



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA  
Departamento de Señales y Comunicaciones

# UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

DEPARTAMENTO DE SEÑALES Y COMUNICACIONES

## *DESARROLLO DE UN MODELO DE FORMULACIÓN SEMIANALÍTICA PARA SU APLICACIÓN EN ARRAYS BIDIMENSIONALES DE OSCILADORES ACOPLADOS*

**Tesis Doctoral** presentada por  
**Pedro Umpiérrez Rodríguez** para la obtención del grado de  
Doctor por la **Universidad de Las Palmas de Gran Canaria**

*Programa*  
CIBERNÉTICA Y TELECOMUNICACIÓN

Autor: **Pedro Umpiérrez Rodríguez**  
Directores: **Víctor A. Araña Pulido**  
**Sergio Sancho Lucio**

Fdo. Director

Fdo. Director

Fdo. Doctorando

Dr. D. Víctor A. Araña Pulido

Dr. D. Sergio Sancho Lucio

D. Pedro Umpiérrez Rodríguez

Las Palmas de Gran Canaria, Octubre de 2015





**Anexo I**

**DON PEDRO JOSE QUINTANA MORALES SECRETARIO DEL  
DEPARTAMENTO DE SEÑALES Y COMUNICACIONES DE LA  
UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA,**

**CERTIFICA,**

Que la Comisión de Investigación del Departamento (que tiene delegadas las competencias en materia de doctorado), en su sesión de fecha tres de noviembre de dos mil quince, tomó el acuerdo de dar el consentimiento para su tramitación, a la tesis doctoral titulada "DESARROLLO DE UN MODELO DE FORMULACIÓN SEMIANALÍTICA PARA SU APLICACIÓN EN ARRAYS BIDIMENSIONALES DE OSCILADORES ACOPLADOS " presentada por el doctorando Don Pedro Umpiérrez Rodríguez y dirigida por los Doctores Don Víctor Alexis Araña Pulido y Don Sergio Sancho Lucio.

Y para que así conste, y a efectos de lo previsto en el Artº 6 del Reglamento para la elaboración, defensa, tribunal y evaluación de tesis doctorales de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, firmo la presente en Las Palmas de Gran Canaria a, tres de noviembre de dos mil quince.



t +34 928 451 265  
f +34 928 451 279

e-mail secretaria@dsc.ulpgc.es  
www.dsc.ulpgc.es

Edificio de Electrónica y Telecomunicaciones  
Campus de Tafira  
35017 Las Palmas de Gran Canaria

PÁGINA 1 / 1	ID. DOCUMENTO TjJHyC5ahNeAq1jKzkJMfQ\$\$			
FIRMADO POR		FECHA FIRMA		ID. FIRMA
42071223Z PEDRO JOSÉ QUINTANA MORALES		09/11/2015 18:38:28		NTMzMTQ=



UNIVERSIDAD DE  
LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

DEPARTAMENTO DE SEÑALES Y COMUNICACIONES



TESIS DOCTORAL

DESARROLLO DE UN MODELO DE FORMULACIÓN  
SEMIANALÍTICA PARA SU APLICACIÓN EN ARRAYS  
BIDIMENSIONALES DE OSCILADORES ACOPLADOS

**Pedro Umpiérrez Rodríguez**

Las Palmas de Gran Canaria, Octubre de 2015



# Agradecimientos

*Quisiera expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que me han ayudado en el desarrollo de este trabajo, ya que sin ellas hoy no estaría escribiendo estas líneas.*

*En primer lugar me gustaría dar las gracias a mi familia, mis padres y mis hermanos, que siempre me han apoyado y animado, aun cuando no sabían ni entendían en que invertía mi tiempo. Ellos han estado conmigo desde el principio y han permanecido a mi lado incluso cuando nos separan grandes distancias.*

*También quiero dar las gracias a mis directores de tesis Víctor y Sergio por compartir su experiencia conmigo enseñándome y ayudándome a llegar hasta aquí.*

*A Baltasar por ser compañero y amigo durante todos estos años, sin cuya ayuda este trabajo no sería posible.*

*A todos los compañeros del IDeTIC: Patri, Laura, Javi, Himar, Víctor, Jaime, ... Por vuestra amistad y por todos los buenos momentos que hemos pasado juntos haciendo mucho más llevadera la tarea. Gracias a todos, porque siempre había una mano dispuesta a ayudar ante cualquier problema.*

*A todos, muchas gracias.*



# Resumen

En esta tesis se presenta los resultados de la aplicación de la formulación semianalítica a arrays bidimensionales de osciladores acoplados. Esta formulación se basa en la aproximación de las respuestas de los circuitos a partir de series de Taylor con el objeto de realizar una caracterización funcional de los sistemas. La ventaja de su uso radica en que, al reducir el número y la complejidad de las expresiones, esta herramienta permite disminuir el coste computacional de los análisis y posibilita el abordar sistemas con mayor número de elementos.

En este trabajo también se presentan un conjunto de algoritmos que permiten caracterizar las redes que interconectan a los osciladores en los arrays de forma sencilla. Estos se pueden integrar con facilidad en el proceso de optimización para el cálculo de las soluciones contribuyendo a reducir el coste de resolución de estos sistemas.

Para mejorar los resultados obtenidos de la aplicación de la formulación, se han incluido una serie de modificaciones orientadas a ajustar las expresiones en aquellos casos en los que los circuitos no cumplen con todos los requerimientos de la misma. Estas se presentan como un conjunto de herramientas independientes con el propósito de realizar el mínimo número de cambios necesarios en las expresiones, garantizando que el coste de los análisis no se incrementa en exceso.

Para validar los resultados obtenidos, se ha diseñado y fabricado un array bidimensional de  $3 \times 3$  osciladores que puede ser configurado. Este se ha simulado empleando las herramientas desarrolladas y se ha realizado una comparativa de los resultados con datos medidos en un laboratorio.

Todos los análisis desarrollados se han acompañado de ejemplos que se presentan en un apéndice final. En este se puede ver en detalle los casos resueltos con todos los ajustes empleados comparados con los resultados obtenidos en un simulador comercial mediante las técnicas más habituales de análisis de este tipo de circuitos.

Finalmente, se ha presentado un método que permite la caracterización de un oscilador a partir de datos medidos en un laboratorio. Este se presenta con una valoración teórica y una demostración práctica sobre un circuito real.



# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
Bibliografía . . . . .	5
<b>1. Conceptos previos</b>	<b>7</b>
1.1. Métodos de análisis . . . . .	7
1.1.1. Balance armónico . . . . .	8
1.1.2. Envolvente compleja . . . . .	10
1.2. Sonda de medida . . . . .	12
1.2.1. Fundamento . . . . .	13
1.2.2. Cálculo de derivadas con la sonda de medida . . . . .	14
1.3. Ruido de fase . . . . .	15
1.3.1. Simulación de ruido en un oscilador . . . . .	17
Bibliografía . . . . .	19
<b>2. Formulación semianalítica aplicada a arrays de osciladores acoplados</b>	<b>21</b>
2.1. Análisis de arrays de osciladores acoplados . . . . .	22
2.1.1. Régimen libre . . . . .	24
2.1.2. Régimen inyectado . . . . .	27
2.1.2.1. Variaciones del sistema inyectado . . . . .	33
2.1.3. Resolución del sistema de ecuaciones de los arrays . . . . .	36
2.2. Análisis de estabilidad . . . . .	38
2.3. Envolvente compleja . . . . .	47
2.4. Ruido de fase . . . . .	54

2.4.1. Ruido de fase en régimen libre . . . . .	55
2.4.2. Ruido de fase en régimen inyectado . . . . .	63
Bibliografía . . . . .	73
<b>3. Red de acoplo</b>	<b>75</b>
3.1. Estructura de las redes de acoplo . . . . .	76
3.1.1. Resolución de cuadripolos . . . . .	78
3.2. Array lineal . . . . .	79
3.3. Array bidimensional rectangular . . . . .	82
3.4. Array con topología genérica . . . . .	87
3.5. Consideraciones finales . . . . .	91
Bibliografía . . . . .	93
<b>4. Métodos de ajustes aplicables a la formulación semianalítica</b>	<b>95</b>
4.1. Aumento del orden de los desarrollos de Taylor de la admitancia de los <i>VCOs</i> . . . . .	97
4.2. Linealización por tramos de los parámetros de los <i>VCOs</i> . . . . .	99
4.3. Empleo de múltiples <i>VCOs</i> base . . . . .	102
4.4. Redes de acoplo con cuadripolos distintos . . . . .	104
4.5. Ajuste de la respuesta de los <i>VCOs</i> al nivel de carga total equivalente . . . . .	107
4.6. Aumento del nivel de acoplo . . . . .	114
Bibliografía . . . . .	118
<b>5. Aplicación práctica de la formulación semianalítica a un array de osciladores acoplados</b>	<b>121</b>
5.1. Sistema implementado . . . . .	122
5.2. Caracterización de un array lineal de 3 elementos empleando la formulación semianalítica	123
5.2.1. Medida de las soluciones estacionarias . . . . .	128
5.2.1.1. Régimen libre . . . . .	129
5.2.1.2. Régimen inyectado . . . . .	131
5.2.2. Medida del ruido de fase . . . . .	134
5.2.2.1. Ruido de fase en régimen libre . . . . .	135

5.2.2.2. Ruido de fase en régimen inyectado . . . . .	136
5.2.3. Medidas de soluciones con inyección de señales moduladas . . . . .	139
Bibliografía . . . . .	149
<b>6. Caracterización experimental de un oscilador</b>	<b>151</b>
6.1. Cálculo de las derivadas a partir de soluciones sincronizadas . . . . .	152
6.2. Modificaciones en el circuito, entorno de medida y simulación . . . . .	156
6.2.1. Validación . . . . .	158
6.3. Medida de las derivadas. Procedimiento y validación . . . . .	163
6.3.1. Derivada de la admitancia en función de la amplitud de salida . . . . .	165
6.3.2. Derivada de la admitancia en función de la frecuencia de oscilación . . . . .	165
6.3.3. Derivada de la admitancia en función de la tensión de varactor . . . . .	166
6.3.4. Derivadas de la admitancia respecto a la corriente de inyección . . . . .	166
6.4. Montaje final en el laboratorio y calibración . . . . .	168
6.4.1. Calibración de los generadores . . . . .	170
6.4.2. Problemas de la medida . . . . .	175
6.4.3. Medidas y resultados finales . . . . .	176
6.5. Conclusión . . . . .	181
Bibliografía . . . . .	182
<b>Conclusiones y líneas futuras</b>	<b>185</b>
<b>A. Simulaciones</b>	<b>187</b>
A.1. Array bidimensional rectangular de 9 ( $3 \times 3$ ) elementos . . . . .	188
A.1.1. Red de acoplo . . . . .	189
A.1.2. Régimen libre . . . . .	192
A.1.3. Régimen inyectado . . . . .	193
A.2. Array triangular de 4 elementos . . . . .	199
A.2.1. Análisis en régimen libre . . . . .	200
A.2.2. Análisis en régimen inyectado . . . . .	201

A.3. Análisis de la respuesta de un array de osciladores empleando el método de la envolvente compleja . . . . .	207
A.4. Análisis de ruido de fase en un array de osciladores acoplados . . . . .	215
A.4.1. Ruido de fase en régimen libre . . . . .	216
A.4.2. Ruido de fase en régimen inyectado . . . . .	218
A.5. Array de $3 \times 3$ elementos con $75 \Omega$ de impedancia de carga . . . . .	225
A.6. Array lineal de 3 elementos con diferentes tipos de osciladores . . . . .	231
A.7. Array de $3 \times 3$ elementos con red de acoplo formada con diferentes tipos de cuadripolos	236
A.8. Array lineal de 3 elementos en condiciones de acoplo fuerte . . . . .	242

# Índice de figuras

1.	Esquema de funcionamiento de un array unidimensional de antenas uniformemente distribuido. . . . .	1
2.	Esquema general de un array de $n$ osciladores acoplados conectados a un array de antenas. . . . .	2
1.1.	División del circuito en dos subredes, una lineal y otra no lineal considerando las no linealidades como fuentes dependientes. . . . .	9
1.2.	Espectro de una señal modulada donde la señal de baja frecuencia se replica en cada armónico de la portadora. . . . .	11
1.3.	Esquema del análisis con la envolvente compleja a una señal modulada. . . . .	11
1.4.	Esquema de conexión de la sonda de medida a un circuito. (a) Sonda de tensión. (b) Sonda de corriente. . . . .	13
1.5.	Efecto del ruido de sobre una señal oscilante. (a) Análisis vectorial. (b) Efecto sobre el espectro. . . . .	16
1.6.	Espectro de ruido de fase. Diferentes regiones según las fuentes de ruido presentes en los circuitos. . . . .	17
2.1.	Esquema general de un array de $n$ osciladores conectados a través de una red de acoplo definida a partir de sus parámetros $Y$ . . . . .	23
2.2.	Solución del análisis de régimen libre, frecuencia de oscilación ( <i>arriba</i> ), tensión de salida ( <i>centro</i> ) y parámetros de control ( <i>abajo</i> ), para los elementos de la columna central de un array de $3 \times 3$ osciladores. Comparación con la obtenida mediante el método de balance armónico en el <i>ADS</i> . . . . .	28
2.3.	Esquema general de un array inyectado de $n$ osciladores donde la red de acoplo está caracterizada a través de sus parámetros $Y$ y se introduce señal mediante un generador externo conectado al puerto de inyección del $g$ -ésimo <i>VCO</i> . . . . .	29

2.4. Elipses de sincronismo, izquierda, y parámetros de control, derecha, para los elementos en la columna central de un array de $3 \times 3$ elementos cuando el desfase es de $0^\circ$ en los dos ejes. Comparación con la solución de balance armónico en el <i>ADS</i> . . . . .	32
2.5. Derivadas de la admitancia en función de la corriente de inyección cuando se cumple la condición de Cauchy-Riemann ( <i>arriba</i> ) y cuando no ( <i>abajo</i> ) representadas según su módulo ( <i>izquierda</i> ) y fase ( <i>derecha</i> ). . . . .	35
2.6. Tensiones de control en un array triangular de 4 elementos cuando se barre la fase en el eje $x$ , izquierda, e $y$ , derecha. Comparación con la solución de balance armónico en el <i>ADS</i> . . . . .	37
2.7. Tensiones de control en un array triangular de 4 elementos cuando se barre la relación de fase en el eje $x$ para distintos valores de diferencias de fases en el eje $y$ . $y = 0^\circ$ , izquierda, y $y = 60^\circ$ , derecha. En la gráfica se puede ver como el rango de soluciones estables se comprime al incrementarse la relación de fases en $y$ a $60^\circ$ . Comparación de los valores obtenidos con la solución de balance armónico en el <i>ADS</i> . . . . .	47
2.8. Elipses de sincronismo de los elementos de la columna central de dos arrays de $3 \times 3$ en los que se han empleado dos osciladores distintos. En las elipses se han indicado las regiones estables correspondiéndose con la mitad superior en la figura de la izquierda y la inferior en la de la derecha. Debajo las tensiones de control correspondiente a cada circuito con los rangos de fases estables indicados. Comparación con la solución de balance armónico en el <i>ADS</i> . . . . .	48
2.9. Espectro, izquierda, alrededor de la frecuencia de oscilación para los elementos de la columna central de un array de $3 \times 3$ elementos y evolución de la fase de la envolvente en el tiempo, derecha, cuando se inyecta al circuito una señal modulada en fase. Comparación de los valores obtenidos mediante la <i>FSA</i> con la solución de la envolvente compleja en el <i>ADS</i> . . . . .	54
2.10. Esquema general de un array en régimen de libre oscilación, conectado a través de una red de acoplo, con fuentes de ruido presentes en el circuito. . . . .	55
2.11. Ruido de fase en régimen libre de cada oscilador de un array de $3 \times 3$ elementos para la solución con desfase $0^\circ$ . En el cálculo de ruido se ha considerado tanto la presencia de ruido de flicker, tramo de pendiente de $10 \text{ dB/dec}$ , como blanco. Comparación con la respuesta de ruido del oscilador aislado obtenida con las mismas fuentes en <i>ADS</i> . . . . .	64
2.12. Esquema general de un array, conectado a través de una red de acoplo, con fuentes de ruido presentes en el circuito. . . . .	65

2.13. Ruido de fase en régimen inyectado para el array de $3 \times 3$ elementos. El ruido se ha obtenido para el punto de desfase $0^\circ$ en el array con una corriente de inyección de amplitud $I_{iny} = 1e - 3 A$ . Comparación con la respuesta de ruido del oscilador aislado obtenida para las mismas condiciones de inyección. . . . .	71
3.1. Ejemplos de topologías lineal, izquierda, y bidimensional, derecha. En este ejemplo se pueden ver dos arrays con el mismo número de elementos que, al cambiar sus conexiones, dan lugar a dos tipos diferentes. . . . .	76
3.2. Ejemplos de diferentes estructuras de redes de acoplo para diferentes topologías formadas a partir de cuadripolos de interconexión y monopolos de ajuste de carga. . . .	77
3.3. Ejemplo de la estructura de un cuadripolo de interconexión. . . . .	78
3.4. Estructura general de un array lineal de $VCOs$ de $n$ elementos interconectados mediante cuadripolos y con monopolos de ajuste de carga. . . . .	79
3.5. Array lineal de 3 elementos. . . . .	80
3.6. Estructura general de un array bidimensional rectangular de $VCOs$ interconectados mediante cuadripolos y con monopolos de ajuste de carga. . . . .	83
3.7. Separación en filas y columnas de la red de acoplo de un array bidimensional para el cálculo de la matriz de parámetros $Y$ global. . . . .	83
3.8. Ejemplo de transformación de una red de acoplo triangular conectada por elementos de tres puertos en una red conectada mediante cuadripolos de interconexión. . . . .	88
3.9. Array bidimensional triangular de 6 elementos. Se han indicado los índices asignados a cada puerto de la red de acoplo así como la orientación de los cuadripolos señalando la posición de los puertos $P1$ y $P2$ en cada uno de ellos. . . . .	88
4.1. Elipses de sincronismo para los elementos de la columna central de una array de $3 \times 3$ elementos calculadas empleando una aproximación de Taylor de orden 1, izquierda, y de orden 2, derecha, Comparación con las soluciones obtenidas mediante balance armónico en $ADS$ . . . . .	99
4.2. Aproximación mediante series de Taylor de una función: $a$ mediante un solo punto, $b$ a tramos mediante varios puntos. . . . .	100
4.3. Elipses de sincronismo para los elementos de la columna central de una array de $3 \times 3$ elementos calculadas empleando una aproximación de Taylor de orden 1 de un solo punto, izquierda, y a tramos en función de la tensión de varactor, derecha, Comparación con las soluciones obtenidas mediante balance armónico en $ADS$ . . . . .	102

4.4. Amplitudes de las tensiones de salida de los <i>VCOs</i> para un array lineal de 3 elementos en el que se uno de ellos es diferente al resto. En la gráfica se puede comprobar cómo se ve afectado el rango de soluciones estables a causa de la asimetría. Comparación con las soluciones obtenidas mediante balance armónico en <i>ADS</i> . . . . .	104
4.5. Array bidimensional triangular de 6 elementos construido con tres tipos de cuádrupolos y dos tipos de monopolos. . . . .	105
4.6. Esquema general alternativo para el análisis de un array de osciladores empleando una caracterización a partir de la aplicación del equivalente Norton. . . . .	108
4.7. Cálculo de la resistencia equivalente, <i>a</i> , y de la corriente de Norton, <i>b</i> , para el primer <i>VCO</i> de un array de osciladores acoplados. . . . .	109
4.8. Esquema de cálculo de las derivadas con la sonda de medida para la simulación de arrays cuando la impedancia de carga equivalente de Norton es distinta de $Z_L$ . . . . .	112
4.9. Tensiones de salida, izquierda, y de control de varactor, derecha, para los elementos de la columna central de un array bidimensional de $3 \times 3$ osciladores cargados con una impedancia equivalente de Norton de $30 \Omega$ . Comparación con la solución obtenida mediante balance armónico en el <i>ADS</i> . . . . .	114
4.10. Esquema general alternativo para el análisis de un array de osciladores empleando una caracterización a partir de la aplicación del equivalente Norton en condiciones de acoplo fuerte. En este se considera a las fuentes de corrientes equivalentes como admitancias. . . . .	115
4.11. Tensiones de salida de un array lineal de 3 elementos en condiciones de acoplo fuerte calculadas mediante la formulación semianalítica. Comparación con la solución obtenida mediante balance armónico en el <i>ADS</i> . . . . .	117
5.1. Esquema de las aplicaciones implementadas en <i>Matlab</i> para el cálculo de las soluciones de los arrays de osciladores. . . . .	122
5.2. Esquema del array de osciladores desarrollado. . . . .	123
5.3. Modelo del <i>VCO</i> empleado en el array de osciladores. El condensador $C_{out}$ no está presente en el circuito empleándose únicamente en simulación. . . . .	124
5.4. Foto detalle del <i>VCO</i> empleado en el array de osciladores. . . . .	125
5.5. Esquema del entorno de medida de las soluciones empleado para el array de osciladores. . . . .	126
5.6. Foto del sistema con el array completo. En la imagen se puede ver el aspecto final del sistema al conectarlo. Por orden las placas se corresponden con la red de acoplo, <i>arriba</i> , la placa de <i>VCOs</i> , en <i>medio</i> , y el sistema de medida de fases, <i>debajo</i> del todo. . . . .	126

5.7. Foto de las placas que componen el array. Placa de <i>VCOs</i> , <i>izquierda</i> , y la red de acoplo, <i>derecha</i> . . . . .	127
5.8. Detalle de la red de acoplo tras adaptarla al array de 3 elementos. En la imagen se puede ver la red central desacoplada del resto, uniones verticales, y las resistencias serie y paralelo en las uniones con los osciladores. . . . .	127
5.9. Espectro de salida de los <i>VCOs</i> en régimen libre cargados con $50\ \Omega$ para una $V_{tt} = 1,55\ V$ . . . . .	128
5.10. Parámetros <i>Y</i> medidos de la red de acoplo. Magnitud, <i>izquierda</i> , y fase, <i>derecha</i> . Parámetros de reflexión, (1,1),(2,2) y (3,3), <i>arriba</i> parámetros de transmisión de las conexiones directas, (1,2),(2,1),(2,3) y (3,2), <i>medio</i> y conexiones indirectas, (1,3) y (3,1), <i>abajo</i> . . . . .	130
5.11. Medida de las soluciones en régimen de libre oscilación del array de osciladores. Comparación con la formulación semianalítica empleando los modelos corregidos de los <i>VCOs</i> . . . . .	132
5.12. Elipses de sincronismo medidas en el array de osciladores para una inyección de $-25\ dBm$ , <i>izquierda</i> , y $-20\ dBm$ , <i>derecha</i> . Tanto las amplitudes de salida ( <i>arriba</i> ) como las tensiones de control ( <i>medio</i> ) se han representado respecto a la frecuencia al no disponer de la fase de inyección. <i>Abajo</i> diferencias de fases para cada uno de los puntos medidos. Comparación con la formulación semianalítica empleando los modelos corregidos de los <i>VCOs</i> . . . . .	133
5.13. Medida de las soluciones con desfase progresivo constante para una señal de inyección de frecuencia $5,05\ GHz$ y $-25\ dBm$ de potencia. Solo se ha representado las amplitudes de salida, <i>izquierda</i> , y las tensiones de control, <i>derecha</i> , ya que la frecuencia es constante. Comparación con la formulación semianalítica empleando los modelos corregidos de los <i>VCOs</i> . . . . .	134
5.14. Espectro de los osciladores en régimen de libre oscilación conectados a la red de acoplo. A la <i>izquierda</i> el <i>VCO</i> 2 aislado. A la <i>derecha</i> salida de los tres <i>VCOs</i> en régimen sincronizado. Las frecuencias de las curvas sincronizadas no coinciden debido a que se han obtenido en instantes de tiempo distintos y la deriva de la respuesta de los circuitos desplaza a la oscilación. . . . .	136
5.15. Ruido de fase medido en régimen libre para los <i>VCOs</i> sincronizados comparado con el del <i>VCO</i> 2 aislado en las mismas condiciones de carga. Comparación con la formulación semianalítica. . . . .	137

5.16. Espectro de los osciladores en régimen inyectado conectados a la red de acoplo para una señal de frecuencia de inyección $5,03\text{ Ghz}$ , $VCO$ aislado, y $5,05\text{ Ghz}$ , array sincronizado, y potencia $-20\text{ dBm}$ . A la <i>izquierda</i> el $VCO$ 2 aislado. A la <i>derecha</i> salida de los tres $VCOs$ en régimen sincronizado. . . . .	138
5.17. Ruido de fase medido en régimen inyectado para los $VCOs$ sincronizados comparado con el del $VCO$ 2 aislado en las mismas condiciones de la figura 5.16. Comparación del nivel de ruido con la respuesta del generador de inyección y las soluciones obtenidas con la formulación semianalítica. . . . .	138
5.18. Esquema del montaje realizado para la medida de las soluciones con señales de inyección moduladas. . . . .	139
5.19. Montaje realizado en el laboratorio para la medida de las soluciones con señales de inyección moduladas. . . . .	140
5.20. Soluciones obtenidas al variar la frecuencia de inyección en el array alrededor del punto con $f_{iny} = 5,05\text{ Ghz}$ y desfase entre elementos $180^\circ$ . Suma de las salidas de los $VCOs$ 1 y 2, <i>izquierda</i> , y muestra tomada a través de un acoplador de la salida del $VCO$ 3, <i>derecha</i> . . . . .	142
5.21. Medida del nivel de cancelación en la suma de las señales de los $VCOs$ 1 y 2 para una señal de inyección con $f_{iny} = 5,05\text{ Ghz}$ y $P_{iny} = -6\text{ dBm}$ modulada en fase con $f_{mod} = 500\text{ Khz}$ y diferentes desviaciones de fases en el punto de desfase $180^\circ$ . . . .	143
5.22. Muestra tomada a través de un acoplador de la salida del $VCO$ 3 sincronizado en régimen inyectado para una señal de inyección con $f_{iny} = 5,05\text{ Ghz}$ y $P_{iny} = -6\text{ dBm}$ modulada en fase con $f_{mod} = 500\text{ Khz}$ y diferentes desviaciones de fases en el punto de desfase $180^\circ$ . . . . .	144
5.23. Señal inyectada en las medidas de las figuras 5.21 y 5.22 con los distintos valores de desviación de fase. . . . .	145
5.24. Medida del nivel de cancelación en la suma de las señales de los $VCOs$ 1 y 2 para una señal de inyección modulada en fase con $f_{mod} = 500\text{ Khz}$ y una desviación de fase de $90^\circ$ en el punto de desfase $f_{iny} = 5,05\text{ Ghz}$ y $180^\circ$ al variar la frecuencia de inyección. . . . .	146
5.25. Muestra tomada a través de un acoplador de la salida del $VCO$ 3 sincronizado en régimen inyectado para una señal modulada en fase con $f_{mod} = 500\text{ Khz}$ y una desviación de fase de $90^\circ$ en el punto de desfase $f_{iny} = 5,05\text{ Ghz}$ y $180^\circ$ al variar la frecuencia de inyección. . . . .	147
5.26. Señal inyectada en las medidas de las figuras 5.24 y 5.25 con los distintos valores de frecuencia de inyección. . . . .	148

6.1. Esquema para el cálculo de las derivadas de un <i>VCO</i> . (a) Fuente de inyección conectada al mismo nodo que el generador auxiliar. (b) Fuente de inyección conectada a un nodo diferente al del generador auxiliar. . . . .	153
6.2. Modificación del circuito donde se ha conectado un circulador en el nodo de interés. . . . .	157
6.3. Circuito de carga para el cálculo de la corriente de inyección. Este está compuesto del circulador, la fuente de inyección y la resistencia de carga. . . . .	157
6.4. <i>VCO</i> empleado para validar el método propuesto para la medida de las derivadas. El punto de trabajo elegido, con una tensión de control $V_{tto} = 2,5 V$ , para el caso de oscilación libre es, en simulación, $f_o = 5,02448 GHz$ y $V_o = 1,83654 V$ . . . . .	158
6.5. Esquema de medida para el cálculo de las derivadas $\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r}$ e $\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^i}$ donde se ha reubicado el generador de inyección en el puerto del <i>VCO</i> designado para introducir señales externas. En el esquema se ha mantenido el circulador en la salida para no alterar las condiciones de carga del circuito. . . . .	161
6.6. Elipses de sincronismo obtenidas para diferentes valores de potencia de inyección. Comparación entre los resultados obtenidos con las derivadas calculadas por el método propuesto, por diferencias finitas y mediante simulación directa en el <i>ADS</i> . . . . .	163
6.7. Diagrama de bloques del sistema propuesto para realizar la medida. . . . .	164
6.8. Diagrama de bloques del sistema propuesto para realizar la medida de las derivadas de la admitancia respecto a la corriente de inyección. . . . .	166
6.9. Sistema implementado para estimar $\bar{V}_{ct}$ e $\bar{I}_{ct}$ a partir de la medida en el <i>ADS</i> . . . . .	167
6.10. Sistema implementado para estimar $\bar{V}_{ct}$ e $\bar{I}_{ct}$ a partir de la medida en el <i>ADS</i> cuando se inyecta por el puerto de inyección. . . . .	168
6.11. Sistema de medida final empleado en el laboratorio para la obtención de las tensiones y corrientes en el nodo de interés. En la imagen se han indicado las conexiones y los distintos subsistemas. . . . .	169
6.12. Esquema del montaje empleado para la calibración de los generadores. . . . .	171
6.13. $\phi_{ref}$ es la diferencia entre la fase inicial de $G1$ , $(V_{G1}, 0^\circ)$ , y la de $G2$ , $(V_{G2}, 0^\circ)$ . Si se detecta un cero de potencia en $(V_{G1}, \phi_{G1})$ entonces el desfase corregido debe ser $\phi_{G1} - \phi_{ref}$ . . . . .	172
6.14. Referencia de fase cuando se fuerza el uso del mismo atenuador en los dos generadores. . . . .	173
6.15. Fase de referencia cuando los atenuadores $A_{tt1}$ y $A_{tt3}$ son forzados en cada generador. . . . .	174

6.16. Fotografía de la placa del <i>VCO</i> empleado para la verificación con medidas reales del procedimiento de cálculo de las derivadas a partir de soluciones sincronizadas. En la imagen, se han señalado las distintas partes del circuito para facilitar la correspondencia con el esquemático de la figura 6.4. . . . . .	176
6.17. Elipses de sincronismo cuando se inyecta al <i>VCO</i> por la salida a través de un circulator. Comparación entre las elipses obtenidas a partir de las derivadas calculadas y los datos medidos para las mismas potencias de inyección. Nótese que las derivadas se han obtenido a partir de soluciones sincronizadas para una potencia de inyección de $-20\text{ dBm}$ . . . . .	180
6.18. Elipses de sincronismo cuando el generador de inyección está conectado al puerto de inyección del <i>VCO</i> . Comparación entre las elipses calculadas con la formulación semianalítica y los datos medidos para la misma potencia de inyección. Nótese que, en este caso, las derivadas se han obtenido a partir de soluciones sincronizadas para una potencia de inyección de $-30\text{ dBm}$ . . . . .	180
A.1. Oscilador de Vanderpol a $5.2\text{ Ghz}$ empleado como base para los arrays. . . . .	188
A.2. Topología del array de 9 ( $3 \times 3$ ) elementos. En la imagen se han indicado los índices asociados a cada uno de los osciladores del array. . . . .	188
A.3. Estructura de los cuadripolos de interconexión y los monopolos empleados en el array. . . . .	189
A.4. Impedancia equivalente de Norton de la red de carga, para las soluciones de la figura A.7, en el array de $3 \times 3$ osciladores de Vanderpol. Módulo, izquierda, y fase, derecha. . . . .	190
A.5. $Z_{Eff}$ de la red de carga, para las soluciones de la figura A.7, en el array de $3 \times 3$ osciladores de Vanderpol. Módulo, izquierda, y fase, derecha. . . . .	191
A.6. Corrientes equivalentes de Norton, calculadas sobre las soluciones de la figura A.7, en cada uno de los <i>VCOs</i> del array de $3 \times 3$ osciladores de Vanderpol. Amplitud, izquierda, y fase, derecha. . . . .	191
A.7. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el <i>ADS</i> , para un array de $3 \times 3$ osciladores de Vanderpol con $\Delta\varphi = -90^\circ \cdots 90^\circ$ y $\Delta\theta = 0^\circ$ en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver la frecuencia, arriba del todo, las amplitudes de salida por columnas, izquierda, y los valores de sus parámetros de control correspondientes, derecha. . . . .	195
A.8. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el <i>ADS</i> , para un array de $3 \times 3$ osciladores de Vanderpol con $\Delta\varphi = -90^\circ \cdots 90^\circ$ y $\Delta\theta = 32^\circ$ en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver la frecuencia, arriba del todo, las amplitudes de salida por columnas, izquierda, y los valores de sus parámetros de control correspondientes, derecha. . . . .	196

A.9. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el <i>ADS</i> , para un array de $3 \times 3$ osciladores de Vanderpol con $\Delta\varphi = 0^\circ$ y $\Delta\theta = 0^\circ$ en régimen inyectado cuando se introduce una corriente de amplitud $I_{iny} = 1e - 4 A$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de $0^\circ$ a $360^\circ$ , izquierda, con los valores correspondientes de los parámetros de control en cada <i>VCO</i> del array, derecha. . . . .	197
A.10. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el <i>ADS</i> , para un array de $3 \times 3$ osciladores de Vanderpol con $\Delta\varphi = 32^\circ$ y $\Delta\theta = 32^\circ$ en régimen inyectado cuando se introduce una corriente de amplitud $I_{iny} = 1e - 4 A$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de $0^\circ$ a $360^\circ$ , izquierda, con los valores correspondientes de los parámetros de control en cada <i>VCO</i> del array, derecha. . . . .	198
A.11. Topología elegida para el array triangular de 4 elementos con las conexiones entre ellos. En la figura se ha indicado el índice correspondiente a cada elemento así como se puede identificar cual de ellos actuará de referencia de fase para el cálculo de las soluciones. . . . .	199
A.12. Estructura de los cuadripolos de interconexión empleados en el array. . . . .	200
A.13. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el <i>ADS</i> , en un array triangular de 4 osciladores con $\Delta\varphi = 0^\circ$ y $\Delta\theta = -90^\circ \dots 90^\circ$ en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver de arriba a abajo la frecuencia, las amplitudes de salida, y los valores de tensión de control. . . . .	202
A.14. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el <i>ADS</i> , en un array triangular de 4 osciladores con $\Delta\varphi = -90^\circ \dots 90^\circ$ y $\Delta\theta = 0^\circ$ en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver de arriba a abajo la frecuencia, las amplitudes de salida, y los valores de tensión de control. . . . .	203
A.15. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el <i>ADS</i> , en un array triangular de 4 osciladores con $\Delta\varphi = 60^\circ$ y $\Delta\theta = -90^\circ \dots 90^\circ$ en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver de arriba a abajo la frecuencia, las amplitudes de salida, y los valores de tensión de control. . . . .	204
A.16. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el <i>ADS</i> , en un array triangular de 4 <i>VCOs</i> en régimen inyectado para $\Delta\varphi = 0^\circ$ y $\Delta\theta = 0^\circ$ y una corriente de amplitud $I_{iny} = 1e - 3 A$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de $0^\circ$ a $360^\circ$ , arriba, y los valores correspondientes de las tensiones de control en cada oscilador en el array, abajo. . . . .	205

A.17.Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el *ADS*, en un array triangular de 4 *VCOs* en régimen inyectado para  $\Delta\varphi = 60^\circ$  y  $\Delta\theta = 0^\circ$  y una corriente de amplitud  $I_{iny} = 1e - 3A$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , arriba, y los valores correspondientes de las tensiones de control en cada oscilador en el array, abajo. . . . . 206

A.18.Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el *ADS*, para un array de  $3 \times 3$  osciladores con  $\Delta\theta = 0^\circ$  y  $\Delta\varphi = 0^\circ$  en régimen inyectado cuando se introduce una corriente de amplitud  $I_{iny} = 5e - 4A$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , izquierda, con los valores correspondientes de las tensiones de control en cada *VCO* del array, derecha. . . . . 209

A.19.Resultado del análisis de la envolvente compleja para la solución correspondiente a  $\phi_{iny} = 34^\circ$  en la figura A.18 cuando se modula la señal de inyección en fase con  $f_{mod} = 2,5MHz$  y un índice de modulación de  $\Delta\Phi = 10^\circ$  hasta  $2,75\mu s$  y  $\Delta\Phi = 70^\circ$  en el resto del análisis. Espectro de la envolvente alrededor de la portadora, izquierda, y evolución de las fases en función del tiempo, derecha. Comparación entre la formulación semianalítica y el *ADS*. . . . . 210

A.20.Diferencias entre las fases de las envolventes obtenidas en la simulación de la figura A.19 para los elementos del array de  $3 \times 3$  por filas, izquierda, y columnas, derecha. Comparación entre la formulación semianalítica y el *ADS*. . . . . 211

A.21.Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el *ADS*, para un array de  $3 \times 3$  osciladores de Vanderpol con  $\Delta\theta = 23^\circ$  y  $\Delta\varphi = 32^\circ$  en régimen inyectado cuando se introduce una corriente de amplitud  $I_{iny} = 5e - 4A$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , izquierda, con los valores correspondientes de las tensiones de control en cada *VCO* del array, derecha. . . . . 212

A.22.Resultado del análisis de la envolvente compleja para la solución correspondiente a  $\phi_{iny} = 46^\circ$  en la figura A.21 cuando se modula la señal de inyección en fase con  $f_{mod} = 3,5MHz$  y un índice de modulación de  $\Delta\Phi = 25^\circ$ . Espectro de la envolvente alrededor de la portadora, izquierda, y evolución de las fases en función del tiempo, derecha. Comparación entre la formulación semianalítica y el *ADS*. . . . . 213

A.23.Diferencias entre las fases de las envolventes obtenidas en la simulación de la figura A.22 para los elementos del array de  $3 \times 3$  por filas, izquierda, y columnas, derecha. Comparación entre la formulación semianalítica y el *ADS*. . . . . 214

A.24.*VCO* base empleado para el análisis de ruido de fase. . . . . 215

A.25. Ruido de fase en régimen libre para cada oscilador en el array de $3 \times 3$ elementos formado con el $VCO$ a $6,2\text{ GHz}$ para la solución en fase, $(\Delta\varphi = 0^\circ, \Delta\theta = 0^\circ)$ . Comparación con la respuesta de ruido del oscilador aislado obtenida con las mismas fuentes de ruido en $ADS$ . . . . .	217
A.26. Ruido de amplitud en régimen libre para cada oscilador en el array de $3 \times 3$ elementos formado con el $VCO$ a $6,2\text{ GHz}$ para la solución en fase, $(\Delta\varphi = 0^\circ, \Delta\theta = 0^\circ)$ . Comparación con la respuesta de ruido del oscilador aislado obtenida con las mismas fuentes de ruido en $ADS$ . . . . .	218
A.27. Elipse de sincronismo para el $VCO$ base aislado cuando se inyecta con una corriente de inyección de $I_{iny} = 1e - 3\text{ A}$ . En la figura se ha señalado la solución estable correspondiente a una frecuencia de inyección de $6,2862\text{ GHz}$ que es la que se empleará como referencia para comparar el nivel de ruido de fase. . . . .	219
A.28. Ruido de fase en régimen inyectado para el array de $3 \times 3$ elementos formado con el $VCO$ base a $6,2\text{ GHz}$ . El ruido se ha obtenido para el punto de fase en el array, $(\Delta\varphi = 0^\circ, \Delta\theta = 0^\circ)$ , con una corriente de inyección de amplitud $I_{iny} = 1e - 3\text{ A}$ y frecuencia de $6,286\text{ GHz}$ . Comparación con la respuesta de ruido del oscilador aislado obtenida para las mismas condiciones de inyección. . . . .	220
A.29. Ruido de amplitud en régimen inyectado para el array de $3 \times 3$ elementos formado con el $VCO$ base a $6,2\text{ GHz}$ . El ruido se ha obtenido para el punto de fase en el array, $(\Delta\varphi = 0^\circ, \Delta\theta = 0^\circ)$ , con una corriente de inyección de amplitud $I_{iny} = 1e - 3\text{ A}$ y frecuencia de $6,286\text{ GHz}$ . Comparación con la respuesta de ruido del oscilador aislado obtenida para las mismas condiciones de inyección. . . . .	221
A.30. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el $ADS$ , para un array de $3 \times 3$ osciladores con $\Delta\theta = 0^\circ$ y $\Delta\varphi = -90^\circ \dots 90^\circ$ en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver las amplitudes de salida por columnas par el armónico de $DC$ , izquierda, y para la frecuencia fundamental, derecha. . . . .	222
A.31. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el $ADS$ , para un array de $3 \times 3$ osciladores con $\Delta\theta = 0^\circ$ y $\Delta\varphi = -90^\circ \dots 90^\circ$ en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver la frecuencia, arriba del todo, y los valores de las tensiones de control en cada oscilador, debajo. . . . .	223
A.32. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el $ADS$ , para un array de $3 \times 3$ osciladores con $\Delta\varphi = 0^\circ$ y $\Delta\theta = 0^\circ$ en régimen inyectado cuando se introduce una corriente de amplitud $I_{iny} = 1e - 3\text{ A}$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de $0^\circ$ a $360^\circ$ , izquierda, con los valores correspondientes de las tensiones de control en cada $VCO$ del array, derecha. . . . .	224
A.33. Estructura de los cuadripolos y monopolos empleados en el la red de acoplo. . . . .	225

A.34. Magnitud y fase de la impedancia equivalente de Norton para cada uno de los osciladores en el array. . . . .	226
A.35. Elipses de sincronismo, derecha, y tensiones de control, izquierda, del array de $3 \times 3$ cargado con $75 \Omega$ para una corriente de inyección de amplitud $I_{iny} = 1e - 3 A$ y un desfase entre elementos de $(\Delta\theta = 0^\circ, \Delta\varphi = 0^\circ)$ . Las soluciones han sido calculadas empleando una aproximación de Taylor de orden 1. Comparación con la solución de balance armónico. . . . .	228
A.36. Elipses de sincronismo, derecha, y tensiones de control, izquierda, del array de $3 \times 3$ cargado con $75 \Omega$ para una corriente de inyección de amplitud $I_{iny} = 1e - 3 A$ y un desfase entre elementos de $(\Delta\theta = 0^\circ, \Delta\varphi = 0^\circ)$ . Las soluciones han sido calculadas empleando una aproximación de Taylor de orden 2. Comparación con la solución de balance armónico. . . . .	229
A.37. Elipses de sincronismo, derecha, y tensiones de control, izquierda, del array de $3 \times 3$ cargado con $75 \Omega$ para una corriente de inyección de amplitud $I_{iny} = 1e - 3 A$ y un desfase entre elementos de $(\Delta\theta = 0^\circ, \Delta\varphi = 0^\circ)$ . Las soluciones han sido calculadas empleando una aproximación de Taylor por tramos en función de la tensión de control del varactor entre $0 V$ y $5 V$ . Comparación con la solución de balance armónico. . . .	230
A.38. Topología del array de 3 elementos con distintos <i>VCOs</i> . . . . .	231
A.39. Estructura de los cuadripolos y monopolos empleados en el la red de acoplo. . . . .	231
A.40. Vanderpol modificado con una bobina en su salida para desajustar su respuesta. . . .	232
A.41. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el <i>ADS</i> , para un array de 3 elementos en el que se han empleado diferentes tipos de <i>VCOs</i> . La simulación se ha obtenido para el rango de desfases de $\Delta\theta = -90^\circ \dots 90^\circ$ en régimen de libre oscilación. . . . .	234
A.42. Elipses de sincronismo y valores de los coeficientes de control para el array de 3 elementos, con diferentes tipos de <i>VCOs</i> , para una corriente de inyección de amplitud $I_{iny} = 1e - 3 A$ y un desfase entre elementos de $\Delta\theta = 0^\circ$ . Comparación con la solución de balance armónico. . . . .	235
A.43. Topología del array de $3 \times 3$ elementos con distintos cuadripolos. En la imagen están indicados los índices correspondientes a cada <i>VCO</i> y la orientación de los cuadripolos de tipo 2 debido a que este es asimétrico. . . . .	236
A.44. Estructura de los distintos tipos de cuadripolos empleados en la red de acoplo. . . .	237
A.45. Magnitud y fase de la impedancia equivalente de Norton para cada uno de los osciladores en el array. . . . .	238

A.46.Detalle de la magnitud y fase de la impedancia equivalente de Norton para cada uno de los osciladores en el array alrededor de la frecuencia de trabajo del oscilador. . . .	238
A.47.Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el <i>ADS</i> , para un array de $3 \times 3$ osciladores en el que se han empleado diferentes tipos de cuadripolos para formar la red de acoplo. La simulación se ha obtenido para los desfases $\Delta\varphi = -90^\circ \dots 90^\circ$ y $\Delta\theta = 0^\circ$ en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver la frecuencia, arriba del todo, las amplitudes de salida por columnas, izquierda, y los valores de sus parámetros de control correspondientes, derecha. . . .	240
A.48.Elipses de sincronismo, izquierda, y tensiones de control, derecha, del array de $3 \times 3$ , con la red de acoplo formada de diferentes tipos de cuadripolos, para una corriente de inyección de amplitud $I_{iny} = 5e-4 A$ y un desfase entre elementos de $(\Delta\theta = 0^\circ, \Delta\varphi = 0^\circ)$ . Comparación con la solución de balance armónico. . . . .	241
A.49.Topología del array de 3 elementos para el análisis de las soluciones en condiciones de acoplo fuerte. . . . .	242
A.50.Caracterización de la respuesta del oscilador de Vanderpol a $5,2 Ghz$ en función de la admitancia de carga. Amplitud de salida, izquierda y frecuencia de libre oscilación, derecha. . . . .	243
A.51.Variación de $Y_{Eff}$ en cada uno de los osciladores del array de 3 elementos en condiciones de acoplo fuerte. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el <i>ADS</i> . Gráfica en admitancia, izquierda, e impedancia, derecha. . . . .	244
A.52.Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el <i>ADS</i> , para un array de 3 elementos en condiciones de acoplo fuerte. La simulación se ha obtenido para el rango de desfases de $\Delta\theta = -90^\circ \dots 90^\circ$ en régimen de libre oscilación. . . . .	246
A.53.Elipses de sincronismo y valores de los coeficientes de control para el array de 3 elementos, en condiciones de acoplo fuerte, para una corriente de inyección de amplitud $I_{iny} = 1e-4 A$ y un desfase entre elementos de $\Delta\theta = 0^\circ$ . Comparación con la solución de balance armónico. Se han incluido las elipses normalizadas, derecha, para comparar mejor la relación de aspecto entre las curvas obtenidas. . . . .	247



# Índice de tablas

6.1. Resumen de los datos necesarios para el cálculo de la derivada de la admitancia de salida respecto de amplitud de la tensión de salida. . . . .	159
6.2. Resumen de los datos necesarios para el cálculo de la derivada de la admitancia de salida respecto de la frecuencia de la oscilación. . . . .	160
6.3. Resumen de los datos necesarios para el cálculo de la derivada de la admitancia de salida respecto de la tensión de varactor. . . . .	160
6.4. Resumen de los datos necesarios para el cálculo de las derivadas de la admitancia de salida respecto de la parte real e imaginaria de la corriente de inyección. . . . .	162
6.5. Errores relativos de las derivadas calculadas respecto a las obtenidas con el generador auxiliar. . . . .	162
6.6. Parámetros de los generadores empleados para obtener las fases de referencia a una frecuencia específica. . . . .	173
6.7. Nivel de potencia detectado relativo al nivel máximo a la salida del combinador frente a variaciones en la amplitud y fase de una de las entradas. . . . .	175
6.8. Datos para el cálculo de la fase de referencia en función de la frecuencia y a partir de los atenuadores internos. . . . .	177
6.9. Datos medidos para el cálculo de las derivadas en función de la amplitud, frecuencia y tensión de control del varactor. . . . .	178
6.10. Datos empleados para el cálculo de las derivadas de amplitud, frecuencia y tensión de control del varactor y valores obtenidos para las mismas. . . . .	179
6.11. Datos medidos para el cálculo de las derivadas de inyección. . . . .	179
6.12. Datos empleados para el cálculo de las derivadas de inyección y valores obtenidos para las mismas . . . . .	179



# Introducción

Los arrays de antenas, *phased arrays* por su nomenclatura en inglés, permiten configurar su diagrama de radiación de forma electrónica mediante el control de las fases de las corrientes que alimentan a cada uno de los elementos radiantes que forman el sistema. Este efecto se logra mediante la combinación de los diagramas de radiación de todos los elementos individuales [1], tal y como se puede ver en el esquema de la figura 1. A efectos prácticos se trata al conjunto como una única antena cuyo haz es orientable electrónicamente.

Este sistema presenta numerosas ventajas ya que, al poder controlar el haz electrónicamente, se eliminan la necesidad de emplear elementos de apuntamiento mecánicos reduciendo el coste de mantenimiento y el consumo al tiempo que se aumenta la velocidad de respuesta. Por contra, el control del sistema gana en complejidad al exigir el uso de sistemas de ajuste de fase entre los elementos de los arrays.

Habitualmente, el control del apuntamiento en los arrays de antenas se ha realizado mediante el empleo de desfases variables. Ello exige emplear un desfaseador para cada elemento del array, los cuales actúan de forma independiente entre sí, debiendo estar perfectamente caracterizados para garantizar las relaciones de fases entre las antenas o, lo que es lo mismo, la correcta configuración y apuntamiento del haz. Además, cada desfaseador requiere de un conjunto de líneas de control que complican el diseño.

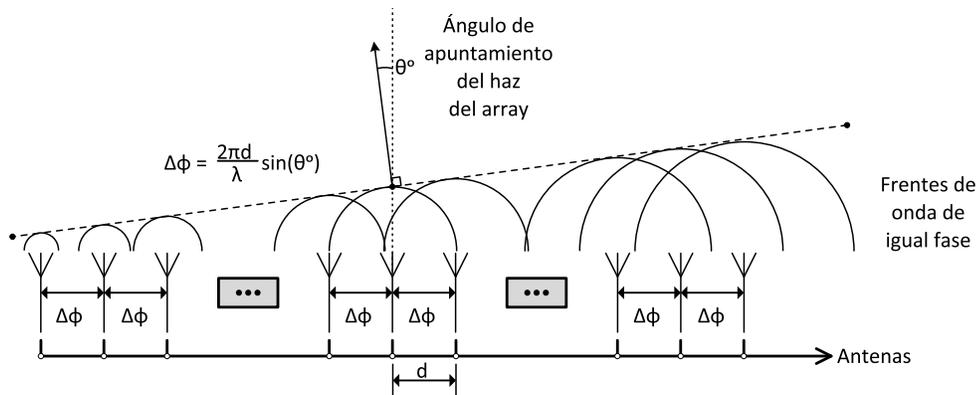


Figura 1: Esquema de funcionamiento de un array unidimensional de antenas uniformemente distribuido.

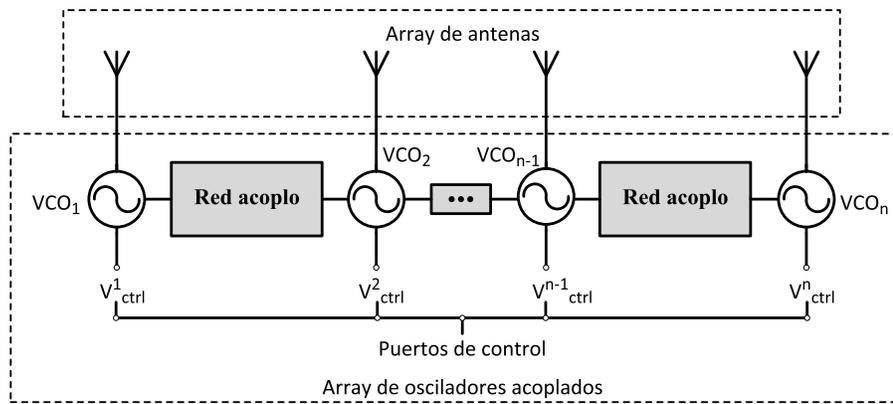


Figura 2: Esquema general de un array de  $n$  osciladores acoplados conectados a un array de antenas.

Una alternativa al empleo de desfases variables es el uso de sistemas sincronizados para generar un conjunto de señales a la misma frecuencia y con una relación de fase conocida entre ellas de tal forma que sirvan para alimentar a los arrays de antenas. El sincronismo garantizará que se mantenga constante en el sistema la relación de fases entre las señales.

Una de las técnicas propuestas a partir de sistemas sincronizados es la de emplear un array de osciladores acoplados [2–4]. Estos sistemas están formados por un conjunto de osciladores controlados por tensión,  $VCOs$ , que se conectan entre sí a través de una red pasiva (figura 2) de tal forma que, variando las señales de control, se puede ajustar el desfase relativo entre sus salidas. Esto permite utilizar a los osciladores directamente para alimentar un array de antenas y controlar la dirección de apuntamiento a través de dichas tensiones de control. Adicionalmente, estos sistemas permiten el sincronizarlos con una señal externa al conjunto, lo que aumenta las posibilidades de uso al permitir emplear esta para la transmisión de señales moduladas, control de la frecuencia, reducción del ruido de fase, etc.

Los arrays de antenas pueden presentar diferentes configuraciones en función de la distribución espacial de sus elementos [1]. Así, se puede tener

- Arrays unidimensionales o lineales. Son aquellos en los que los elementos están dispuestos en “línea” o a lo largo de una única dimensión permitiendo el ajustar el ángulo de apuntamiento respecto a la perpendicular de esta.
- Arrays planos o bidimensionales. Son aquellos en los que los elementos radiantes están dispuestos sobre un plano. En este caso permiten el control del haz en dos dimensiones.
- Arrays conformados. Son aquellos arrays en los que elementos del sistemas están distribuidos sobre una superficie no plana como podría ser una semiesfera, cilindro, etc.

Para poder conformar los haces se debe determinar en función de la topología, el número  $n$  de elementos, la longitud de onda  $\lambda$  y los desfases relativos necesarios a aplicar a cada una de las

antenas individuales del sistema.

Para poder alimentar directamente a las antenas, los osciladores deben tener la misma disposición espacial porque de no hacerlo así, habría que introducir elementos adicionales en los circuitos para llevar las distintas señales a cada una de las antenas, lo que complicaría el diseño al tener que garantizar las relaciones de fases.

De este modo, a los arrays de osciladores acoplados se les puede aplicar la misma clasificación según sea la antena para la que han sido diseñados.

Sin embargo, a pesar de la sencillez de su estructura, los arrays de *VCOs* resultan muy complejos de analizar y diseñar, debido a que la no linealidad en la respuesta de los osciladores dificulta la obtención de unos modelos que permitan operar de forma ágil y rápida.

Para poder resolver estos problemas se ha desarrollado modelos de orden reducido de estos sistemas que permiten, mediante una caracterización funcional de los circuitos, aproximar el comportamiento de los osciladores mediante un pequeño grupo de parámetros. Estos modelos se han aplicado al análisis de arrays de osciladores lineales en el pasado con buenos resultados [5–10].

Con el objeto de maximizar los beneficios que se obtienen del uso de esta formulación simplificada se va a extender su aplicación al caso de las topologías bidimensionales de forma que se puedan obtener las soluciones en aquellos sistemas diseñados para operar sobre un array de antenas bidimensional.

Para validar los resultados obtenidos mediante la aplicación de esta técnica de análisis, se realizarán numerosas simulaciones sobre diferentes circuitos y se compararán con los resultados obtenidos en una aplicación de software comercial mediante los métodos clásicos de análisis así como se realizarán medidas sobre un circuito real.

Por último, se presentará un método para la caracterización de osciladores a partir datos obtenidos de medidas reales que, aunque no tiene una aplicación directa en el análisis de arrays, puede ser empleado para obtener los modelos de los circuitos con los que estos se diseñan.

A continuación se expone brevemente el contenido de los distintos capítulos que forman esta tesis.

En el primer capítulo se hará una breve introducción a los fundamentos teóricos empleados a lo largo de este trabajo, presentando los métodos clásicos de análisis de circuitos, además de aquellos elementos auxiliares como la sonda de medida, que sin formar parte de la formulación se deben conocer para su aplicación.

El capítulo 2 presentará la formulación semianalítica desarrollando las expresiones de forma detallada para los distintos casos de uso y se explicará el modo de aplicación a la resolución de los arrays de osciladores. También extenderá el análisis al estudio de estabilidad, ruido de fase y modulación, a partir de las soluciones estacionarias obtenidas con dicha formulación.

En el capítulo 3 se obtendrán diferentes algoritmos que permiten caracterizar a las redes pasivas

que interconectan a los osciladores centrándose principalmente en los arrays bidimensionales. Estos algoritmos han sido desarrollados con el objeto de integrarlos en el proceso de resolución de los sistemas de ecuaciones de forma que contribuyan a reducir los tiempos y el coste computacional.

El capítulo 4 incluye en un conjunto de ajustes independientes que se pueden aplicar a la formulación con el objeto de adaptarla a aquellos sistemas que no cumplen con las simplificaciones impuestas en el desarrollo de la misma, lo que permitirá extender su uso a un número mayor de sistemas.

Para estimar la respuesta de un circuito real a partir de la formulación semianalítica, en el capítulo 5, se aplicarán las técnicas desarrolladas en combinación con esta sobre un array de osciladores acoplados diseñado y construido en el laboratorio. En este capítulo se expondrán las medidas realizadas, así como las modificaciones que se han hecho sobre las expresiones para poder adaptarlas a las condiciones de trabajo del sistema.

Por último, en el capítulo 6, se presentará un método para caracterizar la respuesta de un oscilador a partir de datos medidos sobre el dispositivo físico. Aunque dicha técnica no forma parte de la formulación, esta resulta ser un buen complemento pues permite el empleo de datos obtenidos sobre el circuito real, en vez de depender de datos extraídos de un modelo simulado.

---

## Bibliografía

- [1] L. Josefsson and P. Persson, *Conformal Array Antenna Theory And Design*, Ed. IEEE Wiley, Piscataway, NJ, 2006.
- [2] R. A. York and T. Itoh, "Injection and phase locking techniques for beam control", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 46, no. 11, pp. 1920-1929, November 1998.
- [3] A. Suárez, *Analysis and Design of Autonomous Microwave Circuits*, Ed. IEEE Wiley, Piscataway, NJ, Jan. 2009.
- [4] A. Collado, "Análisis y control práctico de bifurcaciones en circuitos de microondas. Aplicación a sistemas de osciladores acoplados." Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, May 2007.
- [5] A. Collado, A. Suárez, and S. Sancho, "Semi-analytical formulation for the stability analysis of coexisting solutions in coupled-oscillator systems", in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium*, 2007, pp. 973-976.
- [6] A. Collado, F. Ramírez, and A. Suárez, "Harmonic-balance analysis and synthesis of coupled-oscillator arrays", *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 14, no. 5, pp. 192-194, May 2004.
- [7] A. Suárez, F. Ramírez, and S. Sancho, "Coupled-oscillator systems: efficient simulation with harmonic-balance based oscillator models", in *Numerical Electromagnetic Modeling and Optimization for RF, Microwave, and Terahertz Applications (NEMO)*, 2014, pp. 1-4.
- [8] A. Suárez, F. Ramírez, S. Sancho, and J. M. Collantes, "Global stability analysis of coupled-oscillator systems", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 63, no. 1, pp. 165-180, January 2015.
- [9] A. Suarez and S. Sancho, "Application of the envelope-transient method to the analysis and design of autonomous circuits", *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 15, no. 6, pp. 523-535, Nov. 2005.

- [10] A. Georgiadis, A. Collado, and A. Suárez, “New techniques for the analysis and design of coupled oscillator systems”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 54, no. 11, pp. 3864-3877, November 2006.

# Capítulo 1

## Conceptos previos

A la hora de plantear el uso de la formulación semianalítica [1–3] es necesario considerar las ventajas e inconvenientes que esta presenta frente a los métodos convencionales de análisis. Para hacer esto, se hace necesario realizar un repaso previo de los mismos con el objeto de poder comparar los resultados obtenidos.

Para poder evaluar la precisión de los resultados de las aproximaciones, en este capítulo se presentarán los diferentes métodos que se han empleado como referencia en el desarrollo de este trabajo. Estos son, principalmente, el balance armónico para el análisis de soluciones estacionarias y la envolvente compleja para estudiar la respuesta en el tiempo de los sistemas.

También se presentarán los fundamentos de la sonda de medida ya que, a pesar de que no interviene directamente en el desarrollo de la formulación, se ha realizado un uso intensivo de la misma como elemento de apoyo. Esta es una herramienta muy versátil pues, en combinación con los métodos clásicos, facilita el análisis y diseño de circuitos así como permite obtener las derivadas de los distintos parámetros característicos de los osciladores. El empleo de la sonda se realizará principalmente dentro del entorno de trabajo de una aplicación de diseño software comercial, el *ADS* [4], puesto que resulta muy sencillo su implementación y uso a partir de los elementos que esta proporciona.

Por último, se realizará un repaso de los fundamentos de ruido de fase a modo de introducción a los análisis posteriores con la formulación, así como se realizará un breve resumen de la metodología empleada, en combinación con los métodos de análisis de circuitos y la sonda de medida, para la estimación del mismo en el *ADS*.

### 1.1. Métodos de análisis

Son muchas las técnicas existentes para caracterizar el comportamiento de los circuitos electrónicos. En el caso de los circuitos de microondas las técnicas de análisis mixto, aquellas que combinan el

análisis temporal con el frecuencial, resultan especialmente útiles ya que permiten resolver circuitos complejos con un menor coste computacional al emplear diferentes dominios.

Para la realización de este trabajo se han utilizado principalmente el balance armónico y la envolvente compleja en combinación con otros elementos de apoyo como el generador auxiliar. Las soluciones obtenidas con estos métodos se tomarán como referencia frente a las calculadas con la formulación semianalítica pues, al poder emplear estos modelos más completos de los componentes que conforman los circuitos, pueden contemplar comportamientos más complejos permitiendo determinar la precisión de las aproximaciones realizadas.

### 1.1.1. Balance armónico

El balance armónico [5–10] es un método mixto debido a que combina análisis frecuencial y temporal. Actualmente, es la herramienta más ampliamente utilizada en el análisis, diseño y optimización de circuitos de microondas debido a las ventajas de su aplicación.

El método consiste en dividir el circuito en una parte lineal y otra no lineal y resolver cada una por separado, la primera en frecuencia y la segunda en el tiempo, haciendo que la solución coincida en los puntos de conexión de ambas redes.

En la práctica, resulta más conveniente considerar las no-linealidades como fuentes dependientes [2, 5], tal y como se muestra en la figura 1.1, de esta forma las tensiones y corrientes de control pasan a formar parte de las variables de estado del circuito.

Tal y como se ve en la figura 1.1 los elementos del circuito se caracterizan mediante los vectores  $\bar{g}(t)$ ,  $\bar{x}(t)$  e  $\bar{y}(t)$  donde

- $\bar{g}(t)$  es el vector de generadores externos que excitan al circuito.

$$\bar{g}(t)|_{(1xN)} = (g_1(t), g_2(t), \dots, g_N(t))^t \quad (1.1)$$

- $\bar{x}(t)$  es el vector de variables de estado que está compuesto de las variables de control.

$$\bar{x}(t)|_{(1xM)} = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t))^t \quad (1.2)$$

- $\bar{y}(t)$  es el vector con las no-linealidades que se expresan como fuentes dependientes de las variables de control.

$$\bar{y}(\bar{x}(t))|_{(1xP)} = (y_1(\bar{x}(t)), y_2(\bar{x}(t)), \dots, y_P(\bar{x}(t)))^t \quad (1.3)$$

Si las señales son periódicas, con periodo  $T_o$ , pueden ser desarrolladas en serie de Fourier

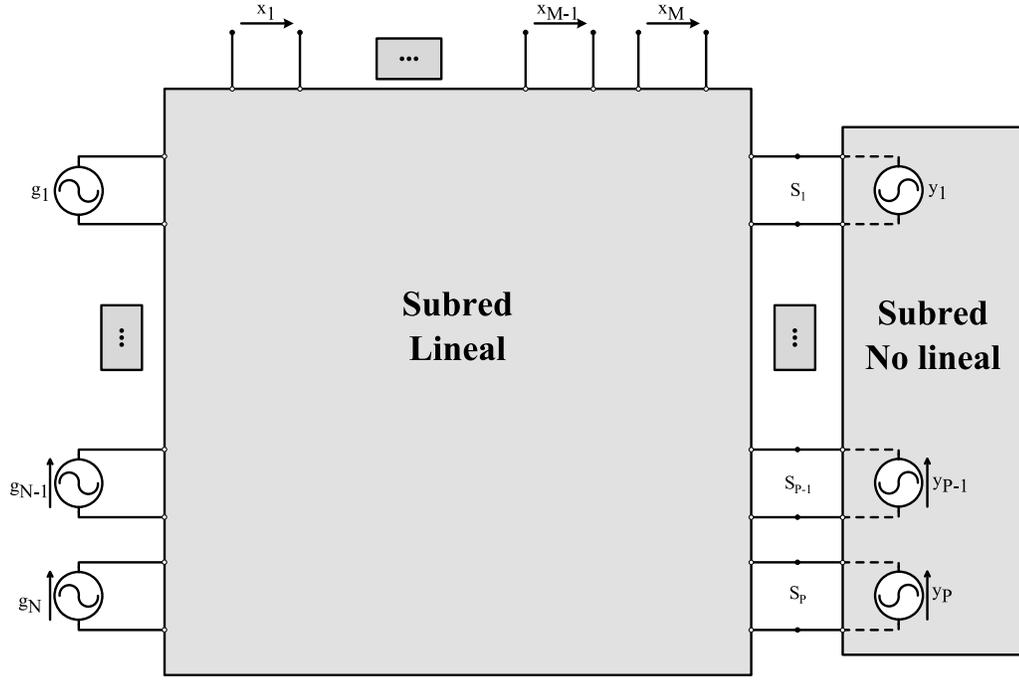


Figura 1.1: División del circuito en dos subredes, una lineal y otra no lineal considerando las no linealidades como fuentes dependientes.

$$x_i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k^i e^{j\omega_k t} \quad i \in \{1, 2, \dots, M\} \quad \omega_k = k\omega_o = k\frac{2\pi}{T_o} \quad (1.4)$$

donde los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier son calculados numéricamente mediante la *DFT* (*Discrete Fourier Transform*).

Para poder resolver el sistema por métodos numéricos, el total de variables se limita a un conjunto finito de coeficientes de forma que sea el menor posible que proporcione la precisión deseada. Si se seleccionan  $L$  componentes, las señales se pueden representar como:

$$\begin{aligned} \bar{X} |_{(1xM(2L+1))} &= ((X_{-L}^1, \dots, X_L^1), \dots, (X_{-L}^M, \dots, X_L^M))^t \\ \bar{Y} |_{(1xP(2L+1))} &= ((Y_{-L}^1, \dots, Y_L^1), \dots, (Y_{-L}^P, \dots, Y_L^P))^t \end{aligned} \quad (1.5)$$

Agrupando los coeficientes en 1.5 a cada frecuencia  $f_k$  se puede poner  $\bar{X}$  e  $\bar{Y}$  en función de  $2L+1$  subvectores de la forma

$$\left. \begin{aligned} \bar{X}_k |_{(1xM)} &= (X_{-k}^1, \dots, X_k^M)^t \\ \bar{Y}_k |_{(1xP)} &= (Y_{-k}^1, \dots, Y_k^P)^t \end{aligned} \right\} \quad k \in \{-L, \dots, L\} \quad (1.6)$$

De esta forma, resolviendo la red por Kirchoff, es posible obtener la ecuación de balance armónico que relaciona las variables de estado  $\bar{X}_k$ , las fuentes dependientes  $\bar{Y}_k$  y los generadores externos  $\bar{G}_k$  para cada una de las frecuencias.

$$\bar{A}_{x_k} \bar{X}_k - \bar{A}_{y_k} \bar{Y}_k (\bar{X}_k) - \bar{A}_{g_k} \bar{G}_k = \bar{0} \quad k \in \{-L, \dots, L\} \quad (1.7)$$

siendo  $\bar{A}_{x_k}$ ,  $\bar{A}_{y_k}$  y  $\bar{A}_{g_k}$  las matrices que describen la parte lineal del circuito. De forma compacta la ecuación 1.7 de balance armónico se puede escribir

$$\bar{H} (\bar{X}) = \bar{A}_x \bar{X} - \bar{A}_y \bar{Y} (\bar{X}) - \bar{A}_g \bar{G} = \bar{0} \quad (1.8)$$

Para obtener la solución estacionaria del circuito se debe resolver la ecuación 1.8 empleando métodos numéricos.

El balance armónico permite estudiar con facilidad los circuitos de microondas gracias a que los elementos distribuidos, que son difíciles de analizar en el tiempo, se representan fácilmente mediante funciones de transferencia o en forma de fasores en el dominio de la frecuencia. Además, cuenta con la ventaja de precisar menos cálculos para obtener las soluciones, al resolver parte del circuito con un análisis frecuencial.

Este método no garantiza la estabilidad de las soluciones por lo que hay que recurrir a otros análisis adicionales para poder verificar esta. Por otro lado, plantea dificultades para analizar osciladores debido a su naturaleza autónoma pues, aunque la solución de oscilación resuelve la ecuación de balance armónico, ésta suele estar lejos del valor inicial en las optimizaciones y un análisis convencional tiende a converger a la solución trivial [2, 5], es decir, aquella en la que no hay oscilación. Por esta razón, es necesario combinar el método con otras técnicas adicionales, como la del generador auxiliar, que faciliten la convergencia a las soluciones existentes en los circuitos.

### 1.1.2. Envoltente compleja

La envoltente compleja [2, 6, 11–14] es, al igual que el balance armónico, un método mixto que combina análisis frecuencial y temporal para evitar los problemas que tienen cada uno de los dominios. En este caso se trata a las señales como el resultado de una modulación donde hay una portadora en alta frecuencia modulada por una componente de banda base que se replica alrededor de cada uno de los armónicos, tal y como se ve en la figura 1.2.

La dinámica de la señal de alta frecuencia se caracteriza a través de los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier dependientes del tiempo. Por otro lado, las componentes moduladoras se caracterizan en el tiempo utilizando un método de integración directa, tal y como se puede ver en la figura 1.3. Con ello se logra evitar los graves problemas que tiene cada uno de los dominios cuando se analizan señales moduladas, es decir, la necesidad de emplear un número elevado de componentes

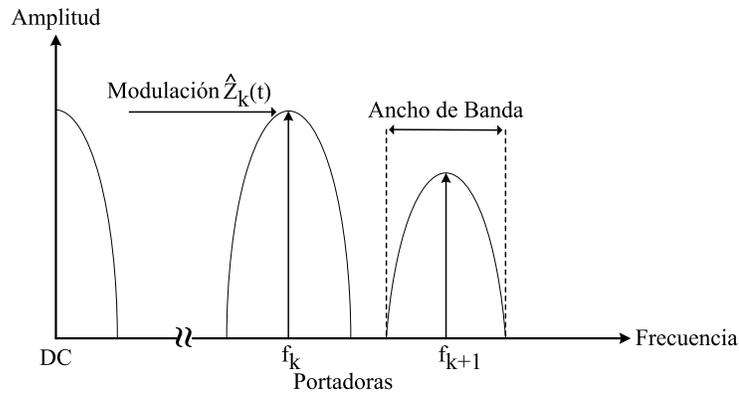


Figura 1.2: Espectro de una señal modulada donde la señal de baja frecuencia se replica en cada armónico de la portadora.

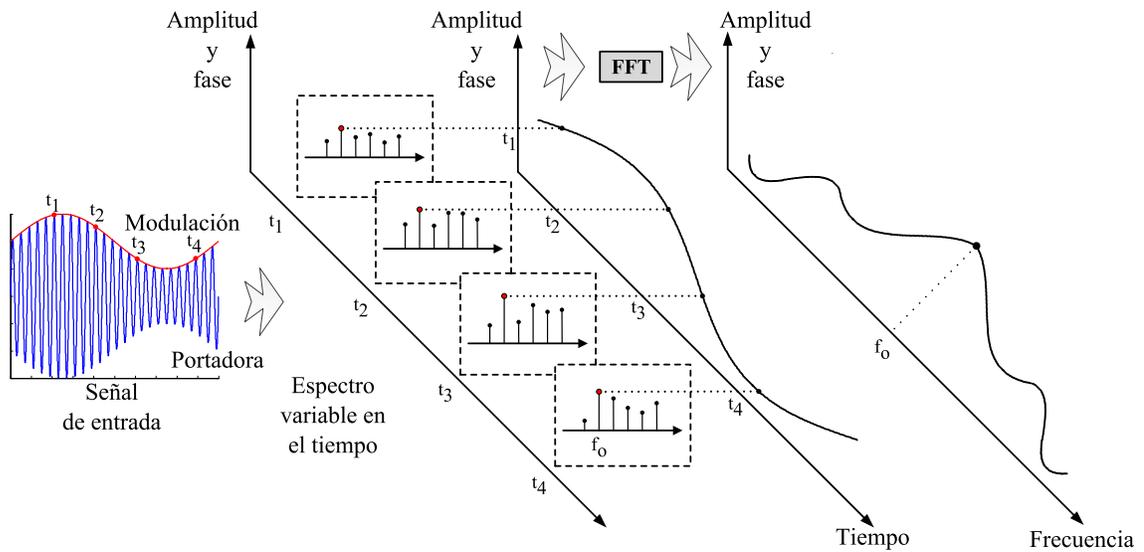


Figura 1.3: Esquema del análisis con la envolvente compleja a una señal modulada.

espectrales en el caso del dominio de la frecuencia y los tiempos de integración excesivamente largos para el dominio del tiempo.

