

70/2003-04

**UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
UNIDAD DE TERCER CICLO Y POSTGRADO**

Reunido el día de la fecha, el Tribunal nombrado por el Excmo. Sr. Rector Magfco. de esta Universidad, el/a aspirante expuso esta TESIS DOCTORAL.

Terminada la lectura y contestadas por el/a Doctorando/a las objeciones formuladas por los señores miembros del Tribunal, éste calificó dicho trabajo con la nota de _____
SOBRESALIENTE CUM LAUDE

Las Palmas de Gran Canaria, a 20 de Julio de 2004

El/la Presidente/a: Dr. D. Félix Pérez Martínez



El/la Secretario/a: Dr. D. Eugenio Jiménez Yguácel



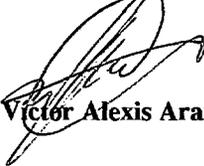
El/la Vocal: Dr. D. Rafael Pérez Jiménez



El/la Vocal: Dr. D. Alberto Asencio López



El/la Vocal: Dr. D. Sergio Sancho Lucio



El/la Doctorando/a: D. Víctor Alexis Araña Pulido

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
DEPARTAMENTO DE SEÑALES Y COMUNICACIONES



Tesis Doctoral

**Análisis de estabilidad global de circuitos
con dos frecuencias autónomas.
Aplicación a divisores de frecuencia.**

541 P.R.

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA	
LAS PALMAS DE G. CANARIA	
N.º Documento	302066
N.º Copia	760729

Autor: D. Víctor A. Araña Pulido
Directores: Dr. B. Pablo Dorta Naranjo
Dra. Almudena Suárez Rodríguez

Las Palmas de Gran Canaria, Julio de 2004.

Anexo I

**DON DIONISIO RODRIGUEZ ESPARRAGON,
SECRETARIO DEL DEPARTAMENTO DE SEÑALES Y
COMUNICACIONES DE LA UNIVERSIDAD DE LAS
PALMAS DE GRAN CANARIA,**

CERTIFICA

Que el Consejo de Doctores del Departamento en su sesión de fecha 01.05.04 tomó el acuerdo de dar el consentimiento para su tramitación, a la tesis doctoral titulada "Análisis de Estabilidad Global de circuitos con dos frecuencias autónomas. Aplicación a divisores de frecuencias", presentada por el doctorando Don Víctor Alexis Araña Pulido y dirigida por los doctores Don Blas Pablo Dorta Naranjo y Doña Almudena Suárez Rodríguez.

Y para que así conste, y a efectos de lo previsto en el Artículo 73.2 del Reglamento de Estudios de Doctorado de esta Universidad, firmo la presente en Las Palmas de Gran Canaria a, dos de mayo de dos mil cuatro.



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

Departamento: Señales y Comunicaciones
Programa de Doctorado: Tecnología de las telecomunicaciones

Título de la Tesis

Análisis de estabilidad global de circuitos con dos frecuencias autónomas. Aplicación a un divisor de frecuencia.

Tesis Doctoral presentada por: D. Víctor Alexis Araña Pulido
Dirigida por: Dr. D. Blas Pablo Dorta Naranjo
Dra. D^a Almudena Suárez Rodríguez

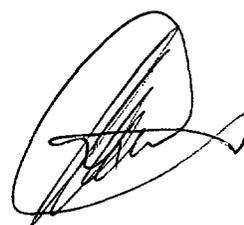
El Director



La Directora



El Doctorando



Las Palmas de Gran Canaria, a 27 de Mayo de 2004

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
DEPARTAMENTO DE SEÑALES Y COMUNICACIONES



Tesis Doctoral

**Análisis de estabilidad global de circuitos
con dos frecuencias autónomas.
Aplicación a divisores de frecuencia.**

Autor: D. Víctor A. Araña Pulido

Directores: Dr. B. Pablo Dorta Naranjo

Dra. Almudena Suárez Rodríguez

El Director

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Pablo Dorta Naranjo', written over a horizontal line.

La Directora

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Almudena Suárez Rodríguez', written over a horizontal line.

El Autor

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Víctor A. Araña Pulido', written over a horizontal line.

Las Palmas de Gran Canaria, Julio de 2004.

A Sabina

Resumen

Análisis de estabilidad global de circuitos con dos frecuencias autónomas. Aplicación a divisores de frecuencia.

El objetivo es el análisis de estabilidad local y global de circuitos que presentan dos oscilaciones estables, y la fabricación de un prototipo que muestre la viabilidad práctica. Para la obtención de las soluciones estacionarias se ha utilizado técnicas en el dominio del tiempo y de la frecuencia, centrándose en la integración directa, el balance armónico, la sonda de medida o generador auxiliar y la envolvente compleja. Se ha extendido el método a señales cuasiperiódicas de tres frecuencias base y se propone diferentes criterios para reducir el número de componentes espectrales, de forma que disminuya el tiempo de cómputo de la matriz jacobiana y su inversa, necesarias en el análisis. El análisis de estabilidad local en el dominio del tiempo se realiza a través del cálculo de los exponentes de Lyapunov. En el dominio de la frecuencia se aplica el diagrama de Nyquist a soluciones periódicas y cuasiperiódicas de dos frecuencias. El análisis de estabilidad global utiliza la técnica de balance armónico combinada con la sonda de medida y un método de continuación, para obtener los diagramas de bifurcación. La aplicación de las diferentes técnicas a un circuito sencillo permite obtener las bases para abordar el diseño de un divisor de frecuencia de doble banda. A continuación, se desarrolla los diferentes entornos de simulación para el diseño y optimización, de forma que puedan ser aplicados en un programa comercial de diseño de circuitos de microondas. Finalmente, se realiza las medidas que confirman la viabilidad práctica de este tipo de circuitos como divisor de frecuencia de doble banda.

Abstract

Global stability analysis of circuits with two autonomous frequencies. Application to frequency dividers.

The objective is the analysis of local and global stability of circuits that show two stable oscillations, and the construction of a prototype to prove its practical viability. To obtain the stationary solutions, techniques in time and frequency domain have been used, focusing in the direct integration, the harmonic balance, the auxiliary generator and the complex envelope. The method has been extended to quasiperiodic signals with three base frequencies. Several criteria are proposed to reduce the number of spectral components, in such a way that the time used to compute the jacobian matrix and its inverse, needed in the analysis, is decreased. The local stability analysis in time domain is made using the Lyapunov exponents calculation. In frequency domain, the Nyquist diagram is applied to periodic and quasiperiodic solutions of two frequencies. The global stability analysis uses the harmonic balance technique combined with the measurement probe and a continuation method to obtain the bifurcation diagrams. Applying different techniques to a simple circuit allows us to obtain the design of a dual band frequency divider. After that, the different simulation environments used for the design and optimisation were developed. This was addressed so that it was easy to apply them in microwave circuits design commercial programs. Finally, the measurements needed to confirm the practical viability of this type of circuits as dual band frequency dividers are made.

Historia de una Tesis

Érase una vez, un Rey que vivía en un reino llamado Telecolandia. Un buen día, llegó de tierras muy lejanas un campesino que quería llegar a ser Caballero y que preguntó al Rey qué hazaña podía realizar para conseguir su propósito.

El Rey se puso a pensar y después de caminar arriba y abajo por todo el castillo, lo hizo llamar y le dijo al campesino: "Tengo unos trabajos realizados sobre divisores de frecuencia por inyección armónica y podrías aplicarlos al caso de divisores regenerativos". El campesino, contento con la propuesta, regresa a su casa y comenta con sus paisanos la misión que tenía encomendada (1291 d.C.).

Después de varios días, el campesino decide que sería un buen momento para comenzar el proceso de montaje de un laboratorio de circuitos en Palmalandia, puesto que tendría que fabricar circuitos de microondas. Además, comienza a realizar los primeros trabajos sobre análisis no lineal de divisores regenerativos basados en el plano de fase.

Pasado un tiempo, se da cuenta de que sería necesario un entorno de caracterización de dispositivos activos. Por ello, tras reunir a sus amigos, abordan la construcción de un trazador de curvas que, junto al analizador de redes y un programa de optimización, permitiese su modelado. Al mismo tiempo, comenzaron con una intensa labor de diseño y fabricación de circuitos, para conseguir un "know-how" sobre el tema.

Metidos en el fragor de la fabricación y medida, llega a la conclusión de que había que agilizar y abaratar el conexionado, así como facilitar la caracterización de dispositivos a través de una calibración TRL del analizador de redes. Por ello, ni corto ni perezoso, construye un "Test Fixture" de bajo coste.

Por fin, pudo pasar al siguiente punto, que fue el análisis de circuitos a través del balance armónico. Desarrolla los primeros programas que permiten analizar amplificadores, mezcladores y osciladores en régimen no lineal.

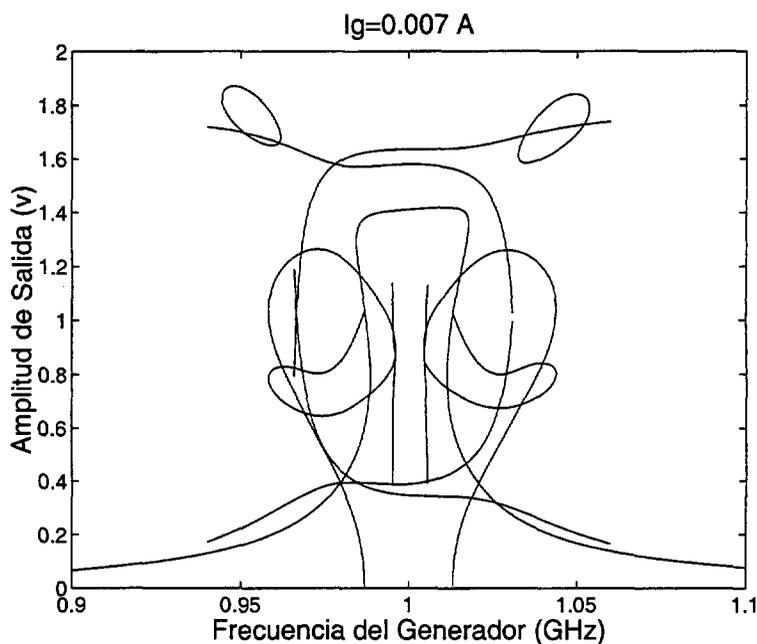
Cinco años más tarde, ya se sabe que las cosas de palacio van despacio, había que hincar el diente a la estabilidad de las soluciones obtenidas. Ésta fue una época de mucho desánimo porque la información consultada daba idea de lo trillado que aparentemente estaba el tema. Por suerte, en esas fechas, el Rey Pablo, que así se llamaba, asiste a Cantabrolandia donde la Reina Almudena nombraba Caballero a Morales, que quería llegar a ser Adelantado al otro lado del océano. Sus hazañas versaban sobre la sonda de medida y su relación con la estabilidad y el mundillo de las bifurcaciones (1296 d.C.).

En cuanto regresó de su viaje, el Rey hizo llamar al campesino y le muestra las hazañas del Caballero Morales. El Rey le dijo al campesino que echara un vistazo al pliego que traía por si podía ilusionarle algo de lo que en él se comentaba. Esto supuso un punto de inflexión en los trabajos que hasta ese momento esta-

ba realizando. Elabora los programas que son capaces de obtener los diferentes resultados expuestos en el pliego, en un esfuerzo de puesta al día en el tema.

Ante la discrepancia de algunos resultados obtenidos, pide audiencia con la Reina Almudena y tras una larga conversación, el campesino le propuso que fuera su Reina, aprovechando que el Rey estaba soltero. Pues bien, a partir de ese día, el campesino tuvo Rey y Reina en su lucha por conseguir su hazaña.

A partir de ese instante, el tema se centró en la estabilidad local y global de las soluciones: diagramas de Nyquist, diagramas de bifurcación, etc. Un buen día, o malo, producto del análisis de las soluciones de un Van-Der-Pool con circuito doblemente resonante, surge el segundo punto de inflexión de su trabajo (1300 d.C.). La supuesta aparición de una solución cuasiperiódica con dos componentes autónomas y una tercera de inyección, justifica la ampliación del estudio al dominio del tiempo, que hasta ese momento había sido obviado, y por qué no decirlo, denostado. Poincaré y Lyapunov son alguno de los términos que se incorporan en el lenguaje cotidiano de la aldea. En esta fase, reinaba el buen rollo en la aldea y el campesino pudo obtener diagramas de bifurcación tan simpáticos como el siguiente.



Sin embargo, fue imposible encontrar el Santo Grial, es decir, alguna solución estable de dos autónomas más la inyección. Por ello, la Reina amenazó con la posibilidad de abordar un aspecto mucho más práctico: "¿Por qué no diseñas, optimizas y construyes un circuito que aproveche los comportamientos observados

en las simulaciones realizadas hasta este momento?”. El campesino tembloroso contesta: "Bueno, se puede intentar". Sin embargo, en su interior no terminaba de creer lo que las simulaciones realizadas sobre el circuito ideal indicaban: dos oscilaciones estables en el mismo circuito. "¡Ja!", pensaba el campesino, "seguro que cuando esté en el laboratorio tendré un generador de caos precioso".

A pesar de lo que pensaba, se puso manos a la obra y nace así el llamado "Divisor de frecuencia de doble banda", que sería el último punto de inflexión (1303 d.C.) de su hazaña. Con ello, y sin proponérselo, el campesino volvía a la filosofía inicial que había tenido su misión: analizar para abordar el diseño y construcción de un circuito. Eso sí, de un circuito que tenía todos los boletos para ser caótico, frente al primero que ofrecía mayores garantías de éxito.

En cuanto tuvo un primer diseño mínimamente fiable, se fue al castillo del Rey y con su ayuda, lograron que el circuito se comportase como las simulaciones predecían.

Por suerte, la teoría suele ser bastante cabezota y termina por llevarse el gato al agua, lo que permitió al campesino poner punto final a su hazaña.

Al volver a su aldea, todos sus amigos se alegraron y el campesino comenzó a escribir sus hazañas en un pliego que debía presentar ante la Corte de Reyes, designados para dar su aprobación y poder así, ser nombrado Caballero.

En 1304 d.C. el campesino presentó sus hazañas ante la Corte y ... Bueno, esto es otra historia que el tiempo dirá.

por Víctor Araña



Agradecimientos

En un trabajo que se ha desarrollado durante tantos años, es lógico que muchísimas personas hayan colaborado de forma directa o indirecta. A todas ellas, gracias.

En especial a mi familia, desde mi madre, Ana María, hasta mis hijos, Diego y Laura, a los que he robado mucho tiempo. Y sobre todo, a la que más ha soportado durante estos años y a la que dedico esta tesis, Sabina. No olvido a sus padres, Lorenzo y Otilia, que también han sabido de esta tesis.

A mis colegas y compañeros, por cierto, director y directora de esta tesis, Pablo y Almudena. Cada uno me ha aportado la tranquilidad necesaria que da saber que son "monstruos" en su campo.

A mis compañeros del GIC, los siete magníficos: Iván, Eugenio, Francis, Pedro, Eduardo, Pablo (otra vez) y al "piojo pegao", Juan Domingo. Saben de la paliza que he dado con mis problemas informáticos y de circuitería, así como de algún agobio extra.

A la "vieja guardia": Enrique Martín, Juan Flores, Alberto y Antonio Déniz ("pronunsieison") que hicieron posible el arranque de lo que hoy es el GIC y que participaron muy activamente en toda la fase de maduración de la realización de circuitos.

Los medios son primordiales para la realización de cualquier trabajo, y máxime si hablamos de simulación, construcción y medida de circuitos de microondas. Muchos de estos medios han salido de los proyectos desarrollados en estos años. Si se habla de estos, no puedo olvidar la boya y, por supuesto, a las "boyeras mayores": Isabel y Machele.

A los proyectandos que han ayudado a que la fase de diseño y construcción se facilitara, puesto que he aprendido junto a ellos. Todos han aportado su grano, pero no quiero dejar de mencionar a Israel que construyó el primer divisor que se hizo por estos lares, entre otros múltiples trabajos.

A mis nuevos colegas de Cantabria que me han hecho sentir a gusto en tierra extraña: Almudena (la misma de antes), Franco, Sergio, Ana y Elena.

Índice general

1. Introducción	11
2. Análisis de circuitos no lineales: dominio del tiempo y frecuencia	15
2.1. Dinámica de circuitos no lineales	15
2.2. Soluciones estacionarias en circuitos no lineales	17
2.2.1. Punto de equilibrio	18
2.2.2. Solución periódica	18
2.2.3. Solución cuasiperiódica	19
2.2.4. Caos	20
2.3. Técnicas de análisis	20
2.3.1. Métodos Temporales	21
2.3.1.1. Integración directa	22
2.3.1.2. Métodos Shooting	22
2.3.1.3. Mapas de Poincaré	23
2.3.2. Métodos Tiempo-Frecuenciales	23
2.3.2.1. Envolvente Compleja	24
2.4. Balance armónico	26
2.4.1. Ecuación de balance armónico	27
2.4.2. Técnicas de resolución	29
2.4.3. Sobre los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier	30
2.4.3.1. Consideraciones acerca del orden de no linealidad	30
2.4.3.2. Frecuencias descriptivas: Fundamentos	31

2.4.3.3.	Frecuencias descriptivas: regímenes de funcionamiento	32
2.4.3.4.	Acerca del orden de no linealidad y su relación con el número de armónicos generado	34
2.5.	Sonda de medida	36
2.5.1.	La sonda y los regímenes de funcionamiento.	39
2.5.2.	Solución de la ecuación de balance armónico modificada . .	40
2.5.3.	Ejemplos de aplicación	43
3.	Estabilidad Local	49
3.1.	Dominio del tiempo	49
3.1.1.	Exponentes de Lyapunov	51
3.2.	Dominio de la frecuencia	53
3.2.1.	Diagrama de Nyquist	54
4.	Estabilidad Global: Diagramas de bifurcación	59
4.1.	Método de continuación	61
4.2.	Análisis de Bifurcaciones mediante sondas de medida.	64
4.2.1.	Régimen periódico	64
4.2.1.1.	Bifurcación de Hopf en régimen autónomo libre .	64
4.2.1.2.	Punto de retorno en régimen autónomo libre . . .	65
4.2.1.3.	Régimen inyectado síncrono	66
4.2.2.	Régimen cuasiperiódico de dos frecuencias base	67
4.2.2.1.	Bifurcación de Hopf	67
4.2.2.2.	Punto de retorno	68
4.2.2.3.	Acerca de la precisión de las soluciones cuasiperiódicas.	68
4.2.3.	Régimen cuasiperiódico de tres frecuencias base	72
4.2.3.1.	Bifurcación de Hopf	72
4.2.3.2.	Punto de retorno	73
4.3.	Diagramas de bifurcación: Ejemplos	73
5.	Estudio de sincronías en circuitos de doble resonancia	79

5.1. Estabilidad de las oscilaciones	81
5.2. Diagrama de bifurcación en régimen periódico y cuasiperiódico . .	83
5.3. Lenguas de Arnold	87
5.4. Diagrama de bifurcación inicial	89
5.5. Estudio de la zona central del diagrama	91
5.5.1. Cuasiperiódica de dos frecuencias base y sincronismo con la segunda	93
5.5.2. Soluciones coexistentes	93
5.5.3. Diagrama de bifurcación	96
5.6. Diagramas de bifurcación para diferentes valores del circuito . . .	98
6. Aplicación a un divisor de frecuencia de doble banda	103
6.1. Diseño	104
6.1.1. Circuito resonante	105
6.1.2. Impedancias de emisor y base	108
6.2. Análisis: estabilidad, sincronización y conmutación	111
6.3. Construcción y medida	114
7. Conclusiones	117

Índice de figuras

2.1. Circuito no lineal con doble resonancia [1].	16
2.2. Respuesta del circuito de la figura 2.1 en ausencia de generador externo: oscilador libre. a) Evolución de la trayectoria. b) Plano de fase. c) Espectro.	18
2.3. Representación de una señal cuasiperiódica con dos frecuencias base del circuito de la figura 2.1, cuando la amplitud y frecuencia del generador de entrada son $I_g = 0,01 A$ y $f_g = 1,003GHz$, respectivamente. a) Solución $v_{C_1}(t)$ en el tiempo. b) Espectro de $v_{C_1}(t)$	19
2.4. Solución representada en el espacio de fases para la solución cuasiperiódica con $I_g = 0,01 A$ y $f_g = 1,003GHz$: <i>torus</i> de dimensión dos.	20
2.5. Circuito autónomo de dimensión 3. a) Circuito. b) Característica $v - i$ de la resistencia no lineal.	22
2.6. Representación en el espacio de fases de las soluciones estacionarias del circuito de la figura 2.5. a) $\alpha=2$. b) $\alpha=15$	23
2.7. Secciones de la figura 2.6 para $z = 0$. a) $\alpha=2$. b) $\alpha=15$	24
2.8. Espectro de una señal limitada en banda para cada armónico de la portadora.	25
2.9. Representación de los diferentes formatos de la respuesta de un circuito obtenida a partir de un análisis de envolvente compleja cuando se considera 5 armónicos de la componente fundamental f_o	26
2.10. División del circuito en subred lineal y no lineal en el que las fuentes independientes han sido integradas en la red lineal.	27
2.11. División del circuito en subred lineal y no lineal, considerando las no linealidades como fuentes independientes.	27
2.12. Respuesta de un sistema no lineal para una señal de entrada compuesta por dos tonos de frecuencia f_1 y f_2	32

2.13. Rendimiento de las muestras en función del orden de no linealidad para un régimen cuasiperiódico de tres frecuencias base.	35
2.14. Variación del número de armónicos en función del orden de no linealidad <i>nl</i> . a) Periódica. b) Cuasiperiódica de dos frecuencias base. c) Cuasiperiódica de tres frecuencias base.	35
2.15. Modos de conexión de la sonda al circuito. a) Sonda de tensión. b) Sonda de corriente.	37
2.16. Algoritmo general para solucionar el sistema (2.41).	41
2.17. Respuesta del circuito de la figura 2.1 en régimen de oscilador libre. a) Frecuencia inferior. b) Frecuencia superior.	44
2.18. Respuesta del circuito de la figura 2.1 en régimen sincronizado cuando la señal de entrada posee una amplitud de entrada $I_g = 0,2 A$. a) $f_g = 0,99 GHz$. b) $f_g = 1,01 GHz$	44
2.19. Respuesta del circuito de la figura 2.1 en régimen cuasiperiódico de dos frecuencias base cuando la señal de entrada es $I_g = 0,01 A$. a) $f_g = 0,994 GHz$ y frecuencia autónoma baja. b) $f_g = 0,994 GHz$ y frecuencia autónoma alta.	45
2.20. Respuesta del circuito de la figura 2.1 en régimen cuasiperiódico de tres frecuencias base cuando la señal de entrada es $I_g = 0,01 A$ y $f_g = 1,02 GHz$	45
3.1. Representación de la evolución de los exponentes de Lyapunov para el circuito de la figura 2.5. a) $\alpha = 2$ b) $\alpha = 15$	53
3.2. Diagramas de Nyquist de soluciones periódicas del circuito de la figura 2.1 cuando la amplitud de entrada es $I_g = 0,01 A$. a) Solución estable con $f_g = 0,996 GHz$. b) Solución inestable con $f_g = 0,9985 GHz$	55
3.3. Diagrama de Nyquist para una solución cuasiperiódico de dos frecuencias base del circuito de la figura 2.1 cuando la señal de entrada es $I_g = 0,01 A$ y $f_g = 0,9985 GHz$, y el circuito presenta una oscilación, componente autónoma, $f_0 = 0,996077 GHz$	56
4.1. Variación del parámetro de la sonda en función del parámetro de continuación. Punto de retorno.	65
4.2. Punto de retorno en régimen periódico inyectado. a) Amplitud de la sonda. b) Determinante del jacobiano de la sonda	66
4.3. Bifurcaciones en régimen cuasiperiódico de dos frecuencias base a) bifurcación de Hopf y punto de retorno. b) Punto de sincronización.	68

4.4. Diagramas de bifurcación en las proximidades del sincronismo en función de nl . Frecuencia autónoma próxima a $1,005 GHz$	69
4.5. Espectros de las señales en las proximidades del sincronismo. a) $nl = 7$. b) $nl = 31$	69
4.6. Determinante del jacobiano y número de rotación en las proximidades de sincronización. Frecuencia autónoma próxima a $0,9946 GHz$	70
4.7. Precisión de las soluciones con $nl=31$. a) Espectro de solución relativamente alejada del sincronismo. b) Espectro de solución cercana al sincronismo. c) Diagrama de Nyquist de la solución a). d) Diagrama de Nyquist de la solución b).	71
4.8. Diagramas de bifurcación para $\mathbf{m} = \{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$, $\mathbf{m} = \{0, 1\}$ y $\mathbf{m} = \{0, 1, 3\}$, cuando la señal de entrada es $I_g = 0,01 A$ y $nl = 9$	72
4.9. Bifurcaciones en régimen cuasiperiódico de tres frecuencias base. Señal de salida del circuito 2.1 cuando $I_g = 0,01 A$. a) Amplitud de la oscilación baja. b) Amplitud de la oscilación alta. c) Amplitud del generador.	74
4.10. Bifurcaciones en régimen cuasiperiódico de tres frecuencias base. Señal de salida del circuito 2.1 cuando $I_g = 0,01 A$. a) Frecuencia de la oscilación baja. b) Frecuencia de la oscilación alta. c) Determinante del jacobiano de la sonda.	74
4.11. Diagramas de bifurcación del circuito de la figura 2.1 para una señal de entrada $I_g = 0,012A$. Régimen periódico. a) Amplitud de la sonda. b) Fase de la sonda. c) Determinante del jacobiano de la sonda. d) Amplitud de la componente del generador externo.	75
4.12. Diagramas de bifurcación del circuito de la figura 2.1 para una señal de entrada $I_g = 0,2 A$. Régimen cuasiperiódico de dos frecuencias base. a) Amplitud de la sonda. b) Frecuencia de la sonda. c) Determinante del jacobiano de la sonda. d) Amplitud de la componente del generador externo.	76
4.13. Diagramas de bifurcación del circuito de la figura 2.1 para una señal de entrada $f_g = 1,013 GHz$. Régimen cuasiperiódico de dos frecuencias base. a) Amplitud de la sonda. b) Frecuencia de la sonda. c) Determinante del jacobiano de la sonda. d) Amplitud de la componente del generador externo.	77
5.1. Circuito propuesto por Kurokawa con los valores usados por Callandra y Sommariva.	80

5.2. Admitancia del circuito 5.1 cuando $Q_1 = 50$ y $Q_2 = 200$	81
5.3. Diagramas de Nyquist de las soluciones periódicas del circuito 5.1. a) $f_{o1} = 0,996$ GHz. b) $f_{o3} = 1,0$ GHz. c) $f_{o2} = 1,004$ GHz.	82
5.4. Representación temporal de las oscilaciones del circuito 5.1. a) Ciclos límite de las oscilaciones. b) Cuencas de atracción en el plano V_1, V_2	82
5.5. Diagrama de bifurcaciones del circuito 5.1 en régimen periódico y cuasiperiódico para $I_g = 0,004$ A.	83
5.6. Diagramas de Nyquist de las soluciones del circuito 5.1 cuando $I_g = 0,004$ A. a) Solución multiplicativa con $f_g = 1,000$ GHz. b) Solución cuasiperiódica con $f_g = 1,000$ GHz. c) Solución cuasiperiódica con $f_g = 1,0045$ GHz.	84
5.7. Diagrama de bifurcaciones del circuito 5.1 en régimen periódico y cuasiperiódico para $I_g = 0,02$ A.	85
5.8. Número de rotación para $I_g = 0,02$ A. a) Solución que lleva a una sincronización. b) Solución que lleva a una multiplicativa.	86
5.9. Diagrama de bifurcaciones del circuito 5.1 en régimen periódico y cuasiperiódico para $f_g = 1,0$ GHz.	87
5.10. Envolvente calculada a partir de un análisis transitorio cuando la señal de entrada es $f_g = 1,004$ GHz y la amplitud toma los siguientes valores: a) $I_g = 0$ A para $t_0 = 0$ ms, $I_g = 0,027$ A para $t_0 = 0,6$ ms y $I_g = 0$ A para $t_0 = 1,5$ ms. b) $I_g = 0$ A para $t_0 = 0$ ms, $I_g = 0,028$ A para $t_0 = 0,6$ ms y $I_g = 0$ A para $t_0 = 1,5$ ms.	88
5.11. Diagrama de bifurcaciones del circuito 5.1 en régimen periódico. En trazo grueso aparecen las zonas estables.	88
5.12. Lenguas de Arnold obtenidas a partir de la figura 5.11.	89
5.13. Diagramas de bifurcación del circuito 5.1 cuando $I_g = 0,01$ A.	90
5.14. Señal de salida del circuito 5.1. Espectro generado con PSpice [©] cuando $f_g = 0,9998$ GHz.	91
5.15. Exponentes de Lyapunov para $f_g = 0,9998$ GHz.	92
5.16. Espectros de las soluciones coexistentes. a) Cuasiperiódica simple. b) Cuasiperiódica compleja.	94
5.17. Diagramas de Nyquist de las soluciones coexistentes. a) Cuasiperiódica simple. b) Cuasiperiódica compleja.	94
5.18. Señales en el tiempo de las soluciones coexistentes. a) Cuasiperiódica simple. b) Cuasiperiódica compleja.	95

5.19. Exponentes de Lyapunov de las soluciones coexistentes. a) Cuasiperiódica simple. b) Cuasiperiódica compleja.	95
5.20. Diagrama de bifurcaciones final del circuito 5.1 cuando la amplitud del generador de entrada es $I_g = 0,01 A$	96
5.21. Caracterización de la zona inestable del circuito 5.1 cuando $f_g = 0,999741 GHz$. a) Diagrama de Nyquist. b) Espectro de la señal obtenido con ADS [©] (paso=1ns).	97
5.22. Diagramas de bifurcación del circuito 5.1 en régimen periódico cuando $Q_1 = 10$ y $Q_2 = 30$. En trazo oscuro aparecen las zonas estables.	98
5.23. Diagrama de bifurcaciones del circuito 5.1 cuando $Q_1 = 5$ y $Q_2 = 15$	99
5.24. Efectos de la asimetría en la respuesta del circuito en función de la diferencia entre f_1 y f_2	100
6.1. Circuito doblemente resonante y representación de su admitancia cuando $Q_s > Q_p$	106
6.2. Curva de diseño de la red resonante. Frecuencias de oscilación en función de f_c y Q_p	107
6.3. Respuesta del circuito resonante 6.1 cuando se utilizan los componentes detallados en (6.4).	107
6.4. Circuito utilizado para obtener las impedancias de base y emisor al que se ha conectado el generador auxiliar.	108
6.5. Entorno de simulación usado para optimizar el doble oscilador.	109
6.6. Esquemático del divisor de frecuencia de doble banda, $0,92 GHz$ y $1,3675 GHz$	110
6.7. Variación de la admitancia de salida para la frecuencia de oscilación $0,92 GHz$. a) Variación con la frecuencia. b) Variación con la amplitud.	111
6.8. Variación de la admitancia de salida para la frecuencia de oscilación $1,3675 GHz$. a) Variación con la frecuencia. b) Variación con la amplitud.	112
6.9. Elipses de sincronización del divisor de doble banda cuando se inyecta el doble de la frecuencia de oscilación.	113
6.10. Respuesta transitoria y espectro de las señales de salida en el instante de conmutación.	113
6.11. Layout del circuito divisor de frecuencia de doble banda.	114



6.12. Foto del circuito divisor de frecuencia de doble banda	115
6.13. Bandas de sincronismo medidas con la opción Max_Hold del analizador de espectro. a) Banda baja. b) Banda alta.	115
7.1. Esquemático del prototipo diseñado en el capítulo 6 con un bucle de realimentación de baja frecuencia y varactor.	119
7.2. Variación de la elipse de sincronización del divisor con la ganancia en tensión del bucle.	120
7.3. Comparación de los márgenes de sincronización del divisor con lazo de realimentación y sin él . a) banda inferior. b) banda superior. .	120
7.4. Entorno de Simulación para optimización del umbral de conmutación en un divisor de doble banda.	121

Capítulo 1

Introducción

Muchos de los sistemas de comunicaciones contienen circuitos que manifiestan comportamientos no lineales. En algunos casos supone una distorsión de las señales y por ello, deben ser evitados. Sin embargo, en un gran número de circuitos son los que aseguran el correcto funcionamiento del mismo. Tener un control de dicho comportamiento no lineal supone tener la capacidad de diseñar circuitos que muestren unas características óptimas.

Dentro de esta familia de circuitos cuyo comportamiento no lineal es imprescindible, están los sistemas autónomos. En ellos, el circuito presenta señal en su salida en ausencia de señal de entrada. El oscilador es un sistema autónomo que ha sido estudiado en régimen libre, inyectado al fundamental o subarmónicamente, como divisor de frecuencia, etc. Dada la importancia que tienen los circuitos autónomos en un sistema de comunicaciones, es muy importante disponer de las diferentes herramientas de análisis no lineal que nos permitan caracterizar, de forma ajustada, sus parámetros.

Para el estudio de estos circuitos, en los últimos años, la combinación del balance armónico junto a la técnica del generador auxiliar [1] se muestra como una herramienta bastante útil para el análisis y optimización [2, 3, 4]. Todos ellos presentan una oscilación estable.

Sin embargo, existen algunos modos de funcionamiento que, aun siendo conocidos, no han sido estudiados con detenimiento, dada la dificultad de análisis que entrañan. Además, pueden llegar a ser tan rebuscados, que resulte inviable encontrar una aplicación práctica que les saque partido.

Eso ha ocurrido con un circuito que presenta dos oscilaciones estables y que fue propuesto por Kurokawa [5] en 1969 y descartado, en el mismo artículo, para los propósitos que perseguía. Posteriormente, fue utilizado por Calandra y Sommariva [6] en 1981 para validar un método de análisis de estabilidad cuando el circuito era inyectado al fundamental. Sin embargo, se limitaba al régimen

periódico y con niveles de señal de inyección elevados, por lo que la curva del diagrama de bifurcaciones era simple. Finalmente, Morales [3] en 1996 traza los diagramas de bifurcación en régimen periódico, sin entrar en detalles sobre la estabilidad de las mismas, pero refleja la existencia de dos oscilaciones estables.

El objetivo de la presente tesis será el análisis de estabilidad local y global de circuitos que presentan dos oscilaciones estables, y la fabricación de un prototipo que muestre la viabilidad práctica.

Para la obtención de las soluciones estacionarias se ha utilizado técnicas en el dominio del tiempo y de la frecuencia, centrándose en la integración directa [7], el balance armónico [8], la sonda de medida o generador auxiliar [1] y la envolvente compleja [9]. Para la obtención de los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier se ha utilizado el concepto de frecuencias descriptivas. Ello ha permitido analizar regímenes periódicos y cuasiperiódicos de dos frecuencias base con un número reducido de muestras, facilitando el cálculo de la matriz jacobiana necesaria en el método Newton-Raphson utilizado en la fase de convergencia hacia las soluciones del circuito. Asimismo, se ha extendido el método a señales cuasiperiódicas de tres frecuencias base que pueden presentarse en circuitos como los analizados, es decir, con dos oscilaciones estables. Se propone diferentes criterios para reducir el número de componentes espectrales, de forma que se reduzca el tiempo de cómputo de la matriz jacobiana y su inversa.

Una vez obtenidas las soluciones, se estudia la estabilidad local o estabilidad ante pequeñas perturbaciones de la misma. Puesto que están presentes regímenes de funcionamiento periódicos y cuasiperiódicos, el análisis de estabilidad local en el dominio del tiempo debe ser realizado a través de los exponentes de Lyapunov. Muchas de las técnicas existentes son capaces de obtener el mayor de los coeficientes. Esto es suficiente para garantizar la estabilidad de las soluciones pero no para saber cuál es el régimen de funcionamiento que presenta el circuito. Por ello, se ha utilizado la propuesta por Parker y Chua[10] que obtiene simultáneamente todos los exponentes y con ello, se aporta la información necesaria para determinar dicho régimen. En el dominio de la frecuencia, el diagrama de Nyquist [11] aplicado a soluciones periódicas y cuasiperiódicas de dos frecuencias base, se ha mostrado bastante robusto en la determinación de la estabilidad local, aunque para las segundas requiere del empleo de un gran número de componentes espectrales.

El análisis de estabilidad global o evolución de las soluciones al variar un parámetro del circuito, se hará tras el examen de los diferentes diagramas de bifurcación. Se utiliza la técnica del balance armónico combinada con la sonda de medida y un método de continuación para obtener los diagramas de bifurcación.

Se desarrolla un programa que engloba el conjunto de las técnicas de análisis, con objeto de analizar un circuito no lineal que presente dos oscilaciones. Se ha utilizado una fuente de corriente con no linealidad cúbica dependiente de la

tensión, a la que se ha conectado el circuito resonante propuesto por Kurokawa [5]. Se analiza el circuito frente a variaciones en la frecuencia y amplitud de entrada, obteniéndose las bases para abordar el diseño de una aplicación.

De las diferentes posibilidades que ofrece el doble oscilador, se eligió un divisor de frecuencia por dos de doble banda. En primer lugar, se establece el procedimiento de diseño que se debe seguir para un circuito de estas características. A continuación, se desarrolla los diferentes entornos de simulación para el diseño y optimización del circuito, basados en los análisis previos, de forma que puedan ser aplicados en un programa comercial de diseño de circuitos de microondas.

Finalmente, se realiza las medidas del circuito diseñado que confirman la viabilidad del circuito como divisor de frecuencia de doble banda.

El trabajo se expone en los próximos cinco capítulos cuyo contenido se describe brevemente a continuación.

En el segundo capítulo se comienza con la exposición de las diferentes técnicas utilizadas para obtener el conjunto de soluciones estacionarias de un circuito. El balance armónico y la técnica del generador auxiliar se detallan especialmente porque forman la base de la presente tesis. Se desglosa los valores de las frecuencias descriptivas en función del orden de no linealidad y de los diferentes regímenes de funcionamiento, así como los criterios seguidos para la reducción de componentes espectrales para disminuir el tiempo de cómputo.

A continuación, se describen las dos técnicas utilizadas en el estudio de la estabilidad local de las soluciones estacionarias: exponentes de Lyapunov y diagrama de Nyquist.

El cuarto capítulo contiene la descripción de las bifurcaciones estudiadas para cada uno de los diferentes regímenes de funcionamiento y que permiten analizar la estabilidad global del circuito, o evolución del comportamiento del mismo ante la variación de un parámetro de interés. Además, se expone el método de continuación utilizado para trazar los diagramas de bifurcación.

Seguidamente, las diferentes técnicas de análisis se aplican a un circuito que presenta dos oscilaciones estables y que permite establecer las bases de diseño y optimización de un circuito de estas características.

En el capítulo sexto se presenta el diseño del divisor de frecuencia por dos de doble banda y el procedimiento seguido para su optimización. Las medidas muestran la viabilidad de este tipo de circuitos.

Bibliografía

- [1] R. Quéré, E. Ngoya, M. Camiade, A. Suárez, M. Hessane, J. Obregon, "Large signal design of broadband monolithic microwave frequency dividers and phase-locked oscillators", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*. Vol. MTT-41. No. 11. pp. 1928-1938. November, 1993.
- [2] J. Morales, A. Suárez, R. Quéré, "Accurate determination of frequency dividers operating bands", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 6, No. 1, January, 1996.
- [3] José León Morales Ruíz, "Aplicación de técnicas de análisis de estabilidad local y global a circuitos de microondas de carácter autónomo", Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, Octubre, 1996.
- [4] S. Ver Hoeye, L. Zurdo, A. Suárez, "New Nonlinear Design Tools for Self-Oscillating Mixers", *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, Vol. 11, No. 8, August, 2001.
- [5] K. Kurokawa, "Some basic characteristics of broadband negative resistance oscillator circuits", *The Bell System Technical Journal*. pp. 1937-1955. July-August, 1969.
- [6] E. F. Calandra, A. M. Sommariva, "Stability analysis of injection-locked oscillators in their fundamental mode of operation", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-29, No. 11, November, 1981.
- [7] B. Carnahan, H. A. Luther, J. O. Wilkes, Edición española: M. Maynar, E. Anasagasti, "Cálculo numérico, métodos, aplicaciones", Editorial Rueda, Madrid, 1979.
- [8] S. A. Maas, "Nonlinear microwave circuits", Artech House, London, 1988.
- [9] E. Ngoya, R. Larchevêque, "Envelop transient analysis: A new method for the transient and steady state analysis of microwave communication circuits and systems", *IEEE MTT-S Digest*, pp. 1365-1368, 1996.
- [10] Thomas S. Parker, Leon O. Chua, "Chaos: A Tutorial for Engineers", *IEEE Proc.* Vol. 75. No. 8. pp. 982-1008. August, 1987.
- [11] V. Rizzoli, A. Lipparini, "General stability analysis of periodic steady-state regimes in nonlinear microwave circuits", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-33, No. 1, pp. 30-37, January, 1985.

Capítulo 2

Análisis de circuitos no lineales: dominio del tiempo y frecuencia

Son muchas las técnicas existentes para caracterizar el comportamiento no lineal de los circuitos electrónicos. Algunas de ellas son utilizadas en el presente trabajo y será necesario introducir aquellos aspectos que han decidido la selección de las mismas.

Por ello, se comenzará con una breve exposición de los diferentes regímenes de funcionamiento que se abordará en el presente trabajo, repasando la terminología comúnmente usada en el dominio del tiempo y frecuencia.

A continuación, se efectuará un repaso de las diferentes técnicas de análisis de circuitos y en especial, del balance armónico. Una extensión del método de cálculo de la solución de balance armónico permitirá el análisis de circuitos con tres frecuencias fundamentales.

Por último, una visión de la técnica de la sonda de medida y de su capacidad para obtener los diferentes regímenes de funcionamiento previamente estudiados, reflejará la sencillez y utilidad práctica que presenta en el análisis, diseño y optimización de circuitos autónomos.

2.1. Dinámica de circuitos no lineales

Un circuito como el mostrado en la figura 2.1, cuyos valores son los de la ecuación (2.1), queda caracterizado a partir del sistema de ecuaciones diferenciales que resulta de aplicar las leyes de Kirchhoff a sus nodos y mallas.

