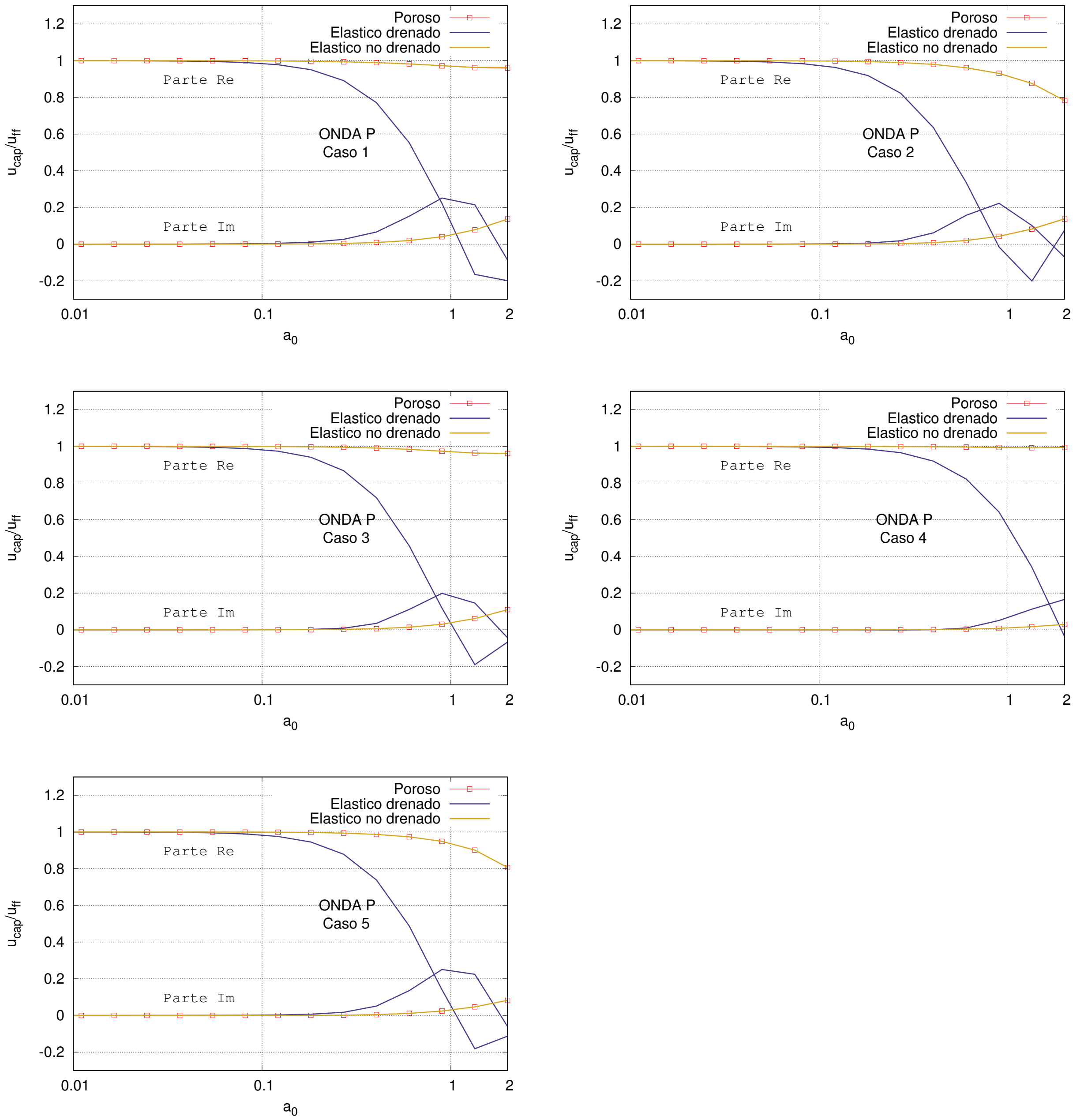


Figura 4.8: Resultados obtenidos para la Onda tipo P y una esbeltez $L/d = 5$.

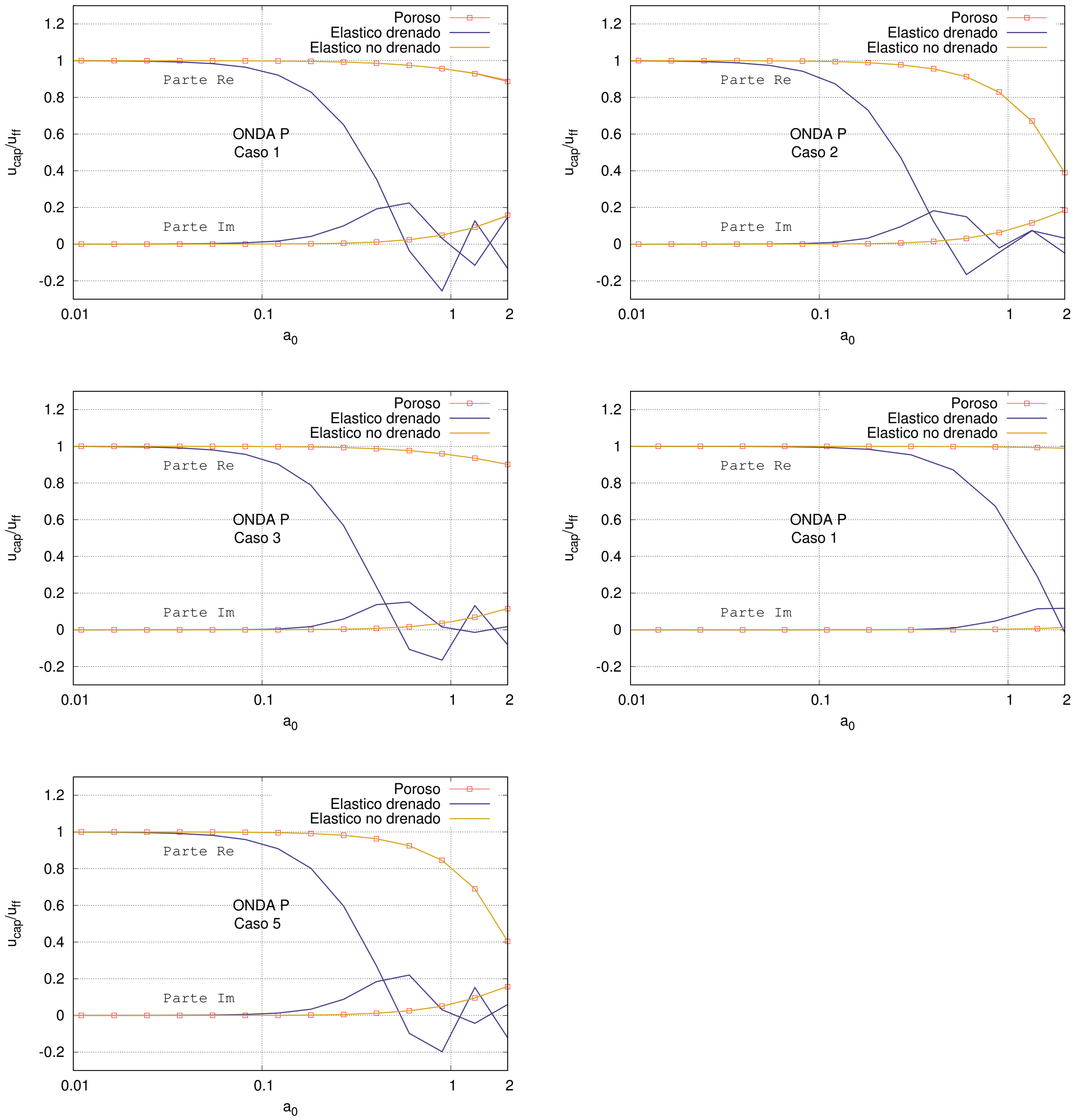


Figura 4.9: Resultados obtenidos para la Onda tipo P y una esbeltez $L/d = 10$.

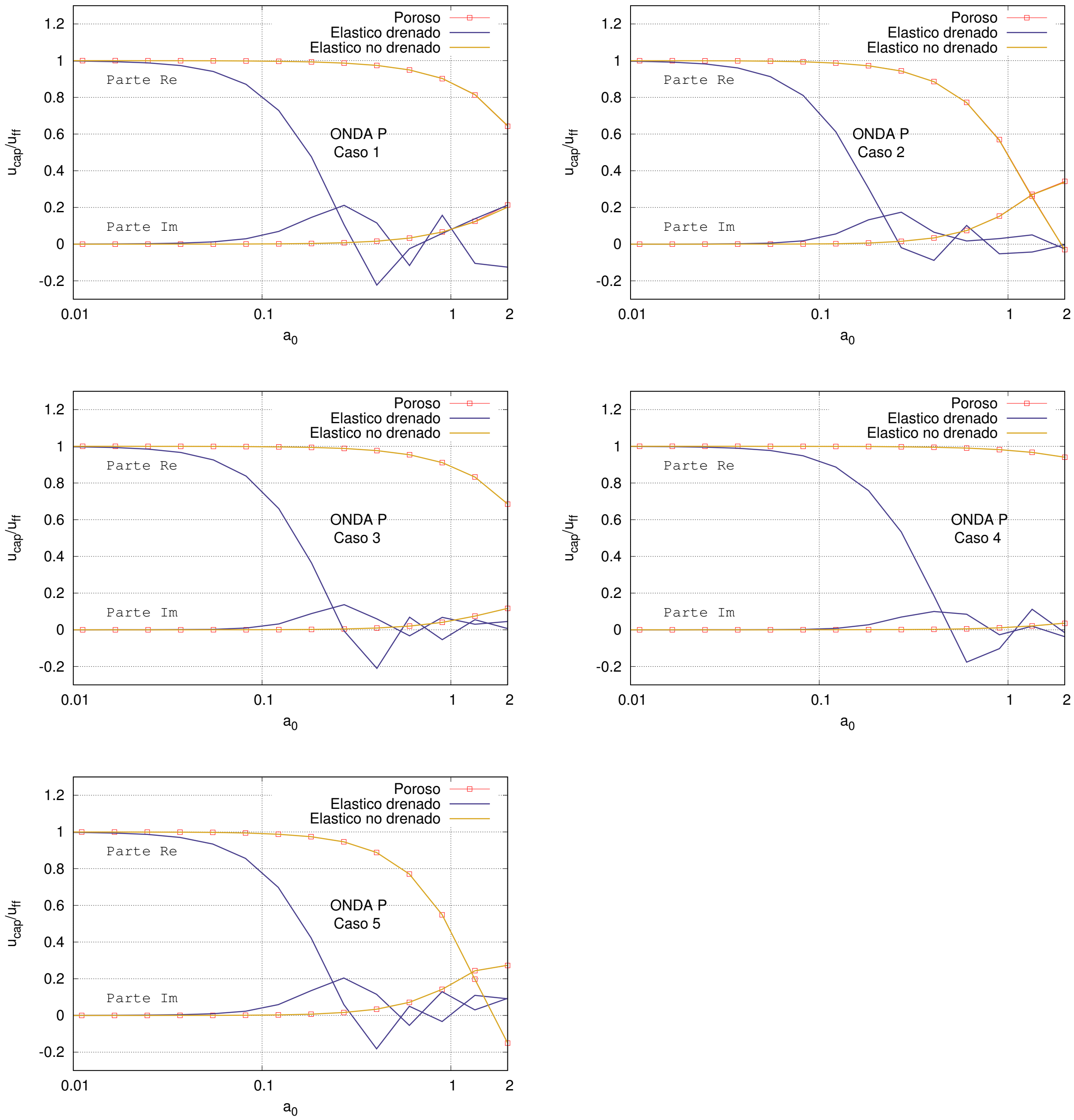


Figura 4.10: Resultados obtenidos para la Onda tipo P y una esbeltez $L/d = 20$.

Capítulo 5

Influencia del nivel freático

5.1. Descripción del problema

Para el estudio de la influencia del nivel freático se ha considerado un monopilote de hormigón macizo de longitud constante $L = 12\ m$, densidad $\rho_p = 2200\ kg \cdot m^{-3}$, módulo de cizalladura $\mu = 11.25 \cdot 10^9\ N \cdot m^{-2}$ y coeficiente de Poisson $\nu = 0.20$, embebido en un medio poroelástico. Además se ha caracterizado este monopilote sin giro restringido en ambas tapas de cierre. Los parámetros del medio de naturaleza poroelástica corresponden a los dados por Kassir y Xu [10] siendo el módulo de cizalladura $\mu = 3.2175 \cdot 10^7\ N \cdot m^{-2}$, coeficiente de Poisson $\nu = 0.25$, la porosidad $\phi = 0.35$, la densidad del esqueleto sólido $\rho_s = 1425\ kg \cdot m^{-3}$, la densidad del fluido intersticial $\rho_f = 1000\ kg \cdot m^{-3}$, la permeabilidad $\kappa = 10^{-4}\ m \cdot s^{-1}$, como constante de disipación $b = 1.1986 \cdot 10^6\ \frac{N}{s\,m^4}$, constantes de Biot $Q = 4,61 \cdot 10^8\ \frac{N}{m^2}$ y $R = 2,4823 \cdot 10^8\ \frac{N}{m^2}$, el factor de amortiguamiento $\xi = 0.05$, la densidad aparente $\rho_a = 150\ kg \cdot m^{-3}$ y la velocidad de propagación $c_s = 186\ \frac{m}{s}$. En este medio se ha excitado una onda con incidencia vertical y de tipo S. Con estos datos se han planteado los siguientes problemas:

a) Problema con topología de dos estratos (ver figura 5.1a), siendo el superior drenado. Como condiciones de contacto perfectamente permeable y para tres diámetros de pilote, 0.6, 1.2 y 2.4 m.

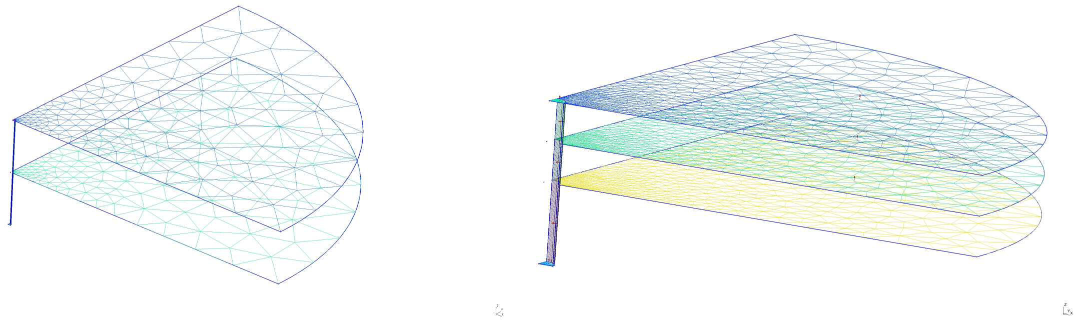
b) Problema análogo al anterior pero considerando una constante de disipación b nula.

c) Problema con topología de dos estratos, siendo el superior drenado. Como condiciones de contacto perfectamente impermeable y para tres diámetros de pilote, 0.6, 1.2 y 2.4 m.

d) Problema análogo al anterior pero considerando una constante de disipación b nula.

e) Problema con topología de tres estratos (ver figura 5.1b). De nuevo el estrato superior es drenado y el intermedio se ha estudiado para tres valores diferentes de saturación

(99.0 %, 99.5 % y 99.9 %). Como condiciones de contacto las perfectamente permeables y tres diámetros de pilote, 0.6, 1.2 y 2.4 m.

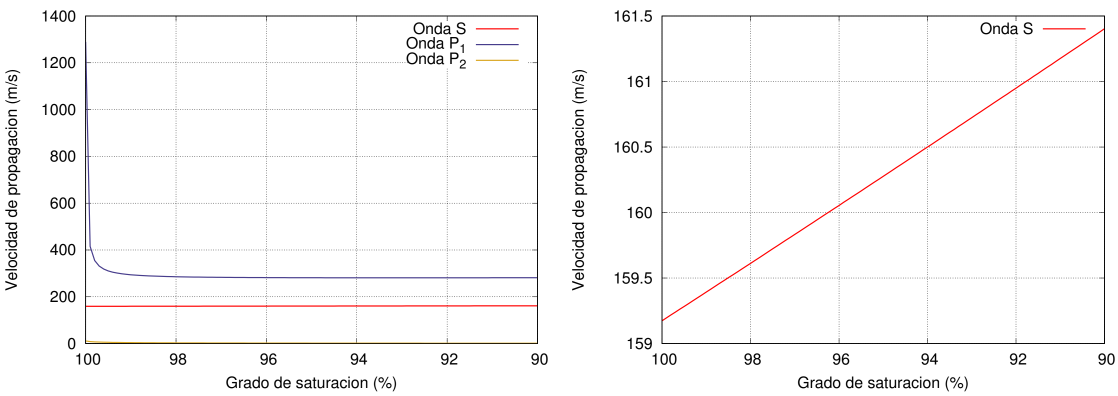


(a) Topología de dos estratos. **(b)** Topología de tres estratos.

