



**UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**PROGRAMA OFICIAL DE DOCTORADO EN FORMACIÓN DEL  
PROFESORADO**

**TESIS DOCTORAL**

**RECURSOS DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA Y EL  
APRENDIZAJE DEL AZAR Y LA PROBABILIDAD EN LA  
EDUCACIÓN OBLIGATORIA**

**ANEXOS**

María Astrid Marrero Santana

Las Palmas de Gran Canaria  
2017







**UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**PROGRAMA OFICIAL DE DOCTORADO EN FORMACIÓN DEL  
PROFESORADO**

**TESIS DOCTORAL**

**RECURSOS DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA Y EL  
APRENDIZAJE DEL AZAR Y LA PROBABILIDAD EN LA  
EDUCACIÓN OBLIGATORIA**

**ANEXOS**

María Astrid Marrero Santana

Las Palmas de Gran Canaria  
2017

# ÍNDICE

	Página
<b>ANEXO 1. PISA 2012. MARCO DE MATEMÁTICAS</b>	2
<b>ANEXO 2. CONTENIDOS SOBRE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD EN LOS DECRETOS DE ENSEÑANZAS MÍNIMAS</b>	17
1. Educación Primaria	18
2. Educación Secundaria Obligatoria	29
<b>ANEXO 3. NCTM-SAEM THALES. Principios y Estándares para la Educación Matemática</b>	58
<b>ANEXO 4. RECURSOS DIDÁCTICOS</b>	62
Recursos didácticos gráficos. Diagrama de Árbol, Carroll y Venn	63
Materiales didácticos. Libro de texto	74
<b>ANEXO 5. CUESTIONARIO SOBRE AZAR Y PROBABILIDAD</b>	214
<b>ANEXO 6. PROYECTOS DOCENTES</b>	220

# **ANEXO 1**

---

## ANEXO 1

### PISA 2012. MARCO DE MATEMÁTICAS

#### Definición de competencia matemática

A efectos de PISA 2012, la competencia matemática se define como: *La capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan.* (Marco y pruebas de evaluación de PISA 2012. Matemáticas, Lectura y Ciencias, p.9).

El siguiente cuadro revela que la competencia matemática se desarrolla en el contexto de desafío o problema que se presenta en el mundo real.

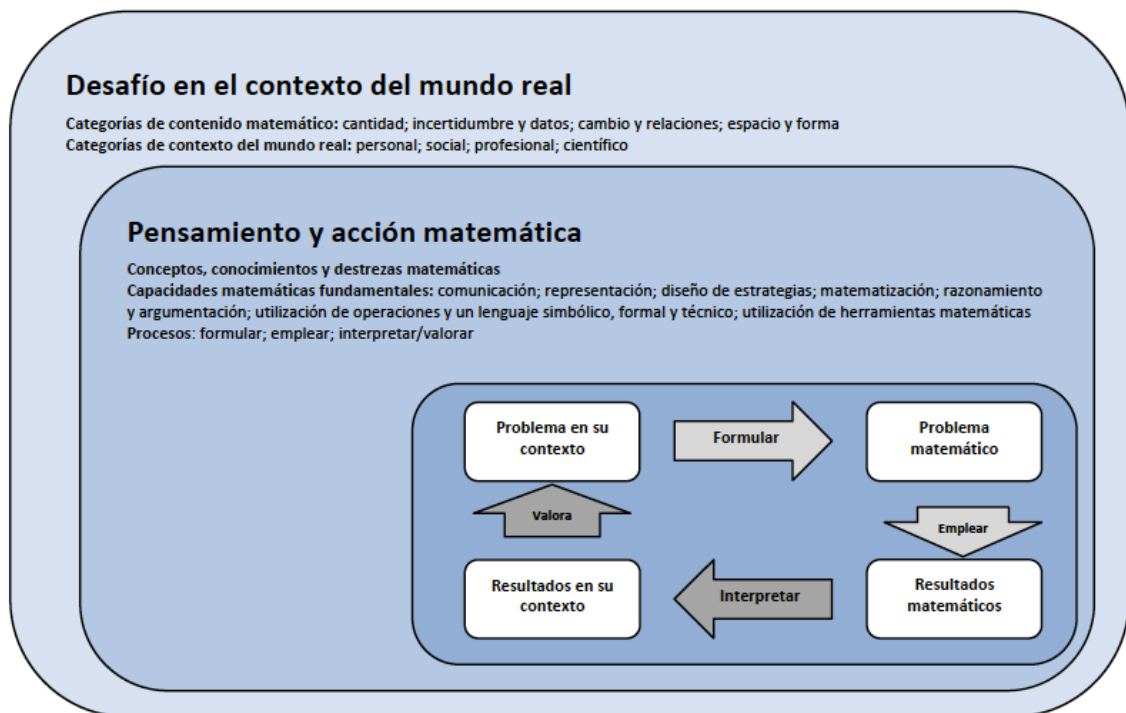


Figura 1.1. Un modelo de competencia matemática en la práctica

En este marco, estos desafíos se caracterizan de dos formas, por un lado, las categorías de contexto del mundo real (personal, social, profesional, científico) que identifican las áreas de la vida en las que surge el problema y por otro lado las categorías de contenido matemático (cantidad, incertidumbre y datos, cambios y relaciones, espacio y forma) que identifican clases amplias de fenómenos para cuyo análisis se han creado las matemáticas.

Para resolver este tipo de problemas contextualizados, las personas deben aplicar el pensamiento y la acción al desafío y, el marco, caracteriza esto de tres formas distintas. En primer lugar, el reconocimiento de la necesidad de los individuos de recurrir a diferentes conceptos, conocimientos y destrezas matemáticas durante el trabajo. Las personas hacen uso de este conocimiento matemático a través de unas acciones matemáticas que están caracterizadas en función de siete capacidades matemáticas fundamentales (comunicación; representación; diseño de estrategias; matematización; razonamiento y argumentación; utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico; utilización de herramientas matemáticas). A medida que el sujeto trabaja el problema (formular, emplear, interpretar/ valorar) las capacidades fundamentales se activan de forma sucesiva y simultánea, recurriendo a contenidos matemáticos de temas apropiados para generar una solución.

La representación visual del ciclo de construcción de modelos matemáticos que aparece en el cuadro más interior de la Figura 1.2.1 muestra una versión idealizada y simplificada de las etapas por las que pasa quien resuelve un problema cuando exhibe su competencia matemática. El sujeto que resuelve el problema transforma el “problema en su contexto” en un problema matemático” susceptible de ser tratado de forma matemática. La flecha descendente muestra el trabajo realizado a medida que la persona que resuelve el problema *emplea* conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para obtener “resultados matemáticos”. Normalmente, esta etapa implica razonamientos, manipulaciones, transformaciones y cálculos matemáticos. A continuación, los “resultados matemáticos” deben *interpretarse* en función del problema original (“resultados en su contexto”), lo que implica que quien resuelve el problema interpreta, aplica y valora los resultados matemáticos y su razonabilidad en el contexto de un problema basado en el mundo real.

El ciclo de construcción de modelos es un aspecto esencial de la concepción que tiene PISA de los alumnos como individuos que resuelven problemas de forma activa. Sin embargo, no suele ser necesario participar en cada etapa del ciclo.

### Organización del área de conocimiento

A efectos de la evaluación, la definición de competencia matemática de PISA 2012 puede analizarse en función de tres aspectos interrelacionados:

- los *procesos* matemáticos que describen lo que hacen los individuos para relacionar el contexto del problema con las matemáticas y de ese modo resolverlo, y las capacidades que subyacen a esos procesos;
- el *contenido* matemático específico que va a utilizarse en las preguntas de la evaluación;
- los *contextos* en los que se insertan las preguntas de la evaluación.

Por primera vez, la evaluación de matemáticas de PISA 2012 presentó los resultados en función de los procesos matemáticos proporcionando unas categorías útiles y relevantes:

- formulación matemática de las situaciones;
- empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos;
- interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos.

A continuación se muestran las distintas actividades que se incluyen en cada una de las categorías.

Categoría	Actividades
Formulación matemática de las situaciones	<p>Identificación de los aspectos matemáticos de un problema situado en un contexto del mundo real e identificación de las variables significativas</p> <p>Reconocimiento de la estructura matemática (incluidas las regularidades, las relaciones y los patrones) en los problemas o situaciones</p> <p>Simplificación de una situación o problema para que sea susceptible de análisis matemático</p> <p>Identificación de las limitaciones y supuestos que están detrás de cualquier construcción de modelos y de las simplificaciones que se deducen del contexto</p> <p>Representación matemática de una situación, utilizando las variables, símbolos, diagramas y modelos estándar adecuados</p>

	<p>Representación de un problema de forma diferente, incluida su organización según conceptos matemáticos y formulando los supuestos adecuados</p> <p>Comprensión y explicación de las relaciones entre el lenguaje específico del contexto de un problema y el lenguaje simbólico y formal necesario para representarlo matemáticamente</p> <p>Traducción de un problema a lenguaje matemático o a una representación</p> <p>Reconocimiento de aspectos de un problema que se corresponden con problemas conocidos o conceptos, datos o procedimientos matemáticos</p> <p>Utilización de la tecnología (como una hoja de cálculo o la función de lista de una calculadora gráfica) para representar una relación matemática inherente a un problema contextualizado</p>
<p>Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos</p>	<p>El diseño e implementación de estrategias para encontrar soluciones matemáticas</p> <p>La utilización de herramientas matemáticas, incluida la tecnología, que ayuden a encontrar soluciones exactas o aproximadas</p> <p>La aplicación de datos, reglas, algoritmos y estructuras matemáticas en la búsqueda de soluciones</p> <p>La manipulación de números, datos e información gráfica y estadística, expresiones algebraicas y ecuaciones, y representaciones geométricas</p> <p>La realización de diagramas, gráficos y construcciones matemáticas y la extracción de información matemática de los mismos</p> <p>La utilización y el cambio entre distintas representaciones en el proceso de búsqueda de soluciones</p> <p>La realización de generalizaciones basadas en los resultados de aplicar procedimientos matemáticos para encontrar soluciones</p> <p>La reflexión sobre argumentos matemáticos y la explicación y justificación de los resultados matemáticos</p>
<p>Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos</p>	<p>La reinterpretación de un resultado matemático en el contexto del mundo real</p> <p>La valoración de la razonabilidad de una solución matemática en el contexto de un problema del mundo real</p> <p>La comprensión del modo en que el mundo real afecta a los resultados y cálculos de un procedimiento o modelo matemático para realizar juicios contextuales sobre la forma en que los resultados deben ajustarse o aplicarse</p> <p>La explicación de por qué un resultado o una conclusión matemática tiene o no tiene sentido dado el contexto de un problema</p> <p>La comprensión del alcance y de los límites de los conceptos y las soluciones matemáticas</p>

	El análisis e identificación de los límites del modelo utilizado para resolver un problema
--	--------------------------------------------------------------------------------------------

Tabla 1.1 Actividades que se incluyen en cada categoría de un proceso matemático



	<i>Formulación matemática de las situaciones</i>	<i>Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos</i>	<i>Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos</i>
<b>Comunicación</b>	Leer, decodificar e interpretar enunciados, preguntas, tareas, objetos, imágenes o animaciones (en la evaluación electrónica) para crear un modelo mental de la situación	Articular una solución, mostrar el trabajo asociado a la obtención de la misma y/o resumir y presentar los resultados matemáticos intermedios	Elaborar y presentar explicaciones y argumentos en el contexto del problema
<b>Matematización</b>	Identificar las variables y estructuras matemáticas subyacentes al problema del mundo real y formular supuestos de modo que puedan utilizarse	Utilizar la comprensión del contexto para guiar o acelerar el proceso de resolución matemático, p. ej., trabajando a un nivel de precisión apropiado al contexto	Comprender el alcance y los límites de una solución matemática que son el resultado del modelo matemático empleado
<b>Representación</b>	Crear una representación matemática de información del mundo real	Interpretar, relacionar y utilizar distintas representaciones cuando se interactúa con un problema	Interpretar los resultados matemáticos en distintos formatos con relación a una situación o uso; comparar o valorar dos o más representaciones con relación a una situación
<b>Razonamiento y argumentación</b>	Explicar, defender o facilitar una justificación de la representación identificada o elaborada de una situación del mundo real	Explicar, defender o facilitar una justificación de los procesos y procedimientos utilizados para determinar un resultado o solución matemática. Relacionar datos para llegar a una solución matemática, hacer generalizaciones o elaborar un argumento de varios pasos	Reflexionar sobre las soluciones matemáticas y elaborar explicaciones y argumentos que apoyen, refuten o proporcionen una solución matemática a un problema contextualizado
<b>Diseño de estrategias para resolver problemas</b>	Seleccionar o diseñar un plan o estrategia para reformular matemáticamente problemas contextualizados	Activar mecanismos de control eficaces y sostenidos en un procedimiento con múltiples pasos conducente a una solución, conclusión o generalización matemática	Diseñar e implementar una estrategia para interpretar, valorar y validar una solución matemática a un problema contextualizado

<p><b>Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico</b></p>	<p>Utilizar variables, símbolos, diagramas y modelos estándar apropiados para representar un problema del mundo real empleando un lenguaje simbólico/formal</p>	<p>Comprender y utilizar constructos formales basándose en definiciones, reglas y sistemas formales, así como mediante el empleo de algoritmos</p>	<p>Comprender la relación entre el contexto del problema y la representación de la solución matemática. Utilizar esta comprensión para favorecer la interpretación de la solución en su contexto y valorar la viabilidad y posibles limitaciones de la misma</p>
<p><b>Utilización de herramientas matemáticas</b></p>	<p>Utilizar herramientas matemáticas para reconocer estructuras matemáticas o describir relaciones matemáticas</p>	<p>Conocer y ser capaz de utilizar adecuadamente distintas herramientas que puedan favorecer la implementación de procesos y procedimientos para determinar soluciones matemáticas</p>	<p>Utilizar herramientas matemáticas para determinar la razonabilidad de una solución matemática y los límites y restricciones de la misma, dado el contexto del problema</p>

Figura 1.2 Relación entre los procesos matemáticos y las capacidades matemáticas fundamentales

En cuanto al contenido específico, PISA 2012 utiliza las siguientes cuatro categorías que caracterizan el conjunto de contenidos matemáticos que son básicos para la disciplina e ilustran las áreas generales de contenido que orientan la elaboración de las preguntas de la prueba en PISA 2012:

- cambio y relaciones
- espacio y forma
- cantidad
- incertidumbre y datos

Estos temas específicos reflejan los puntos en común que se observan en las expectativas establecidas por varios países y autoridades educativas. Los criterios examinados para identificar estos temas de contenido se ven como una prueba, no solo de lo que se enseña en las clases de matemáticas en estos países, sino también como un indicador de los conocimientos y destrezas que los países consideran importantes en la preparación de los alumnos de 15 años para convertirse en ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.

Centrándonos en la incertidumbre y datos, PISA 2012 especifica que: *En ciencia, tecnología y la vida diaria, la incertidumbre es un hecho probado. Por tanto, la incertidumbre es un fenómeno que se encuentra en el centro del análisis matemático de muchas situaciones de los problemas, y la teoría de la probabilidad y la estadística, así como las técnicas de representación y descripción de datos, se han establecido para darle respuesta. La categoría de contenido incertidumbre y datos incluye el reconocimiento del lugar de la variación en los procesos, la posesión de un sentido de cuantificación de esa variación, la admisión de incertidumbre y error en las mediciones, y los conocimientos sobre el azar. Asimismo, comprende la elaboración, interpretación y valoración de las conclusiones extraídas en situaciones donde la incertidumbre es fundamental. La presentación e interpretación de datos son conceptos clave en esta categoría (Moore, 1997).* (Marco y pruebas de evaluación de PISA 2012. Matemáticas, Lectura y Ciencias, p.21).

*Existe incertidumbre en las predicciones científicas, los resultados electorales, las predicciones meteorológicas y los modelos económicos. Existe variación en los procesos de fabricación, las puntuaciones de los exámenes y los resultados de las encuestas, y el azar es esencial para muchas actividades recreativas de las que*

*disfrutan las personas. Las áreas curriculares tradicionales de probabilidad y estadística ofrecen los medios formales para describir, modelar e interpretar una determinada clase de fenómenos relativos a la incertidumbre y realizar inferencias. Además, el conocimiento de los números y de aspectos del álgebra, como los gráficos y las representaciones simbólicas, facilita la participación en problemas de esta categoría de contenido.*

*La evaluación electrónica proporciona a los alumnos la oportunidad de trabajar con series más grandes de datos y la capacidad de cálculo y manejo de datos que necesitan para trabajar con dichas series. Asimismo, se les da la oportunidad de elegir las herramientas adecuadas para manipular, analizar y representar datos, y tomar muestras de poblaciones de datos. Las representaciones afines permiten a los alumnos examinar y describir esos datos de diferentes maneras. La capacidad para generar resultados aleatorios, incluidos números, permite examinar mediante simulaciones las situaciones probabilísticas, como la probabilidad empírica de los sucesos y las propiedades de las muestras. (Marco y pruebas de evaluación de PISA 2012. Matemáticas, Lectura y Ciencias, p.22).*

Los temas que abordan la categoría de incertidumbre y datos, en *Azar y probabilidad*, son: noción de sucesos aleatorios, las variaciones aleatorias y su representación, el azar y la frecuencia de los sucesos, y los aspectos básicos del concepto de probabilidad.

### **Evaluación de la competencia matemática**

En este apartado se expone la distribución de las puntuaciones de los procesos matemáticos (formulación matemática de las situaciones, empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos e interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos), el contenido matemático específico (Cambio y relaciones, Espacio y forma, Cantidad e Incertidumbre y datos) y el contexto (personal, profesional, social y científico), la presentación de los niveles de competencia matemática, las actitudes hacia las matemáticas.

<b>Categoría de proceso</b>	<b>Porcentaje de puntuación</b>
Formulación matemática de las situaciones	25 aproximadamente
Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos	50 aproximadamente
Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos	25 aproximadamente
<b>TOTAL</b>	<b>100</b>

Tabla 1.2 Distribución aproximada de las puntuaciones de matemáticas según a la categoría de procesos

<b>Categoría de proceso</b>	<b>Porcentaje de puntuación</b>
Cambio y relaciones	25 aproximadamente
Espacio y forma	25 aproximadamente
Cantidad	25 aproximadamente
Incertidumbre y datos	25 aproximadamente
<b>TOTAL</b>	<b>100</b>

Tabla 1.3 Distribución aproximada de las puntuaciones de matemáticas según a la categoría de contenido

<b>Categoría de proceso</b>	<b>Porcentaje de puntuación</b>
Personal	25 aproximadamente
Profesional	25 aproximadamente
Social	25 aproximadamente
Científico	25 aproximadamente
<b>TOTAL</b>	<b>100</b>

Tabla 1.4 Distribución aproximada de las puntuaciones de matemáticas según a la categoría de contexto

La evaluación de matemáticas de PISA 2012 incluye preguntas con distintos niveles de dificultad. Contiene preguntas que son un reto para los alumnos más capaces y otras apropiadas para los menos capaces que son evaluados en matemáticas.

Los instrumentos de evaluación en soporte impreso contienen nueve grupos de estas preguntas. De este total, tres grupos incluyen material de enlace utilizado en anteriores evaluaciones de PISA, cuatro grupos “estándar”, que contienen material

nuevo con distintos niveles de dificultad y dos grupos “fáciles” dedicados a material con un nivel de dificultad más bajo. Cada país participante utiliza siete de los grupos: los tres de material de enlace, dos de los nuevos grupos “estándar” y, o bien los otros dos grupos “estándar”, o los dos grupos “fáciles”. Las preguntas se puntúan de tal manera que la puntuación de un país no se verá afectada se decide administrar los grupos “fáciles” o los adicionales “estándar”. Los grupos de preguntas se distribuyen en cuadernillos de prueba, cada uno de los cuales consta de cuatro grupos de material de las áreas de matemáticas, lectura y ciencias. Cada alumno rellena un cuadernillo.

El componente electrónico opcional contiene cuatro grupos de preguntas. Este material se organiza en una serie de cuadernillos de carácter rotatorio y de otro material para la administración electrónica. Cada cuadernillo contiene dos grupos y cada alumno rellena un cuadernillo.

El diseño de las preguntas en PISA 2012, la evaluación de la competencia matemática en soporte impreso hace uso de tres tipos de formato de pregunta: de respuesta construida abierta, de respuesta construida cerrada y de respuesta seleccionada. Las primeras requieren una respuesta escrita de cierta extensión por parte del alumno. Las preguntas de respuesta construida cerrada ofrecen un contexto más estructurado para presentar las soluciones de los problemas y provocan una respuesta por parte del alumno que puede valorarse fácilmente como correcta o incorrecta. En las preguntas de respuesta seleccionada es necesario elegir una o más respuestas de una serie de opciones.

En el componente electrónico opcional son posibles otros tipos de formato de pregunta, la manipulación y rotación de representaciones de formas tridimensionales, que no se pueden evaluar tan fácilmente en el medio impreso.

En cuanto a las herramientas matemáticas, la política de PISA permite a los alumnos el uso de la calculadora en el componente en soporte impreso, tal y como se utiliza normalmente en los centros escolares. Esto representa la evaluación más auténtica de lo que los alumnos pueden lograr y proporciona la comparación más instructiva del rendimiento de los sistemas educativos. En 2012, por primera vez en una evaluación de matemáticas de PISA, algunas de las preguntas redactadas para su administración en soporte impreso se elaboraron de modo que la calculadora probablemente hiciera que los cálculos requeridos sean más rápidos y fáciles. En el componente opcional en soporte electrónico de PISA 2012, los alumnos tuvieron acceso a una calculadora *on line* y/o a programas informáticos con una funcionalidad

equivalente en el caso de preguntas donde esto pudiese ser relevante. También pueden proporcionarse otras herramientas como parte del sistema de administración de la prueba, entre las que se encuentran dispositivos virtuales de medición, determinadas funcionalidades básicas de las hojas de cálculo y diversas herramientas de presentación y visualización gráfica.

Sin embargo, la puntuación de las preguntas, aunque la mayoría se puntúan de forma dicotómica, es decir con o sin puntuación, en ocasiones, las de respuesta construida abierta pueden incluir una puntuación parcial, lo que permite asignar a las respuestas una puntuación en función de los distintos grados de “corrección”. Una guía detallada de codificación, para ver si esas preguntas tienen una puntuación máxima, parcial o ninguna puntuación, se le facilita al personal formado para codificar las respuestas de los alumnos en los distintos países participantes, con el fin de garantizar que la codificación de las preguntas se realice de forma consistente y fiable.

Los resultados de la evaluación de matemáticas de PISA se presentan de varias maneras. Se obtienen estimaciones de la competencia matemática global de los alumnos seleccionados en cada país participante y se definen una serie de niveles de competencia. También, se elaboran descripciones del grado de competencia matemática típica de los alumnos en cada nivel. Además, se identifican aspectos de la competencia matemática global que serán de relevancia para las políticas de los países participantes, se obtienen estimaciones separadas para los alumnos con relación a esos aspectos y también se realizan descripciones de competencias para los distintos niveles definidos en esas escalas. En la Figura 1.3 se facilitan las descripciones de los seis niveles de competencia presentados para la escala general de matemáticas de PISA en 2003, 2006 y 2009, que constituyen la base de la escala de matemáticas de PISA 2012.

Nivel	
6	En el nivel 6 los alumnos saben formar conceptos, generalizar y utilizar información basada en investigaciones y modelos de situaciones de problemas complejos. Pueden relacionar diferentes fuentes de información y representaciones y traducirlas entre ellas de manera flexible. Los estudiantes de este nivel poseen un pensamiento y razonamiento matemático avanzado. Estos alumnos pueden aplicar su entendimiento y comprensión, así como su dominio de las operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales y desarrollar nuevos enfoques y estrategias para abordar situaciones nuevas. Los alumnos pertenecientes a este nivel pueden formular y comunicar con exactitud sus acciones y reflexiones relativas a sus descubrimientos, interpretaciones, argumentos y

	su adecuación a las situaciones originales.
5	En el nivel 5, los alumnos saben desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando los condicionantes y especificando los supuestos. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para abordar problemas complejos relativos a estos modelos. Los alumnos pertenecientes a este nivel pueden trabajar estratégicamente utilizando habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas, así como representaciones adecuadamente relacionadas, caracterizaciones simbólicas y formales, e instituciones relativas a estas situaciones. Pueden reflexionar sobre sus acciones y formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.
4	En el nivel 4, los alumnos pueden trabajar con eficacia con modelos explícitos en situaciones complejas y concretas que pueden conllevar condicionantes o exigir la formulación de supuestos. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluidas las simbólicas, asociándolas directamente a situaciones del mundo real. Los alumnos de este nivel saben utilizar habilidades bien desarrolladas y razonar con flexibilidad y con cierta perspicacia en estos contextos. Pueden elaborar y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, argumentos y acciones.
3	En el nivel 3, los alumnos saben ejecutar procedimientos descritos con claridad, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias de solución de problemas sencillos. Los alumnos de este nivel interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas. Son también capaces de elaborar breves escritos exponiendo sus interpretaciones, resultados y razonamientos.
2	En el nivel 2, los alumnos saben interpretar y reconocer situaciones en contextos que solo requieren una inferencia directa. Saben extraer información pertinente de una sola fuente y hacer uso de un único modelo representacional. Los alumnos de este nivel pueden utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales. Son capaces de efectuar razonamientos directos e interpretaciones literales de los resultados.
1	En el nivel 1, los alumnos saben responder a preguntas relacionadas con contextos que les son conocidos, en los que está presente toda la información pertinente y las preguntas están claramente definidas. Son capaces de identificar la información y llevar a cabo procedimientos rutinarios siguiendo unas instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.

Tabla 1.5 Descripción de la escala de competencia matemática (2003-2009)



Las actitudes, creencias y emociones de los individuos juegan un papel significativo en el interés y la respuesta que dan a las matemáticas en general y en el uso que hacen de ellas en su vida personal. Un objetivo en la enseñanza de las matemáticas es que los alumnos desarrollen actitudes, creencias y emociones que aumenten sus probabilidades de utilizar con éxito las matemáticas que saben y de aprender más matemáticas para su beneficio personal y social.

En la evaluación electrónica opcional de las matemáticas existen dos motivos para incluirla. En primer lugar, el uso de los ordenadores es tan habitual hoy en día en el lugar de trabajo y en la vida diaria que el nivel de competencia matemática en el siglo XXI incluye dicho uso (Hoyles et. al., 2002). En segundo lugar, es que el ordenador ofrece a quienes elaboran las preguntas de la prueba múltiples posibilidades para hacerlas más interactivas, auténticas y atractivas.

## **ANEXO 2**

---

## ANEXO 2

### CONTENIDOS SOBRE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD EN LOS DECRETOS DE ENSEÑANZAS MÍNIMAS

#### 1. EDUCACIÓN PRIMARIA

La probabilidad se contempla en la Educación Primaria, tanto por parte del Ministerio de Educación, como de la Consejería de Educación de Canarias.

Ley Orgánica de Educación (LOE)

El Ministerio (MEC, 2006a) se incluye este contenido dentro del bloque 4, *Tratamiento de la información, azar y probabilidad*. Dicho bloque “adquiere su pleno significado cuando se presentan conectados con problemas que implican a otras áreas de conocimiento. El trabajo en este Bloque ha de incidir de forma significativa en la comprensión de las informaciones presentes en los medios de comunicación. Debe también aumentar el interés por la materia y ayudar a valorar el beneficio que los conocimientos estadísticos proporcionan ante la toma de decisiones en muchas y variadas situaciones” (p. 43096). Asimismo, en la citada página se sugiere la importancia dentro del bloque los contenidos actitudinales, por ejemplo, al promover la presentación de los datos de forma ordenada y gráfica, y descubrir que las matemáticas facilitan la resolución de problemas de la vida diaria, así como iniciar en el uso crítico de la información recibida por diferentes medios.

El Ministerio (MEC, 2006a) incluye los siguientes contenidos específicos de estadística y probabilidad en este bloque:

- *Primer ciclo* (p. 43098):
  - “Gráficos estadísticos: Descripción verbal, obtención de información cualitativa e interpretación de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos. Utilización de técnicas elementales para la recogida y ordenación de datos en contextos familiares y cercanos.
  - Carácter aleatorio de algunas experiencias. Distinción entre lo posible, lo seguro y aquello que es posible pero no seguro, y utilización en el lenguaje habitual, de expresiones relacionadas con la probabilidad.
  - Participación y colaboración activa en el trabajo en equipo y el aprendizaje organizado a partir de la investigación sobre situaciones reales. Respeto por el trabajo de los demás”.

- *Segundo ciclo* (p. 43099):
  - “Gráficos y tablas: Tablas de datos. Iniciación al uso de estrategias eficaces de recuento de datos. Recogida y registro de datos sobre objetos, fenómenos y situaciones familiares utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Lectura e interpretación de tablas de doble entrada de uso habitual de vida cotidiana. Interpretación y descripción verbal de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos familiares. Disposición a la elaboración y presentación de gráficos y tablas de forma ordenada y clara.
  - Carácter aleatorio de algunas experiencias: Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar, para apreciar que hay sucesos más o menos probables y la imposibilidad de predecir un resultado concreto. Introducción al lenguaje del azar. Confianza en las propias posibilidades, y curiosidad, interés y constancia en la interpretación de datos presentados de forma gráfica”.
- *Tercer ciclo* (p. 43101):
  - “Gráficos y parámetros estadísticos: Recogida y registro de datos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Distintas formas de representar la información. Tipos de gráficos estadísticos. Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos. La media aritmética, la moda y el rango, aplicación a situaciones familiares. Disposición a la elaboración y presentación de gráficos y tablas de forma ordenada y clara. Obtención y utilización de información para la realización de gráficos.
  - Carácter aleatorio de algunas experiencias: Presencia del azar en la vida cotidiana. Estimación del grado de probabilidad de un suceso. Valoración de la necesidad de reflexión, razonamiento y perseverancia para superar las dificultades implícitas en la resolución de problemas. Confianza en las propias posibilidades e interés por utilizar las herramientas tecnológicas en la comprensión de los contenidos funcionales”.

En otras orientaciones curriculares, se señala que los juegos de azar proporcionan ejemplos que permitirán introducir las nociones de azar y probabilidad. La evaluación considerará además de los aspectos propios de la clasificación y representación de datos, la capacidad para deducir relaciones entre ellos y, sobre todo,

la deducción de conclusiones y estimaciones a partir de los datos representados. Se pretende que el alumnado sea capaz de razonar sobre los posibles resultados de un experimento aleatorio sencillo.

Encontramos también en este documento los siguientes criterios de evaluación, relaciones con el tema:

- *Primer ciclo*: “Realizar interpretaciones elementales de los datos presentados en gráficas de barras. Formular y resolver sencillos problemas en los que intervenga la lectura de gráficos. Con este criterio se trata de valorar la capacidad de interpretar gráficos sencillos de situaciones familiares y verificar la habilidad para reconocer gráficamente informaciones cuantificables. También se pretende evaluar si los niños y las niñas están familiarizados con conceptos y términos básicos sobre el azar: seguro, posible, imposible...” (p. 43098).
- *Segundo ciclo*: “Recoger datos sobre hechos y objetos de la vida cotidiana utilizando técnicas sencillas de recuento, ordenar estos datos atendiendo a un criterio de clasificación y expresar el resultado de forma de tabla o gráfica. Este criterio trata de valorar la capacidad para realizar un efectivo recuento de datos y representar el resultado utilizando los gráficos estadísticos más adecuados a la situación. Es asimismo motivo de evaluación la capacidad para describir e interpretar gráficos sencillos relativos a situaciones familiares”. (p. 43100).
- *Tercer ciclo*: “Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno más inmediato. Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones sencillas en las que intervenga el azar y comprobar dicho resultado. Este criterio trata de comprobar la capacidad de recoger y registrar una información que se pueda cuantificar, de utilizar algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales... y de comprender y comunicar la información así expresada. Además, se comprobará que se empieza a constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen, o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición. Estas nociones estarán basadas en la experiencia”. (p. 43101).

La Consejería de Educación (2007a) remite a estos mismos contenidos cuando describe el Bloque 4 que incluye en el currículo de matemáticas con el título

Tratamiento de la información, azar y probabilidad. En este documento se resaltan las conexiones de este bloque con los siguientes del Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre: Bloque 1. Números y operaciones, Bloque 2. La medida: estimación y cálculo de magnitudes y Bloque 3. Geometría. También se sugieren que sus contenidos sólo adquieren su pleno significado cuando se presentan en conexión con actividades que implican a otras áreas de conocimiento.

El documento indica que los contenidos de este bloque han de entenderse como un ámbito de conocimiento práctico y necesario en la cultura matemática del alumnado, ha de incidir de forma significativa en la comprensión de las informaciones de los medios de comunicación, y ayudar a valorar el beneficio que los conocimientos estadísticos proporcionan ante la toma de decisiones.

La finalidad de este bloque es que los niños y niñas comiencen a recoger e interpretar los fenómenos ambientales y sociales de su entorno más cercano a través de las matemáticas. Los alumnos y alumnas deben ser conscientes de la información recibida ya sea del medio físico o a través de los medios de comunicación. Esto ayuda a entender las matemáticas como una disciplina que ayuda a interpretar la realidad y a actuar sobre ella de forma responsable, crítica y positiva.

Se recuerda que los contenidos matemáticos implicados en este núcleo corresponden fundamentalmente a la estadística y la probabilidad, disciplinas matemáticas entre las que existe una relación complementaria. Las múltiples aplicaciones de dichas disciplinas se extienden a todos los campos de la actividad humana. Ello ocasiona un amplio reconocimiento social, laboral y ambiente cultural. También se añade que los juegos de azar proporcionan ejemplos que permitirán introducir las nociones de azar y probabilidad.

Respecto a los criterios de evaluación repite los citados del Ministerio de Educación para el Primer y Tercer ciclo. Sin embargo, en el Segundo ciclo, la Consejería de Educación, se señala: “Describir sucesos como posibles o no posibles, discutir el grado de posibilidad de un suceso (seguro, probable o imposible) y predecir la probabilidad de un suceso en experimentos sencillos. Con este criterio se pretende valorar el uso que hace el alumnado del vocabulario básico relacionado con el azar y la probabilidad y su capacidad para realizar predicciones de resultados en sucesos sencillos, preferentemente a través de situaciones de juego. Se valorará la predisposición para identificar y analizar situaciones y fenómenos en los que intervengan el azar y la probabilidad”. (p. 169).

### Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE)

La Consejería de Educación (2014) incluye este contenido dentro del bloque 5, *Estadística y probabilidad*. En él se señala que: “debe entenderse como un ámbito de conocimiento práctico, en el que el alumno irá adquiriendo una serie de estrategias que le permitan realizar pequeñas investigaciones con el fin de facilitar la lectura, interpretación, representación y valoración crítica de la información sobre su realidad. Las ideas sobre probabilidad en esta etapa deben tratarse a través del juego y situaciones reales (muchos de los fenómenos con los que se encuentra el alumnado tienen resultados predecibles). De este modo, se introducen nociones de probabilidad para posteriormente, mediante experimentos con objetos concretos tales como sacar fichas coloreadas de una bolsa, tirar una moneda o un dado..., construir el conocimiento de la probabilidad. Es importante también fomentar el desarrollo de conductas responsables frente a los juegos de azar” (p. 22238).

La Consejería de Educación (2014) incluye los siguientes contenidos específicos de *Estadística y probabilidad* en este bloque:

- *Primer curso* (p. 22246):
  - “Descripción verbal, obtención de información cualitativa e interpretación de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos. Elaboración de gráficos de barras y pictogramas”.
- *Segundo curso* (p. 22253):
  - “Realización de encuestas cuyas respuestas se expresen con pocas opciones o recogida de datos, en contextos cercanos. Organización de los datos mediante tablas sencillas. Representación de la información utilizando diagramas de barras y pictogramas. Descripción verbal de la información contenida en tablas y gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos”.
- *Tercer curso* (p. 22261):
  - “Recogida de información utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Clasificación y organización de la información en tablas. Elaboración y presentación de gráficos (diagramas de barras y pictogramas), de forma ordenada y clara. Lectura e interpretación de tablas de datos, gráficas de barras y pictogramas. Confianza en las propias posibilidades y curiosidad, interés y constancia en el trabajo estadístico. Utilización del lenguaje

del azar. Valoración de los sucesos como más o menos probables, posibles e imposibles”.

- *Cuarto curso* (p. 22269):
  - “Recogida de información en diferentes contextos, utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Construcción de clasificaciones de acuerdo con una regla establecida. Organización y registro de datos numéricos en tablas. Iniciación al concepto de variable y valor de la variable. Elaboración y presentación de gráficos sencillos de barras, lineales y pictogramas de forma ordenada y clara. Identificación del carácter aleatorio de experiencias en situaciones de juego. Uso del vocabulario propio de la probabilidad con expresiones como suceso, describiéndolo como “seguro, probable e imposible”. Acercamiento al cálculo de probabilidades como número de casos favorables entre el de casos posibles, para sucesos cuyo resultado coincida con las fracciones y porcentajes  $\frac{1}{4}$ , 25%,  $\frac{1}{2}$ , 50%,  $\frac{3}{4}$ , 75% y 100%”.
- *Quinto curso* (p. 22278 y 22279):
  - “Recogida y registro de datos cualitativos y cuantitativos, utilizando técnicas elementales de encuesta, observación, medición y experimentos. Diseño de investigaciones para obtener información y elección de los métodos de recogida de datos en función de su naturaleza. Organización y representación clara y ordenada de un mismo conjunto de datos: tablas de frecuencias, diagramas de sectores sencillos (mitades, tercios, cuartos, quintos y décimos), y de barras, y obtención de información a partir de ellos. Comprensión y uso de los términos frecuencia absoluta y relativa (fracción/decimal/porcentaje) y de la moda, a partir del análisis de muestras de datos sencillos y habituales en su entorno. Anticipación de resultados de una investigación estadística. Utilización de la calculadora y programas informáticos para cálculos y representaciones gráficas. Distinción entre variable y valor de la variable. Análisis y uso crítico de información obtenida en la red, para realizar investigaciones y proyectos, y para expresarse y comunicarse, utilizando recursos y programas informáticos adecuados a cada finalidad, con autonomía personal y grupal”.
  - “Identificación del carácter aleatorio de algunas experiencias en la vida cotidiana. Uso del vocabulario propio de la probabilidad con expresiones como suceso, describiéndolo, como “seguro, probable, imposible”. Relación de la probabilidad de un suceso (comprendida entre 0 y 1), con las fracciones y los



porcentajes. Cálculo de la probabilidad de un suceso como el número de casos favorables entre el de casos posibles para sucesos equiprobables (Regla de Laplace)”.

- *Sexto curso* (p. 22288 y 22289):
  - “Recogida y registro de datos cualitativos y cuantitativos, utilizando técnicas elementales de encuesta, observación, medición y experimentación. Diseño de investigaciones para obtener información y elección de los métodos de recogida de datos en función de su naturaleza. Organización y representación clara y ordenada de un mismo conjunto de datos: tablas de frecuencias, diagramas de sectores sencillos (mitades, tercios, cuartos, quintos y décimos), y de barras, y obtención de información a partir de ellos. Comprensión y uso de los términos frecuencia absoluta y relativa (fracción/decimal/porcentaje), moda, media y rango, a partir del análisis de muestras de datos sencillos y habituales en su entorno. Anticipación de resultados de una investigación estadística. Errores en la construcción de representaciones gráficas y en su interpretación. Análisis crítico de informaciones estadísticas. Utilización de la calculadora y programas informáticos para cálculos y representaciones gráficas. Análisis y uso crítico de información obtenida en la red, para realizar investigaciones y proyectos, y para expresarse y comunicarse, utilizando recursos y programas informáticos adecuados a cada finalidad, con autonomía personal y grupal”.
  - “Relación de la probabilidad de un suceso (comprendida entre 0 y 1), con las fracciones y los porcentajes. Confianza en las propias posibilidades e interés por utilizar las herramientas tecnológicas en la comprensión de los contenidos funcionales. Cálculo de la probabilidad de un suceso como el número de casos favorables entre el de casos posibles para sucesos equiprobables (Regla de Laplace)”.

Dicho documento especifica que en esta etapa los criterios de evaluación se organizan por cursos, apareciendo relacionados con sus contenidos y con los estándares de aprendizaje evaluables asociados y vinculados a las competencias a las que contribuyen. En este sentido, cada uno de los criterios de evaluación construidos contribuye a que el alumnado pueda alcanzar de manera progresiva los estándares de aprendizaje evaluables. Hay tres tipos de criterios: longitudinales, que aparecen en toda la etapa y van avanzando en complejidad y profundización; transversales, como los del trabajo científico, la estadística o la medida, que proponen aprendizajes comunes a otras

asignaturas y conectan con otras competencias; y específicos, muy vinculados con las especificidades de la asignatura de Matemáticas.

Así como la estadística y la probabilidad se evalúan conjuntamente en sus inicios, pero tienen criterios diferenciados a partir de quinto curso. Estos criterios tratan de verificar que se realizan todas las fases de un estudio estadístico, desde la formulación de conjeturas hasta la formulación de resultados, y también que reconocen situaciones aleatorias, cuantificando la seguridad de que determinados sucesos se verifiquen en casos sencillos.

En lo que respecta a los estándares de aprendizaje evaluables, se han establecido como especificaciones de los criterios de evaluación que permiten definir los resultados de aprendizaje y que concretan lo que el alumnado debe saber, comprender y saber hacer en cada asignatura. Son observables, medibles y evaluables, y permiten graduar el rendimiento o logro alcanzado. Estos estándares se han tratado de una manera globalizada en las explicaciones de los criterios de evaluación, graduándose el proceso a través del cual los niños y las niñas podrán alcanzarlo.

Encontramos también en este documento los siguientes criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables relacionados, relaciones con el tema:

- *Primer curso* (p. 22246):

Criterio de evaluación: “Este criterio trata de comprobar si el alumnado, a partir de las rutinas y situaciones habituales en el aula (pasar lista, salidas al baño, el tiempo atmosférico, el tipo de tiempo de media mañana, color preferido, puntos ganados en juego, etc.), elabora, individualmente o en grupo, representaciones gráficas del tipo diagrama de barras y pictogramas con materiales como cajas, cubos, folios de colores, regletas, emoticonos, pegatinas...; y, una vez realizada, interpreta la información recogida en esa representación y la comunica respondiendo a preguntas”.

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados: “Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas” (p. 22295).

- *Segundo curso* (p. 22253):

Criterio de evaluación: “Este criterio trata de comprobar si el alumnado, individualmente o en pequeños grupos, recoge, clasifica y registra datos en contextos cercanos asequibles a su nivel, por ejemplo el entorno escolar, utilizando tablas simples y representaciones gráficas con diagramas de barras y pictogramas realizados con distintos tipos de materiales: cubos, cajas, regletas... Lee e interpreta esas

representaciones u otras del mismo estilo, que se le presenten ya realizadas, y comunica oralmente o por escrito la información contenida en ellas”.

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados: “Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencia absolutas y relativas. Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas” (p. 22295).

- *Tercer curso* (p. 22261):

Criterio de evaluación: “Este criterio trata de comprobar si el alumnado, individualmente o en grupo, recoge, clasifica y registra datos de situaciones cercanas, utilizando tablas de datos y representaciones gráficas (pictogramas y diagramas de barras), y se lee e interpreta esas representaciones y otras similares que se le presenten ya realizadas y comunica oralmente o por escrito la información contenida en ellas con cierto orden. Se trata además de comprobar que responde a preguntas donde sea necesario utilizar correctamente las expresiones seguro, imposible y posible pero no seguro, atendiendo a la interpretación hecha de las representaciones gráficas realizadas por ellos u otras que se les presenten”.

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados: “Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencia absolutas y relativas. Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas. Identifica situaciones de carácter aleatorio. Realiza conjeturas y estimaciones sobre algunos juegos (monedas, dados, cartas, lotería...)” (p. 22295).

- *Cuarto curso* (p. 22269):

Criterio de evaluación: “Este criterio trata de comprobar si el alumnado, individualmente o en grupo, a partir de informaciones recogidas en diferentes medios (prensa, libros, medios informáticos, etc.), organiza la información en tablas, la representa ayudándose de gráficas (realizadas a mano o mediante aplicaciones informáticas), la interpreta y la comunica de forma planificada mediante el uso de los medios informáticos adecuados. En un contexto de juegos: parchís, oca, dados, cartas, monedas, fichas de colores..., se averiguará si el alumnado utiliza adecuadamente las fracciones y porcentajes  $\frac{1}{4}$ , 25%,  $\frac{1}{2}$ , 50%,  $\frac{3}{4}$ , 75% y 100%, para cuantificar la probabilidad de un suceso”.

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados (p. 22290 y 22295):

“Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas: revisa las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprueba e interpreta las soluciones en el contexto de la situación, busca otras formas de resolución, etc. Identifica datos cualitativos y cuantitativos en situaciones familiares. Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencia absolutas y relativas. Aplica de forma intuitiva a situaciones familiares las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango. Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas. Realiza análisis crítico argumentado sobre las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos. Resuelve problemas que impliquen dominio de los contenidos propios de estadística y probabilidad, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, tomando decisiones y valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización”.

- *Quinto curso:*

Criterios de evaluación:

“Este criterio trata de comprobar si el alumnado, individualmente o en grupo, planifica un sencillo estudio de investigación: elabora conjeturas, recoge, clasifica y organiza datos de la realidad cercana directamente o a través de prensa, libros o medios informáticos; los representa con gráficos sencillos (tablas, bloques de barras, diagramas lineales, etc.), valiéndose de herramientas TIC, y los analiza. Extrae conclusiones y comunica de forma organizada la información obtenida utilizando los medios informáticos en la elaboración de dossier y en la exposición” (p.22278).

“Con este criterio se quiere comprobar que, en situaciones sencillas de juegos, utilizando fichas, cartas, dados..., el alumnado identifica si un suceso es seguro, imposible, o más o menos probable; hace estimaciones basadas en la experiencia sobre los resultados posibles en contextos en los que interviene el azar, y las comprueba, si procede, mediante la experimentación y el análisis de posibilidades (casos favorables entre casos posibles), realizando los cálculos necesarios con la calculadora” (p. 22279).

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados (p. 22290, 22291 y 22295):

“Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas: revisa las operaciones

utilizadas, las unidades de los resultados, comprueba e interpreta las soluciones en el contexto de la situación, busca otras formas de resolución, etc. Se inicia en la utilización de herramientas tecnológicas para la realización de cálculos numéricos, para aprender y para resolver problemas. Se inicia en la utilización de la calculadora para la realización de cálculos numéricos, para aprender y para resolver problemas. Identifica situaciones de carácter aleatorio. Identifica datos cualitativos y cuantitativos en situaciones familiares. Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencia absolutas y relativas. Aplica de forma intuitiva a situaciones familiares las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango. Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas. Realiza conjeturas y estimaciones sobre algunos juegos (monedas, dados, cartas, lotería...). Resuelve problemas que impliquen dominio de los contenidos propios de estadística y probabilidad, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, tomando decisiones y valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización”.

- *Sexto curso:*

Criterios de evaluación:

“Este criterio trata de comprobar si el alumnado, individualmente o en grupo, a partir de un situación que sea de su interés, elabora conjeturas, plantea un estudio de investigación, recoge, clasifica y organiza datos de la realidad cercana, seleccionados críticamente, obtenidos directamente o a través de prensa, libros o medios informáticos; los representa con gráficos sencillos (tablas, bloques de barras, diagramas lineales, etc.), valiéndose de herramientas TIC, y los analiza, utilizando parámetros estadísticos (media aritmética, moda y rango), si fuera necesario.

Se comprobará, además, si a partir del análisis realizado verifica lo acertado de su conjetura inicial, extrae conclusiones y las comunica oralmente o en formato digital, toma decisiones valorando las consecuencias de las mismas y las lleva a la práctica si fuese oportuno con el fin de propiciar mejoras en su entorno” (p. 22288).

“Con el criterio se quiere comprobar que el alumnado, en situaciones de juego o de la vida cotidiana, utilizando fichas, cartas, dados..., identifica que un suceso es seguro, imposible, o más o menos probable; realiza una estimación de la probabilidad de un suceso basada en la experiencia sobre los resultados posibles en contextos en los

que interviene el azar, y la comprueba mediante el análisis de posibilidades (casos favorables entre casos posibles), realizando los cálculos necesarios con la calculadora. Investiga juegos en los que interviene el azar y analiza las consecuencias negativas de las conductas adictivas en este tipo de juegos” (p.22289).

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados (p.22290, 22291 y 22295): “Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas: revisa las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprueba e interpreta las soluciones en el contexto de la situación, busca otras formas de resolución, etc. Utiliza herramientas tecnológicas para la realización de cálculos numéricos, para aprender y para resolver problemas, conjeturas y construir y defender argumentos. Se inicia en la utilización de la calculadora para la realización de cálculos numéricos, para aprender y resolver problemas. Realiza un proyecto, elabora y presenta un informe creando documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido,...), buscando, analizando y seleccionando. Identifica datos cualitativos y cuantitativos en situaciones familiares. Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencia absolutas y relativas. Aplica de forma intuitiva a situaciones familiares las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango. Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas. Realiza análisis crítico argumentado sobre las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos. Identifica situaciones de carácter aleatorio. Realiza conjeturas y estimaciones sobre algunos juegos (monedas, dados, cartas, lotería...). Resuelve problemas que impliquen dominio de los contenidos propios de estadística y probabilidad, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, tomando decisiones y valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización”.

## **2. EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA**

### Ley Orgánica de Educación (LOE)

Respecto a la Enseñanza Secundaria Obligatoria, el Decreto de Enseñanzas Mínimas (MEC, 2006b) indica (p. 750) que “la toma de decisiones requiere comprender, modificar y producir mensajes de todo tipo, y en la información que se

maneja cada vez aparecen con más frecuencia tablas, gráficos y fórmulas que demandan conocimientos matemáticos para su correcta interpretación. Por ello, los ciudadanos deben estar preparados para adaptarse con eficacia a los continuos cambios que se generan”. Asimismo se resalta (p. 751): “Debido a su presencia en los medios de comunicación y el uso que de ella hacen las diferentes materias, la estadística tiene en la actualidad una gran importancia y su estudio ha de capacitar a los estudiantes para analizar de forma crítica las presentaciones falaces, interpretaciones sesgadas y abusos que a veces contiene la información de naturaleza estadística. En los primeros cursos se pretende una aproximación natural al estudio de fenómenos aleatorios sencillos mediante experimentación y el tratamiento, por medio de tablas y gráficos, de datos estadísticos. Posteriormente, el trabajo se encamina a la obtención de valores representativos de una muestra y se profundiza en la utilización de diagramas y gráficos más complejos con objeto de sacar conclusiones a partir de ellos. La utilización de las hojas de cálculo facilita el proceso de organizar la información, posibilita el uso de gráficos sencillos, el tratamiento de grandes cantidades de datos, y libera tiempo y esfuerzos de cálculo para dedicarlo a la formulación de preguntas, comprensión de ideas y redacción de informes”.

Incluye, entre otros, los siguientes contenidos del Bloque 6, Estadística y probabilidad:

- *Primer curso* (p. 753):
  - “Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación.
  - Reconocimiento y valoración de las matemáticas para interpretar y describir situaciones inciertas.
  - Diferentes formas de recogida de información. Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia. Frecuencias absolutas y relativas. Diagramas de barras, de líneas y de sectores. Análisis de los aspectos más destacables de los gráficos”.
- *Segundo curso* (p. 755):
  - “Diferentes formas de recogida de información. Organización de los datos en tablas. Frecuencias absolutas y relativas, ordinarias y acumuladas. Diagramas estadísticos. Análisis de los aspectos más destacables de los gráficos.
  - Medidas de centralización: media, mediana y moda. Significado, estimación y cálculo. Utilización de las propiedades de la media para resolver problemas.

Utilización de la media, la mediana y la moda para realizar comparaciones y valoraciones. Utilización de la hoja de cálculo para organizar los datos, realizar los cálculos y generar los gráficos más adecuados”.

- *Tercer curso* (p. 756):
  - “Necesidad, conveniencia y representatividad de una muestra. Métodos de selección aleatoria y aplicaciones en situaciones reales. Atributos y variables discretas y continuas. Agrupación de datos en intervalos. Histogramas y polígonos de frecuencias. Construcción de la gráfica adecuada a la naturaleza de los datos y al objetivo deseado.
  - Media, moda, cuartiles y mediana. Significado, cálculo y aplicaciones. Análisis de la dispersión: rango y desviación típica. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica. Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones. Actitud crítica ante la información de índole estadística. Utilización de la calculadora y la hoja de cálculo para organizar los datos, realizar cálculos y generar las gráficas más adecuadas.
  - Experiencias aleatorias. Sucesos y espacio muestral. Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar. Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace. Formulación y comprobación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos. Cálculo de la probabilidad mediante la simulación o experimentación. Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en diferentes contextos. Reconocimiento y valoración de las matemáticas para interpretar, describir y predecir situaciones inciertas”.
- *Cuarto curso. Opción A* (p. 758):
  - “Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumnado. Análisis elemental de la representatividad de las muestras estadísticas. Gráficas estadísticas: gráficas múltiples, diagramas de caja. Uso de la hoja de cálculo. Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones.
  - Experiencias compuestas. Utilización de tablas de contingencia y diagramas de árbol para el recuento de casos y la asignación de probabilidades. Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar”.



- *Cuarto curso. Opción B (p. 759):*
  - “Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico. Análisis elemental de la representatividad de las muestras estadísticas. Gráficas estadísticas: gráficas múltiples, diagramas de caja. Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación. Detección de falacias.
  - Representatividad de una distribución por su media y desviación típica o por otras medidas ante la presencia de descentralizaciones, asimetrías y valores atípicos. Valoración de la mejor representatividad en función de la existencia o no de valores atípicos. Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones.
  - Experiencias compuestas. Utilización de tablas de contingencia y diagramas de árbol para el recuento de casos y la asignación de probabilidades. Probabilidad condicionada. Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar”.

Se incluyen, asimismo, los siguientes criterios de evaluación relacionados con estos temas:

- *Primer curso (p. 754):*
  - “Organizar e interpretar informaciones diversas mediante tablas y gráficas, e identificar relaciones de dependencia en situaciones cotidianas. Este criterio pretende valorar la capacidad de identificar las variables que intervienen en una situación cotidiana, la relación de dependencia entre ellas y visualizarla gráficamente. Se trata de evaluar, además, el uso de las tablas como instrumento para recoger información y transferirla a unos ejes coordenados, así como la capacidad para interpretar de forma cualitativa la información presentada en forma de tablas y gráficas.
  - Hacer predicciones sobre la posibilidad de que un suceso ocurra a partir de información previamente obtenida de forma empírica. Se trata de valorar la capacidad para diferenciar los fenómenos deterministas de los aleatorios y, en estos últimos, analizar las regularidades obtenidas al repetir un número significativo de veces una experiencia aleatoria y hacer predicciones razonables a partir de los mismos. Además, este criterio pretende verificar la comprensión del concepto de frecuencia relativa y, a partir de ella, la capacidad de inducir la noción de probabilidad”.

- *Segundo curso* (p. 755):
  - “Formular las preguntas adecuadas para conocer las características de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas informáticas adecuadas. Se trata de verificar, en casos sencillos y relacionados con su entorno, la capacidad de desarrollar las distintas fases de un estudio estadístico: formular la pregunta o preguntas que darán lugar al estudio, recoger la información, organizarla en tablas y gráficas, hallar valores relevantes (media, moda, valores máximo y mínimo, rango) y obtener conclusiones razonables a partir de los datos obtenidos. También se pretende valorar la capacidad para utilizar la hoja de cálculo, para organizar y generar las gráficas más adecuadas a la situación estudiada”.
- *Tercer curso* (p. 757):
  - “Elaborar e interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta la adecuación de las tablas y gráficas empleadas, y analizar si los parámetros son más o menos significativos. Se trata de valorar la capacidad de organizar, en tablas de frecuencias y gráficas, información de naturaleza estadística, atendiendo a sus aspectos técnicos, funcionales y estéticos (elección de la tabla o gráfica que mejor presenta la información), y calcular, utilizando si es necesario la calculadora o la hoja de cálculo, los parámetros centrales (media, mediana y moda) y de dispersión (recorrido y desviación típica) de una distribución. Asimismo, se valorará la capacidad de interpretar información estadística dada en forma de tablas y gráficas y de obtener conclusiones pertinentes de una población a partir del conocimiento de sus parámetros más representativos.
  - Hacer predicciones sobre la posibilidad de que un suceso ocurra a partir de información previamente obtenida de forma empírica o como resultado del recuento de posibilidades, en casos sencillos. Se pretende medir la capacidad de identificar los sucesos elementales de un experimento aleatorio sencillo y otros sucesos asociados a dicho experimento. También la capacidad de determinar e interpretar la probabilidad de un suceso a partir de la experimentación o del cálculo (regla de Laplace), en casos sencillos. Por ello tienen especial interés las situaciones que exijan la toma de decisiones razonables a partir de los resultados de la experimentación, simulación o, en su caso, del recuento”.

- *Cuarto curso. Opciones A y B* (p. 758 y 760):
  - “Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales correspondientes a distribuciones discretas y continuas, y valorar cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas. Se trata de valorar la capacidad de organizar la información estadística en tablas y gráficas y calcular los parámetros que resulten más relevantes con ayuda de la calculadora o la hoja de cálculo. En este nivel se pretende, además, que tengan en cuenta la representatividad y la validez del procedimiento de elección de la muestra y analicen la pertinencia de la generalización de las conclusiones del estudio a toda la población.
  - Aplicar los conceptos y técnicas de cálculo de probabilidades para resolver diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana. Se pretende que sean capaces de identificar el espacio muestral en experiencias simples y en experiencias compuestas sencillas, en contextos concretos de la vida cotidiana, y utilicen la regla de Laplace, los diagramas de árbol o las tablas de contingencia para calcular probabilidades. Se pretende, además, que los resultados obtenidos se utilicen para la toma de decisiones razonables en el contexto de los problemas planteados”.

Respecto a la Consejería de Educación de la Comunidad Autónoma de Canarias (2007b), los temas de estadística y probabilidad se incluyen en educación Secundaria en el Bloque 6: “Estadística y probabilidad”. En este documento se resaltan las conexiones de los contenidos este bloque con los del Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre. Las orientaciones metodológicas y criterios de evaluación son similares a los sugeridos por el Ministerio de Educación.

Entre las orientaciones se indica que “la enseñanza de la estadística requiere reproducir la realidad lo más acertadamente posible para que sea un referente en la vida adulta del alumnado y lo ayude a interpretar las informaciones que pueda encontrar en estudios posteriores o en su vida como ciudadano. Tal hecho comporta que el escolar de esta etapa debe ser capaz de leer estadísticas, apreciar argumentos estadísticos e incluso producirlos, así como saber utilizar de forma crítica las fuentes de información, identificar las fases y tareas de un estudio estadístico a partir de situaciones concretas (...).

Los estudios probabilísticos están presentes en muchas facetas de la vida, lo que justifica la introducción de estos contenidos desde la Educación Primaria. Saber hacer

predicciones sobre la posibilidad de que un suceso ocurra a partir de informaciones obtenidas de forma empírica, así como asignar probabilidades a experimentos aleatorios sencillos o situaciones y problemas de la vida cotidiana(...) Se propone la realización de actividades y experimentos, ricos y variados, que reproduzcan situaciones equiprobables o no, la utilización de distintos recursos (datos, tableros, fichas, juegos, barajas, calculadora para generar números aleatorios, etc.) y trabajar con distintos modelos: frecuencial, geométrico, árbol y ábaco probabilístico”.

#### Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE)

La Consejería de Educación (2014) incluye este contenido dentro del bloque 5, *Estadística y probabilidad*. En él se señala que “los contenidos se trabajan desde un punto de vista práctico, no como una serie de cálculos sistemáticos. Planificar los estudios estadísticos y su realización, así como saber interpretar los resultados numéricos obtenidos y elaborar conclusiones son los aprendizajes estadísticos que servirán al alumnado para interpretar, de forma crítica, numerosa información. En cuanto a la probabilidad, la realización de experimentos con materiales manipulativos para asignar probabilidades a sucesos aleatorios debe ser el punto de partida para trabajar estos contenidos, dotándolos de significado para el alumnado. En este bloque es importante trabajar el análisis de las consecuencias de las conductas adictivas a los juegos de azar, como forma de prevenir la ludopatía en nuestra población más joven” También cabe resaltar que “Los contenidos matemáticos deben aportar a nuestro alumnado herramientas eficaces para enfrentarse a problemas reales y dotar de significado los cálculos a realizar, por lo que deben ser en todo momento aprendizajes funcionales, significativos y orientados a la acción: realización de tareas o situaciones problema, aprendizaje basado en proyectos... Es decir, se debe buscar siempre una finalidad para todo aquello que se realiza en el aula; por eso, el para qué, el cómo y el por qué se realizan los cálculos deben ser tan importantes como la precisión y la corrección en hacerlos, pues de nada servirá tener las herramientas si no sabemos cómo usarlas y cuáles son más adecuadas según el contexto y la situación” (Consejería de Educación, 2014, p.7) .

La Consejería de Educación (2015) incluye los siguientes contenidos específicos de estadística y probabilidad en este bloque, de manera que la estadística se trabaja en 1º y 2º de ESO, mientras que la probabilidad solo aparece en 1º, mientras que en 3º de ESO se trabajan ambos:

- *Primer curso* (p. 22 y 24):

#### Estadística

- “Distinción de variables estadísticas cualitativas y cuantitativas de una población.
- Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia (frecuencias absolutas y relativas).
- Elaboración de diagramas de barras y polígonos de frecuencias.
- Cálculo de medidas de tendencia central y análisis de estas.
- Utilización del rango como medida de dispersión.
- Planificación y realización de estudios estadísticos y comunicación de los resultados y conclusiones.

#### Probabilidad

- Diferenciación entre los fenómenos deterministas y los aleatorios.
- Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación.
- Aproximación a la noción de probabilidad mediante el concepto de frecuencia relativa y la simulación o experimentación.
- Distinción entre sucesos elementales equiprobables y no equiprobables.
- Determinación del espacio muestral en experimentos sencillos y uso de tablas y diagramas de árbol sencillos.
- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos”.

- *Segundo curso* (p. 38):

#### Estadística

- “Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia (frecuencias absolutas y relativas). Agrupación de datos en intervalos.
- Elaboración de diagramas de barras y de sectores. Polígonos de frecuencias.
- Cálculo de medidas de tendencia central y análisis de estas.
- Utilización del rango como medida de dispersión.
- Planificación y realización de estudios estadísticos y comunicación de los resultados y conclusiones”.