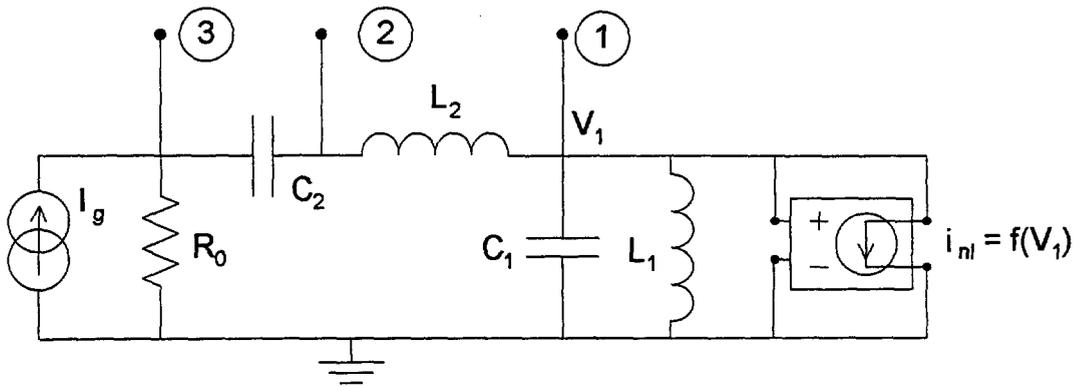


Figura 2.1: Circuito no lineal con doble resonancia [1].

$$C_1 = 159,2 \text{ pF} \quad L_1 = 159,2 \text{ pH} \quad C_2 = 15,92 \text{ fF} \quad L_2 = 1,592 \text{ } \mu\text{H}$$

$$a_1 = -0,03 \text{ A/V} \quad a_3 = 0,01 \text{ A/V} \quad R_0 = 50 \text{ } \Omega \quad (2.1)$$

$$f(v_1) = a_1 v_1 + a_3 v_1^3$$

Las tensiones y corrientes dependientes del tiempo componen el vector de las variables de estado del circuito. En este caso:

$$\mathbf{x} = [i_{L_1}(t), v_{C_1}(t), i_{L_2}(t), v_{C_2}(t)]^t \quad (2.2)$$

donde $[\]^t$ es la función traspuesta. De forma general nuestro circuito podría expresarse como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \quad (2.3)$$

siendo, $\dot{\mathbf{x}} = d\mathbf{x}/dt$ y el orden del mismo igual al número de variables de estado.

Sistemas autónomos

Un sistema autónomo viene definido por las siguientes ecuaciones de estado, en el que la variable t no aparece de forma explícita:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Un circuito caracterizado de esta forma no puede tener otro tipo de fuentes de excitación que no sea continua (DC). En este caso, el instante inicial puede tomarse siempre como $t_0 = 0$ y su solución se denomina trayectoria ($\varphi_t(\mathbf{x}_0)$).

Sistemas no autónomos

Un sistema no autónomo viene definido por las ecuaciones de estado:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0\end{aligned}\tag{2.5}$$

A diferencia del caso autónomo, tanto el valor inicial \mathbf{x}_0 como el tiempo inicial t_0 determinan la solución del circuito ($\varphi_t(\mathbf{x}_0, t_0)$), luego, no puede fijarse arbitrariamente a cero. Un circuito con generador externo de amplitud variable queda así totalmente descrito.

Si el sistema es periódico de orden n con periodo T , ($\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t + T)$), el sistema no autónomo puede convertirse en uno autónomo de orden $n + 1$, añadiendo la variable de estado $\theta = 2\pi t/T = \omega t$. En ese caso, el sistema autónomo resultante sería:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \omega) ; \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \\ \dot{\theta} &= \omega ; \theta(0) = \omega t_0\end{aligned}\tag{2.6}$$

El nuevo sistema es periódico en θ con periodo 2π , por lo tanto, los resultados obtenidos para un sistema autónomo pueden aplicarse al caso de sistemas no autónomos periódicos. Si el sistema no autónomo no fuera periódico, también puede convertirse a uno autónomo pero la solución será ilimitada para $t \rightarrow \infty$.

2.2. Soluciones estacionarias en circuitos no lineales

El espacio de fases es el formado por las variables de estado del sistema. Para un sistema autónomo el espacio de fases tiene dimensión n , coincidiendo con el conjunto de tensiones y corrientes que determinan el comportamiento del mismo. En un sistema no autónomo periódico el espacio de fases tiene dimensión $n + 1$ según (2.6).

Interesa conocer el conjunto de soluciones estacionarias del circuito regido por el sistema de ecuaciones (2.3), es decir, el comportamiento para $t \rightarrow \infty$. Antes, conviene recordar algunos conceptos cuyas definiciones se puede encontrar en cualquier bibliografía relativa a este tema [2].

Un punto q es un punto límite de x si, para cualquier punto del entorno U de q , la trayectoria $\varphi_t(x)$ ingresa repetidamente en U cuando $t \rightarrow \infty$. La unión de todos los puntos límite constituyen un conjunto límite $L(x)$.

Un conjunto límite será atractor si, partiendo de cualquier punto de un entorno U de $L(x)$, la trayectoria vuelve a dicho conjunto. Estos son de especial interés puesto que un ciclo límite repulsor no puede ser observado físicamente. La cuenca de atracción es el conjunto de puntos del espacio de fases que pueden formar parte de dicho entorno U .

2.2.1. Punto de equilibrio

En este caso se cumple que $\dot{x} = f(x) = 0$. El punto de equilibrio es un conjunto límite compuesto por un sólo punto, por ejemplo, la propia solución de DC en un sistema autónomo.

2.2.2. Solución periódica

Si $x(t)$ es una solución de la ecuación $\dot{x} = f(x)$ con periodo T , el conjunto límite representa una órbita cerrada en el espacio de fases también llamado ciclo límite. En la figura 2.2 se representa diferentes formas de caracterizar la solución del circuito.

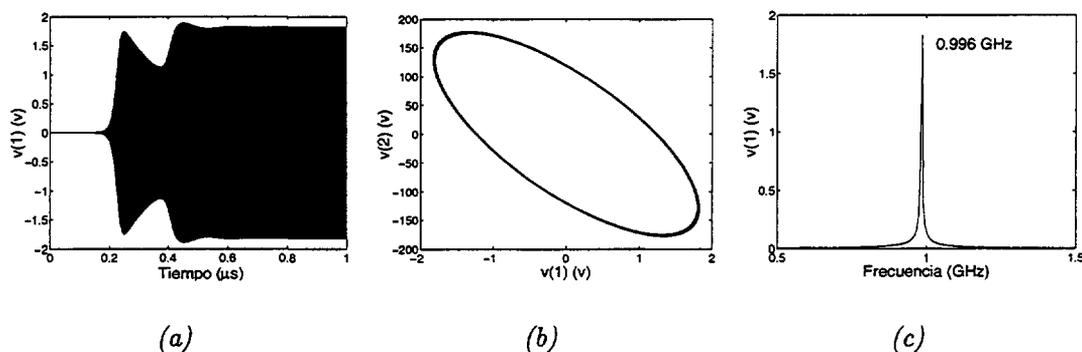


Figura 2.2: Respuesta del circuito de la figura 2.1 en ausencia de generador externo: oscilador libre. a) Evolución de la trayectoria. b) Plano de fase. c) Espectro.

2.2.3. Solución cuasiperiódica

Una señal es cuasiperiódica si puede expresarse su desarrollo en serie de Fourier de la forma:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k_1, \dots, k_m} \mathbf{X}_{k_1, \dots, k_m} e^{j(k_1 \omega_1 t + \dots + k_m \omega_m t)} \quad ; \quad k_i = \{-\infty, \dots, \infty\} \quad (2.7)$$

El conjunto de las m frecuencias fundamentales se denomina base de frecuencias de la señal $\mathbf{x}(t)$. En las figuras 2.3 y 2.4 se representa diferentes formas de caracterizar una señal cuasiperiódica.

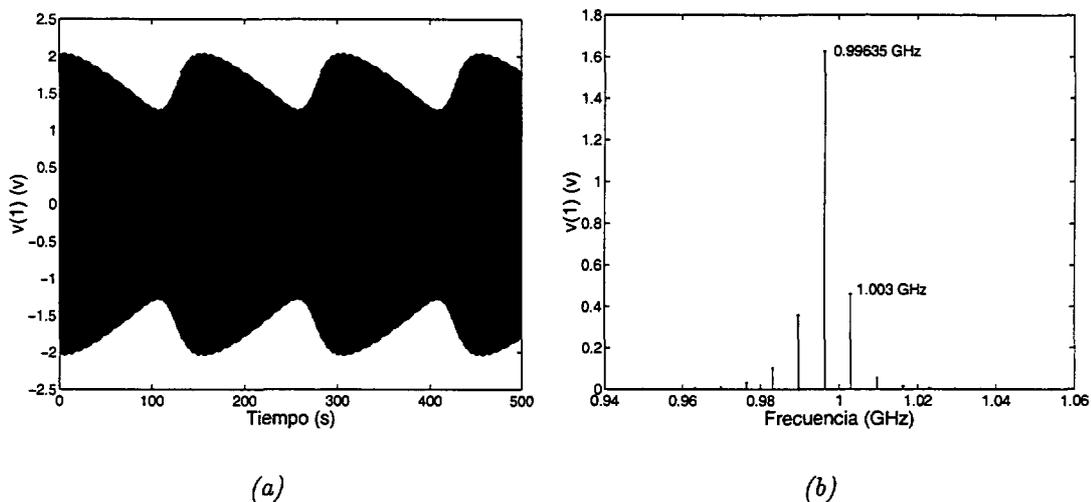


Figura 2.3: Representación de una señal cuasiperiódica con dos frecuencias base del circuito de la figura 2.1, cuando la amplitud y frecuencia del generador de entrada son $I_g = 0,01 A$ y $f_g = 1,003 GHz$, respectivamente. a) Solución $v_{C_1}(t)$ en el tiempo. b) Espectro de $v_{C_1}(t)$.

El circuito de la figura 2.1 presenta dicho régimen de funcionamiento cuando inyectamos con un generador externo fuera de la zona de sincronismo. Bajo estas condiciones, el circuito sigue oscilando a la frecuencia autónoma, por ello, posee dos frecuencias en la base. La evolución de la trayectoria en el espacio de fases se conoce como *torus* de dimensión dos. En el caso de m fundamentales se llamaría *torus* de dimensión m , resultando imposible su representación gráfica si $m > 2$.

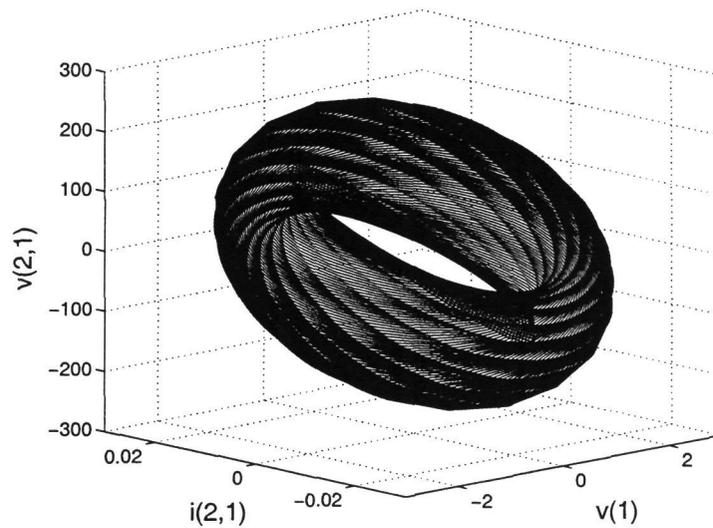


Figura 2.4: Solución representada en el espacio de fases para la solución cuasiperiódica con $I_g = 0,01 A$ y $f_g = 1,003 GHz$: torus de dimensión dos.

2.2.4. Caos

Puesto que éste no será un régimen deseado ni de interés, en los circuitos que se presentan en esta tesis, valdrá la definición de Parker y Chua [2]: "desde un punto de vista práctico, se puede definir caos como aquel estado que no se corresponde con ninguno de los anteriores". A pesar de ello, a partir de las herramientas de análisis que serán descritas posteriormente, es posible identificar dicho régimen a partir del espectro irregular que presenta y sus exponentes de Lyapunov asociados.

2.3. Técnicas de análisis

Las posibles soluciones estacionarias de un circuito no lineal no pueden, en general, ser obtenidas de forma analítica. Para ello, se ha desarrollado diferentes técnicas numéricas que permiten resolver el problema. En esta sección se realiza una descripción de las mismas siguiendo, inicialmente, el esquema planteado por Rizzoli y Neri [3]. Dichos autores diferencian tres posibles métodos atendiendo a la forma en que son descritas la subred lineal y la no lineal del circuito: temporales, frecuenciales y tiempo-frecuenciales o mixtos. Los tiempo-frecuenciales analizan la subred no lineal en el tiempo y la lineal en la frecuencia, mientras que los primeros analizan ambas partes en sus dominios correspondientes. Sin embargo, no todos los métodos mixtos siguen exactamente este patrón, como ocurre con el método de la envolvente compleja [4].

Las técnicas temporales sólo son capaces de obtener las soluciones estacionarias estables, aquellas que se manifestarán físicamente. Con ello, se evita la necesidad de realizar un análisis adicional de estabilidad, que por contra, sí tiene que ser realizado en las técnicas frecuenciales.

Además, la trayectoria evolucionará de forma natural hacia el régimen de funcionamiento que posee el circuito a partir de las condiciones iniciales prefijadas, en cambio, las técnicas frecuenciales requieren el conocimiento previo del régimen de funcionamiento que fijará el número de frecuencias base a utilizar.

Sin embargo, y con todo, los métodos frecuenciales facilitan el análisis, diseño y optimización de los circuitos de microondas que, desde un punto de vista práctico, pueden resultar de interés. Por ello, se usará primordialmente técnicas que utilizan el dominio de la frecuencia y en casos puntuales, las estrictamente temporales.

La única técnica temporal usada es la integración directa. Ésta ha sido utilizada con éxito en casos donde obtener una primera solución del circuito por otros procedimientos resultaba más complejo. Además, es imprescindible para conocer la estabilidad de las soluciones en el dominio del tiempo (sección 3.1).

El balance armónico es el método mixto más ampliamente utilizado en el presente trabajo, tanto en la fase de análisis como en la de optimización. Por ello, merece un estudio más detallado que será realizado en la sección 2.4.

2.3.1. Métodos Temporales

El sistema de ecuaciones diferenciales (2.3) describe el comportamiento del circuito. Para obtener las soluciones estacionarias se ha utilizado un método de integración directa. Una vez obtenidas, pueden ser analizadas a partir de su representación en el espacio de fases o a través del mapa de Poincaré [2] que reduce en una dimensión dicho espacio.

En esta sección se utilizará el circuito de la figura 2.5 que previamente fue analizado por Matsumoto [5]. De esta forma se pretende validar los algoritmos implementados para la obtención de las soluciones estacionarias, el análisis de las mismas en el espacio de fases y en el mapa de Poincaré, así como el posterior análisis de estabilidad a partir de los exponentes de Lyapunov.

El sistema de ecuaciones diferenciales del circuito de la figura 2.5 es el siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\alpha f(y-x) \\ \dot{y} &= -f(y-x) - z \\ \dot{z} &= \beta y \end{aligned} \tag{2.8}$$

siendo:

$$\begin{aligned}
 x &= v_{C_1}/E_1 & y &= v_{C_2}/E_1 & z &= i_L/(C_2 E_1) \\
 \alpha &= C_2/C_1 & \beta &= 1/(LC_2) & a &= m_0/C_2 \\
 u &= y - x & b &= m_1/C_2 & & \\
 f(u) &= -au + 0,5(a + b)(|u + 1| - |u - 1|)
 \end{aligned}
 \tag{2.9}$$

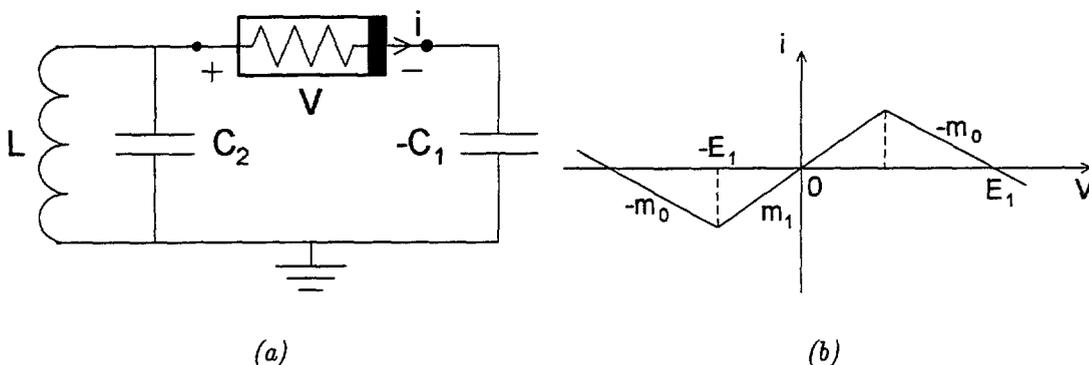


Figura 2.5: Circuito autónomo de dimensión 3. a) Circuito. b) Característica $v - i$ de la resistencia no lineal.

2.3.1.1. Integración directa

El sistema de ecuaciones diferenciales se resuelve paso a paso desde el instante inicial t_0 . Por lo tanto, para obtener la solución estacionaria se debe integrar todo el tiempo transitorio, que en el caso de circuitos de microondas es muy superior al periodo de la señal. En la figura 2.6 se muestra las soluciones estacionarias del sistema (2.8).

En la figura (a) se puede observar un *torus* de dimensión dos, correspondiendo con una solución cuasiperiódica de dos frecuencias base; en la (b), se corresponde con una solución caótica.

2.3.1.2. Métodos Shooting

Con este método se evita el cálculo excesivo que conlleva el régimen transitorio en los circuitos de microondas. Se obtiene el conjunto de condiciones iniciales a partir de las cuales el circuito se encuentra en régimen permanente. Por lo tanto, para dicho punto debe cumplirse [6]:

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}(t_0 + T)
 \tag{2.10}$$

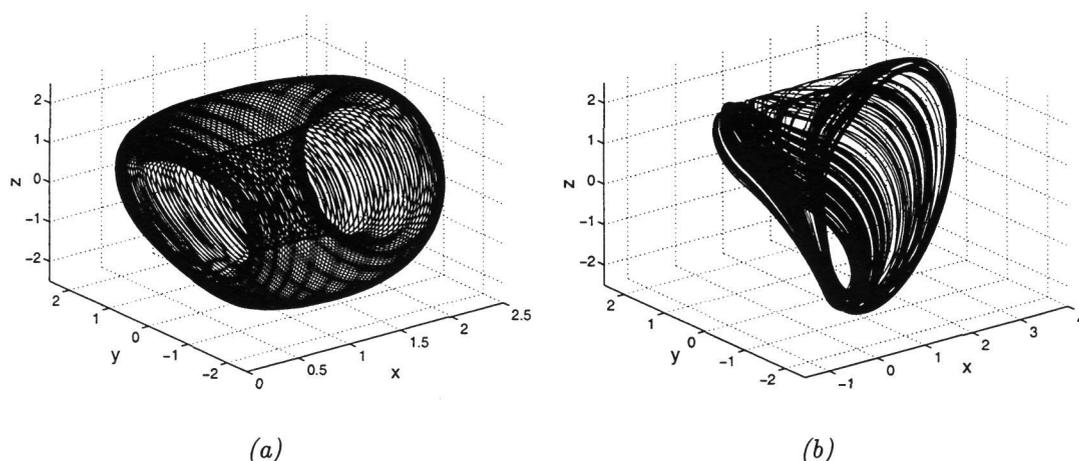


Figura 2.6: Representación en el espacio de fases de las soluciones estacionarias del circuito de la figura 2.5. a) $\alpha=2$. b) $\alpha=15$.

2.3.1.3. Mapas de Poincaré

El mapa de Poincaré permite reducir en una dimensión el espacio de fases. Un mapa de Poincaré puede ser generado seccionando, transversalmente y con una hipersuperficie de dimensión $n - 1$, la trayectoria de la solución en el espacio de fases.

La utilidad del mismo proviene de la correspondencia biunívoca que existe entre los diferentes regímenes de funcionamiento y las representaciones en el mapa de Poincaré. Por ejemplo, la transformación de Poincaré de una señal periódica es un punto, la de una señal cuasiperiódica de dos frecuencias base es un círculo y por ende, si es cuasiperiódica de tres frecuencias base es un *torus*. En la figura 2.7 se ha representado los mapas de Poincaré de las soluciones del circuito de Matsumoto y que han sido usadas para validar las rutinas de cálculo.

2.3.2. Métodos Tiempo-Frecuenciales

En este apartado sólo serán comentados aspectos relacionados con la envolvente compleja, dejando el balance armónico para la siguiente sección. El interés de reseñar la envolvente compleja radica en que ha sido usada en los diseños simulados con el programa ADS[©] [7]. Por ello, se dará un enfoque eminentemente práctico que permita interpretar los resultados obtenidos en las simulaciones.

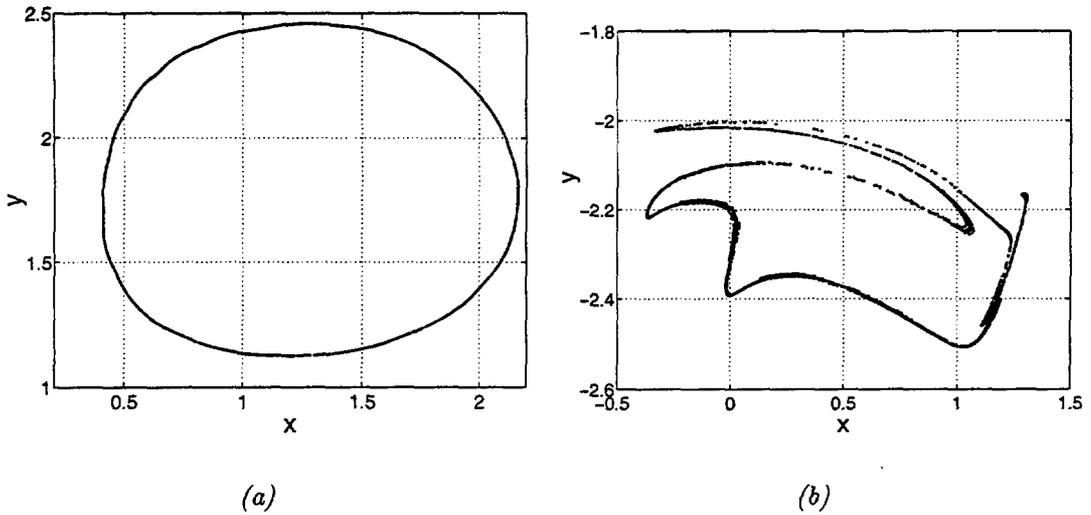


Figura 2.7: Secciones de la figura 2.6 para $z = 0$. a) $\alpha=2$. b) $\alpha=15$.

2.3.2.1. Envoltente Compleja

La envoltente compleja considera cualquier señal como una combinación de un conjunto de componentes de baja frecuencia sobre una señal de alta frecuencia o portadora. La dinámica de la señal de alta frecuencia se caracteriza a través de los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier dependientes del tiempo, mientras que la dinámica de las componentes de baja frecuencia se caracteriza en el tiempo, utilizando un método de integración directa. Con ello, se logra evitar los graves problemas que tiene cada uno de los dominios cuando se analiza señales moduladas, es decir, el número de componentes espectrales necesarias en el caso del dominio de la frecuencia, y unos tiempos de integración elevados en el caso del dominio del tiempo.

Una señal limitada en banda, alrededor de los diferentes armónicos de portadora w_o , puede ser caracterizada como [4]:

$$z(t) = \sum_{k=-N}^N \hat{Z}_k(t) e^{jkw_o t} \quad (2.11)$$

donde $\hat{Z}_k(t)$ es la envoltente compleja dependiente del tiempo o modulación del k -ésimo armónico de la portadora. Si se muestrea con dos tiempos diferentes, t_1 y t_2 , para cada una de las diferentes componentes, es posible poner:

$$z(t_1, t_2) = \sum_{k=-N}^N \hat{Z}_k(t_1) e^{jkw_o t_2} \quad (2.12)$$

En este caso se ha elegido t_1 para las componentes de baja frecuencia que se sitúan alrededor de la portadora y armónicos, y t_2 para las componentes de alta frecuencia y armónicos. Por lo tanto, el ancho de banda BW considerado, alrededor de cada componente armónica, será $1/t_1$ (figura 2.8).

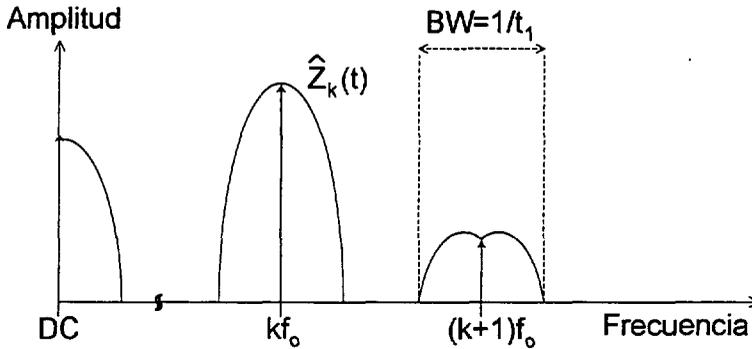


Figura 2.8: Espectro de una señal limitada en banda para cada armónico de la portadora.

Bajo estas condiciones, se puede sustituir (2.11) en el sistema de ecuaciones diferenciales (2.5). Si n es el orden del sistema, resulta un sistema de $n(2N + 1)$ ecuaciones para cada instante de tiempo, correspondiendo con la parte real e imaginaria de cada una de las componentes armónicas.

El sistema se resuelve para los r instantes de tiempo hasta llegar al valor final prefijado, $t_{final} = rt_1$, haciendo uso de un Newton-Raphson de forma reiterada. En la figura 2.9 queda reflejado el procedimiento a través del cual se podrá obtener la información que caracterizará el comportamiento del circuito [7]. En este caso, se dispone del resultado de un análisis en el que se ha considerado 5 componentes armónicas. A partir de la evolución temporal de cada una de ellas se puede realizar una FT (Fourier Transform) y obtener el espectro limitado en banda alrededor de cada una de ellas.

En el cuadro 2.1 es posible ver algunos ejemplos sencillos del aspecto que presenta la envolvente de algunas señales que varían con el tiempo.

Aspecto de la envolvente	Descripción de señal en el tiempo
$V_k = A$	Tono puro: $A \cos(2\pi f_k t)$
$V_k = Ae^{j\pi/2}$	Tono puro: $A \sin(2\pi f_k t)$
$V_k = B \cos(2\pi f_m t)$	Dos tonos separados $\pm f_m$ de f_k

Cuadro 2.1: Ejemplos de relaciones entre la envolvente de la señal y su equivalente en el tiempo.

2.4. Balance armónico

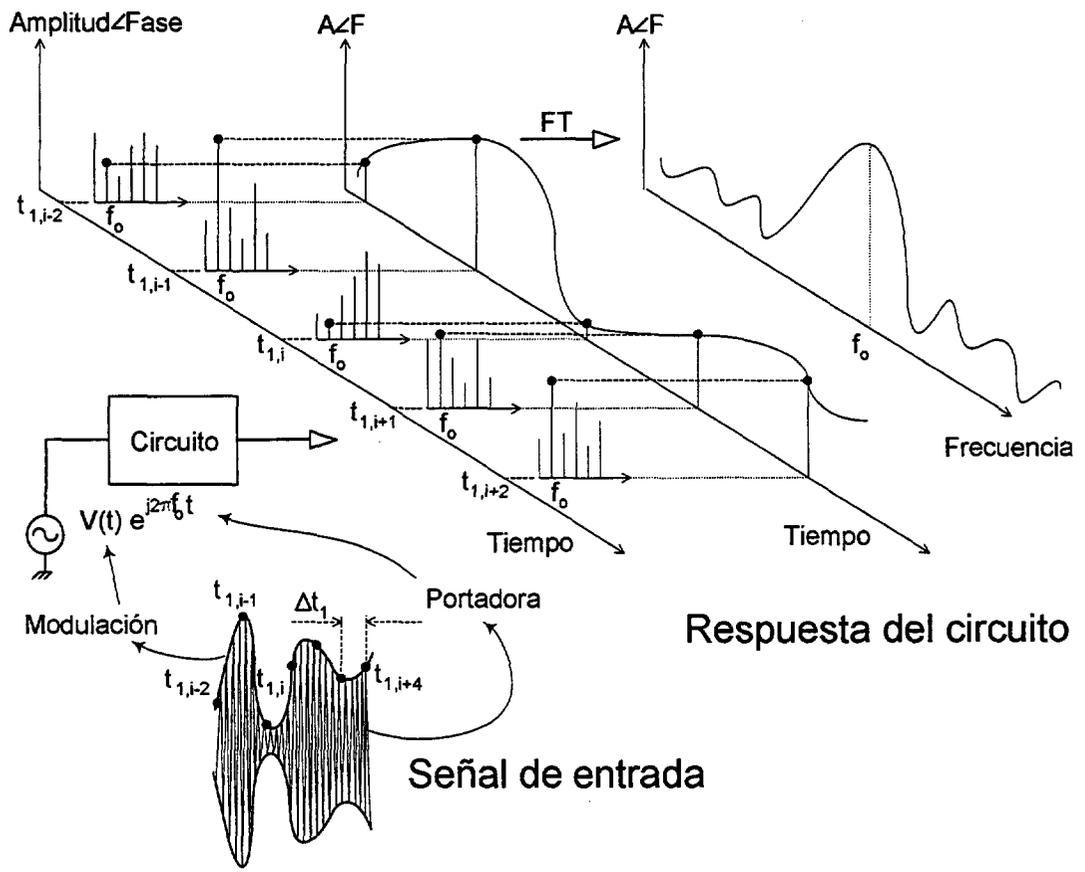


Figura 2.9: Representación de los diferentes formatos de la respuesta de un circuito obtenida a partir de un análisis de envolvente compleja cuando se considera 5 armónicos de la componente fundamental f_0 .

2.4. Balance armónico

Es la herramienta de análisis más ampliamente utilizada en el análisis, diseño y optimización de circuitos de microondas. El balance armónico parte de la división del circuito en subredes lineales y no lineales (figura 2.10). Cada una de las subredes se analiza en su dominio afín, es decir, la no lineal en el tiempo y la lineal en la frecuencia. Para obtener la solución estacionaria, se comparan las corrientes o tensiones en cada uno de los puntos de unión de las subredes hasta minimizar la diferencia entre ellas.

Sin embargo, resulta más conveniente considerar las no linealidades del circuito como fuentes dependientes [8]. En este caso, las corrientes o tensiones de control forman parte de las variables de estado del circuito (figura 2.11).

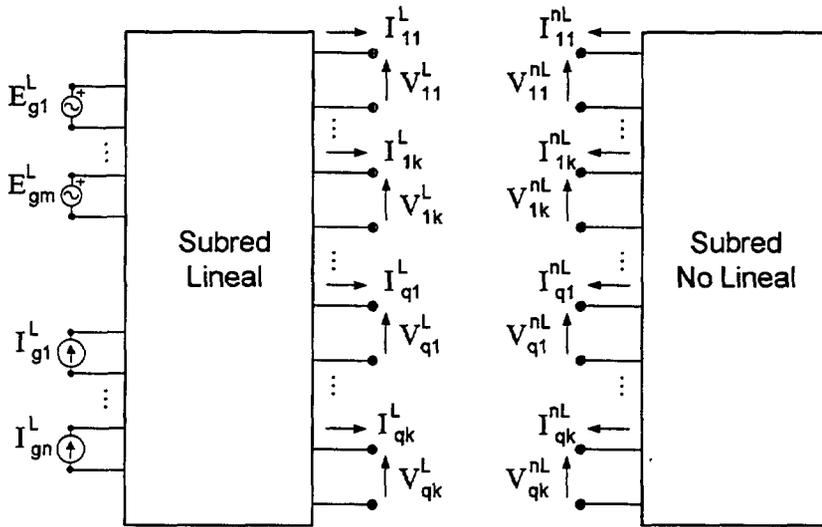


Figura 2.10: División del circuito en subred lineal y no lineal en el que las fuentes independientes han sido integradas en la red lineal.

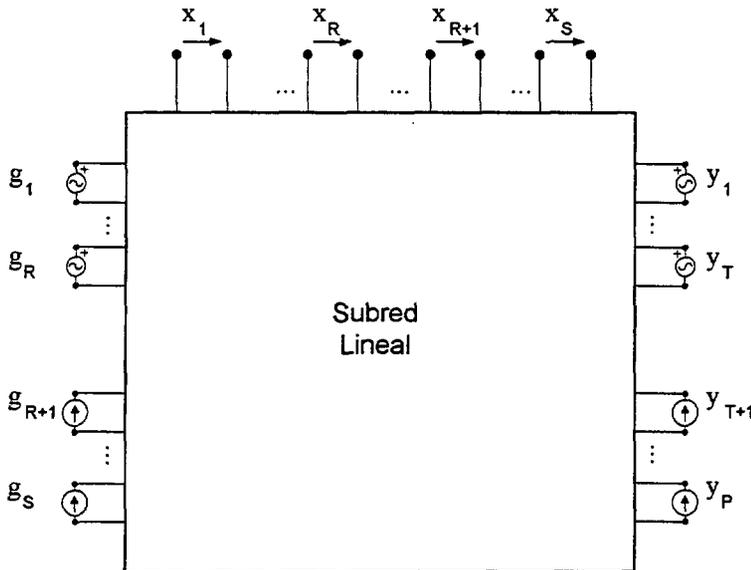


Figura 2.11: División del circuito en subred lineal y no lineal, considerando las no linealidades como fuentes independientes.

2.4.1. Ecuación de balance armónico

A continuación, se caracteriza los diferentes elementos que aparecen en la figura 2.11 y la relación que existe entre ellos.

2.4. Balance armónico

El circuito está excitado por S generadores externos, que de forma vectorial puede expresarse como:

$$\bar{g}(t) = [g_1(t), g_2(t), \dots, g_S(t)]^t \quad (2.13)$$

Las no linealidades del circuito pueden identificarse a un número P de fuentes dependientes:

$$\bar{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_P(t)]^t \quad (2.14)$$

Las Q variables de control de las fuentes no lineales $\bar{y}(t)$, constituirán el vector de variables de estado $\bar{x}(t)$:

$$\bar{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_Q(t)]^t \quad (2.15)$$

La dependencia no lineal entre las fuentes y las variables de estado se expresará, de forma genérica, como:

$$\bar{y}(t) = f_{nL} \left(\bar{x}(t), \frac{d\bar{x}(t)}{dt}, \dots, \frac{d^n \bar{x}(t)}{dt^n}, \bar{x}(t - \tau) \right) \quad (2.16)$$

Si las señales son periódicas con periodo T_0 pueden ser desarrolladas en serie de Fourier:

$$x_i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k^i e^{jw_k t} \quad i \in \{1, 2, \dots, Q\} \quad w_k = kw_0 = k \frac{2\pi}{T_0} \quad (2.17)$$

Los coeficientes del desarrollo, X_k^i , son calculados numéricamente mediante la DFT (Discrete Fourier Transform). Posteriormente, una extensión del procedimiento permitirá obtener los coeficientes de señales cuasiperiódicas de hasta tres frecuencias base.

Para que el sistema sea resoluble hay que limitar el número de variables, es decir, reducir los sumatorios a un número finito de coeficientes. Además, interesa que sea el menor posible, sin perder de vista la precisión de las soluciones. Si es N el número de componentes seleccionadas, es posible representar las señales como:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \left[(X_{-N}^1, \dots, X_N^1), \dots, (X_{-N}^Q, \dots, X_N^Q) \right]^t \\ \bar{Y} &= \left[(Y_{-N}^1, \dots, Y_N^1), \dots, (Y_{-N}^P, \dots, Y_N^P) \right]^t \end{aligned} \quad (2.18)$$

Agrupando los términos a cada frecuencia f_k , se puede poner \bar{X} e \bar{Y} en función de $2N + 1$ subvectores de la forma:

$$\begin{aligned} \bar{X}_k &= [X_k^1, \dots, X_k^Q]^t \\ \bar{Y} &= [Y_k^1, \dots, Y_k^P]^t \end{aligned} \quad k \in \{-N, \dots, N\} \quad (2.19)$$

Si se realiza el análisis de la red aplicando las leyes de Kirchhoff, es posible obtener la ecuación de balance armónico que relaciona las variables de estado \bar{X}_k , las fuentes no lineales \bar{Y}_k y los generadores externos \bar{G}_k , para cada una de las frecuencias:

$$[Ax_k] \bar{X}_k - [Ay_k] \bar{Y}_k (\bar{X}_k) - [Ag_k] \bar{G}_k = \bar{0} \quad k \in \{-N, \dots, N\} \quad (2.20)$$

siendo $[Ax_k]$, $[Ay_k]$ y $[Ag_k]$ las matrices que describen la parte lineal del circuito.

De forma compacta la ecuación de balance armónico puede ponerse como:

$$\bar{H}(\bar{X}) = [Ax] \bar{X} - [Ay] \bar{Y}(\bar{X}) - [Ag] \bar{G} = \bar{0} \quad (2.21)$$

El siguiente paso consiste en resolver dicha ecuación para obtener la solución estacionaria del sistema.

2.4.2. Técnicas de resolución

Existen múltiples formas de obtener la solución \bar{X} que minimiza el error de la ecuación de balance armónico, $\bar{H}(\bar{X})$. Estos pueden clasificarse en tres grupos [3]: método directos, métodos de continuación y métodos de relajación.

Los métodos directos usan los algoritmos de resolución numérica disponibles en cualquier librería matemática. En este trabajo se ha usado el algoritmo de Newton-Raphson en el que, después de cada iteración, se calcula el nuevo valor de \bar{X}^{j+1} a partir de una linealización del sistema no lineal en torno al punto anterior \bar{X}^j [9]:

$$\bar{X}^{j+1} = \bar{X}^j - [J_H^j]^{-1} \bar{H}(\bar{X}^j) \quad (2.22)$$

donde J_H^j es la matriz jacobiana del vector $\bar{H}(\bar{X})$ evaluada para el vector \bar{X}^j .

Los métodos de continuación resuelven el problema de convergencia de los métodos directos cuando la solución inicial está alejada de la solución final. Supongamos que se desea obtener la solución de un circuito cuando la amplitud del

generador de entrada es elevada. Para resolver el problema, es posible partir de un pequeño valor de amplitud en el generador, obtener la solución para éste y usarla como punto de partida en el siguiente valor del generador de entrada. A continuación, se aumenta progresivamente el valor de amplitud hasta que coincida con el valor deseado.

Los métodos de relajación presentan una reducida carga de computación pero son poco robustos [6], por ello, no han sido utilizados en el presente trabajo.

Al usar el algoritmo de Newton-Raphson, cabe destacar dos puntos básicos en la resolución del sistema (2.21). Por un lado, la transformada de Fourier necesaria para pasar del dominio del tiempo al de la frecuencia y viceversa. Por otro, la descripción del jacobiano para la determinación del vector \bar{X}^{j+1} . Este último aspecto será tratado tras introducir la sonda de medida en la sección 2.5, mientras que el primero se describe a continuación.

2.4.3. Sobre los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier

Los coeficientes de la FS (Fourier Series) de una señal periódica pueden ser obtenidos de forma eficiente a partir de la DFT (Discrete Fourier Transform) y análogamente, el paso al dominio del tiempo se efectuará a partir de la IDFT (Inverse DFT). Sin embargo, si la señal es cuasiperiódica el cálculo es tan sólo aproximado, salvo que sean componentes de frecuencia conmensurables¹. Incluso en este caso, cuanto más cerca se encuentren las frecuencias y cuanto mayor sea el valor de ambas, el número de muestras puede aumentar hasta el punto de que la DFT sea numéricamente inaplicable o, en el mejor de los casos, excesivamente lenta. Evidentemente, el problema se agrava si la base de frecuencias de la señal cuasiperiódica está formada por tres componentes.

Por ello, el cálculo de los coeficientes de la FS estará basado en el método de frecuencias descriptivas introducido por Hente y Jansen [10].

2.4.3.1. Consideraciones acerca del orden de no linealidad

Supongamos que la señal de entrada $x(t)$ entra en un sistema no lineal y que la señal de salida puede ponerse como [9]:

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n(t) \quad (2.23)$$

¹Dos frecuencias f_1 y f_2 son conmensurables si $f_1/f_2 = p/q$ donde p y q son enteros.

Si $x(t)$ e $y(t)$ están acotadas, existirá un nl entero, tal que,

$$\forall n > nl; \quad \frac{a_n x^n(t)}{|a_n x^n(t)|_{\max}} < \epsilon \quad (2.24)$$

de forma que,

$$y(t) \simeq \sum_{n=0}^{nl} a_n x^n(t) \quad (2.25)$$

es decir, el orden de no linealidad considerado, nl , fijará el número de componentes del desarrollo en serie de Fourier que caracterizarán la señal $y(t)$, aceptando que se comete un error, ϵ , suficientemente pequeño. Por ejemplo, si la señal $y(t)$ es cuasiperiódica de dos frecuencias base puede ser caracterizada según (2.26).

$$y(t) = \sum_{\substack{k, l = -nl \\ |k| + |l| \leq nl}}^{nl} Y_{k,l} e^{j(kw_1 + lw_2)t} \quad (2.26)$$

2.4.3.2. Frecuencias descriptivas: Fundamentos

Para comprender mejor el procedimiento, supongamos que se introduce una señal compuesta por dos tonos, f_1 y f_2 , en un sistema no lineal caracterizado por (2.25).

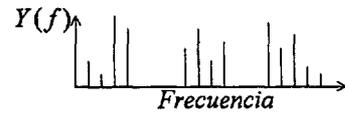
Según se indica en la figura 2.12, si se introduce otra señal con frecuencias f_{d1} y f_{d2} , de forma que las diferentes componentes espectrales generadas en la salida no se solapen, los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier de la señal de salida necesariamente deben coincidir:

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= \sum_{\substack{k, l = -nl \\ |k| + |l| \leq nl}}^{nl} Y_{k,l} e^{j(kw_1 + lw_2)t} \\ y^d(t) &= \sum_{\substack{k, l = -nl \\ |k| + |l| \leq nl}}^{nl} Y_{k,l}^d e^{j(kw_{d1} + lw_{d2})t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow Y_{k,l} = Y_{k,l}^d \quad \forall \{k, l\} \quad (2.27)$$

En caso de solapamiento de componentes espectrales de la señal real en la salida, bastará con sumar los coeficientes asociados (k, l) correspondientes al espectro ficticio, es decir, generado por las frecuencias descriptivas, para obtener el coeficiente asociado a dicha componente espectral.

$$x(t) = A \cos w_1 t + B \cos w_2 t \Rightarrow \sum_i a_i x^i(t) \Rightarrow y(t) = b_{0,0} + b_{1,0} \cos w_1 t + b_{0,1} \cos w_2 t + b_{1,1} \cos(w_1 + w_2)t + b_{1,-1} \cos(w_1 - w_2)t + \dots$$

Espectro real



$$x^d(t) = A \cos w_{d1} t + B \cos w_{d2} t \Rightarrow \sum_i a_i x^i(t) \Rightarrow y^d(t) = b_{0,0} + b_{1,0} \cos w_{d1} t + b_{0,1} \cos w_{d2} t + b_{1,1} \cos(w_{d1} + w_{d2})t + b_{1,-1} \cos(w_{d1} - w_{d2})t + \dots$$

Espectro ficticio

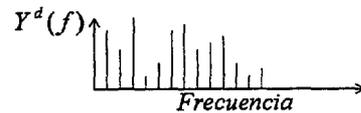


Figura 2.12: Respuesta de un sistema no lineal para una señal de entrada compuesta por dos tonos de frecuencia f_1 y f_2 .