Figura 5.1: Representación de las dos topologías empleadas para el estudio de la influencia del nivel freático.

5.1.1. Grado de saturación

Los sedimentos que podemos encontrar en diferentes estratos del subsuelo en los lechos marinos se tratan como medios poroelásticos cuasi-saturados de agua. Para estudiar la influencia del nivel freático teniendo en cuenta estos medios cuasi-saturados de agua se planteó tres grados de saturación (s) 99.0, 99.5 y 99.9 %.



(a) Valores para las ondas P_1, P_2 y S. **(b)** Valores para la onda S.

Figura 5.2: Representación de velocidades de propagación frente a grados de saturación para los tres tipos de onda.

Como puede verse en la figura 5.2 la influencia del grado de saturación en la velocidad de propagación es mayor para el caso de la onda P rápida (onda de primer tipo P_1). Una disminución en el grado de saturación implica una disminución de la velocidad de propagación habiendo un salto importante de valores de la velocidad en torno a un grado de saturación de $s = 99.5\ \%$. Para el caso de la onda rotacional (onda S) la influencia es muy poca. La velocidad de propagación para esta onda S aumenta linealmente con la disminución del grado de saturación.

Como pudo verse en el capítulo 2 las propiedades de un medio poroelástico parcialmente saturado a partir de las expresiones para un medio saturado viene dado por:

$$\frac{1}{K'_f} = \frac{1}{K_f} + \frac{1-s}{p_0} \tag{5.1}$$

siendo respectivamente:

- K'_f el módulo de compresibilidad del fluido intersticial con aire disuelto.
- K_f el módulo de compresibilidad del fluido intersticial.
- s el grado de saturación ($s \leqslant 1$).
- p_0 la presión de poro de referencia (presión hidroestática) donde:

$$p_0 = \rho\, g\, h = \rho_{dr} \cdot g \cdot h_{dr} + \rho_{cuasi} \cdot g \cdot h_{cuasi} \tag{5.2}$$

  donde ρ_{dr} y h_{dr} representan la densidad y altura del primer estrato con las propiedades de Kassir y Xu para drenado. La ρ_{cuasi} y h_{cuasi} representan respectivamente las del estrato intermedio cuasi-saturado.

Con todo ello obtenemos que $K'_f \ll K_f$ y de la expresión (2.28):

$$\frac{1}{M} = \frac{1-\phi}{K_s} + \frac{\phi}{K_f} \tag{5.3}$$

nos quedará aproximando que para K'_f:

$$\frac{1}{M} \simeq \frac{\phi}{K'_f} \tag{5.4}$$

y por lo tanto las constantes de Biot R y Q dadas en (2.31) y (2.32) quedarán para el módulo de compresibilidad del fluido intersticial con aire disuelto:

$$R = \phi\, K'_f \tag{5.5}$$

$$Q = (1-\phi)\ K'_f \tag{5.6}$$

En la tabla 5.1 se recogen los resultados obtenidos para R y Q para los tres grados de saturación en estudio y en la tabla 5.2 el valor de todos los parámetros que caracterizan cada uno de los medios, tanto para la topología de dos estratos como la de tres.

Propiedades, símbolos y unidades	99.0	99.5	99.9
Parámetro de Biot Q $[Pa]$	$2.97327 \cdot 10^6$	$5.90843 \cdot 10^6$	$2.81015 \cdot 10^7$
Parámetro de Biot R $[Pa]$	$1.60099 \cdot 10^6$	$3.18146 \cdot 10^6$	$1.51316 \cdot 10^7$

Tabla 5.1: Valores obtenidos de los parámetros R y Q para los distintos grados de saturación.

Propiedades, símbolos y unidades	**Estrato superior (drenado)**	**Estrato inferior**
Densidad de fluido ρ_f $[kg/m^3]$	1.2	1000
Densidad de esqueleto sólido ρ_s $[kg/m^3]$	1425.0	1425.0
Constante de Lamé (λ) $[Pa]$	$3.2175 \cdot 10^7$	$3.2175 \cdot 10^7$
Módulo de cizalladura (μ) $[Pa]$	$3.2175 \cdot 10^7$	$3.2175 \cdot 10^7$
Factor de amortiguamiento ξ $[-]$	0.05	0.05
Porosidad ϕ $[-]$	0.35	0.35
Densidad aparente adicional ρ_a $[kg/m^3]$	0.105	111.67
Parámetro de Biot Q $[Pa]$	$1.5516 \cdot 10^5$	$4.61 \cdot 10^8$
Parámetro de Biot R $[Pa]$	$4.9937 \cdot 10^4$	$2.4823 \cdot 10^8$
Constante de disipación b $[N \cdot s/m^4]$	0.0021	$1.2 \cdot 10^6$

Tabla 5.2: Propiedades que caracterizan las dos regiones poroelásticas para el problema de nivel freático con dos estratos.

Propiedades, símbolos y unidades	**Estrato superior (drenado)**	**Estrato intermedio (cuasi-saturado)**	**Estrato inferior**
Densidad de fluido ρ_f $[kg/m^3]$	1.2	1000	1000
Densidad de esqueleto sólido ρ_s $[kg/m^3]$	1425.0	1425.0	1425.0
Constante de Lamé (λ) $[Pa]$	$3.2175 \cdot 10^7$	$3.2175 \cdot 10^7$	$3.2175 \cdot 10^7$
Módulo de cizalladura (μ) $[Pa]$	$3.2175 \cdot 10^7$	$3.2175 \cdot 10^7$	$3.2175 \cdot 10^7$
Factor de amortiguamiento ξ $[-]$	0.05	0.05	0.05
Porosidad ϕ $[-]$	0.35	0.35	0.35
Densidad aparente adicional ρ_a $[kg/m^3]$	0.105	111.67	111.67
Parámetro de Biot Q $[Pa]$ $1.5516 \cdot 10^5$	ver tabla 5.1	$4.61 \cdot 10^8$	
Parámetro de Biot R $[Pa]$	$2.4823 \cdot 10^8$	ver tabla 5.1	$2.4823 \cdot 10^8$
Constante de disipación b $[N \cdot s/m^4]$	0.0021	$1.2 \cdot 10^6$	$1.2 \cdot 10^6$

Tabla 5.3: Propiedades que caracterizan las tres regiones poroelásticas para el problema de nivel freático con tres estratos.

5.1.2. Metodología

Como resultado queremos obtener las envolventes para los esfuerzos del monopilote ante una excitación sísmica de tipo S. Estas envolventes representan el valor máximo para los momentos flectores y esfuerzos cortantes a lo largo del fuste de nuestro pilote. Para generar esta excitación se ha hecho uso del programa SIMQKE-II. Este programa es la segunda versión de un simulador de terremotos desarrollado por Dario Gasparini y Erik

Vanmarke en el Instituto Tecnológico de Massachusetts, en 1976. El archivo de salida consiste en un registro temporal de 20 segundos y con un paso de $dt = 0.01$ segundos de un acelerograma, $a(t)$. Con ello tenemos que la frecuecia de Nyquist es de $314,16\ \frac{rad}{s}$ por lo que se ensayó para un intervalo de frecuencias de 5 a 150 $\frac{rad}{s}$.

$$\mathscr{F} = A(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(t) \cdot e^{-iwt}\, \mathrm{d}t \tag{5.7}$$

Con el objetivo de trabajar en el dominio de la frecuencia se realiza la Transformada de Fourier al acelerograma (5.7). Nuestra función de respuesta en frecuencia viene dada por $A(\omega)/\omega^2$ por lo que los nuevos valores para los esfuerzos son:

$$M^*\,(z,t) \;=\; \frac{A(\omega)}{\omega^2} \cdot M\,(z,t) \tag{5.8}$$

En la figura 5.3 se puede ver el esquema de trabajo empleado para obtener los momentos y los esfuerzos cortantes. Una vez calculados los esfuerzos resultantes al acelerograma, $M^*(z,\omega)$, realizamos la transformada inversa obteniendo así el rango de valores en el dominio del tiempo.

$$\begin{tikzcd}
BEM \arrow[r, "FFT"] & M(z,w) \arrow[d, "\times \frac{A(\omega)}{\omega^2}"] \\
M^*(z,t) & M^*(z,w) \arrow[l, "IFFT"']
\end{tikzcd}$$

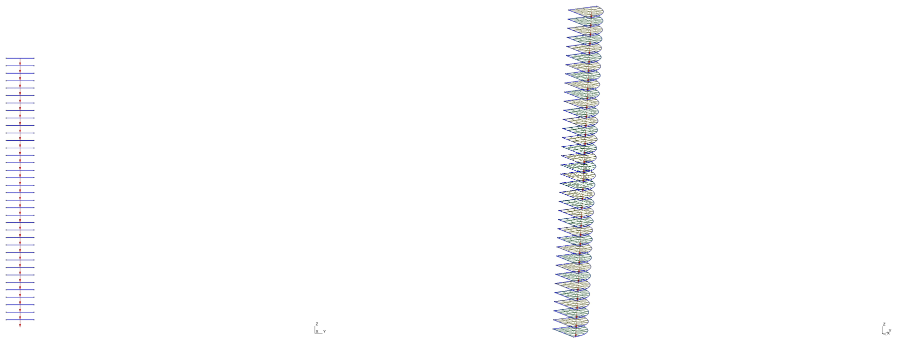
Figura 5.3: Diagrama de trabajo para obtener los momentos flectores (M) y esfuerzos cortantes (V) en el monopilote dado el acelerograma de una excitación sísmica.

De los valores resultantes en el dominio del tiempo nos quedamos con los máximos para así construir las envolventes. El fuste del monopilote se ha seccionado transversalmente en 36 rebanadas interiores. Las envolventes para cualquiera de los esfuerzos representa el máximo valor en el centroide de todas las rebanadas interiores además de las tapas inferiores y superiores de cierre (ver figura 5.4).

5.2. Resultados de esfuerzos en el pilote

5.2.1. Problema homogéneo

Para evaluar la influencia del nivel fréatico se ha estudiado los resultados de las envolventes para los momentos flectores y esfuerzos cortantes en un semiespacio homogéneo (ver figura 5.5). Las características del monopilote embebido en este medio corresponden a las dadas anteriormente, es decir, monopilote de hormigón macizo de longitud constante



(a) Sección longitudinal del monopilote. **(b)** Vista general de las 36 rebanadas interiores.

Figura 5.4: Representación de las 36 rebanadas interiores del monopilote para las que se calcularon las envolventes de los esfuerzos.

$L = 12\ m$, densidad $\rho_p = 2200\ kg \cdot m^{-3}$, módulo de cizalladura $\mu = 11.25 \cdot 10^9\ N \cdot m^{-2}$ y coeficiente de Poisson $\nu = 0.20$. De nuevo el monopilote se considera sin giro restringido en ambos extremos y el problema se ensaya para los tres diámetros 0.6, 1.2 y 2.4 m.

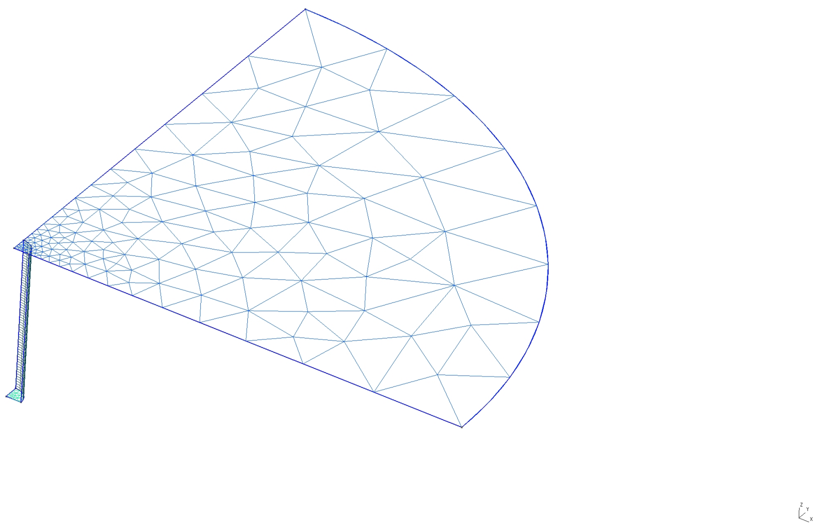


Figura 5.5: Malla correspondiente a la topología del medio homogéneo.

Los valores de los parámetros que caracterizan el medio de naturaleza poroelástica corresponde al dado por Kassir y Xu y que pueden verse en la siguiente tabla 5.4. Se ha ensayado además para una región homogénea drenada y otra no drenada con el objetivo de comparar resultados. Suponemos como medios drenados aquellos donde el fluido intersticial en las cavidades corresponde a aire con densidad de 1.2 $\frac{Kg}{m^3}$.

En la figura 5.6 se recogen los resultados de las envolventes para los momentos flectores y esfuerzos cortantes. Estos valores están representados de tal forma que el eje de ordenadas corresponde al fuste del monopilote siendo la coordenada $z = 0\ m$ la tapa

Propiedades, símbolos y unidades	**Homogéneo drenado**	**Homogéneo no drenado**
Densidad de fluido ρ_f $[kg/m^3]$	1.2	1000
Densidad de esqueleto sólido ρ_s $[kg/m^3]$	1425.0	1425.0
Constante de Lamé (λ) $[Pa]$	$3.2175 \cdot 10^7$	$3.2175 \cdot 10^7$
Módulo de cizalladura (μ) $[Pa]$	$3.2175 \cdot 10^7$	$3.2175 \cdot 10^7$
Factor de amortiguamiento ξ $[-]$	0.05	0.05
Porosidad ϕ $[-]$	0.35	0.35
Densidad aparente adicional ρ_a $[kg/m^3]$	0.105	111.67
Parámetro de Biot Q $[Pa]$	$1.5516 \cdot 10^5$	$4.61 \cdot 10^8$
Parámetro de Biot R $[Pa]$	$4.9937 \cdot 10^4$	$2.4823 \cdot 10^8$
Constante de disipación b $[N \cdot s/m^4]$	0.0021	$1.2 \cdot 10^6$

Tabla 5.4: Propiedades que caracterizan la región poroelástica homogénea (drenada y no drenada).

de cierre superior ubicada en la superficie libre.

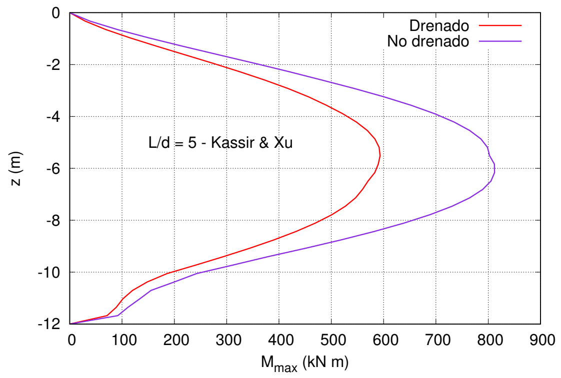
En el caso de los momentos (M) el máximo de los envolventes se obtiene en la sección media del monopilote, $z = -6\ m$, para los diámetros 2.4 y 1.2 m. En el caso de $d = 0.6$ m obtenemos dos picos en $z = -3$ y $z = -8\ m$. Además los valores en el caso de medio no drenado son superiores a aquellos en un medio drenado. Para el caso de los esfuerzos cortantes se puede observar que los picos en las envolventes se obtienen alrededor de la coordenada $z = -9\ m$ para el caso de los diámetros 2.4 y 1.2 m. Para $d = 0.6\ m$ este pico está más cercano a la tapa inferior y en la coordenada $z = -11\ m$.