- *Tercer curso. Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas (p.23):*  
Estadística
  - “Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico. Significado y distinción de población y muestra. Reconocimiento de variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas.
  - Métodos de selección de una muestra estadística. Representatividad de una muestra.
  - Obtención de frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos.
  - Elaboración e interpretación de gráficas estadísticas.
  - Cálculo, interpretación y propiedades de parámetros de posición: media, moda, mediana y cuartiles.
  - Cálculo e interpretación de parámetros de dispersión: rango, recorrido intercuartílico y desviación típica.
  - Elaboración e interpretación del diagrama de caja y bigotes.
  - Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.
  - Planificación y realización de estudios estadísticos. Comunicación de los resultados y conclusiones”.
- *Tercer curso. Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas (p.21 y 23):*  
Estadística
  - “Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico. Significado y distinción de población y muestra. Reconocimiento de variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas.
  - Métodos de selección de una muestra estadística. Estudio de la representatividad de una muestra.
  - Obtención de frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos.
  - Elaboración e interpretación de gráficas estadísticas.
  - Cálculo, interpretación y propiedades de parámetros de posición.
  - Cálculo de parámetros de dispersión.
  - Elaboración e interpretación del diagrama de caja y bigotes.
  - Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.
  - Planificación y realización de estudios estadísticos. Comunicación de los resultados y conclusiones”.

### Probabilidad

- “Identificación de experiencias aleatorias, sucesos y espacio muestral.
- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace.
- Uso de diagramas de árbol.
- Significado y aplicación de permutaciones y factorial de un número.
- Utilización de la probabilidad para la toma de decisiones fundamentadas en diferentes contextos”.
- *Cuarto curso. Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas* (p.33 y 35):

### Estadística

- “Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación.
- Interpretación, análisis y utilidad de las medidas de centralización y dispersión.
- Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión.
- Construcción e interpretación de diagramas de dispersión. Introducción a la correlación”.

### Probabilidad

- “Cálculo de la frecuencia de un suceso aleatorio.
- Cálculo de probabilidades mediante la Regla de Laplace.
- Cálculo de probabilidades simple y compuesta.
- Identificación de sucesos dependientes e independientes.
- Uso del diagrama en árbol.
- Investigación de los juegos y situaciones donde interviene el azar”.
- *Cuarto curso. Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas* (p.38 y 40):

### Estadística

- “Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con la estadística.
- Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico.
- Reconocimiento de los distintos tipos de gráficas. Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación. Detección de falacias.
- Interpretación, análisis y utilización de las medidas de centralización y dispersión.
- Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión.
- Construcción e interpretación de diagramas de dispersión.

- Estudio de la correlación entre dos variables estadísticas”.

### Probabilidad

- “Introducción a la combinatoria: combinaciones, variaciones y permutaciones.
- Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace y otras técnicas de recuento.
- Cálculo de probabilidades simple y compuesta. Identificación de sucesos dependientes e independientes.
- Reconocimiento de experiencias aleatorias compuestas.
- Utilización de tablas de contingencia y diagramas de árbol para la asignación de probabilidades.
- Cálculo de probabilidad condicionada.
- Utilización del vocabulario adecuado para la descripción y cuantificación de situaciones relacionadas con el azar”.

Al igual que en Educación Primaria se pretende que dicho documento especifiquen los criterios de evaluación organizados por cursos, apareciendo relacionados con sus contenidos y con los estándares de aprendizaje evaluables asociados y vinculados a las competencias a las que contribuyen. En este sentido, cada uno de los criterios de evaluación construidos contribuye a que el alumnado pueda alcanzar de manera progresiva los estándares de aprendizaje evaluables.

- *Primer curso*

### Criterio de evaluación 8

“Planificar y realizar, trabajando en equipo, estudios estadísticos sencillos relacionados con su entorno, utilizando diversas herramientas y métodos estadísticos para conocer las características de interés de una población. Organizar los datos en tablas, construir gráficas y analizarlas utilizando parámetros estadísticos si procede para obtener conclusiones razonables a partir de los resultados obtenidos.

Este criterio trata de comprobar si el alumnado distingue variables estadísticas cualitativas y cuantitativas de una población, planifica, diseña y realiza, individualmente o en grupo, una encuesta sencilla, recoge y organiza los datos en tablas (frecuencia absoluta, frecuencia relativa y porcentaje); calcula la media aritmética, la mediana, la moda y el rango, empleándolos para resolver problemas y sacar conclusiones. También se pretende verificar si representa los datos en diagramas de barras y polígonos de frecuencias ayudándose de herramientas tecnológicas y transmite las conclusiones obtenidas y el proceso seguido (mediante un informe oral, escrito, en formato digital...).



Además se trata de evaluar si interpreta gráficos estadísticos sencillos recogidos en medios de comunicación como la prensa escrita, en Internet, etc., analizándolos críticamente y comprobando la veracidad de la información transmitida” (p.21).

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados (p. 44):

“Define población, muestra e individuo desde el punto de vista de la estadística, y los aplica a casos concretos. Reconoce y propone ejemplos de distintos tipos de variables estadísticas, tanto cualitativas como cuantitativas. Organiza datos, obtenidos de una población, de variables cualitativas o cuantitativas en tablas, calcula sus frecuencias absolutas y relativas, y los representa gráficamente. Calcula la media aritmética, la mediana (intervalo mediano), la moda (intervalo modal), y el rango, y los emplea para resolver problemas. Interpreta gráficos estadísticos sencillos recogidos en medios de comunicación. Emplea la calculadora y herramientas tecnológicas para organizar datos, generar gráficos estadísticos y calcular las medidas de tendencia central y el rango de variables estadísticas cuantitativas. Utiliza las tecnologías de la información y de la comunicación para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada”.

Criterio de evaluación 9

“Diferenciar los fenómenos deterministas de los aleatorios, en situaciones de juego o de la vida cotidiana, así como inducir la noción de probabilidad a partir del concepto de frecuencia relativa y como medida de incertidumbre asociada a los fenómenos aleatorios para efectuar predicciones sobre la posibilidad de que un suceso ocurra a partir del cálculo de su probabilidad, tanto de forma empírica como mediante la regla de Laplace. Desarrollar conductas responsables respecto a los juegos de azar.

Se trata de constatar si el alumnado identifica los experimentos aleatorios como aquellos en los que los resultados dependen del azar y los distingue de los deterministas; así como si analiza y efectúa predicciones razonables acerca del comportamiento de los aleatorios a partir de las regularidades obtenidas al repetir un número significativo de veces la experiencia (frecuencia relativa), y a partir del cálculo exacto de su probabilidad. Además, se pretende comprobar si, individualmente o en grupo, el alumnado realiza y describe experimentos aleatorios sencillos; si enumera todos los resultados posibles, apoyándose en tablas, recuentos, diagramas en árbol, etc.; si distingue entre sucesos elementales equiprobables y no equiprobables; si calcula la probabilidad de sucesos asociados a experimentos sencillos mediante la regla de

Laplace; y si expresa el resultado en términos absolutos, en forma de fracción y como porcentaje, ayudándose de la calculadora. Además, se verificará si investiga juegos en los que interviene el azar y analiza las consecuencias negativas de las conductas adictivas en este tipo de juegos; adoptando una actitud responsable ante ellos” (p. 23).

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados (p. 44):

“Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas. Calcula la frecuencia relativa de un suceso mediante la experimentación. Realiza predicciones sobre un fenómeno aleatorio a partir del cálculo exacto de su probabilidad o la aproximación de la misma mediante la experimentación. Describe experimentos aleatorios sencillos y enumera todos los resultados posibles, apoyándose en tablas, recuentos o diagramas en árbol sencillos. Distingue entre sucesos elementales equiprobables y no equiprobables. Calcula la probabilidad de sucesos asociados a experimentos sencillos mediante la regla de Laplace, y la expresa en forma de fracción y como porcentaje”.

- *Segundo curso*

Criterio de evaluación 11

“Planificar y realizar, trabajando en equipo, estudios estadísticos sencillos relacionados con su entorno, utilizando diversas herramientas y métodos estadísticos para conocer las características de interés de una población; así como, organizar los datos en tablas, construir gráficas, calcular los parámetros relevantes y obtener conclusiones a partir de los resultados obtenidos.

Este criterio trata de comprobar si el alumnado planifica, diseña y realiza, individualmente o en grupo, una encuesta sencilla, recoge y organiza los datos en tablas (frecuencia absoluta, frecuencia relativa y porcentaje); si calcula la media aritmética, la mediana (intervalo mediano), la moda (intervalo modal) y el rango, empleándolos para resolver problemas y extraer conclusiones; así como si representa los datos en diagramas de barras, de sectores o polígonos de frecuencias ayudándose de hojas de cálculo y otras herramientas tecnológicas y transmite las conclusiones obtenidas y el proceso seguido (mediante un informe oral, escrito, en formato digital...). Además se trata de evaluar si es capaz de interpretar gráficos estadísticos sencillos recogidos en medios de comunicación como la prensa escrita, Internet, etc., analizándolos críticamente y comprobando la veracidad de la información que transmiten” (p. 38).

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados (p. 43):

“Organiza datos, obtenidos de una población, de variables cualitativas o cuantitativas en tablas, calcula sus frecuencias absolutas y relativas, y los representa gráficamente. Calcula la media aritmética, la mediana (intervalo mediano), la moda (intervalo modal), y el rango, y los emplea para resolver problemas. Interpreta gráficos estadísticos sencillos recogidos en medios de comunicación. Emplea la calculadora y herramientas tecnológicas para organizar datos, generar gráficos estadísticos y calcular las medidas de tendencia central y el rango de variables estadísticas cuantitativas. Utiliza las tecnologías de la información y de la comunicación para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada”.

- *Tercer curso. Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas*

Criterio de evaluación 9

“Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorar su representatividad y fiabilidad, y comparar distribuciones estadísticas. Asimismo, planificar y realizar, trabajando en equipo, estudios estadísticos sencillos relacionados con su entorno y elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas, justificar si las conclusiones son representativas para la población, y calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística.

Este criterio trata de comprobar si el alumnado describe, analiza e interpreta información estadística que aparece en los medios de comunicación (mediante un informe oral, escrito, en formato digital...), utilizando un vocabulario adecuado, ; así como si distingue población y muestra en problemas contextualizados, valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua, y pone ejemplos. Asimismo, planifica, diseña y realiza, individualmente o en grupo, encuestas sencillas, relacionadas con problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana, donde elabora tablas de frecuencias (absolutas, relativas y acumuladas) obteniendo información de las mismas, empleando la calculadora y medios tecnológicos, si fuese necesario, para organizar los datos, generar gráficos estadísticos, calcular parámetros de posición (media, moda, mediana y cuartiles) y dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica) de variables estadísticas adecuadas a situaciones estudiadas. Además, compara la representatividad de la media, interpreta conjuntamente la media y la desviación típica y proporciona un resumen de los datos” (p. 22).

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados (p. 39 y 40):

“Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados. Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos. Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana. Calcula e interpreta las medidas de posición de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos. Calcula los parámetros de dispersión de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística en los medios de comunicación. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística que haya analizado”.

- *Tercer curso. Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas*

Criterio de evaluación 9

“Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorar su representatividad y fiabilidad, y comparar distribuciones estadísticas. Asimismo, planificar y realizar, trabajando en equipo, estudios estadísticos sencillos relacionados con su entorno y elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas, justificar si las conclusiones son representativas para la población, y calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística.

Este criterio trata de comprobar si el alumnado describe, analiza e interpreta información estadística que aparece en los medios de comunicación (mediante un informe oral, escrito, en formato digital...), utilizando un vocabulario adecuado; así como si distingue población y muestra en problemas contextualizados, valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua, y pone ejemplos. Asimismo, planifica, diseña y realiza, individualmente o en grupo, encuestas sencillas,

relacionadas con problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana, donde elabora tablas de frecuencias (absolutas, relativas y acumuladas) obteniendo información de las mismas, empleando la calculadora y medios tecnológicos, si fuese necesario, para organizar los datos, generar gráficos estadísticos, calcular parámetros de posición (media, moda, mediana y cuartiles) y dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica) de las variables estadísticas adecuadas a las situaciones estudiadas. Además, compara la representatividad de la media, interpreta conjuntamente la media y la desviación típica y proporciona un resumen de los datos” (p.21).

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados (p. 42 y 43):

“Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados. Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos. Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana. Calcula e interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos. Calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada”.

Criterio de evaluación 10

“Realizar una estimación de la probabilidad de un suceso asociado a un experimento aleatorio sencillo, en situaciones de juego o en la vida cotidiana, y comprobar la estimación realizada mediante el cálculo de probabilidades a partir de su frecuencia relativa, la regla de Laplace o los diagramas de árbol, identificando los elementos asociados al experimento. Desarrollar conductas responsables respecto a los juegos de azar.

Se trata de valorar si el alumnado identifica los experimentos aleatorios como aquellos en los que los resultados dependen del azar y los distingue de los deterministas. Además, se pretende comprobar si enumera todos los resultados posibles, distingue entre sucesos equiprobables y no equiprobables, y calcula probabilidades de sucesos asociados a experimentos aleatorios sencillos mediante la regla de Laplace, tablas, diagramas de árbol u otras estrategias personales. Todo ello para tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, utilizando un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar, y analizando las consecuencias negativas de las conductas adictivas en este tipo de juegos” (p. 23).

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados (p. 43):

“Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas. Utiliza el vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar. Asigna probabilidades a sucesos en experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables, mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales. Toma la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre”.

- *Cuarto curso. Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas*

Criterio de evaluación 7

“Asignar probabilidades simples y compuestas a experimentos aleatorios o problemas de la vida cotidiana utilizando distintos métodos de cálculo y el vocabulario adecuado para la descripción y el análisis de informaciones que aparecen en los medios de comunicación relacionadas con el azar, desarrollando conductas responsables respecto a los juegos de azar.

Este criterio pretende comprobar si el alumnado utiliza la regla de Laplace, los diagramas de árbol o las tablas de contingencia para calcular la probabilidad de sucesos simples, compuestos e independientes; formula y comprueba conjeturas sobre los resultados de experimentos aleatorios e identifica y describe fenómenos aleatorios utilizando un vocabulario adecuado, utilizando todo lo anterior para resolver problemas contextualizados y tomar decisiones en situaciones de incertidumbre. Además, investiga juegos reales en los que interviene el azar y analiza las consecuencias negativas de las conductas adictivas a este tipo de juegos” (p. 33).

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados (p. 43):

“Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar y la estadística. Formula y comprueba conjeturas sobre los resultados de experimentos

aleatorios y simulaciones. Calcula la probabilidad de sucesos con la regla de Laplace y utiliza, especialmente, diagramas de árbol o tablas de contingencia para el recuento de casos. Calcula la probabilidad de sucesos compuestos sencillos en los que intervengan dos experiencias aleatorias simultáneas o consecutivas”.

#### Criterio de evaluación 8

“Analizar críticamente e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación y comparar distribuciones estadísticas, distinguiendo entre variables continuas y discretas. Asimismo, planificar y realizar, trabajando en equipo, estudios estadísticos relacionados con su entorno y elaborar informaciones estadísticas, utilizando un vocabulario adecuado, para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas, justificar si las conclusiones son representativas para la población en función de la muestra elegida. Así como, calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística discreta o continua mediante el uso de la calculadora o de una hoja de cálculo. Además, construir e interpretar diagramas de dispersión en variables bidimensionales.

Este criterio trata de comprobar si el alumnado describe, analiza, interpreta y detecta falacias en la información estadística que aparece en los medios de comunicación (mediante un informe oral, escrito, en formato digital...), utilizando un vocabulario adecuado; distingue variables discretas de las continuas en problemas contextualizados y valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección en problemas contextualizados. Asimismo, planifica, diseña y realiza, individualmente o en grupo, estudios estadísticos, donde elabora tablas de frecuencias obteniendo información de las mismas, emplea la calculadora y la hoja de cálculo, si fuese necesario, para organizar los datos, generar gráficos estadísticos, calcular parámetros de posición (media, moda, mediana y cuartiles) y dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica) de variables estadísticas discretas o continuas que describan situaciones relacionadas con problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana. Además, compara distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de dispersión y posición y construye e interpreta diagramas de dispersión en variables bidimensionales” (p. 34).

#### Estándares de aprendizaje evaluables relacionados (p. 43):

“Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar y la estadística. Emplea el vocabulario adecuado para interpretar y comentar tablas de datos, gráficos estadísticos y parámetros estadísticos. Interpreta un estudio estadístico a partir

de situaciones concretas cercanas al alumno. Discrimina si los datos recogidos en un estudio estadístico corresponden a una variable discreta o continua. Elabora tablas de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico, con variables discretas y continuas. Calcula los parámetros estadísticos (media aritmética, recorrido, desviación típica, cuartiles,...), en variables discretas y continuas, con la ayuda de la calculadora o de una hoja de cálculo. Representa gráficamente datos estadísticos recogidos en tablas de frecuencias, mediante diagramas de barras e histogramas”.

- *Cuarto curso. Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas*

#### Criterio de evaluación 8

“Analizar críticamente e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación. Asimismo, planificar y realizar, trabajando en equipo, estudios estadísticos relacionados con su entorno y elaborar informaciones estadísticas, utilizando un vocabulario adecuado, para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas, calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística discreta o continua en distribuciones unidimensionales y bidimensionales, mediante el uso de la calculadora o de una hoja de cálculo; así como justificar si las conclusiones obtenidas son representativas para la población en función de la muestra elegida. Además construir e interpretar diagramas de dispersión en variables bidimensionales estudiando la correlación existente.

Este criterio trata de comprobar si el alumnado describe, analiza, interpreta y detecta falacias en la información estadística que aparece en los medios de comunicación (mediante un informe oral, escrito, en formato digital...), utilizando un vocabulario adecuado y selecciona y valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección en problemas contextualizados. Asimismo, planifica, diseña y realiza, individualmente o en grupo, estudios estadísticos, donde elabora tablas de frecuencias obteniendo información de las mismas, emplea la calculadora y la hoja de cálculo, si fuese necesario, para organizar los datos, generar gráficos estadísticos, calcular parámetros de posición y dispersión de variables estadísticas discretas o continuas en distribuciones unidimensionales y bidimensionales que describan situaciones relacionadas con problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana. Además construye e interpreta diagramas de dispersión en variables bidimensionales estudiando la correlación existente” (p. 37).



Estándares de aprendizaje evaluables relacionados (p. 49):

“Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos estadísticos. Representa datos mediante tablas y gráficos estadísticos utilizando los medios tecnológicos más adecuados. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos de una distribución de datos utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador). Selecciona una muestra aleatoria y valora la representatividad de la misma en muestras muy pequeñas. Representa diagramas de dispersión e interpreta la relación existente entre las variables”.

Criterio de evaluación 9

“Resolver problemas de la vida cotidiana aplicando los conceptos del cálculo de probabilidades simples o compuestas y técnicas de recuento adecuadas, así como la regla de Laplace, diagramas de árbol, tablas de contingencia u otras técnicas combinatorias.

Con este criterio se pretende evaluar si el alumnado resuelve problemas en contextos reales aplicando técnicas combinatorias (permutaciones, variaciones y combinaciones), conceptos del cálculo de probabilidades simples o compuestas, la regla de Laplace, diagramas de árbol y tablas de contingencia, así como problemas sencillos asociados a la probabilidad condicionada. También se trata de comprobar si identifica y describe fenómenos de carácter aleatorio; y si formula, analiza y comprueba conjeturas sobre situaciones o juegos relacionadas con el azar, todo ello utilizando la terminología adecuada y elaborando juicios críticos sobre las consecuencias negativas de las adicciones a este tipo de juegos” (p. 39).

Estándares de aprendizaje evaluables relacionados (p. 48 y 49):

“Aplica en problemas contextualizados los conceptos de variación, permutación y combinación. Identifica y describe situaciones y fenómenos de carácter aleatorio, utilizando la terminología adecuada para describir sucesos. Aplica técnicas de cálculo de probabilidades en la resolución de diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana. Formula y comprueba conjeturas sobre los resultados de experimentos aleatorios y simulaciones. Utiliza un vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar. Aplica la regla de Laplace y utiliza estrategias de recuento sencillas y técnicas combinatorias. Calcula la probabilidad de sucesos compuestos sencillos utilizando, especialmente, los diagramas de árbol o las tablas de contingencia. Resuelve problemas sencillos asociados a la probabilidad condicionada.

Analiza matemáticamente algún juego de azar sencillo, comprendiendo sus reglas y calculando las probabilidades adecuadas. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, cuantificar y analizar situaciones relacionadas con el azar”.

**Contenidos de los bloques de *Tratamiento de la información, azar y probabilidad (LOE)* y *Estadística y probabilidad (LOMCE)* en la Educación Primaria**

ETAPA	LOE (Ley Orgánica de Educación, <i>DECRETO 126/2007, de 24 de mayo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Canarias</i> ).	CURSO	LOMCE (Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa, <i>DECRETO 89/2014, de 1 de agosto, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Canarias</i> ).
PRIMER CICLO	Gráficos estadísticos. Realización de encuestas cuyas respuestas se expresen con dos o más posibilidades. Recogida de datos en contextos familiares y cercanos, y su organización mediante esquemas, dibujos, gráficos, etc. Descripción verbal, obtención de información cualitativa e interpretación de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos. Participación y colaboración activa en el trabajo en equipo y en el aprendizaje organizado a partir de la investigación sobre situaciones reales. Respeto por el trabajo de los demás.	PRIMERO	Descripción verbal, obtención de información cualitativa e interpretación de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos. Elaboración de gráficos de barras y pictogramas.
	Carácter aleatorio de algunas experiencias. Intuición del concepto de suceso mediante juegos que lleven a la identificación de los elementos de un conjunto, pertenencia o no pertenencia de un elemento determinado a dicho conjunto, diferenciación entre los conceptos de elemento y conjunto en función de la propiedad característica. Distinción entre suceso seguro, imposible y posible, pero no seguro, en situaciones de juego y en experiencias relacionadas con su vida cotidiana.	SEGUNDO	Realización de encuestas cuyas respuestas se expresen con pocas opciones o recogida de datos, en contextos cercanos. Organización de los datos mediante tablas sencillas. Representación de la información utilizando diagramas de barras y pictogramas. Descripción verbal de la información contenida en tablas y gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos.
SEGUNDO CICLO	Gráficos y tablas. Lectura, interpretación y comparación de tablas numéricas simples y dobles, gráficas de barras y pictogramas, respondiendo a cuestiones planteadas sobre el objeto, fenómeno o situación representada, diferenciando entre categoría de representación y datos numéricos. Búsqueda, recogida, organización y registro de datos numéricos en tablas, sobre objetos, fenómenos y situaciones familiares, para representarlos gráficamente y/o resolver	TERCERO	Recogida de información utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Clasificación y organización de la información en tablas. Elaboración y presentación de gráficos (diagramas de barras y pictogramas), de forma ordenada y clara. Lectura e interpretación de tablas de datos, gráficas de barras y pictogramas. Confianza en las propias posibilidades y curiosidad, interés y constancia en el trabajo estadístico. Utilización del lenguaje del azar. Valoración de los sucesos como más o

	problemas sencillos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Construcción de clasificaciones de acuerdo con una regla establecida. Disposición a la elaboración y presentación de gráficos y tablas de una forma ordenada y clara. Confianza en las propias posibilidades, y curiosidad, interés y constancia en la interpretación de los datos presentados de forma gráfica.		menos probables, posibles e imposibles.
	Interpretación y descripción verbal de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos familiares. Disposición a la elaboración y presentación de gráficos y tablas de forma ordenada y clara.	CUARTO	Recogida de información en diferentes contextos, utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Construcción de clasificaciones de acuerdo con una regla establecida. Organización y registro de datos numéricos en tablas. Iniciación al concepto de variable y valor de la variable. Elaboración y presentación de gráficos sencillos de barras, lineales y pictogramas de forma ordenada y clara.
	Carácter aleatorio de algunas experiencias. Introducción al lenguaje del azar. Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar, para apreciar que hay sucesos más o menos probables y la imposibilidad de predecir un resultado concreto. Predicción de la probabilidad de un suceso en experimentos simples y aproximación a la comprobación de dicha predicción.		Identificación del carácter aleatorio de experiencias en situaciones de juego.
			Uso del vocabulario propio de la probabilidad con expresiones como suceso, describiéndolo como “seguro, probable e imposible”.
			Acercamiento al cálculo de probabilidades como número de casos favorables entre el de casos posibles, para sucesos cuyo resultado coincida con las fracciones y porcentajes $\frac{1}{4}$ , 25%, $\frac{1}{2}$ , 50%, $\frac{3}{4}$ , 75% y 100%.
TERCER CICLO	Gráficos y parámetros estadísticos. Recogida y registro de datos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación, medición y experimentos. Diseño de investigaciones para abordar una pregunta y elegir los métodos de recogida de datos en función de su naturaleza. Distintas formas de organizar y representar un mismo conjunto de datos: tablas de frecuencias, diagramas de sectores y de barras, y obtención de información a partir de ellos. Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos, bajo una correcta interpretación matemática. Inicio en la comprensión y uso de términos como frecuencia absoluta y relativa con respecto al total (fracción/decimal/porcentaje) y de medidas de centralización (moda	QUINTO	Recogida y registro de datos cualitativos y cuantitativos, utilizando técnicas elementales de encuesta, observación, medición y experimentos. Diseño de investigaciones para obtener información y elección de los métodos de recogida de datos en función de su naturaleza. Organización y representación clara y ordenada de un mismo conjunto de datos: tablas de frecuencias, diagramas de sectores sencillos (mitades, tercios, cuartos, quintos y décimos), y de barras, y obtención de información a partir de ellos. Comprensión y uso de los términos frecuencia absoluta y relativa (fracción/decimal/porcentaje) y de la moda, a partir del análisis de muestras de datos sencillos y habituales en su entorno.
			Anticipación de resultados de una investigación estadística. Utilización de la calculadora y programas informáticos para cálculos y representaciones

<p>y media) a partir del análisis de muestras de datos sencillos y habituales en su entorno). Interés por la elaboración y presentación de gráficos y tablas de forma ordenada y clara.</p>		<p>gráficas. Distinción entre variable y valor de la variable. Análisis y uso crítico de información obtenida en la red, para realizar investigaciones y proyectos, y para expresarse y comunicarse, utilizando recursos y programas informáticos adecuados a cada finalidad, con autonomía personal y grupal.</p>
<p>Reconocimiento de las diferencias en la representación de datos cualitativos y cuantitativos discretos.</p>		<p>Identificación del carácter aleatorio de algunas experiencias en la vida cotidiana. Uso del vocabulario propio de la probabilidad con expresiones como suceso, describiéndolo, como “seguro, probable, imposible”.</p>
<p>Carácter aleatorio de algunas experiencias. Presencia del azar en la vida cotidiana. Estimación del grado de probabilidad de un suceso describiéndolo con expresiones como “seguro, probable, e imposible”. Comprensión de que el grado de probabilidad de un suceso es un número comprendido entre 0 y 1, pudiendo representarse mediante un porcentaje. Valoración de la necesidad de reflexión, razonamiento y perseverancia para superar las dificultades implícitas en la resolución de problemas. Confianza en las propias</p>	<p>SEXTO</p>	<p>Relación de la probabilidad de un suceso (comprendida entre 0 y 1), con las fracciones y los porcentajes. Cálculo de la probabilidad de un suceso como el número de casos favorables entre el de casos posibles para sucesos equiprobables (Regla de Laplace).</p>
		<p>Recogida y registro de datos cualitativos y cuantitativos, utilizando técnicas elementales de encuesta, observación, medición y experimentación. Diseño de investigaciones para obtener información y elección de los métodos de recogida de datos en función de su naturaleza. Organización y representación clara y ordenada de un mismo conjunto de datos: tablas de frecuencias, diagramas de sectores sencillos (mitades, tercios, cuartos, quintos y décimos), y de barras, y obtención de información a partir de ellos. Comprensión y uso de los términos frecuencia absoluta y relativa (fracción/decimal/porcentaje), moda, media y rango, a partir del análisis de muestras de datos sencillos y habituales en su entorno. Anticipación de resultados de una investigación estadística.</p>
		<p>Errores en la construcción de representaciones gráficas y en su interpretación. Análisis crítico de informaciones estadísticas.</p>
		<p>Utilización de la calculadora y programas informáticos para cálculos y representaciones gráficas. Análisis y uso crítico de información obtenida en la red, para realizar investigaciones y proyectos, y para expresarse y comunicarse, utilizando recursos y programas informáticos adecuados a cada finalidad, con autonomía personal y grupal.</p>
		<p>Relación de la probabilidad de un suceso (comprendida entre 0 y 1), con las fracciones y los porcentajes. Confianza en las propias posibilidades e interés por utilizar las herramientas tecnológicas en la comprensión de los</p>

	posibilidades e interés por utilizar las herramientas tecnológicas en la comprensión de los contenidos funcionales.		contenidos funcionales.
			Cálculo de la probabilidad de un suceso como el número de casos favorables entre el de casos posibles para sucesos equiprobables (Regla de Laplace).

**Contenidos de los bloques de *Estadística y probabilidad (LOE)* y *Estadística y probabilidad (LOMCE)* en la Educación Secundaria Obligatoria**

CURSO	LOE (Ley Orgánica de Educación, <i>DECRETO 127/2007, de 24 de mayo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Canarias</i> ).	CURSO	LOMCE (Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa, <i>DECRETO 315/2015, de 28 de agosto, por el que se establece la ordenación de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Canarias</i> ).
PRIMERO	Reconocimiento y valoración de las matemáticas para interpretar y describir situaciones inciertas. Diferentes formas de recogida de información. Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia. Frecuencias absolutas y relativas. Diagramas de barras, de líneas y de sectores. Análisis de los aspectos más destacables de los gráficos.	PRIMERO	
	Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación.		Diferenciación entre los fenómenos deterministas y los aleatorios. Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación. Aproximación a la noción de probabilidad mediante el concepto de frecuencia relativa y la simulación o experimentación. Distinción entre sucesos elementales equiprobables y no equiprobables. Determinación del espacio muestral en experimentos sencillos y uso de tablas y diagramas de árbol sencillos. Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos.

SEGUNDO	<p>Datos de distinta naturaleza. Variables estadísticas cualitativas y cuantitativas. Diferentes formas de representación de datos. Población y muestra. Recogida y organización de datos. Utilización de técnicas sencillas de encuesta y recuento. Organización en tablas de datos de situaciones aleatorias sencillas. Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Medidas de centralización: media, mediana y moda. Significado, estimación y cálculo. Utilización de las propiedades de la media para resolver problemas. Planificación individual y en equipos de trabajo tareas de medición, recuento, recogida de datos, etc., previendo y utilizando la hoja de cálculo para el procesamiento de los datos y la presentación gráfica de la información de la forma más adecuada.</p>	SEGUNDO	<p>Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia (frecuencias absolutas y relativas). Agrupación de datos en intervalos. Elaboración de diagramas de barras y de sectores. Polígonos de frecuencias. Cálculo de medidas de tendencia central y análisis de estas. Utilización del rango como medida de dispersión. Planificación y realización de estudios estadísticos y comunicación de los resultados y conclusiones</p>	
TERCERO	<p>Necesidad, conveniencia y representatividad de una muestra. Métodos de selección aleatoria y aplicaciones en situaciones reales. Atributos y variables discretas y continuas. Agrupación de datos en intervalos. Histogramas y polígonos de frecuencias. Construcción de la gráfica adecuada a la naturaleza de los datos y al objetivo deseado. Media, moda, cuartiles y mediana. Significado, cálculo y aplicaciones. Análisis de la dispersión: rango y desviación típica. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica. Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones. Actitud crítica ante la información de índole estadística. Utilización de la calculadora y la hoja de cálculo para organizar los datos, realizar cálculos y generar las gráficas más adecuadas.</p>	TERCERO	<p>Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas</p>	<p>Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico. Significado y distinción de población y muestra. Reconocimiento de variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas. Métodos de selección de una muestra estadística. Representatividad de una muestra. Obtención de frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos. Elaboración e interpretación de gráficas estadísticas. Cálculo, interpretación y propiedades de parámetros de posición: media, moda, mediana y cuartiles. Cálculo e interpretación de parámetros de dispersión: rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Elaboración e interpretación del diagrama de caja y bigotes. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica. Planificación y realización de estudios estadísticos. Comunicación de los resultados y conclusiones.</p>

			Matemáticas orientas a las enseñanzas académicas	Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico. Significado y distinción de población y muestra. Reconocimiento de variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas. Métodos de selección de una muestra estadística. Estudio de la representatividad de una muestra. Obtención de frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos. Elaboración e interpretación de gráficas estadísticas. Cálculo, interpretación y propiedades de parámetros de posición. Cálculo de parámetros de dispersión. Elaboración e interpretación del diagrama de caja y bigotes. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica. Planificación y realización de estudios estadísticos. Comunicación de los resultados y conclusiones.
	Experiencias aleatorias. Sucesos y espacio muestral. Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar. Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace. Formulación y comprobación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos. Cálculo de la probabilidad mediante la simulación o experimentación. Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en diferentes			Identificación de experiencias aleatorias, sucesos y espacio muestral. Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace. Uso de diagramas de árbol. Significado y aplicación de permutaciones y factorial de un número. Utilización de la probabilidad para la toma de decisiones fundamentadas en diferentes contextos.



	contextos. Reconocimiento y valoración de las matemáticas para interpretar, describir y predecir situaciones inciertas.				
CUARTO	OPCIÓN A	Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumnado. Detección de falacias en la formulación de proposiciones que utilizan el lenguaje estadístico. Análisis elemental de la representatividad de las muestras estadísticas. Construcción de los distintos gráficos estadísticos que permite la hoja de cálculo. Cálculo y utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.	CUARTO	Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas	Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación. Interpretación, análisis y utilidad de las medidas de centralización y dispersión. Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión. Construcción e interpretación de diagramas de dispersión. Introducción a la correlación.
		Asignación de probabilidades a experimentos compuestos. Utilización de diversos procedimientos (recuento, modelos geométricos, diagramas de árbol, tablas de contingencia u otros métodos).			Cálculo de la frecuencia de un suceso aleatorio. Cálculo de probabilidades mediante la Regla de Laplace. Cálculo de probabilidades simple y compuesta. Identificación de sucesos dependientes e independientes. Uso del diagrama en árbol. Investigación de los juegos y situaciones donde interviene el azar.
	OPCIÓN B	Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico. Detección de falacias en la formulación de proposiciones que utilizan el lenguaje estadístico. Análisis elemental de la representatividad de las muestras estadísticas. Construcción de los distintos gráficos estadísticos que permite la hoja de cálculo. Cálculo y utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones. Representatividad de una distribución por su media y		Matemáticas orientas a las enseñanzas académicas	Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con la estadística. Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico. Reconocimiento de los distintos tipos de gráficas. Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación. Detección de falacias. Interpretación, análisis y utilización de las medidas de centralización y dispersión. Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de

		desviación típica o por otras medidas ante la presencia de descentralizaciones, asimetrías y valores atípicos. Valoración de la mejor representatividad en función de la existencia o no de valores atípicos.			posición y dispersión. Construcción e interpretación de diagramas de dispersión. Estudio de la correlación entre dos variables estadísticas.
		Asignación de probabilidades a experimentos compuestos. Utilización de diversos procedimientos (recuento, modelos geométricos, diagramas de árbol, tablas de contingencia u otros métodos) de cálculo. Probabilidad condicionada.			Introducción a la combinatoria: combinaciones, variaciones y permutaciones. Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace y otras técnicas de recuento. Cálculo de probabilidades simple y compuesta. Identificación de sucesos dependientes e independientes. Reconocimiento de experiencias aleatorias compuestas. Utilización de tablas de contingencia y diagramas de árbol para la asignación de probabilidades. Cálculo de probabilidad condicionada. Utilización del vocabulario adecuado para la descripción y cuantificación de situaciones relacionadas con el azar.

Tabla 1.6 Contenidos sobre el Azar y la Probabilidad en el currículo de la Educación Obligatoria

## **ANEXO 3**

---

### ANEXO 3

#### NCTM-SAEM THALES. Principios y Estándares para la Educación Matemática

- *Etapa Pre-K-2 (Educación Infantil)* (página 112):
  - Proponer preguntas y recoger datos relativos a ellos y a su entorno.
  - Ordenar y clasificar objetos de acuerdo con sus atributos y organizar datos relativos a aquéllos.
  - Representar datos mediante objetos concretos, dibujos y gráficos.
  - Describir parte de los datos y el conjunto total de los mismos para determinar lo que muestran los datos.
  - Discutir sucesos probables e improbables relacionados con las experiencias de los alumnos.
- *Etapa 3-5 (1.º a 3.º de Educación Primaria)* (página 180):
  - Diseñar investigaciones para abordar una pregunta, y considerar cómo los métodos de recogida de datos afectan a la naturaleza de éstos.
  - Recoger datos por medio de observaciones, encuestas y experimentos,.
  - Representar los datos utilizando tablas y gráficos, como diagramas de puntos, de barras o lineales.
  - Reconocer las diferencias en la representación de datos cualitativos y cuantitativos.
  - Describir la forma y las características importantes de un conjunto de datos, y comparar conjuntos que tengan relación, poniendo el énfasis en cómo se distribuyen los datos.
  - Utilizar medidas de centralización, principalmente la mediana, y comprender lo que cada una indica y no indica respecto al conjunto de datos.
  - Comparar representaciones diferentes del mismo conjunto de datos, y evaluar cómo cada una muestra aspectos importantes de los datos.
  - Proponer y justificar conclusiones y predicciones basadas en datos, y diseñar estudios para investigarlas más a fondo.
  - Describir sucesos como probables o no probables, y discutir su grado de probabilidad usando expresiones como seguro, igualmente probable e improbable.
  - Predecir la probabilidad de resultados de experimentos sencillos, y someter a prueba tales predicciones.

- Comprender que la medida de la probabilidad de un suceso puede representarse por un número comprendido entre 0 y 1.
- *Etapa 6-8 (4.º a 6.º de Educación Primaria) (página 252):*
  - Formular preguntas, diseñar estudios y recoger datos sobre una característica compartida por dos poblaciones, o sobre diferentes características de una misma población.
  - Seleccionar, crear y utilizar representaciones gráficas apropiadas de datos, incluyendo histogramas, gráficos de caja y nubes de puntos.
  - Hallar, utilizar e interpretar medidas de centralización y de dispersión, incluyendo la media y el rango intercuartílico.
  - Discutir y comprender la correspondencia entre conjuntos de datos y sus representaciones gráficas, especialmente con los histogramas, los gráficos tallos-hojas, los gráficos de caja y las nubes de puntos.
  - Utilizar observaciones relativas a las diferencias entre dos o más muestras, para formular conjeturas sobre las poblaciones de las que se han extraído.
  - Formular conjeturas sobre las posibles relaciones entre dos características de una muestra, a partir de nubes de puntos de los datos y líneas de ajuste aproximadas.
  - Utilizar conjeturas para formular nuevas preguntas y programar nuevos estudios para contestarlas.
  - Comprender y utilizar la terminología apropiada para describir sucesos complementarios y mutuamente excluyentes.
  - Utilizar la proporcionalidad y una comprensión básica de la Probabilidad para formular y comprobar conjeturas sobre los resultados de experimentos y simulaciones.
  - Calcular probabilidades de sucesos compuestos sencillos, utilizando métodos como listas organizadas, diagramas de árbol y modelos de área.
- *Etapa 9-12 (1.º a 4.º de Educación Secundaria) (página 328):*
  - Comprender las diferencias entre varias clases de estudios estadísticos, y qué tipos de inferencias se pueden extraer razonablemente de cada uno.
  - Conocer las características de estudio bien diseñados, incluyendo el papel que desempeña lo aleatorio en encuestas y experimentos.
  - Comprender el significado de los datos cuantitativos y cualitativos, de los datos unidimensionales y bidimensionales, y del término variable.
  - Comprender los histogramas, los diagramas de caja y las nubes de puntos, y

utilizarlos para representar datos.

- Efectuar cálculos estadísticos básicos y comprender la diferencia entre un estadístico y un parámetro.
- Respecto a los datos unidimensionales, ser capaces de representar gráficamente la distribución, describir su forma y seleccionar y elaborar un resumen estadístico.
- Con relación a los datos bidimensionales, ser capaces de representarlos mediante una nube de puntos, de describir su forma, y de determinar los coeficientes de regresión, las ecuaciones de regresión y los coeficientes de correlación, utilizando herramientas tecnológicas.
- Representar y discutir datos bidimensionales, cuando al menos una variable es cualitativa.
- Reconocer cómo las transformaciones lineales de datos unidimensionales afectan a la forma, la centralización y la dispersión.
- Identificar tendencias en datos bidimensionales, y hallar funciones que los modelicen, o los transformen para que puedan modelizarse.
- Utilizar simulaciones para explorar la variabilidad de muestras estadísticas de una población conocida, y para construir distribuciones muestrales.
- Comprender cómo las muestras estadísticas reflejan los valores de los parámetros de la población, y utilizar las distribuciones muestrales como base para inferencias informales.
- Evaluar informes basados en datos, examinando el diseño del estudio, lo apropiado del análisis de los datos y la validez de las conclusiones.
- Comprender cómo se utilizan técnicas estadísticas básicas en los lugares de trabajo, para controlar características del proceso de producción.
- Comprender los conceptos de espacio muestral y distribución de probabilidad, y construir espacios muestrales y distribuciones en casos sencillos.
- Utilizar simulaciones para construir distribuciones de probabilidad empíricas.
- Calcular e interpretar el valor esperado de variables aleatorias en casos sencillos.
- Comprender los conceptos de probabilidad condicionada y sucesos independientes.
- Comprender cómo se calcula la probabilidad de un suceso compuesto.

## **ANEXO 4**

---

**ANEXO 4**  
**RECURSOS DIDÁCTICOS**

**Recursos didácticos gráficos. Diagramas de Árbol, Carroll y Venn**

Se muestran distintos ejemplos para la realización de cada uno de los diagramas más utilizados hasta el momento.

Diagrama de árbol

Ejemplo 1: Lanzamos cuatro veces consecutivas una moneda al aire, obteniendo en cada caso cara (C) o cruz (X). ¿Cuántos resultados distintos podremos obtener?

**Solución:**

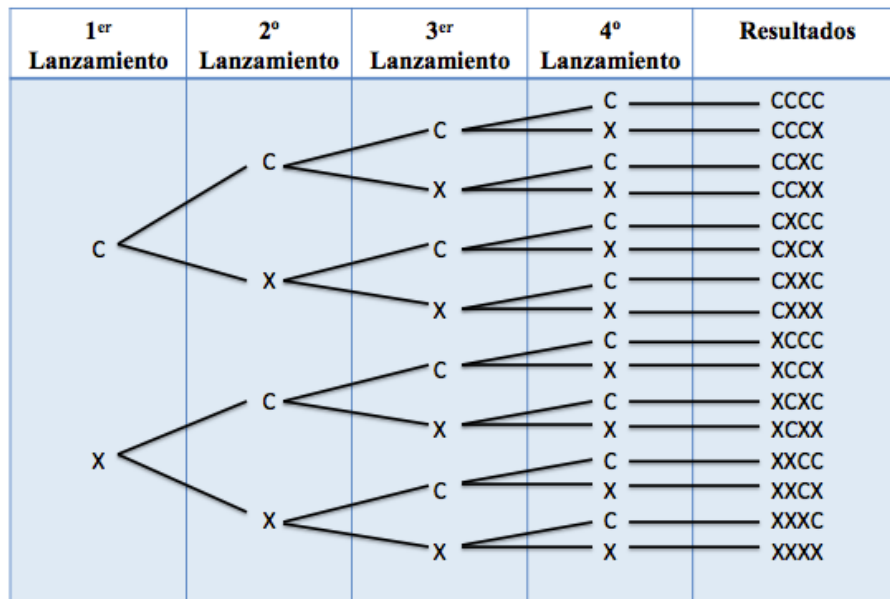


Figura 4.1 Diagrama de árbol

Las distintas ordenaciones (16) que acabamos de obtener se llaman variaciones con repetición de dos elementos tomados de cuatro en cuatro.

Observamos que influye el orden, pero además los elementos se pueden repetir.

$$VR_{m,n} = m^n$$

$$VR_{2,4} = 2^4 = 16$$

Ejemplo 2: En un encuentro de fuerzas entre Hércules y Goliat, será vencedor el que gane dos asaltos seguidos o tres alternos. Escribese el espacio muestral de los posibles resultados.

**Solución:**

Construyamos un diagrama de árbol poniendo G cuando gane Goliat y H cuando



gane Hércules. Después de cada asalto hay dos posibilidades según quién gane: pondremos dos ramas, una con G y otra con H; cuando se cumpla alguna de las condiciones para terminar el encuentro, pondremos una cruz para no continuar con más ramas:

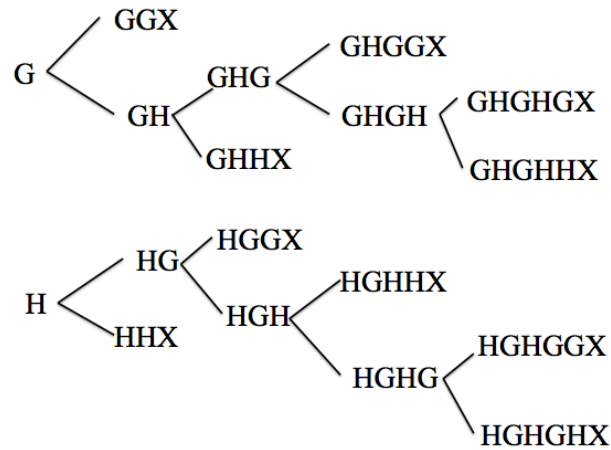


Figura 4.2 Diagrama de árbol

El ejercicio en cuestión se resuelve mediante un diagrama de árbol. Se van escribiendo todas las posibilidades hasta llegar a las 10 soluciones correctas. El espacio muestral se compone entonces de los 10 resultados siguientes: {GG, HH, GHH, HGG, GHGG, HGHH, GHGHG, HGHHG, GHGHH, HGHGG}.

Ejemplo 3: En una tienda situada en Teror (Gran Canaria) se venden cinco clases diferentes de dulces típicos canarios: Bienmesabe de Tejeda (B), Frangollo de Fuerteventura (F), Bizcocho de Moya (M), Quesadillas herreñas (Q) y Rapadura de La Palma (R). ¿De cuántas formas se pueden elegir tres dulces?

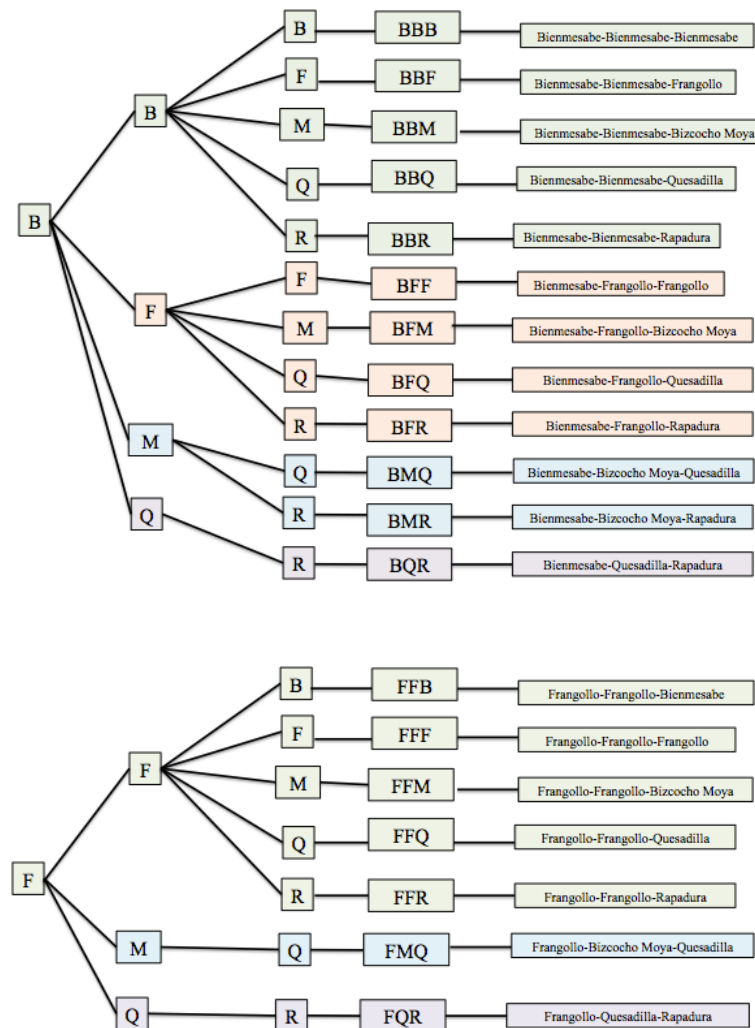
**Solución:**

En este problema de combinatoria tenemos 5 dulces típicos canarios: Bienmesabe de Tejeda (B), Frangollo de Fuerteventura (F), Bizcocho de Moya (M), Quesadillas herreñas (Q) y Rapadura de La Palma (R) y nos piden que averigüemos de cuántas formas se pueden elegir 3 dulces. Se formarán, por tanto, grupos tomando tres de ellos, pudiéndose repetir los elementos de un mismo grupo, tal y como lo detallamos en el siguiente cuadro didáctico, teniendo en cuenta las siglas o iniciales elegidas para cada uno de los dulces:

Cuadro didáctico											
BBB	BBF	BBM	BBQ	BBR	BFF	BFM	BFQ	BFR	BMQ	BMR	BQR
FFB	FFF	FFM	FFQ	FFR	FMQ	FQR					
MMB	MMF	MMM	MMQ	MMR	MQR						
QQB	QQF	QQM	QQQ	QQR							
RRB	RRF	RRM	RRQ	RRR							

Como vemos, para formar los grupos hemos seleccionado varios elementos, no importa el orden en que se han colocado dichos elementos (si se cambia el orden, se tiene el mismo grupo), se pueden repetir los elementos dentro de dicho grupo y no se utilizan todos los elementos disponibles.

Por tanto, podemos decir que cada grupo será una combinación con repetición de estos 5 elementos de orden 3. Representamos a continuación en un diagrama de árbol las diferentes combinaciones de grupos de 3 que podemos formar con los cinco postes:



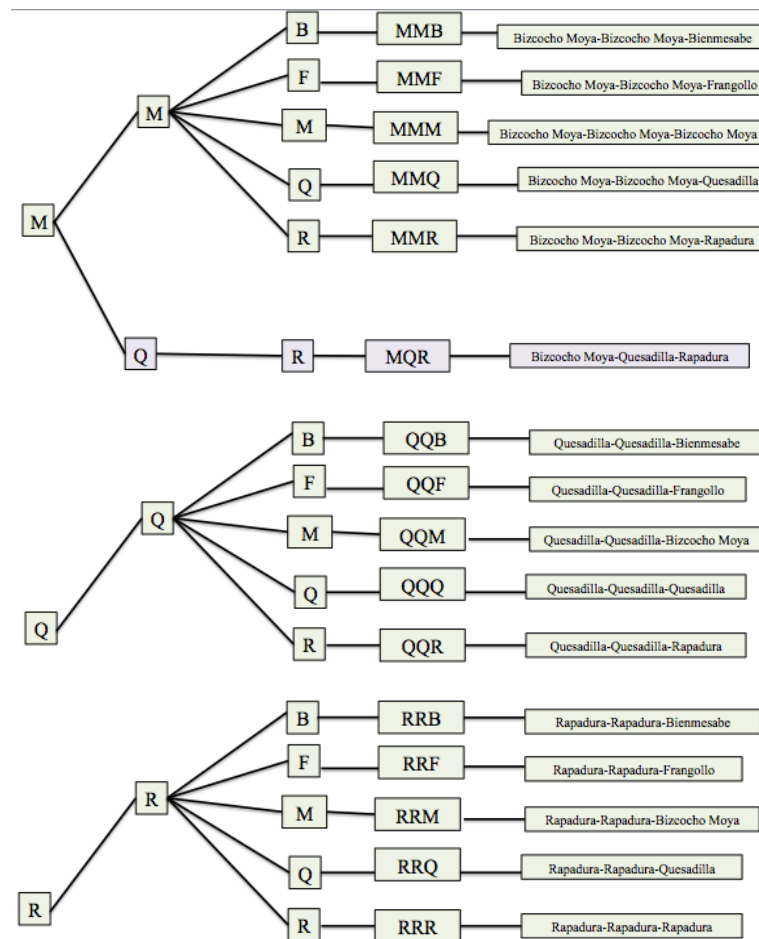


Figura 4.3 Diagrama de árbol que muestra las combinaciones ordinarias (con repetición).

El orden no influye y tampoco intervienen todos los elementos. Por lo tanto, sí puede haber repetición, entonces podemos decir que serán combinaciones con repetición de 5 elementos tomados de 3 en 3.

La fórmula combinatoria para el cálculo de todos los casos posibles viene dada por:

$$CR_{m,n} = C_{m+n-1,n} = \frac{(m+n-1)!}{(m-1)!n!}$$

En nuestro caso,

$m = 5$  (las clases diferentes de dulces típicos canarios)

$n = 3$  (el número de dulces que podemos combinar en cada elección)

Si sustituimos:

$$CR_{5,3} = \frac{7!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{3!4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 35$$

Finalmente, como podemos comprobar en el cuadro didáctico, así como en el diagrama de árbol, la cifra resultante (35) coincide en todos los casos. Por tanto,

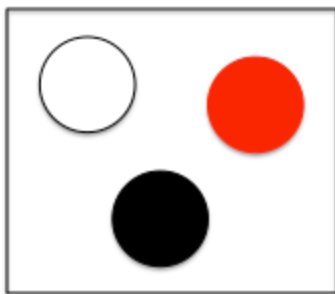
podemos afirmar que los 5 dulces se pueden elegir en grupos de 3 de 35 formas diferentes.

Ejemplo 4: En una urna hay una bola blanca, una roja y una negra. Las extraemos de una en una y anotamos ordenadamente los resultados.

- Escribe todos los posibles resultados que podemos obtener.
- Haz lo mismo para cuatro bolas distintas.
- Lo mismo para ROJA, ROJA, BLANCA, NEGRA.
- Lo mismo para ROJA, ROJA, NEGRA, NEGRA.

**Solución:**

- Llamando B: extracción de bola blanca  
R: extracción de bola roja  
N: extracción de bola negra



1ª Extracción	2ª Extracción	3ª Extracción	Resultados
B	R	N	BRN
	N	R	BNR
R	B	N	RBN
	N	B	RNB
N	B	R	NBR
	R	B	NRB

Figura 4.4 Diagrama de árbol con 6 posibles resultados

- Añadimos por ejemplo una bola azul (A)

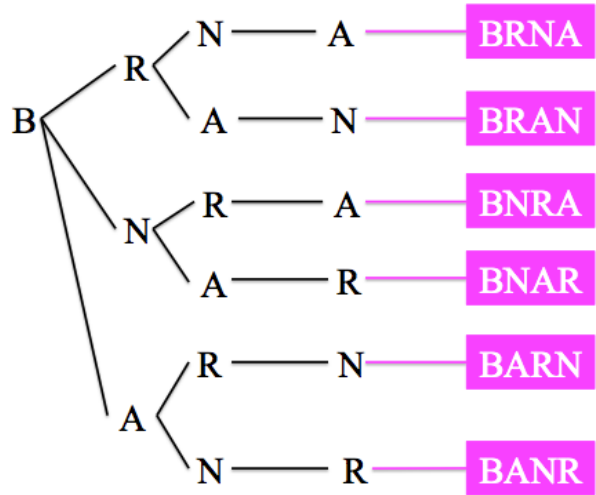
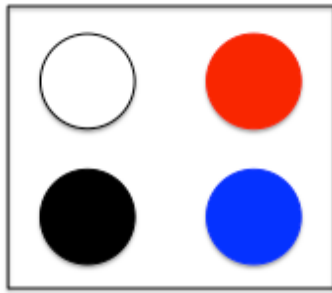
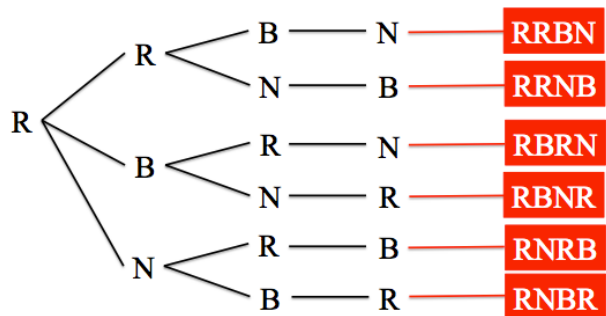
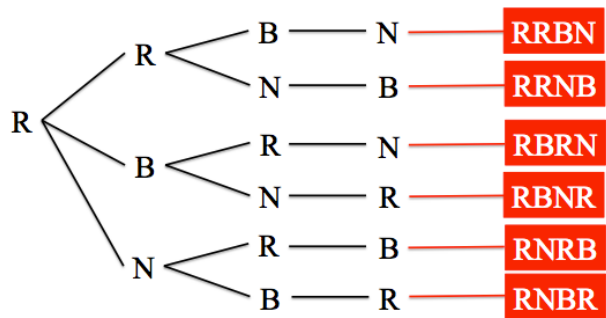
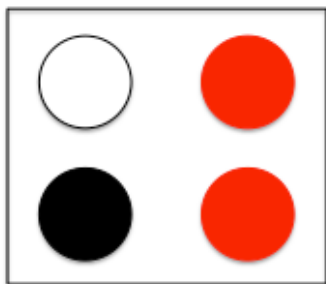


Figura 4.5 Diagrama de árbol para el caso de bola blanca

Hacemos lo mismo empezando con R, con N y con A. Al final tenemos  $6 \cdot 4 = 24$  resultados posibles.

c) Lo mismo para ROJA, ROJA, BLANCA, NEGRA.



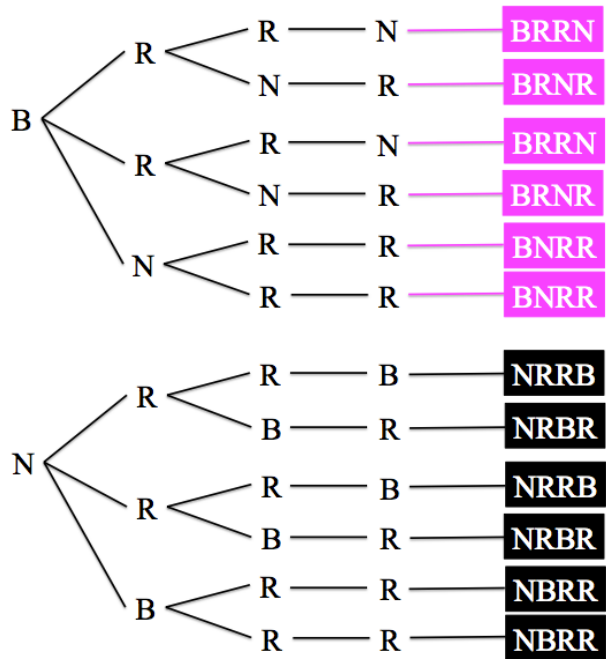
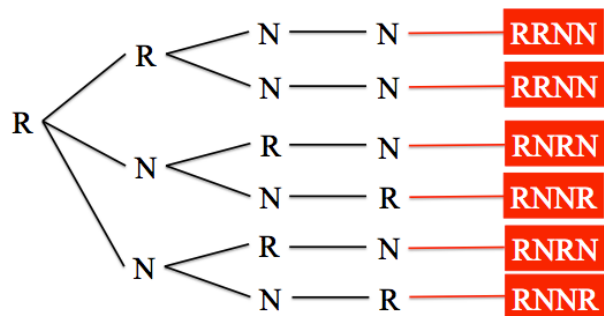
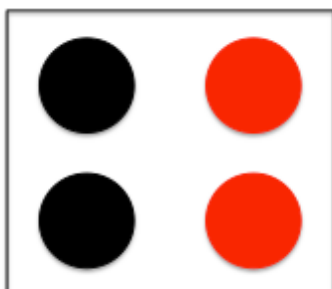


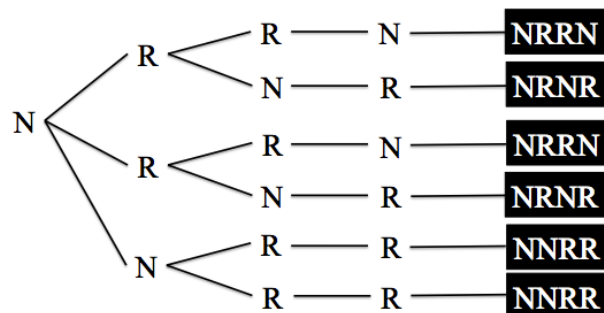
Figura 4.6 Diagrama de árbol

Como hay dos bolas del mismo color, ahora tenemos menos resultados que en el apartado b). En concreto,  $6 + 3 + 3 = 12$  resultados.

d) Lo mismo para ROJA, ROJA, NEGRA, NEGRA.



Para la segunda roja se hace igual



Para la segunda negra se hace igual

Figura 4.7 Diagrama de árbol

Ahora sólo tenemos:  $3 + 3 = 6$  resultados posibles.

### Diagrama de Carroll

Ejemplo 1: Lewis Dodgson tenía 18 amigas. Nueve eran rubias y nueve morenas, siete tenían los ojos azules y once los tenían oscuros. ¡Ah, y seis eran rubias y de ojos oscuros! ¿Cómo eran las amigas del profesor Dodgson?

	Chicas rubias	Chicas morenas	Total
Ojos azules	3	4	7
Ojos oscuros	6	5	11
Total	9	9	18

Tabla 4.1 Tabla de Carroll

**Respuesta:** Lewis Dodgson tenía 3 amigas rubias y de ojos azules, 4 morenas y de ojos azules, 6 rubias y de ojos oscuros y 5 morenas y de ojos oscuros.

### Diagrama de Venn

Ejemplo 1: En el diagrama que colocamos a continuación, se han volcado los datos obtenidos en una encuesta, realizada a 12 personas, donde se les preguntó si tomaban té o café. Los números que aparecen se refieren a las cantidades de personas que respondieron a la pregunta en las diversas formas posibles: solamente té, té y café, ninguna de las dos bebidas, etc.

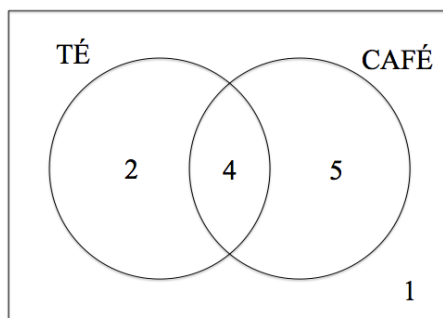


Figura 4.8 Diagrama de Venn

En base a estos datos, responderemos a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántas personas tomaban café? Respuesta: 9 personas.
2. ¿Cuántas personas tomaban té? Respuesta: 6 personas.
3. ¿Cuántas personas tomaban té y café? Respuesta: 4 personas.
4. ¿Cuántas personas no tomaban ninguna de las dos bebidas? Respuesta: 1 persona.
5. ¿Cuántas personas no tomaban té? Respuesta: 6 personas (5+1).