Puesto que los coeficientes de la FS no dependen de la base de frecuencias usada, sólo habrá que utilizar una base que genere los mismos coeficientes a partir de un número mínimo de muestras [10]. Esas frecuencias que componen la nueva base son llamadas frecuencias descriptivas.

Las frecuencias descriptivas son elegidas de forma que, al ser introducidas en un sistema no lineal de orden nl , generen una distribución de frecuencias sin solapamiento entre ellas. Esto permite establecer una relación biunívoca entre la amplitud generada por las componentes ficticias y las reales, a partir de los coeficientes de intermodulación, es decir, el término correspondiente con la frecuencia $kf_1 + lf_2$ con el $kf_{d1} + lf_{d2}$ para valores de $|k| + |l|$ no superiores al orden de no linealidad considerado.

Si el signo de la componente $kf_{d1} + lf_{d2}$ no coincide con el del término asociado $kf_1 + lf_2$, habrá que conjugar el coeficiente calculado.

2.4.3.3. Frecuencias descriptivas: regímenes de funcionamiento

Si se impone los criterios previamente expuestos, es decir, no solapamiento entre componentes y menor valor de frecuencia posible para reducir el número de muestras, se obtiene las frecuencias descriptivas para los diferentes regímenes de funcionamiento:

Periódico	$f_{d1} =$	1	
Cuasiperiódico 2 frecuencias	$f_{d1} =$	nl	
	$f_{d2} =$	$nl + 1$	(2.28)
Cuasiperiódico 3 frecuencias	$f_{d1} =$	nl	
	$f_{d2} =$	$nl + 1$	
	$f_{d3} =$	$nl(2nl + 1)$	

Por ejemplo, si $nl = 2$, el espectro ficticio generado por las frecuencias descriptivas estará compuesto por los siguientes valores:

Periódico	0 1 2	
Cuasiperiódico 2 frecuencias	0 1 2 3 4 5 6	(2.29)
Cuasiperiódico 3 frecuencias	0 1 2 3 4 5 6 7 8 10 12 13 20	

Hay que resaltar que el espectro no es continuo para la cuasiperiódica de tres frecuencias base. Es decir, hay componentes espectrales ficticias que no tienen correspondencia con ninguna componente real pero cuya amplitud debe ser nula.

El número de componentes armónicas para cada uno de los regímenes de funcionamiento es el siguiente:

Periódico	$nl + 1$	
Cuasiperiódico 2 frecuencias	$nl(nl + 1) + 1$	(2.30)
Cuasiperiódico 3 frecuencias	$(2nl^3 + 3nl^2 + 4nl)/3 + 1$	

Sin embargo, el número de muestras necesario que cumple el criterio de Nyquist sigue siendo, para cada uno de los regímenes, $2(nl f_d|_{max} + 1)$:

Periódico	$2(nl + 1)$	
Cuasiperiódico 2 frecuencias	$2(nl(nl + 1) + 1)$	(2.31)
Cuasiperiódico 3 frecuencias	$2(nl(nl(2nl + 1)) + 1)$	

En el cálculo de las frecuencias descriptivas de (2.28) se ha mantenido la hipótesis de que los coeficientes de los productos de intermodulación cumplan que $|k| + |l| \leq nl$. Sin embargo, en determinadas aplicaciones interesa independizar el orden de no linealidad de cada una de las diferentes componentes, por ejemplo, en un mezclador donde puede interesar mantener constante el número de componentes que acompaña a cada uno de los armónicos del oscilador local.

En este caso, las frecuencias descriptivas son $f_{d1} = 1$ y $f_{d2} = 2nl_1 + 1$, donde nl_1 es el orden de no linealidad deseado para f_{d1} , y nl_2 para f_{d2} . El número de armónicos es $nl_1(2nl_2 + 1) + nl_2 + 1$ y el número de muestras será el doble de armónicos, por ser continuo el espectro ficticio generado.

2.4.3.4. Acerca del orden de no linealidad y su relación con el número de armónicos generado

El tiempo de computación de las transformadas dependerá del número de armónicos y por ende, del número de muestras necesarias para obtener los coeficientes. El rendimiento de las muestras (η_m), definido como la relación que existe entre el doble de las componentes ficticias que tienen correspondencia con las reales (2.30) y las muestras necesarias para calcularlos (2.31), es igual a 1 en el caso de espectro continuo. Sin embargo, para la cuasiperiódica de tres fundamentales esto no es así:

$$\eta_m = \frac{2((2nl^3 + 3nl^2 + 4nl)/3 + 1)}{2(nl(nl(2nl + 1)) + 1)} 100 \text{ Cuasiperiódica 3 frecuencias} \quad (2.32)$$

En la figura 2.13 se observa como varía el rendimiento de las muestras en función del orden de no linealidad. Así mismo, en la figura 2.14 se muestra cómo aumenta el número de armónicos con el orden de no linealidad para los diferentes regímenes analizados. En el caso de cuasiperiódicas de tres frecuencias base, el número de componentes aumenta excesivamente rápido, por lo que resultará complicado poder utilizar órdenes de no linealidad elevados, máxime, si se tiene en cuenta que el rendimiento de muestras no es del 100 %.

Para disminuir el número de armónicos y poder utilizar productos de intermodulación elevados, se ha seguido un criterio de selección que se comenta a continuación.

Régimen Cuasiperiódico de dos frecuencias

Si los valores de las frecuencias f_1 y f_2 son elevados y relativamente próximos, los productos de intermodulación producidos por aquellos índices que cumplan

la condición $|k + l| = 1$, estarán distribuidos alrededor de dichas frecuencias. De forma genérica, si los índices cumplen:

$$|k + l| = m_i \quad m_i \leq nl \quad (2.33)$$

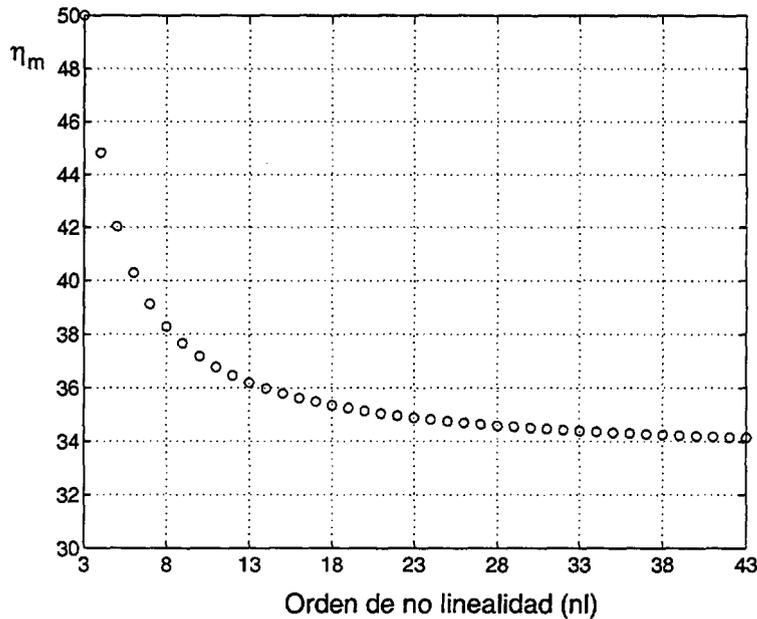


Figura 2.13: Rendimiento de las muestras en función del orden de no linealidad para un régimen cuasiperiódico de tres frecuencias base.

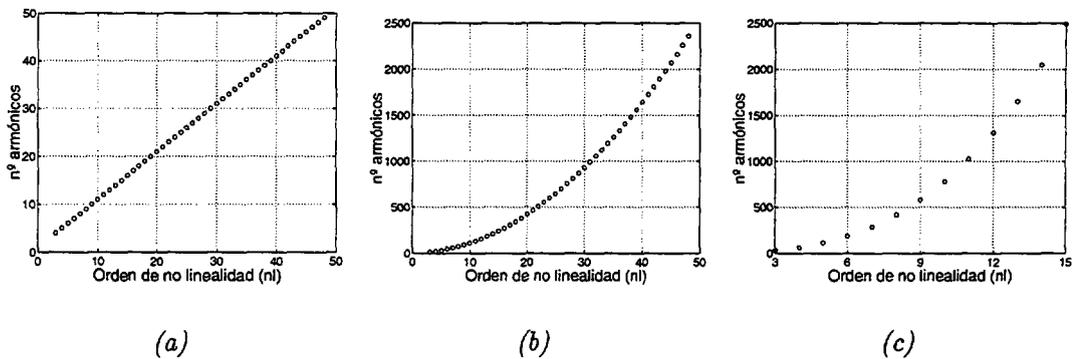


Figura 2.14: Variación del número de armónicos en función del orden de no linealidad nl . a) Periódica. b) Cuasiperiódica de dos frecuencias base. c) Cuasiperiódica de tres frecuencias base.

2.5. Sonda de medida

Las frecuencias $kf_1 + lf_2$ estarán situadas alrededor del armónico m_i -ésimo de f_1 y f_2 . De esta forma, es posible seleccionar un orden de no linealidad elevado y limitar el interés a los primeros armónicos de ambas. Se denomina \mathbf{m} al vector de índices de portadora, puesto que puede estar formado por varios valores discretos m_i .

En el cuadro 2.2, puede apreciarse la disminución sustancial que se produce en el número de componentes espectrales al aplicar este criterio de reducción de componentes.

nl	$\mathbf{m} = \{0, \dots, nl\}$	$\mathbf{m} = \{0, 1\}$	$\mathbf{m} = \{0, 1, 3\}$	$\mathbf{m} = \{0, 1, 3, 5\}$
15	241	24	40	56
31	293	48	80	112
45	2071	69	115	161

Cuadro 2.2: Número de componentes espectrales en función del vector de índices de portadora, \mathbf{m} .

Régimen Cuasiperiódico de tres frecuencias

El procedimiento seguido es análogo al utilizado en el caso de dos frecuencias base. Siempre se parte de la hipótesis de que las frecuencias son elevadas y están relativamente próximas. Por lo tanto, se puede seleccionar aquellos índices que cumplen:

$$|k + l + r| = m_i \quad \text{siendo } m_i \leq nl \quad (2.34)$$

El cuadro 2.3 refleja, de forma más acentuada, el mismo efecto que en el caso anterior.

nl	$\mathbf{m} = \{0, \dots, nl\}$	$\mathbf{m} = \{0, 1\}$	$\mathbf{m} = \{0, 1, 3\}$	$\mathbf{m} = \{0, 1, 3, 5\}$
3	32	16	26	-
5	116	37	62	83
7	288	67	113	155
9	580	106	179	248

Cuadro 2.3: Número de componentes espectrales en función del valor del vector de índices de portadora, \mathbf{m} .

2.5. Sonda de medida

En circuitos autónomos, la amplitud y frecuencia de la oscilación son incógnitas que deben ser introducidas en la ecuación de balance armónico. Salvo que

se adopte algún tipo de medida para excitar dicha componente, se obtendrá la solución multiplicativa, es decir, aquella solución periódica en la que no se ha excitado la componente autónoma. Si el circuito no está inyectado dicha solución será la de DC.

Para evitar este problema, se ha utilizado el método de la sonda de medida o generador auxiliar [11] que ha sido aplicado con éxito en diferentes circuitos de naturaleza autónoma: osciladores [12], divisores por inyección armónica [13], mezcladores autooscilantes [14], etc. Adicionalmente, este método facilita la labor de diseño, análisis y optimización de circuitos, por lo que resulta una herramienta muy útil y de fácil manejo; así como de sencilla integración en los simuladores comerciales, lo que le proporciona un valor añadido.

Una sonda es una fuente de tensión o corriente de frecuencia f_s conectada al circuito a través de un filtro de banda estrecha, que elimina la influencia que pueda tener en el resto de la banda.

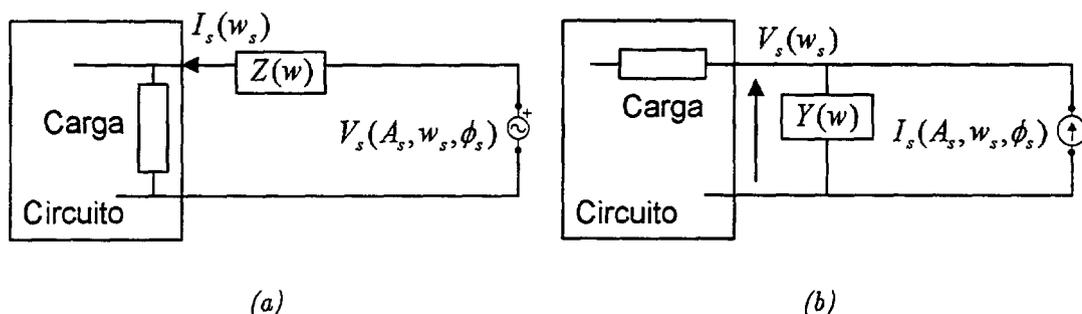


Figura 2.15: Modos de conexión de la sonda al circuito. a) Sonda de tensión. b) Sonda de corriente.

Las ecuaciones que rigen el comportamiento de la misma, vienen determinadas por cómo se conecta la sonda al circuito, según se muestra en la figura 2.15:

$$\begin{aligned}
 \text{Sonda de tensión: } Z(w) &= \begin{cases} 0 & w = w_s \\ \infty & w \neq w_s \end{cases} & S(w_s) &= \frac{I_s(w_s)}{V_s(w_s)} \\
 \text{Sonda de corriente: } Y(w) &= \begin{cases} 0 & w = w_s \\ \infty & w \neq w_s \end{cases} & S(w_s) &= \frac{V_s(w_s)}{I_s(w_s)}
 \end{aligned}
 \tag{2.35}$$

Por lo tanto, la inmitancia $S(w)$ de cada sonda puede expresarse como:

$$S(w_s) = \frac{Q(w_s)}{P(w_s)}
 \tag{2.36}$$

2.5. Sonda de medida

Puesto que la sonda de media no debe alterar el comportamiento estacionario del circuito al que se conecta:

$$\bar{S}(w) = \bar{0} \quad (2.37)$$

Por otro lado, se puede relacionar $\bar{Q}(w)$ con las variables de estado \bar{X} , las fuentes no lineales \bar{Y} y los generadores externos \bar{G} :

$$\bar{Q} = [Bx] \bar{X} - [By] \bar{Y}(\bar{X}) - [Bg] \bar{G} \quad (2.38)$$

Basados en la condición (2.37), se define la función de error de la sonda H_s como:

$$\bar{H}_s \equiv \bar{S} = \frac{[Bx] \bar{X} - [By] \bar{Y}(\bar{X}) - [Bg] \bar{G}}{\bar{P}} = \bar{0} \quad (2.39)$$

donde $[Bx]$, $[By]$ y $[Bg]$ son las matrices que describen la parte lineal del circuito. Puesto que hay que cumplir la condición de balance armónico (2.21), el sistema de ecuaciones que regirá el comportamiento del circuito y que permitirá obtener la solución estacionaria \bar{X} , será:

$$\begin{aligned} \bar{H}(\bar{X}) &= [Ax^s] \bar{X} - [Ay^s] \bar{Y}(\bar{X}) - [Ag^s] \bar{G} = \bar{0} \\ \bar{H}_s(\bar{X}, A_s, w_s, \phi_s) &= \bar{0} \end{aligned} \quad (2.40)$$

siendo, A_s y ϕ_s , la amplitud y fase del generador de la sonda y, el superíndice s , indicativo de la modificación en las matrices por la presencia de la sonda.

Para resolver el sistema de ecuaciones (2.40), se ha utilizado el método propuesto por Morales [6], que considera una dependencia absoluta de las variables de la sonda, es decir,

$$\bar{H}_s(\bar{X}(A_s, w_s, \phi_s), A_s, w_s, \phi_s) = \bar{H}_s(A_s, w_s, \phi_s) = \bar{0} \quad (2.41)$$

donde $\bar{X}(A_s, w_s, \phi_s)$ se determina a través de la ecuación de balance armónico. Con ello, se consigue que los parámetros de la sonda sean tratados externamente y permite así, que el análisis e interpretación de la dinámica de funcionamiento del circuito resulten mucho más sencillos, como se verá en la sección 2.5.1. Además, esta idea quedará reforzada, aún más, cuando se aborde el problema de estabilidad global en el capítulo 4.

La integración de la sonda de medida en un software comercial, que admita simulación no lineal, es inmediata. Basta con introducir un generador y un filtro sintonizado ideal como los descritos en la figura 2.15. Si se dispone de la información de tensión y corriente en la sonda, datos que cualquier software comercial es capaz de proporcionar, se define la inmitancia de la sonda según (2.36) y se impone la condición (2.37) en la fase de simulación del circuito [15].

2.5.1. La sonda y los regímenes de funcionamiento.

La ecuación de balance armónico modificada (2.41) es un sistema de dos ecuaciones y tres incógnitas, variables de la sonda. A continuación, se desglosa las diferentes condiciones adicionales que deben cumplir los parámetros de la sonda para cada uno de los diferentes regímenes de funcionamiento.

Oscilador libre

En este caso, se iguala la frecuencia de la sonda a la frecuencia de oscilación, es decir, $w_s = w_o$. Por el carácter autónomo del circuito, la fase de la sonda puede ser fijada a un valor arbitrario. Por lo tanto, el sistema planteado es:

$$\begin{aligned} \bar{H}_s(A_s, w_o, \phi_s) &= \bar{0} \\ \phi_s &= 0 \end{aligned} \quad (2.42)$$

Si el circuito presenta dos frecuencias autónomas, habrá que añadir una segunda sonda:

$$\begin{aligned} \bar{H}_s(A_{s1}, A_{s2}, w_{o1}, w_{o2}, \phi_{s1}, \phi_{s12}) &= \bar{0} \\ \phi_{s1} = \phi_{s1} &= 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

Oscilador Sincronizado

La frecuencia de oscilación coincide con la frecuencia de inyección w_{iny} o guarda una relación conocida con la misma. Luego sólo falta por determinar la amplitud y fase de la sonda:

$$\begin{aligned} \bar{H}_s(A_s, w_s, \phi_s) &= \bar{0} \\ w_s &= nw_{iny}/m \end{aligned} \quad (2.44)$$

El valor de n y m determinan la relación con la frecuencia de oscilación autónoma w_s .

Oscilador Inyectado: Régimen Cuasiperiódico

Aquí hay que emplear una base de dos frecuencias: la de inyección w_{iny} y la de oscilación w_o . En el sistema se fija de forma arbitraria la fase de la sonda, quedando por determinar la amplitud y frecuencia de la sonda al igual que el caso de oscilador libre:

$$\begin{aligned} \bar{H}_s(A_s, w_o, \phi_s) &= \bar{0} \\ \phi_s &= 0 \end{aligned} \quad (2.45)$$

Si la cuasiperiódica es de tres frecuencias, siendo dos de ellas autónomas, se debe incluir una nueva sonda y emplear una base de tres frecuencias en la solución del sistema:

$$\begin{aligned} \bar{H}_s(A_{s1}, A_{s2}, w_{o1}, w_{o2}, \phi_{s1}, \phi_{s12}) &= \bar{0} \\ \phi_{s1} &= \phi_{s1} = 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

Régimen mixto

La sonda ofrece la posibilidad de imponer condiciones que permitan obtener regímenes de funcionamiento relativamente complejos. Por ejemplo, si el circuito presenta una oscilación a la frecuencia autónoma w_{o1} y una segunda w_{o2} que se subsincroniza con la señal de entrada w_{iny} , sería posible obtener dicho régimen como solución al sistema:

$$\begin{aligned} \bar{H}_s(A_{s1}, A_{s2}, w_{o1}, w_{o2}, \phi_{s1}, \phi_{s12}) &= \bar{0} \\ \phi_{s1} &= 0 \\ w_{o2} &= \frac{w_{iny}}{2} \end{aligned} \quad (2.47)$$

En definitiva, resulta bastante sencillo reflejar aquellas condiciones que puedan caracterizar el comportamiento del circuito.

2.5.2. Solución de la ecuación de balance armónico modificada

Para resolver la ecuación de balance armónico modificada (2.41) se utiliza un algoritmo Newton-Raphson aplicado tanto a la sonda como a la solución del balance armónico. Para el caso de dos componentes autónomas, se define los siguientes vectores asociados a la inmitancia (2.36) y a los parámetros de la sonda:

$$\begin{aligned} \bar{H}_s &= [\text{Re}(H_{s1}), \text{Im}(H_{s1}), \text{Re}(H_{s2}), \text{Im}(H_{s2})]^t = [H_{sr1}, H_{si1}, H_{sr2}, H_{si2}]^t \\ \bar{\Gamma} &= [A_{s1}, A_{s2}, w_{s1}, w_{s2}]^t \end{aligned} \quad (2.48)$$

El algoritmo que da respuesta a este enfoque y que obtiene la solución del sistema (2.41) queda reflejado en la figura 2.16.

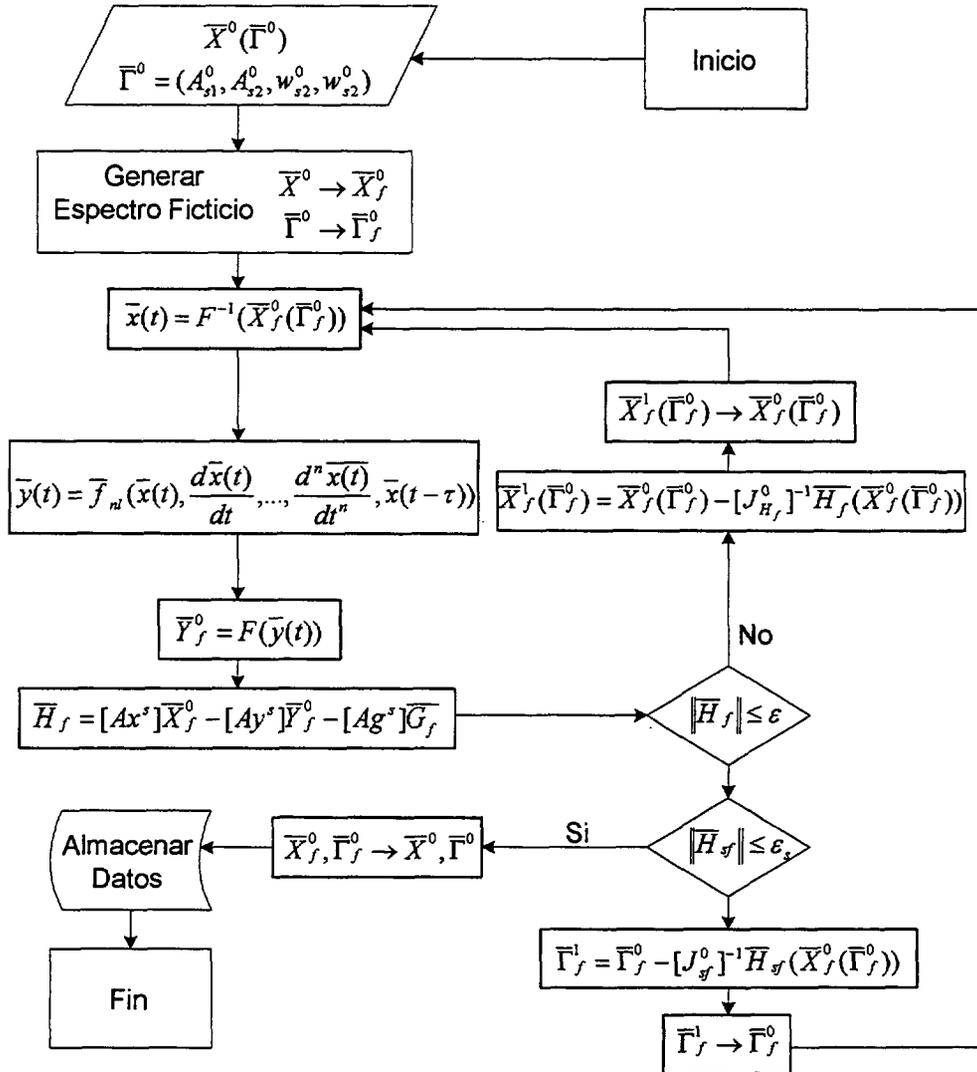


Figura 2.16: Algoritmo general para solucionar el sistema (2.41).

La solución inicial de las frecuencias de oscilación puede ser determinada a partir de un análisis lineal del circuito. Una vez obtenida, se realiza un barrido



alrededor de dichas frecuencias con la intención de buscar un mínimo en la parte imaginaria de las inmitancias de las sondas. Este barrido se realiza en régimen de pequeña señal, es decir, pequeñas amplitudes de A_{s1} y A_{s2} . A continuación, para los valores de frecuencias encontrados, se barre en amplitud hasta localizar un mínimo en la parte real de las inmitancias. Los valores encontrados formarán parte del la solución inicial $\bar{\Gamma}^0$. Puesto que el problema se resuelve haciendo uso de las frecuencias descriptivas, se utiliza el subíndice f para indicarlo. A partir de aquí, se continúa con el algoritmo de la figura 2.16, donde el siguiente valor de iteración será calculado a partir del jacobiano de la sonda:

$$\bar{\Gamma}_f^1 = \bar{\Gamma}_f^0 - [J_{sf}^0]^{-1} \bar{H}_{sf}(\bar{X}_f^0(\bar{\Gamma}_f^0)) \quad (2.49)$$

donde, J_{sf}^0 es el jacobiano de la sonda evaluado en la solución de partida. De forma genérica:

$$J_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_{sr1}}{\partial A_{s1}} & \frac{\partial H_{sr1}}{\partial A_{s2}} & \frac{\partial H_{sr1}}{\partial w_{s1}} & \frac{\partial H_{sr1}}{\partial w_{s2}} \\ \frac{\partial H_{si1}}{\partial A_{s1}} & \frac{\partial H_{si1}}{\partial A_{s2}} & \frac{\partial H_{si1}}{\partial w_{s1}} & \frac{\partial H_{si1}}{\partial w_{s2}} \\ \frac{\partial H_{sr2}}{\partial A_{s1}} & \frac{\partial H_{sr2}}{\partial A_{s2}} & \frac{\partial H_{sr2}}{\partial w_{s1}} & \frac{\partial H_{sr2}}{\partial w_{s2}} \\ \frac{\partial H_{si2}}{\partial A_{s1}} & \frac{\partial H_{si2}}{\partial A_{s2}} & \frac{\partial H_{si2}}{\partial w_{s1}} & \frac{\partial H_{si2}}{\partial w_{s2}} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Éstas y otras derivadas que forman parte del algoritmo, pueden ser realizadas numéricamente con dos o tres puntos [16]. Tres puntos ralentizan la solución pero su convergencia es más robusta, mientras que ésta se sacrifica en pos de una mayor rapidez en el caso de dos puntos.

La inmitancia $\bar{H}_{sf}(\bar{X}_f^0(\bar{\Gamma}_f^0))$ (2.39), para cada valor del vector de variables de la sonda $\bar{\Gamma}_f^0$, se obtiene a partir del vector solución del balance armónico \bar{X}_f^0 . Así mismo, cada valor de \bar{X}_f^1 se obtiene a partir de la ecuación (2.40) que incluye la sonda:

$$\bar{X}_f^1(\bar{\Gamma}_f^0) = \bar{X}_f^0(\bar{\Gamma}_f^0) - [J_{Hf}^0]^{-1} \bar{H}_f(\bar{X}_f^0(\bar{\Gamma}_f^0)) \quad (2.51)$$

El jacobiano queda formulado de forma genérica según [9] como:

$$J_H = \frac{\partial \bar{H}(\bar{X})}{\partial \bar{X}} = [Ax^s][I] - [Ay^s] \left[\frac{\partial \bar{Y}(\bar{X})}{\partial \bar{X}} \right] \quad (2.52)$$

siendo $[I]$, la matriz identidad y $\frac{\partial \bar{Y}(\bar{X})}{\partial \bar{X}}$, la matriz compuesta por los diferentes elementos que dependen del régimen de funcionamiento y calculados a partir de los coeficientes de la FS, obtenidos con las frecuencias descriptivas.

Periódico

$$\frac{\partial Y_k^i}{\partial X_l^r} = \left(\frac{\partial y^i(t)}{\partial x^r(t)} \right)_{\text{Fourier } k-l} \quad (2.53)$$

Cuasiperiódico dos frecuencias base

$$\frac{\partial Y_{k,s}^i}{\partial X_{l,t}^r} = \left(\frac{\partial y^i(t)}{\partial x^r(t)} \right)_{\text{Fourier } k-l,s-t} \quad (2.54)$$

Cuasiperiódico tres frecuencias base

$$\frac{\partial Y_{k,s,b}^i}{\partial X_{l,t,a}^r} = \left(\frac{\partial y^i(t)}{\partial x^r(t)} \right)_{\text{Fourier } k-l,s-t,b-a} \quad (2.55)$$

El orden de no linealidad, nl , debe duplicarse para obtener la totalidad de los elementos, con lo que se agudiza el problema del número de componentes armónicas a tener en cuenta.

2.5.3. Ejemplos de aplicación

Para mostrar los resultados obtenidos en los diferentes regímenes de funcionamiento, se ha utilizado el circuito de la figura 2.1.

Oscilador libre

En la figura 2.17 se muestra el espectro de dos de las oscilaciones que presenta el circuito de la figura 2.1. Existe una tercera en 1 GHz que es inestable, como se verá en el capítulo 5. La fase de la sonda ha sido fijada a cero en ambos casos, optimizándose la amplitud y frecuencia.

Oscilador sincronizado

En este caso, la frecuencia de la señal de entrada coincide con la frecuencia de oscilación del circuito, por lo tanto, se optimiza la amplitud y la fase de la sonda que cumplen dicha condición, según se muestra en la figura 2.18.

2.5. Sonda de medida

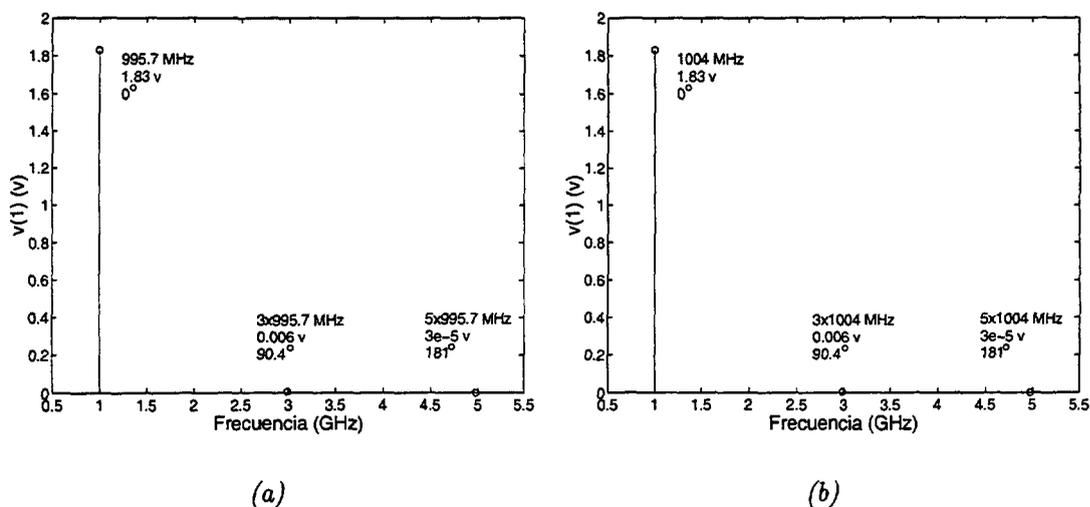


Figura 2.17: Respuesta del circuito de la figura 2.1 en régimen de oscilador libre. a) Frecuencia inferior. b) Frecuencia superior.

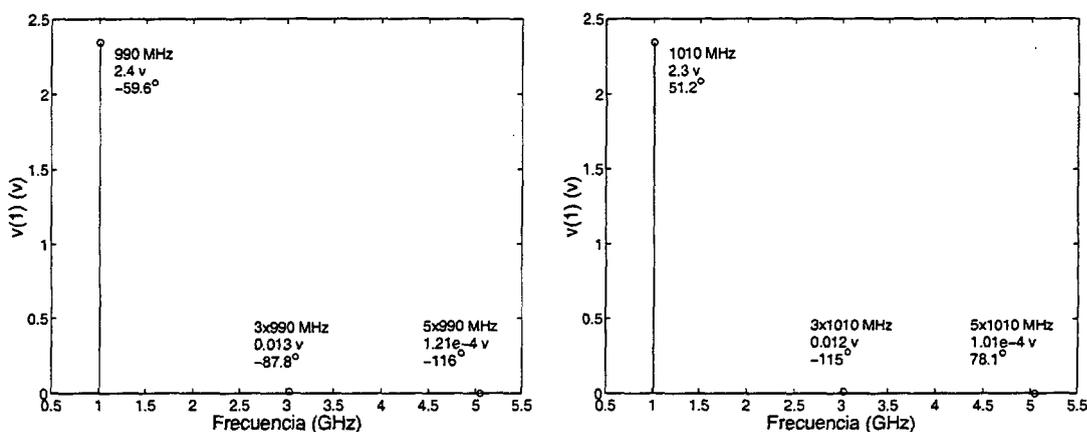


Figura 2.18: Respuesta del circuito de la figura 2.1 en régimen sincronizado cuando la señal de entrada posee una amplitud de entrada $I_g = 0,2 A$. a) $f_g = 0,99 GHz$. b) $f_g = 1,01 GHz$.

Oscilador inyectado: régimen cuasiperiódico dos frecuencias

Se ha representado dos soluciones cuasiperiódicas en las que la señal de entrada es la misma, $I_g = 0,01 A$ y $f_g = 0,994 GHz$ (figura 2.19). Un análisis posterior pondrá de manifiesto la estabilidad de ambas soluciones.

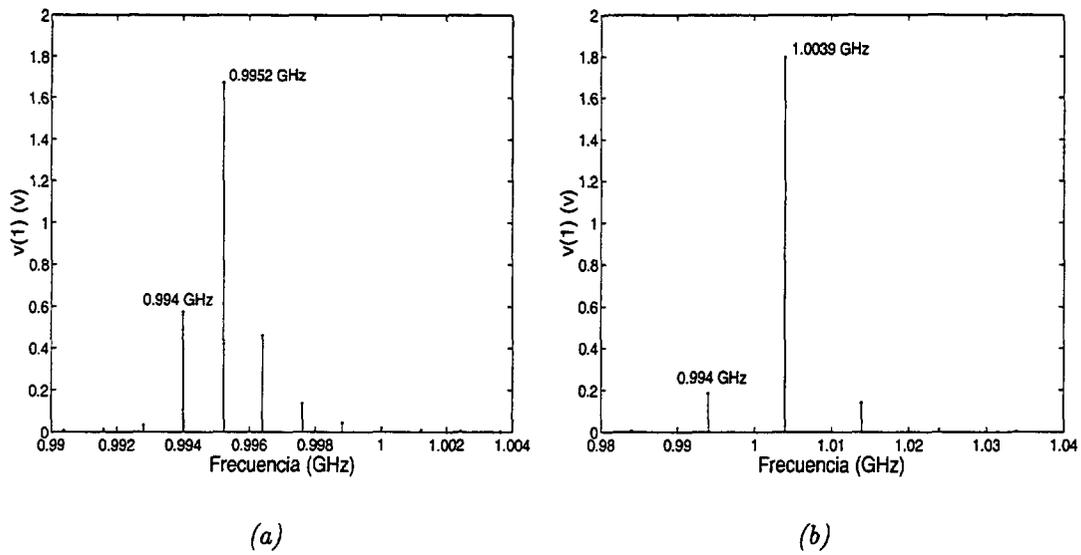


Figura 2.19: Respuesta del circuito de la figura 2.1 en régimen cuasiperiódico de dos frecuencias base cuando la señal de entrada es $I_g = 0,01 A$. a) $f_g = 0,994 GHz$ y frecuencia autónoma baja. b) $f_g = 0,994 GHz$ y frecuencia autónoma alta.

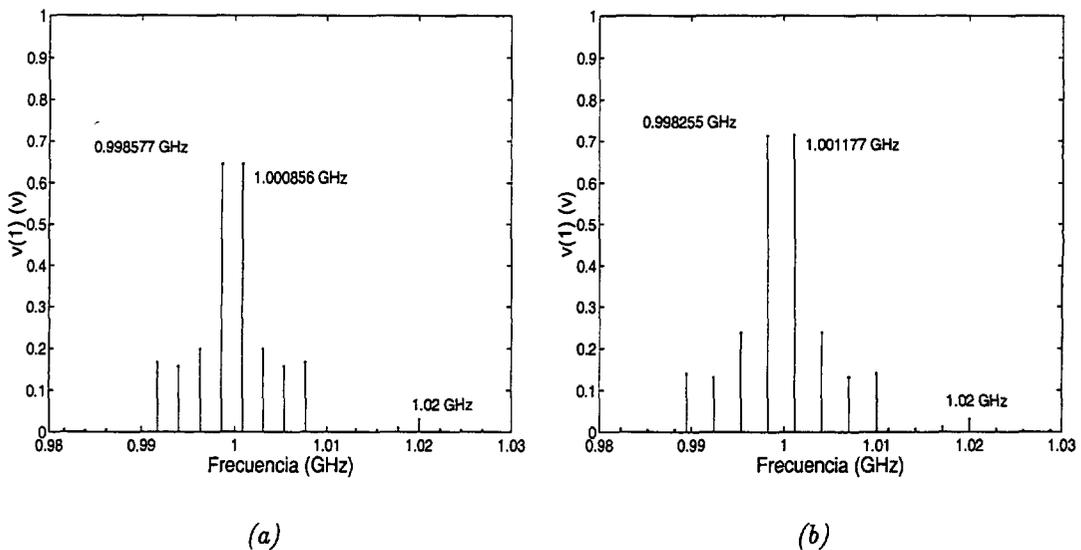


Figura 2.20: Respuesta del circuito de la figura 2.1 en régimen cuasiperiódico de tres frecuencias base cuando la señal de entrada es $I_g = 0,01 A$ y $f_g = 1,02 GHz$.

Oscilador inyectado: régimen cuasiperiódico tres frecuencias

Al igual que el caso anterior, se obtiene múltiples soluciones para una misma señal de entrada. Concretamente, la figura 2.20 muestra dos posibles soluciones para $I_g = 0,01 A$ y $f_g = 1,02 GHz$. Ninguna de ellas es estable pero eso no es óbice para que puedan ser obtenidas a partir del balance armónico del circuito.

Bibliografía

- [1] E. F. Calandra, A. M. Sommariva, "Stability analysis of injection-locked oscillators in their fundamental mode of operation", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-29, No. 11, pp. 1137-1981, November, 1981.
- [2] Thomas S. Parker, Leon O. Chua, "Chaos: A Tutorial for Engineers", *IEEE Proc.* Vol. 75. No. 8. pp. 982-1008. August, 1987.
- [3] V. Rizzoli, A. Neri, "State of the art and present trends in nonlinear microwave CAD techniques", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 36, No. 2, pp. 343-365. February, 1988.
- [4] E. Ngoya, R. Larchevêque, "Envelop transient analysis: A new method for the transient and steady state analysis of microwave communication circuits and systems", *IEEE MTT-S Digest*, pp. 1365-1368, 1996.
- [5] T. Matsumoto, "Chaos in electronic circuits", *IEEE Proc.* Vol. 75. No. 8. pp. 1033-1057. August, 1987.
- [6] José León Morales Ruíz, "Aplicación de técnicas de análisis de estabilidad local y global a circuitos de microondas de carácter autónomo", Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, Octubre, 1996.
- [7] Agilent Technologies, "ADS 2003C Circuit Simulation", Agilent Technologies, Palo Alto, USA, December, 2003.
- [8] C. Camacho-Peñalosa, "Numerical steady-state analysis of nonlinear microwave circuits with periodic excitation", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-31, No. 9, September, 1983.
- [9] S. A. Maas, "Nonlinear microwave circuits", Artech House, London, 1988.
- [10] D. Hente, R. H. Jansen, "Frequency domain continuation method for the analysis and stability investigation of nonlinear microwave circuits". *IEE Proc.* Vol. 133 Pt. H, No.5, pp. 351-362. October, 1986.
- [11] R. Quéré, E. Ngoya, M. Camiade, A. Suárez, M. Hessane, J. Obregon, "Large signal design of broadband monolithic microwave frequency dividers and phase-locked oscillators", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*. Vol. MTT-41. No. 11. pp. 1928-1938. November, 1993.
- [12] S. Ver Hoeye, L. Zurdo, A. Suárez, "New nonlinear design tools for self-oscillating mixer", *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, Vol. 11, No. 8, pp. 337-339, August, 2001.

- [13] J. Morales, A. Suárez, R. Quéré, "Accurate determination of frequency dividers operating bands", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 6, No. 1, January, 1996.
- [14] S. Ver Hoeye, A. Suárez, S. Sancho, "Analysis of Noise Effects on the non-linear dynamics of synchronized oscillators", *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, Vol. 11, No. 9, pp. 376-378, September, 2001.
- [15] Samuel Ver Hoeye, "Técnicas de optimización y análisis de estabilidad y ruido en circuitos osciladores de microondas", Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, Mayo, 2002.
- [16] B. Carnahan, H. A. Luther, J. O. Wilkes, Edición española: M. Maynar, E. Anasagasti, "Cálculo numérico, métodos, aplicaciones", Editorial Rueda, Madrid, 1979.

Capítulo 3

Estabilidad Local

Cuando se obtiene la solución estacionaria de un circuito a través de técnicas temporales se puede asegurar que la misma tendrá existencia física. Sin embargo, cuando es frecuencial o mixta, como es el caso del balance armónico, es necesario realizar un análisis adicional de estabilidad de las soluciones. Para ello, se perturba levemente la solución estacionaria del circuito y se observa la evolución de dicha perturbación: si se extingue y vuelve a la solución, será estable; en caso contrario, no lo será.