Como era de esperar al ir aumentado el diámetro del pilote y por lo tanto la rigidez los valores de los esfuerzos son mayores. Cuando disminuimos su diámetro ($d = 0.6\ m$) aparece un mínimo local en la sección media ($z = -6\ m$) en el valor del momento. Por otro lado se aprecia la influencia del tipo de fluido intersticial en el medio poroelástico. En el caso de medios totalmente drenados los valores son inferiores a aquellos de medios no drenados ó totalmente saturados de agua.

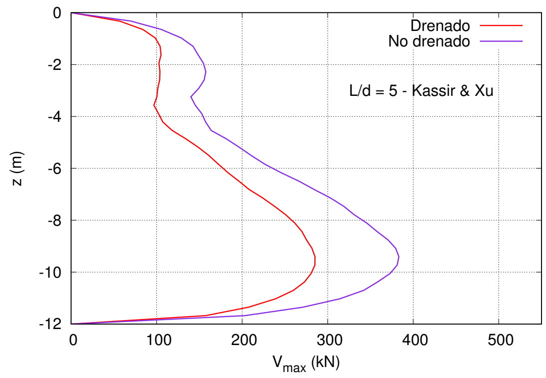
5.2.2. Problema de dos estratos (influencia de la condición de contacto)

En este problema se ha utilizado la topología de dos estratos (ver figura 5.1a) y como parámetros de ambas regiones poroelásticas aquellos dados por Kassir y Xu. El estrato superior, entre las coordenadas z 0 y $-6\ m$, corresponde al medio poroelástico drenado para las propiedades anteriormente mencionadas. Los resultados de envolventes de momentos y esfuerzos cortantes para los tres diámetros se recogen en la figura 5.7.

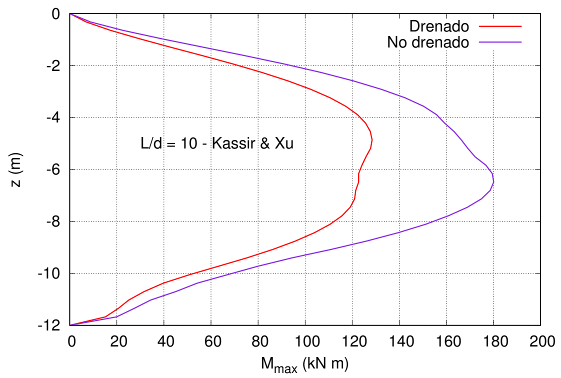
De nuevo podemos observar para estos resultados que el valor máximo de los envolventes para los momentos flectores se obtienen en la sección media del fuste y para los dos diámetros mayores. Para el diámetro menor, $d = 0.6\ m$, de nuevo hay un mínimo



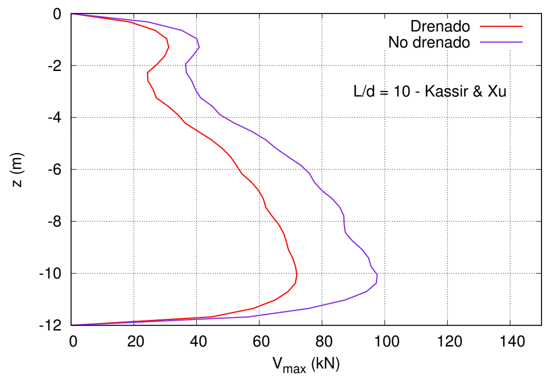
(a) M para $d = 2.4\ m$.



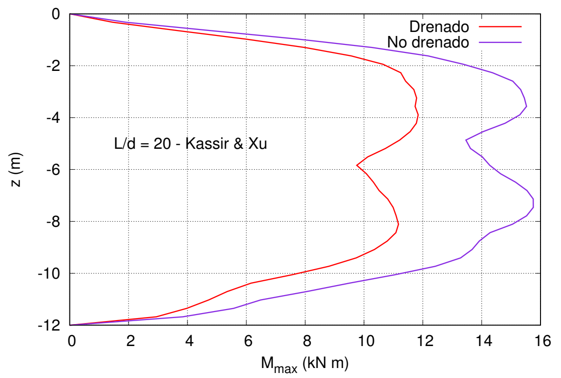
(b) V para $d = 2.4\ m$.



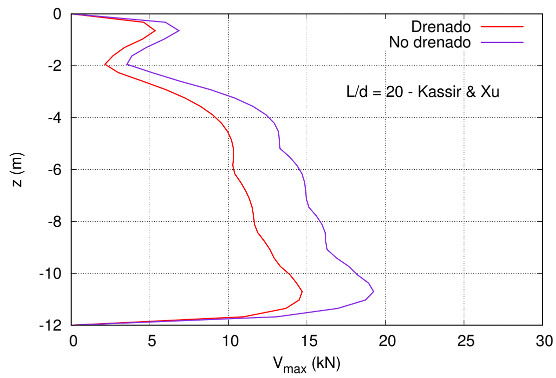
(c) M para $d = 1.2\ m$.



(d) V para $d = 1.2\ m$.



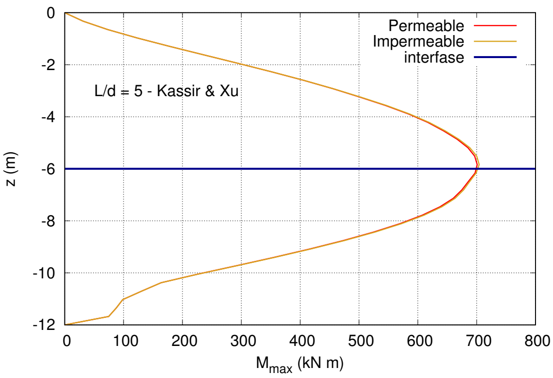
(e) M para $d = 0.6\ m$.



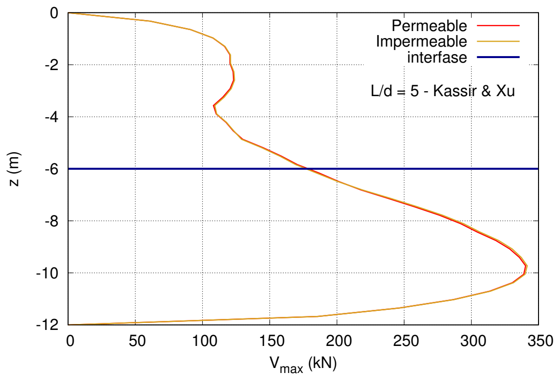
(f) V para $d = 0.6\ m$.

Figura 5.6: Resultados de momentos flectores (M) y esfuerzos cortantes (V) obtenidos para el problema homogéneo drenado y no drenado.

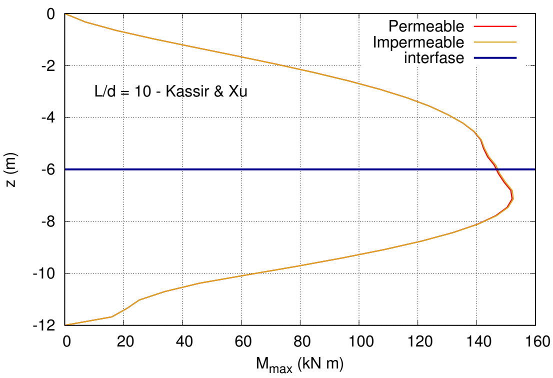
local en la sección media y ahora los máximos se sitúan en las coordenadas $z = -3$ y $-8\ m$. Además estos valores son prácticamente coincidentes para cualquiera de las dos condiciones de contacto, perfectamente permeable e impermeable. En la figura 5.8 se puede apreciar mejor estos resultados al compararlos con los obtenidos para el semiespacio homogéneo. Para los esfuerzos cortantes de nuevo el mismo comportamiento. En la figura



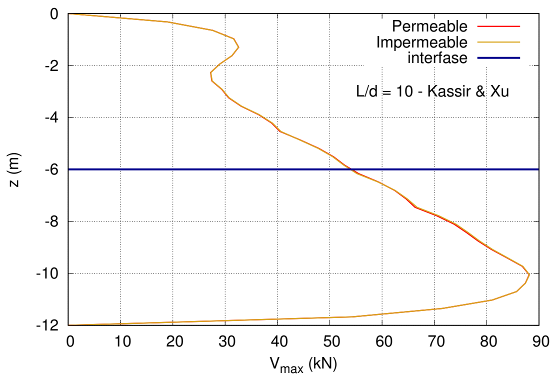
(a) M para $d = 2.4\ m$.



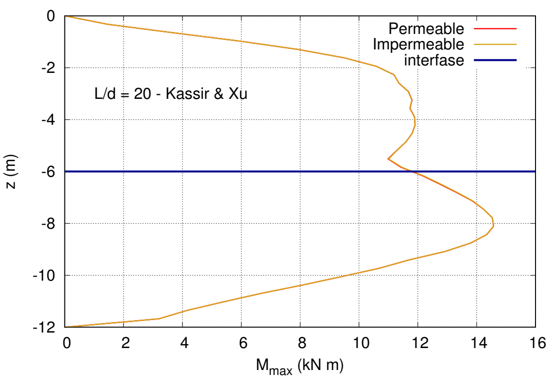
(b) V para $d = 2.4\ m$.



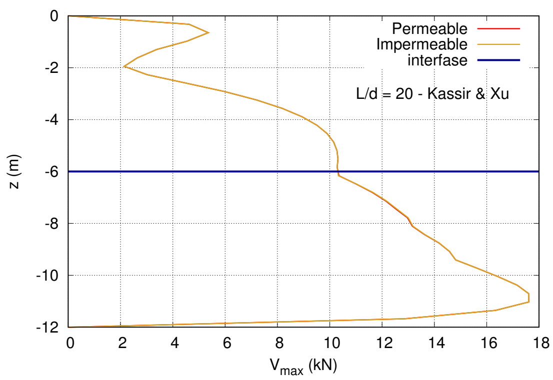
(c) M para $d = 1.2\ m$.



(d) V para $d = 1.2\ m$.



(e) M para $d = 0.6\ m$.

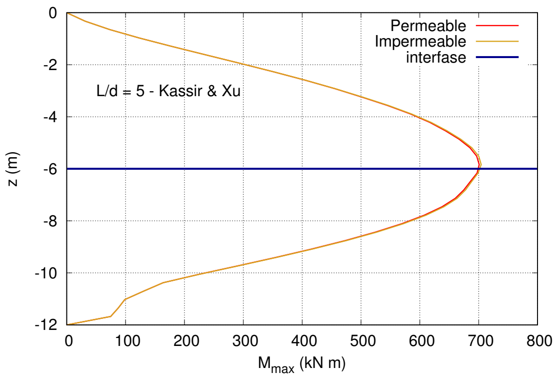


(f) V para $d = 0.6\ m$.

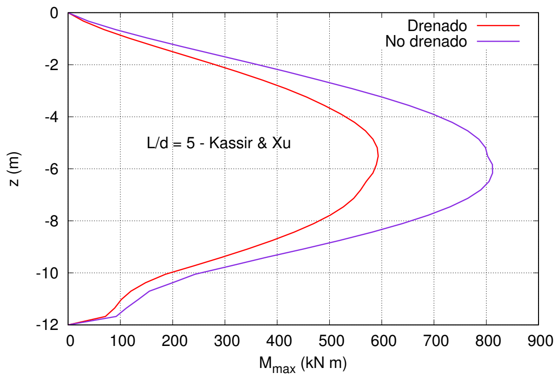
Figura 5.7: Resultados de momentos flectores (M) y esfuerzos cortantes (V) obtenidos para el problema de topología de dos estratos y condiciones de contacto perfectamente permeable e impermeable.

5.9 se comparan los resultados con los obtenidos para el homogéneo. Los valores máximos de los envolventes tanto para momentos como para esfuerzos cortantes son inferiores en caso de la existencia de un nivel freático.

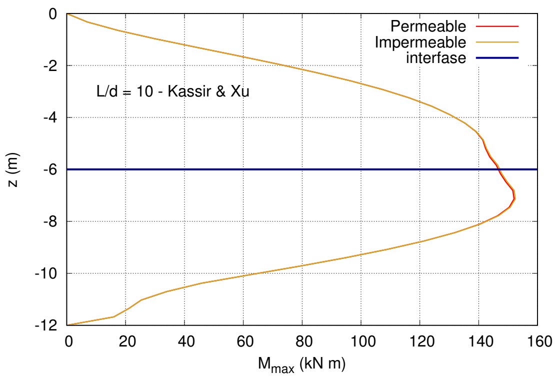
En la figura 5.10 se representan los valores obtenidos considerando el problema



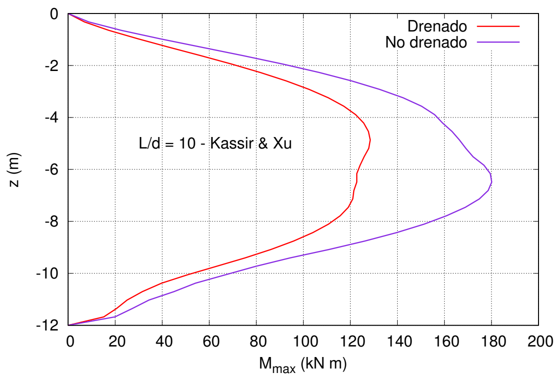
(a) M para $d = 2.4\ m$.



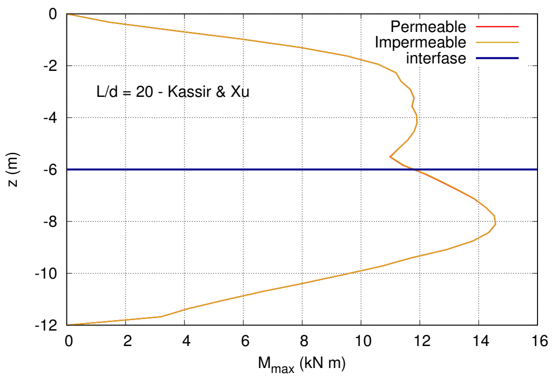
(b) M para $d = 2.4\ m$.



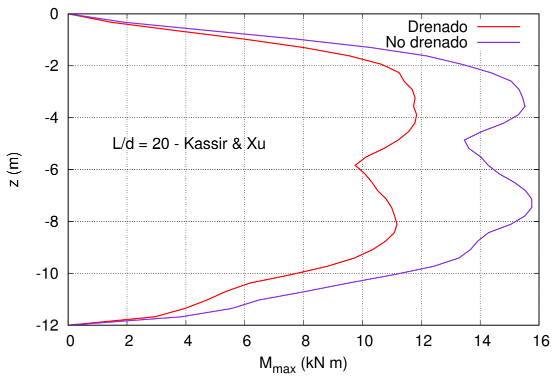
(c) M para $d = 1.2\ m$.



(d) M para $d = 1.2\ m$.



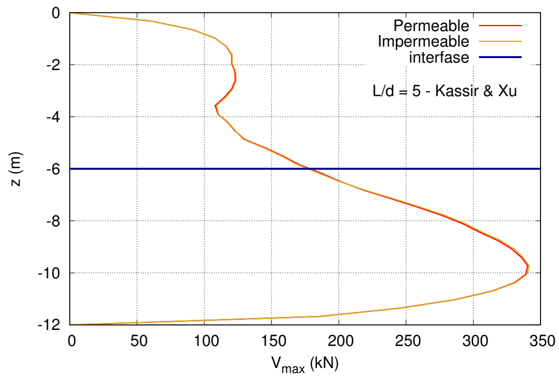
(e) M para $d = 0.6\ m$.



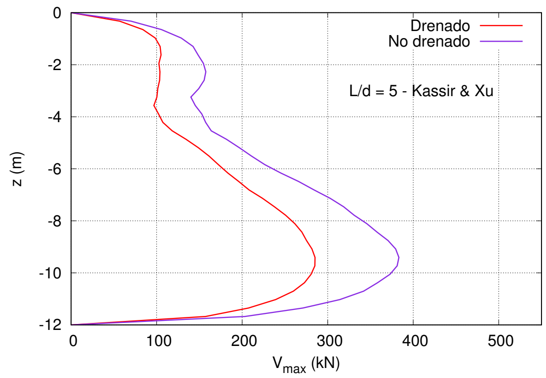
(f) M para $d = 0.6\ m$.

Figura 5.8: Comparación de resultados de envolventes de momentos flectores (M) para el problema de topología de dos estratos y condiciones de contacto perfectamente permeable e impermeable y los obtenidos para el problema homogéneo.