Al aplicar el método se caracteriza una señal limitada en banda, como la de la figura 1.2, alrededor de cada portadora según la ecuación 1.9 donde  $\hat{Z}_k(t)$  es la envolvente compleja dependiente del tiempo o modulación del  $k$ -ésimo armónico.

$$z(t) = \sum_{k=-N}^N \hat{Z}_k(t) e^{jk\omega_o t} \quad (1.9)$$

Así, si se muestra esta señal con un tiempo  $t_1$ , diferente del tiempo  $t_2$  usado para la portadora, es posible poner la expresión 1.9 según 1.10.

$$z(t_1, t_2) = \sum_{k=-N}^N \hat{Z}_k(t_1) e^{jk\omega_o t_2} \quad (1.10)$$

De esta forma, se puede resolver esta expresión con métodos numéricos introduciéndola en la ecuación de balance armónico del circuito.

La envolvente compleja presenta algunas ventajas con respecto a otros métodos. Tal y como se puede ver en la figura 1.3, permite ver como varían con el tiempo la amplitud y la fase de cada una de las señales moduladoras. Además, es tan rápido como el balance armónico debido a que las simulaciones se realizan en torno a las frecuencias de las portadoras y considera el resto del espectro vacío. Sin embargo, posee el inconveniente de que las tensiones o corrientes se deben poder expresar como una combinación de una señal de baja frecuencia con una de alta y en la que los anchos de banda en cada armónico no se solapan.

Este método presenta los mismos problemas que el balance armónico al analizar circuitos autónomos ya que, al no haber fuentes externas presentes, tiende a converger a la solución de *DC*. Una vez más, para resolver este inconveniente, se debe combinar la simulación de envolvente compleja con otras técnicas, como la sonda de medida, para encontrar las soluciones existentes en los circuitos.

## 1.2. Sonda de medida

La sonda de medida o generador auxiliar [5, 6, 15, 16] es una herramienta que, en conjunción con otras técnicas, facilita el análisis numérico de los circuitos. Esta será especialmente útil en aquellos sistemas que presentan problemas al aplicar métodos de análisis clásicos como los circuitos autónomos. Este es el caso de los osciladores ya que, al no haber generadores presentes en el circuito, resulta complicado encontrar las soluciones mediante optimización pues normalmente el sistema converge a la solución trivial.

Entre otras aplicaciones, esta herramienta permite obtener de forma sencilla las soluciones estacionarias al introducir un generador externo, cuyos parámetros se pueden ajustar, el cual no afecta al comportamiento de los dispositivos evaluados. A efectos de la resolución del sistema de ecuaciones, esta fuente actuará como una condición adicional al fijar los valores de la frecuencia de trabajo así como la tensión o la corriente, según el tipo empleado, en uno de los nodos del circuito lo que facilitará enormemente su resolución al eliminar la incertidumbre en estas variables.

La sonda de medida también se puede emplear como herramienta de diseño si, en vez de las variables del propio generador, se emplea para optimizar los parámetros de los circuitos facilitando la tarea de encontrar la solución que mejor se ajusta al comportamiento deseado.

Por último, hay que señalar que esta técnica cuenta como ventaja añadida con una gran facilidad de integración en los simuladores comerciales, lo que permite el empleo de las herramientas que mejor se ajusten a los distintos desarrollos.

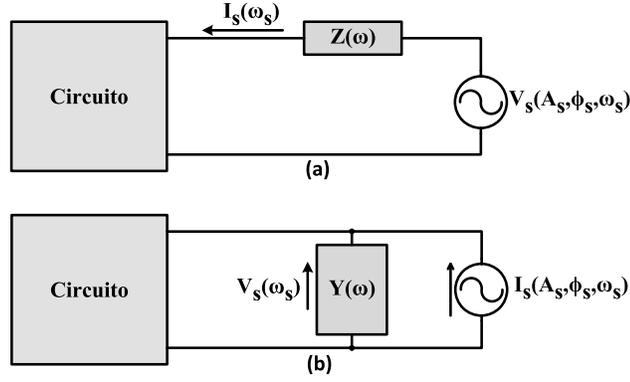


Figura 1.4: Esquema de conexión de la sonda de medida a un circuito. (a) Sonda de tensión. (b) Sonda de corriente.

### 1.2.1. Fundamento

Una sonda consiste en un generador de corriente o tensión conectado en serie o paralelo respectivamente a un nodo del circuito, a través de un filtro de banda estrecha que elimina la influencia que pueda producirse en el resto de la banda, tal y como se puede ver en la figura 1.4.

Las ecuaciones que rigen el comportamiento del generador auxiliar vienen determinadas por la forma en que este se conecta, según el tipo empleado, al circuito.

Así se tiene:

- Sonda de tensión, figura 1.4.a

$$Z(\omega) = \begin{cases} 0 & (\omega = \omega_s) \\ \infty & (\omega \neq \omega_s) \end{cases} \quad S(\omega_s) = \frac{I_s(\omega_s)}{V_s(\omega_s)} \quad (1.11)$$

- Sonda de corriente, figura 1.4.b

$$Y(\omega) = \begin{cases} 0 & (\omega = \omega_s) \\ \infty & (\omega \neq \omega_s) \end{cases} \quad S(\omega_s) = \frac{V_s(\omega_s)}{I_s(\omega_s)} \quad (1.12)$$

Para que las soluciones obtenidas al analizar el circuito con la sonda coincidan con las que se obtienen del mismo en la práctica, esta no debe afectar al comportamiento estacionario del circuito. Por lo tanto, se debe cumplir con la condición de la ecuación 1.13.

$$S(\omega) = 0 \quad (1.13)$$

Es decir, la inmitancia que presenta el generador auxiliar al circuito debe ser nula provocando que tome el valor de tensión o corriente, según el tipo utilizado, que este tendría en el nodo de conexión de no estar conectada la sonda al mismo. De esta manera, se debe buscar una frecuencia

de funcionamiento y una amplitud tales que hagan que se cumpla la condición de la ecuación 1.13. Si esto es así, los valores obtenidos al resolver el circuito con la sonda conectada mediante cualquier método numérico válido coincidirán con la solución del mismo en ausencia de esta.

### 1.2.2. Cálculo de derivadas con la sonda de medida

La formulación semianalítica se basa en la aproximación del comportamiento de los osciladores mediante polinomios cuyas expresiones se obtienen empleando series de Taylor. Estos se desarrollan en torno a un punto conocido modelando la variación de los mismos respecto a cada parámetro del sistema a partir de las oportunas derivadas. Por lo tanto, para poder hacer uso de este método, será necesario poder calcular las diferentes derivadas a los parámetros del sistema en función de las variables de interés.

El uso del generador auxiliar, además de la obtención de las soluciones estacionarias, también permite el cálculo de las derivadas de la inmitancia en el nodo de conexión aplicando la expresión de las mismas en diferencias finitas [5].

Para ello, primero hay que obtener una solución en el circuito mediante optimización para determinar los valores de amplitud y frecuencia que hay que emplear en el generador auxiliar. En ésta, la fase de la sonda se puede fijar a un valor arbitrario debido a la naturaleza autónoma del sistema. En este análisis se debe imponer la condición de la ecuación 1.13 para garantizar que la sonda no está alterando el comportamiento del oscilador evaluado.

A partir de la solución estacionaria, sin realizar optimización alguna, se introduce una perturbación de pequeña amplitud en la variable a derivar y se resuelve el circuito por balance armónico de forma que se obtiene el valor de la función de interés, admitancia, impedancia, etc. Por último, se aplica la expresión en diferencias finitas de la derivada a las soluciones perturbadas para el cálculo de las mismas.

De forma genérica, para una función de dos variables  $f(x, y)$ , las derivadas en diferencias finitas de primer y segundo orden se pueden obtener según

$$\begin{aligned}\frac{\delta f}{\delta x} &\approx \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x - \Delta x, y)}{2\Delta x} \\ \frac{\delta f^2}{\delta x^2} &\approx \frac{f(x + \Delta x, y) - 2f(x, y) + f(x - \Delta x, y)}{\Delta x^2} \\ \frac{\delta f^2}{\delta xy} &\approx \frac{f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x - \Delta x, y + \Delta y) - f(x + \Delta x, y - \Delta y) + f(x - \Delta x, y - \Delta y)}{4\Delta x\Delta y}\end{aligned}\tag{1.14}$$

donde las expresiones de 1.14 permitirían obtener desarrollos de Taylor de orden hasta 2 de

$f(x, y)$ . Adaptar dichas ecuaciones a funciones con un mayor número de variables es muy sencillo, ya que solo hay que perturbar las variables correspondientes a la derivada a realizar sin modificar el resto.

Por ejemplo, aplicando el método a uno de los casos que se emplearán en los arrays, para obtener la derivada parcial de orden 1 de la admitancia de salida de un oscilador en función de la amplitud de la tensión en la sonda se debe, a partir de la solución estacionaria, introducir una perturbación  $\pm\Delta V_s$  de pequeña amplitud en dicha tensión para, manteniendo constante la fase y la frecuencia, obtener el valor a partir de la expresión 1.14. De esta forma, para este caso, se obtiene la expresión

$$\frac{\delta Y_{out}}{\delta V_s} \approx \frac{Y_{out}(V_s + \Delta V_s, \phi_s, \omega_s) - Y_{out}(V_s - \Delta V_s, \phi_s, \omega_s)}{2\Delta V_s} \quad (1.15)$$

Donde, en 1.15, los términos  $Y_{out}(V_s + \Delta V_s, \phi_s, \omega_s)$  y  $Y_{out}(V_s - \Delta V_s, \phi_s, \omega_s)$  son la admitancia de salida obtenida por balance armónico cuando la amplitud de la tensión en la sonda vale  $V_s + \Delta V_s$  y  $V_s - \Delta V_s$  respectivamente. Por su parte  $V_s$  se corresponde con la amplitud para el caso de la solución estacionaria, es decir, cuando se cumple en la sonda la condición de la ecuación 1.13. De esta forma, se podrá modelar el comportamiento de los parámetros característicos de los *VCOs* en función de las variables del sistema operando sobre las mismas.

### 1.3. Ruido de fase

Para poder asegurar la correcta recuperación de las señales transmitidas en los sistemas de microondas y radiofrecuencias, el bajo ruido de fase [5] es un requerimiento importante. Por esto es de gran importancia disponer de métodos que permitan estimar la respuesta de ruido de los sistemas durante el proceso de diseño ya que, unos niveles de ruido excesivos, podrían invalidar diseños que, a priori, se ajustaban al comportamiento deseado.

Si se obtiene el espectro de un oscilador ideal, se podrá observar como este produce un tono puro a la frecuencia fundamental y sus armónicos. Sin embargo, en el caso de los osciladores reales, se produce un proceso indeseado de expansión de las componentes espectrales como consecuencia de las fuentes de ruido en los dispositivos semiconductores y las resistencias presentes en los circuitos. Es a través de este mecanismo como pequeños ruidos existentes en los dispositivos podrían resultar en componentes de potencia significativa a frecuencias cercanas a la fundamental del circuito y sus respectivos armónicos. Esto resulta especialmente perjudicial ya que, la transferencia de potencia de la portadora a zonas próximas del espectro, puede dar como resultado interferencia de canal adyacente en los circuitos de *RF*.

Para entender el efecto del ruido en los osciladores se puede modelar este como una señal senoidal perturbada por una componente aleatoria en amplitud, ruido de amplitud, y otra de fase, ruido de fase, tal y como se indica en la ecuación 1.16.

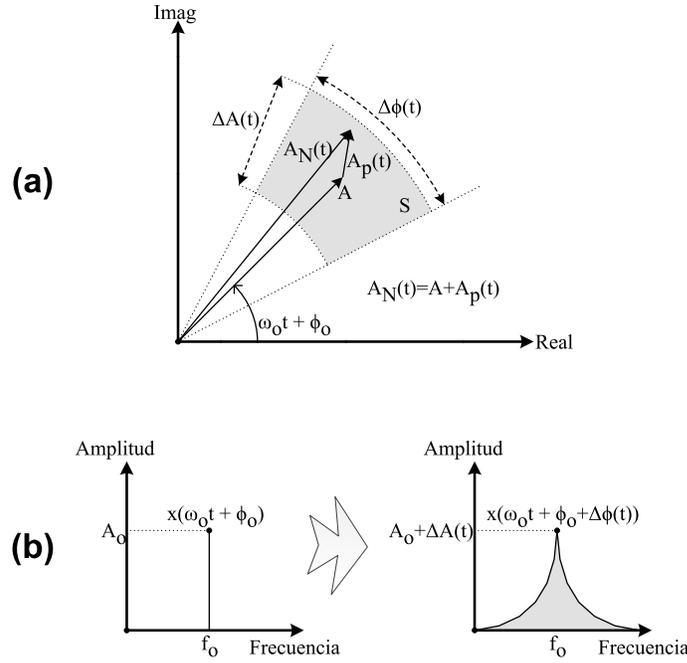


Figura 1.5: Efecto del ruido de sobre una señal oscilante. (a) Análisis vectorial. (b) Efecto sobre el espectro.

$$A_N(t) = A + A_p(t) = (A_o + \Delta A(t)) \cos(\omega_o t + \phi_o + \Delta\phi(t)) \quad (1.16)$$

Las perturbaciones  $\Delta A(t)$  y  $\Delta\phi(t)$  se suponen de baja amplitud en general. Además, se suele considerar que el ruido de fase es dominante frente al de amplitud, pues este está limitado por el comportamiento no lineal de los osciladores [5]. Por esto, se suele centrar el análisis de ruido en este parámetro.

En la figura 1.5 se puede apreciar gráficamente el efecto de las fuentes de ruido sobre las señales de los osciladores. En 1.5. (a) se puede ver de forma vectorial como, al sumar a la señal un vector  $A_p(t)$  que contiene las perturbaciones en amplitud y fase, las componentes de ruido desplazan al vector suma a un punto aleatorio dentro de la superficie  $S$ . Esta va a ir rotando en cada instante de tiempo con el vector  $A$  y su dimensión dependerá de las perturbaciones  $\Delta A(t)$  y  $\Delta\phi(t)$ . El efecto resultante más destacado es un ensanchamiento del espectro de salida, como se puede ver en 1.5. (b), por el desplazamiento de parte de la potencia de la señal a frecuencias adyacentes.

La caracterización del ruido de fase en un sistema se hace a partir de su densidad espectral de potencia,  $L(f)$ , referida a la portadora. Esta se obtiene como la diferencia entre la potencia de señal y la de ruido, medido a una distancia en frecuencia determinada, para un ancho de banda de 1 Hz. La medida se realiza en *dBc*, decibelios sobre portadora (*carrier*), y es equivalente a calcular la transformada de Fourier sobre la señal de la ecuación 1.16 y medir su potencia a una distancia específica de la portadora.

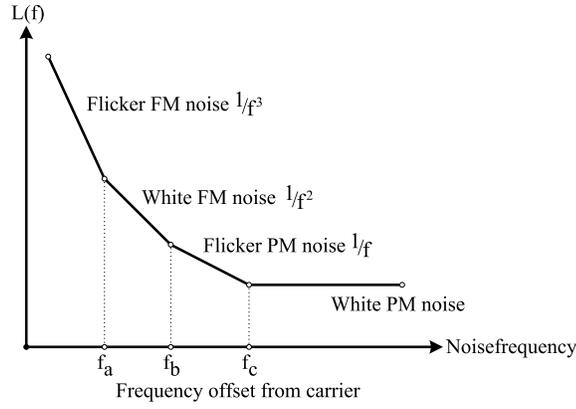


Figura 1.6: Espectro de ruido de fase. Diferentes regiones según las fuentes de ruido presentes en los circuitos.

La distorsión del espectro de ruido en los osciladores es dependiente de la frecuencia y tiene, tal y como se puede ver en la figura 1.6, mayor densidad espectral en las frecuencias próximas a la portadora, debido al efecto de modulación producido, decreciendo rápidamente a medida que se aleja de la oscilación.

El espectro de ruido de fase, como se ve en la figura 1.6, se puede dividir en diferentes regiones [5] que pueden estar, o no, presentes en la respuesta de los osciladores, en función de las fuentes de ruido propias de cada uno de ellos. Estas fuentes se pueden dividir a grandes rasgos en ruido blanco o coloreado presentando estas últimas, como ya se ha comentado, una respuesta inversamente proporcional a la distancia respecto a la portadora de forma que la mayor potencia de ruido se concentra en las frecuencias próximas a la oscilación.

### 1.3.1. Simulación de ruido en un oscilador

Para poder estimar el ruido de fase en los *VCOs* se aplicará un análisis de pequeña señal, en una simulación de balance armónico, en la que se introducirá una perturbación de pequeña amplitud en el oscilador mediante un generador ubicado en el nodo donde se desea evaluar el nivel de ruido. A partir de aquí, se realizará un barrido en la frecuencia de la misma, alejándola de la de la oscilación fundamental para determinar el espectro de ruido del sistema. Esto permitirá la aplicación del método basado en la matriz de conversión [17] y estimar la respuesta del circuito a partir de las expresiones de la ecuación 1.17 para cada offset de frecuencia  $\Delta f$ .

$$PN(\Delta f) = \frac{V_L^*(\Delta f)V_o - V_U(\Delta f)V_o^*}{|V_o|^2} \quad (1.17)$$

$$AN(\Delta f) = \frac{V_L^*(\Delta f)V_o + V_U(\Delta f)V_o^*}{|V_o|}$$

En donde los términos  $V_L$  y  $V_U$  son las tensiones de las bandas laterales en  $\Delta f$  debidas a la

perturbación y  $V_o$  es la tensión en el nodo de interés a la frecuencia fundamental del circuito.

Para una caracterización más realista se pueden conectar al sistema fuentes de ruido blanco o coloreado que modificarán el espectro de ruido resultante en función de la potencia inyectada. Otra alternativa consiste en expresar la amplitud del generador a partir de la combinación de las potencias de ruido de las distintas fuentes contempladas en el análisis.

En este análisis, la potencia de ruido obtenida depende de la amplitud del generador de pequeña señal de forma que se pueden obtener, para un mismo circuito, diferentes niveles de ruido sin alterar la estructura o el comportamiento del sistema. Por esto, si se quiere obtener una caracterización válida, se debe conocer el valor de amplitud que hay que emplear en la fuente de pequeña señal.

Este método permitirá el realizar una primera validación del análisis de ruido. Esto es posible gracias a que lo habitual en los arrays de osciladores es comparar la respuesta de ruido de estos cuando operan en el sistema respecto a la que presentan estando aislados y en las mismas condiciones de trabajo. Por lo tanto, a partir de unas fuentes arbitrarias, siempre se puede realizar dicha comparación si se emplea la misma característica de ruido en ambos circuitos.

## Bibliografía

- [1] F. Ramírez, E. de Cos, and A. Suárez, “Nonlinear analysis tools for the optimized design of harmonic-injection dividers”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 51, no. 6, pp. 1752-1762, Jun. 2003.
- [2] A. Suárez and R. Quéré, *Stability Analysis of Nonlinear Microwave Circuits*. Boston: MA: Artech House, 2003.
- [3] F. Ramírez, M. Pontón, S. Sancho, and A. Suárez, “Phase-noise analysis of injection-locked oscillators and analog frequency dividers”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 56, no. 2, pp. 393-407, Feb. 2008.
- [4] Agilent Technologies. (2008) Advanced design systems 2008 update 1. Santa Clara, United States. [Online]. Available: <http://www.keysight.com>
- [5] A. Suárez, *Analysis and Design of Autonomous Microwave Circuits*, Ed. IEEE Wiley, Piscataway, NJ, Jan. 2009.
- [6] M. Pontón, “Técnicas de análisis y diseño para nuevas configuraciones de osciladores”, Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, Sep. 2010.
- [7] A. Collado, F. Ramírez, and A. Suárez, “Harmonic-balance analysis and synthesis of coupled-oscillator arrays”, *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 14, no. 5, pp. 192-194, May 2004.
- [8] E. de Cos, “Nuevas técnicas de diseño de circuitos no lineales”, Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, Jun 2006.
- [9] F. Ramírez, “Nuevas técnicas de análisis y diseño de circuitos osciladores y divisores de frecuencia.” Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, Apr 2005.
- [10] S. V. Hoeye, “Técnicas de optimización y análisis de estabilidad y ruido en circuitos osciladores de microondas.” Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, May 2002.

- [11] E. Ngoya, J. Rousset, and D. Argollo, "Rigorous rf and microwave oscillator phase calculation by envelope transient technique", *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 1, pp. 91-94, 2000.
- [12] J. Domínguez, "Nuevas técnicas de simulación y optimización de circuitos osciladores y lazos de enganche en fase de microondas." Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, Mar 2009.
- [13] E. de Cos, A. Suárez, and S. Sancho, "Envelope transient analysis of self-oscillating mixers", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, no. 4, pp. 1090-1100, April 2004.
- [14] E. Ngoya and R. Larchevêque, "Envelop transient analysis: A new method for the transient and steady state analysis of microwave communication circuits and systems", *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 3, pp. 1365-1368, 1996.
- [15] A. Suárez, J. Morales, and R. Quéré, "Synchronization analysis of autonomous microwave circuits using new global-stability analysis tools", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 46, no. 5, pp. 494-504, May 1998.
- [16] A. Collado, "Análisis y control práctico de bifurcaciones en circuitos de microondas. Aplicación a sistemas de osciladores acoplados." Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, May 2007.
- [17] J.M. Paillot, J.C. Nallatamby, M. Hessane, R. Quere, M. Prigent, and J. Rousset, "A general program for steady state, stability, and FM noise analysis of microwave oscillators", *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, vol. 3, pp. 1287-1290, 8-10 May 1990

## Capítulo 2

# Formulación semianalítica aplicada a arrays de osciladores acoplados

En sistemas de osciladores acoplados formados por un gran número de elementos, las simulaciones a partir de los métodos clásicos de análisis, como el balance armónico, pueden requerir mucho tiempo debido al gran número de operaciones necesarias para encontrar las soluciones en los circuitos. En este sentido, es cierto que el aumento en la capacidad de computación permite compensar en parte el problema pero a costa de emplear equipos cada vez más potentes para el análisis y diseño de los sistemas y, en consecuencia, más caros. Por esta razón resulta de interés disponer de un método que simplifique la resolución de los sistemas ya sea a partir de un nuevo enfoque o apoyándose en los ya existentes.

En trabajos previos [1–4], se ha desarrollado una formulación simplificada para poder analizar arrays de osciladores acoplados. Esta se basa en la realización de una caracterización funcional de los circuitos de forma que, a partir de una expresión analítica que modela el comportamiento de los *VCOs* empleados en vez de una configuración a nivel de componentes de los mismos, se pueden obtener las soluciones del sistema global con un menor coste computacional.

La formulación desarrollada se sirve de la sonda de medida [1, 5, 6] para poder realizar una aproximación lineal mediante desarrollos de Taylor de la respuesta de los osciladores en torno a un punto de trabajo previamente calculado. Esto permite modelar, a partir de una única ecuación para cada oscilador, los cambios que se producen en la admitancia de los *VCOs* al conectarse a otras redes.

A pesar de que el planteamiento inicial de la formulación se basa en un análisis genérico, pues en esta no se especifica la topología que deben tener los circuitos, tradicionalmente se ha aplicado al análisis de arrays lineales de osciladores acoplados [7–9] debido al menor número de elementos y a que su estructura es más simple ya que resultan más sencillos de analizar tanto de forma teórica como práctica.

Sin embargo, el sistema de ecuaciones global que caracteriza a todo el circuito es válido para cualquier array, independientemente de la topología del mismo, ya que la subred responsable de la interconexión de los elementos se define en la formulación de forma genérica a partir de una matriz de admitancias. Esto resulta mucho más conveniente debido a que evita tener que replantear todo el problema al resolver cada caso.

En este capítulo se va a realizar una presentación de la formulación semianalítica pero, en esta ocasión, considerando su aplicación sobre un sistema genérico y sin tener en cuenta la topología que este pueda tener para su posterior aplicación en el análisis de los arrays bidimensionales.

Este planteamiento, además, cuenta con la ventaja de que permite desarrollar otros métodos, como el análisis de ruido o la envolvente compleja, sobre la formulación empleada para el cálculo de las soluciones estacionarias considerando al sistema como genérico sin necesidad de preocuparse del tipo de array del que se trata y, automáticamente, será aplicable a cualquier topología sin tener que realizar ningún ajuste a las expresiones.

El capítulo se dividirá en dos grandes bloques. En el primero se presentará la formulación semi-analítica exponiendo el proceso de cálculo de las soluciones estacionarias en los circuitos. En esta sección se diferenciará entre las soluciones de régimen libre, donde solo interactúan los osciladores entre sí, y las de régimen inyectado, en la que un generador externo al sistema introduce una señal de pequeña amplitud en uno de los elementos del array.

El siguiente gran bloque se basa en el desarrollo de métodos de análisis que parten de una solución estacionaria conocida. Estos son el de estabilidad, envolvente compleja y ruido los cuales tratarán de determinar la evolución de las soluciones para estudiar diferentes aspectos de la respuesta de los sistemas.

## 2.1. Análisis de arrays de osciladores acoplados

Un array de osciladores se puede considerar, de forma esquemática, como un conjunto de *VCOs*, con sus respectivas impedancias de carga, conectados entre sí a través de una red común [1, 10] tal y como se muestra en la figura 2.1. Cuando dichos *VCOs* generan señal esta se transmite entre ellos a través de la red que los interconecta provocando que cada elemento del array actúe como un generador de inyección sobre el resto. Esto fuerza que se sincronicen las respuestas de todos los osciladores cuando las frecuencias de oscilación están próximas entre sí.

Al sincronizarse en frecuencia se fija la relación de fase entre las señales de salida de los *VCOs*. Esta variará al modificar las tensiones de control de los osciladores por lo que, si se conoce su respuesta, se pueden generar diferentes distribuciones de fases dentro de unos márgenes determinados en función de las características del sistema. Además, mediante un generador externo a modo de referencia, se puede inyectar señal en el sistema para fijar, y controlar, la frecuencia de oscilación.

Para su análisis, por simplicidad, se representará a los arrays de osciladores acoplados separando

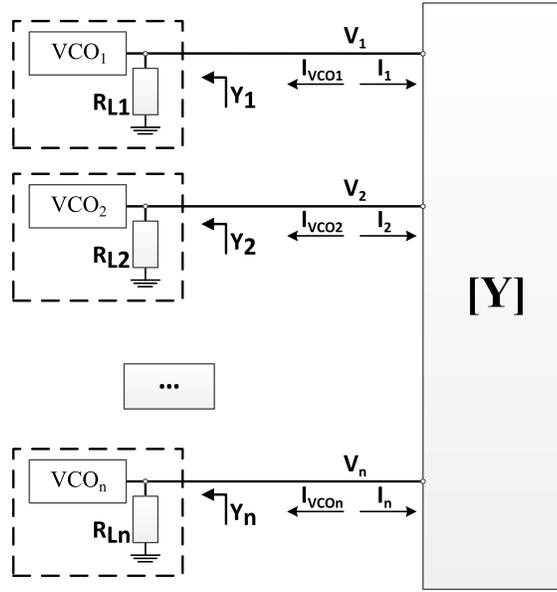


Figura 2.1: Esquema general de un array de  $n$  osciladores conectados a través de una red de acoplo definida a partir de sus parámetros  $Y$ .

el circuito en diferentes bloques funcionales tal como se muestra en el esquema de la figura 2.1.

De forma general, un array como el de la figura 2.1, se considerará formado por los  $VCOs$ , en número de  $n$ , que se agruparán con una impedancia de carga  $R_L$  que actuará como el equivalente en el circuito a la impedancia de entrada que presentan las antenas, de modo que es del nodo de salida de estos, de donde recibirían las corrientes que las alimentarán. Los osciladores serán los elementos que generarán las señales en el sistema actuando como fuentes de tensión.

Por otro lado, está la red, a la que se denominará red de acoplo de aquí en adelante, que conecta a los  $VCOs$  entre sí y permite la transmisión de señal entre estos. Este es el elemento del sistema responsable de que se produzca la sincronización. Inicialmente, para la obtención de las expresiones, se desarrollarán las ecuaciones del sistema considerando a esta como una red de  $n$  puertos caracterizada por sus parámetros  $Y$ , sin definir los elementos de los que está compuesta ni la configuración interna de la misma.

A pesar de tener una estructura relativamente simple, lo complejo de su dinámica de funcionamiento se traduce en que el diseño de estos sistemas es muy costoso, tanto en tiempo como en recursos, por lo que, para poder aprovechar sus características, resulta de interés disponer de herramientas que simplifiquen su análisis. Desde este punto de vista, la formulación semianalítica permite resolver el circuito con un menor coste computacional que los métodos tradicionales al reducir la complejidad de las expresiones, siempre que se cumplan las condiciones de las aproximaciones empleadas, así como obtener los valores de los parámetros del sistema que proporcionan las relaciones de fase deseadas para poder aplicar las señales de los  $VCOs$  a un array de antenas [11–14].

### 2.1.1. Régimen libre

Se considerará régimen libre el caso en el que no hay fuentes de inyección presentes en el circuito, por lo que los *VCOs* sincronizan sus oscilaciones entre sí sin ninguna influencia externa. Desde el punto de vista de las expresiones que modelan el comportamiento del sistema, este régimen es un caso particular del que se denominará inyectado. Régimen en el que un generador de poca amplitud inyecta señal en el sistema forzando la frecuencia de oscilación de todo el array. Sin embargo, para un primer análisis, se planteará el régimen libre de forma independiente ya que es un caso de uso habitual en el análisis de estos sistemas debido a que permite determinar el comportamiento de los osciladores cuando están sincronizados.

El esquema empleado para el análisis de arrays en régimen libre es el mostrado en la figura 2.1. Este es válido para cualquier topología ya que, como se podrá comprobar al caracterizar la red de acoplo, la principal diferencia entre una topología u otra radica en las conexiones entre los elementos de los arrays que ya están consideradas al modelar la red común mediante su matriz de parámetros.

Si, en la figura 2.1, se plantean las ecuaciones de los parámetros  $Y$  para la red de acoplo se obtiene el sistema 2.1

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= V_1 y_{11} + V_2 y_{12} + \cdots + V_n y_{1n} \\ I_2 &= V_1 y_{21} + V_2 y_{22} + \cdots + V_n y_{2n} \\ &\vdots \\ I_n &= V_1 y_{n1} + V_2 y_{n2} + \cdots + V_n y_{nn} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

y, también de la figura 2.1, se puede deducir, por la ley de Ohm, que

$$\begin{aligned} I_1 &= -I_{VCO_1} = -V_1/z_1 = -V_1 Y_1 \\ I_2 &= -I_{VCO_2} = -V_2/z_2 = -V_2 Y_2 \\ &\vdots \\ I_n &= -I_{VCO_n} = -V_n/z_n = -V_n Y_n \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde  $Y = 1/z$  es la admitancia de los elementos conectados a los puertos de la red de acoplo; en la figura 2.1, los bloques formados por los *VCOs* con sus respectivas cargas. Sustituyendo 2.2 en 2.1 queda el sistema de la ecuación 2.3.

$$\left. \begin{aligned} -V_1 Y_1 &= V_1 y_{11} + V_2 y_{12} + \cdots + V_n y_{1n} \\ -V_2 Y_2 &= V_1 y_{21} + V_2 y_{22} + \cdots + V_n y_{2n} \\ &\vdots \\ -V_n Y_n &= V_1 y_{n1} + V_2 y_{n2} + \cdots + V_n y_{nn} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} V_1 Y_1 + V_1 y_{11} + V_2 y_{12} + \cdots + V_n y_{1n} &= 0 \\ V_2 Y_2 + V_1 y_{21} + V_2 y_{22} + \cdots + V_n y_{2n} &= 0 \\ &\vdots \\ V_n Y_n + V_1 y_{n1} + V_2 y_{n2} + \cdots + V_n y_{nn} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Particularizando para el armónico fundamental y expresando cada  $V_i$  como un valor complejo, según su módulo y fase para poder trabajar con estos por separado, resulta en la ecuación 2.4.

$$V_i e^{j\phi_i} Y_i + \sum_{k=1}^n V_k e^{j\phi_k} y_{ik} = 0 \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.4)$$

Donde las  $Y_i$  se corresponden con las admitancias de cada bloque  $VCO$ -carga, las  $V_i e^{j\phi_i}$  son las tensiones a la salida de cada  $VCO$  y los  $y_{ij}$  son los parámetros  $Y$  de la red de acoplo.

El sistema de ecuaciones de 2.4 modela las relaciones entre las tensiones de salida de cada  $VCO$  del array con la del resto de elementos y permitirá, fijada la relación de fases entre las tensiones  $V_i e^{j\phi_i}$  y conocidas las admitancias de los  $VCOs$  así como los parámetros  $Y$  de la red de acoplo, obtener la amplitud de salida,  $V_i$ , de cada oscilador.

Así, para poder aplicar la ecuación 2.4 a la resolución de los arrays, será necesario conocer, o poder calcular, los valores de las admitancias  $Y_i$  así como de los parámetros  $Y$  de la red de acoplo.

La red de acoplo determinará, a través de sus parámetros de admitancia, el tipo de array sobre el que se está trabajando por lo que se tratará a parte su caracterización considerando a partir de este punto que su matriz de parámetros  $Y$  es un dato conocido.

De esta forma, el único elemento que falta por modelar son los osciladores para, a través de su admitancia de salida, poder obtener las soluciones de los arrays según 2.4.

La respuesta de los osciladores en condiciones de acoplo débil, es similar a la que presentan aislados y cargados con una impedancia de valor  $R_L$  [1]. En esta situación pueden modelarse las admitancias  $Y_i$  para cada oscilador como una función dependiente de la amplitud, frecuencia y aquellos parámetros de control de los  $VCOs$  que pudiese interesar mediante un desarrollo en serie de Taylor de primer orden centrado en un punto de trabajo elegido en régimen de libre oscilación. Este desarrollo, de forma genérica, se puede expresar según 2.5 .

$$\begin{aligned} Y_i|_{(V, \omega, \eta)} &\approx \underbrace{Y_o}_{=0} + \frac{\delta Y}{\delta V} (V_i - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega_i - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_i - \eta_o) = \\ &= \frac{\delta Y}{\delta V} (V_i - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega_i - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_i - \eta_o) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Donde el punto central del desarrollo en serie de Taylor, caracterizado por los valores  $(V_o, \omega_o, \eta_o)$  y correspondiente a la solución de régimen libre, se obtiene a partir de un análisis convencional de balance armónico con la ayuda del generador auxiliar y, según se explica en el capítulo 1, las derivadas  $\left(\frac{\delta Y}{\delta V}, \frac{\delta Y}{\delta \omega}, \frac{\delta Y}{\delta \eta}\right)$  se calculan por diferencias finitas sobre el  $VCO$  base aislado y cargado con  $R_L$ .

Por otro lado,  $Y_o$  se corresponde con la admitancia del bloque  $VCO$ -carga para el punto de trabajo elegido cuando no se perturba al sistema, esto es, cuando  $(V_i = V_o, \omega = \omega_o, \eta_i = \eta_o)$  coincidiendo

con la admitancia de salida en régimen libre que vale 0 [15] para el bloque *VCO*-carga aislado.

Considerando a todos los *VCOs* del array iguales, es decir, todos poseen las mismas derivadas y punto de trabajo se puede sustituir 2.5 en el sistema 2.4 quedando la respuesta del array caracterizada a partir de las variables del desarrollo de Taylor.

Así se obtiene la expresión 2.6 para analizar al sistema

$$\left. \begin{aligned} & \left( \frac{\delta Y}{\delta V} (V_i - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_i - \eta_o) \right) V_i e^{j\phi_i} + \\ & + \sum_{k=1}^n y_{ik} V_k e^{j\phi_k} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (i = 1 \cdots n) \quad (2.6)$$

En donde no se ha indicado el subíndice de la frecuencia  $\omega$  por ser esta común a todos los *VCOs* ya que están sincronizados.

En el sistema de ecuaciones de 2.6, las soluciones vienen dadas por los valores  $(V_i, \omega, \eta_i)$  para todo  $(i = 1 \cdots n)$  cuando se conocen las relaciones de fases entre las tensiones de salida, ya que el resto de parámetros es conocido.

La expresión 2.6 se puede reescribir de forma matricial según la expresión 2.7

$$\bar{H}(\bar{V}, \bar{\eta}, \bar{\Phi}, \omega) \Big|_{(nx1)} = \left\{ \frac{\delta Y}{\delta V} \bar{\Delta V} + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \bar{\Delta \omega} + \frac{\delta Y}{\delta \eta} \bar{\Delta \eta} + \bar{Y}_c \right\} \bar{\Phi} \bar{V} = \bar{0} \quad (2.7)$$

donde

$$\bar{\Delta V} \Big|_{(n \times n)} = \begin{pmatrix} (V_1 - V_o) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (V_2 - V_o) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & (V_n - V_o) \end{pmatrix}$$

$$\bar{\Delta \omega} \Big|_{(n \times n)} = (\omega - \omega_o) \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} = (\omega - \omega_o) \bar{I}(n)$$

$$\bar{\Delta \eta} \Big|_{(n \times n)} = \begin{pmatrix} (\eta_1 - \eta_o) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (\eta_2 - \eta_o) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & (\eta_n - \eta_o) \end{pmatrix}$$

$$\bar{V}|_{(nx1)} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

son las matrices de incógnitas del sistema, ya que contienen los parámetros a calcular, y

$$\bar{Y}_c|_{(n \times n)} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & \dots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & y_{n3} & \dots & y_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\bar{\Phi}|_{(n \times n)} = \begin{pmatrix} e^{j\phi_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{j\phi_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{j\phi_n} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

son las matrices de constantes, por ser valores conocidos. Recuérdese aquí que, para poder emplear el array para controlar el haz de una antena, se han de fijar las relaciones de fases entre las tensiones de salida por lo que estas, como se detallará más adelante, son una condición en el sistema. Las derivadas, al considerar a todos los *VCOs* iguales, se tratan como coeficientes que multiplican a las matrices.

El resultado de este análisis serán un conjunto de puntos solución  $(\bar{V}, \omega, \bar{\eta})$  para cada una de las distribuciones de fases en el sistema, tal y como se puede ver en la figura 2.2 extraída del circuito de ejemplo del apéndice A.1.

Este análisis permite, como se puede ver en la imagen de 2.2 y más en detalle en el apéndice A.1, determinar el rango de valores de trabajo de los parámetros de control, los niveles de las tensiones de salida de los elementos del array así como los márgenes de frecuencia sobre los que opera el circuito.

### 2.1.2. Régimen inyectado

Se denominará régimen inyectado a aquel en el que una fuente externa introduce señal en el sistema a través de uno de los *VCOs* del array. En este modo la frecuencia de oscilación del conjunto se ajusta a la de dicho generador externo gracias al efecto del sincronismo.

Este modo de trabajo permitirá controlar la frecuencia de oscilación del circuito y la distribución de las fases en él de forma independiente ya que estas están relacionadas entre sí en régimen libre, como se puede deducir de la respuesta del sistema del ejemplo del apéndice A.1 en la figura 2.2.

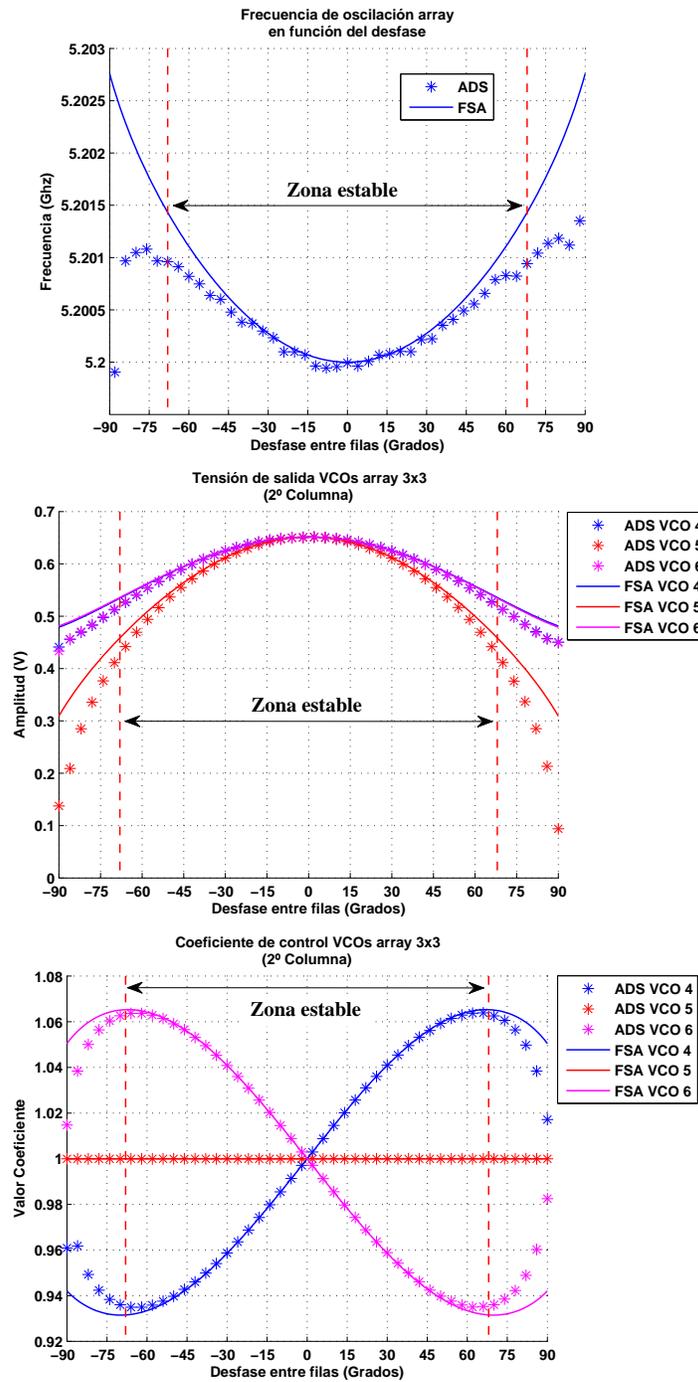
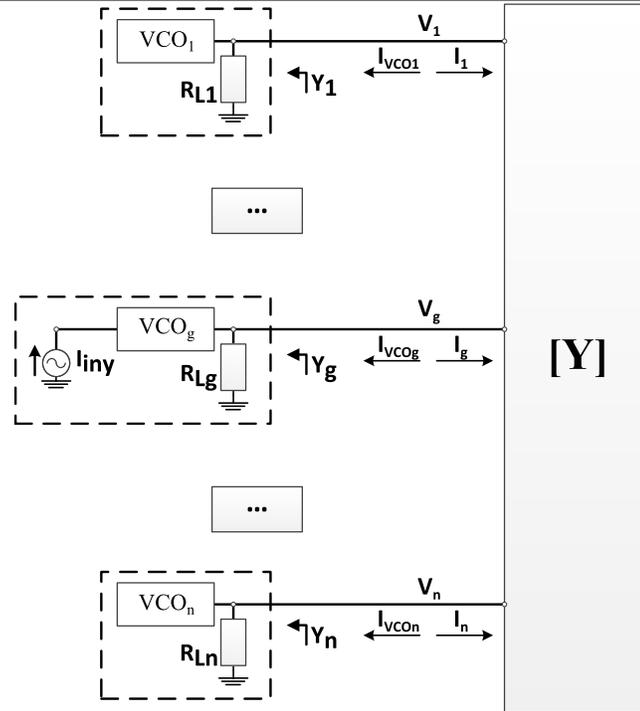


Figura 2.2: Solución del análisis de régimen libre, frecuencia de oscilación (*arriba*), tensión de salida (*centro*) y parámetros de control (*abajo*), para los elementos de la columna central de un array de 3x3 osciladores. Comparación con la obtenida mediante el método de balance armónico en el ADS.



*Figura 2.3:* Esquema general de un array inyectado de  $n$  osciladores donde la red de acoplo está caracterizada a través de sus parámetros  $Y$  y se introduce señal mediante un generador externo conectado al puerto de inyección del  $g$ -ésimo  $VCO$ .

De esta forma será posible el mantener una frecuencia fija en todo el array y modificar las fases o viceversa.

En la figura 2.3 se ha representado el esquema del sistema para el régimen inyectado, el cual incluye al generador de inyección conectado a uno de los osciladores del circuito. En este, se puede obtener el sistema de ecuaciones a partir de la definición de los parámetros  $Y$  de la red de acoplo considerando cada bloque  $VCO$ -carga como una  $Y_i$  genérica conectada a una red de  $n$  puertos, al igual que en el caso de régimen libre. Aquí el bloque que contiene a la fuente de inyección se considera también una admitancia  $Y_g$  genérica y se trata como el resto de los  $VCOs$ .

Trabajando de esta manera se llega a un sistema idéntico a 2.4 quedando la fuente de inyección contenida en la admitancia del bloque al que está conectado. Para contemplar el efecto de dicha fuente externa se introducirá la amplitud y fase de esta como parámetros en el desarrollo de Taylor correspondiente a la misma.

Para simplificar la exposición de las expresiones se realizará este proceso en dos pasos. En primer lugar se hará un desarrollo en serie en función de los valores del generador externo en torno al punto de inyección nula. Tras esto se incluirá el desarrollo en función del resto de variables respecto al punto de trabajo elegido.

Si el generador es una fuente de corriente el desarrollo de la admitancia se puede plantear de la

forma

$$Y_g^{iny} (I^r, I^i) \Big|_{(I^r, I^i)} \approx Y_g (0, 0) + \frac{\delta Y}{\delta I^r} (I^r - 0) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} (I^i - 0) \quad (2.10)$$

donde la corriente se ha separado en componentes según su parte real e imaginaria, ya que no es posible determinar el valor de la fase en el punto de inyección nula [1].

Ahora si, para una frecuencia  $\omega = \omega_{iny}$ , la corriente de inyección es de la forma

$$\begin{aligned} \overline{I_{iny}} &= I_{iny} e^{j(\phi_{iny} - \phi_g)} = I_{iny} (\cos(\phi_{iny} - \phi_g) + j \sin(\phi_{iny} - \phi_g)) = \\ &= \underbrace{I_{iny} \cos(\phi_{iny} - \phi_g)}_{I^r} + j \underbrace{I_{iny} \sin(\phi_{iny} - \phi_g)}_{I^i} \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde se ha expresado en 2.11 la fase de la corriente de inyección,  $\phi_{iny} - \phi_g$ , referida a la fase de la tensión de salida del VCO,  $\phi_g$ .

Sustituyendo  $I^r$  e  $I^i$  según 2.11 en 2.10 el desarrollo queda

$$\begin{aligned} Y_g^{iny} (I^r, I^i) &\approx Y_g (0, 0) + \frac{\delta Y}{\delta I^r} I_{iny} \cos(\phi_{iny} - \phi_g) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} I_{iny} \sin(\phi_{iny} - \phi_g) = \\ &= Y_g (0, 0) + I_{iny} \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_g) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_g) \right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

el término  $Y_g (0, 0)$ , que se corresponde con la admitancia de salida en régimen libre para el caso de inyección nula  $\overline{I_{iny}} = \bar{0}$ , se puede aproximar a su vez por Taylor según la expresión 2.5. Así que, sustituyendo  $Y_g (0, 0)$  por 2.5 en 2.12, teniendo en cuenta que para este caso  $\omega = \omega_{iny}$ , la admitancia  $Y_g^{iny}$  se puede aproximar por

$$\begin{aligned} Y_g^{iny} &\approx \frac{\delta Y}{\delta V} (V_g - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega_{iny} - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_g - \eta_o) + \\ &+ I_{iny} \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_g) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_g) \right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

que, si se sustituye en el sistema de la ecuación 2.4, resulta en

$$\left. \begin{aligned}
 & \left( \frac{\delta Y}{\delta V} (V_1 - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega_{iny} - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_1 - \eta_o) \right) V_1 e^{j\phi_1} + \sum_{k=1}^n y_{1k} V_k e^{j\phi_k} = 0 \\
 & \quad \vdots \\
 & \left\{ \frac{\delta Y}{\delta V} (V_g - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega_{iny} - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_g - \eta_o) + \right. \\
 & \left. + I_{iny} \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_g) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_g) \right) \right\} V_g e^{j\phi_g} + \sum_{k=1}^n y_{gk} V_k e^{j\phi_k} = 0 \\
 & \quad \vdots \\
 & \left( \frac{\delta Y}{\delta V} (V_n - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega_{iny} - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_n - \eta_o) \right) V_n e^{j\phi_n} + \sum_{k=1}^n y_{nk} V_k e^{j\phi_k} = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

En 2.14 la expresión de la admitancia 2.13 solo se utiliza en la ecuación del *VCO* que tiene la fuente externa conectada. Para el resto se aplica la aproximación de la ecuación 2.5, lo que es equivalente a emplear la aproximación de la ecuación 2.13 en todos los *VCOs* haciendo que  $I_{iny} = 0$  en aquellos en los que no hay ningún generador externo conectado.

Para simplificar se puede escribir el sistema de 2.14 de forma compacta según la expresión

$$\left. \begin{aligned}
 & \left\{ \frac{\delta Y}{\delta V} (V_i - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega_{iny} - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_i - \eta_o) + \right. \\
 & \left. + I_{iny} \delta_g^i \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right) \right\} V_i e^{j\phi_i} + \sum_{k=1}^n y_{ik} V_k e^{j\phi_k} = 0
 \end{aligned} \right\} \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.15)$$

donde, en 2.15,  $\delta_g^i$  vale 1 cuando  $i = g$  y 0 en el resto de casos.

Expresando de forma matricial el sistema de 2.15

$$\begin{aligned}
 \bar{H}(\bar{V}, \bar{\eta}, \bar{\Phi}, \omega_{iny}, \bar{I}_{iny})|_{(nx1)} &= \left\{ \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta \bar{V} + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \bar{\omega} + \frac{\delta Y}{\delta \eta} \Delta \bar{\eta} + \bar{Y}_c + \right. \\
 & \left. + I_{iny} \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right) \bar{\delta} \right\} \bar{\Phi} \bar{V} = \bar{0}
 \end{aligned} \quad (2.16)$$

donde, en 2.16,  $\Delta \bar{V}$ ,  $\Delta \bar{\omega}$ ,  $\Delta \bar{\eta}$ ,  $\bar{V}$ ,  $\bar{Y}_c$  y  $\bar{\Phi}$  están definidas según 2.8 y 2.9 respectivamente, haciendo que  $\omega = \omega_{iny}$  en  $\Delta \bar{\omega}$ .

La matriz  $\bar{\delta}$  es de la forma

$$\bar{\delta}|_{(n \times n)} = \bar{\delta}_g^i(i) \bar{I}(n) \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.17)$$

que es, para el array de la figura 2.3, una matriz con todas sus posiciones a 0 excepto la posición de la diagonal principal correspondiente al índice del *VCO* conectado al generador externo, que se ha indicado con la letra '*g*' y que vale 1.

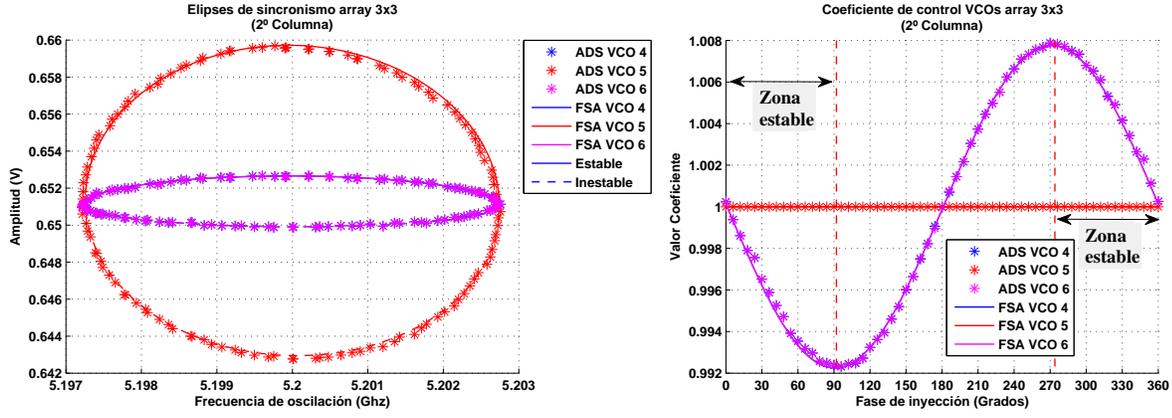


Figura 2.4: Elipses de sincronismo, izquierda, y parámetros de control, derecha, para los elementos en la columna central de un array de  $3 \times 3$  elementos cuando el desfase es de  $0^\circ$  en los dos ejes. Comparación con la solución de balance armónico en el ADS.

En el sistema de la ecuación 2.16 se han incluido dos nuevas variables,  $I_{iny}$  y  $\phi_{iny}$ , correspondientes al generador externo. En este, la frecuencia toma el valor  $\omega = \omega_{iny}$  correspondiente a la oscilación de dicho generador, que es común a todo el sistema a causa del sincronismo. Con esto, para una potencia determinada en la fuente de inyección y unos desfases específicos entre las tensiones de salida, se puede obtener los valores de las amplitudes de salida,  $V_i$ , en cada VCO del array así como el valor de los parámetros de control  $\eta_i$ .

Al realizar un barrido en la fase del generador de inyección cuando está conectado a un VCO aislado, optimizando en este la frecuencia y amplitud de salida, se obtiene una curva cerrada en el espacio de fases para valores pequeños de amplitud de la corriente de inyección. En los arrays de osciladores, al estar todos sincronizados, los elementos del sistema replican el comportamiento de aquel que está conectado a la fuente de inyección mediante el ajuste de sus parámetros de control. Esto resulta en la aparición de una elipse de sincronismo en cada uno de los elementos del array tal y como se puede ver en la figura 2.4 extraída del ejemplo del apéndice A.1.

De esta forma, se puede variar la frecuencia en el sistema, desplazando la solución sobre una elipse concreta, manteniendo constante la relación de fases establecida realizando, como se puede deducir de las soluciones de la imagen 2.4, los ajustes necesarios en los parámetros de control del resto de elementos o, también, mantener constante la frecuencia del sistema y modificar los valores de control para cambiar las relaciones de fases entre los elementos del array.

La potencia de inyección y el nivel de acoplo entre los elementos del array serán los que fijen los márgenes de sincronismo de forma que el rango de frecuencias que se puede barrer para una determinada distribución de fases que fijada por las características del sistema, así como el conjunto de relaciones de fases válidas para una frecuencia dada.

### 2.1.2.1. Variaciones del sistema inyectado

La ecuación 2.16 se puede plantear en términos de la derivada de la corriente de salida de los VCOs en función de la de inyección aplicando la conversión

$$Y = \frac{I}{V} \Rightarrow \frac{\delta Y}{\delta I^x} = \frac{\delta}{\delta I^x} \left( \frac{I}{V} \right) = \frac{1}{V} \frac{\delta I}{\delta I^x} \quad (2.18)$$

Esta ecuación es válida si se considera que  $V$  es una constante lo que es cierto en nuestro análisis pues, al resolver este empleando métodos numéricos y estar determinado su valor, se pueden tratar las variables a optimizar como un dato conocido.

Por lo que la ecuación 2.13 se escribiría

$$\begin{aligned} Y_g^{iny} \approx & \frac{\delta Y}{\delta V} (V_g - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega_{iny} - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_g - \eta_o) + \\ & + \frac{I_{iny}}{V_g e^{j\phi_g}} \left( \frac{\delta I}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_g) + \frac{\delta I}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_g) \right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

en donde, las derivadas de la corriente de salida de los VCOs se pueden obtener directamente por diferencias finitas con la sonda de medida, de forma idéntica a las de la admitancia empleando el método indicado en el capítulo 1.

Al sustituir en el sistema de ecuaciones se tendría, para el array de la figura 2.3

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ \frac{\delta Y}{\delta V} (V_i - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega_{iny} - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_i - \eta_o) \right\} V_i e^{j\phi_i} + \\ & + I_{iny} \delta_g^i \left( \frac{\delta I}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \frac{\delta I}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right) + \sum_{k=1}^n y_{ik} V_k e^{j\phi_k} = 0 \end{aligned} \right\} (i = 1 \dots n) \quad (2.20)$$

que, expresando 2.20 de forma matricial, pasa a ser

$$\begin{aligned} \overline{H}(\overline{V}, \overline{\eta}, \overline{\Phi}, \omega_{iny}, \overline{I}_{iny})|_{(nx1)} = & \left\{ \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta \overline{V} + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \overline{\omega} + \frac{\delta Y}{\delta \eta} \Delta \overline{\eta} + \overline{Y}_c \right\} \overline{\Phi} \overline{V} + \\ & + I_{iny} \left( \frac{\delta I}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \frac{\delta I}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right) \overline{\delta} = \overline{0} \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde el vector  $\overline{\delta}$  vale

$$\overline{\delta}|_{(nx1)} = \overline{\delta}_g^i (i) \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.22)$$

El uso de la expresión 2.21 puede ser de utilidad en aquellos casos en los que la corriente de salida presente un comportamiento mejor que la admitancia de salida, desde el punto de vista de la optimización para el cálculo de las soluciones.

A su vez, si la función admitancia es tal que se cumplen las condiciones de Cauchy-Riemann, es decir, que se cumple la ecuación 2.23

$$\frac{\delta Y}{\delta I^r} = \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \right)^r + j \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \right)^i = \left( \frac{\delta Y}{\delta I^i} \right)^i - j \left( \frac{\delta Y}{\delta I^i} \right)^r = -j \frac{\delta Y}{\delta I^i} \quad (2.23)$$

cuando se expresan las derivadas de la admitancia en función de la corriente de inyección según

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta Y}{\delta I^r} &= \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \right)^r + j \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \right)^i \\ \frac{\delta Y}{\delta I^i} &= \left( \frac{\delta Y}{\delta I^i} \right)^r + j \left( \frac{\delta Y}{\delta I^i} \right)^i \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

se cumple que

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta Y}{\delta I^r} &= \frac{\delta Y}{\delta I_{iny}} \\ \frac{\delta Y}{\delta I^i} &= j \frac{\delta Y}{\delta I_{iny}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{\delta I}{\delta I^r} &= \frac{\delta I}{\delta I_{iny}} \\ \frac{\delta I}{\delta I^i} &= j \frac{\delta I}{\delta I_{iny}} \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

Así, si se sustituye 2.25 en 2.16 y 2.21, se puede simplificar aún más estas expresiones.

De esta forma, se puede escribir la ecuación 2.26 para el caso de emplear derivadas de la admitancia de salida en función de la corriente de inyección.

$$\overline{H}(\overline{V}, \overline{\eta}, \overline{\Phi}, \omega_{iny}, \overline{I_{iny}})|_{(nx1)} = \left\{ \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta \overline{V} + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \overline{\omega} + \frac{\delta Y}{\delta \eta} \Delta \overline{\eta} + \overline{Y}_c + \frac{\delta Y}{\delta I_{iny}} I_{iny} e^{j(\phi_{iny} - \phi_i)} \overline{\delta} \right\} \overline{\Phi} \overline{V} = \overline{0} \quad (2.26)$$

y, trabajando de forma análoga con las derivadas de la corriente de salida en función de la corriente de inyección, la expresión del sistema de ecuaciones quedaría.

$$\overline{H}(\overline{V}, \overline{\eta}, \overline{\Phi}, \omega_{iny}, \overline{I_{iny}})|_{(nx1)} = \left\{ \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta \overline{V} + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \overline{\omega} + \frac{\delta Y}{\delta \eta} \Delta \overline{\eta} + \overline{Y}_c \right\} \overline{\Phi} \overline{V} + \frac{\delta I}{\delta I_{iny}} I_{iny} e^{j(\phi_{iny} - \phi_i)} \overline{\delta} = \overline{0} \quad (2.27)$$

donde las expresiones 2.26 y 2.27 permiten tratar la corriente de inyección a partir de una única derivada.

Además de simplificar la expresión del sistema de ecuaciones el cumplimiento, o no, de la condición de Cauchy-Riemann tiene otra implicación en la resolución de los arrays de osciladores. Tal y como se puede ver en la figura 2.5, cuando las derivadas en el nodo de interés cumplen con la expresión 2.25 estas son independientes de la fase de referencia empleada para su obtención. En esta situación la magnitud es constante y se mantiene una relación de fase de 90° entre ellas.

Sin embargo, esto no ocurre cuando las derivadas tienen valores que no se ajustan al criterio de Cauchy-Riemann, lo que afectará directamente a la resolución de los arrays de osciladores. En este

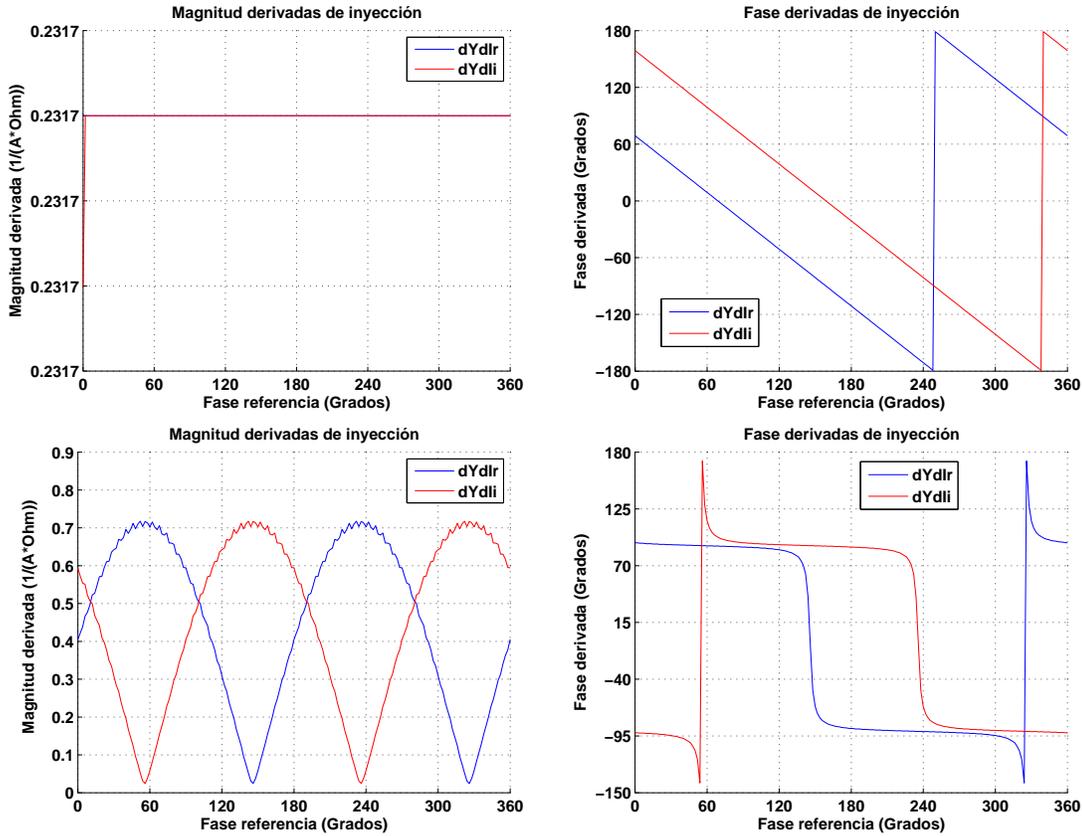


Figura 2.5: Derivadas de la admitancia en función de la corriente de inyección cuando se cumple la condición de Cauchy-Riemann (*arriba*) y cuando no (*abajo*) representadas según su módulo (*izquierda*) y fase (*derecha*).

caso sucede que los valores de las derivadas cambian con la fase de salida del oscilador inyectado, que es la que actúa como referencia en las derivadas, cuando esta varía. Para resolver este problema sería necesario ajustar en cada análisis el valor de las derivadas  $\frac{\delta Y}{\delta I_r}$  y  $\frac{\delta Y}{\delta I_i}$ , o sus equivalentes respecto a la corriente de salida, a la fase de salida del *VCO* para el que se calculan. Esto obligaría a tener que caracterizar la respuesta de los osciladores en función de la corriente de inyección para todos los valores de fase posibles en la salida, esto es, entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$ .

Para evitar tener que realizar esta caracterización, en los análisis realizados se ha optado por tomar al oscilador inyectado como referencia de forma que su tensión de salida siempre tiene como valor de fase  $0^\circ$ . De este modo, solo es necesario emplear el par de derivadas asociadas a la misma cuando no se cumple Cauchy-Riemann en el nodo de interés. Esto es posible gracias a que se está considerando que solo hay un *VCO* inyectado en el array. En el caso de haber presente más de una fuente de inyección en el sistema, debido a que solo un *VCO* puede actuar como referencia de fase, habría que ajustar las derivadas  $\frac{\delta Y}{\delta I_r}$  y  $\frac{\delta Y}{\delta I_i}$  en aquellos osciladores que no cumplan la condición de Cauchy-Riemann y cuya fase variase en los diferentes análisis.

### 2.1.3. Resolución del sistema de ecuaciones de los arrays

Una vez definida la estructura de la red de acoplo y obtenida su matriz de parámetros  $Y$  se puede construir el sistema de ecuaciones del array completo para resolverlo obteniendo las tensiones de salida de los  $VCOs$  para unas condiciones de trabajo dadas.

El sistema se ha definido para poder obtener del mismo cualquier solución pero, para emplearlo como alimentador de un array de antenas, las soluciones que interesan tienen unas distribuciones de fase entre los  $VCOs$  determinadas que dependerá de la topología. Por ejemplo, para un array lineal homogéneo hará falta que el desfase sea constante entre los elementos. Por esto será necesario ajustar el sistema para garantizar que se cumple dicha condición y que las soluciones obtenidas servirán para conformar el haz.

El sistema de ecuaciones final, independientemente del tipo de array, consta de  $n$  ecuaciones complejas o  $2n$  ecuaciones reales, siendo  $n$  el número de osciladores en él. En estas los parámetros a considerar son

- Amplitudes de salida  $V_i$ :  $n$  valores reales.
- Fases,  $\phi_i$ , de las tensiones de salida de cada  $VCO$ :  $n$  valores reales.
- Parámetros de control  $\eta_i$ :  $n$  valores reales (para cada parámetro de interés considerado).
- Frecuencia de oscilación  $\omega$ , régimen libre, o  $\omega_{iny}$ , régimen inyectado: 1 solo valor real.
- Además, en el caso del sistema en régimen inyectado, la amplitud y fase de la corriente de inyección  $I_{iny}$  y  $\phi_{iny}$ , asociadas al generador externo. Si se supone una potencia de inyección fija: 1 valor complejo o, lo que es lo mismo, 2 valores reales.

Las derivadas de la admitancia de salida,  $\frac{\delta Y}{\delta V}$ ,  $\frac{\delta Y}{\delta \omega}$  y  $\frac{\delta Y}{\delta \eta}$ , los valores de la solución de régimen libre,  $V_o$ ,  $\eta_o$  y  $\omega_o$ , así como los parámetros  $Y$  de la red de acoplo son considerados como constantes en el sistema ya que son los datos conocidos de los  $VCOs$  y la red de acoplo.

En total se dispone de  $3n + 1$  variables en el sistema en el caso de régimen libre y, en el régimen inyectado, de  $3n + 3$ , supuesto un único parámetro de control. Esto proporciona grados de libertad debido a que es mayor el número de variables que el de ecuaciones.

Estos grados de libertad se emplearán para fijar las fases de las tensiones de salida garantizando así que se cumple con la distribución de fases necesaria para conformar el haz en el array de antenas. El resto de grados de libertad que queden se pueden emplear para fijar el valor de los parámetros de control en alguno de los  $VCOs$ , ya que estos se corresponden con variables que se pueden ajustar.

Para simplificar el tratamiento de las fases se van a definir estas a partir de un conjunto de funciones que representan las relaciones necesarias entre las fases deseadas para el array de antenas en cada elemento

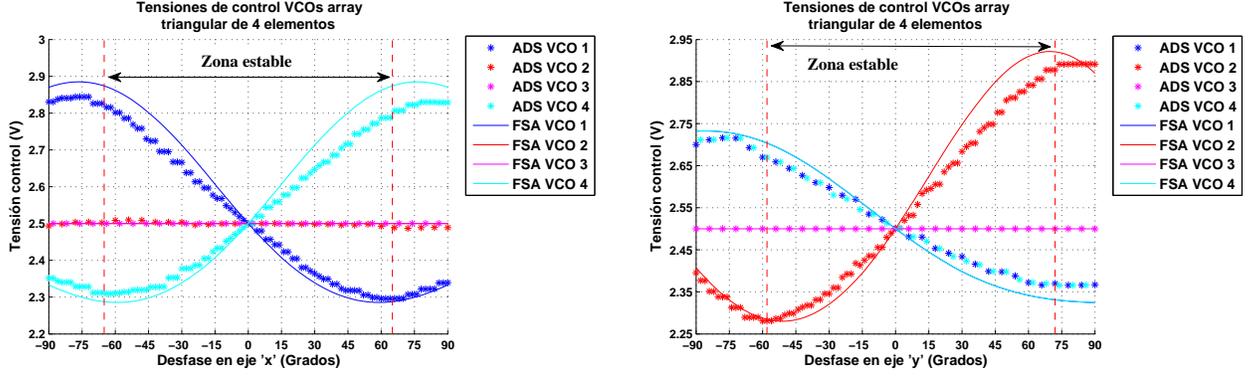


Figura 2.6: Tensiones de control en un array triangular de 4 elementos cuando se barre la fase en el eje  $x$ , izquierda, e  $y$ , derecha. Comparación con la solución de balance armónico en el *ADS*.

$$\phi_i = f_i(\bar{\Theta}) \quad (2.28)$$

De forma que, en 2.28, el vector  $\bar{\Theta}$  son un conjunto de parámetros común a todas las fases. De esta manera, conocidas todas las  $f_i$ , si se fijan los valores de  $\bar{\Theta}$  se determina el valor de todas las fases de salida,  $\phi_i$ , del sistema.

Así, por ejemplo, para un array lineal se podría definir las fases como

$$\phi_i = x_i \Delta\phi + \phi_o \quad (2.29)$$

quedando fijadas las  $\phi_i$  para todos los  $i$ -ésimos elementos de un array a partir de una constante propia,  $x_i$ , y un valor de referencia,  $\phi_o$ , común a todos ellos. El vector de parámetros  $\bar{\Theta}$  está formado por un único valor,  $\Delta\phi$ , que al ir variando determina la distribución de fases en el array.

Si se tiene un array tal que  $i = 1 \cdots 3$  con  $\left[ x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 1 \right]$  y  $\phi_o = 0$  las fases en este quedarían definidas por

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= -\Delta\phi \\ \phi_2 &= 0 \\ \phi_3 &= \Delta\phi \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

de esta forma se pueden obtener todas las fases en el sistema a partir de un único valor ( $\Delta\phi$ ).

Definiendo las funciones  $\phi_i$  de tal forma que reflejen el comportamiento deseado de las fases en el array es posible simplificar el análisis del sistema ya que, con un conjunto de parámetros relativamente bajos, se puede estudiar arrays de un gran número de elementos.

Para ilustrar esto en la figura 2.6, extraída del apéndice A.2, se puede ver una comparación de las soluciones de un array triangular variando el desfase en los dos ejes y como, en este caso, al no ser el circuito simétrico las curvas en  $x$  e  $y$  proporcionan soluciones distintas. Sin embargo, al igual que en el análisis de arrays rectangulares, tan solo ha hecho falta fijar los valores de dos parámetros,  $\Delta\theta$  y  $\Delta\varphi$ , para poder calcularlas. Debido a que estos valores determinarán la relación de fases entre los elementos.

Lo más cómodo al trabajar con arrays de osciladores es seleccionar las funciones de fases en base a la distribución espacial del array de antenas para el que se quiere diseñar el circuito de forma que las constantes reflejen las posiciones relativas de los elementos que los forman.

Una vez hecho el ajuste en los sistemas de ecuaciones se pueden resolver estos empleando los métodos tradicionales de cálculo numérico. De esta forma es posible emplear cualquiera de las herramientas existentes para la obtención de las soluciones. Por ejemplo, para el desarrollo de este trabajo, las simulaciones se han obtenido en Matlab empleado la optimización por el método de Gauss.

## 2.2. Análisis de estabilidad

El análisis de estabilidad permitirá determinar si las soluciones obtenidas en los sistemas de ecuaciones se manifiestan realmente en los dispositivos físicos.

En este, partiendo de una solución estacionaria conocida, se introducirá una perturbación de pequeña magnitud en el dominio del tiempo para estudiar el comportamiento del sistema [16]. Si la solución obtenida es estable esta debería converger de nuevo a la estacionaria tras la perturbación y, si es inestable, divergiría alejándose de la misma.

El desarrollo, por simplicidad, se realizará directamente sobre el sistema de ecuaciones del array inyectado ya que, como se ha visto al desarrollar la formulación en la sección 2.1, las expresiones son las mismas que en el caso de régimen libre solo que incluyendo el efecto de la corriente de inyección. Si se desea realizar este análisis sobre soluciones de régimen libre bastará con hacer  $I_{iny} = 0$  en las expresiones.

El sistema de partida es el de la ecuación 2.4, que se puede obtener a partir de la figura 2.3 para el sistema en régimen inyectado siguiendo el mismo procedimiento empleado con el sistema en régimen libre.

Para este análisis las tensiones complejas ( $V_i e^{j\phi_i}$ ), frecuencia ( $\omega_{iny}$ ), valores de control ( $\eta_i$ ) y corriente de inyección ( $I_{iny} e^{j\phi_{iny}}$ ), son conocidos para todo  $i = 1 \dots n$ , ya que se parte de una solución dada. En el caso de un análisis en régimen libre habrá que tomar  $I_{iny} = 0$  desapareciendo la fase  $\phi_{iny}$  de las expresiones y, además, la frecuencia  $\omega_{iny}$  se sustituirá por  $\omega$ , la de oscilación común a todos los VCOs del array, sin que esté afectada por fuente externa alguna.