El circuito requiere otro tipo de análisis cuando dichas perturbaciones son grandes, o mejor, cuando un parámetro del circuito varía gradualmente. En ese caso, el circuito puede cambiar su comportamiento de forma drástica, pasando de unos regímenes de funcionamiento a otros. El siguiente capítulo tratará este aspecto, cuyo enfoque es sustancialmente diferente al que aquí nos ocupa.

En este capítulo se desglosa las diferentes técnicas temporales y frecuenciales que permiten un análisis de estabilidad local de las soluciones estacionarias. Se hará hincapié en los exponentes de Lyapunov y los diagramas de Nyquist que son las herramientas utilizadas en el dominio temporal y frecuencial, respectivamente.

3.1. Dominio del tiempo

Una de las herramientas de análisis de estabilidad local temporal es la transformación de Poincaré (sección 2.3.1.3). No tanto la transformación en sí, como el estudio de la evolución de la solución estacionaria representada en dicho hiperplano cuando la misma es perturbada [1]. Ésta resulta especialmente útil en regímenes periódicos y cuasiperiódicos de dos frecuencias base.

Las soluciones periódicas también pueden ser estudiadas a partir de los multiplicadores de Floquet [2] o multiplicadores característicos. Sin embargo, un análi-

sis genérico de la estabilidad de las diferentes soluciones estacionarias sólo puede ser realizado a través de los exponentes de Lyapunov comentados en la sección 3.1.1.

Para repasar algunos conceptos y antes de comenzar con los exponentes de Lyapunov, se desarrolla el estudio de estabilidad local del punto de equilibrio que fue definido en la sección 2.2.1, es decir, $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0$.

Si se introduce una pequeña perturbación $\delta\mathbf{x}$ en la solución estacionaria \mathbf{x}_0 , se debe cumplir (2.3), es decir:

$$\dot{\mathbf{x}}_0 + \delta\dot{\mathbf{x}}(t) = \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0 + \delta\mathbf{x}(t)) \quad (3.1)$$

Al ser pequeña la perturbación, cabe realizar un desarrollo en serie de Taylor alrededor del punto de equilibrio y despreciar los términos de grado superior al segundo:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_0 + \delta\mathbf{x}(t)) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) + D\mathbf{f}(\mathbf{x}_0)\delta\mathbf{x}(t) + \dots \quad (3.2)$$

siendo $D\mathbf{f}(\mathbf{x}_0)$ la matriz jacobiana de $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ particularizada en \mathbf{x}_0 , por lo que será de coeficientes constantes. Introduciendo (3.2) en (3.1), se deduce que:

$$\delta\dot{\mathbf{x}}(t) = D\mathbf{f}(\mathbf{x}_0)\delta\mathbf{x}(t) \quad (3.3)$$

El sistema de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes al que se ha llegado, tiene por solución:

$$\delta\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n c_i \eta_i e^{\lambda_i t} \quad (3.4)$$

donde $\{\lambda_i\}_{i=1}^n$ y $\{\eta_i\}_{i=1}^n$ son los autovalores y autovectores de $D\mathbf{f}(\mathbf{x}_0)$ y $\{c_i\}_{i=1}^n$ constantes escalares que fijan las condiciones iniciales. La parte real de λ_i proporciona el orden de expansión ($Re(\lambda_i) > 0$) o contracción ($Re(\lambda_i) < 0$) en los alrededores del punto de equilibrio, a lo largo de la dirección η_i . Si la parte real de todos los autovalores es menor que cero, la perturbación se extinguirá cuando $t \rightarrow \infty$, por lo tanto, la solución será estable. Por contra, si es mayor que cero se denomina inestable y si unos son mayores y otros menores, no estable [1].

3.1.1. Exponentes de Lyapunov

Función variacional

Si $\mathbf{x}_t(\mathbf{x}_0, t_0)$ es una solución genérica del sistema de ecuaciones de un circuito no autónomo (2.5) que depende de las condiciones iniciales \mathbf{x}_0 y t_0 , se tiene:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_t(\mathbf{x}_0, t_0) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_t(\mathbf{x}_0, t_0), t) \\ \mathbf{x}_{t_0}(\mathbf{x}_0, t_0) &= \mathbf{x}_0\end{aligned}\quad (3.5)$$

Diferenciando respecto la condición inicial \mathbf{x}_0 :

$$\begin{aligned}D_{\mathbf{x}_0}\dot{\mathbf{x}}_t(\mathbf{x}_0, t_0) &= D_{\mathbf{x}_0}\mathbf{f}(\mathbf{x}_t(\mathbf{x}_0, t_0), t)D_{\mathbf{x}_0}\mathbf{x}_t(\mathbf{x}_0, t_0) \\ D_{\mathbf{x}_0}\mathbf{x}_{t_0}(\mathbf{x}_0, t_0) &= \mathbf{I}\end{aligned}\quad (3.6)$$

Se define la función variacional como:

$$\Phi_t(\mathbf{x}_0, t_0) = D_{\mathbf{x}_0}\mathbf{x}_t(\mathbf{x}_0, t_0) \quad (3.7)$$

Por tanto, la ecuación variacional se obtiene al introducir la función variacional en (3.6):

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_t(\mathbf{x}_0, t_0) &= D_{\mathbf{x}_0}\mathbf{f}(\mathbf{x}_t(\mathbf{x}_0, t_0), t)\Phi_t(\mathbf{x}_0, t_0) \\ \Phi_0(\mathbf{x}_0, t_0) &= \mathbf{I}\end{aligned}\quad (3.8)$$

La función variacional, solución de la ecuación variacional, da idea de la evolución que sigue la perturbación, puesto que si se reduce la solución perturbada al término de la primera derivada en el desarrollo en serie de Taylor, se tiene que:

$$\mathbf{x}_t(\mathbf{x}_0 + \delta\mathbf{x}_0, t_0) = \mathbf{x}_t(\mathbf{x}_0, t_0) + \delta\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_t(\mathbf{x}_0, t_0) + D_{\mathbf{x}_0}\mathbf{x}_t(\mathbf{x}_0, t_0)\delta\mathbf{x}_0 + \dots \quad (3.9)$$

y por lo tanto:

$$\delta\mathbf{x}_t = \Phi_t(\mathbf{x}_0, t_0)\delta\mathbf{x}_0 \quad (3.10)$$

Para el caso de un circuito autónomo caracterizado por el sistema de ecuaciones (2.4), la ecuación variacional puede expresarse como:

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_t(\mathbf{x}_0) &= D_{\mathbf{x}_0}\mathbf{f}(\mathbf{x}_t(\mathbf{x}_0))\Phi_t(\mathbf{x}_0) \\ \Phi_0(\mathbf{x}_0) &= \mathbf{I}\end{aligned}\quad (3.11)$$

Exponentes de Lyapunov

Los exponentes de Lyapunov se definen en relación a la solución $(\Phi_t(\mathbf{x}_0))$ de la ecuación variacional (3.11). Si $\{m_i(t)\}_{i=1}^n$ son los autovalores de la función variacional $\Phi_t(\mathbf{x}_0)$, los exponentes de Lyapunov se definen como:

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln |m_i(t)| \quad i = 1, \dots, n \quad (3.12)$$

si el límite existe y donde n es el número de variables de estado o dimensión del espacio de fases.

En el cuadro 3.2 se detalla el valor de los coeficientes para cada uno de los diferentes regímenes de funcionamiento [1].

Solución Estacionaria	Exponentes de Lyapunov
Punto de equilibrio	$0 > \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_n$
Periódica	$\lambda_1 = 0$ $0 > \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$
Cuasiperiódica dos frecuencias	$\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ $0 > \lambda_3 \geq \dots \geq \lambda_n$
Cuasiperiódica k frecuencias	$\lambda_1 = \dots = \lambda_k = 0$ $0 > \lambda_{k+1} \geq \dots \geq \lambda_n$
Caos	$\lambda_1 > 0$ $\sum_i \lambda_i < 0$

Cuadro 3.2: Valores de los exponentes de Lyapunov para cada uno de los regímenes de funcionamiento de un circuito.

Para el cálculo de los coeficientes se ha seguido el organigrama propuesto por Parker y Chua en [3].

En la figura 3.1 se puede observar la evolución de los exponentes de Lyapunov para el circuito detallado en la figura 2.5.

Para $\alpha = 2$, dos de los exponentes son cero y el tercero es menor que cero, por lo tanto, la solución es cuasiperiódica de dos frecuencias base. Sin embargo, si $\alpha = 15$, el exponente mayor que cero pone de manifiesto el carácter caótico de dicha solución. Estos exponentes se corresponden con las representaciones en el espacio de fases (figura 2.6) y mapas de Poincaré (figura 2.7) vistas en la sección 2.3.1. Además, se ha obtenido los exponentes de los numerosos circuitos propuestos por Hao Bai-Lin [4] con la intención de validar el procedimiento adoptado.

En el cálculo de los exponentes cabe destacar la importancia que tiene una buena elección del paso de integración. Demasiado grande produce errores en el

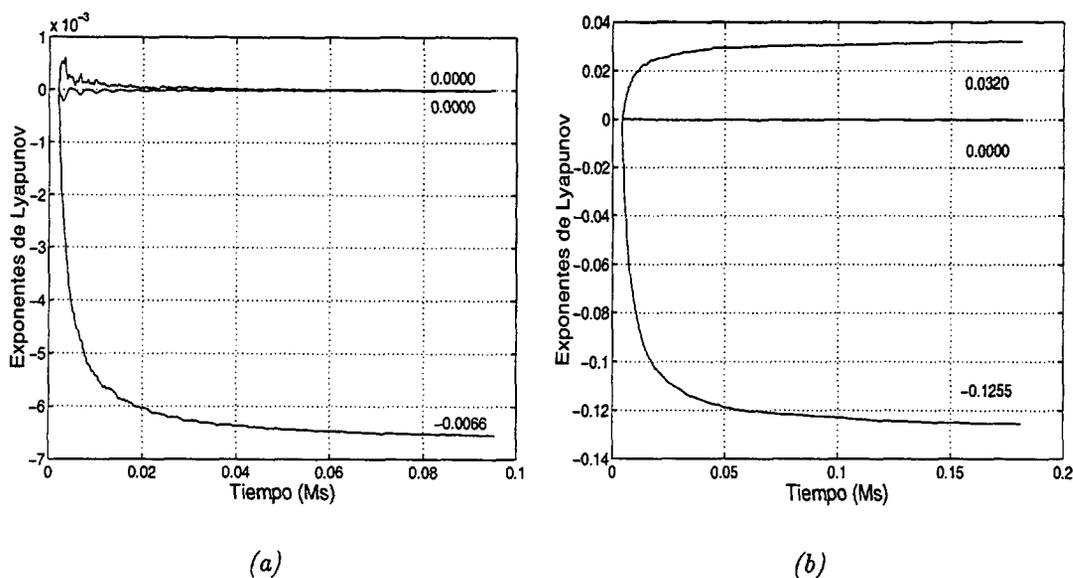


Figura 3.1: Representación de la evolución de los exponentes de Lyapunov para el circuito de la figura 2.5. a) $\alpha = 2$ b) $\alpha = 15$.

cálculo de las derivadas que describen el comportamiento del circuito, mientras que pequeño ralentiza el cálculo y, si es elegido aún más pequeño con el objeto de asegurar una buena convergencia, se acumulan los errores numéricos por truncado [4, 5] y ortogonalización [1]. Se ha elegido un paso del orden de 100 a 200 veces menor que el periodo de la frecuencia libre de oscilación.

3.2. Dominio de la frecuencia

El proceso de integración necesario para el cálculo de los exponentes de Lyapunov resulta poco práctico en la mayoría de los circuitos, máxime, si los circuitos funcionan en bandas de microondas y contienen elementos distribuidos. En el caso de soluciones estacionarias periódicas y cuasiperiódicas de dos frecuencias base, resulta mucho más práctico aplicar el criterio de Nyquist.

En el presente trabajo se ha utilizado el método descrito en [6] para el caso de soluciones periódicas, y una extensión del mismo propuesto en [7] para las cuasiperiódicas de dos frecuencias base, al que se ha incorporando el cálculo de los coeficientes de la FS a partir de las frecuencias descriptivas.

3.2.1. Diagrama de Nyquist

Supongamos que la solución estacionaria \bar{X}_0 ha sido calculada a partir de la ecuación de balance armónico, por lo tanto:

$$\bar{H}(\bar{X}_0) = \bar{0} \quad (3.13)$$

Si se inyecta una señal de pequeña amplitud y frecuencia w que perturbe la señal [6]:

$$e^{(\sigma+jw)t} \quad (3.14)$$

La señal perturbada debe cumplir la ecuación de balance armónico [8], por tanto:

$$J(\bar{X}_0, kw_0 + w - j\sigma)\Delta\bar{X} = \bar{0} \quad (3.15)$$

El primer factor es el jacobiano calculado en la sección 2.5.2, cuando la perturbación es nula:

$$J = [Ax] - [Ay] \left[\frac{\partial \bar{Y}(\bar{X}_0)}{\partial \bar{X}} \right] \quad (3.16)$$

Para que exista solución $\Delta\bar{X} \neq \bar{0}$:

$$\det[J(\bar{X}_0, kw_0 + w - j\sigma)] = \bar{0} \quad (3.17)$$

Este problema se ha resuelto siguiendo el procedimiento propuesto por Rizzoli y Lipparini [6] para representar el diagrama de Nyquist. Se efectúa un barrido en frecuencia de la función:

$$\det \left\{ [Ax(kw_0 + w)] - [Ay(kw_0 + w)] \left[\frac{\partial \bar{Y}(\bar{X}_0)}{\partial \bar{X}} \right] \right\} \quad (3.18)$$

en un intervalo que vaya desde 0 Hz hasta una frecuencia que acote superiormente la de posible oscilación del circuito. El circuito oscilará si el trazado del diagrama rodea al origen en el sentido de las agujas del reloj, lo que indica la presencia de un par de autovalores complejos conjugados en el semiplano derecho. Según Mees y Chua [9], la nueva frecuencia será aproximadamente la que produzca un corte con el semieje real negativo.

El margen de representación para régimen periódico debe ser de $[0, w_0]$. Sin embargo, se puede reducir el margen de representación sabiendo que el diagrama

de Nyquist de señales periódicas es simétrico respecto al eje real [6]. Por lo tanto, sólo se representará el margen $[0, w_0/2]$.

Para el diagrama de señales cuasiperiódicas de dos frecuencias base, el intervalo de representación puede ser reducido al margen $[-w_1, w_1]$ [7], donde w_1 es la frecuencia menor generada por el circuito, es decir, diferencia entre las dos frecuencias base. Por la misma razón anterior, el margen puede ser reducido a $[0, w_1]$.

En la figura 3.2 se representa los diagramas de Nyquist para dos puntos del circuito de la figura 2.1, régimen periódico, cuando la señal de entrada es $I_g = 0,01 A$. En la figura (a) se observa que la solución es estable, mientras que en la (b) la solución es inestable. En el diagrama de la solución inestable puede observarse que el corte con el eje real negativo se produce a una frecuencia $f_c = 0,003819 GHz$, por lo que cabe esperar que la autónoma se encuentre en $f_g \pm f_c = 0,9985 GHz \pm 0,003819 GHz$, es decir, $f_s = 0,9947 GHz$ o $f_s = 1,0023 GHz$.

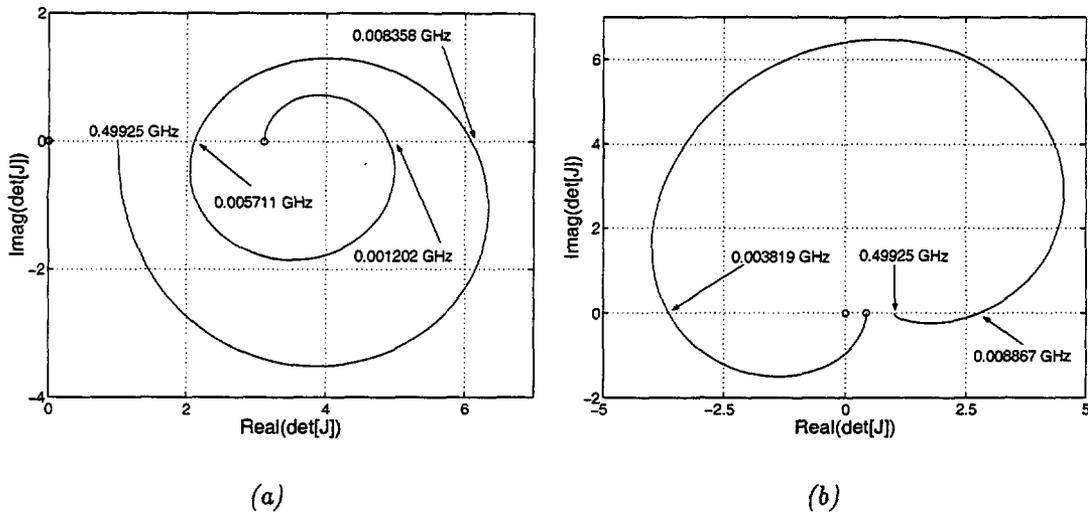


Figura 3.2: Diagramas de Nyquist de soluciones periódicas del circuito de la figura 2.1 cuando la amplitud de entrada es $I_g = 0,01 A$. a) Solución estable con $f_g = 0,996 GHz$. b) Solución inestable con $f_g = 0,9985 GHz$.

En la figura 3.3 se ha representado el diagrama de Nyquist de la solución cuasiperiódica de dos frecuencias base para el punto inestable anterior, $I_g = 0,01 A$ y $f_g = 0,9985 GHz$. El diagrama refleja que la solución es estable y el valor de su frecuencia autónoma, $f_0 = 0,996077 GHz$, es similar al anteriormente estimado.

3.2. Dominio de la frecuencia

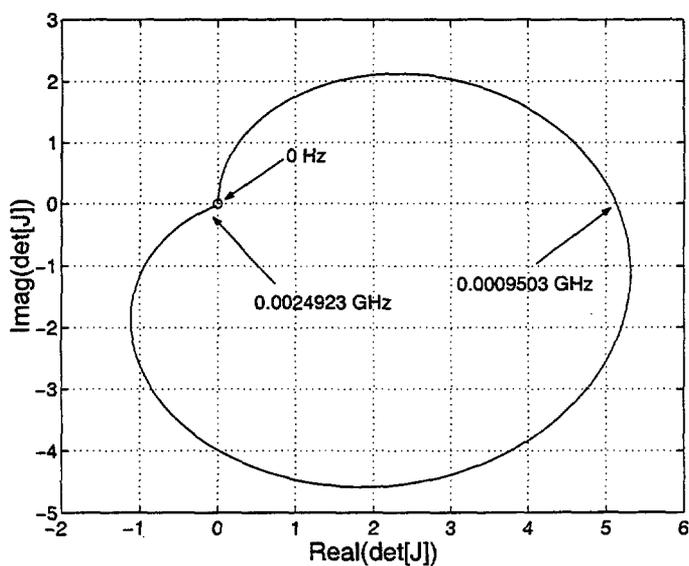


Figura 3.3: Diagrama de Nyquist para una solución cuasiperiódico de dos frecuencias base del circuito de la figura 2.1 cuando la señal de entrada es $I_g = 0,01 A$ y $f_g = 0,9985 GHz$, y el circuito presenta una oscilación, componente autónoma, $f_0 = 0,996077 GHz$.

Bibliografía

- [1] T. S. Parker, L. O. Chua, "Chaos: A Tutorial for Engineers", IEEE proceedings. Vol. 75. No. 8. pp. 982-1008. August, 1987.
- [2] Sergio Sancho, "Análisis de la dinámica no lineal y de los efectos del ruido en circuitos osciladores y sintetizadores de frecuencia", Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, Febrero, 2002.
- [3] T.S. Parker and L.O. Chua, "Practical numerical algorithms for chaotic systems", Springer-Verlag, New York, 1989.
- [4] Hao Bai-Lin, "Chaos II", World Scientific, Singapore, 1990.
- [5] K. Geist, U. Parlitz and W. Lauterborn, "Comparison of different methods for computing Lyapunov exponents", Progress of Theoretical Physics, Vol. 83, No. 5, pp. 875-893, May, 1990.
- [6] V. Rizzoli, A. Lipparini, "General stability analysis of periodic steady-state regimes in nonlinear microwave circuits", IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-33, No. 1, pp. 30-37, January, 1985.
- [7] A. Suárez, J. Morales, R. Quéré, "Chaos prediction in an MMIC frequency divider in millimetric band", IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 8, No. 1, pp. 21-23, January, 1998.
- [8] J. L. Morales, "Aplicación de técnicas de análisis de estabilidad local y global a circuitos de microondas de carácter autónomo", Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, Octubre, 1996.
- [9] A. I. Mees, L. O. Chua, "The hopf bifurcation theorem and its applications to nonlinear oscillations in circuits and systems", IEEE Trans. Circuits and Systems, Vol. CAS-26, No. 4, pp. 235-254, April, 1979.

Capítulo 4

Estabilidad Global: Diagramas de bifurcación

El análisis de los circuitos electrónicos requiere de herramientas que permitan caracterizar lo más fielmente posible el comportamiento del mismo. Una parte importante de dicho análisis es la obtención del conjunto de soluciones estacionarias que puede manifestar, ante las diferentes condiciones de excitación. En muchas ocasiones, máxime en circuitos de naturaleza no lineal, determinados comportamientos del circuito sólo se obtienen cuando se parte de un punto de equilibrio y se modifica un determinado parámetro del mismo. De esta forma, se puede poner de manifiesto, por ejemplo, las histéresis que se producen en la mayoría de los parámetros que caracterizan un circuito.

Hasta ahora se ha expuesto los procedimientos seguidos para obtener las soluciones estacionarias y el estudio de la estabilidad de las soluciones ante una pequeña perturbación sobre las mismas. Queda por ver cómo se comporta un circuito ante la evolución de un parámetro, cómo se caracteriza el paso de un régimen de funcionamiento a otro, qué parámetro del circuito puede controlar el paso de un régimen deseado a otro, en definitiva, de qué herramientas se dispone para analizar el comportamiento global del circuito y cómo éstas permitirán la optimización de aquellos comportamientos requeridos por el diseñador.

El paso de un régimen a otro se produce a partir de una bifurcación en el camino de soluciones. Por lo tanto, será primordial el conocimiento del tipo de bifurcación para saber cuál es el origen de dicho cambio y posteriormente, controlar los parámetros que gobiernan su ubicación en el conjunto de soluciones del circuito.

Se representará cómo evoluciona el comportamiento de un circuito al variar un parámetro del mismo: tensión de entrada, frecuencia del generador, tensión de polarización, componentes del circuito, etc. Es decir, se observará cómo el circuito

va pasando de un régimen de funcionamiento a otro y para qué valor del parámetro de continuación se produce ese cambio, para qué tensión de polarización se cumple la condición de arranque de un oscilador, qué frecuencia del generador lo sincroniza, etc.

Al igual que en los temas anteriores, el análisis del comportamiento global del circuito también dispondrá de herramientas basadas en el dominio del tiempo y de la frecuencia. Puesto que las técnicas temporales muestran serias limitaciones en los circuitos de microondas por la naturaleza distribuida y dispersiva de los mismos, desde un punto de vista de diseño, resulta mucho más interesante profundizar en técnicas de naturaleza frecuencial. Esto no es óbice para que, en casos puntuales, un análisis temporal despeje ciertas dudas que se puedan tener sobre el comportamiento circuital.

La técnica elegida en el presente trabajo para realizar el análisis global del circuito, combina el balance armónico con la técnica de continuación [1] y la sonda de medida [2]. Con ella, el diagrama de bifurcación o representación de la evolución del comportamiento de un circuito frente a un parámetro del mismo, puede ser obtenido con relativa sencillez. La inclusión de la sonda de medida, vista en la sección 2.5, facilita la interpretación de los fenómenos asociados a los diferentes tipos de bifurcación que puede presentar el circuito [3, 4], además de mostrarse como una herramienta muy eficaz en el control de las mismas [5].

Esta técnica obtiene el trazado para una base de frecuencias dada o régimen de funcionamiento dado, es decir, se puede obtener las bifurcaciones asociadas a un determinado régimen, sin embargo, no se sabrá a qué nuevo régimen tenderá el circuito.

La ventaja que ofrece un análisis de la estabilidad global en el dominio del tiempo, es que no se necesita conocer el régimen del siguiente estado para obtener la evolución del circuito ante la variación de un parámetro. En cambio, un análisis en el dominio de la frecuencia exige trazar los diferentes diagramas para cada uno de los posibles regímenes y, posteriormente, realizar un análisis de estabilidad local para garantizar la estabilidad de cada una de las zonas correspondientes a cada uno de los diagramas trazados. A pesar de ello, en la mayoría de las aplicaciones prácticas resulta mucho más útil una técnica frecuencial, ya sea para el análisis como para la optimización y el diseño. Con la técnica utilizada, sólo se podrá tener una idea del régimen al que tiende el circuito en algunos casos concretos, pero que abarcan la práctica totalidad de las situaciones que habitualmente se desean en un circuito.

Suele ser de especial interés el comportamiento del circuito ante variaciones de la señal del generador externo, tanto en amplitud como en frecuencia. Por ello, se ha centrado el estudio en estos parámetros a la hora de evaluar la potencia y robustez de la herramienta utilizada.

4.1. Método de continuación

Como ya se ha comentado en la introducción anterior, la técnica utilizada para trazar los diagramas de bifurcación combina el balance armónico, el método de continuación y la sonda de medida. Se ha caracterizado regímenes de funcionamiento periódicos, cuasiperiódicos de dos y tres frecuencias base, por lo que es necesario incorporar el concepto de frecuencia descriptiva.

La ecuación de balance armónico combinada con la sonda de medida permite obtener las soluciones estacionarias del circuito, según se vio en la sección 2.5:

$$\bar{H}_s(A_{s1}, A_{s2}, w_{o1}, w_{o2}, \phi_{s1}, \phi_{s12}) = \bar{0} \quad (4.1)$$

La ecuación (4.1) refleja la existencia de dos sondas en el circuito. A partir de ella, fijando las diferentes condiciones que se debe imponer a los parámetros de cada una de las sondas, para cada uno de los diferentes regímenes de funcionamiento, se tiene un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas. Por ejemplo, si se quisiera obtener la solución para un régimen cuasiperiódico, se igualaría las fases a cero, quedando como incógnitas la amplitud y frecuencia de cada una de las diferentes sondas.

Por tanto, independientemente de las condiciones que fijen el régimen de funcionamiento, la ecuación (4.1) puede ponerse de forma general como:

$$\bar{H}_s(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4) = \bar{0} \quad (4.2)$$

El conjunto de soluciones en función de un parámetro η debe cumplir asimismo la ecuación de balance armónico:

$$\bar{H}_s(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \eta) = \bar{0} \quad (4.3)$$

Así, es posible trazar la respuesta del circuito en función del parámetro elegido, η . Para el trazado de la misma, se ha seguido el método propuesto por Hente y Jansen [1] que se compone de dos etapas: predicción y corrección.

En la fase de predicción, se parte del conocimiento de una solución correspondiente a un valor η_i . Éste debe ser calculado en una zona donde la convergencia no resulte problemática. Por ejemplo, si el parámetro a variar es la amplitud del generador, se puede elegir un valor que asegure un régimen de pequeña señal y por lo tanto, se puede utilizar la teoría general de cuádrupolos para obtener una solución inicial. A partir de la tangente en dicho punto, se realiza una estimación de la siguiente solución, η_{i+1} . Posteriormente, en la fase de corrección, se realiza un ajuste fino de la misma a partir de un método Newton-Raphson.

4.1. Método de continuación

A continuación, se detalla el procedimiento seguido en este trabajo y se añade aquellos aspectos que han sido incorporados en el algoritmo de obtención de las soluciones.

Predicción

Supuesta conocida la solución $\Gamma^p = \{\zeta_1^p, \zeta_2^p, \zeta_3^p, \zeta_4^p\}$ para un valor dado η^p , si se incrementa dicho valor un $\Delta\eta$, la nueva solución debe cumplir:

$$\begin{aligned}\eta^{p+1} &= \eta^p + \Delta\eta \\ \Gamma^{p+1} &= \Gamma^p + \Delta\Gamma\end{aligned}\quad (4.4)$$

$$\text{siendo } \Delta\Gamma = [\Delta\zeta_1, \Delta\zeta_2, \Delta\zeta_3, \Delta\zeta_4]^t$$

$\Delta\Gamma$ se determina a partir de la pendiente de la recta tangente a la solución conocida. Eligiendo un paso $\Delta\eta$ suficientemente pequeño, se puede realizar un desarrollo en serie de Taylor alrededor de la solución y truncar a partir de la primera derivada. Por tanto,

$$\bar{H}_s^{p+1}(\Gamma^{p+1}, \eta^{p+1}) = \bar{H}_s^p(\Gamma^p, \eta^p) + J_s(\eta^p)\Delta\Gamma + \frac{\partial \bar{H}_s^p}{\partial \eta} \Delta\eta = \bar{0} \quad (4.5)$$

donde $J_s(\eta^p)$ es el jacobiano de la sonda evaluado en el punto η^p , dado por la ecuación (2.50) y,

$$\frac{\partial \bar{H}_s^p}{\partial \eta} = \left[\text{Re} \left(\frac{\partial H_{s1}^p}{\partial \eta} \right), \text{Im} \left(\frac{\partial H_{s1}^p}{\partial \eta} \right), \text{Re} \left(\frac{\partial H_{s2}^p}{\partial \eta} \right), \text{Im} \left(\frac{\partial H_{s2}^p}{\partial \eta} \right) \right]^t \quad (4.6)$$

Puesto que el punto p-ésimo es solución del circuito, $\bar{H}_s^p = \bar{0}$. Por tanto, a partir de la ecuación 4.5 se calcula los incrementos de la ecuación (4.4) en función de $\Delta\eta$:

$$\Delta\Gamma = -[J_s(\eta^p)]^{-1} \frac{\partial \bar{H}_s^p}{\partial \eta} \Delta\eta \quad (4.7)$$

Sin embargo, en las proximidades de puntos singulares del jacobiano de la sonda, los incrementos calculados serán excesivamente altos, y por ende, no válidos. Para superar este inconveniente, se realiza un cambio de la variable de continuación antes de llegar a dicha situación [6], es decir, se elige como variable de continuación alguno de los parámetros de la sonda.

La variable de continuación será aquella que posea un incremento normalizado menor, puesto que ésta proporcionará incrementos menores en el resto de las variables y, por tanto, la fase de corrección tendrá menos problemas de convergencia. Es decir, si se define el vector de normalización como $\Gamma_{norm} = [\zeta_{1norm}, \zeta_{2norm}, \zeta_{3norm}, \zeta_{4norm}]$, la variable de continuación será aquella que cumpla:

$$\text{mínimo} \left[\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma_{norm}}, \frac{\Delta\eta}{\eta_{norm}} \right] \quad (4.8)$$

Por ejemplo, si el mínimo fuese $\Delta\zeta_1/\zeta_{1norm}$, la variable de continuación sería ζ_1 . Por tanto, los incrementos restantes pueden ser calculados a partir de la inversa del jacobiano:

$$\begin{bmatrix} \Delta\eta \\ \Delta\zeta_2 \\ \Delta\zeta_3 \\ \Delta\zeta_4 \end{bmatrix} = - \left[\frac{\partial \bar{H}_s^p}{\partial \eta}, \frac{\partial \bar{H}_s^p}{\partial \zeta_2}, \frac{\partial \bar{H}_s^p}{\partial \zeta_3}, \frac{\partial \bar{H}_s^p}{\partial \zeta_4} \right]^{-1} \frac{\partial \bar{H}_s^p}{\partial \zeta_1} \Delta\zeta_1 \quad (4.9)$$

Una vez determinado el incremento de todas las variables, se continúa con el proceso de corrección.

Corrección

Se parte de los valores obtenidos en la etapa de predicción y usando un Newton-Raphson se optimiza los valores hasta cumplir la condición de balance armónico. En este proceso permanece constante la variable o parámetro de continuación, por ejemplo, ζ_1 en la ecuación (4.9). En cada iteración se hará uso del jacobiano correspondiente para obtener el siguiente valor de optimización:

$$\begin{bmatrix} \eta^{p+1} \\ \zeta_2^{p+1} \\ \zeta_3^{p+1} \\ \zeta_4^{p+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta^p \\ \zeta_2^p \\ \zeta_3^p \\ \zeta_4^p \end{bmatrix} - \left[\frac{\partial \bar{H}_s^p}{\partial \eta}, \frac{\partial \bar{H}_s^p}{\partial \zeta_2}, \frac{\partial \bar{H}_s^p}{\partial \zeta_3}, \frac{\partial \bar{H}_s^p}{\partial \zeta_4} \right]^{-1} \bar{H}_s^p \quad (4.10)$$

Las derivadas pueden ser obtenidas numéricamente a partir de dos o tres puntos. En el caso de tres puntos la convergencia es más robusta y el aspecto del determinante del jacobiano es más homogéneo, es decir, se reducen las discontinuidades por errores de cálculo. En el algoritmo implementado puede calcularse las derivadas con tres puntos cuando existan problemas de convergencia.

4.2. Análisis de Bifurcaciones mediante sondas de medida.

Seguidamente, se detallará el conjunto de bifurcaciones que serán utilizadas a lo largo del presente trabajo y que permiten caracterizar la mayoría de los comportamientos requeridos por un circuito.

4.2.1. Régimen periódico

Se parte de las ecuaciones de balance armónico y sonda descritas en la sección 2.5 y se añade el parámetro de continuación, η .

$$\begin{aligned} \bar{H}(\bar{X}, \eta) &= [Ax^s] \bar{X} - [Ay^s] \bar{Y}(\bar{X}) - [Ag^s] \bar{G} = \bar{0} \\ \bar{H}_s(\bar{X}, A_s, w_s, \phi_s, \eta) &= \bar{0} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Al igual que se hizo en dicha sección, el sistema se resuelve introduciendo la ecuación de balance armónico en la ecuación de no perturbación de la sonda de medida, por tanto, es posible expresar el sistema como:

$$\bar{H}_s(\bar{X}(A_s, w_s, \phi_s, \eta), A_s, w_s, \phi_s, \eta) = \bar{H}_s(A_s, w_s, \phi_s, \eta) = \bar{0} \quad (4.12)$$

Las variables de la sonda cumplen diferentes condiciones para cada tipo de bifurcación dependiendo de si existe, o no, señal de inyección.

4.2.1.1. Bifurcación de Hopf en régimen autónomo libre

Una bifurcación de este tipo se corresponde con la aparición o extinción de una componente autónoma u oscilación. Se pasa de un régimen de DC a periódico o viceversa. Esta bifurcación es continua en el punto de bifurcación, es decir, la amplitud de la oscilación tiende a cero a medida que η se aproxima a dicho valor. Por lo tanto, se puede asignar a la amplitud de la sonda un valor muy pequeño, ϵ , y fijar la fase arbitrariamente, por ejemplo cero, quedando así el sistema totalmente determinado.

$$\begin{aligned} \bar{H}_s(A_s, w_o, \phi_s, \eta_0) &= \bar{0} \\ \phi_s &= 0 \\ A_s &= \epsilon \end{aligned} \quad (4.13)$$

La precisión del valor η_0 calculado dependerá de lo pequeño que sea ϵ .

4.2.1.2. Punto de retorno en régimen autónomo libre

Éste se corresponde normalmente con fenómenos de histéresis y pérdida de sincronización que llevan a un régimen cuasiperiódico (bifurcación tipo D [7]). Como puede verse en la figura 4.1, en un punto de retorno la derivada del parámetro de la sonda respecto al parámetro de continuación η se hace infinita. Por tanto, es posible detectarlas imponiendo dicha condición en la ecuación (4.7). Con ello, se deduce que el determinante de la matriz jacobiana de la sonda de medida debe ser cero en el punto de retorno:

$$\det[J_s(\eta_0)] = 0 \tag{4.14}$$

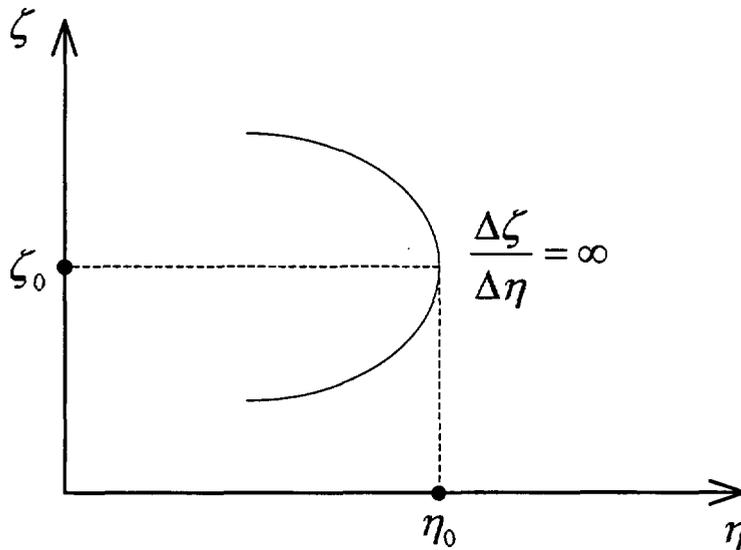


Figura 4.1: Variación del parámetro de la sonda en función del parámetro de continuación. Punto de retorno.

Luego, el sistema de ecuaciones que permite obtener la amplitud A_s , la frecuencia de oscilación w_o y el valor η_0 , para los que se tiene un punto de retorno, es:

$$\begin{aligned} \bar{H}_s(A_s, w_o, \phi_s, \eta_0) &= \bar{0} \\ \phi_s &= 0 \\ \det[J_s(\eta_0)] &= 0 \end{aligned} \tag{4.15}$$

4.2.1.3. Régimen inyectado síncrono

La señal inyectada y la autónoma son conmensuradas, es decir, $\omega_o = n\omega_{iny}/m$ (m y n enteros). Por lo que los sistemas de ecuaciones (4.16) y (4.17) proporcionan los valores de η_0 que originan la aparición o extinción de ω_o (bifurcación tipo I [7]) y el punto de retorno, respectivamente.

$$\begin{aligned} \bar{H}_s(A_s, \omega_o, \phi_s, \eta_0) &= \bar{0} \\ \omega_o &= n\omega_{iny}/m \\ A_s &= \epsilon \end{aligned} \tag{4.16}$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_s(A_s, \omega_o, \phi_s, \eta_0) &= \bar{0} \\ \omega_o &= n\omega_{iny}/m \\ \det[J_s(\eta_0)] &= 0 \end{aligned} \tag{4.17}$$

En la figura 4.2 se ha trazado la elipse de sincronismo del circuito de la figura 2.1 cuando se inyecta una señal de amplitud $I_g = 0,01 A$. En los tramos superior e inferior de la misma el programa toma como parámetro de continuación la frecuencia de entrada, mientras que en las zonas próximas a los puntos de retorno cambia la variable de continuación por la amplitud de la sonda. Se puede comprobar que, efectivamente, el determinante del jacobiano de la sonda se anula para dichos puntos. Un análisis de estabilidad determinaría que sólo la zona superior comprendida entre ambas bifurcaciones es estable.

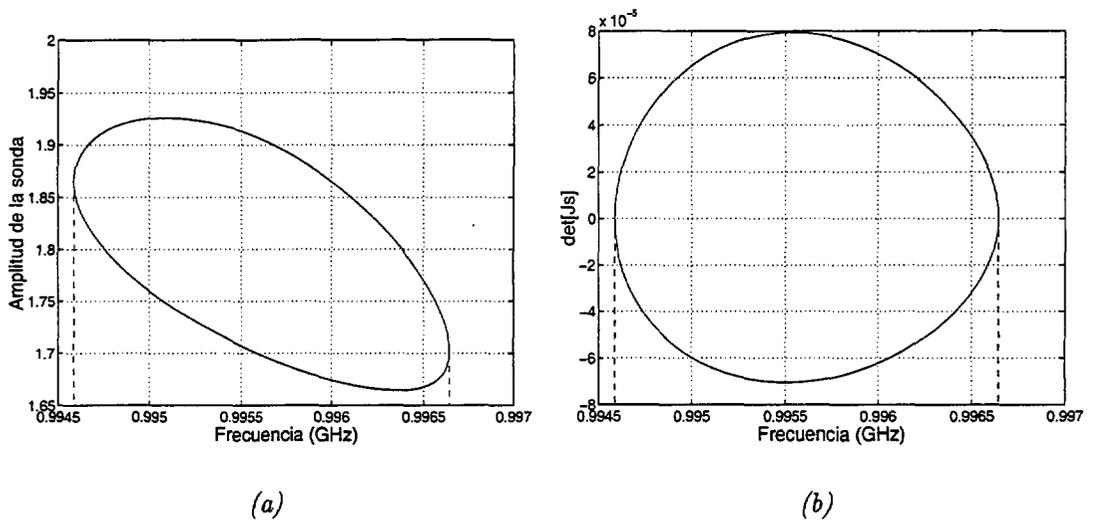


Figura 4.2: Punto de retorno en régimen periódico inyectado. a) Amplitud de la sonda. b) Determinante del jacobiano de la sonda .

4.2.2. Régimen cuasiperiódico de dos frecuencias base

Este régimen contiene una señal autónoma o frecuencia de oscilación w_o , y una componente externa w_{iny} , por tanto:

$$\begin{aligned} \bar{H}_s(A_s, w_o, \phi_s, \eta) &= \bar{0} \\ \phi_s &= 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

4.2.2.1. Bifurcación de Hopf

Se corresponde con la extinción o aparición de una componente autónoma no conmensurada con la externa, es decir, $w_o \neq nw_{iny}/m$. El valor para el que se produce dicha bifurcación puede ser obtenido con el mismo sistema de ecuaciones utilizado en régimen periódico (4.13), pero haciendo uso de una base de dos frecuencias en el cálculo de los coeficientes de la FS (sección 2.4.3.3).

La aparición se produce a partir de un régimen periódico y la extinción desde uno cuasiperiódico. Si dicho régimen periódico es sincrónico, la frecuencia autónoma tenderá al valor nw_{iny}/m en las proximidades de la bifurcación.