6. ¿Cuántas personas no tomaban café? Respuesta: 3 personas (2+1).
7. ¿Cuántas personas tomaban por lo menos una de esas dos bebidas? Respuestas: 11 personas (2+5+4).
8. ¿Cuántas personas tomaban sólo una de esas dos bebidas? Respuesta: 7 personas (2+5).
9. ¿Cuántas personas tomaban sólo café? Respuesta: 5 personas.
10. ¿Cuántas personas tomaban sólo té? Respuesta: 2 personas.
11. ¿Cuántas personas tomaban alguna de esas bebidas? Respuesta: 11 personas (2+4+5).

Ejemplo 2: En el diagrama que vemos a continuación, se han volcado los datos obtenidos en una encuesta, realizada a personas, donde se les preguntó si tomaban té, café o chocolate. Los números que aparecen se refieren a las cantidades de personas que respondieron a la pregunta en las diversas formas posibles: las tres bebidas, sólo té, té y chocolate pero no café, etc.

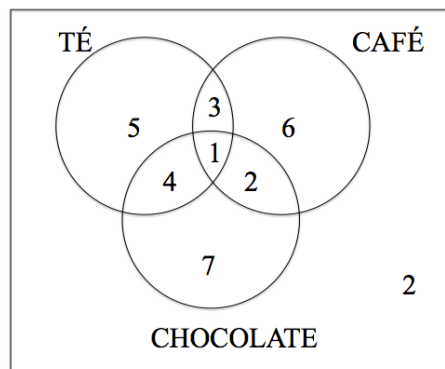


Figura 4.9 Diagrama de Venn

En base a estos datos, responderemos a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántas personas fueron encuestadas? Respuesta: 30 personas.
2. ¿Cuántas personas tomaban por lo menos una de esas tres bebidas? Respuesta: 28 personas (30–2).
3. ¿Cuántas personas tomaban té? Respuesta: 13 personas (5+4+3+1).
4. ¿Cuántas personas tomaban solamente té? Respuesta: 5 personas.
5. ¿Cuántas personas tomaban solamente dos de esas tres bebidas? Respuesta: 9 personas (4+3+2).
6. ¿Cuántas personas tomaban menos de dos de esas tres bebidas? Respuesta: 20 personas (5+6+7+2).



7. ¿Cuántas personas tomaban exactamente una de esas tres bebidas? Respuesta: 18 personas (5+7+6).
8. ¿Cuántas personas tomaban chocolate? Respuesta: 14 personas (7+4+1+2).
9. ¿Cuántas personas tomaban solamente chocolate? Respuesta: 7 personas.
10. ¿Cuántas personas tomaban café? Respuesta: 12 personas (6+2+1+3).
11. ¿Cuántas personas tomaban solamente café? Respuesta: 6 personas.
12. ¿Cuántas personas tomaban las tres bebidas? Respuesta: 1 persona.
13. ¿Cuántas personas no tomaban las tres bebidas? Respuesta: 29 personas (30–1).
14. ¿Cuántas personas no tomaban ninguna de las tres bebidas? Respuesta: 2 personas.
15. ¿Cuántas personas no tomaban ni té ni café? Respuesta: 9 personas (7+2).
16. ¿Cuántas personas no tomaban ni té ni chocolate? Respuesta: 8 personas (6+2).
17. ¿Cuántas personas no tomaban ni café ni chocolate? Respuesta: 7 personas (5+2).
18. ¿Cuántas personas no tomaban té? Respuesta: 17 personas (6+2+7+2).
19. ¿Cuántas personas no tomaban café? Respuesta: 18 personas (5+4+7+2).
20. ¿Cuántas personas no tomaban chocolate? Respuesta: 16 personas (5+3+6+2).
21. ¿Cuántas personas tomaban té y café? Respuesta: 4 personas (3+1).
22. ¿Cuántas personas tomaban té y café, pero no chocolate? Respuesta: 3 personas.
23. ¿Cuántas personas tomaban chocolate y café? Respuesta: 3 personas (2+1).
24. ¿Cuántas personas tomaban chocolate y café pero no té? Respuesta: 2 personas.
25. ¿Cuántas personas tomaban té y chocolate? Respuesta: 5 personas (4+1).
26. ¿Cuántas personas tomaban té y chocolate pero no café? Respuesta: 4 personas.

Ejemplo 3: Aun Congreso Internacional celebrado en Las Palmas de Gran Canaria asistieron 800 personas. De ellas, 500 hablaban inglés, 100 hablaban inglés y español y 50 no hablaban ninguno de los dos idiomas. Hallar la probabilidad de que, elegido al azar uno de los congresistas:

- a) Hablara solamente inglés.
- b) Hablara solamente español.
- c) Hablara inglés y español.
- d) Hablara inglés.
- e) Hablara español.
- f) Hablara inglés o español.

g) No hablara ninguno de los dos idiomas.

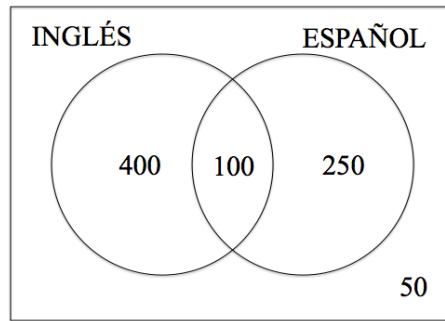


Figura 4.10 Diagrama de Venn

- a)  $P(\text{solamente español}) = 250/800 = 0,3125$
- b)  $P(\text{inglés} \cap \text{español}) = 100/800 = 0,125$
- c)  $P(\text{inglés}) = 500/800 = 0,625$
- d)  $P(\text{español}) = 350/800 = 0,4375$
- e)  $P(\text{inglés} \cup \text{español}) = 750/800 = 0,9375$
- f)  $P(\text{no inglés} \cap \text{no español}) = 50/800 = 0,0625$

Ejemplo 4: En la ciudad de Las Palmas de Gran Canaria se editan dos periódicos: **Canarias 7** y **La Provincia**. El 55% de la ciudad lee el **Canarias 7**, el 20% lee ambos periódicos y el 15% no lee ningún periódico.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que un ciudadano elegido al azar lea el **Canarias 7**?
2. ¿Y **La Provincia**?
3. ¿Y ambos periódicos?
4. ¿Sólo el **Canarias 7**?
5. ¿Solamente **La Provincia**?
6. ¿Ningún periódico?

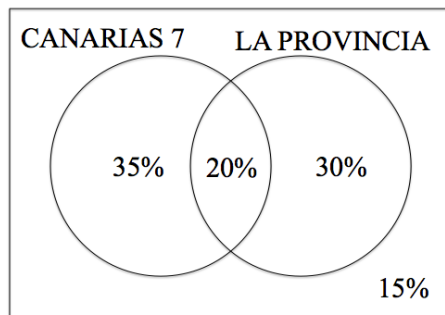


Figura 4.11 Diagrama de Venn

1. Probabilidad de que un ciudadano elegido al azar lea el **Canarias 7**

$$P(\text{Canarias 7}) = 55/100 = \mathbf{0,55}$$

2. Probabilidad de que un ciudadano elegido al azar lea **La Provincia**

$$P(\text{La Provincia}) = 50/100 = \mathbf{0,5}$$

3. Probabilidad de que un ciudadano elegido al azar lea ambos periódicos

$$P(\text{ambos periódicos}) = 20/100 = \mathbf{0,2}$$

4. Probabilidad de que un ciudadano elegido al azar sólo lea el **Canarias 7**

$$P(\text{sólo Canarias 7}) = 35/100 = \mathbf{0,35}$$

5. Probabilidad de que un ciudadano elegido al azar sólo lea **La Provincia**

$$P(\text{sólo La Provincia}) = 30/100 = \mathbf{0,3}$$

6. Probabilidad de que un ciudadano elegido al azar no lea ningún periódico

$$P(\text{ningún periódico}) = 15/100 = \mathbf{0,15}$$

### **Materiales didácticos. Libro de texto**

Se muestran distintos ejercicios complementarios y de ampliación de las editoriales de Anaya y Santillana.

Educación Primaria

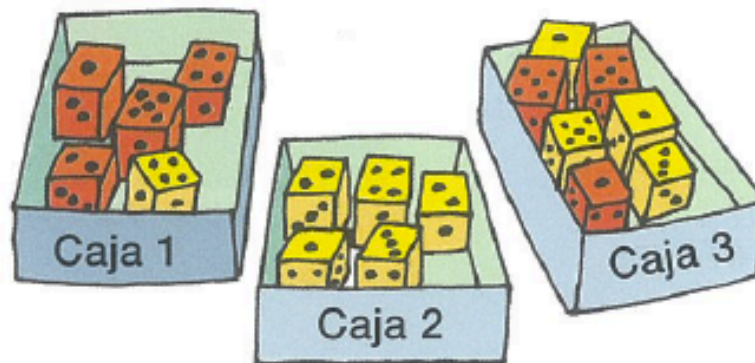
Editorial Anaya

- 7 En la experiencia aleatoria *lanzar dos dados a la vez y sumar sus puntuaciones*, clasifica estos sucesos:
- a) Sacar un 6.
  - b) Sacar una puntuación mayor que 13.
  - c) ¿Qué es más probable, sacar 7 o sacar 5 al sumar las puntuaciones de ambos dados?

Figura 4.12 Ejercicio de Cuarto Curso de Educación Primaria. Editorial Anaya

## ACTIVIDADES

- 1 VOCABULARIO.** Explica qué significa que un suceso sea *seguro*, *posible* o *imposible*. Pon algún ejemplo.
- 2** Observa y contesta.



- ¿En qué caja sacar sin mirar un dado amarillo es un suceso seguro?
- ¿En qué cajas sacar sin mirar un dado rojo es un suceso posible?
- ¿En qué caja es imposible sacar un dado rojo?

**3** ¿Cómo es cada suceso? Escribe.

- Tirar un dado y que el resultado sea menor que 4.
- Elegir un número par del 1 al 20 y que al dividirlo por 2 la división sea exacta.
- Abrir al azar este libro y que el número de la página sea menor que 300.

**4** Observa y contesta.

Si se elige sin mirar una estrella:



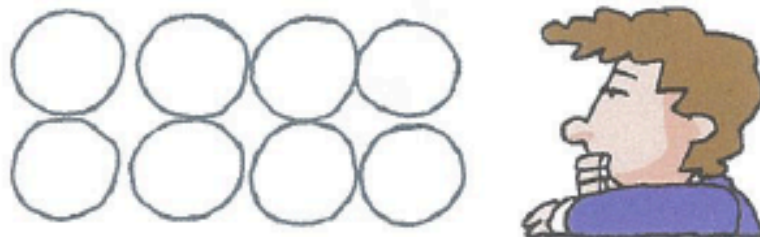
- ¿Qué es más probable: que sea verde o morada?
- ¿Qué es menos probable: que sea verde o naranja?

**5** Copia en tu cuaderno y colorea para que las oraciones sean ciertas.

- Hay bolas verdes, rojas y azules. Si se elige una sin mirar, el color más probable es el verde y el menos probable el rojo.



- Hay bolas amarillas, naranjas y verdes. Si se elige una sin mirar, el color menos probable es el amarillo, y es más probable elegir verde que naranja.



**8** Observa la nota hecha por el peluquero y contesta.

7 hombres morenos  
15 mujeres rubias  
20 mujeres morenas  
3 hombres rubios



Si elegimos un cliente al azar:

- ¿Qué es más probable: que sea un hombre moreno o una mujer rubia?
- ¿Qué es menos probable: que sea un hombre o una mujer?
- ¿Qué es más probable: que sea de pelo moreno o de pelo rubio?



## Elegir la estrategia en un concurso

Begoña está en un concurso de televisión y le enseñan varias cajas. Tiene que elegir una caja y sacar, sin mirar, una tarjeta. Si saca una tarjeta azul, ganará un viaje al Amazonas y si saca una roja, ganará solamente 1 €.

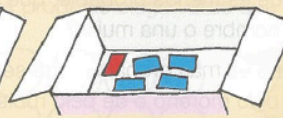
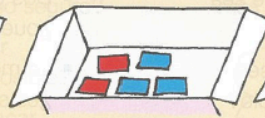
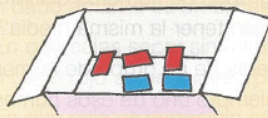


**1** Fíjate en el contenido de las cajas que le enseñan a Begoña y contesta.

Caja 1

Caja 2

Caja 3



- ¿Qué caja le aconsejas a Begoña que elija? ¿Por qué?
- Imagina que Begoña ha elegido esa caja. ¿Ganará seguro el viaje? ¿Por qué?

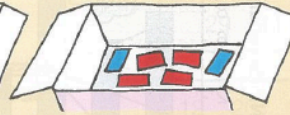
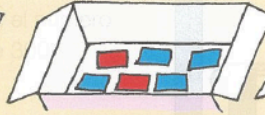
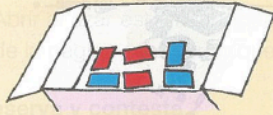
**2** Piensa y contesta.

La semana pasada a otro concursante le enseñaron estas cajas.

Caja 1

Caja 2

Caja 3



- ¿Qué caja debería elegir el concursante? ¿Por qué?
- Imagina que eligió la caja que tú piensas. ¿Ganó seguro el viaje? ¿Por qué?

**3** TRABAJO COOPERATIVO. Pensad y escribid.

Piensa con tu compañero un concurso en el que haya distintas posibilidades. Exponedlo a la clase comentando qué sucesos son más probables y cuál es la mejor estrategia para obtener un buen premio.



Figura 4.13 Ejercicios de Cuarto Curso de Educación Primaria. Editorial Santillana

- 4** Cristina tiene una caja de bombones con 7 de moca, 5 de chocolate blanco y 8 de chocolate con leche. Si cogemos los bombones sin mirar, contesta:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar uno de chocolate blanco?
  - b) ¿Y uno de moca?
  - c) ¿Qué sabor es más probable que cojamos?
- 5** Cristina y Gustavo están jugando al micado, que tiene 5 palillos azules, 8 rojos, 11 amarillos y 6 verdes.
- a) ¿Qué probabilidad hay de sacar uno verde? ¿Y uno azul?
  - b) ¿Qué color es el que tiene menos probabilidad de que salga?

Figura 4.14 Ejercicios de Quinto Curso de Educación Primaria. Editorial Anaya

# APRENDO A RESOLVER PROBLEMAS

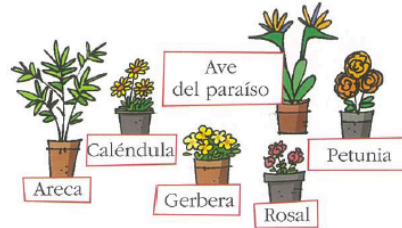


## BUSCO TODOS LOS CASOS POSIBLES

Algunas veces hay que elegir entre distintas posibilidades. En esos casos, has de ser capaz de reconocerlas, analizarlas y seleccionar las más adecuadas.

### 1 Leo detenidamente el enunciado.

Germán desea regalar a su amiga Gloria dos plantas: una de interior y otra de exterior. ¿De cuántas formas diferentes puede combinar las plantas para hacer el regalo?



### 2 Organizo los datos buscando todas las posibilidades.

		PLANTAS DE INTERIOR		
		PETUNIA	CALÉNDULA	AVE DEL P.
PLANTAS DE EXTERIOR	ARECA	AP	AC	AAp
	GERBERA	GP	GC	GAp
	ROSAL	RP	RC	RAp

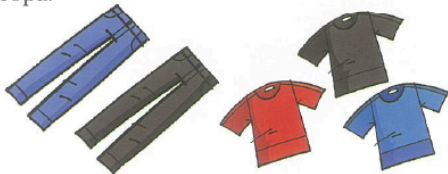
### 3 Escribo una frase con la solución.

Germán puede combinar las plantas para su regalo de nueve formas distintas.

Resuelvo estos problemas organizando los datos y buscando todos los casos posibles.

#### Problema 1

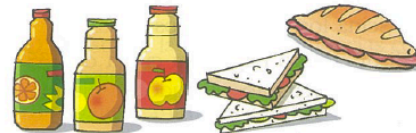
Germán se ha comprado dos pantalones (un vaquero azul y otro negro) y tres camisetetas (roja, azul y negra). ¿De cuántas formas diferentes se puede vestir con esa ropa?



Construye la tabla y analiza todas las posibilidades.

#### Problema 2

Gloria, para merendar, puede escoger entre un sándwich vegetal o un bocadillo de jamón, y para beber, entre un zumo de melocotón o de naranja o de manzana. ¿De cuántas formas distintas puede organizar su merienda?



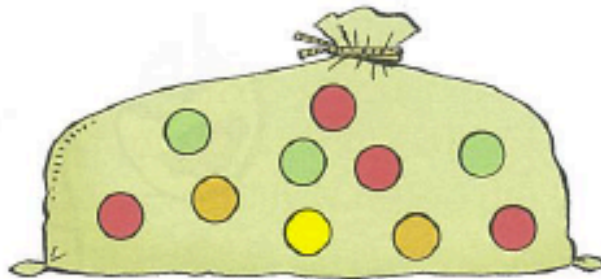
Construye la tabla y analiza todas las posibilidades.

Figura 4.15 Ejercicios de Quinto Curso de Educación Primaria. Editorial Anaya



## ACTIVIDADES

- 1 Si sacamos una bola sin mirar, ¿qué color es el más probable? Ordena los colores de mayor a menor probabilidad.



- 2 Copia y colorea las tarjetas para que se cumplan todas las frases al extraer una de ellas al azar.



Hay tarjetas azules, verdes, rojas y amarillas.

El color más probable es el verde.

Es más probable elegir una tarjeta roja que una amarilla.

--	--	--	--	--	--	--

- 3** Calcula cada probabilidad al girar la ruleta.



- Sacar color azul.
- Sacar color rojo.
- Sacar color verde.
- Sacar color amarillo.

¿Cuánto vale la suma de todas las probabilidades?

- 4** Halla cada probabilidad al extraer al azar una carta de la baraja.



- Sacar oros.
- Sacar figura.
- Sacar un 3.
- Sacar el 3 de oros.
- Sacar un número menor que 5.
- Sacar una carta que no sea de bastos.
- Sacar un caballo o un rey.

## 5 Piensa y contesta.

En un equipo de fútbol hay 9 jugadores. Solo pueden jugar 5 cada partido y lo echan a suertes, sacando un papel de una caja. No devuelven el papel a la caja después de sacarlo. Hay 5 papeles verdes (jugar) y 4 rojos (no jugar).



- El primer jugador saca un papel.  
¿Qué probabilidad hay de que juegue?
- El primer jugador ha sacado rojo.  
¿Cuántos papeles quedan en la caja?  
¿Qué probabilidad hay de que el segundo jugador saque verde?
- El segundo jugador ha sacado verde.  
¿Qué probabilidad hay de que el tercer jugador saque verde? ¿Y rojo?

## Problemas

### 10 Resuelve.

- Lidia ha escrito la palabra *murciélago*, ha recortado las letras y las ha metido en una bolsa. Si coge una letra sin mirar, ¿cuál es la probabilidad de que sea la letra g? ¿Y de que sea la c o la r? ¿Y de que no sea una vocal?
- Roberto piensa un número del 10 al 19. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un número par? ¿Y de que sea menor que 15? ¿Y de que sea un par menor que 15?
- Mario y Elisa quieren echar a suertes quién recoge hoy la mesa. Mario le propone a Elisa un juego. Se lanzan dos monedas a la vez; si salen resultados iguales gana Elisa y si salen distintos gana Mario. ¿Te parece un juego justo? ¿Por qué?

Figura 4.16 Ejercicios de Quinto Curso de Educación Primaria. Editorial Santillana

**7** ¿Cuáles de las siguientes experiencias son aleatorias?

- a) Jugar una partida de parchís. ¿Quién ganará?
- b) Tirar una piedra al lago. ¿Se hundirá?
- c) Hacer bailar una peonza. ¿Se parará antes de cinco minutos?
- d) Tirar un dardo a una diana. ¿Dará en el centro?

Figura 4.17 Ejercicio de Sexto Curso de Educación Primaria. Editorial Anaya

**8** Se va a sortear una camiseta entre cinco chicos y chicas: Eva, Ana, Jara, Pepe y Manuel.



- a) ¿Cuántos son los resultados posibles?
- b) ¿Qué es más probable, que la camiseta le toque a un chico o a una chica? Explica tu respuesta.
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que le toque a un chico?



**9** Tres amigas, Lucía, Carla y Alba, van a comprar entradas para el cine, y quieren que las tres butacas que ocupen estén juntas, en la misma fila.

Escribe en tu cuaderno si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. En cada caso, explica por qué o propón un ejemplo.

- a) Es seguro que las tres ocuparán una butaca par.
- b) Es posible que Lucía se siente en el centro.
- c) Es imposible que a Carla le toque a la derecha de Alba.
- d) Es posible que Carla no tenga a nadie a su derecha.

**10** Se van a repartir dorsales numerados del 1 al 20 entre todas las participantes en una carrera de fondo.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que a Rosa le toque el número 1?
- b) ¿Y de que le toque un dorsal con un número menor que 5?

Figura 4.18 Ejercicios de Sexto Curso de Educación Primaria. Editorial Anaya

## Probabilidad






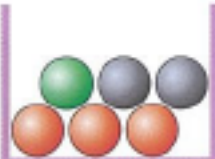

11.  Di cuáles de estas experiencias son aleatorias:
- Tiramos una moneda desde cierta altura y cronometramos el tiempo que tarda en llegar al suelo.
  - Lanzamos una moneda y vemos si sale cara o cruz.
  - Lanzamos una moneda a un suelo embaldosado y observamos si toca raya o no.
12.  Marcos ha dado en el centro de la diana en 36 de las 250 veces que ha probado. ¿Qué probabilidad asignas al suceso “en la próxima tirada dará en el centro”?
13.  Halla, en cada urna, la probabilidad de sacar:
- a) Roja      b) Azul      c) Negra      d) Verde
- A  B  C 

Figura 4.19 Ejercicio de Primer Curso de Educación Secundaria. Editorial Anaya

**Entrena resolviendo problemas** 

**Haz un esquema**

- De las 15 personas que trabajan en una oficina hay 9 a las que les gusta el café y 7 a las que les gusta el té. También sabemos que hay 3 personas a las que les gustan ambos productos. ¿A cuántas personas de esa oficina no les gusta ni el café ni el té?
- De los 150 alumnos y alumnas de un colegio, 115 estudian inglés; 95, informática, y 80, ambas cosas. ¿Cuántos no estudian ni inglés ni informática?

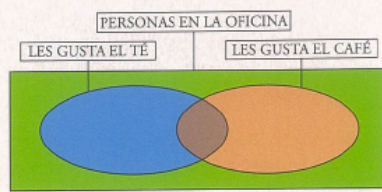


Figura 4.20 Ejercicio de Primer Curso de Educación Secundaria. Editorial Anaya

- 6.** De una baraja española, halla la probabilidad de sacar:
- a) Oros                      b) Rey                      c) Figura
- 7.** Nuestro equipo de fútbol ha ganado 10 partidos de los 40 que ha habido en el campeonato. ¿Qué probabilidad podemos asignar a que gane el próximo partido?

Figura 4.21 Ejercicio de Primer Curso de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## Experimentos aleatorios



- 65** Di cuál de estos experimentos es aleatorio.
- a) Lanzar una piedra al aire y comprobar si cae al suelo.
  - b) Determinar el área de un cuadrado.
  - c) Determinar la cantidad de agua que cae en un día lluvioso.
  - d) Averiguar la nota del próximo examen.
  - e) Predecir los goles que se marcarán en un partido de fútbol.
  - f) Medir la longitud de una circunferencia.
  - g) Extraer una tarjeta de una urna en la que hay 20 tarjetas numeradas del 1 al 20.
  - h) Anotar el color de ojos de la próxima persona que suba al autobús.
  - i) Averiguar el número de palabras de una página de un libro que empiezan por vocal.
  - j) Elegir un alumno de una clase en la que todos son varones y anotar su nombre.
- 66** Escribe el espacio muestral asociado a cada uno de los siguientes experimentos aleatorios.
- a) Extraer una carta de la baraja española y anotar el palo al que pertenece.
  - b) Extraer una carta de la baraja española y anotar si es figura o no.
  - c) Extraer una moneda de un monedero en el que hay monedas de 2, 5, 10, 20 y 50 céntimos.
  - d) Tomar una pieza de fruta de un frutero en el que hay manzanas, naranjas, ciruelas, melocotones y plátanos.
  - e) Escoger un día de la semana para ir al cine.
  - f) Elegir una respuesta a una pregunta entre cuatro posibles: a, b, c y d.

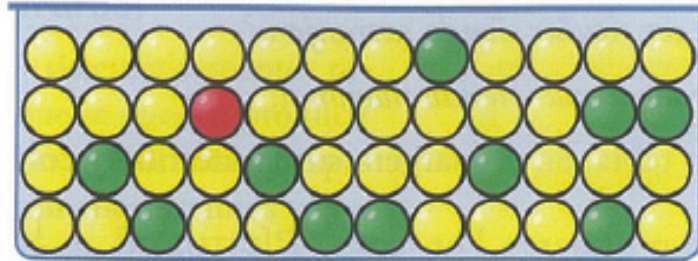
- 67 **•••** Calcula estos sucesos en el experimento que consiste en extraer una moneda de un monedero en el que hay monedas de 1, 2, 5, 10, 20 y 50 céntimos.
- a) «Sacar una moneda de 50 céntimos».
  - b) «Sacar una moneda cuyo valor sea par».
  - c) «Sacar una moneda que valga más de 5 céntimos».
  - d) «Sacar una moneda con un número acabado en 0».
  - e) «Sacar una moneda que valga menos de 1 céntimo».
- 68 **•••** Se extrae una carta de la baraja española. Determina estos sucesos.
- a) «Que sea el 5 de oros».
  - b) «Que sea de espadas».
  - c) «Que sea un as».
  - d) «Que sea una figura».

Figura 4.22 Ejercicios de Primer Curso de Educación Secundaria. Editorial Santillana




## Muy probable, poco probable

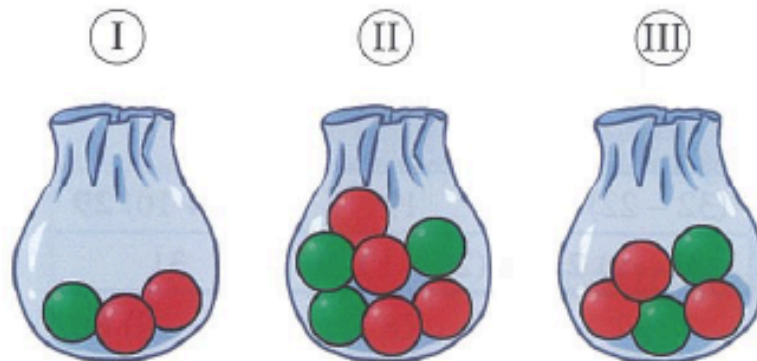
1.   Tenemos una urna como esta:





Removemos y extraemos una bola al azar. Copia y asocia con flechas en tu cuaderno:


$P[\text{ROJO}]$	Imposible
$P[\text{VERDE}]$	Muy poco probable
$P[\text{AMARILLO}]$	Poco probable
$P[\text{NEGRO}]$	Muy probable

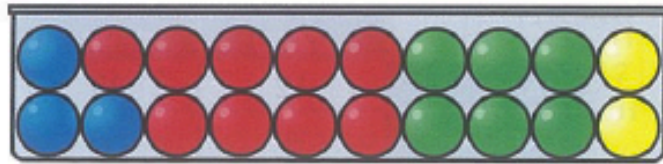
2.  ¿En cuál de las siguientes bolsas es más probable sacar bola roja?





3.   ¿En cuál de las ruletas es más difícil obtener color azul?




4.  Al extraer una bola al azar de esta urna, ordena los colores de más probable a menos probable de obtener:



5.   Imagina que extraes una carta de una baraja de 40 naipes. Escribe un suceso que sea IMPOSIBLE; otro que sea POCO PROBABLE; otro, MUY PROBABLE, y uno que sea SEGURO.

## Espacio muestral. Sucesos

6.  Indica el espacio muestral correspondiente a cada una de estas experiencias aleatorias:

- Lanzar dos monedas y contar el número de cruces.
- Sacar una bola de esta urna y ver qué número se obtiene:




- Sacar una moneda del bolsillo y observar su valor.
- Tirar un dado con forma de tetraedro y ver el número que has obtenido.



¿En cuáles de las experiencias de los apartados anteriores los casos no tienen la misma probabilidad?



7.  Extraemos una ficha al azar de la siguiente urna y anotamos su número:






- a) Describe el espacio muestral. ¿Cuántos casos tiene?
- b) Describe los siguientes sucesos:
- A = ficha roja
  - B = ficha verde
  - C = ficha azul
  - D = ficha roja con número impar
  - E = ficha con número par
8.  Una experiencia consiste en lanzar un dado y, después, lanzar una moneda. Los casos son: 1 y C; 1 y +; 2 y C; 2 y +; ...; 6 y C; 6 y +.
- a) Escribe el espacio muestral (son 12 casos).
- b) El suceso **NÚMERO MAYOR QUE 5 Y CARA** solo tiene un caso: 6 y C. Describe el suceso **NÚMERO PAR Y CARA** enumerando todos sus casos.
- c) Enumera los casos del suceso **CUALQUIER NÚMERO Y CRUZ**.

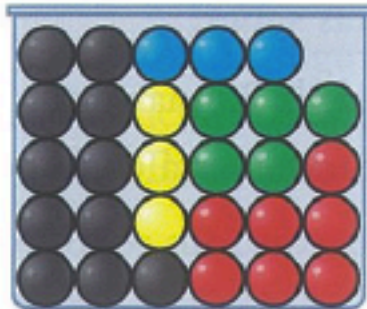
Figura 4.23 Ejercicios de Segundo Curso de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## Cálculo de probabilidades en experiencias regulares

9.  ¿Cuál es la probabilidad de obtener cada uno de los colores? Razónalo.







10.  Se extrae una bola al azar de una urna como la siguiente:



Indica la probabilidad de que:


- Sea roja.
- No sea negra.

- 11.**  Extraemos una carta de una baraja española de 40 naipes. Calcula la probabilidad de:
- a) Que la carta sea BASTOS.
  - b) Que la carta no sea AS.
  - c) Que la carta no sea FIGURA.
  - d) Que la carta sea AS O FIGURA.
- 12.**  Calcula las siguientes probabilidades asociadas al lanzamiento de un dado correcto:
- a) El resultado es múltiplo de 3.
  - b) El resultado es múltiplo de 2.
  - c) El resultado es mayor que 1.
  - d) El resultado es menor que 5.
  - e) El resultado es menor que 1.
- 13.**  Les doy vueltas, sin mirar, a las manecillas de un reloj. Calcula la probabilidad de que la hora que haya puesto sea:
- a) Entre las 3 y las 4.
  - b) Antes de las 3.
  - c) Más tarde de las 10.
  - d) Antes de las 6.

**14.**  Para un examen de Geografía, hay que saber situar sobre un mapa mudo las 17 comunidades autónomas de España. Ricardo solo sabe dónde se encuentran 10 de ellas.

- a) Si en el examen le piden situar una, ¿cuál es la probabilidad de que sea una de las que sabe?
- b) Supongamos que le piden que sitúe una de las que no sabe y, en vez de no contestar, lo hace a boleo. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte?

### **Cálculo de probabilidades en experiencias irregulares**

**15.**  De las 823 veces que he lanzado la taba que ves en la foto, en 185 ocasiones ha caído de esta forma:



¿Qué probabilidad puede asignarse a que en el próximo lanzamiento la taba vuelva a caer de esta forma?






16.  En una cierta región, el 15% de los habitantes padecen una alergia, y de estos, el 60% tienen alergia al polen. ¿Qué probabilidad podemos asignar a que tomando una persona al azar no tenga alergia al polen?
17.  Lanzamos 1 000 veces una chincheta, obteniendo en 368 ocasiones la punta hacia arriba. ¿Qué probabilidad se puede asignar a que al volver a lanzarla caiga tumbada?
18.  Observando a un jugador de baloncesto, hemos contado 187 canastas y 85 fallos. ¿Qué probabilidad le asignaremos al suceso ACERTARÁ EL PRÓXIMO LANZAMIENTO?



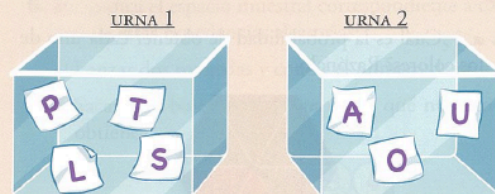
Figura 4.24 Ejercicios de Segundo Curso de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## Ejercicios y problemas

### Aprende a resolver problemas

El profesor de Lengua ha diseñado una experiencia que consiste en formar sílabas tomando al azar una papeleta de la URNA 1 y otra de la URNA 2. Cada alumno tendrá que escribir una palabra que empiece con dicha sílaba.

Escribe el espacio muestral. ¿Cuál es la probabilidad de obtener cada sílaba? ¿Y de obtener una sílaba que termine en A?



Comprueba que has entendido el enunciado.

¿En qué consiste cada caso del espacio muestral? ¿Cuántos casos tiene el espacio muestral? ¿Son todos igual de probables? ¿Cuántas de las sílabas del espacio muestral terminan en A?



**Piensa en el camino que vas a seguir para resolver el problema. ¿Qué necesitas saber?**

¿Qué obtienes de la URNA 1?  
¿Y de la 2? ¿De qué se compone cada elemento del espacio muestral?

— De la URNA 1 sacas una consonante, y de la 2, una vocal.  
Cada caso, o elemento del espacio muestral, está compuesto por dos letras que forman una sílaba.

¿Cuántas vocales se emparejan con la letra T? ¿Y con la letra P?  
¿Y con las demás consonantes?  
¿Ya puedes formar el espacio muestral? ¿Cuántos elementos tiene?

— Muy fácil. Con la letra T se forman los casos: TA, TO y TU.  
Con la letra P se forman los casos: PA, PO y PU.  
Y con las demás letras: LA, LO, LU, SA, SO y SU.  
El espacio muestral tiene 12 elementos:  
 $E = \{TA, TO, TU, PA, PO, PU, LA, LO, LU, SA, SO, SU\}$



¿Es igual de probable obtener cada sílaba? ¿Cuál es la probabilidad de obtener una sílaba que acabe en A?



— Claro, sacar SA es igual de probable que obtener TU o cualquier otra sílaba. Como el espacio muestral tiene 12 casos igual de probables, la probabilidad de cada uno es  $\frac{1}{12}$ .

De las 12 sílabas, hay 4 que acaben en A. Por tanto:

$$P[\text{SÍLABA QUE ACABE EN A}] = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$




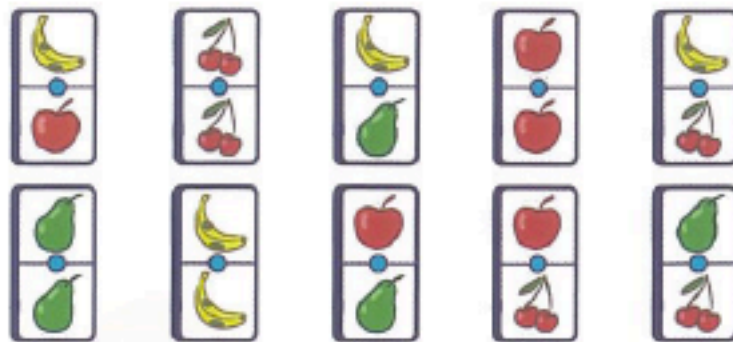
**Resuelve problemas**

19.   En mi maleta tengo cuatro camisetas: una blanca de manga corta, una negra de manga corta, una negra de manga larga y una negra de manga larga con capucha. Además, tengo dos pantalones: uno azul y otro verde. Tengo que salir de madrugada y no quiero dar la luz para no despertar a los que duermen en la habitación, por lo que cojo a oscuras, al azar, una camiseta y un pantalón.


- Escribe el espacio muestral.  
¿Cuál es la probabilidad de cada caso?
- Describe el suceso CAMISETA NEGRA Y PANTALÓN AZUL enumerando todos sus casos.  
¿Cuál es la probabilidad de este suceso?
- Describe el suceso CAMISETA DE MANGA CORTA Y PANTALÓN VERDE enumerando todos sus casos.  
¿Cuál es su probabilidad?

Figura 4.25 Ejercicios de Segundo Curso de Educación Secundaria. Editorial Anaya




20.  Un juego parecido al dominó está formado por las siguientes piezas:

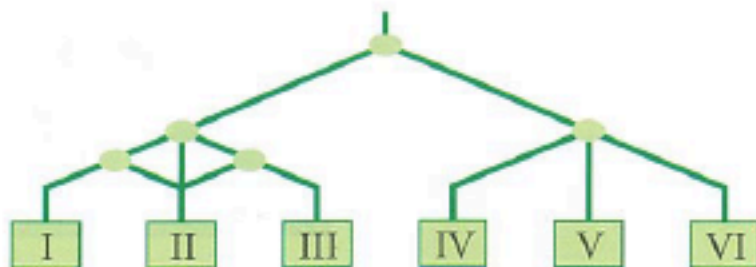


Las echamos a una bolsa y sacamos una al azar.


- ¿Es una experiencia aleatoria? ¿Por qué?
  - Escribe el espacio muestral.
  - ¿Cuál es la probabilidad de sacar PERA/MANZANA?
21.  Dos fichas de la actividad anterior pueden encadenarse cuando alguna de sus dos figuras coincide. Ponemos sobre la mesa la ficha PLÁTANO/PERA y las demás quedan en la bolsa. Extraemos otra ficha al azar.
- Describe, dando todos sus casos, el suceso LA NUEVA FICHA PUEDE ENCADENARSE CON LA QUE HAY SOBRE LA MESA.
  - ¿Cuál es la probabilidad del suceso anterior?

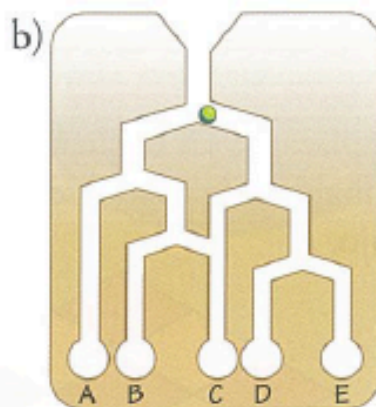
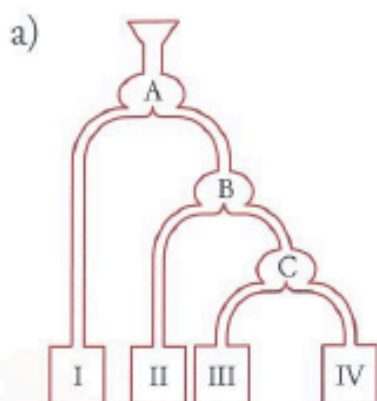



- 22.**  El juego del dominó consta de 28 fichas. Si elegimos una al azar, indica la probabilidad de que:
- Tenga un 3.
  - No sea “doble”.
  - Sus puntos sumen 7.
  - Enlace con el 6-4 (¡Atención! Para este caso hemos de escoger una de las otras 27 fichas).
- 23.**  En un restaurante hay sopa, puré o ensalada de primero; carne, pescado o arroz de segundo; y, para finalizar, café o postre.
- ¿Cuántos menús distintos podemos elegir?
  - Si nos sirven un menú elegido al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea ENSALADA Y CARNE?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que el menú lleve ARROZ?
- 24.**  Calcula la probabilidad de que la bolita caiga en cada recipiente:





**25.**  Calcula, en cada caso, la probabilidad de que la bolita caiga en los distintos recintos:



**26.**  Los alumnos de una clase se distribuyen del siguiente modo:

	CHICAS	CHICOS
CON GAFAS	3	6
SIN GAFAS	12	10

Escogemos al azar a una persona de esa clase. Calcula la probabilidad de que:

- a) Sea chica.
- b) Tenga gafas.
- c) Sea chica con gafas.
- d) Sabiendo que es chico, que tenga gafas.

- 27.** Los alumnos de un centro que se quedan a realizar actividades deportivas se distribuyen así:

	FÚTBOL	NATACIÓN	TENIS
PRIMARIA	14	7	4
SECUNDARIA	16	4	15

Copia la tabla en tu cuaderno y añade una fila y una columna con los totales. ¿Cuántos alumnos son?

Si elegimos uno al azar, halla la probabilidad de que:

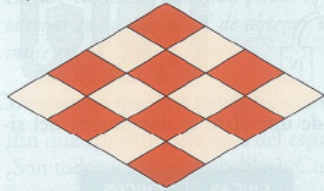
- Sea de Primaria.
  - Practique natación.
  - Sea de Primaria y juegue al tenis.
  - Que practique el tenis sabiendo que es de Secundaria.
- 28.** De los 30 estudiantes que somos en clase, hay 18 chicas, de las cuales 12 han aprobado todo. Si en total ha habido 10 personas con alguna asignatura suspensa y elegimos al azar a alguien de clase, halla la probabilidad de que:
- Sea chico y haya aprobado todo.
  - Habiendo suspendido alguna, sea chica.

Figura 4.26 Ejercicios de Segundo Curso de Educación Secundaria. Editorial Anaya

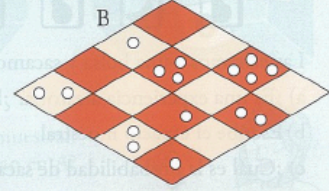
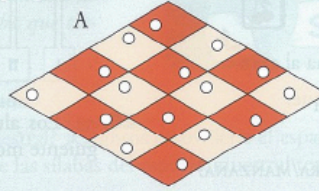
## Piensa, experimenta y deduce

### Experiencia de simulación. Imitar una granizada con un dado

La plaza de un pequeño pueblo está embaldosada como se ve en el dibujo.



Empieza a granizar; después de caer los 16 primeros granizos sobre las baldosas, ¿cuál de los siguientes resultados te parece que podría reflejar mejor lo que pasaría?



Para ayudarnos a reflexionar, vamos a imitar la experiencia con ayuda de un dado, señalando los resultados en un tablero como el de la derecha. Como los granizos caen sobre la cuadrícula aleatoriamente, podemos imitar la granizada de la siguiente forma:

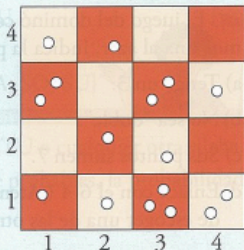
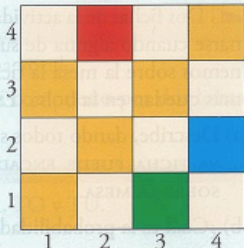
Cada casilla está representada por dos números: el primero, el número de abajo, y el segundo, el número del lateral. De este modo, las casillas señaladas serán:

Roja: 2 - 4      Azul: 4 - 2      Verde: 3 - 1

Solo necesitamos los números del 1 al 4, por lo que si tenemos un dado con forma de tetraedro, nos facilitaría las cosas; pero como normalmente en casa se tienen dados cúbicos, lo que podemos hacer es utilizar uno de estos y cuando salga un 5 o un 6, volver a tirar hasta obtener un número del 1 al 4. Cada dos resultados válidos del dado indican una casilla de la cuadrícula. De este modo, con 32 tiradas válidas obtenemos las 16 casillas donde aleatoriamente han de caer los granizos. Por ejemplo:

1-4   1-3   3-1   2-2   1-3   3-2   2-4   1-1  
4-1   3-1   4-3   2-1   3-3   4-1   3-3   3-1

• Realiza una experiencia similar y observa los resultados de tus compañeros. Llegarás a la conclusión de que la opción B es más razonable que la A.



## Lee y reflexiona

### El azar no tiene memoria

Paloma ha observado que en los últimos 27 lanzamientos de un dado no ha salido ningún 5, y piensa: ahora es mucho más probable que en la próxima tirada salga 5. ¿Tendrá razón?

— Pues bien, si el dado es correcto, existe la misma probabilidad de obtener cualquiera de las caras, sin importar para nada lo que haya ocurrido antes. ¡¡El azar no tiene memoria!!

— Si el dado es irregular, entonces habrá que pensar que es muy poco probable que salga 5, puesto que así lo sugiere la experiencia.

De modo que Paloma no tiene razón en ninguno de los casos.



Figura 4.27 Ejercicios de Segundo Curso de Educación Secundaria. Editorial Anaya



## Entrenate resolviendo problemas

### Regularidad... pero menos

- Un profesor deja a cada uno de sus alumnos una ruleta como la del dibujo y les pide, para casa, que hagan girar la flecha 360 veces y que anoten los resultados.



Estos son los deberes entregados por tres alumnos. Dos de ellos han hecho trampa. ¿Cuáles crees que son? Explica por qué.

ADRIÁN	
ROJO	124
AZUL	126
VERDE	110

MANUELA	
ROJO	193
AZUL	111
VERDE	56

CARLA	
ROJO	180
AZUL	120
VERDE	60

### ¿Dos experiencias parecidas?

- ¿En cuál de estas experiencias con dos bolas verdes y una roja es más difícil extraer bola roja?

#### 1.ª EXPERIENCIA



EXTRAEMOS UNA BOLA AL AZAR

#### 2.ª EXPERIENCIA



LANZAMOS UNA MONEDA

SI SALE CARA



SACAMOS UNA BOLA DE ESTA URNA

SI SALE CRUZ



SACAMOS UNA BOLA DE ESTA URNA

## Autoevaluación

En la web  Resoluciones de estos ejercicios.


- Indica qué sucesos son aleatorios:
  - Que tu equipo gane el siguiente partido.
  - Obtener un 3 al lanzar un dado.
  - Que no llueva el día que te vas de excursión al campo.
  - Que se haga de noche donde vives.
- Escribe el espacio muestral de cada una de las siguientes experiencias:
  - Número de reyes que te tocan si te dan 5 cartas.
  - Número de veces que aciertas en el centro al tirar tres dardos a la diana.
  - Color de pelo de un compañero de clase elegido al azar.
- He lanzado un dado defectuoso 1 000 veces y he obtenido 6 en 580 ocasiones. ¿Cuál puedes suponer que es la probabilidad de obtener un 6 en la siguiente tirada?
- Calcula las siguientes probabilidades:
  - Extraer un REY en una baraja de 40 cartas.
  - Sacar una COPA en una baraja de 40 naipes.
  - Obtener un número MAYOR QUE DOS al lanzar un dado.
- Calcula la probabilidad de obtener cada uno de los colores que componen la ruleta al girar la flecha.
 
- Tiramos un dado rojo y otro verde, y vemos los números obtenidos.
  - Escribe el espacio muestral. (Consideramos que 1-2 es distinto de 2-1).
  - Calcula la probabilidad de cada caso.
  - ¿Cuál es la probabilidad del suceso EN ALGUNO DE LOS DADOS HA SALIDO UN 5? (El 5-5 también vale).

Figura 4.28 Ejercicios de Segundo Curso de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## Experimentos aleatorios. Sucesos

**63** Clasifica los siguientes experimentos en deterministas o aleatorios.

- a) Extraer una carta de una baraja y observar el número y el palo.
- b) Adivinar los goles que marcará un jugador de fútbol en un partido de liga.
- c) Determinar la raíz cuadrada de 49.
- d) Determinar el próximo color que mostrará un semáforo si ahora está verde.
- e) Abrir la agenda por una página y mirar el día del año.
- f) Calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo, conociendo los catetos.
- g) Saber el sexo del primer hijo de una pareja.

**64** Determina de los siguientes sucesos cuáles son elementales y cuáles son compuestos.


- a) Lanzar un dado y que salga un número par.
- b) Lanzar una moneda al aire y que salga cara.
- c) Coger una carta de una baraja española y que salga un as.
- d) Coger una ficha de dominó y que sea doble.
- e) Extraer una tarjeta del bolsillo de un árbitro de fútbol, sin mirar, y que sea roja.


- 65** De una bolsa donde hay tarjetas con todas las letras de la palabra VACACIONES, sacamos una.
- a) Escribe el espacio muestral.
  - b) Determina un suceso elemental y uno compuesto.
- 66** Escribe el espacio muestral de cada experimento.
- a) Extraer un billete de una caja fuerte de un banco y observar el valor y el color.
  - b) Extraer una bola de bingo y anotar el número.
  - c) Tirar dos dados de 4 caras y anotar el producto de los números que se obtengan.

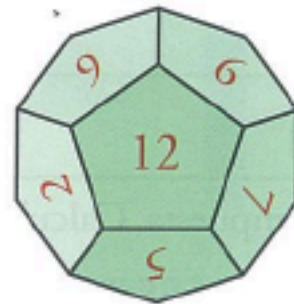
Figura 4.29 Ejercicios de Segundo Curso de Educación Secundaria. Editorial Santillana

## Practica

### Espacios muestrales. Sucesos

-  Indica el espacio muestral de cada una de las siguientes experiencias aleatorias:
  - Señalo al azar una provincia en un mapa de Galicia.
  - Lanzo un cubo de Rubik recién montado y anoto el color de la cara de arriba.
  - Señalo una palabra cualquiera de un libro elegido al azar y observo cuál es la primera vocal que aparece.
  - Saco una carta de una baraja española y observo el palo.

-  Lanzamos un dado con forma de dodecaedro con las caras numeradas del 1 al 12 y anotamos el número obtenido.




- ¿Cuál es el espacio muestral?
- Describe los sucesos:


A = "Menos de 5"

B = "Más de 4"

C = "Número par"

D = "No múltiplo de 3"


-  Escogemos al azar un día cualquiera de la semana.
  - ¿Cuál es el espacio muestral?
  - Describe los sucesos:
    - "Fin de semana"
    - "Los que empiezan por la letra M"
    - "Los que acaban en *es*"

4.  Lanzamos una moneda dos veces y anotamos los resultados ordenadamente.

a) Completa el espacio muestral:  $E = \{CC, C+, \dots\}$

b) Describe los sucesos  $A =$  “La primera salió C”.

c) Repite la actividad suponiendo que lanzamos tres monedas en lugar de dos. Describe:  $B =$  “Obtener dos veces C” y  $D =$  “No obtener ninguna C”.

5.  Escogemos una bola al azar de cada urna. Un caso es, por ejemplo, Azul-Negra.






a) Describe el espacio muestral.

b) Haz lo mismo si en la segunda urna hubiera una blanca y una negra.





## Probabilidad en experiencias simples

6.  Lanzamos un dado correcto. Calcula las probabilidades de que el resultado sea:
- a) 1 o 2.                      b) Mayor que 2.    c) Par.  
d) Mayor que 1.    e) Menor que 1.    f) Menor que 7.

7.   Se extrae al azar una bola de la siguiente bolsa. Calcula la probabilidad de que:

- a) Sea azul.  
b) No sea verde.  
c) Sea roja o azul.




8.   El profesor ha traído estos libros a clase:

TÍTULO	NÚMERO DE LIBROS
<i>La isla del tesoro</i>	11
<i>El principito</i>	8
<i>De la Tierra a la Luna</i>	6
<i>El conde de Montecristo</i>	5

Si se asignan al azar, calcula la probabilidad de que el libro que me toque:

- a) Sea *La isla del tesoro*.  
b) No sea *El principito* ni *El conde de Montecristo*.  
c) No sea *De la Tierra a la Luna*.

9.  Metemos las piezas de un juego de ajedrez en una bolsa y elegimos una al azar. Recuerda qué piezas componen el juego:



- a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un peón? ¿Y de obtener un peón negro?
- b) ¿Qué probabilidad hay de sacar una torre? ¿Y un caballo blanco? ¿Y uno de los reyes?

ATENCIÓN: Supón que las figuras de ajedrez son piezas de la misma forma, tamaño y textura.





10.  Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos, A, B, C y D, de la actividad 2.
11.  Halla la probabilidad de los sucesos, A, B y C de la actividad 3.





Figura 4.30 Ejercicios de Tercer Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## Probabilidad en experiencias compuestas

12.  Tiramos un dado y hacemos girar la ruleta:



- ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números pares?
  - Halla la probabilidad de obtener un número mayor que 2 en el dado y un color que no sea azul en la ruleta.
  - Calcula la probabilidad de obtener un 6 o un 5 en el dado.
  - Calcula la probabilidad de que la suma de los resultados sea más de 10.
13.  De una urna con 3 bolas verdes y 2 rojas, extraemos dos bolas. Calcula la probabilidad de que:
- Ambas sean verdes.
  - La 1.<sup>a</sup> sea roja y la 2.<sup>a</sup> verde.
  - Las dos sean rojas.

14.   Extraemos dos cartas de una baraja española. Calcula la probabilidad de estos sucesos:
- a) Dos ases.      b) Un as y un rey.      c) Dos oros.  
d) Ninguna copa (no copa y no copa).  
e) Dos figuras (sota, caballo o rey).  
f) Una figura y una no figura.
15.  Lanzamos una moneda: si sale cara, tomo una carta de una baraja; si sale cruz, no sigo jugando.  
¿Qué probabilidad hay de obtener OROS o FIGURA?
16.  Cogemos al azar una bola de la 1.<sup>a</sup> urna, la echamos en la 2.<sup>a</sup> y sacamos una bola de esta 2.<sup>a</sup> urna.



Calcula las siguientes probabilidades:

- a)  $P[1.<sup>a</sup> \text{ bola negra y } 2.<sup>a</sup> \text{ bola negra}]$       b)  $P[1.<sup>a</sup> \text{ bola blanca y } 2.<sup>a</sup> \text{ bola negra}]$   
c)  $P[2.<sup>a</sup> \text{ bola negra}]$       d)  $P[2.<sup>a</sup> \text{ bola blanca}]$       e)  $P[2.<sup>a</sup> \text{ bola roja}]$



## Resuelve problemas

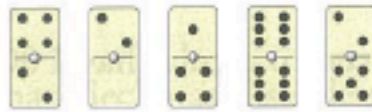
17. Encima de la mesa tenemos estas cuatro cartas de una baraja española (40 cartas):



Sacando al azar otra carta del mazo:

- ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de las puntuaciones de las cinco cartas (las cuatro de la mesa y la extraída del mazo) sea 15? ¿Y 16?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener una escalera?

18.   ¿Conoces el dominó? Es un juego cuyas fichas son de este tipo:



Hay fichas con todas las posibles combinaciones con los números 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6, incluyendo las dobles como el 6-6 del dibujo.

- a) Comprueba que en total son 28 fichas.

Si sacamos una ficha al azar, calcula la probabilidad de que:



- b) La suma de los números sea 6.  
 c) La suma sea un número impar.  
 d) El producto de los dos números sea menor que 6.

En el desarrollo del juego, las fichas se van poniendo sobre la mesa y se van enlazando unas con otras, así:



La siguiente ficha debe tener un 2, y se situaría a la izquierda, o un 5, e iría a la derecha.

- c) ¿Cuál es la probabilidad de que, sacando al azar una de las restantes fichas, pueda enlazar con una de las que están sobre la mesa?

19.   Lanzamos cuatro monedas. Halla la probabilidad de obtener:

- a) Dos caras.    b) Ninguna cara.    c) Alguna cara.



20.  ¿Qué probabilidad hay de obtener dos caras lanzando dos monedas? ¿Y lanzando tres monedas? ¿Y si tiramos cuatro monedas?



Figura 4.31 Ejercicios de Tercer Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Anaya




25.  En un centro escolar hay 1 000 alumnos repartidos como indica esta tabla:

	CHICOS	CHICAS
USAN GAFAS	187	113
NO USAN GAFAS	413	287

Se elige al azar uno de ellos. Di cuál es la probabilidad de que:

- a) Sea chico.
  - b) Sea chica.
  - c) Use gafas.
  - d) No use gafas.
  - e) Sea una chica con gafas.
  - f) Sabiendo que es una chica, use gafas.
26.  En una empresa hay 200 empleados, de los que 100 son hombres y 100 son mujeres. Los alérgicos son 40 hombres y 35 mujeres.
- a) Si elegimos un empleado al azar, calcula la probabilidad de que sea hombre y no sea alérgico.
  - b) Si sabemos que el elegido no es alérgico, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- Haz una tabla como la del ejercicio anterior.
27.  Hoy hay tres partidos: de baloncesto, de fútbol y de tenis. De los 40 amigos que hay en casa, 21 prefieren fútbol y 5, tenis. Hay 10 chicos que quieren baloncesto, 9 chicas que quieren fútbol y 3 chicas que prefieren ver el tenis. Si elegimos una persona al azar, calcula la probabilidad de que:

- a) Sea chico.
- b) No quiera ver el tenis.
- c) Sea un chico que quiere ver el tenis.
- d) Sea una chica que quiera ver el baloncesto.
- e) Sabiendo que es una chica, que quiera ver fútbol.
- f) Sabiendo que prefiere ver tenis, que sea un chico.

**28.**  Una botella contiene 20 bolas de colores negro, rojo y verde. No sabemos cuántas de cada color, ni podemos verlo, porque la botella es opaca. Solo podemos ver, cuando la tumbamos, el color de la bola que queda junto al tapón, que es transparente.

Durante unos días hacemos 1 000 veces la experiencia de *agitar, inclinar la botella y anotar el color de la bola que se ve*. Al final, hemos obtenido estos resultados:

$$f(\text{●}) = 461 \quad f(\text{●}) = 343 \quad f(\text{●}) = 196$$

Podemos averiguar, con cierta seguridad, cuántas bolas hay de cada color. Hagámoslo con las negras:

$$f_r(\text{●}) = \frac{461}{1000} = 0,461$$

$$P[\text{●}] = \frac{n}{20} \quad (n \text{ es el número de bolas negras})$$

Como  $f_r(\text{●}) \approx P[\text{●}]$ , hacemos:

$$0,461 \approx \frac{n}{20} \rightarrow n \approx 20 \cdot 0,461 = 9,22$$

Estimamos que el número de bolas negras es 9.

¿Cuántas bolas de cada color hay en la botella?











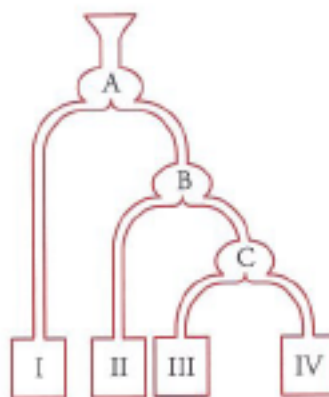
- 29.**  En un cajón hay calcetines. No sabemos cuántos, ni de qué colores. Sacamos un calcetín, anotamos el color y lo devolvemos al cajón. Lo hacemos cien veces y hemos obtenido 42 veces un calcetín negro; 8 veces uno rojo, y 50 veces uno blanco.
- Haz una tabla de frecuencias relativas.
  - ¿Qué porcentaje de calcetines de cada color hay en el cajón?
  - Si sabemos que hay 20 calcetines, ¿cuántos estimas que hay de cada color?
- 30.**  Coge 10 canicas, caramelos, papeles... todos de igual tamaño y de tres colores, sabores... distintos. Extrae al azar uno cada vez, míralo, anota el color o el sabor o... y devuélvelo. Repite esto 100 veces. Realiza, con los resultados, una estimación de cuántos hay de cada color. Comprueba luego cómo de acertado estabas en tu predicción.


Figura 4.32 Ejercicios de Tercer Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Anaya

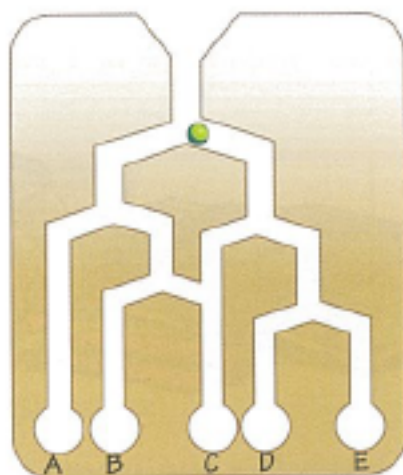
- 31.**  Hemos de jugar a cara o cruz con una cierta ficha. Antes de empezar, experimento con ella y obtengo 37 caras y 3 cruces.  
¿Qué te parece más correcto, apostar por cruz porque “ya es hora de que salga” o por cara porque “parece que sale más”?
- 32.**  En cada mano del juego *Piedra, papel o tijera* puedes ganar, empatar o perder. Si me juego un refresco, ¿qué probabilidad tengo de ganarlo a la primera? ¿Qué probabilidad tengo de llegar a la segunda y ganarlo? ¿Y a la tercera y ganarlo?
- 33.**  Lanzamos tres dados. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres puntuaciones sean menores que 5?
- 34.**  Después de tirar muchas veces un modelo de chinchetas, sabemos que la probabilidad de que una cualquiera caiga con la punta hacia arriba es 0,38. Si tiramos dos chinchetas, ¿cuál será la probabilidad de que las dos caigan de distinta forma?
- 35.**  En un laboratorio, para que un medicamento salga al mercado tiene que pasar tres controles. La probabilidad de superar el primero es 0,89; la de superar el segundo es 0,93 y la de superar el tercero es 0,85. ¿Cuál es la probabilidad de que el nuevo producto no sea apto para salir al mercado?

- 36.**  Dejamos caer una bola en el embudo de este aparato.


Calcula la probabilidad de que caiga en cada uno de los depósitos I, II, III y IV.

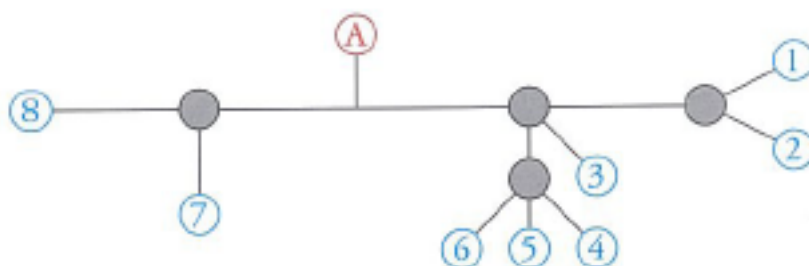


- 37.**  ¿Cuál es la probabilidad de que una bola caiga en cada uno de los depósitos?




## Problemas “+”

38.  Esto es un plano de parte de la red de cercanías de una ciudad. En cada bifurcación es igual de probable que el tren continúe por un camino u otro y no se puede ir hacia atrás.




Si un viajero sube a un tren en A sin saber adónde se dirige, ¿cuál es la probabilidad de que llegue a la estación 5?

Calcula la probabilidad de llegar a cada una de las otras estaciones.

39.  Se han hecho análisis de sangre 200 personas para determinar su grupo sanguíneo, así como el Rh. Los resultados se resumen en esta tabla:

	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO AB	GRUPO O	TOTALES
RH+	74	12	6	70	162
RH-	18	3	1	16	38
TOTALES	92	15	7	86	200

- a) Si elegimos al azar una persona de entre esas 200, ¿cuál es la probabilidad de que su grupo sanguíneo sea A? ¿Y de que sea O? ¿Y de que tenga Rh+?
- b) Si elegimos al azar una persona del grupo sanguíneo B, ¿cuál es la probabilidad de que tenga Rh+?
- c) Sabiendo que una persona es del grupo A o B, ¿cuál es la probabilidad de que sea RH+?
40.  Se hace girar cada una de estas dos ruletas y gana el que consiga la puntuación más alta. Calcula la probabilidad de que gane A y la de que gane B.