Para modelar el efecto de la perturbación se añade un término adicional dependiente del tiempo a los parámetros del sistema. De esta forma, las amplitudes y las fases de los osciladores se expresan según

$$\begin{aligned} V_i(t) &= V_i + \Delta V_i(t) \\ \phi_i(t) &= \phi_i + \Delta \phi_i(t) \end{aligned} \tag{2.31}$$

En 2.31 los valores  $V_i$  y  $\phi_i$  corresponden a los de la solución estacionaria mientras que los valores  $\Delta V_i(t)$  y  $\Delta \phi_i(t)$  son variables aleatorias.

Inicialmente, se expresará la perturbación de frecuencia de la forma

$$\omega(t) = \omega + \Delta \omega(t) \tag{2.32}$$

siguiendo el mismo esquema que la amplitud y fase, ecuación 2.31. Más adelante en el análisis se sustituirá este término mediante la aproximación de Kurokawa [15, 17].

No se considerará perturbación alguna en el parámetro de control,  $\eta_i$ , ya que se asume que se garantiza su estabilidad al poder actuar directamente sobre el mismo.

A partir de las expresiones de las variables perturbadas se planteará el sistema de ecuaciones 2.4, que pasa a ser de la forma

$$V_i(t) e^{j\phi_i(t)} Y_{p_i} (V_i(t) e^{j\phi_i(t)}, \omega(t), \eta_i, I_{iny} e^{j\phi_{iny}}) + \sum_{k=1}^n V_k(t) e^{j\phi_k(t)} y_{ik}(\omega(t)) = 0 \quad (i = 1 \dots n) \tag{2.33}$$

Donde, en 2.33, las tensiones, fases y frecuencia dependen del tiempo debido a las perturbaciones. El término de admitancia de los osciladores y los parámetros  $Y$  de la red de acoplo varían con el tiempo a través de la dependencia que estos tienen con las variables perturbadas.

Para obtener la expresión de las  $Y_{p_i} (V_i(t) e^{j\phi_i(t)}, \omega(t), \eta_i, I_{iny} e^{j\phi_{iny}})$  se procederá de la misma forma que en el análisis estacionario, es decir, haciendo un desarrollo en serie de Taylor en función de las variables de interés alrededor del punto de libre oscilación.

Por simplicidad, tal y como se hizo en el análisis estacionario, se puede obtener el desarrollo en serie en dos pasos tratando por separado diferentes variables. Uno dependiente de las tensiones, frecuencia y parámetros de control, aplicable a todas las admitancias, ya sea en régimen libre o inyectado. El en segundo solo se considera la dependencia con la corriente de inyección, y será aplicable tan solo al *VCO* en el que se conecta el generador externo.

Así, para la admitancia dependiente de los parámetros de régimen libre, se obtiene el desarrollo en serie de Taylor de la expresión 2.34

$$\begin{aligned}
 Y_{p_i}|_{V=V_o, \omega=\omega_o, \eta=\eta_o} &\approx \underbrace{Y_o}_{=0} + \frac{\delta Y}{\delta V} (V_i(t) - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega(t) - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_i - \eta_o) = & (2.34) \\
 &= \frac{\delta Y}{\delta V} (V_i + \Delta V_i(t) - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega + \Delta \omega(t) - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_i - \eta_o) = \\
 &= \underbrace{\frac{\delta Y}{\delta V} (V_i - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_i - \eta_o)}_{Y_i} + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t)
 \end{aligned}$$

que, finalmente se resume en

$$Y_{p_i}|_{V=V_o, \omega=\omega_o, \eta=\eta_o} \approx \underbrace{Y_i}_{sol\ est} + \underbrace{\frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t)}_{perturbación} \quad (2.35)$$

Como se puede observar en 2.35 la expresión resultante se puede dividir en dos partes. Una primera que coincide con la solución estacionaria y otra que depende de las variables aleatorias. Esto tiene sentido pues, al tratarse de un perturbación pequeña, la solución se puede expresar como la propia estacionaria más un término de desviación consecuencia de la alteración producida en el sistema.

Además, hay que tener en cuenta que el punto de trabajo  $(V_o, \omega_o, \eta_o)$  no ha sido perturbado para obtener la ecuación de 2.35. Por esta razón, las derivadas del desarrollo calculadas en torno a este no se ven alteradas, pudiendo emplearse las mismas con las que se obtuvieron las soluciones estacionarias. Esto también tiene como resultado que el término  $Y_o$  valga 0, al igual que en el análisis estacionario.

En la sección 2.1, la dependencia con la corriente de inyección se obtiene a partir de la expresión 2.10 en donde se desarrolla la admitancia en función de la parte real e imaginaria de esta. Para el análisis de estabilidad se procederá de la misma forma pero expresando la corriente de inyección en función de las variables perturbadas.

Así, para una frecuencia  $\omega = \omega_{iny}(t)$ , la corriente de inyección se puede expresar de la forma

$$\overline{I_{iny}} = I_{iny} e^{j(\phi_{iny} - \theta(t))} = I_{iny} e^{j(\phi_{iny} - (\theta + \Delta\theta(t)))} = I_{iny} e^{j(\phi_{iny} - \theta - \Delta\theta(t))} \quad (2.36)$$

Donde, en 2.36, la perturbación se manifiesta a través de la relación de fases entre la señal de inyección y el circuito no habiéndose considerado en este análisis alteraciones en los parámetros propios de la corriente, salvo la frecuencia por ser común a todo el array, debido a que esta es un elemento externo al sistema.

En este punto se debe introducir la aproximación de la ecuación 2.37 ya que será de utilidad a

lo largo de este y otros análisis para, cuando proceda, aplicarla a las distintas variables perturbadas y poder así linealizarlas. Esta será válida cuando la magnitud de las perturbaciones  $\Delta X$  y  $\varsigma$  sea pequeña.

$$(X + \Delta X) e^{j(\theta+\varsigma)} \simeq \left(1 + j\varsigma + \frac{\Delta X}{X}\right) X e^{j\theta} \quad (2.37)$$

Así, si a la ecuación 2.36 se le aplica la aproximación de la ecuación 2.37, se puede expresar la corriente de inyección como

$$I_{iny} e^{j(\phi_{iny}-\theta-\Delta\theta(t))} \approx (1 - j\Delta\theta(t)) I_{iny} e^{j(\phi_{iny}-\theta)} \quad (2.38)$$

Donde, separando la parte real e imaginaria de 2.38 se obtienen los coeficientes  $I^r$  e  $I^i$

$$\begin{aligned} (1 - j\Delta\theta(t)) I_{iny} e^{j(\phi_{iny}-\theta)} &= (1 - j\Delta\theta(t)) I_{iny} \{\cos(\phi_{iny} - \theta) + j \sin(\phi_{iny} - \theta)\} = \\ &= I_{iny} \{\cos(\phi_{iny} - \theta) + j \sin(\phi_{iny} - \theta) - j\Delta\theta(t) \cos(\phi_{iny} - \theta) + \Delta\theta(t) \sin(\phi_{iny} - \theta)\} = \\ &= \underbrace{I_{iny} (\cos(\phi_{iny} - \theta) + \Delta\theta(t) \sin(\phi_{iny} - \theta))}_{I^r} + \underbrace{j I_{iny} (\sin(\phi_{iny} - \theta) - \Delta\theta(t) \cos(\phi_{iny} - \theta))}_{I^i} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Si se sustituye  $I^r$  e  $I^i$  según 2.39 en 2.10 se obtiene la expresión de la admitancia en función de la corriente de inyección que, tras reagrupar términos, queda de la forma

$$\begin{aligned} Y_{p_i}(I^r, I^i) \Big|_{I^r=0, I^i=0} &\approx Y_{p_i}(0, 0) + I_{iny} \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right) + \\ &+ I_{iny} \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) - \frac{\delta Y}{\delta I^i} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) \right) \Delta\phi_i(t) \end{aligned} \quad (2.40)$$

Al igual que en el caso de la ecuación 2.35, debido a que el punto central del desarrollo,  $I_{iny}^- = 0 + j0$ , coincide con el del análisis estacionario las derivadas en función de la corriente de inyección empleadas son las mismas.

Por último, se debe sustituir  $Y_{p_i}(0, 0)$  por la ecuación 2.35 en 2.40. El resultado es la aproximación de la admitancia de los *VCOs* en estado perturbado cuando tienen conectados una fuente de inyección. Con esto se obtiene la expresión de la ecuación 2.41.

$$\begin{aligned}
 Y_{p_i} &\approx Y_i + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t) + \\
 &+ I_{iny} \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right) + \\
 &+ I_{iny} \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) - \frac{\delta Y}{\delta I^i} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) \right) \Delta \phi_i(t)
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Para simplificar las expresiones se puede definir

$$\begin{aligned}
 T_{iny} &= I_{iny} \left\{ \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right\} \\
 T_{p_{iny}} &= I_{iny} \left\{ \frac{\delta Y}{\delta I^r} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) - \frac{\delta Y}{\delta I^i} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

Donde los coeficientes  $T_{iny}$  y  $T_{p_{iny}}$  son valores conocidos, ya que todos los parámetros de estos pertenecen a la solución estacionaria.

Con 2.42 se puede escribir la expresión 2.41 de la forma

$$Y_{p_i} \approx \underbrace{Y_i + T_{iny}}_{sol\ est} + \underbrace{\frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t) + T_{p_{iny}} \Delta \phi_i(t)}_{perturbación} \tag{2.43}$$

En donde la suma  $Y_i + T_{iny}$  se corresponde con el valor de la admitancia de los *VCOs* para la solución estacionaria cuando están inyectados, ecuación 2.13, siendo el resto de la expresión debida a las perturbaciones introducidas, resultando igual que en el caso de la ecuación 2.35.

Así, se debe emplear en el sistema de la ecuación 2.33 el desarrollo de la ecuación 2.43 para aproximar la admitancia de aquel elemento con un generador externo conectado.

Por último, si se observa la expresión del sistema en 2.33, se podrá comprobar que los coeficientes de la red de acoplo se han expresado como una función de la frecuencia angular dependiente del tiempo  $\omega(t)$  por lo que hay que ajustar el valor de los mismos antes de resolver el sistema final. Esto es así debido a que, de forma general, estos coeficientes no tienen el mismo valor que para el análisis estacionario al plantear el sistema con los valores perturbados, debido al desplazamiento en frecuencia producido.

De esta forma se aproximarán estos a partir de un desarrollo en serie de Taylor en torno a  $\omega_{iny}$ . Así, los coeficientes  $y_{ik}(\omega(t))$  se pueden expresar según

$$y_{ik}(\omega(t))|_{\omega=\omega_{iny}} \approx y_{ik}(\omega_{iny}) + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} (\omega(t) - \omega_{iny}) = y_{ik}(\omega_{iny}) + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} (\omega_{iny} + \Delta \omega(t) - \omega_{iny})$$

$$y_{ik}(\omega(t))|_{\omega=\omega_{iny}} \approx \underbrace{y_{ik}(\omega_{iny})}_{\text{sol est}} + \underbrace{\frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \Delta \omega(t)}_{\text{perturbación}} \quad (2.44)$$

donde, en la ecuación 2.44, los términos  $y_{ik}(\omega_{iny})$ , que se denominarán por  $y_{ik}$  para abreviar, coinciden con los coeficientes de la red de acoplo empleados con la solución estacionaria. Por su parte el segundo término, al igual que en la expresión de la ecuación 2.43 para la admitancia de los *VCOs*, se corresponde con las variaciones debidas a las perturbaciones aunque, en este caso, solo aparece la asociada a la frecuencia angular ya que es la única variable que afecta a los parámetros de la red de acoplo.

Por lo que, sustituyendo 2.35, 2.43 y 2.44 en el sistema de la ecuación 2.33 queda

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k (Y_i + \delta_g^i T_{iny} + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t) + \delta_g^i T_{piny} \Delta \phi_i(t)) + \right. \\ \left. + y_{ik} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \Delta \omega(t) \right) (V_k + \Delta V_k(t)) e^{j(\phi_k + \Delta \phi_k(t))} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.45)$$

donde la delta  $\delta_g^i$  hace referencia al *VCO* donde está conectado el generador de inyección al igual que en el análisis estacionario, ya que estos términos solo afectan a ese oscilador en particular. Además, las tensiones de salida se han expresado según 2.31.

En el sistema 2.45 las tensiones de salida perturbadas se pueden linealizar empleando la aproximación de la ecuación 2.37 para poder extraer la perturbación de la fase de la exponencial. Así se obtiene la expresión

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k (Y_i + \delta_g^i T_{iny} + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t) + \delta_g^i T_{piny} \Delta \phi_i(t)) + \right. \\ \left. + y_{ik} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \Delta \omega(t) \right) \left( 1 + j \Delta \phi_k(t) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) V_k e^{j \phi_k} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.46)$$

y operando en 2.46 se puede escribir

$$\left. \begin{aligned}
 \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( (Y_i + \delta_g^i T_{iny}) \left( 1 + j\Delta\phi_k(t) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) \left( 1 + j\Delta\phi_k(t) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \right. \\
 \left. + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \left( \Delta\dot{\phi}_k(t) - j\frac{\Delta\dot{V}_k(t)}{V_k} \right) + \delta_g^i T_{piny} \Delta\phi_i(t) \left( 1 + j\Delta\phi_k(t) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) \right) + \\
 \left. + y_{ik} \left( 1 + j\Delta\phi_k(t) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \left( \Delta\dot{\phi}_k(t) - j\frac{\Delta\dot{V}_k(t)}{V_k} \right) \right) V_k e^{j\phi_k} = 0
 \end{aligned} \right\} (i = 1 \dots n) \quad (2.47)$$

Donde, en 2.47, se ha eliminado el término de la perturbación en frecuencia aplicando la aproximación de Kurokawa [15, 17] lo que, de forma simplificada, equivale a sustituir  $\Delta\omega(t)$  por el operador  $-j\frac{\delta}{\delta t}$ . Con esto, la ecuación queda expresada únicamente en función de las perturbaciones de amplitud y fase,  $\Delta V_i(t)$  y  $\Delta\phi_i(t)$ , con sus respectivas derivadas en función del tiempo,  $\Delta\dot{V}_i(t)$  y  $\Delta\dot{\phi}_i(t)$ .

La ecuación 2.47 se puede simplificar más si se eliminan los términos de perturbación de orden dos ya que, al ser estas de pequeña amplitud, su valor tiende a cero. Operando se obtiene

$$\left. \begin{aligned}
 \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( (Y_i + \delta_g^i T_{iny}) \left( 1 + j\Delta\phi_k(t) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \left( \Delta\dot{\phi}_k(t) - j\frac{\Delta\dot{V}_k(t)}{V_k} \right) + \delta_g^i T_{piny} \Delta\phi_i(t) \right) + \right. \\
 \left. + y_{ik} \left( 1 + j\Delta\phi_k(t) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \left( \Delta\dot{\phi}_k(t) - j\frac{\Delta\dot{V}_k(t)}{V_k} \right) \right) V_k e^{j\phi_k} = 0
 \end{aligned} \right\} (i = 1 \dots n) \quad (2.48)$$

Como se ha podido comprobar en el desarrollo de la formulación, para la solución estacionaria, se tiene que cumplir

$$\sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k (Y_i + \delta_g^i T_{iny}) + y_{ik} \right) V_k e^{j\phi_k} = 0 \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.49)$$

Esto permite eliminar del sistema los términos que forman 2.49, pues su suma vale cero. Así, la ecuación 2.48 es equivalente a

$$\left. \begin{aligned}
 \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( (Y_i + \delta_g^i T_{iny}) \left( j\Delta\phi_k(t) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \left( \Delta\dot{\phi}_k(t) - j\frac{\Delta\dot{V}_k(t)}{V_k} \right) + \delta_g^i T_{piny} \Delta\phi_i(t) \right) + \right. \\
 \left. + y_{ik} \left( j\Delta\phi_k(t) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \left( \Delta\dot{\phi}_k(t) - j\frac{\Delta\dot{V}_k(t)}{V_k} \right) \right) V_k e^{j\phi_k} = 0
 \end{aligned} \right\} (i = 1 \dots n) \quad (2.50)$$

por último, operando y reagrupando términos en 2.50, el sistema queda de la forma

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{k=1}^n \left( (\delta_i^k (Y_i + \delta_g^i T_{iny} + \frac{\delta Y}{\delta V} V_i) + y_{ik}) \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} + \right. \\ & + j (\delta_i^k (Y_i + \delta_g^i (T_{iny} - j T_{p_{iny}})) + y_{ik}) \Delta \phi_k(t) + \\ & \left. + \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) \left( \Delta \dot{\phi}_k(t) - j \frac{\Delta \dot{V}_k(t)}{V_k} \right) \right) V_k e^{j\phi_k} = 0 \end{aligned} \right\} (i = 1 \dots n) \quad (2.51)$$

El sistema perturbado se puede expresar a partir de 2.51 con la siguiente ecuación matricial

$$\bar{M}_V \Delta \bar{V} + \bar{M}_\phi \Delta \bar{\phi} + \bar{M}_{\dot{V}} \Delta \dot{\bar{V}} + \bar{M}_{\dot{\phi}} \Delta \dot{\bar{\phi}} = \bar{0} \quad (2.52)$$

donde, en 2.52, los términos de incrementos son los vectores columna definidos por

$$\begin{aligned} \Delta \bar{V}_{(nx1)} &= (\Delta V_1(t), \dots, \Delta V_n(t))^t \\ \Delta \bar{\phi}_{(nx1)} &= (\Delta \phi_1(t), \dots, \Delta \phi_n(t))^t \\ \Delta \dot{\bar{V}}_{(nx1)} &= (\Delta \dot{V}_1(t), \dots, \Delta \dot{V}_n(t))^t \\ \Delta \dot{\bar{\phi}}_{(nx1)} &= (\Delta \dot{\phi}_1(t), \dots, \Delta \dot{\phi}_n(t))^t \end{aligned} \quad (2.53)$$

y las matrices de coeficientes tienen las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} \bar{M}_V \Big|_{(n \times n)} &= (\delta_i^k (Y_i + \delta_g^i T_{iny} + \frac{\delta Y}{\delta V} V_i) + y_{ik}) e^{j\phi_k} \\ \bar{M}_\phi \Big|_{(n \times n)} &= j (\delta_i^k (Y_i + \delta_g^i (T_{iny} - j T_{p_{iny}})) + y_{ik}) V_k e^{j\phi_k} \\ \bar{M}_{\dot{V}} \Big|_{(n \times n)} &= -j \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) e^{j\phi_k} \\ \bar{M}_{\dot{\phi}} \Big|_{(n \times n)} &= \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) V_k e^{j\phi_k} \end{aligned} \quad \left( \begin{array}{l} i = 1 \dots n \text{ (fila)} \\ k = 1 \dots n \text{ (columna)} \end{array} \right) \quad (2.54)$$

siendo los índices  $i$  asociados a las filas de la matrices y los  $k$  los relativos a las columnas tal y como se indica en 2.54.

Si se agrupan las matrices

$$\begin{aligned}
 \Delta\bar{X}|_{(2nx1)} &= \begin{pmatrix} \Delta\bar{V} \\ \Delta\bar{\phi} \end{pmatrix} \\
 \Delta\dot{\bar{X}}|_{(2nx1)} &= \begin{pmatrix} \Delta\dot{\bar{V}} \\ \Delta\dot{\bar{\phi}} \end{pmatrix} \\
 \bar{M}_X|_{(2nx2n)} &= \begin{pmatrix} \bar{M}_V & \bar{M}_\phi \\ \bar{M}_V^* & \bar{M}_\phi^* \end{pmatrix} \\
 \bar{M}_{\dot{X}}|_{(2nx2n)} &= \begin{pmatrix} \bar{M}_{\dot{V}} & \bar{M}_{\dot{\phi}} \\ \bar{M}_{\dot{V}}^* & \bar{M}_{\dot{\phi}}^* \end{pmatrix} \tag{2.55}
 \end{aligned}$$

se puede formar una nueva ecuación matricial

$$\bar{M}_X \Delta\bar{X} + \bar{M}_{\dot{X}} \Delta\dot{\bar{X}} = \bar{0} \tag{2.56}$$

y, operando en 2.56, se llega a la condición de la ecuación 2.57

$$\begin{aligned}
 \bar{M}_X \Delta\bar{X} &= -\bar{M}_{\dot{X}} \Delta\dot{\bar{X}} \\
 -\bar{M}_{\dot{X}}^{-1} \left( \bar{M}_X \Delta\bar{X} \right) \Delta\bar{X}^{-1} &= -\bar{M}_{\dot{X}}^{-1} \left( -\bar{M}_{\dot{X}} \Delta\dot{\bar{X}} \right) \Delta\bar{X}^{-1} \\
 -\bar{M}_{\dot{X}}^{-1} \bar{M}_X &= \Delta\dot{\bar{X}} \Delta\bar{X}^{-1} \tag{2.57}
 \end{aligned}$$

La estabilidad viene dada por los valores propios de la matriz  $-\bar{M}_{\dot{X}}^{-1} \bar{M}_X$  [1, 18]. Estos deben tener parte real negativa para que las distintas soluciones sean estables ya que esto implica que las perturbaciones se reducirán con el paso del tiempo regresando la respuesta del sistema a la solución estacionaria.

Para las soluciones de régimen libre, el análisis de estabilidad es idéntico tomando la  $I_{iny} = 0$ . Esto se traduce en que los coeficientes  $T_{iny}$  y  $T_{piny}$  valgan 0 en las matrices de la ecuación 2.54 siendo el resto de términos igual.

Al realizar el análisis de estabilidad, en el caso de los arrays de osciladores, resulta mucho más práctico asociar esta a las relaciones de fases entre los osciladores cuando se opera en régimen libre. Esto permite determinar el rango de diferencias de fases que proporcionan soluciones estables tal y como se ha hecho en la figura 2.7. Dicho rango dependerá tanto del comportamiento de los osciladores, como se puede ver en el ejemplo del apéndice A.6, como de las características de la red de acoplo.

Sin embargo, al realizar el análisis de estabilidad sobre soluciones inyectadas resulta más con-

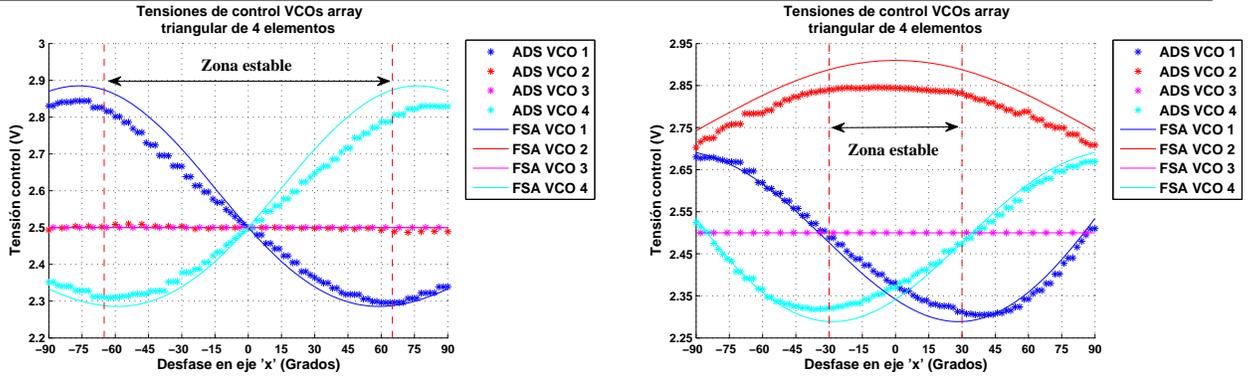


Figura 2.7: Tensiones de control en un array triangular de 4 elementos cuando se barre la relación de fase en el eje  $x$  para distintos valores de diferencias de fases en el eje  $y$ .  $y = 0^\circ$ , izquierda, y  $y = 60^\circ$ , derecha. En la gráfica se puede ver como el rango de soluciones estables se comprime al incrementarse la relación de fases en  $y$  a  $60^\circ$ . Comparación de los valores obtenidos con la solución de balance armónico en el ADS.

veniente referir estas a las fases de la corriente de inyección, ya que aparecen soluciones estables e inestables para una misma relación de fases entre los elementos del array. En este caso el rango de soluciones estables se corresponde con una sección, la superior o la inferior, de las elipses de sincronismo como se puede ver en la figura 2.8, cuyas curvas han sido extraídas de los ejemplos de los apéndices A.4 y A.7.

### 2.3. Envolvente compleja

La respuesta de los osciladores, generando una señal de banda estrecha para una frecuencia fundamental y sus armónicos, se ajusta perfectamente a las restricciones de la envolvente compleja permitiendo aprovechar sus ventajas. El uso de este método en los arrays posibilita el evaluar la respuesta de los mismos cuando se inyectan con señales moduladas ya que, al resolver parte del análisis mediante integración directa, se puede determinar la evolución de la respuesta en el tiempo.

Para la aplicación de la técnica de la envolvente compleja a los arrays de osciladores acoplados se deben emplear dos bases de tiempo diferentes, véase el capítulo 1, lo que equivale a emplear dos frecuencias fundamentales en las series de Fourier. Una de ellas es la de oscilación de la solución estacionaria sobre la que se quiere trabajar y la segunda se corresponde con la señal de inyección.

Cuando se introduce en el sistema una señal modulada, la frecuencia de la fuente de inyección sufrirá pequeñas variaciones respecto a la fundamental sobre la que está operando el circuito, a consecuencia de los cambios introducidos por la modulación.

Por esta razón, la aplicación del análisis del método de envolvente compleja parte de las soluciones estacionarias, que se corresponden con el análisis de la señal de alta frecuencia, centrándose el

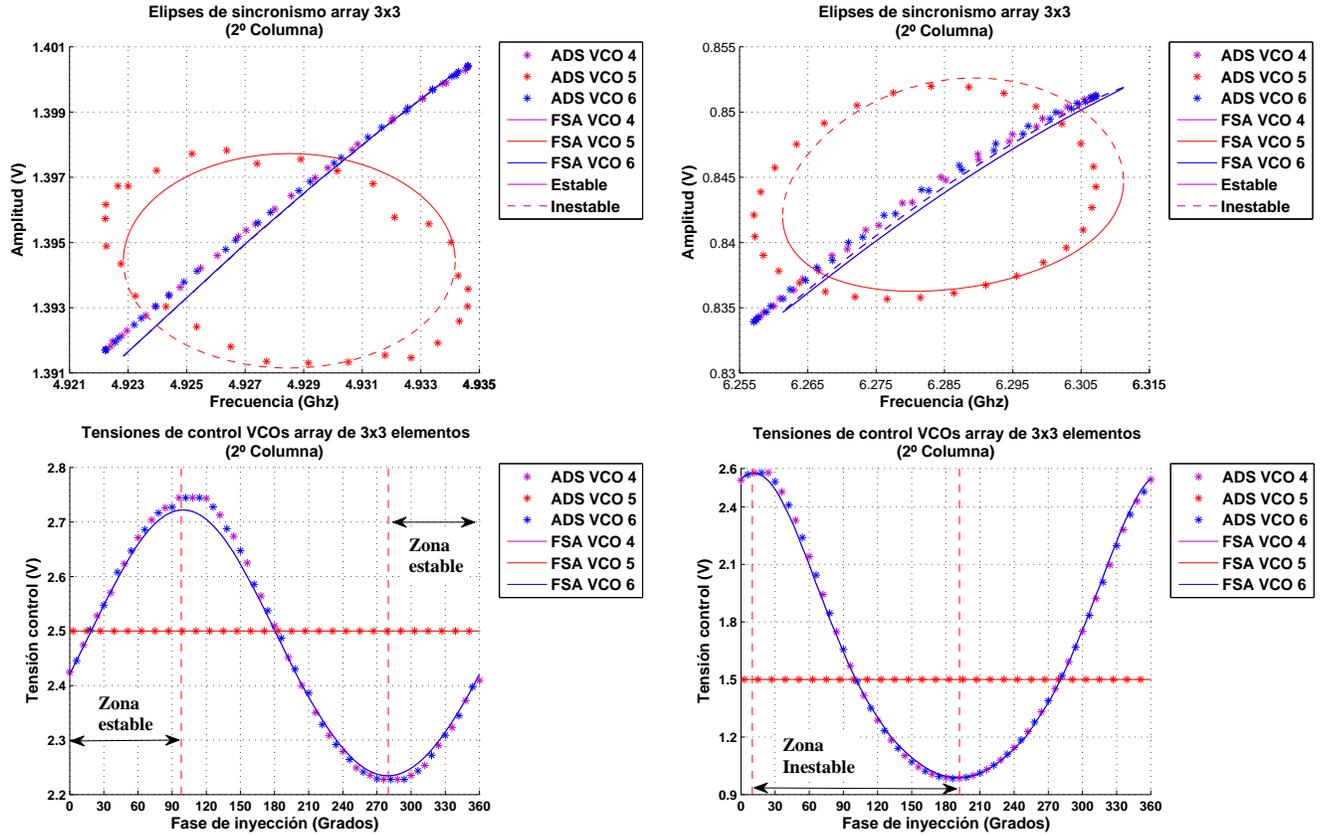


Figura 2.8: Elipses de sincronismo de los elementos de la columna central de dos arrays de  $3 \times 3$  en los que se han empleado dos osciladores distintos. En las elipses se han indicado las regiones estables correspondiéndose con la mitad superior en la figura de la izquierda y la inferior en la de la derecha. Debajo las tensiones de control correspondiente a cada circuito con los rangos de fases estables indicados. Comparación con la solución de balance armónico en el ADS.

desarrollo de las expresiones en el análisis de la señal de baja. Para ello lo que se hará será incluir la dependencia de las variables del sistema con el tiempo para obtener una expresión que se pueda integrar en este, mediante la aplicación de un método de Euler regresivo, y calcular así la evolución de las tensiones en el circuito.

El análisis partirá de la expresión de la ecuación 2.4 correspondiente al sistema de la figura 2.3 y que representa al array inyectado.

Para la implementación, las tensiones complejas ( $V_i e^{j\phi_i}$ ), frecuencia ( $\omega_{iny}$ ), valores de control ( $\eta_i$ ) y amplitud de la corriente de inyección ( $I_{iny}$ ) se tomarán como datos.

En este análisis, además, la fase de la señal de inyección  $\phi_{iny}$  también será tratada como un parámetro conocido pero, de forma general, no se corresponderá con el empleado en la obtención de la solución estacionaria, ya que debe incluir la variación de esta con el tiempo, tomándose su valor como una función  $\phi_{iny}(t) = f_{mod}(t)$  que variará según sea la modulación en cada caso.

Las amplitudes y fases de las tensiones de salida se expresan según la ecuación 2.31 y la frecuencia según 2.32. En estas  $\Delta V_i(t)$ ,  $\Delta \phi_i(t)$  y  $\Delta \omega(t)$  representan la variación del parámetro correspondiente en cada instante de tiempo debida a la modulación en vez de una perturbación aleatoria.

El procedimiento seguirá el mismo esquema de los análisis anteriores. Partiendo del sistema de ecuaciones de 2.4, se sustituirá la admitancia de los VCOs por un desarrollo en serie de Taylor en función de los parámetros del sistema para aproximar su valor y, al igual que en el análisis de estabilidad, se incluirá la dependencia respecto al tiempo en cada uno de ellos.

Al realizar el desarrollo de Taylor de la admitancia también se considerarán por separado aquellas que no tienen conectada al generador externo de la que está inyectada.

Si se hace el desarrollo para la admitancia en función de los parámetros de régimen libre con las variables de las ecuaciones 2.31 y 2.32 se obtiene una expresión idéntica a 2.35 pero, en este caso, la dependencia de las variables con el tiempo se corresponde con la respuesta de la señales a la modulación.

Al desarrollar la admitancia en función de la parte real e imaginaria de la corriente de inyección se llega a la expresión 2.10.

Sin embargo, al plantear la corriente de inyección como una señal senoidal para incluirla en la admitancia, tal y como ya se ha hecho en los análisis previos, se tomará la fase de esta como  $\phi_{iny}(t) = f_{mod}(t)$ .

Si se desarrolla la expresión de la corriente de inyección para obtener la parte real e imaginaria se obtiene

$$\begin{aligned}
 \overline{I_{iny}} &= I_{iny} e^{j(\phi_{iny}(t) - \phi(t))} = I_{iny} e^{j(f_{mod}(t) - (\phi + \Delta\phi(t)))} = I_{iny} e^{j(f_{mod}(t) - \phi - \Delta\phi(t))} & (2.58) \\
 &= I_{iny} \{ \cos(f_{mod}(t) - \phi - \Delta\phi(t)) + j \sin(f_{mod}(t) - \phi - \Delta\phi(t)) \} \\
 &\left. \begin{aligned} I^r &= I_{iny} \cos(f_{mod}(t) - \phi - \Delta\phi(t)) \\ I^i &= I_{iny} \sin(f_{mod}(t) - \phi - \Delta\phi(t)) \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

donde el término  $\phi + \Delta\phi(t)$  no puede ser extraído de la exponencial debido a que la fase puede crecer indefinidamente a causa de la modulación.

Así, si se sustituye  $I^r$  e  $I^i$  según 2.58, en 2.10 se obtiene la ecuación 2.59.

$$\begin{aligned}
 Y_{m_i}(I^r, I^i) \Big|_{I^r=0, I^i=0} &\approx Y_{m_i}(0, 0) + & (2.59) \\
 + I_{iny} \left\{ \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(f_{mod}(t) - \phi_i - \Delta\phi_i(t)) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(f_{mod}(t) - \phi_i - \Delta\phi_i(t)) \right\}
 \end{aligned}$$

En esta ecuación,  $Y_{m_i}(0, 0)$  es la admitancia en régimen libre para el caso de inyección nula dependiente de la modulación. Esta se corresponde, formalmente, con la expresión 2.35, por lo que 2.59 queda

$$\begin{aligned}
 Y_{m_i}(I^r, I^i) \Big|_{I^r=0, I^i=0} &\approx Y_i + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t) + & (2.60) \\
 + I_{iny} \left\{ \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(f_{mod}(t) - \phi_i - \Delta\phi_i(t)) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(f_{mod}(t) - \phi_i - \Delta\phi_i(t)) \right\}
 \end{aligned}$$

Siendo 2.60 la aproximación para el valor de la admitancia de los *VCOs* cuando están inyectados por una señal modulada.

Antes de plantear el sistema total se debe ajustar el valor de los coeficientes de la red de acoplo ya que, al variar la frecuencia debido a la modulación, los parámetros  $Y$  de la misma generalmente cambiarán. En este caso se procederá de la misma forma que en el análisis de estabilidad haciendo un desarrollo en serie de Taylor de dichos parámetros supuestos estos dependientes de  $\omega(t)$ . El resultado será la expresión de la ecuación 2.44 considerando, una vez más, que la dependencia de  $\omega$  con  $t$  es consecuencia de la modulación y no una perturbación aleatoria.

Por lo que, para el análisis de envolvente compleja, el sistema 2.4 se puede aproximar por

$$\left. \begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( Y_i + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \delta_g^i \left\{ I_{iny} \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(f_{mod}(t) - \phi_i - \Delta \phi_i(t)) + \right. \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(f_{mod}(t) - \phi_i - \Delta \phi_i(t)) \right\} \right) + \right. \\
 & \left. + y_{ik} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \Delta \omega(t) \right) (V_k + \Delta V_k(t)) e^{j(\phi_k + \Delta \phi_k(t))} = 0
 \end{aligned} \right\} (i = 1 \dots n) \quad (2.61)$$

Aplicando la aproximación de la ecuación 2.37 a la variación de amplitud, ya que la fase puede crecer de forma indefinida al estar modulada, en los términos de las tensiones de salida se obtiene la ecuación 2.62.

$$\left. \begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( Y_i + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \delta_g^i \left\{ I_{iny} \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(f_{mod}(t) - \phi_i - \Delta \phi_i(t)) + \right. \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(f_{mod}(t) - \phi_i - \Delta \phi_i(t)) \right\} \right) + \right. \\
 & \left. + y_{ik} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \Delta \omega(t) \right) \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) V_k e^{j(\phi_k + \Delta \phi_k(t))} = 0
 \end{aligned} \right\} (i = 1 \dots n) \quad (2.62)$$

A partir de 2.62, se puede sustituir el término del desplazamiento en frecuencia  $\Delta \omega(t)$  aplicando la aproximación de Kurokawa [15, 17] par obtener 2.63

$$\left. \begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( Y_i \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \left( \Delta \dot{\phi}_k(t) \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) - j \frac{\Delta \dot{V}_k(t)}{V_k} \right) + \right. \\
 & \left. + \delta_g^i \left\{ I_{iny} \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(f_{mod}(t) - \phi_i - \Delta \phi_i(t)) + \right. \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(f_{mod}(t) - \phi_i - \Delta \phi_i(t)) \right\} \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) \right) + y_{ik} \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \right. \\
 & \left. + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \left( \Delta \dot{\phi}_k(t) \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) - j \frac{\Delta \dot{V}_k(t)}{V_k} \right) \right) V_k e^{j\phi_k} e^{j\Delta \phi_k(t)} = 0
 \end{aligned} \right\} (i = 1 \dots n) \quad (2.63)$$

y si se simplifica la ecuación 2.63 eliminando los términos de perturbación de orden dos se obtiene 2.64. En este caso, la simplificación no afecta a los términos de las derivadas de fase ya que, al poder crecer la fase indefinidamente, su derivada no se puede considerar de pequeña amplitud.

$$\left. \begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( Y_i \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \left( \Delta \dot{\phi}_k(t) \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) - j \frac{\Delta \dot{V}_k(t)}{V_k} \right) + \right. \\
 & \left. \left. + \delta_g^i \left\{ I_{iny} \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(f_{mod}(t) - \phi_i - \Delta \phi_i(t)) + \right. \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(f_{mod}(t) - \phi_i - \Delta \phi_i(t)) \right\} \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) \right) + y_{ik} \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \left( \Delta \dot{\phi}_k(t) \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) - j \frac{\Delta \dot{V}_k(t)}{V_k} \right) \right) V_k e^{j\phi_k} e^{j\Delta \phi_k(t)} = 0 \right\} (i = 1 \dots n) \quad (2.64)
 \end{aligned}$$

tras reagrupar términos se puede escribir

$$\left. \begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^n \left\{ \delta_i^k Y_i + y_{ik} + \left( \delta_i^k \left( Y_i + \frac{\delta Y}{\delta V} V_i \right) + y_{ik} \right) \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} + \right. \\
 & \left. \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) \left( \Delta \dot{\phi}_k(t) \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) - j \frac{\Delta \dot{V}_k(t)}{V_k} \right) + \right. \\
 & \left. \left. + I_{iny} \delta_g^k \left\{ \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(f_{mod}(t) - \phi_k - \Delta \phi_k(t)) + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(f_{mod}(t) - \phi_k - \Delta \phi_k(t)) \right\} \left( 1 + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) \right\} V_k e^{j\phi_k} e^{j\Delta \phi_k(t)} = 0 \right\} (i = 1 \dots n) \quad (2.65)
 \end{aligned}$$

para, a partir de 2.65, extraer las matrices de 2.66

$$\bar{M}_C = \delta_i^k Y_i + y_{ik}$$

$$\bar{M}_V = \left( \delta_i^k \left( Y_i + \frac{\delta Y}{\delta V} V_i \right) + y_{ik} \right)$$

$$\bar{M}_{\dot{V}} = -j \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) \quad (2.66)$$

$$\bar{M}_{\dot{\phi}} = \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right)$$

$$\bar{T}_{iny}(t) = I_{iny} \delta_g^k \left\{ \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(f_{mod}(t) - \phi_k - \Delta \phi_k(t)) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(f_{mod}(t) - \phi_k - \Delta \phi_k(t)) \right\}$$

y poder expresar todo el sistema en forma matricial

$$\left\{ \bar{M}_C + \bar{T}_{iny}(t) + \left( \bar{M}_V + \bar{T}_{iny}(t) + \bar{M}_{\dot{\phi}} \dot{\Delta\phi}(t) \right) \frac{\Delta\bar{V}(t)}{\bar{V}} + \bar{M}_V \frac{\dot{\Delta\bar{V}}(t)}{\bar{V}} + \bar{M}_{\dot{\phi}} \dot{\Delta\phi}(t) \right\} \bar{V} e^{j\bar{\phi}} e^{j\Delta\phi(t)} = 0 \quad (2.67)$$

2.67 también se puede expresar según la ecuación 2.68 si se trabaja con las derivadas de la corriente  $\frac{\delta I}{\delta I^r}$  y  $\frac{\delta I}{\delta I^i}$  en el término de inyección, en vez de las de la admitancia de salida  $\frac{\delta Y}{\delta I^r}$  y  $\frac{\delta Y}{\delta I^i}$ .

$$\left\{ \left\{ \bar{M}_C + \left( \bar{M}_V + \bar{M}_{\dot{\phi}} \dot{\Delta\phi}(t) \right) \frac{\Delta\bar{V}(t)}{\bar{V}} + \bar{M}_V \frac{\dot{\Delta\bar{V}}(t)}{\bar{V}} + \bar{M}_{\dot{\phi}} \dot{\Delta\phi}(t) \right\} \bar{V} e^{j\bar{\phi}} + \right. \\ \left. + \bar{T}_{iny}^I(t) \left( 1 + \frac{\Delta\bar{V}(t)}{\bar{V}} \right) \right\} e^{j\Delta\phi(t)} = 0 \quad (2.68)$$

donde las matrices  $\bar{M}_C$ ,  $\bar{M}_V$ ,  $\bar{M}_{\dot{V}}$  y  $\bar{M}_{\dot{\phi}}$  son las mismas de 2.66 y, el término  $\bar{T}_{iny}^I(t)$  vale

$$\begin{aligned} \bar{T}_{iny}^I(t) &= \bar{T}_{iny}(t) V_k e^{j\phi_k} = \\ &= I_{iny} \delta_g^k \left\{ \frac{\delta I}{\delta I^r} \cos(f_{mod}(t) - \phi_k - \Delta\phi_k(t)) + \frac{\delta I}{\delta I^i} \sin(f_{mod}(t) - \phi_k - \Delta\phi_k(t)) \right\} \end{aligned} \quad (2.69)$$

En el sistema final las incógnitas son  $\Delta\bar{V}(t)$  y  $\Delta\bar{\phi}(t)$  que se corresponden con la variación de la tensiones y fases de salida de los *VCOs* respecto a la modulación. Para obtenerlas se deberá integrar en el tiempo las expresiones 2.67 o 2.68 a partir de los datos conocidos.

Para la resolución del sistema, se ha empleado el método de Euler regresivo obteniéndose las derivadas respecto del tiempo  $\dot{\Delta\bar{V}}(t)$  y  $\dot{\Delta\bar{\phi}}(t)$  por su expresión mediante el método de incrementos finitos entre dos instantes sucesivos, el anterior  $t_{i-1}$  y el actual  $t_i$ , partiendo de una condición inicial para el instante  $t_o = 0$ .

$$\left. \begin{aligned} \Delta\dot{V}_k(t_i) &= \frac{\Delta V_k(t_i) - \Delta V_k(t_i - \Delta t)}{\Delta t} \\ \Delta\dot{\phi}_k(t_i) &= \frac{\Delta\phi_k(t_i) - \Delta\phi_k(t_i - \Delta t)}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \Delta\dot{V}_k(t_o) &= 0 \\ \Delta\dot{\phi}_k(t_o) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.70)$$

De esta forma, se puede realizar una optimización del sistema en cada  $t_i$  a partir de las soluciones obtenidas en el instante  $t_{i-1}$ , lo que permite estudiar el comportamiento del mismo cuando se inyectan señales moduladas. Para comprobar el resultado de la aproximación, se ha realizado una simulación de un array mediante la envolvente compleja en el ejemplo del apéndice A.3.

A partir de los datos obtenidos, se puede calcular el espectro de la envolvente alrededor de la portadora mediante la *FFT* (*Fast Fourier Transform*) o determinar el efecto sobre las fases de las tensiones de salida de los elementos en los arrays, tal y como se muestra en la figura 2.9.

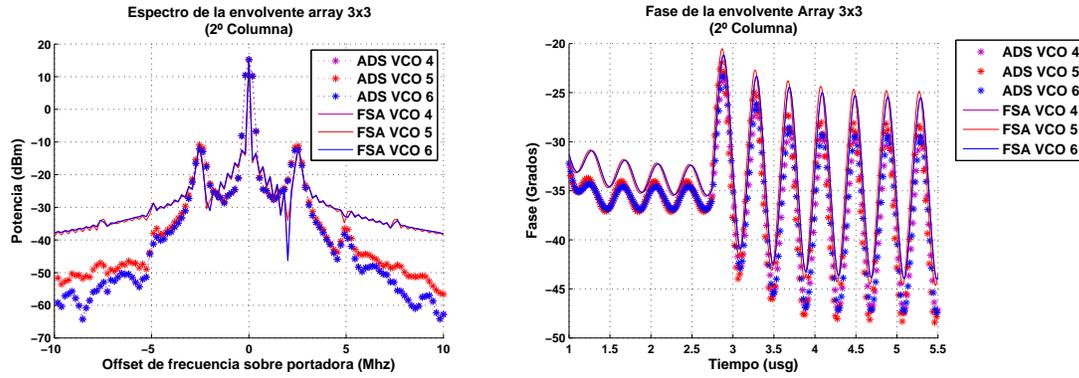


Figura 2.9: Espectro, izquierda, alrededor de la frecuencia de oscilación para los elementos de la columna central de un array de  $3 \times 3$  elementos y evolución de la fase de la envolvente en el tiempo, derecha, cuando se inyecta al circuito una señal modulada en fase. Comparación de los valores obtenidos mediante la *FSA* con la solución de la envolvente compleja en el *ADS*.

## 2.4. Ruido de fase

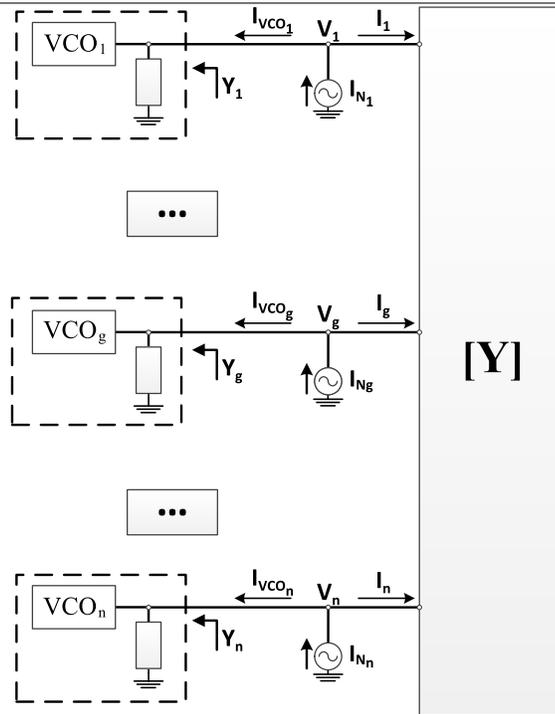
En el análisis de osciladores el ruido de fase es un parámetro esencial que puede afectar muy negativamente a los sistemas, debido a que su efecto es muy complicado de suprimir al trasladar parte de la potencia de la señal a las proximidades de la frecuencia fundamental. Por este motivo, se hace especialmente necesario el disponer de métodos que permitan poder estimarlo de forma fiable y que posibiliten el garantizar que se cumplen con las especificaciones de ruido deseadas durante el proceso de diseño.

Los arrays de osciladores sincronizados producen una reducción en el ruido de fase global. Este fenómeno se produce por trabajar en régimen sincronizado. En este régimen, la interacción en el sistema entre los *VCOs* produce que cada elemento del array se oponga a la variación aleatoria de la fase en las señales del resto [1, 2, 8, 19], reduciéndose así las desviaciones en todo el conjunto.

La formulación semianalítica permite estimar la respuesta de ruido del array completo [1, 8] a partir de una caracterización previa del elemento base del circuito. Esto servirá para garantizar que se cumplen con las especificaciones deseadas en los sistemas o para poder encontrar aquellas topologías que producen menores niveles de ruido.

Al igual que en los análisis de estabilidad y de envolvente compleja, la respuesta de ruido se estima introduciendo una perturbación, en este caso debida al ruido, en las variables del sistema sobre una solución estacionaria previamente calculada. Por lo que las tensiones, las variables de control, la frecuencia angular y, en el supuesto de régimen inyectado, la corriente de inyección se considerarán datos conocidos. También será necesario introducir los valores propios de las fuentes de ruido en los sistemas, tomándose estos de una caracterización previa de los osciladores base.

En el análisis de ruido se distinguirá entre el caso de régimen libre e inyectado ya que las fuentes



*Figura 2.10:* Esquema general de un array en régimen de libre oscilación, conectado a través de una red de acoplamiento, con fuentes de ruido presentes en el circuito.

de ruido consideradas para cada uno son diferentes. En las simulaciones de régimen libre se incluirá el efecto de las fuentes de ruido blanco y las de tipo flicker [1]. Por otro lado y para simplificar el análisis, para el régimen inyectado solo se contemplará el ruido blanco presente en el circuito, que permitirá caracterizar la respuesta lejos de la oscilación, y el ruido de fase de la señal de inyección. Este último se trasladará a la salida del circuito en la proximidad de la frecuencia fundamental como si de una modulación se tratase [1].

### 2.4.1. Ruido de fase en régimen libre

Para el análisis de ruido de fase en los arrays de osciladores lo que se hará será introducir una fuente de ruido a la salida de cada VCO como se puede ver en la figura 2.10. Esto es posible gracias a que, en trabajos previos [1, 20], se ha comprobado que es posible el sustituir las fuentes de ruido presentes en un circuito por una única fuente equivalente.

En el análisis del ruido en régimen libre dicha fuente, cuyo valor debe haber sido obtenido para el oscilador base con anterioridad, está compuesta por dos señales: una fuente de ruido blanco,  $I_{w_i}(t)$ , que afecta a todas las frecuencias y una fuente de tipo flicker que se modela como ruido coloreado, limitado en banda, en torno a  $DC$  y a la que se denominará  $I_{c_i}(t)$ .

Se puede ver que el esquema de la figura 2.10 es muy similar al de la figura 2.1, correspondiente al análisis de las soluciones estacionarias en régimen libre, siendo la principal diferencia la presencia de

las fuentes de ruido en los nodos de análisis para cada *VCO*. Gracias a estas similitudes, el análisis del circuito se puede plantear siguiendo el mismo esquema.

Considerando el efecto de las fuentes de ruido se puede ver que en cada puerto de la red de acoplo se cumple la ecuación 2.71.

$$I_i + I_{VCO_i} = I_{N_i} \Rightarrow I_i = I_{N_i} - I_{VCO_i} \quad (i = 1 \cdots n) \quad (2.71)$$

También, si se aplica la ley de Ohm, se puede escribir

$$I_{VCO_i} = V_i/Z_i = V_i Y_i \quad (i = 1 \cdots n) \quad (2.72)$$

En la figura 2.10, los parámetros *Y* para la red de acoplo son los mismos que en la figura 2.1, correspondiéndose con la ecuación 2.1. Si se sustituye 2.72 en 2.71 y el resultado en el sistema 2.1 se obtiene

$$\left. \begin{aligned} I_{N_1} &= V_1 Y_1 + V_1 y_{11} + V_2 y_{12} + \cdots + V_n y_{1n} \\ I_{N_2} &= V_2 Y_2 + V_1 y_{21} + V_2 y_{22} + \cdots + V_n y_{2n} \\ &\quad \vdots \\ I_{N_n} &= V_n Y_n + V_1 y_{n1} + V_2 y_{n2} + \cdots + V_n y_{nn} \end{aligned} \right\} \quad (2.73)$$

o, lo que es lo mismo

$$V_i Y_i + \sum_{k=1}^n V_k y_{ik} = I_{N_i} \quad (i = 1 \cdots n) \quad (2.74)$$

La expresión 2.74 se puede particularizar para la frecuencia fundamental pero, debido a la presencia de la fuente de ruido coloreado, se debe extender también al armónico de *DC*. Así se obtiene el sistema

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^n (\delta_i^k G_i + g_{ik}) A_k &= I_{w_i}^0 + I_{c_i}^0 \\ \sum_{k=1}^n (\delta_i^k Y_i + y_{ik}) V_k e^{j\phi_k} &= I_{w_i}^1 \end{aligned} \right\} \quad (i = 1 \cdots n) \quad (2.75)$$

Donde ya se han indicado las fuentes de ruido correspondientes a cada armónico en 2.75.

Para poder resolver el sistema de la ecuación 2.75, una vez más, es necesario conocer el valor de las admitancias de los *VCOs* pero para los dos armónicos *G<sub>i</sub>* e *Y<sub>i</sub>*. Para obtener una expresión que permita estimar estas se procederá de la misma forma que en los análisis anteriores, esto es, a partir de un desarrollo en serie de Taylor en cada frecuencia.

Desarrollando la admitancia para los dos armónicos se obtiene

$$\left\{ \begin{array}{l} G_i(A_i, V_i, \omega_o, \eta_i) \approx \underbrace{G_o}_{=0} + \frac{\delta G}{\delta A} (A_i - A_o) + \frac{\delta G}{\delta V} (V_i - V_o) + \frac{\delta G}{\delta \omega} (\omega - \omega_o) + \frac{\delta G}{\delta \eta} (\eta_i - \eta_o) \\ Y_i(A_i, V_i, \omega_o, \eta_i) \approx \underbrace{Y_o}_{=0} + \frac{\delta Y}{\delta A} (A_i - A_o) + \frac{\delta Y}{\delta V} (V_i - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta_i - \eta_o) \end{array} \right. \quad (2.76)$$

En 2.76, se ha añadido la amplitud de la tensión en el armónico de *DC*,  $A_i$ , al conjunto de variables en ambos desarrollos. Esto obliga a introducir una derivada adicional,  $\frac{\delta Y}{\delta A}$ , a la expresión de la admitancia  $Y_i$ , la cual no aparece en la ecuación 2.5 obtenida en el análisis estacionario. Los términos de orden cero de los desarrollos de Taylor valen 0 ya que, para el oscilador aislado, la condición de admitancia nula [21] se puede extender a todas las frecuencias armónicas.

De forma similar a como se hiciera en el análisis de estabilidad, para analizar el ruido se introducirá una perturbación aleatoria que contemplará la dependencia con el tiempo de las variables del sistema. Así, estas pasan a expresarse según 2.77.

$$\begin{aligned} A_i(t) &= A_i + \Delta A_i(t) \\ V_i(t) &= V_i + \Delta V_i(t) \\ \phi_i(t) &= \phi_i + \Delta \phi_i(t) + \theta(t) \end{aligned} \quad (2.77)$$

En 2.77  $\Delta A_i(t)$ ,  $\Delta V_i(t)$  representan las perturbaciones aleatorias debidas al ruido de las amplitudes en los distintos armónicos. Además, para facilitar el análisis, se ha dividido la perturbación de la fase en dos:  $\Delta \phi_i(t)$  que es una componente de pequeña amplitud específica de cada *VCO* y  $\theta(t)$  que es una perturbación común a todos los osciladores. Esta última puede crecer indefinidamente debido a la naturaleza autónoma de los elementos del sistema [8].

La frecuencia angular se perturbará con una expresión formalmente idéntica a 2.32, considerando que  $\Delta \omega(t)$  es debida al ruido, para hacer más adelante la sustitución según el análisis de Kurokawa.

Si se sustituye las variables perturbadas de las ecuaciones 2.77 y 2.32 en el desarrollo de Taylor de la ecuación 2.76 se obtiene la expresión 2.78, equivalente a 2.35 pero para los dos armónicos considerados. En esta expresión, el desarrollo en función de las variables perturbadas se puede dividir en dos componentes: una coincidente con el valor de la solución estacionaria y otra correspondiente a un término adicional dependiente de la perturbación.

$$\left\{ \begin{array}{l} G_i(A_i, V_i, \omega_o, \eta_i) \approx \underbrace{G_i}_{\text{sol est}} + \underbrace{\frac{\delta G}{\delta A} \Delta A_i(t) + \frac{\delta G}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta G}{\delta \omega} \Delta \omega(t)}_{\text{perturbación}} \\ Y_i(A_i, V_i, \omega_o, \eta_i) \approx \underbrace{Y_i}_{\text{sol est}} + \underbrace{\frac{\delta Y}{\delta A} \Delta A_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t)}_{\text{perturbación}} \end{array} \right. \quad (2.78)$$

En 2.78 las derivadas coinciden con las de la ecuación 2.76 al realizar el desarrollo sobre el mismo punto que para el análisis estacionario.

Para poder seguir el análisis se debe caracterizar el efecto de las perturbaciones sobre los parámetros de la red de acoplo. Una vez más, para ello se desarrollarán los parámetros  $Y$  mediante un desarrollo en serie de Taylor, esta vez en cada uno de los armónicos. Esto permitirá obtener la ecuación 2.79 donde, al igual que en 2.78, resulta en dos términos, uno que se corresponde con la solución estacionaria y otro que es debido a la perturbación en el sistema a causa del ruido.

$$\left\{ \begin{array}{l} g_{ik}(\omega) \approx \underbrace{g_{ik}}_{\text{sol est}} + \underbrace{\frac{\delta g_{ik}}{\delta \omega} \Delta \omega(t)}_{\text{perturbación}} \\ y_{ik}(\omega) \approx \underbrace{y_{ik}}_{\text{sol est}} + \underbrace{\frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \Delta \omega(t)}_{\text{perturbación}} \end{array} \right. \quad (2.79)$$

En 2.79, al igual que en 2.44, solo se considera la dependencia con la frecuencia angular ya que, al ser la red de acoplo pasiva, se considera que es la única variable que afecta a la respuesta de esta en el sistema.

Sustituyendo 2.78 y 2.79 en 2.75 se llega al sistema

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( G_i + \frac{\delta G}{\delta A} \Delta A_i(t) + \frac{\delta G}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta G}{\delta \omega} \Delta \omega(t) \right) + \left( g_{ik} + \frac{\delta g_{ik}}{\delta \omega} \Delta \omega(t) \right) \right) (A_k + \Delta A_k(t)) = I_{w_i}^0 + I_{c_i}^0 \\ \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( Y_i + \frac{\delta Y}{\delta A} \Delta A_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t) \right) + \left( y_{ik} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \Delta \omega(t) \right) \right) (V_k + \Delta V_k(t)) e^{j(\phi_k + \Delta \phi_k(t) + \theta(t))} = I_{w_i}^1 \end{array} \right\} \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.80)$$

donde, si se aplica la aproximación de la ecuación 2.37 a las tensiones de salida en el primer armónico en 2.80, permite escribir

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k (G_i + \frac{\delta G}{\delta A} \Delta A_i(t) + \frac{\delta G}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta G}{\delta \omega} \Delta \omega(t)) + \right. \\ & \quad \left. + (g_{ik} + \frac{\delta g_{ik}}{\delta \omega} \Delta \omega(t)) \right) \left( 1 + \frac{\Delta A_k(t)}{A_k} \right) A_k = I_{w_i}^0 + I_{c_i}^0 \\ & \\ & \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k (Y_i + \frac{\delta Y}{\delta A} \Delta A_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t)) + \right. \\ & \quad \left. + (y_{ik} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \Delta \omega(t)) \right) \left( 1 + j \Delta \phi_k(t) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) V_k e^{j\phi_k} e^{j\theta(t)} = I_{w_i}^1 \end{aligned} \right\} \quad (i = 1 \cdots n) \quad (2.81)$$

En 2.81, no se ha aplicado la aproximación a la componente común  $\theta(t)$  en las fases de salida de los VCOs debido a que esta puede crecer indefinidamente, por lo que no se puede linealizar respecto a ella.

En este punto será útil aplicar la expresión 2.82 a los términos asociados a las perturbaciones en frecuencias, ya que tiene en cuenta la dependencia de  $\phi$  con  $t$  al calcular la derivada.

$$\frac{d}{dt} \left[ \left( 1 + j\varsigma(t) + \frac{\Delta X(t)}{X} \right) X e^{j(\theta+\phi(t))} \right] \simeq \left( j(\dot{\varsigma} + \dot{\phi}) + \frac{\dot{\Delta X}}{X} \right) X e^{j(\theta+\phi(t))} \quad (2.82)$$

Eliminado el término  $\Delta \omega(t)$  empleando el análisis de Kurokawa [15, 17] y, aplicando la aproximación de la ecuación 2.82 a la derivada en el tiempo de la tensión perturbada se puede, tras reorganizar términos, escribir el sistema

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{k=1}^n \left( (\delta_i^k G_i + g_{ik}) \left( 1 + \frac{\Delta A_k(t)}{A_k} \right) + \delta_i^k \left( \frac{\delta G}{\delta A} \Delta A_i(t) + \frac{\delta G}{\delta V} \Delta V_i(t) \right) - \right. \\ & \quad \left. - j \left( \delta_i^k \frac{\delta G}{\delta \omega} + \frac{\delta g_{ik}}{\delta \omega} \right) \frac{\Delta A_k(t)}{A_k} \right) A_k = I_{w_i}^0 + I_{c_i}^0 \\ & \\ & \sum_{k=1}^n \left( (\delta_i^k Y_i + y_{ik}) \left( 1 + j \Delta \phi_k(t) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \delta_i^k \left( \frac{\delta Y}{\delta A} \Delta A_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) \right) + \right. \\ & \quad \left. + \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) \left( \dot{\Delta \phi}_k(t) + \dot{\theta}(t) - j \frac{\Delta \dot{V}_k(t)}{V_k} \right) \right) V_k e^{j\phi_k} e^{j\theta(t)} = I_{w_i}^1 \end{aligned} \right\} \quad (i = 1 \cdots n) \quad (2.83)$$

donde, en 2.83, se han simplificado los términos de la ecuación 2.84, pertenecientes a la solución estacionaria en cada armónico, ya que suman 0.

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{k=1}^n (\delta_i^k G_i + g_{ik}) A_k = 0 \\ & \\ & \sum_{k=1}^n (\delta_i^k Y_i + y_{ik}) V_k e^{j\phi_k} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (i = 1 \cdots n) \quad (2.84)$$

tras reorganizar términos para separar las incógnitas  $(\Delta A_i(t), \Delta V_i(t), \Delta \phi_i(t))$  y sus respectivas derivadas, el sistema queda

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^n \left( (\delta_i^k (G_i + A_i \frac{\delta G}{\delta A}) + g_{ik}) \frac{\Delta A_k(t)}{A_k} + \delta_i^k \frac{\delta G}{\delta V} \Delta V_i(t) - \right. \\ \left. -j \left( \delta_i^k \frac{\delta G}{\delta \omega} + \frac{\delta g_{ik}}{\delta \omega} \right) \frac{\Delta A_k(t)}{A_k} \right) A_k = I_{w_i}^0 + I_{c_i}^0 \\ \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta A} \Delta A_i(t) + (\delta_i^k (Y_i + V_i \frac{\delta Y}{\delta V}) + y_{ik}) \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} + j (\delta_i^k Y_i + y_{ik}) \Delta \phi_k(t) + \right. \\ \left. + \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) \left( \Delta \dot{\phi}_k(t) + \dot{\theta}(t) - j \frac{\Delta \dot{V}_k(t)}{V_k} \right) \right) V_k e^{j\phi_k} = I_{w_i}^1 e^{-j\theta(t)} \end{aligned} \right\} \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.85)$$

que, de forma matricial, se puede expresar con el sistema de ecuaciones de 2.86

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{M}_A^0 \Delta \bar{A} + \bar{M}_V^0 \Delta \bar{V} + \bar{M}_A^0 \dot{\Delta \bar{A}} &= \bar{I}_w^0 + \bar{I}_c^0 \\ \bar{M}_A^1 \Delta \bar{A} + \bar{M}_V^1 \Delta \bar{V} + \bar{M}_\phi^1 \Delta \bar{\phi} + \bar{M}_V^1 \dot{\Delta \bar{V}} + \bar{M}_\phi^1 \dot{\Delta \bar{\phi}} + \bar{M}_\theta^1 \dot{\theta}(t) &= \bar{I}_w^1 e^{-j\theta(t)} \end{aligned} \right. \quad (2.86)$$

donde las incógnitas, con sus respectivas derivadas temporales, están contenidas en los vectores

$$\begin{aligned} \Delta \bar{A}_{(nx1)} &= [\Delta A_1(t), \dots, \Delta A_n(t)]^t & \Delta \dot{\bar{A}}_{(nx1)} &= [\Delta \dot{A}_1(t), \dots, \Delta \dot{A}_n(t)]^t \\ \Delta \bar{V}_{(nx1)} &= [\Delta V_1(t), \dots, \Delta V_n(t)]^t & \Delta \dot{\bar{V}}_{(nx1)} &= [\Delta \dot{V}_1(t), \dots, \Delta \dot{V}_n(t)]^t \\ \Delta \bar{\phi}_{(nx1)} &= [\Delta \phi_1(t), \dots, \Delta \phi_n(t)]^t & \Delta \dot{\bar{\phi}}_{(nx1)} &= [\Delta \dot{\phi}_1(t), \dots, \Delta \dot{\phi}_n(t)]^t \end{aligned} \quad (2.87)$$

y las corrientes de ruido agrupadas según

$$\begin{aligned} \bar{I}_{w(n x 1)}^0 &= [I_{w_1}^0, \dots, I_{w_n}^0]^t \\ \bar{I}_{c(n x 1)}^0 &= [I_{c_1}^0, \dots, I_{c_n}^0]^t \\ \bar{I}_{w(n x 1)}^1 &= [I_{w_1}^1, \dots, I_{w_n}^1]^t \end{aligned} \quad (2.88)$$

las matrices de coeficientes, para la ecuación de DC, toman los valores

$$\begin{aligned} \bar{M}_{A(n x n)}^0 &= \delta_i^k (G_i + \frac{\delta G}{\delta A} A_i) + g_{ik} \\ \bar{M}_V^0 &= \delta_i^k \frac{\delta G}{\delta V} A_i \\ \bar{M}_{\dot{A}(n x n)}^0 &= -j \left( \delta_i^k \frac{\delta G}{\delta \omega} + \frac{\delta g_{ik}}{\delta \omega} \right) \end{aligned} \quad \left( \begin{array}{cc} i = 1 \dots n & (fila) \\ k = 1 \dots n & (columna) \end{array} \right) \quad (2.89)$$

y, para la ecuación del armónico fundamental, se tienen las matrices

$$\begin{aligned}
 \bar{M}_{A(n \times n)}^1 &= \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta A} V_i e^{j\phi_i} \\
 \bar{M}_{V(n \times n)}^1 &= \left( \delta_i^k (Y_i + \frac{\delta Y}{\delta V} V_i) + y_{ik} \right) e^{j\phi_k} \\
 \bar{M}_{\phi(n \times n)}^1 &= j \left( \delta_i^k Y_i + y_{ik} \right) V_k e^{j\phi_k} \\
 \bar{M}_{V(n \times n)}^1 &= -j \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) e^{j\phi_k} \\
 \bar{M}_{\dot{\phi}(n \times n)}^1 &= \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) V_k e^{j\phi_k}
 \end{aligned}
 \tag{2.90}$$

junto al vector

$$\bar{M}_{\dot{\theta}(n \times 1)}^1 = \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) V_k e^{j\phi_k} \quad (i = 1 \dots n)
 \tag{2.91}$$

Reagrupando las matrices se puede escribir el sistema en una única ecuación

$$\bar{M}_X \Delta \bar{X} + \bar{M}_{\dot{X}} \Delta \dot{\bar{X}} + \bar{T}_{\dot{\theta}} \dot{\theta}(t) = \bar{I}_w + \bar{I}_c
 \tag{2.92}$$

donde los términos son

$$\begin{aligned}
 \Delta \bar{X}_{(3n \times 1)} &= \begin{bmatrix} \Delta \bar{A} \\ \Delta \bar{V} \\ \Delta \bar{\phi} \end{bmatrix} & \Delta \dot{\bar{X}}_{(3n \times 1)} &= \begin{bmatrix} \dot{\Delta \bar{A}} \\ \dot{\Delta \bar{V}} \\ \dot{\Delta \bar{\phi}} \end{bmatrix} \\
 \bar{M}_{X(3n \times 3n)} &= \begin{bmatrix} \bar{M}_A^0 & \bar{M}_V^0 & \bar{0} \\ \bar{M}_A^1 & \bar{M}_V^1 & \bar{M}_\phi^1 \\ \bar{M}_A^{1*} & \bar{M}_V^{1*} & \bar{M}_\phi^{1*} \end{bmatrix} & \bar{M}_{\dot{X}(3n \times 3n)} &= \begin{bmatrix} \bar{M}_A^0 & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{M}_V^1 & \bar{M}_\phi^1 \\ \bar{0} & \bar{M}_V^{1*} & \bar{M}_\phi^{1*} \end{bmatrix} \\
 \bar{T}_{\dot{\theta}(3n \times 1)} &= \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{M}_\theta^1 \\ \bar{M}_\theta^{1*} \end{bmatrix} \\
 \bar{I}_{w(3n \times 1)} &= \begin{bmatrix} \bar{I}_w^0 \\ \bar{I}_w^1 e^{-j\theta(t)} \\ (\bar{I}_w^1 e^{-j\theta(t)})^* \end{bmatrix} & \bar{I}_{c(3n \times 1)} &= \begin{bmatrix} \bar{I}_c^0 \\ \bar{0} \\ \bar{0} \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{2.93}$$

Teniendo en cuenta que  $\bar{\bar{M}}_X$  es singular [8], se puede definir un vector  $\bar{V}_{1(3nx1)}$  tal que cumpla

$$\bar{V}_1^+ \bar{\bar{M}}_X = \bar{0}^+ \quad (2.94)$$

con lo que la ecuación 2.92 queda

$$\dot{\theta} = \bar{V}_1^+ \bar{I}_w + \bar{V}_1^+ \bar{I}_c \quad (2.95)$$

tras imponer las condiciones

$$\bar{V}_1^+ \bar{T}_{\dot{\theta}} = 1 \quad \bar{V}_1^+ \bar{\bar{M}}_{\dot{X}} \Delta \dot{X} = 0 \quad (2.96)$$

El espectro de ruido de fase es la convolución de la componente debida a la fuente flicker con la debida al ruido blanco que, lejos de la portadora, viene dado por:

$$\langle \theta(\Omega) \rangle^2 = \frac{\bar{V}_1^+}{\Omega^2} [\Gamma_c(\Omega) + \Gamma_w] \bar{V}_1 \quad (2.97)$$

donde, en 2.97,  $\Gamma_x$  es la correlación de las fuentes de ruido que deben ser introducidas como un dato en el sistema.

Para obtener el espectro de ruido se debe multiplicar 2.92 por el proyector  $\bar{\bar{P}}_{(3nx3n)} = \bar{\bar{I}}_{(3nx3n)} - \bar{T}_{\dot{\theta}} \bar{V}_1^+$

$$\bar{\bar{M}}_X \Delta \bar{X} + \bar{\bar{M}}_{\dot{X}} \Delta \dot{X} = P \bar{I}_w + P \bar{I}_c \quad (2.98)$$

Que se puede expresar, al convertirla al dominio de la frecuencia, según

$$\begin{aligned} \Delta \bar{X}(\Omega) \left[ \bar{\bar{M}}_X + j\Omega \bar{\bar{M}}_{\dot{X}} \right] &= \bar{\bar{P}} \{ \bar{I}_w(\Omega) + \bar{I}_c(\Omega) \} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta \bar{X}(\Omega) &= \left[ \bar{\bar{M}}_X + j\Omega \bar{\bar{M}}_{\dot{X}} \right]^{-1} \bar{\bar{P}} \{ \bar{I}_w(\Omega) + \bar{I}_c(\Omega) \} \end{aligned} \quad (2.99)$$

donde se puede definir la matriz 2.100

$$\bar{\bar{T}}_{A(3nx3n)}(\Omega) = \left[ \bar{\bar{M}}_X + j\Omega \bar{\bar{M}}_{\dot{X}} \right]^{-1} \bar{\bar{P}} \quad (2.100)$$

y, a partir de 2.99 y 2.100, se puede escribir

$$\Delta \bar{X}(\Omega) = \bar{\bar{T}}_A(\Omega) \{ \bar{I}_w(\Omega) + \bar{I}_c(\Omega) \} \quad (2.101)$$

Para el análisis del ruido se desea conocer por separado las componentes  $\Delta\bar{V}$  y  $\Delta\bar{\phi}$ . Para ello se usan los proyectores  $\bar{\bar{P}}_{V_{(nx3n)}}$  y  $\bar{\bar{P}}_{\phi_{(nx3n)}}$  que permitirán extraerlas a partir de  $\Delta\bar{X}(\Omega)$ .