Para determinar si el circuito pasa a un régimen periódico sincrónico desde un régimen cuasiperiódico, se introduce un nuevo parámetro denominado número de rotación [8], que se define como la relación entre la frecuencia de inyección y la de oscilación.

$$r(\eta) = \frac{w_{iny}}{w_o} \quad (4.19)$$

Si el número de rotación tiende a un número racional significará que la solución cuasiperiódica tiende a un régimen sincrónico. En caso de tender a soluciones sincronas, no será posible obtener la solución η_0 con exactitud, puesto que la matriz jacobiana en dicho punto es singular. Éste y otros aspectos relacionados con la precisión de las soluciones del diagrama serán vistos en la sección 4.2.2.3.

En la figura 4.3 se muestra dos posibles soluciones del circuito de la figura 2.1 en régimen cuasiperiódico de dos frecuencias base cuando la señal de entrada es $I_g = 0,01 A$. En la figura (a) la frecuencia de oscilación está alrededor de $1,004 GHz$, mientras que en la (b) se encuentra alrededor de $0,996 GHz$. En la primera curva puede apreciarse claramente la bifurcación de Hopf, puesto que el valor de amplitud está muy próximo a cero, sin embargo, eso no ocurre con la segunda. En cuanto al número de rotación, en la primera curva toma un valor relativamente elevado, $1,0047$, indicando con ello que la oscilación no tiende a sincronizar con la señal del generador externo, por contra, el valor $1,00029$ de la segunda puede considerarse un valor suficientemente próximo a 1, señal de que

4.2. Análisis de Bifurcaciones mediante sondas de medida.

la oscilación tiende a sincronizar con el generador externo. De hecho, ésta es la razón por la que no se puede obtener con precisión el valor en el que se produce la bifurcación, como se comentó con anterioridad.

4.2.2.2. Punto de retorno

Al igual que para la bifurcación de Hopf, el sistema de ecuaciones es análogo al caso periódico (4.15) pero utilizando una base de dos frecuencias. Esta bifurcación se puede observar en la figura 4.3 (a). La solución es estable para una frecuencia de entrada de $0,994\text{ GHz}$ y deja de serlo a partir del primer punto de retorno situado en $0,9969\text{ GHz}$.

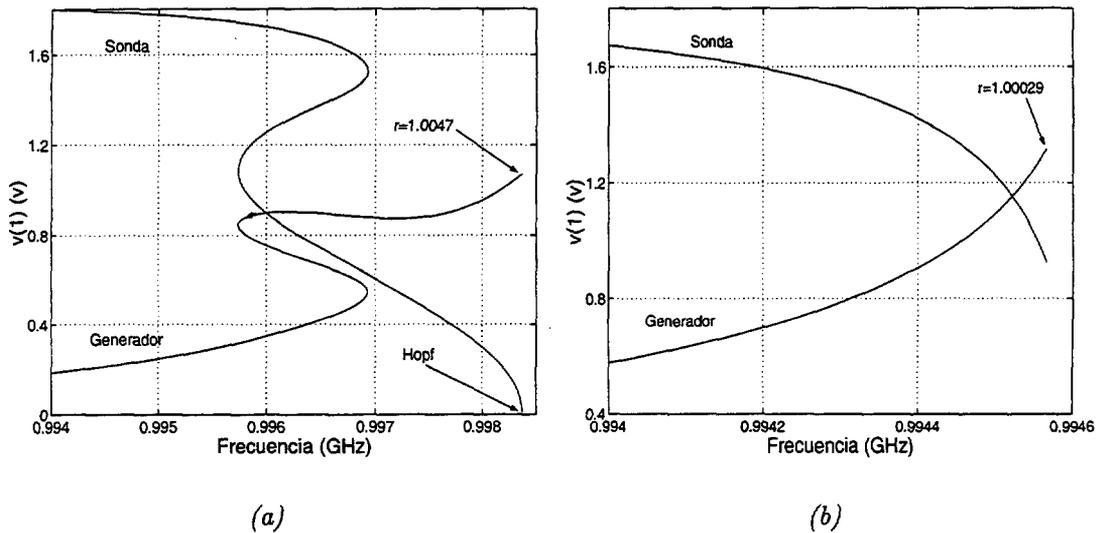


Figura 4.3: Bifurcaciones en régimen cuasiperiódico de dos frecuencias base a) bifurcación de Hopf y punto de retorno. b) Punto de sincronización.

4.2.2.3. Acerca de la precisión de las soluciones cuasiperiódicas.

Si el circuito se aproxima a un régimen periódico sincronizado como el reflejado en la figura 4.4, el número de componentes espectrales aumenta desafortunadamente. Por lo tanto, el orden de no linealidad, nl , debe aumentar conforme el generador de entrada se aproxima a la oscilación del circuito.

Los diagramas de bifurcación obtenidos para diferentes ordenes de no linealidad muestran que para valores bajos, $nl=3$ y $nl=5$, las soluciones atraviesan la región periódica o zona sincronizada. Incluso para $nl=7$, sobrepasa ligeramente el límite que separa ambas regiones, que no es otro que un punto de retorno en

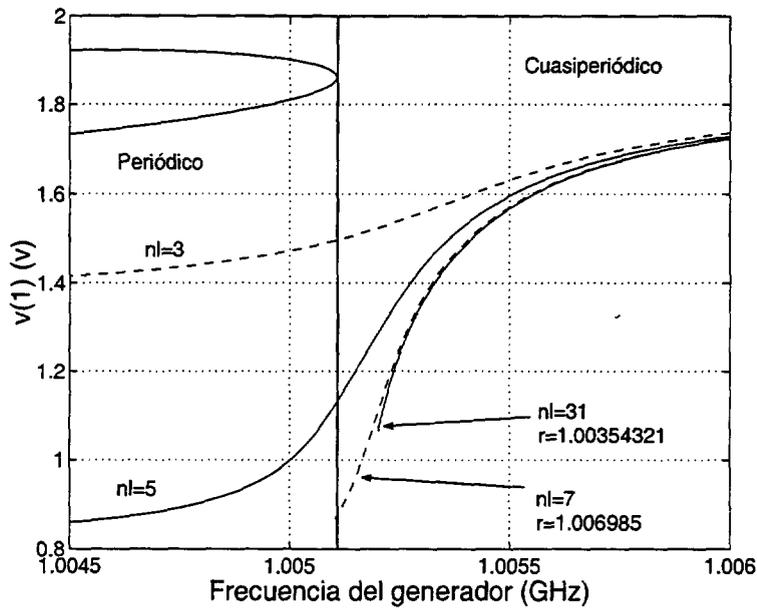


Figura 4.4: Diagramas de bifurcación en las proximidades del sincronismo en función de nl . Frecuencia autónoma próxima a $1,005\text{ GHz}$.

régimen periódico. A partir de este valor las soluciones comienzan a tener cierta precisión. La figura 4.5 muestra los espectros para $nl=7$ y 31 en las proximidades de la sincronización, poniendo de manifiesto la necesidad de aumentar el número de componentes espectrales si se requiere mayor precisión de las soluciones.

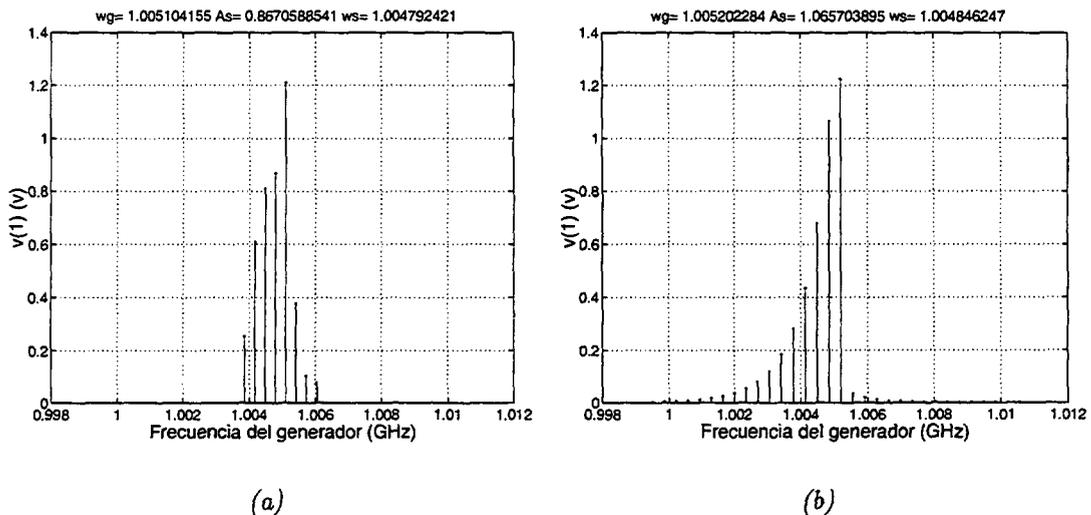


Figura 4.5: Espectros de las señales en las proximidades del sincronismo. a) $nl = 7$. b) $nl = 31$.

4.2. Análisis de Bifurcaciones mediante sondas de medida.

Por razones análogas, a medida que aumenta el orden de no linealidad, el número de rotación se aproximará a 1. En cualquier caso, siempre se tendrá la limitación que impone la singularidad del jacobiano de la ecuación de balance armónico en las proximidades de la sincronización.

En la figura 4.6 se observa cómo aumenta el determinante del jacobiano de la sonda a medida que el número de rotación se aproxima a 1.

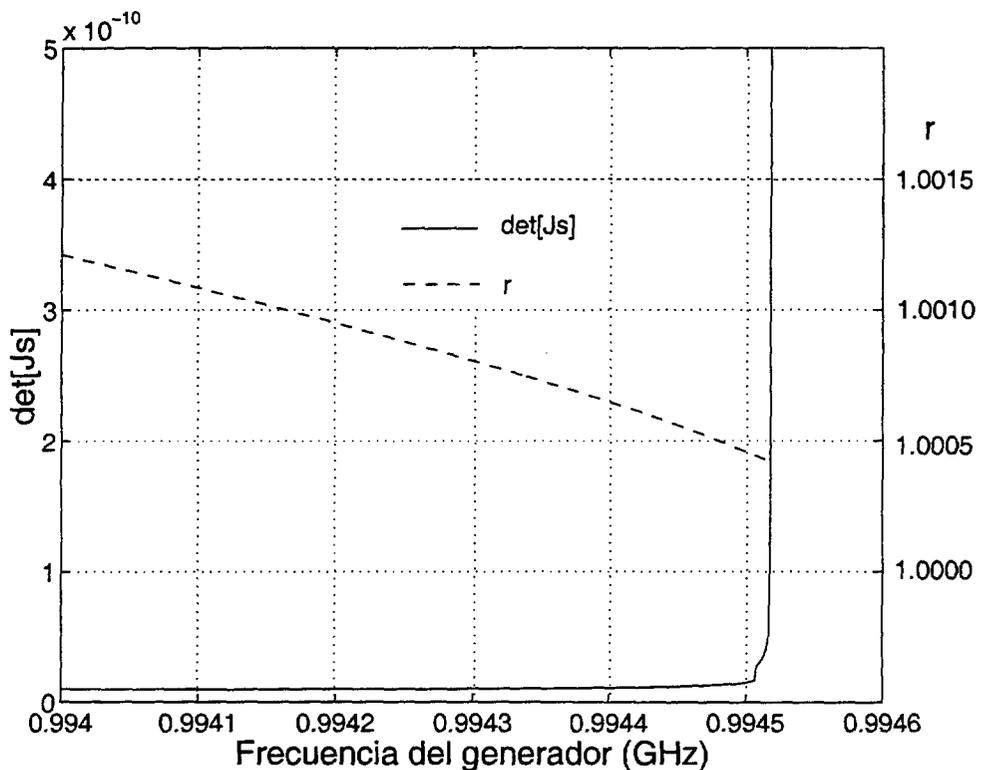


Figura 4.6: Determinante del jacobiano y número de rotación en las proximidades de sincronización. Frecuencia autónoma próxima a 0,9946 GHz.

La figura 4.7 muestra el espectro en un punto lejano al sincronismo y otro muy cercano. En las cercanías del sincronismo se aprecia que a pesar de utilizar $nl=31$, es posible asegurar que la precisión del espectro es tan sólo aceptable. Este aspecto puede ser observado a través de una doble vía. En primer lugar, se puede aumentar el orden y obtener el valor a partir del cual las soluciones divergen. También, es posible observar el diagrama de Nyquist y apreciar que no se cierra, señal clara de que se debe aumentar el número de componentes.

Por último, en el diagrama de bifurcación representado en la figura 4.8 se aprecia el efecto que tiene aumentar el número de componentes del vector de índices de portadora, \mathbf{m} (sección 2.4.3.4). Para el circuito de la figura 2.1, si se considera las componentes alrededor del fundamental, $\mathbf{m} = \{0, 1\}$, el error es pequeño; a partir de la tercera componente, $\mathbf{m} = \{0, 1, 3\}$, el error es prácticamente nulo.

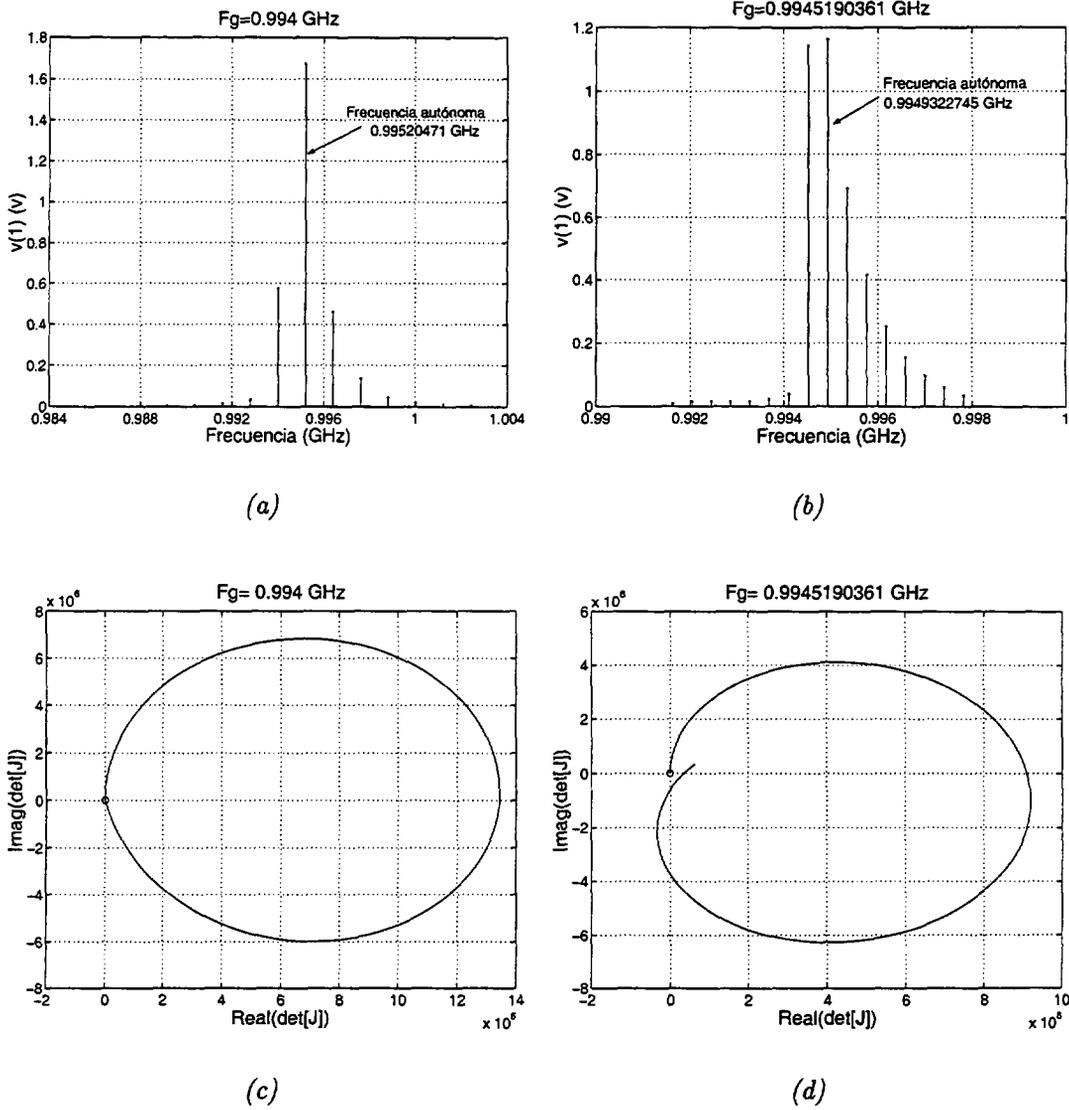


Figura 4.7: Precisión de las soluciones con $nl=31$. a) Espectro de solución relativamente alejada del sincronismo. b) Espectro de solución cercana al sincronismo. c) Diagrama de Nyquist de la solución a). d) Diagrama de Nyquist de la solución b).

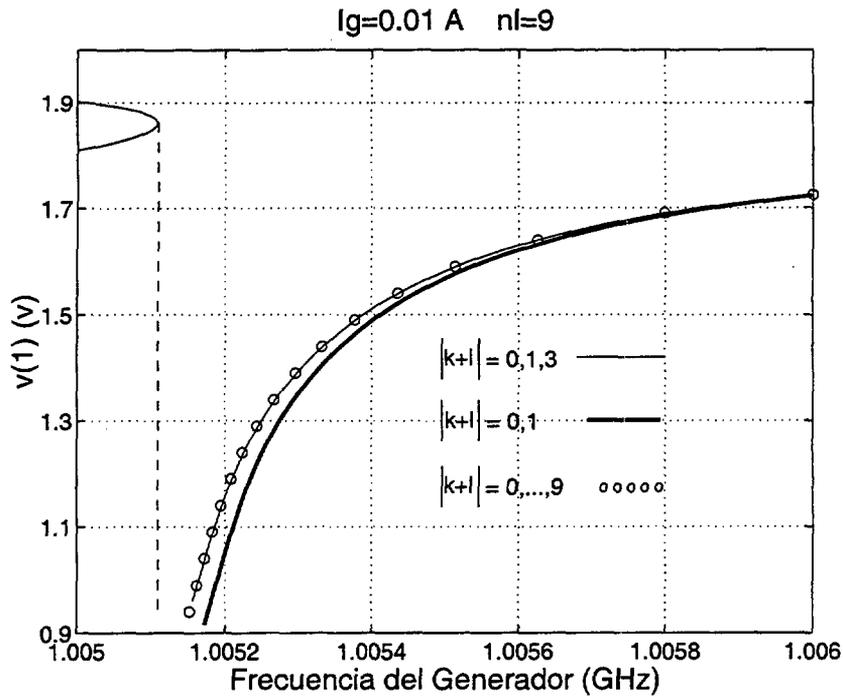


Figura 4.8: Diagramas de bifurcación para $m = \{0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$, $m = \{0, 1\}$ y $m = \{0, 1, 3\}$, cuando la señal de entrada es $I_g = 0,01 A$ y $nl = 9$.

4.2.3. Régimen cuasiperiódico de tres frecuencias base

Este régimen contiene dos componentes autónomas o frecuencias de oscilación w_{o1} y w_{o2} , y otra componente externa w_{iny} , por tanto:

$$\begin{aligned} \bar{H}_s(A_{s1}, A_{s2}, w_{o1}, w_{o2}, \phi_{s1}, \phi_{s12}, \eta) &= \bar{0} \\ \phi_{s1} &= \phi_{s1} = 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

El sistema de ecuaciones se resuelve usando una base de tres frecuencias en el cálculo de los coeficientes de la FS (sección 2.4.3.3).

4.2.3.1. Bifurcación de Hopf

Referida a la extinción o aparición de cualquiera de las dos componentes autónomas existentes. El sistema de ecuaciones sería:

$$\begin{aligned}\bar{H}_s(A_{s1}, A_{s2}, w_{o1}, w_{o2}, \phi_{s1}, \phi_{s12}, \eta_0) &= \bar{0} \\ \phi_{s1} &= \phi_{s1} = 0 \\ A_{s1} &= \epsilon\end{aligned}\tag{4.21}$$

Se ha introducido una sonda por cada frecuencia autónoma que posee el circuito, por tanto, la condición $\bar{H}_s = \bar{0}$ contiene dos ecuaciones en parte real e imaginaria, correspondiendo con cada una de las sondas. La bifurcación de Hopf asociada a la otra sonda se formularía en los mismos términos.

4.2.3.2. Punto de retorno

Siguen siendo válidos los criterios aplicados para el caso de una sonda, por ello, las ecuaciones que permiten obtener el valor para el que se produce dicha bifurcación son:

$$\begin{aligned}\bar{H}_s(A_{s1}, A_{s2}, w_{o1}, w_{o2}, \phi_{s1}, \phi_{s12}, \eta_0) &= \bar{0} \\ \phi_{s1} &= \phi_{s1} = 0 \\ \det[J_s(\eta_0)] &= 0\end{aligned}\tag{4.22}$$

Las figuras 4.9 y 4.10 representan un punto de retorno del circuito de la figura 2.1 cuando se inyecta la señal en la banda de frecuencias situada entre las dos oscilaciones autónomas estables que posee dicho circuito. Se ha representado la variación de la amplitud y de la frecuencia de cada una de las oscilaciones, así como la variación de la amplitud del generador en la salida del circuito. Puede apreciarse que el trazado del determinante del jacobiano de la sonda es bastante homogéneo y presenta un cruce por cero en el punto de retorno.

Para el mismo, se ha utilizado una base de frecuencias calculada para una no linealidad $nl = 5$, claramente insuficiente pero que da muestra de las posibilidades que ofrece el procedimiento propuesto.

4.3. Diagramas de bifurcación: Ejemplos

Los diagramas de bifurcación mostrados a continuación han sido obtenidos a partir del circuito de la figura 2.1 y tomando como parámetro de continuación la amplitud o la frecuencia del generador de entrada. Se ha elegido los bornes del dispositivo no lineal para la conexión de la sonda y toma de la señal de salida.

La figura 4.11 representa el diagrama de bifurcaciones en régimen periódico cuando la amplitud de entrada es $I_g = 0,012 A$. Se observa que las elipses de sincronismo correspondientes a cada una de las oscilaciones que presenta el circuito, se han abierto y, por tanto, la respuesta puede ser obtenida de un solo trazo a

4.3. Diagramas de bifurcación: Ejemplos

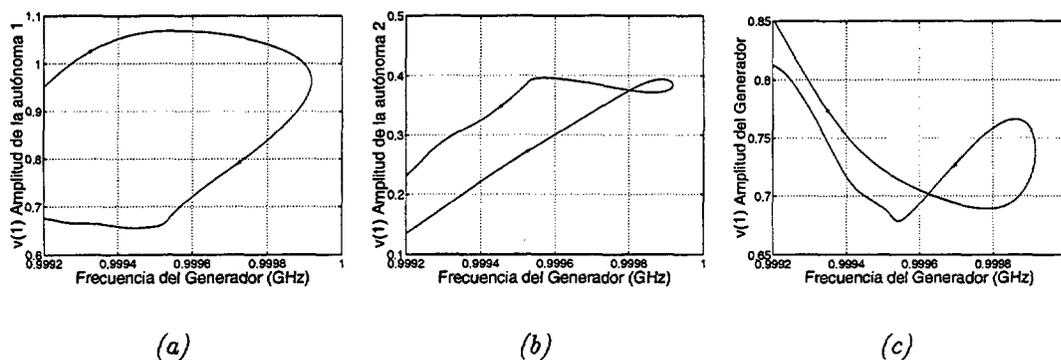


Figura 4.9: Bifurcaciones en régimen cuasiperiódico de tres frecuencias base. Señal de salida del circuito 2.1 cuando $I_g = 0,01 A$. a) Amplitud de la oscilación baja. b) Amplitud de la oscilación alta. c) Amplitud del generador.

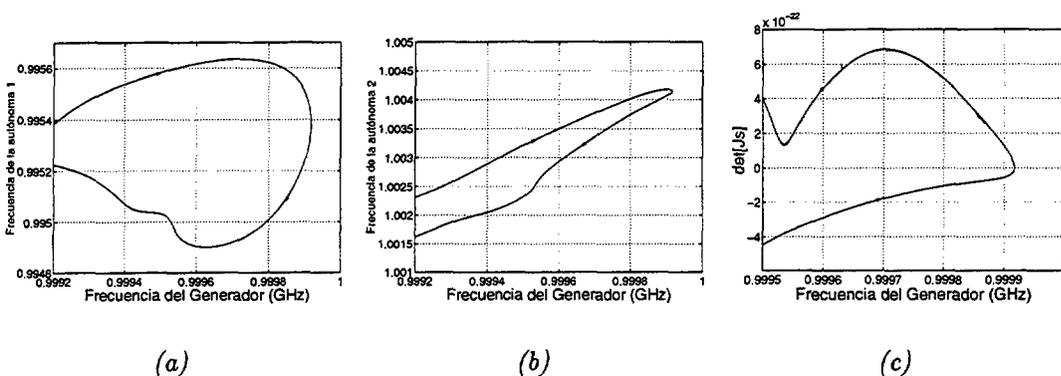


Figura 4.10: Bifurcaciones en régimen cuasiperiódico de tres frecuencias base. Señal de salida del circuito 2.1 cuando $I_g = 0,01 A$. a) Frecuencia de la oscilación baja. b) Frecuencia de la oscilación alta. c) Determinante del jacobiano de la sonda.

partir de una frecuencia suficientemente alejada de la zona de interés. Se aprecia que los nulos del determinante del jacobiano de la sonda coinciden con los puntos de retorno del diagrama.

Esta curva refleja claramente la limitación que tiene trazar un diagrama desde el dominio de la frecuencia. Puesto que la parte superior de cada una de las dos elipses de sincronismo es estable (un análisis detallado se realizará en el tema siguiente), cabe esperar que al unirse mantengan la estabilidad entre los puntos de retorno a y b, que se corresponden con una frecuencia de entrada $f_g = 0,9964 GHz$ y $f_g = 1,0049 GHz$, respectivamente. Sin embargo, se verá que una bifurcación de Hopf obtenida desde el régimen cuasiperiódico delimitará el margen real de

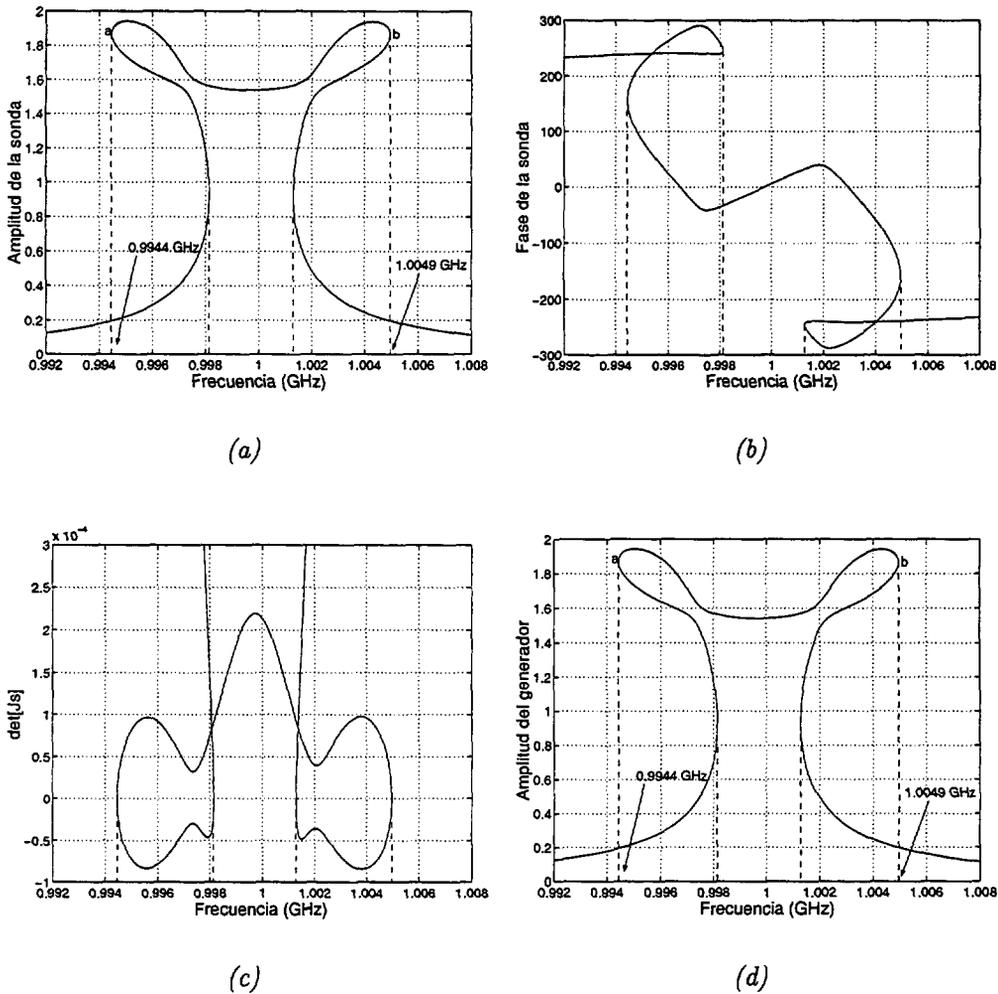


Figura 4.11: Diagramas de bifurcación del circuito de la figura 2.1 para una señal de entrada $I_g = 0,012A$. Régimen periódico. a) Amplitud de la sonda. b) Fase de la sonda. c) Determinante del jacobiano de la sonda. d) Amplitud de la componente del generador externo.

estabilidad que posee el diagrama trazado desde el régimen periódico.

La figura 4.12 muestra un diagrama trazado en régimen cuasiperiódico para una amplitud del generador $I_g = 0,2A$. En este caso, el parámetro de barrido elegido es la frecuencia del generador externo y el circuito presenta una oscilación estable alrededor de $1,005 GHz$.

Hay que resaltar que para una $f_g = 1,0136 GHz$ el circuito tiende hacia una situación de sincronismo, puesto que en ese punto, el número de rotación está próximo a 1 ($r = 1,0079$) y la amplitud del generador aumenta considerable-

4.3. Diagramas de bifurcación: Ejemplos

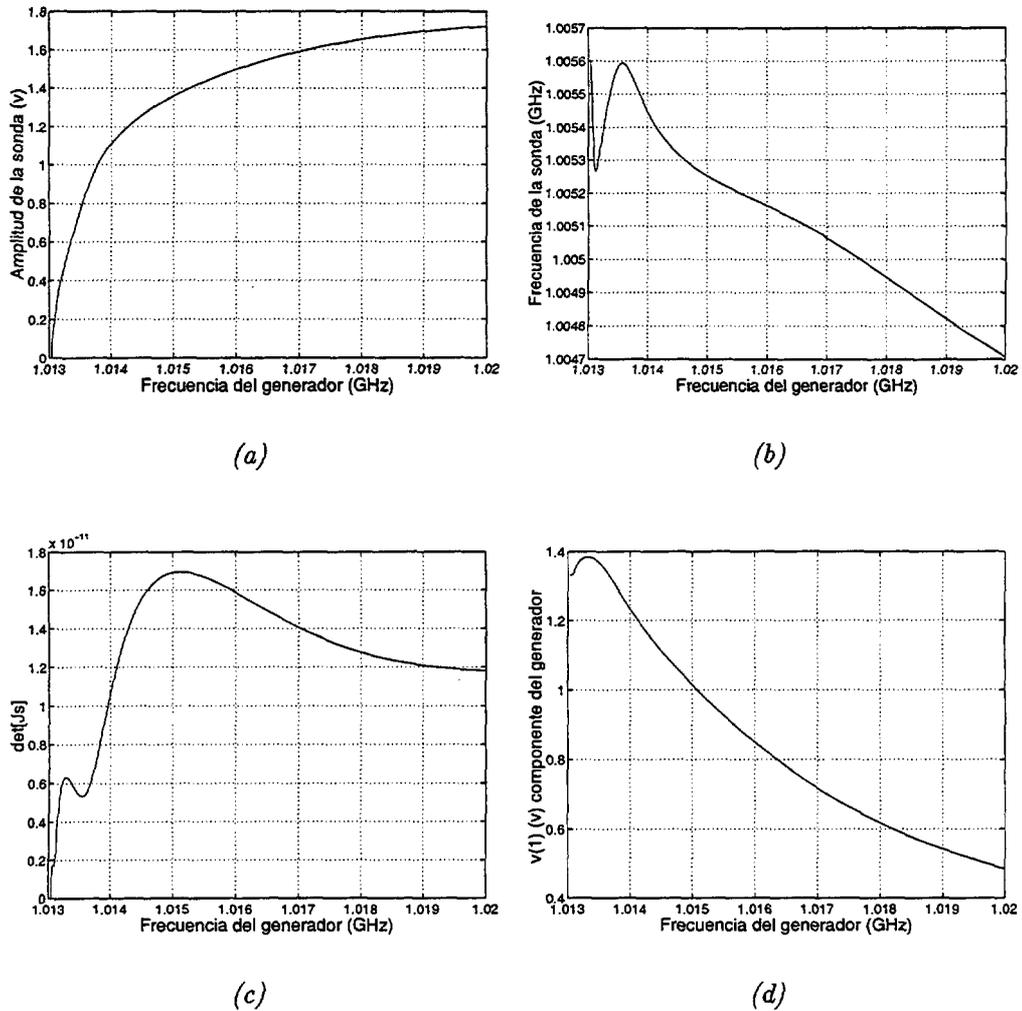


Figura 4.12: Diagramas de bifurcación del circuito de la figura 2.1 para una señal de entrada $I_g = 0,2 A$. Régimen cuasiperiódico de dos frecuencias base. a) Amplitud de la sonda. b) Frecuencia de la sonda. c) Determinante del jacobiano de la sonda. d) Amplitud de la componente del generador externo.

mente. Sin embargo, en el punto en el que se produce la bifurcación de Hopf, $f_g \simeq 1,013 GHz$, el valor del número de rotación no es indicativo de que tal circunstancia se produzca, $r = 1,0073$. Un trazado del régimen periódico pondría de manifiesto que realmente el circuito tiende hacia una solución multiplicativa, es decir, la respuesta de un circuito inyectado que no posee componente autónoma alguna.

La figura 4.13 muestra el diagrama de bifurcación trazado en régimen cuasiperiódico para una frecuencia del generador $f_g = 1,013 GHz$. El parámetro

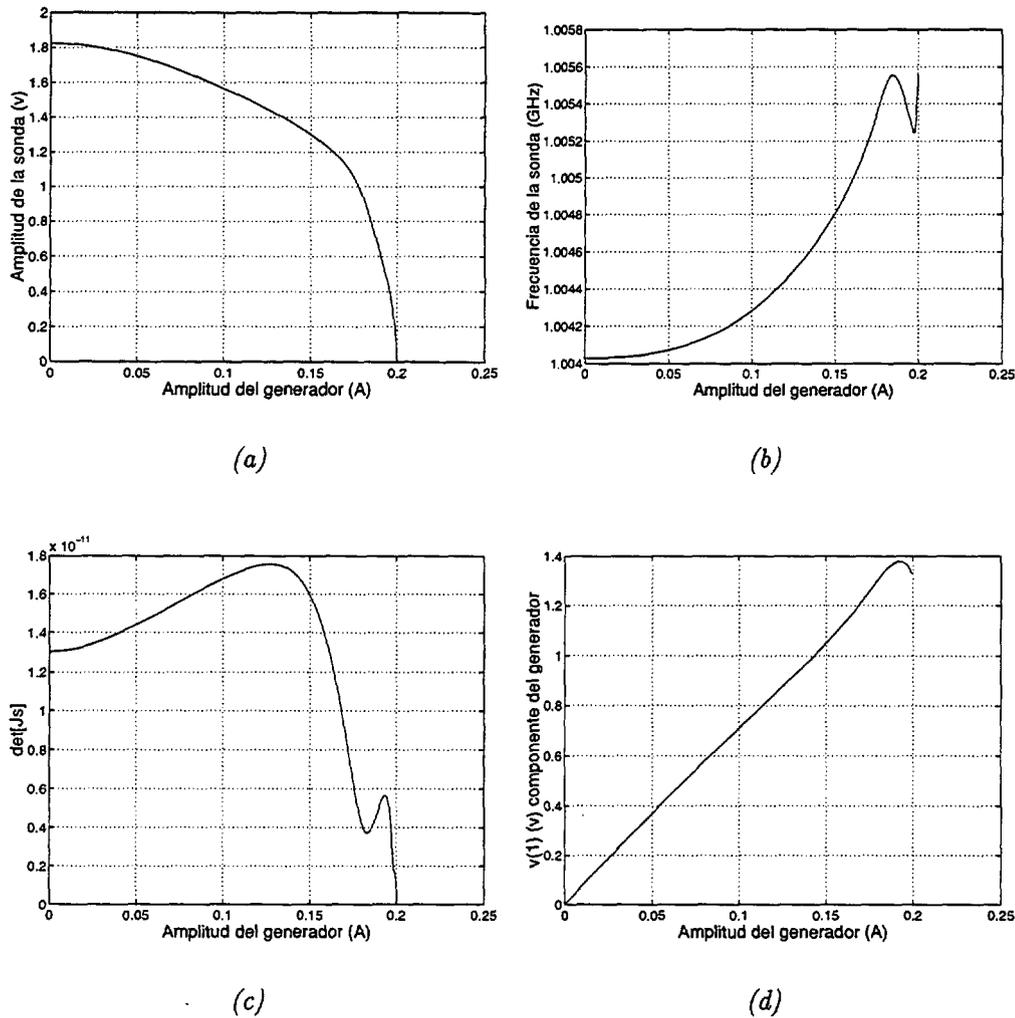


Figura 4.13: Diagramas de bifurcación del circuito de la figura 2.1 para una señal de entrada $f_g = 1,013 \text{ GHz}$. Régimen cuasiperiódico de dos frecuencias base. a) Amplitud de la sonda. b) Frecuencia de la sonda. c) Determinante del jacobiano de la sonda. d) Amplitud de la componente del generador externo.

de barrido elegido es la amplitud del generador externo y el circuito presenta una oscilación estable alrededor de $1,005 \text{ GHz}$. La frecuencia del generador es muy próxima al valor para el que se tenía una bifurcación de Hopf en el ejemplo anterior. Por tanto, cabe esperar que la amplitud del generador que extingue la oscilación coincida con el valor escogido para trazar dicho diagrama, como efectivamente se puede constatar en la gráfica (a). Al barrer en amplitud del generador, el diagrama presenta un comportamiento similar al obtenido al barrer en frecuencia, es decir, amago de búsqueda de sincronismo para una amplitud de

$I_g = 0,185 A$ en la que $r = 1,0074$, y finalmente, bifurcación de Hopf en $I_g = 0,2 A$ en la que $r = 1,0073$.

Bibliografía

- [1] D. Hente, R. H. Jansen, "Frequency domain continuation method for the analysis and stability investigation of nonlinear microwave circuits". IEE Proc. Vol. 133 Pt. H, No.5, pp. 351-362. October, 1986.
- [2] J. L. Morales, "Aplicación de técnicas de análisis de estabilidad local y global a circuitos de microondas de carácter autónomo", Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, Octubre, 1996.
- [3] S. Ver Hoeye, A. Suárez, S. Sancho, "Analysis of noise effects on the nonlinear dynamics of synchronized oscillators", IEEE Microwave and Wireless Components Letters, Vol. 11, No. 9, pp. 376-378, September, 2001.
- [4] F. Ramírez, E. de Cos, A. Suárez, "Nonlinear analysis tools for the optimized design of harmonic-injection dividers", IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, Vol. 51, No. 6, pp. 1752-1762.
- [5] jS. Ver Hoeye, L. Zurdo, A. Suárez, "New nonlinear design tools for self-oscillating mixers", IEEE Microwave and Wireless Components Letters, Vol. 11, No. 8, pp. 337-339, August, 2001.
- [6] L. O. Chua, A. Ushida, "A switching-parameter algorithm for finding multiple solutions of nonlinear resistive circuits", Int. J. Circuit Theory and Applications. Vol. 4, pp. 215-239, 1976.
- [7] V. Rizzoli, A. Neri, "State of the art and present trends in nonlinear microwave CAD techniques", IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, Vol. 36, No. 2, pp. 343-365. February, 1988.
- [8] G. Iooss, D. D. Joseph. "Elementary stability and bifurcation theory". Springer-Verlag. New York. 1990.

Capítulo 5

Estudio de sincronías en circuitos de doble resonancia

Existe muy poca bibliografía sobre circuitos que puedan presentar dos oscilaciones estables y ninguna sobre posibles aplicaciones prácticas de dichos circuitos. Probablemente sea debido a la dificultad que entraña el análisis de este tipo de circuitos, así como a la alta probabilidad de que entren en régimen caótico una vez diseñado.

Como ya se comentó en la introducción de la presente tesis, un circuito que presenta dicho comportamiento fue propuesto por Kurokawa [1] en 1969. Posteriormente, fue utilizado por Calandra y Sommariva [2] en 1981, con niveles de señal de inyección demasiado elevados, por lo que la curva del diagrama de bifurcaciones era simple. Finalmente, Morales [3] en 1996 traza los diagramas de bifurcación en régimen periódico, sin entrar en detalles sobre la estabilidad, pero refleja la existencia de dos oscilaciones estables.

En este capítulo se realizará un análisis de dicho circuito, poniendo de manifiesto alguno de los diferentes regímenes de funcionamiento que puede presentar. Para ello, se utilizará todas las técnicas temporales y frecuenciales que han sido expuestas en los capítulos previos. Se ha utilizado el conjunto de programas desarrollados para tal fin [4], así como el software comercial ADS[©] (Advanced Design System) de Agilent [5] para el análisis con envolvente compleja.

Hay que reseñar algunos aspectos del balance armónico de ADS[©], que justifican la necesidad de implementar gran parte de los algoritmos propuestos para el análisis:

- La rotación de parámetros en puntos singulares debe ser realizada a mano y en muchas ocasiones, esos cambios producen problemas de convergencia que hacen imposible continuar con el trazado.

- La convergencia es especialmente pésima, o nula en muchos casos, cuando la amplitud de la sonda es pequeña o aumenta mínimamente el orden de no linealidad requerido, máxime cuando se emplean regímenes cuasiperiódicos.
- A todo lo anterior, hay que sumar el excesivo tiempo de simulación requerido, aun cuando los diagramas no fueran especialmente complejos.
- Si el Q del circuito es alto, como es el caso original que nos ocupa, todos estos males aumentan y hacen poco operativo el uso del mismo.

A pesar de estos inconvenientes, no se puede obviar su tremenda utilidad en el diseño de circuitos, como se verá en el capítulo siguiente.

El circuito de partida, es el de la figura 2.1, con los parámetros propuestos por Calandra y Sommariva [2]. Se repite el circuito y sus valores en la figura 5.1 y en la ecuación (5.1) en función de f_1 , f_2 , Q_1 y Q_2 .

