

ACTAS DE LAS III JORNADAS DIDÁCTICAS DE LA ESCUELA UNIVERSITARIA DE FORMACION DEL PROFESORADO DE EGB

HOMENAJE A JOSÉ MARTEL MORENO

30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	37
5	14	16	25	34	36	45
13	15	24	33	42	44	4
21	23	32	41	43	3	12
22	31	40	49	2	11	20



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
SERVICIO DE PUBLICACIONES

Conferencia de clausura:

-Crisis de fundamentos en las matemáticas españolas a finales del siglo XIX

JOSÉ M. PACHECO CASTELAO

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

I.

Comenzaré haciendo algunas reflexiones acerca de la definición de "Matemáticas" y de sus implicaciones. No se debe olvidar que la palabra Matemáticas proviene del griego "μαθησις" cuyo significado viene a ser el de "explicación". También la palabra griega "μαθητησ", que quiere decir alumno o discípulo, posee la misma raíz. Esta es la causa por la que a veces parece redundante hablar de Didáctica de las Matemáticas: Si esta Ciencia, en sí, constituye una explicación, resulta difícil admitir que necesite a su vez tantas explicaciones.

Para entender lo anterior se pueden dar multitud de razones. Aquí comentaré dos que me parecen las más interesantes.

En primer lugar, la actividad del matemático consiste en manipular una serie de conceptos o ideas de acuerdo con ciertas estipulaciones o reglas. Los resultados de este trabajo consisten en establecer nuevas relaciones entre los conceptos, o, definir algunos nuevos que permitan comprender mejor el mundo circundante. Las reglas antes citadas reciben el nombre de "Cálculos", y los hay de diferentes clases: Así tienen Uds. el cálculo aritmético, el cálculo diferencial, etc. Por regla general, la enseñanza de las Matemáticas consiste en aprender los cálculos. En segundo lugar, hay que tener en cuenta que las Matemáticas, como ciencia, tiende a estudiarse a sí misma, de forma que los resultados de los trabajos se expresan en lenguajes muy formalizados y que cada vez resultan mas incomprensibles para los profanos.

Estas dos razones suelen aducirse para iniciar tareas acerca de cómo mostrar al público en general la manera más sencilla de acceder al conocimiento de las Matemáticas. Veamos algunas ideas más a este respecto.

II.

Al darse cuenta de las dificultades citadas antes u otras análogas aparece una tentación difícil de resistir entre quienes enseñan Matemáticas: la de intentar aclarar los conceptos recurriendo a la evolución histórica de los mismos. Esto es un ejercicio arriesgado y de ejecución complicada. Las Matemáticas, como creación del hombre, se hallan sometidas a los avatares de las modas, de la política y de los usos sociales en cada época.

De todas maneras, parecen reconocerse dos corrientes en la historia de las Matemáticas cuyo fluir es más o menos paralelo: la primera es la elaboración de los cálculos correspondientes a las necesidades técnicas, culturales o sociales de cada momento histórico; la segunda, es el trabajo de sedimentación y fundamentación formal de los cálculos, esto es, la búsqueda de la consistencia lógica de los hechos matemáticos.

A veces estas dos corrientes se entremezclan, y esos son los momentos o crisis más fecundos de la historia de las Matemáticas. Así, los Elementos de Euclides fundamentan un conjunto de saberes aritmético-geométricos provenientes de las culturas mesopotámicas. Arquímedes provee sólidas demostraciones de resultados del cálculo integral. Newton, Leibniz y los Bernouilli establecen el Cálculo Diferencial recogiendo la herencia de muchos geómetras, y, Euler provee un gigantesco corpus matemático que exigió la obra de Gauss y todo el desarrollo matemático del siglo XIX para su fundamentación rigurosa. En esta idea, podemos ver que el siglo XIX es el verdadero siglo de las Matemáticas: Salvo desarrollos y formulaciones nuevas, lenguajes más o menos sofisticados o evoluciones hacia mayores generalidades, las Matemáticas de hoy día están aun profundísimamente enraizadas en el XIX.

III.

Hablaremos ahora de las Matemáticas españolas del XIX. Siguiendo la costumbre, el XIX español se puede considerar como la época entre 1830 y 1914. La primera fecha es el final del reinado de Fernando VII, y, 1914 es la irrupción de los conflictos generalizados y la internacionalización de los hechos históricos y culturales.