Se tiene entonces que, a partir de estos, se cumple

$$\left. \begin{aligned} \Delta\bar{V} &= \bar{\bar{P}}_V \Delta\bar{X} \\ \Delta\bar{\phi} &= \bar{\bar{P}}_\theta \Delta\bar{X} \end{aligned} \right\} \quad (2.102)$$

Las componentes de ruido son

$$\Delta U_i = \Delta V_i + jV_i \Delta\phi_i \quad (i = 1 \cdots n) \quad (2.103)$$

y el vector de ruido queda

$$\Delta\bar{U}_{(nx1)} = [\bar{\bar{P}}_V + j\bar{\bar{V}}\bar{\bar{P}}_\theta] \Delta\bar{X} = \bar{\bar{Q}}_{(nx3n)} \Delta\bar{X} \quad (2.104)$$

por lo que la distribución espectral de potencia de este vale

$$\langle \Delta\bar{U}(\Omega) \Delta\bar{U}(\Omega)^+ \rangle = \bar{\bar{Q}}\bar{\bar{T}}_A(\Omega) \{ \Gamma_c(\Omega) + \Gamma_w \} \bar{\bar{T}}_A(\Omega)^+ \bar{\bar{Q}}^+ \quad (2.105)$$

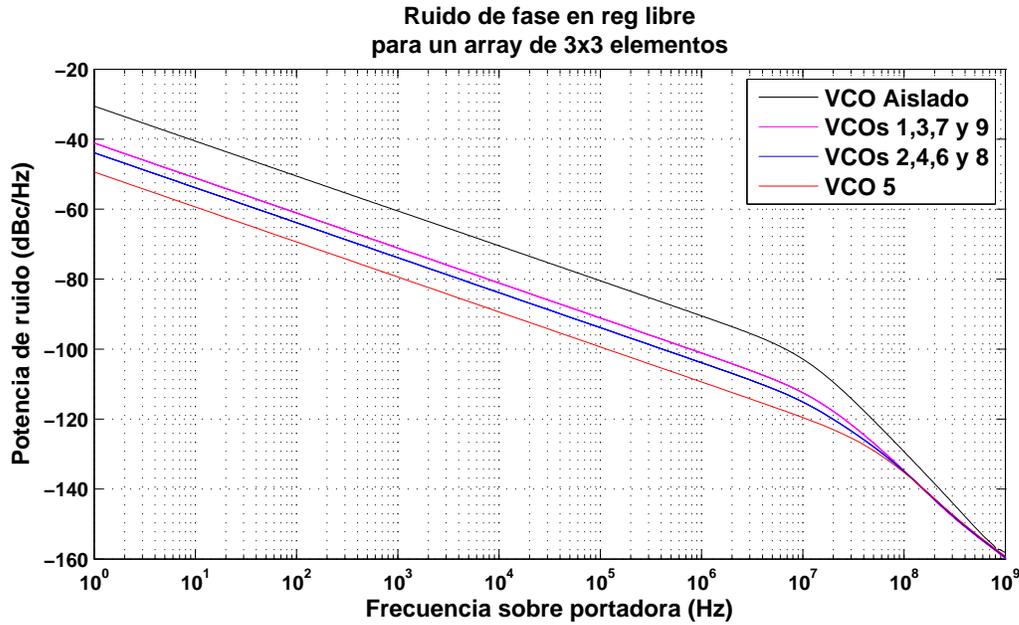
En el análisis de ruido de fase en los arrays de osciladores lo habitual es comparar los niveles de ruido de los elementos del sistema con los que presentan estando aislados. Esto permite determinar el efecto del sincronismo en la respuesta de ruido. Este se suele representar en forma de potencia relativa al nivel de señal, ya que las potencias de salida no suelen coincidir, obteniéndose una curva como la de la figura 2.11 que ha sido calculada en el ejemplo del apéndice A.4.

En esta imagen se obtiene una reducción mínima del ruido de unos 10 dB respecto a la estimación realizada en el VCO aislado, incrementándose en aquellos elementos con un mayor número de conexiones. Tal y como se puede ver en la figura 2.11, la posibilidad de reducir los niveles de ruido como consecuencia de la interacción entre los VCOs es una ventaja añadida de este tipo de estructuras.

### 2.4.2. Ruido de fase en régimen inyectado

Al introducir una fuente de inyección en el circuito el ruido de fase de esta afecta, debido a la sincronía en fase entre la inyección y el VCO, a las señales de salida y, por el mismo fenómeno, se extiende al resto de elementos del array.

Así, el espectro de ruido de los VCOs en régimen inyectado resulta de la combinación entre el ruido de fase de inyección, en la proximidad de la portadora, y el ruido de fase propio de cada



*Figura 2.11:* Ruido de fase en régimen libre de cada oscilador de un array de 3x3 elementos para la solución con desfase  $0^\circ$ . En el cálculo de ruido se ha considerado tanto la presencia de ruido de flicker, tramo de pendiente de  $10\text{ dB/dec}$ , como blanco. Comparación con la respuesta de ruido del oscilador aislado obtenida con las mismas fuentes en *ADS*.

oscilador lejos de la misma [1]. Por esto, si la señal de inyección presenta un espectro de ruido de fase mejor que el de los *VCOs* en torno a la portadora, el sistema inyectado mejora la respuesta del sistema reduciendo la potencia de ruido de fase a la salida.

A su vez y al igual que en el análisis de ruido en régimen libre, al estar los *VCOs* sincronizados, se produce una reducción del ruido de fase en la señales de salida de los osciladores respecto a la que estos presentan cuando están aislados.

Para modelar el sistema en presencia de fuentes de ruido se pueden obtener las ecuaciones del mismo a partir de un esquema como el de la imagen de la figura 2.12. En esta se han incluido dos tipos de fuentes de ruido: por una parte una fuente de ruido blanco conectada en el nodo de salida de cada oscilador donde se unen con la red de acoplo que, a la frecuencia fundamental, presenta una corriente de valor  $I_{N_i}$  y, por otro lado, la perturbación debida al ruido de fase de la señal de inyección, que en la figura 2.12 se ha indicado con el superíndice ' $p$ ' en la corriente de inyección,  $I_{iny}^p$ .

Al igual que al analizar el sistema en régimen libre, la fuente de ruido blanco en la salida de cada oscilador es equivalente al conjunto de todas las fuentes de ruido propias presentes en los mismos.

A partir de la figura 2.12 se empleará un análisis similar al realizado en el caso del análisis de ruido en régimen libre para obtener el sistema de ecuaciones que representa al circuito. Para ello, se considerará que el generador de inyección está contenido en la admitancia  $Y_g$  al resolver el array. De esta forma, procediendo de la misma manera que con el circuito de la figura 2.10, se llega a una

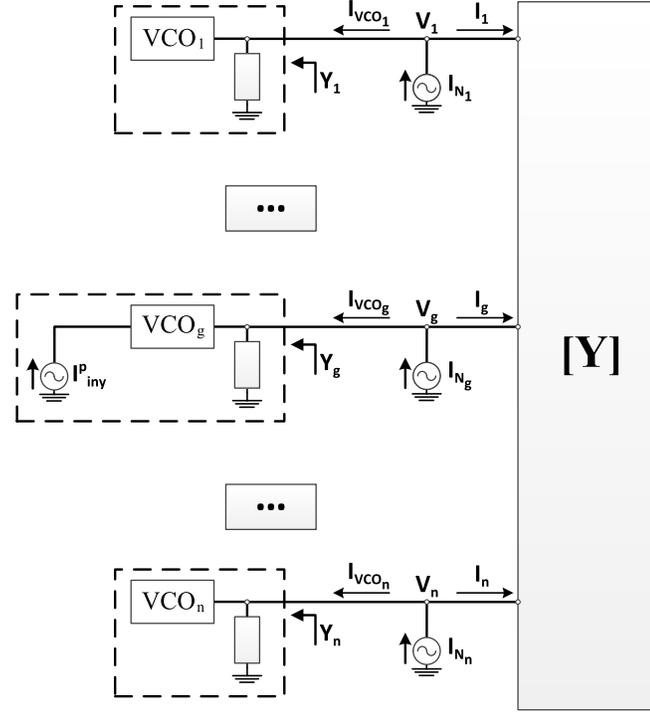


Figura 2.12: Esquema general de un array, conectado a través de una red de acoplamiento, con fuentes de ruido presentes en el circuito.

expresión idéntica a 2.74. Esta queda expresada según 2.106 si se particulariza para el armónico fundamental.

$$V_i e^{j\phi_i} Y_i + \sum_{k=1}^n V_k e^{j\phi_k} y_{ik} = I_{N_i} \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.106)$$

El análisis de ruido en régimen inyectado consistirá en introducir el ruido en el sistema como un conjunto de variables aleatorias dependientes del tiempo para, tras operar, poder obtener a partir de los parámetros conocidos una expresión que nos permita estimar la potencia de ruido.

Una vez más, partiendo de la expresión 2.106 se obtendrá una aproximación de las admitancias de los elementos mediante un desarrollo en serie de Taylor, centrado en el punto de trabajo de régimen libre elegido y dependiente de los parámetros del sistema.

Al introducir las fuentes de ruido como variables aleatorias las variables del sistema quedan

$$\phi_{iny}(t) = \phi_{iny} + \psi(t)$$

$$V_i(t) = V_i + \Delta V_i(t)$$

$$\omega(t) = \omega + \Delta\omega(t)$$

$$\phi_i(t) = \phi_i + \Delta\phi_i(t) + \psi(t)$$

(2.107)

Donde 2.107 es formalmente equivalente a las ecuaciones 2.77 y 2.31 en los análisis anteriores en los que se introducían componentes dependientes del tiempo. Además, para este caso, se ha incluido la componente  $\psi(t)$  de ruido en la fase de la señal de inyección. Este término se traslada a la salida de los *VCOs* como consecuencia del sincronismo entre los osciladores y el generador auxiliar.

El procedimiento que se seguirá en este punto es análogo al empleado en los análisis de estabilidad y envolvente compleja aplicando las perturbaciones en el tiempo de las variables en el cálculo de los desarrollos de Taylor de la admitancia.

Tal y como se ha venido haciendo hasta ahora se separarán las admitancias de los *VCOs* en dos tipos diferenciando entre el elemento inyectado y el resto de osciladores que no tienen ningún generador externo conectado. De este modo, la expresión de la admitancia de los osciladores libres dependiente de las variables perturbadas se corresponderá con la ecuación 2.35, cambiando en la expresión el significado de las perturbaciones y no su forma.

Por otra parte, inicialmente, se considerará que la admitancia del oscilador inyectado está afectada por el ruido de fase del generador. Por esta razón, se debe plantear el desarrollo de la expresión de la corriente para determinar el modo en el que el término  $\psi(t)$  influye. La expresión de de la corriente de inyección se puede escribir, para una frecuencia  $\omega = \omega_{iny}(t)$ , según la ecuación 2.108.

$$\begin{aligned} \overline{I_{iny}^p} &= I_{iny} e^{j(\phi_{iny}(t) - \phi(t))} = I_{iny} e^{j((\phi_{iny} + \psi(t)) - (\theta_i + \Delta\phi_i(t) + \psi(t)))} = \\ &= I_{iny} e^{j(\phi_{iny} + \psi(t) - \phi_i - \Delta\phi_i(t) - \psi(t))} = I_{iny} e^{j(\phi_{iny} - \phi_i - \Delta\phi_i(t))} \end{aligned} \quad (2.108)$$

En esta ecuación, el término  $\psi(t)$  desaparece al referenciar la fase de la corriente respecto a la de salida del oscilador ya que los desplazamientos debidos al ruido se trasladan directamente de un nodo a otro, manteniéndose la diferencia de fase entre estas señales. A la ecuación 2.108 se le puede aplicar la aproximación de la ecuación 2.37 para linealizarla reescribiendo la corriente como

$$I_{iny} e^{j(\phi_{iny} - \phi_i - \Delta\phi_i(t))} \approx (1 - j\Delta\phi(t)) I_{iny} e^{j(\phi_{iny} - \phi_i)} \quad (2.109)$$

Por lo que, en 2.109, la corriente de inyección resulta idéntica a la que se obtiene en el análisis de estabilidad, ecuación 2.38, con lo que el desarrollo de la admitancia dependiente de esta es el mismo. Además, como la expresión de la admitancia de los osciladores en régimen libre también coincide con la obtenida en dicho análisis, la expresión final resultante se corresponde con 2.43.

Tras obtener las expresiones de la admitancia y antes de plantear el sistema perturbado por las fuentes de ruido hay que ajustar la expresión de los coeficientes de la red de acoplo. Estos normalmente, cambiaran de valor al desplazarse la frecuencia debido al ruido. Para ello también se plantean dichos coeficientes a partir de un desarrollo en serie de Taylor resultando, como se ha visto en los análisis previos, en la ecuación 2.44 que tiene una componente debida a la solución estacionaria y otra como consecuencia del ruido, al igual que la admitancia de los *VCOs*.

Así, si se sustituye 2.43 y 2.44 en el sistema de la expresión 2.106 se obtiene el sistema para el array inyectado.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( Y_i + \delta_g^i T_{iny} + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t) + \delta_g^i T_{piny} \Delta \phi_i(t) \right) + \right. \\ \left. + y_{ik} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \Delta \omega(t) \right) (V_k + \Delta V_k(t)) e^{j(\phi_k + \Delta \phi_k(t) + \psi(t))} = I_{N_i} \end{aligned} \right\} \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.110)$$

En 2.110, también se han incluido las perturbaciones en la amplitud y la fase de las tensiones de salida y, una vez más, la delta  $\delta_g^i$  hace referencia al VCO donde está conectado la fuente de inyección, ya que estos términos solo afectan a ese oscilador en particular. Aquí se puede ver que el ruido de fase del generador se ha trasladado a las tensiones a través de la expresión de su fase.

Para poder operar se linealizan las tensiones de salida perturbadas según la aproximación de la ecuación 2.37 de la misma forma que se ha hecho con la corriente de inyección.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( Y_i + \delta_g^i T_{iny} + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Delta \omega(t) + \delta_g^i T_{piny} \Delta \phi_i(t) \right) + \right. \\ \left. + y_{ik} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \Delta \omega(t) \right) \left( 1 + j(\Delta \phi_k(t) + \psi(t)) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) V_k e^{j\phi_k} = I_{N_i} \end{aligned} \right\} \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.111)$$

Operando en 2.111, tras aplicar Kurokawa [15, 17] para eliminar los términos  $\Delta \omega(t)$  y así poder expresar el sistema en función únicamente de las perturbaciones de amplitud,  $\Delta V_i(t)$ , fase,  $\Delta \phi_i(t)$ , y el ruido debido a la señal  $\psi(t)$ , con sus respectivas derivadas en función del tiempo  $\Delta \dot{V}_i(t)$ ,  $\Delta \dot{\phi}_i(t)$  y  $\dot{\psi}(t)$ , se llega al sistema 2.112.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( (Y_i + \delta_g^i T_{iny}) \left( 1 + j(\Delta \phi_k(t) + \psi(t)) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) \left( 1 + j(\Delta \phi_k(t) + \psi(t)) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \left( \Delta \dot{\phi}_k(t) + \dot{\psi}(t) - j \frac{\Delta \dot{V}_k(t)}{V_k} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \delta_g^i T_{piny} \Delta \phi_i(t) \left( 1 + j(\Delta \phi_k(t) + \psi(t)) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) \right) + \right. \\ \left. + y_{ik} \left( 1 + j(\Delta \phi_k(t) + \psi(t)) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \left( \Delta \dot{\phi}_k(t) + \dot{\psi}(t) - j \frac{\Delta \dot{V}_k(t)}{V_k} \right) \right) V_k e^{j\phi_k} = I_{N_i} \end{aligned} \right\} \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.112)$$

La ecuación 2.112 se puede simplificar eliminando los términos de perturbación de orden dos.

$$\left. \begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( (Y_i + \delta_g^i T_{iny}) \left( 1 + j (\Delta\phi_k(t) + \psi(t)) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \left( \Delta\dot{\phi}_k(t) + \dot{\psi}(t) - j \frac{\Delta\dot{V}_k(t)}{V_k} \right) + \delta_g^i T_{p_{iny}} \Delta\phi_i(t) \right) + \right. \\
 & \left. + y_{ik} \left( 1 + j (\Delta\phi_k(t) + \psi(t)) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \left( \Delta\dot{\phi}_k(t) + \dot{\psi}(t) - j \frac{\Delta\dot{V}_k(t)}{V_k} \right) \right) V_k e^{j\phi_k} = I_{N_i}
 \end{aligned} \right\} (i = 1 \dots n) \quad (2.113)$$

Además, se tiene que cumplir la expresión 2.114 ya que los términos del análisis estacionario suman 0 y el sistema es invariante frente a desplazamientos globales de fase.

$$(1 + j\psi(t)) \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k (Y_i + \delta_g^i T_{iny}) + y_{ik} \right) V_k e^{j\phi_k} = 0 \quad (i = 1 \dots n) \quad (2.114)$$

Por lo que se puede simplificar el sistema 2.113 eliminando estos términos. De esta forma, queda la expresión 2.115.

$$\left. \begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \left( (Y_i + \delta_g^i T_{iny}) \left( j \Delta\phi_k(t) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta Y}{\delta V} \Delta V_i(t) + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \left( \Delta\dot{\phi}_k(t) + \dot{\psi}(t) - j \frac{\Delta\dot{V}_k(t)}{V_k} \right) + \delta_g^i T_{p_{iny}} \Delta\phi_i(t) \right) + \right. \\
 & \left. + y_{ik} \left( j \Delta\phi_k(t) + \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} \right) + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \left( \Delta\dot{\phi}_k(t) + \dot{\psi}(t) - j \frac{\Delta\dot{V}_k(t)}{V_k} \right) \right) V_k e^{j\phi_k} = I_{N_i}
 \end{aligned} \right\} (i = 1 \dots n) \quad (2.115)$$

Operando y reagrupando los términos de 2.115 el sistema, finalmente, queda

$$\left. \begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^n \left( (\delta_i^k (Y_i + \delta_g^i T_{iny} + \frac{\delta Y}{\delta V} V_i) + y_{ik}) \frac{\Delta V_k(t)}{V_k} + \right. \\
 & \quad \left. + j (\delta_i^k (Y_i + \delta_g^i (T_{iny} - j T_{p_{iny}})) + y_{ik}) \Delta\phi_k(t) + \right. \\
 & \left. + \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) \left( \Delta\dot{\phi}_k(t) - j \frac{\Delta\dot{V}_k(t)}{V_k} \right) \right) V_k e^{j\phi_k} = I_{N_i} - \dot{\psi}(t) \sum_{k=1}^n \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) V_k e^{j\phi_k}
 \end{aligned} \right\} (i = 1 \dots n) \quad (2.116)$$

que se puede escribir de forma matricial como

$$\bar{M}_V \bar{\Delta V} + \bar{M}_\phi \bar{\Delta \phi} + \bar{M}_{\dot{V}} \bar{\Delta \dot{V}} + \bar{M}_{\dot{\phi}} \bar{\Delta \dot{\phi}} = \bar{I}_N + \bar{M}_\psi \dot{\psi} \quad (2.117)$$

El vector  $\dot{\psi}$  está asociado a la potencia de ruido de fase de la fuente de inyección que será incluida como un dato del sistema, ya que se debe conocer. A su vez, el vector de fuentes de ruido blanco  $\bar{I}_N$  está asociado a la potencia del mismo y también es un dato de entrada necesario para poder resolver el sistema de ecuaciones.

Los términos de incrementos son los vectores columna definidos según

$$\begin{aligned}
 \Delta \bar{V} \Big|_{(nx1)} &= (\Delta V_1(t), \dots, \Delta V_n(t))^t \\
 \Delta \bar{\phi} \Big|_{(nx1)} &= (\Delta \phi_1(t), \dots, \Delta \phi_n(t))^t \\
 \Delta \dot{\bar{V}} \Big|_{(nx1)} &= (\Delta \dot{V}_1(t), \dots, \Delta \dot{V}_n(t))^t \\
 \Delta \dot{\bar{\phi}} \Big|_{(nx1)} &= (\Delta \dot{\phi}_1(t), \dots, \Delta \dot{\phi}_n(t))^t
 \end{aligned} \tag{2.118}$$

y las matrices de coeficientes son

$$\begin{aligned}
 \bar{M}_V \Big|_{(n \times n)} &= (\delta_i^k (Y_i + \delta_g^i T_{iny} + \frac{\delta Y}{\delta V} V_i) + y_{ik}) e^{j\phi_k} \\
 \bar{M}_\phi \Big|_{(n \times n)} &= j (\delta_i^k (Y_i + \delta_g^i (T_{iny} - jT_{piny}))) + y_{ik} V_k e^{j\phi_k} \\
 \bar{M}_{\dot{V}} \Big|_{(n \times n)} &= -j \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) e^{j\phi_k} \\
 \bar{M}_{\dot{\phi}} \Big|_{(n \times n)} &= \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) V_k e^{j\phi_k}
 \end{aligned} \tag{2.119}$$

$$\begin{pmatrix} i = 1 \dots n & (fila) \\ k = 1 \dots n & (columna) \end{pmatrix}$$

El término  $\bar{M}_{\dot{\psi}}$  es un vector de coeficientes cuyo valor es

$$\bar{M}_{\dot{\psi}} \Big|_{(nx1)} = - \sum_{k=1}^N \left( \delta_i^k \frac{\delta Y}{\delta \omega} + \frac{\delta y_{ik}}{\delta \omega} \right) V_k e^{j\theta_k} \tag{2.120}$$

La ecuación 2.117 se puede reducir aún más si se agrupan las matrices. Por lo que el sistema se pasa a expresar según la ecuación 2.121.

$$\bar{M}_X \Delta \bar{X} + \bar{M}_{\dot{X}} \Delta \dot{\bar{X}} = \bar{M}_N + \bar{M}_{\dot{g}} \dot{\psi} \tag{2.121}$$

En esta

$$\begin{aligned}
 \Delta \bar{X}|_{(2nx1)} &= \begin{pmatrix} \Delta \bar{V} \\ \Delta \bar{\phi} \end{pmatrix} & \Delta \dot{\bar{X}}|_{(2nx1)} &= \begin{pmatrix} \Delta \dot{\bar{V}} \\ \Delta \dot{\bar{\phi}} \end{pmatrix} \\
 \bar{M}_X|_{(2nx2n)} &= \begin{pmatrix} \bar{M}_V & \bar{M}_\phi \\ \bar{M}_V^* & \bar{M}_\phi^* \end{pmatrix} \\
 \bar{M}_{\dot{X}}|_{(2nx2n)} &= \begin{pmatrix} \bar{M}_{\dot{V}} & \bar{M}_{\dot{\phi}} \\ \bar{M}_{\dot{V}}^* & \bar{M}_{\dot{\phi}}^* \end{pmatrix} \\
 \bar{M}_N|_{(2nx1)} &= \begin{pmatrix} \bar{I}_N \\ \bar{I}_N^* \end{pmatrix} \\
 \bar{M}_{\dot{g}}|_{(2nx1)} &= \begin{pmatrix} \bar{M}_{\dot{\psi}} \\ \bar{M}_{\dot{\psi}}^* \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.122}$$

Pasando la ecuación 2.121 al dominio de la frecuencia se obtiene

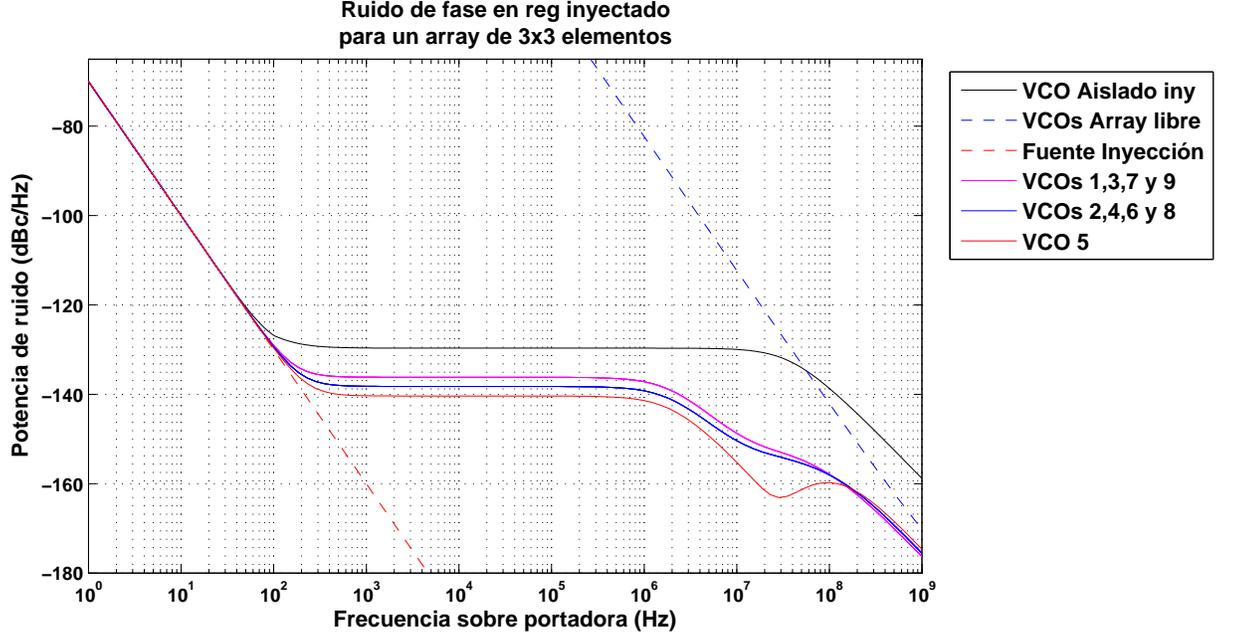
$$\begin{aligned}
 \Delta \bar{X}(\Omega) &= \left\{ j\Omega \bar{M}_{\dot{X}} + \bar{M}_X \right\}^{-1} \left[ \bar{M}_N(\Omega) + j\Omega \bar{M}_{\dot{g}} \psi(\Omega) \right] = \bar{T}_N(\Omega) \bar{M}_N(\Omega) + \bar{T}_g(\Omega) \psi(\Omega) \\
 \bar{T}_N(\Omega) &= \left\{ j\Omega \bar{M}_{\dot{X}} + \bar{M}_X \right\}^{-1}
 \end{aligned} \tag{2.123}$$

$$\bar{T}_g(\Omega) = j\Omega \bar{T}_N(\Omega) \bar{M}_{\dot{g}}$$

Suponiendo que las fuentes están incorreladas entre sí, la matriz de correlación de las perturbaciones es:

$$\langle \Delta \bar{X}(\Omega) \Delta \bar{X}(\Omega)^+ \rangle = \bar{T}_N(\Omega) \langle \bar{M}_N(\Omega) \bar{M}_N(\Omega)^+ \rangle \bar{T}_N(\Omega)^+ + \bar{T}_g(\Omega) \bar{T}_g(\Omega)^+ \langle \psi(\Omega)^2 \rangle \tag{2.124}$$

El término  $\langle \psi(\Omega)^2 \rangle$ , que es la potencia de ruido de fase de la señal de inyección a una distancia  $\Omega$  de la portadora, es un dato conocido. Por otro lado, se puede obtener el término  $\langle \bar{M}_N(\Omega) \bar{M}_N(\Omega)^+ \rangle$



*Figura 2.13:* Ruido de fase en régimen inyectado para el array de 3x3 elementos. El ruido se ha obtenido para el punto de desfase  $0^\circ$  en el array con una corriente de inyección de amplitud  $I_{iny} = 1e - 3 A$ . Comparación con la respuesta de ruido del oscilador aislado obtenida para las mismas condiciones de inyección.

como

$$\langle \bar{M}_N(\Omega) \bar{M}_N(\Omega)^+ \rangle |_{(2n \times 2n)} = \begin{pmatrix} I_{N_1} \\ I_{N_1}^* \\ \vdots \\ I_{N_n} \\ I_{N_n}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{N_1}^* & I_{N_1} & \cdots & I_{N_n}^* & I_{N_n} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1} & G_{n2} & \cdots & G_{nn} \end{pmatrix}}_G \quad (2.125)$$

$$G_{ij} = \frac{\Gamma_{ij}}{2n} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

donde  $\Gamma_{ij}$  es la correlación entre las fuentes de ruido blanco  $i$  y  $j$ , que se introducirá en el sistema como un dato en lugar de los términos  $I_{N_i}$ .

Al igual que en el análisis del ruido de fase en régimen libre, el de inyección se evalúa comparándolo con el que presentan los osciladores aislados operando en las mismas condiciones. En este caso se obtiene una gráfica similar a la que resulta de un análisis en régimen libre pero con la respuesta modulada por la fuente de inyección. Esto se puede ver en la figura 2.13 que ha sido calculada en el

ejemplo del apéndice A.4.

Como se puede observar en la imagen de 2.13, los osciladores replican en el array la respuesta del generador de inyección cerca de la portadora no apreciándose mejora en el nivel de potencia pero, al alejarse en frecuencia, se puede ver el efecto de reducción en la respuesta de ruido como consecuencia del sincronismo entre los *VCOs*.

## Bibliografía

- [1] A. Suárez, *Analysis and Design of Autonomous Microwave Circuits*, Ed. IEEE Wiley, Piscataway, NJ, Jan. 2009.
- [2] A. Collado, F. Ramírez, and A. Suárez, “Harmonic-balance analysis and synthesis of coupled-oscillator arrays”, *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 14, no. 5, pp. 192-194, May 2004.
- [3] A. Collado, “Análisis y control práctico de bifurcaciones en circuitos de microondas. Aplicación a sistemas de osciladores acoplados.” Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, May 2007.
- [4] A. Collado, A. Suárez, and S. Sancho, “Semi-analytical formulation for the stability analysis of coexisting solutions in coupled-oscillator systems”, in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium*, 2007, pp. 973-976.
- [5] A. Suárez and R. Quéré, *Stability Analysis of Nonlinear Microwave Circuits*. Boston: MA: Artech House, 2003.
- [6] A. Suárez, J. Morales, and R. Quéré, “Synchronization analysis of autonomous microwave circuits using new global-stability analysis tools”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 46, no. 5, pp. 494-504, May 1998.
- [7] A. Suárez, F. Ramírez, and S. Sancho, “Coupled-oscillator systems: efficient simulation with harmonic-balance based oscillator models”, in *Numerical Electromagnetic Modeling and Optimization for RF, Microwave, and Terahertz Applications (NEMO)*, 2014, pp. 1-4.
- [8] A. Suárez, F. Ramírez, and S. Sancho, “Stability and noise analysis of coupled-oscillator systems”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 59, no. 4, pp. 1032-1046, Apr. 2011.
- [9] A. Suarez and S. Sancho, “Application of the envelope-transient method to the analysis and design of autonomous circuits”, *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 15, no. 6, pp. 523-535, Nov. 2005.

- [10] R. J. Pogorzelski, “On the dynamics of two-dimensional array beam scanning via perimeter detuning of coupled oscillator arrays”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 49, no. 2, pp. 234-242, February 2001.
- [11] R. York, P. Liao, and J. Lynch, “Oscillator array dynamics with broadband n-port coupling networks”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 42, no. 11, pp. 2040-2045, November 1994.
- [12] R. A. York and T. Itoh, “Injection and phase locking techniques for beam control”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 46, no. 11, pp. 1920-1929, November 1998.
- [13] R. J. Pogorzelski, R. Scaramastra, J. Huang, R. Beckon, S. Petree, and C. Chavez, “A seven-element sband coupled-oscillator controlled agile-beam phased array”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 8, pp. 1375-1384, August 2000.
- [14] T. Heath, “Beam steering of nonlinear oscillator array through manipulation of coupling phases”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, no. 7, pp. 1833-1842, July 2004.
- [15] K. Kurokawa, “Some basic characteristics of broadband negative resistance oscillator circuits”, *Bell System Technical Journal*, vol. 48, pp. 1937-1955, 1969.
- [16] A. Suárez, F. Ramírez, S. Sancho, and J. M. Collantes, “Global stability analysis of coupled-oscillator systems”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 63, no. 1, pp. 165-180, January 2015.
- [17] K. Kurokawa, “Noise in synchronized oscillators”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 16, no. 4, pp. 234-240, April 1968.
- [18] A. Suárez, S. Sancho, and F. Ramírez, “General formulation for the analysis of injection-locked coupled oscillator systems”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 61, no. 12, pp. 4730-4744, Decembre 2013.
- [19] S. V. Hoeye, “Analysis of noise effects on the nonlinear dynamics of synchronized oscillators”, *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 11, no. 9, pp. 376-378, September 2001.
- [20] F. Ramírez, M. Pontón, S. Sancho, and A. Suárez, “Phase-noise analysis of injection-locked oscillators and analog frequency dividers”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 56, no. 2, pp. 393-407, Feb. 2008.
- [21] K. Kurokawa, “Injection locking of microwave solid-state oscillators”, *Proceedings IEEE*, vol. 61, no. 10, pp. 1386-1410, Oct. 1963.

## Capítulo 3

# Red de acoplo

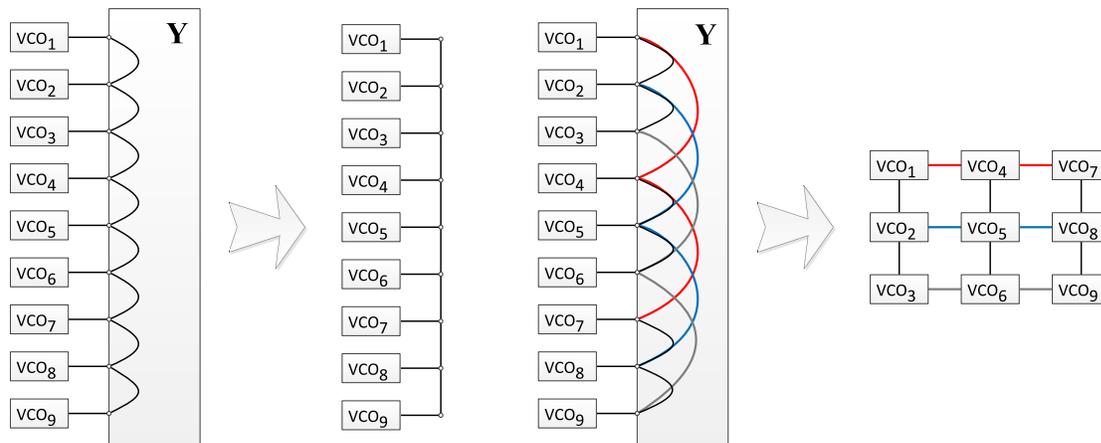
Al presentar la formulación para la resolución de los arrays se ha desarrollado el sistema de ecuaciones considerando que todos los *VCOs* están conectados entre sí a través de una red común que se modela a partir de sus parámetros  $Y$ . Esta formulación, tal y como ha sido expuesta, al considerar la red de acoplo como un único bloque permite el análisis tanto de arrays lineales como bidimensionales, ya que la principal diferencia entre estos radica en la caracterización de esta. Tradicionalmente, con objeto de simplificar el análisis y facilitar así la comprensión de los fenómenos que ocurren en estos circuitos, se ha abordado el problema de su diseño centrándose únicamente en los arrays lineales [1–5] tratándose el diseño de los arrays bidimensionales de forma independiente [6, 7] como un caso diferente.

Sin embargo, tal como ya se ha comentado y puede verse de forma gráfica en la figura 3.1, dos arrays aparentemente muy distintos se pueden representar como un conjunto de  $n$  elementos interconectados a través de un único bloque, siendo la principal diferencia entre ambos el esquema de conexionado de las redes.

El poder generalizar la descripción del sistema permite abordar el análisis de un mayor número de casos sin necesidad de modificar la formulación. Esto es gracias a que los cambios se darán en los valores de los parámetros  $Y$  de las redes de acoplo y no en las relaciones entre los elementos que forman el circuito. A pesar de esto, el cálculo de las soluciones requiere conocer dichos valores por lo que resulta de interés disponer de métodos que permitan obtener dichas matrices de parámetros de forma rápida.

Un primer paso para reducir el coste computacional al diseñar las redes de acoplo podría consistir en la simplificación de la estructura de dichas redes, empleando en su configuración elementos sencillos que permitan realizar el análisis en menos tiempo.

No obstante, aun simplificando la estructura de estas redes, la cantidad de posibles combinaciones que se pueden obtener para conformar estos sistemas es tan grande que resulta poco práctico calcular la matriz de parámetros para cada caso aislado, ya que obliga a replantear el problema cada vez.



*Figura 3.1:* Ejemplos de topologías lineal, izquierda, y bidimensional, derecha. En este ejemplo se pueden ver dos arrays con el mismo número de elementos que, al cambiar sus conexiones, dan lugar a dos tipos diferentes.

Por esto, para poder trabajar con la formulación semianalítica y partiendo de los análisis ya realizados sobre los arrays lineales, se han desarrollado un conjunto de algoritmos que permiten obtener, de forma sencilla, la matriz de parámetros de admitancia para múltiples topologías sobre una estructura base simplificada de la red de acoplo.

Estos algoritmos, integrados en el proceso de optimización para el cálculo de las soluciones, permitirán la aplicación de la formulación semianalítica sobre un gran número de topologías distintas.

En este capítulo se abordará el desarrollo de dichos algoritmos enfocando el problema desde el punto de vista del análisis computacional ya que, a efectos del análisis teórico, el problema se reduce al cálculo de los parámetros  $Y$  de la red global.

Inicialmente, tras plantear la estructura de la red de acoplo que se propone, se partirá del análisis de un array lineal con el objetivo de entender las relaciones entre los elementos que la forman para, a partir de este, plantear métodos que permitan resolver el cálculo de los parámetros  $Y$  de las redes de acoplo en otras topologías más complejas.

### 3.1. Estructura de las redes de acoplo

Elegir la estructura de la red de acoplo es una parte importante del proceso de diseño [8, 9], debido a la influencia que esta tiene sobre el funcionamiento de los arrays de osciladores. Habitualmente este elemento se ha implementado empleando subredes formadas de líneas de transmisión cargadas en los extremos mediante resistencias [1, 2, 5, 6, 10] de forma que conectasen únicamente dos osciladores entre sí.

Sin embargo, al realizar el análisis de la estructura completa resulta más conveniente, dada la naturaleza del sistema, trabajar a partir de los valores de las admitancias que estas subredes

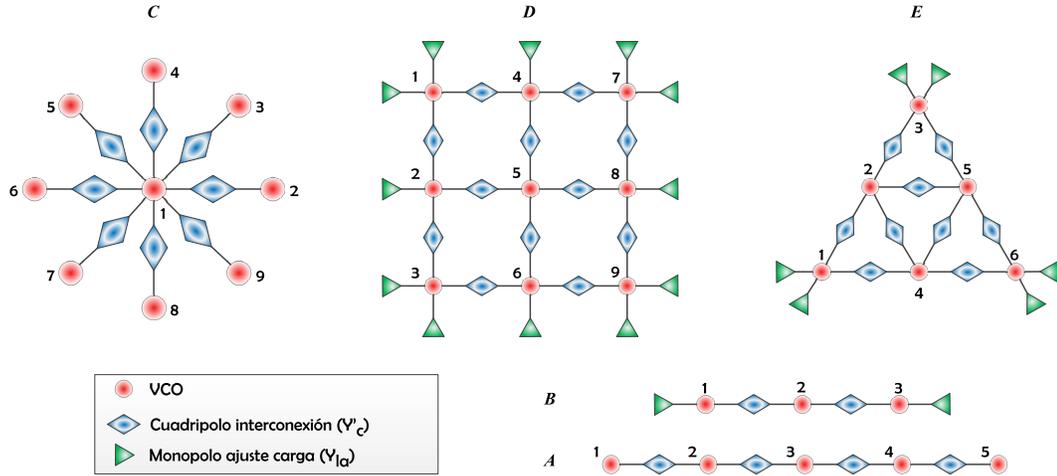


Figura 3.2: Ejemplos de diferentes estructuras de redes de acoplo para diferentes topologías formadas a partir de cuádrupolos de interconexión y monopolos de ajuste de carga.

introducen el mismo [5].

Por esta razón, en este capítulo se abordará la estructura de las redes de acoplo considerando que estas resultan de la unión de los osciladores del array entre sí mediante cuádrupolos, pudiendo estos estar constituidos por diferentes configuraciones de elementos.

En algunas ocasiones también se introducirán una serie de monopolos, caracterizados únicamente por su admitancia, en puertos concretos de la red con el objetivo de ajustar la impedancia total que ven los *VCOs* en el sistema. Esto se hace así para que todos los osciladores manifiesten el mismo comportamiento ya que la respuesta de estos es sensible a las variaciones de carga [11].

Tal y como se puede apreciar en la figura 3.2, al pasar de un esquema unidimensional a otro bidimensional la cantidad de posibles configuraciones aumenta de forma significativa, no estando limitada la distribución espacial de los elementos a un caso específico [12]. En este sentido, como también se puede ver en la figura 3.2, la estructura propuesta es lo suficientemente versátil para definir multitud de topologías diferentes para los arrays de osciladores, al mismo tiempo que permitirá simplificar el cálculo de los parámetros  $Y$  de las redes globales.

En la resolución de los sistemas se caracterizará a cada cuádrupolo de interconexión por medio de su matriz de parámetros  $Y$  para, a partir de estos, obtener los valores de la red completa. Esto resultará en que se operará sobre una matriz como la de la ecuación 3.1, de tamaño fijo al representar siempre a un cuádrupolo, lo que simplifica su tratamiento.

$$\bar{Y}' \Big|_{(2 \times 2)} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} y_r & y_t \\ y_t & y_r \end{bmatrix}}_{\text{Red recíproca y simétrica}} \quad (3.1)$$

Esta estructura permitirá poder tratar los cuádrupolos de forma aislada reduciendo los cálculos a

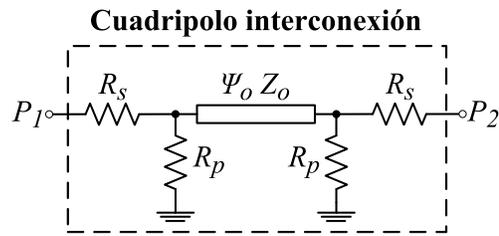


Figura 3.3: Ejemplo de la estructura de un cuadripolo de interconexión.

realizar. Por otro lado, si todos los cuadripolos en la red de acoplo son idénticos, será posible obtener la matriz global calculando tan solo 4 valores, ya que una vez resuelto uno de ellos el resto tendrán los mismos parámetros independientemente del número total de elementos.

Si, además, los cuadripolos empleados son recíprocos y simétricos estos quedarían caracterizados únicamente a partir de 2 valores,  $y_r$  e  $y_t$ , simplificando aún más el tratamiento de los datos en el cálculo de la matriz de parámetros  $Y$  global.

### 3.1.1. Resolución de cuadripolos

Aunque en el análisis de la red de acoplo resulta más conveniente el trabajar con los parámetros  $Y$  de los cuadripolos de interconexión, para poder resolver los circuitos es necesario poder calcular estos.

Una de las opciones implementadas en las aplicaciones desarrolladas consiste en la descripción de estos a nivel de componentes. Esta alternativa resulta útil ya que permite relacionar a los elementos de la red de acoplo directamente con el comportamiento del sistema, lo que posibilita el analizar las variaciones de las respuestas frente a los cambios en los circuitos.

Para poder calcular los parámetros  $Y$  de estas redes se aplica un proceso basado en el cálculo de la matriz de parámetros de transmisión ( $ABCD$ ) para, a partir de esta, obtener los de admitancia mediante conversión directa. Estos parámetros resultan más apropiados para el cálculo debido a la disposición serie de los elementos de las redes empleadas.

Por ejemplo, para resolver el cuadripolo de la figura 3.3 se calcula la matriz de parámetros  $ABCD$  como el producto de las matrices de transmisión asociadas a cada uno de los elementos que forman la red. Esto da como resultado la expresión de la ecuación 3.2.

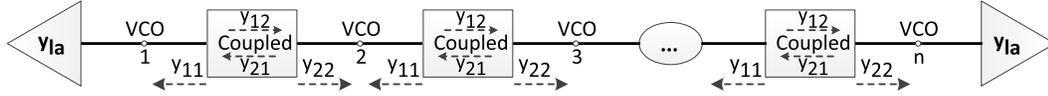


Figura 3.4: Estructura general de un array lineal de  $VCOs$  de  $n$  elementos interconectados mediante cuadripolos y con monopolos de ajuste de carga.

$$\begin{aligned}
 \bar{\bar{T}} &= \underbrace{\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}}_{P. \text{ Transmisión}} = \\
 &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & R_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{R_s} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_p} & 1 \end{bmatrix}}_{R_p} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\left(\omega \frac{\Psi_o(\frac{\pi}{180})}{\omega_o}\right) & jZ_o \sin\left(\omega \frac{\Psi_o(\frac{\pi}{180})}{\omega_o}\right) \\ j \frac{\sin\left(\omega \frac{\Psi_o(\frac{\pi}{180})}{\omega_o}\right)}{Z_o} & \cos\left(\omega \frac{\Psi_o(\frac{\pi}{180})}{\omega_o}\right) \end{bmatrix}}_{\text{Línea Tx.}} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_p} & 1 \end{bmatrix}}_{R_p} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & R_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{R_s}
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Para, a partir del valor de  $\bar{\bar{T}}$ , obtener la matriz de parámetros  $\bar{\bar{Y}}'$  mediante la conversión de la ecuación 3.3.

$$\bar{\bar{Y}}'(\omega) = \frac{1}{B} \begin{bmatrix} D & -\det(\bar{\bar{T}}) \\ -1 & A \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

De esta forma, a partir de los valores de  $R_s$ ,  $R_p$  y los parámetros característicos de las líneas de transmisión,  $\Psi_o$ ,  $Z_o$  y  $\omega_o$ , se puede obtener la matriz de parámetros  $Y$  a una frecuencia  $\omega$  determinada.

## 3.2. Array lineal

Es, para un array de osciladores, la topología más simple que se puede implementar y permite, mediante el control del desfase entre los elementos [13–16], ajustar la dirección de apuntamiento en un array de antenas lineal sobre un eje. En esta los  $VCOs$  se conectan entre sí a lo largo de una única dimensión formando una 'línea'.

En la figura 3.4 se muestra, a partir de la configuración propuesta, la estructura de la red de acoplo resultante para los arrays lineales. Los puertos de la red son los nodos donde se conectan los  $VCOs$ . Entre cada dos osciladores se coloca un cuadripolo de interconexión y, si hace falta, en los elementos de los extremos se conecta un monopolo de ajuste de carga.

El objetivo de los monopolos en la red es igualar las condiciones de carga de aquellos elementos con menos conexiones para que todos los  $VCOs$  en el array se comporten igual, debido a que estos

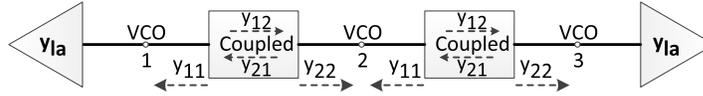


Figura 3.5: Array lineal de 3 elementos.

son sensibles a las variaciones de la impedancia en su salida.

Si se obtienen los parámetros  $Y$  para esta topología, tomando como puertos los nodos donde se conectan los  $VCOs$ , esta es una matriz de  $n \times n$  donde se puede comprobar cómo, de forma general, solo son no nulos los términos que relacionan dos  $VCOs$  adyacentes junto a los elementos de la diagonal principal.

Así, para el array de 3 elementos de la figura 3.5 la matriz global de parámetros  $Y$ , numerando los puertos de la red con el índice del  $VCO$  al que se conecta, es de la forma

$$\bar{Y}_{gl} \Big|_{(3 \times 3)} = \begin{bmatrix} y_{gl}^{11} & y_{gl}^{12} & 0 \\ y_{gl}^{21} & y_{gl}^{22} & y_{gl}^{23} \\ 0 & y_{gl}^{32} & y_{gl}^{33} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

donde, en 3.4, los términos  $y_{gl}^{13}$  y  $y_{gl}^{31}$  valen 0 ya que entre el  $VCO 3$  y el  $VCO 1$  no habría ninguna conexión a través de un cuadripolo, no habiendo transferencia de señal directa entre estos elementos.

Con esta topología es muy fácil extraer la estructura de la matriz de acoplo genérica para un array de  $n$  elementos ya que cada  $k$ -ésimo elemento está conectado únicamente al elemento anterior,  $k - 1$ , y al posterior,  $k + 1$ , quedando los extremos con una única conexión. Por lo que, de forma general, para un array lineal cuyos elementos están conectados a través de cuadripolos la matriz de parámetros  $Y$  global de su red de acoplo se puede escribir

$$\bar{Y}_{gl} \Big|_{(n \times n)} = \begin{bmatrix} y_{gl}^{11} & y_{gl}^{12} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ y_{gl}^{21} & y_{gl}^{22} & y_{gl}^{23} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & y_{gl}^{32} & y_{gl}^{33} & y_{gl}^{34} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_{gl}^{43} & y_{gl}^{44} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & y_{gl}^{(n-2)(n-1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & y_{gl}^{(n-1)(n-1)} & y_{gl}^{(n-1)n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & y_{gl}^{n(n-1)} & y_{gl}^{nn} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

La estructura propuesta permite, a partir de la matriz de parámetros  $Y$  de los cuadripolos de interconexión, obtener los valores correspondientes a la red global. Inicialmente, para simplificar el análisis, se considerará que todos los cuadripolos son iguales y, por la misma razón, todas las admitancias de los monopolos de ajuste de carga valdrán lo mismo.

Siguiendo con el ejemplo de la figura 3.5 si se calcula los parámetros  $Y$  de la matriz 3.4, en

función de los coeficientes de los cuadripolos de interconexión y la admitancia de los monopolos, esta pasa a valer

$$\bar{Y}_{gl}\Big|_{(3x3)} = \begin{bmatrix} (y_{11} + y_{1a}) & y_{12} & 0 \\ y_{21} & (y_{22} + y_{11}) & y_{12} \\ 0 & y_{21} & (y_{22} + y_{1a}) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Donde los términos de la diagonal principal se calculan como la suma de las admitancias que presentan todos los elementos de la red conectada al nodo correspondiente, en la figura 3.5 la suma de la admitancias cuyas flechas entran hacia los nodos, mientras que los términos de transferencias coinciden directamente con el de los cuadripolos entre los puertos evaluados, en la figura 3.5 las admitancias cuyas flechas atraviesan los cuadripolos en el sentido de la conexión. Una vez más la extrapolación a una red genérica de  $n$  elementos es muy sencilla, quedando la matriz de la expresión 3.5 de la forma

$$\bar{Y}_{gl}\Big|_{(n \times n)} = \begin{bmatrix} (y_{11} + y_{1a}) & y_{12} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ y_{21} & (y_{11} + y_{22}) & y_{12} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & y_{21} & (y_{11} + y_{22}) & y_{12} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_{21} & (y_{11} + y_{22}) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & y_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & (y_{11} + y_{22}) & y_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & y_{21} & (y_{22} + y_{1a}) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Tanto en 3.6 como en 3.7, se puede observar que los términos correspondientes a la admitancia de los monopolos solo aparecen en la diagonal principal. Esto es debido a que a través de estos no se realiza ninguna conexión. Además, estos coeficientes solo aparecen en los términos asociados a los extremos del array en el caso de los lineales, posiciones  $(1, 1)$  y  $(n, n)$  en la matriz global, debido a que los osciladores internos tienen todos dos conexiones y solo hace falta compensar en el primero y el último.

Si los cuadripolos de interconexión de la red, caracterizados con la matriz de la ecuación 3.1, son recíprocos y simétricos, además de todos idénticos, y se cumple que  $y_{1a} = y_r$  en los monopolos, se puede expresar las matrices de la red global en función de tan solo dos valores  $y_r$  e  $y_t$ . Así, para un array lineal de  $n$  elementos, la matriz 3.7 quedaría de la forma

$$\bar{Y}_{gl} \Big|_{(n \times n)} = \begin{bmatrix} 2y_r & y_t & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ y_t & 2y_r & y_t & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & y_t & 2y_r & y_t & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_t & 2y_r & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & y_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 2y_r & y_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & y_t & 2y_r \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Donde se puede ver que, gracias a que todos los cuadripolos son idénticos y al efecto de los monopolos conectados en los extremos del array, todas las posiciones de la diagonal principal valen lo mismo consiguiendo así que el sistema presente a todos los *VCOs* la misma impedancia de carga lo que, supuestos estos iguales, garantizará que todos operen sobre el mismo punto de trabajo en condiciones de acoplo débil.

### 3.3. Array bidimensional rectangular

Es la extensión natural del array lineal. En esta topología los elementos del array están distribuidos sobre un plano formando un 'rectángulo', en vez de a lo largo de una única dimensión como el caso lineal, de forma que al conectarse a una antena bidimensional se puede, mediante el control de las relaciones de fases de salida entre los elementos [6, 7], ajustar la dirección de apuntamiento de la misma sobre dos ejes.

En la figura 3.6 se puede ver la estructura que se propone para un número,  $n = MN$ , genérico de elementos. La composición de la red es igual al caso lineal haciendo que los *VCOs* se conecten entre sí a través de un cuadripolo de interconexión y añadiendo, en donde convenga, un monopolo de ajuste de carga.

Por comodidad, para establecer la correspondencia con la formulación semianalítica, se ha decidido indexar a los elementos del array con un valor de 1 hasta  $n$ , numerándolos en la matriz formada por la estructura de forma secuencial, empezando por la posición (1, 1) y avanzando por columnas hasta el  $n$ -ésimo elemento en la posición ( $M, N$ ).

Esta estructura se puede tratar, tal como se ve en la figura 3.7, como la combinación de dos grupos de arrays lineales, uno con las uniones por filas y otro con las uniones por columnas, sumando las contribuciones de ambos para la obtención de la matriz  $Y$  total.

Así, para obtener la matriz de parámetros  $Y$  global, lo que se ha hecho es calcular las matrices de parámetros  $Y$  de las subredes de la figura 3.7 y sumarlas. Se puede ver en 3.7 que el número de elementos de cada subred es  $NM$ , igual a la red de la figura 3.6, por lo que sus matrices de parámetros  $Y$  tienen las mismas dimensiones,  $(n \times n) = (MN \times MN)$ .

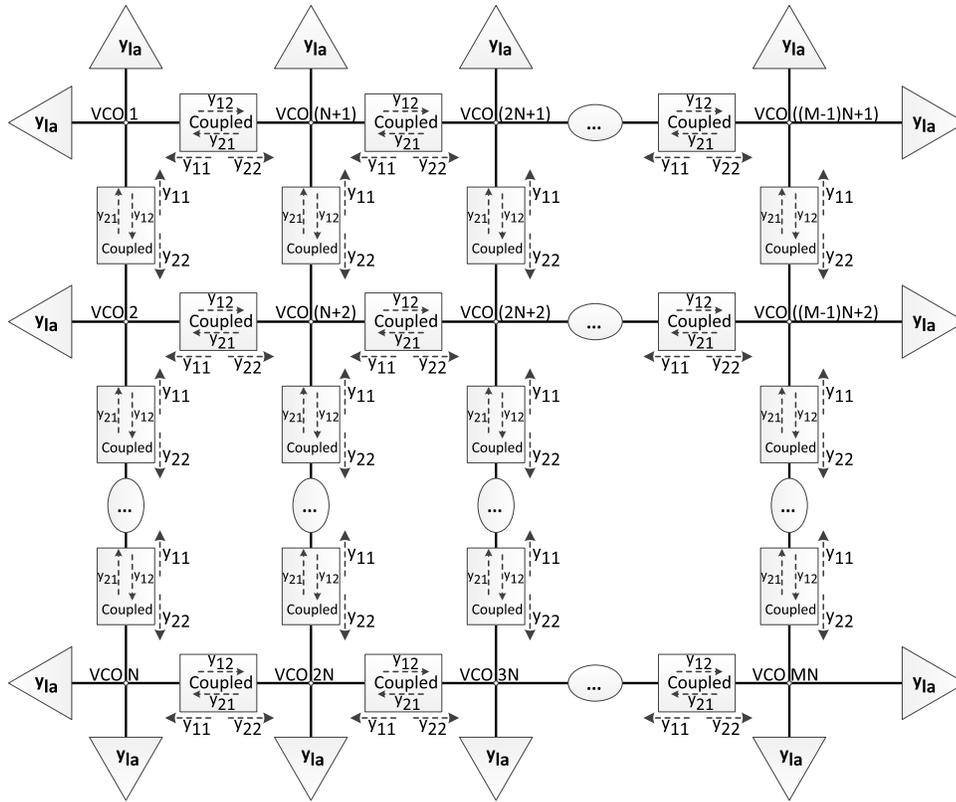


Figura 3.6: Estructura general de un array bidimensional rectangular de VCOs interconectados mediante cuadripolos y con monopolos de ajuste de carga.

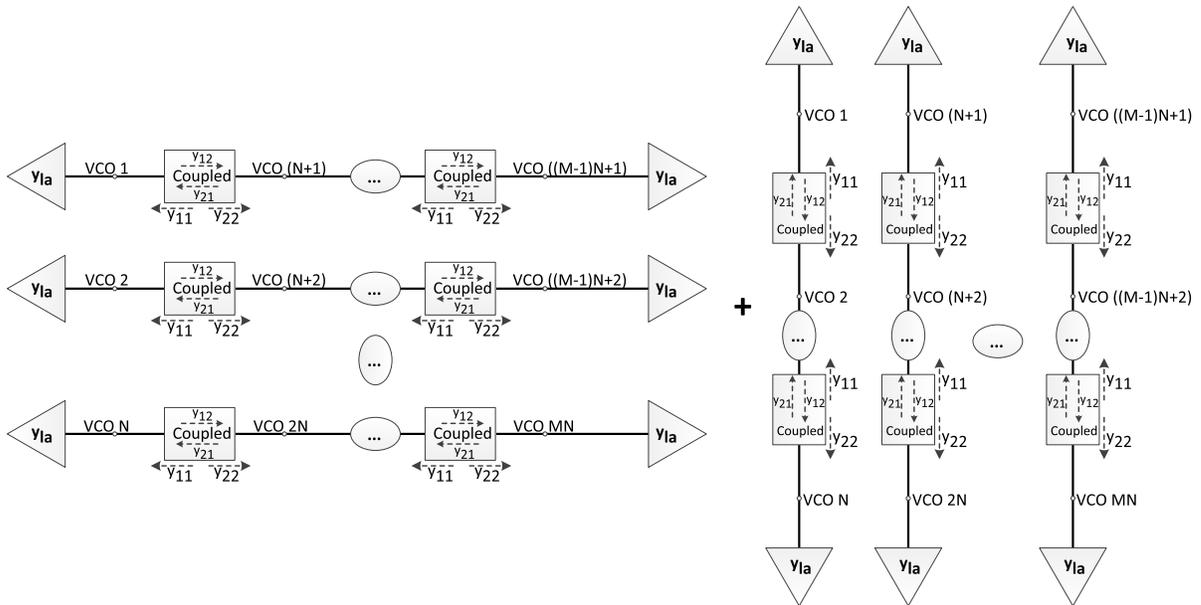


Figura 3.7: Separación en filas y columnas de la red de acoplo de un array bidimensional para el cálculo de la matriz de parámetros  $Y$  global.

Para resolver las matrices de parámetros  $Y$  de las subredes se tratan de forma análoga al caso lineal. Los términos de la diagonal principal se calculan como la suma de las admitancias de los elementos de la red conectada al nodo correspondiente. Por otro lado, los términos de transferencias coinciden con el de los cuádrupolos de interconexión en el sentido de la unión.

Ya que se ha considerado que todos los cuádrupolos de interconexión entre sí, así como los monopolos, son idénticos se puede simplificar el cálculo de las matrices de parámetros.

Para facilitar la exposición, el cálculo se realizará por separado obteniendo primero los términos de reflexión y después los de transmisión, ya que estos últimos se corresponden con los valores de los parámetros de transmisión de los cuádrupolos de interconexión directamente mientras que los términos de reflexión se obtienen como suma de admitancias.

Si se calcula para cada elemento el término de reflexión correspondiente se obtiene una matriz de dimensión  $NM$  para cada subred.

$$\begin{array}{ccccc}
 (y_{11} + y_a) & (y_{11} + y_{22}) & \cdots & (y_{11} + y_{22}) & (y_{22} + y_a) \\
 (y_{11} + y_a) & (y_{11} + y_{22}) & \cdots & (y_{11} + y_{22}) & (y_{22} + y_a) \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 (y_{11} + y_a) & (y_{11} + y_{22}) & \cdots & (y_{11} + y_{22}) & (y_{22} + y_a) \\
 (y_{11} + y_a) & (y_{11} + y_{22}) & \cdots & (y_{11} + y_{22}) & (y_{22} + y_a)
 \end{array}$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{(NxM) \text{ elementos}}$   
*por filas*

$$\begin{array}{ccccc}
 (y_{11} + y_a) & (y_{11} + y_a) & \cdots & (y_{11} + y_a) & (y_{11} + y_a) \\
 (y_{11} + y_{22}) & (y_{11} + y_{22}) & \cdots & (y_{11} + y_{22}) & (y_{11} + y_{22}) \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 (y_{11} + y_{22}) & (y_{11} + y_{22}) & \cdots & (y_{11} + y_{22}) & (y_{11} + y_{22}) \\
 (y_{22} + y_a) & (y_{22} + y_a) & \cdots & (y_{22} + y_a) & (y_{22} + y_a)
 \end{array} \tag{3.9}$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{(NxM) \text{ elementos}}$   
*por columnas*

Así, sumando elemento a elemento las matrices en 3.9 se obtendría la expresión 3.10 para todo el array.

$$\begin{array}{cccccc}
 (2y_{11} + 2y_{1a}) & (2y_{11} + y_{22} + y_{1a}) & \cdots & (2y_{11} + y_{22} + y_{1a}) & (y_{11} + y_{22} + 2y_{1a}) & \\
 (2y_{11} + y_{22} + y_{1a}) & (2y_{11} + 2y_{22}) & \cdots & (2y_{11} + 2y_{22}) & (y_{11} + 2y_{22} + y_{1a}) & \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \\
 (2y_{11} + y_{22} + y_{1a}) & (2y_{11} + 2y_{22}) & \cdots & (2y_{11} + 2y_{22}) & (y_{11} + 2y_{22} + y_{1a}) & \\
 (y_{11} + y_{22} + 2y_{1a}) & (y_{11} + 2y_{22} + y_{1a}) & \cdots & (y_{11} + 2y_{22} + y_{1a}) & (2y_{22} + 2y_{1a}) & 
 \end{array} \quad (3.10)$$

$(NxM)$  elementos  
 para todo el array

Se puede ver que, en las submatrices de 3.9, las filas o columnas son idénticas, según la orientación de la subred, por lo que tan solo hace falta resolver una de ellas y replicarla en el resto de posiciones. Tras obtener la suma de estas solo faltaría sustituir en la matriz global los valores de los parámetros calculados en las posiciones correspondientes. En 3.10, cada término se corresponde con el parámetro de reflexión asociado a su índice, es decir, el término del nodo 1 se coloca en la posición (1, 1) en la matriz global y el  $MN$  en la  $(MN, MN)$ . Esto se consigue vectorizando la matriz 3.10 por columnas coincidiendo dicho vector con la diagonal principal de la matriz  $Y$  global.

Para obtener los términos de transmisión, también a partir de la subredes de la figura 3.7, tan solo hay que asignar directamente los parámetros  $y_{12}$  e  $y_{21}$  de los cuadripolos de interconexión de cada subred en las posiciones correspondientes de la matriz global. Debido a que estos no hay que calcularlos, solo hace falta conocer las posiciones de la matriz donde ubicar dichos términos.

Para ello, a partir de los índices de los nodos de las subredes de la figura 3.7, tomando los elementos por parejas y avanzando de uno en uno, recorriéndolas por filas y columnas según sea las conexiones en cada subred, se obtendrá las posiciones correspondientes a la matriz de parámetros  $Y$  global donde se deben introducir los coeficientes  $y_{12}$ .

Por lo que, para las uniones en sentido  $P1 - P2$ , quedaría

$$\begin{array}{cccccc}
 Y(1, N + 1) = y_{12} & Y(N + 1, 2N + 1) = y_{12} & \cdots & Y((M - 2)N + 1, (M - 1)N + 1) = y_{12} & & \\
 Y(2, N + 2) = y_{12} & Y(N + 2, 2N + 2) = y_{12} & \cdots & Y((M - 2)N + 2, (M - 1)N + 2) = y_{12} & & \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \\
 Y(N - 1, 2N - 1) = y_{12} & Y(2N - 1, 3N - 1) = y_{12} & \cdots & Y((M - 1)N - 1, MN - 1) = y_{12} & & \\
 Y(N, 2N) = y_{12} & Y(2N, 3N) = y_{12} & \cdots & Y((M - 1)N, MN) = y_{12} & & 
 \end{array}$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{\text{filas}}$

$$\begin{array}{cccc}
 Y(1, 2) = y_{12} & Y(N + 1, N + 2) = y_{12} & \cdots & Y((M - 1)N + 1, (M - 1)N + 2) = y_{12} \\
 Y(2, 3) = y_{12} & Y(N + 2, N + 3) = y_{12} & \cdots & Y((M - 1)N + 2, (M - 1)N + 3) = y_{12} \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 Y(N - 1, N) = y_{12} & Y(2N - 1, 2N) = y_{12} & \cdots & Y(MN - 1, MN) = y_{12}
 \end{array}$$

*columns*

(3.11)

Debido a que todas las conexiones son recíprocas y a que la orientación de los cuádrupolos es la misma para cada subred invirtiendo los índices  $i$  y  $j$  de cada posición para los términos de los coeficientes  $y_{12}$  obtenemos las posiciones correspondientes a los términos  $y_{21}$ . Por lo que, a las uniones  $P2 - P1$ , les corresponde las posiciones

$$\begin{array}{cccc}
 Y(N + 1, 1) = y_{21} & Y(2N + 1, N + 1) = y_{21} & \cdots & Y((M - 1)N + 1, (M - 2)N + 1) = y_{21} \\
 Y(N + 2, 2) = y_{21} & Y(2N + 2, N + 2) = y_{21} & \cdots & Y((M - 1)N + 2, (M - 2)N + 2) = y_{21} \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 Y(2N - 1, N - 1) = y_{21} & Y(3N - 1, 2N - 1) = y_{21} & \cdots & Y(MN - 1, (M - 1)N - 1) = y_{21} \\
 Y(2N, N) = y_{21} & Y(3N, 2N) = y_{21} & \cdots & Y(MN, (M - 1)N) = y_{21}
 \end{array}$$

*filas*

$$\begin{array}{cccc}
 Y(2, 1) = y_{21} & Y(N + 2, N + 1) = y_{21} & \cdots & Y((M - 1)N + 2, (M - 1)N + 1) = y_{21} \\
 Y(3, 2) = y_{21} & Y(N + 3, N + 2) = y_{21} & \cdots & Y((M - 1)N + 3, (M - 1)N + 2) = y_{21} \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 Y(N, N - 1) = y_{21} & Y(2N, 2N - 1) = y_{21} & \cdots & Y(MN, MN - 1) = y_{21}
 \end{array}$$

*columns*

(3.12)

De esta forma, combinando 3.10 con 3.11 y 3.12, se determinan los valores no nulos de la matriz de parámetros  $Y$  global para un array bidimensional rectangular conectado con una red de acoplo constituida mediante la unión de cuádrupolos.

A modo de ejemplo y para que se vea la estructura final de los parámetros  $Y$  de una red bidimensional se expone la matriz resultante para el caso de una red de 9 elementos,  $(3 \times 3)$ , con cuádrupolos simétricos, matriz 3.1, y con monopolos de ajuste de carga, los cuales presentan una admitancia de valor  $y_{1a} = y_r$  a la frecuencia de oscilación, conectados a los  $VCOs$  del perímetro del array.

$$\bar{Y}_{gl} \Big|_{(9 \times 9)} = \begin{bmatrix} 4y_r & y_t & 0 & y_t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ y_t & 4y_r & y_t & 0 & y_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_t & 4y_r & 0 & 0 & y_t & 0 & 0 & 0 \\ y_t & 0 & 0 & 4y_r & y_t & 0 & y_t & 0 & 0 \\ 0 & y_t & 0 & y_t & 4y_r & y_t & 0 & y_t & 0 \\ 0 & 0 & y_t & 0 & y_t & 4y_r & 0 & 0 & y_t \\ 0 & 0 & 0 & y_t & 0 & 0 & 4y_r & y_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_t & 0 & y_t & 4y_r & y_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_t & 0 & y_t & 4y_r \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

En 3.13 se puede comprobar como, al igual que en el caso del array lineal, los monopolos de ajuste de carga contribuyen a que los términos de reflexión sean todos iguales. Esto garantizará que los osciladores vean la misma impedancia de carga en condiciones de acoplo débil. Además, si se comparan los valores de dichos términos de reflexión se podrá observar que, para el caso en el que se emplean cuadripolos simétricos, estos valen  $Cy_r$  donde  $C$  es el número máximo de conexiones directas en el array, 2 en el lineal 4 en el rectangular bidimensional, para un solo elemento. Esto se traduce en que, para un mismo cuadripolo, el término de reflexión de cada oscilador en la matriz de parámetros  $Y$  global es mayor cuantas más conexiones se realicen en la red de acoplo lo que, como se podrá comprobar en los ejemplos que se presentarán en los siguientes capítulos, afectará de forma significativa al funcionamiento de los arrays.

### 3.4. Array con topología genérica

El método planteado en la sección 3.3 aprovecha la simetría de una topología concreta para simplificar la obtención de los parámetros  $Y$  de la red de acoplo a partir de los parámetros de los cuadripolos de interconexión. Sin embargo, como también se comenta en dicha sección y se puede ver en la figura 3.2, esta topología es solo una de las posibles distribuciones que los elementos de los arrays de osciladores pueden tener sobre un plano.

En la práctica, existen arrays de antenas bidimensionales con diferentes distribuciones [12, 17, 18]. Por esto se ha desarrollado un algoritmo que permite el obtener los parámetros  $Y$  de una red de acoplo, formada a partir de la unión de sus puertos mediante cuadripolos, independientemente de su topología.

Aunque, computacionalmente, es más costoso que los algoritmos desarrollados para topologías específicas su versatilidad hace que su uso esté justificado a nivel de diseño de sistemas.

Este algoritmo se basa en el hecho de que, entre dos topologías distintas, la principal diferencia para el cálculo de los parámetros de la red de acoplo son las conexiones entre sus elementos, como se puede ver en la figura 3.1 al principio de este capítulo. Así, conocidas dichas conexiones en la red,

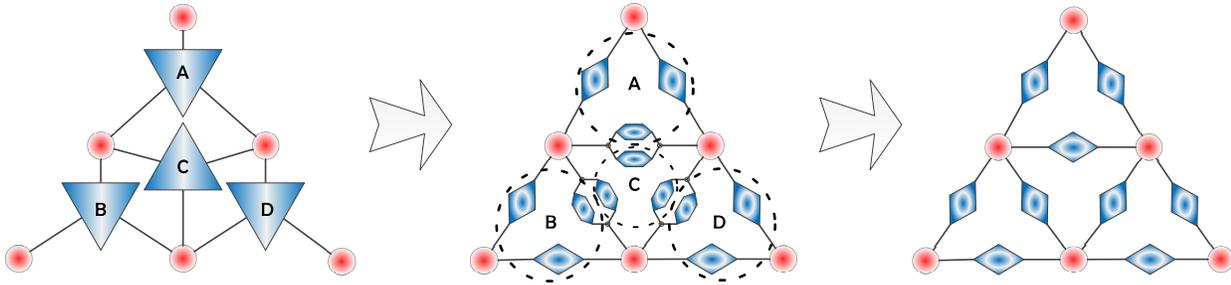


Figura 3.8: Ejemplo de transformación de una red de acoplo triangular conectada por elementos de tres puertos en una red conectada mediante cuadripolos de interconexión.

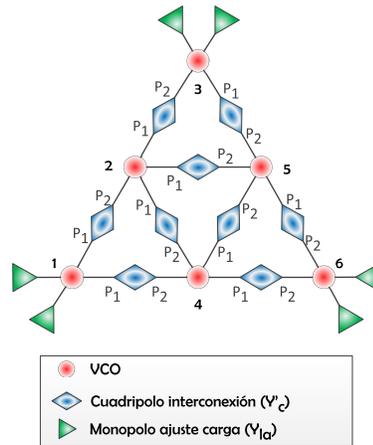


Figura 3.9: Array bidimensional triangular de 6 elementos. Se han indicado los índices asignados a cada puerto de la red de acoplo así como la orientación de los cuadripolos señalando la posición de los puertos  $P_1$  y  $P_2$  en cada uno de ellos.

se puede caracterizar esta independientemente de la distribución de los elementos.

Así, para la obtención de la matriz de parámetros  $Y$  de una red genérica, se partirá de la matriz de conexiones del sistema. Esta no es más que una matriz de  $n \times n$ , siendo  $n$  el número de elementos del array así como el número de puertos de la red de acoplo, en la que se indica si existe una conexión directa, a través de un cuadripolo de interconexión, entre el elemento  $i$  con el  $j$  para cada posición  $(i, j)$  de la misma.

Este algoritmo además es aplicable a otras redes más complejas ya que, a partir de los parámetros  $Y$  de los elementos que interconectan los distintos puertos de la red, es posible extraer una estructura formada mediante la unión de cuadripolos, como se puede ver en el ejemplo de la figura 3.8, que se puede resolver a partir de su matriz de conexiones.

A modo de ejemplo, en la ecuación 3.14, se presenta la matriz de conexiones que representa a la red de acoplo del array correspondiente a la figura 3.9.

$$\bar{C}_{gl} \Big|_{(6 \times 6)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

En 3.14 se puede ver cómo lo que se ha hecho es poner a 1 las posiciones de la matriz que representan las conexiones existentes en la red mientras que el resto de posiciones está a 0. Si se compara la matriz de conexiones de la red con la de parámetros  $Y$  es posible observar que las posiciones no nulas fuera de la diagonal principal son las mismas, ya que no se considera la existencia de ninguna conexión de un elemento consigo mismo. Esto tiene sentido ya que la matriz de parámetros  $Y$  se puede considerar, en la práctica, como una matriz de conexiones que modela la transferencia de señal entre los puertos de la red.

Si se observan las matrices resultantes de los casos de las secciones 3.2 y 3.3 los términos de transferencia, aquellos que no pertenecen a la diagonal principal, de la matriz de parámetros  $Y$  toman el valor  $y_{12}$  o  $y_{21}$  del cuadripolo de interconexión correspondiente a la unión evaluada directamente y sin necesidad de ningún cálculo. A partir de aquí, se puede deducir que obtener  $\bar{Y}_{gl}$  a partir de la matriz de conexiones resulta muy sencillo.

Para obtener la matriz de parámetros  $Y$  lo que se ha hecho es sustituir los valores no nulos en la matriz de conexiones por los valores de admitancia correspondiente a la conexión a la que hace referencia. De esta forma, la unión entre dos puertos  $n$  y  $m$  en la dirección  $P1 - P2$ , correspondiente a una de las posiciones  $(n, m)$  o  $(m, n)$  en la matriz de interconexión, está caracterizada por el coeficiente  $y_{12}$  mientras que la conexión recíproca, en dirección  $P2 - P1$ , se caracteriza con el coeficiente  $y_{21}$ . Así, sustituyendo directamente estos en la matriz de interconexión se puede construir la matriz  $Y$  global.