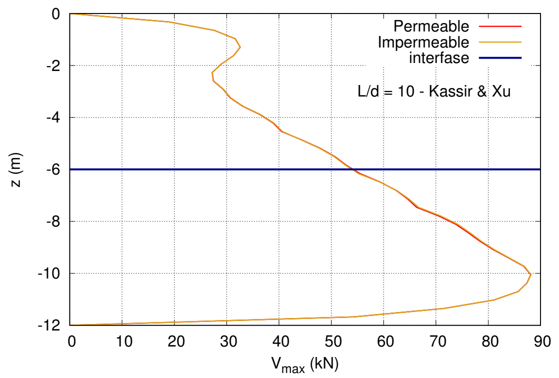
anterior pero con una constante de disipación b nula. Podemos observar un comportaiento análogo de las envolventes de ambso esfuerzos al problema anterior donde la constante de disipación no era nula. Si comparamos los resultados obtenidos en ambos casos, figuras 5.11 y 5.12, podemos ver que en el caso de b nula los máximos de los envolventes son



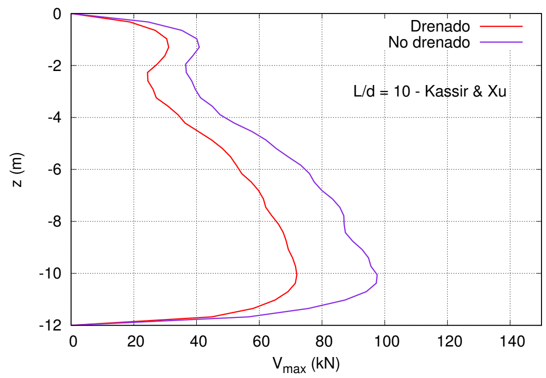
(a) V para $d = 2.4\ m$.



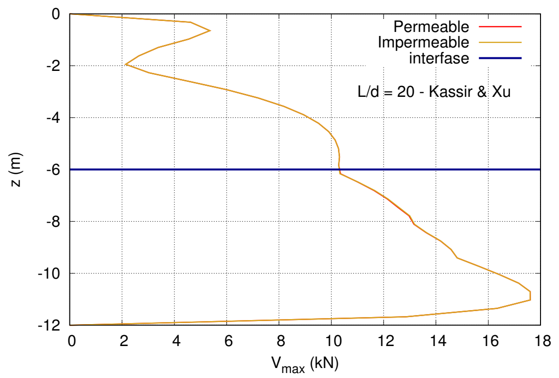
(b) V para $d = 2.4\ m$.



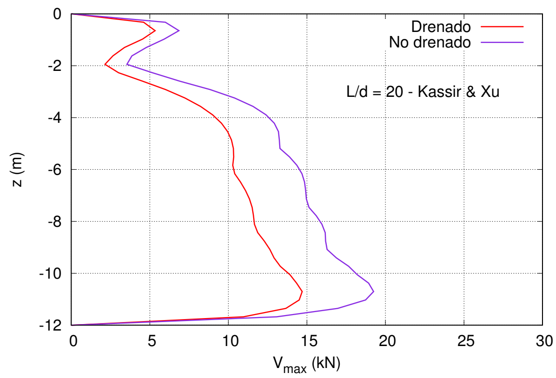
(c) V para $d = 1.2\ m$.



(d) V para $d = 1.2\ m$.



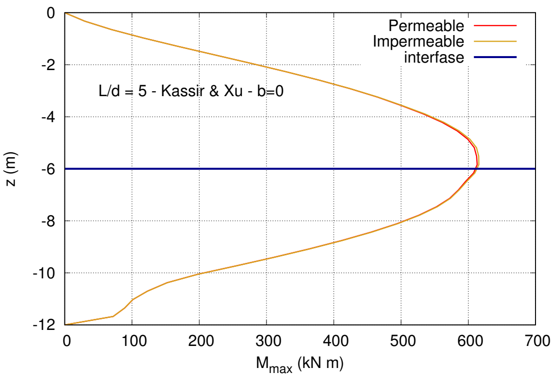
(e) V para $d = 0.6\ m$.



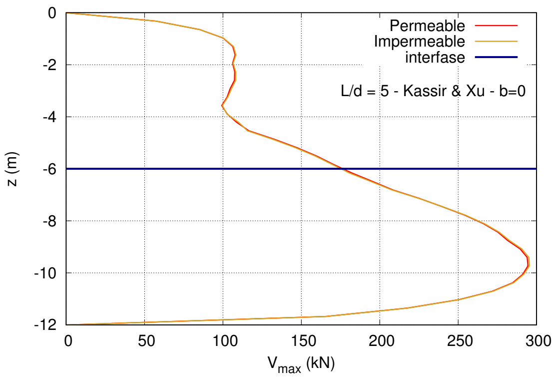
(f) V para $d = 0.6\ m$.

Figura 5.9: Comparación de resultados de envolventes de esfuerzos cortantes (V) para el problema de topología de dos estratos y condiciones de contacto perfectamente permeable e impermeable y los obtenidos para el problema homogéneo.

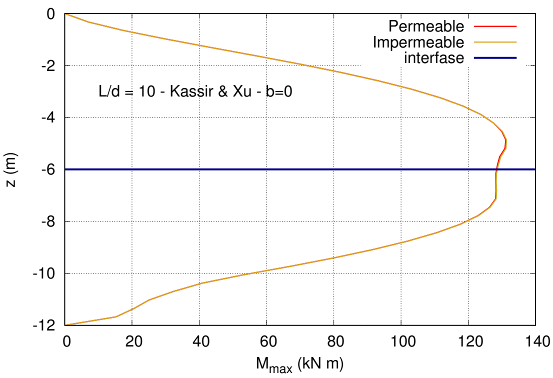
menores.



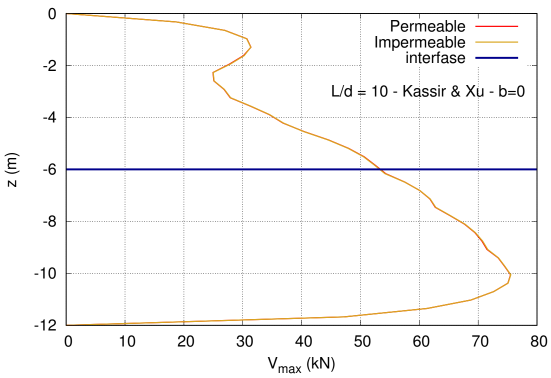
(a) M para $d = 2.4\ m$.



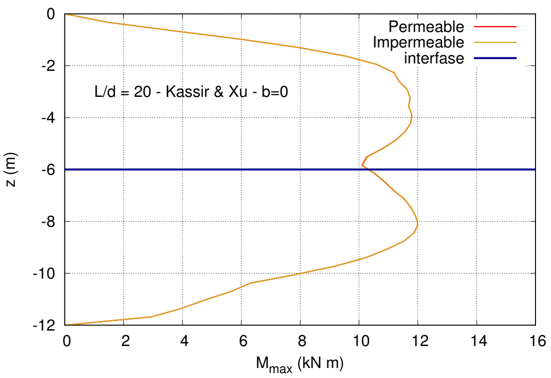
(b) V para $d = 2.4\ m$.



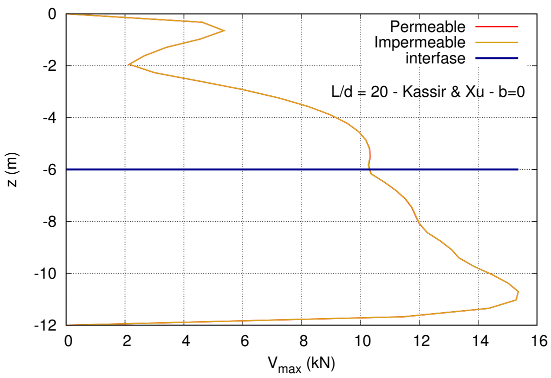
(c) M para $d = 1.2\ m$.



(d) V para $d = 1.2\ m$.



(e) M para $d = 0.6\ m$.

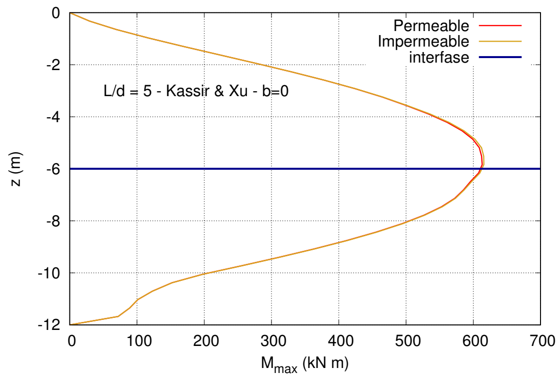


(f) V para $d = 0.6\ m$.

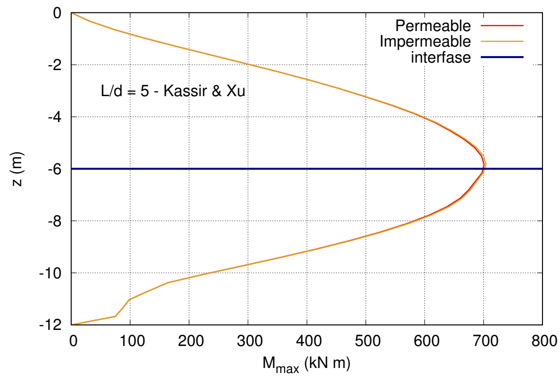
Figura 5.10: Resultados de momentos flectores (M) y esfuerzos cortantes (V) obtenidos para el problema de topología de dos estratos, condiciones de contacto perfectamente permeable e impermeable y constante de disipación b nula.

5.2.3. Problema de tres estratos (influencia del grado de saturación)

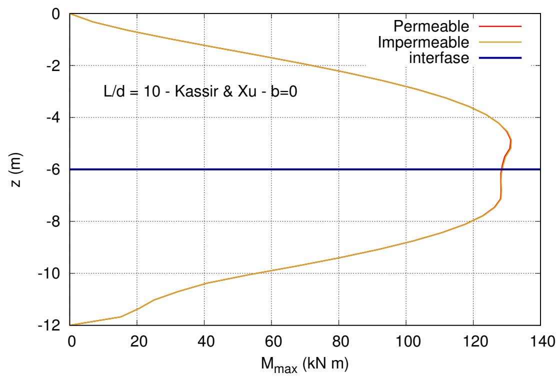
Para este último problema de influencia del nivel fréatico se ha empleado la topología de tres estratos (ver figura 5.1b). Las propiedades de las tres regiones de naturaleza poroelástica corresponden a los empleados hasta ahora de Kassir y Xu. El estrato supe-



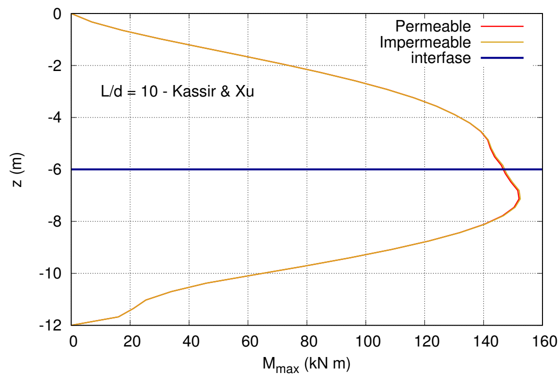
(a) M para $d = 2.4\ m$.



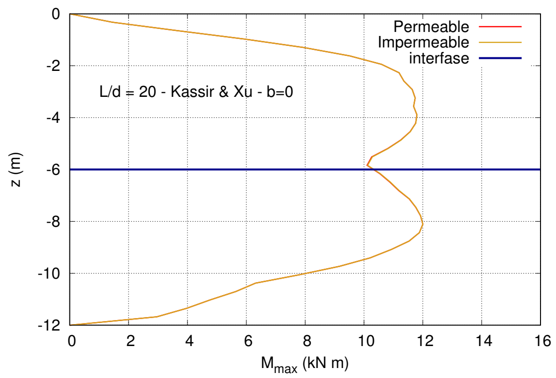
(b) M para $d = 2.4\ m$.



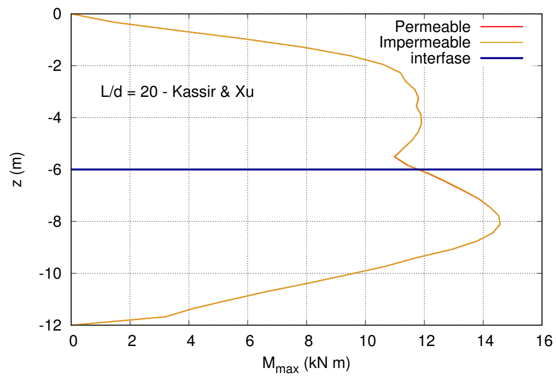
(c) M para $d = 1.2\ m$.



(d) M para $d = 1.2\ m$.



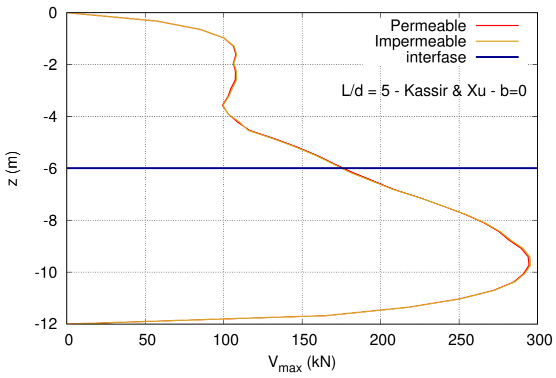
(e) M para $d = 0.6\ m$.



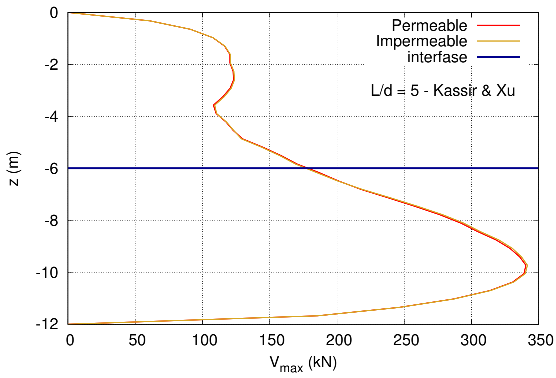
(f) M para $d = 0.6\ m$.

Figura 5.11: Comparación de resultados de envolventes de momentos flectores (M) obtenidos para el problema de topología de dos estratos, condiciones de contacto perfectamente permeable e impermeable y constantes de disipación b diferentes.

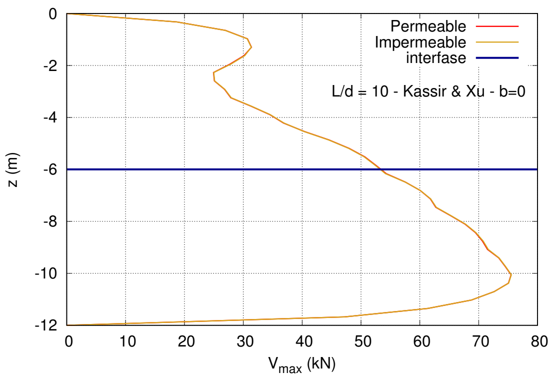
rior, de coordenadas z entre 0 y $-3\ m$, se ha tratado como drenado. El intermedio, de coordenadas z entre -3 y $-6\ m$, se ha estudiado para tres valores diferentes de saturación (99.0, 99.5 y 99.9 %). Por último, el tercer estrato se ha tratado con las propiedades de Kassir y Xu ya conocidas.



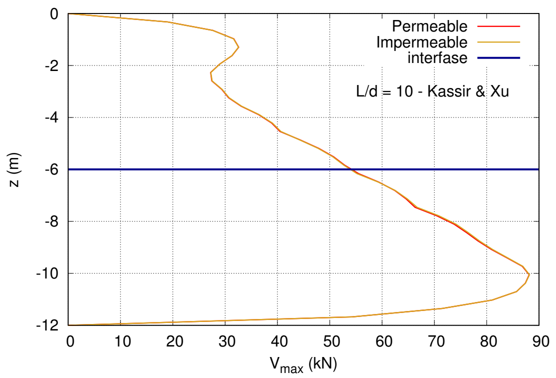
(a) V para $d = 2.4\ m$.