Para nuestro fin, el siglo XIX comienza con el cierre generalizado de la Universidades españolas entre 1830 y 1834. Este cierre hizo que la cultura matemática se conservara en Centros como las Academias militares o los Institutos. Además, ese cierre se mantuvo, en aras del centralismo, de un modo u otro hasta bien entrado el siglo XX, cuando la Universidad Central de Madrid era la única que podía expedir Doctorados. El siglo XIX matemático español termina con la vuelta a España en 1914 de Rey Pastor tras su estancia en Alemania.

Hay tres textos básicos para conocer el desarrollo matemático español en el XIX:

1.- El discurso de Echegaray "Historia de las Matemáticas puras en nuestra España", pronunciado ante la Academia de Ciencias el 11-III-1866 ([8], 161-190).

2.- El artículo de García de Galdeano [9] en la revista *L'Enseignement Mathématique* en 1899, y,

3.- La conferencia de Rey Pastor en Valladolid en 1915, "El progreso de las Ciencias en España y el progreso de España en las Ciencias" ante la Asociación para el progreso de las Ciencias ([8], 458-478).

Estos tres documentos presentan caracteres muy diferentes: Echegaray se lamenta amargamente del subdesarrollo cultural español, en especial del matemático; García de Galdeano es reflexivo y serio e intenta resaltar lo bueno y novedoso de la escasa contribución española; finalmente Rey Pastor opina críticamente acerca de lo producido en nuestro país y de sus perspectivas de futuro. En la fig. 1 (p. 61) se muestra una cronología sumaria.

IV.

A partir de los textos citados pasaremos revista a la evolución de los conocimientos matemáticos en la España del XIX.

A lo largo del XVIII se produce la incorporación del Cálculo Infinitesimal en España. Parece demostrado que se introdujo a través de las Academias militares y de la Universidad de Salamanca [4], donde fue explicado por Juan Justo García [7]. Queda constancia de ello en el "Examen marítimo" de Jorge Juan. En esta época final del siglo de la luz se compendian las matemáticas españolas en los tratados de B. Bails (entre 1772 y 1783), de Vallejo (a partir de 1817) y el citado de García [7].

Durante los años 20 del XIX, tiene lugar la crisis de fundamentos en el Análisis Matemático debida a Cauchy, a quien se debe una

definición rigurosa del concepto de infinitésimo y muchos resultados basados en esa concepción. Esta crisis no parece afectar a los matemáticos de nuestro país. Veámoslo:

En 1828 el Teniente de Ingenieros García de San Pedro publica el tratado "Cálculos diferencial e integral", que, en sucesivas refundiciones se usó como texto en la Academia de Ingenieros hasta mas allá de 1900 [2],[21]. En este texto describe el autor la teoría de los "incrementos ideales", con objeto de no utilizar el paso al límite. En efecto, la herramienta básica del cálculo es el cociente incremental $\Delta F/\Delta x$, al que el autor denomina "la disposición a variar" de F. Así:

$$\Delta F/\Delta x = h^{-1} (F(x+h)-F(x))$$

donde hace falta saber quién es $F(x+h)$. Como para $h=0$ se ha de cumplir que $F(x+0)=F(x)$, nuestro autor concluye que ha de ser:

$$F(x+h) = F(x) + h^\alpha F'(x,h)$$

donde $\alpha > 0$ para que el segundo sumando se anule si $h=0$. De la misma manera, $F'(x,h)$ se descompondrá en:

$$F'(x+h) = A + h^\beta F''(x,h)$$

donde A no depende de h. De igual modo:

$$F''(x+h) = B + h^\gamma F'''(x,h)$$

$$F'''(x+h) = C + h^\delta F^{(4)}(x,h)$$

...

luego en general se tendrá:

$$\begin{aligned} F(x+h) &= F(x) + Ah^\alpha + Bh^{\alpha+\beta} + Ch^{\alpha+\beta+\gamma} \dots \\ &= F(x) + h^\alpha (\dots) \end{aligned}$$

Según esto, basta hallar A, B, etc. Tras ingeniosos desarrollos demuestra que A es la primera derivada, etc. En todo el proceso, para evitar el paso al límite con h tendiendo a 0, el autor denomina a h un "incremento ideal", y a $F(x+h)$ el incremento ideal de F y establece un cálculo muy interesante para la manipulación de esas entidades. Lo que el autor no ve claro es que el producto $h^\alpha (\dots)$ se anule cuando h es cero. (ver [21], p.ej., no he encontrado el texto original de García de San Pedro).