Los términos de reflexión, correspondiente a las posiciones de la diagonal principal en la matriz  $Y$  global, se calculan, tal y como se puede deducir de las secciones 3.2 y 3.3, como la suma de las contribuciones de cada uno de los cuadripolos conectados a un puerto específico. Esto quiere decir que cada posición no nula en la matriz de conexiones, que se corresponde con un término  $y_{12}$  o  $y_{21}$  en la matriz de parámetros  $Y$ , contribuye a la diagonal principal, término  $(i, i)$  en cada  $i$ -ésima fila, con un coeficiente  $y_{11}$  si el  $VCO$  evaluado, al que le corresponde el índice  $i$ , está conectado al puerto  $P1$  del cuadripolo o  $y_{22}$  si se conecta al puerto  $P2$ .

Siguiendo con el ejemplo de la figura 3.9 se tiene que se ha decidido, para el cálculo de los parámetros  $Y$ , orientar los cuadripolos de tal forma que el puerto  $P1$  de estos está conectado al

puerto de índice  $n$  menor, quedando en consecuencia el puerto  $P2$  del cuádrupolo conectado al  $m$  de índice mayor, es decir, que siempre se cumple ( $ind\_puerto(P1) < ind\_puerto(P2)$ ). Esto se traduce en que a todos los coeficientes no nulos por encima de la diagonal principal corresponde un coeficiente  $y_{12}$  mientras que a sus recíprocos corresponde el  $y_{21}$ . Así, si ubicamos los términos de transmisión, la matriz de parámetros  $Y$  queda

$$\bar{Y}_{parcial} \Big|_{(6 \times 6)} = \begin{pmatrix} 0 & y_{12} & 0 & y_{12} & 0 & 0 \\ y_{21} & 0 & y_{12} & y_{12} & y_{12} & 0 \\ 0 & y_{21} & 0 & 0 & y_{12} & 0 \\ y_{21} & y_{21} & 0 & 0 & y_{12} & y_{12} \\ 0 & y_{21} & y_{21} & y_{21} & 0 & y_{12} \\ 0 & 0 & 0 & y_{21} & y_{21} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

A partir de aquí se calcula los términos de reflexión como la suma de las contribuciones de cada cuádrupolo conectado a cada puerto de la red. Para ello se puede, recorriendo la matriz por filas y gracias a la orientación elegida para los cuádrupolos, sumar un término  $y_{11}$  al valor de la posición  $(i, i)$  por cada posición  $(i, j)$  no nula con  $j > i$  esto es, por encima de la diagonal principal, y un término  $y_{22}$  por las  $(i, j)$  para  $j < i$ . En 3.16 se puede ver el resultado de realizar esta operación sobre 3.15.

$$\bar{Y}_{parcial} \Big|_{(6 \times 6)} = \begin{pmatrix} 2y_{11} & y_{12} & 0 & y_{12} & 0 & 0 \\ y_{21} & (3y_{11} + y_{22}) & y_{12} & y_{12} & y_{12} & 0 \\ 0 & y_{21} & (y_{11} + y_{22}) & 0 & y_{12} & 0 \\ y_{21} & y_{21} & 0 & (2y_{11} + 2y_{22}) & y_{12} & y_{12} \\ 0 & y_{21} & y_{21} & y_{21} & (y_{11} + 3y_{22}) & y_{12} \\ 0 & 0 & 0 & y_{21} & y_{21} & 2y_{22} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Por último, para terminar de calcular la matriz de parámetros  $Y$  global, faltaría considerar los monopolos de ajuste de carga conectados a la red. Como estos solo afectan a los términos de la diagonal principal tan solo es necesario sumar su contribución a los valores correspondientes a los puertos en los que han sido conectados. En el ejemplo de la figura 3.9 hay 2 monopolos conectados en los puertos 1,3 y 6 por lo que hay que añadir, considerando que todos los monopolos son iguales, un término  $2y_{1a}$  en cada una de las posiciones asociadas a estos nodos de la red, que son la  $(1, 1)$ ,  $(3, 3)$  y  $(6, 6)$  respectivamente.

De esta forma, a partir de las admitancias de las subredes, la red de acoplo del array de la figura 3.9 presenta la matriz de parámetros  $Y$  de la ecuación 3.17, supuestos todos los cuádrupolos y monopolos iguales entre sí.

$$\bar{\bar{Y}}_{gl} \Big|_{(6 \times 6)} = \begin{pmatrix} (2y_{11} + 2y_{1a}) & y_{12} & 0 & y_{12} & 0 & 0 \\ y_{21} & (3y_{11} + y_{22}) & y_{12} & y_{12} & y_{12} & 0 \\ 0 & y_{21} & (y_{11} + y_{22} + 2y_{1a}) & 0 & y_{12} & 0 \\ y_{21} & y_{21} & 0 & (2y_{11} + 2y_{22}) & y_{12} & y_{12} \\ 0 & y_{21} & y_{21} & y_{21} & (y_{11} + 3y_{22}) & y_{12} \\ 0 & 0 & 0 & y_{21} & y_{21} & (2y_{22} + 2y_{1a}) \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Si, como se ha hecho en las secciones 3.2 y 3.3, se emplean cuádrupolos simétricos y, además, la admitancia de los monopolos es  $y_{1a} = y_r$  a la frecuencia de interés, la matriz 3.17 se puede escribir en términos de  $y_r$  e  $y_t$  según 3.18.

$$\bar{\bar{Y}}_{gl} \Big|_{(6 \times 6)} = \begin{pmatrix} 4y_r & y_t & 0 & y_t & 0 & 0 \\ y_t & 4y_r & y_t & y_t & y_t & 0 \\ 0 & y_t & 4y_r & 0 & y_t & 0 \\ y_t & y_t & 0 & 4y_r & y_t & y_t \\ 0 & y_t & y_t & y_t & 4y_r & y_t \\ 0 & 0 & 0 & y_t & y_t & 4y_r \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

En donde, al igual que en las redes lineal y bidimensional rectangular, el efecto de los monopolos ha permitido, una vez más, que todos los términos de reflexión sean iguales contribuyendo a lograr que todos los *VCOs* vean la misma admitancia de carga en condiciones de acoplo débil.

### 3.5. Consideraciones finales

En este capítulo se han propuesto una serie de algoritmos que permiten el cálculo de las matrices de parámetros  $Y$  de las redes de acoplo más comúnmente empleadas en el diseño de arrays de osciladores [5, 6, 10, 14, 19, 20]. Estos permitirán, al integrarlos en el proceso de optimización del sistema de ecuaciones en la formulación semianalítica, reducir tanto el coste computacional como el tiempo de procesado en el cálculo de las soluciones al aprovechar las características propias de las redes para reducir el número de operaciones necesarias para su parametrización.

Sin embargo, al tratarse de sistemas físicos, es posible hacer algunas consideraciones prácticas adicionales sobre el diseño de las redes de acoplo que pueden resultar útiles para simplificar el manejo de las estructuras propuestas.

En primer lugar, se puede señalar que, debido a la naturaleza del array y al empleo de elementos

pasivos en la implementación de las redes de acoplo, las matrices de conexiones suelen ser recíprocas, es decir, simétricas respecto a la diagonal principal ya que toda conexión entre los puertos  $n$  y  $m$  debe existir en ambas direcciones.

Además, las limitaciones físicas a la hora de implementar estos sistemas hace que, al aumentar el tamaño del array, la relación entre el número de conexiones máximas para los nodos de la red y el número de elementos global en los mismos tienda a cero, esto es, la cantidad de conexiones que se pueden realizar sobre un único *VCO* en el array es pequeña comparada con el número total de elementos. Esto tiene como consecuencia que, salvo casos particulares, la mayoría de las posiciones de la matriz valen cero a medida que se aumenta el tamaño de los arrays.

Aprovechar estas características de los sistemas permitiría simplificar el tratamiento de las matrices al posibilitar almacenarlas en menos memoria, si se aprovecha la reciprocidad, así como reducir el coste computacional al operar con estas, si se aprovecha el hecho de tener muchas posiciones nulas, resultando en una reducción adicional del coste computacional y tiempo de procesado en la resolución de los arrays.

---

## Bibliografía

- [1] A. Suárez, F. Ramírez, S. Sancho, and J. M. Collantes, “Global stability analysis of coupled-oscillator systems”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 63, no. 1, pp. 165-180, January 2015.
- [2] A. Suárez, S. Sancho, and F. Ramírez, “General formulation for the analysis of injection-locked coupled oscillator systems”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 61, no. 12, pp. 4730-4744, Decembre 2013.
- [3] J.-H. Hwang and N.-H. Myung, “A new beam-scanning technique by controlling the coupling angle in a coupled oscillator array”, *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 8, no. 5, pp. 191-193, May 1998.
- [4] A. Collado, “Análisis y control práctico de bifurcaciones en circuitos de microondas. Aplicación a sistemas de osciladores acoplados.” Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, May 2007.
- [5] A. Suárez, *Analysis and Design of Autonomous Microwave Circuits*, Ed. IEEE Wiley, Piscataway, NJ, Jan. 2009.
- [6] R. J. Pogorzelski, “A 5-by-5 element coupled oscillator-based phased array”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 4, pp. 1337-1345, April 2005.
- [7] R. J. Pogorzelski, “On the dynamics of two-dimensional array beam scanning via perimeter detuning of coupled oscillator arrays”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 49, no. 2, pp. 234-242, February 2001.
- [8] J. Lynch and R. York, “Synchronization of oscillators coupled through narrow-band networks”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 49, no. 2, pp. 237-249, February 2001.
- [9] R. J. Pogorzelski, “On the design of coupling networks for coupled oscillator arrays”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, no. 4, pp. 794-801, April 2003.

- [10] A. Collado, F. Ramírez, and A. Suárez, “Harmonic-balance analysis and synthesis of coupled-oscillator arrays”, *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 14, no. 5, pp. 192-194, May 2004.
- [11] K. Kurokawa, “Some basic characteristics of broadband negative resistance oscillator circuits”, *Bell System Technical Journal*, vol. 48, pp. 1937-1955, 1969.
- [12] R. J. Pogorzelski, “Phased arrays based on oscillators coupled on triangular and hexagonal lattices”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, no. 3, pp. 790-800, March 2004.
- [13] R. A. York, “Nonlinear analysis of phase relationships in quasi-optical oscillator arrays”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 41, no. 10, pp. 1799-1809, October 1993.
- [14] H. C. Chang, X. Cao, U. K. Mishra, and R. A. York, “Phase noise in coupled oscillator theory and experiment”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 5, pp. 604-615, May 1997.
- [15] R. J. Pogorzelski, R. Scaramastra, J. Huang, R. Beckon, S. Petree, and C. Chavez, “A seven-element sband coupled-oscillator controlled agile-beam phased array”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 8, pp. 1375-1384, August 2000.
- [16] R. J. Pogorzelski, S. Stride, J. Venkatesan, and M. Zawadzki, “A seven element x-band agile beam receiver”, in *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, June 2007, pp. 1925-1928.
- [17] R. J. Pogorzelski, “On the steady-state phase distribution in a hexagonally coupled oscillator array”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 12, pp. 4058-4064, December 2005.
- [18] L. Josefsson and P. Persson, *Conformal Array Antenna Theory And Design*, Ed. IEEE Wiley, Piscataway, NJ, 2006.
- [19] A. Suarez and S. Sancho, “Application of the envelope-transient method to the analysis and design of autonomous circuits”, *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 15, no. 6, pp. 523-535, Nov. 2005.
- [20] T. Heath, “Beam steering of nonlinear oscillator array through manipulation of coupling phases”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, no. 7, pp. 1833-1842, July 2004.

## Capítulo 4

# Métodos de ajustes aplicables a la formulación semianalítica

Aunque la aplicación de la formulación semianalítica a ofrecido buenos resultados [1–7], su uso está condicionado por las limitaciones propias de las aproximaciones. Debido a esto, al emplearla se deben ajustar los circuitos utilizados o las condiciones de trabajo para garantizar que los resultados se corresponden con las respuestas reales de los dispositivos. Este hecho se ve agravado en aquellos sistemas que, como los arrays de osciladores acoplados, tienen muchos elementos, pues resulta complicado garantizar que se cumplen los requisitos que se exigen para el correcto cálculo de las soluciones en todos sus subsistemas. Por esta razón, disponer de herramientas que permitan ajustar las expresiones a las características de los circuitos permitiría la obtención de resultados más precisos.

De hecho, ya se han realizado algunas variaciones sobre la formulación para adaptar las expresiones al comportamiento de los circuitos en trabajos anteriores [8]. Estas modificaciones permiten adaptar la caracterización desarrollada a distintas situaciones. Con esto se logra dotar de mayor flexibilidad a los análisis descritos permitiendo simular casos que, a priori, no cumplen las condiciones necesarias para la aplicación de las aproximaciones y presentan problemas a la hora de analizarlos debido a la naturaleza de los sistemas.

En este capítulo se van a plantear algunos ajustes sobre la formulación con el objetivo de obtener unos mejores resultados. Esto proporcionará una serie de herramientas adicionales que permitirán adaptar el modelo a las características propias de los distintos sistemas, de tal forma que su uso se pueda extender a un mayor número de arrays.

A modo de resumen se enumeran a continuación el conjunto de modificaciones que se proponen.

- Aumento del orden de los desarrollos de Taylor. El objetivo de esta modificación es el de mejorar la precisión de la aproximación de la admitancia de salida de los *VCOs* incluyendo en el sistema de ecuaciones derivadas de orden superior a 1 al desarrollarlas en series de Taylor.

- 
- Linealización a trozos o por tramos de los parámetros de los *VCOs*. Esta variante, que se puede considerar equivalente a incrementar el orden de las series de Taylor, permite mejorar la aproximación de orden 1 al compensar el hecho de que esta solo es válida en un entorno relativamente cercano al punto central del desarrollo. La modificación consiste en realizar un proceso de aproximación a trozos en el que se calculan las derivadas para un conjunto de puntos dentro de un rango específico de funcionamiento. Una vez hecho esto, se debe emplear la función más próxima al punto evaluado al resolver los arrays. Con ello se consigue disminuir los errores al reducir la distancia entre los puntos a calcular y el valor central de las series de Taylor.
  - Particularizar las derivadas y los puntos solución de régimen libre para cada *VCO* del array en vez de considerarlos todos iguales. Al resolver el array se ha considerado que todos los *VCOs* son idénticos por lo que los parámetros asociados a estos, derivadas y solución de régimen libre, son comunes al conjunto. En los circuitos reales los *VCOs* presentarán diferencias entre ellos debido a los propios procesos de fabricación, por lo que se puede replantear los sistemas considerando cada *VCO* como único, con su propio grupo de parámetros, para mejorar la precisión de las soluciones.
  - Particularizar los parámetros  $Y$  de cada uno de los cuadripolos de la red de acoplo. Esta es una modificación previa a la obtención del sistema de ecuaciones de los arrays. En esta, lo que se propone es obtener los parámetros  $Y$  de la red de acoplo considerando que entre los cuadripolos de interconexión pueden haber diferencias, lo que permitirá evaluar su efecto sobre las soluciones.
  - Ajustar la respuesta de los *VCOs* en función de la carga total equivalente. Al conectar un oscilador a una red de acoplo la impedancia de carga sobre la que opera se ve alterada debido al efecto de la misma, lo que a su vez modifica su comportamiento respecto al que presenta estando aislado. Esto provocará que aparezcan errores en las soluciones obtenidas mediante la formulación semianalítica, puesto que no se corresponden las condiciones sobre las que se han obtenido los modelos de los *VCOs* con las de operación en el array. Para corregir este efecto será necesario realizar un análisis de las condiciones de trabajo de los osciladores en los arrays, de forma que se pueda ajustar el proceso de modelado de los mismos.
  - Aumento del nivel de acoplo. Una de las limitaciones que se imponen al aplicar la formulación semianalítica es que los arrays deben operar en condiciones de acoplo débil. Sin embargo, aumentar el nivel de acoplo en estos podría resultar útil en algunos casos ya que los márgenes de sincronismo son mayores en estas condiciones. Por esto, sería interesante el poder obtener las soluciones en función de distintos niveles de acoplo lo que, además, proporcionaría una mayor flexibilidad en el diseño de sistemas al disponer de más opciones.

Estas modificaciones que se proponen tienen como objetivo, sin pretender cubrir todas las posibilidades, dotar de una mayor flexibilidad a la formulación al permitir ajustar el nivel de complejidad

del modelo a los requerimientos de cada caso específico. Aunque muchas de ellas se podrían haber presentado al desarrollar la formulación para proporcionar una visión más amplia, se ha optado por exponerlas en un capítulo aparte. El motivo de hacerlo así es que se considera que resulta más práctico su uso como un conjunto de herramientas independientes que se deben emplear cuando los sistemas sobre los que se trabaja lo requieran, ya que el objetivo final de trabajar con un modelo de orden reducido es disminuir el coste de los análisis al resolver los circuitos.

Por otro lado, estas modificaciones son directamente aplicables a todas las topologías al haberse desarrollado sobre un esquema genérico, cumpliendo con el objetivo de este trabajo de extender el modelo basado en la formulación semianalítica a los arrays bidimensionales.

#### 4.1. Aumento del orden de los desarrollos de Taylor de la admitancia de los $VCOs$

Cuando se emplean desarrollos en serie de Taylor para realizar aproximaciones de funciones es necesario encontrar un compromiso entre el nivel de complejidad de las expresiones y la precisión deseada. Por simplicidad, en el desarrollo de la formulación semianalítica se ha truncado dichas series en los términos de orden 1, lo que supone trabajar en una región lineal de la función que se desea aproximar alrededor del punto central del desarrollo. Sin embargo, la respuesta de los osciladores no es, en general, lineal [7, 9] debido a los componentes que los forman. Puesto que, a priori, no se conoce el rango de operación de los arrays puede suceder que las soluciones de interés se salgan fuera de dicha zona lineal provocando la aparición de un error en la aproximación.

Una forma de reducir este error consiste en el aumento del orden en los desarrollos en serie de Taylor [8], esto es, truncando la función en términos de orden superior o, lo que es lo mismo, añadiendo más derivadas al polinomio empleado para aproximar la función de interés. Esto permite considerar las variaciones no lineales de las variables de análisis en el cálculo de las soluciones a costa de incrementar la complejidad de las expresiones.

Para poder añadir términos adicionales a los desarrollos de Taylor es necesario conocer las derivadas que actúan como coeficientes en el polinomio. El método de cálculo mediante diferencias finitas permite, combinado con la técnica del generador auxiliar, la obtención de las derivadas de orden superior a 1, lo que posibilita el plantear aproximaciones de orden mayor para modelar las admitancias de los  $VCOs$ .

En el capítulo 1 se han presentado las ecuaciones en diferencias finitas que permiten aproximar las derivadas de orden 2. Estas, se calculan a partir de soluciones perturbadas de forma análoga a las de primer orden. A partir de estos valores, tan solo hace falta plantear la expresión de la admitancia como un desarrollo de orden 2 e incluirla en las ecuaciones del sistema para resolver estos por optimización.

Si, para contemplar el caso más complejo, se considera a la admitancia de los  $VCOs$  como una

función dependiente de 5 variables como son: la amplitud de salida  $V$ , la frecuencia de oscilación  $\omega$ , un parámetro de control  $\eta$  y la parte real e imaginaria o, lo que es lo mismo, el módulo  $I_{iny}$  y la fase  $\phi_{iny}$  de la corriente de inyección para una fuente externa. Se puede escribir su desarrollo de Taylor de segundo orden según la expresión 4.1.

$$\begin{aligned}
 Y &\approx \frac{\delta Y}{\delta V} (V - V_o) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (\omega - \omega_o) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} (\eta - \eta_o) + \\
 &+ I_{iny} \left\{ \frac{\delta Y}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_o) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_o) \right\} + \\
 &\frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta Y^2}{\delta V^2} (V - V_o)^2 + \frac{\delta Y^2}{\delta \omega^2} (\omega - \omega_o)^2 + \frac{\delta Y^2}{\delta \eta^2} (\eta - \eta_o)^2 + \right. \\
 &+ I_{iny}^2 \left\{ \frac{\delta Y^2}{\delta I^{r2}} \cos^2(\phi_{iny} - \phi_o) + \frac{\delta Y^2}{\delta I^{i2}} \sin^2(\phi_{iny} - \phi_o) + 2 \frac{\delta Y^2}{\delta I^r \delta I^i} \cos(\phi_{iny} - \phi_o) \sin(\phi_{iny} - \phi_o) \right\} \Big\} + \\
 &+ \frac{\delta Y^2}{\delta V \delta \omega} (V - V_o) (\omega - \omega_o) + \frac{\delta Y^2}{\delta \omega \delta \eta} (\omega - \omega_o) (\eta - \eta_o) + \frac{\delta Y^2}{\delta V \delta \eta} (V - V_o) (\eta - \eta_o) + \\
 &+ I_{iny} \left\{ (V - V_o) \left[ \frac{\delta Y^2}{\delta V \delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_o) + \frac{\delta Y^2}{\delta V \delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_o) \right] + \right. \\
 &+ (\omega - \omega_o) \left[ \frac{\delta Y^2}{\delta \omega \delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_o) + \frac{\delta Y^2}{\delta \omega \delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_o) \right] + \\
 &\left. + (\eta - \eta_o) \left[ \frac{\delta Y^2}{\delta \eta \delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_o) + \frac{\delta Y^2}{\delta \eta \delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_o) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Siendo la expresión de la ecuación 4.1 la que habría que incluir en el sistema de ecuaciones del array para aproximar la respuesta de los osciladores, haciendo que  $I_{iny} = 0$  en aquellos que no tengan ninguna fuente externa conectada. Aunque se podría evaluar la posibilidad de simplificar la misma eliminando términos poco significativos, en función del grado de no linealidad que presente la función  $Y$  respecto a las distintas variables.

En la ecuación 4.1 se puede ver que las variables de la función son las mismas que para el desarrollo de orden 1. Gracias a esto, incrementar el orden de la función no afectará al procedimiento de resolución del sistema ni a su ajuste. Sin embargo, la complejidad de las expresiones se incrementará, lo que supondrá un mayor coste computacional al obtener las soluciones.

Para ilustrar el efecto que tiene el incremento de orden en los desarrollos en serie de Taylor sobre las soluciones obtenidas mediante la formulación semianalítica, se han calculado para un mismo array bidimensional de osciladores la respuesta empleando distintas aproximaciones en el apéndice A.5. En la figura 4.1 se muestran algunas de las curvas obtenidas comparando los resultados al aumentar el orden de las series de Taylor.

Como se puede ver en la gráfica 4.1, al incrementar el orden de la función de aproximación, se

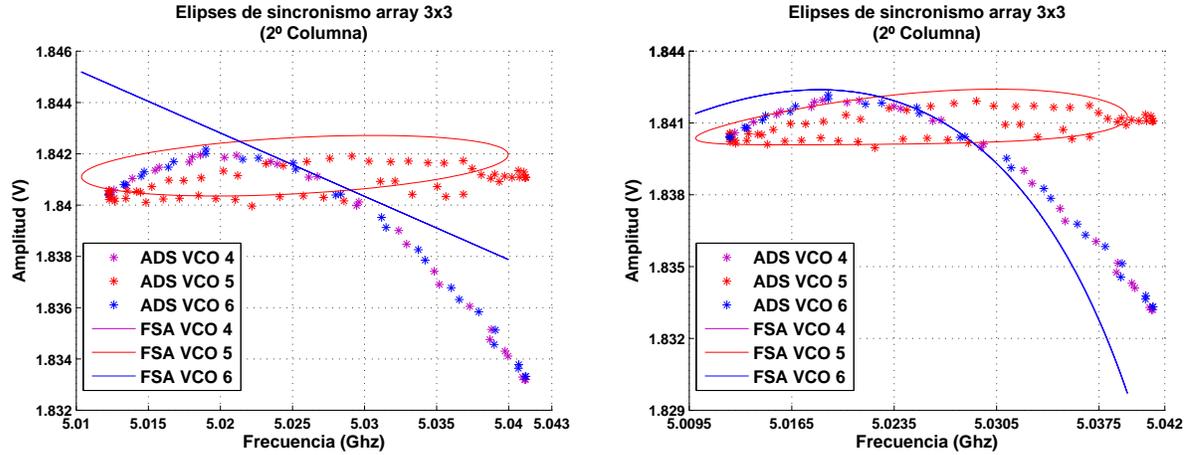


Figura 4.1: Elipses de sincronismo para los elementos de la columna central de una array de 3x3 elementos calculadas empleando una aproximación de Taylor de orden 1, izquierda, y de orden 2, derecha, Comparación con las soluciones obtenidas mediante balance armónico en *ADS*.

consigue ajustar mucho mejor las soluciones obtenidas respecto de las que resultan de un análisis de balance armónico, ya que los polinomios contemplan las variaciones no lineales en las variables del sistema gracias a los términos adicionales.

## 4.2. Linealización por tramos de los parámetros de los *VCOs*

Otra alternativa frente a incrementar el orden de las series de Taylor consiste en realizar una caracterización mediante una aproximación por tramos, o a trozos, de la función de interés. Para ello se debe muestrear dicha función dentro un rango de trabajo determinado. El objetivo de este método es el de dividir la función en secciones y emplear una aproximación de Taylor en cada una de ellas de forma que el error cometido se reduzca. Este efecto se puede apreciar de forma gráfica en la figura 4.2.

De forma general, cuando el sistema no es lineal aparece un error lejos del punto central del desarrollo de Taylor al emplear una aproximación de orden 1. Este efecto, tal y como se muestra en 4.2.a , limita el área de validez del mismo. La aproximación por tramos, 4.2.b, emplea varias series de Taylor para modelar el comportamiento de la función de interés en diferentes zonas de la misma. Para aplicarla, se debe utilizar la función  $T_i^1$  que mejor se ajusta en base al valor de  $\eta$  que estamos empleando.

Al diseñar los arrays de osciladores puede suceder que, aunque se tome como punto de operación una región de la admitancia con respuesta lineal respecto a los parámetros de control, en régimen sincronizado las soluciones de interés desplacen el punto de trabajo a una región no lineal, lo que provocaría que la aproximación inicial sobre la que se resuelve el circuito pierda validez. Además,

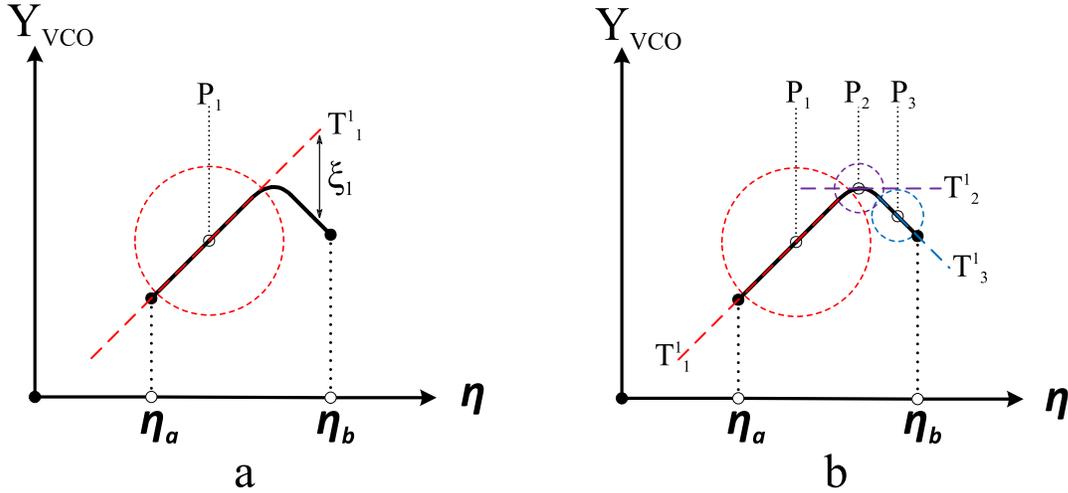


Figura 4.2: Aproximación mediante series de Taylor de una función: a mediante un solo punto, b a tramos mediante varios puntos.

aunque solo uno de los VCOs entrase en zona no lineal los errores en la solución se propagarían al resto del sistema, pues se verían afectados por la interdependencia de los valores al aproximar mal la respuesta de uno de ellos.

Aplicando la aproximación por tramos se puede modelar este efecto en las ecuaciones del sistema sin aumentar la complejidad de las mismas. Para ello se modela a los VCOs con un conjunto de funciones de Taylor en vez de con una misma aproximación para todos. Estas funciones estarán caracterizadas a partir de sus derivadas y punto de operación parametrizadas respecto a una variable de interés. Esto es equivalente a sustituir en el sistema de ecuaciones del array cada parámetro de los desarrollos en serie de Taylor por una función dependiente de la variable muestreada, por lo que el sistema pasa a expresarse según la ecuación 4.2.

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\delta Y}{\delta V}(\eta_i)(V_i - V_o(\eta_i)) + \frac{\delta Y}{\delta \omega}(\eta_i)(\omega_{iny} - \omega_o(\eta_i)) + \underbrace{\frac{\delta Y}{\delta \eta}(\eta_i)(\eta_i - \eta_i)}_{=0} + \\ & + I_{iny} \delta_g^i \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r}(\eta_i) \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \frac{\delta Y}{\delta I^i}(\eta_i) \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right) \} V_i e^{j\phi_i} + \sum_{k=1}^n y_{ik} V_k e^{j\phi_k} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (i = 1 \dots n) \quad (4.2)$$

Si se observa la ecuación 4.2, ahora cada oscilador del sistema tendrá sus propias derivadas y punto de operación que dependerá del valor \$\eta\_i\$ en la solución evaluada. Además, al centrar en todo momento el desarrollo de Taylor en el valor \$\eta\_i\$ empleado, el término asociado a este parámetro desaparece debido a que el factor en diferencia se anula siempre. En la práctica, lo que se ha hecho es trasladar la dependencia de la admitancia con el parámetro \$\eta\$ a las derivadas en vez de expresarla con un coeficiente propio. De este modo, la no linealidad en la respuesta, respecto a esta variable,

se expresa en las variaciones del resto de parámetros con  $\eta$ .

Al pasar el sistema a forma matricial este queda según se expresa en 4.3.

$$\begin{aligned} \bar{H}(\bar{V}, \bar{\eta}, \bar{\Phi}, \omega_{iny}, \overline{I_{iny}}) \Big|_{(nx1)} &= \left\{ \frac{\delta \bar{Y}}{\delta \bar{V}} \Delta \bar{V} + \frac{\delta \bar{Y}}{\delta \omega} \Delta \bar{\omega} + \bar{Y}_c + \right. \\ &\left. + I_{iny} \left( \frac{\delta \bar{Y}}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \frac{\delta \bar{Y}}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right) \bar{\delta} \right\} \bar{\Phi} \bar{V} = \bar{0} \end{aligned} \quad (4.3)$$

donde las derivadas ya no son constantes comunes a todos los elementos. Estas se pueden agrupar en matrices de la forma

$$\frac{\delta \bar{Y}}{\delta \bar{X}} \Big|_{(n \times n)} = \begin{bmatrix} \frac{\delta Y}{\delta X}(\eta_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{\delta Y}{\delta X}(\eta_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{\delta Y}{\delta X}(\eta_n) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

siendo, en 4.3, el resto de matrices formalmente idénticas a las calculadas en el capítulo 2, añadiendo la dependencia con  $\eta$  en  $\Delta \bar{V}$  y  $\Delta \bar{\omega}$ .

El sistema de la ecuación 4.3 se puede resolver mediante optimización actualizando, en cada iteración del proceso de cálculo, el valor de las variables correspondientes en función del valor propuesto para el parámetro  $\eta$  en cada oscilador.

La linealización a trozos es aplicable en la práctica a cualquier elemento del oscilador cuyo valor se pueda ajustar. Así, se podría disponer de un modelo funcional paramétrico de los *VCOs* si se generaliza el procedimiento empleándolo sobre otros parámetros tales como: resistencias, condensadores, longitudes de líneas, etc., lo que proporcionaría unos resultados más próximos a una simulación a nivel de componentes. Esto puede resultar útil si se desea emplear el mismo modelo para diferentes arrays ajustando los parámetros apropiados en cada caso o si se quiere introducir diferencias entre sus elementos para estudiar el efecto de las asimetrías, lo que resultaría en un sistema de ecuaciones equivalente al expuesto en la sección 4.3.

El principal inconveniente de realizar la aproximación a tramos radica en que hay que obtener las derivadas de los *VCOs* barriendo cada variable considerada de interés, lo que complica el modelo del mismo cuantos más elementos se quieran parametrizar, así como su tratamiento. Por todo esto, se debería tomar un compromiso entre flexibilidad de uso y complejidad del modelo. Por otro lado, cuenta con la ventaja de que se pueden aproximar respuestas complejas empleando únicamente funciones de Taylor de orden 1, siempre que el muestreo de las variables sea suficientemente fino. Esto permite el uso de la formulación tal y como se ha desarrollado sin necesidad de adaptar las expresiones.

En el apéndice A.5 también se han calculado las soluciones del circuito empleando series de Taylor a tramos en función de la tensión de varactor, además de las aproximaciones de orden 1 y 2.

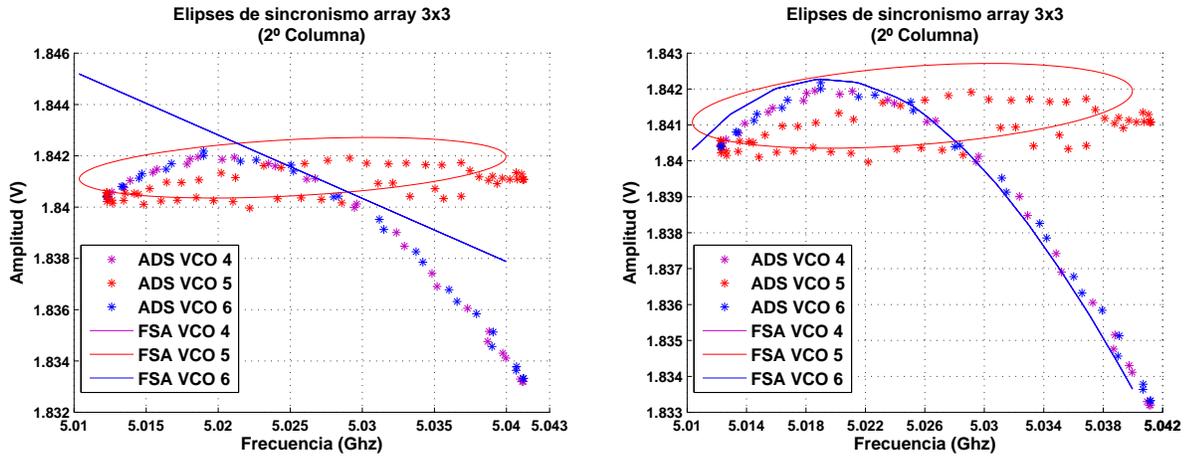


Figura 4.3: Elipses de sincronismo para los elementos de la columna central de una array de  $3 \times 3$  elementos calculadas empleando una aproximación de Taylor de orden 1 de un solo punto, izquierda, y a tramos en función de la tensión de varactor, derecha, Comparación con las soluciones obtenidas mediante balance armónico en *ADS*.

Para comparar se han representado las soluciones respecto a las que se obtienen con los desarrollos de orden 1 en la figura 4.3.

Al haber parametrizado la respuesta respecto a la tensión de varactor, la aproximación a tramos presenta el inconveniente de que pueden seguir apareciendo errores en las aproximaciones si la no linealidad es causada por otra variable, como la amplitud de la corriente de inyección. Sin embargo, la dependencia respecto a los parámetros de control se convierte en la principal fuente de error en los  $VCOs$  cuando operan en condiciones de acoplo débil, debido a que tan solo 1 de los osciladores en el array está inyectado.

### 4.3. Empleo de múltiples $VCOs$ base

Para simplificar el desarrollo de la formulación se ha considerado que todos los  $VCOs$  en el sistema son iguales, es decir, todos operan sobre el mismo punto de trabajo y se caracterizan empleando los mismos parámetros. En la práctica, los osciladores presentan diferencias en sus respuestas debido a los propios procesos de fabricación. Estas se trasladarán a los arrays cambiando las soluciones respecto a las que presentarían de ser todos idénticos. Por esto, una forma de aproximar mejor las soluciones mediante la formulación semianalítica, consiste en incluir las diferencias propias entre la respuesta de los distintos osciladores en el sistema.

Plantear la formulación considerando que los  $VCOs$  no son idénticos permitirá emplear una caracterización específica para cada elemento de los arrays. Además, también posibilitará estudiar el efecto que tiene en la respuesta de los arrays las diferencias existentes entre los osciladores.

Para contemplar en las ecuaciones del sistema el efecto que producen dichas diferencias entre los

$VCO$ s, tan solo hay que particularizar sus parámetros en el desarrollo de Taylor de las admitancias cuando estos son distintos entre sí, tal y como se ve en 4.5.

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ \frac{\delta Y}{\delta V} \Big|_i (V_i - V_o|_i) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} \Big|_i (\omega_{iny} - \omega_o|_i) + \frac{\delta Y}{\delta \eta} \Big|_i (\eta_i - \eta_o) + \right. \\ & \left. + I_{iny} \delta_g^i \left( \frac{\delta Y}{\delta I^r} \Big|_i \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \frac{\delta Y}{\delta I^i} \Big|_i \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right) \right\} V_i e^{j\phi_i} + \sum_{k=1}^n y_{ik} V_k e^{j\phi_k} = 0 \end{aligned} \right\} (i = 1 \dots n) \quad (4.5)$$

donde las derivadas y los valores del punto de operación, excepto  $\eta_o$  que al ser una variable de control se puede ajustar, se definen para cada  $i$ -ésimo elemento del array asociando cada derivada  $\frac{\delta Y_i}{\delta X}$  a un  $VCO$  específico, además de a la variable sobre la que se deriva. De esta forma, el sistema en forma matricial queda

$$\begin{aligned} \bar{H}(\bar{V}, \bar{\eta}, \bar{\Phi}, \omega_{iny}, \bar{I}_{iny}) \Big|_{(nx1)} &= \left\{ \frac{\delta \bar{Y}}{\delta V} \Delta \bar{V} + \frac{\delta \bar{Y}}{\delta \omega} \Delta \bar{\omega} + \frac{\delta \bar{Y}}{\delta \eta} \Delta \bar{\eta} + \bar{Y}_c + \right. \\ & \left. + I_{iny} \left( \frac{\delta \bar{Y}}{\delta I^r} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \frac{\delta \bar{Y}}{\delta I^i} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right) \delta \right\} \bar{\Phi} \bar{V} = \bar{0} \end{aligned} \quad (4.6)$$

en donde se puede ver que las derivadas ya no son tratadas como constantes comunes a todos los elementos, agrupándose en matrices de la forma

$$\frac{\delta \bar{Y}}{\delta X} \Big|_{(n \times n)} = \begin{bmatrix} \frac{\delta Y}{\delta X} \Big|_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\delta Y}{\delta X} \Big|_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{\delta Y}{\delta X} \Big|_n \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

siendo el resto de matrices de la misma forma que las calculadas en el capítulo 2, ajustando los términos de las matrices  $\Delta \bar{V}$  y  $\Delta \bar{\omega}$  para cada oscilador del array.

La particularización de los desarrollos de Taylor para cada  $VCO$  del sistema permite evaluar el efecto que tendría las diferencias en la respuesta entre ellos sobre las soluciones. También abre la posibilidad a poder realizar el diseño de arrays formados por osciladores con diferentes topologías. Si bien es cierto que el empleo de osciladores idénticos obedece al deseo de maximizar el ancho de banda de sincronismo disponible, un array con osciladores distintos, podría resultar de interés con objeto de mejorar otros parámetros del sistema como, por ejemplo, la respuesta de ruido. Así, se podría intentar combinar osciladores con distintas características de ruido para conseguir un sistema con mejores prestaciones a un coste menor.

A modo de ejemplo, en el apéndice A.6, se ha obtenido las curvas que se muestran en la figura 4.4. Estas se corresponden con las tensiones de salida de un array lineal de 3 elementos en el que uno de los osciladores presenta una respuesta distinta al resto.

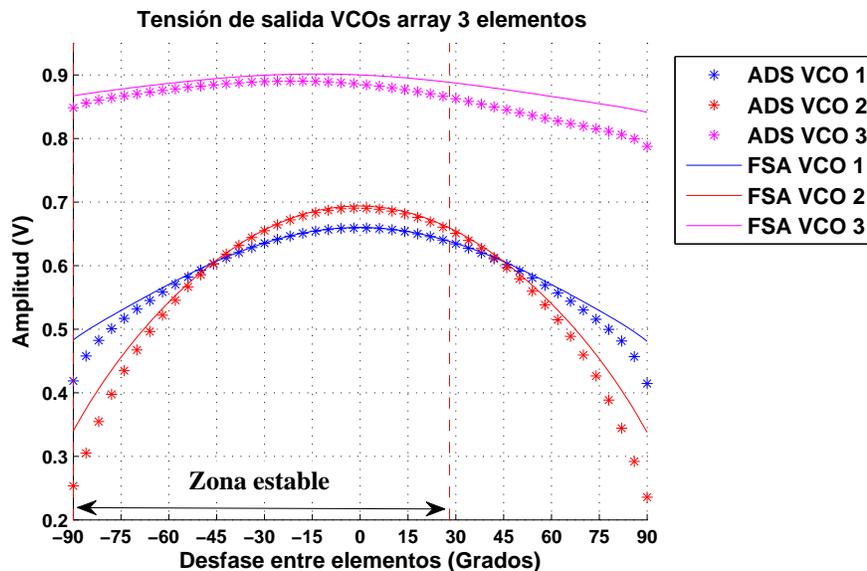


Figura 4.4: Amplitudes de las tensiones de salida de los *VCOs* para un array lineal de 3 elementos en el que se uno de ellos es diferente al resto. En la gráfica se puede comprobar cómo se ve afectado el rango de soluciones estables a causa de la asimetría. Comparación con las soluciones obtenidas mediante balance armónico en *ADS*.

En este ejemplo, además de los cambios evidentes en las tensiones de salida, se puede ver como la asimetría producida por las diferencias entre los *VCOs* también afecta al rango de soluciones estables en circuito, lo que podría resultar perjudicial para una aplicación práctica. De esta forma, disponer de la posibilidad de resolver los circuitos caracterizando la respuesta de cada uno de los elementos que los componen de forma independiente permitiría prever posibles problemas que puedan surgir en su implementación.

#### 4.4. Redes de acoplo con cuadripolos distintos

Al igual que en el caso de los osciladores, los cuadripolos que forman la red de acoplo pueden presentar respuestas diferentes entre sí, lo que se traduciría en variaciones en el comportamiento global del sistema. Por otro lado, también puede ser de interés la posibilidad de plantear arrays donde las uniones entre los elementos que los forman estén implementadas mediante distintas redes, lo que incrementaría notablemente el abanico de posibilidades a la hora de afrontar un diseño.

Por todo esto, al plantear la simulación de los arrays, también resulta de interés disponer de métodos que permitan resolver redes de acoplo formadas por cuadripolos que no sean idénticos de forma rápida.

Si se observa la estructura de las expresiones de la formulación semianalítica, se puede ver que los cambios en la configuración de la red de acoplo se traducen en modificaciones sobre los valores

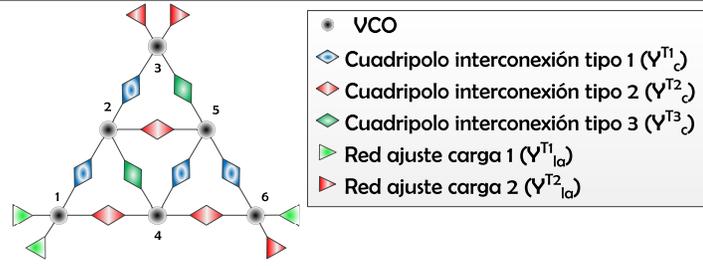


Figura 4.5: Array bidimensional triangular de 6 elementos construido con tres tipos de cuadripolos y dos tipos de monopulos.

de los parámetros  $Y$  sin alterar el análisis global. Por esta razón, de la misma forma que cambiar la topología del array no afecta al desarrollo de la formulación, modificar entre sí la estructura de los cuadripolos tampoco. De este modo, el problema se traslada al cálculo de la matriz de parámetros de la red de acoplo.

Por todo ello, se propone una modificación en uno de los algoritmos propuestos para resolver el problema del empleo de cuadripolos distintos. Concretamente en el algoritmo basado en la matriz de conexiones. Mediante esta modificación se podrá contemplar este problema, sin que ello suponga un incremento excesivo en el coste computacional al resolver la caracterización de la red de acoplo.

La modificación consiste en la inclusión de la información referente a los distintos cuadripolos en la propia matriz de conexiones de forma que, además de las uniones, se indique en la misma el cuadripolo empleado en cada puerto. Para ello se pueden indexar los diferentes tipos de cuadripolos con diferentes valores y señalarlo en las posiciones apropiadas en la matriz.

Para ilustrar el procedimiento se desarrollará un ejemplo sobre un array triangular

En la figura 4.5 se muestra una red triangular implementada con diferentes tipos de monopulos y cuadripolos. Además, para este ejemplo, se asumirá que la orientación es la misma en todos.

Esto se hace así para que todos los términos por encima de la diagonal principal se correspondan siempre con el parámetro  $y_{12}$  de su correspondiente cuadripolo, contribuyendo al término de reflexión con el valor de  $y_{11}$ , resultando al revés por debajo de la diagonal.

Así, la matriz de conexiones del array de la figura 4.5 se puede escribir

$$\bar{C}_{gl}|_{(6 \times 6)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

donde, en 4.8, se ha indicado con un índice diferente cada tipo de cuadripolo en las posiciones de las distintas conexiones de la red de la figura 4.5. Como también se pueden emplear diferente tipo y número de monopolos en los puertos de la red, para dar más generalidad, se puede almacenar en una segunda estructura los monopolos conectados a cada elemento del array. Esta podría tener la expresión de la ecuación 4.9.

$$\bar{M}_{gl} \Big|_{(6 \times 2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 2 & 2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Con 4.8 y 4.9 se puede construir la matriz de parámetros  $Y$ . Para ello, tan solo hay que seguir el procedimiento que se ha aplicado al desarrollar el método en el capítulo 3, particularizando los parámetros  $Y$  de cada cuadripolo en las posiciones oportunas.

La matriz de parámetros quedaría entonces

$$\bar{Y}_{gl} \Big|_{(6 \times 6)} = \begin{pmatrix} (y_{11}^{T1} + y_{11}^{T2} + 2y_{1a}^{T1}) & y_{12}^{T1} & 0 \\ y_{21}^{T1} & (y_{11}^{T1} + y_{11}^{T2} + y_{11}^{T3} + y_{22}^{T1}) & y_{12}^{T1} \\ 0 & y_{21}^{T1} & (y_{11}^{T3} + y_{22}^{T1} + 2y_{1a}^{T2}) \\ y_{21}^{T2} & y_{21}^{T3} & 0 \\ 0 & y_{21}^{T2} & y_{21}^{T3} \\ 0 & 0 & 0 \\ y_{12}^{T2} & 0 & 0 \\ y_{12}^{T3} & y_{12}^{T2} & 0 \\ 0 & y_{12}^{T3} & 0 \\ (y_{11}^{T1} + y_{11}^{T2} + y_{22}^{T2} + y_{22}^{T3}) & y_{12}^{T1} & y_{12}^{T2} \\ y_{21}^{T1} & (y_{11}^{T1} + y_{22}^{T1} + y_{22}^{T2} + y_{22}^{T3}) & y_{12}^{T1} \\ y_{21}^{T2} & y_{21}^{T1} & (y_{22}^{T1} + y_{22}^{T2} + y_{1a}^{T1} + y_{1a}^{T2}) \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Aunque, por simplicidad, se ha considerado que todos los cuadripolos están orientados siguiendo el mismo criterio, también se puede resolver aquellos casos en los que hubiese redes no simétricas en el array con orientaciones diferentes. Así, si el puerto  $P1$  está conectado al elemento de índice  $n < m$  en algunos casos y al revés en otros para un mismo cuadripolo, se puede definir cada orientación como un tipo de red diferente. Esto se consigue identificando en la matriz de conexiones la orientación

$P1-P2$  con un índice y la  $P2-P1$  con otro y empleando, tras corregir según la orientación, la misma matriz de parámetros en ambos casos. Esto es lo que se ha hecho en el ejemplo del apéndice A.7 donde, además de diseñar una red de acoplo con diferentes cuadripolos, uno de los tipos empleados para conectar a los  $VCOs$  no es simétrico.

Por lo tanto, este método permite obtener los parámetros  $Y$  de, prácticamente, cualquier topología. Esto es gracias a que se puede definir tanto las conexiones en el sistema como los distintos elementos que lo forman.

## 4.5. Ajuste de la respuesta de los $VCOs$ al nivel de carga total equivalente

Al resolver los arrays se ha modelado el comportamiento de los osciladores estando aislados y sobre una carga  $R_L$ , normalmente de  $50 \Omega$ . Para que este modelo sea válido es necesario que la respuesta de los  $VCOs$  en el sistema no se vea alterada de forma significativa como consecuencia de la influencia del resto de elementos del mismo. Hasta ahora, para garantizar que el comportamiento de los osciladores en los arrays se corresponde con el que presentan de forma aislada se ha impuesto la condición de acoplo débil, lo que implica que las corrientes de sincronismo que afectan a cada elemento del sistema deben ser pequeñas.

Sin embargo, el hecho de limitar la amplitud de las corrientes de sincronismo, no garantiza que el comportamiento de los osciladores en el array se ajuste al que estos presentan al operar aislados sobre una carga de valor  $R_L$ . Esto se debe a que la red de acoplo puede introducir cambios en los valores totales de carga en función de los parámetros  $Y$  de los cuadripolos de interconexión, alterando la respuesta de los  $VCOs$ .

Para poder entender el efecto que la red de acoplo tiene sobre la respuesta del circuito y como afectan los distintos parámetros a esta, se va a presentar un esquema alternativo del sistema al empleado hasta ahora. Esta representación permitirá determinar con una mayor facilidad las condiciones en las que operan los osciladores, lo que posibilitará el ajustar la aproximación de Taylor para mejorar la precisión de las soluciones.

En este análisis el array se modelará según el esquema mostrado en la figura 4.6 que, como se podrá comprobar, es equivalente a la empleada en el capítulo 2. Para la construcción de este esquema se ha empleado el equivalente Norton en cada uno de los osciladores del array, de tal forma que en él se equipara a los arrays de osciladores acoplados con un conjunto de  $n$   $VCOs$  independientes inyectados por  $n$  fuentes de corrientes sincronizadas.

La representación del sistema de la figura 4.6 es útil por dos razones. Por un lado, permite aislar a los  $VCOs$  unos de otros si se trata a las fuentes equivalentes de Norton como generadores externos. Por otro lado, posibilita el conocer cuáles son las condiciones de trabajo reales sobre las que opera cada oscilador al poder determinar la impedancia de carga así como las corrientes de inyección de

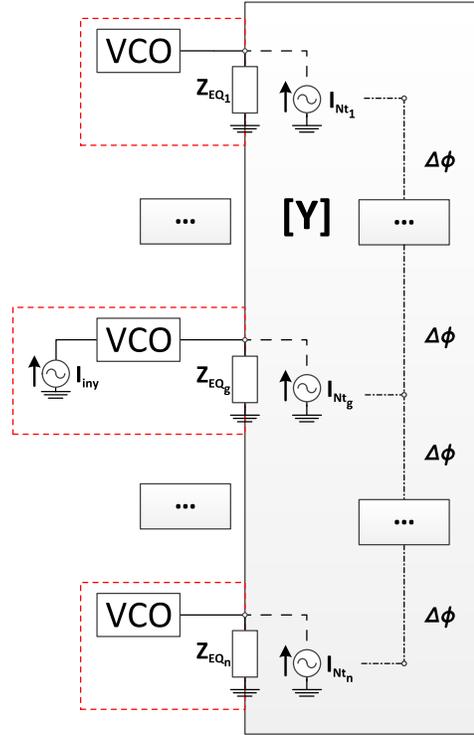


Figura 4.6: Esquema general alternativo para el análisis de un array de osciladores empleando una caracterización a partir de la aplicación del equivalente Norton.

cada uno de ellos.

En el circuito de la figura 4.6 las fuentes de corriente que inyectan a cada oscilador dependerán de las tensiones de salida de los demás  $VCOs$ , así como de los parámetros  $Y$  de la red de acoplo. También se puede apreciar como las impedancias equivalentes de carga se han situado entre el oscilador y la red de acoplo. Esta representación pretende dar idea de que dichas  $Z_{EQ_i}$  dependen tanto de los parámetros  $Y$  de la red de acoplo como de las cargas  $Y_L$  de los  $VCOs$  asociadas al array de antenas, tal y como se ha señalado en el capítulo 2.

Para comprobar la equivalencia entre esta representación y el esquema original, se puede obtener de forma sencilla la expresión del sistema de ecuaciones del array a partir del cálculo de los equivalentes de Norton.

A partir del esquema propuesto en 4.6, para cada  $VCO$ , se cumple

$$(Y_{VCO_i} + Y_{EQ_i}) V_i - I_{Nt_i} = 0 \quad (i = 1 \dots n) \quad (4.11)$$

ecuación que se corresponde con el análisis de un oscilador inyectado [7, 10, 11] y que resulta de la suma total de las corrientes en el único nodo de los  $n$  subsistemas. Esta, por la ley de Kirchoff, debe valer cero. Para obtener los valores de las admitancias  $Y_{EQ_i}$  y las corrientes  $I_{Nt_i}$  se aplica el método de cálculo del equivalente de Norton a cada  $VCO$  del array.

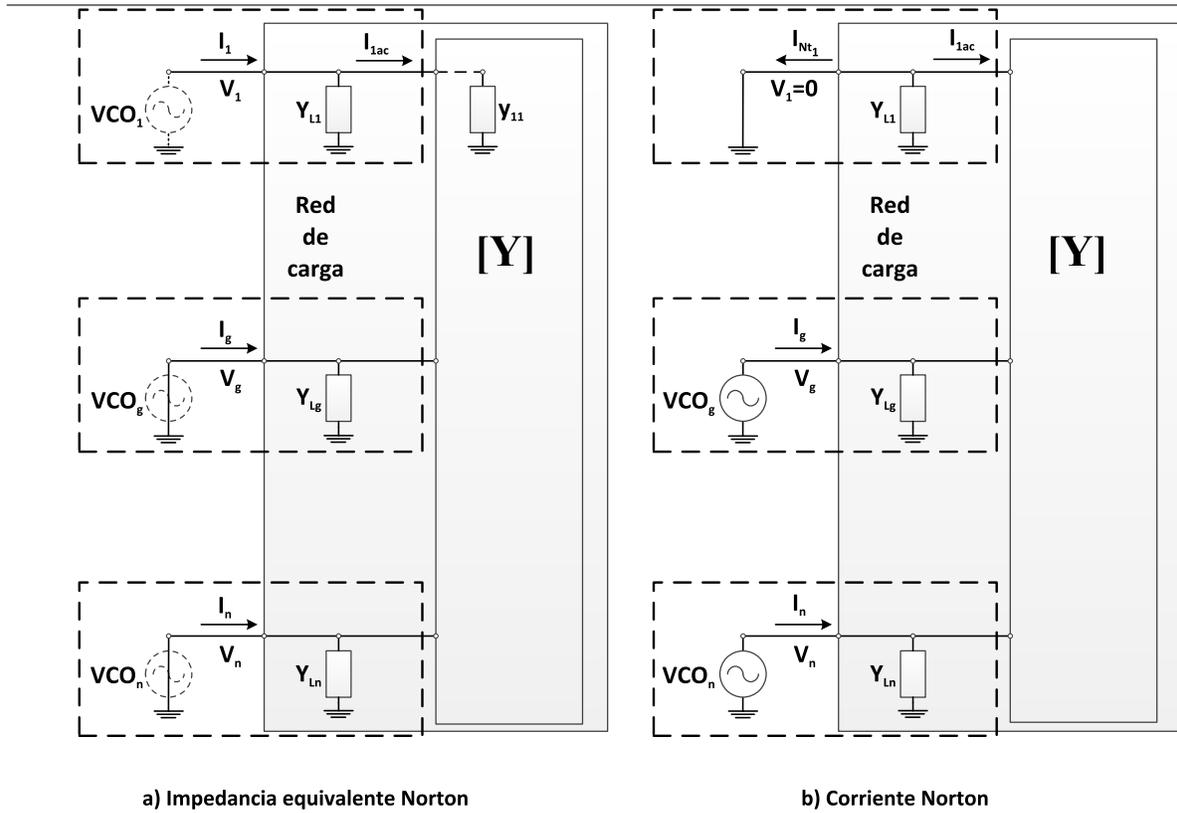


Figura 4.7: Cálculo de la resistencia equivalente, *a*, y de la corriente de Norton, *b*, para el primer VCO de un array de osciladores acoplados.

En 4.7 se ha representado de forma gráfica el proceso de cálculo para la obtención del equivalente de Norton en el primer VCO del array a modo de ejemplo.

Para el cálculo de la impedancia, 4.7.a, se ha considerado que los VCOs son fuentes de tensión independientes por lo que se han anulado, sustituyéndolas por cortocircuitos, salvo aquella conectada al nodo sobre el que se quiere calcular. Al estar en paralelo las cargas  $Y_{L_i}$  no afectan al análisis salvo la del oscilador evaluado. La impedancia equivalente se puede obtener para el primer VCO como

$$Z_{EQ_1} = (I_1/V_1)^{-1} = (Y_{L_1} + I_{1ac}/V_1)^{-1} \quad (4.12)$$

donde, la relación,  $I_{1ac}/V_1$  cuando el resto de los puertos de la red de acoplo están cortocircuitados, por definición, coincide con el valor del parámetro  $y_{11}$ . Quedando la ecuación 4.12 expresada según 4.13, tras extenderlo a todos los VCOs del sistema.

$$Z_{EQ_i} = (Y_{L_i} + y_{ii})^{-1} \quad (i = 1 \dots n) \quad (4.13)$$

Por otro lado, en 4.7.b se ha cortocircuitado el nodo de interés para el cálculo de la corriente de Norton. Una vez más, se considerarán el resto de osciladores como fuentes independientes de tensión.

La corriente  $I_{Nt_1}$  coincide con  $-I_{1ac}$ , ya que  $Y_{L_1}$  está en paralelo con un cortocircuito, y se puede obtener a partir de la expresión de los parámetros  $Y$  de la red de acoplo y las tensiones de salida del resto de VCOs tomando  $V_1 = 0$ .

$$I_{Nt_1} = -I_{1ac} = -\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 1}}^n V_k y_{1k} \quad (4.14)$$

que, generalizando 4.14, para cada VCO del sistema se puede poner

$$I_{Nt_i} = -\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_k y_{ik} \quad (i = 1 \dots n) \quad (4.15)$$

sustituyendo 4.13 y 4.15 en 4.11

$$\begin{aligned} (Y_{VCO_i} + Y_{L_i} + y_{ii}) V_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_k y_{ik} = \\ = (Y_{VCO_i} + Y_{L_i}) V_i + \sum_{k=1}^n V_k y_{ik} = 0 \quad (i = 1 \dots n) \end{aligned} \quad (4.16)$$

donde 4.16 es la ecuación del array sobre la que se ha desarrollado toda la formulación semianalítica. Esto confirma que el esquema de la figura 4.6 es equivalente al empleado hasta ahora. A partir de este punto habría que aproximar la admitancia  $Y_{VCO_i} + Y_{L_i}$  mediante un desarrollo en serie de Taylor para poder calcular las soluciones de interés empleando métodos de optimización.

Si se analizan las expresiones obtenidas del equivalente Norton, se puede determinar la influencia que cada uno de los parámetros del circuito tiene sobre la respuesta de los osciladores en el array. Esta información será de utilidad para entender la dinámica del sistema, lo que facilitará el proceso de diseño al permitir identificar los elementos sobre los que se debe actuar para obtener las respuestas deseadas.

Las corrientes del equivalente Norton están directamente asociadas al nivel de acoplo, ya que se corresponden con las corrientes de inyección que afectan a cada oscilador del array. Si se analiza su expresión, ecuación 4.15, para determinar los parámetros que influyen en estas se puede ver que dependen tanto de los parámetros de transmisión de la red de acoplo, coeficientes  $y_{ik}$  ( $i \neq k$ ), como de las tensiones de salida de los VCOs.

La dependencia con los parámetros  $Y$  está asociada tanto al valor de estos, pues la corriente equivalente varía de forma proporcional, como a la cantidad de coeficientes no nulos en la matriz. Estos, como se ha visto al analizar las redes de acoplo propuestas en el capítulo 3, son igual al número de conexiones directas en cada oscilador, de forma que las corrientes de sincronismo resultantes serán mayores cuantas más conexiones tengan los elementos en el array.

Por otro lado, las tensiones de la expresión 4.15 son variables complejas, por lo que las relaciones de fases entre estas afectarán al resultado. Debido a esto, para cada solución se producirán corrientes de sincronismo diferentes en cada oscilador, las cuales dependerán de las distribuciones de fases en los nodos del array.

El análisis de la expresión de la impedancia equivalente de Norton, ecuación 4.13, ayudará a determinar como la red de acoplo puede afectar al comportamiento de los osciladores al modificar la impedancia de carga sobre la que operan.

Por simplicidad, se considerará que todas las  $Y_{L_i}$  son constantes idénticas y de valor  $Y_L$ . Además, como ya se ha comentado en el capítulo 3, resulta de interés que los coeficientes  $y_{ii}$  sean iguales en la red de acoplo para garantizar que todos los osciladores operan sobre el mismo punto de trabajo. Así, si se cumple  $y_{ii} = y_r(\omega)$  ( $i = 1 \dots n$ ), se puede expresar la admitancia equivalente de Norton de la ecuación 4.13 según

$$Z_{EQ_i} = Z_{EQ} = (Y_L + y_r(\omega))^{-1} \quad (i = 1 \dots n) \quad (4.17)$$

por lo que las  $Z_{EQ_i}$  ya no tienen un valor constante sino que son función de la frecuencia a través de su dependencia con los parámetros  $Y$  de la red de acoplo, como se puede comprobar en 4.17. Esto provocará que la impedancia de carga sobre la que operan los osciladores se pueda ver afectada por los desplazamientos en frecuencia de las soluciones.

Para que el modelo de los osciladores obtenido mediante series de Taylor, actuando sobre una carga  $Z_L = 50 \Omega$ , sea válido se debe cumplir  $y_r(\omega) \ll Y_L$ , lo que se traduce en que el valor de  $Z_{EQ}$  resulta próximo a  $Y_L^{-1} = Z_L$  y, de esta forma, la aproximación del desarrollo en serie se ajusta al comportamiento que los *VCOs* tendrán en el array.

Por otra parte, si la admitancia  $y_r(\omega)$  es comparable en valor a  $Y_L$  el paralelo resultante es una impedancia menor que la carga de referencia  $Z_L$ . Esto provocará que la respuesta de los *VCOs* se vea modificada por el efecto que la red de acoplo tiene sobre la carga que estos ven. Como consecuencia, debido al cambio en los valores de las derivadas y el punto de operación, la aproximación mediante desarrollos en serie calculados sobre una carga  $Z_L$  ya no se ajustará al comportamiento. Para que la función de Taylor se corresponda con la respuesta de los circuitos, se debe modelar al *VCO* aislado sobre una carga de valor  $Z_{EQ} = Y_{EQ}^{-1}$ , que es la que ven los osciladores al conectarse al array.

Así, para modelar la respuesta de los *VCOs* en los arrays cuando operan sobre una impedancia equivalente de Norton distinta de  $Z_L$ , se obtendrán las derivadas en el oscilador aislado cargado con dicha impedancia tal y como se muestra en la figura 4.8.

Para simplificar el análisis, se puede eliminar el efecto de las variaciones en  $\omega$ , fijando la parte de la admitancia correspondiente a la red de acoplo al valor que esta presenta a la frecuencia de libre oscilación. Esto resulta en que la admitancia equivalente de Norton se aproxima según la expresión 4.18 en vez de 4.17

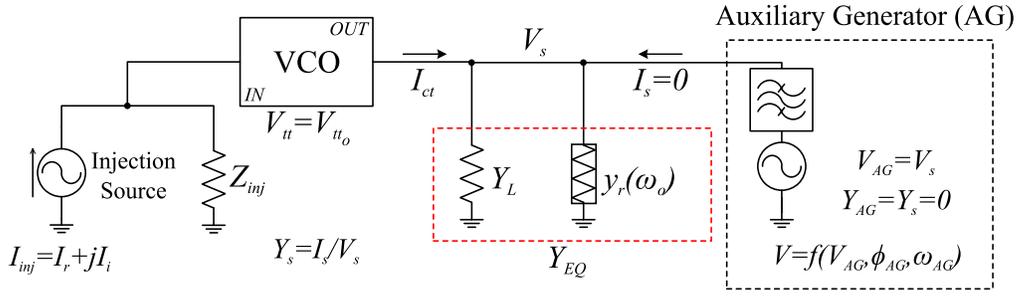


Figura 4.8: Esquema de cálculo de las derivadas con la sonda de medida para la simulación de arrays cuando la impedancia de carga equivalente de Norton es distinta de  $Z_L$ .

$$Z_{EQ} \approx (Y_L + y_r(\omega_o))^{-1} \quad (4.18)$$

En aquellos casos en los que no se pueda aplicar la expresión 4.18, sucederá que la carga que ven los osciladores cambiará de valor modificando la respuesta de estos al desplazarse el valor de  $\omega$  en las soluciones de interés, debido a la dependencia en frecuencia de  $Z_{EQ}$ . Este efecto se puede modelar de múltiples formas como, por ejemplo, muestreando la respuesta de los osciladores en diferentes niveles de carga. Esto permitiría ajustar las derivadas en función de la frecuencia de las soluciones en el proceso de resolución de los sistemas, incluyendo en el modelo de los VCOs el efecto de los cambios en  $Z_{EQ}$  de la misma forma que se ha hecho con el parámetro de control en la sección 4.2.

Por simplicidad, se ha considerado para el desarrollo de este análisis que la red de acoplo empleada posee unos parámetros  $y_{ii}$  cuyas variaciones respecto al valor en  $\omega_o$  son pequeñas, lo que garantiza que la aproximación de la ecuación 4.18 es suficientemente buena aunque la frecuencia de las soluciones en los arrays se desplace.

Así, se puede plantear el desarrollo de Taylor de las admitancias implicadas en la figura 4.8 alrededor del punto de libre oscilación según

$$\begin{aligned} (Y_{VCO} + Y_L + y_r(\omega_o)) &\approx \left. \frac{\delta Y}{\delta V} \right|_{Z_{EQ}} (V_g - V_o|_{Z_{EQ}}) + \left. \frac{\delta Y}{\delta \omega} \right|_{Z_{EQ}} (\omega_{iny} - \omega_o|_{Z_{EQ}}) + \left. \frac{\delta Y}{\delta \eta} \right|_{Z_{EQ}} (\eta_g - \eta_o) + \\ &+ I_{iny} \left( \left. \frac{\delta Y}{\delta I^r} \right|_{Z_{EQ}} \cos(\phi_{iny} - \phi_g) + \left. \frac{\delta Y}{\delta I^i} \right|_{Z_{EQ}} \sin(\phi_{iny} - \phi_g) \right) \end{aligned} \quad (4.19)$$

en donde las derivadas y el punto de operación están directamente asociadas al valor de  $Z_{EQ}$ . El valor  $\eta_o$ , al ser un parámetro de control, se puede ajustar por lo que no depende de la impedancia de carga.

Si se observa la expresión 4.19, la aproximación modela el comportamiento del conjunto de admitancias,  $Y_{VCO}$ ,  $Y_L$  e  $y_r$  presentes en el circuito de la figura 4.8 pero, en la expresión 4.16 del array, se desea modelar tan solo el término  $Y_{VCO} + Y_L$ . Para ello se ajusta el desarrollo en serie de

Taylor despejando dicho término directamente en 4.19

$$\begin{aligned}
 (Y_{VCO} + Y_L) \approx & -y_r(\omega_o) + \left. \frac{\delta Y}{\delta V} \right|_{Z_{EQ}} (V_g - V_o|_{Z_{EQ}}) + \left. \frac{\delta Y}{\delta \omega} \right|_{Z_{EQ}} (\omega_{iny} - \omega_o|_{Z_{EQ}}) + \left. \frac{\delta Y}{\delta \eta} \right|_{Z_{EQ}} (\eta_g - \eta_o) + \\
 & + I_{iny} \left( \left. \frac{\delta Y}{\delta I^r} \right|_{Z_{EQ}} \cos(\phi_{iny} - \phi_g) + \left. \frac{\delta Y}{\delta I^i} \right|_{Z_{EQ}} \sin(\phi_{iny} - \phi_g) \right)
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Por lo tanto, para ajustar los cambios en la impedancia de carga equivalente, se puede expresar el sistema de ecuaciones del array según

$$\left. \begin{aligned}
 & \left\{ -y_r(\omega_o) + \left. \frac{\delta Y}{\delta V} \right|_{Z_{EQ}} (V_i - V_o|_{Z_{EQ}}) + \left. \frac{\delta Y}{\delta \omega} \right|_{Z_{EQ}} (\omega_{iny} - \omega_o|_{Z_{EQ}}) + \left. \frac{\delta Y}{\delta \eta} \right|_{Z_{EQ}} (\eta_i - \eta_o) + \right. \\
 & \left. + I_{iny} \delta_g^i \left( \left. \frac{\delta Y}{\delta I^r} \right|_{Z_{EQ}} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \left. \frac{\delta Y}{\delta I^i} \right|_{Z_{EQ}} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right) \right\} V_i e^{j\phi_i} + \sum_{k=1}^n y_{ik} V_k e^{j\phi_k} = 0
 \end{aligned} \right\} (i = 1 \dots n) \tag{4.21}$$

que se puede escribir según 4.22 de forma matricial.

$$\begin{aligned}
 \bar{H}(\bar{V}, \bar{\eta}, \bar{\Phi}, \omega_{iny}, \bar{I}_{iny})|_{(nx1)} = & \left\{ -y_r(\omega_o) \bar{I}(n) + \left. \frac{\delta Y}{\delta V} \right|_{Z_{EQ}} \Delta \bar{V} + \left. \frac{\delta Y}{\delta \omega} \right|_{Z_{EQ}} \Delta \bar{\omega} + \left. \frac{\delta Y}{\delta \eta} \right|_{Z_{EQ}} \Delta \bar{\eta} + \bar{Y}_C \right\} \bar{\Phi} \bar{V} + \\
 & + I_{iny} \left( \left. \frac{\delta I}{\delta I^r} \right|_{Z_{EQ}} \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \left. \frac{\delta I}{\delta I^i} \right|_{Z_{EQ}} \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right) \bar{\delta} = \bar{0}
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

A partir de 4.21 o 4.22 se puede obtener las tensiones de salida, frecuencia y valores de control mediante optimización, de la misma forma que en el análisis de las soluciones estacionarias presentado en el capítulo 2.

Para ver el efecto del ajuste en los desarrollos de Taylor según el nivel de carga, en el ejemplo del apéndice A.7, se han calculado las soluciones para un array de  $3 \times 3$  en el que la red de acoplo reduce la impedancia de carga de los  $VCOs$  a  $30 \Omega$ .

En este circuito, para poder obtener los valores de las variables, ha sido necesario calcular las derivadas de la admitancia de los osciladores sobre el valor de la impedancia equivalente de Norton, de  $30 \Omega$ , y ajustar el desarrollo de Taylor en las expresiones del sistema con el término  $-y_r(\omega_o) = -1/75 \Omega^{-1}$ .

Por último, hay que señalar que la aproximación de la expresión 4.19 se ha obtenido sobre el punto de libre oscilación. Esto implica suponer que las corrientes equivalentes de Norton se siguen considerando de pequeña amplitud. Si esto no se cumple y la contribución de los  $VCOs$  resulta en valores de potencia relativamente altos, para osciladores cuya respuesta no es lineal, podría suceder

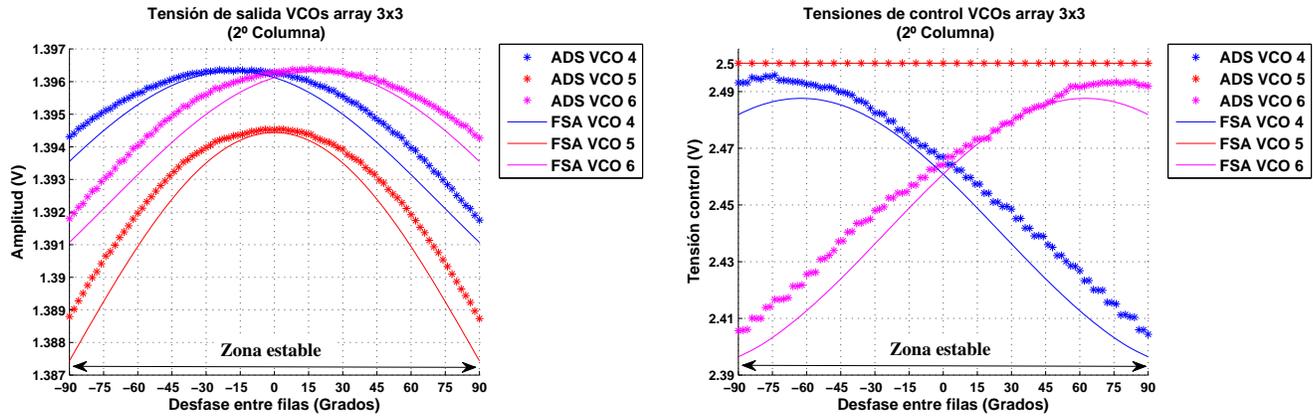


Figura 4.9: Tensiones de salida, izquierda, y de control de varactor, derecha, para los elementos de la columna central de un array bidimensional de  $3 \times 3$  osciladores cargados con una impedancia equivalente de Norton de  $30 \Omega$ . Comparación con la solución obtenida mediante balance armónico en el ADS.

que se pierda precisión en la aproximación al alejarse del punto de trabajo empleado en el desarrollo en serie de Taylor, esta vez a causa de las corrientes de sincronismo.