Este circuito servirá para comprobar la bondad de los algoritmos desarrollados y mostrar las posibilidades que ofrece un circuito de esta naturaleza, dejando entrever las diferentes aplicaciones que puede tener. Esto es posible gracias al fácil manejo e interpretación de las bifurcaciones, que permite la técnica de la sonda de medida o generador auxiliar.

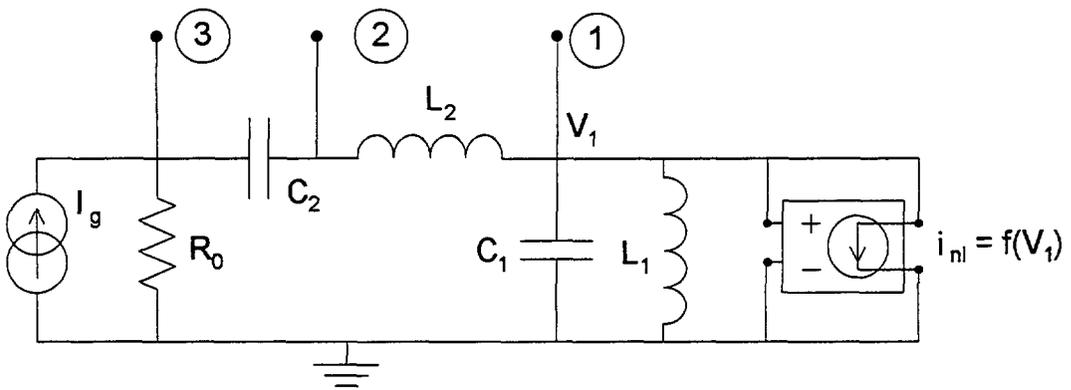


Figura 5.1: Circuito propuesto por Kurokawa con los valores usados por Calandra y Sommariva.

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} & f_2 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} & Q_1 &= C_1 \omega_1 R_0 & Q_2 &= \frac{L_2 \omega_2}{R_0} \\
 a_1 &= -0,03 \text{ A/V} & a_2 &= 0,01 \text{ A/V} & R_0 &= 50 \ \Omega & & \\
 f(v_1) &= a_1 v_1 + a_3 v_1^3 & & & & & &
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

En la mayoría de los análisis realizados al circuito $f_1 = f_2 = 1\text{ GHz}$, por lo que Q_1 y Q_2 serán los valores que fijen el comportamiento del mismo. El circuito presenta una oscilación si $Q_1 > Q_2$ y tres oscilaciones si $Q_1 < Q_2$. Por lo tanto, será esta última condición la que se imponga al circuito si, como se desea, se pretende analizar un circuito que pueda oscilar a más de una frecuencia estable.

5.1. Estabilidad de las oscilaciones

En primer lugar, se representa la admitancia vista por el dispositivo no lineal (figura 5.2) cuando $Q_1 = 50$ y $Q_2 = 200$. La parte imaginaria de la admitancia se anula para tres frecuencias que se corresponden con las posibles oscilaciones del circuito.

Un análisis del circuito en régimen no lineal, permite precisar dichos valores y un posterior estudio de estabilidad local a partir de los diagramas de Nyquist, indica que las dos externas son estables, mientras que la interna es inestable (figura 5.3).

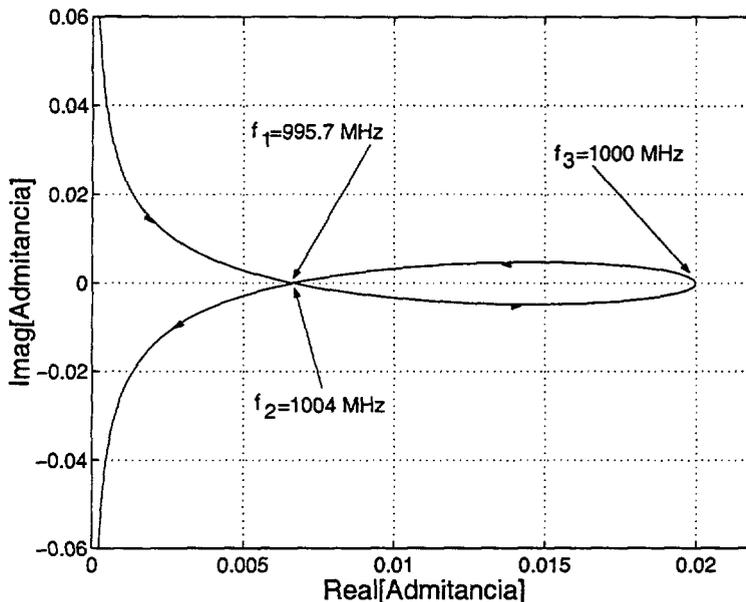


Figura 5.2: Admitancia del circuito 5.1 cuando $Q_1 = 50$ y $Q_2 = 200$.

El diagrama de la solución inestable corta el eje real negativo en $f_{c1} = 0,0045\text{ GHz}$, por lo que cabe esperar que la oscilación estable se encuentre sobre $f_{o3} \pm f_{c1}$ y que el régimen sea cuasiperiódico de dos frecuencias base, aspecto que será comprobado más adelante.

5.1. Estabilidad de las oscilaciones

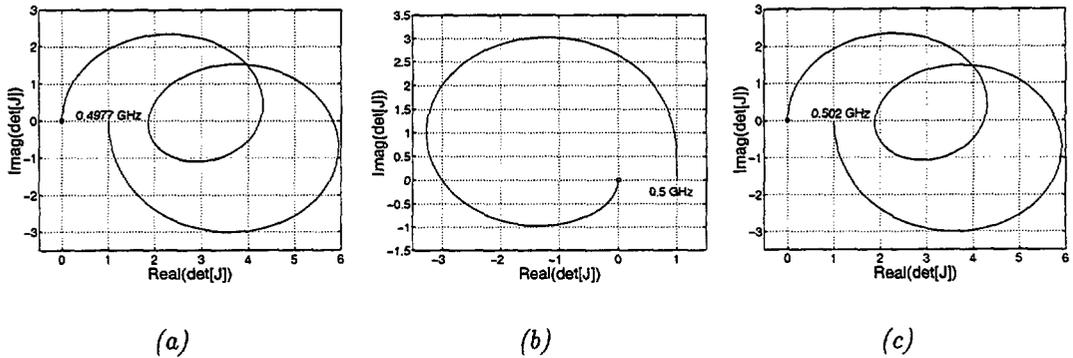


Figura 5.3: Diagramas de Nyquist de las soluciones periódicas del circuito 5.1. a) $f_{o1} = 0,996$ GHz. b) $f_{o3} = 1,0$ GHz. c) $f_{o2} = 1,004$ GHz.

En la figura 5.4 se observa la representación en el plano de fase de los ciclos límite correspondientes a cada una de las oscilaciones. En la gráfica b) quedan reflejadas las cuencas de atracción de cada una de las soluciones estables en el plano V_1, V_2 . En función de las condiciones iniciales, el circuito se decantará por una u otra oscilación. La zona sombreada se corresponde con aquellas condiciones iniciales que conducen al circuito hacia la oscilación superior, $f_{o1} = 1,004$ GHz.

Puede apreciarse que el punto $(V_1 = 0, V_2 = 0)$ corresponde a la cuenca de atracción de la oscilación inferior, por lo que será dicha oscilación la que se manifieste cuando el circuito se encuentre en situación de reposo.

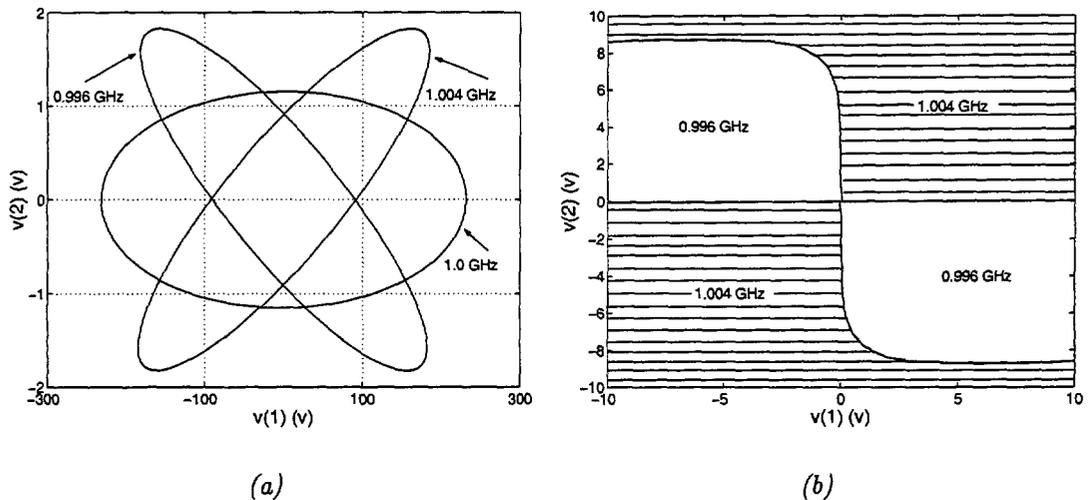


Figura 5.4: Representación temporal de las oscilaciones del circuito 5.1. a) Ciclos límite de las oscilaciones. b) Cuencas de atracción en el plano V_1, V_2 .

5.2. Diagramas de bifurcación en régimen periódico y cuasiperiódico

En la figura 5.5 se representa el diagrama de bifurcaciones para régimen periódico y cuasiperiódico de dos frecuencias base cuando la amplitud de entrada es $I_g = 0,004 A$.

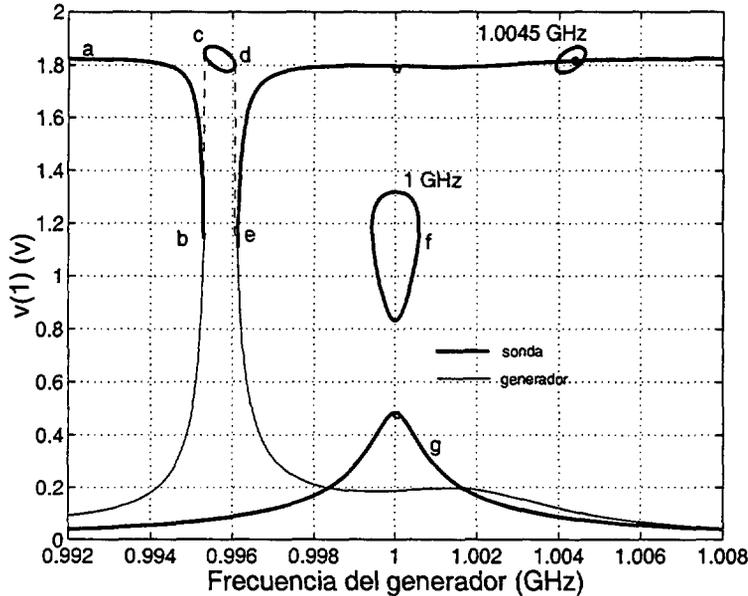


Figura 5.5: Diagrama de bifurcaciones del circuito 5.1 en régimen periódico y cuasiperiódico para $I_g = 0,004 A$.

El tramo (g) se corresponde con la solución multiplicativa, es decir, ausencia de oscilación. El diagrama de Nyquist (figura 5.6, (a)) confirma la inestabilidad de dichas soluciones. Asimismo, la elipse de sincronismo (f) asociada a la oscilación no estable de 1 GHz, es inestable. El resto de los tramos calculados en sus respectivos regímenes son estables.

Para $f_g = 0,992 GHz$ la solución cuasiperiódica formada por la mezcla de la oscilación estable inferior ($f_{o1} = 0,996 GHz$) y la señal de entrada, es estable. Se continúa por el trazo (a) hasta llegar al punto (b) en el que se produce sincronización con la señal de oscilación. En este punto la amplitud de la oscilación se extingue y aumenta la amplitud de la componente del generador, cuya frecuencia tiende a igualarse con la anterior.

Al aumentar la frecuencia de entrada se recorre la parte superior de la elipse de sincronismo, del punto (c) al punto (d). A partir del punto de retorno de la

5.2. Diagrama de bifurcación en régimen periódico y cuasiperiódico

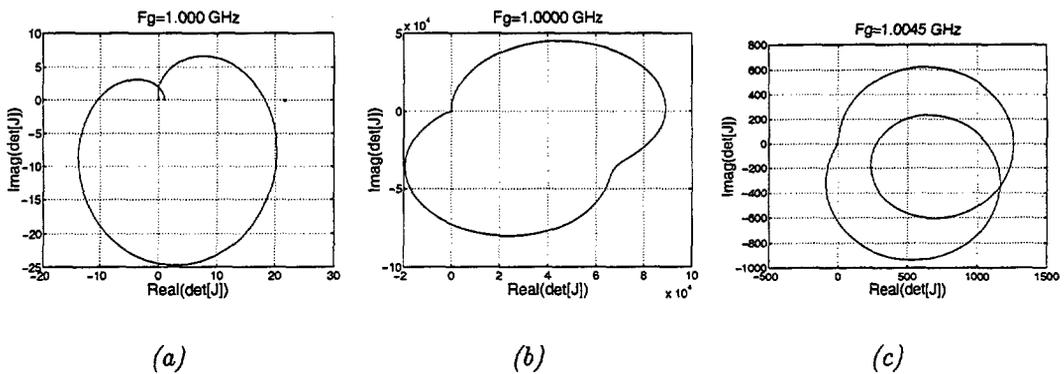


Figura 5.6: Diagramas de Nyquist de las soluciones del circuito 5.1 cuando $I_g = 0,004 \text{ A}$. a) Solución multiplicativa con $f_g = 1,000 \text{ GHz}$. b) Solución cuasiperiódica con $f_g = 1,000 \text{ GHz}$. c) Solución cuasiperiódica con $f_g = 1,0045 \text{ GHz}$.

elipse, la solución cae hasta el punto (e) que se ha trazado desde un régimen cuasiperiódico. Finalmente, desde dicho punto hasta la frecuencia final del barrido, $f_g = 1,008 \text{ GHz}$, la solución cuasiperiódica es estable.

Se ha obtenido los diagramas de Nyquist para el punto central del barrido, $f_g = 1,000 \text{ GHz}$ y para un punto interior a la elipse de sincronización de la otra oscilación, $f_g = 1,0045 \text{ GHz}$, para confirmar la estabilidad del tramo (figura 5.6, (b) y (c)). Es decir, cuando se parte de una oscilación determinada, que dependerá de las condiciones iniciales del circuito, ésta no se extingue para valores pequeños de la amplitud de entrada.

El comportamiento descrito anteriormente es manifestado igualmente por la otra oscilación. Por tanto, fuera de las elipses de sincronismo coexisten las soluciones cuasiperiódicas de ambas oscilaciones.

A continuación, se traza el diagrama para $I_g = 0,02 \text{ A}$ (figura 5.7) en el que las elipses de sincronismo se han fundido y las soluciones cuasiperiódicas no atraviesan la zona de sincronismo. Dos bifurcaciones de Hopf obtenidas a partir del régimen cuasiperiódico delimitan la estabilidad de la zona periódica.

Para esta amplitud de entrada las elipses se han unido y el régimen periódico queda definido con un solo trazo.

Se comienza el barrido con $f_g = 0,99 \text{ GHz}$ donde la solución cuasiperiódica es estable, punto (a). En este caso, sólo es estable la solución que presenta la oscilación inferior ($f_{o1} = 0,996 \text{ GHz}$). Al llegar al punto (b) se sincroniza con dicha oscilación y se sigue por un tramo trazado desde el régimen periódico, punto de retorno (c). Este último aspecto se pone de manifiesto a través del número de rotación correspondiente, $r = 1,0005163$ (figura 5.8(a)).

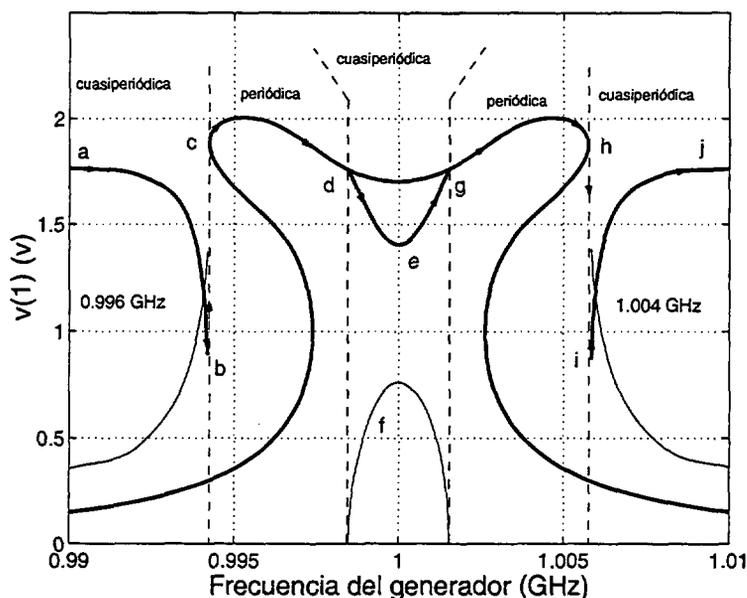


Figura 5.7: Diagrama de bifurcaciones del circuito 5.1 en régimen periódico y cuasiperiódico para $I_g = 0,02 A$.

Al aumentar la frecuencia se llega al punto (d), donde aparece una nueva componente autónoma debido a una bifurcación de Hopf obtenida desde el régimen cuasiperiódico. En esta zona las dos posibles oscilaciones son estables, por lo que el transitorio determinará la aparición de una u otra. Cabe esperar que al aumentar la frecuencia se esté próximo a la cuenca de atracción de la inferior, y que sea ésta la que aparezca.

Por tanto, el tramo estable es el (d-e-g) en régimen cuasiperiódico. En el punto (g), una nueva bifurcación de Hopf extingue la oscilación y se vuelve a recorrer la curva trazada desde el régimen periódico. La figura 5.8(b) muestra la variación del número de rotación en esta zona.

En el punto de retorno (h), se vuelve a un régimen cuasiperiódico donde la frecuencia de oscilación es la superior, $f_{o2} = 1,004 GHz$, puesto que es la única solución estable.

En el diagrama de bifurcación anterior coexistían la solución síncrona y la cuasiperiódica de la otra oscilación. Sin embargo, para una amplitud de entrada mayor, como la utilizada en este último diagrama, desaparece la solución cuasiperiódica en las zonas de sincronismo. Por tanto, Si el circuito presenta una oscilación inicial, por ejemplo la inferior, existirá una amplitud de entrada para la que, inyectando en las proximidades de la oscilación superior, la primera se extinga.

5.2. Diagrama de bifurcación en régimen periódico y cuasiperiódico

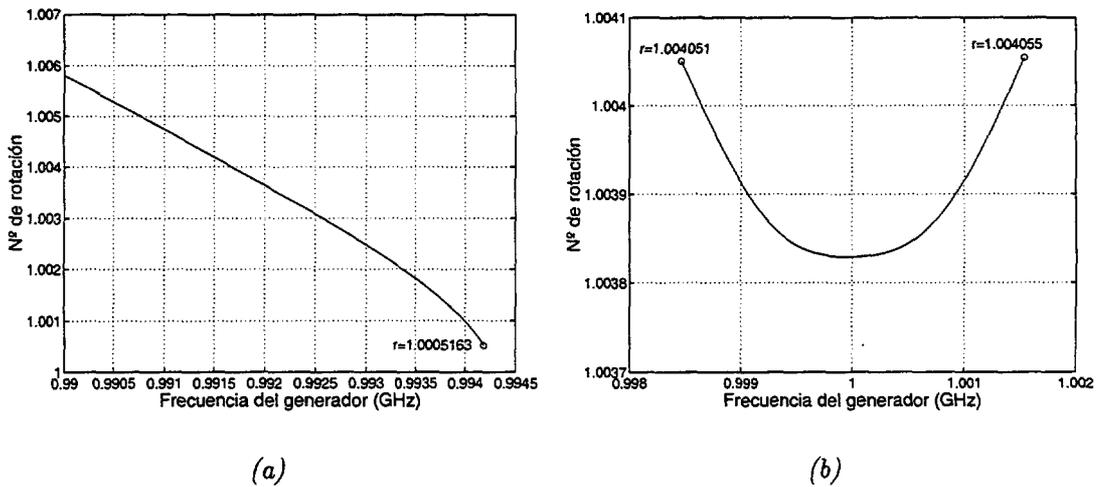


Figura 5.8: Número de rotación para $I_g = 0,02 A$. a) Solución que lleva a una sincronización. b) Solución que lleva a una multiplicativa.

De hecho, si se traza el diagrama de bifurcación en régimen cuasiperiódico para el punto central, $f_g = 1,000 GHz$, tomando como parámetro de continuación la amplitud de entrada, existe un valor que garantiza la desaparición de la componente autónoma en todo el rango comprendido entre los dos puntos de retorno (c) y (h).

En la figura 5.9 se ha trazado dicho diagrama. Para $I_g = 0,0 A$ la amplitud de salida es la de oscilación, punto (a). En el tramo (a-b) se tiene un régimen cuasiperiódico estable formado por la señal de entrada y la autónoma correspondiente, alta o baja, dependiendo de la oscilación que se tuviese en (a). Entre el punto de retorno (b) y el (c) la solución es inestable (se verá más adelante qué soluciones se tienen para ese rango). El tramo (c-d) vuelve a ser estable, donde se encuentra el punto solución correspondiente al diagrama anterior, $I_g = 0,02 A$. Por último, la bifurcación de Hopf aparece para $I_g = 0,0273 A$ y a partir de este punto (e) la solución se obtiene desde un régimen periódico. En ese punto la autónoma se extingue y la componente del generador se iguala a la solución del régimen periódico.

Un análisis transitorio muestra cómo, efectivamente, a partir de un determinado nivel de entrada (umbral de conmutación), desaparece la oscilación inicialmente establecida y aparece la componente inyectada. Al reducir de nuevo el nivel de señal, esta última oscilación permanece, como puede observarse en la figura 5.10 que se comenta a continuación.

En la gráfica (a), el circuito está inicialmente oscilando a $0,996 GHz$. Al inyectar una señal de frecuencia $1,004 GHz$ y amplitud $0,0204 A$, aparece un régimen

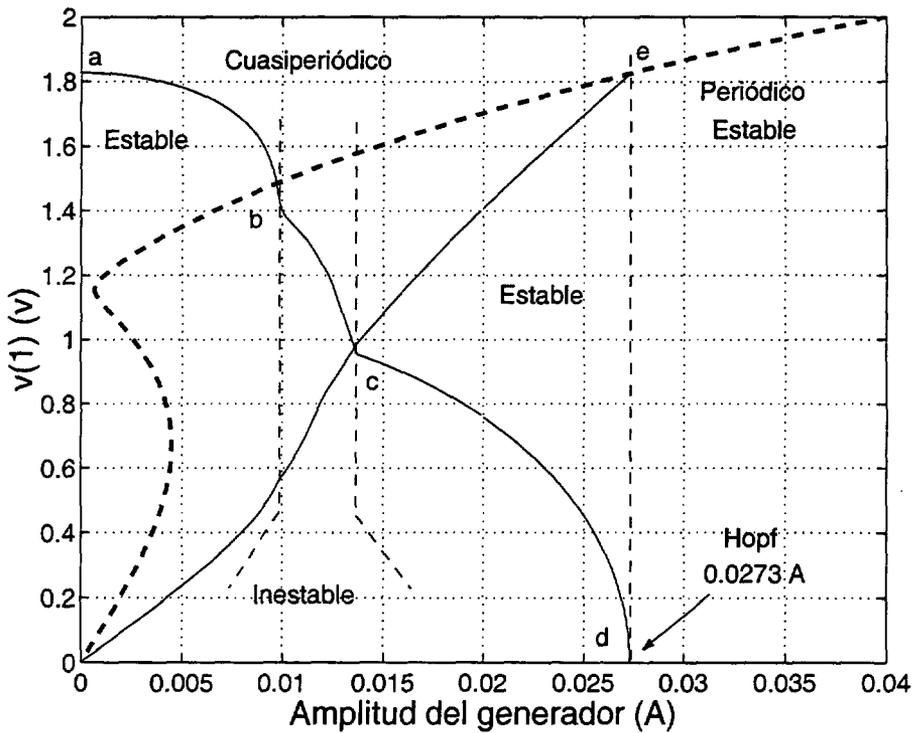


Figura 5.9: Diagrama de bifurcaciones del circuito 5.1 en régimen periódico y cuasiperiódico para $f_g = 1,0 \text{ GHz}$.

cuasiperiódico formado por la mezcla de la señal de entrada y la oscilación. Al suprimir dicha excitación, el circuito vuelve a oscilar a la frecuencia inicial. Si se aumenta ligeramente la amplitud, $0,0205 \text{ A}$, gráfica (b), el circuito logra sincronizar a la frecuencia de la señal de entrada. Al suprimir la excitación, el circuito continúa oscilando en la frecuencia superior, $1,004 \text{ GHz}$.

En este caso, el valor umbral es inferior al calculado en el diagrama de bifurcación previo porque la señal de entrada tiene una frecuencia próxima a la de oscilación.

5.3. Lenguas de Arnold

Un análisis más completo de estabilidad, realizado tanto en régimen periódico como cuasiperiódico, permite caracterizar el comportamiento del circuito en régimen periódico. La figura 5.11 refleja los diagramas de bifurcación en régimen periódico y se destaca con trazo grueso la zona estable de cada uno de ellos.

5.3. Lenguas de Arnold

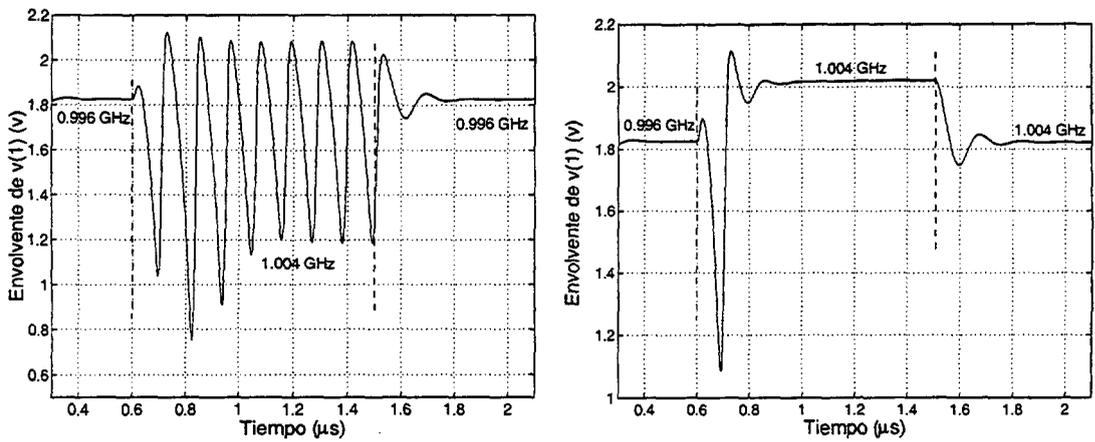


Figura 5.10: Envolvente calculada a partir de un análisis transitorio cuando la señal de entrada es $f_g = 1,004 \text{ GHz}$ y la amplitud toma los siguientes valores: a) $I_g = 0 \text{ A}$ para $t_0 = 0 \text{ ms}$, $I_g = 0,027 \text{ A}$ para $t_0 = 0,6 \text{ ms}$ y $I_g = 0 \text{ A}$ para $t_0 = 1,5 \text{ ms}$. b) $I_g = 0 \text{ A}$ para $t_0 = 0 \text{ ms}$, $I_g = 0,028 \text{ A}$ para $t_0 = 0,6 \text{ ms}$ y $I_g = 0 \text{ A}$ para $t_0 = 1,5 \text{ ms}$.

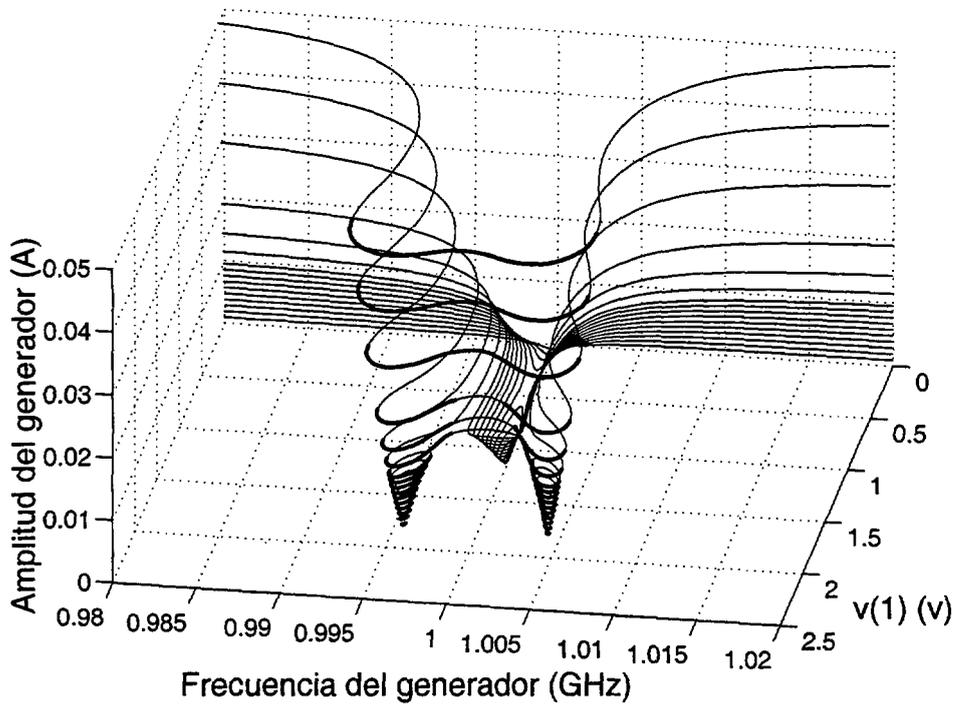


Figura 5.11: Diagrama de bifurcaciones del circuito 5.1 en régimen periódico. En trazo grueso aparecen las zonas estables.

Al unir los puntos de estabilidad de las diferentes elipses de sincronismo, es posible obtener las denominadas lenguas de Arnold [6]. Éstas quedan representadas en la figura 5.12.

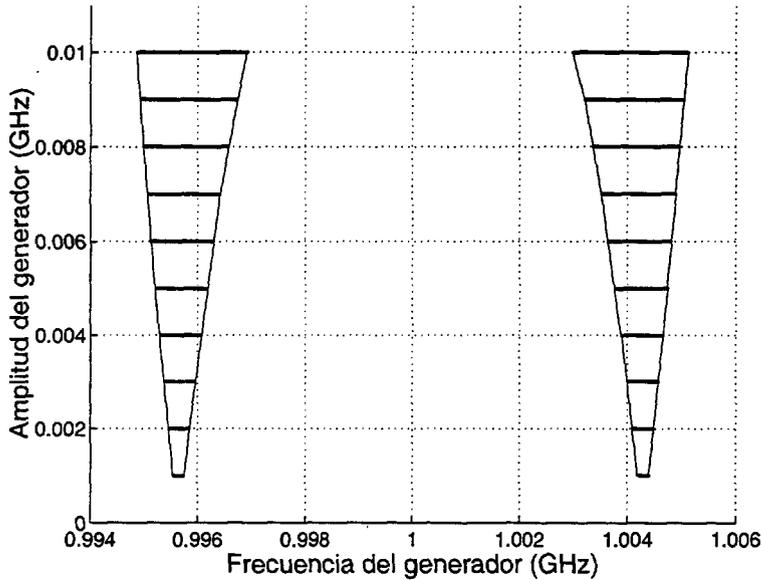


Figura 5.12: Lenguas de Arnold obtenidas a partir de la figura 5.11.

5.4. Diagrama de bifurcación inicial

En la figura 5.13 se muestra el diagrama de bifurcaciones del circuito 5.1 trazado desde régimen periódico y cuasiperiódico de dos frecuencias base.

En el punto (a), que se corresponde con $f_g = 0,994 \text{ GHz}$, el circuito presenta un régimen cuasiperiódico estable al existir la componente autónoma inferior, $f_{o1} = 0,996 \text{ GHz}$. Al aumentar la frecuencia hasta el punto (b), la señal pasa al punto de retorno de la elipse de sincronismo y continúa por (c) hasta el siguiente punto de retorno. A partir de dicho punto (d) la solución estable vuelve a ser la cuasiperiódica. Continúa por el punto (e) hasta el punto (f). El determinante del jacobiano no se hace cero, tiende a dicho valor pero no llega a alcanzarlo. Sin embargo, en los alrededores de dicho punto la solución deja de ser estable.

Cuando se parte de $f_g = 1,006 \text{ GHz}$ y la frecuencia autónoma es la superior, el recorrido es análogo, es decir, parte de 1, sincroniza, vuelve al régimen cuasiperiódico y deja de ser estable en esa especie de punto de retorno pero que no llega a definirse totalmente.

5.4. Diagrama de bifurcación inicial

Puede observarse que en el punto (a) también existe una solución cuasiperiódica con la frecuencia de oscilación superior, $f_{o2} = 1,004 \text{ GHz}$. Esta solución es estable hasta el primer punto de retorno que se encuentra. No está claro que la solución caiga sobre la cuasiperiódica cuya autónoma es $f_{o1} = 0,996 \text{ GHz}$, pero al no encontrar soluciones estables con frecuencia de oscilación $f_{o2} = 1,004 \text{ GHz}$ en el tramo (d-e), no se puede dar otra explicación.

En la zona central ninguna de las soluciones obtenidas es estable. Puede que en la misma exista un régimen caótico o una cuasiperiódica de dos autónomas. Esto último puede tener sentido puesto que el circuito tiene la capacidad de oscilar a dos frecuencias y por tanto, al inyectar en la zona central es posible que se manifiesten ambas conjuntamente.

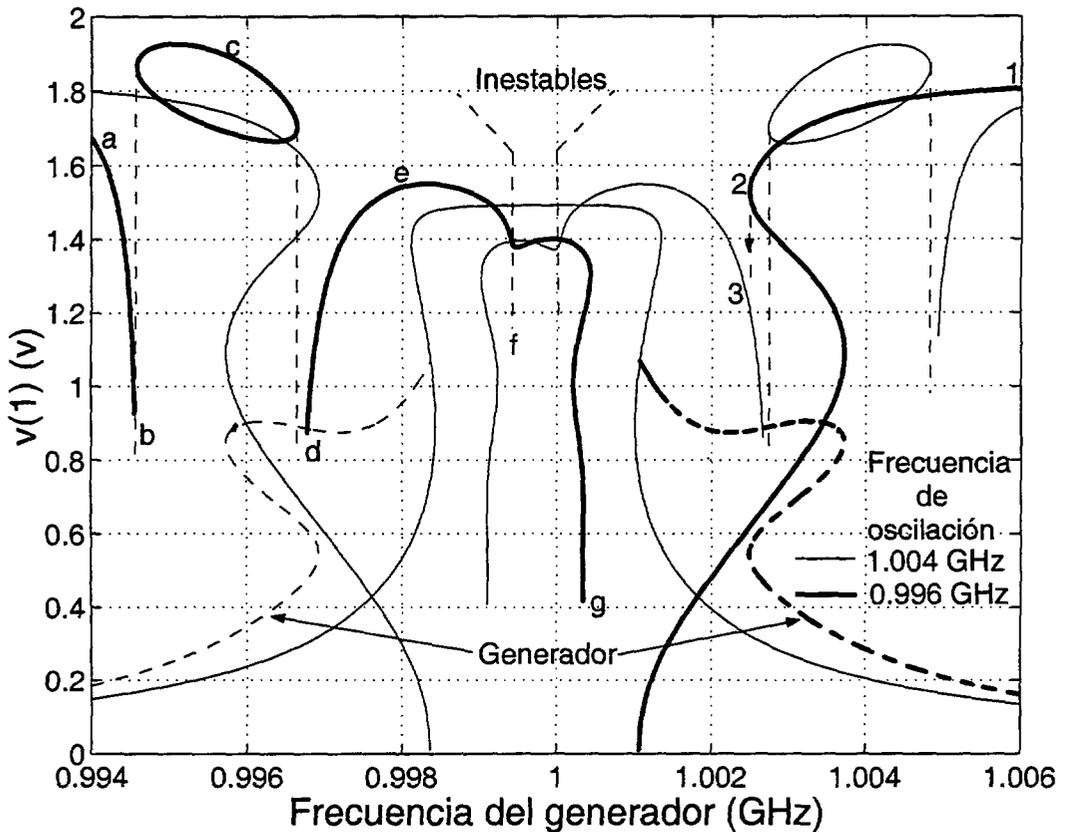
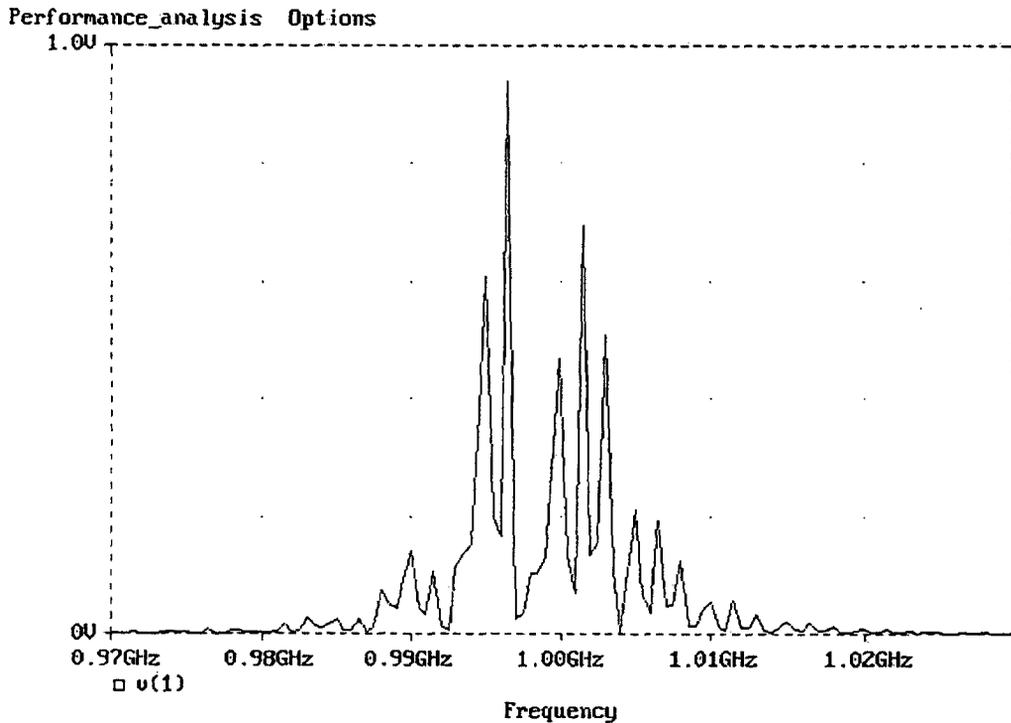


Figura 5.13: Diagramas de bifurcación del circuito 5.1 cuando $I_g = 0,01 \text{ A}$.

5.5. Estudio de la zona central del diagrama

Para estudiar lo que ocurre en la zona central del diagrama se ha seguido varios caminos que se describen a continuación.

En primer lugar se obtuvo el espectro de la solución para una frecuencia de entrada $f_g = 0,9998 \text{ GHz}$. Se generó a partir de una transformada de Fourier de la señal calculada por integración directa en el tiempo. El espectro obtenido con PSpice[®] [8] (figura 5.14) fue bastante regular, por lo que la hipótesis de existencia de un régimen cuasiperiódico de tres frecuencias base cobró fuerza.



Exit Log Auto-range Set_range Quit_fourier Performance_analysis Options

Figura 5.14: Señal de salida del circuito 5.1. Espectro generado con PSpice[®] cuando $f_g = 0,9998 \text{ GHz}$.

Puesto que con los regímenes que hasta ese momento estaban desarrollados no se conseguía dar una explicación de lo que sucedía en la zona central del diagrama, se decide abordar el régimen cuasiperiódico de tres frecuencias base (2.4.3.3).

Son varios los autores que consideran que la aparición de una tercera componente en el sistema lleva hacia un régimen caótico, sin embargo, se tiene cono-

5.5. Estudio de la zona central del diagrama

cimiento de resultados empíricos que niegan esta circunstancia [7]. De hecho, se ha observado hasta cuatro y cinco componentes frecuenciales independientes de forma simultánea [9].

Dando por hecho que este tipo de régimen puede llegar a ser estable, se desarrolla los programas que permiten obtener tales soluciones. Ninguna de las soluciones obtenidas se asemejaba al espectro previamente obtenido. Por ello, se decide abordar el problema desde el dominio del tiempo y obtener la estabilidad de las soluciones a partir de los exponentes de Lyapunov (sección 3.1.1).

Los exponentes de Lyapunov han sido calculados para diferente número de puntos por periodo. Después de comprobar la consistencia de los exponentes ante el número de puntos por periodo (se realizaron pruebas con 20, 50, 100, 200, 400 y 500), se ha elegido 200 puntos para la representación definitiva. Además, se ha utilizado un circuito normalizado respecto $f_n = 1,0 GHz$ para obtener los mismos. Para $f_g = 0,9998 GHz$ (figura 5.15) la solución es estable. El exponente que corresponde con la frecuencia del generador es exactamente 0. Después, se tiene un segundo exponente de valor $5,54766e - 6$ que se puede considerar 0. El tercer exponente no puede considerarse nulo a pesar de su valor, $-0,000134$. Los dos restantes son negativos, por lo que se puede concluir que la solución no es cuasiperiódica de tres frecuencias base; tan sólo es cuasiperiódica de dos.