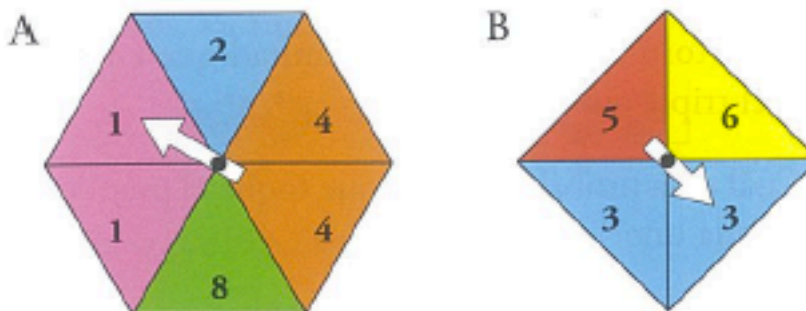


Figura 4.33 Ejercicios de Tercer Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Anaya



# Taller de matemáticas

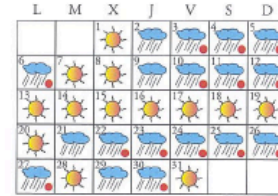
## Lee y comprende

### Probabilidad con condiciones

¿Varía la probabilidad de un suceso si se calcula con la condición de que haya ocurrido previamente otro suceso? Analiza los dos ejemplos que siguen.

#### EJEMPLO 1. Tiempo durante el mes de enero

Se han anotado los días de lluvia durante el mes de enero en cierta localidad (observa que son 18). Se han señalado con un punto rojo los días de lluvia tras otro día de lluvia (son 14). A partir de estos datos nos hacemos dos preguntas:



a) *SIN CONDICIÓN*. Si hoy es un día cualquiera, ¿cuál es la probabilidad de que llueva mañana?

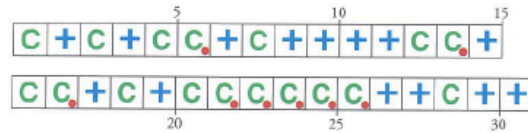
$$f_r[\text{LLUVIA}] = 18/31 = 0,58 \Rightarrow P[\text{LLUVIA}] \approx 60\%$$

b) *CON CONDICIÓN*. Si hoy ha llovido, ¿cuál es la probabilidad de que llueva mañana?

$$f_r[\text{LLUVIA}] = 14/18 = 0,78 \Rightarrow P[\text{LLUVIA}] \approx 80\%$$

#### EJEMPLO 2. Lanzamientos de monedas

Se ha lanzado 31 veces una moneda, obteniendo 17 veces el resultado "cara". Además, se ha señalado con un punto rojo cada vez que, después de cara, ha salido otra cara (8 veces). Y nos hacemos dos preguntas:



a) *SIN CONDICIÓN*. ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara?

$$f_r[C] = 17/31 = 0,55$$

La probabilidad es próxima al 50% esperado.

b) *CON CONDICIÓN*. ¿Cuál es la probabilidad de sacar cara después de cara?

$$f_r[C] = 8/17 = 0,47$$

La probabilidad es próxima al 50% esperado.

**Conclusión:** En el primer ejemplo, *la condición* modifica la probabilidad: si hoy llueve, es más probable que llueva mañana. En el segundo ejemplo, lo que salga en una tirada no influye en la probabilidad de la siguiente.

EXPERIMENTA → Realiza tú estas experiencias (con mayor número de datos) y confirma las conclusiones.

## Utiliza tu ingenio

### Rifa

Todas las papeletas de una rifa se han vendido en tres pueblos: Montejo, Montoro y Montilla.

En Montoro se han vendido la mitad que en Montejo, y en este, el triple que en Montilla.

- ¿Cuál es la probabilidad de que toque el premio en cada uno?

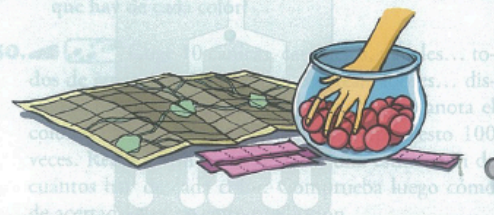
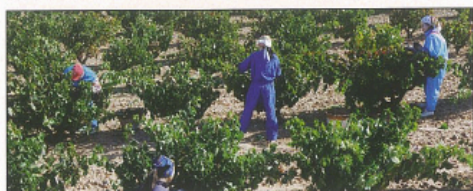


Figura 4.34 Ejercicios de Tercer Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## Éntrenate resolviendo problemas

- Una cuadrilla de vendimiadores trabaja media jornada en una viña. Por la tarde, la mitad pasa a otra viña, que es la mitad de grande que la anterior, y todos trabajan hasta el final de la jornada.

De esta forma, han terminado de vendimiar la viña grande y queda un trozo de la pequeña, que acaba un solo vendimiador en una jornada completa.



¿Cuántas personas componen la cuadrilla?

- Una chica se queda sin dinero para pagar la pensión en la que se hospeda. No recibirá dinero hasta dentro de siete días. Tiene una pulsera de oro con siete eslabones que el hostelero admite como pago.



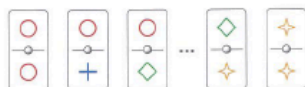
Pero no se fían cada uno del otro: el hospedero no consiente en que tenga ninguna deuda y ella no quiere pagar nada por adelantado. Convienen, como pago, un eslabón al día.

¿Cuántos eslabones debe partir para poder pagar uno al día? (Se supone que quiere estropear lo menos posible su pulsera).

## Autoevaluación

1. Describe un dominó con los símbolos  $\circ + \diamond \star$ .

Las piezas serían como estas:



Dibuja en tu cuaderno todas. Deben ser 10 fichas.

Echamos las fichas en una bolsa y extraemos una.

- a) ¿Es una experiencia aleatoria?
- b) ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral?
- c) Describe el suceso "la ficha extraída tiene el símbolo  $+$ ".

2. Hemos lanzado 1000 veces un dado de cuatro caras, numeradas del 1 al 4, obteniendo los siguientes resultados:

CARA OBTENIDA	1	2	3	4
N.º DE VECES	180	370	262	188

- a) ¿Qué probabilidad le asignarías a cada uno de los posibles resultados?
- b) ¿Se puede suponer que el dado es correcto?

**En la web**  Resoluciones de estos ejercicios.

3. Marta tira un dado y su hermana Alba lo tira después. ¿Cuál es la probabilidad de que la puntuación de Alba sea mayor que la de Marta?

4. De cada una de estas bolsas extraemos una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de las tres cifras sea 5?



5. Lanzamos dos dados sucesivamente. Halla la probabilidad de obtener "impar" en el primero y "mayor que 4" en el segundo.

6. Extraemos una bola de la urna A y la echamos en la B. Después, sacamos una bola de B.



Calcula la probabilidad de que:

- a) Ambas sean rojas.
- b) Ambas sean negras.

Figura 4.35 Ejercicios de Tercer Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## ACTIVIDADES FINALES

### Experimentos aleatorios. Sucesos

**35** Clasifica los siguientes experimentos en deterministas o aleatorios.

- a) Extraer una carta de la baraja española.
- b) Medir la altura de un edificio.
- c) Averiguar el número de goles de un partido de fútbol.
- d) Medir un ángulo.
- e) Anotar el color de ojos de la primera persona con la que te cruzas en la calle.
- f) Elegir, con los ojos tapados, una ficha de un dominó.
- g) Abrir un libro al azar y anotar el número de la página de la izquierda.
- h) Medir la hipotenusa de un triángulo rectángulo.



**36** Escribe el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios.

- a) Extraer una carta de la baraja española y anotar el palo al que pertenece.
- b) Lanzar dos monedas al aire y anotar el número de caras.
- c) Anotar el color de una bola que extraemos de una bolsa en la que hay 10 bolas rojas, 5 azules y 3 verdes.
- d) Lanzar un dado dos veces y sumar las puntuaciones obtenidas.
- e) Sacar una tarjeta de una urna en la que hay tarjetas numeradas del 1 al 20.
- f) Escribir los resultados al lanzar una moneda y un dado.
- g) Anotar la última cifra de la matrícula de los coches que en un intervalo de tiempo pasan por un lugar.
- h) Extraer una moneda de un monedero en el que hay monedas de 1, 2, 5, 10 y 20 céntimos.

**37** Utilizando un diagrama de árbol, escribe el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios.

- a) Se lanza una moneda. Si sale cara, se lanza un dado; si sale cruz, se saca una tarjeta de una urna con tarjetas numeradas del 10 al 20.
- b) Se extrae una carta de la baraja española. Si sale una figura, se lanza una moneda; si la carta no es una figura, se lanza un dado.
- c) Se lanza un dado. Si sale número par, se extrae una carta de una baraja española y se anota el palo; si el número es impar, se extrae una bola de una bolsa con bolas negras y blancas.

**38** ¿Hay alguna diferencia entre los espacios muestrales de los siguientes experimentos?

- a) «Sacar una bola de una bolsa en la que hay 9 bolas verdes, 8 rojas, 5 azules y 3 blancas» y «Sacar una bola de una bolsa en la que hay 6 bolas verdes, 2 rojas, 3 azules y 8 blancas».
- b) «Lanzar dos veces un dado y anotar los números de su cara superior» y «Lanzar dos dados iguales a la vez y anotar los números de su cara superior».

## Operaciones con sucesos

**39** Si lanzamos un dado y consideramos estos sucesos:

$A =$  «Salir par»

$B =$  «Salir múltiplo de tres»

$C =$  «Salir número menor que tres»

$D =$  «Salir impar»

Calcula:

a)  $A \cup B$

b)  $A \cup C$

c)  $\bar{B}$

d)  $\overline{C \cup D}$

**40** Considera el experimento que consiste en extraer una bola de un bombo con bolas numeradas del 1 al 20 y los sucesos:

$A =$  «Salir número múltiplo de 5»

$B =$  «Salir número mayor que 8»

$C =$  «Salir número comprendido entre 4 y 14»

Calcula:

a)  $\bar{A}$

c)  $\overline{A \cup B}$

e)  $A \cup B \cup C$

b)  $\bar{A} \cup \bar{B}$

d)  $A \cap B$

f)  $A \cup \bar{B} \cup C$

**41** Tomamos al azar una ficha de un dominó y consideramos estos sucesos:

$A =$  «Obtener una ficha con puntuaciones que suman 6»

$B =$  «Obtener una ficha que contenga, al menos, un 6»

$C =$  «Obtener una ficha con puntuaciones que, al multiplicarlas, den 6»



Calcula:

a)  $A \cup B$

c)  $\overline{A \cap C}$

e)  $\overline{A \cup B \cup C}$

b)  $A \cup C$

d)  $\bar{B} \cap \bar{C}$

f)  $\overline{A \cup B} \cap C$

Figura 4.36 Ejercicios del Tercer Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Santillana

## Cálculo de probabilidades

- 42** Considera el experimento que consiste en extraer una tarjeta de una urna que contiene tarjetas numeradas del 1 al 10. Calcula la probabilidad de estos sucesos.
- a) «Que salga una tarjeta con un número mayor que 8»
  - b) «Que salga una tarjeta con un número divisible entre 3»
  - c) «Que salga una tarjeta con el número 0»
  - d) «Que salga una tarjeta con un número menor que 11»
- 43** Considera el experimento que consiste en extraer una carta de la baraja española. Calcula la probabilidad de los sucesos que se definen.
- a) «Extraer un as»
  - b) «Extraer una figura»
  - c) «Extraer un as o una figura»
  - d) «Extraer el as de copas»
  - e) «Extraer una carta de oros»
  - f) «Extraer una carta que no sea un caballo»
  - g) «Extraer una carta que no sea el caballo de oros»
- 44** ¿Qué es más probable, obtener una carta de bastos al extraer una carta de una baraja española o sacar una bola roja de una bolsa con 5 bolas rojas y 10 bolas azules?
- 45** La probabilidad de un suceso es 0,3. Calcula la probabilidad del suceso contrario.

- 46 En una bolsa hay bolas numeradas del 1 al 5. Extraemos 5000 veces una bola, anotamos el resultado y la devolvemos a la bolsa. Estos han sido los resultados.

Bola	1	2	3	4	5
$f_i$	1200	800	700	1300	1000

Calcula la probabilidad de obtener múltiplo de 2.

Si en la bolsa hay 100 bolas, ¿cuántas son de cada clase? Justifica tu respuesta.

- 47 En un bombo hay 10 bolas numeradas del 0 al 9. Se repite 100 veces el experimento de extraer una bola y reemplazarla. Los resultados son:

Bola	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f_i$	7	13	11	12	8	10	12	6	10	11

Dados los sucesos  $A =$  «Múltiplo de 3»,  $B =$  «Número impar» y  $C =$  «Divisor de 6», calcula:

- La frecuencia relativa de  $A$ ,  $B$  y  $C$ .
  - La frecuencia relativa de  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  y  $A \cup C$ .
- ¿Qué probabilidad le asignarías a cada suceso?



- 48 En una bolsa hay bolas negras, rojas y blancas.  
... La probabilidad de sacar una bola negra es 0,25,  
y la de sacar una bola blanca, 0,4.

Calcula la probabilidad de sacar:

- a) Una bola que no sea negra.
- b) Una bola que no sea blanca.

- 49 En un bote hay bolas de color rojo, amarillo, verde  
... y azul, de tal manera que la probabilidad de obtener  
cada una de ellas es la siguiente:

$$P(\text{Obtener bola roja}) = 0,3$$

$$P(\text{Obtener bola azul}) = 0,15$$

$$P(\text{Obtener bola verde}) = 0,25$$

$$P(\text{Obtener bola amarilla}) = 0,3$$

Si en el bote se han contado 300 bolas.

- a) ¿Cuántas bolas hay de color rojo?
- b) ¿Y de color azul o verde?
- c) ¿De qué valor hay más bolas?

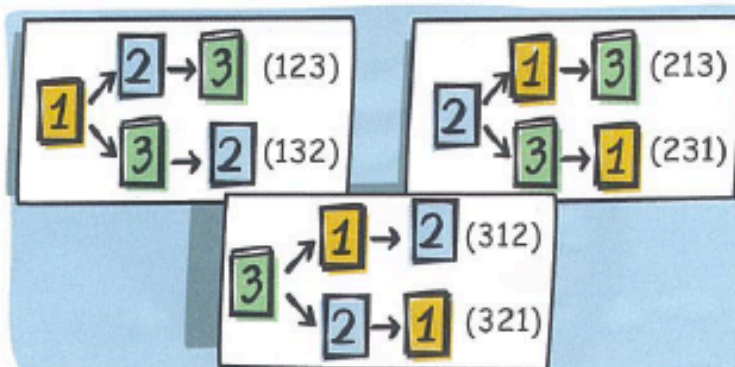
## ➔ SABER HACER



### Calcular el número de casos posibles cuando no hay reemplazamiento

- 50** Una bolsa contiene tres tarjetas con los números 1, 2 y 3, un número en cada tarjeta. Se saca una tarjeta tras otra hasta completar un número de tres cifras, sin volver a echar las tarjetas a la bolsa. Calcula la probabilidad de que el número que salga sea el 213.

**PRIMERO.** Se calculan los casos posibles. Cada vez que sale un número, este no puede volver a salir.



Número de casos posibles = 6

**SEGUNDO.** Se calculan los casos favorables.

Solo existe un caso favorable, el número 213.

**TERCERO.** Se aplica la regla de Laplace.

$$P(\text{Sacar número 213}) = \frac{1}{6} = 0,17$$

Figura 4.37 Ejercicios del Tercer Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Santillana



- 51** **...** ¿Cuántos números de cuatro cifras se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3 y 4 sin repetir ningún dígito?
- 52** **...** Tenemos tarjetas de tres colores diferentes: negra, amarilla y verde.
- a) ¿Cuántas secuencias diferentes de tres tarjetas podemos formar si no se repiten las tarjetas?
  - b) ¿Cuántas secuencias diferentes de tres tarjetas podemos formar si se pueden repetir tarjetas del mismo color?
- 53** **...** En una bolsa tenemos cuatro tarjetas con las letras *A*, *B*, *C* y *O*, una en cada tarjeta. Sacamos las tarjetas una a una, sin volverlas a meter en la bolsa, y formamos una palabra con las letras de cada tarjeta en el orden en que las sacamos.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de formar la palabra BOCA?
  - b) ¿Y de formar la palabra CABO?
  - c) ¿Cuál es la probabilidad de conseguir una de las dos palabras?
- 54** **...** En una urna tenemos tres bolas numeradas del 1 al 3. Si vamos extrayendo bolas hasta sacar la que tiene el 1:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener el 1 en la primera extracción?
  - b) ¿Qué es más probable, sacar el 1 en la segunda extracción o en la tercera?
  - c) ¿Cuál es la probabilidad de que en la primera no obtengamos un 1 y en la segunda no obtengamos un 2?

- 55 Lanzamos una moneda al aire tres veces y anotamos el número de veces que hemos obtenido cara.



- Describe el espacio muestral con ayuda de un diagrama de árbol.
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos caras después de tres lanzamientos?
- ¿Qué es más probable, que el número de caras sea mayor que el de cruces o que el número de cruces resulte mayor que el de caras?

## Problemas de probabilidad

- 56** En un grupo de alumnos hay 12 chicas y 16 chicos.  
••• Alejandro y Teresa pertenecen a este grupo. Se elige un alumno al azar. Calcula la probabilidad de que ese alumno:
- Sea un chico.
  - Sea Teresa.
  - Sea una chica.
  - Sea Alejandro.
- 57** Clara y Sofía tienen que recoger la habitación que comparten. Clara pone en una bolsa 3 bolas rojas, 2 verdes y 1 azul, y le propone a su hermana sacar una. Si es roja, recoge Sofía, y si es azul, recoge ella.
- ¿Cuál es la probabilidad de cada bola?
  - ¿Es justo lo que propone Clara?
  - Sofía no acepta el trato y propone que si sale roja, recogerá ella, y si sale azul o verde, recogerá Clara. ¿Es justo este trato? ¿Por qué?



- 58** Se sacan dos monedas a la vez de una hucha en la que hay tres monedas de 2 €, una de 1 €, dos de 50 céntimos y cuatro de 20 céntimos. Calcula la probabilidad de obtener una cantidad de dinero:
- a) Menor que 20 céntimos.
  - b) Mayor que 50 céntimos.
  - c) Mayor o igual que 1,50 €.
  - d) Menor que 1 € o mayor que 2 €.
- 59** En un test, cada pregunta tiene cuatro posibles respuestas de las cuales solo una es correcta. Si se contesta al azar:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de acertar la pregunta?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de fallar?
- 60** En un juego de dados se lanzan dos dados y se suman las puntuaciones obtenidas. Antes de tirar, cada jugador elige entre 11 o 7. Si al tirar los dados y sumar las puntuaciones obtiene el número que ha elegido, gana la partida. ¿Qué número elegirías tú? ¿Por qué?

Figura 4.38 Ejercicios del Tercer Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Santillana

- 61 Se ha trucado una moneda de forma que la probabilidad de que salga cara es el doble de la de que salga cruz. Calcula la probabilidad de que al lanzar esa moneda salga cruz.
- 62 En la bolsa hay 7 caramelos de fresa, 3 de menta, 9 de naranja y 2 de limón. Sacamos un caramelo al azar, calcula la probabilidad de que sea:



- a) Un caramelo de menta.  
b) No sea un caramelo de menta.  
c) Un caramelo de menta o de fresa.  
d) Un caramelo de menta ni de fresa.  
e) Un caramelo de naranja o de limón.



**63** En una caja tenemos cintas de tres colores, verde, naranja y morado. La proporción de cintas que hay es igual para cada color. En una segunda caja tenemos cuentas de los mismos colores, verde, naranja y morado, pero hay el doble de cuentas de color naranja que de verde o morado.

- Si extraemos al azar una cinta y una cuenta, ¿cuál es la probabilidad de que sean de color naranja?
- Calcula la probabilidad de que la cinta y la cuenta extraídas sean del mismo color.
- Halla la probabilidad de que la cinta sea verde y la cuenta morada.
- ¿Cuál es la probabilidad de que la cinta sea morada y la cuenta verde?
- ¿Qué es más probable tener, una cinta naranja y una cuenta morada o una cinta morada y una cuenta naranja?

**64** En una clase de 3.º de ESO hay 15 chicos de los cuales 6 llevan gafas. De las 17 chicas que hay en esa misma clase, 8 también llevan gafas. Si tomamos la lista con todos los nombres de los alumnos y alumnas, y, con los ojos cerrados, elegimos al azar uno de ellos, calcula la probabilidad de que:

- Sea chico.
- Sea chico y no lleve gafas.
- Sea chica y lleve gafas.
- Lleve gafas.

- 65 En un centro de trabajo se organizan 3 turnos. En el primero, trabajarán 12 personas. En el segundo, 8 personas, y en el tercero, 5 personas. Si se hace por sorteo, ¿cuál es la probabilidad de que a un trabajador no le toque el tercer turno?
- 66 Diego, Sergio, Arturo, Ricardo, Jorge, Tomás, Pablo, Marcos y Julián tienen que desplazarse a otra ciudad para competir en un torneo escolar. En el hotel en el que van a dormir las habitaciones son de dos personas, por lo que el entrenador les ha dicho que se realizará un sorteo para emparejarlos. Meterá un papelito con cada uno de sus nombres y los irá sacando de dos en dos.



- a) ¿Cuál es la probabilidad de que a Tomás le toque dormir con Diego?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que a Tomás le toque dormir con Diego o con Ricardo?
- c) Ninguno de ellos quiere dormir con Marcos, ¿cuál es la probabilidad de que les toque dormir con él?



**Calcular probabilidades en la vida cotidiana**

**67** La probabilidad de tener el pelo castaño es 0,6; la de tener ojos marrones es 0,7, y la de ser castaño con ojos marrones es 0,42. Calcula la probabilidad de:

- a) No tener el pelo castaño.
- b) Tener ojos marrones o pelo castaño.

**PRIMERO.** Se escriben los sucesos que nos piden en función de los sucesos conocidos utilizando la unión, la intersección y el complementario de sucesos.

a)  $A = \text{«Pelo castaño»}$        $\bar{A} = \text{«Pelo no castaño»}$

b)  $B = \text{«Ojos marrones»}$

$A \cup B = \text{«Ojos marrones o pelo castaño»}$

**SEGUNDO.** Se aplican las propiedades de la probabilidad para calcular las probabilidades pedidas.

a)  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$

b)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$   
 $= 0,6 + 0,7 - 0,42 = 0,88$

Figura 4.39 Ejercicios del Tercer Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Santillana



**68** En una ciudad el 30% de los habitantes compra el periódico A; el 20%, el B, y el 7%, los dos. Calcula la probabilidad de que, al encontrarnos por la calle con una persona de esa ciudad, esa persona:

- a) No lea el periódico A.
- b) Lea un solo periódico, el A o el B.
- c) Lea como mínimo uno de los dos periódicos.
- d) No lea ninguno de los dos periódicos.

**69** A esta encuesta han contestado 50 personas:

**Quando escucha la radio:**

- |                                  |                             |                             |
|----------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| • Escucha música                 | <input type="checkbox"/> Sí | <input type="checkbox"/> No |
| • Escucha programas informativos | <input type="checkbox"/> Sí | <input type="checkbox"/> No |
| • No suele escuchar la radio     | <input type="checkbox"/> Sí | <input type="checkbox"/> No |

Los resultados muestran que 25 personas escuchan música; 20, informativos, y otras 20 no suelen escuchar la radio. Calcula la probabilidad de que al elegir una persona al azar escuche música e informativos.

- 
- 70** Una puerta dispone de dos cerraduras magnéticas que hay que pulsar a la vez para poder abrirla.
- a) Si tenemos las dos tarjetas, ¿cuál es la probabilidad de que al introducir las tarjetas al azar la puerta se abra?
  - b) Si nos dan tres, las dos correctas y una que no abre ninguna cerradura, ¿cuál es la probabilidad de abrir la puerta al primer intento?
  - c) ¿Cuántas posibilidades hay cuando el juego de tarjetas es de tres, las dos correctas y una falsa?
- 71** Nadal es mejor que Federer en tierra batida y la probabilidad que tiene de ganarle un set es  $\frac{3}{5}$ . Si el cansancio afecta a ambos por igual, explica por qué Nadal prefiere jugar al mejor de 5 sets que al mejor de 3 sets.



- 72** A una comida familiar han asistido 28 hombres y 32 mujeres. De segundo plato había carne o pescado y cada persona ha elegido una de las dos opciones. Han tomado carne 16 hombres y pescado 12 mujeres. Se elige una persona al azar entre todos ellos. Calcula la probabilidad de que:



- a) Sea hombre.
- b) Sea mujer.
- c) Haya comido carne.
- d) Haya comido pescado.
- e) Sabiendo que es mujer, haya tomado pescado.
- f) Sabiendo que ha tomado pescado, sea mujer.
- g) Sabiendo que ha comido carne, sea hombre.
- h) Sabiendo que es hombre, haya comido carne.

**73** En el instituto han ofertado dos asignaturas optativas de carácter cultural, que son Teatro y Taller de escritura, 30 estudiantes han optado por Teatro y 20 por Taller de escritura. De las 28 alumnas que hay, 18 se han apuntado a Teatro.

Si solo se puede optar a cursar una de las dos asignaturas:

- Halla la probabilidad de que elegido un estudiante al azar sea un varón que haya optado por Teatro.
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea una alumna que haya elegido Taller de escritura?
- Calcula la probabilidad de que sea varón.
- Halla la probabilidad de que su elección fuera el Taller de escritura.

**74** En una bolsa hay 2 bolas azules, 4 verdes y el resto son rojas. Sacamos una bola y anotamos su color. Razona, en cada caso, cuántas bolas hay y de qué color deben ser para que se cumpla:

a)  $P(\text{Bola roja}) = \frac{4}{7}$

b)  $P(\text{Bola azul}) = 0,2$

c)  $P(\text{Bola verde}) = \frac{4}{15}$

d)  $P(\text{Bola roja}) = 0,5$

Figura 4.40 Ejercicios del Tercer Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Santillana



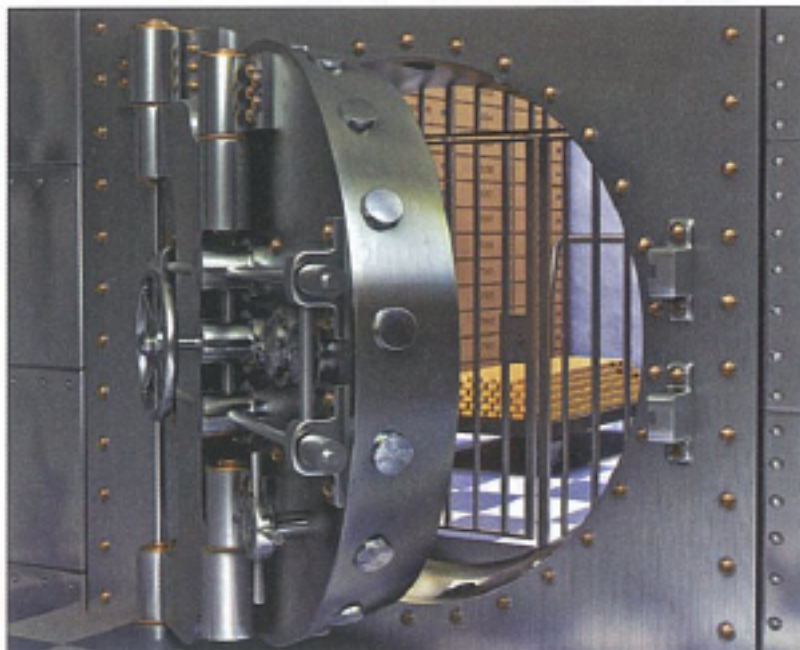
- 75** En el Oeste, tres vaqueros tienen que realizar una acción arriesgada, por lo que cortan tres palitos de distinta longitud, los tapan de forma que muestren la misma altura y cada vaquero elige uno. El que coge el más corto, pierde. ¿Por qué nunca discuten sobre quién elige primero?
- 76** Tengo en el bolsillo dos monedas de 20 céntimos, dos de 10 céntimos y dos de 5 céntimos. Si saco dos monedas al azar, ¿cuál es la probabilidad de obtener una cantidad superior o igual a 20 céntimos?
- 77** Después de revisar los cuadernos de sus alumnos, un profesor los devuelve dejándolos en los pupitres correspondientes. Pero le quedan tres que no tienen nombre. Calcula la probabilidad de que dejando los cuadernos al azar en los tres pupitres que quedan libres, acierte a darle a cada alumno el suyo.
- 78** En una clase de 23 alumnos, el tutor revisa las fichas de sus alumnos y comprueba que dos alumnos cumplen años el mismo día del mismo mes. Al comentárselo al profesor de Matemáticas, este le dice que eso es más habitual que lo contrario, es decir, que no haya ninguna coincidencia. Comprueba que el profesor de Matemáticas tiene razón.
- 79** Pedro trabaja vendiendo pisos. Tiene tres llaves, dos abren dos puertas de unos pisos que va a enseñar y la otra pertenece a otro piso en otra zona. Calcula la probabilidad de que acierte a la hora de abrir las puertas de los pisos que va a enseñar a la primera.

**80** Un examen de tipo test consta de 5 preguntas, cada una de las cuales tiene 3 posibles respuestas.


- a) Calcula la probabilidad de acertar 3 preguntas si contestas al azar.
- b) Si para aprobar el examen hay que contestar al menos 3 preguntas correctamente, halla la probabilidad de aprobar y de suspender.

**81** Paula va 2 veces por semana a una tienda en la que Roberto trabaja 4 días a la semana. El viernes es el único día que no acude ninguno. ¿Cuál es la probabilidad de que coincidan dos días? (La tienda cierra los domingos).

**82** Una caja fuerte dispone de dos cerraduras diferentes que hay que girar a la vez para poder abrir la caja.



- a) Si tenemos las dos llaves, ¿cuál es la probabilidad de que al introducir las llaves al azar la caja se abra?
- b) Si nos dan cuatro llaves, las dos correctas y dos que no abren ninguna cerradura, ¿cuál es la probabilidad de abrir la caja al primer intento?

**DEBES SABER HACER** 

**Experimentos aleatorios. Sucesos**

1 En una heladería se ofrecen 5 sabores de helado: naranja, limón, fresa, chocolate y turrón. Escribe el espacio muestral para una tarrina que lleva dos bolas de helado de distinto sabor.

**Operaciones con sucesos**

2 Una vaca da a luz un ternero o una ternera. Si ha dado a luz tres vacas, escribe estos sucesos:  
A = «Que los tres sean terneros»  
B = «Que ninguno sea ternero»  
C = «Que dos sean terneros y una sea ternera»

**Cálculo de probabilidades**




3 En una urna tenemos 8 bolas blancas, 2 rojas y 10 azules.

a) ¿Cuál es la probabilidad de extraer al azar una bola roja?  
b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola blanca o una roja?  
c) ¿Y la probabilidad de no obtener una bola azul?

4 Si en una sala hay 50 personas y 33 son hombres, ¿cuál es la probabilidad de que, elegida una persona al azar, sea mujer?





Figura 4.41 Ejercicios del Tercer Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Santillana

## Relaciones entre sucesos


-  En un sorteo de lotería observamos la cifra en que termina el “gordo”.
  - ¿Cuál es el espacio muestral?
  - Escribe los sucesos:  $A = \text{MENOR QUE } 5$ ;  $B = \text{PAR}$ .
  - Halla los sucesos  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A'$ ,  $B'$ ,  $A' \cap B'$ .
-  Lanzamos un dado rojo y otro verde. Anotamos el resultado. Por ejemplo, (3, 4) significa 3 en el rojo y 4 en el verde.
  - ¿Cuántos elementos (casos) tiene el espacio muestral?
  - Describe los siguientes sucesos:
    - $A$ : La suma de puntos es 6;  $A = \{(5, 1), (4, 2), \dots\}$
    - $B$ : En uno de los dados ha salido 4;  $B = \{(4, 1), \dots\}$
    - $C$ : En los dados salió el mismo resultado.
  - Describe los sucesos  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cap C$ .
  - ¿Cuántos casos tienen los sucesos  $A'$ ,  $(A \cup B)'$ ,  $(A \cap B)'$ ?
-  El dominó consta de 28 fichas. Sacamos una al azar y anotamos la suma ( $x$ ) de las puntuaciones.
  - ¿Cuál es el espacio muestral?
  - Describe los sucesos:
    - $A$ :  $x$  es un número primo.
    - $B$ :  $x$  es mayor que 4.
    - $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A'$ .















## Cálculo de probabilidades en experiencias simples

4.  Halla las probabilidades de los sucesos  $A$ ,  $B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A'$ ,  $B'$  y  $A' \cap B'$  del ejercicio 1.
5.  Halla las probabilidades de los sucesos  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cap C$ ,  $A'$ ,  $(A \cup B)'$  y  $(A \cap B)'$  del ejercicio 2.
6.  Halla las probabilidades de los sucesos  $A$ ,  $B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  y  $A'$  del ejercicio 3.
7.  Se extrae una carta de una baraja española. Di cuál es la probabilidad de que sea:  
a) REY O AS.    b) FIGURA y OROS.    c) NO SEA ESPADAS.

## Cálculo de probabilidades en experiencias compuestas


8.  Lanzamos dos dados y anotamos la puntuación del mayor (si coinciden, la de uno de ellos).

						
	1	2				
	2				5	
						
				4		6
						
		6				


- a) Completa la tabla y di las probabilidades de los seis sucesos elementales 1, 2, 3, 4, 5 y 6.


- b) Halla la probabilidad de los sucesos:

$A$ : n.º par,  $B$ : n.º menor que 4,  $A \cap B$ .

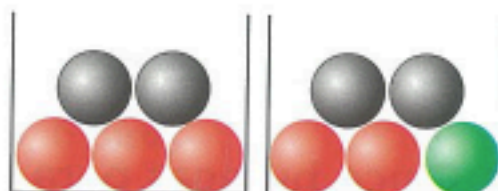
9.  a) Tenemos dos barajas de 40 cartas. Sacamos una carta de cada una. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean 7? ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean figuras (sota, caballo o rey)?

- b) Tenemos una baraja de 40 cartas. Sacamos dos cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas cartas sean un 7? ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean figura?

10.  Lanzamos tres dados. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres puntuaciones sean menores que 5?

11.  Sacamos una bola de cada urna. Calcula la probabilidad de que:

- a) Ambas sean rojas.  
b) Ambas sean negras.  
c) Alguna sea verde.






- 12.**  Una urna tiene 3 bolas rojas y 2 verdes. Extraemos dos. Calcula  $P[2 \text{ rojas}]$  y  $P[2 \text{ verdes}]$ .
- 13.**  En una bolsa hay 4 bolas rojas, 5 verdes y 1 azul. Extraemos 3 bolas. Calcula la probabilidad de que:
- Las tres sean rojas.
  - Las tres sean verdes.
  - Cada una de las tres sea roja o verde.
  - Una de las tres sea azul.
- 14.**  a) Lanzamos dos dados. ¿Cuál es la probabilidad de no conseguir “ningún 6”? ¿Y la de conseguir “algún 6”?
- b) Responde a las mismas preguntas si lanzamos tres dados.

Figura 4.42 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## Tablas de contingencia

15. En un centro escolar hay 1 000 alumnos y alumnas repartidos así:

	CHICOS	CHICAS
USAN GAFAS	147	135
NO USAN GAFAS	368	350

Llamamos:

$A \leftrightarrow$  chicas,  $O \leftrightarrow$  chicos

$G \leftrightarrow$  tiene gafas,  $\text{no } G \leftrightarrow$  no tiene gafas



Calcula:

- $P[A]$ ,  $P[O]$ ,  $P[G]$ ,  $P[\text{no } G]$
- Describe los siguientes sucesos y calcula sus probabilidades:

$A$  y  $G$ ,  $O$  y  $\text{no } G$ ,  $A / G$ ,  $G / A$ ,  $G / O$

16. En una empresa de 200 empleados hay 100 hombres y 100 mujeres. Sabiendo que 40 hombres y 35 mujeres trabajan con el sistema MAC y los demás lo hacen con PC:

- Construye una tabla de contingencia con esos datos.
- Si elegimos un empleado al azar, calcula la probabilidad de que sea hombre y trabaje con PC:  
 $P[H \text{ y } PC]$
- Calcula también:  $P[M \text{ y } MAC]$ ,  $P[M / MAC]$ ,  $P[MAC / M]$


17.   Los 200 socios de un club de jubilados se distribuyen de la forma que se indica en la tabla.

	HOMBRES	MUJERES
JUEGAN AL DOMINÓ	76	34
NO JUEGAN AL DOMINÓ	13	77


Si se elige una persona al azar, calcula la probabilidad de que:

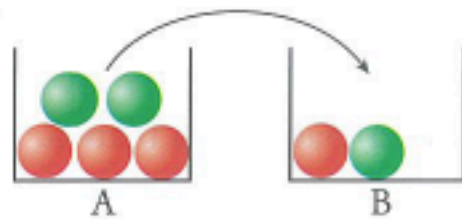
- Sea un hombre.
- Sea una mujer.
- Juegue al dominó.
- Sea una mujer y practique el dominó.
- Sea un hombre que no juegue al dominó.
- Juegue al dominó, sabiendo que es hombre.
- Sea mujer, sabiendo que no juega al dominó.

## Aplica lo aprendido

18.  Después de tirar muchas veces un modelo de chinchetas, sabemos que la probabilidad de que una cualquiera caiga con la punta hacia arriba es 0,38.


Si tiramos dos chinchetas, ¿cuál será la probabilidad de que las dos caigan de distinta forma?

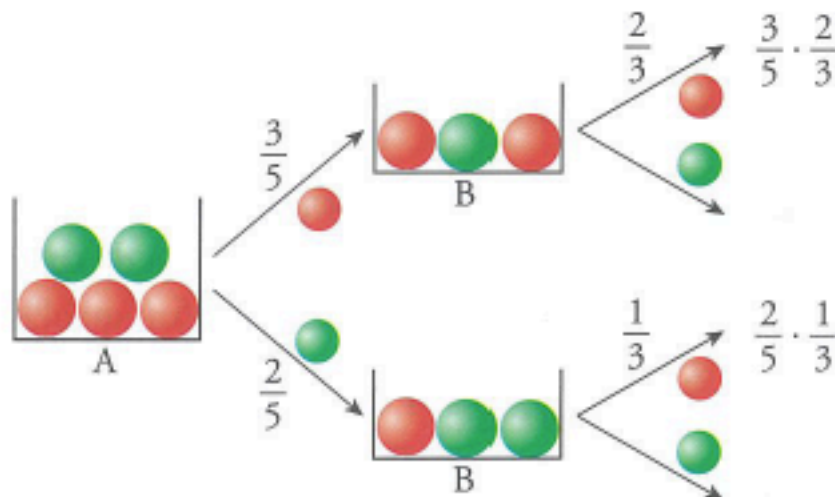
19.  Sacamos una bola de A, la echamos en B, removemos y sacamos una de B.




Calcula:

- |                                                |                                                 |
|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| a) $P[1.^a \text{ roja y } 2.^a \text{ roja}]$ | b) $P[1.^a \text{ roja y } 2.^a \text{ verde}]$ |
| c) $P[2.^a \text{ roja} / 1.^a \text{ verde}]$ | d) $P[2.^a \text{ roja} / 1.^a \text{ roja}]$   |
| e) $P[2.^a \text{ roja}]$                      | f) $P[2.^a \text{ verde}]$                      |

-  e) Para calcular esta probabilidad, ten en cuenta el diagrama.






**20.**  En una clase hay 12 chicos y 18 chicas. Elegimos al azar dos estudiantes de esa clase.

Calcula la probabilidad de que:

- a) Los dos sean chicos.
- b) Sean dos chicas.
- c) Sean un chico y una chica.

**21.**  Tiramos dos dados correctos (verde y rojo). Di cuál es la probabilidad de obtener:

- a) En los dos, la misma puntuación.
- b) Un 6 en alguno de ellos.
- c) En el rojo, mayor puntuación que en el verde.



**22.**  Se extraen dos bolas de esta bolsa. Calcula la probabilidad de que ambas sean del mismo color.





Figura 4.43 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Anaya





## Resuelve problemas

- 23.**  En una bolsa hay bolas de colores, pero no sabemos cuántas ni qué colores tienen. En 1 000 extracciones (devolviendo la bola cada vez) hemos obtenido bola blanca en 411 ocasiones, bola negra en 190, bola verde en 179 y bola azul en 220.

Al hacer una nueva extracción, di qué probabilidad asignarías a:

- a) Sacar bola blanca.
  - b) No sacar bola blanca.
  - c) Sacar bola verde o azul.
  - d) No sacar bola negra ni azul.
  - e) Si en la bolsa hay 22 bolas, ¿cuántas estimas que habrá de cada uno de los colores?
- 24.**  Ana tira un dado y Eva lo tira después. ¿Cuál es la probabilidad de que la puntuación de Eva sea superior a la de Ana?
- 25.**  Sacamos dos fichas de un dominó. ¿Cuál es la probabilidad de que en ambas la suma de sus puntuaciones sea un número primo (2, 3, 5, 7 u 11)?

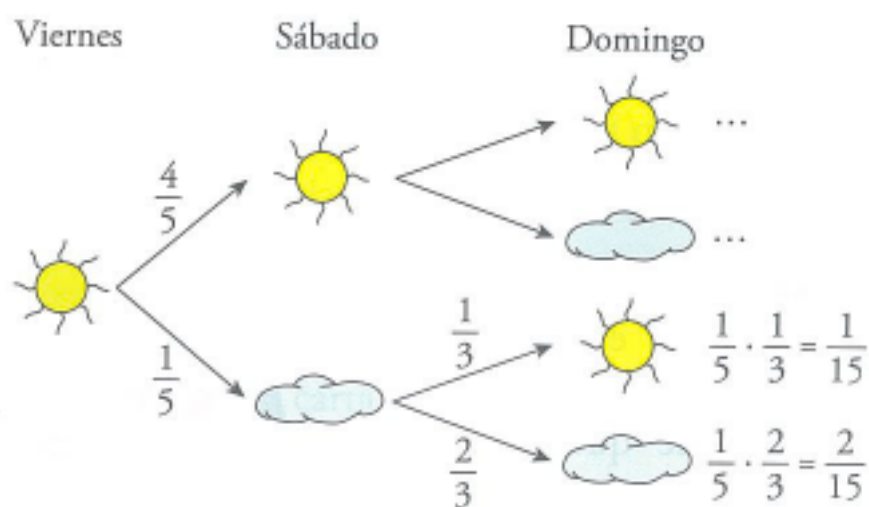
  $4 + 3 = 7$  es primo




26.  En cierto lugar se sabe que si hoy hace sol, la probabilidad de que mañana también lo haga es  $\frac{4}{5}$ .

Pero si hoy está nublado, la probabilidad de que mañana lo siga estando es  $\frac{2}{3}$ .

Si hoy es viernes y hace sol, ¿cuál es la probabilidad de que el domingo también haga sol?

Para resolverlo, completa el diagrama en tu cuaderno y razona sobre él:



- 27.**  Javier tiene 4 monedas de cinco céntimos, 3 de veinte y 2 de un euro. Si coge dos al azar, halla la probabilidad de estos sucesos:
- a) Que las dos sean de cinco céntimos.
  - b) Que ninguna sea de un euro.
  - c) Que saque 1,20 €.
  - d) Que saque más de 30 céntimos.
- 28.**  En una bolsa hay 4 bolas, dos de ellas están marcadas con un 1 y las otras dos con un 2. Se hacen tres extracciones y se anotan los resultados en orden. Calcula la probabilidad de que el número formado sea el 121, suponiendo que la experiencia sea:
- a) Con reemplazamiento.
  - b) Sin reemplazamiento.
- 29.**  Un juego consiste en tirar a canasta desde la línea de personal consecutivamente hasta que se comete un fallo. Se anotan tantos puntos como canastas encestandas. Por ejemplo: acierto-acierto-acierto-fallo son tres puntos. Para un jugador que habitualmente encesta el 75% de las personales, calcula la probabilidad de que obtenga:
- a) 0 puntos
  - b) 1 punto
  - c) 2 puntos
  - d) 3 puntos
  - e) menos de 5 puntos
  - f) 6 o más puntos




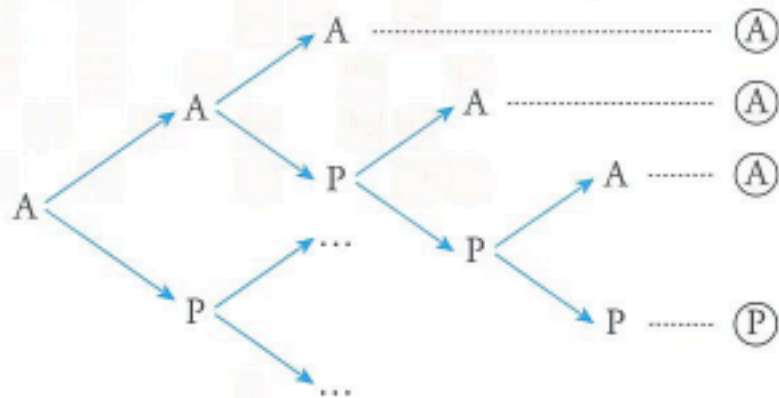
- 30.**  Matías y Elena juegan con una moneda. La lanzan tres veces y si sale dos veces cara y una vez cruz o dos veces cruz y una vez cara, gana Matías. Si sale tres veces cara o tres veces cruz, gana Elena.  
Calcula la probabilidad que tiene cada uno de ganar.
- 31.**  Una familia tiene 4 hijos. Si la probabilidad de nacer niña es 0,51 y la de ser niño 0,49:
- ¿Cuál es la probabilidad de que sean todos varones?
  - Calcula la probabilidad de que todas sean mujeres.
  - ¿Qué probabilidad hay de que haya alguna mujer?
  - ¿Qué probabilidad hay de que haya dos chicos y dos chicas?
- 32.**  ¿Cuántas quinielas hay que hacer para asegurarse ocho resultados? Una persona que siga esa estrategia rellena los restantes al azar, ¿qué probabilidad tiene de acertar los 14?

Figura 4.44 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Anaya

- 33.** Andrés y Pablo están jugando al tenis. Ambos son igual de buenos. El partido es a cinco sets y el primero lo ha ganado Andrés.

¿Cuál es la probabilidad de que acabe ganando Pablo?



Completa en tu cuaderno el diagrama y utilízalo para resolver el problema.


- 34.** Repite el problema anterior suponiendo que en cada set, la probabilidad de que lo gane Pablo es 0,6.

- 35.** Cinco amigos y amigas van juntos al cine y se reparten los asientos (consecutivos) al azar.

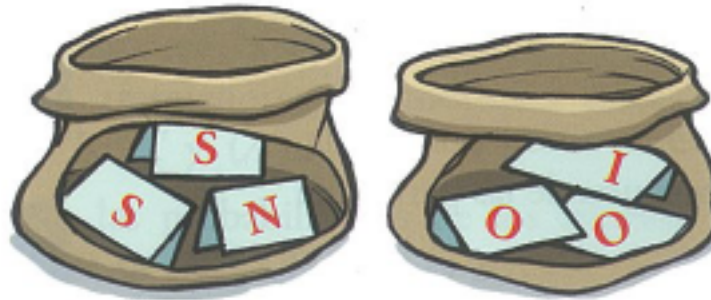
¿Cuál es la probabilidad de que Alberto quede junto a Julia?

- 36.** Tenemos tres cartulinas. La primera tiene una cara roja (R), y la otra, azul (A); la segunda A y verde (V), y la tercera, V y R.

Las dejamos caer sobre una mesa. ¿Qué es más probable, que dos de ellas sean del mismo color o que las tres sean de colores diferentes?


**37.**  Si juegas un boleto de la Lotería Primitiva, ¿qué probabilidad tienes de ganar el primer premio? (En un boleto se marcan 6 números entre el 1 y el 49).

**38.**  Extraemos una tarjeta de cada una de estas bolsas:




a) Calcula la probabilidad de obtener una S y una I, "SI".

b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener "NO"?




**39.**  En una bolsa tenemos las letras S, S, N, I, I, O. Sacamos dos letras. ¿Cuál es la probabilidad de que con ellas se pueda escribir SI?



## Problemas “+”

40.  ¿Cuál es la probabilidad de obtener bola blanca al elegir al azar con probabilidad  $1/3$  una de estas bolsas y extraer de ella una bola?



41.  Lanzamos tres dados y anotamos la mayor puntuación. Calcula la probabilidad de que sea 5.
42.  Lanzamos tres dados y anotamos la puntuación mediana. Calcula la probabilidad de que sea 5.
43.  Se hace girar cada una de estas ruletas, y gana la que consiga la puntuación más alta.




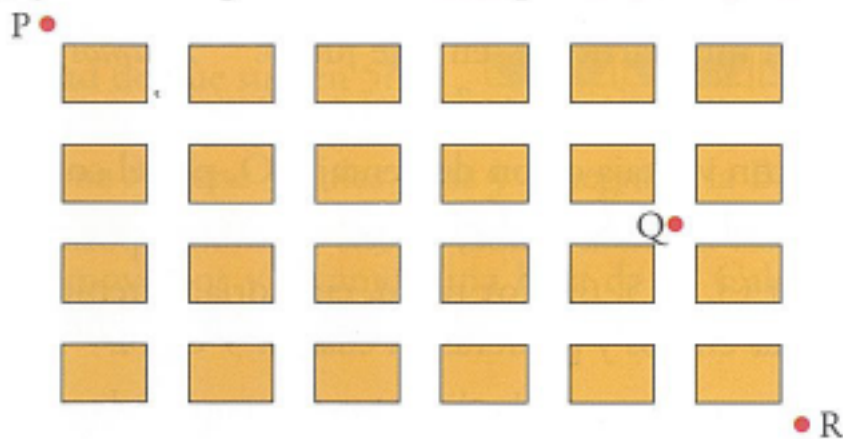
Calcula la probabilidad de que gane  $A$  y la de que gane  $B$ .


Modifica las puntuaciones de la ruleta  $A$  para que le gane a la  $B$ , de modo que:

- Sus puntuaciones sumen 15.
- Los números sean distintos de los de  $B$ .




44.  Lupe va a ir de P a R. Sergio decide esperarla en Q. ¿Cuál es la probabilidad de que se encuentren?



45.  Tiramos tres dados. Calcula estas probabilidades:

- a) El valor mediano es 6.      b) La suma es 10.  
c) El menor es 2.

46.  Una oposición consta de 50 temas. Salen 3 de ellos al azar y se elige uno. Un opositor sabe 30. ¿Cuál es la probabilidad de que salga uno de los que sabe?


 *Acaso te convenga calcular la probabilidad de que no salga ninguno que se sepa.*

Figura 4.45 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## Taller de matemáticas



### Lee y comprende

#### Tarea con trampa

Alberto y Cristina rellenan, para un trabajo de clase, un tablero de 50 casillas del siguiente modo: avanzando de izquierda a derecha y de arriba abajo, se decide a cara o cruz si la casilla se colorea de rojo o de verde.

A la derecha puedes ver los cuadros presentados.

Pero el caso es que uno ha hecho el trabajo concienzudamente, tirando una moneda por cada casilla. Y el otro, con trampa, lo ha rellenado en un momento, caprichosamente.

Sin embargo, el profesor ha puesto mala nota al que no ha trabajado. **¿Cómo lo ha descubierto?**

- ¿Sabrías tú cómo descubrir al que ha hecho la trampa?

**AYUDA:** Al tirar la moneda, la probabilidad de que salga cara (1/2) es la misma que la probabilidad de que salga cruz, independientemente del resultado de la tirada anterior.

Y eso equivale a decir que, aproximadamente, el color de una casilla será la mitad de las veces igual que el de la anterior, y la otra mitad, diferente. ¿Te sirve esa idea para resolver la cuestión?



### Comprende y exprésate

#### Azar y esperanza

Supón que participas en este juego: "Tiramos un dado. Si sale menos de tres, ganas 5 euros; en caso contrario, pagas 3 euros a la banca".

¿Vas con ventaja o con desventaja? O, por el contrario, ¿ni lo uno ni lo otro? ¿Es equitativo?

Veamos: En cada tirada, de seis resultados posibles, dos te favorecen (1, 2) y cuatro te hacen perder (3, 4, 5, 6). Por tanto, en teoría, si repites el juego muchas veces, de cada seis tiradas ganarás en dos y perderás en cuatro:  $5 \text{ €} \times 2 - 3 \text{ €} \times 4 = -2 \text{ €}$ .

Lo que supone, a la larga, salir perdiendo una media de 0,3333... euros por tirada. ( $-2 : 6 = -0,3333...$ ). Es decir, el juego no es equitativo, pues favorece a una de las partes (en este caso, la banca).

A la ganancia (+) o pérdida (-) media por jugada se le llama **esperanza matemática**, y un juego es equitativo cuando su esperanza matemática es cero; es decir, si su análisis teórico no favorece a ninguna de las partes.

- ¿Cuál sería la esperanza del juego cambiando un poco el enunciado?

"Tiramos un dado. Si sale menos de tres, ganas 6 €; en caso contrario, pagas 3 € a la banca".

- ¿Qué dirías de un juego de lotería que por cada 1 000 euros vendidos entrega 800 euros en premios?

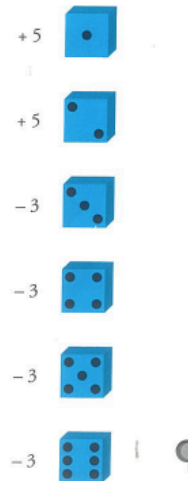


Figura 4.46 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## Entrena resolviendo problemas

- Raquel es una chica de 30 años, bastante enérgica. Estudió Matemáticas y acabó entre los primeros de su promoción. Cuando era estudiante militó en movimientos sociales, especialmente en grupos ecologistas y contra la discriminación.



¿Cuál de estas dos afirmaciones te parece más probable?

- Raquel trabaja en un banco.
- Raquel trabaja en un banco y es una activa militante feminista.


- ¿Cuántos tramos de carretera son necesarios para comunicar cuatro poblaciones de forma que desde cada una se pueda llegar a cualquier otra sin pasar por una tercera?
- ¿Y para comunicar cinco poblaciones? ¿Y para comunicar  $n$  poblaciones?
- Estás junto a una fuente y dispones de un cántaro de 10 litros y otro de 6 litros.



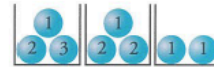
- ¿Cómo te las ingeniarías para medir, exactamente, 2 litros de agua?
- ¿Qué cantidades distintas puedes medir con los cántaros de que dispones?

## Autoevaluación

- Tenemos una bolsa con cuatro bolas numeradas: 0, 1, 2 y 3. Y disponemos de un dado normal. Extraemos una bola de la bolsa, lanzamos el dado y sumamos los dos resultados obtenidos. Llamamos  $x$  a la suma.
  - Describe el espacio muestral de esta experiencia y asígnale probabilidad a cada uno de los casos.
  - $A$  es el suceso " $x < 7$ " y  $B$  es el suceso " $4 < x < 9$ ". Halla, pormenorizando todos sus casos,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A'$  y  $(A \cup B)'$ .
  - Halla las probabilidades de los sucesos  $A$ ,  $B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A'$  y  $(A \cup B)'$ .
- Tenemos dos bolsas, A y B, con estas bolas:
  - A: 7 blancas y 3 negras.
  - B: 1 blanca, 2 negras y 7 rojas.
 Tirando un dado, si sale 1 o 2 extraemos una bola de A. Si sale 3, 4, 5 o 6, extraemos una bola de B. Calcula la probabilidad de extraer la bola roja.

En la web  Resoluciones de estos ejercicios.

- Extraemos una bola de cada caja. ¿Cuál es la probabilidad de que sumen 5?



- La urna A tiene 3 bolas rojas y 1 negra, y la B, 3 negras y 1 roja. Sacamos una bola de A, la echamos en B, removemos y sacamos una bola de B. Calcula la probabilidad de que ambas bolas sean rojas.
- En un grupo de hombres, unos llevan bigote, y otros, no. ¿Qué significan los sucesos BIG/AFRIC y AFRIC/BIG? Halla sus probabilidades.

	EUROPA	ÁFRICA	AMÉRICA
BIG	2	6	4
NO BIG	8	4	6

- Extraemos tres naipes de una baraja de 40 cartas. Halla la probabilidad de que todas ellas sean ASES o REYES.

Figura 4.47 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Anaya



## Experimentos aleatorios. Sucesos

**37** Clasifica los experimentos en deterministas o aleatorios.

•••

- a) Medir el tiempo empleado por un atleta en una carrera.
- b) Repartir un número de caramelos entre 4 niños.
- c) Elegir un número natural menor que 12.
- d) Número de pasajeros de un autobús a una hora determinada.
- e) Calificación obtenida en un test.
- f) Distancia recorrida por un vehículo que circula a 80 km/h.
- g) Cantidad de caracteres recibidos en el próximo mensaje de *Twitter*.
- h) N.º de monedas de 1 € que te cambian por 4 billetes de 5 €.
- i) N.º de monedas de cualquier valor que te dan a cambio de 4 billetes de 5 €.



**38** ¿Cómo calificarías el experimento que consiste

•••

en contar los lunes que tiene un mes?

¿Y el de escoger una pieza de fruta de una caja de manzanas?

- 39** Marcos está aprendiendo a sumar, por eso su madre escoge al azar dos cifras del 1 al 5 para que las sume.
- a) Describe el espacio muestral del experimento que consiste en anotar el resultado de la suma realizada por Marcos.
  - b) Escribe dos sucesos no elementales.
- 40** Adela forma números de dos cifras distintas escogiendo al azar entre cuatro tarjetas que tienen rotulados los números 1, 2, 3 y 4, mientras que Jorge hace lo mismo pero permitiendo que las cifras se repitan.
- a) Describe ambos espacios muestrales y calcula cuántos sucesos elementales tiene cada uno.
  - b) Di un suceso que no sea elemental en cada uno de los experimentos.
  - c) Escribe un suceso de un experimento que no se pueda dar en el otro.
- 41** Rubén lanza un dado; si el resultado obtenido es impar, le suma dos, y si es par, le resta uno. Describe los siguientes sucesos de este experimento.
- a) El espacio muestral,  $E$ .
  - b) Anotar número par.
  - c) Anotar número impar.

- 42** Julio lanza dos dados y realiza el producto de las puntuaciones obtenidas.
- a) Escribe el espacio muestral de este experimento.
  - b) Cuáles son los sucesos elementales que están incluidos en el suceso *Salir un número con un solo factor primo*.
- 43** Álvaro lanza dos dados de cuatro caras y anota las puntuaciones de las caras inferiores, utilizándolas como las medidas de los catetos de un triángulo rectángulo.
- a) Describe el espacio muestral asociado al experimento que consiste en obtener la medida de la hipotenusa de esos triángulos.
  - b) ¿Cuántos triángulos rectángulos diferentes se pueden construir de esta manera?
- 44** Considera el experimento que consiste en extraer al azar una bola de una bolsa que contiene bolas grandes medianas y pequeñas, tanto blancas como negras, en todos los tamaños. Describe el espacio muestral cuando:
- a) Nos fijamos solo en el tamaño.
  - b) Nos fijamos solo en el color.
  - c) Nos fijamos en el tamaño y el color.

**45** En una caja hay tarjetas que llevan impresa una de las letras diferentes que tiene la palabra **PROBABILIDAD**. Describe el espacio muestral del experimento que consiste en escoger al azar una tarjeta de esa caja.

**46** Una caja contiene cinco tornillos de los cuales dos son defectuosos. Escribe el espacio muestral asociado al experimento que consiste en escoger al azar un tornillo hasta encontrar uno defectuoso.

a) Si no se devuelven los tornillos a la caja.

b) Si se devuelven los tornillos a la caja.

## Operaciones con sucesos

**47** Extraemos al azar una carta de una baraja española. Si consideramos los sucesos:

$A =$  «Sacar as»

$B =$  «Sacar bastos»

$C =$  «Sacar caballo»

$D =$  «Sacar una carta que no sea figura»

$F =$  «Sacar una figura de oros»

a) Describe y halla la unión y la intersección dos a dos de los sucesos  $A, B, C, D$  y  $F$ .

b) ¿Son compatibles dos a dos estos sucesos?

Figura 4.48 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Santillana



- 48 Escogemos al azar un número del 1 al 9  
 y consideramos los sucesos  $A, B, C, D, F, G$  y  $H$ .

$A =$  «Salir par»

$F =$  «Salir menor que 7»

$B =$  «Salir múltiplo de 3»

$G =$  «Salir 8 o 9»

$C =$  «Salir múltiplo de 4»

$H =$  «Salir 1»

$D =$  «Salir mayor que 5»

Calcula:

a) Los contrarios de los sucesos  $A, B, C, D, F, G$  y  $H$ .

b) Estudia la compatibilidad dos a dos de los sucesos  $A, B, D, F$  y  $G$ .

c)  $A \cup B \cup C$

d)  $F \cap B \cap D$

e)  $(A \cup B \cup C) \cap G$

f)  $(G \cup C) \cap (A \cup D)$

g)  $\bar{F} \cap (A \cup G)$

h)  $\overline{H \cup C} \cap F$

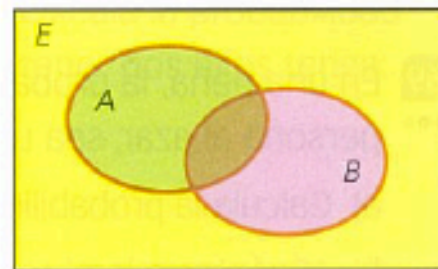
i)  $\overline{F \cap C} \cap \bar{A}$



- 49 Comprueba gráficamente,  
 con los sucesos  $A$  y  $B$ ,  
 las siguientes propiedades.

a)  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

b)  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$



**50** Representa gráficamente el resultado de las siguientes operaciones con sucesos.

- a)  $A \cup B$                       c)  $\bar{A}$                       e)  $\bar{A} \cup \bar{B}$   
b)  $A \cap B$                       d)  $\bar{B}$                       f)  $\bar{A} \cap \bar{B}$

**51** Indica gráficamente, sombreando el resultado de la operación en cada caso.

- a)  $A \cup \bar{B}$                       c)  $A \cap \bar{B}$                       e)  $(\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$   
b)  $\bar{A} \cup B$                       d)  $\bar{A} \cap B$                       f)  $(\bar{A} \cup B) \cap (A \cup \bar{B})$

**52** Siendo  $A$  y  $B$  sucesos de un experimento aleatorio, escribe mediante operaciones con los sucesos  $A$  y  $B$  la expresión que corresponde a estos sucesos.

- a) Suceso que ocurre solo cuando ocurre  $A$  y ocurre  $B$ .  
b) Suceso que ocurre si no se verifica  $A$ .  
c) Suceso que ocurre únicamente cuando pasa  $A$  y no pasa  $B$ .  
d) Suceso que se verifica si pasa  $A$  o no pasa  $B$ .  
e) Suceso que pasa si ocurre  $A$  o  $B$ , pero no a la vez.