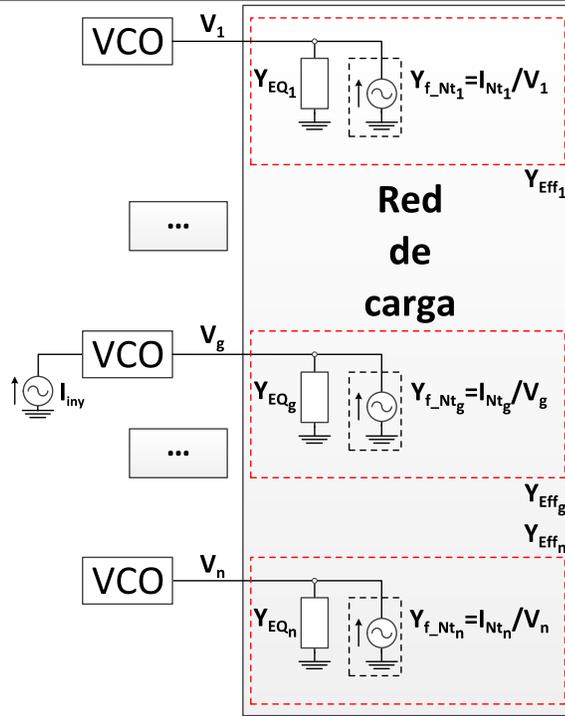
## 4.6. Aumento del nivel de acoplo

Tradicionalmente, debido al comportamiento no lineal de los osciladores, se ha procurado en el diseño de arrays que estos presenten un nivel de acoplo bajo pues así su análisis resulta más sencillo [12–14].

Además, el incremento de las corrientes, normalmente, distorsiona el comportamiento de los circuitos al aproximar la respuesta de los VCOs en la formulación semianalítica, invalidando la aproximación de Taylor de los mismos. Por esta razón se ha limitado su aplicación a aquellos circuitos que presenten un nivel de acoplo débil.

A partir del esquema del sistema en base al equivalente de Norton de la figura 4.6 se puede comprobar que, en la práctica, la influencia del resto de elementos se traduce en una corriente de inyección para cada oscilador que, junto al resto, fuerza la sincronización de todo el array. A partir de esta figura, resulta evidente entender que estas corrientes de sincronismo tienen el mismo efecto en el cálculo de las soluciones que las empleadas en los generadores externos para controlar al sistema, alterando la respuesta de los osciladores al aumentar su amplitud [7]. Aunque, con la diferencia de que dependen de múltiples factores propios del sistema tales como las tensiones de salida, los parámetros de la red de acoplo, el número de conexiones de cada elemento, etc.

Sin embargo, el poder aumentar el nivel de acoplo en los arrays podría resultar interesante en algunos casos ya que, en estas condiciones, los márgenes de sincronismo son mayores aunque para ello se sacrifique parte de la potencia de salida de los VCOs en la red de acoplo.



*Figura 4.10:* Esquema general alternativo para el análisis de un array de osciladores empleando una caracterización a partir de la aplicación del equivalente Norton en condiciones de acoplo fuerte. En este se considera a las fuentes de corrientes equivalentes como admitancias.

Por todo esto, para poder obtener una aproximación válida del comportamiento de los arrays en condiciones de acoplo fuerte, se propone el realizar una modificación al modelo de los *VCOs* que permitirá el cálculo de las soluciones en los arrays.

Para el desarrollo de esta variante se parte del esquema de la figura 4.6 en base al equivalente de Norton, ya que este permite tratar a los osciladores de forma independiente. A partir de este se puede obtener un nuevo sistema equivalente si se trata a las fuentes de corrientes como admitancias tal y como se muestra en la figura 4.10

Tal y como se puede apreciar en 4.10 la admitancia de las fuentes equivalentes pasa a valer

$$Y_{f\_Nt_i} = \frac{I_{Nt_i}}{V_i} \quad (i = 1 \dots n) \quad (4.23)$$

donde las corrientes  $I_{Nt_i}$  se corresponden con las resultante del análisis con el equivalente Norton, ecuación 4.15, y dependen de las tensiones de salida de los *VCOs* y los parámetros  $Y$  de la red de acoplo. De esta forma se modela el efecto de las corrientes de sincronismo como variaciones de la admitancia de carga de los osciladores.

Así, a partir de la expresión 4.23 junto a la ecuación 4.13 de la admitancia equivalente de Norton, se puede obtener el valor de la admitancia efectiva total que afectan a los *VCOs* según

$$Y_{Eff_i} = Y_{EQ_i} + Y_{f\_Nt_i} \quad (i = 1 \cdots n) \quad (4.24)$$

Quedando el array de osciladores equiparado a un conjunto de  $n$  *VCOs* independientes operando a la misma frecuencia de oscilación.

En este sistema se puede obtener las soluciones en el array, independientemente del nivel de acoplo, si se modela el comportamiento de los osciladores en régimen libre sobre una admitancia de valor  $Y_{Eff_i}$  para los distintos valores de los parámetros de control fijados en el mismo.

Por lo tanto, a partir de la figura 4.10, se puede reescribir la expresión del sistema de ecuaciones del array como

$$Y_{VCO_i} + Y_{Eff_i} = 0 \quad (i = 1 \cdots n) \quad (4.25)$$

Qué, si se desarrollan los términos  $(Y_{VCO_i} + Y_{Eff_i})$  correspondientes a los osciladores con su admitancia de carga mediante un desarrollo en serie de Taylor queda

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\delta Y}{\delta V} (Y_{Eff_i}, \eta_i) (V_i - V_o (Y_{Eff_i}, \eta_i)) + \frac{\delta Y}{\delta \omega} (Y_{Eff_i}, \eta_i) (\omega_{iny} - \omega_o (Y_{Eff_i}, \eta_i)) + \\ & + I_{iny} \delta_g^i \left( \frac{\delta Y}{\delta I_r} (Y_{Eff_i}, \eta_i) \cos(\phi_{iny} - \phi_i) + \frac{\delta Y}{\delta I_i} (Y_{Eff_i}, \eta_i) \sin(\phi_{iny} - \phi_i) \right) = 0 \end{aligned} \right\} (i = 1 \cdots n) \quad (4.26)$$

donde, en 4.26, se ha incluido la dependencia de las derivadas y los valores relativos al punto de trabajo elegido respecto a la admitancia de carga y el parámetro de control, lo que permite contemplar el efecto que las variaciones de estas variables producen en el sistema.

Al modelar la respuesta de los *VCOs* en función de la admitancia de carga se consigue que, a partir únicamente de soluciones de régimen libre, se pueda aproximar el comportamiento que presentarán los osciladores en el array en régimen sincronizado, contemplando el efecto de las corrientes de sincronismo independientemente de su valor.

Esto supone realizar una caracterización de los osciladores en función de la carga, que es un valor complejo, y sus parámetros de control. Para ello se puede operar de forma análoga a como se ha hecho con las tensiones de varactor en la sección 4.2, muestreando la respuesta en un rango determinado de los parámetros de interés.

Esto se ha hecho con el array del anexo A.8 que se ha formado con una red de acoplo ideal para que solo se manifiesten en las soluciones los comportamientos asociados a las variaciones en las corrientes de sincronismo. En la figura 4.11 se puede ver las tensiones resultantes calculadas mediante la expresión 4.26 en el circuito.

Para realizar el cálculo ha sido necesario el caracterizar la respuesta del oscilador sobre distintos

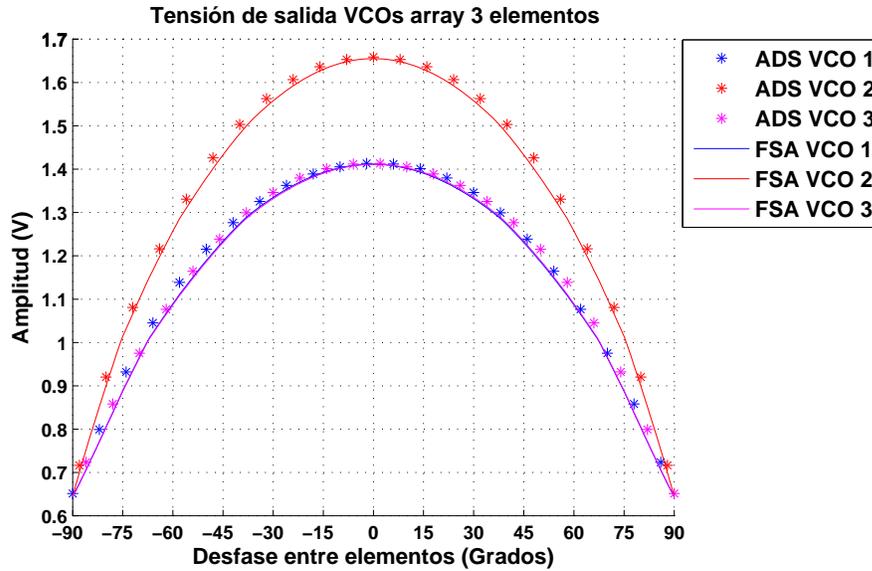


Figura 4.11: Tensiones de salida de un array lineal de 3 elementos en condiciones de acoplo fuerte calculadas mediante la formulación semianalítica. Comparación con la solución obtenida mediante balance armónico en el ADS.

valores de admitancia de carga. Este ejemplo permite comprobar cómo, únicamente a partir de las soluciones en régimen libre, se puede modelar la respuesta de los VCOs inyectados.

Esta metodología tiene el inconveniente de que puede requerir caracterizar a los VCOs en un gran número de puntos para obtener las soluciones deseadas. Sin embargo, se podrán obtener con precisión todas aquellas soluciones que estén dentro de las regiones de trabajo si el muestreo es suficientemente fino.

Además, si bien es cierto que el método exige un mayor esfuerzo para caracterizar a los VCOs, este proceso, que es previo a la resolución de los arrays, solo se realiza una vez. Contando con la ventaja de que el modelo obtenido para un oscilador en particular es aplicable a cualquier array sobre el que se quiera trabajar con él.

Por último, hay que tener en cuenta que el análisis realizado en esta sección se ha centrado únicamente en ajustar la formulación para contemplar el efecto del nivel de acoplo. Por esta razón, se ha mantenido, como se puede deducir de los desarrollos de Taylor empleados, la caracterización de las admitancias en función de la corriente de inyección  $I_{iny}$  tal y como se ha empleado hasta ahora, es decir, próxima al punto de inyección nula. Esto supone que el nivel de inyección en dicha fuente debe ser de pequeña amplitud para que los resultados sean válidos.

## Bibliografía

- [1] A. Suárez, F. Ramírez, and S. Sancho, “Coupled-oscillator systems: efficient simulation with harmonic-balance based oscillator models”, in *Numerical Electromagnetic Modeling and Optimization for RF, Microwave, and Terahertz Applications (NEMO)*, 2014, pp. 1-4.
- [2] A. Suárez, F. Ramírez, and S. Sancho, “Stability and noise analysis of coupled-oscillator systems”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 59, no. 4, pp. 1032-1046, Apr. 2011.
- [3] A. Suárez, F. Ramírez, S. Sancho, and J. M. Collantes, “Global stability analysis of coupled-oscillator systems”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 63, no. 1, pp. 165-180, January 2015.
- [4] A. Collado, A. Suárez, and S. Sancho, “Semi-analytical formulation for the stability analysis of coexisting solutions in coupled-oscillator systems”, in *IEEE MTT-S International Microwave Symposium*, 2007, pp. 973-976.
- [5] A. Collado, F. Ramírez, and A. Suárez, “Harmonic-balance analysis and synthesis of coupled-oscillator arrays”, *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 14, no. 5, pp. 192-194, May 2004.
- [6] A. Suárez, S. Sancho, and F. Ramírez, “General formulation for the analysis of injection-locked coupled oscillator systems”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 61, no. 12, pp. 4730-4744, Decembre 2013.
- [7] A. Suárez, *Analysis and Design of Autonomous Microwave Circuits*, Ed. IEEE Wiley, Piscataway, NJ, Jan. 2009.
- [8] A. Collado, “Análisis y control práctico de bifurcaciones en circuitos de microondas. Aplicación a sistemas de osciladores acoplados.” Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, May 2007.
- [9] A. Suárez and R. Quéré, *Stability Analysis of Nonlinear Microwave Circuits*. Boston: MA: Artech House, 2003.

- 
- [10] K. Kurokawa, "Injection locking of microwave solid-state oscillators", *Proceedings IEEE*, vol. 61, no. 10, pp. 1386-1410, Oct. 1963.
  - [11] K. Kurokawa, "Some basic characteristics of broadband negative resistance oscillator circuits", *Bell System Technical Journal*, vol. 48, pp. 1937-1955, 1969.
  - [12] R. J. Pogorzelski, "On the design of coupling networks for coupled oscillator arrays", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, no. 4, pp. 794-801, April 2003.
  - [13] R. J. Pogorzelski, "A 5-by-5 element coupled oscillator-based phased array", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 4, pp. 1337-1345, April 2005.
  - [14] R. York, P. Liao, and J. Lynch, "Oscillator array dynamics with broadband n-port coupling networks", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 42, no. 11, pp. 2040-2045, November 1994.



## Capítulo 5

# Aplicación práctica de la formulación semianalítica a un array de osciladores acoplados

Con el objeto de verificar la validez de la formulación semianalítica se ha implementado esta en *Matlab* de forma que se puedan simular arrays bidimensionales a partir de los datos de una caracterización previa de los *VCOs* empleados.

Además, se ha diseñado, construido y medido un array de osciladores acoplados de forma que las soluciones de la simulación se puedan comparar con datos reales y no simulados como los expuestos hasta ahora.

El array se diseñó inicialmente como un sistema de  $3 \times 3$  elementos en configuración rectangular unidos por filas y columnas. Para una mejor estimación de las soluciones se decidió desarrollar un sistema capaz de determinar la relación de fases en el circuito a partir de una muestra de las señales de salida de los osciladores. Durante el proceso de desarrollo de este sistema, que forma parte de otro trabajo de tesis, se optó por reducir el array a una estructura lineal de  $3 \times 1$  elementos debido a problemas de implementación, ya que esto simplifica enormemente el proceso de corrección de errores.

Por esta razón, a falta de disponer de un sistema que permita evaluar las fases en un circuito bidimensional y a pesar de que ya se ha hecho en trabajos previos [1, 3, 9], las medidas realizadas en este capítulo finalmente se han obtenido sobre un array lineal de 3 elementos.

Desde el punto de vista de la aplicación práctica de la formulación estas medidas permitirán, como novedad, aplicar algunas de las modificaciones desarrolladas en este trabajo para el ajuste de la formulación posibilitando el poder evaluar los resultados que se obtienen al usar las mismas.

El capítulo se dividirá en dos partes. En la primera se expondrá brevemente la estructura elegida para la implementación de la formulación en *Matlab* para pasar a presentar los resultados medidos

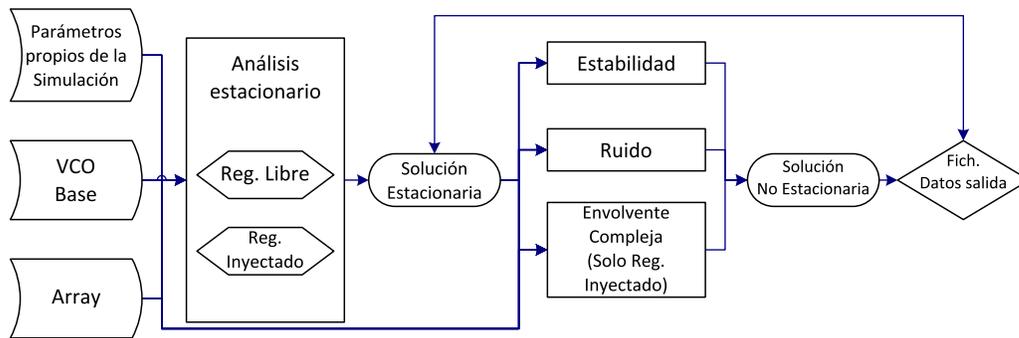


Figura 5.1: Esquema de las aplicaciones implementadas en *Matlab* para el cálculo de las soluciones de los arrays de osciladores.

en la segunda.

## 5.1. Sistema implementado

El sistema de ecuaciones del array se ha implementado en *Matlab* mediante un conjunto de *scripts*. En estos se obtienen los valores de control para las distribuciones de fases deseadas mediante optimización por el método de Gauss a partir de un grupo de parámetros que definen al sistema.

Se han desarrollado varias aplicaciones que permiten simular la respuesta de los arrays en diferentes supuestos. En cada una de ellas se puede definir las características de los mismos a partir de los diferentes parámetros considerados en el desarrollo de las expresiones como, por ejemplo, el número de elementos, cuadripolos de la red de acoplo, topología, etc.

A partir de estas especificaciones es posible calcular las soluciones de los distintos tipos de análisis.

Para ilustrar la estructura del entorno de simulación, se puede apreciar en la figura 5.1 el esquema elegido para el desarrollo de la implementación de la formulación.

En todos los análisis es necesario definir una serie de parámetros de entrada que describan al sistema. Para tener una mayor flexibilidad se han dividido estos en tres grupos.

- Parámetros propios de la simulación: son los que permiten definir características de la simulación no relacionados con la estructura del circuito como, por ejemplo, el número de puntos que se quieren simular.
- *VCO* base: son los datos de la caracterización de los osciladores tales como las derivadas, tensiones de salida en régimen libre, frecuencia de libre oscilación, etc.
- Array: son los parámetros que definen la estructura y composición del array propiamente dicho. Aquí se incluye el número de elementos del array, los cuadripolos empleados, etc.

El separar los parámetros de entrada de esta forma simplificará la definición de los circuitos al mismo

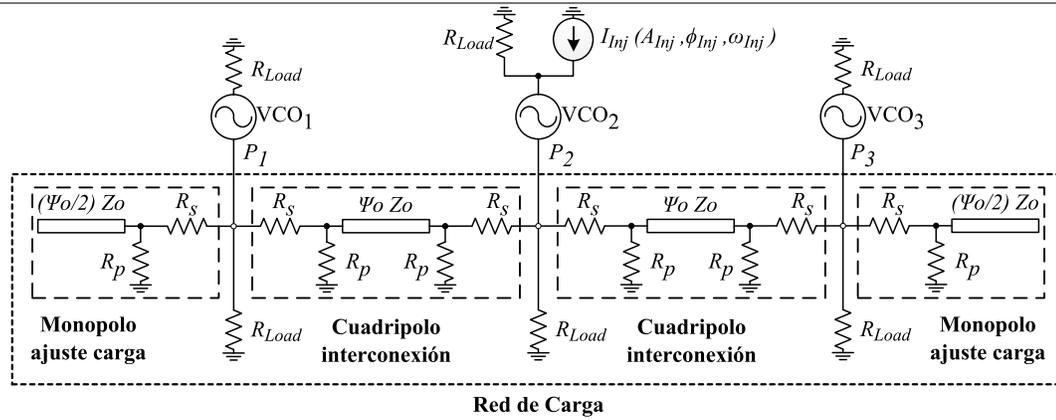


Figura 5.2: Esquema del array de osciladores desarrollado.

tiempo que permite realizar variaciones en los elementos del sistema con facilidad.

El flujo de trabajo sigue el mismo esquema que el empleado para exponer la formulación en el capítulo 2. Este consiste en obtener primeramente las soluciones estacionarias ya sea en régimen libre o inyectado para, a partir de estas, poder realizar los demás análisis.

La implementación se ha hecho de forma que permita que todas las soluciones se puedan guardar en ficheros para su posterior análisis y representación o, en el caso de las soluciones estacionarias, reutilizarlas como un parámetro más de entrada en otras simulaciones.

Por simplicidad en la programación, se han realizado varias versiones del software a medida que se proponían variaciones sobre las expresiones o modificaciones que alteraban las estructuras de datos sobre los que se realizan los cálculos. Por esta razón, no se han implementado todas las variantes propuestas sobre todos los métodos de análisis.

En el desarrollo se ha intentado cubrir el mayor número de casos posibles de forma que aquellos aspectos que son configurables como la estructura de los cuadripolos, señales moduladas, características de ruido, etc. pueden ser definidos de múltiples formas incluyendo la opción de definir funciones propias por parte del usuario.

## 5.2. Caracterización de un array lineal de 3 elementos empleando la formulación semianalítica

Para evaluar de forma práctica la aplicación de la formulación se va a comparar los resultados de la formulación con las medidas obtenidas en una array lineal de 3 elementos, aunque inicialmente se había diseñado el circuito como un array bidimensional de  $3 \times 3$  elementos.

El esquema elegido para implementar al array es el mostrado en la figura 5.2. En la imagen se puede ver que el circuito se compone de los 3 VCOs conectados entre sí a través de un cuadripolo de interconexión en  $\pi$  con una línea central y dos monopolos conectados en los extremos con una

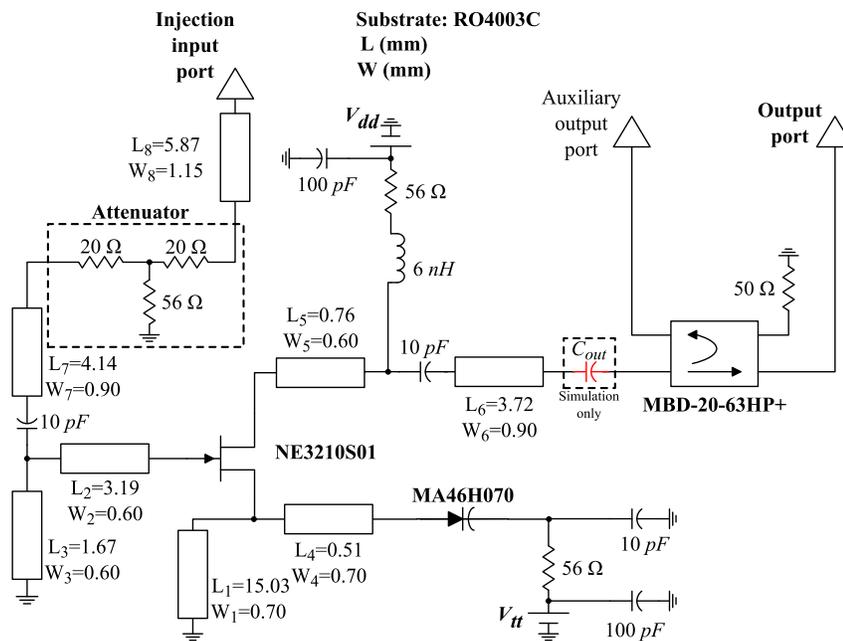


Figura 5.3: Modelo del VCO empleado en el array de osciladores. El condensador  $C_{out}$  no está presente en el circuito empleándose únicamente en simulación.

estructura igual a “la mitad” de un cuadripolo.

Durante el proceso de diseño se decidió emplear líneas de  $\Psi_o = 360^\circ$  y  $Z_o = 50 \Omega$  a  $5,0 \text{ GHz}$  en los cuadripolos. Las resistencias elegidas tienen un valor de  $R_s = 120 \Omega$  y  $R_p = 220 \Omega$  para garantizar un nivel de acoplo que se pueda considerar débil.

A partir de las características del cuadripolo elegido se diseñó la placa de acoplo. Esta está formada por la red bidimensional y los conectores para los VCOs y las antenas. Para la realización de estas medidas se emplearon únicamente 3 osciladores en línea en una sección horizontal, retirando de la placa las resistencias que unían los puertos elegidos con aquellos que no se iban a emplear. Más adelante, en la figura 5.8, se puede ver el aspecto final de la red de acoplo tal y como fué empleada en el circuito.

El VCO usado es el de la figura 5.4 cuyo esquemático se muestra en la figura 5.3. Para facilitar el manejo y control se incluyeron los 9 VCOs que se pretendían utilizar en el mismo circuito impreso, junto a un sistema de activación automático que permite habilitar y deshabilitar a los osciladores de forma independiente. Esta placa se puede ver en la imagen de la figura 5.7 junto con la red de acoplo. Finalmente, después de comparar el comportamiento para diferentes combinaciones, los osciladores empleados en las medidas han sido los correspondientes a la fila inferior por ser los que presentaban menos diferencias entre sus respuestas.

Los osciladores se han realizado sobre un sustrato de tipo RO4003C utilizando un transistor NE3210S01 y un diodo varactor MA46H070 como elemento de ajuste. La entrada de inyección empleada para sincronizar al circuito está conectada al terminal de puerta del transistor. En este

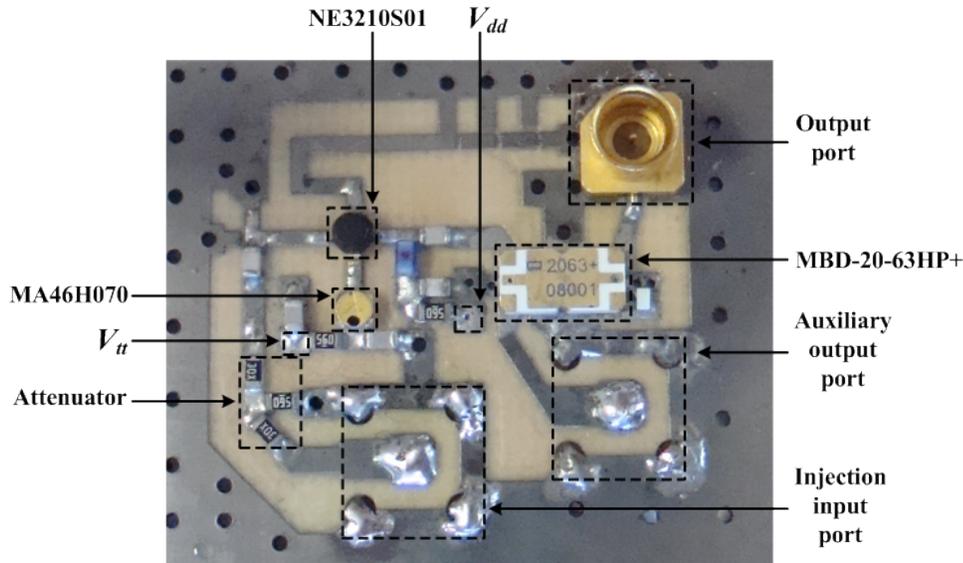


Figura 5.4: Foto detalle del VCO empleado en el array de osciladores.

puerto se ha incluido un atenuador para mejorar la robustez de la oscilación cuando se realicen las conexiones y desconexiones aumentando el aislamiento y reduciendo, por tanto, la sensibilidad a las variaciones de carga.

Para poder determinar las diferencias de fase se ha conectado un acoplador integrado *MBD – 20 – 63HP+* en la salida. Este elemento permite extraer una muestra de la señal de salida sin que se vea afectado el comportamiento del VCO.

La tensión de alimentación  $V_{dd}$  se ha fijado a  $4,0V$  y la de varactor  $V_{tt}$  se puede ajustar entre  $0V$  y  $5V$ .

Este circuito ha sido simulado en el *ADS* aunque, para ello, se ha implementado el acoplador mediante líneas de transmisión. Con estas condiciones se obtiene en simulación para este oscilador, sobre una impedancia de carga de  $50\Omega$ , una  $f_o = 4,739\text{ GHz}$  y  $V_o = 1,83V$  cuando  $V_{tt} = 1,55V$ .

El condensador  $C_{out}$  que aparece en la figura 5.3 no está presente en el circuito. Este será empleado más adelante para introducir asimetrías entre los osciladores en el array a nivel de simulación.

El entorno en el que se han realizado las medidas es el que se muestra en el esquema de la figura 5.5. En este se puede apreciar como el sistema está formado por la placa de VCOs, que contiene a los osciladores aislados entre sí, y la de acoplo. Ambas, unidas, conforman el array.

Los osciladores están conectados al sistema de medida de la fase a través de sus correspondientes salidas auxiliares. Este compara las señales y, mediante un dispositivo de adquisición de datos, se comunica con un PC donde una aplicación desarrollada a tal efecto determina la relación de fases.

Desde el PC empleando una interfaz implementada en *Matlab* se puede controlar las tensiones de varactor de los VCOs para poder buscar las distintas soluciones.

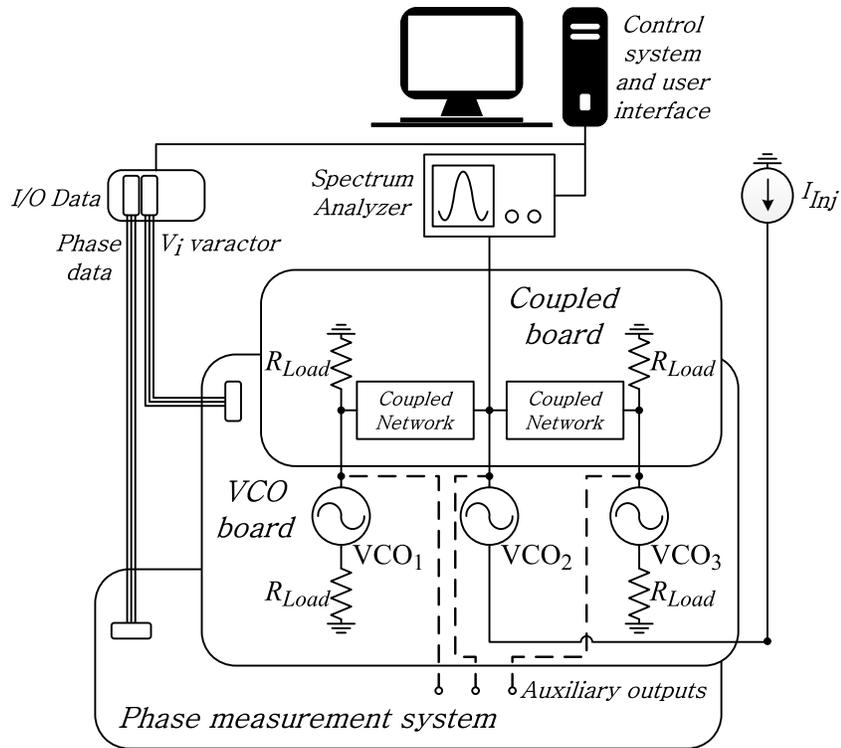


Figura 5.5: Esquema del entorno de medida de las soluciones empleado para el array de osciladores.

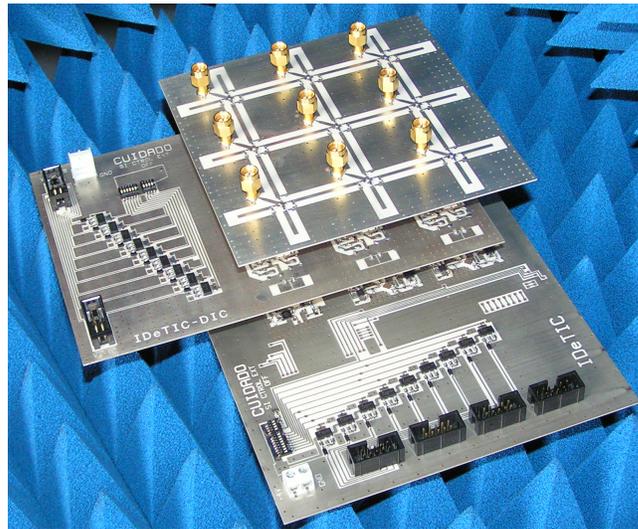


Figura 5.6: Foto del sistema con el array completo. En la imagen se puede ver el aspecto final del sistema al conectarlo. Por orden las placas se corresponden con la red de acoplo, arriba, la placa de VCOs, en medio, y el sistema de medida de fases, debajo del todo.

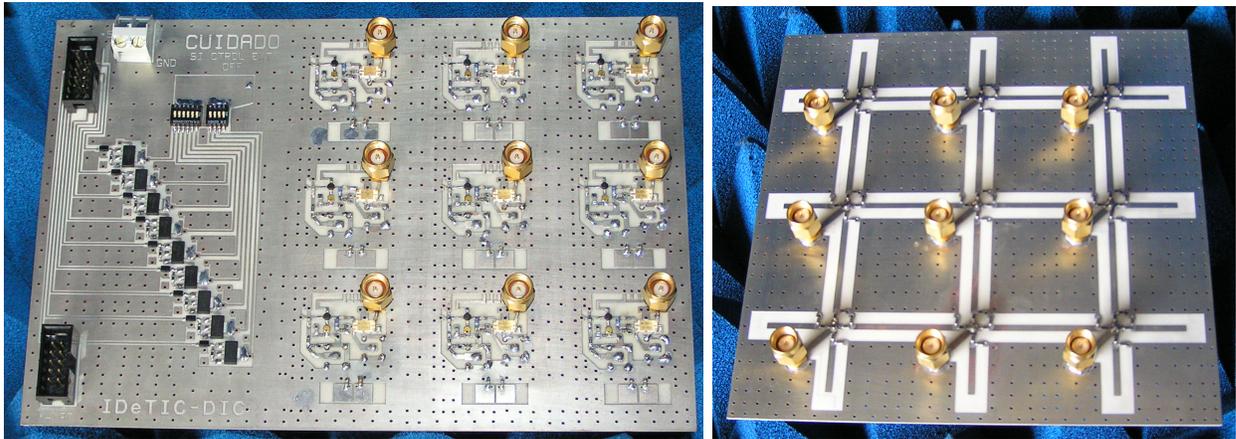


Figura 5.7: Foto de las placas que componen el array. Placa de VCOs, izquierda, y la red de acoplo, derecha.

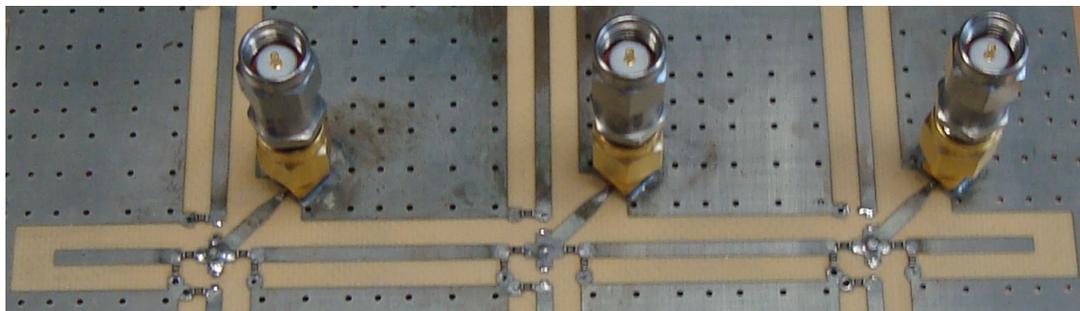


Figura 5.8: Detalle de la red de acoplo tras adaptarla al array de 3 elementos. En la imagen se puede ver la red central desacoplada del resto, uniones verticales, y las resistencias serie y paralelo en las uniones con los osciladores.

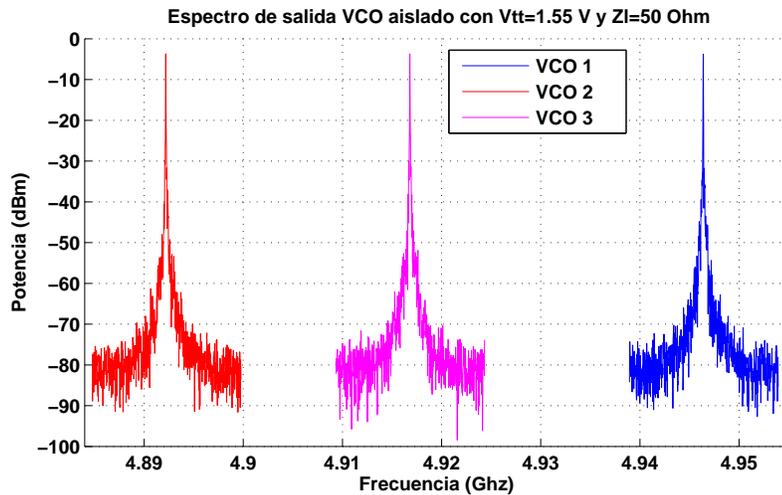


Figura 5.9: Espectro de salida de los  $VCOs$  en régimen libre cargados con  $50\ \Omega$  para una  $V_{tt} = 1,55\text{ V}$ .

Por último se puede introducir una señal de inyección en el array empleando para ello un generador de señal a través de la entrada de inyección de los osciladores.

La respuesta del sistema se monitoriza mediante un analizador de espectros que, conectado a  $PC$ , proporciona información sobre la frecuencia de oscilación en el circuito al sistema de medida de fase.

En la imagen de la figura 5.6 se puede ver el aspecto del circuito montado con las placas que forman el array conectadas al sistema de medida.

### 5.2.1. Medida de las soluciones estacionarias

El primer análisis que se ha realizado en el array consiste en la medida de las soluciones estacionarias presentes en el circuito. A partir de estas se puede determinar la frecuencia de oscilación en el array, márgenes de sincronismo, rangos de fases estables, etc.

Como un paso previo al mismo se ha medido la respuesta de los osciladores aislados para determinar la frecuencia de oscilación de estos en régimen libre. Los espectros obtenidos para cada uno de los osciladores se pueden ver en la figura 5.9. En esta medida aparece la primera divergencia respecto a las suposiciones que se realizan en el desarrollo de la formulación semianalítica, esto es, la respuesta de los osciladores no es la misma pues, como puede verse en la figura 5.9, la frecuencia de oscilación de cada uno es diferente para el mismo valor de la tensión de control y en las mismas condiciones de carga. Esto implica que no se puede emplear el mismo modelo para los tres osciladores debiendo caracterizar a cada uno por separado.

Otro efecto que se producirá a consecuencia de las diferencias entre los  $VCOs$  es que las soluciones ya no presentarán la simetría habitual pues, para conseguir la misma frecuencia de oscilación, será

necesario realizar un ajuste diferente en las tensiones de varactor de los osciladores 1 y 3. Este desajuste, además, limitará el rango de tensiones de control sobre el que puede trabajar ya que, al oscilar los *VCOs* 1 y 3 a frecuencias mayores que el 2, en el extremo inferior del rango de variación de la  $V_{tt}$  no se puede lograr el sincronismo.

También se pudo comprobar en la medida que los valores de tensión de control en los que existe solución en cada oscilador eran diferentes a los estimados en la simulación, quedando limitados en los *VCOs* a un rango inferior a los 5V previstos. Esto obligó a encontrar un valor de tensión de control que permitiese maximizar el rango de variación para obtener el mayor margen de desfase posible sin que se manifiesten comportamientos indeseados por estar en los límites de las regiones estables. Finalmente se decidió tomar como valor de referencia  $V_{tt} = 1,55 V$ .

Al conectar los osciladores entre sí a través de la red de acoplo, el primer efecto que se produjo fue el desplazamiento de la frecuencia de la oscilación a un valor en torno a 5,0Ghz. Además, el rango de desfases progresivo se generó alrededor de  $180^\circ$  y no del punto de fase como se esperaba a partir de los datos obtenidos en el análisis teórico.

Para determinar las causas de estas desviaciones se realizó una medida de los parámetros  $S$  de la red de carga con un analizador de redes, con el objeto de calcular los  $Y$  a partir de estos y determinar los valores reales sobre los que están operando los *VCOs*. El resultado de los parámetros obtenidos de esta medida se puede ver en la figura 5.10.

A partir de 5.10 se pudo determinar que la admitancia de carga sobre la que operan los osciladores, parámetros  $Y(i, i)$ , si bien presentan una magnitud próxima a  $1/50 \text{ Ohm}^{-1}$  tienen una fase, alrededor de  $-40^\circ$ , que provoca que los osciladores desplacen su frecuencia de funcionamiento respecto a la que presentan sobre una carga de  $50 \Omega$ .

Por otro lado, la fase de los parámetros de transmisión, que debería ser un valor real negativo para ajustarse a las simulaciones, se encontraba en torno a  $0^\circ$  en el rango de frecuencia de la oscilación provocando el desplazamiento del conjunto de las fases estables alrededor de  $180^\circ$ .

#### 5.2.1.1. Régimen libre

A partir de las medidas previas se determinó que, para reproducir el comportamiento de los *VCOs* en el array, era necesario realizar una caracterización empleando una carga de valor  $50 \Omega$  con una fase de  $40^\circ$  para el cálculo de las derivadas ya que es sobre la que estos, aproximadamente, operaban al conectarse a la red de acoplo. Además, debido a las diferencias existentes entre las respuestas de los 3 osciladores se decidió introducir una asimetría mediante el condensador  $C_{out}$ , ver figura 5.3, en los *VCOs* 1 y 3 empleando los valores de  $3pF$  y  $4pF$  respectivamente. Este condensador produce un incremento de la frecuencia de oscilación resultando en una distribución de las señales en régimen libre similar a la que se puede apreciar en la figura 5.9.

Tras realizar la caracterización de los osciladores se simuló mediante la formulación semianalítica

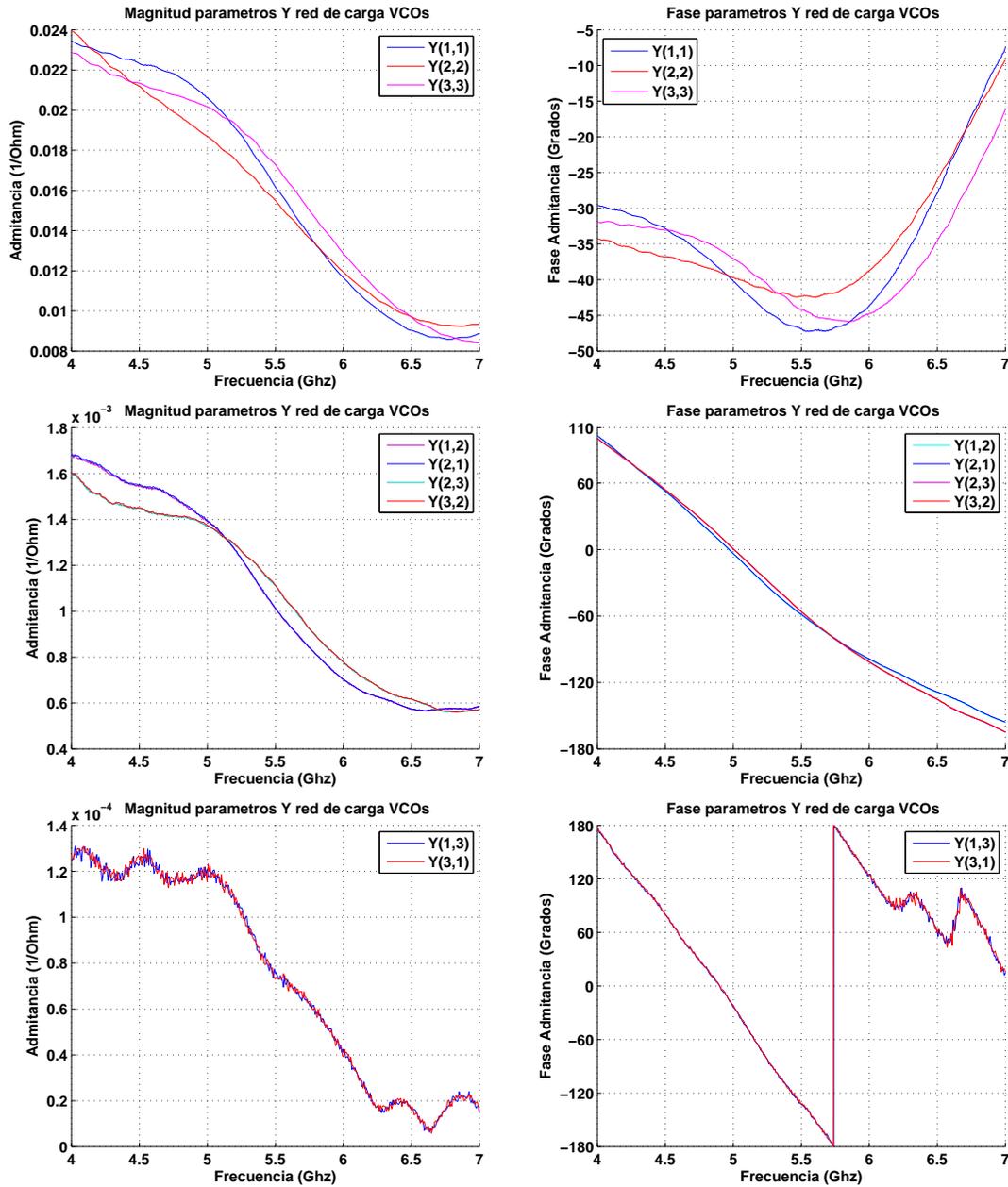


Figura 5.10: Parámetros Y medidos de la red de acoplo. Magnitud, izquierda, y fase, derecha. Parámetros de reflexión, (1, 1), (2, 2) y (3, 3), arriba parámetros de transmisión de las conexiones directas, (1, 2), (2, 1), (2, 3) y (3, 2), medio y conexiones indirectas, (1, 3) y (3, 1), abajo.

el array empleando los parámetros  $Y$  medidos de la red de carga de la figura 5.10 obteniéndose las curvas de la figura 5.11 para el caso de libre oscilación. En esta se puede comprobar como la frecuencia de oscilación se ha incrementado respecto a las medidas de la figura 5.9 y como el rango de estabilidad aparece en torno a los  $180^\circ$  tal y como ya se ha comentado.

Hay que señalar que, en la figura 5.11, las tensiones simuladas se han reducido  $25\text{ dB}$ . Esto se ha hecho así porque las potencias que proporciona el sistema de medida de fase se corresponden con el nivel detectado en la salida auxiliar de los osciladores, que está  $20\text{ dB}$  por debajo de la señal, y que en simulación se obtiene un nivel de potencia de salida unos  $5\text{ dB}$  superior respecto a la medida, posiblemente como consecuencia de pérdidas no consideradas en la misma. Esta diferencia, que ya aparece al comparar la simulación de *ADS* con la respuesta de los osciladores fabricados, no es un efecto de la formulación semianalítica sino una consecuencia de los modelos empleados y que se hereda al calcular las derivadas.

Desde el punto de vista del análisis con la formulación semianalítica, una vez corregido el modelo de los osciladores, se puede predecir la zona de trabajo del sistema así como el comportamiento del mismo a grandes rasgos. Al emplear los parámetros de la red medidos también se puede prever cuáles son las fases estables e incluso se puede apreciar la asimetría que estas presentan respecto al valor de  $180^\circ$ .

En la figura 5.11, las tensiones de varactor de los osciladores 1 y 2 están por debajo del nivel de referencia debido a la diferencia de frecuencia entre las señales de salida de los *VCOs*, ya que los valores próximos a  $0\text{ V}$  son los que proporcionan las frecuencias de oscilación con las que se puede sincronizar el *VCO 2*.

### **5.2.1.2. Régimen inyectado**

Tras corregir el modelo de los osciladores para poder obtener una aproximación válida mediante la formulación semianalítica se realizaron las medidas de las soluciones inyectadas. En estas se introdujo una señal de inyección a través del *VCO 2* para evaluar el efecto sobre la respuesta del array.

En este caso se realizaron dos medidas. Una primera análoga a las simulaciones presentadas en las que se obtienen las elipses de sincronismo, solo la zona estable por tratarse de una medida, para diferentes potencias de inyección y un valor de desfase constante. Debido a que es el punto que mejor se aproxima en la simulación se han medido las elipses para una relación de fase de  $180^\circ$  entre los *VCOs*.

Esta medida se puede ver en la figura 5.12. Como no se dispone de la fase de la señal de inyección, se han representado los resultados tanto de las amplitudes de salida como de las tensiones de control respecto a la frecuencia de inyección. También se han incluido los valores de diferencias de fases medidos para poder verificar que los puntos se corresponden con la elipse de  $180^\circ$

El segundo caso que se evaluó consistió en determinar el rango de desfases estables que existen

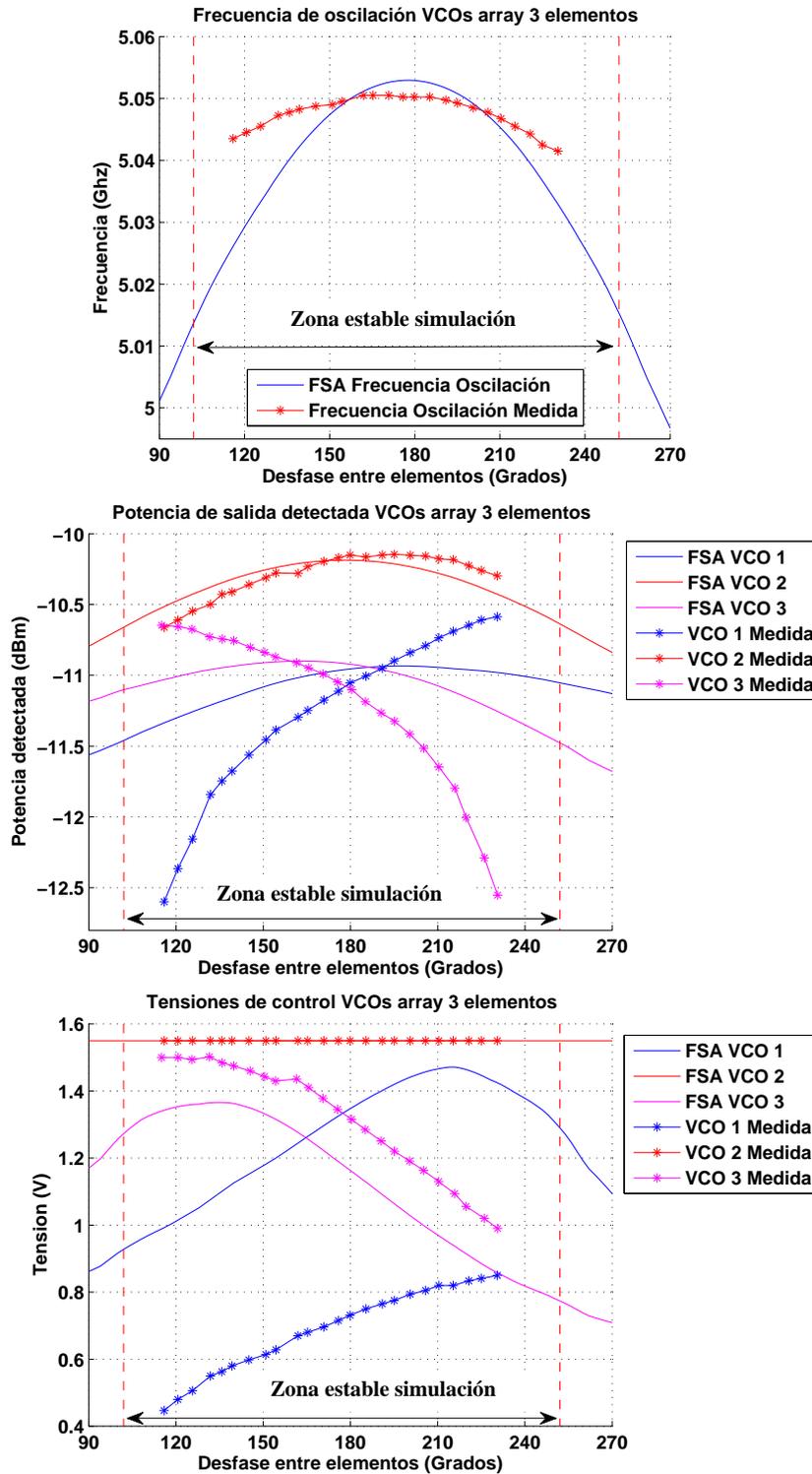


Figura 5.11: Medida de las soluciones en régimen de libre oscilación del array de osciladores. Comparación con la formulación semianalítica empleando los modelos corregidos de los VCOs.

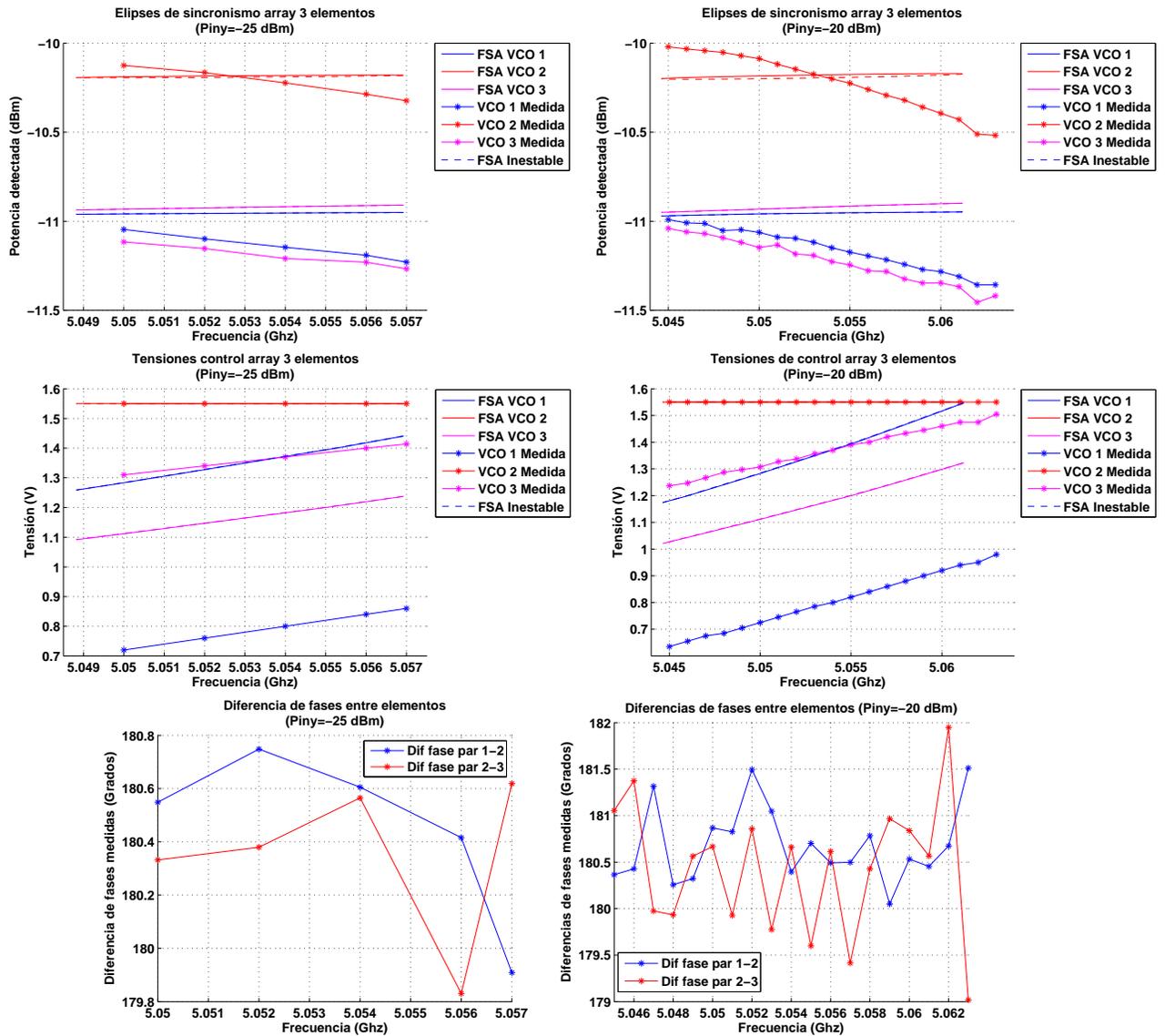


Figura 5.12: Elipses de sincronismo medidas en el array de osciladores para una inyección de  $-25\text{ dBm}$ , izquierda, y  $-20\text{ dBm}$ , derecha. Tanto las amplitudes de salida (arriba) como las tensiones de control (medio) se han representado respecto a la frecuencia al no disponer de la fase de inyección. Abajo diferencias de fases para cada uno de los puntos medidos. Comparación con la formulación semianalítica empleando los modelos corregidos de los VCOs.

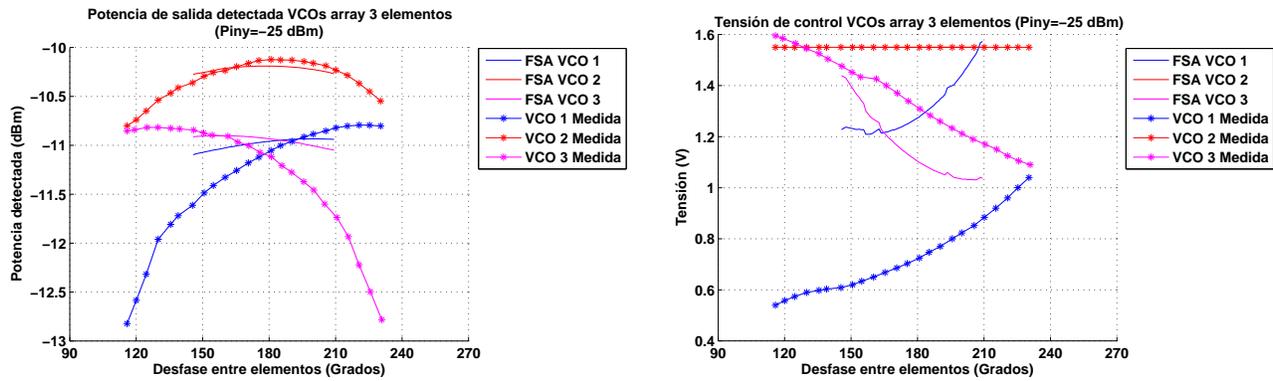


Figura 5.13: Medida de las soluciones con desfase progresivo constante para una señal de inyección de frecuencia  $5,05\text{ GHz}$  y  $-25\text{ dBm}$  de potencia. Solo se ha representado las amplitudes de salida, *izquierda*, y las tensiones de control, *derecha*, ya que la frecuencia es constante. Comparación con la formulación semianalítica empleando los modelos corregidos de los *VCOs*.

para una frecuencia de inyección constante. Esta medida se muestra en la figura 5.13 para una frecuencia de inyección de  $5,05\text{ GHz}$ . En esta figura se puede apreciar que el rango de diferencias de fases medidas es mayor que el simulado. Esto se debe a que, en simulación, las elipses se van desplazando en frecuencia con los diferentes desfases y, a partir de cierto valor, la señal de inyección queda fuera del ancho de banda de la misma. En el circuito real este desplazamiento de la elipse no es tan acusado y la frecuencia de inyección seleccionada queda contenida dentro de las diferentes elipses para un mayor rango de diferencias de fases.

### 5.2.2. Medida del ruido de fase

Una vez medidas las soluciones estacionarias en el array se realizó un análisis de la respuesta de ruido de fase del sistema.

Como ya se ha comentado en el capítulo 2 el análisis del ruido de fase en los arrays habitualmente se realiza por comparación con el objeto de determinar el efecto que tiene sobre la respuesta de ruido el trabajar en régimen sincronizado.

Por esta razón es necesario disponer de una caracterización del ruido de los *VCOs* empleados como un paso previo al análisis en el array. Para hacer esto se realizó una medida de la característica de ruido en los osciladores aislados conectados a una carga de  $50\ \Omega$  para, a partir de esta, determinar los valores de potencia necesarios para simular la respuesta de los arrays.

Sin embargo, al realizar las simulaciones en el *ADS* para obtener la misma respuesta que la resultante de esta medida, la potencia equivalente obtenida no permitía replicar el comportamiento observado cuando se aplica en la simulación del array.

Para poder obtener la respuesta de ruido del array se decidió realizar el ajuste de la respuesta

de ruido de fase directamente en la simulación del mismo para, a partir de la potencia de ruido obtenida, tratar de reproducir el comportamiento del oscilador aislado.

Tras esto se comprobó que al simular a los osciladores cargados con la red de acoplo, con el resto de los puertos cortocircuitados como en el análisis del equivalente Norton para considerar solo los efectos de carga, la respuesta del circuito cambiaba de forma significativa respecto a la que se obtiene con los *VCOs* operando sobre una carga ideal, aunque no sea de  $50 \Omega$ . Esto llevó a concluir que el efecto de la respuesta en frecuencia de la red de acoplo en la proximidad de la portadora resultaba crítico en este análisis de ruido.

Por esta razón se optó por realizar la comparativa de la respuesta de ruido en el array con la que presentan los osciladores aislados cuando están conectados a la red de acoplo, para garantizar que se mantienen las mismas condiciones de carga, tanto en medida como en simulación.

### 5.2.2.1. Ruido de fase en régimen libre

Para el análisis de ruido de fase en régimen libre ha sido necesario calcular las derivadas del armónico de *DC* de los *VCOs*. Al haber introducido asimetrías entre estos, dichas derivadas se han calculado para cada uno por separado.

Por otra parte, ya que la formulación no lo contempla ni se ha adaptado para ello, la caracterización del ruido será la misma en todos los osciladores, lo que se traducirá en errores a la hora de aproximar el comportamiento de los *VCOs*.

En la figura 5.14 se pueden ver los espectros medidos de las señales de salida en los osciladores para uno de ellos aislado y la respuesta de los 3 en régimen sincronizado.

Al medir el ruido de fase en régimen sincronizado, por cómo está configurado el sistema de media, ha sido necesario realizar conexiones y desconexiones para cambiar de un oscilador a otro. Estos cambios en el sistema junto con la deriva propia de los osciladores provoca el desplazamiento de la frecuencia de oscilación que se puede ver en la figura 5.14. Esta deriva afecta de forma significativa a la medida de fase ya que limita el rango de frecuencias sobre la que este se puede obtener.

Junto con el espectro de la figura 5.14 se ha medido el ruido de fase, empleando un analizador de señales *E5052B* de *Agilent*.

A partir de las medidas de ruido en el array se ha caracterizado la respuesta de ruido de los osciladores. En este caso, por simplicidad, se ha aproximado la componente de ruido de continua con una fuente de pendiente constante resultando el ruido total en la expresión de la ecuación 5.1.

$$\Gamma_T(\Omega) = \frac{k_f}{\Omega^3} + k_W = \frac{5,0e1}{\Omega^3} + 0,5e - 19 \quad (5.1)$$

Con esta caracterización se ha simulado el modelo del *VCO 2* con las mismas fuentes de ruido y en las mismas condiciones de carga para poder comparar. El resultado de este análisis se presenta

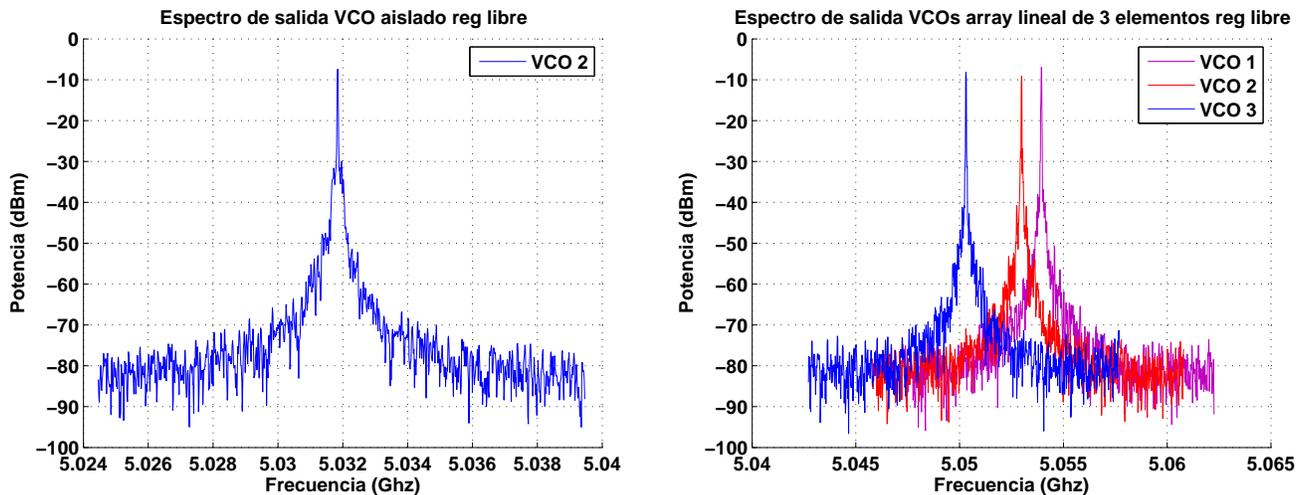


Figura 5.14: Espectro de los osciladores en régimen de libre oscilación conectados a la red de acoplo. A la izquierda el VCO 2 aislado. A la derecha salida de los tres VCOs en régimen sincronizado. Las frecuencias de las curvas sincronizadas no coinciden debido a que se han obtenido en instantes de tiempo distintos y la deriva de la respuesta de los circuitos desplaza a la oscilación.

en la figura 5.15.

Al comparar la respuesta de ruido medida con la simulada se puede comprobar cómo, al haberse obtenido con las mismas condiciones de carga la respuesta del oscilador aislado se ajusta a la medida. Por otra parte si bien las curvas de ruido en el array están a un nivel distinto hay que recordar que se ha empleado la misma caracterización de ruido en los tres osciladores a pesar de ser diferentes por lo que es de esperar desviaciones en la respuesta.

En la figura 5.15, también se puede ver una mejora de aproximadamente unos  $3\text{ dB}$  en el ruido, tanto medido como simulado, para el oscilador 2 respecto al obtenido en el mismo cuando este está aislado y en las mismas condiciones de carga, lo que se ajusta con los valores estimados a partir de los análisis de ruido para un array de 3 elementos [4].

En la medida de ruido se puede ver un incremento de la potencia de ruido en las frecuencias intermedias que exigirían una caracterización más compleja de la componente de continua para poder reproducirla.

### 5.2.2.2. Ruido de fase en régimen inyectado

En el análisis del ruido de fase en régimen inyectado presentado en el capítulo 2 solo se contemplan dos fuentes de ruido: el del generador de inyección y el ruido blanco presente en el array.

Para realizar este análisis se ha medido la respuesta de los osciladores con una señal de inyección de  $-20\text{ dBm}$  a una frecuencia de  $5,05\text{ GHz}$  cuando están sincronizados y  $5,03\text{ GHz}$  sobre el VCO 2 aislado ya que, con este nivel de potencia de inyección, no se pudo sincronizar en  $5,05\text{ GHz}$ .

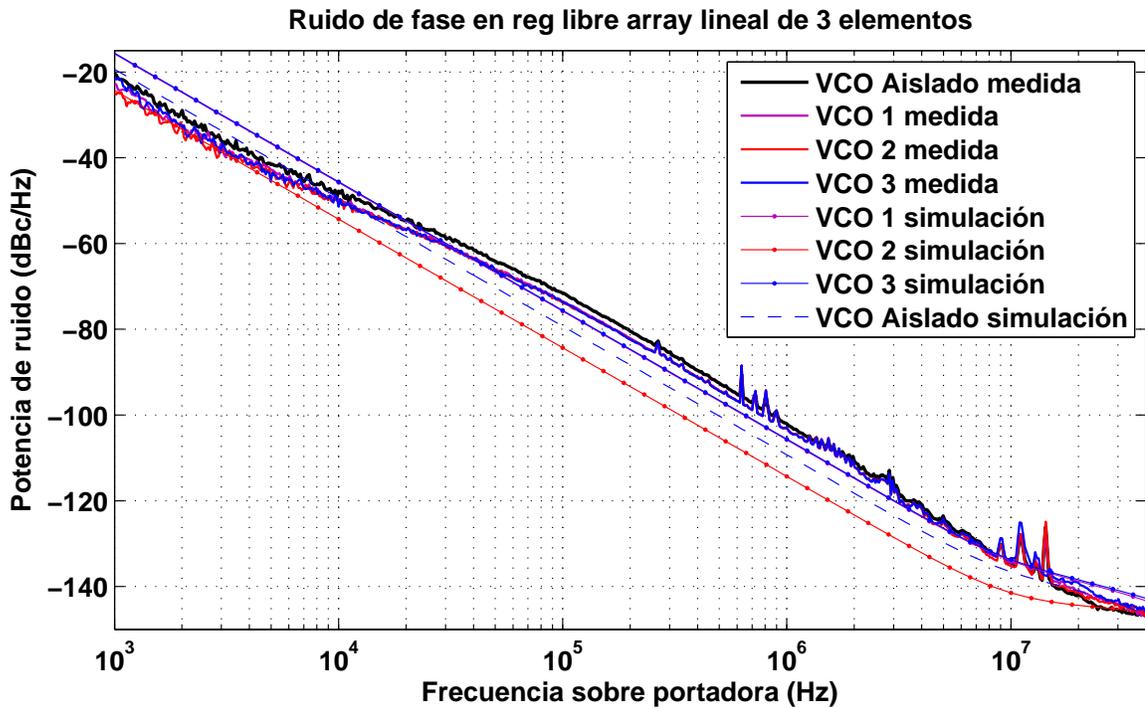


Figura 5.15: Ruido de fase medido en régimen libre para los VCOs sincronizados comparado con el del VCO 2 aislado en las mismas condiciones de carga. Comparación con la formulación semianalítica.

El espectro de salida se puede ver en la figura 5.16. En esta se puede apreciar el cambio en la respuesta de ruido respecto al caso de régimen libre producido por el generador de inyección. Además, al ser la señal de inyección mucho más estable se eliminan los problemas asociados a la deriva que limitaban la medida en el caso del régimen libre.

Para la estimación del nivel de ruido se ha realizado una caracterización a tramos de la respuesta del generador de inyección a partir del ruido medido en el mismo y se ha ajustado en el array. Tras este ajuste se ha realizado la simulación de VCO 2 aislado en las mismas condiciones de carga y con las mismas fuentes de ruido.

El resultado se muestra en la figura 5.17 donde se ha incluido además el ruido de fase del generador de inyección.

Si se observa la respuesta de ruido medida se puede ver un incremento de la potencia en las frecuencias intermedias de la banda similar al que se obtenía en el análisis de ruido en régimen libre. Sin embargo, las curvas obtenidas en simulación no manifiestan este comportamiento sino que siguen al generador de inyección [5] hasta un *offset* de casi  $10^6$  Hz. Esto se debe a que, al no contemplar más fuentes de ruido, este efecto no puede ser reproducido por la simulación propuesta.

Por otro lado, al simular la respuesta de ruido del VCO aislado, el *offset* en el que empieza a reducirse está desplazado respecto al obtenido en el resto de curvas. Esto puede ser consecuencia de

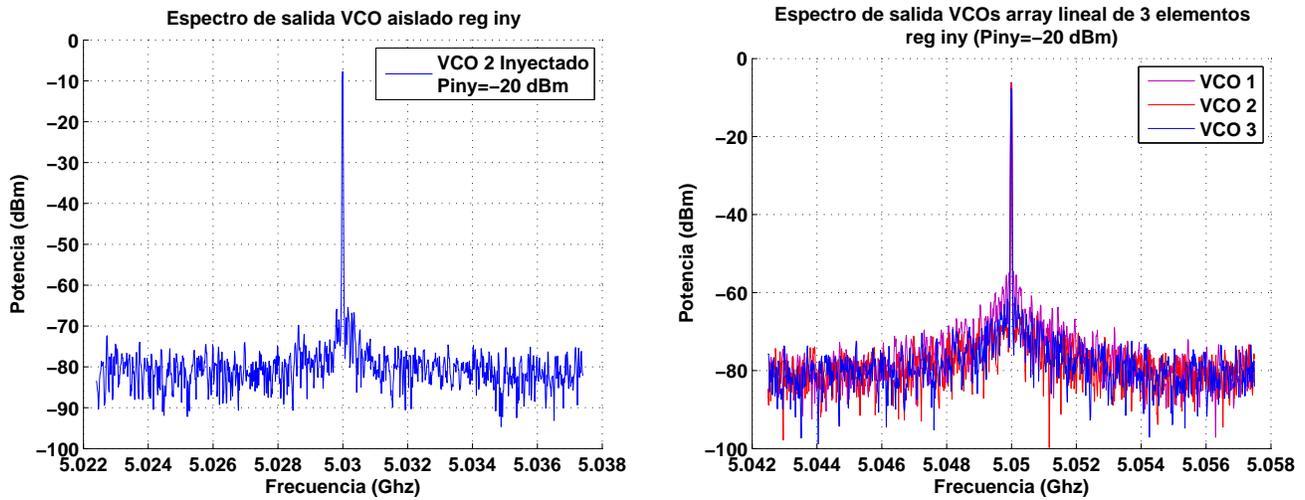


Figura 5.16: Espectro de los osciladores en régimen inyectado conectados a la red de acoplo para una señal de frecuencia de inyección 5,03 GHz, VCO aislado, y 5,05 GHz, array sincronizado, y potencia  $-20$  dBm. A la izquierda el VCO 2 aislado. A la derecha salida de los tres VCOs en régimen sincronizado.