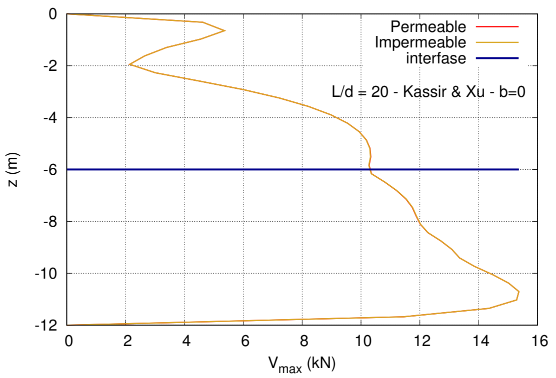
(b) V para $d = 2.4\ m$.



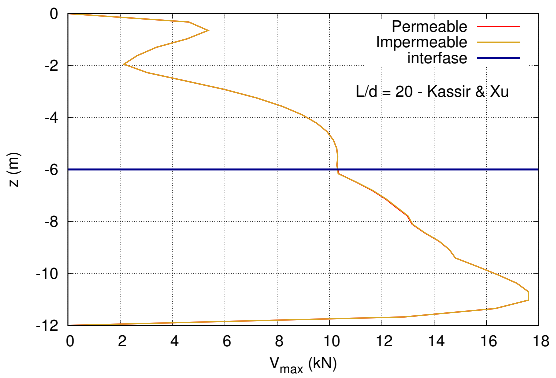
(c) V para $d = 1.2\ m$.



(d) V para $d = 1.2\ m$.



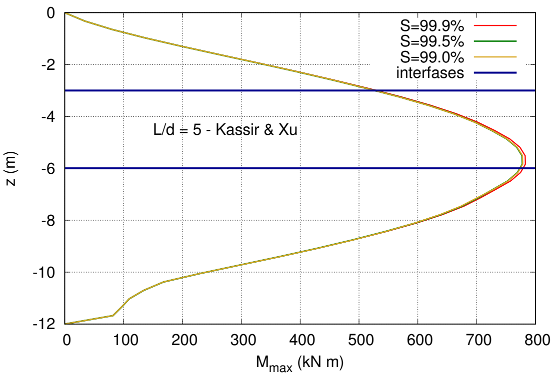
(e) V para $d = 0.6\ m$.



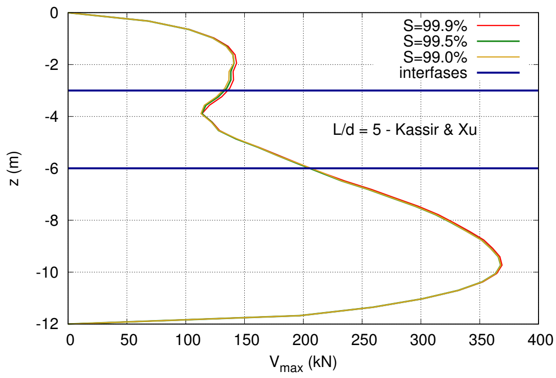
(f) V para $d = 0.6\ m$.

Figura 5.12: Comparación de resultados de envolventes de esfuerzos cortantes (V) obtenidos para el problema de topología de dos estratos, condiciones de contacto perfectamente permeable e impermeable y constantes de disipación b diferentes.

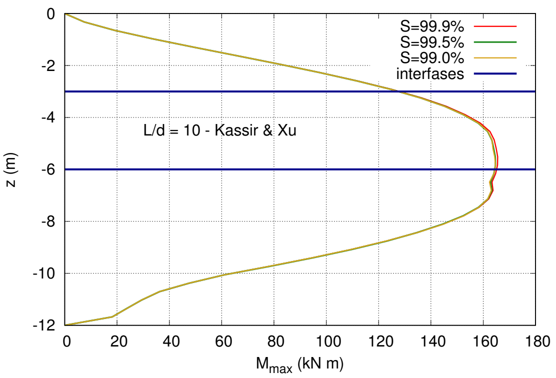
En la figura 5.13 se dan los resultados obtenidos para los envolventes de momentos flectores y esfuerzos cortantes. Como puede apreciarse apenas existe diferencia entre los valores obtenidos para cada uno de los tres grados de saturación en estudio. Ello es debido a que para el caso de la onda tipo S la influencia de esta es pequeña en comparación con la



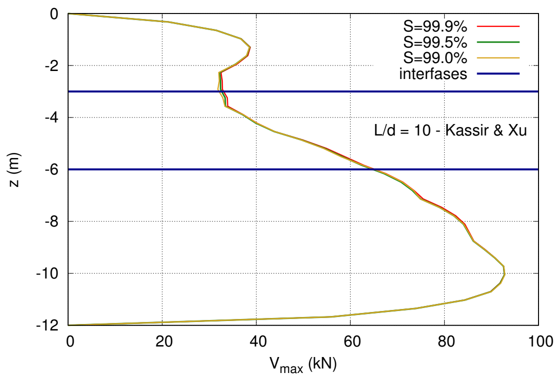
(a) M para $d = 2.4\ m$.



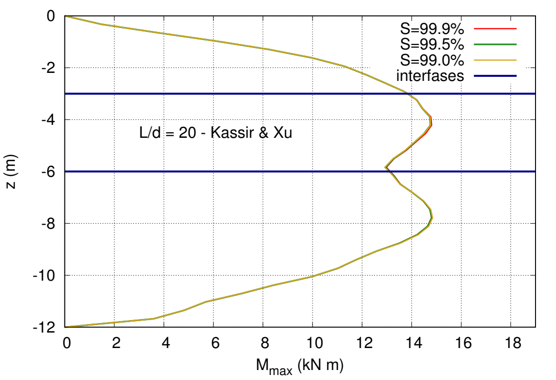
(b) V para $d = 2.4\ m$.



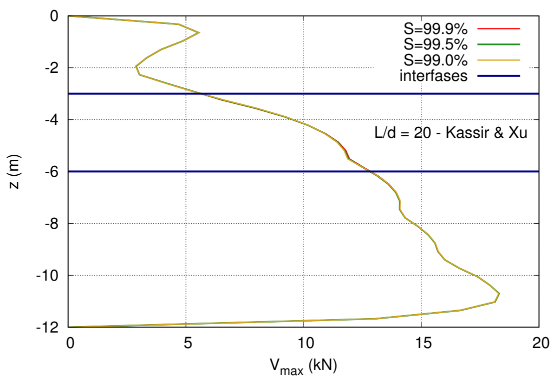
(c) M para $d = 1.2\ m$.



(d) V para $d = 1.2\ m$.



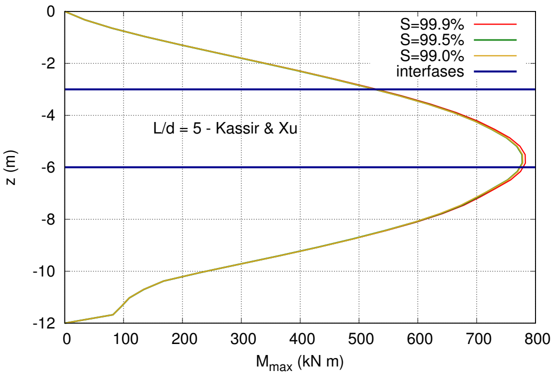
(e) M para $d = 0.6\ m$.



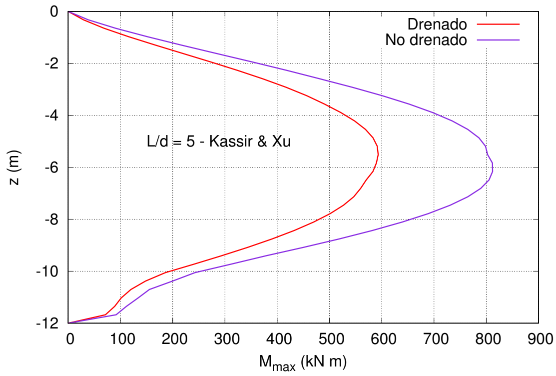
(f) V para $d = 0.6\ m$.

Figura 5.13: Resultados de momentos flectores (M) y esfuerzos cortantes (V) obtenidos para el problema de topología de tres estratos y tres grados de saturación para estrato intermedio.

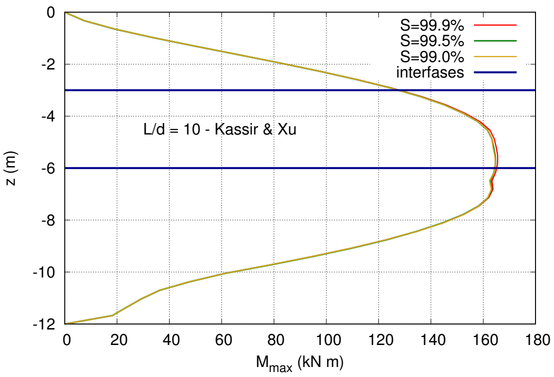
onda p_1. Esto puede verse en la figura 5.2 donde se enfrenta la velocidad de propagación frente a la saturación. De nuevo se observa un comportamiento análogo a los ya estudiados donde para el caso de los momentos flectores el máximo de los envolventes se da en la coordenada $z = -6\ m$ para los dos diámetros mayores. Para el diámetro menor de nuevo vemos la existencia de un mínimo local en esta misma coordenada $z = -6\ m$. En cuanto a los esfuerzos cortantes ocurre de forma similar a los problemas anteriores.



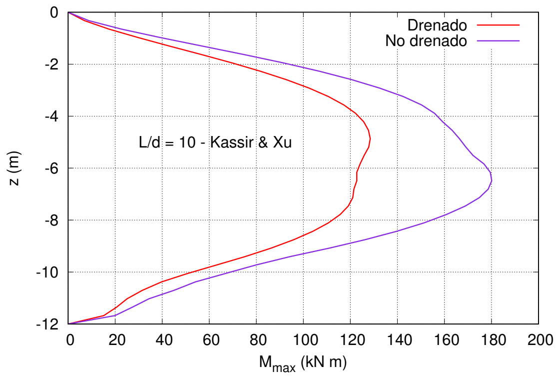
(a) M para $d = 2.4\ m$.



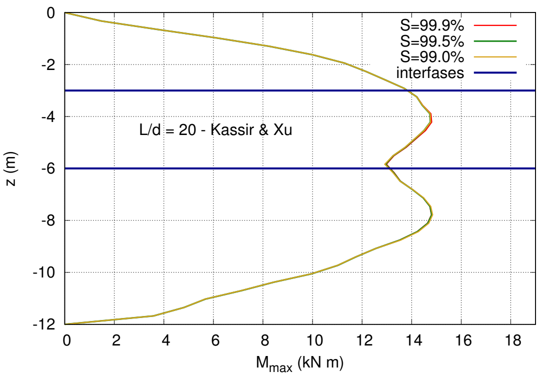
(b) M para $d = 2.4\ m$.



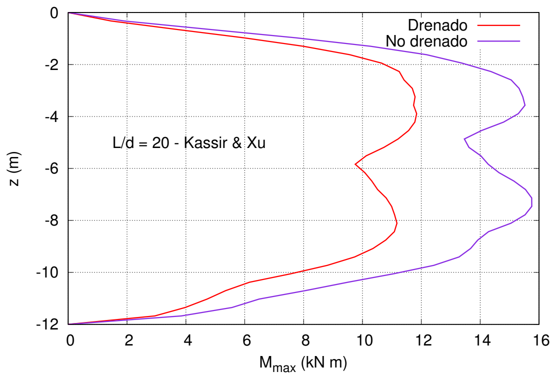
(c) M para $d = 1.2\ m$.



(d) M para $d = 2.4\ m$.



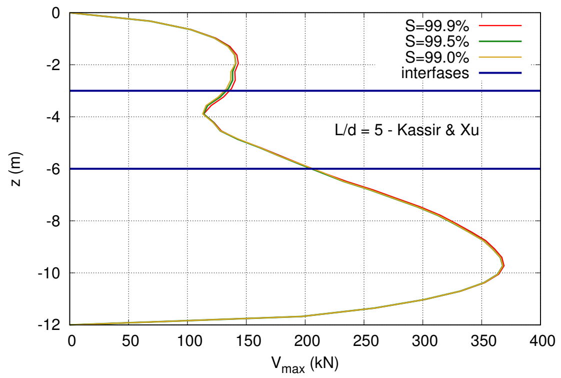
(e) M para $d = 0.6\ m$.



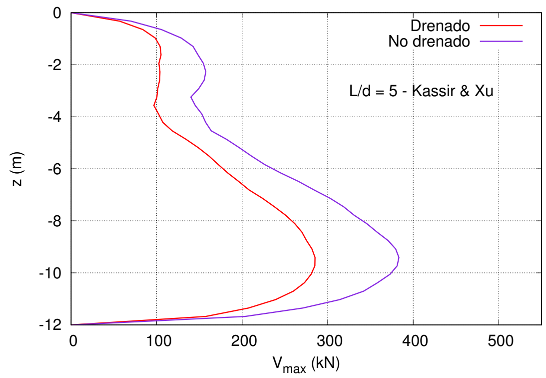
(f) M para $d = 2.4\ m$.

Figura 5.14: Comparación de resultados de envolventes de momentos flectores (M) obtenidos para el problema de topología de tres estratos y tres grados de saturación para estrato intermedio con el problema de semiespacio homogéneo.

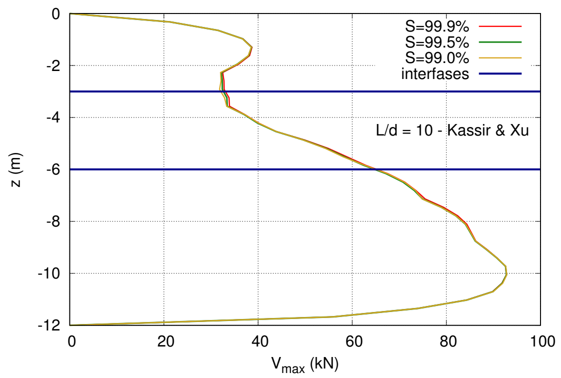
Al comparar los resultados para los momentos con los obtenidos en el problema homogéneo podemos ver que los valores máximos son prácticamente coincidentes. Algo similar ocurre para los esfuerzos cortantes. Esto se puede apreciar en la figura 5.14 y 5.15.



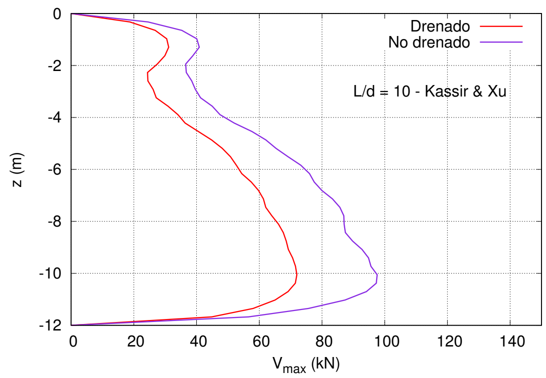
(a) V para $d = 2.4\ m$.



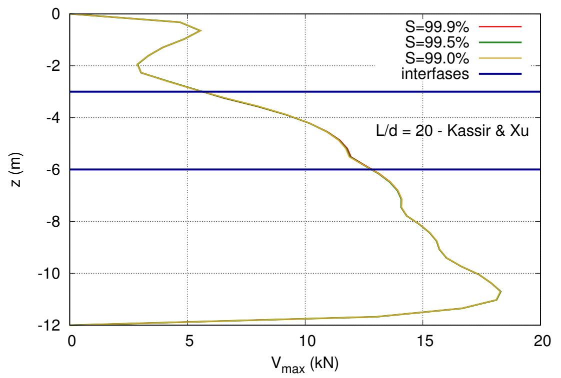
(b) V para $d = 2.4\ m$.



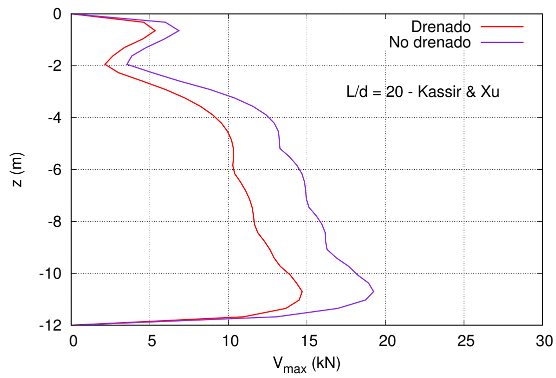
(c) V para $d = 1.2\ m$.