**53**  $A$  y  $B$  son sucesos contrarios de un experimento aleatorio. Encuentra la igualdad que no es correcta.

- a)  $\bar{A} \cap \bar{B} = \emptyset$                       d)  $A \cap \bar{B} = A$   
b)  $\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{B \cap A}$                       e)  $\bar{A} \cup \bar{B} = E$   
c)  $\bar{A} \cup B = E$                       f)  $\bar{A} \cup B = \bar{A}$

## Cálculo de probabilidades

**54** Expresa en términos de probabilidad.

•••

- El 65 % de la población tiene conexión a Internet.
- El 46 % de los jóvenes es moreno.
- Uno de cada cinco disparos hace blanco.
- Tres de cada cuatro pacientes se curan con el tratamiento  $X$ .
- Las cinco sextas partes de las preguntas obtienen respuesta afirmativa.
- No hay ninguna posibilidad de que se lea el periódico *Star*.

**55** En un bombo hay 10 bolas numeradas del 0 al 9.

•••

Se repite 100 veces el experimento que consiste en extraer una bola, anotar su número y devolverla. Los resultados obtenidos son:

Bola	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f_i$	7	13	11	12	8	10	12	6	10	11

Si consideramos los sucesos, calcula:

$A = \text{«Múltiplo de 3»}$        $C = \text{«Divisor de 6»}$

$B = \text{«Número impar»}$

- La frecuencia relativa de  $A$ ,  $B$  y  $C$ .
- La frecuencia relativa de  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup C$  y  $A \cap C$ .
- La probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

- 56** Se lanza 100 veces un dado tetraédrico y se anota el número de la cara oculta.

Cara	1	2	3	4
$f_i$	28	22	30	20

Halla la frecuencia relativa de los sucesos:

- a) Múltiplo de 3.                      c) Número mayor que 1.  
b) Múltiplo de 2.                      d) Número menor que 1.
- 57** Al lanzar una chincheta, esta puede caer con la punta hacia arriba o hacia abajo.
- a) ¿Se trata de un experimento aleatorio?  
b) ¿Cuáles son los sucesos elementales?  
c) ¿Son estos sucesos equiprobables?



- 58** En la nevera hay 5 refrescos de cola, 6 de naranja, 2 de limón y 3 de manzana. Laura coge uno al azar. Calcula la probabilidad de que el refresco tenga sabor:
- a) Naranja.                              d) Diferente de manzana.  
b) Limón.                                e) Ni de cola ni de limón.  
c) Cola o manzana.                    f) Ni de naranja ni de limón.

Figura 4.49 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Santillana

- 59** Escogemos al azar una carta de una baraja española.  
••• Calcula la probabilidad de que:
- a) Sea un as.                      c) Sea el rey de bastos.  
b) Sea un oro.                      d) Sea un as o una figura.
- 60** El 15% de los estudiantes de un centro escolar tienen los ojos azules, el 45% los tiene marrones, el 30% los tiene verdes, y el resto, grises. Elegido un estudiante al azar, calcula la probabilidad de que sus ojos sean:
- a) Verdes.                      b) Marrones o grises.                      c) No azules.
- 61** Si un espacio muestral tiene cuatro sucesos elementales, razona si esta afirmación puede ser cierta: «La probabilidad de los sucesos elementales es, respectivamente,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{10}$  y  $\frac{1}{20}$ ».
- 62** Ordena, de menor a mayor grado de probabilidad, estos sucesos al lanzar un dado de 6 caras.
- $A =$  «Salir número impar».  
 $B =$  «Salir número igual o mayor que 5».  
 $C =$  «Salir número menor que 7».  
 $D =$  «Salir número mayor que 7».



## ➔ SABER HACER



### Calcular la probabilidad de algunos sucesos no equiprobables

- 63** En un dado truco, las puntuaciones pares tienen el doble de probabilidad de salir que las puntuaciones impares. ¿Qué probabilidad hay de que salga 1? ¿Y 2?

**PRIMERO.** Se aplican las propiedades de la probabilidad.

Como la suma de todas las probabilidades de los sucesos elementales es 1, si se llama  $x$  a la probabilidad de que salga 1, 3 o 5, la probabilidad de que salga 2, 4 o 6 será  $2x$ .

$$\begin{aligned}P(1) &= x & P(3) &= x & P(5) &= x \\P(2) &= 2x & P(4) &= 2x & P(6) &= 2x \\P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) &= 1 \\x + 2x + x + 2x + x + 2x &= 1\end{aligned}$$

**SEGUNDO.** Se resuelve la ecuación y se calcula la probabilidad pedida.

$$x + 2x + x + 2x + x + 2x = 1 \rightarrow 9x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{9}$$

La probabilidad de que salga 1 es  $\frac{1}{9}$  y la probabilidad de que salga 2 es  $\frac{2}{9}$ .

69 En una peña, la probabilidad de que, elegida una persona al azar, sea un chico es 0,48.

- a) Calcula la probabilidad que sea una chica.
- b) ¿Cuántos miembros tiene la peña si hay 13 chicas?



70 En un dado truco, la probabilidad de cada una de las 6 caras es:

Cara	1	2	3	4	5	6
$P$	0,1	0,1	0,1	$a$	$b$	0,1

- a) Si  $P(4) = 2 \cdot P(5)$ , ¿cuánto valen  $a$  y  $b$ ?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?



71 Sabiendo que, en el experimento de la actividad anterior, el dado está trucado, halla estas probabilidades.

- a)  $P(1)$ ,  $P(2)$ ,  $P(3)$  y  $P(4)$ .      c)  $P(\text{número mayor que } 1)$ .  
b)  $P(\text{múltiplo de } 3)$ .      d)  $P(\text{número menor que } 1)$ .

Figura 4.50 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Santillana

- 72** Se lanza un dado al aire y se suman los puntos de las caras visibles. Calcula la probabilidad de obtener:
- a) Exactamente 15.
  - b) Un número par.
  - c) 17 o 19.
  - d) Un número múltiplo de 3.
  - e) Un número mayor de 16.
  - f) Un número primo.
- 73** Se lanzan tres monedas al aire. Calcula la probabilidad de obtener:
- a) Tres caras.
  - b) Dos caras y una cruz.
  - c) Una cara y dos cruces.
  - d) Ninguna cara.
  - e) Al menos una cara.
  - f) Al menos dos cruces.
- 74** Se lanzan cuatro monedas iguales. Calcula la probabilidad de obtener:
- a) Cuatro caras.
  - b) Una cara.
  - c) Al menos una cara.
  - d) Al menos dos caras.
  - e) Ninguna cara.
  - f) Como máximo dos caras.
- 75** Suponiendo que la probabilidad de nacer varón es la misma que la de nacer mujer, calcula la probabilidad de que una pareja que piensa tener dos hijos tenga:
- a) Dos niños.
  - b) Dos niñas.
  - c) Un niño y una niña.

**76** Se saca una moneda de una hucha en la que hay tres monedas de 2 €, cinco de 1 €, diez de 50 céntimos y cuatro de 20 céntimos. Calcula la probabilidad de obtener una cantidad de dinero:

- a) Mayor de 20 céntimos.
- b) Mayor de 50 céntimos.
- c) Mayor de 1,5 €.
- d) Menor o igual a 1 €.

**77** En un test, cada pregunta tiene cuatro posibles respuestas, de las cuales solo una es correcta. Si se contesta al azar y el test consta de 4 preguntas, calcula:

- a) La probabilidad de acertar una.
- b) La probabilidad de acertar cuatro.
- c) La probabilidad de acertar al menos dos.

**78** En una carnicería se venden, entre otras, carnes de los tipos  $A$ ,  $B$  y  $C$ . Los clientes compran de esas carnes con las siguientes probabilidades:

$$P(A) = 0,1 \quad P(B) = 0,25 \quad P(C) = 0,3$$

$$P(A \cap B) = 0,06 \quad P(A \cap C) = 0,15$$

$$P(B \cap C) = 0,04 \quad P(A \cap B \cap C) = 0,003$$

Escribe en lenguaje cotidiano los datos anteriores y halla la probabilidad de estos sucesos:

- a) Comprar la carne tipo  $A$  o la carne tipo  $B$ .
- b) Comprar alguno de los tres tipos de carnes.
- c) No comprar ningún tipo de carne de las tres.

- 79** Marta tiene siete pinceles, cuatro son grandes y tres son pequeños, pero Marta no lo sabe. Escoge al azar dos pinceles. Calcula la probabilidad de que al menos uno no sea pequeño.



- 80** De las ocho piezas de fruta del frutero tres son naranjas. Si se escogen dos piezas al azar, calcula:
- Probabilidad de que las dos piezas sean naranjas.
  - Probabilidad de que ninguna sea naranja.
  - Probabilidad de que al menos una sea naranja.

## Probabilidad condicionada

- 81** Se ha lanzado un dado. ¿Cuál es la probabilidad de haber obtenido un seis si se sabe que ha salido un número par?

- 82** Se ha extraído una carta de la baraja española.  
... ¿Cuál es la probabilidad de que sea una sota sabiendo que ha salido una figura?
- 83** Se han lanzado dos monedas. ¿Cuál es la probabilidad de haber obtenido dos caras si se sabe que la primera ha sido cara?
- 84** Rocío lanza dos dados y suma las puntuaciones.  
... Calcula la probabilidad de que una de las puntuaciones sea un 3 si se sabe que la suma ha sido 5.
- 85** Se han lanzado tres monedas. ¿Cuál es la probabilidad de haber obtenido al menos una cara si se sabe que la primera ha sido cruz?
- 86** Se ha lanzado un dado. ¿Cuál es la probabilidad de haber obtenido un número impar si se sabe que ha salido un número primo?
- 87** Se ha extraído una carta de la baraja española.  
... ¿Cuál es la probabilidad de que sea un as sabiendo que no ha salido un rey?
- 88** Daniel tenía en el bolsillo una moneda de 10 céntimos, cuatro de 20 céntimos, una de 50 céntimos y tres de 1 €. Ha escogido una moneda al azar. Calcula la probabilidad de que sea de 20 céntimos si ya sabía que su valor era menor de 1 €.

Figura 4.51 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Santillana





**Calcular la probabilidad de un suceso compuesto mediante tablas de contingencia**

- 89** En 4.º de ESO hay 12 chicos y 28 chicas. Llevan gafas 10 chicos y 8 chicas. Elegido un alumno al azar, calcula la probabilidad de que sea chico y no lleve gafas.

**PRIMERO.** Se recogen los datos del problema en una tabla de contingencia o de doble entrada.

	Chicos	Chicas	Total
Con gafas	10	8	
Sin gafas			
Total	12	28	

**SEGUNDO.** Se completa la tabla.

	Chicos	Chicas	Total
Con gafas	10	8	18
Sin gafas	2	20	22
Total	12	28	40

**TERCERO.** Se extraen los datos necesarios de la tabla para calcular la probabilidad pedida.

$$\begin{aligned}
 P(\text{chico sin gafas}) &= \frac{\text{n.º de chicos sin gafas}}{\text{n.º de alumnos}} = \\
 &= \frac{2}{40} = 0,05
 \end{aligned}$$

- 90 En una caja se tienen pinzas grandes y pequeñas, de madera y de plástico, según se refleja en la tabla.

	Pinzas grandes	Pinzas pequeñas
Madera	10	19
Plástico	18	23

Se elige una al azar. Halla la probabilidad de que:

- Sea grande.
- Sea grande y de plástico.
- Sea grande sabiendo que es de plástico.





**91** En cierta localidad, el 65 % de la población tiene mascota, el 60 % son varones y el 40 % son varones y tienen mascota. Se elige una persona al azar.

- a) Sabiendo que tiene mascota, calcula la probabilidad de que sea mujer.
- b) Sabiendo que es mujer, calcula la probabilidad de que tenga mascota.
- c) Calcula la probabilidad de que ni sea mujer ni tenga mascota.

**92** En un grupo de 36 alumnos, 20 son varones. La mitad de los chicos son morenos y la cuarta parte de las chicas son rubias. Se elige un alumno al azar, calcula la probabilidad de que:

- a) Sea chico.
- b) Sea chico y moreno.
- c) Sea chico o moreno.
- d) Sabiendo que es chica, sea morena.
- e) Sabiendo que es rubia, sea chica.
- f) Sea chica y rubia.

**93** Halla la probabilidad de que, al extraer dos cartas de la baraja española:

- a) Sean dos ases.
- b) Sean dos figuras.
- c) Sean un rey y un siete.
- d) Sean una copa y un basto.

- 94 Halla la probabilidad de que, al extraer tres cartas de la baraja española:
- a) Sean de distintos palos.
  - b) Sean de igual palo.
  - c) Sean sota, caballo y rey.
  - d) Sean dos figuras y un as.
- 95 Halla la probabilidad de que, al extraer dos cartas de la baraja española, se tenga la pareja (caballo, oro).
- 96 Se extraen dos bolas de una bolsa en la que hay 4 bolas rojas, 3 bolas azules, 6 bolas blancas y 1 negra. Calcula la probabilidad de que:
- a) Las bolas sean rojas.
  - b) Las bolas sean del mismo color.
  - c) Las bolas sean de distinto color.
  - d) La primera bola sea azul.
- 97 Se extraen tres bolas de una bolsa en la que hay 5 bolas rojas, 2 bolas azules y una amarilla. Calcula la probabilidad de que:
- a) Las tres bolas sean de igual color.
  - b) Dos sean rojas y una azul.
  - c) Dos sean azules y una amarilla.

Figura 4.52 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Santillana

## Problemas con probabilidad

- 98 Jorge y Luisa son arqueros. Jorge hace diana en el 68% de los casos y Luisa en el 75% de los casos. Si los dos lanzan sus flechas a la misma diana, ¿cuál es la probabilidad de que alguno haga blanco?



- 99 En un restaurante en el que todos los clientes toman alguno de los platos, el 68% come carne o pescado y el 8% come ambos platos. Un 52% no come carne. Se elige un comensal de ese restaurante al azar. Halla la probabilidad de que coma:
- a) Solo carne.
  - b) Solo pescado.
  - c) Solo uno de los dos platos.
  - d) Ni carne ni pescado.

**100** Mario solo ha estudiado 5 de los 7 temas de los que consta el examen. El profesor elige tres temas al azar de los 7 y cada estudiante elige uno de esos tres para examinarse. Calcula la probabilidad de que Mario pueda elegir uno de los que se sabe.

**101** En una clase de 4.º de ESO el 52 % lleva gafas y el 30 % no lleva gafas ni lentillas. El 40 % son chicas y el 13 % lleva lentillas. El 19 % son chicos que no llevan ni gafas ni lentillas. Elegida una persona al azar de esa clase, calcula la probabilidad de que:

- a) Lleve lentillas.
- b) Sea chica sin gafas ni lentillas.
- c) Sea chico con gafas.
- d) Lleve lentillas sabiendo que es chico.

**102** En un grupo de hombres y mujeres en el que el número de mujeres es doble que el de hombres, el 45 % de los hombres ha viajado al extranjero y el 58 % de las mujeres no ha viajado al extranjero. Elegida una persona de ese grupo, halla la probabilidad de que:

- a) No haya viajado al extranjero.
- b) Sea una mujer que ha viajado al extranjero.

## DEBES SABER HACER



### Experimentos aleatorios. Sucesos

- 1 Consideramos el experimento aleatorio que consiste en extraer una bola de una bolsa que contiene cinco bolas con los números 1, 3, 5, 7 y 9.
  - a) Describe el espacio muestral.
  - b) Escribe dos ejemplos de sucesos que no sean elementales.
  - c) Si extraemos una bola y sabemos que es primo, cuáles son los posibles resultados.

### Probabilidad de un suceso. Regla de Laplace

- 2 Explica un método para calcular de forma experimental la probabilidad de que, escogido un habitante de una gran ciudad, su nombre comience con la letra Z.
- 3 En una urna hay 7 bolas rojas, 8 amarillas y 5 azules. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola amarilla?

- 4 Se lanza un dado y se cuenta el número de divisores del resultado. Calcula las siguientes probabilidades.

- a) Que el resultado no tenga 2 divisores.
- b) Que el resultado tenga 2 o 3 divisores.
- c) Que el resultado tenga 3 o más divisores.

### Probabilidad condicionada

- 5 En una baraja de 40 cartas se extraen 4 cartas.
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar 4 reyes si cada vez que extraemos una carta la devolvemos al mazo?
  - b) ¿Y si no la devolviéramos?
- 6 Si la probabilidad de que una chincheta caiga con la punta hacia arriba es 0,4; al lanzar dos chinchetas, ¿cuál es la probabilidad de que una caiga con la punta hacia arriba y la otra lo haga con la punta hacia abajo?



Figura 4.53 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Académicas de Educación Secundaria. Editorial Santillana



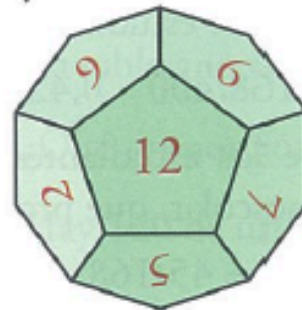
# Ejercicios y problemas


## Practica

### Espacios muestrales. Sucesos

-  Indica el espacio muestral de cada una de las siguientes experiencias aleatorias:
  - Señalo al azar una provincia en un mapa de Galicia.
  - Lanzo un cubo de Rubik recién montado y anoto el color de la cara de arriba.
  - Señalo una palabra cualquiera de un libro elegido al azar y observo cuál es la primera vocal que aparece.
  - Saco una carta de una baraja española y observo el palo.
-  Lanzamos un dado con forma de dodecaedro con las caras numeradas del 1 al 12 y anotamos el número obtenido.
  - ¿Cuál es el espacio muestral?
  - Describe los sucesos:

A = "Menos de 5"	B = "Más de 4"
C = "Número par"	D = "No múltiplo de 3"



3.  Escogemos al azar un día cualquiera de la semana.


a) ¿Cuál es el espacio muestral?

b) Describe los sucesos:

A = “Fin de semana”

B = “Los que empiezan por la letra M”


C = “Los que acaban en *es*”

4.  Escogemos una bola al azar de cada urna. Un caso es, por ejemplo, Azul-Negra.



a) Describe el espacio muestral.

b) Haz lo mismo si en la segunda urna hubiera una blanca y una negra.

5.  Lanzamos una moneda dos veces y anotamos los resultados ordenadamente.

a) Completa el espacio muestral:  $E = \{CC, C+, \dots\}$


b) Describe los sucesos A = “La primera salió C”.



c) Repite la actividad suponiendo que lanzamos tres monedas en lugar de dos. Describe: B = “Obtener dos veces C” y D = “No obtener ninguna C”.

Figura 4.54 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Aplicadas de Educación Secundaria. Editorial Anaya




## Experiencias simples

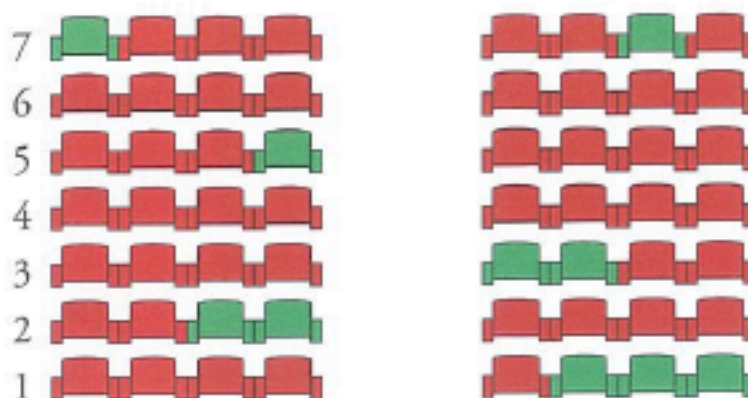
6.  Lanzamos un dado correcto. Calcula las probabilidades de que el resultado sea:
- a) 1 o 2.                      b) Mayor que 2.    c) Par.  
d) Mayor que 1.    e) Menor que 1.    f) Menor que 7.

7.   Se extrae al azar una bola de la siguiente bolsa. Calcula la probabilidad de que:

- a) Sea azul.  
b) No sea verde.  
c) Sea roja o azul.




8.  En la taquilla del cine me enseñan los huecos que quedan libres en verde:



Si digo que me asignen un hueco al azar, calcula la probabilidad de que me siente:

- a) En primera fila.  
b) Más atrás de la cuarta fila.  
c) En algún sitio que no sean las dos primeras filas.

9.  Metemos en una bolsa pequeñas cartulinas circulares, cada una con una pieza dibujada del juego de ajedrez. Observa las piezas que componen el juego. Elegimos una al azar.







- a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un peón? ¿Y de obtener un peón negro?
- b) ¿Qué probabilidad hay de sacar una torre? ¿Y un caballo blanco? ¿Y uno de los reyes?
10.  Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos, A, B, C y D, de la actividad 2.
11.  Halla la probabilidad de los sucesos, A, B y C de la actividad 3.


Figura 4.55 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Aplicadas de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## Experiencias compuestas independientes

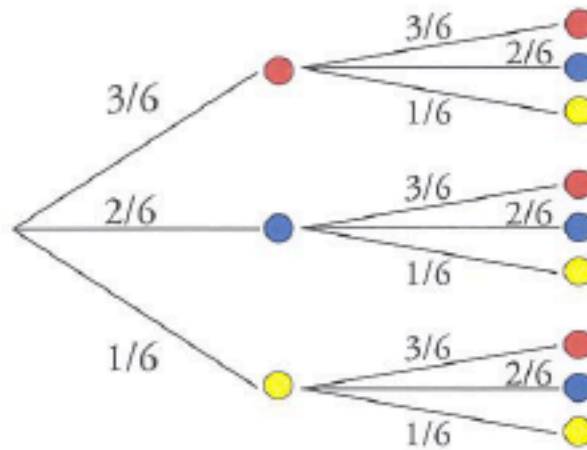
12.   Tiramos un dado y hacemos girar la ruleta:



- ¿Cuál es la probabilidad de que los dos números sean pares? ¿Y de que alguno de los dos sea impar?
- Halla la probabilidad de obtener un número mayor que 2 en el dado y un color que no sea azul en la ruleta.
- Calcula la probabilidad de obtener un 6 o un 5 en el dado.
- Calcula la probabilidad de que la suma de los resultados sea mayor que 10.

13.  Tiramos dos dados iguales. Cada uno tiene tres caras rojas, dos azules y una amarilla.

El siguiente diagrama en árbol muestra las posibles combinaciones con sus probabilidades:



Calcula, a partir del diagrama en árbol, la probabilidad de obtener:





- Dos caras rojas.
  - Una cara amarilla y una roja.
  - Dos caras iguales.
  - Dos caras distintas.
14.  Tiramos tres monedas.
- Construye un diagrama en árbol con las posibles combinaciones.
  - Calcula la probabilidad de obtener dos caras y una cruz.
  - ¿Qué probabilidad hay de obtener alguna cruz?

Figura 4.56 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Aplicadas de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## Experiencias compuestas dependientes. Probabilidad condicionada

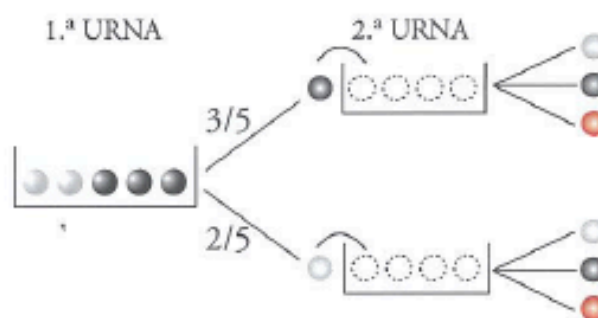
15.  Extraemos dos cartas de una baraja española. Calcula la probabilidad de estos sucesos:
- a) Un 5 y un rey.
  - b) Dos espadas.
  - c) Ninguna copa (no copa y no copa).
  - d) Dos figuras (sota, caballo o rey).
  - e) Una figura y una no figura.
16.  Lanzamos una moneda: si sale cara, tomo una carta de una baraja; si sale cruz, no sigo jugando.
- a) ¿Qué probabilidad hay de obtener OROS O FIGURA?
  - b) ¿Qué probabilidad hay de que ninguna sea ni ORO ni FIGURA?




17.  Cogemos al azar una bola de la 1.<sup>a</sup> urna, la echamos en la 2.<sup>a</sup> y sacamos una bola de esta 2.<sup>a</sup> urna.



Dibuja en tu cuaderno un diagrama en árbol. Completa la composición de la segunda urna y las probabilidades de cada rama.



Calcula, a partir del diagrama, estas probabilidades:

- a)  $P[1.^a \text{ } \bullet \text{ y } 2.^a \text{ } \bullet]$                       b)  $P[1.^a \text{ } \circ \text{ y } 2.^a \text{ } \bullet]$   
c)  $P[2.^a \text{ } \bullet]$                       d)  $P[2.^a \text{ } \circ]$                       e)  $P[2.^a \text{ } \bullet]$
18.  Calcula las siguientes probabilidades condicionadas correspondiente a la experiencia de las urnas del ejercicio anterior:


- a)  $P[1.^a \text{ } \bullet \text{ y } 2.^a \text{ } \circ]$                       b)  $P[2.^a \text{ } \circ \text{ y } 1.^a \text{ } \circ]$   
c)  $P[2.^a \text{ } \bullet \text{ y } 1.^a \text{ } \bullet]$                       d)  $P[2.^a \text{ } \circ \text{ y } 1.^a \text{ } \bullet]$   
e)  $P[2.^a \text{ } \bullet \text{ y } 1.^a \text{ } \bullet]$                       f)  $P[2.^a \text{ } \bullet \text{ y } 1.^a \text{ } \circ]$

¿Qué ocurre con las dos últimas probabilidades? Explica por qué.

Figura 4.57 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Aplicadas de Educación Secundaria. Editorial Anaya


## Ejercicios y problemas

### Tablas de contingencia

19.  En un centro escolar hay 1 000 alumnos repartidos como indica esta tabla:


	CHICOS	CHICAS
USAN GAFAS	187	113
NO USAN GAFAS	413	287

Se elige al azar uno de ellos. Di cuál es la probabilidad de que:

- a) Sea chico.
  - b) Sea chica.
  - c) Use gafas.
  - d) No use gafas.
  - e) Sea una chica con gafas.
  - f) Sabiendo que es una chica, use gafas.
20.  Hoy hay tres partidos: de baloncesto, de fútbol y de tenis. De los 40 amigos que hay en casa, 21 prefieren fútbol y 5, tenis. Hay 10 chicos que quieren baloncesto, 9 chicas que quieren fútbol y 3 chicas que prefieren ver el tenis. Si elegimos una persona al azar, calcula la probabilidad de que:



- a) Sea chico.
- b) No quiera ver el tenis.
- c) Sea un chico que quiere ver el tenis.
- d) Sea una chica que quiera ver el baloncesto.
- e) Sabiendo que es una chica, que quiera ver fútbol.
- f) Sabiendo que prefiere ver tenis, que sea un chico.


**21.**  Se han hecho análisis de sangre 200 personas para determinar su grupo sanguíneo, así como el Rh. Los resultados se resumen en esta tabla:

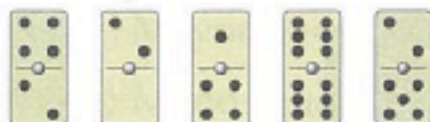
	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO AB	GRUPO O	TOTALES
RH+	74	12	6	70	162
RH-	18	3	1	16	38
TOTALES	92	15	7	86	200

- a) Si elegimos al azar una persona de entre esas 200, ¿cuál es la probabilidad de que su grupo sanguíneo sea A? ¿Y de que sea O? ¿Y de que tenga Rh+?
- b) Si elegimos al azar una persona del grupo sanguíneo B, ¿cuál es la probabilidad de que tenga Rh+?
- c) Sabiendo que una persona es del grupo A o B, ¿cuál es la probabilidad de que sea Rh+?

Figura 4.58 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Aplicadas de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## Resuelve problemas

22.  ¿Conoces el dominó? Es un juego cuya fichas son de este tipo:



Hay fichas con todas las posibles combinaciones con los números 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6, incluyendo las doble como el 6-6 del dibujo.

- Comprueba que en total son 28 fichas.
- Si sacamos una al azar, halla la probabilidad de que:
- La suma de los números sea 6.
  - La suma sea un número impar.
  - El producto de los dos números sea menor que 6.

En el desarrollo del juego, las fichas se van poniendo sobre la mesa y se van enlazando unas con otras, así:



La siguiente ficha debe tener un 2, y se situaría a la izquierda, o un 5, e iría a la derecha.

- ¿Cuál es la probabilidad de que, sacando al azar una de las restantes fichas, pueda enlazar con una de las que están sobre la mesa?







- 23.**  Lanzamos cuatro monedas. Calcula:  
 $P[2 \text{ caras}]$        $P[\text{Ninguna cara}]$        $P[\text{Alguna cara}]$
- 24.**  Lanzamos dos dados. Halla la probabilidad de que el producto de las puntuaciones:  
 a) Sea 5.      b) Sea 6.      c) Sea 4.
- 25.**  Lanzamos tres dados. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres puntuaciones sean menores que 5?
- 26.**  Después de tirar muchas veces un modelo de chinchetas, sabemos que la probabilidad de que una cualquiera caiga con la punta hacia arriba es 0,38.  
 Si tiramos dos chinchetas, ¿cuál será la probabilidad de que las dos caigan de distinta forma?
- 27.**  En un laboratorio, para que un medicamento salga al mercado tiene que pasar tres controles. La probabilidad de superar el primero es 0,89; la de superar el segundo es 0,93 y la de superar el tercero es 0,85.  
 ¿Cuál es la probabilidad de que el nuevo producto no sea apto para salir al mercado?

Figura 4.59 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Aplicadas de Educación Secundaria. Editorial Anaya

---

**28.**  Una botella contiene 20 bolas de colores negro, rojo y verde. No sabemos cuántas de cada color, ni podemos verlo, porque la botella es opaca. Solo podemos ver, cuando la tumbamos, el color de la bola que queda junto al tapón, que es transparente.

Durante unos días hacemos 1 000 veces la experiencia de *agitar, inclinar la botella y anotar el color de la bola que se ve*. Al final, hemos obtenido estos resultados:

$$f(\bullet) = 461 \quad f(\bullet) = 343 \quad f(\bullet) = 196$$

Vamos a estimar el número  $n$  de bolas negras:

$$f_r(\bullet) = \frac{461}{1000} = 0,461 \text{ y } P[\bullet] = \frac{n}{20}$$

Como  $f_r(\bullet) \approx P[\bullet]$ , hacemos:

$$0,461 \approx \frac{n}{20} \rightarrow n \approx 20 \cdot 0,461 = 9,22$$

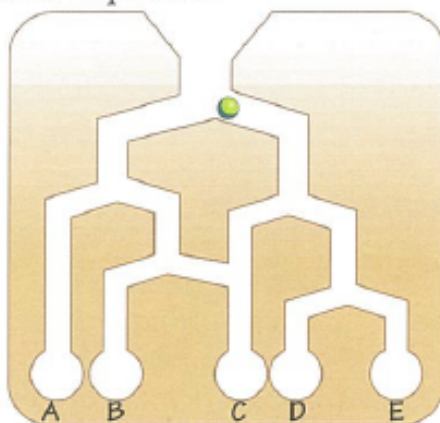
Estimamos que el número de bolas negras es 9.  
¿Cuántas bolas de cada color hay en la botella?



**29.** En un cajón hay 20 calcetines, pero no sabemos de qué colores. Sacamos un calcetín, anotamos el color y lo devolvemos al cajón. Lo hacemos cien veces y obtenemos 42 veces un calcetín negro; 8 veces uno rojo, y 50 veces uno blanco.

Estima cuántos calcetines hay de cada color.

**30.** ¿Cuál es la probabilidad de que una bola caiga en cada uno de los depósitos?



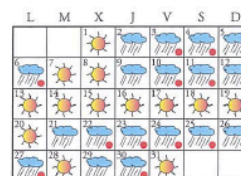
### Curiosidades matemáticas

#### Probabilidad con condiciones

¿Varía la probabilidad de un suceso si se calcula con la condición de que haya ocurrido previamente otro suceso? Analiza los dos ejemplos que siguen.

#### EJEMPLO 1. Tiempo durante el mes de enero

Se han anotado los días de lluvia durante el mes de enero en cierta localidad (observa que son 18). Se han señalado con un punto rojo los días de lluvia tras otro día de lluvia (son 14). A partir de estos datos nos hacemos dos preguntas:



a) *SIN CONDICIÓN.* Si hoy es un día cualquiera, ¿cuál es la probabilidad de que llueva mañana?

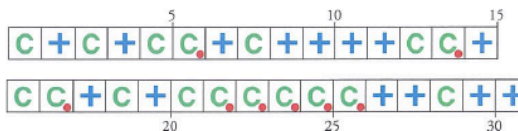
$$f_r[\text{LLUVIA}] = 18/31 = 0,58 \Rightarrow P[\text{LLUVIA}] \approx 60\%$$

b) *CON CONDICIÓN.* Si hoy ha llovido, ¿cuál es la probabilidad de que llueva mañana?

$$f_r[\text{LLUVIA}] = 14/18 = 0,78 \Rightarrow P[\text{LLUVIA}] \approx 80\%$$

#### EJEMPLO 2. Lanzamientos de monedas

Se ha lanzado 31 veces una moneda, obteniendo 17 veces el resultado "cara". Además, se ha señalado con un punto rojo cada vez que, después de cara, ha salido otra cara (8 veces). Y nos hacemos dos preguntas:



a) *SIN CONDICIÓN.* ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara?

$$f_r[\text{C}] = 17/31 = 0,55$$

La probabilidad es próxima al 50% esperado.

b) *CON CONDICIÓN.* ¿Cuál es la probabilidad de sacar cara después de cara?

$$f_r[\text{C}] = 8/17 = 0,47$$

La probabilidad es próxima al 50% esperado.

**Conclusión:** En el primer ejemplo, la *condición* modifica la probabilidad: si hoy llueve, es más probable que llueva mañana. En el segundo ejemplo, lo que salga en una tirada no influye en la probabilidad de la siguiente.

EXPERIMENTA → Realiza tú estas experiencias (con mayor número de datos) y confirma las conclusiones.

Figura 4.60 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Aplicadas de Educación Secundaria. Editorial Anaya

## ACTIVIDADES

### Experimentos aleatorios

**53** ¿Cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios y cuáles deterministas?

- a) Llamar por teléfono a un amigo.
- b) Echar a rodar una pelota de goma.
- c) En unas votaciones, coger un sobre tras abrir la urna.
- d) Un árbitro lanza una moneda al aire antes de iniciarse el partido.

**54** Indica qué experimentos son aleatorios o deterministas en cada caso.

- a) Encender el teléfono móvil.
- b) Recibir un caramelo lanzado desde una carroza de Reyes Magos.
- c) Caer en la casilla del puente en el juego de La oca.
- d) Introducir una moneda en el carro de un supermercado.

## Sucesos. Tipos de sucesos

- 55** Indica qué tipo de suceso es el que se plantea en cada uno de los siguientes casos.



- Salir un número par al lanzar un dado.
  - Extraer un as de corazones de una baraja española.
  - Sacar una bola azul de una bolsa que contiene solo bolas azules.
  - Sacar tres 6 al lanzar tres dados.
  - Extraer un as de corazones de una baraja de póker.
- 56** ¿Cuáles de los siguientes sucesos son compatibles y cuáles incompatibles?
- Sacar un número par y un 6 al tirar un dado.
  - Extraer una sota y una espada de una baraja en la misma carta.
  - Sacar una bola blanca y otra negra de una caja que contiene seis bolas blancas y solo una negra.
  - Salir cara dos veces al tirar una moneda al aire cinco veces.
  - Conseguir dos ases y seis oros al extraer seis cartas de una baraja.



## Probabilidad

- 57** Carlos asiste a un partido de baloncesto en el que, con la entrada, participa en el sorteo de un viaje para ver a su equipo en el próximo partido que jueguen fuera de casa. Si se han vendido 4 000 entradas, ¿cuál es la probabilidad de que le toque el viaje a Carlos? ¿Cuál es la probabilidad de que no le toque?
- 58** Una marca de zumos está haciendo una promoción en la que quieren regalar 20 000 balones de playa y han introducido en el interior del tapón de 300 000 botellas los códigos de los premios.
- ¿Cuál es la probabilidad de que nos toque uno de los balones si hemos comprado un pack de 6 botellas?
  - En un camión cargado con 1 500 botellas, ¿cuál es la probabilidad de que alguna de ellas contenga un premio?

## Propiedades de la probabilidad

- 59** En una cafetería, la probabilidad de que los clientes pidan para desayunar una tostada con mantequilla es el 0,36, de que la pidan solo con mermelada es un 0,25 y de que pidan una tostada con mantequilla o con mermelada es 0,38. ¿Cuál es la probabilidad de que pidan una tostada con mantequilla y mermelada?
- 60** En una compañía aérea, el 74 % de los empleados, aparte de hablar inglés, habla francés o alemán. El 58 % habla francés y el 67 % habla alemán. Si preguntamos al azar a una azafata, qué probabilidad hay de que hable francés y también hable alemán.



- 61** De los 30 alumnos de una clase, 24 de ellos tienen perro o gato. Tienen perro 18 alumnos y tienen perro y gato 5 alumnos. ¿Cuántos alumnos tienen solo un gato como mascota?

Figura 4.61 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Aplicadas de Educación Secundaria. Editorial Santillana

## Diagramas de árbol. Tablas de contingencia

- 62** Representa en un diagrama de árbol y determina los espacios muestrales de los siguientes experimentos aleatorios.
- a) Sacar dos monedas de un bolsillo en el que hay dos monedas de euro de España y tres de Alemania.
  - b) Lanzar dos veces un dado cuyas caras son de tres colores diferentes.
  - c) Lanzar a canasta de espaldas tres veces.
  - d) Si lloverá o no lloverá en dos días seguidos.
  - e) En el control de calidad de un juguete, se escogen al azar tres unidades para comprobar si son defectuosas o no.
  - f) Extraer dos cartas de una baraja que solo tiene tres ases y cuatro reyes.
- 63** Un grupo de diez amigos se ha reunido para cenar. Cuatro de las seis chicas y dos de los chicos toman pescado, el resto toma carne. Si elegimos una persona al azar, halla la probabilidad de que:
- a) Sea chica y no coma pescado.
  - b) Sea chico y coma carne.
  - c) No coma pescado.
  - d) Sea chica o coma pescado.
  - e) No sea chico ni coma carne.
  - f) Sea chica o no coma pescado.

- 64 Los socios mayores de un gimnasio practican aeróbic o yoga. Hay 120 socios mayores, de los cuales 84 son mujeres. Practican yoga 60 mujeres y 12 hombres. Si se escoge a un socio mayor al azar, halla la probabilidad de que:



- a) Sea hombre.
- b) Sea mujer y haga yoga.
- c) Haga yoga.
- d) No haga yoga.
- e) No sea mujer o haga aeróbic.
- f) Sea hombre o no haga yoga.




## Sucesos dependientes e independientes

**65** Clasifica los siguientes sucesos en dependientes o independientes.

- a) Extraer dos bolas seguidas de un bombo de lotería.
- b) Al hacer dos viajes en avión en días consecutivos nos toque el mismo asiento.
- c) Al repartir cartas de la baraja española nos lleguen dos reyes.
- d) Obtener dos ases al tirar los dados dos veces seguidas.

**66** En un concurso de pesca deportiva, los participantes devuelven las capturas al río sin daño para los peces.

 En una zona acotada del río hay 25 truchas blancas, 32 truchas asalmonadas y 17 truchas arcoíris.

Si un pescador ha capturado ya 3 truchas blancas, ¿cuántas truchas blancas puede pescar el segundo participante? ¿Son dependientes o independientes los sucesos?



## Probabilidad de experimentos compuestos

- 67** Se nos ha roto una pulsera hecha con cuentas de colores y las cuentas han ido a parar debajo de la cama. Las cuentas son: seis blancas, cuatro amarillas y una plateada. Al sacar las dos primeras cuentas de debajo de la cama, halla las probabilidades de los siguientes sucesos.
- a) Que la primera cuenta sea blanca y la segunda plateada.
  - b) Sacar dos cuentas amarillas.
  - c) Sacar una cuenta plateada y la siguiente amarilla.
  - d) Que las dos sean blancas.
- 68** En la fiesta de fin de curso de un colegio se celebra un concurso entre los alumnos consistente en sacar monedas de una piscina de bolas con los ojos vendados. La piscina tiene 15 monedas de euro, 30 de 50 céntimos y 10 de dos euros. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera moneda que saquen los dos primeros participantes sea de dos euros? ¿Cuál es la probabilidad de que uno saque una moneda de un euro y el otro saque una de 50 céntimos?

Figura 4.62 Ejercicios del Cuarto Curso orientadas a las Enseñanzas Aplicadas de Educación Secundaria. Editorial Santillana



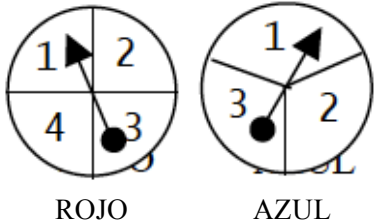
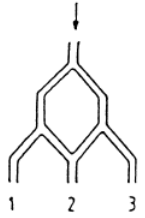
## **ANEXO 5**

---

## ANEXO 5

### Cuestionario sobre Azar y Probabilidad

ÍTEM	CONOCIMIENTO EVALUADO
<p><b>Ítem 1:</b> Una ficha redonda es roja por una cara y verde por la otra. Se sostiene con la cara roja hacia arriba y se lanza al aire. Da vueltas en el aire y después cae al suelo. ¿Qué cara tiene más posibilidades de salir? ¿O, piensas que no hay ninguna diferencia entre las dos?. Señala la respuesta correcta:</p> <p>(A) La cara roja tiene más posibilidades     ___</p> <p>(B) La cara verde tiene más posibilidades     ___</p> <p>(C) No hay ninguna diferencia                     ___</p> <p>(D) No lo sé                                             ___</p>	<p>Compara las probabilidades de los sucesos en un experimento simple con dos sucesos elementales.</p>
<p><b>Ítem 2:</b> Una clase de matemáticas tiene 13 niños y 16 niñas. Cada nombre de los alumnos se escribe sobre un trozo de papel. Todos los trozos se ponen en un sombrero. El profesor saca uno sin mirar. Señala la frase correcta:</p> <p>(A) Es más probable que el nombre sea de un niño que de una niña     ___</p> <p>(B) Es más probable que el nombre sea de una niña que de un niño     ___</p> <p>(C) Es igual de probable que sea un niño que una niña                     ___</p> <p>(D) No lo sé                                             ___</p>	<p>Compara las probabilidades de los sucesos elementales en un experimento aleatorio simple con dos resultados no equiprobables y la discriminación, por parte del alumno, entre sucesos equiprobables y no equiprobables.</p>
<p><b>Ítem 3:</b> La figura muestra dos discos (ruletas) que tienen agujas que una vez giradas se detienen y apuntan a un número. ¿Con qué disco es más fácil obtener un 3? Señala la respuesta correcta:</p>	<p>Compara la probabilidad de un mismo suceso en dos</p>

<p>(A) Es más fácil obtener 3 en el disco rojo <input type="checkbox"/></p> <p>(B) Es más fácil obtener 3 en el disco azul <input type="checkbox"/></p> <p>(C) Los dos discos dan la misma posibilidad de obtener 3 <input type="checkbox"/></p> <p>(D) No lo se <input type="checkbox"/></p> <p>¿Por qué eliges esa respuesta? .....</p>	 <p style="text-align: center;">ROJO                      AZUL</p>	<p>experimentos aleatorios diferentes, en el que cada uno consta de un número finito de sucesos equiprobables, aunque el número de sucesos no coincide en los dos experimentos.</p>
<p><b>Ítem 4:</b> Una moneda se lanza al aire cinco veces y sale CARA las cinco veces. Señala la frase que consideres correcta:</p> <p>(A) La próxima vez es más probable que otra vez salga CARA <input type="checkbox"/></p> <p>(B) La próxima vez es más probable que salga CRUZ <input type="checkbox"/></p> <p>(C) La próxima vez es igual de probable que salga CARA o CRUZ <input type="checkbox"/></p> <p>(D) No lo sé <input type="checkbox"/></p>		<p>Evalúa la percepción de la independencia de ensayos repetidos en las mismas condiciones.</p>
<p><b>Ítem 5:</b> Supón que dejamos caer muchas bolas en el conjunto de canales dibujado:</p> <p>Señala la frase que mejor describa dónde esperas tú que vayan las bolas.</p> <p>(A) Por cada canal pasará aproximadamente el mismo número de bolas <input type="checkbox"/></p> <p>(B) Por 2 pasarán aproximadamente el doble de bolas que por 1 ó 3 <input type="checkbox"/></p> <p>(C) Aproximadamente la mitad pasarán por 1 y la mitad por 3 <input type="checkbox"/></p> <p>(D) Unas pocas pasarán por 1, casi todas por 2 unas pocas por 3 <input type="checkbox"/></p>		<p>Compara las probabilidades de sucesos simples y compuestos en experimentos compuestos.</p>

(E) Ninguna de éstas	—	
<b>Ítem 6:</b> Olivia y Juana van a comprar un billete de lotería y sólo quedan dos números: el 123456 y el 378146. Olivia prefiere jugar al primero, porque dice que es más fácil que en un sorteo resulten los números consecutivos. Juana, por el contrario, opina que la lotería es algo azaroso y, por tanto, el número 378146 tiene más posibilidades de salir. ¿Cuál es tu opinión respecto a las dos actitudes, la de Olivia y la de Juana?		Compara dos probabilidades de sucesos elementales en experimentos compuestos en el que se introducen factores de tipo subjetivo.
<b>Ítem 7:</b> Pablo tiene 100 bolas blancas y 50 negras en una caja. Miguel tiene en su caja 200 bolas blancas y 100 negras. Sin mirar, cada uno toma una bola de su propia caja. Compara sus posibilidades de extraer una bola negra. Marca con una X la respuesta correcta: a) Pablo tiene mayor posibilidad de extraer una bola negra b) Miguel tiene mayor posibilidad de extraer una bola negra c) Sus posibilidades de extraer una bola negra son iguales d) Es imposible dar una respuesta con los datos del problema		Compara probabilidades simples de un mismo suceso en dos experimentos con sólo dos sucesos no equiprobables.
<b>Ítem 8:</b> Pilar tiene 10 años. En su caja hay 40 bolas blancas y 20 negras. Rosa tiene 8 años. En su caja hay 30 bolas blancas y 15 negras. Cada una saca una bola de su propia caja sin mirar. Rosa opina que Pilar tiene mayor posibilidad de extraer una bola blanca porque ella es mayor, y por tanto es la más inteligente de las dos. ¿Cuál es tu opinión sobre esto?		Compara probabilidades simples de un mismo suceso en dos experimentos con sólo dos sucesos no equiprobables.
<b>Ítem 9:</b> Se lanzan dos dados; si la suma de puntos obtenidos es mayor que siete el jugador gana; si vale siete, la tirada es nula, y si es inferior a siete, el jugador pierde ¿Cuál es la probabilidad de ganar? ¿Es		Trata la aplicación de la regla de Laplace en la que todos los

equitativo este juego?	sucesos elementales son igualmente probables.
<b>Ítem 10:</b> A un congreso de científicos asisten 100 congresistas. De ellos, 80 hablan francés y 40 inglés. ¿Cuál es la probabilidad de que 2 congresistas elegidos al azar no puedan entenderse sin intérprete?	Evalúa la aplicación de la regla de Laplace mediante el empleo de combinatoria.
<b>Ítem 11:</b> Supongamos que una urna contiene 3 bolas rojas y 2 blancas y nos preguntamos cuál será la probabilidad de que, tomando 3 bolas de la urna, sin reemplazamiento, las 3 sean rojas.	Trata la probabilidad de la intersección de sucesos dependientes.
<b>Ítem 12:</b> Cada uno de los motores de un avión puede averiarse durante un vuelo, con probabilidad 0,01. El avión puede continuar su vuelo si funcionan al menos la mitad de los motores. ¿Qué es más seguro, un avión de 2 o de 4 motores?	Compara probabilidades de experimentos compuestos e independientes.
<b>Ítem 13:</b> Analizando los distintos recursos didácticos disponibles para la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, ¿cuáles son los que has utilizado en tu proceso de enseñanza-aprendizaje?  (A) Libro de texto _____ (B) Calculadora _____ (C) Ambos _____ Otros _____ En caso de ser otros, ¿cuáles?	Conocer cuáles son los recursos didácticos empleados en el aula para el proceso de enseñanza-aprendizaje del azar y la probabilidad.
<b>Ítem 14:</b> ¿Qué recursos educativos en Internet sobre probabilidad conoces? ¿Los has utilizado en tu	

proceso de enseñanza-aprendizaje?	
<p><b>Ítem 15:</b> ¿Conoces el recurso didáctico LABAPC? En caso afirmativo, especificar para qué materia lo ha empleado y el porqué de su uso.</p> <p>(A) Sí <input type="checkbox"/></p> <p>(B) No <input type="checkbox"/></p> <p>Observaciones</p>	

Tabla 5.1 Conocimiento evaluado en los ítems del cuestionario.



## **ANEXO 6**

---

**CENTRO:** 135 - Facultad de Ciencias de la Educación

**TITULACIÓN:** 4017 - Grado en Educación Primaria

**ASIGNATURA:** 41720 - MATEMÁTICAS Y SU DIDÁCTICA III

Vinculado a : (Titulación - Asignatura - Especialidad)

4017-Grado en Educación Primaria - 41720-MATEMÁTICAS Y SU DIDÁCTICA III - 00

**CÓDIGO ULPGC:** 41720

**CÓDIGO UNESCO:** 1205.04

**MÓDULO:**

**MATERIA:**

**TIPO:** Obligatoria

**CRÉDITOS ECTS:** 6

**CURSO:** 3

**SEMESTRE:** 1º semestre

**LENGUA DE IMPARTICIÓN (Especificar créditos de cada lengua)**

**ESPAÑOL:** 6

**INGLÉS:**

## REQUISITOS PREVIOS

Los alumnos deben dominar conceptos, destrezas, algoritmos y estrategias básicas de las Matemáticas de Educación Primaria y de la Educación Secundaria Obligatoria.

## Plan de Enseñanza (Plan de trabajo del Profesor)

### Contribución de la asignatura al perfil profesional:

Las Matemáticas constituyen una disciplina fundamental en la formación del Graduado en Educación Primaria por ser una materia clave de su competencia profesional.

Debemos resaltar la importancia de una buena Educación Matemática y su papel en la formación de las personas. Son necesarias para el estudio de otras disciplinas, enseñan a pensar y constituyen parte de los cimientos sobre los que se construye un adulto libre y con capacidad de afrontar determinados cambios sociales.

El estudio de esta materia favorece la adquisición de las competencias matemáticas básicas y proporciona el conocimiento necesario sobre el currículum escolar. Permite analizar, razonar y comunicar propuestas didácticas en el ámbito de las Matemáticas, así como plantear y resolver problemas vinculados con la vida cotidiana que hagan significativos los contenidos de la materia. Proporciona conocimiento sobre la utilización didáctica de materiales de uso habitual y de aquellos específicamente diseñados para facilitar su enseñanza-aprendizaje en la Escuela Primaria. Matemáticas y su Didáctica III es una asignatura obligatoria de carácter didáctico- disciplinar que se imparte en tercer curso del Grado en Educación Primaria. Con una carga lectiva total de 6 créditos ECTS, está orientada a consolidar y profundizar la formación del futuro profesor de Educación Primaria en los contenidos de las Matemáticas básicas, en concreto, en el campo de la Estadística y del Azar y Probabilidad, y en los procesos implicados en su enseñanza y aprendizaje, a la vez que se hacen consideraciones sobre su enseñanza desde la perspectiva de los propios contenidos, la fenomenología y el empleo de recursos didácticos.

Por su carácter de asignatura instrumental, mantiene relación con las asignaturas de los Módulos de Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias Experimentales y de las Ciencias del Comportamiento.

Como materia que se ocupa de introducir los elementos básicos de una didáctica específica, se apoya, en las asignaturas de primer curso de tipo psicopedagógico.

Por último, procura establecer relaciones interdisciplinares, a través de sus distintos bloques de

contenidos, con distintas asignaturas, destacando de manera muy significativa las que están vinculadas a las Ciencias Sociales y al desarrollo de contenidos científicos.

### Competencias que tiene asignadas:

ED3. Desarrollar y evaluar contenidos del currículo mediante recursos didácticos apropiados y promover la adquisición de competencias básicas en los estudiantes.

ED4. Planificar y diseñar propuestas didácticas que utilicen el entorno como contexto de enseñanza-aprendizaje.

ED8. Adquirir competencias matemáticas básicas así como conocer su currículo escolar.

ED9. Plantear y resolver problemas matemáticos vinculados con la vida cotidiana.

EM20. Valorar la relación entre matemáticas y ciencia como uno de los pilares del pensamiento científico.

EM21. Conocer, utilizar y valorar aplicaciones informáticas para la organización del trabajo escolar y como herramientas o recursos en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la enseñanza primaria.

### Objetivos:

1. Comprender la importancia de la competencia numérica, dada su incidencia en el resto de los contenidos matemáticos y en la vida cotidiana.

2. Conocer las técnicas estadísticas básicas.

3. Utilizar las Matemáticas como instrumento de modelización de la realidad.

4. Conocer e integrar los aspectos científicos, culturales y sociales de las Matemáticas de la Educación Primaria.

5. Efectuar consultas y trabajo documental sobre el currículo de Matemáticas en la Educación Primaria y los aspectos generales de la Didáctica de las Matemáticas.

6. Manejar los medios, materiales, recursos didácticos y TIC que pueden usarse con efectividad en las Matemáticas de la Educación Primaria.

### Contenidos:

Tema 1. El Lenguaje de la Estadística y su didáctica.

1. Recorrido histórico. 2. Conceptos básicos. 3. Aplicaciones. La elaboración de encuestas. 4. Tablas y gráficas estadísticas. 5. Medidas de Centralización: media aritmética, media aritmética ponderada, moda y mediana. 6. Medidas de Posición: cuartiles, deciles y percentiles. 7. Medidas de Dispersión: recorrido, varianza, desviación típica y coeficiente de variación de Pearson. 8. La Resolución de Problemas. 9. Las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la Estadística. 10. El currículo de Estadística en Educación Primaria.

Tema 2. Azar y Probabilidad y su didáctica.

1. Recorrido histórico. 2. Conceptos básicos. 3. Enfoques de la probabilidad. 4. Razonamiento Combinatorio. 5. Modelos de Probabilidad. 6. La Resolución de Problemas. 7. Recursos didácticos e informáticos para la enseñanza y el aprendizaje del Azar y la Probabilidad. 8. El currículo de Probabilidad en Educación Primaria.

Tema 3. Variables estadísticas bidimensionales. Correlación. Regresión.

1. Variables bidimensionales. 2. La correlación. Tipos e interpretación. El coeficiente de correlación lineal de Pearson. 3. Regresión lineal. 4. La Resolución de Problemas. 5. Recursos informáticos.

## Tema 4. Inferencia estadística y su didáctica.

1. Muestreos. 2. Estimación de parámetros. 3. Contraste de hipótesis. 4. Usos de la inferencia estadística. 5. La Resolución de Problemas. 6. Recursos informáticos.

### Metodología:

#### 1. METODOLOGÍA DE LOS CRÉDITOS TEÓRICOS

El desarrollo del curso potenciará el protagonismo del alumno en su aprendizaje, y promoverá su trabajo autónomo que estará organizado mediante clases teóricas y atención tutelada.

En las Clases teóricas, el profesor presentará, orientará y sintetizará los temas del programa y guiará los análisis y las reflexiones de los alumnos, basados en las lecturas de los textos recomendados en la bibliografía; asimismo presentará y facilitará la comprensión de aquellos contenidos teóricos que tengan mayor complejidad.

La atención tutelada se desarrollará en:

- Seminarios y Talleres de supervisión y orientación en el aula: el profesor atenderá las cuestiones y dudas de los alumnos que participen, y presentará y contextualizará situaciones-problema sobre lo tratado en las clases teóricas y en el estudio independiente y orientará y supervisará el trabajo realizado por aquellos.
- Sesiones de Tutoría para resolver las dudas, ayudar en el estudio a los alumnos o grupos y hacer un seguimiento de las tareas propuestas.

Con objeto de guiar el trabajo de los alumnos, para cada tema se podrán suministrar guías de trabajo y hojas de actividades. Los alumnos realizarán las tareas encomendadas, trabajando en grupos cuando sea procedente, participarán en las puestas en común y desarrollarán y presentarán los trabajos elaborados empleando los medios tecnológicos adecuados.

#### 2. METODOLOGÍA DE LOS CRÉDITOS PRÁCTICOS

Se potenciarán las actividades prácticas en las que los alumnos utilizarán materiales didácticos y recursos informáticos, bajo la supervisión del profesor. Las Prácticas podrán realizarse en dos espacios diferenciados:

- Laboratorio de Didáctica de las Matemáticas.
- Aula de Informática Docente, en la que se realizarán prácticas empleando el ordenador.

El trabajo práctico potenciará la actuación de los alumnos, que trabajarán tanto de forma individual como en grupo. El profesor presentará las actividades, aclarará las dudas, animará el trabajo, y coordinará las puestas en común. Para ello, podrá valerse de una “Guía de Prácticas” con las instrucciones y actividades pertinentes.

En resumen, las Prácticas estarán referidas al desarrollo de las competencias asociadas a los temas de teoría y consistirán en:

- Resolución de problemas.
- Conocimiento y uso de materiales didácticos.
- Utilización del ordenador en la Sala de Informática Docente de la Facultad.

En las sesiones presenciales, para cada uno de los Bloques de contenido, se realizarán prácticas informáticas que complementarán la teoría. Se realizarán clases teóricas con apoyo informático, clases prácticas en el Aula de Informática con participación activa del alumnado y se utilizarán los medios del Campus Virtual.

### Criterios de evaluación

-----

#### 1. Observación del profesorado, Trabajos realizados por el estudiante y Pruebas orales:

- Participación e implicación en las actividades desarrolladas a lo largo del curso en las clases teóricas y prácticas, tutorías y seminarios.
- Cumplimiento de los requisitos indicados en cada una de las actividades desarrolladas.
- Calidad científica de las producciones.
- Corrección de la presentación escrita (orden, estructura,...).
- Capacidad de análisis, síntesis y crítica.
- Participación activa en el Campus Virtual.
- Rigor y fluidez en la comunicación oral.
- Prácticas con el Ordenador en la Sala de Informática docente.

#### 2. Pruebas escritas:

- Conocimiento y comprensión de los contenidos de la materia.
- Rigor y fluidez en la comunicación escrita.
- Orden y Ortografía correctos. Las incorrecciones gramaticales y una mala presentación podrán disminuir la puntuación.
- Aplicación de conceptos y procedimientos.

### Sistemas de evaluación

-----

Los instrumentos los clasificamos en dos grupos, a saber:

#### Grupo 1:

1.1 Instrumentos basados en la observación del profesorado: asistencia, participación y actitud en clase.

1.2 Prácticas estadísticas con el Ordenador, Actividades del Campus Virtual y Resolución de problemas relacionados con la Estadística, el Azar y la Probabilidad.

1.3 Seminario didáctico: exposiciones, debates y puestas en común.

#### Grupo 2:

2.1 Pruebas escritas: pruebas de desarrollo, pruebas objetivas o tests y pruebas mixtas.

### Criterios de calificación

-----

Cada uno de los apartados anteriores tendrá las siguientes calificaciones:

Grupo 1: 40% (4 puntos):

1.1 10% (1 punto).

1.2 20% (2 puntos).

1.3 10% (1 punto).

Grupo 2: 60% (6 puntos).

Para aprobar la asignatura, es necesario superar cada uno de los apartados anteriores, con una puntuación mínima de 2 puntos en el Grupo 1 y de 3 puntos en el Grupo 2.

En tal caso, la calificación final será la suma de las puntuaciones obtenidas en los dos apartados.

Estos criterios serán válidos para las convocatorias ordinaria, extraordinaria y especial. En el caso de que no se obtuviese como mínimo 2 puntos en el Grupo 1, se deberá presentar un trabajo científico con una puntuación máxima de 4 puntos.

## **Plan de Aprendizaje (Plan de trabajo del Estudiante)**

### **Tareas y actividades que realizará según distintos contextos profesionales (científico, profesional, institucional, social)**

Se desarrollarán las siguientes tareas y actividades:

- Conocimiento y uso de materiales didácticos.
- Utilización de documentos, artículos, libros electrónicos y software educativo disponible en Internet, relacionado con la Didáctica de las Matemáticas. Ello permitirá la búsqueda de información, la realización de actividades interactivas, comentarios y reseñas sobre material existente en la Red.
- Prácticas con programas informáticos vinculados con los contenidos de la asignatura (Excel y SPSS).
- Resolución de problemas relacionados con los contenidos matemáticos de la Educación Primaria.
- Lectura y análisis de textos sobre Educación matemática.
- Utilización del ordenador en la Sala de Informática Docente de la Facultad y en el Laboratorio de Didáctica de las Matemáticas.
- Participación activa en el Campus Virtual ULPGC.
- Preparación y exposición en clase de temas relacionados con la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Primaria.
- Lectura y análisis de documentos, artículos de revistas o capítulos de libros relacionados con el contenido de la asignatura.
- Análisis del currículum de Matemáticas de Educación Primaria.
- Actividades relacionadas con aplicaciones de las Matemáticas a la vida cotidiana.

### **Temporalización semanal de tareas y actividades (distribución de tiempos en distintas actividades y en presencialidad - no presencialidad)**

1. Actividades de trabajo presencial (2,4 créditos; 40%):

- 1.1. Clases teóricas, Seminarios, Talleres (1 crédito).
- 1.2. Clases prácticas (1 crédito).
- 1.3. Tutorías (0,2 créditos).
- 1.4. Evaluación (0,2 créditos).

2. Actividades de trabajo autónomo del alumnado (3,6 créditos; 60%):

- 2.1. Trabajos individuales (2,4 créditos).
- 2.2. Trabajos en grupo (1,2 créditos).

### **Recursos que tendrá que utilizar adecuadamente en cada uno de los contextos profesionales.**

El alumno tendrá que utilizar los siguientes recursos para la realización de las tareas y actividades programadas:

- Materiales didácticos para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas.
- Bibliografía.
- Uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en el proceso de Enseñanza y Aprendizaje.



- Campus Virtual.
- Artículos de revistas especializadas en Didáctica de las Matemáticas.
- Programas informáticos: Word, Excel, PowerPoint, SPSS y programas específicos para las Matemáticas y para la didáctica de las Matemáticas.
- Internet.

## **Resultados de aprendizaje que tendrá que alcanzar al finalizar las distintas tareas.**

1. Conocer y aplicar las competencias matemáticas básicas numéricas, de cálculo, estadísticas, de organización e interpretación de la información y de azar y probabilidad.