De todos modos, en este texto y otros análogos, aunque anclados en las descripciones del Cálculo de finales del XVIII, se plantea de forma clara, aunque sin consecuencias, el problema de presentar con coherencia los resultados prácticos del Cálculo Infinitesimal y los fundamentos básicos de la teoría. Véase también el tratado de la Academia de Artillería de Segovia de D. Dámaso Bueno [3].

Hay que resaltar que en la época a que nos referimos ya se conocían en nuestro país los grandes tratados de análisis matemático en los clásicos dos tomos, y aún así hay que esperar a 1882 a que el Profesor S. Archilla publique su libro "Principios fundamentales del Cálculo Diferencial" [1], que origina una serie de textos como los de Clariana [5] y Villafañe [22] hasta Rey Pastor [18]

V.

La geometría es otra de las áreas de interés para los matemáticos españoles del XIX. Recordemos que en el año 1854 se produce la fundamentación por Riemann de la Geometría [19] en un texto básico para la Geometría Diferencial. Sin embargo, en un primer momento este avance pasa desapercibido en España. Aquí existe una preocupación de carácter más didáctico y se nota la influencia de los profesores de los niveles básicos en la producción científica. Esta es una consecuencia del cierre de las Universidades, sin duda.

En especial, las aplicaciones de los números complejos a la geometría es un problema que se trata con frecuencia. Esta idea viene originada por la introducción por Hamilton (1833 al 1835) de los cuaterniones y pretende formalizar la geometría tridimensional. El texto español esencial, y destacable por su originalidad, es el tratado de Rey Heredia [17] del que he tenido ocasión de ocuparme en otro lugar [14]. La concepción de este tratado es singular: Muestra, basándose en ciertas ideas del filósofo Kant, que los números complejos pueden identificarse con las diferentes direcciones del plano mediante el siguiente y curioso razonamiento (ver fig.2):

Si "A es B" se representa sobre un segmento sobre una semirecta a partir de un origen dado, entonces "A no es B" se representa por el segmento opuesto sobre la recta. El juicio "A queda fuera del concepto B" se representará mediante segmentos emanados del mismo origen pero con diferentes grados de inclinación que representan la intensidad con que A es o no de la clase B. Por tanto, el caso de absoluta indiferencia de A acerca de B será el segmento perpendicular, y simbólicamente lo representa nuestro autor por iA .

Para demostrar que $i^2 = -1$ encontramos en uno de los sucesores de Rey Heredia, el Profesor Navarro [13], el siguiente razonamiento (ver fig.3):

La posición de OC respecto de OA es como la de OA' respecto de OC (perpendiculares), y como entre las longitudes se cumple lo mismo (!) tendremos:

	$n1/nc = nc/n(-1)$
luego	
	$n1n(-1) = ncnc$
de donde	
	$n^2 (-1) = n^2 c^2$
o bien	
	$c^2 = -1$
luego	
	$c = i$

El tratado de Rey Heredia se utilizó como fuente para diferentes vulgarizaciones, a pesar de ser un libro duro y complicado. Ya hemos citado al Prof. Navarro, y aparecen también Domínguez Hervella, de la Academia Naval, Rochano, del Instituto de Granada [6] , [20], y curiosamente aparece aún esta teoría expuesta en el texto de Lubelza de la Escuela de Minas en 1908 [12]. Nótese que en esta época ya circulaba en España el texto de Hoüel "Des quantités complexes", que incluye la teoría general de las superficies de Riemann y los últimos avances en la fecha (1874) [10]. Todo esto pasa desapercibido para los geómetras españoles, más preocupados con la fundamentación que con el avance.

VI.

Volviendo por un momento a las ideas acerca del cálculo infinitesimal, las preocupaciones acerca de infinitos e infinitésimos son patentes en los textos españoles. Las disquisiciones son largas, complejas y farragosas, y los trabajos de Cantor acerca de las bases de la teoría de conjuntos llegan tarde a nuestro país. Citaré el texto del Ingeniero de Caminos Sr. Portuondo sobre el infinito [16] y el texto, de nuevo de la Escuela de Minas [15] de Pérez de Muñoz, que recoge, ya en 1914, las nociones del álgebra de conjuntos. A partir de aquí ya entramos en la época actual.

y VII.