(d) V para $d = 2.4\ m$.



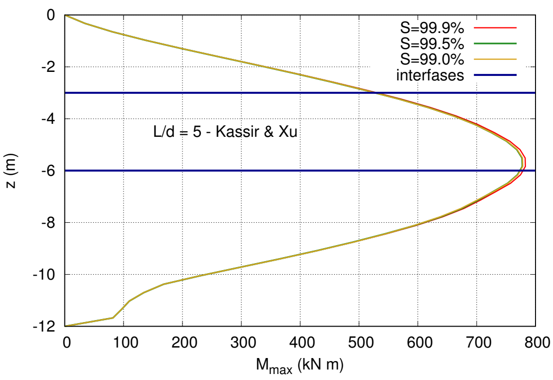
(e) V para $d = 0.6\ m$.



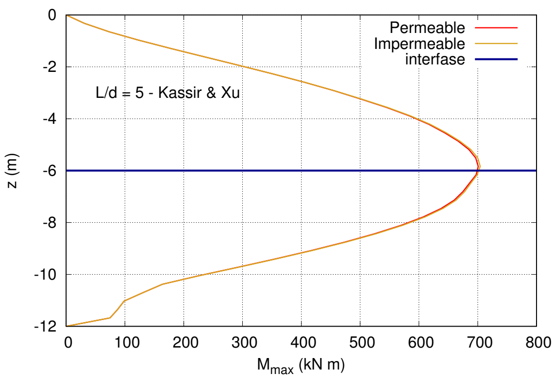
(f) V para $d = 2.4\ m$.

Figura 5.15: Comparación de resultados de envolventes de esfuerzos cortantes (V) obtenidos para el problema de topología de tres estratos y tres grados de saturación para estrato intermedio con el problema de semiespacio homogéneo.

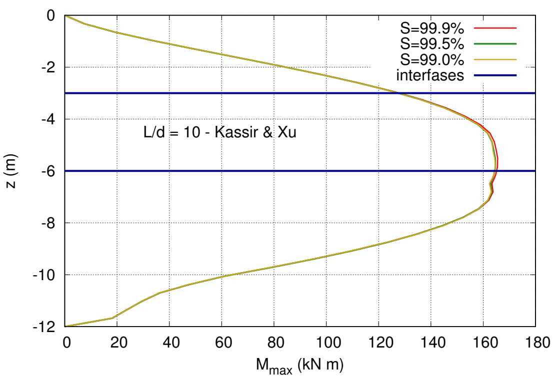
En la figura 5.16 se compara los envolventes de los momentos para el problema de grados de saturación con los obtenidos para la topología de dos estratos. En la figura 5.17 se dan los resultados para los cortantes.



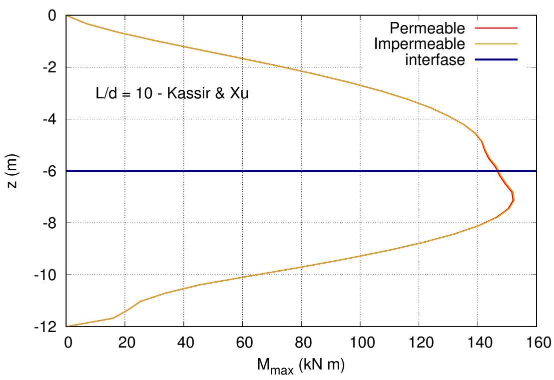
(a) M para $d = 2.4\ m$.



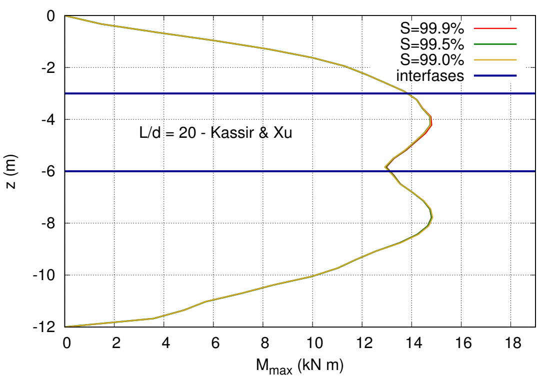
(b) M para $d = 2.4\ m$.



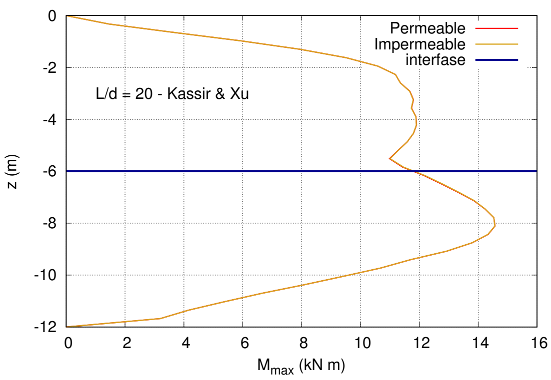
(c) M para $d = 1.2\ m$.



(d) M para $d = 1.2\ m$.

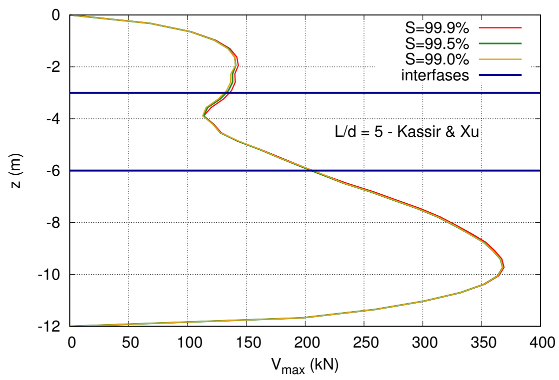


(e) M para $d = 0.6\ m$.

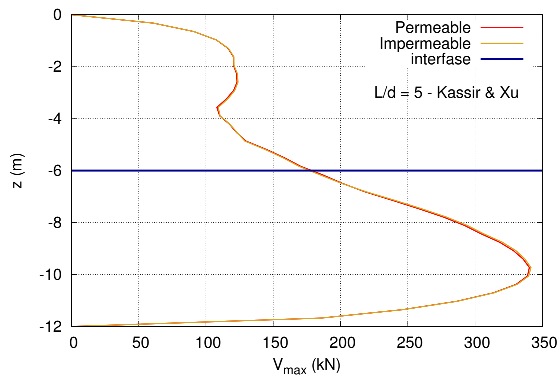


(f) M para $d = 0.6\ m$.

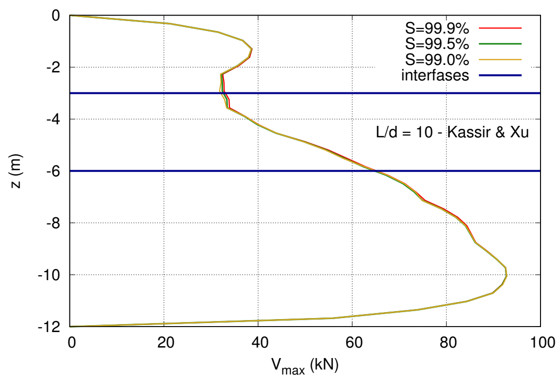
Figura 5.16: Comparación de resultados de envolventes de momentos flectores (M) obtenidos para el problema de topología de tres estratos y tres grados de saturación para estrato intermedio con el problema de topología de dos estratos y condiciones de contacto perfectamente permeable e impermeable.



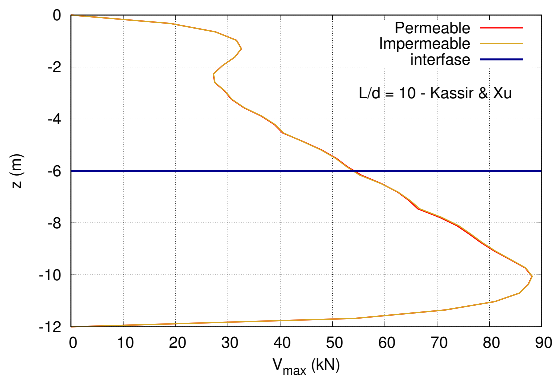
(a) V para $d = 2.4\ m$.



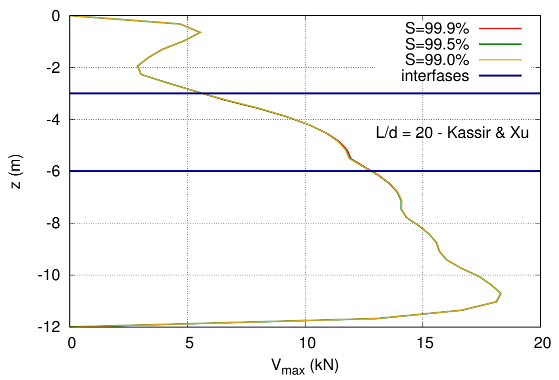
(b) V para $d = 2.4\ m$.



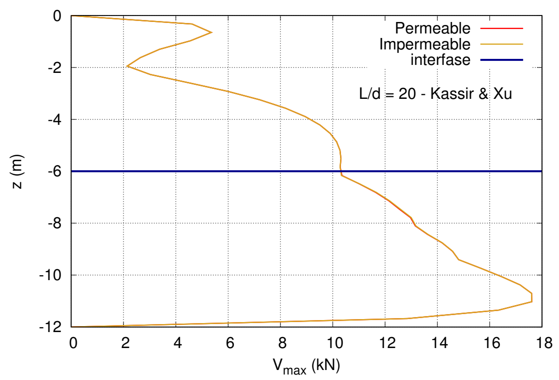
(c) V para $d = 1.2\ m$.



(d) V para $d = 1.2\ m$.



(e) V para $d = 0.6\ m$.



(f) V para $d = 0.6\ m$.

Figura 5.17: Comparación de resultados de envolventes de esfuerzos cortantes (V) obtenidos para el problema de topología de tres estratos y tres grados de saturación para estrato intermedio con el problema de topología de dos estratos y condiciones de contacto perfectamente permeable e impermeable.

Capítulo 6

Influencia de la estratigrafía

6.1. Descripción del problema

Para estudiar la influencia de la estratigrafía se ha dividido la región de naturaleza poroelástica en tres estratos (ver figura 6.1). El primero de los estratos, ubicado desde la superficie libre hasta una coordenada $z = -3\ m$, tiene como propiedades las de un lecho marino sb2. Estas ya fueron utilizadas en el capítulo 4 y los valores pueden verse en la tabla 4.1. Para el tercer estrato, cuya interfase está en la coordenada $z = -6\ m$, se ha impuesto una porosidad pequeña y de valor $\phi_3 = 0.01$. Para el segundo estrato la porosidad también impuesta ha sido la media entre la del estrato superior y la del inferior, es decir, $\phi_2 = 0.195$. Al modificar estas porosidades tambien se modifican parámetros que caracterizan cada región poroelástica como son la constante de disipación b, la densidad añadida ρ_a y las constantes de Biot R y Q.

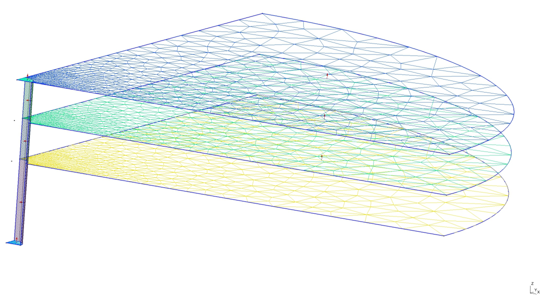


Figura 6.1: Representación de la topología de tres estratos empleada para el estudio de la influencia de la estratigrafía.

El valor nuevo de estos parámetros vienen dados por las expresiones (2.11), (2.31) y (2.32) dadas en el capítulo 2 para los parámetros b, R y Q respectivamente:

$$b = \frac{\eta\,\phi^2}{\kappa} \tag{6.1}$$

$$R = \phi K_f \tag{6.2}$$

$$Q = (1 - \phi)\, K_f \tag{6.3}$$

Para la densidad aparente adicional y considerando α como la tortuosidad, la expresión corresponde a:

$$\rho_a = -\phi\, \rho_f\, (1 - \alpha) \tag{6.4}$$

En la tabla 6.1 se recoge el valor para todos los parámetros que definen los tres estratos de naturaleza poroelástica. Las condiciones de contacto entre interfases se han modelado como perfectamente permeables. Como parámetros para el pilote se han empleado los ya conocidos hasta ahora para un monopilote de hormigón macizo de longitud constante $L = 12\ m$, densidad $\rho_p = 2200\ kg \cdot m^{-3}$, módulo de cizalladura $\mu = 11.25 \cdot 10^9$ $N \cdot m^{-2}$ y coeficiente de Poisson $\nu = 0.20$.

Propiedades, símbolos y unidades	**Estrato superior** $z = [0, -3]$	**Estrato intermedio** $z = [-3, -6]$	**Estrato inferior** $z = [-6, -\infty]$
Densidad de fluido ρ_f $[kg/m^3]$	1000	1000	1000
Densidad de esqueleto sólido ρ_s $[kg/m^3]$	2710	2710	2710
Constante de Lamé (λ) $[Pa]$	$2.667 \cdot 10^6$	$2.667 \cdot 10^6$	$2.667 \cdot 10^6$
Módulo de cizalladura (μ) $[Pa]$	$74.0 \cdot 10^6$	$74.0 \cdot 10^6$	$74.0 \cdot 10^6$
Factor de amortiguamiento ξ $[-]$	0.019	0.019	0.019
Porosidad ϕ $[-]$	0.38	0.019	0.01
Densidad aparente adicional ρ_a $[kg/m^3]$	95	48.75	2.5
Parámetro de Biot Q $[Pa]$	$1.4889 \cdot 10^9$	$1.934 \cdot 10^9$	$2.376 \cdot 10^9$
Parámetro de Biot R $[Pa]$	$0.912 \cdot 10^9$	$0.468 \cdot 10^9$	$0.024 \cdot 10^9$
Constante de disipación b $[N \cdot s/m^4]$	$1.95 \cdot 10^6$	$5.121 \cdot 10^5$	$1.347 \cdot 10^3$

Tabla 6.1: Propiedades que caracterizan la región poroelástica homogénea (drenada y no drenada).

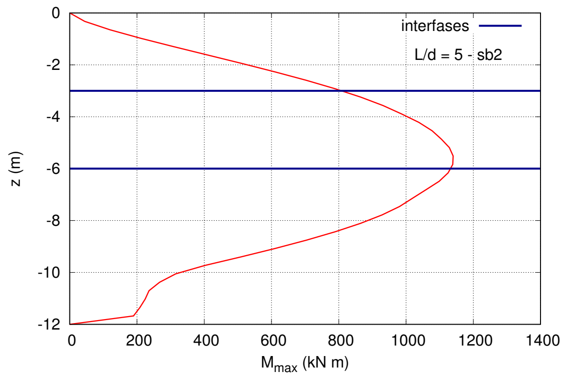
La metodología empleada en este problema coincide con la ya expuesta en el capítulo 5. El objetivo es obtener las envolventes de momentos flectores y esfuerzos cortantes a lo largo del fuste del monopilote ante una excitación sísmica de tipo S. El acelerograma correspondiente a esta excitación sísmica coincide con el del problema del nivel freático en el capítulo 5. De nuevo el fuste del monopilote se ha seccionado transverslemtne en 36 rebanadas interiores. El valor de las envolventes corresponde al obtenido en el centroide de estas rebanadas. A estas 36 secciones se les ha añadido las dos de cierre, superior e inferior.