Objetivos: 1, 2, 3, 4.

Competencias: ED3, ED8, ED9.

Criterios de evaluación: 1, 2.

2. Manejar los contenidos matemáticos que le permitan desenvolverse con seguridad como docente en Educación Primaria.

Objetivos: 2, 3, 4, 5.

Competencias: ED3, ED4, ED8, ED9.

Criterios de evaluación: 1, 2.

3. Diseñar actividades de aula que relacionen las competencias matemáticas con otras competencias básicas.

Objetivos: 1, 3, 4, 5 6.

Competencias: ED3, ED4, ED9, EM20.

Criterios de evaluación: 1, 2.

4. Saber seleccionar e implementar en el aula recursos y materiales diversos (TIC, materiales didácticos, bibliográficos,...) que potencien el desarrollo de las competencias matemáticas.

Objetivos: 1, 2, 6.

Competencias: ED3, ED4, ED8, ED9.

Criterios de evaluación: 1, 2.

5. Analizar y resolver problemas vinculados con la vida cotidiana, siguiendo un proceso que implique comprensión, diseño, aplicación y revisión de éstos.

Objetivos: 1, 2, 3, 4.

Competencias: ED4, ED8, ED9, EM20.

Criterios de evaluación: 1, 2.

6. Diseñar, desarrollar y evaluar secuencias didácticas relativas a las Matemáticas de Educación Primaria, buscando una formación de calidad en competencias básicas.

Objetivos: 1, 4, 5, 6.

Competencias: ED3, ED4, ED8.

Criterios de evaluación: 1, 2.

## Plan Tutorial

### Atención presencial individualizada

Se aplicará una metodología de trabajo basada en tutorías individuales, en las que se resolverán todas las dudas planteadas por los alumnos. El horario de estas tutorías se publicará en los Tablones de Anuncios de la Facultad, así como en el Campus Virtual.

### Atención presencial a grupos de trabajo

Se aplicará una metodología de trabajo basada en tutorías, en donde se realizará un seguimiento y se supervisarán los trabajos de los estudiantes.

### Atención telefónica

Se utilizará, en algunas ocasiones, para resolver dudas relacionadas con la materia.

### Atención virtual (on-line)

Se responderán todas las cuestiones planteadas por los estudiantes en el Campus Virtual.

## Datos identificativos del profesorado que la imparte.

### Datos identificativos del profesorado que la imparte

**Víctor Manuel Hernández Suárez** (COORDINADOR)

**Departamento:** 275 - MATEMÁTICAS

**Ámbito:** 015 - Análisis Matemático

**Área:** 015 - Análisis Matemático

**Despacho:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928451757 **Correo Electrónico:** victor.hernandez@ulpgc.es

**FRANCISCO SIMEÓN CABRERA SUÁREZ**

**Departamento:** 275 - MATEMÁTICAS

**Ámbito:** 015 - Análisis Matemático

**Área:** 015 - Análisis Matemático

**Despacho:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** **Correo Electrónico:** franciscosimeon.cabrera@ulpgc.es

### Bibliografía

#### [1 Básico] Encuestas y precios /

*Andrés Nortes Checa.*

*Síntesis,, Madrid : (1987)*

*8477380031*

#### [2 Básico] Didáctica de estadística /

*Carmen Batanero.*

*Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada,, Granada : (2001)*

*84-699-4295-6*

---

**[3 Básico] Excel 2013: manual básico /**

*Francisco Pascual González.*

*(2014)*

*978-84-9964-503-2*

---

**[4 Básico] Matemáticas y su didáctica III /**

*Víctor Manuel Hernández Suárez, Agustín Morales González.*

*Universidad de las Palmas de Gran Canaria. Vicerrectorado de Profesorado y Planificación Académica., [Las Palmas de Gran Canaria] : (2013)*

*978-84-9042-068-3*

---

**[5 Recomendado] Didáctica de estadística y la probabilidad en secundaria: experimentos motivadores /**

*Almudena Pajares García, Venancio Tomeo Perucha.*

*Universidad Complutense de Madrid., Madrid : (2009)*

---

**[6 Recomendado] Matemáticas para maestros de Educación Primaria /**

*coordinadores: Isidoro Segovia Alez, Luis Rico Romero.*

*Pirámide., Madrid : (2011)*

*978-84-368-2565-7*

---

**[7 Recomendado] Investigaciones actuales en educación estadística y formación de profesores /**

*edita, Juan José Ortiz.*

*Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada., Granada : (2011)*

---

**[8 Recomendado] Principios didácticos e históricos para la enseñanza de la matemática /**

*Javier Peralta.*

*Huerga y Fierro., Madrid : (1995)*

*8488564503*

---

**[9 Recomendado] Estadística básica aplicada a la educación /**

*Juan Carlos Sánchez Huete.*

*CCS., Madrid : (2006)*

*978-84-9842-080-7*

---

**[10 Recomendado] Azar y probabilidad: fundamentos didácticos y propuestas curriculares /**

*Juan Díaz Godino, M<sup>a</sup> del Carmen Batanero Bernabéu, M<sup>a</sup> Jesús Cañizares Castellanos.*

*Síntesis., Madrid : (1988)*

*8477380252*

---

**[11 Recomendado] Análisis descriptivo de datos de educación /**

*Juan Etxeberría Murgiondo, Francisco Javier Tejedor Tejedor.*

*La Muralla., Madrid : (2005)*

*8471337495*

---

**[12 Recomendado] La estadística en comic /**

*Larry Gonick y Woollcott Smith.*

*Zendrer Zariquiey., Barcelona : (1999)*

*8484180417*

---

**[13 Recomendado] Razonamiento combinatorio /**

*M. Carmen Batanero, Juan Díaz Godino, Virginia Navarro-Pelayo.*

*Síntesis., Madrid : (1994)*

*8477382298*

---

---

**[14 Recomendado] Actividades sobre azar y probabilidad /**

*M<sup>a</sup> Concepción de la Cruz López, Carlos González García, Jesús Llorente Medrano.*

*Ministerio de Educación y Ciencia ;, Madrid : (1993)*

*8427710267*

---

**[15 Recomendado] Resolución de problemas de estadística aplicada a las ciencias sociales: (guía práctica para profesores y alumnos) /**

*María José Fernández Díaz ... et al.*

*Síntesis,, Madrid : (2007) - ([4<sup>a</sup> reimp.].)*

*978-84-773810-0-6*

---

**[16 Recomendado] Lectura e interpretación de gráficas cartesianas y estadísticas /**

*Martín Manuel Socas Robayna ... et al.*

*Dirección General de Ordenación e Innovación Educativa,, Santa Cruz de Tenerife : (1996)*

*848309021X*

---

**[17 Recomendado] Las probabilidades en la escuela /**

*Maurice Glaymann, Tamás Varga.*

*Teide,, Barcelona : (1975)*

*8430726993*

---

**[18 Recomendado] Didáctica de las matemáticas para maestros: manual para el estudiante /**

*Proyecto Edumat-Maestros ; director, Juan D. Godino.*

*Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada,, Granada : (2004)*

*84-933517-1-7*

---

**[19 Recomendado] Matemáticas para maestros: manual para el estudiante /**

*Proyecto Edumat-Maestros ; director, Juan D. Godino.*

*Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada,, Granada : (2004)*

*84-933517-2-5*

---

**[20 Recomendado] Estadística aplicada a la educación /**

*Ramón Pérez Juste ... [et. al.].*

*Pearson ;, Madrid : (2009)*

*978-84-362-5920-9 (UNED)*

---



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

GUÍA DOCENTE

CURSO: 2011/12

## 15125 - COMPLEMENTOS DE MATEMÁTICAS

**ASIGNATURA:** 15125 - COMPLEMENTOS DE MATEMÁTICAS

**CENTRO:** Escuela de Arquitectura

**TITULACIÓN:** Arquitecto

**DEPARTAMENTO:** MATEMÁTICAS

**ÁREA:** Matemática Aplicada

**PLAN:** 10 - Año 2001 **ESPECIALIDAD:**

**CURSO:** Primer curso

**IMPARTIDA:** Primer cuatrimestre

**TIPO:** Obligatoria

**CRÉDITOS:** 4,5

**TEÓRICOS:** 3

**PRÁCTICOS:** 1,5

### Descriptorios B.O.E.

Álgebra, Cálculo. Ecuaciones diferenciales. Geometría métrica, diferencial y analítica. Cálculo numérico. Estadística.

### Temario

Algebra:

Tema 1- Estructuras Algebraicas: Espacio Vectorial. (2 horas)

Tema 2- Algebra Matricial y Determinantes. (3 horas)

Tema 3- Discusión y Resolución de Sistemas. (4 horas)

Tema 4- Soluciones Aproximadas: Ajuste por Mínimos Cuadrados. (2 horas)

Tema 5- Diagonalización de Matrices: Aplicaciones Lineales (3 horas)

Tema 6- Diagonalización de Formas Cuadráticas (2 horas)

Estadística:

Tema 7- Estadística Descriptiva: Datos, Medidas de Centralización y Medidas de Dispersión, Grificación. (4 horas)

Tema 8- Regresión y Correlación. Ajuste. (3 horas)

Tema 9 - Conceptos Básicos de la Teoría de Probabilidad. Combinatoria. (3 horas)

Tema 10- Variables Aleatorias y distribuciones de probabilidad. (2 horas)

Tema 11- Muestreo. Intervalos de confianza y contrastes de hipótesis. (2 horas)

### Objetivos

Que el alumno conozca, entienda y sea capaz de utilizar los conceptos algebraicos y estadísticos básicos con uso y aplicación tecnológica en la Arquitectura así como las herramientas algebraicas y estadísticas usadas por otras materias de la carrera. También se considerarán los aspectos estéticos y de diseño que aportan las Matemáticas a una carrera de fuerte contenido artístico como es la Arquitectura

### Metodología

Se realizarán tutorías personalizadas y también tutorías en grupo a fin de optimizar los recursos temporales disponibles.

## Criterios de Evaluación

Examen escrito de conocimientos formado por cuestiones teórico prácticas.  
Apartados específicos, dentro del examen, sobre problemas concretos.

## Descripción de las Prácticas

## Bibliografía

### [1 Básico] Teoría y problemas de matrices /

*Frank Ayres ; traducción y adaptación, Luis Gutiérrez Díez, Angel Gutiérrez Vázquez.*  
*McGraw-Hill,, México : (1986)*  
9684511906

### [2 Básico] Álgebra lineal.

*Grossman, Stanley I.*  
*Grupo Editorial Iberoamérica,, México : (1988) - (2ª ed.)*  
968727039X

### [3 Básico] Ejercicios de álgebra y estadística para estudiantes de arquitectura e ingeniería /

*Manuel J. Galán Moreno, Luis Álvarez Álvarez, Javier J. Sánchez Medina.*  
*Los autores,, Las Palmas de Gran Canaria : (2007)*  
978-84-690-7458-9

### [4 Recomendado] Lecciones de álgebra y geometría: curso para estudiantes de arquitectura /

*Claudi Alsina y Enric Trillas.*  
*Gustavo Gili,, Barcelona : (1984) - ([ 2 ].)*  
8425211875

### [5 Recomendado] Aplicaciones de álgebra lineal.

*Grossman, Stanley I.*  
*McGraw-Hill,, México : (1992) - (4ª ed.)*  
9701000900

### [6 Recomendado] Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes /

*Matila C. Ghyka ; traducido por J. Bosch Bousquet.*  
*Poseidon,, Barcelona : (1983) - (3ª ed.)*  
8485083067

## Equipo Docente

**MANUEL JESÚS GALÁN MORENO**

(COORDINADOR)

**Categoría:** TITULAR DE UNIVERSIDAD

**Departamento:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928451042

**Correo Electrónico:** manueljesus.galan@ulpgc.es

## Resumen en Inglés

Objectives:

- Learn the fundamentals of Linear Algebra and Statistics as a tool for the technical aspects of the Study of Architecture.
- Learn to integrate the aesthetic and artistic contribution of Mathematics into Architecture.



**Methodology:**

Theoretical lectures and sessions of practical exercises. Personal and group attendance of doubts and questions.

**Evaluation:**

Written test. For the ordinary exam an optional personal work can be considered (with fixed term of delivery, format and title); special involvement in study groups can be considered, too.



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

GUÍA DOCENTE

CURSO: 2014/15

## 41910 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS EN INGENIERÍA

**CENTRO:** 105 - Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles

**TITULACIÓN:** 4019 - Grado en Ingeniería Civil

**ASIGNATURA:** 41910 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS EN INGENIERÍA

Vinculado a : (Titulación - Asignatura - Especialidad)

4019-Grado en Ingeniería Civil - 45400-MÉTODOS ESTADÍSTICOS EN INGENIERÍA - 01

4019-Grado en Ingeniería Civil - 45400-MÉTODOS ESTADÍSTICOS EN INGENIERÍA - 03

4021-Grado en Ingeniería Geomática y Topografía - 42110-MÉTODOS ESTADÍSTICOS EN INGENIERÍA - 00

**CÓDIGO ULPGC:** 41910

**CÓDIGO UNESCO:** 41910

**MÓDULO:** FORMACIÓN BÁSICA

**MATERIA:** MATEMÁTICAS

**TIPO:** Básica de Rama

**CRÉDITOS ECTS:** 6

**CURSO:** 2

**SEMESTRE:** 1º semestre

**LENGUA DE IMPARTICIÓN (Especificar créditos de cada lengua)**

**ESPAÑOL:** 5

**INGLÉS:** 1

### REQUISITOS PREVIOS

Resulta muy conveniente haber cursado y aprobado con aprovechamiento las asignaturas de Cálculo I, Álgebra y Cálculo II, impartidas en el Primer Curso.

### Plan de Enseñanza (Plan de trabajo del Profesor)

### Contribución de la asignatura al perfil profesional:

La asignatura dota al graduado de las herramientas metodológicas y prácticas necesarias para la recogida, análisis e interpretación de datos, así como para la revisión crítica de resultados experimentales u observacionales.

### Competencias que tiene asignadas:

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS:

EB1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría ; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica, estadística y optimización.

(las competencias que se adquieren en esta asignatura son: estadística y optimización).

T8 - Organizar y planificar el tiempo y el trabajo tanto individual como en equipo.

T9 - Desarrollar una actitud crítica y de autocrítica que le permita cuestionar los planteamientos propuestos y sugerir nuevas soluciones.

T10 - Utilización de idioma extranjero con nivel adecuado.

## Objetivos:

Se pretende que el alumno adquiriera conocimientos sobre:

O. Conocer las medidas de posición y dispersión, así como las representaciones gráficas de una base de datos.

I. Comprender los conceptos de probabilidad y variable aleatoria y las distribuciones de probabilidad en variables discretas y continuas, especialmente la distribución gaussiana para el estudio de la teoría de errores.

II. Saber obtener los intervalos de confianza para los parámetros desconocidos con el error de estimación. Además ser capaz de contrastar una hipótesis que se presente en problemas de ingeniería.

III. Ser capaz de analizar si existe correlación entre variables y hacer predicciones a través de la regresión lineal.

En resumen:

Que el graduado adquiriera las herramientas metodológicas y prácticas necesarias para la recogida, análisis e interpretación de datos, así como para la revisión crítica de resultados experimentales u observacionales.

## Contenidos:

- Muestreo y estadística descriptiva.
- Probabilidad.
- Propagación de errores.
- Variables aleatorias. Distribuciones comúnmente utilizadas.
- Simulación de variables aleatorias.
- Estimación Puntual y por Intervalos de Confianza. Contrastes de hipótesis.
- Correlación y Regresión.
- Experimentos factoriales.
- Análisis de la Varianza.

### CAPITULO 0. INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA.

Tema 0: Estadística Exploratoria.

Medidas de posición y dispersión, así como las representaciones gráficas de una base de datos.

An Introduction to R is based on the former "Notes on R", gives an introduction to the language and how to use R for doing statistical analysis and graphics.

### CAPITULO I. PROBABILIDAD.

Tema 1: Probabilidad.

Tema 2: Variables aleatorias y distribuciones de probabilidad.

Distribuciones de probabilidad en variables discretas y continuas, distribución binomial, hipergeométrica, uniforme, exponencial, normal, etc. Propagación de errores aleatorios.

Probability distributions.

### CAPITULO II. INFERENCIA ESTADÍSTICA.

Tema 3: Estimación puntual y por intervalos de confianza.

Tema 4: Contrastes de hipótesis.

Estimación de parámetros y comparación de los métodos, errores en la estimación. Contraste de hipótesis en problemas de ingeniería.

Contrasts in R.

### CAPITULO III. MODELOS DE ANÁLISIS DE DATOS.

Tema 5: Análisis de la varianza.

Tema 6: Correlación y Regresión lineal.

Comparación de medias en poblaciones. Existencia de correlación entre variables y predicción en regresión lineal.

Analysis of variance and model comparison.

## Metodología:

Se impartirán en el aula clases teóricas (AF1. Sesiones presenciales de exposición de los contenidos) y de problemas (AF2. Sesiones presenciales de trabajo práctico en el aula). En las clases prácticas, en el laboratorio de informática, se les formará en el manejo de un software para el análisis de datos, debiendo cumplimentar y enviar al entorno virtual de la asignatura un cuestionario al finalizar cada práctica (AF6. Actividad presencial: talleres). En estas clases prácticas el alumno manejará el software en inglés.

Los estudiantes, individualmente, deberán:

- Responder a los 3 test de respuesta múltiple que se propondrán en el aula a lo largo del curso.(AF7. Actividad presencial: Pruebas de evaluación)
- Entregar, a lo largo del curso, 2 tareas que deberán enviar al entorno virtual de la asignatura.(AF12. Actividad no presencial: Realización de pruebas de autoevaluación).
- Desarrollar por escrito un examen teórico-práctico al finalizar el desarrollo de la asignatura.

Los estudiantes podrán asistir a tutorías (AF4. Actividad presencial: Tutorías) o pedir asesoramiento por el entorno virtual (AF13. Actividad no presencial: Tutorías virtuales).

## Evaluación:

Criterios de evaluación

Las fuentes para la evaluación se distribuirán de la siguiente manera:

- 1.- Realización de 3 Test de respuesta múltiple que se cumplimentarán en el aula.
- 2.- Resolución de 2 tareas (colección de problemas prácticos) que el estudiante tendrá el entorno virtual de la asignatura y deberá enviar las respuestas a través del Moodle, en el entorno virtual de la asignatura.
- 3.- Asistencia y correcta realización de las prácticas de laboratorio de informática cuyos resultados se entregarán a través del Moodle, en el entorno virtual de la asignatura.
- 4.- Examen final escrito, de contenido teórico-práctico.

SE ACUMULAN LAS CALIFICACIONES SI EN EL EXAMEN FINAL ESCRITO SE OBTIENE AL MENOS TRES DE LOS SEIS PUNTOS Y MEDIO QUE SUPONE LA NOTA DEL MISMO.

Sistemas de evaluación

Hay un único sistema de evaluación que consiste en valorar las fuentes para la evaluación, establecidas en el apartado anterior, en las proporciones que se describen en el siguiente apartado de Criterios de Calificación.

El examen final consta de dos partes: Una prueba objetiva con preguntas teórico-prácticas. Y un

examen escrito de problemas.

El sistema de evaluación es el mismo en todas las convocatorias. Las notas de todas las actividades se guardan hasta la convocatoria especial. Las notas de las prácticas aprobadas se guardan durante dos años.

Criterios de calificación

-----  
**TESTS DE RESPUESTA MÚLTIPLE**

Primer test de respuesta múltiple: 5%

Segundo test de respuesta múltiple: 5%

Tercer test de respuesta múltiple: 5%

**TAREAS**

1ª Tarea :5%

2ª Tarea :5%

**PRÁCTICAS DE LABORATORIO**

Asistencia y participación en las prácticas de laboratorio de informática: 10%

**EXAMEN ESCRITO TEÓRICO-PRÁCTICO**

El examen final: 15% prueba objetiva y 50% examen de problemas= 65%

Los criterios de evaluación son los mismos en todas las convocatorias.

**NOTA IMPORTANTE: SE ACUMULAN LAS CALIFICACIONES SI EN EL EXAMEN FINAL ESCRITO SE OBTIENE AL MENOS TRES DE LOS SEIS PUNTOS Y MEDIO QUE SUPONE LA NOTA DEL MISMO.**

**Plan de Aprendizaje (Plan de trabajo del Estudiante)**

**Tareas y actividades que realizará según distintos contextos profesionales (científico, profesional, institucional, social)**

Las actividades presenciales consistirán en:

- la realización de problemas relacionados con los contenidos de la asignatura, y
- prácticas de ordenador relacionadas con los contenidos de la asignatura, donde se introducirá al alumno en el uso de un software estadístico para el tratamiento de datos.

Las actividades no presenciales consistirán en:

- el repaso de los contenidos de la asignatura vistos en clase,
- la realización de problemas propuestos relacionados con los contenidos de la asignatura, y
- la realización de dos tareas de tratamiento de datos con un software estadístico introducido en las prácticas de laboratorio.

**Temporalización semanal de tareas y actividades (distribución de tiempos en distintas actividades y en presencialidad - no presencialidad)**

Tema	HT	HP	HL	HTAA	Semana
An introduction to R	3	0	0	4	1
T0: Estadística Exploratoria	2	2	1	8	2-3
Test 1 (T0)	0	1	0	2	3
T1: Probabilidad	2	4	1	8	4-5
Tarea 1 (T0+T1)	0	0	0	2	5
T2: V.A. y D.P	5	6	1	14	6-8

Test 2 (T1+T2)	0	1	0	3	9
T3: E.P. e I.C	2	4	1	8	9-10
T4: Contrastes de Hipótesis					
	3	4	1	7	11-12
Test 3 (T3+T4)	0	1	0	3	13
T5: Análisis de la varianza					
	1	2	1	2	13
T6: Correlación y Regresión					
	3	5	1	15	14-15
Tarea 2					
(T2 a T6)	0	0	0	2	15
Examen de Convocatoria					
	0	2	0		12
Total horas	21	32	7		90

donde: HT=Horas de teoría; HP = Horas de problemas;  
HL = Horas de Laboratorio; HTAA = Horas de trabajo autónomo del alumno.

### Recursos que tendrá que utilizar adecuadamente en cada uno de los contextos profesionales.

Uso de software estadístico, uso de recursos disponibles en la Web, la mayor parte está en inglés, para la formación e información relacionada con los contenidos de la materia.

### Resultados de aprendizaje que tendrá que alcanzar al finalizar las distintas tareas.

- Sintetizar la información muestral mediante parámetros estadísticos.
- Conocer y aplicar las distribuciones de probabilidades más usuales.
- Aplicar las técnicas de inferencia estadística para estimación de parámetros.
- Aplicar correctamente los modelos básicos de regresión e interpretar los resultados.

## Plan Tutorial

### Atención presencial individualizada

Se realizará durante el horario de tutorías del profesorado, así como durante las sesiones de prácticas.

### Atención presencial a grupos de trabajo

Se realizará durante el horario de tutorías del profesorado, así como durante las sesiones de prácticas.

### Atención telefónica

Se podrá realizar durante el horario de tutorías en el teléfono del despacho del profesor.

### Atención virtual (on-line)

Se realizará a través del Campus Virtual de la ULPGC.

## Datos identificativos del profesorado que la imparte.

### Datos identificativos del profesorado que la imparte

**Carmelo Herrera Sánchez**

**Departamento:** 275 - MATEMÁTICAS

**Ámbito:** 265 - Estadística E Investigación Operativa

**Área:** 265 - Estadística E Investigación Operativa

**Despacho:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928458824    **Correo Electrónico:** *carmelo.herrera@ulpgc.es*

### Bibliografía

---

#### [1 Básico] Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería /

*Douglas C. Montgomery, George C. Runger.*

*McGraw-Hill,, México : (1996)*

*9701010175*

---

#### [2 Básico] Métodos estadísticos /

*Juan J. González H... [ et al.].*

*Universidad,, Las Palmas de Gran Canaria : (2004)*

---

#### [3 Básico] Teoría y problemas de probabilidad y estadística /

*Murray R. Spiegel.*

*McGraw-Hill,, México : (1991)*

*9684229232*

---

#### [4 Básico] Métodos estadísticos /

*Pedro Saavedra Santana, Carmen Nieves Hernández Flores, Juan Artilés Romero.*

*Universidad de Las Palmas de Gran Canaria,, [Gran Canaria] : (2003)*

*8496131033*

---

#### [5 Recomendado] Probabilidad y estadística para ingenieros /

*Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers.*

*Prentice Hall,, México : (1999) - (6ª ed.)*

*9701702646*





UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

GUÍA DOCENTE

CURSO: 2014/15

## 44210 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS EN INGENIERÍA

**CENTRO:** 105 - Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles

**TITULACIÓN:** 4040 - Grado en Ingeniería Eléctrica

**ASIGNATURA:** 44210 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS EN INGENIERÍA

Vinculado a : (Titulación - Asignatura - Especialidad)

4041-Grado en Ingeniería Electrónica Indus. y - 44310-MÉTODOS ESTADÍSTICOS EN INGENIERÍA - 00

4042-Grado en Ingeniería Mecánica - 44510-MÉTODOS ESTADÍSTICOS EN INGENIERÍA - 00

4043-Grado en Ingeniería Química Industrial - 44410-MÉTODOS ESTADÍSTICOS EN INGENIERÍA - 00

**CÓDIGO ULPGC:** 44210

**CÓDIGO UNESCO:** 1208-1209

**MÓDULO:**

**MATERIA:** MATEMÁTICAS

**TIPO:** Básica de Rama

**CRÉDITOS ECTS:** 6

**CURSO:** 2

**SEMESTRE:** 1º semestre

**LENGUA DE IMPARTICIÓN (Especificar créditos de cada lengua)**

**ESPAÑOL:** 6

**INGLÉS:**

### REQUISITOS PREVIOS

Sería conveniente que el estudiante haya cursado con éxito las asignaturas de Cálculo I, Álgebra y Cálculo II, de la materia Matemáticas del módulo Formación Básica, que se imparten en el Primer Curso del grado, y que se desenvuelva con soltura en las destrezas y conocimientos de las mismas.

### Plan de Enseñanza (Plan de trabajo del Profesor)

#### Contribución de la asignatura al perfil profesional:

La asignatura pretende dotar al graduado de las herramientas metodológicas y prácticas necesarias para la recogida, análisis e interpretación de datos, así como para la revisión crítica de resultados experimentales u observacionales.

#### Competencias que tiene asignadas:

Competencias específicas:

MB1. Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

Competencias de la titulación:

T3. Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

T4. Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, razonamiento crítico y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas.

Competencias genéricas o transversales:

### G3. COMUNICACIÓN EFICAZ ORAL Y ESCRITA.

Comunicarse de forma oral y escrita con otras personas sobre los resultados del aprendizaje, de la elaboración del pensamiento y de la toma de decisiones; participar en debates sobre temas de la propia especialidad.

### G5. USO SOLVENTE DE LOS RECURSOS DE INFORMACIÓN.

Gestionar la adquisición, la estructuración, el análisis y la visualización de datos e información en el ámbito de la especialidad y valorar de forma crítica los resultados de esta gestión por ordenador.

Competencias nucleares:

N1. Comunicarse de forma adecuada y respetuosa con diferentes audiencias (clientes, colaboradores, promotores, agentes sociales, etc.), utilizando los soportes y vías de comunicación más apropiados (especialmente las nuevas tecnologías de la información y la comunicación) de modo que pueda llegar a comprender los intereses, necesidades y preocupaciones de las personas y organizaciones, así como expresar claramente el sentido de la misión que tiene encomendada y la forma en que puede contribuir, con sus competencias y conocimientos profesionales, a la satisfacción de esos intereses, necesidades y preocupaciones.

#### **Objetivos:**

Que el graduado adquiera las herramientas metodológicas y prácticas necesarias para la recogida, análisis e interpretación de datos, así como para la revisión crítica de resultados experimentales u observados.

#### **Contenidos:**

En la memoria de verificación del título aparecen como contenidos de ésta asignatura, los siguientes:

- Estadística descriptiva.
- Inferencia estadística (Estimación de parámetros mediante intervalos de confianza y contrastes de hipótesis).
- Técnicas de tratamiento de datos y análisis de datos.
- Estudio de modelos aplicados a la Ingeniería Industrial.
- Control estadístico de calidad.

#### **Metodología:**

Cada semana las clases teóricas y de problemas se impartirán en el aula asignada por la EIIC, mientras que las clases prácticas se impartirán en el aula de informática que asigne la EIIC. En las clases prácticas se formará al estudiante en el manejo de un software para el tratamiento y análisis de datos, debiendo cumplimentar y enviar al entorno virtual de la asignatura un cuestionario al finalizar cada práctica.

A continuación se relacionan las actividades formativas que se realizarán con su contenido en

ECTS, su metodología de enseñanza y aprendizaje y su relación con las competencias que debe adquirir el estudiante:

Actividades	Créditos ECTS	Competencias
De teoría: AF1, AF4, AF8	2	MB1, T3, G3-N1
Prácticas: AF2, AF3, AF8, AF9, AF10	2	MB1,T3,T4,G5,N1
De evaluación y seguimiento: AF4, AF7, AF11, AF12	2	MB1,T3,T4,G3,G5,N1

Donde:

- AF1. Sesión presencial: de exposición de los contenidos.
- AF2. Sesión presencial: de trabajo práctico en el aula.
- AF3. Sesión presencial: de trabajo práctico en el laboratorio.
- AF4. Actividad Presencial: Tutoría.
- AF7. Actividad presencial: Prueba de evaluación.
- AF8. Actividad no presencial: Búsqueda de información.
- AF9. Actividad no presencial: Redacción de informes de laboratorio.
- AF10. Actividad no presencial: Actividades dirigidas.
- AF11. Actividad no presencial: Trabajo autónomo.
- AF12. Actividad no presencial: Realización de pruebas de autoevaluación.

## Evaluación:

Criterios de evaluación

Las fuentes para la evaluación se distribuirán de la siguiente manera:

- 1.- Realización de 3 Test de respuesta múltiple que se cumplimentarán en el aula.
- 2.- Resolución de 2 Tareas (colección de problemas prácticos), que el estudiante recibirá en su correo electrónico o podrá bajarse desde el entorno virtual de la asignatura, y cuyo cuestionario, una vez cumplimentado, deberá subir al entorno virtual de la asignatura.
- 3.- Asistencia y correcta realización de las prácticas propuestas en el Laboratorio de Informática cuyos informes (cuestionarios) serán subidos al entorno virtual de la asignatura, una vez cumplimentados.
- 4.- Examen escrito de contenido teórico-práctico.

Los criterios de evaluación, en función de la fuente de evaluación, serán:

- 1.- Test:  
Dominio de los conocimientos teóricos y prácticos de la materia.

Una pregunta mal contestada resta 1/3 de una pregunta bien contestada.

## 2.- Tareas:

- Identificación correcta de la tarea a resolver.
- Interpretación correcta de los datos de cada tarea.
- Utilización precisa de los resultados teóricos para realizar la tarea.
- Manejo del software elegido para el análisis de datos.
- Interpretación correcta de los resultados obtenidos.
- Cumplimentación correcta del cuestionario facilitado en cada tarea.

## 3.- Clases prácticas de laboratorio:

- Asistencia.
- Puntualidad.
- Actitud participativa.
- Claridad en la exposición de dudas.
- Actitud de respeto hacia los compañeros y el profesor.
- Manejo del software elegido para el análisis de datos.
- Cumplimentación correcta del cuestionario facilitado en cada práctica.

## 4.- Examen escrito:

- Dominio de los conocimientos teóricos y prácticos de la asignatura.
- Explicación correcta y detallada de cada ejercicio realizado. La puntuación y la ortografía son correctas.
- Procedimiento adoptado adecuado a lo explicado en clase y al tipo de ejercicio planteado.
- Resultado correcto del ejercicio.
- Interpretación correcta del resultado.

## Sistemas de evaluación

-----

Hay un único sistema de evaluación que consiste en valorar las fuentes para la evaluación, establecidas en el apartado anterior, en las proporciones que se describen en el siguiente apartado de Criterios de Calificación.

## Criterios de calificación

-----

### TESTS DE RESPUESTA MÚLTIPLE

- Primer test de respuesta múltiple: 5%
- Segundo test de respuesta múltiple: 5%
- Tercer test de respuesta múltiple: 5%

### TAREAS

- 1ª Tarea :5%
- 2ª Tarea :5%

### PRÁCTICAS DE LABORATORIO

Asistencia y participación en las prácticas de laboratorio de informática: 10%

### EXAMEN ESCRITO TEÓRICO-PRÁCTICO

El examen final: 65%

**NOTA IMPORTANTE: UNA CONDICIÓN NECESARIA PARA PROCEDER AL COMPUTO DE LA NOTA FINAL, ES QUE EL ESTUDIANTE HAYA OBTENIDO, EN EL EXAMEN ESCRITO, AL MENOS TRES DE LOS SEIS PUNTOS Y MEDIO QUE SUPONE LA NOTA DEL MISMO. LA VIGENCIA DE ESTE PROYECTO DOCENTE ABARCA EL PRESENTE**

**Plan de Aprendizaje (Plan de trabajo del Estudiante)**

**Tareas y actividades que realizará según distintos contextos profesionales (científico, profesional, institucional, social)**

Las actividades presenciales consistirán en:

- la realización de problemas relacionados con los contenidos de la asignatura, y
- prácticas de ordenador relacionadas con los contenidos de la asignatura, donde se introducirá al alumno en el uso de un software estadístico para el tratamiento y análisis de datos.

Las actividades no presenciales consistirán en:

- el repaso de los contenidos de la asignatura vistos en clase,
- la realización de problemas propuestos relacionados con los contenidos de la asignatura, y
- la realización de dos tareas de tratamiento de datos con un software estadístico introducido en las prácticas de laboratorio.

**Temporalización semanal de tareas y actividades (distribución de tiempos en distintas actividades y en presencialidad - no presencialidad)**

Tema; Teoría; PA; PL; NP; Semana

Presentación + Introducción a R; 3; -; -; 4; 1

T0: Estadística Exploratoria; 3; 4; 2; 10; 2-3

Test 1 (T0); -; 1; -; 2; 4

T1: Probabilidad; 2; 4; 1; 8; 4-5

Tarea 1 (T0+T1); -; -; -; 2; 5

T2: V.A. y D.P.; 5; 6; 1; 14; 6-8

Test 2 (T1+T2); -; 1; -; 3; 9

T3: E.P. e I.C.; 2; 4; 1; 8; 9-10

T4: Contrastes de Hipótesis; 3; 4; 1; 7; 11-12

Test 3 (T3+T4); -; 1; -; 3; 13

T5: Correlación y Regresión; 3; 5; 1; 15; 13-15

Tarea 2 (T2+T3+T4+T5); -; -; -; 2; 15

Examen de Convocatoria; -; 2; -; 12;

Total horas; 21; 32; 7; 90;

donde: PA = Práctica Aula; PL = Práctica Laboratorio; NP = No Presencial

### **Recursos que tendrá que utilizar adecuadamente en cada uno de los contextos profesionales.**

Uso de software estadístico, uso de los recursos disponibles en la Web para su formación e información relacionada con los contenidos de la materia.

### **Resultados de aprendizaje que tendrá que alcanzar al finalizar las distintas tareas.**

1. Aprender a sintetizar la información muestral mediante parámetros estadísticos.
2. Conocer las distribuciones de probabilidad más usuales, identificarlas y trabajar con ellas en problemas de aplicación.
3. Aplicar las técnicas de inferencia estadística para la estimación de parámetros mediante intervalos de confianza y realizar contrastes de hipótesis.
4. Aplicar correctamente los modelos básicos de regresión lineal e interpretar los resultados.
5. Adquirir destreza en el uso de herramientas de software estadístico.

## **Plan Tutorial**

### **Atención presencial individualizada**

El estudiante será citado periódicamente a tutoría para orientarle en su proceso de aprendizaje. No hay que olvidar que se potencia la autonomía del aprendizaje, pero hay que pensar que el alumno puede aprender mal, lo que se evita a través del seguimiento individualizado de su desarrollo en las tutorías. Esta herramienta también es imprescindible para culminar con éxito estrategias como el aprendizaje basado en problemas, los trabajos en grupo, las exposiciones orales, etc.

### **Atención presencial a grupos de trabajo**

No se prevé la formación de grupos de trabajo.

### **Atención telefónica**

El estudiante podrá realizar consultas telefónicas, en el horario de tutorías presenciales, llamando al número de teléfono del despacho donde tienen lugar dichas tutorías.

### **Atención virtual (on-line)**

A través del Aula Virtual de la asignatura, los estudiantes tendrán acceso a Tutorías Virtuales para plantear y resolver sus dudas.

## Datos identificativos del profesorado que la imparte.

### Datos identificativos del profesorado que la imparte

#### JUAN ROCHA MARTÍN

(COORDINADOR)

**Departamento:** 275 - MATEMÁTICAS

**Ámbito:** 265 - Estadística E Investigación Operativa

**Área:** 265 - Estadística E Investigación Operativa

**Despacho:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:**

**Correo Electrónico:** [juan.rocha@ulpgc.es](mailto:juan.rocha@ulpgc.es)

#### María del Pino Quintana Montesdeoca

**Departamento:** 275 - MATEMÁTICAS

**Ámbito:** 265 - Estadística E Investigación Operativa

**Área:** 265 - Estadística E Investigación Operativa

**Despacho:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928458815

**Correo Electrónico:** [mariadelpino.quintana@ulpgc.es](mailto:mariadelpino.quintana@ulpgc.es)

#### Nicanor Guerra Quintana

**Departamento:** 275 - MATEMÁTICAS

**Ámbito:** 265 - Estadística E Investigación Operativa

**Área:** 265 - Estadística E Investigación Operativa

**Despacho:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928458815

**Correo Electrónico:** [nicanor.guerra@ulpgc.es](mailto:nicanor.guerra@ulpgc.es)

### Bibliografía

#### [1 Básico] Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería /

*Douglas C. Montgomery, George C. Runger.*

*McGraw-Hill,, México : (1996)*

*9701010175*

#### [2 Básico] Métodos estadísticos /

*Juan J. González H... [ et al.].*

*Universidad,, Las Palmas de Gran Canaria : (2004)*

#### [3 Básico] Probabilidad y estadística /

*Murray R. Spiegel ...[et al.] ; revisión técnica, Raúl Gómez Castillo, Hever Honorato Cervantes.*

*McGraw-Hill,, México : (2010) - (3ª ed.)*

*978-607-15-0270-4*

#### [4 Básico] Métodos estadísticos /

*Pedro Saavedra Santana, Carmen Nieves Hernández Flores, Juan Artilés Romero.*

*Universidad de Las Palmas de Gran Canaria,, [Gran Canaria] : (2003)*

*8496131033*

#### [5 Recomendado] Probabilidad y estadística para ingenieros.

*Miller, Irwin*

*Prentice-Hall Hispanoamericana,, México : (1992) - (4ª ed.)*

*9688802352*



---

**[6 Recomendado] Probabilidad y estadística para ingenieros /**

*Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers.*

*Prentice Hall,, México : (1999) - (6ª ed.)*

*9701702646*



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

GUÍA DOCENTE

CURSO: 2015/16

40811 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS

**CENTRO:** 180 - Escuela de Ingeniería Informática  
**TITULACIÓN:** 4008 - Grado en Ingeniería Informática  
**ASIGNATURA:** 40811 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS  
**CÓDIGO ULPGC:** 40811      **CÓDIGO UNESCO:** 1209  
**MÓDULO:** FUNDAMENTOS BÁSICOS **MATERIA:** ESTADÍSTICA      **TIPO:** Básica  
**CRÉDITOS ECTS:** 6      **CURSO:** 2      **SEMESTRE:** 1º semestre  
**LENGUA DE IMPARTICIÓN (Especificar créditos de cada lengua)**  
**ESPAÑOL:** 6      **INGLÉS:** 0

## REQUISITOS PREVIOS

ALGEBRA  
ANÁLISIS MATEMÁTICO  
FUNDAMENTOS DE PROGRAMACION (recomendable)

## Plan de Enseñanza (Plan de trabajo del Profesor)

### Contribución de la asignatura al perfil profesional:

La asignatura denominada Métodos Estadísticos cubre la siguiente adquisición de competencias, incluidas en la FB01, “Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería” y “Aptitud para aplicar los conocimientos sobre estadística y optimización”.

Los contenidos que se proponen están orientados a abordar problemas que pueden ser resueltos mediante Técnicas Estadísticas, desde la síntesis y presentación de la información contenida en una muestra, hasta su análisis y utilización en la interpretación de la realidad y en la toma de decisiones en ambientes de incertidumbre.

Para una adecuada formación del alumno en estos conceptos, la asignatura se completa con la utilización de un paquete estadístico –R– que es la herramienta necesaria para que todos estos conceptos puedan combinarse e integrarse con su aplicación práctica, permitiendo que el alumno pueda tomar datos, procesarlos, estimar los modelos y obtener conclusiones correctamente avaladas por la información disponible. El paquete estadístico cuyo uso proponemos –R– es similar a otras herramientas de uso habitual en el ámbito de las ingenierías, con la ventaja añadida de ser software libre, disponer de librerías orientadas a tareas específicas relacionadas con la estadística y los procesos estocásticos, y contar con un lenguaje de programación de fácil aprendizaje.

### Competencias que tiene asignadas:

G1,G2,G3,G4,G5,N1,N2,N3,N4,T8,T10,FB01

## Objetivos:

Los objetivos de aprendizaje que se desarrollarán con la asignatura son los siguientes:

Ob1 - Discriminar entre los objetivos de un análisis de tipo descriptivo o un análisis de tipo inferencial.

Ob2 - Conocer las técnicas descriptivas de clasificación y obtención de información a través de parámetros que caractericen el conjunto de datos objeto de estudio.

Ob3 - Conocer los principios generales de la teoría de la probabilidad.

Ob4 - Analizar e identificar los modelos de distribuciones de probabilidad que subyacen más frecuentemente.

Ob5 - Realizar el estudio conjunto de dos o más variables aleatorias identificando situaciones de independencia e interdependencia estadística entre ellas.

Ob6 - Conocer los fundamentos y técnicas básicas del muestreo estadístico.

Ob7 - Conocer los principios y aplicaciones de la inferencia estadística (técnicas de estimación de parámetros, intervalos de confianza y contrastes de hipótesis paramétricos y test de bondad de ajuste).

Ob8 - Aplicar las técnicas de mínimos cuadrados para obtener relaciones lineales o no lineales entre conjuntos de datos observados de manera simultánea.

Ob9 - Conocer las técnicas de regresión simple y las hipótesis asociadas a este tipo de modelos.

Ob10 - Conocer y ser capaz de aplicar las técnicas de selección del mejor modelo así como decidir o proponer modelos adecuados.

Ob11 - Formular problemas reales en términos estadísticos y aplicar las técnicas adecuadas para su correcta resolución.

Ob12 - Poseer las destrezas en el manejo de software y tablas estadísticas.

Ob13. Asumir la necesidad y utilidad de la Estadística y los Procesos Estocásticos como herramienta en su futuro ejercicio profesional.

Ob14. Participar en clase, tomando decisiones ante las diferentes formas de abordar un problema o cuestión.

Ob15. Consultar y comentar en horas de tutoría las colecciones de ejercicios y problemas planteados para la resolución individualizada.

Ob16. Mostrar actitud crítica y responsable.

Ob17. Valorar el aprendizaje autónomo.

Ob18. Mostrar interés en la ampliación de conocimientos

Ob19. Desarrollar destreza en la búsqueda de información relevante para la resolución de problemas.

Ob20. Valorar la importancia del trabajo colaborativo (en equipo)

## Contenidos:

TEÓRICOS:

BLOQUE 1: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Competencias: G3,G4,N1,T10,FB01

Objetivos: Ob1,Ob2,Ob11,Ob13,Ob14,Ob15,Ob16,Ob17,Ob18,Ob19,Ob20

Tema 1. Estadística descriptiva (2h)

1. Conceptos básicos.

2. Organización y representaciones gráficas asociadas a un conjunto de datos.

3. Medidas características de un conjunto de datos.

Bibliografía:

- Probabilidad y Estadística: Aplicaciones y métodos.- George C. Canavos

## BLOQUE 2: PROBABILIDAD Y VARIABLES ALEATORIAS

Competencias:G3,G4,G5,N3,T10,FB01,T8

Objetivos: Ob3,Ob4,Ob5,Ob11,Ob12,Ob13,Ob14,Ob15,Ob16,Ob17,Ob18,Ob19,Ob20

Tema 2. Introducción a la teoría de la probabilidad (4h)

1. El modelo probabilístico.
2. Espacio muestral, sucesos y probabilidad.
3. Probabilidad condicionad. Independencia de sucesos.
4. Teorema de la probabilidad total y teorema de Bayes.

Tema 3. Variables aleatorias discretas (4h)

1. Concepto de variable aleatoria y función de distribución.
2. Variables aleatorias discretas: función puntual de probabilidad.
3. Medias de centralización y dispersión asociadas a variables aleatorias discretas.
4. Función de distribución de v.a. discretas.
5. Principales distribuciones discretas.

Tema 4. Variables aleatorias continuas (4h)

1. Variables aleatorias discretas: función de densidad.
2. Medias de centralización y dispersión asociadas a variables aleatorias continuas.
3. Función de distribución de v.a. continuas.
4. Principales distribuciones continuas.

Bibliografía:

- Probabilidad y Estadística para ingenieros.- Ronald E. Walpole
- Problemas de probabilidades y estadística.- Carles M. Cuadras
- Problemas resueltos de cálculo de probabilidades y estadística.- Inmaculada Luengo Merino

## BLOQUE 3. MUESTREO E INFERENCIA ESTADÍSTICA

Competencias:G1,G2,G3,N3,T10,FB01

Objetivos: Ob6,Ob7,Ob10,Ob11,Ob12,Ob13,Ob14,Ob15,Ob16,Ob17,Ob18,Ob19,Ob20

Tema 5. Muestreo y distribuciones muestrales (2h)

1. Conceptos básicos.
2. Técnicas de muestreo. Estadísticos muestrales.
3. Distribuciones asociadas a los principales estadísticos muestrales.

Tema 6. Introducción a la teoría de la estimación (4h)

1. Estimación puntual.
2. Estimación por intervalos.
3. Intervalos de confianza asociados a los principales estadísticos.
4. Determinación del tamaño de la muestra.

Tema 7. Contrastes de hipótesis paramétricos (4h)

1. Conceptos básicos. Hipótesis estadísticas y errores asociados.
2. Contrastes unilaterales y bilaterales asociados a los principales estadísticos.

Tema 8. Contrastes de hipótesis no paramétricos (4h)

1. Introducción.

3. Contrastes de bondad de ajuste.
3. Otros contrastes no paramétricos

#### Bibliografía:

- Probabilidad y Estadística: Aplicaciones y métodos.- George C. Canavos
- Probabilidad y Estadística para ingenieros.- Ronald E. Walpole
- Problemas resueltos de cálculo de probabilidades y estadística.- Inmaculada Luengo Merino

### BLOQUE 4. REGRESIÓN

Competencias:G1,G2,G3,N3,T10,FB01

Objetivos: Ob8,Ob9,Ob10,Ob11, Ob12,Ob13,Ob14,Ob15,Ob16,Ob17,Ob18,Ob19,Ob20

Tema 9. El modelo de regresión lineal (2h)

1. Hipótesis del modelo de regresión simple.
2. Estimación de los parámetros del modelo e inferencia.
3. Predicciones.

#### Bibliografía:

- Probabilidad y Estadística: Aplicaciones y métodos.- George C. Canavos
- Probabilidad y Estadística para ingenieros.- Ronald E. Walpole
- Problemas resueltos de cálculo de probabilidades y estadística.- Inmaculada Luengo Merino

### PRÁCTICOS:

(se imparten de forma simultánea con los contenidos teóricos):

### EL ENTORNO ESTADÍSTICO R

Competencias:N1, N2, N3, N4

Objetivos: Ob1, Ob2, Ob3, Ob4, Ob5, Ob6, Ob7, Ob8, Ob9, Ob10, Ob11, Ob12, Ob13, Ob14, Ob15, Ob16, Ob17, Ob18, Ob19, Ob20

- Práctica 1: Visión general del entorno R: instalación, librerías y ayudas (3h)
- Práctica 2: Objetos, funciones y programación en R(2h)
- Práctica 3: Estadística descriptiva y Probabilidad en R (2h)
- Práctica 4: Simulación de variables aleatorias en R (2h)
- Práctica 5: Contrastes de hipótesis paramétricos en R (2h)
- Práctica 6: Contrastes de hipótesis no paramétricos en R (2h)
- Práctica 7: Regresión lineal simple en R (2h)

#### Bibliografía:

- Probability with R: an introduction with computer science applications / Jane M. Horgan. Wiley
- Manuales en línea

## Metodología:

Con el objeto de lograr los objetivos y competencias propuestos, se realizarán las siguientes acciones formativas:

AF1. Clases expositiva/participativa de teoría:

Clase expositiva en la que el profesor expondrá los contenidos teóricos de la asignatura así como algunos ejemplos de aplicación de los mismos. Resolución de dudas planteadas por los estudiantes. Se tratarán los temas de mayor complejidad y los aspectos más relevantes.

AF2. Prácticas en aula (cuestionarios):

Las sesiones de prácticas en aula son de dos horas de duración cada dos semanas. En ellas, los alumnos resolverán unos cuestionarios para comprobar el grado de manejo y comprensión del material explicado en las clases de teoría (y ejercicios propuestos o resueltos) correspondientes a los temas de los distintos bloques temáticos. Generalmente cada cuestionario irá asociado a uno o dos temas del temario teórico.

AF3. Prácticas en laboratorio:

Las sesiones prácticas de laboratorio son fundamentales para aplicar los contenidos teóricos y prácticos a problemas reales que suelen involucrar a un elevado número de datos. Mediante las sesiones de laboratorio se pretende que los alumnos adquieran habilidades básicas en el manejo de asistentes y herramientas estadísticas. En cada sesión de prácticas en laboratorio, los alumnos darán respuesta, utilizando el software estadístico adecuado (R/RStudio), a las cuestiones planteadas por el profesor para esa sesión. Las sesiones de laboratorio son de dos horas de duración cada dos semanas.

AF4. Tutorías individuales y de grupo:

Las tutorías serán individuales o de grupo con objeto de realizar un seguimiento individualizado y/o grupal del aprendizaje.

AF5. Exámenes:

Se realizarán un examen escrito, teórico-práctico, que permitirá comprobar el grado de consecución de las competencias específicas. El examen se realizará al finalizar el semestre y versará sobre todos los bloques temáticos de la asignatura.

AF6. Trabajo dirigido (Proyecto):

Los alumnos realizarán un proyecto de análisis de datos, utilizando R / RStudio, que está diseñado para ayudarles a descubrir y explorar una pregunta de investigación propia, utilizando datos reales y los métodos estadísticos estudiados en clase.

AF7. Ejercicios propuestos y resueltos:

Se facilitará a los alumnos relaciones de ejercicios propuestos referidos a los bloques temáticos de la asignatura. Para algunos de ellos se ofrecerán también las soluciones. Estos ejercicios son de realización completamente opcional y no contabilizan en la calificación final de la asignatura. Sin embargo, su realización puede resultar de gran ayuda para entender mejor los conceptos teóricos estudiados.

## Evaluación:

Criterios de evaluación

-----

Las actividades formativas antes mencionadas se evaluarán atendiendo a los siguientes criterios:

FE1. Exposición clara y detallada del problema (cuando proceda) (AF6, AF2, AF3, AF5, AF7, AF4, AF1)

FE2. El trabajo realizado se adecúa a lo explicado en clase. (AF6, AF2, AF3, AF5, AF7, AF4)

FE3. Resolución correcta del ejercicio. (AF6, AF2, AF3, AF5, AF7)

FE4. Muestra razonamiento crítico y capacidad de síntesis.(AF6, AF2, AF3, AF5, AF7, AF4, AF1)

FE5. Cuida la organización y presentación del proyecto.(AF6, AF5)

FE6. Utiliza un lenguaje preciso y rico.(AF6, AF5, AF4, AF1)

FE7. La puntuación y la ortografía son correctas. (AF6, AF5)

Sistemas de evaluación

-----  
El alumno deberá responder a unos cuestionarios correspondientes tanto a las prácticas en aula como a las sesiones de prácticas de laboratorio (para responder a las preguntas de esta parte se hace necesaria la utilización por parte del alumno, del entorno estadístico R) . Por cada uno de estos cuestionarios obtendrá una puntuación de entre 0 y 10 puntos.

Se realizará un examen escrito, con dos partes bien diferenciadas (una parte correspondiente a los dos primeros bloques de la asignatura y la otra correspondiente a los otros dos bloques temáticos), en el que se propondrá al alumno la resolución de varias cuestiones teórico/prácticas. Cada una de las dos partes del examen se puntuará por separado, entre 0 y 10 puntos.

El alumno deberá entregar un proyecto realizado en el entorno estadístico R, siguiendo las directrices de la profesora y por el que recibirá una puntuación de 0 a 10 puntos.

Criterios de calificación

-----  
CONVOCATORIA ORDINARIA:

En la convocatoria ordinaria se realizará una evaluación continua de la evolución del alumno en la asignatura.

En cada sesión de PRÁCTICA en AULA, los alumnos responderán a unos cuestionarios que sirvan para evaluar los conocimientos adquiridos de la parte de teoría y resolución de ejercicios referentes a la materia explicada hasta entonces. De forma similar, en cada sesión de PRÁCTICA de LABORATORIO, los alumnos realizaran un pequeño estudio estadístico (utilizando R/RStudio) con el objeto de responder algunas cuestiones planteadas. La calificación de cada uno de estos cuestionarios (teóricos y prácticos) estará comprendida entre 0 y 10 puntos (se considerará una puntuación de 0 si el alumno no lo ha realizado). Si en dos o más de los cuestionarios del mismo tipo (teóricos o prácticos) el alumno obtiene calificaciones inferiores o iguales a 3 puntos, no se le considerará la evaluación continua de esa parte y deberá optar a superar esa parte al final del semestre.

En la evaluación continua se considerará como calificación de la parte teórica (T) y práctica (P) de la asignatura la media aritmética de las calificaciones obtenidas en los cuestionarios de las sesiones de Prácticas en aula (parte T) y Prácticas de laboratorio (parte P) respectivamente. Cada una de las dos partes (T y P) debe aprobarse (calificación mayor o igual que 5) por separado y, en este caso, la calificación en el acta de la convocatoria ORDINARIA vendrá dada por:

$$\text{Calif. acta} = 0,6 * T + 0,4 * P$$

siendo necesario que esta calificación sea igual o superior a 5 para superar la asignatura.

T = media aritmética de las calificaciones obtenidas en todos los cuestionarios de la prácticas en



aula.

P = media aritmética de las calificaciones obtenidas en todos los cuestionarios de la prácticas de laboratorio.

Si en la evaluación continua el alumno no superara alguna de las partes (T y P) (o todas) aún tendrá opción de superarla/s al final del semestre. Para superar la parte de teoría (T) se procederá a realizar un examen escrito con dos partes bien diferenciadas (una parte correspondiente a los dos primeros bloques temáticos de la asignatura y la otra correspondiente a los otros dos bloques temáticos), en el que se propondrá al alumno la resolución de varias cuestiones teórico/prácticas. Cada una de las dos partes del examen (E1, E2) se puntuará por separado, entre 0 y 10 puntos, debiéndose superar (nota mayor o igual a 5 puntos) cada una de las dos partes.

Si la parte suspendida fuera la correspondiente a las prácticas (P), el alumno deberá realizar (y entregar en las fechas previstas al efecto) un trabajo dirigido o proyecto final, realizado en el entorno estadístico R, que el profesor calificará con una puntuación entre 0 y 10.

La calificación en el acta de la convocatoria ORDINARIA, si todas la partes estan aprobadas, vendrá dada por:

$$\text{Calif. final} = 0.3 * E1 + 0.3 * E2 + 0.4 * P$$

E1 = calificación obtenida en la primera parte del examen escrito de la asignatura.

E2 = calificación obtenida en la segunda parte del examen escrito de la asignatura.

P = calificación obtenida en el Proyecto (Trabajo Práctico)

Es necesario que el alumno obtenga una calificación final igual o superior a 5 puntos para superar la asignatura.

Si, a pesar de todo, el alumno suspende alguna de las actividades anteriores, la calificación que figurará en acta de esa convocatoria será SUSPENSO con la menor de las calificaciones obtenidas en ellas (E1, E2 ó P).

#### CONVOCATORIAS EXTRAORDINARIA y ESPECIAL:

En estas convocatorias no es posible realizar la evaluación continua de la evolución del alumno en la asignatura, por lo que se procederá a realizar un examen escrito con dos partes bien diferenciadas (una parte correspondiente a los dos primeros bloques temáticos de la asignatura y la otra correspondiente a los otros dos bloques temáticos), en el que se propondrá al alumno la resolución de varias cuestiones teórico/prácticas. Cada una de las dos partes del examen (E1, E2) se puntuará por separado, entre 0 y 10 puntos, debiéndose superar (nota mayor o igual a 5 puntos) cada una las dos partes.

Asimismo, el alumno deberá realizar (y entregar en las fechas previstas al efecto) un trabajo práctico (Proyecto) realizado en el entorno estadístico R, que el profesor calificará (P) con una puntuación entre 0 y 10. Si el alumno ya hubiera realizado y aprobado el Proyecto en la convocatoria ordinaria de la asignatura, no será necesario que lo realice de nuevo y se le asignará, en esta parte, la calificación obtenida en la convocatoria ordinaria.

La calificación final en el acta de la convocatoria correspondiente, si todas la partes estan aprobadas, vendrá dada por:

$$\text{Calif. final en acta} = 0.4 * E1 + 0.4 * E2 + 0.2 * P$$

E1 = calificación obtenida en la primera parte del examen escrito de la asignatura.

E2 = calificación obtenida en la segunda parte del examen escrito de la asignatura.

P = calificación obtenida en el Proyecto (Trabajo Práctico).

Es necesario que el alumno obtenga una calificación final igual o superior a 5 puntos para superar la asignatura.

Si el alumno suspende alguna de las actividades anteriores, la calificación que figurará en acta será SUSPENSO con la menor de las calificaciones obtenidas en ellas (E1, E2 ó P) .

### Plan de Aprendizaje (Plan de trabajo del Estudiante)

#### Tareas y actividades que realizará según distintos contextos profesionales (científico, profesional, institucional, social)

El estudiante deberá realizar las siguientes tareas o actividades según los distintos contextos [Científico(C), Profesional (P), Institucional (I), Social (S)]

Presenciales:

Ta1: Recibir, comprender y sintetizar conocimientos expuestos en clase (C, S)

Ta2: Planteamiento de dudas (C, S)

Ta3: Respuesta a cuestionarios de prácticas en aula y laboratorio (C, P, S)

Ta4: Realización de pruebas escritas (exámenes) (C)

Ta5: Realización del trabajo dirigido (Proyecto) (C, P, S)

No presenciales:

Ta6: Estudio o preparación de la materia (C)

Ta7: Resolución de ejercicios (C)

Ta8: Manejo de herramientas estadísticas (tablas,...) (C)

Ta9: Búsqueda y síntesis de información relacionada (C)

Ta10: Organización y distribución del trabajo dentro del grupo (S)

Ta11: Elaboración de los informes escritos correspondientes al Proyecto (C, P, S)

La asociación de estas tareas con las distintas actividades formativas comentadas en apartado previo sería la siguiente:

AF1 (Clase expositiva/participativa de teoría): Ta1, Ta2, Ta6, Ta7, Ta9

AF2 (Prácticas en aula): Ta1, Ta2, Ta3, Ta6, Ta7, Ta8, Ta9

AF3 (Prácticas de laboratorio): Ta1, Ta2, Ta3, Ta6, Ta7, Ta8, Ta9, Ta10

AF4 (Tutorías individuales y de grupo): Ta1, Ta2, Ta9, Ta10, Ta11

AF5 (Exámenes): Ta1, Ta2, Ta4, Ta6, Ta7, Ta8, Ta9

AF6 (Trabajo dirigido(Proyecto)): Ta1, Ta2, Ta3, Ta5, Ta6, Ta7, Ta8, Ta9, Ta10

AF7 (ejercicios propuestos y resueltos): Ta1, Ta2, Ta6, Ta7, Ta8, Ta9

#### Temporalización semanal de tareas y actividades (distribución de tiempos en distintas actividades y en presencialidad - no presencialidad)

Semana par

	Presencial	No Presencial
Teoría	2	2
Prácticas aula	2	0

Resolución problemas propuestos	0	2
Prácticas lab. y trabajo final	0	2

Semana impar

	Presencial	No Presencial
Teoría	2	2
Prácticas aula	0	0
Resolución problemas propuestos	0	2
Prácticas lab. y trabajo final	2	2

### Recursos que tendrá que utilizar adecuadamente en cada uno de los contextos profesionales.

En la plataforma MOODLE se proporciona a los alumnos los siguientes recursos que debe manejar adecuadamente:

- Re1. Información sobre los contenidos teóricos de la asignatura,
- Re2. Presentaciones de diapositivas utilizadas en las clases teóricas
- Re3. Relaciones de ejercicios propuestos y/o resueltos
- Re4. Cuestionarios para las prácticas en aula.
- Re5. Enlace a la web oficial del entorno estadístico R e información complementaria.
- Re6. Cuestionarios de las tareas individuales relacionadas con este programa a resolver en las sesiones de laboratorio.
- Re7. Indicaciones de las tareas a realizar en el Trabajo Práctico (Proyecto).

### Resultados de aprendizaje que tendrá que alcanzar al finalizar las distintas tareas.

Al finalizar las distintas tareas el estudiante deberá ser capaz de (en cada resultado de aprendizaje se referencian las actividades formativas que contribuyen a su adquisición por parte del estudiante):

- RA1. Comprender enunciados formulados en lenguaje ordinario y distinguir en ellos los problemas de interés. (AF1, AF2, AF4, AF5, AF7)
- RA2. Decidir sobre la estrategia necesaria para estudiar los problemas de interés. (AF1, AF2, AF4, AF5, AF7)
- RA3. Aplicar las técnicas aprendidas para la obtención de soluciones de los problemas. (AF1, AF2, AF4, AF5, AF7)
- RA4. Aprender de manera autónoma conocimientos y técnicas matemáticas adquiriendo destreza en el razonamiento formal. (AF1, AF2, AF4, AF5, AF7)
- RA5. Desarrollar la capacidad de abstracción y modelización. (AF1, AF2, AF4, AF5, AF7)
- RA6. Concebir la lógica de la Estadística, esquemas conceptuales y metodología para aplicar las técnicas estadísticas básicas e interpretar resultados correctamente. (AF1, AF2, AF4, AF5, AF7)
- RA7. Desarrollar una actitud crítica para diferenciar opiniones o conclusiones obtenidas con fundamento suficiente de las que carecen de base empírica o que se derivan de procedimientos inadecuados para la situación experimental que se trata. (AF1, AF2, AF4, AF5, AF7)
- RA8. Fomentar tanto la capacidad de trabajo individual como la colectiva, para encontrar información de fuentes estadísticas y realizar pequeñas investigaciones. (AF1, AF2, AF3, AF4, AF5, AF6, AF7)
- RA9. Desarrollar la capacidad de comunicación verbal y por escrito para la elaboración y exposición de informes, para los que se habrá adquirido las destrezas necesarias en el uso de un software estadístico y del lenguaje técnico de la materia. (AF1, AF3, AF4, AF6, AF7)
- RA10. Manejar a nivel usuario cualquier paquete informático estadístico. (AF1, AF3, AF4, AF6)

## Plan Tutorial

### Atención presencial individualizada

El alumno dispone de horas de tutoría para ser atendido cuantas veces necesite a lo largo del semestre, tanto para la resolución de cuestiones teóricas como prácticas. El horario de tutorías del profesor se publica en el tablón de anuncios oficial del Centro.