De los párrafos anteriores se desprende que la contribución española a las Matemáticas a lo largo del XIX no figure, por ejemplo, en el tratado de Klein [11]. Aunque sólo nos hemos fijado en algunos

aspectos parciales, que serán objeto de otros estudios, para terminar resumiremos en tres conclusiones las ideas expuestas:

1.- Las Matemáticas españolas en el XIX están dedicadas fundamentalmente a tareas de docencia y vulgarización.

2.- El interés mostrado en cuestiones de fundamentos es patente en:

Mantenimiento de las ideas clásicas, sobre todo en las Academias militares, acerca del Cálculo Infinitesimal.

Intentos de basar la Geometría en ideas filosóficas puras, fuera de la corriente general investigadora en Europa.

3.- Esta concepción citada en la conclusión anterior hace crisis en los años 1900-1910, aceptándose las ideas en boga en Francia y Alemania fundamentalmente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1.- Archilla, S. (1894) *Principios fundamentales del Cálculo Diferencial*, Imprenta de S. Fco. de Sales, Madrid (Segunda ed.)
- 2.- Belón, A. (1876) *Lecciones de Cálculo Diferencial*, Imprenta del Memorial de Ingenieros, Madrid.
- 3.- Bueno, D. (1876) *Curso de Análisis Trascendente*, Imprenta de Ondero, Segovia.
- 4.- Cuesta, N. (1985) *Historia de la invención del Análisis Infinitesimal y su introducción en España*, Ediciones de la Universidad, Salamanca.
- 5.- Clariana, L. (1892) *Cálculo Diferencial e Integral*, (litografiado), Barcelona.
- 6.- Domínguez Hervella, M. (1879) *Elementos de Geometría Analítica*, Establec. tipog. E. Cuesta, Madrid.
- 7.- García, J. J. (1814) *Elementos de aritmética, álgebra y geometría*, Imprenta de Vicente Blanco, Salamanca (Cuarta impresión).
- 8.- García Camarero, E. (1970) *La polémica de la Ciencia Española*, Alianza Editorial, Madrid.

- 9.- García de Galdeano, Z. (1899) "Les Mathématiques en Espagne", *L'Enseignement Mathématique*, 1, (pp 6-21).
- 10.- Hoüel, J. (1874) *Théorie élémentaire des quantités complexes*, Gauthier-Villars, París.
- 11.- Klein, F. (1926) *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, Springer Verlag, Berlín.
- 12.- Lubelza, J. (1908) *Lecciones de Cálculo Infinitesimal*, Establec. tipog. de Jaime Ratés, Madrid.
- 13.- Navarro, L. (1883) *Tratado de Geometría Elemental*. Imprenta de Vicente Oliva (2 ed.), Salamanca.
- 14.- Pacheco, J. (1982) *La introducción de los complejos en la geometría elemental en España*, ACTAS IX Jornadas Hispano-Lusas, Vol 2 (967-970).
- 15.- Pérez de Muñoz, R. (1914) *Elementos de cálculo infinitesimal*, Adrián Romo, Madrid.
- 16.- Portuondo, A. (1880) *Ensayo sobre el infinito*, Imprenta de Aribau, Madrid.
- 17.- Rey Heredia, J. (1865) *Teoría transcendental de las cantidades imaginarias*, Imprenta Nacional, Madrid.
- 18.- Rey Pastor, J. (1921) *Curso de cálculo infinitesimal* (mimeografiado), Madrid.
- 19.- Riemann, B. (1854) *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen* (Werke, 272-287), Ed. Dover 1953, New York.
- 20.- Rochano, J. (1870) *Elementos de álgebra*, Imprenta de D. Indalecio Ventura, Granada.
- 21.- Toro, J. de (1894) *Lecciones de cálculo diferencial*, Establecimiento tipográfico provincial, Guadalajara.
- 22.- Villafañe, J. (1898) *Tratado de análisis matemático I y II*, Tipografía de la Casa Provincial de Caridad, Barcelona.

CRONOLOGÍA SUMARIA

- 1828 Academia de Ingenieros. García de S. Pedro.
- 1830 Cierre de las Universidades.
- 1834 Apertura parcial de las Universidades.
- 1845 Creación de los estudios de Ciencias.
- 1857 Ley Moyano (Crea las Facultades de Ciencias).
- 1865 Libro de Rey Heredia.
- 1866 Discurso de Echegaray.
- 1870 Libro de Rochano.
- 1874 Libro de Navarro.
- 1876 Academia de Artillería. Dámaso Bueno.
- 1877 Libro de Domínguez Hervella.
- 1880 Libro de Portuondo.
- 1882 Libro de Archilla.
- 1891 Primera revista matemática española: "El Progreso Matemático".
- 1892 Texto de Clariana.
- 1894 Academia de Ingenieros. Texto de De Toro.
- 1899 Artículo de García de Galdeano.
Texto de Villafañe.
- 1905 Escuela de Minas. Texto de Lubelza.
- 1914 Texto de Pérez de Muñoz.
- 1915 Rey Pastor.