6.2. Esfuerzos en el pilote

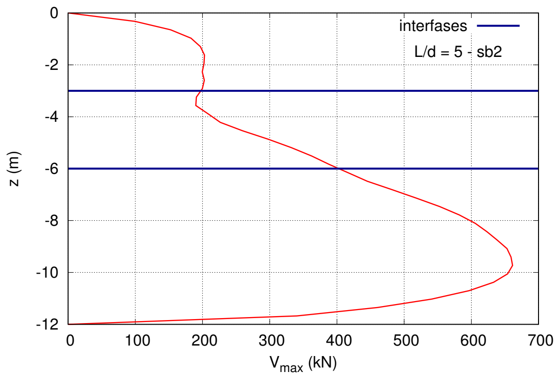
Los resultados obtenidos para las envolventes de esfuerzos se recogen en la siguiente figura 6.2. Como puede apreciarse para el caso de los momentos (M) el máximo en las envolventes tiene lugar para un diámetro de 2.4 m prácticamente en la interfase entre el estrato intermedio y el inferior, en $z = -6$ m. Para el diámetro 1.2 aparece un nuevo máximo ubicándose ambos entre estratos a alturas -5 y -7 m. En el menor de los diámetos, 0.6 m, aparece un tercer pico existiendo en este caso tres máximos localizados entre estratos y en cotas de -2, -4 y -8 m aproximadamente. Para los esfuerzos cortantes (V) los máximos se localizan cercanos a la tapa inferior del pilote. En la envolvente se observa un mínimo local cercano a la rebanada superior a medida que disminuimos el diámetro. Con un diámetro de 2.4 este mínimo local se sitúa prácticamente el la interfase entre estrato superior e intermedio (-3 m). Ya para el diámetro 1.2 m este mínimo se localiza por encima de esta interfase pero próximo a ella. Es para el diámetro 0.6 m donde el mínimo se sitúa a una cota de aproximadamente $z = -2$ m.

En las figuras 6.3 y 6.4 se comparan los resultados obtenidos para el estudio de la influencia de la estratigrafía con los obtenidos anteriormente para un problema homogéneo. Para los momentos flectores, figura 6.3, podemos apreciar un comportamiento similar de las envolventes en ambos casos. Los valores de los máximos de las envolventes también son similares siendo mayor la diferencia para el mayor de los diámetros, $d = 2.4$ m. Por ello y en el caso de los esfuerzos cortantes, ver figura 6.4, se observa un comportamiento análogo a excepción de los valores máximos. Estos máximos son superiores en el caso de una topología estratificada.

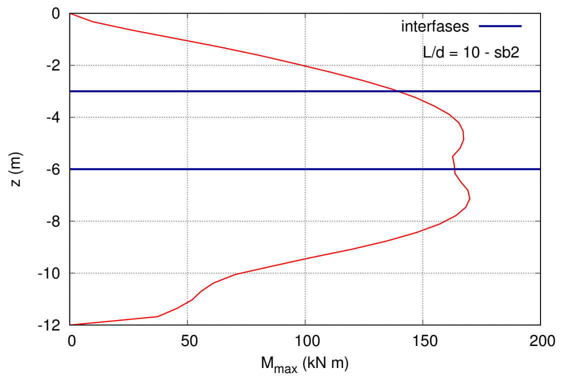
En las siguientes figuras 6.5 y 6.6 se comparan los resultados de los esfuerzos para el problema de multiporoidad con los obtenidos para el problema de nivel fréatico con tres estratos. Ambas topologías coinciden en geometría pero difieren en tipo de suelo y grados de saturación. Para el presente problema utilizamos parámetros de región poroelástica de lecho marino sb2 cuando en el problema de nivel freático se utilizaron los parámetros de Kassir y Xu. El objetivo de esta comparación es por lo tanto analizar la curva de los envolventes y no los valores obtenidos. Como se puede apreciar en la figura 6.5 para el caso de los momentos la curva dada por las envolventes son prácticamente similares. Los máximos y mínimos dados por la curva coinciden en las cotas. Algo parecido ocurre con los esfuerzos cortantes en figura 6.6. Los máximos y mínimos dados por la curva de envolventes coinciden en cotas.



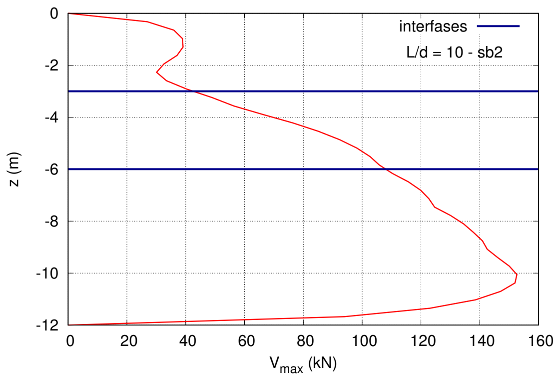
(a) M para $d = 2.4\ m$.



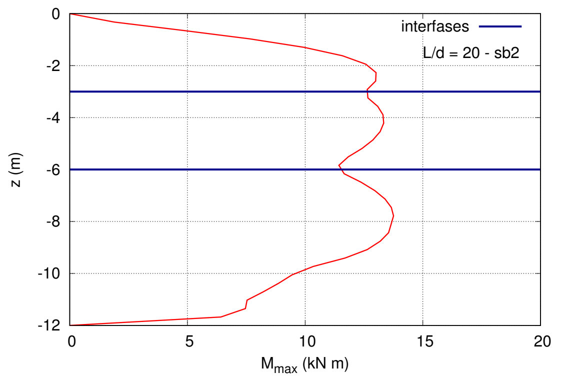
(b) V para $d = 2.4\ m$.



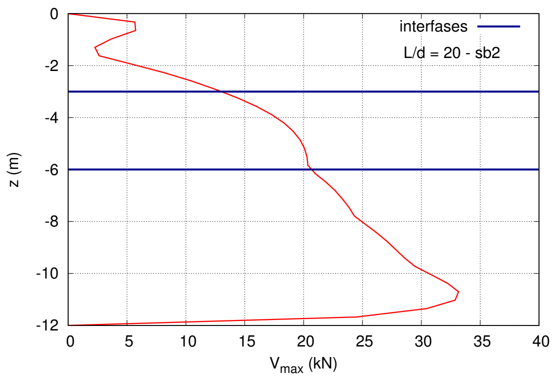
(c) M para $d = 1.2\ m$.



(d) V para $d = 1.2\ m$.

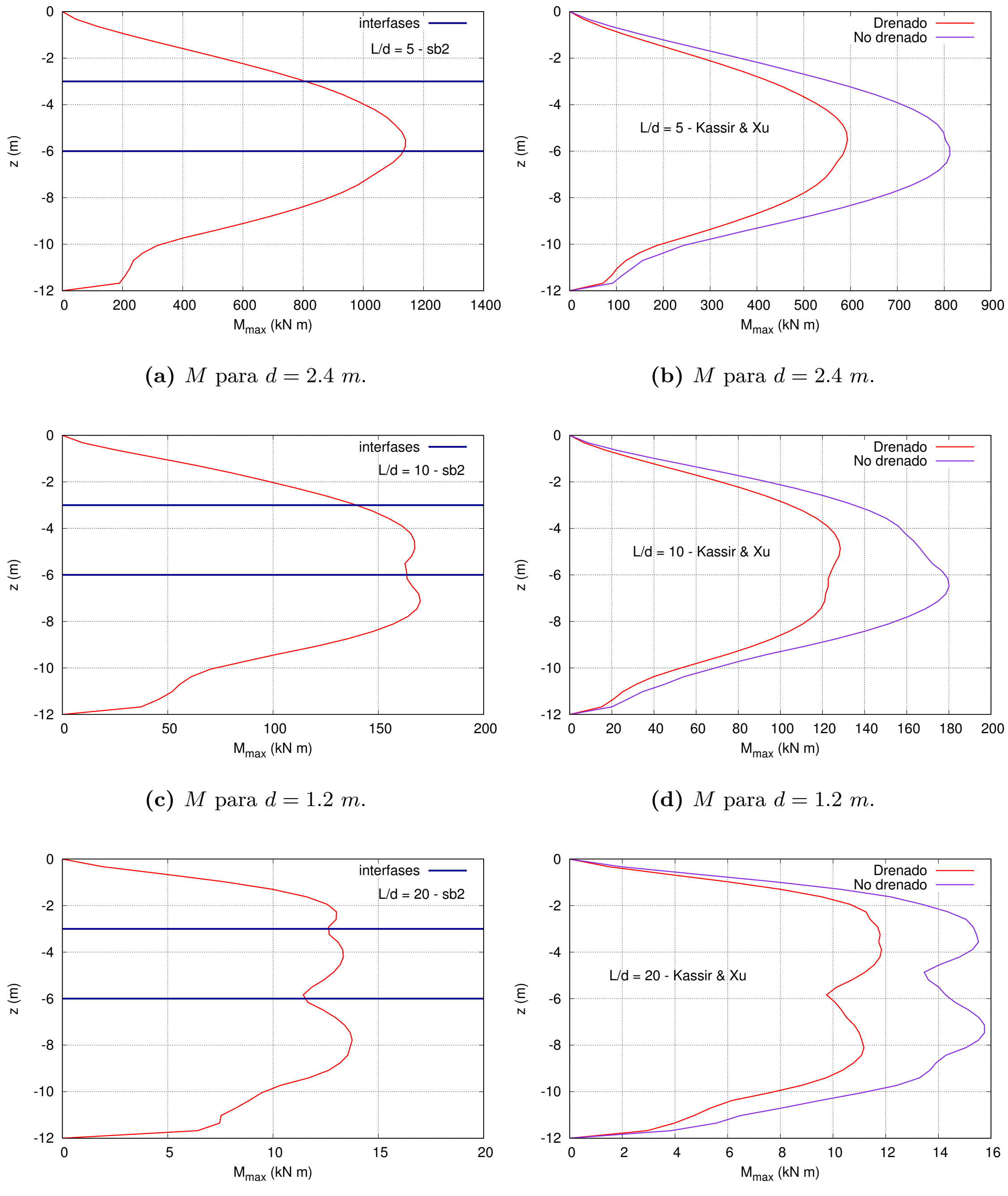


(e) M para $d = 0.6\ m$.



(f) V para $d = 0.6\ m$.

Figura 6.2: Resultados de envolventes de momentos flectores (M) y esfuerzos cortantes (V) obtenidos para el problema de multiporosidad.



(a) M para $d = 2.4$ m.

(b) M para $d = 2.4$ m.

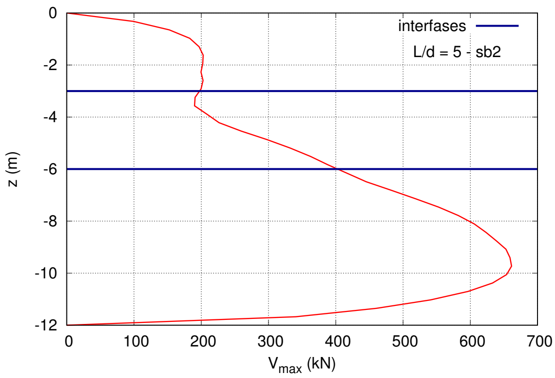
(c) M para $d = 1.2$ m.

(d) M para $d = 1.2$ m.

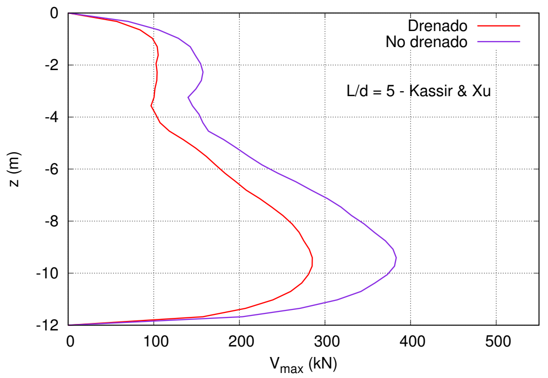
(e) M para $d = 0.6$ m.

(f) M para $d = 0.6$ m.

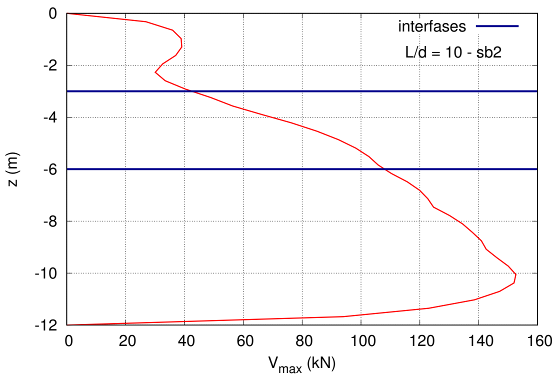
Figura 6.3: Resultados de envolventes de momentos flectores (M) obtenidos para el problema de multi-porosidad y el homogéneo.



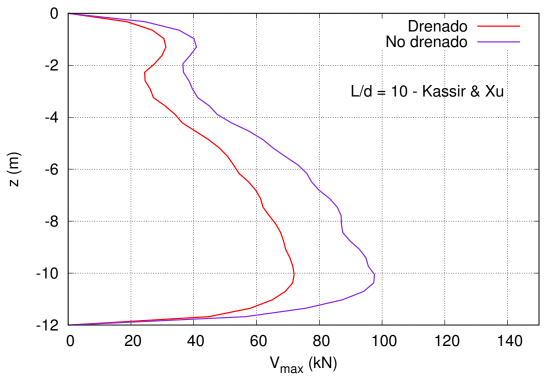
(a) V para $d = 2.4\ m$.



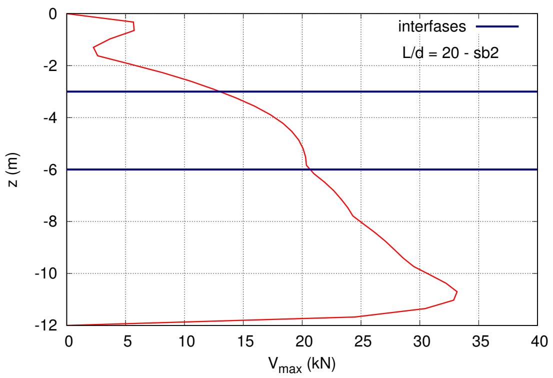
(b) V para $d = 2.4\ m$.



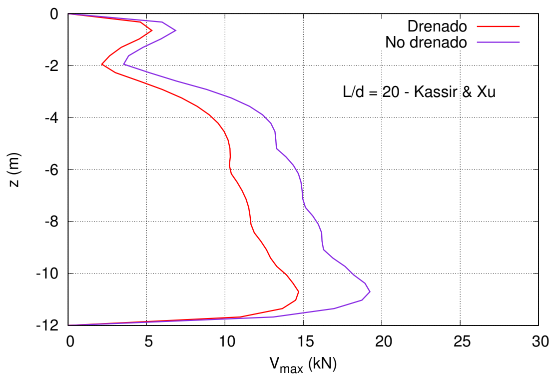
(c) V para $d = 1.2\ m$.



(d) V para $d = 1.2.4\ m$.

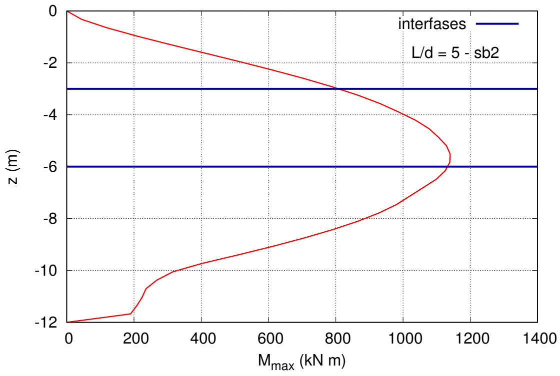


(e) V para $d = 0.6\ m$.

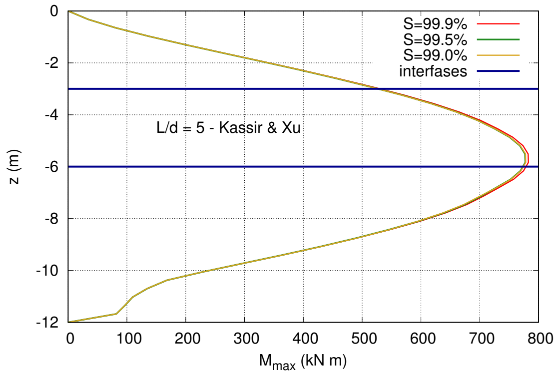


(f) V para $d = 0.6\ m$.