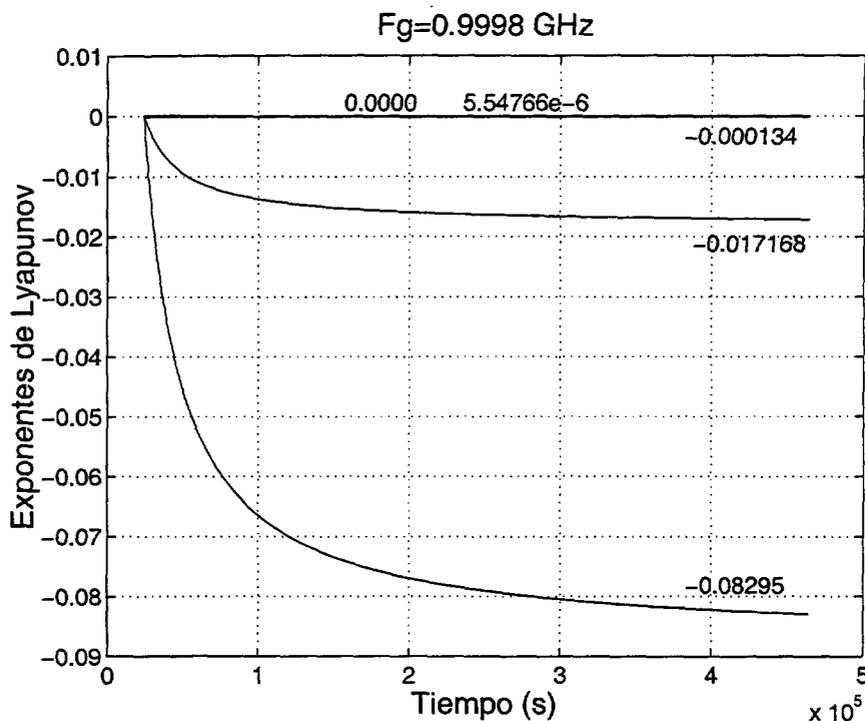


Figura 5.15: Exponentes de Lyapunov para $f_g = 0,9998 GHz$.

Esto no significa necesariamente que no existan soluciones de tres frecuencias base y caóticas, puesto que la solución estacionaria dependerá de las condiciones iniciales que se tomen. En cualquier caso, el resultado fue idéntico en el resto de las pruebas realizadas al variar las condiciones iniciales.

5.5.1. Cuasiperiódica de dos frecuencias base y sincronismo con la segunda

Después de realizar las comprobaciones anteriores, se examinó varios espectros generados con la envolvente compleja de ADS[©] cuando se inyecta frecuencias dentro de la zona central del diagrama. Puesto que los espectros debían ser necesariamente pertenecientes a un régimen cuasiperiódico de dos frecuencias base, surge la posibilidad de que lo que esté pasando sea que una componente $3f_g - 2f_{o1}$ esté excitando a la otra componente autónoma, f_{o2} .

Para conseguir este tipo de soluciones, en primer lugar, se obtuvo la solución inicial como si se tratara de una cuasiperiódica de dos frecuencias base habitual, es decir, componentes espectrales que disminuyen de amplitud a medida que se alejan de la frecuencia del generador y frecuencia autónoma. Seguidamente, al realizar el ajuste fino, se inicializó la componente $3f_g - 2f_{o1}$ con un valor obtenido a partir de los espectros calculados con la envolvente compleja de ADS[©]. A partir de la primera solución, el diagrama de bifurcaciones se traza de forma análoga a los anteriores.

5.5.2. Soluciones coexistentes

Se ha aplicado diferentes métodos para garantizar la estabilidad de las soluciones de la zona central. En este apartado se ilustra los mismos sobre las soluciones del circuito cuando la señal de entrada es $f_g = 0,9993 \text{ GHz}$.

En este caso, el circuito presenta dos posibles soluciones estables, ambas cuasiperiódicas. En la figura 5.16 se aprecia la diferencia sustancial entre ellas. La gráfica (a) se corresponde con un espectro clásico producto de la mezcla entre la señal de entrada y la autónoma situada en $0,9965 \text{ GHz}$. En (b) la autónoma se encuentra en $0,997568 \text{ GHz}$ y la componente $3f_g - 2f_{o1}$ en $1,00276 \text{ GHz}$, valor muy próximo al valor de la componente autónoma alta, por lo que cabe esperar que esté sincronizado con ella, máxime si se tiene en cuenta la amplitud que posee.

5.5. Estudio de la zona central del diagrama

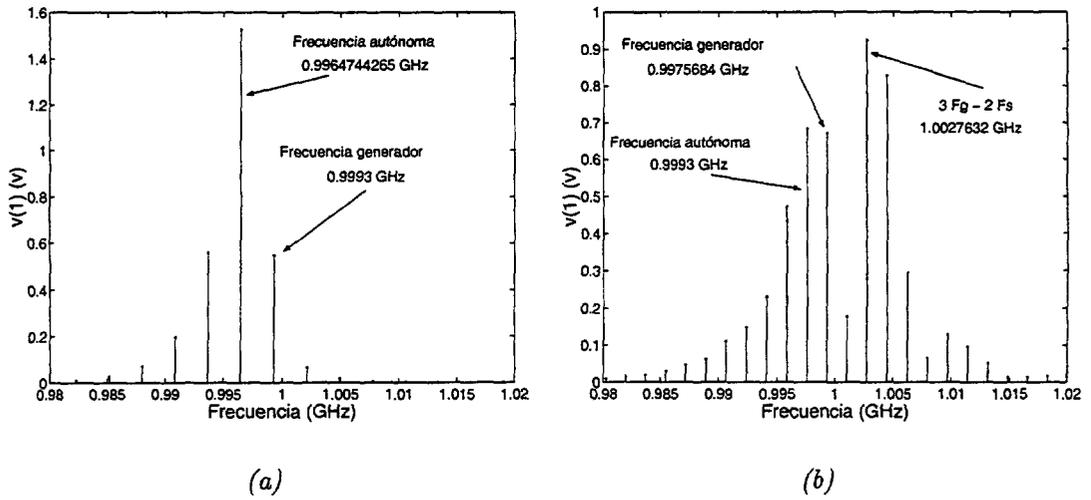


Figura 5.16: Espectros de las soluciones coexistentes. a) Cuasiperiódica simple. b) Cuasiperiódica compleja.

La figura 5.17 es tajante en cuanto a la estabilidad de ambas. A continuación, se obtuvo la señal en el tiempo a partir de las condiciones iniciales generadas por las soluciones anteriores (figura 5.18). Si no se dispusiese de estas condiciones iniciales, resultaría complicado encontrar ambas soluciones desde el dominio del tiempo, sobre todo si una de ellas posee una cuenca de atracción mucho mayor que la otra.

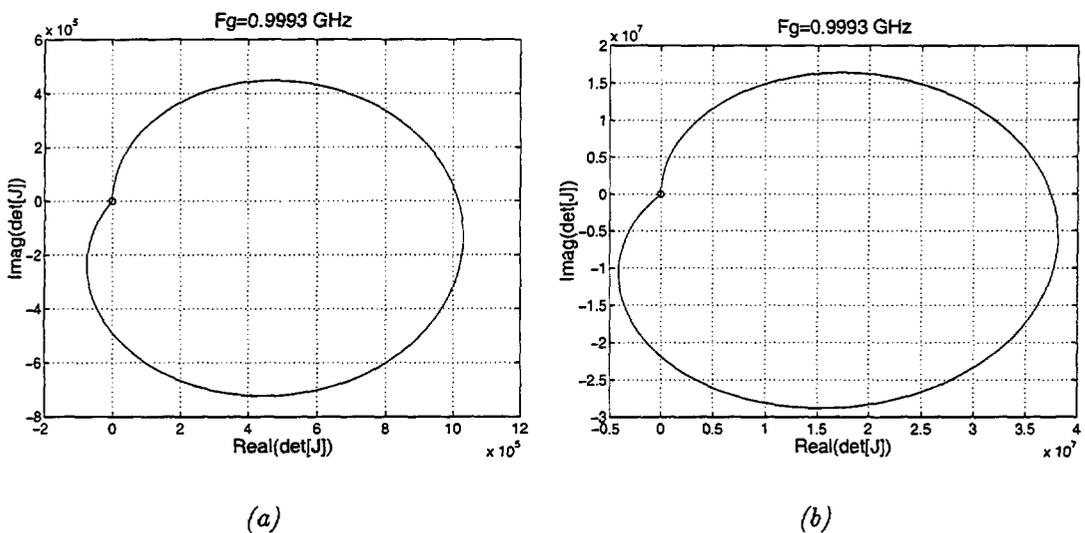


Figura 5.17: Diagramas de Nyquist de las soluciones coexistentes. a) Cuasiperiódica simple. b) Cuasiperiódica compleja.

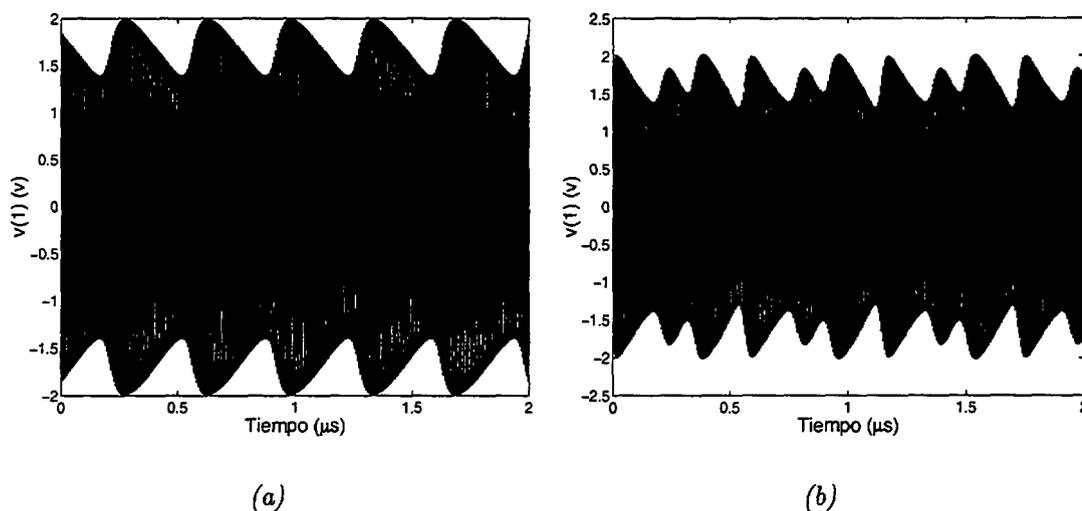


Figura 5.18: Señales en el tiempo de las soluciones coexistentes. a) Cuasi-periódica simple. b) Cuasiperiódica compleja.

Por último, los exponentes de Lyapunov que confirman la estabilidad de las soluciones (figura 5.19): dos exponentes nulos, correspondiendo con la componente autónoma y el generador, y el resto negativos.

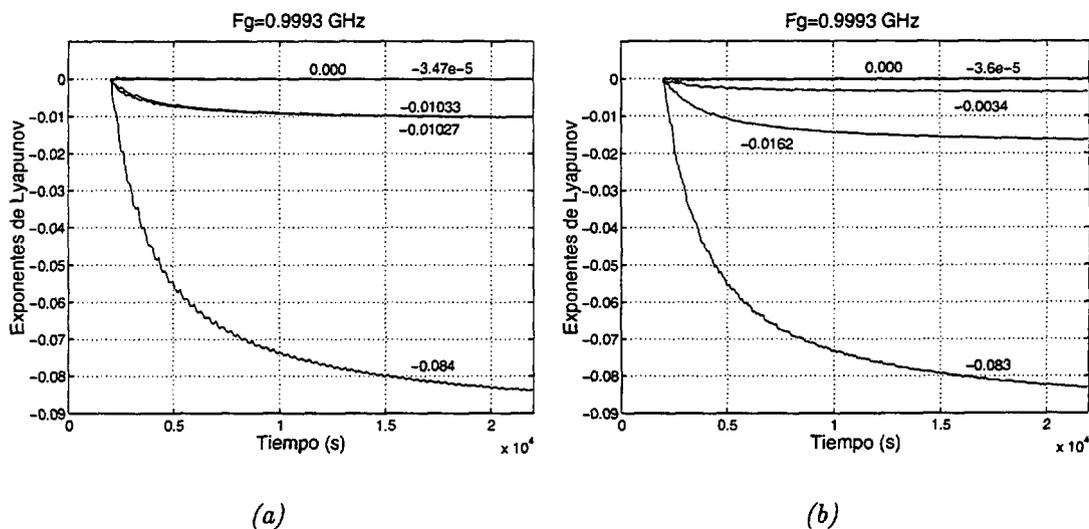


Figura 5.19: Exponentes de Lyapunov de las soluciones coexistentes. a) Cuasiperiódica simple. b) Cuasiperiódica compleja.

5.5.3. Diagrama de bifurcación

Una vez aclaradas las cuestiones previas, se añade las soluciones correspondientes a la zona central, quedando el diagrama de bifurcaciones según se representa en la figura 5.20.

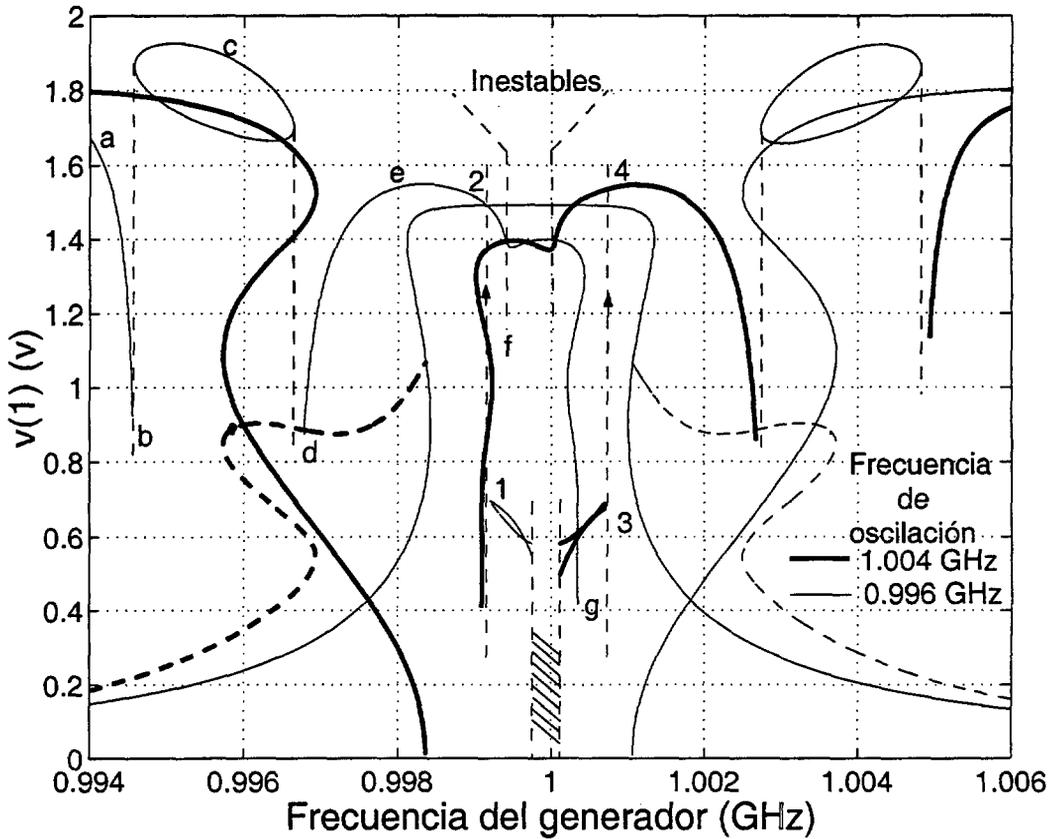


Figura 5.20: Diagrama de bifurcaciones final del circuito 5.1 cuando la amplitud del generador de entrada es $I_g = 0,01 A$.

El diagrama sigue presentando una zona central para la que no se ha obtenido un trazo que la justifique adecuadamente. Si bien es cierto que es algo más estrecha que la mostrada en la figura 5.13.

Las zonas estables definidas por el régimen cuasiperiódico y excitación de la segunda autónoma a través del término $3f_g - 2f_o$ son estables en todo el margen representado. Se ha obviado el conjunto de soluciones no estables con el objeto de no complicar el diagrama.

Estas soluciones van de $0,9992 GHz$ a $0,9974 GHz$ para la banda baja y de $1,000117 GHz$ a $1,00071 GHz$ para la alta. La estabilidad ha sido caracterizada a partir de los diagramas de Nyquist de las soluciones.

En los extremos de cada banda, indicados en la curva como (1) y (3), el determinante del jacobiano de la sonda aumenta y se pierde la convergencia. Esto último indica que se va a producir alguna sincronización, sin embargo, no se ha podido explicar dicha causa. Asimismo, a partir de la zona sombreada, dichas soluciones dejan de ser estables sin que se presente bifurcación alguna, por tanto, es posible que exista otra bifurcación de Hopf que debería ser obtenida a partir de un nuevo régimen.

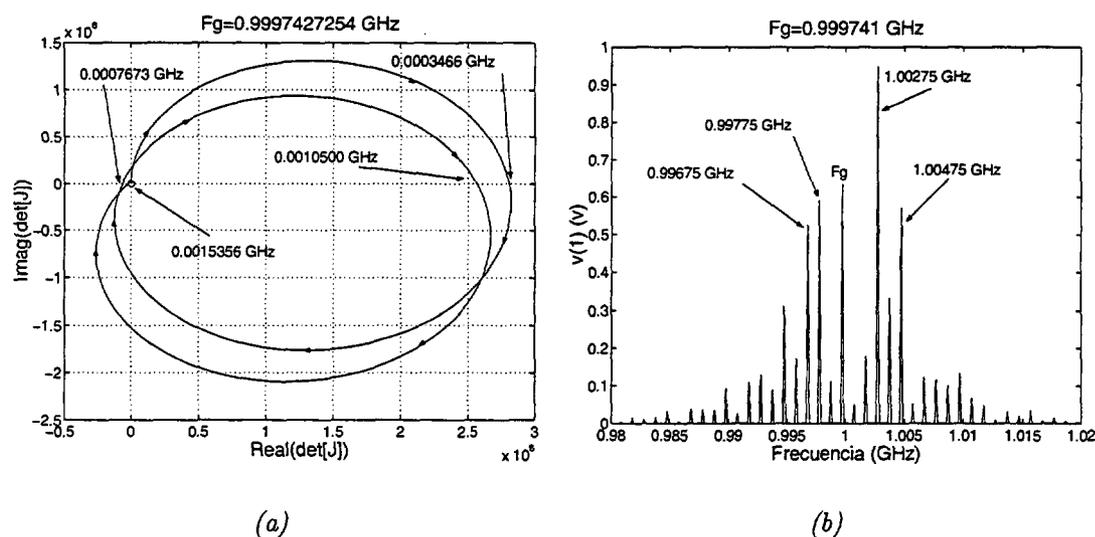


Figura 5.21: Caracterización de la zona inestable del circuito 5.1 cuando $f_g = 0,999741 \text{ GHz}$. a) Diagrama de Nyquist. b) Espectro de la señal obtenido con ADS[©] (paso=1ns).

Cuando $f_g = 0,99974 \text{ GHz}$, límite de la zona estable, la frecuencia autónoma es $f_{o1} = 0,9977 \text{ GHz}$, es decir, están separadas $0,002 \text{ GHz}$. Si se observa el diagrama de Nyquist para $f_g = 0,999741 \text{ GHz}$ (figura 5.21(a)), se aprecia el carácter inestable de dicha solución. Además, el corte con el eje real negativo se produce para $0,0007673 \text{ GHz}$, que es aproximadamente la mitad de la separación de frecuencias que se tenía en el punto anterior. De hecho, el espectro obtenido a partir de la envolvente compleja (figura 5.21(b)), muestra una solución donde la separación entre componentes es próxima a $0,001 \text{ GHz}$, lo que reafirma la hipótesis del nacimiento de una nueva componente.

Sin embargo, habría que realizar un estudio mucho más exhaustivo del comportamiento del circuito en esta zona para poder explicar cómo el circuito pasa de un régimen de funcionamiento a otro.

5.6. Diagramas de bifurcación para diferentes valores del circuito

Con objeto de validar los programas desarrollados, se ha trazado los diagramas de bifurcación del circuito 5.1 para diferentes valores.

En la figura 5.22 se representa los diagramas de bifurcación en régimen periódico del circuito 5.1 cuando $Q_1 = 10$ y $Q_2 = 30$. Las frecuencias de oscilación se han separado pero el circuito presenta el mismo comportamiento que el analizado previamente. La estabilidad de las soluciones periódicas se ha obtenido a partir de un régimen cuasiperiódico de dos frecuencias base.

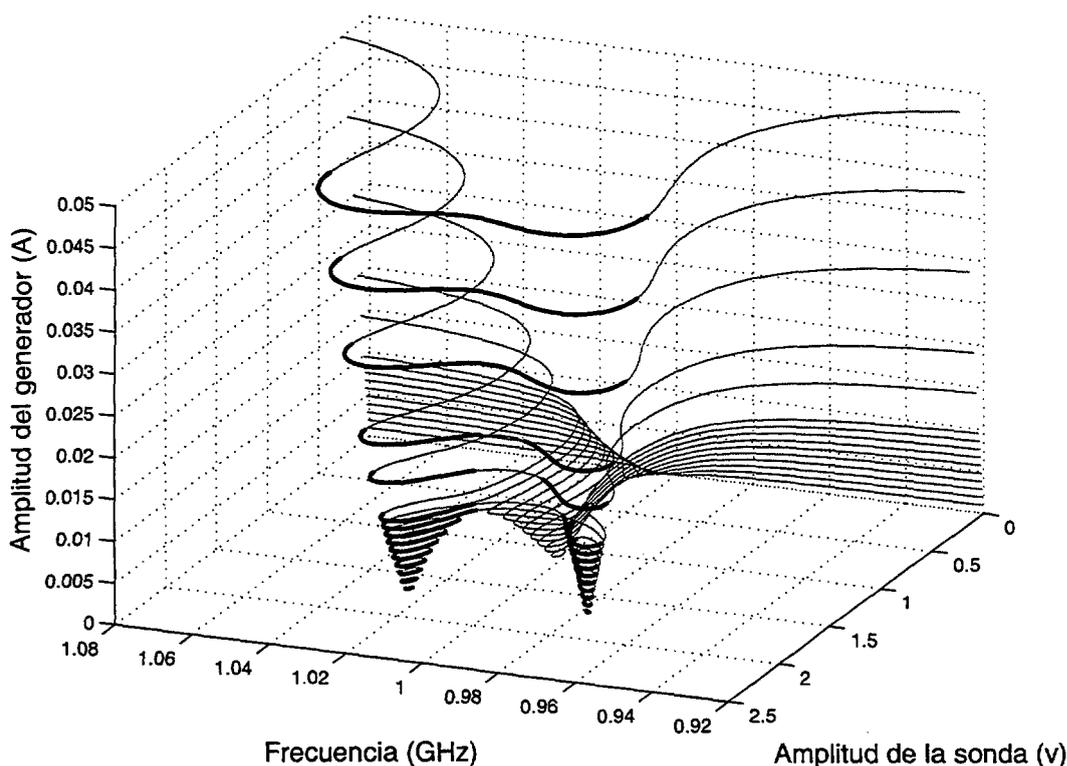


Figura 5.22: Diagramas de bifurcación del circuito 5.1 en régimen periódico cuando $Q_1 = 10$ y $Q_2 = 30$. En trazo oscuro aparecen las zonas estables.

La figura 5.23 muestra los diagramas de bifurcación cuando $Q_1 = 5$ y $Q_2 = 15$. Se consigue separar aún más las bifurcaciones pero el diagrama es muy similar al analizado anteriormente.

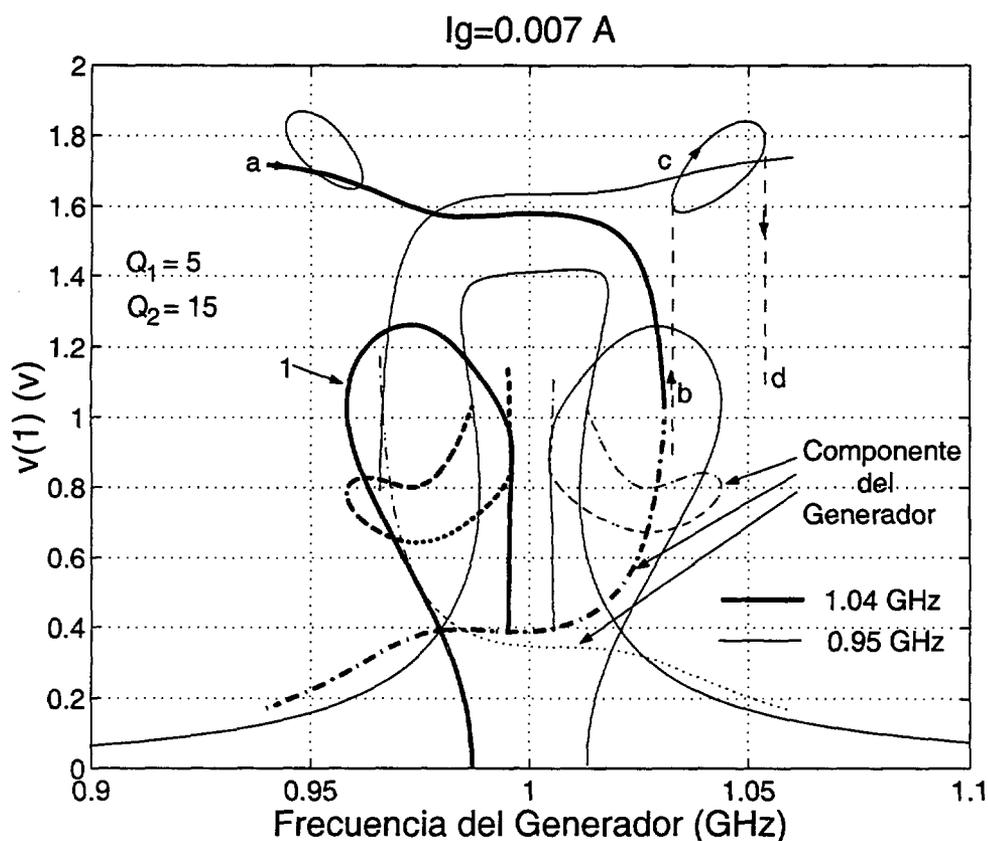


Figura 5.23: Diagrama de bifurcaciones del circuito 5.1 cuando $Q_1 = 5$ y $Q_2 = 15$.

Se parte del punto (a) donde la frecuencia autónoma es $1,04\text{ GHz}$ y el circuito presenta un comportamiento cuasiperiódico. Se continúa a lo largo de la curva hasta llegar al punto (b) donde la autónoma se extingue y la amplitud del generador (trazo discontinuo) aumenta hasta alcanzar el extremo de la elipse de sincronización. Al seguir aumentando la frecuencia se llega al segundo punto de retorno, donde vuelve hacia un régimen cuasiperiódico.

A diferencia del caso anterior, la solución cuasiperiódica es estable en todo el trayecto. Por ello, la curva (1) es inestable. Al disminuir la amplitud de entrada se obtendría un comportamiento idéntico al previamente analizado.

Finalmente, la figura 5.24 pone de manifiesto la pérdida de simetría que experimenta el circuito cuando se elige $f_1 \neq f_2$ (en los ejemplos anteriores era $f_1 = f_2 = 1\text{ GHz}$).

5.6. Diagramas de bifurcación para diferentes valores del circuito

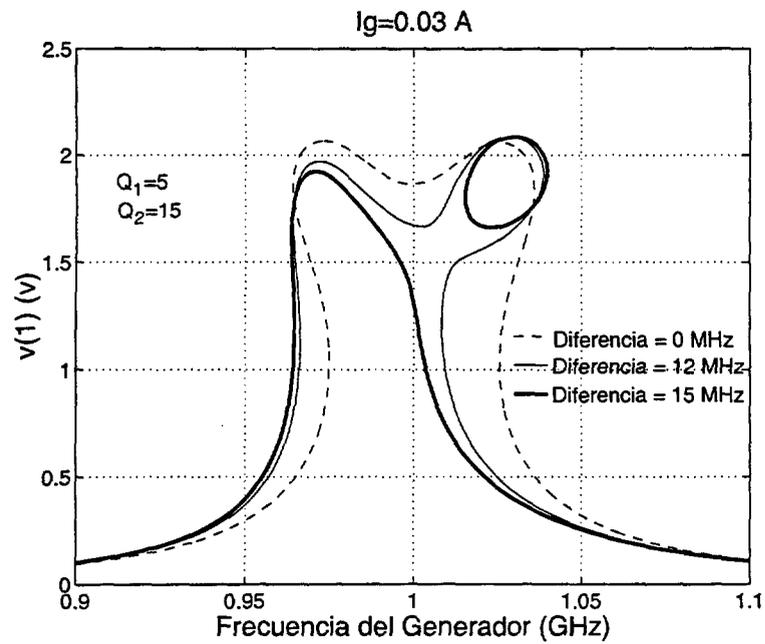


Figura 5.24: Efectos de la asimetría en la respuesta del circuito en función de la diferencia entre f_1 y f_2 .

Bibliografía

- [1] K. Kurokawa, "Some basic characteristics of broadband negative resistance oscillator circuits", *The Bell System Technical Journal*. pp. 1937-1955. July-August, 1969.
- [2] E. F. Calandra, A. M. Sommariva, "Stability analysis of injection-locked oscillators in their fundamental mode of operation", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-29, No. 11, pp. 1137-1981, November, 1981.
- [3] José León Morales Ruíz, "Aplicación de técnicas de análisis de estabilidad local y global a circuitos de microondas de carácter autónomo", Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, Octubre, 1996.
- [4] V. Araña, A. Suárez, P. Dorta "Aportación al estudio de bifurcaciones en circuitos no lineales mediante las sondas de medida para régimen periódico y cuasiperiódico con una componente autónoma", URSI, Actas del congreso, Madrid, 2001.
- [5] Agilent Technologies, "ADS 2003C Circuit Simulation", Agilent Technologies, Palo Alto, USA, December, 2003.
- [6] R. Seydel, "Practical bifurcation and stability analysis from equilibrium to chaos", Springer-Verlag, New York, 1994.
- [7] T. Saito, Y. Matsumoto, "Chaos, torus and synchronization from three coupled relaxation oscillators", *IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, Vol. 41, No. 11, pp. 754-759, November, 1994.
- [8] Versión 6.1- 1994. © Copyright 1986-1994 by MicroSim Corporation.
- [9] Hao Bai-Lin, "Chaos II", World Scientific, Singapore, 1990.

Capítulo 6

Aplicación a un divisor de frecuencia de doble banda

No se ha encontrado precedentes en la bibliografía sobre aplicaciones prácticas de circuitos que presenten más de una oscilación estable, aunque algunos diseñadores se han topado en el laboratorio con la desagradable sorpresa de que su circuito presenta varias oscilaciones al variar algún parámetro del mismo. Este fenómeno ha sido tratado, evidentemente, como un problema y no como una virtud del circuito, aspecto que sí se contempla en esta tesis.

En los capítulos previos se ha desarrollado las diferentes herramientas que han permitido el análisis de circuitos con dos bandas de sincronización. Este tipo de circuitos presenta dos oscilaciones estables y diferentes. En principio, puede ser utilizado en todas aquellas aplicaciones que requieren de un oscilador, con la posibilidad de funcionar en dos bandas de frecuencia separadas, correspondiendo con cada una de las oscilaciones.

Las características principales que describen el comportamiento de un circuito de esta naturaleza, pueden resumirse en los siguientes puntos:

- El circuito posee dos frecuencias estables que pueden ser fijadas a partir de la red de realimentación utilizada.
- El circuito oscilará a una u otra, dependiendo de las condiciones iniciales del circuito.
- Asociada a cada una de ellas, se tiene dos zonas de sincronismo.
- Cuando el circuito está oscilando a una de ellas, al inyectar un nivel de potencia bajo en las proximidades de la otra, la oscilación no se extingue.

Por ello, fuera de la zona de sincronismo el circuito presenta un régimen cuasiperiódico debido a la mezcla de la oscilación con la señal inyectada.

- A partir de un determinado nivel de inyección, es posible extinguir dicha oscilación y obtener la otra. Por tanto, existirá un nivel umbral de potencia que nos asegure el paso de una banda a la otra.

En este capítulo se diseñará y construirá una aplicación práctica basada en dicho comportamiento. Concretamente, se ha elegido un divisor de frecuencia inyectado que posee dos bandas de sincronismo asociadas a cada oscilación estable [1].

El objetivo será encontrar un circuito que presente dos oscilaciones estables y posteriormente, proceder a la adaptación de la entrada, de forma que el circuito funcione como divisor por dos en cada una de las diferentes bandas de frecuencia. Dada la dificultad que inicialmente entraña el objetivo propuesto (se agradecerá que no entre en caos), en este primer diseño bastará con preocuparse por la estabilidad de las oscilaciones, dejando para posteriores trabajos, aspectos tales como: optimización de los márgenes de sincronismo, adaptación de entrada, potencia entregada a la carga, potencia umbral de conmutación entre bandas, etc.

Puesto que la conmutación de la banda de sincronización depende de la señal de entrada, un circuito de esta índole puede simplificar aquellos en los que es necesario utilizar varios divisores de banda estrecha conmutados. Es decir, sería posible eliminar parte de los conmutadores y circuitos de control necesarios.

6.1. Diseño

En este primer diseño sólo se plantea como objetivo conseguir un circuito que presente dos oscilaciones estables y que, una vez inyectado, se comporte como divisor de frecuencia. Por ello, en un principio se quiso aplicar alguna de las técnicas aplicadas con éxito en el diseño de divisores de frecuencia ([3, 2]).

Siguiendo el procedimiento propuesto en dichos trabajos, inicialmente se diseñó el amplificador de forma que el S_{21} mantuviese un módulo prácticamente constante en la banda de funcionamiento. Sin embargo, ante la imposibilidad de obtener la red que sintetizaba las cargas que forzaban las tres frecuencias de oscilación, dos de ellas estables, se decide centrar la atención en conseguir tan sólo las dos estables, admitiendo que el circuito mostrará al menos una inestable entre ambas. Este nuevo enfoque no necesita un amplificador de banda ancha, sino de un circuito que presente resistencia negativa en las frecuencias de oscilación, facilitándose así el diseño y síntesis de las redes asociadas. Además, esta simplificación logra que el procedimiento sea aplicable a cualquier banda de frecuencias en las que el dispositivo activo pueda presentar resistencia negativa, y por ende, posibilidad de oscilar.

Otro aspecto que se observó en los diseños previos, es la necesidad de que las frecuencias de inyección no se encuentren próximas a las frecuencias de oscilación o a sus armónicos. Por un lado, esto puede producir sincronismos no deseados con alguna de las oscilaciones o armónicos, por ejemplo, si se requiere un divisor de doble banda con frecuencias de oscilación 1 GHz y $2,2\text{ GHz}$, al inyectar 2 GHz para lograr sincronizar con la frecuencia baja, es probable que se sincronice al fundamental de $2,2\text{ GHz}$. En cualquier caso, dependerá del margen de sincronización que posea el circuito en la banda superior. Por otro lado, puesto que la red de entrada debe ser transparente al circuito oscilador y adaptar las frecuencias de inyección, la proximidad entre alguna de las frecuencias de oscilación y la de inyección, dificulta el diseño de la misma.

Por ello, tras varios diseños infructuosos, se decide renunciar a cualquier otro aspecto que no sea garantizar la estabilidad de las oscilaciones, y escoger dos frecuencias que puedan simplificar el diseño, la construcción y el posible ajuste en el laboratorio.

Las frecuencias de oscilación deben estar sobre 1 GHz y $1,4\text{ GHz}$ para evitar los problemas enunciados anteriormente.

Puesto que el análisis se ha basado en el estudio del circuito con doble resonancia y resistencia negativa, se decide tomar como punto de partida la obtención de la red que supuestamente fijará las resonancias del circuito y posteriormente, obtener la resistencia negativa con el transistor y cargas adicionales.

Por una cuestión de existencias de material y banda de trabajo, se selecciona como transistor el ne64535 en el punto de polarización $V_{ce} = 8\text{ v}$ y $I_c = 16\text{ mA}$. Para evitar el sensibilizado de placas se opta por utilizar fibra de vidrio como sustrato. Sus parámetros característicos se encuentran en (6.1).

$$H = 1,45\text{ mm} \quad \epsilon_r = 4 \quad T_{\text{and}} = 0,04 \quad t = 40\mu\text{ m} \quad (6.1)$$

6.1.1. Circuito resonante

El circuito de inicio es el que se muestra en la figura 6.1 y las expresiones que lo definen se detallan en (6.2). Se ha fijado $f_c = f_1 = f_2$ por sencillez y $Q_s > Q_p$ para que el circuito presente más de una resonancia.

Como puede observarse, la admitancia presenta tres ceros en su parte imaginaria, correspondiendo con las tres frecuencias de oscilación del diseño. El objetivo será obtener la red que proporcione sendos ceros en la parte imaginaria de la admitancia a las frecuencias de diseño. A partir de las frecuencias de oscilación y fijando una relación entre Q_s y Q_p , siendo $Q_s > Q_p$, se obtiene los valores de la red a partir de las expresiones detalladas en la ecuación (6.2).

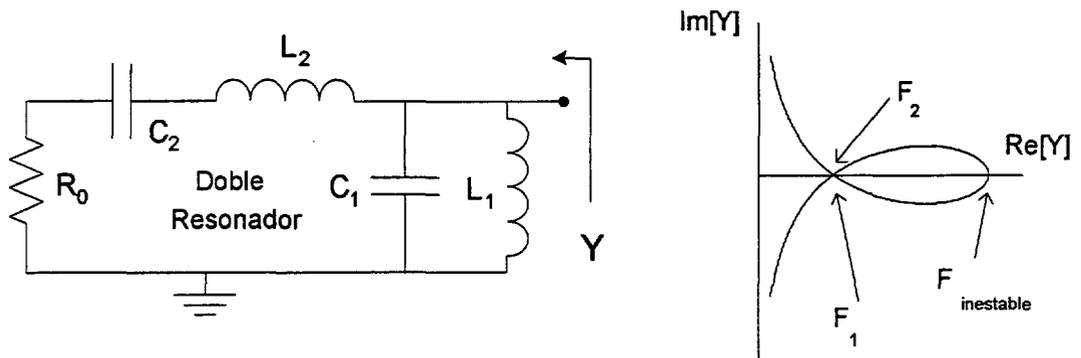


Figura 6.1: Circuito doblemente resonante y representación de su admitancia cuando $Q_s > Q_p$.

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} & Q_p &= C_1 \omega_1 R_0 & R_0 &= 50 \Omega & (6.2) \\
 f_2 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} & Q_s &= \frac{L_2 \omega_2}{R_0}
 \end{aligned}$$

El procedimiento de diseño queda reflejado en la figura 6.2. Para simplificarlo se ha fijado una relación 3:1 entre los factores de calidad. Fijando el valor de la frecuencia central f_c y el factor de calidad Q_p se pueden seleccionar las frecuencias de oscilación. Concretamente, se ha elegido una frecuencia central de $1,15 \text{ GHz}$ y un factor de calidad de 1,2, por lo que las frecuencias de resonancia son $0,946 \text{ GHz}$ y $1,404 \text{ GHz}$.

Los valores de los componentes resultantes se muestran en (6.3) y los que realmente formaron parte del circuito en (6.4).

$$L_1 = 5,76 \text{ nH} \quad C_1 = 3,32 \text{ pF} \quad L_2 = 24,91 \text{ nH} \quad C_2 = 0,77 \text{ pF} \quad (6.3)$$

$$L_1 = 5,6 \text{ nH} \quad C_1 = 2,7 \text{ pF} \quad L_2 = 18 \text{ nH} \quad C_2 = 0,68 \text{ pF} \quad (6.4)$$

Teniendo en cuenta lo crítico que resulta el diseño del divisor y con ánimo de reducir parte de la incertidumbre que supone no realizar un modelado exhaustivo de los diferentes componentes que forman parte del circuito, se prefirió medir la red resonante y realizar el resto del diseño a partir de los parámetros S medidos. El resultado obtenido se refleja en la figura 6.3.

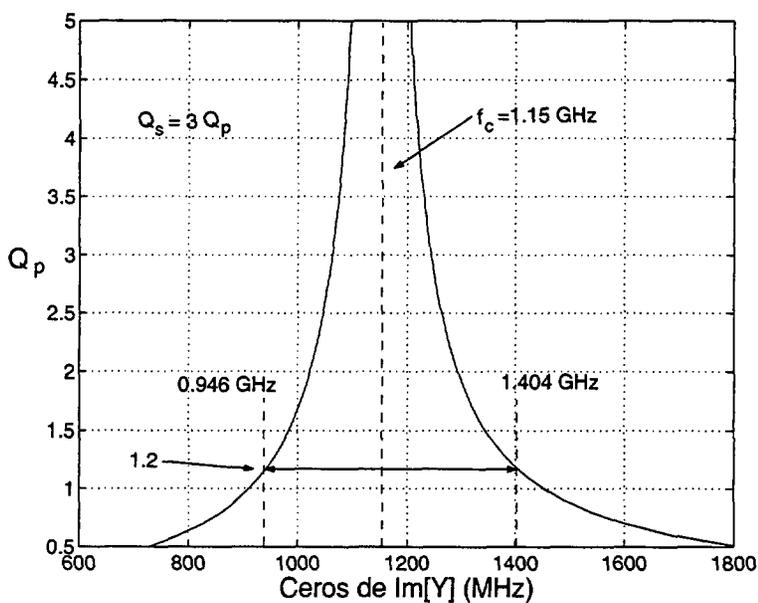


Figura 6.2: Curva de diseño de la red resonante. Frecuencias de oscilación en función de f_c y Q_p .

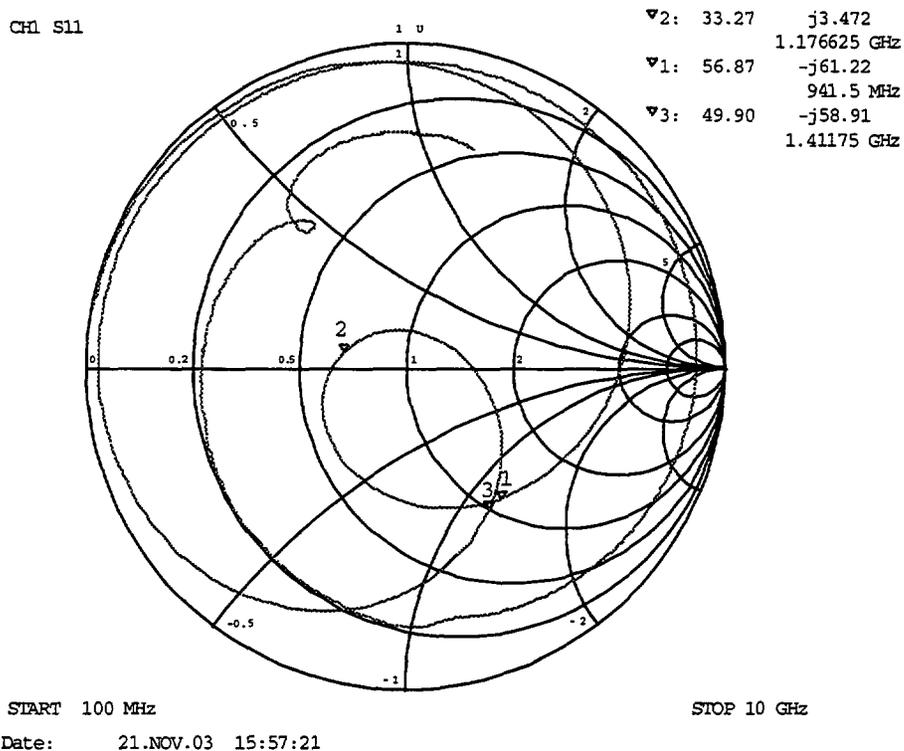


Figura 6.3: Respuesta del circuito resonante 6.1 cuando se utilizan los componentes detallados en (6.4).