Figura 1

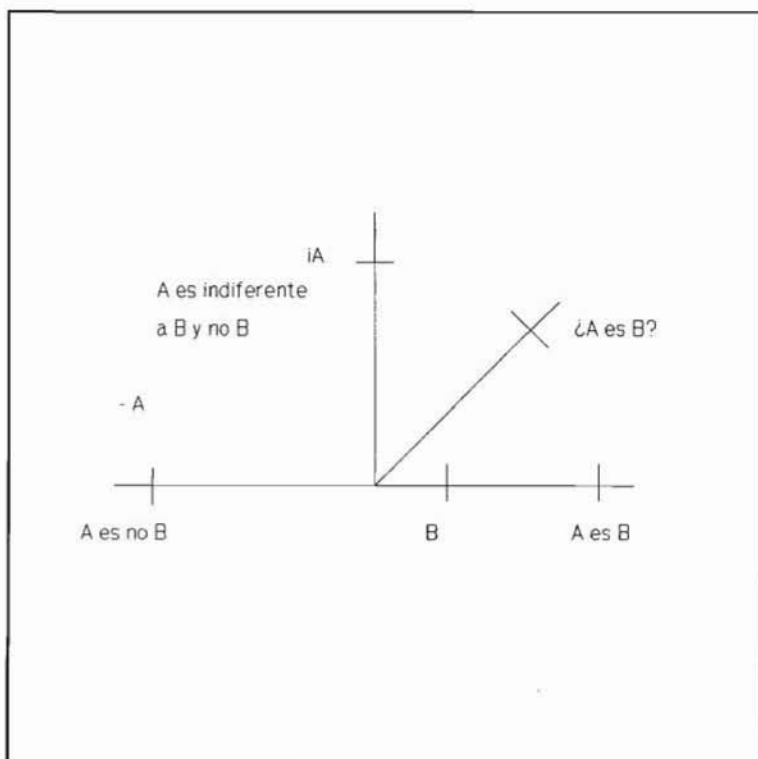


Figura 2
Geometría compleja de Rey Heredia

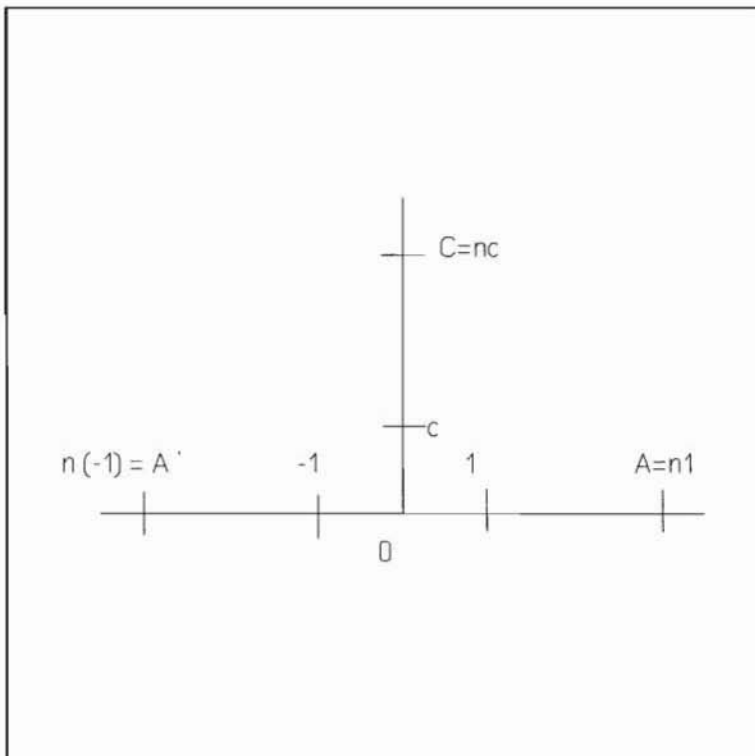


Figura 3
Demostración de Navarro acerca de $i^2 = -1$