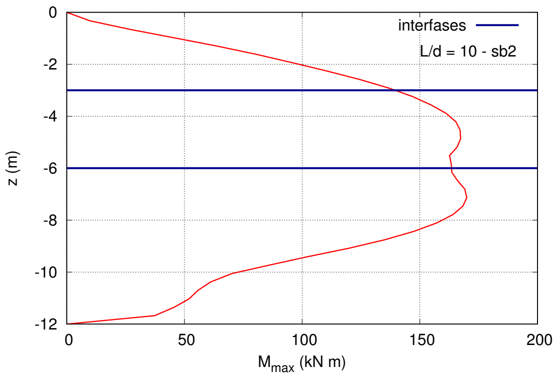
Figura 6.4: Resultados de envolventes de esfuerzos cortantes (V) obtenidos para el problema de multi-porosidad y el homogéneo.



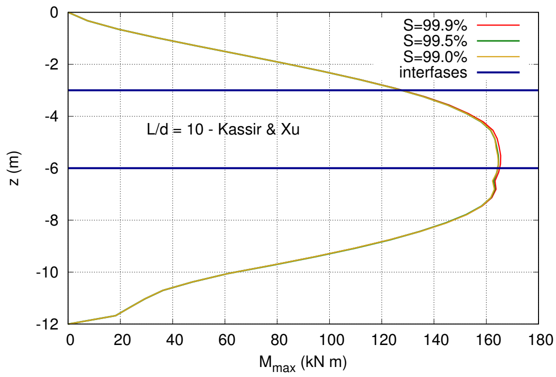
(a) M para $d = 2.4$ m.



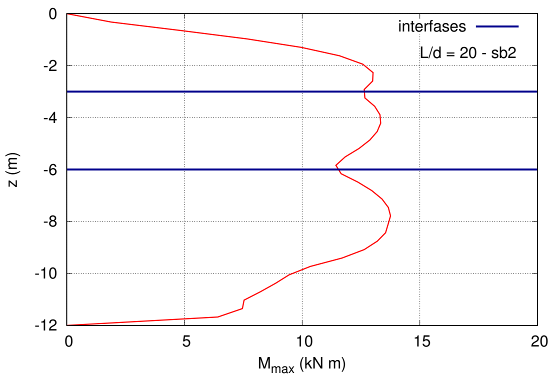
(b) M para $d = 2.4$ m.



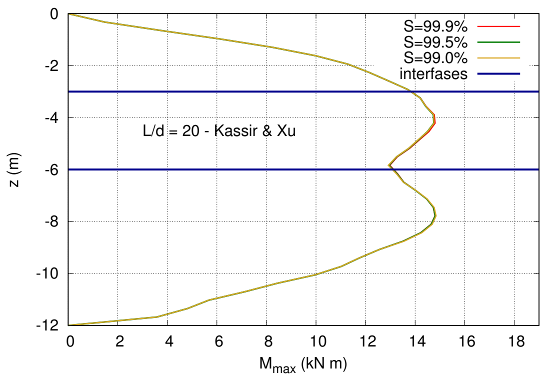
(c) M para $d = 1.2$ m.



(d) M para $d = 1.2$ m.

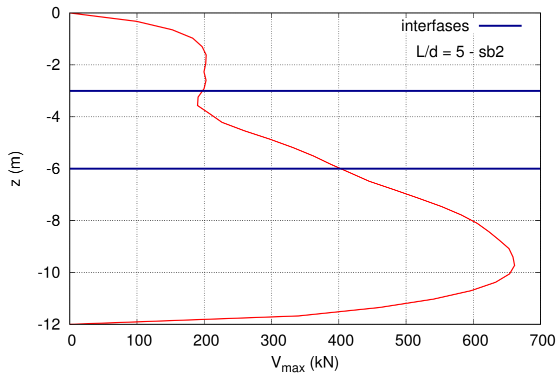


(e) M para $d = 0.6$ m.

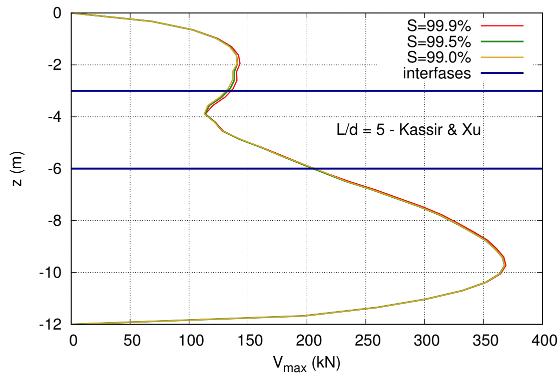


(f) M para $d = 0.6$ m.

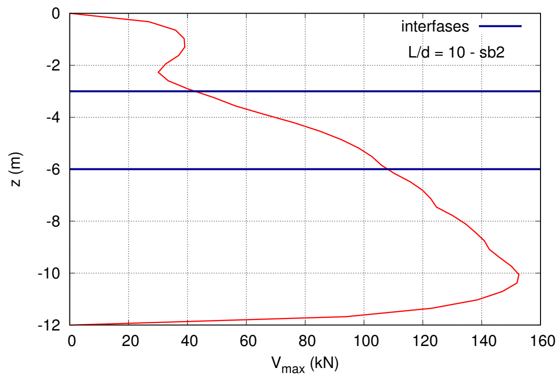
Figura 6.5: Resultados de envolventes de momentos flectores (M) obtenidos para el problema de multi-porosidad y grado de saturación.



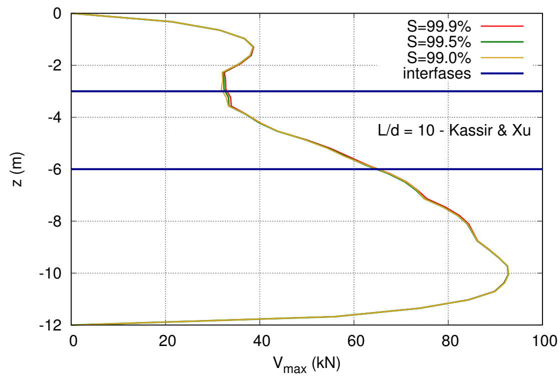
(a) V para $d = 2.4\ m$.



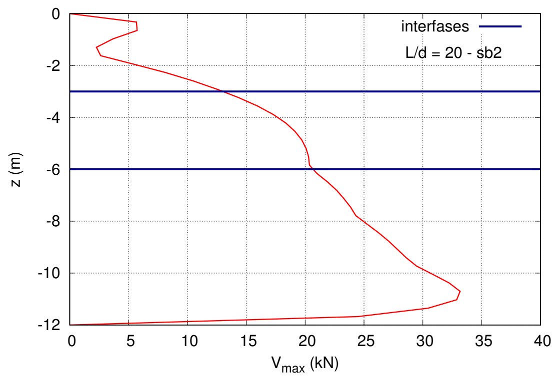
(b) V para $d = 2.4\ m$.



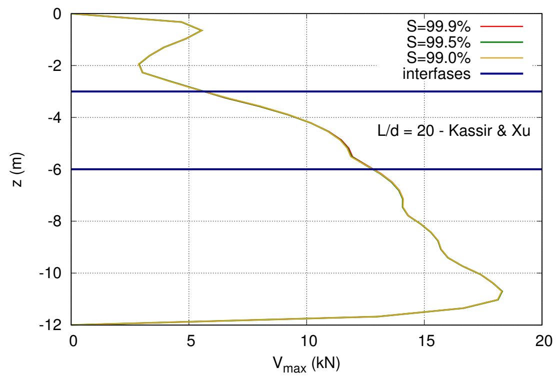
(c) V para $d = 1.2\ m$.



(d) V para $d = 1.2\ m$.



(e) V para $d = 0.6\ m$.



(f) V para $d = 0.6\ m$.

Figura 6.6: Resultados de envolventes de momentos flectores (M) obtenidos para el problema de multi-porosidad y grado de saturación.

Capítulo 7

Conclusiones

7.1. Conclusión final

7.1.1. Problema homogéneo

En el capítulo 5 se planteó primero un problema con semiespacio homogéneo para comparar resultados posteriormente con los obtenidos por semiespacios estratificados con diferentes parámetros y condiciones de contacto. En este problema se analizaron los resultados de dos medios homogéneos, uno drenado y el otro no drenado. En todas las curvas obtenidas, tanto para momentos flectores como esfuerzos cortantes, los valores del no drenado siempre son superiores al drenado. Esto es debido a que en el drenado existe la componente de la densidad de fluido y por lo tanto una menor velocidad de propagación del tren de ondas y una mayor rigidez. Esta mayor rigidez da a lugar a esfuerzos superiores para el caso del no drenado frente al drenado. Por otro lado y para los momentos flectores se obtuvieron diferentes curvas de envolventes en función del diámetro. Cuando para los diámetos mayores (2.4 y 1.2 m) el máximo de las envolventes tenía lugar a mitad de la longitud del monopilote para el menor de los diámetros (0.6 m) a mitad del pilote se obtiene un mínimo local. Ello es debido a la disminución de la rígidez y por lo tanto de la frecuencia de excitación. Es decir, para los dos diámetros mayores la envolvente obtenida es para la frecuencia natural ó primera frecuencia (primer modo de vibración). En el caso del menor de los diámetros y ser la rigidez menor esta envolvente es la relacionada con el primer armónico (ó segundo modo de vibración). En el caso de los esfuerzos cortantes y para todos los diámetros los valores máximos de la envolvente se obtienen cercanos a la tapa de cierre inferior.

7.1.2. Problema de nivel freático

Posteriormente y también en el capítulo 5 se estudió la influencia del nivel freático así como de las condiciones de contacto (ver figura 5.7) utilizando para ello un semiespacio compuesto por dos estratos. Los estratos estaban caracterizado por los parámetros poroelásticos dados por Kassir y Xu [10] siendo el inferior no drenado y el superior drenado. Se observa que los valores obtenidos para los momentos y los cortantes ante ambas condiciones de contacto, perfectamente permeable y perfectamente impermeable, son prácticamnete coincidentes. Ello nos lleva a concluir que la influencia de cualquiera de las condiciones de contacto entre ambos estratos es prácticamente nula. En cuanto a los valores máximos obtenidos estos están comprendidos entre aquellos dados por el problema homogéneo siendo superiores a los drenados e inferiores a los no drenados. Además las curvas obtenidas para las envolventes de los esfuerzos son similares a aquellas obtenidas para el problema base homogéneo. Esto indica que la interfase no está sino modulando los valores de las envolventes pero no está influyendo en el comportamiento de las curvas. Es decir, es el problema homogéneo el que está reflejando el comportamiento de las envolventes. De nuevo las envolventes de los dos diámetros mayores (2.4 y 1.2 m) representan el primer modo de vibración siendo para el menor de los diámetros (0.6 m) el segundo modo. También en este mismo problema se estudió ambas regiones comentadas anteriormente pero para una constante de disipación b nula. Cuando esta constante de disipación es nula se considera el fluido intersticial en reposo no habiendo velocidad relativa entre ambas fases. Este parámetro disipativo es lo que distingue al modelo poroelástico del resto. Los resultados obtenidos para este caso vienen dados por la figura 5.12. De nuevo las características comentadas anteriormente se repiten a excepción de los valores máximos obtenidos que son menores en el caso de b nula.

Posteriormente se planteó un tercer problema con un semiespacio compuesto por tres estratos. De nuevo las propiedades de los parámetros que los caracterizan vienen dados por Kassir y Xu. Las condiciones de contacto son fijas y perfectamente permeables. El estrato superior es drenado, el inferior no drenado y el intermedio se configuró para tres grados de saturación diferentes, 99.0, 99.5 y 99.9 %. Estos tres grados de saturación diferentes nos hacen varias las constantes de Biot R y Q. Los resultados obtenidos se dan en la figura 5.13. Los valores tanto para momentos como cortantes y para los tres grados de saturación son prácticamente coincidentes. Ello es debido, tal y como se comentó en el capítulo 5, a que la influencia del grado de saturación sobre la velocidad de propagación en el caso de ondas tipo S es menor que para el caso de las ondas P_1. Los máximos de las envolventes de ambos esfuerzos se acercan a los obtenidos en el problema homogéneo no drenado. De nuevo las curvas de envolventes para ambos esfuerzos son coincidentes con las del problema de semiespacio homogéneo.

7.1.3. Problema de estratigrafía

Para el problema de la estratigrafía en el capítulo 6 se utilizó un semiespacio compuesto por tres estratos. Los parámetros que caracterizan las regiones poroelásticas vienen dadas por el lecho marino sb2 (ver tabla 4.1). Las condiciones de contacto entre interfases son fijas y perfectamente permeables. El primer estrato (superficie libre) viene caracterizado por este suelo de tipo sb2. El tercer estrato se caracterizó por una baja porosidad ($\phi = 0.01$) y el estrato intermedio por una porosidad media de los dos estratos colindantes ($\phi = 0.195$). La figura 6.2 recoge los resultados obtenidos para este problema. De nuevo vemos que la curva de las envolventes para los esfuerzos coincide prácticamente con aquella obtenida para el primer problema homogéneo. En este caso, para el caso de los momentos flectores, la envolvente para el mayor de los diámetros ($d = 2.4\ m$) correspondería al primer modo de vibración. El diámetro intermedio ($d = 1.2\ m$) al segundo modo de vibración y el menor de los diámetros ($d = 0.6\ m$) se aproximaría al tercer modo de vibración. Los valores máximos de las envolventes, tanto para momentos como para cortantes, son los valores más altos obtenidos para todos los problemas planteados. En este caso, y aunque las interfases no influyen en los resutlados obtenidos, se observa una influencia de la porosidad.

7.2. Líneas futuras

Los resultados obtenidos muestran como las interfases están modulando los resultados exclusivamente pero no influyendo en el comportamiento de las curvas. Para el caso de multiporosidad si parece que esta influye en dicho comportamiento. Esto hace necesario ampliar el número de casos estudiados y analizar en profundidad los fenómenos que tienen lugar, por ello se proponen las siguientes líneas futuras de estudio:

- Se hace necesario generar terremoto y convolucionarlo hasta una región inferior al monopilote en lugar de estudiarlo para un desplazamiento unitario de la cabeza.
- Desplazar las interfases hasta cotas superiores, por ejemplo desplazar la interfase para la topología de dos estratos de una cota de 6 m a 3 m. Con ello conseguiremos entender mejor la influencia del nivel freático.
- Estudiar los problemas planteados para diferentes condiciones de contacto entre interfases. Los problemas de nivel fréatico y multiporosidad están dados para unas condiciones perfectamente permeable. Estas condiciones van desde la impermeabilidad perfecta a diferentes grados de permeabilidad.
- Estudiar los problemas planteados para pilotes inclinados.
- Estudiar todos los fenómenos anteriores para el caso de una Onda tipo P con incidencia vertical. Esto incluye nivel freático y estratigrafía con condiciones de contacto entre interfases.
- Estudiar los mismos fenómenos para campos incidentes con un ángulo determinado. Esto incluiría las Ondas de Rayleigh.

Bibliografía

[1] Juan José Aznárez González. *Efectos de los fenómenos de interacción incluyendo los factores espaciales y sedimentos de fondo en la respuesta sísmica de presas bóveda.* PhD thesis, ULPGC, 2002.

[2] Fidel García del Pino. *Comportamiento dinámico de medios poroelásticos en relación con problemas de interacción suelo-estructura y suelo-agua-estructura.* PhD thesis, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, 2012.

[3] J. Domínguez. *Boundary Elements in Dynamics.* Computational Mechanics Publications and Elsevier Applied Science, 1993.

[4] I. Smith y C. Duenser G. Beer. *The Boundary Element Method with programming.* Springer Wien, New York, 2008.

[5] y R. Gallego J. Domínguez, M. P. Ariza. Flux and traction boundary elements without hyper-singular or strongly singular integrals. *International Journal for Numerical Methods in Engineering,48:111–135*, 2000.

[6] R.P. Gilbert J.L. Buchanan. Transmission loss in the far field over a one-layer seabed assuming the biot sediment model. *Journal of Applied Mathematics & Mechanics*, 1997.

[7] Ariel Santana Naranjo. Modelo winkler para el análisis de la respuesta dinámica de estructuras enterradas. Master's thesis, ULPGC, 2010.

[8] Luis A. Padrón Hernández. *Numerical Model for the Dynamic Analysis of Pile Foundations.* PhD thesis, ULPGC, 2009.

[9] Jacob David Rodríguez Bordón. *Coupled model of finite elements and boundary elements for the dynamic analysis of buried shell structures.* PhD thesis, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, 2017.

[10] Kassir M. K. y Xu J. Interactions functions of a rigid strip bounded to saturated elastic half-space. *International Journal of Solids and Structures*, 1988.