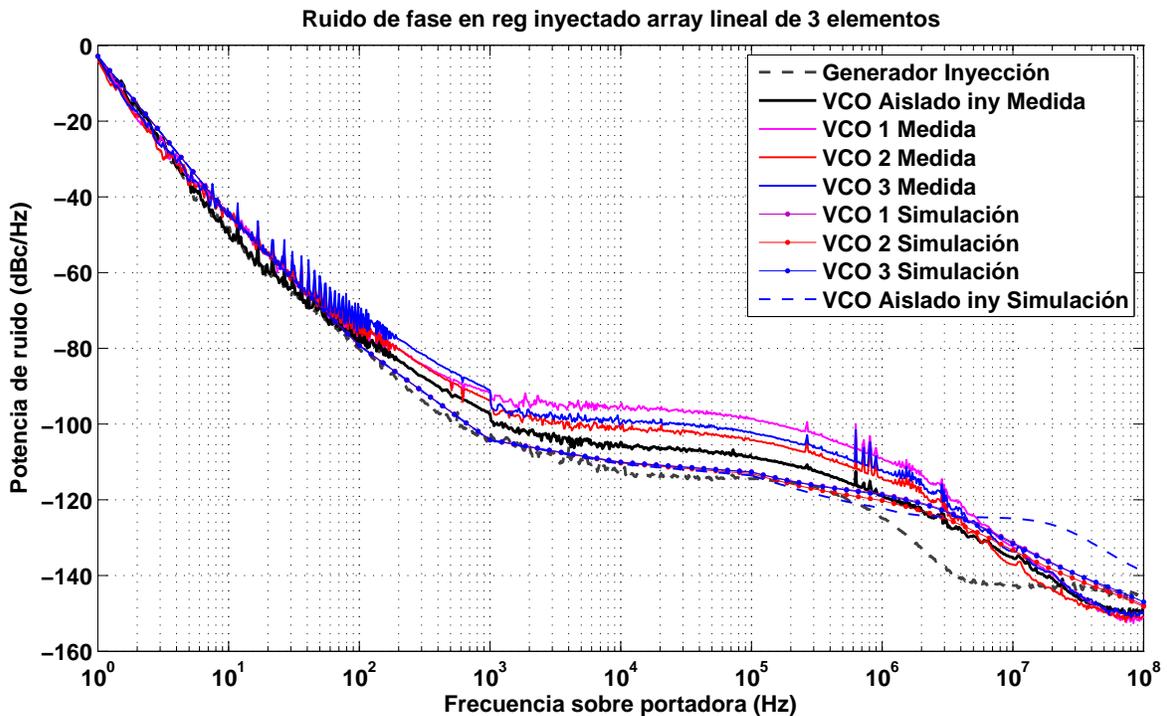


Figura 5.17: Ruido de fase medido en régimen inyectado para los VCOs sincronizados comparado con el del VCO 2 aislado en las mismas condiciones de la figura 5.16. Comparación del nivel de ruido con la respuesta del generador de inyección y las soluciones obtenidas con la formulación semianalítica.

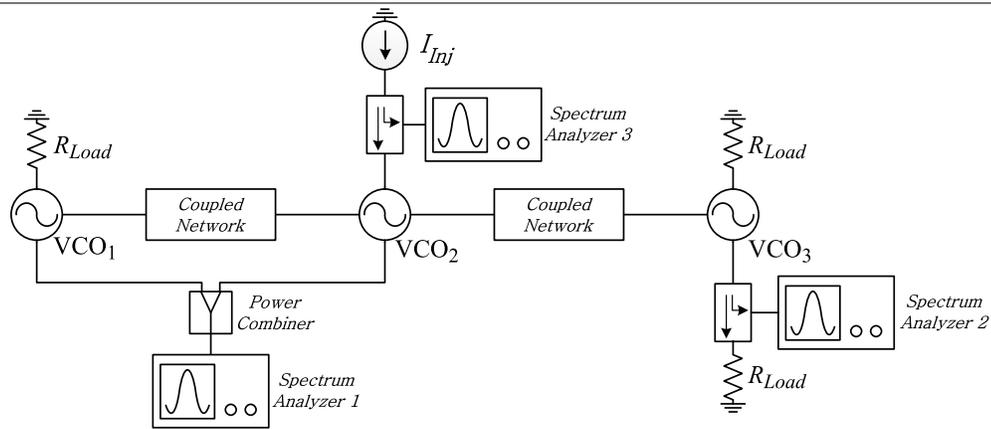


Figura 5.18: Esquema del montaje realizado para la medida de las soluciones con señales de inyección moduladas.

haber sido obtenido en puntos diferentes de la elipse de inyección, ya que la respuesta de ruido se ve alterada al acercarse a los extremos de las elipses de inyección [6].

### 5.2.3. Medidas de soluciones con inyección de señales moduladas

Uno de los análisis presentados en el capítulo 2 es el de la envolvente compleja. Este permite determinar la respuesta de los arrays cuando se sincronizan con una señal de inyección modulada.

Este análisis no ha sido implementado en *Matlab* para emplear diferentes *VCOs*. Por esta razón, en esta sección solo se presentarán medidas tomadas en el circuito con el objeto de realizar una caracterización cualitativa del comportamiento del mismo para comprobar si están en consonancia con las simulaciones ya realizadas.

Para realizar esta medida se ha empleado el montaje de la figura 5.18. En este, las señales de los osciladores 1 y 2 se suman a través de un combinador de potencia de forma que, al ser estable la solución de desfase  $180^\circ$ , se cancelen proporcionando información de la relación de fases. Por otro lado mediante un acoplador se puede tomar una muestra de la señal de salida del *VCO* 3 que está sincronizado con los dos primeros. De esta forma, también se puede medir el espectro de la señal sincronizada y, con un tercer analizador de redes, se puede monitorizar la señal de inyección.

Además, en la imagen de la figura 5.19, se puede ver el entorno de medida de la figura 5.18 en el laboratorio. En esta se han señalado los elementos más importantes empleados para realizar las medidas como son: el array con el sistema de medida de fases, analizadores de espectros y el sistema de adquisición de datos que permite controlar al circuito desde un *PC*.

Este esquema permitirá por una parte determinar cómo afecta la modulación al sincronismo a través de la señal medida en el *VCO* 3 al mismo tiempo que posibilita el saber la influencia de la señal inyectada en la relación de fases entre los osciladores a partir de la señal combinada.

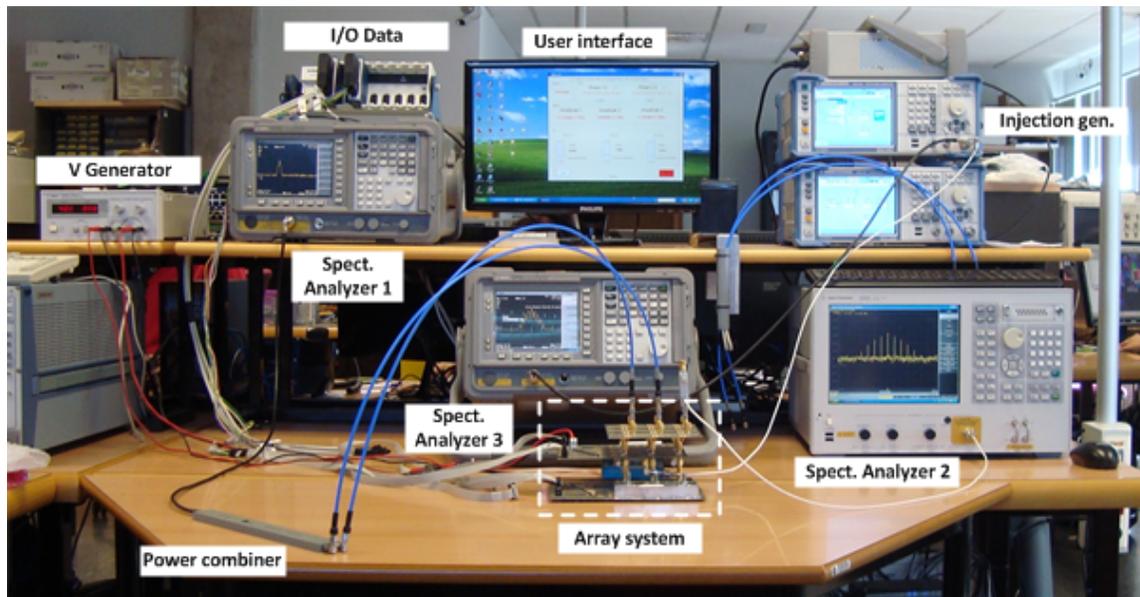


Figura 5.19: Montaje realizado en el laboratorio para la medida de las soluciones con señales de inyección moduladas.

La primera medida que se ha realizado se corresponde con las curvas de la figura 5.20. Estas han sido obtenidas con una señal de inyección sin modular variando la frecuencia de la misma para determinar los márgenes de sincronismo. Esto es equivalente a emplear una modulación de *FM* con una desviación de frecuencia muy baja.

Para la obtención de las curvas de la figura 5.20 se fijó la relación de fases en  $180^\circ$  para una frecuencia de inyección de  $5,05\text{ GHz}$ . Como se puede apreciar en las medidas el nivel de cancelación es mínimo en este valor y se va incrementando al alejarse del mismo, hasta que se pierde el sincronismo en el array, debido a que no se mantiene constante la relación de fases con los cambios de frecuencia. En las gráficas también se puede apreciar la señal de salida del *VCO 3*, atenuada  $20\text{ dB}$  debido al acoplador y un atenuador conectado a la salida del mismo, lo que permite comprobar el sincronismo en el sistema.

La siguiente prueba realizada ha consistido en evaluar el efecto de la modulación sobre la relación de fases en el circuito. Para ello se ha empleado una señal modulada en fase donde la frecuencia de inyección ( $5,05\text{ GHz}$ ) y la de modulación ( $500\text{ KHz}$ ) son constantes y se han evaluado la respuesta del sistema para diferentes valores de desviación de fase. Los resultados de esta medida se pueden ver en las curvas de las figuras 5.21, 5.22 y 5.23 donde se representan las señales canceladas, la salida del *VCO 3* y la señal de inyección empleada respectivamente.

De este experimento se puede resaltar cómo, al incrementarse el ancho de banda de la señal modulada debido al aumento de la desviación de fase, la potencia global de la señal cancelada aumenta, por lo que la modulación podría afectar a la conformación del haz en las antenas al afectar a las relaciones de fases. Este efecto también se puede apreciar en las simulaciones realizadas con la

envolvente compleja del apéndice A.3. También se puede señalar que para una desviación de fase de  $580^\circ$  se pierde el sincronismo en el array como consecuencia de la modulación.

La última medida que se va a presentar es similar a la de la figura 5.20 pero, esta vez empleando en inyección una señal modulada en fase con una frecuencia de modulación de  $500\text{ KHz}$  y  $90^\circ$  de desviación de fase. Esto permitirá comprobar cómo afecta las variaciones de la frecuencia de inyección con señales moduladas.

Esta medida se representa en las figuras 5.24, 5.25 y 5.26 donde, al igual que en el caso anterior, se puede apreciar el efecto tanto sobre la señal sincronizada como sobre la diferencia de fases a través de la señal cancelada.

En esta medida al igual que en la de la figura 5.20 se puede ver como el nivel de la señal cancelada se incrementa al alejarse del punto de desfase  $180^\circ$  y, al llegar al extremo de la banda de sincronización, aparecen componentes indeseadas como consecuencia de la pérdida de sincronismo.

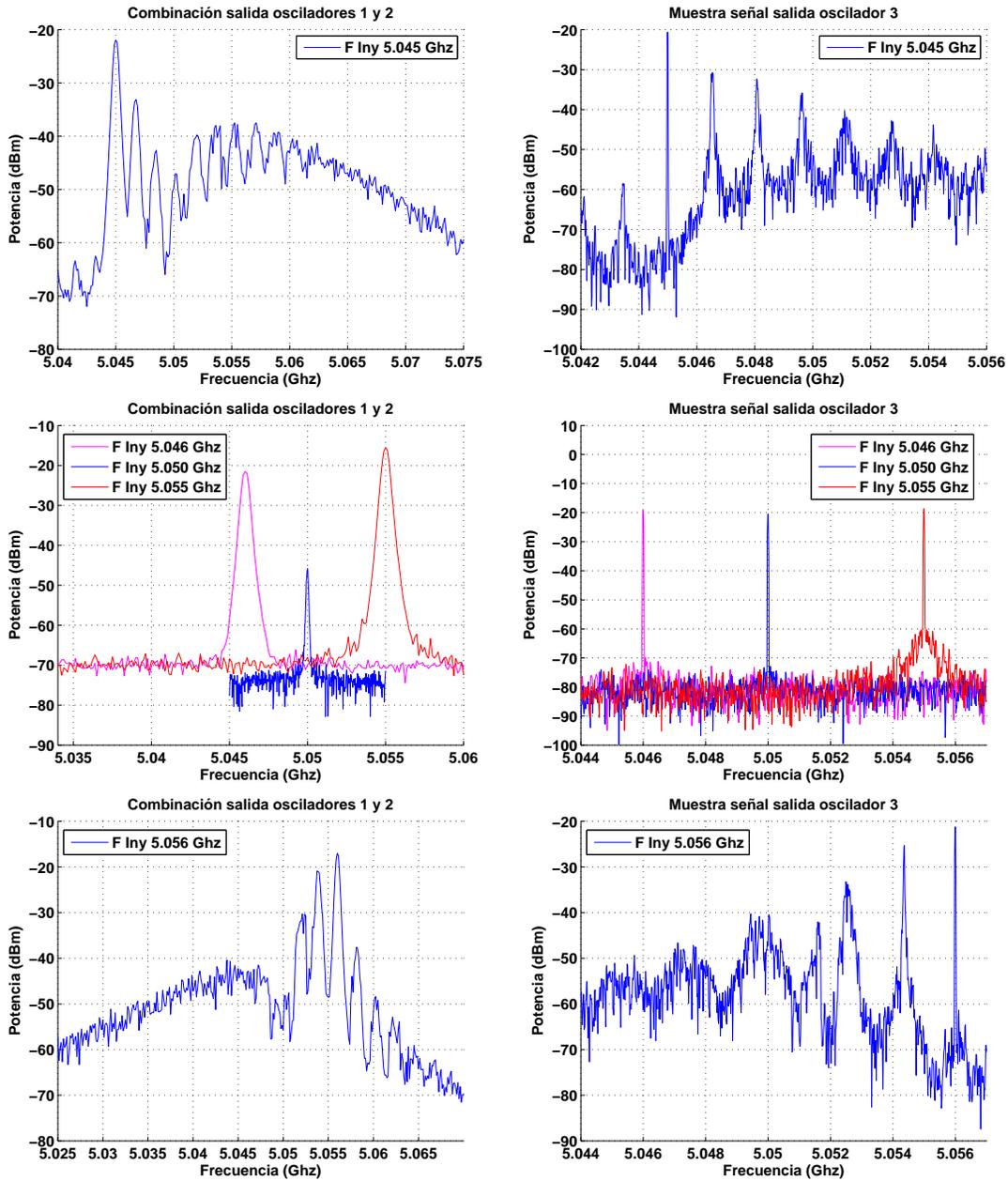


Figura 5.20: Soluciones obtenidas al variar la frecuencia de inyección en el array alrededor del punto con  $f_{iny} = 5,05$  Ghz y desfase entre elementos  $180^\circ$ . Suma de las salidas de los VCOs 1 y 2, izquierda, y muestra tomada a través de un acoplador de la salida del VCO 3, derecha.

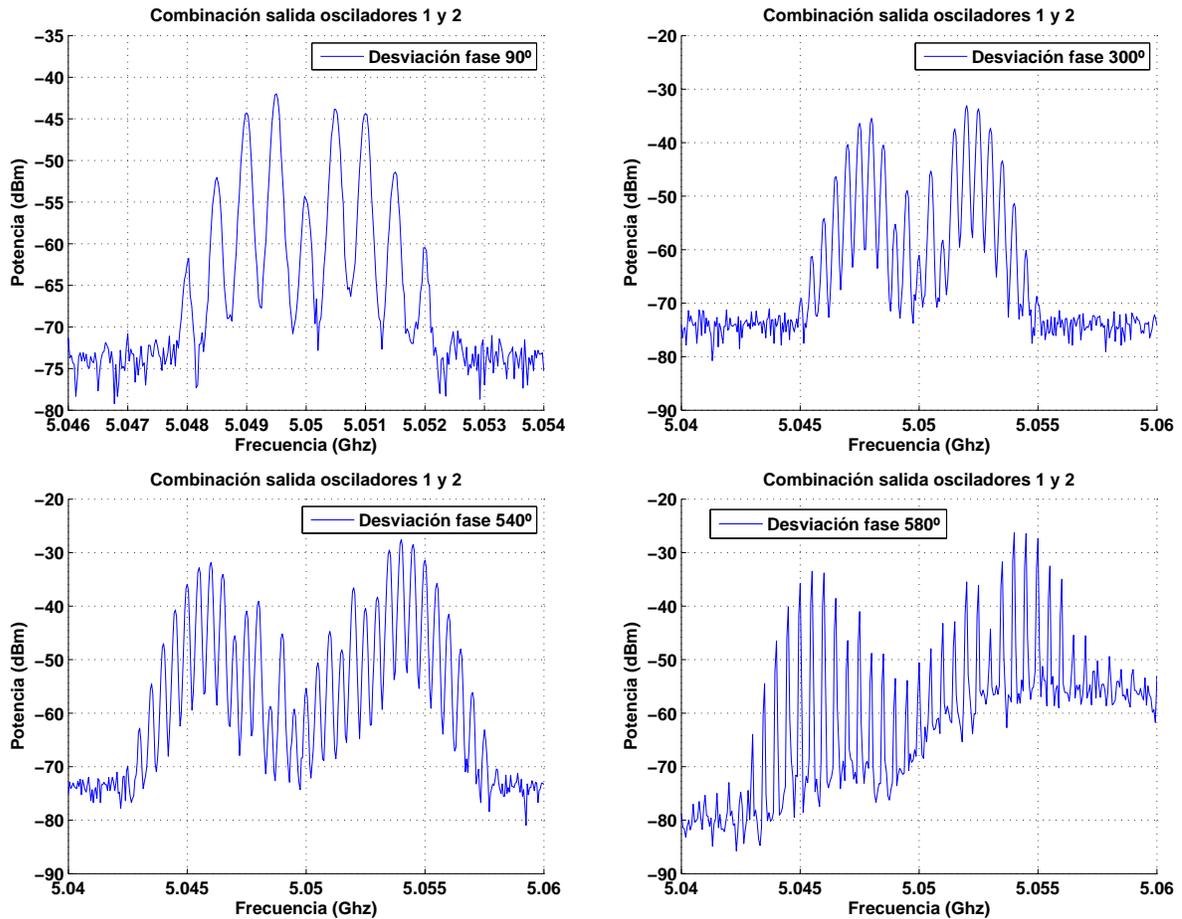


Figura 5.21: Medida del nivel de cancelación en la suma de las señales de los VCOs 1 y 2 para una señal de inyección con  $f_{iny} = 5,05 \text{ Ghz}$  y  $P_{iny} = -6 \text{ dBm}$  modulada en fase con  $f_{mod} = 500 \text{ Khz}$  y diferentes desviaciones de fases en el punto de desfase  $180^\circ$ .

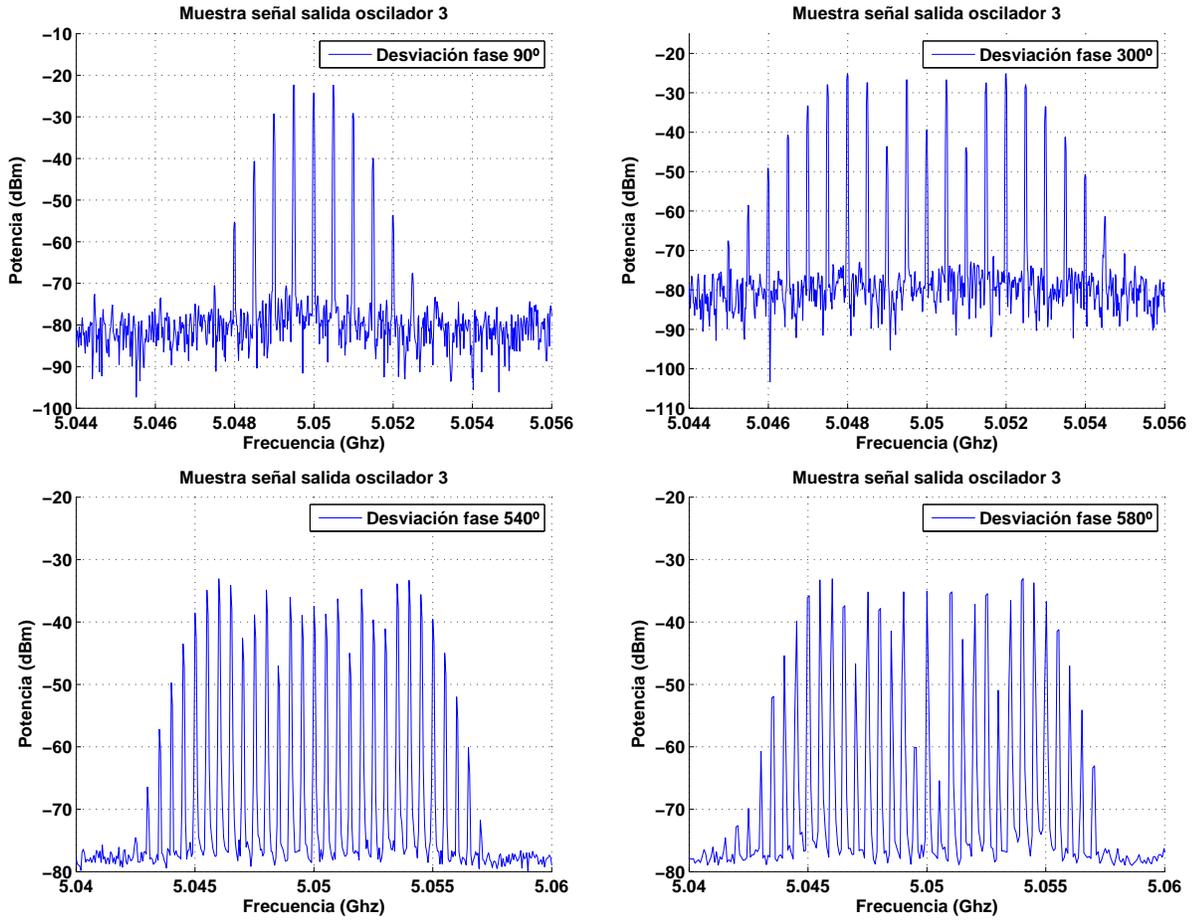


Figura 5.22: Muestra tomada a través de un acoplador de la salida del VCO 3 sincronizado en régimen inyectado para una señal de inyección con  $f_{iny} = 5,05 \text{ GHz}$  y  $P_{iny} = -6 \text{ dBm}$  modulada en fase con  $f_{mod} = 500 \text{ KHz}$  y diferentes desviaciones de fases en el punto de desfase  $180^\circ$ .

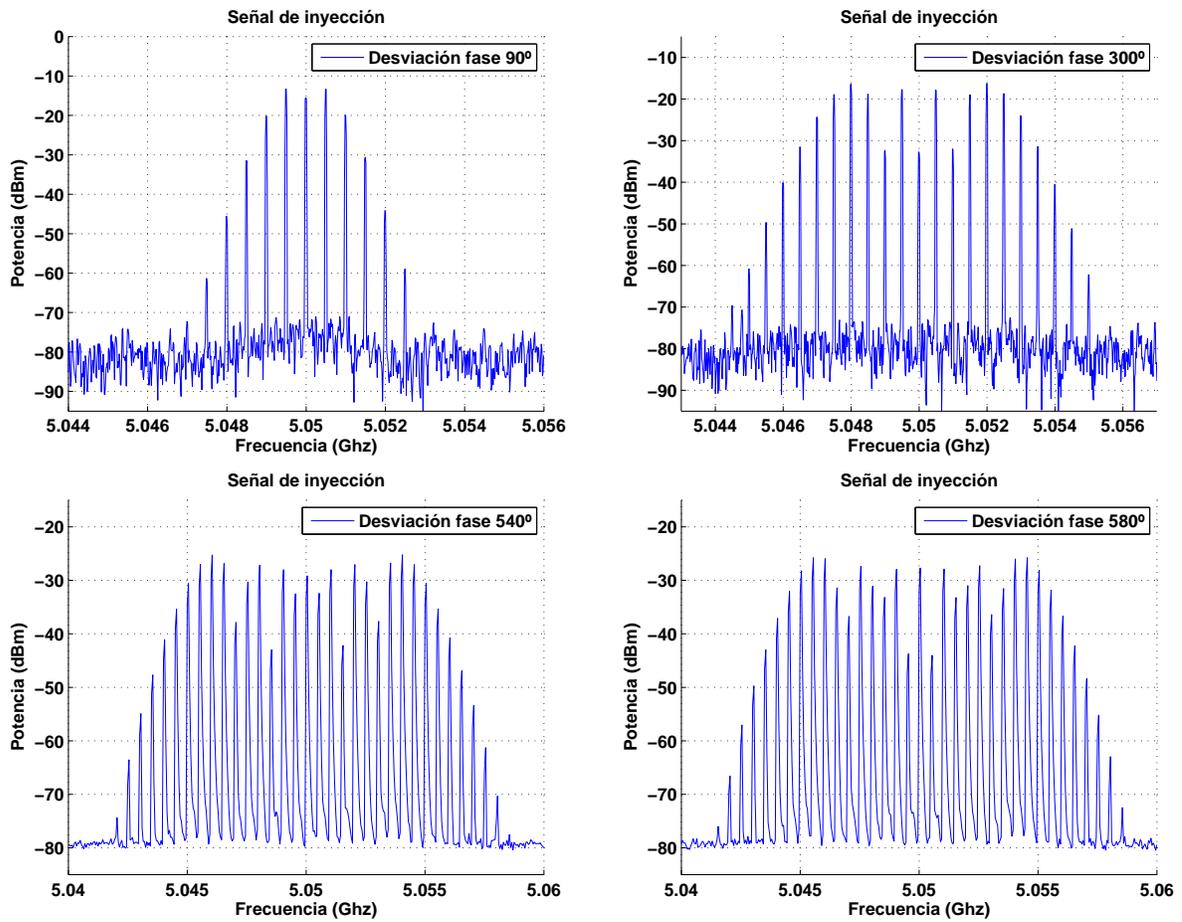


Figura 5.23: Señal inyectada en las medidas de las figuras 5.21 y 5.22 con los distintos valores de desviación de fase.

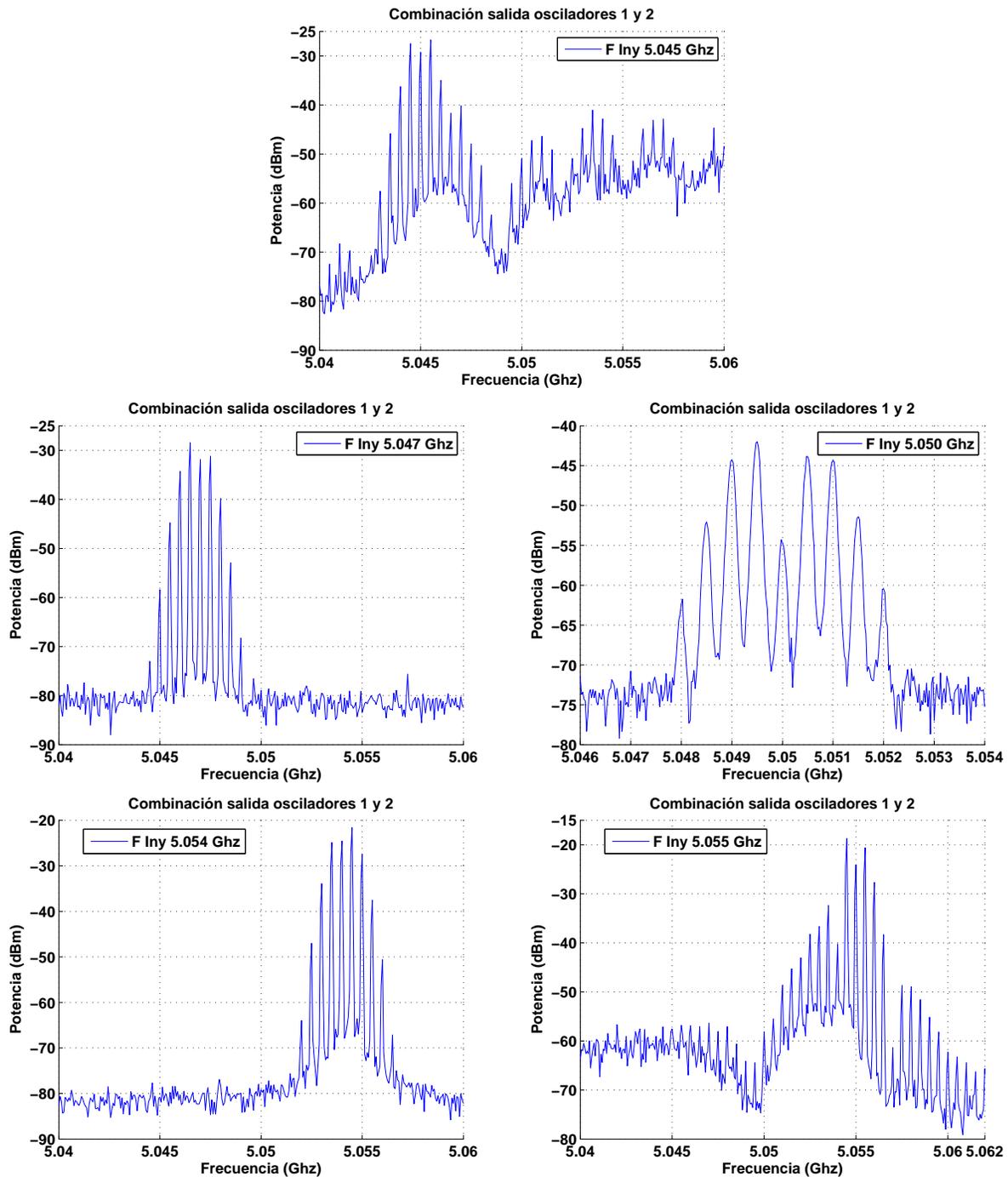


Figura 5.24: Medida del nivel de cancelación en la suma de las señales de los  $VCOs$  1 y 2 para una señal de inyección modulada en fase con  $f_{mod} = 500 KHz$  y una desviación de fase de  $90^\circ$  en el punto de desfase  $f_{iny} = 5,05 GHz$  y  $180^\circ$  al variar la frecuencia de inyección.

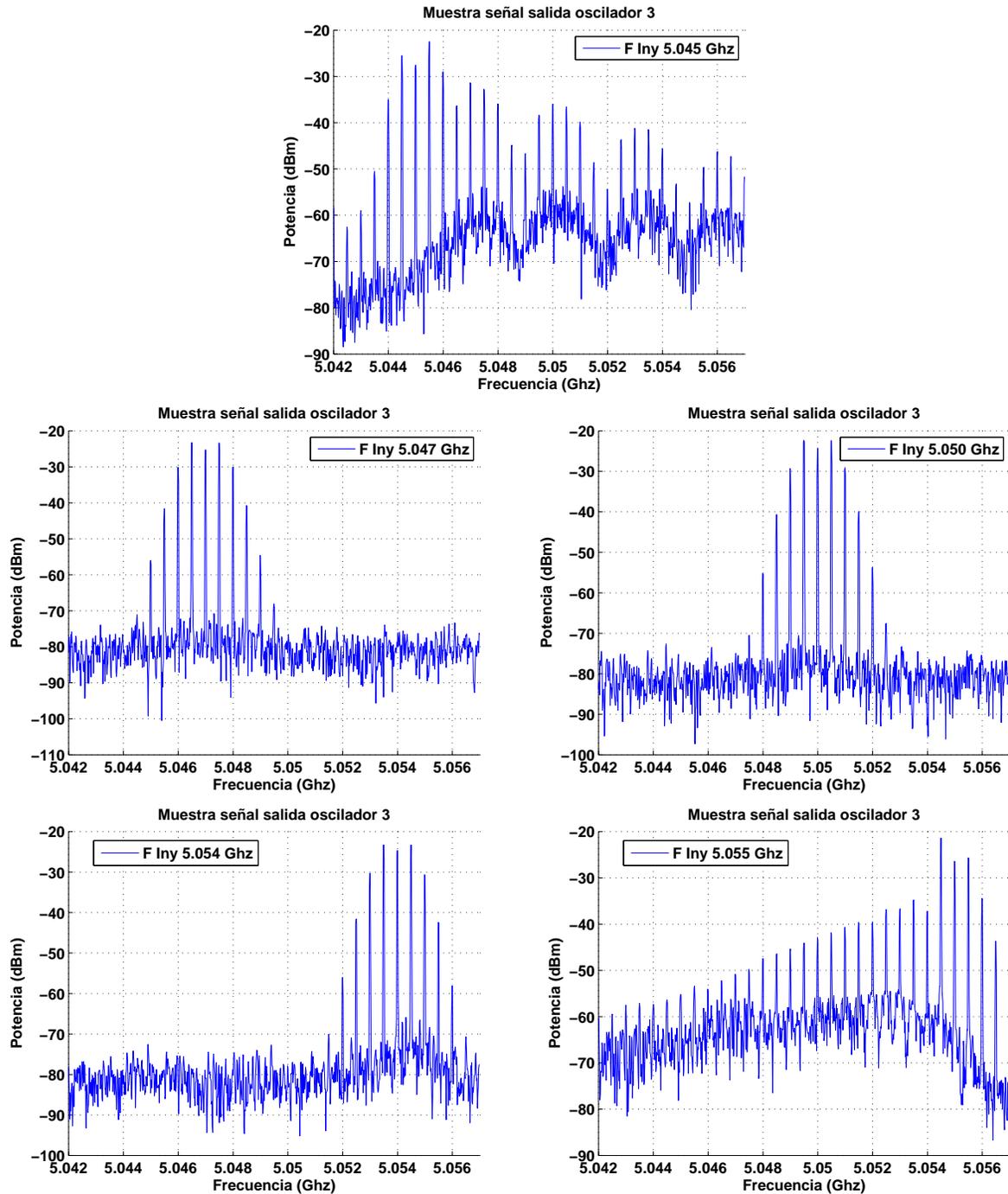


Figura 5.25: Muestra tomada a través de un acoplador de la salida del VCO 3 sincronizado en régimen inyectado para una señal modulada en fase con  $f_{mod} = 500 \text{ Khz}$  y una desviación de fase de  $90^\circ$  en el punto de desfase  $f_{iny} = 5,05 \text{ Ghz}$  y  $180^\circ$  al variar la frecuencia de inyección.

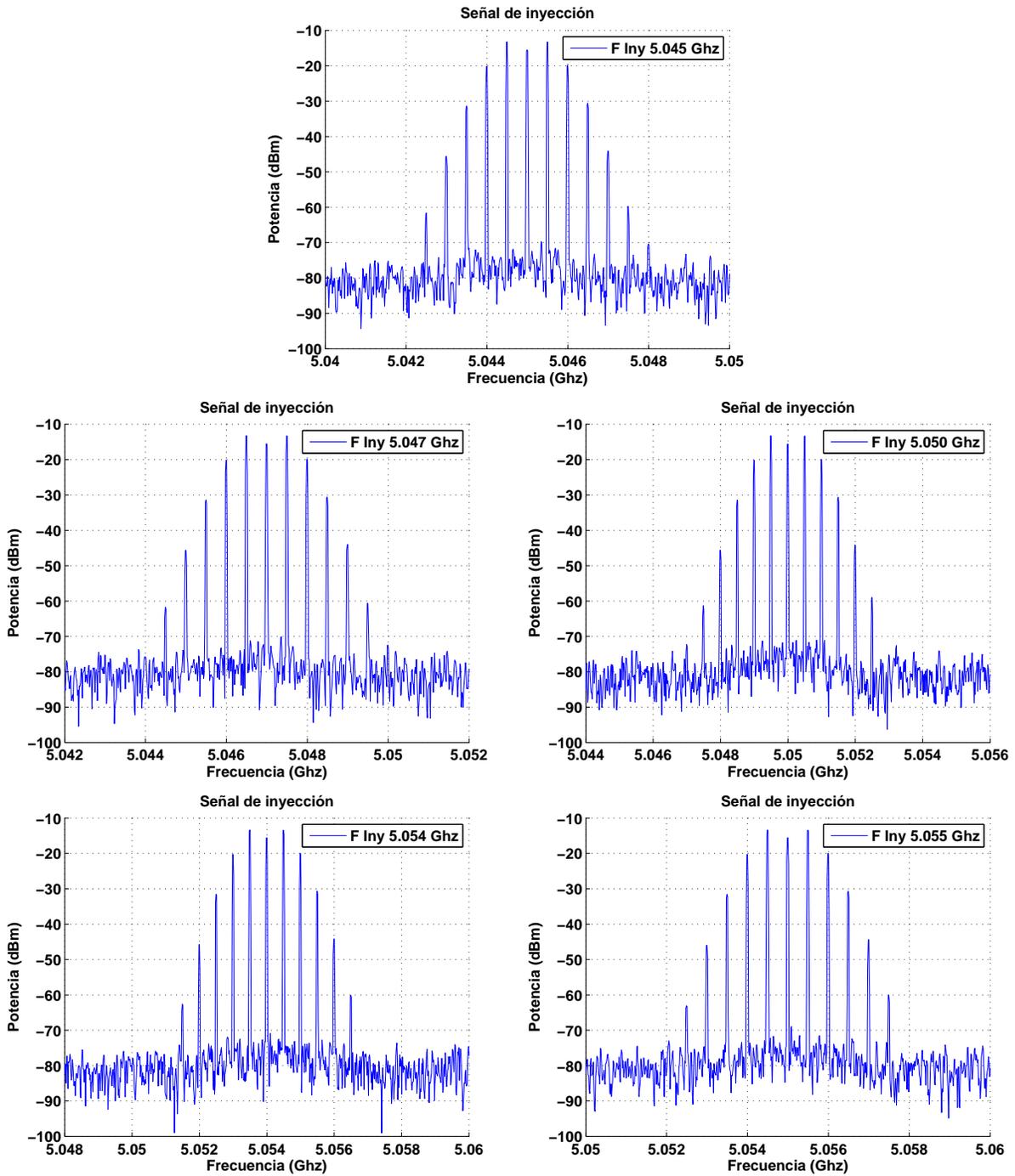


Figura 5.26: Señal inyectada en las medidas de las figuras 5.24 y 5.25 con los distintos valores de frecuencia de inyección.

## Bibliografía

- [1] A. Suárez, *Analysis and Design of Autonomous Microwave Circuits*, Ed. IEEE Wiley, Piscataway, NJ, Jan. 2009.
- [2] A. Suárez, F. Ramírez, and S. Sancho, "Stability and noise analysis of coupled-oscillator systems", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 59, no. 4, pp. 1032-1046, Apr. 2011.
- [3] A. Collado, "Análisis y control práctico de bifurcaciones en circuitos de microondas. Aplicación a sistemas de osciladores acoplados." Tesis Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, May 2007.
- [4] Heng-Chia Chang, Xudong Cao, Umesh K. Mishra, and R.A. York, "Phase noise in coupled oscillators: theory and experiment", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 5, pp. 604-615, May 1997.
- [5] Heng-Chia Chang, Xudong Cao, M.J. Vaughan, Umesh K. Mishra, and R.A. York, "Phase noise in externally injection-locked oscillator arrays", *IEEE Transactions on in Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 11, pp. 2035-2042, November 1997.
- [6] F. Ramírez, M. Pontón, S. Sancho, and A. Suárez, "Phase-noise analysis of injection-locked oscillators and analog frequency dividers", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 56, no. 2, pp. 393-407, Feb. 2008.



## Capítulo 6

# Caracterización experimental de un oscilador

En los sistemas de comunicaciones los osciladores son elementos fundamentales tanto en régimen libre como inyectado, pues de sus características depende el buen funcionamiento de los mismos. Sobre estos circuitos, múltiples autores han propuesto nuevos métodos en los que aplicarlos en los últimos años. En estos trabajos, los circuitos basados en el uso de osciladores han resultado ser una alternativa válida frente a otras soluciones más convencionales en tareas como la conversión de frecuencia [1–7], apuntamiento de haz y combinación de potencia [8, 9], amplificación de señal [10, 11] o incluso en aplicaciones de modulación y demodulación en fase o frecuencia [12–15].

Sin embargo, los esfuerzos dedicados a su estudio son limitados a pesar del potencial observado, debido a que la compleja dinámica de funcionamiento de estos circuitos dificulta su análisis como consecuencia de su naturaleza autónoma. Además, a la complejidad intrínseca de estos circuitos debe añadirse el hecho de que al aumentar el tamaño de los sistemas el coste computacional y la dificultad de su análisis también se incrementa.

En este sentido, el empleo de la sonda de medida y la formulación semianalítica [16] facilitan el estudio de estos sistemas mediante la obtención, a través de desarrollos en serie de Taylor, de modelos de orden reducido alrededor de un punto de trabajo conocido. Hasta ahora estos modelos se habían obtenido de forma numérica aplicando diferencias finitas. Sin embargo, este procedimiento está condicionado a la disponibilidad de unos modelos suficientemente buenos, ya que de lo contrario se perderá precisión en el cálculo de las derivadas que caracterizan el comportamiento de los circuitos, resultando en una mala aproximación de las soluciones en los sistemas globales.

Por esta razón, se propone en este capítulo una caracterización experimental de los osciladores a partir de su respuesta en condiciones de baja inyección [17]. Este método permitirá calcular las derivadas de primer orden de forma indirecta, a partir de las tensiones medidas a la salida de los circuitos, lo que posibilitará la estimación del comportamiento de estos en estructuras más complejas,

como los arrays de osciladores, a partir de su respuesta real mediante el uso de la formulación semianalítica.

Este capítulo se dividirá, a grandes rasgos, en dos partes. La primera estará dedicada a presentar los fundamentos teóricos sobre los que se basa el procedimiento y su validación. En la segunda, se propondrá un entorno de medida para realizar la caracterización en un laboratorio detallando el proceso de calibración necesario para su empleo.

Por último, se obtendrán las derivadas a partir de las medidas tomadas en un *VCO* a  $4,97\text{ Ghz}$  y se presentarán los resultados a modo de validación final.

## 6.1. Cálculo de las derivadas a partir de soluciones sincronizadas

En régimen de libre oscilación un *VCO* presenta una admitancia nula en cualquiera de sus nodos [18]. En condiciones de baja inyección, o acoplo débil si está conectado a uno o más osciladores, la admitancia total puede sufrir pequeñas variaciones. Estas se pueden predecir a partir de una linealización de la función admitancia alrededor de un punto de trabajo en régimen libre empleando un generador auxiliar [16] conectado al nodo de interés. Para ello, se expresa dicha admitancia mediante un desarrollo en serie de Taylor en donde las derivadas de la misma se han calculado por diferencias finitas sobre una solución estacionaria, tras perturbar los distintos parámetros en la sonda. Sin embargo, trasladar este esquema de medida a un entorno real no es posible debido a que la sonda no puede ser implementada mediante elementos físicos. Por esta razón se propone el cálculo de las derivadas empleando los valores obtenidos en régimen sincronizado. Esto permitirá caracterizar a los *VCOs* a partir de datos medibles.

Para el desarrollo de este método, inicialmente se trabajará sobre el esquema que se muestra en la figura 6.1. En este esquema se emplean dos generadores, uno que actúa como fuente de inyección y otro utilizado para implementar al generador auxiliar.

Este circuito permitirá determinar las relaciones entre las diferentes variables del sistema y las derivadas de la admitancia, lo que permitirá encontrar una expresión para cada una de ellas dependiente únicamente de los parámetros de las soluciones sincronizadas. De este modo, únicamente a partir de estas soluciones, las cuales se pueden medir con relativa facilidad, se podrá determinar los valores de dichas derivadas.

Para facilitar el análisis se trabajará sobre dos situaciones diferentes. La primera 6.1.a, es aquella en la que un generador de inyección se conecta al mismo nodo que la sonda de medida, lo que permitirá obtener las derivadas respecto a la tensión en el nodo, frecuencia de oscilación y aquellos parámetros de control que sean de interés.

Así a partir del circuito de la figura 6.1.a se tiene que la respuesta de un *VCO* se puede expresar según 6.1 para un nivel de inyección pequeño.

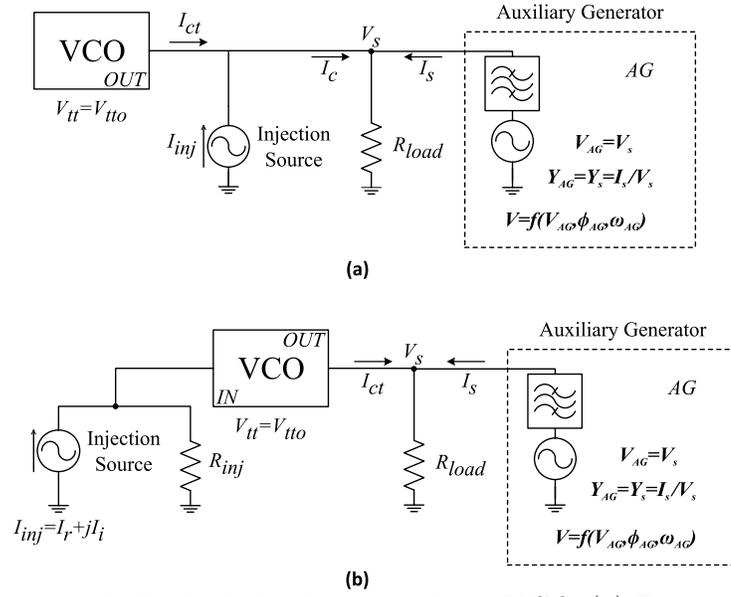


Figura 6.1: Esquema para el cálculo de las derivadas de un VCO. (a) Fuente de inyección conectada al mismo nodo que el generador auxiliar. (b) Fuente de inyección conectada a un nodo diferente al del generador auxiliar.

$$Y_s = \frac{I_{inj}}{V_s} e^{j(\phi_{inj} - \phi_s)} \quad (6.1)$$

En esta expresión, al igual que se ha hecho en los desarrollos de la formulación semianalítica al trabajar en los arrays, la admitancia  $Y_s$  se puede aproximar empleando un desarrollo serie de Taylor [16] de orden uno. De esta forma la ecuación 6.1 se puede reescribir como

$$Y_s \simeq \left. \frac{\delta Y_s}{\delta V} \right|_{(V_o, \omega_o)} (V_s - V_o) + \left. \frac{\delta Y_s}{\delta \omega} \right|_{(V_o, \omega_o)} (\omega_{inj} - \omega_o) = \frac{I_{inj}}{V_s} e^{j(\phi_{inj} - \phi_s)} \quad (6.2)$$

ecuación que permite aproximar los valores de las tensiones ( $V_s$ ) y la frecuencia de oscilación ( $\omega_{inj}$ ) a partir de un valor de la corriente de inyección ( $I_{inj} e^{j(\phi_{inj} - \phi_s)}$ ) conocido.

Las derivadas mediante las que se modela la admitancia se pueden considerar como constantes siempre que se opere en régimen de baja inyección, debido a que la corriente no perturba de forma significativa las condiciones de trabajo del VCO. Por lo que se puede asumir que todas las soluciones que se obtengan en este régimen deben cumplir la ecuación 6.2. Esto permitirá construir un sistema de ecuaciones a partir de múltiples puntos solución en el que las derivadas sean las incógnitas a calcular.

Sin embargo, la ecuación 6.2 tiene el inconveniente de depender de la solución de régimen libre del oscilador ( $V_o, \omega_o$ ). Esta solución, si bien es cierto que se puede medir en un laboratorio, en

general suele presentar peor estabilidad que las soluciones sincronizadas, ya que los generadores de inyección empleados para producir estas proporcionan señales de menor variabilidad.

La dependencia de la expresión 6.2 con las variables de régimen libre se puede eliminar a partir de dos soluciones  $(V_{s1}, \omega_{s1})$  y  $(V_{s2}, \omega_{s2})$ , correspondientes a los niveles de inyección  $(I_{inj}^1, \omega_{inj}^1 = \omega_{s1})$  y  $(I_{inj}^2, \omega_{inj}^2 = \omega_{s2})$ . Para ello, se debe calcular la diferencia entre las admitancias resultantes para cada una de ellas. De esta forma, tal y como se puede comprobar en 6.3, ya no aparecen las variables  $(V_o, \omega_o)$ .

$$Y_{s1} - Y_{s2} \simeq \frac{\delta Y_s}{\delta V} (V_{s1} - V_{s2}) + \frac{\delta Y_s}{\delta \omega} (\omega_{s1} - \omega_{s2}) \quad (6.3)$$

La ecuación 6.3 permitirá obtener cada una de las derivadas de la admitancia en el nodo de interés implicadas en la misma a partir de las variables  $(V_{s1}, \omega_{s1})$  y  $(V_{s2}, \omega_{s2})$ , correspondientes a distintas soluciones sincronizadas, si se seleccionan los valores apropiados.

Así, se deben elegir dos soluciones con distinta amplitud de inyección que cumplan que  $\omega_{s1} = \omega_{s2}$  para el cálculo de la derivada en función de la amplitud de salida. Con ello se logra que el término asociado a la derivada de frecuencia en 6.3 se anule, ya que  $(\omega_{s1} - \omega_{s2}) = 0$ . Esto permitirá despejar la derivada y obtener la expresión

$$\frac{\delta Y_s}{\delta V} \simeq \frac{Y_{s1} - Y_{s2}}{V_{s1} - V_{s2}} \quad (6.4)$$

A partir del valor de la derivada de amplitud calculada en 6.4 se puede obtener  $\frac{\delta Y_s}{\delta \omega}$ . Para ello se emplean dos nuevas soluciones,  $(V'_{s1}, \omega'_{s1})$  y  $(V'_{s2}, \omega'_{s2})$ , que cumplen que  $\omega'_{s1} \neq \omega'_{s2}$  pudiendo pertenecer a la misma elipse, en la ecuación 6.3. De este modo, despejando  $\frac{\delta Y_s}{\delta V}$  se obtiene

$$\frac{\delta Y_s}{\delta \omega} \simeq \frac{Y'_{s1} - Y'_{s2} - \frac{\delta Y_s}{\delta V} (V'_{s1} - V'_{s2})}{\omega'_{s1} - \omega'_{s2}} \quad (6.5)$$

Las derivadas de la admitancia en el nodo de interés respecto a cualquier otro parámetro de control dado, como la tensión con la que se sintoniza al *VCO*, puede obtenerse incluyendo el efecto de esta nueva variable sobre la respuesta del circuito en el desarrollo en serie de Taylor de  $Y_s$  [16] mediante la inclusión del correspondiente término en diferencias

$$Y_s \simeq \frac{\delta Y_s}{\delta V} (V_s - V_o) + \frac{\delta Y_s}{\delta \omega} (\omega_{inj} - \omega_o) + \frac{\delta Y_s}{\delta \eta} (\eta_s - \eta_o) \quad (6.6)$$

Para obtener la nueva derivada se procederá de la misma forma que con las calculadas en función de la tensión y la frecuencia. Es decir, a partir de los resultados obtenidos en 6.4 y 6.5 y dos nuevos puntos solución  $(V_{s1}^{\eta_1}, \omega_{s1}^{\eta_1})$  y  $(V_{s2}^{\eta_2}, \omega_{s2}^{\eta_2})$ , en los que se ha variado el parámetro de interés  $\eta$ , se despeja el valor de  $\frac{\delta Y_s}{\delta \eta}$  en 6.6 en función de los datos conocidos. De esta forma se obtiene la ecuación 6.7

$$\frac{\delta Y_s}{\delta \eta} \simeq \frac{Y_{s1}^{\eta_1} - Y_{s2}^{\eta_2} - \frac{\delta Y_s}{\delta V} (V_{s1}^{\eta_1} - V_{s2}^{\eta_2}) - \frac{\delta Y_s}{\delta \omega} (\omega_{s1}^{\eta_1} - \omega_{s2}^{\eta_2})}{\eta_1 - \eta_2} \quad (6.7)$$

Por último, para el caso de la figura 6.1.(b), en la que el VCO está inyectado por un generador externo en un nodo diferente del de interés, la admitancia  $Y_s$  siempre vale 0, debido a que está conectada únicamente a la carga. Esta se puede desarrollar por Taylor según la expresión 6.8 [16] .

$$Y_s \simeq \frac{\delta Y_s}{\delta V} (V_s - V_o) + \frac{\delta Y_s}{\delta \omega} (\omega_{inj} - \omega_o) + I_{inj} \left( \frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r} \cos(\phi_{inj} - \phi_s) + \frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^i} \sin(\phi_{inj} - \phi_s) \right) = 0 \quad (6.8)$$

donde  $\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r}$  y  $\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^i}$  son la derivada de la admitancia en función de la parte real e imaginaria de la corriente de inyección.

Al igual que en el caso de la ecuación 6.2 en 6.8, no interesa que la expresión dependa de la solución de régimen libre ( $V_o, \omega_o$ ). Así, para eliminar la dependencia con estas variables se toman dos valores para la corriente de inyección  $(I_{inj}^1, \omega_{s1}, \phi_{inj}^1)$  y  $(I_{inj}^2, \omega_{s2}, \phi_{inj}^2)$  y, tras sustituirlos, se restan las expresiones de sus correspondientes admitancias. Operando se llega a la expresión

$$\begin{aligned} & \frac{\delta Y_s}{\delta V} (V_{s1} - V_{s2}) + \frac{\delta Y_s}{\delta \omega} (\omega_{s1} - \omega_{s2}) = \\ & = \frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r} \left( I_{inj}^2 \cos(\Delta\phi_2) - I_{inj}^1 \cos(\Delta\phi_1) \right) + \frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^i} \left( I_{inj}^2 \sin(\Delta\phi_2) - I_{inj}^1 \sin(\Delta\phi_1) \right) \end{aligned} \quad (6.9)$$

donde  $\Delta\phi_1 = \phi_{inj}^1 - \phi_{s2}$  y  $\Delta\phi_2 = \phi_{inj}^2 - \phi_{s2}$  en 6.9.

Para obtener los valores de las derivadas  $\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r}$  y  $\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^i}$  será necesario emplear 4 puntos  $(V_{s1}, \omega_{s1}, I_{inj}^1, \phi_{inj}^1)$ ,  $(V_{s2}, \omega_{s2}, I_{inj}^2, \phi_{inj}^2)$ ,  $(V_{s3}, \omega_{s3}, I_{inj}^3, \phi_{inj}^3)$  y  $(V_{s4}, \omega_{s4}, I_{inj}^4, \phi_{inj}^4)$ , dos por cada derivada. Esto es consecuencia de que resulta demasiado complicado que se anule alguno de los términos en diferencia que multiplican a las mismas en 6.9, debido a que es necesario tener control sobre las fases en el circuito. De esta forma y a partir de los puntos seleccionados se debe construir un sistema con dos ecuaciones; una correspondiente a los puntos 1 y 2 y otra con los 3 y 4.

Así, si se opera en 6.9, queda el sistema

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r} \alpha_1 + \frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^i} \beta_1 &= C_1 \\ \frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r} \alpha_2 + \frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^i} \beta_2 &= C_2 \end{aligned} \right\}$$

donde las constantes,  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  y  $C_i$ , valen

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= I_{inj}^2 \cos(\Delta\phi_2) - I_{inj}^1 \cos(\Delta\phi_1) \\
 \alpha_2 &= I_{inj}^4 \cos(\Delta\phi_4) - I_{inj}^3 \cos(\Delta\phi_3) \\
 \beta_1 &= I_{inj}^2 \sin(\Delta\phi_2) - I_{inj}^1 \sin(\Delta\phi_1) \\
 \beta_2 &= I_{inj}^4 \sin(\Delta\phi_4) - I_{inj}^3 \sin(\Delta\phi_3) \\
 C_1 &= \frac{\delta Y_s}{\delta V} (V_{s1} - V_{s2}) + \frac{\delta Y_s}{\delta \omega} (\omega_{s1} - \omega_{s2}) \\
 C_2 &= \frac{\delta Y_s}{\delta V} (V_{s3} - V_{s4}) + \frac{\delta Y_s}{\delta \omega} (\omega_{s3} - \omega_{s4})
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

Por lo que las derivadas están dadas tras resolver el sistema por

$$\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^i} = \frac{C_1 \beta_2 - C_2 \beta_1}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1} \quad \frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^i} = \frac{\alpha_1 C_2 - \alpha_2 C_1}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1} \tag{6.11}$$

Como se puede observar a partir de las expresiones obtenidas, el procedimiento propuesto requiere del cálculo de múltiples puntos solución para la obtención de las derivadas. En este sentido, es importante señalar que todas ellas son fácilmente medibles en el circuito sincronizado, lo que no es posible a partir de la aplicación por diferencias finitas con la sonda de medida.

## 6.2. Modificaciones en el circuito, entorno de medida y simulación

El esquema de la figura 6.1 tiene el inconveniente de que no puede ser implementado en un laboratorio, ya que los equipos de medida podrían sufrir daños a causa de las corrientes de inyección producidas entre los distintos elementos. Por esto es necesario realizar modificaciones al mismo para obtener un entorno de medida más realista y que este sea así físicamente reproducible.

En este sentido, en esta sección se propone una modificación en la configuración del sistema de la figura 6.1 para obtener un entorno que permita la realización de las medidas necesarias.

Para el cálculo de las derivadas de régimen libre se introduce en el sistema un circulador, tal y como se muestra en la imagen 6.2. Esto se hace así debido a que la señal de inyección no puede ser aplicada directamente al nodo de interés, pues podría dañar a los equipos.

En 6.2, el generador auxiliar sigue conectado al circuito únicamente como elemento de apoyo a la simulación y no para obtener las derivadas, ya que se extraerán a partir de soluciones estacionarias.

Debido a que la inyección se realiza a través del circulador la corriente de inyección que llega al circuito es diferente a la del esquema original de la figura 6.1.(a), no coincidiendo con el valor empleado en el generador externo. Esta corriente se puede obtener a partir del cálculo del equivalente

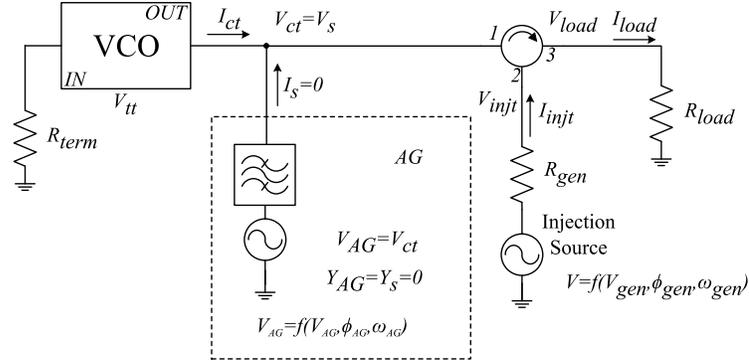


Figura 6.2: Modificación del circuito donde se ha conectado un circulator en el nodo de interés.

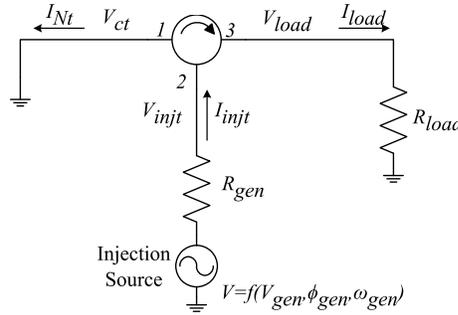


Figura 6.3: Circuito de carga para el cálculo de la corriente de inyección. Este está compuesto del circulator, la fuente de inyección y la resistencia de carga.

de Norton del circuito de carga, formados por los elementos mostrados en la figura 6.3.

A partir de la figura 6.3, se puede ver que las corrientes  $I_{Nt}$ ,  $I_{injt}$  y  $I_{load}$  y las tensiones  $V_{ct}$ ,  $V_{injt}$  y  $V_{load}$  están relacionadas entre sí a través de la matriz de parámetros  $Y$  del circulator. De este modo, cuando se imponen las condiciones  $V_{load} = I_{load}R_{load}$  y  $V_{ct} = 0$  del equivalente de Norton y teniendo en cuenta que  $I_{injt} = (V_{gen} - V_{injt})/R_{gen}$ , se puede definir la corriente de Norton según 6.12.

$$I_{Nt} = -V_{gen} \frac{y_{13}y_{32}R_{load} - y_{33}y_{12}R_{load} - y_{12}}{y_{23}y_{32}R_{load}R_{gen} - y_{33}y_{22}R_{load}R_{gen} - y_{33}R_{load} - y_{22}R_{gen} - 1} \quad (6.12)$$

De forma que la  $I_{Nt}$  calculada según 6.12 es la que se empleará para la obtención de las derivadas en las expresiones desarrolladas en el caso del análisis en régimen libre, ecuaciones 6.4, 6.5 y 6.7. Para el cálculo de las derivadas de la admitancia en función de la corriente en el generador de inyección (figura 6.1.(b)) no hace falta modificar el circuito. Sin embargo, se conservará al circulator conectado en la salida para no modificar las condiciones de carga del VCO durante el proceso de medida.

Esta modificación del circuito requiere de una caracterización precisa del circulator así como de otros componentes pasivos que se empleen en su conexión para garantizar que el cálculo de

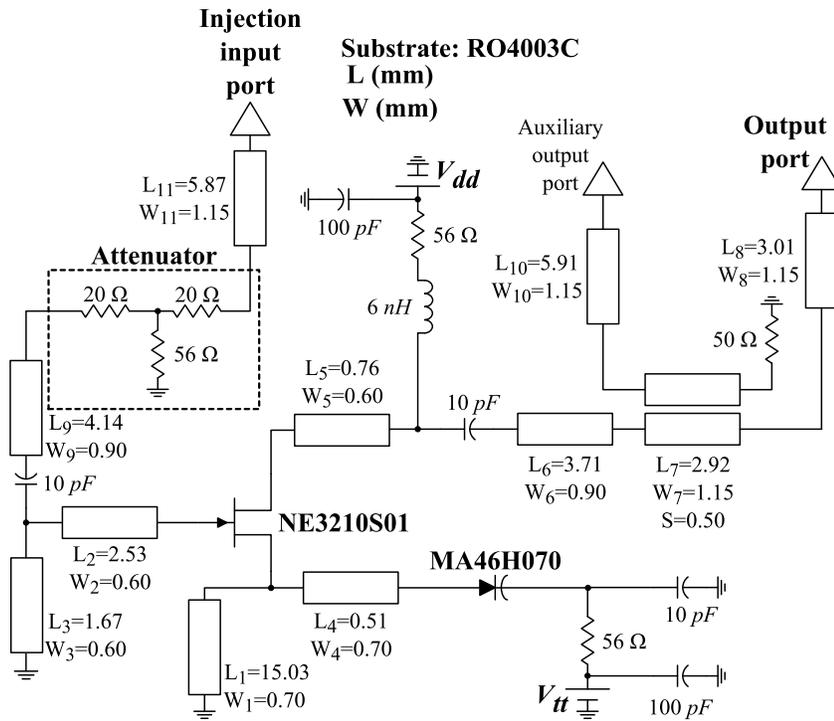


Figura 6.4: VCO empleado para validar el método propuesto para la medida de las derivadas. El punto de trabajo elegido, con una tensión de control  $V_{tt_o} = 2,5\ V$ , para el caso de oscilación libre es, en simulación,  $f_o = 5,02448\ GHz$  y  $V_o = 1,83654\ V$ .

las derivadas es correcto pues los errores en sus parámetros resultarían en valores de corriente de inyección incorrectos.

### 6.2.1. Validación

Para validar el método se han obtenido en un VCO las derivadas por el procedimiento propuesto, a partir de las soluciones sincronizadas en régimen inyectado, y por diferencias finitas, mediante simulación en el ADS, para poder comparar los resultados obtenidos con las soluciones calculadas mediante balance armónico, también en el ADS .

El circuito sobre el que se hará la validación es el de la figura 6.4. Este VCO se ha realizado sobre un sustrato de tipo RO4003C empleando un transistor NE3210S01 y un diodo varactor MA46H070 como elemento de ajuste. La entrada de inyección empleada para sincronizar al circuito está conectada al terminal de puerta del transistor. En este puerto se ha incluido un atenuador para mejorar la robustez de la oscilación cuando se realicen las conexiones y desconexiones aumentando el aislamiento y reduciendo, por tanto, la sensibilidad a las variaciones de carga. El dispositivo presenta en la salida un puerto auxiliar para tomar muestras de tensión de la misma, aunque este no se empleará en este análisis.

Al VCO de la figura 6.4 se le han calculado las derivadas respecto a la amplitud de la tensión de

Derivada de la admitancia de salida respecto a la amplitud de la tensión de salida					
$R_{gen}$	$50\ \Omega$	$R_{load}$	$50\ \Omega$	Parámetros $Y$ ideales del circulator	
$V_{gen}$	$0,005\angle 0^\circ\ V$	$\Delta V$	$0,005\ V$		
$V_{s1}$	$1,862\angle 18,9^\circ$	$V_{s2}$	$1,860\angle 19,0^\circ$	$\begin{pmatrix} 1e-7 & 2e-2 & -2e-2 \\ -2e-2 & 1e-7 & 2e-2 \\ 2e-2 & -2e-2 & 1e-7 \end{pmatrix}$	
$\Delta V_s$	$2,4302e-3\ V$	$f_{gen}$	$5,02448\ GHz$		
$Y_{s1}$	$5,91e-4\angle -18,9^\circ$	$Y_{s2}$	$5,38e-4\angle -19,0^\circ$	$\frac{\delta Y_s}{\delta V}$	$2,28e-2\angle -17,93^\circ$

*Tabla 6.1:* Resumen de los datos necesarios para el cálculo de la derivada de la admitancia de salida respecto de amplitud de la tensión de salida.

salida, la frecuencia y la tensión de varactor, que es utilizada como parámetro de control, empleando el esquema de medida de la figura 6.2.

El primer paso es la obtención de la solución de libre oscilación empleando un generador auxiliar en combinación con el método de balance armónico, fijando las tensiones de alimentación  $V_{dd}$  y  $V_{tt}$  a  $4,0\ V$  y  $2,5\ V$  respectivamente. Para este sistema, tras optimizar para garantizar que se cumple la condición de no perturbación en la sonda  $Y_{AG} = 0$ , se ha obtenido como solución  $f_o = 5,02448\ GHz$  y  $V_o = 1,83654\ V$ .

A partir de aquí se aplicará el procedimiento propuesto en 6.1. Así, para la obtención de  $\frac{\delta Y_s}{\delta V}$  se seleccionan dos soluciones sincronizadas a la misma frecuencia pero para diferentes niveles de inyección, manteniendo la potencia de la señal inyectada a un nivel relativamente bajo. En este caso se han elegido las tensiones de  $V_{gen1} = 0,005\ V$  y  $V_{gen2} = 0,01\ V$  y se ha tomado  $\omega_{gen1} = \omega_{gen2} = \omega_o = 2\pi f_o$  coincidiendo con la frecuencia obtenida en libre oscilación para garantizar el sincronismo de las soluciones. Por último, por simplicidad ya que no afecta al cálculo de esta derivada, se ha mantenido constante el valor de la tensión de control  $V_{tt} = V_{tt_o}$  en ambos casos. Las soluciones se han obtenido con la ayuda del generador auxiliar para los dos puntos seleccionados, optimizando el sistema para cumplir la condición de no perturbación, de forma que la amplitud de la sonda coincida con la de las soluciones sincronizadas. Aplicando la ecuación 6.12 se calcula la corriente equivalente para cada caso, obteniendo  $I_{Nt1}$  e  $I_{Nt2}$ , con lo que se puede calcular  $Y_{si} = \frac{I_{Nti}}{V_{si}}$ . A partir de estos datos se aplica la ecuación 6.4 para calcular el valor de  $\frac{\delta Y_s}{\delta V}$ .

En la tabla 6.1 muestra un resumen de los datos obtenidos en el cálculo de  $\frac{\delta Y_s}{\delta V}$ .

Siguiendo con el esquema planteado, a partir del valor de  $\frac{\delta Y_s}{\delta V}$  y otras dos soluciones es posible calcular la derivada de la admitancia en función de la frecuencia,  $\frac{\delta Y_s}{\delta \omega}$ , aplicando la ecuación 6.5. Las soluciones seleccionadas en este caso se toman a distinta frecuencia, pudiendo pertenecer a la misma elipse, debiendo determinar por optimización las amplitudes.

Para el cálculo de esta derivada, se ha empleado un nivel de inyección de  $0,05\ V$  con fase  $0^\circ$  para aumentar el margen de frecuencias en la elipse y se han tomado las frecuencias  $f_o \pm \Delta f$  para

Derivada de la admitancia de salida respecto a la frecuencia de la oscilación					
$V_{gen}$	$0,05\angle 0^\circ V$	$\Delta f$	$1,0 Mhz$	$f_o$	$5,02448 Ghz$
$V'_{s1}$	$1,860\angle 13,9^\circ V$	$V'_{s2}$	$1,860\angle 19,0^\circ V$	$\Delta V_s$	$6,6530e - 4 V$
$Y'_{s1}$	$5,37e - 4\angle - 13,9^\circ$	$Y'_{s2}$	$5,38e - 4\angle - 19,0^\circ$	$\frac{\delta Y_s}{\delta \omega}$	$8,041e - 12\angle 91,25^\circ$

Tabla 6.2: Resumen de los datos necesarios para el cálculo de la derivada de la admitancia de salida respecto de la frecuencia de la oscilación.

Derivada de la admitancia de salida respecto a la tensión de varactor					
$V_{gen}$	$0,005\angle 0^\circ V$	$\Delta V_{tt}$	$0,001 V$	$f_o$	$5,02448 Ghz$
$V_{s1}$	$1,839\angle - 89,9^\circ V$	$V_{s2}$	$1,839\angle - 89,9^\circ V$	$\Delta V_s$	$-2,3987e - 6 V$
$Y_{s1}$	$5,437e - 5\angle 89,9^\circ$	$Y_{s2}$	$5,437e - 5\angle 89,9^\circ$	$\frac{\delta Y_s}{\delta V_{tt}}$	$6,303e - 4\angle - 84,04^\circ$

Tabla 6.3: Resumen de los datos necesarios para el cálculo de la derivada de la admitancia de salida respecto de la tensión de varactor.

garantizar el sincronismo. Con ello se puede calcular los valores de  $Y'_{s1}$  e  $Y'_{s2}$ , de forma análoga a como se hiciera con la derivada en función de la amplitud de salida. Por último, se resuelve la ecuación 6.5 para obtener  $\frac{\delta Y_s}{\delta \omega}$ . En este caso, tampoco hace falta cambiar la tensión de varactor manteniéndose a  $V_{tt_o}$  durante todo el proceso.

En la tabla 6.2 se puede ver el resumen de los datos para el cálculo en el circuito de la figura 6.4.

El cálculo de la derivada de la admitancia respecto a la tensión de varactor servirá como ejemplo del procedimiento a seguir para modelar la respuesta respecto a un parámetro de control. Este se puede extender a cualquier otro elemento del sistema que resulte de interés; una resistencia, tensión de polarización, etc.

En este caso se mantienen la frecuencia, amplitud y fase de inyección constantes y se varía únicamente el parámetro a evaluar,  $V_{tt}$  para el VCO elegido, resolviendo el circuito con la sonda de la misma forma que con las derivadas anteriores. Así, a partir de los valores calculados para  $V_{tt} = V_{tt_o} \pm \Delta V_{tt}$  se determinan las admitancias  $Y_{s1}$  e  $Y_{s2}$ , calculadas de la misma forma que para  $\frac{\delta Y_s}{\delta V}$  e  $\frac{\delta Y_s}{\delta \omega}$ , para poder aplicar la expresión de la ecuación 6.7.

En la tabla 6.3 se muestra el resumen de los datos resultantes.

Debido a la forma en la que se han calculado las expresiones, la única condición que hay que imponer al calcular  $\frac{\delta Y_s}{\delta V_{tt}}$  es la de variar  $V_{tt}$  una vez obtenidas las derivadas anteriores. El motivo por el que se ha decidido mantener constante la frecuencia de inyección es por simplificar el proceso, ya que es perfectamente posible el obtener la derivada con soluciones a frecuencias distintas. En este caso, al tomar las soluciones con la misma frecuencia el resultado es que se anula el término que multiplica a la derivada  $\frac{\delta Y_s}{\delta \omega}$  en la ecuación 6.7, por lo que esta desaparece de la expresión. Esto, tiene como ventaja añadida que elimina del valor de la derivada  $\frac{\delta Y_s}{\delta V_{tt}}$  los posibles errores que pudiese

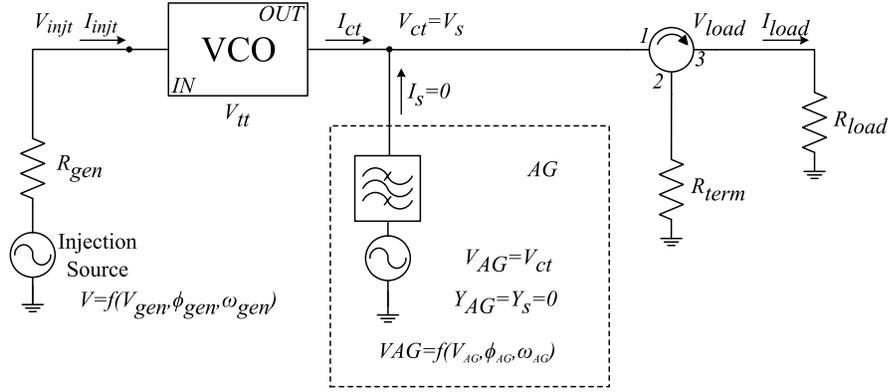


Figura 6.5: Esquema de medida para el cálculo de las derivadas  $\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r}$  e  $\frac{\delta Y_s}{\delta i_{inj}^r}$  donde se ha reubicado el generador de inyección en el puerto del VCO designado para introducir señales externas. En el esquema se ha mantenido el circulator en la salida para no alterar las condiciones de carga del circuito.

haber en el cálculo de la derivada en función de la frecuencia de oscilación.

Por último, faltaría por obtener las derivadas de la admitancia de salida respecto a la corriente de inyección. Para ello es necesario cambiar de posición el generador de inyección intercambiándolo por la carga que se había conectado al mismo en todo el proceso realizado hasta el momento y ubicándolo en el puerto de inyección, tal como se puede ver en la figura 6.1.(b). Al hacer esto, el sistema queda según se muestra en la figura 6.5. Como ya se ha comentado, se ha optado por mantener el circulator conectado a la salida para no modificar las condiciones de carga del VCO y que así este no varíe su respuesta al cambiar el circuito para calcular las derivadas de inyección.