### Atención presencial a grupos de trabajo

En las horas prácticas tanto de aula como de laboratorio se tutoriza de manera individual el progreso de cada grupo de trabajo.

### Atención telefónica

La materia no se presta a explicaciones telefónicas pero el contacto telefónico siempre está disponible como mínimo durante las horas de tutoría oficialmente establecidas

### Atención virtual (on-line)

Los alumnos son atendidos a través de la página de la asignatura en el campus virtual de la ULPGC, bien sea a través del foro general, el correo o los diálogos de tutoría privada virtual.

## Datos identificativos del profesorado que la imparte.

### Datos identificativos del profesorado que la imparte

<b>Esther González Sánchez</b>	(COORDINADOR)
<b>Departamento:</b> 260 - INFORMÁTICA Y SISTEMAS	
<b>Ámbito:</b> 075 - Ciencia De La Comp. E Intel. Artificial	
<b>Área:</b> 075 - Ciencia De La Comp. E Intel. Artificial	
<b>Despacho:</b> INFORMÁTICA Y SISTEMAS	
<b>Teléfono:</b> 928458709	<b>Correo Electrónico:</b> esther.gonzalez@ulpgc.es

### Bibliografía

---

#### [1 Básico] Probabilidad y estadística: aplicaciones y métodos /

George C. Canavos.  
McGraw-Hill,, México : (2003)  
9684518560

---

#### [2 Básico] Probability with R: an introduction with computer science applications /

Jane M. Horgan.  
Wiley,, Hoboken, N.J : (2009)  
978-0-470-28073-7

---

#### [3 Básico] Probabilidad y estadística para ingenieros.

Walpole, Ronald E.  
McGraw-Hill,, México : (1989) - (4ª ed.)

---

#### [4 Recomendado] Problemas de probabilidades y estadística /

Carles M. Cuadras.  
Promociones y Publicaciones Universitarias,, Barcelona : (1982) - (4ª ed.)

---

**[5 Recomendado] Problemas resueltos de cálculo de probabilidades y estadística /**

*Inmaculada Luengo Merino.*

*Universidad de Las Palmas de Gran Canaria,, Las Palmas de Gran Canaria : (2006)*

8496502406

---

**[6 Recomendado] Probability models for computer science /**

*Sheldon M. Ross.*

*Harcourt Academic Press,, San Diego [etc.] : (2009)*

978-0-12-598051-7

---

**[7 Recomendado] Curso y ejercicios de estadística: aplicación a las ciencias biológicas, médicas y sociales /**

*Vicente Quesada Paloma ; A. Isidoro Martín, L.A. López Martín.*

*Alhambra,, Madrid : (1989) - (2ª ed)*

8420508780



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

GUÍA DOCENTE

CURSO: 2012/13

14079 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS

**ASIGNATURA:** 14079 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS

Vinculado a : (Titulación - Asignatura - Especialidad)

1100-Ingeniero de Telecomunicación - 14079-MÉTODOS ESTADÍSTICOS - P3

**CENTRO:** Escuela de Ingeniería de Telecomunicación y Electrónica

**TITULACIÓN:** Ingeniero de Telecomunicación

**DEPARTAMENTO:** MATEMÁTICAS

**ÁREA:** Estadística E Investigación Operativa

**PLAN:** 13 - Año 2000 **ESPECIALIDAD:**

**CURSO:** Segundo curso

**IMPARTIDA:** Primer cuatrimestre

**TIPO:** Obligatoria

**CRÉDITOS:** 6

**TEÓRICOS:** 3

**PRÁCTICOS:** 3

## Información ECTS

Créditos ECTS:

Horas de trabajo del alumno:

Horas presenciales:

- Horas teóricas (HT):

- Horas prácticas (HP):

- Horas de clases tutorizadas (HCT):3 (son tutorías expresamente para esta materia)

- Horas de evaluación: 3

- otras:

Horas no presenciales:

- trabajos tutorizados (HTT):

- actividad independiente (HAI):

Idioma en que se imparte:

## Descriptorios B.O.E.

Significado de probabilidad. Axiomas. Experimentos repetidos. Concepto de variable aleatoria. Funciones de variable aleatoria de una y dos variables. Momentos estadísticos. Secuencias de variables aleatorias. Procesos estocásticos: Concepto, estacionariedad, ergodicidad, análisis espectral. Teoría de la estimación: Principio de ortogonalidad, predicción, filtros de kalman. Concepto de entropía.

## Temario

Tema 0. La modelación estocástica en la ingeniería de telecomunicaciones

Tema 1. Espacios de Probabilidad

Fenómenos aleatorios. Diferentes conceptos de probabilidad. Espacios muestrales. Axiomática de la probabilidad. Espacios finitos de probabilidad: introducción a la combinatoria. Probabilidad condicional. Independencia de sucesos. Teoremas de la probabilidad total y de Bayes.

Tema 2. Variables aleatorias

Concepto de variable aleatoria y su distribución de probabilidad: función de distribución.

Distribuciones discretas. Distribuciones absolutamente continuas: función de densidad de probabilidad. Momentos de una distribución de probabilidad. Función característica: cálculo de momentos. Simulación de variables aleatorias.

### Tema 3. Vectores aleatorios

Distribución conjunta de variables aleatorias. Distribuciones de probabilidad condicionales y marginales. Coeficiente de correlación. Independencia de variables aleatorias. Distribución normal multivariante. Simulación de vectores aleatorios.

### Tema 4. Introducción a los procesos estocásticos

Sucesiones de variables aleatorias: procesos estocásticos en tiempo discreto. Convergencia en distribución. Sumas de variables independientes: teorema central del límite. Recorridos aleatorios. Introducción a los procesos estocásticos en tiempo continuo. Simulación de procesos.

### Tema 5. Procesos de Markov

Condición de Markov. Cadenas homogéneas de Markov. Ecuación de Chapman-Kolmogorov. Matriz de probabilidades de transición. Clasificación de estados de una cadena de Markov. Distribuciones estacionarias. Comportamiento límite. Procesos de Markov en tiempo continuo. Comportamiento límite.

### Tema 6. Sistemas de colas

Elementos de un sistema de colas. Procesos de nacimiento y muerte. El sistema M/M/1. Distribuciones de los tiempos de espera. Condiciones de equilibrio. Sistema M/M/m. Simulaciones de sistemas M/M/m.

### Tema 7. Procesos estacionarios

Estacionariedad. Funciones de autocovarianza y autocorrelación. Procesos especiales: puramente aleatorios, autorregresivos (AR), medias móviles (MA), ARMA y armónicos. Concepto de ergodicidad. Simulación de procesos estacionarios.

### Tema 8. Análisis espectral

Superposición de procesos armónicos: concepto de espectro. Espectros discretos y continuos. Función de densidad espectral. Relación entre la función de densidad espectral y la función de autocovarianza. Teorema de representación espectral. Espectros especiales. Problemas de filtraje.

### Tema 9. Estimación de procesos estacionarios

Estimación de las funciones de autocovarianza y autocorrelación. Estimación de espectral: el periodograma. Estimación de la función de densidad espectral: suavizamientos del periodograma. Ideas sobre la consistencia de la estimación.

## Requisitos Previos

Se valorará que los alumnos tengan adquirido técnicas de resolución de problemas.

A los alumnos se les recomienda haber adquirido en las asignaturas del área de Matemáticas los siguientes conocimientos mínimos:

Sucesiones y series numéricas. Límites y continuidad. Diferenciación e Integración de funciones reales de variable real. Cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables. Ecuaciones diferenciales ordinarias y sistemas.

Análisis de Fourier.

Sistemas de ecuaciones Lineales y Análisis vectorial. Autovalores y Autovectores.

Además se valorará que tengan conocimientos de programación y pueda desarrollar e implementar



programas y manejar estructura de datos.

## Objetivos

### 1. Objetivos Conceptuales.

- 1.1. Saber los fundamentos de la teoría de la probabilidad.
- 1.2. Comprender el concepto de variable aleatoria.
- 1.3. Extender el concepto de variable aleatoria a vector aleatorio.
- 1.4. Relacionar los conceptos vistos en los apartados anteriores con los fundamentos de los procesos estacionarios.
- 1.5. Reflexionar sobre las cadenas de Markov y su aplicación en el campo de las telecomunicaciones.
- 1.6. Distinguir y modelar distintos sistemas de colas
- 1.7. Analizar distintas situaciones en el campo de las telecomunicaciones que pueden ser modeladas con los procesos estacionarios.
- 1.8. Comprender los fundamentos del Análisis Espectral y relacionarlos con problemas en el campo de las telecomunicaciones.
- 1.9. Analizar y reflexionar sobre el problema de la estimación concretamente en el tema de los procesos estacionarios.

### 2. Objetivos Procedimentales

- 2.1. Simular y manipular distintos modelos de variables aleatorias y vectores aleatorios
- 2.2. Construir modelos estocásticos para determinados para resolver determinados problemas prácticos
- 2.3. Aplicar los conocimientos del Análisis Espectral a la resolución de problemas relacionados con señales
- 2.4. Practicar diversos problemas de estimación.

### 3. Objetivos Actitudinales

- 3.1. Mostrar actitud crítica y responsable.
- 3.2. Valorar el aprendizaje autónomo.
- 3.3. Mostrar interés en la ampliación de conocimientos y búsqueda de información.
- 3.4. Valorar la importancia del trabajo colaborativo (en equipo).
- 3.5. Asumir la necesidad y utilidad de los Métodos Estadísticos como herramienta en su futuro ejercicio profesional.

## Metodología

Tutorías.

Se tratará de resolver las dudas planteadas por los alumnos sobre los diferentes temas y la resolución de problemas por parte del profesor.

El horario de tutorías se indicará en la web de la asignatura con suficiente antelación.

## Criterios de Evaluación

La asignatura se entiende superada cuando se obtenga una calificación igual o superior a cinco puntos en el examen de convocatoria que fijará el centro.

## Descripción de las Prácticas

No proceden

## Bibliografía

---

### [1 Básico] Métodos estadísticos: Ingeniería de telecomunicaciones /

*P. Saavedra Santana, C.N. Hernández Flores, J. Artilos Romero.*  
[s. n.], [s. l.] : (1999)  
8469912801

---

### [2 Básico] Time series: a biostatistical introduction /

*Peter J. Diggle.*  
Clarendon Press., Oxford : (1990) - ([1st ed., 2nd repr.].)  
0-19-852226-6

---

### [3 Básico] Procesos estocásticos /

*Ricardo Vélez Ibarrola.*  
UNED., Madrid : (1996) - (2a ed.)  
8436223330

---

### [4 Básico] Stochastic processes.

*Ross, Sheldon M.*  
John Wiley & Sons., New York : (1996) - (2nd. ed.)  
0471120626

---

### [5 Básico] Introduction to probability models.

*Ross, Sheldon M.*  
Academic Press., Boston : (1993) - (5th ed.)  
0125984553

---

### [6 Recomendado] Stochastic models in queueing theory /

*J. Medhi.*  
Academic Press., Boston : (1991)  
0-12-487550-5

---

### [7 Recomendado] Applied statistical time series analysis /

*Robert H. Shumway.*  
Prentice Hall., Englewood Cliffs (New Jersey) : (1988)  
0130403873

---

### [8 Recomendado] An introduction to probability theory and mathematical statistics.

*Rohatgi, V. K.*  
John Wiley & Sons., New York : (1976)  
0471731358

---

### [9 Recomendado] A course in simulation /

*Sheldon M. Ross.*  
, MacMillan, (1990)  
0024038911

## Organización Docente de la Asignatura

Contenidos	Horas					Competencias y Objetivos
	HT	HP	HCT	HTT	HAI	
Tema 0	0					3.5
Tema 1	1	1		4	3	1.1, 3.1, 3.2
Tema 2	1	1		1	4	1.2, 2.1, 3.1, 3.2
Tema 3	1	1		3.5	4.5	1.3, 2.1, 3.1, 3.2
Tema 4	0.5	0.5		2	3	1.4, 2.1, 3.1, 3.2
Tema 5	1	1		2	7	1.5, 2.2, 3.1, 3.2, 3.3, 3.5
Tema 6	0.5	1		3	5	1.6, 2.2, 3.1, 3.2, 3.3, 3.5
Tema 7	1	0.5		2	2	1.7, 2.2, 3.1, 3.2, 3.3, 3.5
Tema 8	0.5	1		2	3	1.8, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3, 3.5
Tema 9	1	0.5		4	5	1.9, 2.4, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5

## Equipo Docente

**CARMEN NIEVES HERNÁNDEZ FLORES**

(COORDINADOR)

**Categoría:** TITULAR DE UNIVERSIDAD

**Departamento:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928458812 **Correo Electrónico:** [carmennieves.hdezflores@ulpgc.es](mailto:carmennieves.hdezflores@ulpgc.es)

## Resumen en Inglés

This course is intended as an introduction to elementary probability theory and stochastic processes. The specific lessons relate later

1. Introduction to Probability Theory
2. Random Variables.
3. Random Vector.
4. Introduction to Stochastic Processes.
5. Markov Chains
6. Queueing Theory

- 7. Stationary Processes
- 8. Spectral Analysis



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

GUÍA DOCENTE

CURSO: 2011/12

## 15241 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS DE LA INGENIERÍA

**ASIGNATURA:** 15241 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS DE LA INGENIERÍA

**CENTRO:** Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles

**TITULACIÓN:** Ingeniero Industrial

**DEPARTAMENTO:** ECONOMÍA Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

**ÁREA:** Organización De Empresas

**PLAN:** 10 - Año 2001 **ESPECIALIDAD:**

**CURSO:** Primer curso

**IMPARTIDA:** Primer cuatrimestre

**TIPO:** Troncal

**CRÉDITOS:** 6

**TEÓRICOS:** 4,5

**PRÁCTICOS:** 1,5

### Información ECTS

Créditos ECTS:

Horas de trabajo del alumno: 135

Horas presenciales: 60

- Horas teóricas (HT): 42
- Horas prácticas (HP): 14
- Horas de clases tutorizadas (HCT): 0
- Horas de evaluación: 4
- otras: 0

Horas no presenciales: 75

- trabajos tutorizados (HTT): 0
- actividad independiente (HAI): 75

Idioma en que se imparte: español

### Descriptores B.O.E.

Fundamentos y Métodos de Análisis no Deterministas Aplicados a la Ingeniería.

### Temario

TEMA I.- INTRODUCCIÓN.

- 1.1.- La Estadística como ciencia.
- 1.2.- Fenómenos aleatorios y determinísticos.
- 1.3.- Población y Muestra.
- 1.4.- Inferencia y Probabilidad.
- 1.5.- El modelo estadístico
- 1.6.- Breve historia de la Estadística.

Horas programadas: 2 horas

TEMA II.- ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA (univariante).

- 2.1.- Tipos de Variables.
- 2.2.- Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas.
- 2.3.- Representaciones gráficas.
- 2.4.- Medidas de centralización o localización.
- 2.5.- Medidas de posición.
- 2.6.- Medidas de dispersión.

2.5.- Análisis exploratorio de datos.  
Horas programadas: 4 horas

### TEMA III.- ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA (multivariante).

- 3.1.- Descripción de datos multidimensionales.
  - 3.2.- Distribuciones marginales y condicionadas.
  - 3.3.- Momentos multidimensionales.
  - 3.4.- Medidas de centralización multidimensionales.
  - 3.5.- Medidas de dispersión multidimensionales.
  - 3.6.- Covarianza.
  - 3.7.- Coeficiente de correlación.
- Horas programadas: 4 horas

### TEMA IV.- TEORÍA DE PROBABILIDAD

- 4.1.- Álgebra de Boole del Conjunto de los Sucesos.
  - 4.2.- Definición empírica y axiomática de Probabilidad.
  - 4.3.- Espacio Muestral.
  - 4.4.- Reglas elementales del cálculo de probabilidades.
  - 4.5.- Probabilidad Condicionada.
  - 4.6.- Independencia de Sucesos.
  - 4.7.- Teorema de la probabilidad total.
  - 4.8.- Teorema de Bayes.
- Horas programadas: 6 horas

### TEMA V.- VARIABLES ALEATORIAS UNIDIMENSIONALES.

- 5.1.- Concepto de variable aleatoria.
  - 5.2.- Variables aleatorias discretas.
  - 5.3.- Variables aleatorias continuas.
  - 5.4.- Funciones de Probabilidad y de Distribución.
  - 5.5.- Función de Densidad.
  - 5.6.- Integral de Stieljes.
  - 5.7.- Momentos de la Distribución.
  - 5.8.- Función Característica.
- Horas programadas: 4 horas

### TEMA VI.- MODELOS UNIVARIANTES.

- 6.1.- Distribuciones de probabilidad de variables discretas: Ley Uniforme; Ley Binomial; Ley Hipergeométrica; Ley de Poisson; Ley Binomial-negativa.
  - 6.2.- Distribuciones de probabilidad de variables continuas: Ley Uniforme; Ley Normal centrada y reducida; Ley Normal general.
  - 6.3.- Distribuciones asociadas a la Normal: chi-cuadrado de Pearson; t de Student; F de Snedecor.
  - 6.4.- Teorema Central del Límite.
- Horas programadas: 8 horas

### TEMA VII.- TEORÍA DE MUESTRAS.

- 7.1.- Concepto de MUESTRA ALEATORIA
  - 7.2.- Tipos de Muestreo.
  - 7.3.- Concepto de ESTADÍSTICO MUESTRAL
  - 7.4.- Distribuciones de estadísticos muestrales:
    - 1.- asociados a poblacionales Normales.
    - 2.- asociados a poblaciones no Normales.
- Horas programadas: 6 horas

## TEMA VIII.- INTRODUCCIÓN A LA INFERENCIA ESTADÍSTICA.

- 8.1.- Métodos paramétricos y no paramétricos.
- 8.2.- Estimador Puntual. Concepto y propiedades.
- 8.3.- Estimadores de máxima-verosimilitud.
- 8.4.- Estimación puntual en poblaciones normales.
- 8.5.- Estimación de Proporciones.

Horas programadas: 3 horas

## TEMA IX.- ESTIMACIÓN POR INTERVALOS DE CONFIANZA.

- 9.1.- Conceptos Básicos.
- 9.2.- Intervalos de Confianza.
- 9.3.- Intervalos de confianza para la media y la varianza de una población normal.
- 9.4.- Intervalo para la diferencia de medias.
- 9.5.- Intervalo para la razón de varianzas de poblaciones normales.
- 9.6.- Intervalo para proporciones.

Horas programadas: 4 horas

## TEMA X.- CONTRASTES DE HIPÓTESIS.

- 10.1.- Introducción.
- 10.2.- Contrastes paramétricos y no paramétricos.
- 10.3.- Contrastes de Significación.
- 10.4.- Contrastes clásicos en poblaciones normales.
- 10.5.- Relación entre los errores.
- 10.6.- Potencia del Contraste y Curva Característica.

Horas programadas: 4 horas

### Requisitos Previos

Para el adecuado seguimiento de esta asignatura es conveniente tener los siguientes conocimientos previos:

- Álgebra de Conjuntos. Conjunto de las Partes de un Referencial. Álgebras de Boole.
- Teoría Combinatoria: Combinaciones; Variaciones y Permutaciones. Cálculo con y sin repetición.
- Análisis de funciones: conceptos de límite, continuidad y derivada.
- Cálculo Integral: su aplicación al cálculo de áreas y volúmenes

### Objetivos

- 1.- Comprender el papel de la estadística en la resolución de problemas reales, fundamentalmente no determinísticos, similares a los que se encontrará en su futura actividad profesional.
- 2.- Conocer y manejar las herramientas estadísticas de aplicación en los estudios descriptivos de conjuntos de datos utilizados por ingenieros y científicos.
- 3.- Conocer y comprender el marco conceptual que fundamenta los métodos estadísticos utilizados para la toma de decisiones en los casos que con mayor frecuencia se presentan en la ingeniería.
- 4.- Conocer y aplicar las distintas metodologías que la ciencia estadística ha desarrollado para enfrentarse a los fenómenos de naturaleza estocástica planteados con mayor frecuencia en ingeniería
- 5.- Desarrollar empíricamente a través del tratamiento de problemáticas reales la posibilidad de: definir poblaciones que puedan ser estudiadas estadísticamente; realizar hipótesis acerca de las distribuciones poblacionales; razonar un procedimiento de muestreo adecuado; estimar los parámetros de las distribuciones propuestas; contrastar las hipótesis planteadas; y comprobar la validez de la metodología empleada. Todo esto debe ser capaz de desarrollarlo empíricamente



mediante el uso del soporte informático adecuado.

## Metodología

Al tratarse de una asignatura del 1º curso de una titulación a extinguir, en el curso académico 2011-2012 solo se desarrollará las actividades propias de tutorías y de evaluación .

- TUTORIAS: en el aula y horario que fije la EIIC, se desarrollaran las tutorías, al objeto de resolver las dudas o aclaraciones que soliciten los estudiantes.

## Criterios de Evaluación

Descripción de la evaluación:

La evaluación se realizará mediante el examen teórico-práctico final.

Se trata de una prueba escrita que podrá constar de la realización de: cuestionarios tipo test; cuestiones de desarrollo teórico-práctico; preguntas de discusión; resolución de problemas; resolución de casos; etc.

La calificación máxima posible es de 10 puntos. Para optar a la calificación final de aprobado es necesario haber obtenido, como mínimo, una calificación de cinco puntos,.

## Descripción de las Prácticas

### TEMARIO PRÁCTICO DE LA ASIGNATURA

PRÁCTICA 1. Manejo de paquetes estadísticos.

El objetivo de esta práctica es familiarizar al alumno con el manejo básico de una hoja de cálculo. Esta será la base para introducir grandes volúmenes de datos en soporte informático de manera que, posteriormente, puedan ser exportados al paquete estadístico adecuado. .... 2 horas

PRÁCTICA 2. Estadística Descriptiva.

El objetivo de esta práctica es el de resumir la información de un conjunto de datos, utilizando medidas cuantitativas características y representaciones gráficas. En esta práctica el alumno dispondrá de varias bases de datos aplicadas a distintos ámbitos de la ingeniería, de las cuales deberá elegir una. .... 2 horas

PRÁCTICA 3. Teoría de Probabilidad y Variables Aleatorias.

El propósito de esta práctica es realizar una serie de ejercicios de cálculo de probabilidades a través del paquete estadístico seleccionado. Esta práctica se hará con valores totalmente simulados, de manera que el alumno descubra las propiedades teóricas de las distintas distribuciones de probabilidad de uso más frecuente y la sensibilidad de las mismas ante cambios en sus parámetros. .... 2 horas

PRÁCTICA 4. Introducción a la Inferencia Estadística.

En esta práctica el alumno descubrirá como a través de las técnicas de remuestreo se pueden construir las distribuciones de probabilidad de los distintos parámetros de una población. A través de la simulación el alumno encontrará por sí mismo las relaciones existentes entre los verdaderos valores de los parámetros y los estimadores empleados en cada una de las submuestras. .... 2 horas

PRÁCTICAS 5. Intervalos de confianza y Contrastes de Hipótesis.

El alumno en estas prácticas completará las conclusiones teóricas encontradas en la práctica anterior a través del estudio de los datos reales procedentes de su base de datos. Asimismo estimará intervalos de confianza y descubrirá en los datos la relación existente entre los intervalos e confianza y los contrastes de hipótesis. .... 2 horas

## PRÁCTICAS 6. Trabajo Final.

A lo largo de esta práctica el alumno tendrá la posibilidad de disponer de su tiempo y del profesor de la asignatura para realizar el trabajo que previamente le ha sido propuesto como trabajo final de las prácticas. Se pretende incentivar al alumno para que acuda a esta práctica con dudas concretas acerca de su caso de estudio, de manera que se plantee un debate sobre las limitaciones de las herramientas estadísticas empleadas y las decisiones más adecuadas que se pueden tomar. .... 3 horas

### Bibliografía

---

#### [1 Básico] Estadística, modelos y métodos /

*Daniel Peña Sánchez de Rivera.*  
*Alianza,, Madrid : (1989) - (2ª ed. rev.)*  
8420681105 t. 2

---

#### [2 Básico] Estadística teórica y aplicada /

*Vicente Novo Sanjurjo.*  
*UNED,, Madrid : (1991) - (1ª ed., 2ª reimp.)*  
8436226836

---

#### [3 Recomendado] Problemas resueltos de estadística y probabilidad /

*autores, Sixto López Corella, Angel Díez Lozano ; coordinación editorial: Benigno Gil Marañón.*  
*Luis Vives,, Zaragoza : (1988)*  
8426314996

---

#### [4 Recomendado] Exposición intuitiva y problemas resueltos de métodos estadísticos: fundamentos, aplicaciones /

*Dr. Juan A. Viedma Castaño.*  
*Ediciones del Castillo,, Madrid : (1985) - (5ª ed.)*  
8421900021

---

#### [5 Recomendado] Probabilidad y estadística: aplicaciones y métodos /

*George C. Canavos.*  
*McGraw-Hill,, México : (2003)*  
9684518560

---

#### [6 Recomendado] Estadística: problemas resueltos /

*Jesús Juan Ruiz ...[et al.].*  
*Sección de Publicaciones de la E.T.S. de Ingenieros Industriales,, Madrid : (1994)*  
8474840929

---

#### [7 Recomendado] Problemas de estadística.

*Ruiz-Maya Pérez, Luis*  
*AC,, Madrid : (1989) - (2ª ed.)*  
847288144X

### Organización Docente de la Asignatura

Contenidos	Horas					Competencias y Objetivos
	HT	HP	HCT	HTT	HAI	
TEMA I	1	0	0	0	1	

Contenidos	Horas					Competencias y Objetivos
	HT	HP	HCT	HTT	HAI	
TEMA II	3	1	0	0	5	
TEMA III	3	1	0	0	5	
TEMA IV	6	2	0	0	12	
TEMA V	4	1	0	0	5	
TEMA VI	8	3	0	0	14	
TEMA VII	6	1	0	0	10	
TEMA VIII	3	1	0	0	5	
TEMA IX	4	2	0	0	9	
TEMA X	4	2	0	0	9	

## Equipo Docente

**JUAN JESÚS RETA LÓPEZ**

(COORDINADOR)

**Categoría:** TITULAR DE ESCUELA UNIVERSITARIA

**Departamento:** ECONOMÍA Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS

**Teléfono:** 928458118 **Correo Electrónico:** [juan.reta@ulpgc.es](mailto:juan.reta@ulpgc.es)

**ASIGNATURA:** 15697 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS DE LA INGENIERÍA  
**CENTRO:** Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles  
**TITULACIÓN:** Ingeniero Químico  
**DEPARTAMENTO:** MATEMÁTICAS  
**ÁREA:** Estadística E Investigación Operativa  
**PLAN:** 10 - Año 2002 **ESPECIALIDAD:**  
**CURSO:** Tercer curso **IMPARTIDA:** Segundo cuatrimestre **TIPO:** Obligatoria  
**CRÉDITOS:** 6 **TEÓRICOS:** 3 **PRÁCTICOS:** 3

### Descriptor B.O.E.

Fundamentos y métodos de análisis no determinista aplicados a la Ingeniería.

### Temario

#### BLOQUE 1 (15 HORAS)

Tema 1. La Estadística en las ciencias experimentales.

Tema 2. Estadística Descriptiva.

Conceptos de población y muestra. Tipos de datos. Presentación gráfica y tabular de los datos. Muestreo. Tipos de Muestreo.

Tema 3. Estadística Descriptiva en una variable.

Medidas de síntesis de datos. Cambios de Escala: Tipificación de datos.

Tema 4. Estadística Descriptiva en dos variables.

Tablas de contingencia. Distribuciones marginales y condicionadas. Medidas de asociación. Introducción a los modelos de regresión. Método de los mínimos cuadrados. Regresión y Correlación.

Tema 5. Aplicaciones Prácticas en Ingeniería.

#### BLOQUE 2 (15 HORAS)

Tema 6. Probabilidad.

Necesidad de una medida de incertidumbre. Conceptos de probabilidad. Fenómenos aleatorios. Definición axiomática de la probabilidad. Espacio probabilístico. Probabilidad condicionada. Dependencia e Independencia de sucesos. Teorema de la probabilidad total. Teorema de Bayes.

Tema 7. Aplicaciones prácticas en Ingeniería.

#### BLOQUE 3 (15 HORAS)

Tema 8. Variables aleatorias y Distribuciones de Probabilidad.

Concepto de variable aleatoria. Distribución de una variable aleatoria: función de distribución. Distribuciones discretas. Distribuciones absolutamente continuas: función de densidad. Momentos de una variable aleatoria. Teorema de Tchebychev. Distribuciones de probabilidad más usuales.

Tema 9. Ley de los grandes números y el Teorema Central del Límite.

Aplicación de teorema central del límite a la aproximación de variables aleatorias mediante la distribución normal.

Tema 10.- Aplicaciones prácticas en Ingeniería.

Muestreo secuencial para optimización. Análisis de Fiabilidad de Sistemas Industriales

#### BLOQUE 4 ( 15 HORAS)

Tema 11. Introducción a la inferencia estadística.

El problema general de la inferencia estadística: Métodos paramétricos y no paramétricos. Distribución empírica. El teorema de Glivenko-Cantelli.

Tema 12. Estimación puntual y por intervalos

La verosimilitud. Estadísticos suficientes. Estimador puntual. Método de los momentos. Método de la máxima verosimilitud. Estimadores uniformemente de mínima varianza e insesgados. Estimación consistente. Estimación eficiente. Normalidad asintótica de un estimador. Concepto de Intervalo de confianza y su construcción. Intervalo de confianza para la media y para la varianza. Otros Intervalos de Confianza. Límites de Tolerancia.

Tema 13. Contrastes de hipótesis.

Planteamiento general de un problema de contraste de hipótesis. Hipótesis nula y alternativa. Concepto general de test de hipótesis. Tipos de errores. Concepto de potencia de un test. Significación estadística. El nivel de significación (valor p). Cálculo del tamaño muestral. Contrastes de hipótesis con una muestra. Contraste sobre una media y sobre una proporción. Contraste sobre una varianza. Otros contrastes.

Tema 14. Introducción al Análisis de la varianza u su utilidad en problemas de ingeniería

Tema 15. Aplicaciones prácticas en Ingeniería.

### Requisitos Previos

Conocimientos adquiridos en las asignaturas de Fundamentos de Matemáticas I y Fundamentos de Matemáticas II

### Objetivos

- 1.- Comprender la importancia de la reducción de datos. Saber utilizar e interpretar la información que aporta la estadística descriptiva en la práctica.
- 2.- Dominar el concepto de variable aleatoria. Comprender y manejar las distintas distribuciones de probabilidad más usuales.
- 3.- Entender el alcance e importancia del teorema central del límite
- 4.- Comprender la importancia y dominar las herramientas más usuales de la inferencia estadística (estimación puntual, estimación por intervalos y test de hipótesis)

### Metodología

Las clases teóricas se desarrollarán en el aula ayudándonos de la pizarra y del uso de transparencias.

Para explicar e ilustrar conceptos de cierta dificultad de comprensión y herramientas de interés, haremos uso de la calculadora gráfica, así como de resultados y ejecuciones obtenidos con algún software (Excel, SPSS,...).

Las clases prácticas constituirán básicamente en la resolución de problemas:

Problemas de manejo de herramientas y técnicas estadísticas y Problemas de tipo conceptual e interpretación de resultados.

## Criterios de Evaluación

La asignatura de carácter cuatrimestral (2º cuatrimestre) se superará aprobando el examen de alguna de las convocatorias establecidas.

No obstante, a lo largo del curso, se llevará a cabo una evaluación continua que pudiera consistir en la realización de pruebas intermedias o trabajos que se tomarán en consideración, únicamente en la calificación de la convocatoria de junio.

## Descripción de las Prácticas

Las clases prácticas constituirán básicamente en la resolución de problemas:

Problemas de manejo de herramientas y técnicas estadísticas y Problemas de tipo conceptual e interpretación de resultados.

## Bibliografía

---

### [1 Básico] Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias /

*Jay L. Devore.*

*International Thompson Editores,, México [etc.] : (1998) - (4ª ed.)*

9687529482

---

### [2 Básico] Lecciones de cálculo de probabilidades /

*Vicente Quesada Paloma, Alfonso García Pérez.*

*Díaz de Santos,, Madrid : (1988)*

8486251842

---

### [3 Básico] Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias /

*William Mendenhall, Terry Sincich.*

*Prentice-Hall Hispanoamericana,, México : (1997) - (4ª ed.)*

9688809608

---

### [4 Recomendado] Probabilidad y estadística para ingenieros.

*Walpole, Ronald E.*

*McGraw-Hill,, México : (1989) - (4ª ed.)*

## Equipo Docente

**CARMELO HERRERA SÁNCHEZ**

(COORDINADOR)

**Categoría:** CATEDRÁTICO DE ESCUELA UNIVERSITARIA

**Departamento:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928458824

**Correo Electrónico:** [carmelo.herrera@ulpgc.es](mailto:carmelo.herrera@ulpgc.es)



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

GUÍA DOCENTE

CURSO: 2012/13

15548 - ESTADÍSTICA

**ASIGNATURA:** 15548 - ESTADÍSTICA

Vinculado a : (Titulación - Asignatura - Especialidad)

1318-Ingen. Téc. Obras Públicas, Construcción - 15044-ESTADÍSTICA - 00

1319-Ingen. Téc. Obras Públicas, transporte y - 15105-ESTADÍSTICA - 00

**CENTRO:** Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles

**TITULACIÓN:** Ingeniero Técnico de Obras Públicas, especialidad en Hidrología

**DEPARTAMENTO:** MATEMÁTICAS

**ÁREA:** Estadística E Investigación Operativa

**PLAN:** 10 - Año 2002 **ESPECIALIDAD:**

**CURSO:** Segundo curso

**IMPARTIDA:** Primer cuatrimestre

**TIPO:** Obligatoria

**CRÉDITOS:** 4,5

**TEÓRICOS:** 3

**PRÁCTICOS:** 1,5

## Información ECTS

Créditos ECTS:

Horas de trabajo del alumno:

Horas presenciales:

- Horas teóricas (HT):
- Horas prácticas (HP):
- Horas de clases tutorizadas (HCT): 4.5 horas
- Horas de evaluación:
- otras:

Horas no presenciales:

- trabajos tutorizados (HTT):
- actividad independiente (HAI):

Idioma en que se imparte:

## Descriptorios B.O.E.

Estadística. Teoría de la probabilidad. Variables aleatorias, discretas y continuas. Series temporales. Teoría de muestras. Estimación estadística.

## Temario

BLOQUE 1 ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA( 10 HORAS: 7T+3P)

Tema 1

La Estadística en las ciencias experimentales.

Tema 2

Estadística Descriptiva.

//Conceptos de población y muestra. Tipos de datos.

Tema 3

Estadística Descriptiva en una variable.

//Presentación gráfica y tabular de los datos. Medidas de síntesis de datos. Cambios de Escala:

Tipificación de datos.

Tema 4



Estadística Descriptiva en dos variables.

//Tablas de contingencia. Distribuciones marginales y condicionadas. Medidas de asociación. Introducción a los modelos de regresión. Método de los mínimos cuadrados.

## BLOQUE 2 PROBABILIDAD

Tema 5

Probabilidad.

//Necesidad de una medida de incertidumbre. Conceptos de probabilidad. Fenómenos aleatorios. Definición axiomática de la probabilidad. Espacio probabilístico. Probabilidad condicionada. Dependencia e Independencia de sucesos. Teorema de la probabilidad total. Teorema de Bayes.

Tema 6

Variables aleatorias y Distribuciones de Probabilidad.

//Concepto de variable aleatoria. Distribución de una variable aleatoria: función de distribución. Distribuciones discretas. Distribuciones absolutamente continuas: función de densidad. Momentos de una variable aleatoria. Distribuciones de probabilidad más usuales..

Tema 7

Ley de los grandes números y el Teorema Central del Límite.

//Aplicación de teorema central del límite a la aproximación de variables aleatorias mediante la distribución normal.

## BLOQUE 3 INFERENCIA

Tema 8

Introducción a la inferencia estadística.

// El problema general de la inferencia estadística.

Tema 9

Estimación puntual.

// Estimador puntual. Estimadores centrados, de mínima varianza y consistentes. Método de los momentos. Método de la máxima verosimilitud.

Tema 10

Estimación por intervalos.

// Concepto de Intervalo de confianza. Construcción de intervalos de confianza: Método de la cantidad Pivotal. Intervalo de confianza para la media. Intervalo de confianza para la varianza. Intervalo de confianza para una proporción. Intervalo de confianza para la diferencia de medias. Intervalo de confianza para el cociente de varianzas. Intervalo de confianza para diferencia de proporciones. Tamaños muestrales.

Tema 11

Contrastes de hipótesis.

// Planteamiento general de un problema de contraste de hipótesis. Hipótesis nula y alternativa. Concepto general de test de hipótesis. Tipos de errores. Concepto de potencia de un test. Significación estadística. El nivel de significación (valor p). Cálculo del tamaño muestral.

Tema 12

Contrastes de hipótesis con una muestra.

// Contraste sobre una media. Contraste sobre una proporción. Contraste sobre una varianza.

Tema 13

Contrastes de hipótesis con dos muestras.

// Contraste de igualdad de medias. Contraste de igualdad de proporciones. Contraste de igualdad de varianzas.

## Requisitos Previos

Los adquiridos en las asignaturas de Fundamentos matemáticos I y II.

## Objetivos

### 1.- Bloque 1: Estadística descriptiva

El alumno será capaz de comprender la importancia de la Estadística Descriptiva. Para ello deberá saber organizar, representar y sintetizar un conjunto de datos, e interpretar la información de interés resumida. El estudiante será capaz de comprender el interés que tienen los Modelos de Análisis de Datos en la construcción de modelos de regresión. Deberá saber aplicar el método de regresión lineal simple.

### 2.- Bloque 2: Probabilidad y variables aleatorias.

El estudiante será capaz de comprender la necesidad de la probabilidad como medida de incertidumbre en el contexto de las ciencias experimentales, y como fundamento de los métodos estadísticos para el análisis de datos. Para ello deberá utilizar los principios básicos y propiedades del Cálculo de Probabilidades, así como, reconocer y manejar los principales modelos de probabilidad discretos y continuos.

### 3.- Bloque 3: Estadística Inferencial.

El estudiante será capaz de comprender la importancia de la Inferencia Estadística como herramienta de obtención de información sobre la población en estudio, a partir del conjunto de datos observados de una muestra representativa de ésta. Para ello deberá reconocer la diferencia entre estadística paramétrica y no paramétrica. Asimismo, deberá comprender la utilidad y manejar los métodos de estimación paramétricos, los contrastes de hipótesis paramétricos y no paramétricos.

## Metodología

Al tratarse de una asignatura en extinción solo habrá unas horas de tutorías que fijará el centro para tutorizar a los alumnos.

## Criterios de Evaluación

Superar el examen, que valdrá 10 puntos, en algunas de las convocatorias oficiales.

## Descripción de las Prácticas

No hay.

## Bibliografía

---

### [1 Básico] Bioestadística /

*Francisca Rius Díaz, Francisco Javier Barón López.*  
*Thomson,, Madrid : (2005)*  
*84-9732-341-6*

---

### [2 Básico] Métodos estadísticos /

*Juan J. González H... [ et al.].*  
*Universidad,, Las Palmas de Gran Canaria : (2004)*

---

**[3 Básico] Probabilidad y estadística para ingenieros /**

*Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers.*

*Prentice Hall,, México : (1999) - (6ª ed.)*

9701702646

---

**[4 Recomendado] Diseño y análisis de experimentos /**

*Douglas C. Montgomery.*

*Grupo Editorial Iberoamérica,, México : (1991)*

9687270608

---

**[5 Recomendado] Estadística para ingenieros /**

*Ramón Ardanuy Albajar, Quintín Martín Martín.*

*Hespérides,, Salamanca : (1993)*

8460476758

---

**[6 Recomendado] Probabilidad y estadística para ingenieros.**

*Walpole, Ronald E.*

*McGraw-Hill,, México : (1989) - (4ª ed.)*

---

## Equipo Docente

**NICANOR GUERRA QUINTANA**

(COORDINADOR)

**Categoría:** TITULAR DE ESCUELA UNIVERSITARIA

**Departamento:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928458815

**Correo Electrónico:** nicanor.guerra@ulpgc.es



**ASIGNATURA:** 13878 - PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

**CENTRO:** Escuela de Ingeniería Informática

**TITULACIÓN:** Ingeniero Técnico en Informática de Sistemas

**DEPARTAMENTO:** INFORMÁTICA Y SISTEMAS

**ÁREA:** Ciencia De La Comp. E Intel. Artificial

**PLAN:** 11 - Año 2000 **ESPECIALIDAD:**

**CURSO:** Segundo curso

**IMPARTIDA:** Segundo cuatrimestre

**TIPO:** Troncal

**CRÉDITOS:** 6

**TEÓRICOS:** 3

**PRÁCTICOS:** 3

## Descriptorios B.O.E.

Estadística Descriptiva. Probabilidades. Métodos estadísticos aplicados.

## Temario

### 1. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA (2h)

- 1.1. Conceptos básicos
- 1.2. Descripción gráfica de los datos
- 1.3. Medidas numéricas descriptivas

### 2. PROBABILIDAD (3h)

- 2.1. Espacio muestral. Sucesos. Algebra de sucesos
- 2.2. Definición axiomática de Probabilidad. Propiedades.
- 2.3. Probabilidad condicionada. Teorema de Bayes.

### 3. VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS Y PRINCIPALES DISTRIBUCIONES (4h)

- 3.1. Concepto de variable aleatoria.- Función de densidad y de distribución
- 3.2. Esperanza matemática y Varianza.- Propiedades
- 3.3. Principales distribuciones discretas (binomial, geométrica, de Poisson, etc...)

### 4. VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS Y PRINCIPALES DISTRIBUCIONES (4h)

- 4.1. Distribución Normal
- 4.2. Distribuciones relacionadas con la Normal
- 4.3. Teorema Central del Limite

### 5. MUESTRAS ALEATORIAS Y DISTRIBUCIONES EN EL MUESTREO (2h)

- 5.1. Muestras aleatorias.
- 5.2. Estadísticos o Estimadores.
- 5.3. Principales Distribuciones en el muestreo.

### 6. ESTIMACIÓN PUNTUAL Y POR INTERVALO (6h)

- 6.1. Estimación Puntual.
- 6.2. Estimación por Intervalos.
- 6.3. Tamaño de la muestra. Error estándar de la estimación puntual.

## 7. PRUEBA DE HIPÓTESIS ESTADÍSTICAS (6h)

7.1. Conceptos Básicos.

7.2. Relación entre contraste de hipótesis y estimación por intervalos.

7.3. Expresiones para los distintos contrastes.

## 8. REGRESIÓN LINEAL(3h)

8.1.- Concepto de regresión lineal

8.2.- Regresión lineal simple.

8.3.- Estudio de la linealidad de la regresión.

### Requisitos Previos

Nociones de Álgebra y de Análisis Matemático que se corresponden con las asignaturas Álgebra y Matemática Discreta, Análisis Matemático y Ampliación de Análisis Matemático.

### Objetivos

1.- Conocer y manejar los conceptos básicos de espacio probabilístico: experimento aleatorio, sucesos elementales, sucesos, álgebra de sucesos, función de probabilidad. Conocer y manejar los conceptos y formulas de probabilidad condicionada

2.- Concepto de variable aleatoria, y su clasificación en discretas y continuas; funciones de probabilidad o de densidad asociadas; las definiciones de los distintos momentos de las variables aleatorias y su interpretación.

Conocimiento y manejo de las variables aleatorias más frecuentes, tanto discretas como continuas, en especial la binomial y la normal y su importancia gracias al teorema central del límite.

3.- Conocimiento y manejo de los conceptos de muestras aleatorias y las ideas de predicción estadística, de los tipos de errores cometidos en las predicciones.

4.- Intervalos de confianza y contrastes de hipótesis: Pruebas paramétricas y no paramétricas para conocer el comportamiento de una o varias variables aleatorias a partir de la información contenida en una muestra aleatoria.

5.- Concepto general de regresión y su aplicación al caso de la regresión lineal simple.

6.- Conocimiento y manejo básicos de un paquete estadístico.

### Metodología

Se realizarán tutorías para aclarar las dudas que puedan surgir de los diferentes contenidos del temario.

### Criterios de Evaluación

Se realizará un único examen escrito dividido en dos partes (una de Probabilidad y otra de Estadística) en el que se plantearán al estudiante problemas a resolver. Cada parte se evaluará por separado, calificándose de 0 a 10, siendo necesario obtener un mínimo de 5 puntos, en cada una de ellas, para aprobarla.

La calificación final del acta, en el caso de tener las dos partes de Probabilidad y Estadística del examen aprobadas, se obtendrá asignándole un peso del 50% a la calificación en la parte de Probabilidad y 50% a la calificación en la parte de Estadística. En el caso de tener una o ambas

partes de Probabilidad y Estadística del examen con nota inferior a 5, la calificación en el acta será la menor de las calificaciones obtenidas en las dos partes de ese examen.

## Descripción de las Prácticas

Las prácticas de la asignatura consistirán en la resolución de problemas con el apoyo, cuando sea necesario, del software estadístico elegido

## Bibliografía

---

### [1 Básico] Probabilidad y estadística: aplicaciones y métodos /

*George C. Canavos.*  
*McGraw-Hill,, México : (2003)*  
9684518560

---

### [2 Básico] Problemas resueltos de cálculo de probabilidades y estadística /

*Inmaculada Luengo Merino.*  
*Universidad de Las Palmas de Gran Canaria,, Las Palmas de Gran Canaria : (2006)*  
8496502406

---

### [3 Básico] Probabilidad y estadística para ingenieros /

*Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers.*  
*Prentice Hall,, México : (1999) - (6ª ed.)*  
9701702646

---

### [4 Recomendado] Introducción a la estadística /

*Angel Sarabia Viejo.*  
*ICAI,, Madrid : (1984) - (2ª ed.)*  
8473991001

---

### [5 Recomendado] Problemas y ejercicios de estadística /

*Angel Sarabia Viejo.*  
*Universidad Pontificia de Comillas,, Madrid : (1985)*  
8473991052

---

### [6 Recomendado] Problemas de probabilidades y estadística /

*Carles M. Cuadras.*  
*Promociones y Publicaciones Universitarias,, Barcelona : (1983) - (5ª ed.)*  
8486130298 VI

---

### [7 Recomendado] Problemas de probabilidades y estadística /

*C.M. Cuadras.*  
*P.P.U., Barcelona : (1985) - (6ª ed.)*  
8486130050 V2

---

### [8 Recomendado] Curso y ejercicios de estadística: aplicación a las ciencias biológicas, médicas y sociales /

*V. Quesada Paloma, A. Isidoro Martín, L. A. López Martín.*  
*Alhambra,, Madrid : (1982)*  
8420508780

**ESTHER GONZÁLEZ SÁNCHEZ**

(COORDINADOR)

**Categoría:** TITULAR DE UNIVERSIDAD

**Departamento:** INFORMÁTICA Y SISTEMAS

**Teléfono:** 928458709    **Correo Electrónico:** [esther.gonzalez@ulpgc.es](mailto:esther.gonzalez@ulpgc.es)





UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

GUÍA DOCENTE

CURSO: 2011/12

## 14585 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS DE LA INGENIERÍA

**ASIGNATURA:** 14585 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS DE LA INGENIERÍA

Vinculado a : (Titulación - Asignatura - Especialidad)

1313-Ingen. Téc. Industrial, espec. Electr. - 14644-MÉTODOS ESTADÍSTICOS DE LA INGENIERÍA - 00

1315-Ingen. Téc. Industrial, espec. Química I - 14758-MÉTODOS ESTADÍSTICOS DE LA INGENIERÍA - 00

**CENTRO:** Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles

**TITULACIÓN:** Ingeniero Técnico Industrial, especialidad en Electricidad

**DEPARTAMENTO:** MATEMÁTICAS

**ÁREA:** Estadística E Investigación Operativa

**PLAN:** 10 - Año 2001 **ESPECIALIDAD:**

**CURSO:** Primer curso

**IMPARTIDA:** Segundo cuatrimestre

**TIPO:** Troncal

**CRÉDITOS:** 6

**TEÓRICOS:** 4,5

**PRÁCTICOS:** 1,5

### Información ECTS

Créditos ECTS:6

Horas de trabajo del alumno:

Horas presenciales:

- Horas teóricas (HT):0
- Horas prácticas (HP):0
- Horas de clases tutorizadas (HCT):6
- Horas de evaluación:2
- otras:

Horas no presenciales:

- trabajos tutorizados (HTT):
- actividad independiente (HAI):

Idioma en que se imparte: CASTELLANO

### Descriptorios B.O.E.

Fundamentos y métodos de análisis no determinista aplicados a problemas de ingeniería

### Temario

#### BLOQUE 1

Tema 1 .- La Estadística en las ciencias experimentales.

Tema 2 .- Estadística Descriptiva. // Conceptos de población y muestra. Tipos de datos.

Tema 3 .- Estadística Descriptiva en una variable // Presentación gráfica y tabular de los datos.

Medidas de síntesis de datos. Cambios de Escala: Tipificación de datos.

Tema 4 .- Estadística Descriptiva en dos variables. // Tablas de contingencia. Distribuciones marginales y condicionadas. Medidas de asociación. Introducción a los modelos de regresión. Método de los mínimos cuadrados.

#### BLOQUE 2

Tema 5 .- Probabilidad. // Necesidad de una medida de incertidumbre. Conceptos de probabilidad. Fenómenos aleatorios. Definición axiomática de la probabilidad. Espacio probabilístico. Probabilidad condicionada. Dependencia e Independencia de sucesos. Teorema de

la probabilidad total. Teorema de Bayes.

Tema 6 .- Variables aleatorias y Distribuciones de Probabilidad. // Concepto de variable aleatoria. Distribución de una variable aleatoria: función de distribución. Distribuciones discretas. Distribuciones absolutamente continuas: función de densidad. Momentos de una variable aleatoria. Distribuciones de probabilidad más usuales..

Tema 7 .- Ley de los grandes números y el Teorema Central del Límite. // Aplicación de teorema central del límite a la aproximación de variables aleatorias mediante la distribución normal.

### BLOQUE 3

Tema 8 .- Introducción a la inferencia estadística. // El problema general de la inferencia estadística.

Tema 9 .- Estimación puntual. // Estimador puntual. Estimadores centrados, de mínima varianza y consistentes. Método de los momentos. Método de la máxima verosimilitud.

Tema 10 .- Estimación por intervalos. // Concepto de Intervalo de confianza. Construcción de intervalos de confianza: Método de la cantidad Pivotal. Intervalo de confianza para la media. Intervalo de confianza para la varianza. Intervalo de confianza para una proporción. Intervalo de confianza para la diferencia de medias. Intervalo de confianza para el cociente de varianzas. Intervalo de confianza para diferencia de proporciones. Tamaños muestrales.

Tema 11 .- Contrastes de hipótesis. // Planteamiento general de un problema de contraste de hipótesis. Hipótesis nula y alternativa. Concepto general de test de hipótesis. Tipos de errores. Concepto de potencia de un test. Significación estadística. El nivel de significación (valor p). Cálculo del tamaño muestral.

Tema 12 .- Contrastes de hipótesis con una muestra. // Contraste sobre una media. Contraste sobre una proporción. Contraste sobre una varianza.

Tema 13 .- Contrastes de hipótesis con dos muestras. // Contraste de igualdad de medias. Contraste de igualdad de proporciones. Contraste de igualdad de varianzas.

## Requisitos Previos

Conocimientos adquiridos en las asignaturas de Fundamentos de Matemáticas I y Fundamentos de Matemáticas II

## Objetivos

### 1.- Bloque 1: Estadística descriptiva

El alumno será capaz de comprender la importancia de la Estadística Descriptiva. Para ello deberá saber organizar, representar y sintetizar un conjunto de datos, e interpretar la información de interés resumida. El estudiante será capaz de comprender el interés que tienen los Modelos de Análisis de Datos en la construcción de modelos de regresión. Deberá saber aplicar el método de regresión lineal simple.

### 2.- Bloque 2: Probabilidad y variables aleatorias.

El estudiante será capaz de comprender la necesidad de la probabilidad como medida de incertidumbre en el contexto de las ciencias experimentales, y como fundamento de los métodos estadísticos para el análisis de datos. Para ello deberá utilizar los principios básicos y propiedades del Cálculo de Probabilidades, así como, reconocer y manejar los principales modelos de probabilidad discretos y continuos.

### 3.- Bloque 3: Estadística Inferencial.

El estudiante será capaz de comprender la importancia de la Inferencia Estadística como herramienta de obtención de información sobre la población en estudio, a partir del conjunto de datos observados de una muestra representativa de ésta. Para ello deberá reconocer la diferencia

entre estadística paramétrica y no paramétrica. Asimismo, deberá comprender la utilidad y manejar los métodos de estimación paramétricos, los contrastes de hipótesis paramétricos y no paramétricos.

## Metodología

Dado el carácter en extinción de la asignatura se impartirán 6 horas de tutorías docentes. El centro fijará horario de dichas tutorías.

## Criterios de Evaluación

Superar el examen, que valdrá 10 puntos, de alguna de la convocatorias oficiales.

## Descripción de las Prácticas

No hay prácticas.

## Bibliografía

---

### [1 Básico] Métodos estadísticos /

*Juan J. González H... [ et al.].*

*Universidad,, Las Palmas de Gran Canaria : (2004)*

---

### [2 Recomendado] Bioestadística /

*Francisca Rius Díaz, Francisco Javier Barón López.*

*Thomson,, Madrid : (2005)*

*84-9732-341-6*

---

### [3 Recomendado] Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias /

*Jay L. Devore.*

*International Thompson Editores,, México [etc.] : (1998) - (4ª ed.)*

*9687529482*

---

### [4 Recomendado] Probabilidad y estadística para ingenieros.

*Walpole, Ronald E.*

*McGraw-Hill,, México : (1989) - (4ª ed.)*

---

### [5 Recomendado] Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias /

*William Mendenhall, Terry Sincich.*

*Prentice-Hall Hispanoamericana,, México : (1997) - (4ª ed.)*

*9688809608*

## Equipo Docente

**NICANOR GUERRA QUINTANA**

(COORDINADOR)

**Categoría:** TITULAR DE ESCUELA UNIVERSITARIA

**Departamento:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928458815

**Correo Electrónico:** nicanor.guerra@ulpgc.es



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

GUÍA DOCENTE

CURSO: 2012/13

14716 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS DE LA  
INGENIERÍA

**ASIGNATURA:** 14716 - MÉTODOS ESTADÍSTICOS DE LA INGENIERÍA

**CENTRO:** Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles

**TITULACIÓN:** Ingeniero Técnico Industrial, especialidad en Mecánica

**DEPARTAMENTO:** MATEMÁTICAS

**ÁREA:** Estadística E Investigación Operativa

**PLAN:** 10 - Año 2001 **ESPECIALIDAD:**

**CURSO:** Segundo curso

**IMPARTIDA:** Primer cuatrimestre

**TIPO:** Troncal

**CRÉDITOS:** 6

**TEÓRICOS:** 4,5

**PRÁCTICOS:** 1,5

## Descriptorios B.O.E.

Fundamentos y métodos de análisis no deterministas aplicados a problemas de Ingeniería.

## Temario

### BLOQUE 1: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Tema 1.- Estadística Descriptiva en una variable

Tema 2.- Estadística Descriptiva en dos variables

### BLOQUE 2: PROBABILIDAD

Tema 3.- Probabilidad de sucesos. Teorema de Bayes

Tema 4.- Variables aleatorias. Distribuciones de Probabilidad. Teorema central del límite.

### BLOQUE 3: ESTADÍSTICA INFERENCIAL

Tema 5.- Estimación Puntual. Estimación por Intervalos de Confianza

Tema 6.- Contrastes de hipótesis con una y dos muestras

Tema 7.- Contrates no paramétricos

### BLOQUE 4: MODELOS DE ANÁLISIS DE DATOS

Tema 8.- El modelo lineal: Regresión y Análisis de la Varianza.

Tema 9.- Diseño de Experimentos

## Requisitos Previos

Conocimientos adquiridos en las asignaturas de Fundamentos de Matemáticas I y Fundamentos de Matemáticas II

## Objetivos

El estudiante será capaz de:

1. Comprender la importancia de la Estadística Descriptiva. Para ello deberá saber organizar, representar y sintetizar un conjunto de datos.
2. Valorar el grado de dependencia, si existiese, entre variables aleatorias y construir modelos de regresión lineal simple.
3. Entender la necesidad de la probabilidad como medida de incertidumbre en el contexto de las

- ciencias experimentales, y como fundamento de los métodos estadísticos para el análisis de datos. Para ello deberá utilizar los principios básicos y propiedades del Cálculo de Probabilidades, así como, reconocer y manejar los principales modelos de probabilidad discretos y continuos. Asimismo, deberá utilizar y comprender la importancia del Teorema Central del Límite.
4. Comprender la importancia de la Inferencia Estadística como herramienta de obtención de información sobre la población en estudio, a partir del conjunto de datos observados de una muestra representativa de ésta. Para ello deberá reconocer la diferencia entre estadística paramétrica y no paramétrica. Asimismo, deberá comprender la utilidad y manejar los métodos de estimación paramétricos, los contrastes de hipótesis paramétricos y no paramétricos.
  5. Aprender el interés que tienen los Modelos de Análisis de Datos en la construcción de modelos de regresión o en el diseño de experimentos. Para ello deberá saber aplicar métodos de regresión, en particular, en procedimientos de calibración analítica e instrumental, y estudiar algunos tipos de diseños de experimentos.
  6. Aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas sencillos.
  7. Manejar software estadístico de interés (MS Excel ) que le permitirá interpretar los resultados obtenidos al analizar un conjunto de datos.
  8. Interpretar los resultados numéricos obtenidos en los problemas y la información de interés extraída de un conjunto de datos al utilizar los métodos estadísticos del software empleado (MS Excel).
  9. Desarrollar tareas de forma autónoma y potenciar habilidades interpersonales que le permitan trabajar en equipo.
  10. Comprender y relacionar la terminología y métodos estadísticos estudiados y sus aplicaciones en el aprendizaje de otras materias de la Titulación.

## Metodología

### TEORÍA:

- Actividad del profesor: Clase expositiva simultaneada con la realización de ejercicios. Se utiliza la pizarra, combinada con el recurso del ordenador en el aula para la visualización del material de apuntes, presentaciones de Power-point y utilización del MS Excel para reforzar conceptos o desarrollar ejercicios.

### PROBLEMAS:

- Actividad del profesor: Primera parte expositiva, una segunda parte de supervisión y asesoramiento en la Resolución de los problemas por parte del alumno y una parte final de análisis del resultado y generalización a otros tipos de problemas. Se utiliza básicamente la pizarra, proyecciones de PowerPoint y MS Excel

- Actividad del estudiante:

Presencial: Participación activa en la resolución de los problemas y en el análisis de los resultados.

No presencial: Resolución de otros problemas o de relaciones de problemas no resueltos en clase y estudio de los planteados en las mismas. Utilización de MS Excel para obtener y analizar los resultados que se obtendrían en el mismo problema partiendo de diferentes condiciones.

## Criterios de Evaluación

UN EXAMEN FINAL EN CADA UNA DE LAS CONVOCATORIAS OFICIALES CON UNA PUNTUACIÓN MÁXIMA DE 10 PUNTOS.

## Descripción de las Prácticas

### BLOQUE 1: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Práctica 1.- Resolución de problemas propuestos

### BLOQUE 2: PROBABILIDAD

Práctica 2.- Resolución de problemas propuestos

### BLOQUE 3: ESTADÍSTICA INFERENCIAL

Práctica 3.- Resolución de problemas propuestos

### BLOQUE 4: MODELOS DE ANÁLISIS DE DATOS

Práctica 4.- Resolución de problemas propuestos.