Las frecuencias de resonancia se corresponden con las del punto de cruce, es decir, $0,9415\text{ GHz}$ y $1,41175\text{ GHz}$. Para que realmente sea cero la parte imaginaria, habrá que añadir una línea de transmisión al circuito resonante.

6.1.2. Impedancias de emisor y base

Una vez obtenido el doble resonador, se procede al cálculo de las impedancias de emisor y base, a partir de la técnica del generador auxiliar o sonda de medida vista en 2.5. Se parte del circuito de la figura 6.4. El objetivo es conseguir los valores de L y C que hacen que el circuito oscile a la frecuencia F_1 y F_2 . Por tanto, el circuito se optimiza para que cumpla la condición de no perturbación de la sonda (2.37), es decir,

$$Y_{GA}(A_i, L_i, C_i) = 0 \quad \text{para } F_i \quad ; \quad i = \{1, 2\} \quad (6.5)$$

De esta forma, utilizando una base de frecuencia F_1 , se optimiza el circuito para obtener la amplitud de oscilación A_1 , la frecuencia de oscilación F_1 y las impedancias de base y emisor, $j\omega_1 L_1$ y $-j\omega_1 C_1$, respectivamente. Así mismo, se obtendrá A_2 , F_2 , $j\omega_2 L_2$ y $-j\omega_2 C_2$. Los valores de L y C obtenidos se encuentran en (6.6).

$$L_1 = 19,9943\text{ nH} \quad C_1 = 4,2674\text{ pF} \quad L_2 = 6,72\text{ nH} \quad C_2 = 2,64162\text{ pF} \quad (6.6)$$

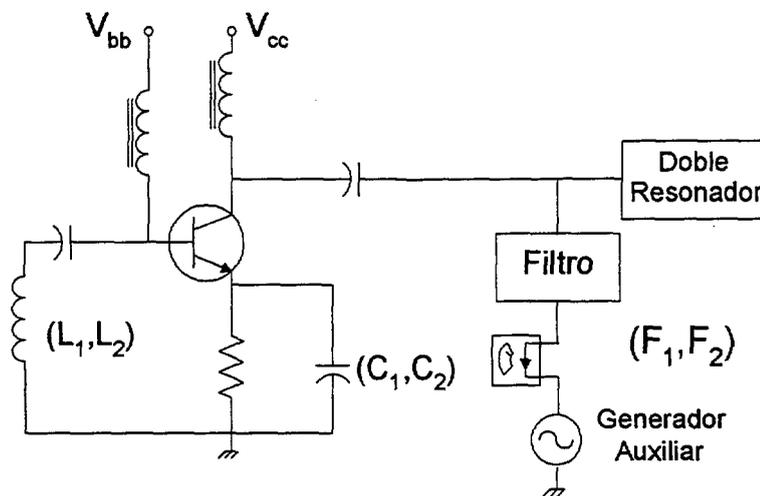


Figura 6.4: Circuito utilizado para obtener las impedancias de base y emisor al que se ha conectado el generador auxiliar.

Para sintetizar las impedancias se ha utilizado redes básicas compuestas por líneas y componentes. Se ha buscado una topología adecuada a cada pareja de valores de la impedancia y mediante optimización del circuito lineal, se ha ajustado los elementos de la red de forma independiente.

Una vez obtenidas las redes que sintetizan las impedancias, se realiza una optimización en la que se requiere duplicar el circuito, según se muestra en la figura 6.5, para conseguir ajustar las redes y cumplir la condición de oscilación para cada uno de los valores propuestos, F_1 y F_2 . Se utiliza una base de dos frecuencias en la optimización, correspondiendo con cada una de las frecuencias de oscilación. Sin embargo, al no existir productos de intermodulación, el número de componentes espectrales sólo será el doble del orden de no linealidad contemplado. Además, puesto que las redes son idénticas, el número de variables a optimizar no aumenta. Este mismo entorno de simulación debe ser el utilizado para obtener el *layout* final del circuito.

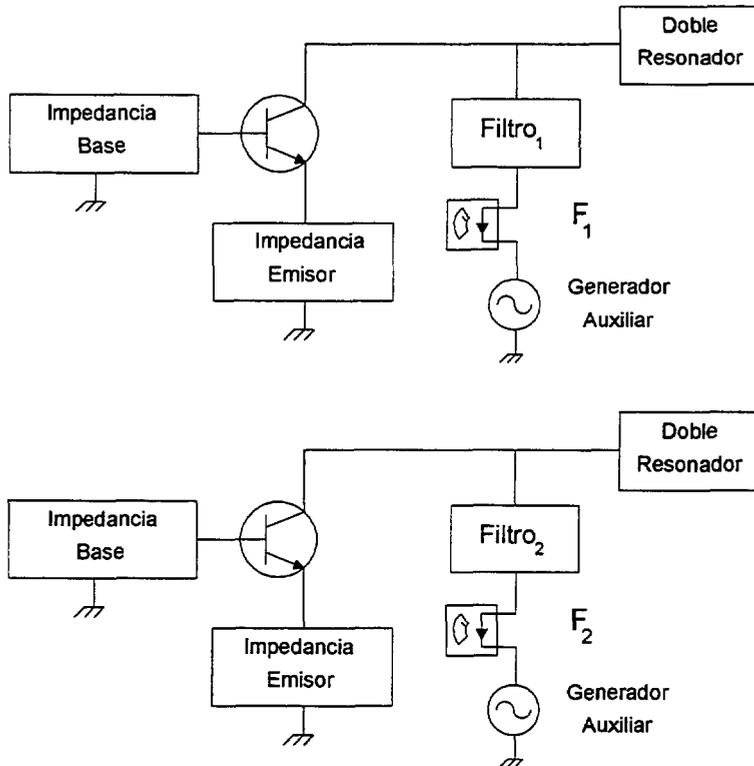


Figura 6.5: Entorno de simulación usado para optimizar el doble oscilador.

Al igual que en el caso anterior, la optimización se realiza sobre la base del cumplimiento de no perturbación de cada una de las sondas que contiene el circuito.

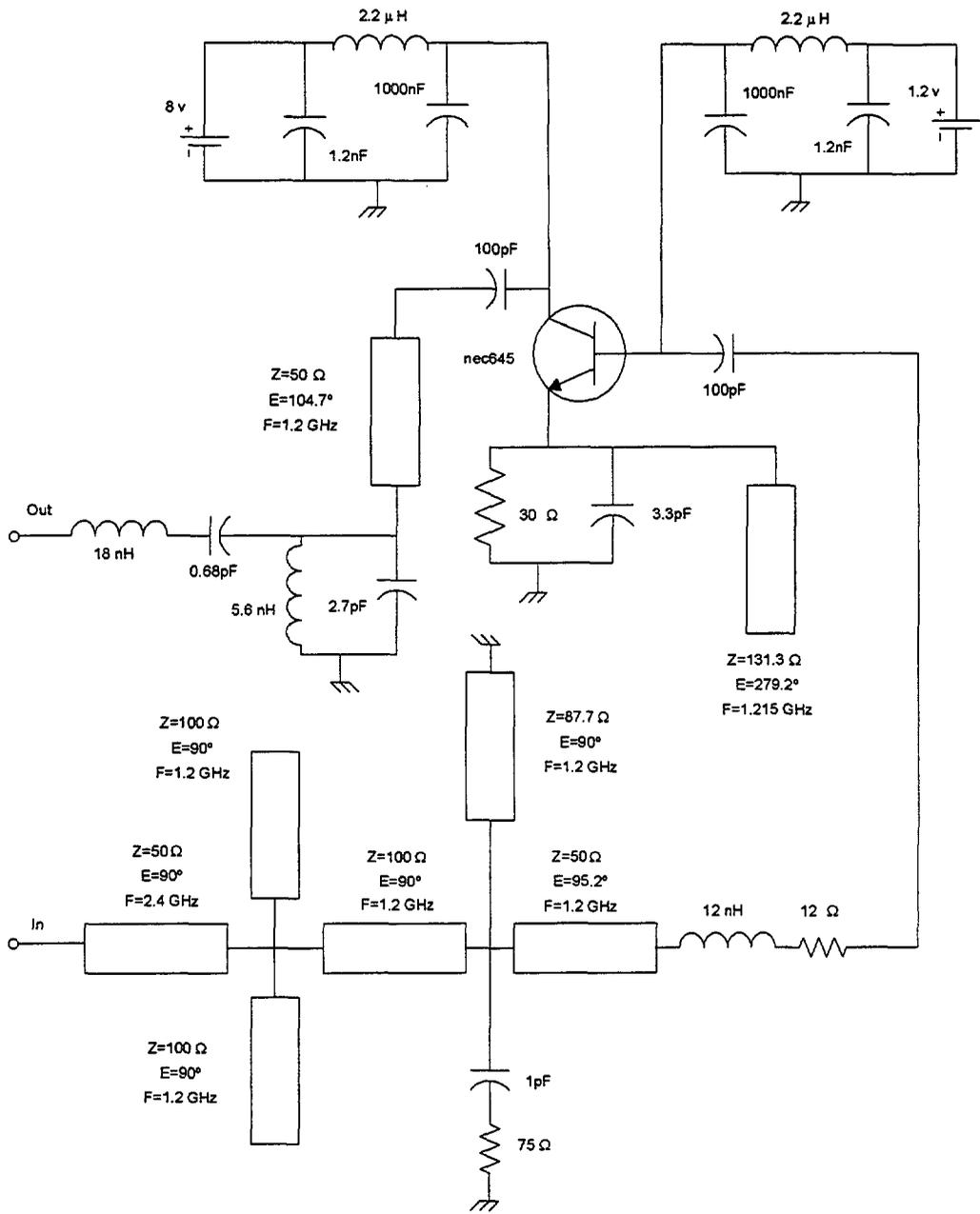


Figura 6.6: Esquemático del divisor de frecuencia de doble banda, $0,92\text{ GHz}$ y $1,3675\text{ GHz}$.

Una vez obtenido el circuito final, se procede al estudio de la estabilidad de las soluciones. Un análisis transitorio del circuito, realizado para observar cuál era la frecuencia de oscilación que presentaba en el arranque, pone de manifiesto la existencia de una fuerte oscilación próxima a 500 MHz . Al modificar el circuito para eliminar dicha oscilación, se modificó las frecuencias de oscilación de partida.

El objetivo básico de tener dos frecuencias estables primó a la hora de tomar la decisión de modificar dichas frecuencias. Por ello, las frecuencias de oscilación del circuito resultante, cuyo esquemático se puede ver en la figura 6.6, son $0,92\text{ GHz}$ y $1,3675\text{ GHz}$.

6.2. Análisis: estabilidad, sincronización y conmutación

Para justificar la estabilidad de las soluciones, se ha aplicado el criterio de Kurokawa (6.7). En la figura 6.7 puede observarse las variaciones de la admitancia en función de la frecuencia y amplitud de oscilación para la frecuencia de $0,92\text{ GHz}$.

$$\frac{\partial Y_r}{\partial A} \frac{\partial Y_i}{\partial w} - \frac{\partial Y_i}{\partial A} \frac{\partial Y_r}{\partial w} > 0 \Rightarrow \text{Estable} \quad (6.7)$$

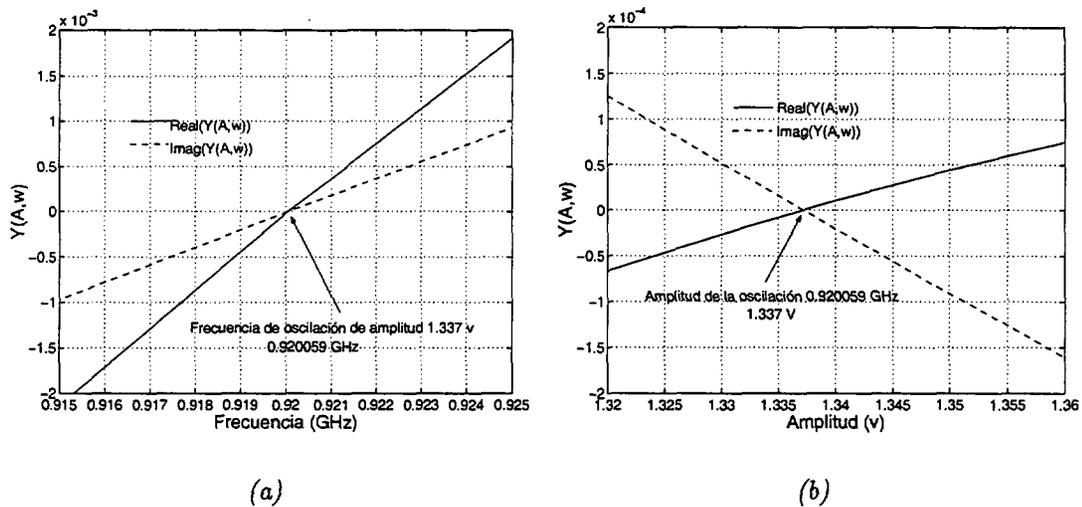


Figura 6.7: Variación de la admitancia de salida para la frecuencia de oscilación $0,92\text{ GHz}$. a) Variación con la frecuencia. b) Variación con la amplitud.

En este caso, los dos primeros términos de (6.7) son positivos y puesto que la derivada de la parte imaginaria respecto a la amplitud es negativa, se puede concluir que la solución es estable.

Una respuesta análoga se tiene en la figura 6.8 para la frecuencia de oscilación de $1,3675\text{ GHz}$, por lo que también es estable.

6.2. Análisis: estabilidad, sincronización y conmutación

Para obtener las zonas de sincronismo se ha utilizado la técnica propuesta por F. Ramírez et al. [4]. En ella, se propone barrer el circuito en fase y no en frecuencia, consiguiéndose así evitar la rotación de parámetros que se tendría que realizar al llegar a las proximidades del punto de retorno.

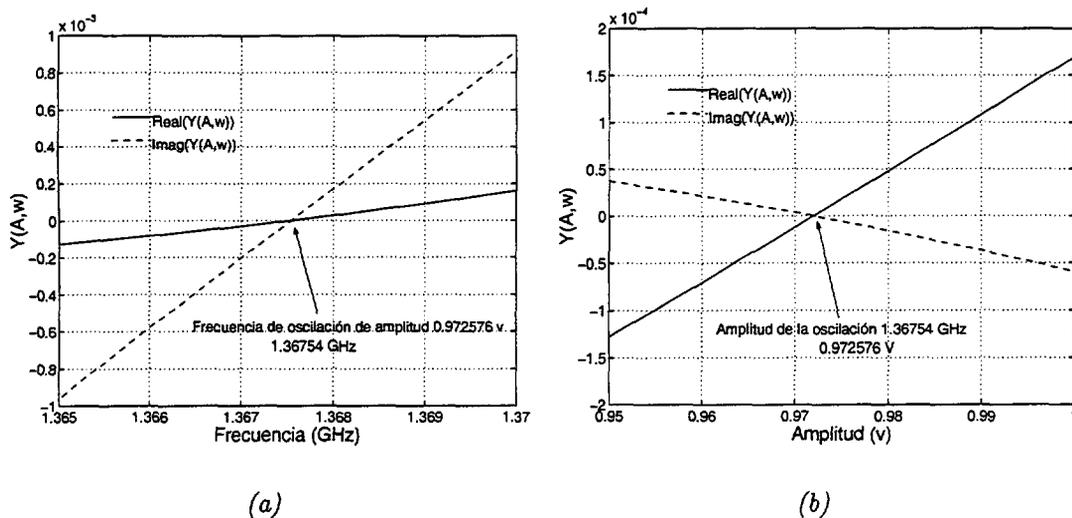


Figura 6.8: Variación de la admitancia de salida para la frecuencia de oscilación 1,3675 GHz. a) Variación con la frecuencia. b) Variación con la amplitud.

El resultado de inyectar una frecuencia doble de la frecuencia de oscilación es mostrado en la figura 6.9. Se observa que el ancho de banda es superior para la frecuencia inferior, alrededor de 20 MHz para una amplitud del generador de entrada de 0,45v ($-2,96 \text{ dBm}$). La banda superior presenta, para esta misma amplitud de entrada, un ancho de banda inferior a 1 MHz.

Por último, y como prueba de la posibilidad de conmutar de una banda a otra, se realizó una simulación del transitorio (figura 6.10). Para conseguir que el circuito conmutara de una banda a otra se necesitó una tensión próxima a los 8v ($\approx 22 \text{ dBm}$!). Evidentemente esto es excesivo, pero a pesar de ello se decidió realizar el circuito, confiando en que las líneas de transmisión estuviesen introduciendo errores importantes al realizar la simulación en el dominio del tiempo. En definitiva, se depositó toda la confianza en el hecho de que el circuito podía presentar dos oscilaciones estables, como así indicaba el análisis mediante balance armónico y alguna simulación realizada con la envolvente compleja.

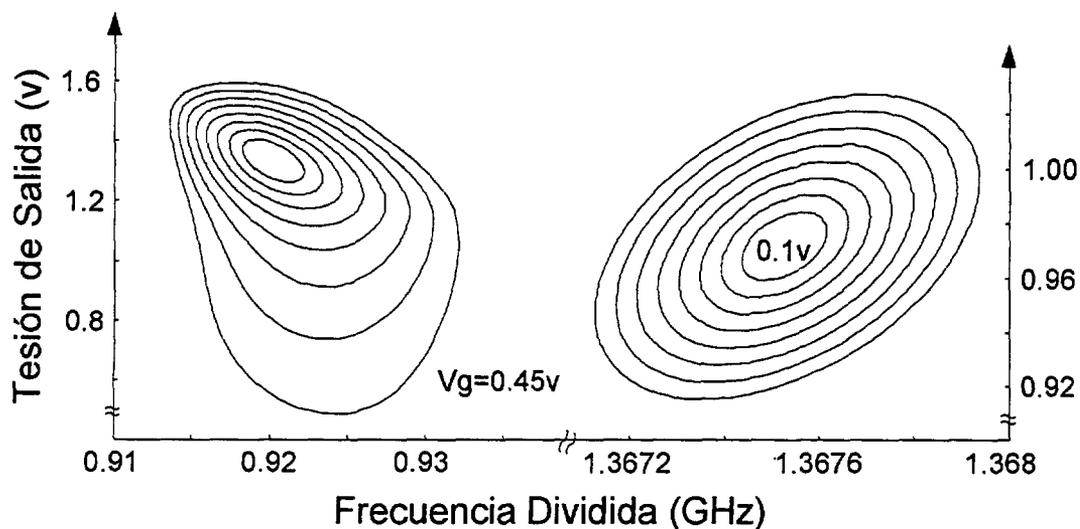


Figura 6.9: Elipses de sincronización del divisor de doble banda cuando se inyecta el doble de la frecuencia de oscilación.

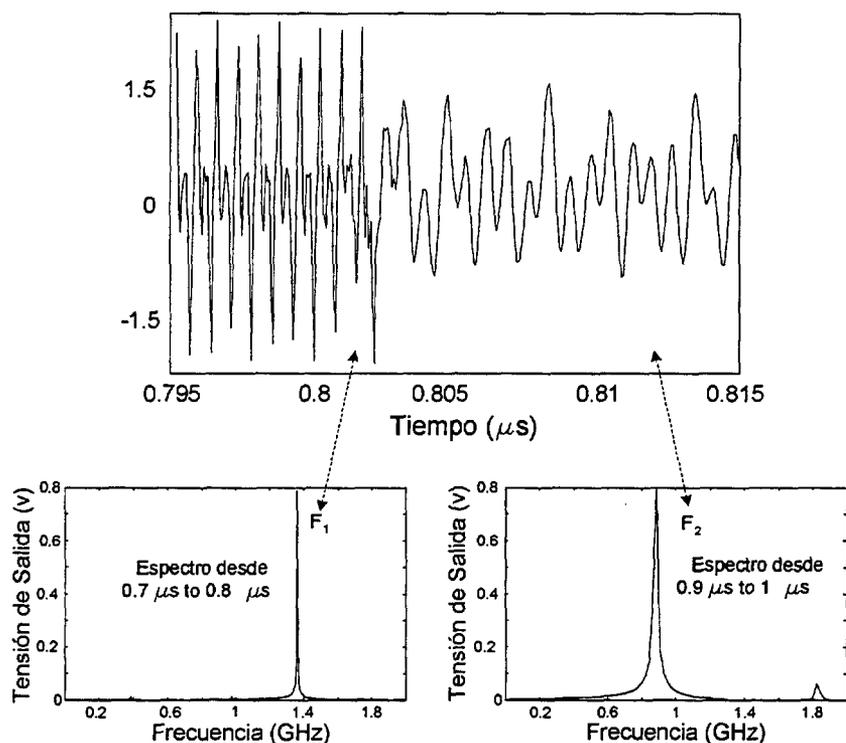


Figura 6.10: Respuesta transitoria y espectro de las señales de salida en el instante de conmutación.

6.3. Construcción y medida

A partir del esquemático de la figura 6.6 y haciendo uso del entorno de simulación de dos frecuencias base descrito anteriormente y representado en la figura 6.5, se llegó a obtener la máscara del circuito que se muestra en la figura 6.11.

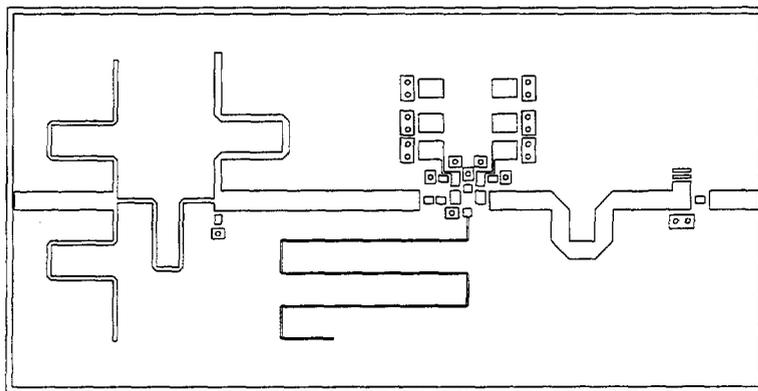


Figura 6.11: Layout del circuito divisor de frecuencia de doble banda.

Cabe destacar la gran línea que aparece en emisor y que junto al condensador de $3,3\text{ pF}$ son elementos críticos en el divisor de frecuencia. En la salida se puede observar el doble resonador con un pequeño elemento de ajuste, que finalmente no fue utilizado.

El circuito construido puede verse en la figura 6.12 en la que cabe destacar el pequeño stub, a modo de mancha, que presenta la línea de emisor. Seguidamente, quedará explicado el motivo de dicho ajuste, que fue realizado en la fase de medidas.

En cuanto se conectó el circuito osciló a una frecuencia próxima a 1 GHz . Sin embargo, a pesar de inyectar señales próximas a 10 dBm en las cercanías de la supuesta banda asociada a la segunda oscilación, el circuito no lograba sincronizar. Se realizó barridos de frecuencia en una banda relativamente ancha, desde $2,1\text{ GHz}$ a 3 GHz sin resultados satisfactorios.

La variación de la tensión de colector fue decisiva para la consecución de los objetivos propuestos. Al reducir la tensión de colector de 8 v a 4 v , aparecía una oscilación alrededor de $1,3\text{ GHz}$ y desaparecía la de 1 GHz . De hecho, ante pequeñas variaciones de la tensión de polarización, del orden de centésimas de voltio, se podía controlar que el circuito arrancase a una u otra oscilación.

Llegados a este punto, hubo que realizar un pequeño ajuste en la impedancia de emisor, comentado anteriormente, para conseguir que con valores razonables de potencia de inyección, el circuito conmutase de una banda a otra. Además, se

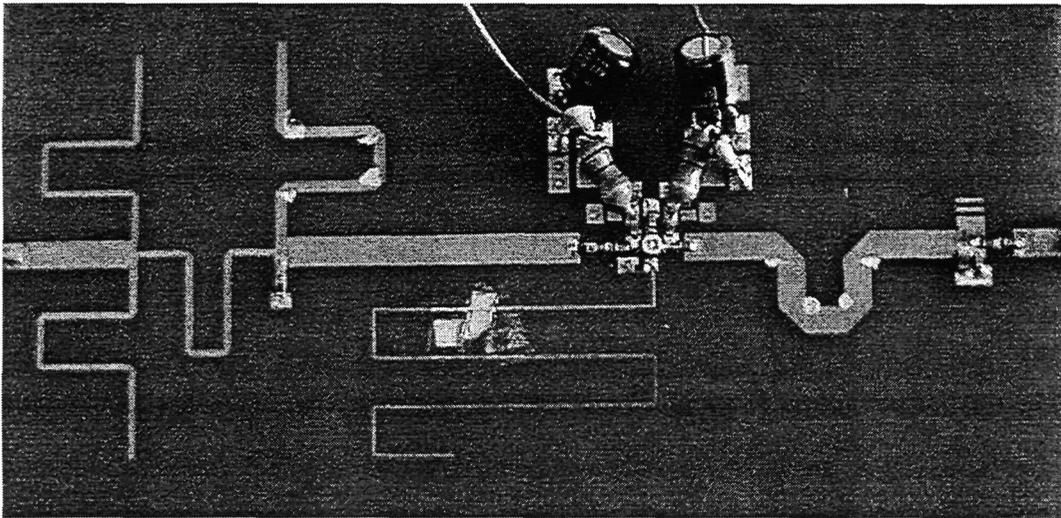


Figura 6.12: Foto del circuito divisor de frecuencia de doble banda

ajustó la tensión de forma que la oscilación que apareciese al conectar el circuito, fuese la inferior, acorde con los resultados obtenidos en la simulación.

Finalmente, el circuito pasó de $1,2v$ en base a $1,33v$ y de $8v$ en colector a $4,23v$, consiguiéndose así el resultado que se muestra en la figura 6.13.

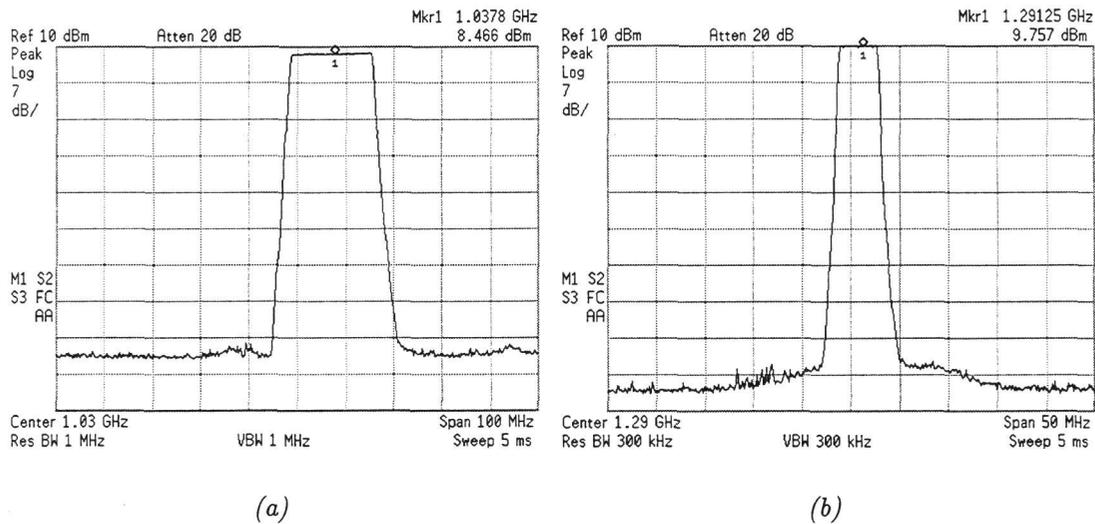


Figura 6.13: Bandas de sincronismo medidas con la opción Max_Hold del analizador de espectro. a) Banda baja. b) Banda alta.

Las frecuencias de oscilación se encuentran sobre los $1,0378\text{ GHz}$ para la banda inferior y $1,29125\text{ GHz}$ para la banda superior. Haciendo uso de la opción

Max_Hold del analizador de espectro se puede observar el margen de la señal dividida para cada una de las bandas. En este caso se ha utilizado una potencia de entrada de 1 dBm que proporciona un margen de frecuencia dividido de 16 MHz para la baja y 5 MHz para la alta. Aunque evidentemente difieren de los simulados, sigue siendo mayor el correspondiente a la banda inferior.

Al aumentar la potencia de entrada a 5 dBm el margen inferior aumenta hasta los 43 MHz y el superior llega a los 11 MHz . En todos los casos, la potencia de salida rondaba los 10 dBm en ambas bandas de funcionamiento.

La potencia de entrada que asegura la conmutación de una banda a la otra es de $0,6\text{ dBm}$, que no tiene nada que ver con los casi 20 dBm que se obtenían en la simulación con el análisis transitorio.

Hay que resaltar que en ningún momento se realizó caracterizaciones exhaustivas de los diferentes componentes. A pesar de ello, los resultados muestran un buen comportamiento cualitativo del divisor de doble banda. Esto pone de manifiesto la viabilidad que este tipo de circuitos puede llegar a tener, si se diseñan con un modelado previo más cuidadoso.

Bibliografía

- [1] V. Araña, A. Suárez, P. Dorta, "Dual band divider frequency", *IEEE MTT-S Digest*, pp. 1501-1504. June, 2004.
- [2] Blas Pablo Dorta Naranjo, "Divisores de frecuencia de microondas por inyección armónica". Tesis doctoral. Madrid 1990.
- [3] J. Abeijó, "Diseño de un divisor de frecuencia en banda S", PFC, Dic., 1987.
- [4] F. Ramírez, M. de Cos, A. Suárez, "F. Ramírez, E. de Cos, A. Suárez, "Non-linear analysis tools for the optimized design of harmonic-injection dividers", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 51, No. 6, pp. 1752-1762.

Capítulo 7

Conclusiones

En la introducción se planteaba como objetivo final de la tesis, el análisis de estabilidad local y global de circuitos que presentan dos oscilaciones estables, y la fabricación de un prototipo que mostrase la viabilidad de los mismos.

Se ha alcanzado la práctica totalidad de los objetivos inicialmente expuestos, salvo el análisis de la zona central del circuito para amplitudes medias de la señal de entrada.

En cuanto al análisis de estabilidad local y global del circuito cabe destacar:

- Se ha extendido las herramientas de análisis, basadas en balance armónico y sonda de medida, a soluciones cuasiperiódicas de tres frecuencias base.
- Se ha desarrollado un programa para trazar los diagramas de bifurcación en régimen periódico, cuasiperiódico de dos frecuencias base y cuasiperiódico de tres frecuencias base. Además, se incluye las rutinas necesarias para el trazado de diagramas de Nyquist de soluciones periódicas y cuasiperiódicas de dos frecuencias base, así como para la obtención de los exponentes de Lyapunov. En el mismo, se ha empleado el concepto de frecuencia descriptiva que permite reducir drásticamente el número de muestras necesarias en el cálculo de los coeficientes de la FS.
- Se ha obtenido el conjunto de soluciones coexistentes para los diferentes regímenes de funcionamiento, como por ejemplo, soluciones cuasiperiódicas donde una componente armónica, producto de la mezcla de la frecuencia de entrada con una de las oscilaciones, sincroniza con la otra oscilación que presenta el circuito. En este caso, se ha utilizado la envolvente compleja del software comercial ADS[©] para inicializar las variables del programa. Los exponentes de Lyapunov y los diagramas de Nyquist asociados, así como las señales en el dominio del tiempo, garantizan la estabilidad de este tipo de soluciones en circuitos de esta naturaleza.

-
- Los diagramas de bifurcación obtenidos con el programa han permitido analizar el comportamiento del mismo ante variaciones de amplitud y frecuencia de la señal de entrada. Se ha obtenido el valor de amplitud de entrada para el cual una oscilación se extingue y aparece la otra. Este comportamiento ha permitido encontrar una aplicación práctica para este tipo de circuitos, puesto que no se necesita circuitería adicional para realizar la conmutación entre bandas de frecuencia.

Además, se ha construido un divisor de frecuencia por dos y de doble banda, basado en parte de las conclusiones del análisis anterior. Como aspectos más relevantes de este apartado se tiene:

- Desarrollo de entornos de simulación usando la técnica del generador auxiliar, que permiten el análisis de circuitos con más de una oscilación. Al realizar el análisis del circuito con balance armónico, se ha tenido que duplicar el circuito y utilizar una base de dos frecuencias, correspondiendo con cada una de las oscilaciones estables.
- Establecimiento de un primer procedimiento de diseño que ha permitido obtener un prototipo que muestra la viabilidad de este tipo de circuitos.

Líneas Futuras

El campo que ofrece mayores posibilidades es el diseño y optimización de circuitos. Combinar el balance armónico, la envolvente compleja y la técnica del generador auxiliar para crear entornos que permitan mejorar el diseño de circuitos que presenten dos oscilaciones estables.

Dentro de este ámbito de actuación se podría abordar los siguientes problemas:

- Desarrollo de modelos sencillos que permitan obtener de forma aproximada los márgenes de sincronización de cada una de las bandas.
- Diseño de circuitos subsincronizados de doble banda.
- Comportamiento del circuito ante señales moduladas.
- Optimización de los márgenes de sincronización con estructuras realimentadas.
- Optimización del umbral de conmutación.

En cuanto a la optimización de los márgenes de sincronismo con estructuras realimentadas, en la figura 7.1 se presenta el circuito diseñado previamente al que se le ha añadido un varactor, en lugar de la capacidad de emisor, y una red de realimentación de baja frecuencia [1]. El aumento del margen de sincronismo para la banda alta, la más estrecha, puede verse en la figura 7.2. La frecuencia se desplaza porque no se ha fijado la frecuencia de oscilación en el entorno de simulación; tan sólo se pretende poner de manifiesto el efecto que produce dicha realimentación.

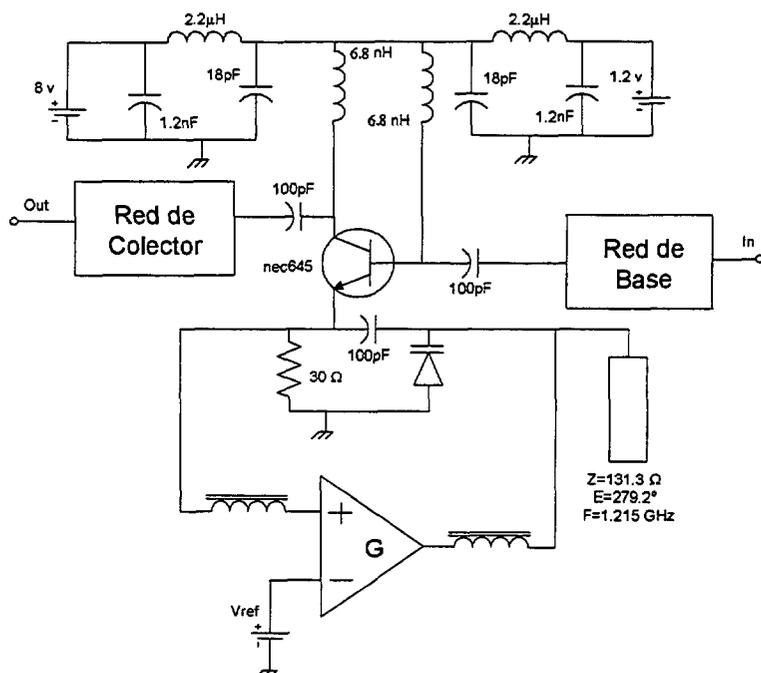


Figura 7.1: Esquemático del prototipo diseñado en el capítulo 6 con un bucle de realimentación de baja frecuencia y varactor.

Al optimizar la banda inferior se degrada la superior y viceversa. Es posible que con otras redes en el circuito se pueda mejorar ambas, o que éste sea un problema intrínseco a este tipo de circuitos. En esta propuesta se ha dado prioridad a la banda más estrecha y se observa lo que ocurre con la otra. La figura 7.3 refleja que la banda inferior prácticamente no varía, mientras que la superior ha triplicado el valor que tenía cuando no había red de realimentación.

Como ejemplo de la complejidad que puede llegar a presentar un entorno de simulación que optimice aspectos de un circuito con dos oscilaciones, la figura 7.4 muestra el entorno de simulación que puede ser empleado para optimizar el umbral de conmutación.

En el instante de la conmutación, se produce una bifurcación de Hopf en la oscilación que el circuito posee y nace la otra oscilación por sincronización. Por

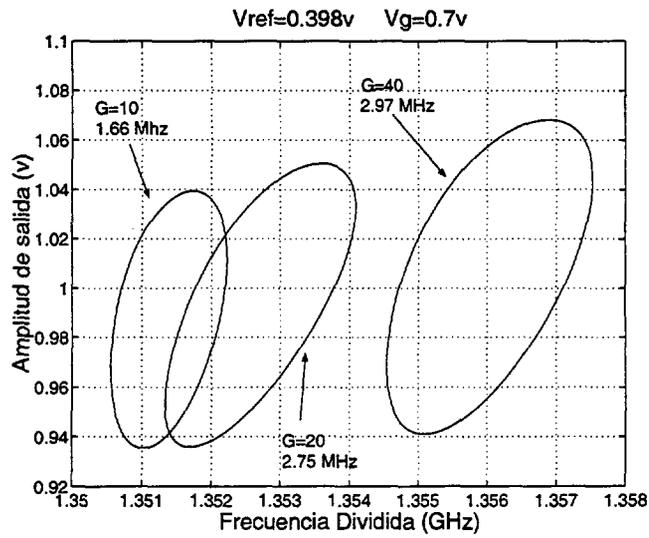


Figura 7.2: Variación de la elipse de sincronización del divisor con la ganancia en tensión del bucle.

tanto, se puede forzar al circuito para que, por un lado, disminuya la amplitud de entrada para la cual se produce dicha bifurcación (régimen cuasiperiódico), y por otro, para que asegure que el circuito oscile a la otra frecuencia (régimen periódico).

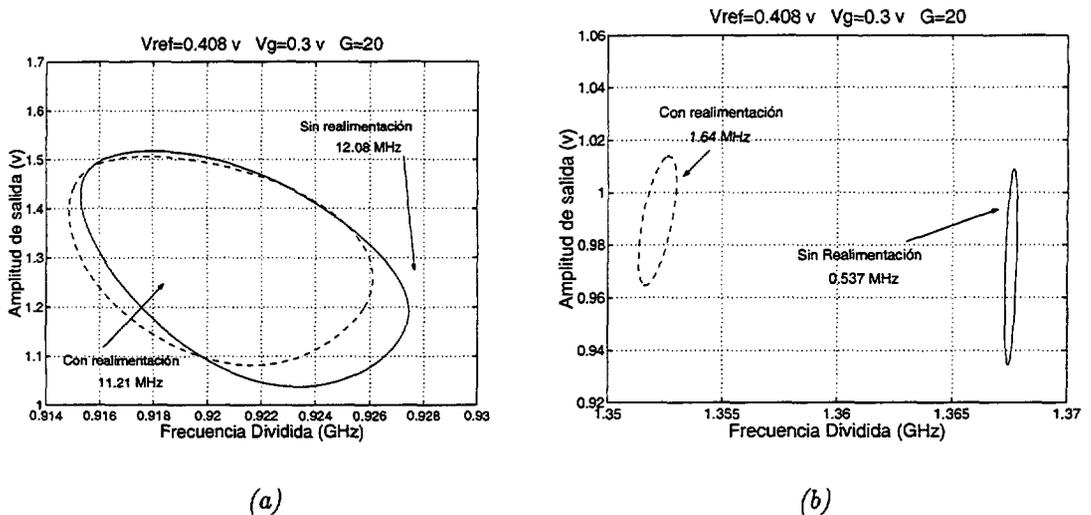


Figura 7.3: Comparación de los márgenes de sincronización del divisor con lazo de realimentación y sin él . a) banda inferior. b) banda superior.

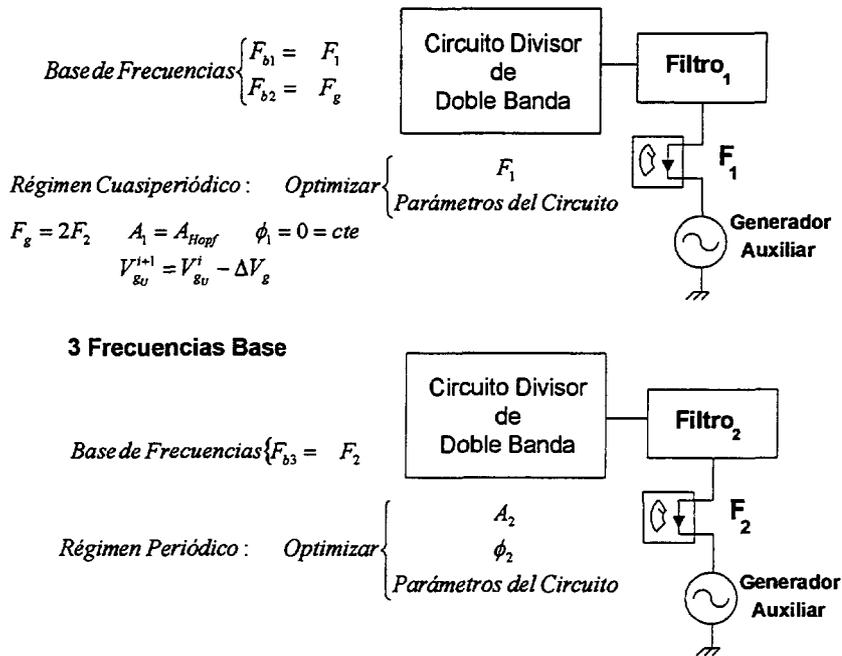


Figura 7.4: Entorno de Simulación para optimización del umbral de conmutación en un divisor de doble banda.

En definitiva, por tratarse de un circuito novedoso, habría que analizar con detenimiento las posibilidades que ofrece. Lo que supone otro aspecto a desarrollar sobre el trabajo ya realizado.

Bibliografía

- [1] A. York, "Stability analysis of nonlinear microwave circuits using new global stability analysis tools", IEEE Trans. MTT, vol 46, pp. 494-504, May 1998.