## Bibliografía

---

### [1 Básico] Estadística teórica y aplicada /

*Andrés Nortés Checa.*

*Santiago Rodríguez,, Burgos : (1987) - (3ª ed.)*

8486624398

---

### [2 Básico] Estadística aplicada a través de Excel /

*César Pérez López.*

*Prentice Hall,, Madrid [etc.] : (2002)*

8420535362

---

### [3 Básico] Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería /

*Douglas C. Montgomery, George C. Runger.*

*McGraw-Hill,, México : (1996)*

9701010175

---

### [4 Básico] Problemas de probabilidad /

*F. J. Martín Pliego, J. M. Montero Lorenzo, L. Ruíz-Maya Pérez.*

*AC,, Madrid : (1998)*

84-7288-175-X

---

### [5 Básico] Métodos estadísticos /

*Juan J. González H... [ et al.].*

*Universidad,, Las Palmas de Gran Canaria : (2004)*

---

### [6 Básico] Estadística para ingenieros técnicos /

*presentado por Antonio Gámez Mellado y Luis M. Marín Trechera.*

*Universidad, Servicio de Publicaciones,, Cádiz : (2000)*

8477866856

---

### [7 Básico] Estadística para ingenieros /

*Ramón Ardanuy Albajar, Quintín Martín Martín.*

*Hespérides,, Salamanca : (1993)*

8460476758

---

### [8 Básico] Estadística industrial moderna: diseño y control de la calidad y la confiabilidad /

*Ron Kennet; coautor Shelemyahu Zacks.*

*Thomson,, México : (2000)*

9706860274

---

**[9 Básico] Probabilidad y estadística para ingenieros /**

*Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers.*

*Prentice Hall,, México : (1999) - (6ª ed.)*

9701702646

---

**[10 Básico] Probabilidad y estadística para ingeniería y administración /**

*William W. Hines, Douglas C. Montgomery.*

*Compañía Editorial Continental,, México : (1993) - (2ª ed.)*

9682612322

---

**[11 Recomendado] Probabilidad y estadística para ingenieros.**

*Walpole, Ronald E.*

*McGraw-Hill,, México : (1989) - (4ª ed.)*

## Organización Docente de la Asignatura



Contenidos	Horas					Competencias y Objetivos
	HT	HP	HCT	HTT	HAI	
BLOQUE 1: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA__Tema 1 .-Estadística Descriptiva en una variable__Tema 2 .-Estadística Descriptiva en dos variables	4	4	0	0	6	- El alumno será capaz de comprender la importancia de __la Estadística Descriptiva. Para __ello deberá saber organizar,representar, sintetizar un conjunto de datos.__- El alumno será capaz de valorar __el grado de dependencia, si __existiese, entre variables __aleatorias y construir modelos __de regresión lineal simple.__-El estudiante será capaz de aplicar los conocimientos __adquiridos a la resolución de __problemas sencillos.__- Elestudiante será capaz de manejar software estadístico __de interés (MS Excel) que le __permitirá interpretar los __resultados obtenidos al __analizar un conjunto de __datos.__- El estudiante será __capaz de interpretar los __resultados numéricos __obtenidos en los problemas y __la información de interés __extraída de un conjunto de __datos al utilizar los métodos __estadísticos del software __empleado (MS Excel). __- Elestudiante será capaz de __desarrollar tareas de forma __autónoma y potenciar __habilidades interpersonales __que le permitan trabajar en __equipo. __- El estudiante será __capaz de comprender y relacionar la terminología y __métodos estadísticos __estudiados y sus aplicaciones __en el aprendizaje de otras __materias de la Titulación.__

Contenidos	Horas					Competencias y Objetivos
	HT	HP	HCT	HTT	HAI	
<p>BLOQUE</p> <p>2: __PROBABILIDAD__ Tema</p> <p>3 .- __Probabilidad de sucesos.__ Teorema de Bayes __ Tema 4 .- __ Variables aleatorias. __ Distribuciones de __ Probabilidad. Teorema central __ del límite.</p>	8	8			12.5	<p>- El estudiante será capaz de __ comprender la necesidad de la __ probabilidad como medida de __ incertidumbre en el contexto __ de las ciencias experimentales, __ y como fundamento de los __ métodos estadísticos para el __ análisis de datos. Para ello __ deberá utilizar los principios __ básicos y propiedades del __ Cálculo de Probabilidades, así __ como, reconocer y manejar los __ principales modelos de __ probabilidad discretos y __ continuos. Asimismo, deberá __ utilizar y comprender la __ importancia del Teorema __ Central del Límite. __ - El estudiante será capaz de __ aplicar los conocimientos __ adquiridos a la resolución de __ problemas sencillos. __ - El estudiante será capaz de __ manejar software estadístico __ de interés (MS Excel) que le __ permitirá interpretar los __ resultados obtenidos al __ analizar un conjunto de __ datos. __ - El estudiante será __ capaz de interpretar los __ resultados numéricos __ obtenidos en los problemas y __ la información de interés __ extraída de un conjunto de __ datos al utilizar los métodos __ estadísticos del software __ empleado (MS Excel). __ - El estudiante será capaz de __ desarrollar tareas de forma __ autónoma y potenciar __ habilidades interpersonales __ que le permitan trabajar en __ equipo. __ - El estudiante será __ capaz de comprender y relacionar la terminología y __ métodos estadísticos __ estudiados y sus aplicaciones __ en el</p>

aprendizaje de otras\_\_materias  
de la Titulación.

---

## Horas

Contenidos	Horas					Competencias y Objetivos
	HT	HP	HCT	HTT	HAI	
BLOQUE 3: ESTADÍSTICA__INFERENC IAL__Tema 5 .-__Estimación Puntual.__Estimación por Intervalos de__Confianza__Tema 6 .-__Contrastes de hipótesis con__una y dos muestras__Tema 7 .-__Contrates no paramétricos__	10	10			17	- El estudiante será capaz de__comprender la importancia de__la Inferencia Estadística como__herramienta de obtención de__información sobre la población__en estudio, a partir del__conjunto de datos observados__de una muestra representativa__de ésta. Para ello deberá__reconocer la diferencia entre__estadística paramétrica y no__paramétrica. Asimismo, deberá__comprender la utilidad y__manejar los métodos de__estimación paramétricos, los__contrastes de hipótesis__paramétricos y no__paramétricos.__- El estudiante__será capaz de aplicar los__conocimientos adquiridos a la__resolución de problemas__sencillos.__- El estudiante será__capaz de manejar software__estadístico de interés (MS__Excel) que le permitirá__interpretar los resultados__obtenidos al analizar un__conjunto de datos.__- El__estudiante será capaz de__interpretar los resultados__numéricos obtenidos en los__problemas y la información de__interés extraída de un conjunto__de datos al utilizar los métodos__estadísticos del software__empleado (MS Excel). __- El__estudiante será capaz de__desarrollar tareas de forma__autónoma y potenciar__habilidades interpersonales__que le permitan trabajar en__equipo. __- El estudiante será__capaz de comprender y__relacionar la terminología y__métodos estadísticos__estudiados y sus

aplicaciones\_\_en el  
aprendizaje de otras\_\_materias  
de la Titulación.

---

Contenidos	Horas					Competencias y Objetivos
	HT	HP	HCT	HTT	HAI	
BLOQUE 4: MODELOS DE ANÁLISIS DE DATOS Tema 8 .- El modelo lineal: Regresión y Análisis de la Varianza. Tema 9 .- Diseño de Experimentos	8	8			12	- El estudiante será capaz de comprender el interés que tienen los Modelos de Análisis de Datos en la construcción de modelos de regresión o en el diseño de experimentos. Para ello deberá saber aplicar métodos de regresión, en particular, en procedimientos de calibración analítica e instrumental, y estudiar algunos tipos de diseños de experimentos. - El estudiante será capaz de aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas sencillos. - El estudiante será capaz de manejar software estadístico de interés (MS Excel) que le permitirá interpretar los resultados obtenidos al analizar un conjunto de datos. - El estudiante será capaz de interpretar los resultados numéricos obtenidos en los problemas y la información de interés extraída de un conjunto de datos al utilizar los métodos estadísticos del software empleado (MS Excel). - El estudiante será capaz de desarrollar tareas de forma autónoma y potenciar habilidades interpersonales que le permitan trabajar en equipo. - El estudiante será capaz de comprender y relacionar la terminología y métodos estadísticos estudiados y sus aplicaciones en el aprendizaje de otras materias de la Titulación.

## Equipo Docente

**CARMELO HERRERA SÁNCHEZ**

(COORDINADOR)

**Categoría:** CATEDRÁTICO DE ESCUELA UNIVERSITARIA

**Departamento:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928458824    **Correo Electrónico:** [carmelo.herrera@ulpgc.es](mailto:carmelo.herrera@ulpgc.es)



# LICENCIATURA EN BIOLOGÍA

## BIOLOGÍA MARINA, BIOLOGÍA CELULAR Y MOLECULAR, BIOLOGÍA AGRÍCOLA, BIOLOGÍA SANITARIA, BIOLOGÍA AMBIENTAL Y DE ORGANISMOS, BIOLOGÍA ANIMAL, BIOLOGÍA VEGETAL

Resolución de 9 de noviembre de 2000 (BOE nº 296, de 11 de diciembre, pág. 43047)

C. err. Res. 10 de marzo de 2004 (BOE nº 83, de 6 de abril, pág. 14559)

*Distribución de la Carga Lectiva en Créditos:*

CICLO	CURSO	MAT. TRON.	MAT. OBLG.	MAT. OPTV.	LIB. CONF.	TOTAL CRÉD.	CRÉD. TCOS.	CRÉD. PCOS.
I	1º	48	12	--	33	63	36	27
	2º	48	12	--		67,5	45	22,5
	3º	36	24	--		67,5	45	22,5
II	4º	24	--	36		67,5	40,5	27
	5º	24	--	36		67,5	37,5	30
<b>TOTALES</b>		180	48	72	33	<b>333</b>	204	129

PRIMER CURSO			
Asignatura	Tipo	Créd	Descriptor
Botánica •	Tr	12	Bases de organización vegetal. Principales tipos estructurales. Ciclos vitales. Diversidad vegetal y líneas filogenéticas. Bases para la descripción de la vegetación.
Zoología •	Tr	12	Bases de organización animal: promorfología y principales tipos estructurales. Bionomía animal. Procesos básicos del desarrollo. Diversidad animal y líneas filogénicas. Introducción a la zoología aplicada.
Matemáticas	Tr	6	Álgebra lineal: Álgebra matricial, sistemas de ecuaciones lineales. Cálculo: Continuidad, derivabilidad, integración. Ecuaciones diferenciales. Introducción a la informática.
Química	Tr	6	Bases químicas de los procesos biológicos y de las aplicaciones de los agentes biológicos. Factores químicos del medio ambiente.
Diversidad Biológica	Ob	6	Evolución del pensamiento biológico. El tiempo y la vida. Evolución abiótica, biótica y celular. Diversidad de sistemas biológicos. Fundamentos de la filogenia y clasificación de los seres vivos.
Física de los Procesos Biológicos	Tr	6	Biomecánica. Control y estabilidad. Procesos de transporte. Bioelectromagnetismo. Radiación y radioactividad. Óptica.
Bioestadística	Tr	6	Estadística descriptiva. Distribuciones de probabilidad. Regresión y correlación. Muestreo. Contraste de hipótesis. Análisis de varianza. Introducción al análisis multivalente.
Química Orgánica	Ob	6	Grupos funcionales y reacciones características. Compuestos orgánicos de interés biológico. Introducción a las rutas metabólicas.

SEGUNDO CURSO			
Asignatura	Tipo	Créd	Descriptor
Microbiología •	Tr	12	Microorganismos: estructura, función y taxonomía. Ecología microbiana. Introducción a la virología. Genética microbiana. Microbiología aplicada.
Bioquímica •	Tr	12	Principios de bioquímica estructural. Enzimología. Metabolismo. Biología molecular.
Citología e Histología Vegetal y Animal •	Tr	12	La célula: estructura y función. Tejidos vegetales. Tejidos animales. Bases de organografía microscópica en animales.
Genética •	Tr	12	Naturaleza, organización, función y transmisión del material hereditario. Recombinación y análisis genético. Cambios en el material hereditario. Regulación de la expresión genética. Genética de poblaciones. Genética evolutiva. Genética humana.
Geología	Ob	6	La formación del Planeta. Deformaciones tectónicas. Magmatismo: materiales, estructuras y formas volcánicas. Metamorfismo. Meteorización y formación de suelos. Modelado y evolución del paisaje en los distintos dominios climáticos.
Edafología	Ob	6	Concepto y generalidades. Componentes del suelo. Propiedades físicas y químicas. Actividad biológica de los suelos en relación con su funcionamiento. Edafogénesis, clasificación y tipología.

TERCER CURSO			
Asignatura	Tipo	Créd	Descriptor
Fisiología animal •	Tr	12	Funciones de los órganos y sistemas de los animales y su regulación. Estudio de las leyes que lo rigen. Fisiología comparada.
Fisiología vegetal •	Tr	12	Funcionamiento de los vegetales y su regulación. Relaciones hídricas, nutrición, fotosíntesis, crecimiento y desarrollo.
Ecología •	Tr	12	Factores ambientales. Autoecología. Poblaciones. Interacción entre especies. Descripción y tipos de comunidades. Estructura y función de ecosistemas. Sucesión y explotación.
Organografía Microscópica Animal	Ob	6	Introducción a la organografía animal comparada. Sistema nervioso y órganos de los sentidos. Sistema neuroendocrino. Sistema tegumentario. Sistema digestivo. Sistemas circulatorio y respiratorio. Sistema inmunitario. Sistema urogenital.
Diversidad y Conservación de Faunas Insulares	Ob	6	Introducción y conceptos generales El medio insular. Los endemismos. Diversidad faunística de Canarias. Situación actual de la fauna. Proyectos sobre impacto faunístico. Aprovechamiento de las especies. La caza.
Principios de Oceanografía y Biología Marina	Ob	6	Historia y evolución de las ciencias marinas. Cartografía náutica y ordenación del mar. Características abióticas y bióticas del medio marino. Explotación de recursos marinos. Ciencias marinas aplicadas.
Recursos Vegetales: Conservación y Gestión del Medio Ambiente	Ob	6	Uso de las plantas como bioindicadores de medios naturales, seminaturales y antropizados. Estrategias de conservación de especies y de hábitats. Caracterización y gestión del territorio.

CUARTO CURSO			
Asignatura	Tipo	Créd	Descriptor
Métodos y Técnicas en Bioquímica y Biología Molecular	Tr	6	Centrifugación y fraccionamiento celular. Cromatografía. Electroforesis. Técnicas espectroscópicas. Técnicas isotópicas.
Fundamentos Metrológicos en Biología Celular	Tr	6	Métodos de estudio celular: cultivos celulares, hibridomas, fraccionamiento celular, sistemas acelulares. Técnicas microscópicas. Estudio de la química celular: localización de sustancias en los tejidos (autorradiografía, inmunohistoquímica, hibridación "in situ"). Trazadores intracelulares.
Genética Aplicada	Tr	6	Métodos de extracción de ácidos nucleicos. Vectores y estrategias de clonación. Conocimiento y detección de la variabilidad genética. Identificación molecular y diagnóstico genético.
Métodos y Técnicas en Microbiología Aplicada	Tr	6	Recogida y manipulación de muestras en Microbiología clínica, ambiental, etc. La seguridad en el laboratorio de microbiología. El cultivo puro: crecimiento de microorganismos. Sistemas de esterilización de pequeñas muestras y de grandes instalaciones. Factores que influyen en el crecimiento microbiano. Reacciones metabólicas de los microorganismos. Métodos de genética molecular y biotecnología: sus aplicaciones a la microbiología clínica, microbiología ambiental y microbiología industrial.

QUINTO CURSO			
Asignatura	Tipo	Créd	Descriptor
Métodos y Técnicas en Biología Animal	Tr	6	Estudio y determinación de parámetros oceanográficos. Utilización de cartas náuticas. Métodos y técnicas de trabajo de Paleontología. Análisis de datos. Aplicaciones.
Métodos y Técnicas en Edafología	Tr	6	Componentes inorgánicos del suelo (cristalinos y amorfos) y disolución del suelo (difracción de rayos X, espectroscopia infrarroja, métodos térmicos, disolución selectiva, técnicas microanalíticas, análisis elemental). Componentes orgánicos (espectroscopia infrarroja, UV y visible, métodos térmicos, RMN). Técnicas microanalíticas.
Fundamentos de Biología Vegetal Aplicada	Tr	6	Influencia de factores exógenos y endógenos en la morfogénesis vegetal. Aplicaciones en agricultura. Metodología y técnicas en taxonomía y cartografía vegetal.
Técnicas Experimentales en Ecología	Tr	6	Métodos y técnicas para el estudio de la estructura y dinámica de las comunidades animales y vegetales. Métodos y técnicas para el análisis de las poblaciones animales y vegetales. Métodos y técnicas para el análisis de factores ecológicos.

**ASIGNATURAS OPTATIVAS DE CUARTO CURSO**

<b>Asignatura</b>	<b>Créd</b>	<b>Descriptor</b>
Agua y Medio Ambiente Terrestre	4,5	Composición de las aguas naturales y su regulación en los diversos compartimentos ambientales. Criterios de calidad para diferentes usos. Aguas recicladas.
Análisis de Datos	4,5	Muestreo: tipos, tamaño, precisión y fiabilidad. Diseño de experimentos: planteamiento general, diseños factoriales, diseños especiales, comparaciones múltiples. Técnicas de análisis multivariante: componentes principales, análisis factorial, análisis discriminante y análisis cluster o conglomerados.
Artrópodos	7,5	Diversidad de los artrópodos. Organización corporal. Anatomía comparada. Ciclos vitales. Sistemática y filogenia. Bionomía de los distintos grupos. Fauna de artrópodos en Canarias. Entomología aplicada.
Biofísica	6	Sistemas de reacción difusión. Estructura disipativas. Procesos de autoorganización en los seres vivos. Evolución y selección natural. Algoritmos de optimización. Funciones optimizables y no optimizables en los seres vivos. Condiciones de contorno. Biomecánica. Bioenergética. Transducción de energía en la fotosíntesis: excitones y fluorescencia.
Biología Celular	6	Membranas biológicas y superficie celular. Tráfico intracelular. Interacciones celulares. Movimientos celulares. Biología celular especial.
Biotecnología Vegetal	7,5	Cultivos <i>in vitro</i> . Biología de las células y los tejidos <i>in vitro</i> . Micropropagación. Variación somaclonal. Criopreservación. Producción de compuestos de interés por cultivo <i>in vitro</i> . Cultivo a gran escala. Introducción a la biología molecular de las plantas. Ingeniería genética de plantas.
Ecofisiología Vegetal	6	Introducción al concepto de Ecofisiología Vegetal. Las plantas y el ambiente. Microclimas. Balance de carbono, agua y nutrientes al nivel de plantas, comunidades y poblaciones. Análisis del crecimiento y desarrollo en condiciones naturales. Respuestas de las plantas a condiciones de estrés.
Enzimología	6	Introducción a la estructura de proteínas. Mecanismo de plegamiento. Mecanismos básicos de reacciones orgánicas de interés en el metabolismo. Catálisis por coenzimas. Estructura de los sitios activos. Cinética enzimática en mecanismos complejos. Cinética de enzimas alostéricas. Isoenzimas.
Etología	6	Objetivos y métodos: métodos matemáticos. Factores causales del comportamiento. Ontogenia y juego. Evolución del comportamiento. Estudio comparado del comportamiento animal.
Fisiología de los Animales Marinos	7,5	Estudio de las adaptaciones de los grandes sistemas, mecanismos sensoriales y efectores al ambiente acuático.
Fitopatología	6	Estudio de las enfermedades de los vegetales. Identificación y clasificación de agentes causales de plagas y enfermedades. Interacción hospedador-patógeno en fitopatología.
Invertebrados no Artrópodos	7,5	Niveles de organización de los animales. Forma y función. (Simetría, organización corporal, anatomía comparada, funciones vitales, aportaciones biológicas). Sistemática y filogenia. Zoología aplicada.
Microbiología Ambiental	6	Principales hábitats microbianos. El suelo como hábitat de microorganismos: distribución y composición de la microbiota del suelo. El medio acuático. Ambientes extremos. Interacciones de los microorganismos entre sí y con otros seres vivos. Los microorganismos como determinantes ambientales. Los microorganismos y la contaminación. Tratamiento biológico de residuos.
Microbiología Clínica	4,5	Bases de la patogenicidad de los microorganismos: invasividad y toxigenidad. Mecanismos de acción de las principales toxinas microbianas. Sistemas de toma de muestras, identificación y cultivo de microorganismos patógenos.
Oceanografía Biológica	7,5	El medio marino como hábitat. El bentos. Historia natural de los organismos marinos. Metodología de muestreo y análisis de datos. Producción y estructuras tróficas. Explotación y manejo de recursos y ecosistemas.
Oceanografía Física y Química	6	Propiedades físicas del agua del mar. Propagación del sonido en el mar. Dinámica marina. Composición química del agua del mar. La fertilidad del agua del mar. Contaminación marina.
Plantas no Vasculares	6	Estrategias de la vida en plantas no vasculares. Diversidad en vegetales no vasculares. Influencia de los factores ambientales en la distribución de las plantas no vasculares. Importancia ambiental y aplicaciones de los recursos vegetales no vasculares.
Plantas Vasculares	6	Evolución y filogenia. Disciplinas y técnicas auxiliares para el estudio de las plantas vasculares. Diversidad en vegetales vasculares. Plantas vasculares y medio ambiente.
Zoología Marina	9	Anatomía, sistemática, biología y ecología de los grupos de animales marinos, especialmente los representados en las aguas de la región atlántico-mediterránea. Aspectos ecológicos, zoogeográficos y aplicados.

**ASIGNATURAS OPTATIVAS DE QUINTO CURSO**

<b>Asignatura</b>	<b>Créd</b>	<b>Descriptor</b>
Biología del Desarrollo	6	Embriología descriptiva: gametogénesis, fecundación, segmentación, gastrulación y organogénesis. Embriología causal: el papel de la superficie celular en el desarrollo; la diversificación celular. Control genético del desarrollo.
Biología Pesquera y Acuicultura Marina	10,5	Introducción y generalidades: conceptos, definiciones y métodos generales. Metodología y descriptiva de la pesca. Dinámica de poblaciones sometidas a explotación. Aspectos técnicos y biológicos de la producción en acuicultura. Especies cultivables de interés comercial. Ordenación. Planificación y gestión en acuicultura.
Botánica Marina	6	Los vegetales marinos: tipos morfológicos, estructura celular, reproducción y sistemática. Las plantas y el medio marino.
Contaminación Ambiental	6	Dinámica de los contaminantes. Modificación de contaminantes en el ambiente. Bioacumulación y cadenas tróficas. Modelos predictivos. Análisis de contaminantes.
Control de Plagas y Enfermedades de las Plantas	4,5	Control de las plagas y enfermedades: bases ecológicas, factores que inciden en la metodología de control; tipos de control; fundamentos económicos del control.
Degradación y Conservación de Suelos	6	Estudio de los procesos de degradación del suelo, los factores responsables y los efectos productivos y ambientales de los mismos. Análisis de las bases científicas y diseño de medidas de conservación de suelos y control de la erosión. Evaluación de la degradación de suelos.
Evaluación del Impacto Ambiental	6	Conceptos y métodos relacionados con la evaluación de impactos. Estrategias de los ecosistemas canarios en relación con las perturbaciones. Tipología de impactos en las Islas Canarias; determinación de causas y efectos. Previsión y prevención de impactos. Técnicas de ponderación de impactos. Descripción de técnicas ecológicas para el seguimiento y control de impactos sobre los ecosistemas canarios.
Evaluación y Manejo de Suelos	6	Clasificación y tipología de suelos. Sistemas americano y leyenda FAO/UNESCO. Distribución de los suelos en las grandes zonas bioclimáticas mundiales. Suelos de la Islas Canarias. Cartografía de suelos. Manejo de suelos; agrosistemas. Métodos de evaluación.
Fisiología Vegetal Marina	4,5	Temperatura, salinidad, nutrición mineral en algas, luz y fotosíntesis. Translocación. Excreción. Crecimiento y desarrollo. Hormonas. Fotoperiodismo. Polución. Variabilidad genética de los vegetales marinos.
Flora y Vegetación Canaria	6	Origen y aspectos físicos del territorio insular. Nociones fitogeográficas. Flora canaria. Vegetación canaria. Medidas de protección de la flora y la vegetación.
Genética Evolutiva	7,5	Variabilidad genética. Estructura y dinámica de poblaciones. Procesos de especiación. Estudio de evolución a distintos niveles. Filogenia.
Geobotánica y fitosociología	6	Las plantas y el medio. Fitocorología. Paisajes vegetales de la Tierra. Paisajes vegetales de la Península Ibérica. Fitosociología y sinfitosociología.
Geología Marina	4,5	Introducción al medio geológico marino. Descripción y evolución de cuencas oceánicas. Zonas y mecanismos de subducción. Márgenes continentales. Ambientes y materiales sedimentarios marinos. Geología marina de las Islas Canarias. Metodología de investigación en Geología Marina.
Ingeniería Genética	7,5	Síntesis de oligonucleótidos. Vectores de expresión en procariontes y eucariontes. Construcción de genotecas por PCR. Identificación genética. Técnicas de detección de mutantes. Mutagénesis dirigida. Construcción de transgénicos. Terapia genética.
Inmunología	7,5	Células y órganos del sistema inmunológico. Mediadores solubles de inmunidad. Aspectos celulares de la respuesta inmunológica. La inmunidad en la defensa y como fuente de enfermedad. Filogenia del sistema inmunológico
Paleontología	6	Conceptos y fundamentos. Tafonomía. Paleontología estratigráfica. Paleobiología. Historia de la vida. Conservación del patrimonio paleontológico.
Parasitología	4,5	Generalidades: definiciones, relaciones parásito-hospedador. Protozoos parásitos. Nematodos parásitos. Trematodos y cestodos parásitos de interés clínico. Artrópodos vectores y parásitos.
Planctología	7,5	Introducción: conceptos de plancton y planctología. Generalidades del fitoplancton y del zooplancton. Metodología de estudio del plancton marino. La vida en el dominio pelágico. Biogeografía planctónica.
Regulación del Desarrollo Vegetal	4,5	Bioquímica y filogenia de la regulación del desarrollo. Biología molecular de la regulación hormonal. Uso aplicado de hormonas vegetales.
Vertebrados	7,5	Origen y características de los cordados. Anatomía comparada de vertebrados. Evolución y características de los distintos grupos de vertebrados. Historia natural de vertebrados. Peculiaridades de los vertebrados insulares.
Virología	7,5	Métodos de cultivo y titulación del virus. Estructura y organización de los virus. Bacteriófagos: interacción lítica y lisogenia. Virus de animales: clasificación estructura y replicación. Patogénesis, diagnóstico y epidemiología. Virus de vegetales: patogénesis y mecanismos de transmisión. Viroides y priones.

## ORIENTACIONES (BIOLOGÍA)

<b>Orientación de Biología Marina</b>	
- Análisis de datos	- Geología marina
- Biología pesquera y acuicultura marina	- Oceanografía biológica
- Botánica marina	- Oceanografía física y química
- Evaluación del impacto ambiental	- Planctología
- Fisiología de los animales marinos	- Zoología marina
- Fisiología vegetal marina	

<b>Orientación de Biología Celular y Molecular</b>	
- Biofísica	- Genética evolutiva
- Biología celular	- Ingeniería genética
- Biología del desarrollo	- Inmunología
- Biotecnología vegetal	- Microbiología ambiental
- Ecofisiología vegetal	- Regulación del desarrollo vegetal
- Enzimología	- Virología

<b>Orientación de Biología Agrícola</b>	
- Análisis de datos	- Ecofisiología vegetal
- Agua y medio ambiente terrestre	- Evaluación del impacto ambiental
- Biotecnología vegetal	- Evaluación y manejo de suelos
- Contaminación ambiental	- Fitopatología
- Control de plagas y enfermedades de las plantas	- Genética evolutiva
- Degradación y control de suelos	- Microbiología ambiental
	- Regulación del desarrollo vegetal

<b>Orientación de Biología Sanitaria</b>	
- Análisis de datos	- Ingeniería genética
- Agua y medio ambiente terrestre	- Inmunología
- Biología celular	- Microbiología ambiental
- Contaminación ambiental	- Microbiología clínica
- Enzimología	- Parasitología
- Genética evolutiva	- Virología

<b>Orientación de Biología Ambiental y de Organismos</b>	
- Análisis de datos	- Flora y vegetación canaria
- Agua y medio ambiente terrestre	- Geobotánica y fitosociología
- Artrópodos	- Invertebrados no artrópodos
- Botánica marina	- Microbiología ambiental
- Contaminación ambiental	- Paleontología
- Degradación y control de suelos	- Plantas no vasculares
- Etología	- Plantas vasculares
- Evaluación del impacto ambiental	- Vertebrados

<b>Orientación de Biología Animal</b>	
- Análisis de datos	- Genética evolutiva
- Artrópodos	- Geobotánica y fitosociología
- Etología	- Invertebrados no artrópodos
- Evaluación del impacto ambiental	- Paleontología
- Fisiología de los animales marinos	- Vertebrados
- Flora y vegetación canaria	- Zoología marina

<b>Orientación de Biología Vegetal</b>	
- Análisis de datos	- Fitopatología
- Biotecnología vegetal	- Flora y vegetación canaria
- Botánica marina	- Genética evolutiva
- Control de plagas y enfermedades de las plantas	- Geobotánica y fitosociología
- Ecofisiología vegetal	- Ingeniería genética
- Evaluación del impacto ambiental	- Plantas no vasculares
- Evaluación y manejo de suelos	- Plantas vasculares
- Fisiología vegetal marina	- Regulación del desarrollo vegetal



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

GUÍA DOCENTE

CURSO: 2012/13

14178 - ESTADÍSTICA

**ASIGNATURA:** 14178 - ESTADÍSTICA

**CENTRO:** Facultad de Ciencias del Mar

**TITULACIÓN:** Licenciado en Ciencias del Mar

**DEPARTAMENTO:** MATEMÁTICAS

**ÁREA:** Estadística E Investigación Operativa

**PLAN:** 10 - Año 2000 **ESPECIALIDAD:**

**CURSO:** Segundo curso

**IMPARTIDA:** Segundo cuatrimestre

**TIPO:** Troncal

**CRÉDITOS:** 7

**TEÓRICOS:** 6

**PRÁCTICOS:** 1

## Información ECTS

Créditos ECTS:

Horas de trabajo del alumno:

Horas presenciales:

- Horas teóricas (HT):
- Horas prácticas (HP):
- Horas de clases tutorizadas (HCT):
- Horas de evaluación:
- otras:

Horas no presenciales:

- trabajos tutorizados (HTT):
- actividad independiente (HAI):

Idioma en que se imparte:

## Descriptores B.O.E.

Técnicas de análisis de datos. Procesos estocásticos, función de autocorrelación y espectros.

## Temario

CAPITULO I. INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA.

Tema 1: La estadística en las ciencias experimentales.

Definición de Estadística. El método científico: necesidad de la Estadística en las ciencias experimentales. Estadística descriptiva y Estadística inferencial. La planificación previa de la toma de datos: fundamentos del muestreo y el diseño experimental.

CAPITULO II. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA.

Tema 2: Introducción y conceptos básicos. El ordenador como herramienta estadística.

Definición y objetivos de la estadística descriptiva. Conceptos de población y muestra. Tipos de datos. Escalas de medida. Codificación de datos. El concepto de paquete de programas. Filosofía de los paquetes estadísticos.

Tema 3: Estadística descriptiva en una variable.

Presentación tabular de los datos. Presentación gráfica de los datos. Medidas de síntesis de datos: medidas de tendencia central, medidas de dispersión, medidas de forma, momentos. Desigualdad de Tchebychev. Valores atípicos. Cambios de escala: tipificación de datos.

Tema 4: Estadística descriptiva en dos variables.

Presentación tabular de los datos: Tablas de contingencia. Distribuciones marginales y condicionadas. Presentación gráfica de los datos. Medidas de síntesis de datos. Medidas de asociación. Modelos de regresión. Método de los mínimos cuadrados.

Tema 5: Estadística descriptiva en más de dos variables.

Presentación tabular de datos: distribuciones de frecuencias n-dimensionales. Presentación gráfica de los datos: Medidas de síntesis de datos: Vector de medias. Matriz de covarianzas. Matriz de correlaciones. Regresión lineal n-dimensional. Ajuste por mínimos cuadrados. Coeficiente de determinación. Coeficiente de correlación múltiple.

### CAPITULO III. CONSTRUCCION DE MODELOS PROBABILÍSTICOS.

Tema 6: Probabilidad.

Necesidad de una medida de incertidumbre. Conceptos de probabilidad: de Laplace, frecuentista y bayesiano. Experimentos aleatorios. Definición axiomática de probabilidad. Espacio probabilístico. Probabilidad condicionada. Dependencia e independencia de sucesos. Teorema de la probabilidad total. Teorema de Bayes.

Tema 7: Variables aleatorias y distribuciones de probabilidad.

Concepto de Variable Aleatoria. Función de distribución de una variable aleatoria. Variables aleatorias discretas y continuas. Función de densidad. Momentos. Teorema de Tchebycheff. Distribuciones de probabilidad notables. Empleo de tablas.

Tema 8: Leyes de los grandes números y teorema central del límite.

Aproximación heurística a las leyes de los grandes números. El teorema Central del Límite. Aplicación del teorema central del límite a la aproximación de variables aleatorias mediante la distribución normal.

### CAPITULO IV. INFERENCIA ESTADISTICA.

Tema 9: Introducción.

Población y muestra. Concepto de inferencia estadística. Concepto de métodos estadísticos paramétricos y no paramétricos. Ideas intuitivas sobre los problemas de estimación y contraste. Concepto de muestreo. Muestreo con y sin reemplazamiento. Muestreo probabilista y no probabilista. Muestreo aleatorio simple.

Tema 10: Estimación puntual.



Concepto de estadístico. Concepto de estimación puntual. Propiedades deseables de un estimador puntual: ausencia de sesgo, varianza mínima, error cuadrático medio mínimo, consistencia. Métodos de obtención de estimadores puntuales: método de los momentos y método de máxima verosimilitud. Distribución muestral de un estadístico. Distribución asintótica de un estadístico en el muestreo. Algunos estadísticos importantes y sus distribuciones muestrales.

Tema 11: Estimación por intervalos de confianza.

Concepto de estimación por intervalo de confianza. Nivel de confianza. Construcción de intervalos de confianza. Determinación del tamaño óptimo de la muestra. Intervalos de confianza más usuales.

Tema 12: Contrastes de hipótesis paramétricos.

El concepto de contraste de hipótesis paramétrico. Hipótesis simples y compuestas. Hipótesis nula y alternativa. Las dos clases de error: nivel de significación y potencia de un contraste. Contrastes de significación. Regiones de aceptación y de rechazo. Determinación del tamaño de la muestra. Contrastes unilaterales y bilaterales. Relación entre los contrastes de hipótesis y los intervalos de confianza. Contrastes de hipótesis más usuales: contrastes con una muestra; contrastes con dos muestras

Tema 13: Contrastes de hipótesis no paramétricos.

Concepto de contraste no paramétrico. Contrastes de asociación. Contrastes de bondad de ajuste a distribuciones. Contrastes de comparación de dos distribuciones.

## CAPITULO V. EL MODELO LINEAL

Tema 14: Análisis de la varianza I: clasificación simple.

Estructura del modelo. Efectos fijos. Efectos aleatorios. Aplicación del ANOVA en un diseño de bloques equilibrado. Aplicación en diseños no equilibrados. Comparaciones múltiples: Contraste de Scheffé. Contraste de Tukey. Otros contrastes. Validación del modelo: contrastes de homocedasticidad. Análisis de los residuos. Análisis no paramétrico de la varianza: contraste de Kruskal Wallis.

Tema 15: El modelo de regresión lineal simple.

Estructura del modelo. Estimación de los parámetros. Intervalos de confianza para los parámetros. Contrastes de ajuste del modelo. Análisis de residuos. Predicción de las medias condicionadas. Predicción de nuevas observaciones. Bandas de confianza. Correlación: coeficientes de determinación y de correlación lineal. Inferencia sobre el coeficiente de correlación.

### Requisitos Previos

Asignaturas de Fundamentos Matemáticos I y II

## Objetivos

- # Comprender y utilizar el concepto de probabilidad como medida de incertidumbre en el contexto de las ciencias experimentales, y como fundamento de los métodos estadísticos para el análisis de datos.
- # Conocer los principios básicos de los métodos de muestreo y de diseño experimental.
- # Conocer y saber utilizar los métodos estadísticos para:
  - 1.- Elaborar y presentar de modo organizado y comprensible la información, haciendo visibles las posibles tendencias y relaciones entre variables (estadística descriptiva y exploratoria).
  - 2.- Estimar parámetros de interés en poblaciones, evaluando el error cometido en las estimaciones.
  - 3.- Validar hipótesis sobre una población a partir de los datos obtenidos en una muestra de la misma.
  - 4.- Determinar tamaños muestrales adecuados.
  - 5.- Elaborar y utilizar modelos de Análisis de Datos para evaluar la forma y grado de asociación entre variables: Correlación, Regresión, Análisis de la Varianza.
  - 6.- Conocer conceptos básicos del análisis de series temporales.

## Metodología

Tutorías impartidas a alumnos en grupo de acuerdo con el horario dispuesto por la facultad

## Criterios de Evaluación

- \* Examen final (de 0 a 8 puntos)
- \* Como en esta asignatura sólo hay repetidores, se contemplarán 2 puntos adicionales por los trabajos y prácticas realizados en cursos anteriores. Aquellos alumnos que no hubiesen entregado un trabajo de análisis de datos en el curso anterior podrán realizarlo durante este curso para acceder a esos 2 puntos adicionales.

## Descripción de las Prácticas

No se impartirán

## Bibliografía

---

### [1 Básico] Bioestadística para las ciencias de la salud /

*Antonio Martin Andrés, Juan de Dios Luna del Castillo.*  
*Norma,, Madrid : (1989) - (2ª ed.)*  
8474870453

---

### [2 Básico] Estadística para biología y ciencias de la salud /

*J. S. Milton, J. O. Tsokos.*  
*, McGraw-Hill, Madrid, (1987)*

---

**[3 Básico] Curso y ejercicios de bioestadística /**

*José Ramón Vizmanos Asensio.*

*El autor,, Madrid : (1976)*

8440018045

---

**[4 Básico] Estadística, modelos y métodos.**

*Peña Sánchez de Rivera, Daniel*

*Alianza,, Madrid : (1988) - (1ª ed., 2ª reimp.)*

8420681091 (T.1)

---

**[5 Básico] Problemas de bioestadística /**

*R. Asensio.*

*Cigrasa,, Madrid : (1974)*

8440007876

---

**[6 Básico] Problemas de bioestadística /**

*Segundo Gutiérrez Cabria.*

*Tébar Flores,, Madrid : (1983)*

8473600363

---

**[7 Recomendado] 50 10 horas de bioestadística /**

*A. Martín Andrés, J de D. Luna del Castillo.*

*Norma,, Madrid : (1995)*

8474870682

---

**[8 Recomendado] Introducción al tratamiento de series temporales: aplicación a las ciencias de la salud.**

*Aguirre Jaime, Armando*

*Díaz de Santos,, Madrid : (1994)*

847978153X

---

**[9 Recomendado] Estadística para Ciencias Biológicas y Ciencias Ambientales :Problemas y Exámenes Resueltos /**

*Ana María Lara Porras.*

*Proyecto Sur de Ediciones,, Granada : (2000)*

8482549448

---

**[10 Recomendado] Problemas y ejercicios de estadística /**

*Angel Sarabia Viejo.*

*Universidad Pontificia de Comillas,, Madrid : (1985)*

8473991052

---

**[11 Recomendado] Problemas de probabilidades y estadística /**

*Carles M. Cuadras.*

*Promociones y Publicaciones Universitarias,, Barcelona : (1983) - (5ª ed.)*

8486130298 V1

---

**[12 Recomendado] Técnicas estadísticas con SPSS /**

*César Pérez López.*

*Prentice Hall,, Madrid : (2001)*

8420531677

---

**[13 Recomendado] Análisis de series temporales /**

*Daniel Peña.*

*Alianza,, Madrid : (2005)*

84-206-9128-3

---

**[14 Recomendado] Introducción al análisis de series temporales /**

*Ezequiel Uriel ; colaborador Amado Peiró.*

*AC,, Madrid : (2000)*

*8472881342*

---

**[15 Recomendado] Problemas de probabilidad e inferencia estadística /**

*Fernando Tusell, Araceli Garín.*

*Tébar Flores,, Madrid : (1991)*

*8473601025*

---

**[16 Recomendado] Probabilidad y estadística: aplicaciones y métodos /**

*George C. Canavos.*

*McGraw-Hill,, México : (2003)*

*9684518560*

---

**[17 Recomendado] Bioestadística: los métodos estadísticos para la valoración de experimentos biológicos /**

*Gert Bonnier, Olof Tedin.*

*ACRIBIA,, Zaragoza : (1965)*

---

**[18 Recomendado] Problemas y cuestiones de bioestadística /**

*J. Luque Leal ... [et al.].*

*Servicio de Publicaciones, Universidad de Córdoba,, Córdoba : (2000)*

*84-7801-561-2*

---

**[19 Recomendado] Problemas de estadística: descriptiva, probabilidad e inferencia /**

*José María Casas Sánchez ... [et al.].*

*Pirámide,, Madrid : (1998)*

*8436812417*

---

**[20 Recomendado] Problemas de estadística /**

*Juan López de la Manzanara Barbero ; prólogo Manuel López Cachero.*

*Pirámide,, Madrid : (1977)*

*84-368-0258-3*

---

**[21 Recomendado] Ejercicios y problemas de estadística biomédica /**

*M<sup>a</sup> del Rosario López Giménez, José Luis Carrasco de la Peña.*

*Ciencia 3,, Madrid : (1985)*

*8486204119*

---

**[22 Recomendado] Curso de SPSS para Windows /**

*Magdalena Ferrán Aranz.*

*McGraw-Hill,, Madrid : (2002)*

*8448132793*

---

**[23 Recomendado] Teoría y problemas de probabilidad y estadística /**

*Murray R. Spiegel.*

*McGraw-Hill,, México : (1975)*

*9684511027*

---

**[24 Recomendado] Teoría y problemas de estadística /**

*Murray R. Spiegel ; traducción y adaptación José Luis Gómez Espadas, Alberto Losada Villasante.*

*McGraw-Hill,, México : (1973)*

*9684510667*

---

---

**[25 Recomendado] Introducción a la bioestadística /**

*Robert R. Sokal, F. James Rohlf ; [versión española por Joaquina Gabarrón].  
Reverté,, Barcelona : (1986) - ([Ed. en español].)  
8429118624*

---

**[26 Recomendado] Probabilidad y estadística para ingenieros /**

*Ronald E. Walpole, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers.  
Prentice Hall,, México : (1999) - (6ª ed.)  
9701702646*

---

**[27 Recomendado] Problemas de estadística.**

*Ruiz-Maya Pérez, Luis  
AC,, Madrid : (1989) - (2ª ed.)  
847288144X*

---

**[28 Recomendado] Problemas de cálculo de probabilidades y estadística /**

*Vicente Novo Sanjurjo.  
UNED,, Madrid : (1993)  
8436229576*

---

**[29 Recomendado] Introducción a la probabilidad y la estadística /**

*William Mendenhall.  
Wadsworth,, Belmont (California) : (1982)  
8453400024*

## Equipo Docente

**ÁNGELO SANTANA DEL PINO**

(COORDINADOR)

**Categoría:** TITULAR DE UNIVERSIDAD

**Departamento:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928458802

**Correo Electrónico:** [angelo.santana@ulpgc.es](mailto:angelo.santana@ulpgc.es)

## Resumen en Inglés

Statistical methods for data analysis. The main objectives of the subject are:

- Understanding probability concepts, necessary as a measure of uncertainty in the experimental sciences and as foundation of data analysis.
- Understanding and managing of the basic principles of sampling and experimental design.
- Understand and manage statistical methods for exploring data, parameter estimation, hypothesis testing, computing sampling sizes, correlation, regression and analysis of Variance.
- Understand the basic principles of Time Series Analysis.

The theoretical aspects of the subject will be accompanied with the practical application through the use of the free statistical software R.

# LICENCIATURA DE MATEMÁTICAS

## ASTRONOMÍA

Resolución de 16 de agosto de 1995 (BOE n° 214, de 7 de septiembre, pág. 27143)

C. err. Resolución de 14 de octubre de 1995 (BOE n° 289, de 4 de diciembre, pág. 35124)

Distribución de la Carga Lectiva en Créditos:

CICLO	CURSO	MAT. TRON.	MAT. OBLG.	MAT. OPTV.	LIB. CONF.	TOTAL CRÉD.	CRÉD. TCOS.	CRÉD. PCOS.
I	1º	46	13,5	18	--	77,5	42	35,5
	2º	33	28,5	6	5,5	73	41	32
II	3º	37	15	12	10,5	74,5	42	32,5
	4º	11,5	--	49,5	14	75	41,5	33,5
<b>TOTALES</b>		127,5	57	85,5	30	<b>300</b>	166,5	133,5

### PRIMER CURSO

Asignatura	Tipo	Créd	Descriptor
Análisis Matemático I	Tr	7,5	Análisis de una y varias variables reales. Ecuaciones diferenciales ordinarias. Elementos de variable compleja.
Informática I	Tr	9	Algoritmos. Estructura de datos. Lenguajes de programación. Aplicaciones a las matemáticas.
Álgebra I	Ob	7,5	Aritmética básica. Grupos, anillos y cuerpos: Rudimentos. Espacios vectoriales.
Seminario de Análisis Matemático	Ob	6	Topología en R. Sucesiones y series numéricas. Sucesiones y series funcionales. Series potenciales.
Álgebra II	Tr	7,5	Álgebra lineal y multilineal. Geometría afín y proyectiva. Elementos de Geometría diferencial y Topología.
Análisis Matemático II	Tr	7,5	Análisis de una y varias variables reales. Ecuaciones diferenciales ordinarias. Elementos de variable compleja.
Geometría I	Tr	7,5	Álgebra lineal y multilineal. Geometría afín y proyectiva. Elementos de Geometría diferencial y Topología.
Métodos Numéricos I	Tr	7	Resolución de ecuaciones lineales y no lineales.

### SEGUNDO CURSO

Asignatura	Tipo	Créd	Descriptor
Análisis Matemático III	Tr	7,5	Análisis de una y varias variables reales. Ecuaciones diferenciales ordinarias. Elementos de variable compleja.
Probabilidades I	Tr	7,5	Modelos probabilísticos. Variables aleatorias. Convergencia de sucesiones de variables aleatorias. Inferencia estadística. Modelos lineales.
Topología I	Tr	7,5	Álgebra lineal y multilineal. Geometría afín y proyectiva. Elementos de Geometría diferencial y Topología.
Geometría II	Ob	7,5	Espacios proyectivos reales. Cónicas y Cuádricas en espacios proyectivos reales.
Programación Matemática	Ob	6	Poliedros. Programación lineal. Programación entera.
Estadística I	Tr	5	Modelos probabilísticos. Variables aleatorias. Convergencia de sucesiones de variables aleatorias. Inferencia estadística. Modelos lineales.
Métodos Numéricos II	Tr	5,5	Resolución de ecuaciones lineales y no lineales.
Análisis Matemático IV	Ob	7,5	Integración múltiple. Introducción a la variable compleja.
Geometría III	Ob	7,5	Curvas paramétricas. Fórmulas de Frenet. Primera y segunda formas fundamentales de una superficie. Líneas de curvatura y asintóticas. Fórmula de Gauss y Weingarten. Geodésicas. Teoría de Gauss-Bonnet.

### TERCER CURSO

Asignatura	Tipo	Créd	Descriptor
Álgebra III	Tr	9	Estructuras algebraicas.
Análisis Matemático V	Tr	7,5	Ecuaciones diferenciales. Variable compleja. Análisis Funcional.
Geometría IV	Tr	9	Varietades diferenciales. Topología.
Análisis Matemático VI	Tr	6	Ecuaciones diferenciales. Variable compleja. Análisis Funcional.
Cálculo Numérico I	Tr	5,5	Métodos de integración. Resolución de ecuaciones diferenciales.
Álgebra IV	Ob	7,5	Extensiones de cuerpos. Teoría de Galois.
Topología II	Ob	7,5	Grupo fundamental. Espacios recubridores.

CUARTO CURSO			
Asignatura	Tipo	Créd	Descriptor
Análisis Matemático VII	Tr	6	Ecuaciones diferenciales. Variable compleja. Análisis Funcional.
Cálculo Numérico II	Tr	5,5	Métodos de integración. Resolución de ecuaciones diferenciales.

ASIGNATURAS OPTATIVAS		
Asignatura	Créd	Descriptor
Álgebra Computacional	7,5	Algoritmos algebraicos básicos.
Álgebra Conmutativa	7,5	Álgebra conmutativa.
Álgebra Homológica	7,5	Categoría de módulos. Funtores derivados.
Ampliación de Geometría	7,5	Representación gráfica de curvas planas. Plano proyectivo real. Secciones cónicas.
Análisis Armónico	7,5	Serie de Fourier. Sumabilidad Cesaro y convergencias en norma. Funciones conjugadas y transformadas de Hilbert. Oscilaciones de funciones.
Análisis Complejo	7,5	Espacios de funciones holomorfas. Funciones armónicas. Representación conforme. Aproximación racional.
Análisis Funcional	7,5	Espacios localmente convexos. Teoría de distribuciones. Transformación de Fourier distribucional.
Aritmética	6	Factorización y primos. Congruencias. Ecuaciones diofánticas.
Astronomía y Geodesia	6	Sistemas de coordenadas. Corrección a las coordenadas astronómicas. El tiempo en astronomía. Eclipses y ocultaciones. Determinación del Geoide.
Cálculo Finito	5,5	Cálculo en diferencias finitas: Operador diferencia y operador suma. Ecuaciones en diferencias: Métodos de resolución. La z-transformada.
Campos y Ondas	6	Operadores diferenciales. Campos gravitatorio y electromagnético. Radiación electromagnética.
Curvas Algebraicas	7,5	Estudio global y local de curvas algebraicas planas.
Didáctica de las Matemáticas I	7,5	Estructura y organización de las matemáticas en la enseñanza secundaria obligatoria. Análisis didáctico de los contenidos. Errores y dificultades. Situaciones de la enseñanza y fenomenología de los contenidos.
Didáctica de las Matemáticas II	6	Estructura y organización de las matemáticas en el bachillerato. Análisis didáctico de los contenidos. Errores y dificultades. Situaciones de la enseñanza y fenomenología de los contenidos.
Ecuaciones Diferenciales	7,5	Teoría de la estabilidad. Teoría de Su-trm-Liouville. Cálculo variacional.
Ecuaciones en Derivadas Parciales	7,5	Ecuaciones en derivadas parciales de primer y segundo orden. Ecuación de Laplace. Problema de Dinchlet. Ecuaciones del calor y onda.
Estadística Descriptiva	6	Métodos gráficos. Distribuciones unidimensionales. Distribuciones multidimensionales. Números índices. Series cronológicas.
Estadística II	6	Muestreo. Completitud y suficiencia. Teoría del contraste de hipótesis. Análisis de varianza. Modelos de regresión.
Funciones Especiales	6	Funciones elementales. Funciones Gamma y Beta. Funciones elípticas. Funciones de Bessel. Funciones hipergométricas. Polinomios ortogonales.
Geometría Algebraica	7,5	Estudio global y local de variedades afines y proyectivas.
Geometría Diferencial y Teoría de la Relatividad	7,5	Relatividad general. Gravedad como curvatura del espacio-tiempo. La solución de Schwarzschild.
Historia de la Matemática	6	La matemática en la antigüedad. La matemática griega. La matemática en el Renacimiento. El pensamiento matemático en el siglo XIX y principios del XX.
Homología y Cohomología	7,5	Teoría de Homología y Cohomología. Dualidad en variedades.
Homotopía	7,5	Homotopía de orden superior. Fibraciones.
Informática II	6	Programación estructurada. Recursividad. Clasificación. Manipulación de memoria.
Mecánica Celeste	6	El problema de los dos cuerpos. El problema de los tres. El problema de los N cuerpos. Teoría de perturbaciones. Cálculo de órbitas.
Medios Continuos	6	Fluidos ideales. Fluidos viscosos. Choques. Turbulencias.
Métodos Numéricos en Ecuaciones en Derivadas Parciales	7,5	Métodos iterativos para grandes sistemas lineales. Diferencias finitas. Elementos finitos.
Métodos de Geometría Diferencial en Física	7,5	Variedades simplécticas. Sistemas Hamiltonianos y Lagrangianos. Mecánica sobre variedades de Riemann. Teoría de Hamilton-Jacobi.
Modelos Matemáticos	6	Modelos matemáticos en Física, Química y Biología. Modelos matemáticos en Ciencias Económicas.
Modelos Matemáticos Combinatorios	6	Grafos. Problemas de rutas. Problemas de árboles. Flujo de redes. Problema de enumeración. Problemas de ordenación.
Probabilidades II	6	Independencia condicional. Espacio de medida de probabilidad. Integral de Lebesgue-Stieljes. Probabilidad condicional, normal multivariante. Correlación y regresión múltiple. Convergencia de variables aleatorias.
Técnicas de Análisis de Datos Astronómicos	6	El problema de inversión en Astronomía. Transferencia de radiación. Deconvolución. Aplicación de la transformada de Fourier a la Astrosismología. Simulaciones de sistemas de N cuerpos.



Teoría Analítica de Números	7,5	Distribuciones de números primos. Series de Dirichlet, Teorema de Dirichlet. La función Zeta de Riemann. Aproximación diotántica: trascendencia e irracionalidad.
Teoría Global de Curvas y Superficies	7,5	Teoría global de curvas planas. Teoría global de curvas en el espacio. Superficies completas. Superficies de curvatura constante.
Teoría de Operadores	7,5	Teoría de operadores. Espacios de Sobolev. Aplicaciones a las ecuaciones en derivadas parciales.
Teoría de la Medida	7,5	Teoría de la medida. Integración. Teorema de Fubini. Teorema de Radon-Nikodyn.
Topología Diferencial	7,5	Topología de variedades diferenciales. Transversalidad.
Transformadas Integrales	7,5	Transformada de Laplace. Transformada de Fourier. Transformada de Mellin. Aplicaciones.
Variedades de Riemann	7,5	Variedades de Riemann. Teorema de comparación en variedades de Riemann. Espacios de curvatura constante. Espacios simétricos.
Podrán otorgarse hasta 6 créditos a:	6	Trabajos Académicos dirigidos e integrados en el Plan de Estudios

### ORIENTACIÓN DE ASTRONOMÍA

**Importante:** Se considerará que el alumno ha realizado dicha orientación cuando curse todas las asignaturas optativas que conforman el bloque A, con un total de 30 créditos, así como asignaturas optativas de entre las ofertadas en el bloque B, cursando un mínimo de 65,5 créditos optativos de entre ambos bloques.

BLOQUE A	Créd.
- Astronomía y Geodesia	6
- Campos y Ondas	6
- Mecánica Celeste	6
- Medios Continuos	6
- Técnicas de Análisis de Datos Astronómicos	6

BLOQUE B	Créd.
- Cálculo Finito	5,5
- Ecuaciones Diferenciales	7,5
- Ecuaciones en Derivadas Parciales	7,5
- Geometría Diferencial y Teoría de la Relatividad	7,5
- Métodos Numéricos en Ecuaciones en Derivadas Parciales	7,5
- Métodos de Geometría Diferencial en Física	7,5
- Transformadas Integrales	7,5
- Variedades de Riemann	7,5

**Nota:** También se oferta la posibilidad de que los alumnos no realicen esta orientación. En este caso, completarán los créditos optativos, eligiendo de entre el catálogo de optativas ofertadas para la titulación.



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

GUÍA DOCENTE

CURSO: 2011/12

12846 - MATEMÁTICAS

**ASIGNATURA:** 12846 - MATEMÁTICAS

**CENTRO:** Facultad de Veterinaria

**TITULACIÓN:** Licenciado en Veterinaria

**DEPARTAMENTO:** MATEMÁTICAS

**ÁREA:** Estadística E Investigación Operativa

**PLAN:** 10 - Año 1999 **ESPECIALIDAD:**

**CURSO:** Primer curso

**IMPARTIDA:** Primer cuatrimestre

**TIPO:** Troncal

**CRÉDITOS:** 5

**TEÓRICOS:** 3

**PRÁCTICOS:** 2

## Información ECTS

Créditos ECTS: 4

Horas de trabajo del alumno: 101

Horas presenciales: 8

- Horas teóricas (HT): 0
- Horas prácticas (HP): 0
- Horas de clases tutorizadas (HCT): 6
- Horas de evaluación: 2
- otras:

Horas no presenciales:

- trabajos tutorizados (HTT):
- actividad independiente (HAI):

Idioma en que se imparte: Castellano

## Descriptores B.O.E.

Principios básicos de biometría y estadística aplicados a las Ciencias Veterinarias

## Temario

### BLOQUE 1

Tema 0. La estadística en las ciencias veterinarias.

La necesidad de la estadística en las biociencias. La variabilidad biológica. Población y muestra.

La inferencia estadística. El método científico y sus fases.

Modelización.

Tema 1. Estadística descriptiva.

Conceptos y objetivos de la estadística descriptiva. Tipos de datos. Variables estadísticas. Tablas de datos estadísticos. Frecuencias absolutas y relativas. Función acumulativa. Distribución de una variable. Medidas de centralización. Medidas de dispersión.

Tema 2. Representaciones gráficas.

Histogramas. Diagramas de barras y sectores. Polígonos de frecuencias. Diagrama de tallos y hojas. Boxplots y comparación de datos. Representaciones bidimensionales.

### BLOQUE 2

Tema 3. Fundamentos de probabilidad.

Fenómenos determinísticos y aleatorios. Diferentes conceptos de probabilidad. Espacio muestral de probabilidad. Sucesos y operaciones con sucesos. Definición axiomática de la probabilidad. Espacios muestrales finitos: equiprobabilidad y regla de Laplace. Probabilidad condicionada. Independencia estocástica. Teoremas de la probabilidad total y de Bayes: aplicación al diagnóstico clínico.

Tema 4. Variables aleatorias

Concepto de y clasificación de variables aleatorias. Función de probabilidad de una variable aleatoria discreta. Función de densidad de una variable aleatoria continua. Características de centralización y dispersión. Distribuciones especiales (binomial, Poisson y normal). Independencia de variables aleatorias. Sumas de variables aleatorias independientes (Teorema Central del límite). Aproximación de la distribuciones binomial y de Poisson por la distribución normal. Principales distribuciones asociadas con el muestreo (Ji-cuadrado, T de Student y F de Snedechor).

### BLOQUE 3

Tema 5. Conceptos generales de estimación.

Población y muestra. Concepto de inferencia estadística. Muestra aleatoria simple. Estimación puntual de parámetros. Distribución probabilística de un estimador.

Tema 6. Intervalos de confianza.

Nociones fundamentales de intervalos de confianza. Métodos de construcción. Intervalos de confianza para la medias. Intervalos de confianza para proporciones.

Tema 7. Test de hipótesis.

Conceptos generales del contraste de hipótesis. Hipótesis nula y alternativa. Test estadístico y regla de decisión. Errores alpha y beta. Potencia de un test de hipótesis. Significación estadística. Contrastes sobre los parámetros de la distribución normal. Prueba de la t de Student para muestras independientes. Prueba de la t de Student para datos apareados.

### Requisitos Previos

- Álgebra básica
- Cálculo infinitesimal a nivel de bachillerato

### Objetivos

1. El alumno será capaz de comprender la importancia de la Estadística Descriptiva. Para ello deberá saber organizar, representar, sintetizar un conjunto de datos.  
(Competencias =G1, G3, G8, G11, G21, G29, B2, B3, C1, C6)
2. El alumno será capaz de valorar el grado de dependencia, si existiese, entre variables aleatorias y construir modelos de regresión lineal simple.  
(Competencias = G1, G2, G9, B2, B3, C1, C6)
3. El estudiante será capaz de comprender la necesidad de la probabilidad como medida de incertidumbre en el contexto de las ciencias experimentales, y como fundamento de los métodos estadísticos para el análisis de datos. Para ello deberá utilizar los principios básicos y propiedades del Cálculo de Probabilidades, así como, reconocer y manejar los principales modelos de probabilidad discretos y continuos. Asimismo, deberá utilizar y comprender la importancia del Teorema Central del Límite.  
(Competencias = G2, G11, G15, G16, B2, B3, C1)

4. El estudiante será capaz de comprender la importancia de la Inferencia Estadística como herramienta de obtención de información sobre la población en estudio, a partir del conjunto de datos observados de una muestra representativa de ésta. Para ello deberá reconocer la diferencia entre estadística paramétrica y no paramétrica. Asimismo, deberá comprender la utilidad y manejar los métodos de estimación paramétricos, los contrastes de hipótesis paramétricos y no paramétricos.

(Competencias = G2, G9, G11, G12, G15, G16, B2, B3, C1, C6, C7)

5. El estudiante será capaz de manejar software estadístico de interés (SPSS, MS Excel o R) que le permitirá interpretar los resultados obtenidos al analizar un conjunto de datos.

(Competencias = G11, G25, B2, B3, C1, C9)

6. El estudiante será capaz de interpretar los resultados numéricos obtenidos en los problemas y la información de interés extraída de un conjunto de datos al utilizar los métodos estadísticos del software empleado (SPSS, MS Excel o R).

(Competencias = G1, G12, G12, G25, B2, B3, C1, C9)

7. El estudiante será capaz de desarrollar tareas de forma autónoma y potenciar habilidades interpersonales que le permitan trabajar en equipo.

(Competencias = G17, G20, G25, B2, B3, C1, C2)

8. El estudiante será capaz de comprender y relacionar la terminología y métodos estadísticos estudiados y sus aplicaciones en el aprendizaje de otras materias de la Titulación.

(Competencias = G18, G20, B2, B3, C1, C2)

## Metodología

Dado el carácter en extinción de la asignatura se impartirán 15 horas de tutorías docentes. Si el centro no fijara horario este sería una hora los viernes de 10:30 a 11:30 durante el primer cuatrimestre. Si no se dispone de aula en la Facultad de Veterinaria dichas tutorías serán en el despacho 2-10 del Departamento de Matemáticas.

En estas tutorías se resolverán dudas, se harán ejercicios prácticos y se dará apoyo para la realización de las tareas que cada alumno debe hacer.

Para un buen aprovechamiento de estas clases, se recomienda a los estudiantes que participen en el foro del campus virtual indicando aquellas dudas teóricas o de problemas que quisieran que se tratase en estas tutorías. Si las actividades propuestas por los estudiantes para estas clases no ocupasen toda la hora, el profesor resolverá los problemas de mayor dificultad del temario.

## Criterios de Evaluación

Obtener al menos 5 puntos (sobre 10 puntos) en un examen de convocatoria oficial.

## Descripción de las Prácticas

No hay prácticas.

## Bibliografía

---

### [1 Básico] Métodos estadísticos /

*Juan J. González H... [ et al.].*

*Universidad,, Las Palmas de Gran Canaria : (2004)*

---

### [2 Recomendado] Bioestadística para las ciencias de la salud /

*Antonio Martín Andrés, Juan de Dios Luna del Castillo.*

*Norma,, Madrid : (1999) - (4ª ed. rev.)*

**[3 Recomendado] Estadística para biología y ciencias de la salud /**

*J. S. Milton, J. O. Tsokos.*  
*, McGraw-Hill, Madrid, (1987)*  
 8476053665

**Organización Docente de la Asignatura**

Contenidos	Horas					Competencias y Objetivos
	HT	HP	HCT	HTT	HAI	
Tema 0	0	0	0	1	4	G4-G5-B2-B3__C1-C2-C4-C6-C9__OBJ1
Tema 1	0	0	0	1	10	G1-G4-G11-B2-B3__C1-C2-C4-C6-C9__OBJ1-OBJ2
Tema 2	0	0	0	2	5	G1-G11-B2-B3__C1-C2-C4-C6-C9__OBJ1-OBJ2
Tema 3	0	0	0	2	15	G2-G8-G15-B2-B3__C1-C2-C4-C6-C9__OBJ3
Tema 4	0	0	0	3	15	G2-G8-G15-B2-B3__C1-C2-C4-C6-C9__OBJ3
Tema 5	0	0	0	1	5	G9-G15-B2-B3__C1-C2-C4-C6-C9__OBJ4-OBJ5-OBJ6-OBJ7-OBJ8
Tema 6	0	0	0	3	15	G9-G15-B2-B3__C1-C2-C4-C6-C9__OBJ4-OBJ5-OBJ6-OBJ7-OBJ8
Tema 7	0	0	0	3	15	G9-G15-G16-B2-B3__C1-C2-C4-C6-C9__OBJ4-OBJ5-OBJ6-OBJ7-OBJ8

## Equipo Docente

**NICANOR GUERRA QUINTANA**

(COORDINADOR)

**Categoría:** TITULAR DE ESCUELA UNIVERSITARIA

**Departamento:** MATEMÁTICAS

**Teléfono:** 928458815 **Correo Electrónico:** nicanor.guerra@ulpgc.es