Una vez reajustado el circuito para el cálculo de las derivadas se deben elegir 4 soluciones variando la corriente de inyección de tal forma que, a partir de estas y las derivadas  $\frac{\delta Y_s}{\delta V}$  e  $\frac{\delta Y_s}{\delta \omega}$  ya calculadas, se puedan obtener los valores de  $\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r}$  e  $\frac{\delta Y_s}{\delta i_{inj}^r}$  resolviendo el sistema de la ecuación 6.11. En este caso, se ha optado por recorrer la elipse variando la fase  $\Delta \phi_{gen}$  del generador de inyección en saltos de  $45,0^\circ$ . Esto es posible en simulación ya que al emplear el generador auxiliar se puede optimizar los valores de la frecuencia y amplitud correspondientes a una fase determinada. Además, este procedimiento presenta la ventaja de que es independiente del ancho de banda de las elipses, no teniendo que verificar previamente que las frecuencias seleccionadas están dentro del mismo. Este problema no aparece en un entorno de medidas real, ya que se puede verificar in situ si las frecuencias elegidas generan una solución sincronizada o no antes de tomar los datos para el cálculo de las derivadas.

En la tabla 6.4 se presentan los datos obtenidos al calcular las derivadas  $\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r}$  e  $\frac{\delta Y_s}{\delta i_{inj}^r}$  y sus correspondientes valores.

En la tabla 6.5, se presenta a modo de resumen una comparativa de las derivadas obtenidas a partir de las soluciones sincronizadas con las que se calculan mediante diferencias finitas con la sonda de medida. En esta se puede comprobar que los valores resultantes son muy similares, quedando los errores relativos entre ambos métodos en niveles aceptables.

Derivadas de la admitancia de salida respecto de la parte real e imaginaria de la corriente de inyección					
$V_{gen}$	$0,005\angle 0^\circ V$	$\Delta\phi_{gen}$	$45,0^\circ$		
$V_{s1}$	$1,83660\angle 0,0^\circ V$	$f_1$	$5,0236 GHz$	$\Delta\phi_1$	$-2,5594e - 7^\circ$
$V_{s2}$	$1,83665\angle 0,0^\circ V$	$f_2$	$5,0247 GHz$	$\Delta\phi_2$	$7,8540e - 1^\circ$
$V_{s3}$	$1,83663\angle 0,0^\circ V$	$f_3$	$5,0257 GHz$	$\Delta\phi_3$	$1,5708^\circ$
$V_{s4}$	$1,83658\angle 0,0^\circ V$	$f_4$	$5,0259 GHz$	$\Delta\phi_4$	$2,3562^\circ$
$C_1$	$5,6111\angle 90,09^\circ$	$C_2$	$1,2023\angle 96,46^\circ$	$\beta_1$	$-7,071e - 5$
$\alpha_1$	$2,929e - 5$	$\alpha_2$	$7,071e - 5$	$\beta_2$	$2,929e - 5$
$\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^i}$	$6,176e - 1\angle -90,53^\circ$		$\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r}$	$4,251e - 1\angle 92,26^\circ$	

Tabla 6.4: Resumen de los datos necesarios para el cálculo de las derivadas de la admitancia de salida respecto de la parte real e imaginaria de la corriente de inyección.

Derivada	Valor de Referencia Sonda Medida	Valor Método Propuesto	Error de Magnitud (%)	Error de fase (%)	Error total (%)
$\frac{\delta Y_s}{\delta V}$	$2,328e - 2\angle -19,26^\circ$	$2,281e - 2\angle -17,93^\circ$	2,02	6,93	3,07
$\frac{\delta Y_s}{\delta \omega}$	$7,724e - 12\angle 90,24^\circ$	$8,041e - 12\angle 91,25^\circ$	4,12	1,12	4,50
$\frac{\delta Y_s}{\delta V_{tt}}$	$6,126e - 4\angle -83,66^\circ$	$6,303e - 4\angle -84,04^\circ$	2,88	0,46	2,96
$\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^i}$	$5,935e - 1\angle -91,87^\circ$	$6,176e - 1\angle -90,53^\circ$	4,06	1,46	4,71
$\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r}$	$4,053e - 1\angle 92,30^\circ$	$4,251e - 1\angle 92,26^\circ$	4,86	0,04	4,86

Tabla 6.5: Errores relativos de las derivadas calculadas respecto a las obtenidas con el generador auxiliar.

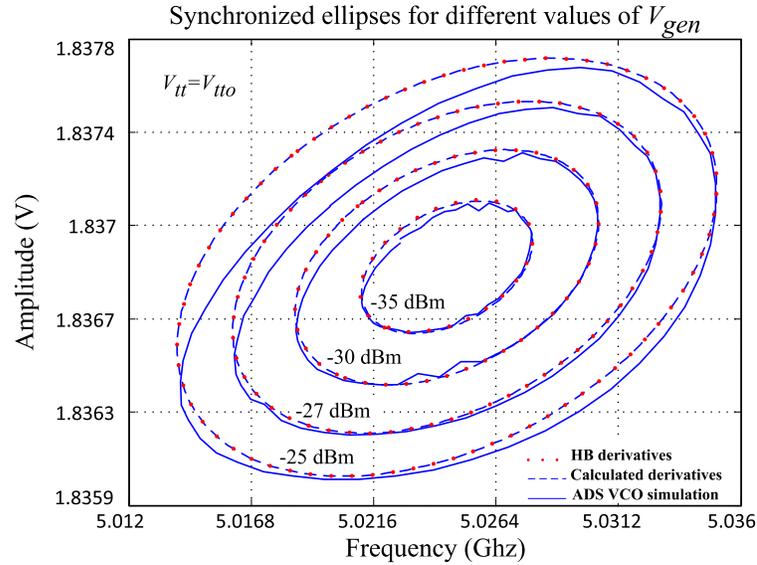


Figura 6.6: Elipses de sincronismo obtenidas para diferentes valores de potencia de inyección. Comparación entre los resultados obtenidos con las derivadas calculadas por el método propuesto, por diferencias finitas y mediante simulación directa en el *ADS*.

Para terminar de completar la verificación, en la figura 6.6 se muestran las elipses que se obtienen a partir de las derivadas calculadas por el método propuesto, empleando diferencias finitas y mediante simulación de balance armónico en *ADS* para diferentes niveles de inyección. En esta se puede observar como las elipses resultantes a partir de las derivadas para los dos casos evaluados proporcionan prácticamente las mismas soluciones, a pesar de las pequeñas diferencias de valor entre las derivadas obtenidas por uno y otro método.

### 6.3. Medida de las derivadas. Procedimiento y validación

Una vez que se ha validado el método de cálculo de las derivadas a partir de soluciones sincronizadas en simulación se propone el procedimiento para la realización de las medidas que permitan el cálculo de las mismas respecto a los diferentes parámetros de los circuitos. Para ello se hará uso del material que está disponible en los laboratorios de la *ULPGC (Universidad de Las Palmas de Gran Canaria)* donde se han realizado los experimentos, por lo que no se deben descartar otras alternativas.

De esta forma, en esta sección se discutirá en detalle las características y requerimientos más importantes de los equipos, la metodología de medida así como las modificaciones necesarias sobre los circuitos empleados.

En este sentido, las modificaciones que haya que realizar se aplicarán a los esquemas presentados en la sección 6.1.



Para el cálculo, la secuencia de valores a usar se debe fijar en función de la derivada que se quiere determinar, siguiendo para ello el orden mostrado en la sección 6.1.

### 6.3.1. Derivada de la admitancia en función de la amplitud de salida

Para el cálculo de la derivada de amplitud a partir de la expresión 6.4 se debe seleccionar dos soluciones a la misma frecuencia y diferente nivel de potencia de inyección.

Al emplear el montaje de la figura 6.7 en el cálculo de estas soluciones es necesario primero el ajustar la amplitud  $(V_{G1,i}, \phi_{G1,i})$ , con  $i = [1, 2]$ , del generador  $G1$  a un nivel relativamente bajo. La frecuencia de ambos generadores,  $G1$  y  $G2$ , se ha de ajustar al mismo valor seleccionando preferentemente uno próximo a la fundamental del  $VCO$  en régimen de libre oscilación de forma que  $\omega_{G1} = \omega_{G2} \approx \omega_o$ , para garantizar el sincronismo con la señal de inyección.

A partir de esta situación se debe determinar  $V_{out}$  y  $\phi_{out}$  para cada uno de los niveles  $I_{inj,i}$  de inyección seleccionados, ajustando la amplitud y la fase del generador  $G2$ , de forma que se obtenga un mínimo en la salida del combinador. Esto proporcionará información tanto de la amplitud como de la fase. Posteriormente se debe obtener  $V_{ct,i}$  y  $\phi_{ct,i}$  empleando la matriz de parámetros  $Y$  del circulator.

Eligiendo las amplitudes de inyección de tal forma que se garantice que se cumplen las condiciones para que sea válida la aproximación de Taylor, se debe proceder de la misma forma para las dos soluciones elegidas.

Una vez calculadas las tensiones  $V_{ct,i}$  y  $\phi_{ct,i}$  es posible obtener  $\frac{\delta Y_s}{\delta V}$  a partir de la expresión 6.4.

### 6.3.2. Derivada de la admitancia en función de la frecuencia de oscilación

El cálculo de la derivada en función de  $\omega$  requiere que la medida de las dos soluciones sincronizadas se haga en frecuencias distintas. Para ello se debe mantener constante el nivel de inyección y variar únicamente esta en los generadores  $G1$  y  $G2$ . Al igual que en el caso de la derivada de amplitud, se ha de ajustar el generador  $G1$  a un nivel relativamente bajo de forma que se garantice que se cumplen las condiciones de la aproximación de Taylor. De esta forma, se debe hacer que  $\omega_{G1} = \omega_{G2} \approx \omega_o \pm \Delta\omega$  en ambos generadores. Empleando un valor de  $\Delta\omega$  relativamente pequeño para garantizar el sincronismo de las soluciones

En estas condiciones se debe variar  $V_{G2}$  y  $\phi_{G2}$  para minimizar  $V_L$  en la salida del combinador de potencia, garantizando que las señales a la entrada tienen una amplitud similar y están desfasadas  $180^\circ$ . Por último se ha de obtener  $V_{ct}$  y  $\phi_{ct}$  para cada solución empleando la matriz de parámetros  $Y$  del circulator y aplicando la expresión 6.5. Con esto, empleando el valor de  $\frac{\delta Y_s}{\delta V}$  previamente calculado se puede obtener  $\frac{\delta Y_s}{\delta \omega}$ .

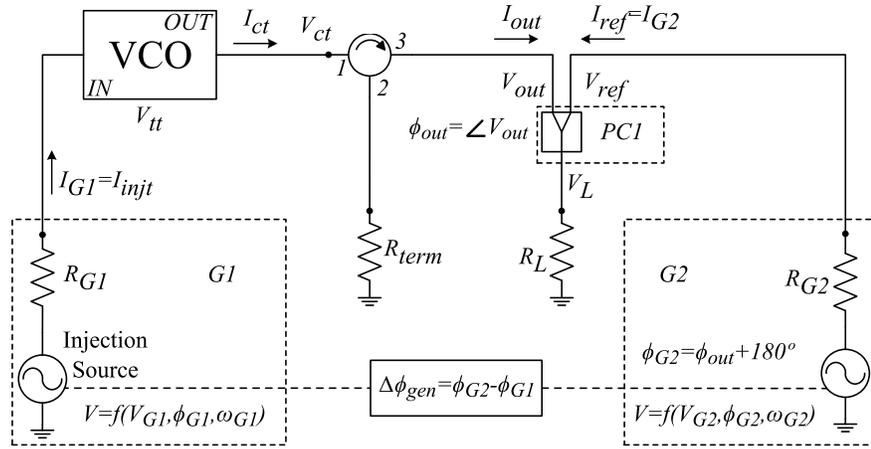


Figura 6.8: Diagrama de bloques del sistema propuesto para realizar la medida de las derivadas de la admitancia respecto a la corriente de inyección.

### 6.3.3. Derivada de la admitancia en función de la tensión de varactor

El procedimiento de cálculo de esta derivada es similar al de  $\frac{\delta Y_s}{\delta V}$  y  $\frac{\delta Y_s}{\delta \omega}$ , pero aplicando la ecuación 6.7. En este caso se han de obtener los valores de las tensiones y frecuencias a partir de dos soluciones elegidas con  $V_{tt} = V_{tt_0} \pm \Delta V_{tt}$  y, al igual que en los cálculos anteriores, ajustar  $G2$  para minimizar  $V_L$  y obtener  $V_{out}$  y  $\phi_{out}$ . Esto permitirá calcular  $V_{ct}$  y  $\phi_{ct}$  a partir de los parámetros  $Y$  del circulator para cada solución.

### 6.3.4. Derivadas de la admitancia respecto a la corriente de inyección

Para el cálculo de las derivadas  $\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r}$  y  $\frac{\delta Y_s}{\delta i_{inj}^r}$  se debe modificar el circuito de medida de la misma forma que se ha hecho en la figura 6.5, intercambiando el generador de inyección con la carga ubicada en el puerto de entrada del  $VCO$ , ya que la fuente de inyección se ubica en un nodo diferente en este caso. De esta forma, queda el sistema del circuito 6.7 tal y como se ve en la figura 6.8.

En la figura 6.8, se puede ver que la carga introducida en el lugar del generador no afecta al comportamiento del sistema si todos los elementos están adaptados, pues la señal del  $VCO$  se traslada al combinador de potencia a través del circulator. En este sentido, su principal función es la de mantener las condiciones de carga en el sistema para que este presente el mismo comportamiento que en el cálculo de las derivadas anteriores.

Como ya se ha visto en 6.1 para la obtención de estas derivadas se plantea un sistema de ecuaciones de forma que se calculan ambas al mismo tiempo. Por esta razón se deben tomar 4 puntos solución, 2 por cada derivada a obtener. Para esta medida se pueden plantear varias alternativas pudiendo tomar los cuatro puntos de una misma elipse de sincronismo o de varias, teniendo siempre presente que el nivel de inyección debe ser bajo para garantizar la validez de la aproximación al mantener al  $VCO$  en el mismo punto de trabajo.

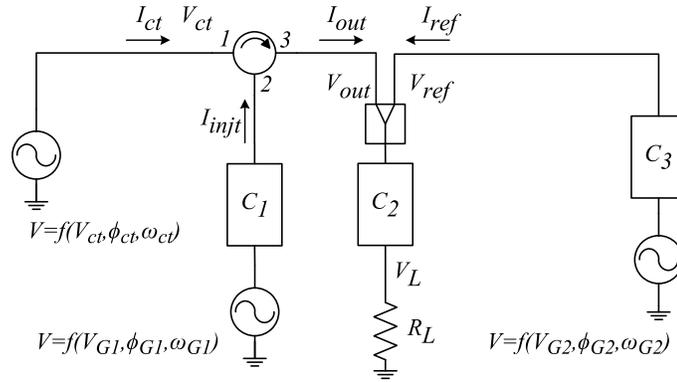


Figura 6.9: Sistema implementado para estimar  $\bar{V}_{ct}$  e  $\bar{I}_{ct}$  a partir de la medida en el ADS.

Por otro lado, los valores seleccionados para obtener las soluciones deben estar suficientemente separados para evitar los efectos que se producen debido a las incertidumbres propias de la medida.

En este caso se considerará que se toman 4 valores equiespaciados en frecuencia ya que en la medida, al contrario de la simulación, resulta más sencillo fijar la frecuencia que trabajar con las fases de la señal inyectada, como se ha comentado al validar el proceso en el apartado 6.2.

Para cada punto solución se procederá de la misma forma que con las derivadas anteriores, esto es, minimizando  $V_L$  para obtener  $V_{out}$  y  $\phi_{out}$ . De esta forma se debe calcular la tensión  $\bar{V}_{ct}$  a la salida del circuito a partir de los parámetros  $Y$  del circulator.

El cálculo de la tensión  $\bar{V}_{ct}$  a la salida del circuito se realizará en el ADS a partir del sistema de la figura 6.9. Para ello se sustituirá los valores de amplitud y fase obtenidos en los generadores  $G1$  y  $G2$  y, mediante optimización, se forzará que se cumpla la condición  $V_L = 0$  en la resistencia  $R_L$ . De esta forma, se determinará el valor de  $\bar{V}_{ct}$ , correspondiente a la tensión a la salida del VCO.

Este procedimiento tiene la ventaja de que permite una caracterización realista de los elementos pasivos, implementados como redes de 2 o 3 puertos, empleados en la medida. Esto permite tener en cuenta la influencia de cables, adaptadores, atenuadores, circulatorios, etc. los cuales han sido caracterizados con precisión a partir de sus parámetros  $S$ , obtenidos mediante un analizador de redes o proporcionados por el fabricante en formato digital.

Cuando se calculan las derivadas de inyección el circuito de la figura 6.9 no se corresponde con el esquema que se debe emplear, por lo que es necesario modificarlo. En este caso, al igual que en los esquemas anteriores, se sustituye el generador  $G1$  por una carga. Sin embargo, este se emplea a parte para calcular la corriente de Norton que entra al oscilador en vez de ubicarlo en otro nodo del circuito, debido a que al calcular la tensión de salida  $\bar{V}_{ct}$  se considera al VCO como un generador. Esta corriente será la que se sustituya en las expresiones como valor de inyección.

Este nuevo esquema se puede ver en la figura 6.10 en donde el generador  $G1$ , que ha sido reemplazado por una carga, se ha ubicado aparte para poder realizar el cálculo de la corriente de inyección para cada solución.

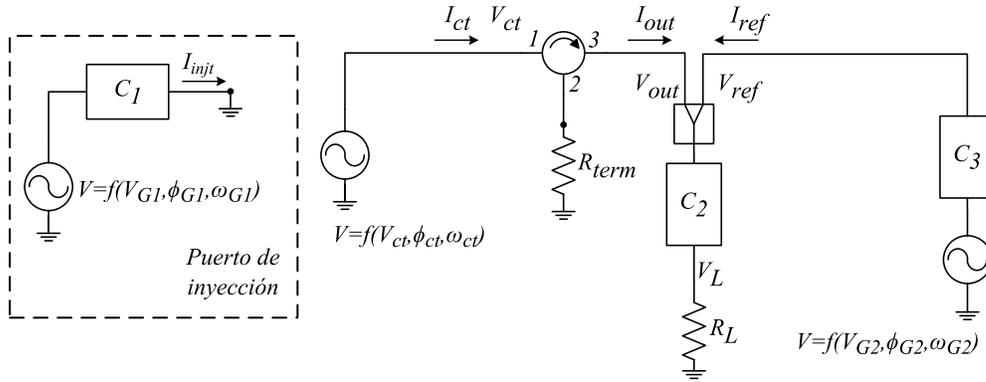


Figura 6.10: Sistema implementado para estimar  $\bar{V}_{ct}$  e  $\bar{I}_{ct}$  a partir de la medida en el ADS cuando se inyecta por el puerto de inyección.

A modo de resumen se puede dividir el proceso de obtención de las derivadas en los siguientes pasos

- Ajuste de la amplitud y fase de los generadores  $G1$  y  $G2$  para los diferentes puntos solución seleccionados para garantizar que se tiene un mínimo en  $V_L$ .
- Optimización del esquema equivalente al empleado en la medida para estimar la tensión de salida del  $VCO$  a partir de los datos obtenidos en el paso anterior.
- Cálculo de las corrientes de Norton para cada solución sincronizada según las derivadas a calcular, a través del circulator para las de régimen libre y directamente para las derivadas de la admitancia en función de la corriente de inyección.
- Cálculo de las derivadas a partir de las expresiones propuestas en 6.1.

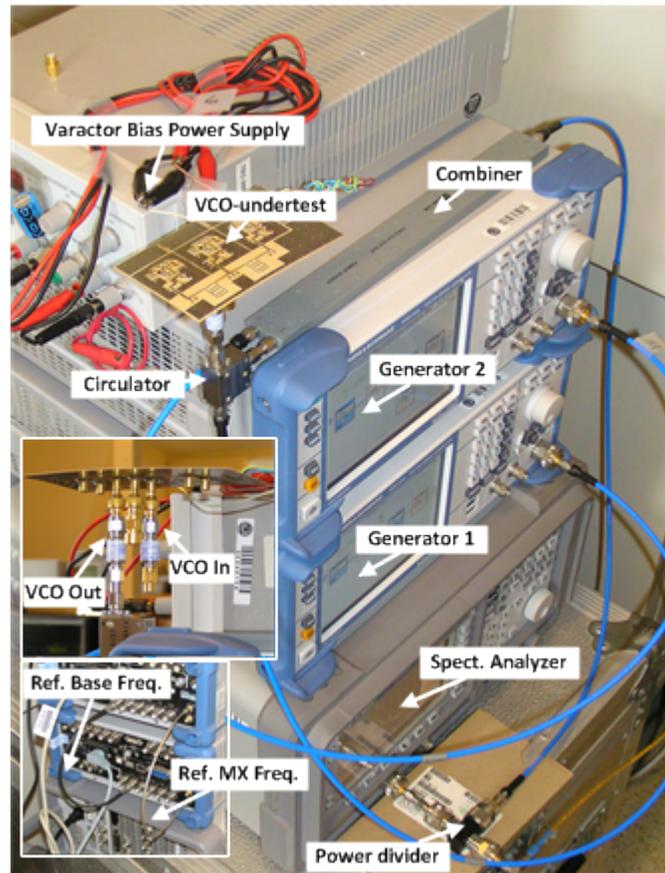
## 6.4. Montaje final en el laboratorio y calibración

Una vez realizado el análisis a nivel teórico y de simulación del método propuesto se realizará una validación experimental en un circuito real. Sin embargo es necesario discutir los aspectos y consideraciones prácticas del montaje propuesto para realizar la misma antes de abordar el proceso de medida.

Para mejorar la precisión se han calibrado los subsistemas entre  $4\text{ GHz}$  y  $16\text{ GHz}$ , para cubrir al menos la banda de frecuencias hasta el tercer armónico de la oscilación, en torno a  $f_o \approx 5,0\text{ GHz}$ , del  $VCO$  diseñado (figura 6.1).

Entre el circulator y el  $VCO$  se ha conectado un atenuador para reducir posibles efectos en la carga debidos a pérdidas de retorno en los diferentes armónicos.

Se ha realizado una calibración rigurosa del analizador de redes empleado para caracterizar a los elementos pasivos presentes en el sistema, debido a la necesidad de un alto nivel de precisión en



*Figura 6.11:* Sistema de medida final empleado en el laboratorio para la obtención de las tensiones y corrientes en el nodo de interés. En la imagen se han indicado las conexiones y los distintos subsistemas.

las fases de los parámetros a medir. Además, también se ha medido la respuesta en fase debida a la torsión de los cables usados para calibrar y conectar los esquemas propuestos. Estos mostraron una desviación de fase inferior a  $0,25^\circ$  en un entorno a una temperatura constante de  $22^\circ C$ .

Debido a la necesidad de realizar múltiples conexiones y desconexiones durante el proceso de medida, se ha empleado un atenuador en el puerto de inyección del *VCO* para incrementar el aislamiento y la robustez del sistema.

Los generadores han sido elegidos en base a su capacidad para operar en un modo de fase coherente. Estos muestran una desviación de  $0,05^\circ/día$  en  $5,0\text{ GHz}$ , lo que se considera suficientemente estable y despreciable en comparación al ruido y la inestabilidad en frecuencia del *VCO* a analizar. En este sistema se ha comprobado que es necesario realizar una calibración en fase antes de poder realizar operaciones con los generadores, debido a que al reiniciarlos la referencia sobre la que estos trabajarán toma un valor diferente en cada ocasión.

En la figura 6.11 se muestra una imagen del sistema final donde se han indicado los principales elementos del sistema. Se puede apreciar las conexiones empleadas para sincronizar a los dos gene-

radores en la esquina inferior izquierda. Estos, para poder trabajar en régimen sincronizado, deben permitir el uso compartido de los mismos osciladores internos como el de referencia, que opera a  $10,0\text{ Mhz}$ , y el oscilador local de  $RF$  empleado para realizar mezclas. En la zona central de la imagen de la figura 6.11 se muestra el  $VCO$  junto a dos atenuadores adicionales, tal y como está descrito, uno conectado a la entrada de inyección y el otro a la salida entre el oscilador y el circulador.

En la parte más baja se puede apreciar el divisor de potencia empleado para monitorizar la suma de las señal de salida del  $VCO$  y la de referencia del generador  $G2$  en el analizador de espectros y un medidor de potencia. El analizador de espectros y el medidor de potencia se corresponden con la carga  $R_L$  de las figuras 6.9 y 6.10. Estos están conectados a través de un cable a la salida del combinador de potencia, tal y como se puede ver en las mismas figuras.

El generador  $G2$  se conecta a una de las entradas del combinador a través de un cable mientras la otra va al puerto 3 del circulador. En lo alto de la foto de la figura 6.11 se puede ver la alimentación de continua del diodo varactor. Al realizar el conexionado se ha tenido que poner especial atención en la flexión de los cables, procurando que haya radios de curvatura pequeños y usando conectores en ángulo recto cuando convenga, para evitar en las medidas los efectos indeseados que pudiesen producirse debidos a la torsión. Aunque los cables empleados para conectar las señales de referencia entre los generadores presentan una curvatura significativa el efecto que pudiese provocar está contemplado en la calibración de los equipos, por lo que no suponen un problema en la medida.

### 6.4.1. Calibración de los generadores

Una vez que todos los elementos pasivos como cables, combinador de potencia, etc. han sido caracterizados e incluidos en el proceso de calibración lo primero que se ha de verificar en los generadores es que las amplitudes de salida cumplen con las especificaciones del fabricante, esto es, que presentan menos de  $0,02\text{ dB}$  de error para cualquier valor de amplitud seleccionado. Esto se puede hacer empleando un detector de potencia.

Tras configurar los generadores, habiéndose realizado las conexiones necesarias para operar en modo de fase coherente, hace falta una calibración adicional para garantizar la precisión de la medida en las fases. Esta es necesaria debido a que el valor de la fase individual de cada generador es puesta a  $0^\circ$  por el firmware de los mismos en cada reinicio, independientemente de la diferencia de fases que exista entre ellos, resultando en que no se pueda garantizar que estén operando en fase cuando sus respectivos displays muestran el mismo valor.

Para realizar esta calibración adicional, se deben fijar los generadores al mismo valor de amplitud mediante un proceso de búsqueda de mínimos con la ayuda de un combinador de potencia. Con ello se podrá determinar la relación de fase existente al iniciar los equipos, una vez que estos están operando en modo de fase coherente. De este modo se puede asegurar una correcta interpretación de las medidas en el sistema.

Se ha podido comprobar que a pesar de que la diferencia inicial de fases es arbitraria esta se

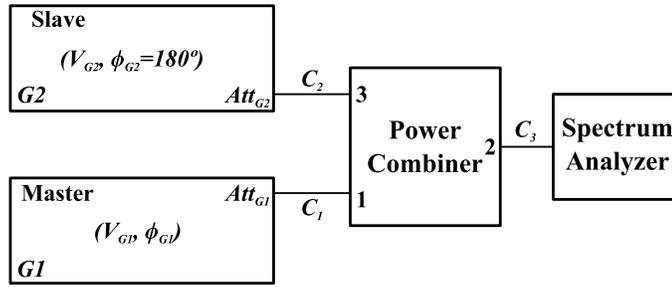


Figura 6.12: Esquema del montaje empleado para la calibración de los generadores.

mantiene constante una vez que los generadores están sincronizados, aunque se modifique el desfase entre las señales de salida de los mismos. De esta forma, cuando se ha determinado la relación de fase inicial entre los generadores y el *offset* ha sido corregido, ajustando el valor en uno de ellos, se puede garantizar que los dos generadores están operando con  $0^\circ$  de desfase.

En la figura 6.12 se muestra el sistema empleado para la calibración de los generadores. En este esquema se ha considerado al combinador de potencia perfectamente simétrico y se han eliminado los cables y transiciones, para centrar la atención en los elementos más importantes.

Ajustando el nivel de salida en los dos generadores al mismo valor se hace una búsqueda del mínimo en la salida del combinador variando la fase de uno de ellos, monitorizando la potencia de la señal suma en el analizador de espectros. Si se considera que las señales tienen la misma amplitud en las entradas del combinador, cuando la potencia es mínima a la salida, idealmente nula, se puede asumir que la relación de fases entre las entradas es de  $180^\circ$ . Por lo tanto, el procedimiento para determinar  $\phi_{ref}$  consiste en emplear la misma amplitud en los dos generadores y ajustar la fase en  $\phi_{G2}$  hasta que el display muestre  $180^\circ$  para, a partir de aquí, variar  $\phi_{G1}$  en busca de un mínimo de potencia en la salida del combinador. La fase resultante permitirá calcular el desfase inicial entre los dos generadores, tal y como se puede deducir de la figura 6.13.

De esta forma, el desfase corregido viene dado por la ecuación 6.13

$$\phi_{G1\_correct} = \phi_{G1} - (\phi_{G2} - 180^\circ) - \phi_{ref} \quad (6.13)$$

en donde  $\phi_{G1}$  y  $\phi_{G2}$  son las fases indicadas en los displays de los generadores  $G1$  y  $G2$  respectivamente.

Además, los generadores incluyen la opción de emplear un sistema de control de nivel automático, o *ALC* por su nomenclatura en inglés, que consiste en un conjunto de atenuadores internos que se van combinando a medida que el nivel de señal se modifica. Como consecuencia de ello, determinar el *offset* inicial en la fase es solo el primer paso en el proceso de calibración de los mismos. Esto se debe a que si el nivel de potencia se modifica, debido al sistema *ALC*, la relación de fases entre los generadores se ve alterada cuando se produce un cambio automático en los atenuadores internos, invalidando la calibración previamente establecida.

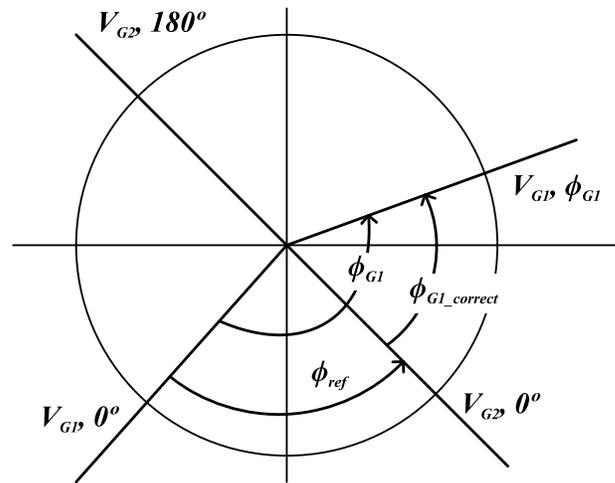


Figura 6.13:  $\phi_{ref}$  es la diferencia entre la fase inicial de  $G1$ ,  $(V_{G1}, 0^\circ)$ , y la de  $G2$ ,  $(V_{G2}, 0^\circ)$ . Si se detecta un cero de potencia en  $(V_{G1}, \phi_{G1})$  entonces el desfase corregido debe ser  $\phi_{G1} - \phi_{ref}$ .

Esta calibración adicional resulta especialmente necesaria ya que, tal y como ya se ha visto en las secciones anteriores, el generador  $G1$  se empleará como fuente de inyección mientras que el  $G2$  se utilizará para determinar la fase de la señal de salida del  $VCO$  mediante la búsqueda de un mínimo de potencia a la salida del combinador. Esto se traducirá en que el nivel del generador  $G1$  puede variar en un rango de  $-40,0\text{ dBm}$  hasta  $0,0\text{ dBm}$  mientras que la señal del generador  $G2$  va a ser la misma en la mayoría de las medidas ( $4,0\text{ dBm}$  para el  $VCO$  de prueba). Debido a esto, se producirán cambios en las relaciones de fases debidas a la selección de diferentes atenuadores en función de la potencia de trabajo.

Afortunadamente, los atenuadores internos cubren rangos de variación muy amplios por lo que solo han hecho falta unas pocas calibraciones correspondientes a los cambios necesarios para cubrir los niveles utilizados en las medidas. En concreto, para la aplicación propuesta, se han empleado tres atenuadores distintos para cubrir el rango de  $-40,0\text{ dBm}$  hasta  $0,0\text{ dBm}$ . Estos son, según los niveles empleados, los siguientes:

- $A_{tt1} : -14.70\text{ dBm}, \dots, 5.30\text{ dBm}$
- $A_{tt2} : -26.65\text{ dBm}, \dots, -6.65\text{ dBm}$
- $A_{tt3} : -42.04\text{ dBm}, \dots, -22.04\text{ dBm}$

Así, será necesario conocer cuánto desfase introduce cada uno de ellos para determinar en cada momento la relación real entre las señales generadas.

En los generadores no es posible calibrar de forma aislada los desfases para cada atenuador pues solo se dispone de la diferencia de fase entre estos, la cual ya incluye el desfase añadido por los atenuadores que se están empleando. Por esta razón hay que determinar este por comparación, al

$V_{G1}$ dBm	$\phi_{G1}$	$V_{G2}$ dBm	$\phi_{G2}$	$Att_{G1}$	$Att_{G2}$
4,0	$\phi_{ref\_11}$	4,0	180°	$A_{tt1}$	$A_{tt1}$
-10,0	$\phi_{ref\_22}$	-10,0	180°	$A_{tt2}$	$A_{tt2}$
-25,0	$\phi_{ref\_33}$	-25,0	180°	$A_{tt3}$	$A_{tt3}$
-10,0	$\phi_{ref\_21}$	-10,0	180°	$A_{tt2}$	$A_{tt1}$
-25,0	$\phi_{ref\_32}$	-25,0	180°	$A_{tt3}$	$A_{tt2}$

Tabla 6.6: Parámetros de los generadores empleados para obtener las fases de referencia a una frecuencia específica.

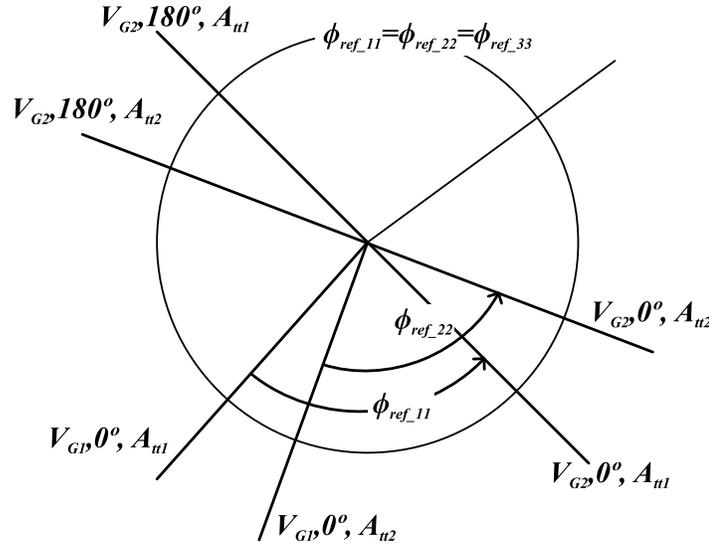


Figura 6.14: Referencia de fase cuando se fuerza el uso del mismo atenuador en los dos generadores.

margen de los atenuadores. Para hacerlo se ha de ajustar ambos generadores al mismo nivel de potencia forzando, mediante los niveles de amplitud en cada uno de ellos, el uso de los mismos atenuadores en los dos.

En la tabla 6.6 se muestran los niveles empleados así como los atenuadores seleccionados en las diferentes comparativas. Para ello, los valores de potencia elegidos deben estar incluidos en el rango de los atenuadores involucrados en la medida. A partir de estos datos se ha comprobado que mientras que la fase absoluta de cada generador cambia la relación de fase entre ellos se mantiene constante cuando se emplean los mismos atenuadores en la medida, lo que lleva a la conclusión de que estos introducen el mismo desfase. Esto se ha representado de forma gráfica en la figura 6.14.

Por su parte, el desfase entre los generadores cuando se da el caso de emplear los atenuadores  $A_{tt1}$  y  $A_{tt3}$  no puede ser medido directamente, ya que no existe ningún valor de amplitud en sus rangos que coincida para ambos atenuadores. Por esta razón, la referencia de fase cuando se emplean estos se debe obtener a partir de otras combinaciones, como las mostradas en la tabla 6.6.

Concretamente, el desfase al emplear los atenuadores  $A_{tt1}$  y  $A_{tt3}$  debería ser el que se obtiene a

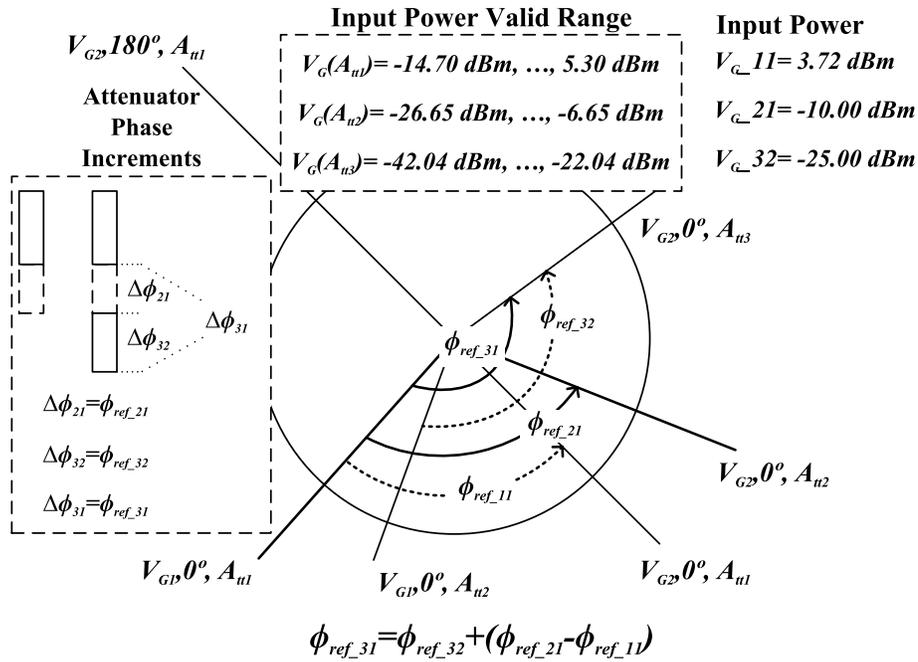


Figura 6.15: Fase de referencia cuando los atenuadores  $A_{tt1}$  y  $A_{tt3}$  son forzados en cada generador.

partir de la expresión 6.14, como se desprende de la figura 6.15.

$$\phi_{ref\_31} = \phi_{ref\_32} + (\phi_{ref\_21} - \phi_{ref\_11}) \quad (6.14)$$

Para terminar, se ha querido tener en cuenta el error que se puede producir en la medida de las fases al caracterizar a los generadores. En teoría, para dos señales de la misma amplitud y desfasadas entre ellas  $180^\circ$  se debería medir en la salida del combinador de potencia  $-\infty$  dBm mientras que cuando las señales están en fase la medida debe ser máxima. Sin embargo, si la amplitud o la fase se ven ligeramente modificada la condición de amplitud nula en la salida ya no se cumple cuando las señales están en contrafase. Por esta razón, se han medido algunos valores de error relativo para los casos en que las amplitudes y las fases se alejan de las condiciones ideales. Estos se han presentado en la tabla 6.7 para tener una estimación de los posibles errores en la caracterización.

De hecho, cuando el VCO y el generador de señales estén presentes a la entrada del combinador, las fluctuaciones propias de la amplitud y la fase de la oscilación del VCO introducirán errores al medir las soluciones para el cálculo de las derivadas. Estos errores serán trasladados a las derivadas a través de las expresiones para el cálculo de las mismas, por lo que la tabla 6.7 también puede servir para tener una estimación del error máximo en las medidas.

$\Delta V_{G1} \text{ dB}$	Val_det/Val_det_max dB	$\Delta \phi_{G1}^\circ$	Val_det/Val_det_max dB
0,00	-83,0	0,0	-83,0
0,01	-56,0	0,1	-59,0
0,05	-43,0	0,2	-53,0
0,10	-36,7	0,5	-44,7
0,15	-33,2	1,0	-38,5
0,20	-31,7	1,5	-34,9
0,25	-29,7	2,0	-32,0
0,30	-27,7	3,0	-29,0

Tabla 6.7: Nivel de potencia detectado relativo al nivel máximo a la salida del combinador frente a variaciones en la amplitud y fase de una de las entradas.

### 6.4.2. Problemas de la medida

Al pasar de las soluciones simuladas a las medidas diferentes efectos no considerados podrían llegar a convertirse en una posible fuente de error ya que, en el proceso de cálculo en las simulaciones, no se han tenido en cuenta.

Por una parte se tiene que se debe emplear un nivel de inyección relativamente bajo [16] para que las derivadas sean válidas, ya que el desarrollo en serie de Taylor pierde precisión al no poder aproximar bien el comportamiento del circuito al aumentar la potencia de inyección. Sin embargo, si se emplean niveles de inyección muy bajos resultará en márgenes de sincronismo muy reducidos que, combinados con la baja estabilidad propia de la frecuencia del *VCO* así como el ruido de fase de este, harán que sea muy difícil obtener mediciones fiables.

Por otro lado, las frecuencias próximas a los puntos de retorno, extremos de la banda de sincronismo, son sensiblemente más ruidosos que los puntos centrales de la misma [19], lo que obligará a que las frecuencias seleccionadas para la obtención de las derivadas estén próximas al centro del margen de sincronismo. Esto forzará a aumentar el nivel de inyección con el objetivo de ampliar el rango de frecuencias válidas para la medida. Sin embargo, para niveles de potencia relativamente grandes la linealización en torno a la oscilación de régimen libre deja de tener validez, debido a que las elipses se alejan del punto de trabajo óptimo.

Todo esto resulta en que las condiciones que exigen las aproximaciones empleadas y las necesarias para garantizar la validez de las medidas se oponen unas a otras, obligando a encontrar un compromiso entre las condiciones óptimas que fijan los fundamentos teóricos para garantizar la validez de las expresiones y los requisitos mínimos necesarios para asegurar la correcta realización de las medidas.

Además, la baja estabilidad del *VCO* tiene una gran influencia en el nivel detectado usado para validar los parámetros del generador. Tal y como se ha descrito, cuando se obtiene un mínimo en la salida del combinador de potencia se toman las amplitudes, frecuencia y fases de los generadores, ya que se asume que las señales a la entrada del mismo tienen la misma amplitud y están desfasadas

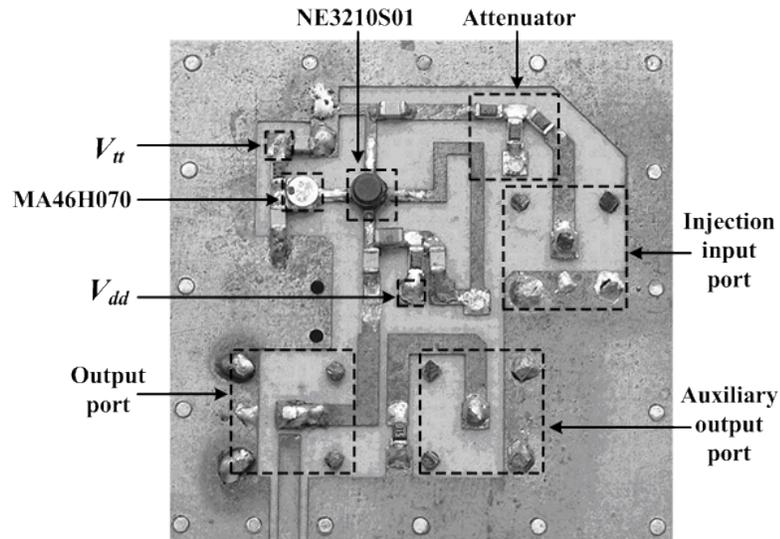


Figura 6.16: Fotografía de la placa del VCO empleado para la verificación con medidas reales del procedimiento de cálculo de las derivadas a partir de soluciones sincronizadas. En la imagen, se han señalado las distintas partes del circuito para facilitar la correspondencia con el esquemático de la figura 6.4.

180°. En la práctica, el mínimo nivel medido en contrafase debe ser al menos de 35,0 dB inferior al máximo, esto es, cuando las señales están en fase. De acuerdo a la tabla 6.7 esto se corresponde con un error inferior a 2° en fase y 0,2 dB en amplitud, cuando las señales presentan un desfase de 180°.

De hecho, a pesar de estar obligados a fijar un nivel de inyección que se aleja del punto óptimo de trabajo y aunque existan errores del orden de 2° y 0,2 dB para la fase y la amplitud respectivamente, los resultados obtenidos son suficientemente buenos para caracterizar el comportamiento del VCO.

### 6.4.3. Medidas y resultados finales

Empleando el montaje de la figura 6.11 se han realizado medidas para caracterizar al VCO de la figura 6.16, que se corresponde con el esquemático de la figura 6.4,

Debido a que se han añadido algunos pasos adicionales a los ya comentados al final de la sección 6.3 el proceso de medida ha sufrido modificaciones, de forma que este queda resumido en los siguientes pasos

- Calibración de los generadores en la frecuencia de trabajo y para los niveles de potencia empleados.
- Medida de la solución del régimen libre del VCO.  $V_s$ ,  $V_{t_o}$  y  $f_o$ .
- Medida de las soluciones sincronizadas cuando se inyecta al circuito a través del circulator.

$Att_{G1}$	$Att_{G2}$	$Phase\_ref_o$ (°)	$Freq\_ref_o$ (Ghz)	$Phase\_slope$ (°/Mhz)
$A_{tt1}$	$A_{tt1}$	262	4,9377	-2012,35
$A_{tt2}$	$A_{tt1}$	324	4,9377	-2246,91
$A_{tt3}$	$A_{tt1}$	101	4,9377	-2152,17

Tabla 6.8: Datos para el cálculo de la fase de referencia en función de la frecuencia y a partir de los atenuadores internos.

- Medida de las soluciones sincronizadas cuando se inyecta al circuito a través del puerto de inyección.
- Calculo de las tensiones de salida del *VCO* mediante optimización a partir de los datos medidos.
- Calculo de las derivadas mediante las expresiones propuestas a partir de las tensiones de salida.

Tal y como ya se ha mencionado, los generadores manifiestan una relación de fase arbitraria cuando se inicia el sistema, la cual variará en cada reinicio. Por lo que el primer paso es la obtención de dicho desfase en función de la frecuencia y los atenuadores internos configurados en cada caso, empleando para ello el sistema de la figura 6.12. Siguiendo el procedimiento explicado en la sección 6.4, se han tomado múltiples valores de la referencia de fase para tres combinaciones de atenuadores y frecuencias de interés. A partir de estos se ha extrapolado la función que caracteriza la fase de referencia que se corresponde con la ecuación 6.15, cuyos parámetros están detallados en la tabla 6.8

$$\phi_{ref} = Phase\_ref_o + Phase\_slope (Freq\_med - Freq\_ref_o) \quad (6.15)$$

El siguiente paso es la medida de la solución de régimen libre. Para ello se ha determinado la amplitud así como la frecuencia de oscilación en la salida del circulator para el valor de la tensión de control elegido en el varactor, justo antes del combinador de potencia. El motivo por el que se ha realizado esta medida es para tener una estimación inicial del nivel de potencia requerido en el generador *G2*, al tiempo que proporciona un mejor valor inicial para la búsqueda de mínimos en las medidas posteriores. Además, el sistema de la figura 6.12 puede ser utilizado para determinar con precisión la potencia de salida del *VCO*, sustituyendo el generador *G1* por el oscilador.

En este punto se pueden obtener las medidas de los datos requeridos para el cálculo de las derivadas siguiendo el proceso detallado en 6.2. Los valores obtenidos para las derivadas de la admitancia en función de la tensión de salida, la frecuencia y la tensión de control del varactor se muestran en la tabla 6.9. En esta, por simplicidad, se han referido las frecuencias, fases y potencias a la de los generadores. En 6.9 también se muestra el valor de fase corregido tras aplicar 6.15 a los valores medidos.

Siguiendo el procedimiento de la sección 6.2, los datos de la tabla 6.9 se introducen en el *ADS* para obtener los valores de la tensión de salida en el *VCO* por medio de una optimización. Tras calcular las corrientes  $I_{Nt}$  de Norton, se utilizan estas en las ecuaciones de la sección 6.1 obteniendo

Parámetros del generador y del VCO en régimen libre					
<b>f<sub>o</sub> (Ghz)</b>	4,9647	<b>V<sub>G2</sub> (dBm)</b>	4,0	<b>V<sub>tt<sub>o</sub></sub></b>	2,5
Datos para el cálculo de la derivada respecto a la amplitud de salida					
<b>f<sub>G1</sub> (Ghz)</b>	<b>V<sub>G1</sub> (dBm)</b>	<b>φ<sub>G1</sub> (°)</b>	<b>Att<sub>G2</sub></b>	<b>V<sub>tt</sub></b>	<b>Δφ<sub>gen corregido</sub></b>
<i>f<sub>o</sub></i>	-20	326	<i>A<sub>tt2</sub></i>	<i>V<sub>tt<sub>o</sub></sub></i>	243
<i>f<sub>o</sub></i>	-25	347	<i>A<sub>tt2</sub></i>	<i>V<sub>tt<sub>o</sub></sub></i>	264
<i>f<sub>o</sub></i>	-15	315	<i>A<sub>tt2</sub></i>	<i>V<sub>tt<sub>o</sub></sub></i>	232
Datos para el cálculo de la derivada respecto a la frecuencia					
<b>f<sub>G1</sub> (Ghz)</b>	<b>V<sub>G1</sub> (dBm)</b>	<b>φ<sub>G1</sub> (°)</b>	<b>Att<sub>G2</sub></b>	<b>V<sub>tt</sub></b>	<b>Δφ<sub>gen corregido</sub></b>
<i>f<sub>o</sub> - 1Mhz</i>	-20	373	<i>A<sub>tt2</sub></i>	<i>V<sub>tt<sub>o</sub></sub></i>	290
<i>f<sub>o</sub> + 1Mhz</i>	-20	287	<i>A<sub>tt2</sub></i>	<i>V<sub>tt<sub>o</sub></sub></i>	204
Datos para el cálculo de la derivada respecto a la tensión de control del varactor					
<b>f<sub>G1</sub> (Ghz)</b>	<b>V<sub>G1</sub> (dBm)</b>	<b>φ<sub>G1</sub> (°)</b>	<b>Att<sub>G2</sub></b>	<b>V<sub>tt</sub></b>	<b>Δφ<sub>gen corregido</sub></b>
<i>f<sub>o</sub></i>	-20	304	<i>A<sub>tt2</sub></i>	<i>V<sub>tt<sub>o</sub></sub> - 0,05</i>	221
<i>f<sub>o</sub></i>	-20	345	<i>A<sub>tt2</sub></i>	<i>V<sub>tt<sub>o</sub></sub> + 0,05</i>	262

Tabla 6.9: Datos medidos para el cálculo de las derivadas en función de la amplitud, frecuencia y tensión de control del varactor.

los valores estimados de las derivadas. En la tabla 6.10 se muestran un resumen de los datos medidos en el circuito de la figura 6.16.

El cálculo de las derivadas respecto a la corriente de inyección requiere modificar el esquema de medida por el de la figura 6.8, donde se cambia el generador *G1* al puerto de inyección del VCO intercambiándolo con la carga conectada en dicho puerto. Las medidas, tomadas para una potencia de inyección de  $-30,0$  dBm así como las derivadas obtenidas aplicando las expresiones de la sección 6.1, se muestran en las tablas 6.11 y 6.12.

Una vez calculadas las derivadas se han obtenido las curvas de sincronismo a partir de la formulación semianalítica para distintos niveles de inyección, en la salida del VCO y a través del puerto de inyección. Para verificar la validez, se han medido las soluciones para las mismas potencias de inyección y se han representado en las figuras 6.17 y 6.18 para poder comparar.

En las figuras 6.17 y 6.18 las medidas coinciden únicamente con parte de las curvas porque debido al efecto de los puntos de retorno que separan la parte superior de la inferior en las elipses solo la mitad de estas es estable y, en consecuencia, medible en el circuito.

Las curvas de la figura 6.17 han sido obtenidas para una potencia de inyección de  $-15,0$  dBm y  $-10,0$  dBm. En este caso, las curvas calculadas a partir de las derivadas se ajustan muy bien a las medidas. Por otro lado, las derivadas de la admitancia en función de la corriente de inyección se han calculado a partir de soluciones obtenidas con una potencia de inyección de  $-30,0$  dBm. De hecho, la potencia real de inyección es unos  $7,0$  dB inferior debido a las pérdidas en los cables y al atenuador de  $6,0$  dB conectado en el puerto de inyección. Aunque, se han referido todas las curvas y los datos a la potencia del generador de inyección para mayor claridad.

Derivada de la admitancia en función de la amplitud					
$V_{s1}$	$1,335\angle -116,3^\circ V$	$V_{s2}$	$1,332\angle -105,0^\circ V$	$\Delta V_s$	$2,950e - 3 V$
$Y_{s1}$	$7,77e - 4\angle 38,5^\circ$	$Y_{s2}$	$6,52e - 4\angle 23,6^\circ$	$\frac{\delta Y_s}{\delta V}$	$7,525e - 2\angle 87,1^\circ$
Derivada de la admitancia en función de la frecuencia					
$V_{s1}$	$1,323\angle -146,0^\circ V$	$V_{s2}$	$1,338\angle -57,9^\circ V$	$\Delta V_s$	$-1,527e - 2 V$
$Y_{s1}$	$5,05e - 4\angle 34,1^\circ$	$Y_{s2}$	$7,42e - 4\angle 7,7^\circ$	$\frac{\delta Y_s}{\delta \omega}$	$1,080e - 10\angle 101,1^\circ$
Derivada de la admitancia en función de la tensión de varactor					
$V_{s1}$	$1,336\angle -86,9^\circ V$	$V_{s2}$	$1,330\angle -127,7^\circ V$	$\Delta V_s$	$8,475e - 3 V$
$Y_{s1}$	$7,01e - 4\angle 17,3^\circ$	$Y_{s2}$	$5,76e - 4\angle 30,2^\circ$	$\frac{\delta Y_s}{\delta V_{tt}}$	$7,318e - 3\angle -78,9^\circ$

Tabla 6.10: Datos empleados para el cálculo de las derivadas de amplitud, frecuencia y tensión de control del varactor y valores obtenidos para las mismas.

Derivada de la admitancia respecto a la corriente de inyección					
$f_{G1}$ (Ghz)	$V_{G1}$ (dBm)	$\phi_{G1}$ ( $^\circ$ )	$A_{tt2}$	$V_{tt}$ (V)	$\Delta\phi_{gen}$ corregido
4,9634	-30	330	$A_{tt2}$	$V_{tto}$	160
4,9637	-30	320	$A_{tt2}$	$V_{tto}$	151
4,9642	-30	290	$A_{tt2}$	$V_{tto}$	122
4,9647	-30	262	$A_{tt2}$	$V_{tto}$	95

Tabla 6.11: Datos medidos para el cálculo de las derivadas de inyección.

Derivada de la admitancia respecto a la corriente de inyección					
$V_{s1}$	$1,3485\angle 172,6^\circ V$	$f_1$	$4,9634 Ghz$	$\Delta\phi_1$	$-3,611^\circ$
$V_{s2}$	$1,3484\angle 163,2^\circ V$	$f_2$	$4,9637 Ghz$	$\Delta\phi_2$	$-3,455^\circ$
$V_{s3}$	$1,3484\angle 133,5^\circ V$	$f_3$	$4,9642 Ghz$	$\Delta\phi_3$	$-2,952^\circ$
$V_{s4}$	$1,3484\angle 105,8^\circ V$	$f_4$	$4,9647 Ghz$	$\Delta\phi_4$	$-2,483^\circ$
$I_{inj}$			$1,880e - 4 A$		
$\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^i}$	$5,928\angle 101,19^\circ$	$\frac{\delta Y_s}{\delta I_{inj}^r}$	$3,780\angle 101,11^\circ$		

Tabla 6.12: Datos empleados para el cálculo de las derivadas de inyección y valores obtenidos para las mismas

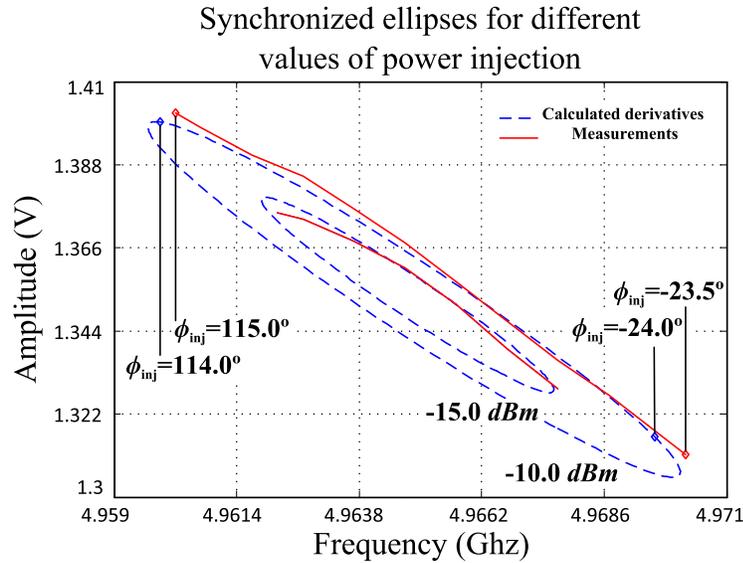


Figura 6.17: Elipses de sincronismo cuando se inyecta al VCO por la salida a través de un circulador. Comparación entre las elipses obtenidas a partir de las derivadas calculadas y los datos medidos para las mismas potencias de inyección. Nótese que las derivadas se han obtenido a partir de soluciones sincronizadas para una potencia de inyección de  $-20\text{ dBm}$ .

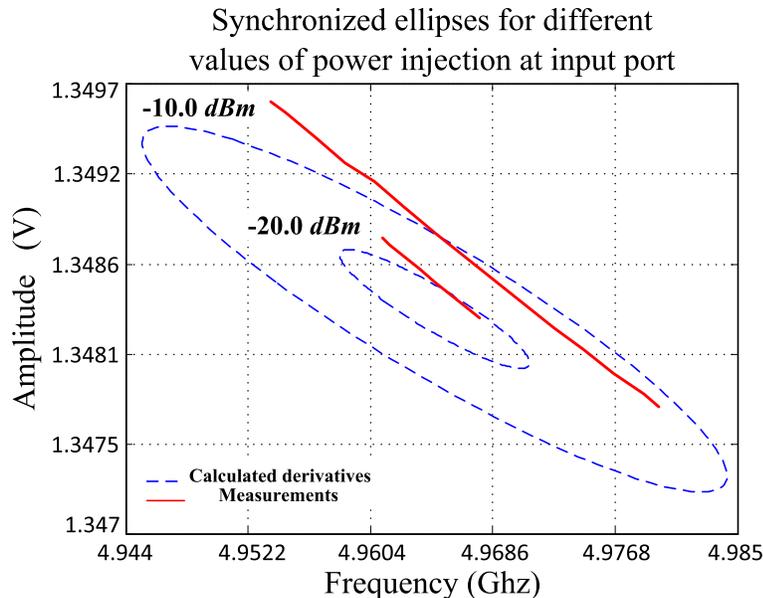


Figura 6.18: Elipses de sincronismo cuando el generador de inyección está conectado al puerto de inyección del VCO. Comparación entre las elipses calculadas con la formulación semianalítica y los datos medidos para la misma potencia de inyección. Nótese que, en este caso, las derivadas se han obtenido a partir de soluciones sincronizadas para una potencia de inyección de  $-30\text{ dBm}$ .

En la figura 6.18, las respuestas se han obtenido para las potencias de inyección de  $-20,0\text{ dBm}$  y  $-10,0\text{ dBm}$ . En estas se puede observar pequeñas discrepancias entre las medidas y las curvas obtenidas, siendo el error mayor en las proximidades de los puntos de retorno. Debido a la pequeña variación de la amplitud de salida estas diferencias parecen grandes. Sin embargo, la magnitud de las mismas está en el orden de microvoltios siendo similar a las obtenidas en la figura 6.17. Esto se podría explicar por el hecho de que las derivadas de la admitancia respecto a la corriente de inyección dependen de los valores de las otras, lo que produce un error acumulado. A pesar de todo esto se puede ver como los resultados obtenidos se ajustan a las medidas con bastante precisión.

## 6.5. Conclusión

En este capítulo se ha presentado un nuevo método para la caracterización experimental de osciladores a partir de las derivadas de su admitancia de salida en función de los parámetros relevantes de los circuitos. El nuevo método, basado en la medida de soluciones sincronizadas, permite la aplicación de la formulación semianalítica a osciladores comerciales y/o a diseños de terceros cuyos esquemáticos no estén disponibles, en los que solo se puede acceder a las soluciones de estos únicamente a partir de los datos obtenidos directamente de los dispositivos.

Se han empleado las soluciones para la obtención de las derivadas de frecuencia, amplitud, tensión de control de varactor y la corriente de inyección, separada en parte real e imaginaria. También se han realizado numerosos ajustes en los montajes de medida con el objetivo de poder adaptarlos a un entorno de medida real para sistemas de *RF*. Los resultados obtenidos a partir de la metodología propuesta se han comparado con los que se obtienen a partir de los métodos existentes, resultando en una buena aproximación.

A la hora de realizar la medida en el laboratorio se ha puesto especial atención en los aspectos relativos a la calibración de los equipos, debido a la necesidad de caracterizar la respuesta en fase de los elementos que forman el sistema.

Por último, para la validación del procedimiento se ha aplicado el método para caracterizar un *VCO* en  $4,97\text{ GHz}$  consiguiendo buenos resultados al comparar las curvas simuladas a partir de las derivadas calculadas con las medidas tomadas en el circuito.

## Bibliografía

- [1] J. Choi and A. Mortazawi, "Design of push-push and triple-push oscillators for reducing 1/f noise upconversion", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 53, no. 11, pp. 3407-3414, Nov. 2005.
- [2] Y.-L. Tang and H. Wang, "Triple-push oscillator approach: Theory and experiments", *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 36, no. 10, pp. 1472-1479, Oct. 2001.
- [3] F. Ramírez, M. Pontón, and A. Suárez, "Nonlinear-optimization techniques for quadruple-push oscillators", in *IEEE Eur. Microw. Conf.*, Munich, Germany, 2007, pp. 1169-1173.
- [4] F. Ramírez, E. de Cos, and A. Suárez, "Nonlinear analysis tools for the optimized design of harmonic-injection dividers", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 51, no. 6, pp. 1752-1762, Jun. 2003.
- [5] K. K. M. Cheng and C. W. Fan, "A novel approach to the analysis of microwave regenerative analog frequency dividers", *IEEE Microwave Guided wave letters*, vol. 8, no. 7, pp. 266-267, Jul. 1998.
- [6] J. Dixon, "Nonlinear time-domain analysis of injection-locked microwave mesfet oscillators", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 7, pp. 1050-1057, Jul. 1997.
- [7] K. Kurokawa, "Injection locking of microwave solid-state oscillators", *Proceedings IEEE*, vol. 61, no. 10, pp. 1386-1410, Oct. 1963.
- [8] P. Liao and R. A. York, "A new phase-shifterless beam-scanning technique using arrays of coupled oscillators", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 41, no. 10, pp. 1810-1815, Jun. 1993.
- [9] A. Suárez, F. Ramírez, and S. Sancho, "Stability and noise analysis of coupled-oscillator systems", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 59, no. 4, pp. 1032-1046, Apr. 2011.

- 
- [10] M. Sarkeshi, R. Mahmoudi, and A. van Roermund, "Efficiency analysis of a limit-cycle class-d amplifier with a random gaussian excitation", in *IEEE MTT-S Int Microw. Symp. Dig.*, 2009, pp. 1369-1372.
- [11] T. Piessens and M. Steyaert, "Behavioral analysis of self-oscillating class d line drivers", *IEEE Transactions on Circuits and Systems I, Regular Papers*, vol. 52, no. 4, pp. 706-714, Apr. 2005.
- [12] E. Main and D. Cong, "An fsk demodulator for bluetooth applications having no external components", *IEEE Transactions on Circuits and Systems II, Analog and Digital Signal Processing*, vol. 49, no. 6, pp. 373-378, Jun. 2002.
- [13] B. N. Biswas, A. Bhattacharya, P. Lahiri, and D. Mondal, "A novel scheme for reception using active device microstrip antenna", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 10, pp. 1765-1768, Oct. 2000.
- [14] F. Ramírez, V. Araña, and A. Suárez, "Frequency demodulator using an injection-locked oscillator: Analysis and design", *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 18, no. 1, pp. 43-45, Jan. 2008.
- [15] V. Araña, A. Collado, and A. Suárez, "Nonlinear synthesis of phase shifters, based on synchronized oscillators", *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 15, no. 11, pp. 760-762, Nov. 2005.
- [16] A. Suárez, *Analysis and Design of Autonomous Microwave Circuits*, Ed. IEEE Wiley, Piscataway, NJ, Jan. 2009.
- [17] P. Umpiérrez, V. Araña, and F. Ramírez, "Experimental Characterization of Oscillator Circuits for Reduced-Order Models", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 60, no. 11, pp. 3527-3541, Nov. 2012.
- [18] K. Kurokawa, "Some basic characteristics of broadband negative resistance oscillator circuits", *Bell System Technical Journal*, vol. 48, pp. 1937-1955, 1969.
- [19] F. Ramírez, M. Pontón, S. Sancho, and A. Suárez, "Phase-noise analysis of injection-locked oscillators and analog frequency dividers", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 56, no. 2, pp. 393-407, Feb. 2008.



# Conclusiones y líneas futuras

En esta tesis se ha implementado las expresiones de la formulación semianalítica para permitir la simulación de arrays bidimensionales de osciladores acoplados partiendo de los análisis previamente desarrollados sobre estructuras lineales. Esta técnica permite la obtención de las soluciones estacionarias de los circuitos mediante el modelado de los *VCOs* a partir de desarrollos en serie de Taylor, facilitando tanto el análisis como el diseño al reducir la complejidad de las ecuaciones características de los sistemas.

También se ha implementado el análisis de estabilidad, ruido de fase y envolvente compleja a partir de las expresiones de la formulación. Estas técnicas, partiendo de las soluciones obtenidas, ayudan a determinar el comportamiento de las mismas respecto a los diferentes aspectos evaluados en cada una de ellas.

Para la implementación de la formulación se han diseñado un conjunto de algoritmos que permiten la caracterización de las redes de acoplo en los circuitos para múltiples topologías. Estos algoritmos han sido planteados con el objetivo de que se puedan integrar con facilidad en el proceso de resolución de los arrays, así como de que contribuyan a la reducción en los tiempos de simulación en aquellos sistemas con muchos elementos interconectados entre sí. Para ello, se ha aprovechado las características propias de dichas redes como la simetría o su composición a base de cuadripolos.

Adicionalmente a la formulación, se ha presentado un conjunto de modificaciones para resolver algunas situaciones que no se ajustan a los requerimientos de la misma. De este modo, se ha implementado el uso de series de Taylor de orden 2 y una aproximación a tramos para contemplar las no linealidades en la respuesta de los *VCOs*. También se ha desarrollado las expresiones para poder simular arrays con varios tipos de elementos, tanto entre los osciladores como entre los cuadripolos y monopolos que forman las redes de acoplo.

A partir del uso del equivalente de Norton, se ha hecho un estudio de la influencia de los distintos parámetros del sistema para ajustar los modelos a las condiciones de trabajo. Esto permite simular el comportamiento de aquellos arrays en los que las redes de acoplo distorsionan la impedancia de carga de los *VCOs*. Además, el uso de esta representación también permite aproximar las soluciones en condiciones de acoplo fuerte.

Para evaluar la precisión de los resultados obtenidos, se ha diseñado y medido un array de osci-

ladores acoplados y, tras realizar los ajustes necesarios en la formulación, se ha simulado. Aunque, no ha sido posible la implementación de un array bidimensional por cuestiones prácticas, las medidas presentadas, sobre un circuito lineal, permiten realizar una evaluación de los resultados de la formulación modificada respecto a la respuesta de un sistema real.

Para terminar, se ha presentado un método de cálculo de las derivadas que a partir de datos medidos en un dispositivo físico permite determinar el valor de las derivadas de la admitancia de salida del mismo. Este se ha verificado tanto en simulación como de forma práctica sobre un circuito real con buenos resultados. Esta parte contiene un estudio minucioso de la precisión del método a nivel de simulación, así como una descripción detallada del entorno de medida empleado.

A partir de los resultados obtenidos, las posibles líneas futuras que se plantean son las siguientes:

- Estudio del comportamiento de los arrays en condiciones de alta inyección. En los desarrollos planteados se exige un nivel bajo de inyección para garantizar que la respuesta de los circuitos se puede aproximar mediante series de Taylor. Encontrar modificaciones que permitan el ajuste de las expresiones para incrementar la potencia de inyección permitiría aumentar los anchos de banda de sincronismo que se pueden obtener. En este sentido, las series de Taylor de orden 2 permiten mejorar la aproximación pero también tienen un rango de validez asociado que limita su uso. Por esta razón, sería de interés desarrollar técnicas alternativas.
- Extensión de la formulación para el análisis en múltiples armónicos. En las simulaciones realizadas se ha comprobado que la influencia de frecuencias múltiplos de la fundamental puede afectar a las soluciones si estas componentes tienen una amplitud elevada. Poder plantear la formulación para trabajar sobre varios armónicos mejoraría los resultados. Además, el disponer de un análisis en múltiples armónicos permitiría plantear nuevas situaciones, como inyectar señal a una frecuencia distinta de la fundamental.
- Generalizar el análisis sobre cualquier nodo de los osciladores. Una de las restricciones de las expresiones planteadas es la necesidad de caracterizar a los *VCOs* en su salida. Desde el punto de vista de la simulación este nodo no siempre es el más apropiado para el cálculo de las derivadas, debido a que puede presentar problemas de convergencia. Poder elegir el nodo del circuito en el que se quiere realizar la caracterización permitiría obtener mejores resultados, al trabajar sobre un punto del mismo con una respuesta mejor. Esto también permitiría plantear nuevas configuraciones al poder cambiar la estructura del array, por no estar el análisis condicionado a desarrollarse sobre un nodo específico.
- En general, cualquier extensión que permita la aplicación de la formulación semianalítica a nuevas situaciones, ya sea para contemplar nuevas configuraciones como para adaptarla a aquellos circuitos que no cumplen los requerimientos de la misma.

# Apéndice A

## Simulaciones

Las diferentes técnicas presentadas a lo largo de este trabajo se han aplicado a múltiples configuraciones de arrays de osciladores acoplados en simulación con el objetivo de realizar una primera validación de las soluciones. Para ello lo que se ha hecho es comparar los resultados de la aplicación de la formulación semianalítica con los que se obtienen mediante los métodos clásicos de análisis de circuitos, cuya validez se considera ya probada, tomando las soluciones de estos como referencia.

Al extender el uso de la formulación semianalítica para poder abordar el análisis de arrays bidimensionales el número de casos posibles que se pueden plantear aumenta de forma significativa respecto al caso de los arrays lineales. Además, en general, el número mínimo de elementos necesarios para plantear muchas de las topologías bidimensionales es relativamente grande en comparación con el caso lineal por lo que la cantidad de información generada en cada simulación suele ser mayor, lo que complica la presentación de los resultados.

Por todo esto se ha optado por incorporar los resultados de los circuitos evaluados adjuntándolos en forma de apéndice, como un conjunto de casos prácticos, en lugar de incluirlos como parte del texto principal de la memoria.

Se tratará, en la medida de lo posible, de presentar aquellos casos que permitan evaluar el efecto sobre los resultados del uso de la formulación semianalítica así como de cada una de las variantes que se han presentado en esta tesis.

El objetivo que se pretende alcanzar con estos ejemplos, además de validar las expresiones, es el de tener un mayor conocimiento, a partir de los resultados, del efecto que tiene sobre la respuesta de los circuitos cada uno de los diferentes problemas que se pueden presentar. Esto ayudará, para poder hacer un mejor uso, a comprender los límites de la aproximación de forma que se facilitará la tarea de elegir las herramientas necesarias para obtener los resultados correctos en cada caso.

## A.1. Array bidimensional rectangular de 9 (3x3) elementos

Para presentar los resultados de la formulación semianalítica aplicada a los arrays bidimensionales se ha simulado el caso de un array rectangular de 9 elementos, en configuración de (3x3). El objetivo de este ejemplo es el de permitir realizar una primera evaluación de los resultados que se obtienen a partir de la formulación semianalítica al comparar estos con los calculados por métodos clásicos. En este caso, para simplificar el cálculo de las soluciones, se considerará que todos los elementos del array son idénticos entre si de forma que todos presenten el mismo comportamiento.

En la configuración del array se ha empleado, como *VCO* base, el oscilador de tipo Vanderpol de la figura A.1 que presenta una frecuencia fundamental de 5,2 *Ghz* y está compuesto de una red *LC* en paralelo unido a una fuente dependiente que se caracteriza a partir de los coeficientes  $a_1$  y  $a_3$  del polinomio característico. En este, la frecuencia, se puede ajustar mediante un coeficiente multiplicativo en el condensador que, al variar, modifica el valor de este desplazando la oscilación.

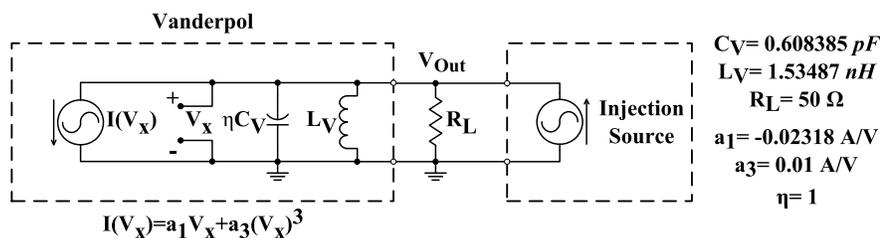


Figura A.1: Oscilador de Vanderpol a 5,2 *Ghz* empleado como base para los arrays.

En la figura A.1 se ha indicado, además, la posición de la fuente externa para la obtención de soluciones en inyección. En este régimen este generador estará presente únicamente en el *VCO* designado para inyectar al circuito. En el resto de osciladores la estructura será la indicada en la figura A.1 eliminando dicha fuente.

La configuración de los elementos en el circuito es la que se muestra en la figura A.2.

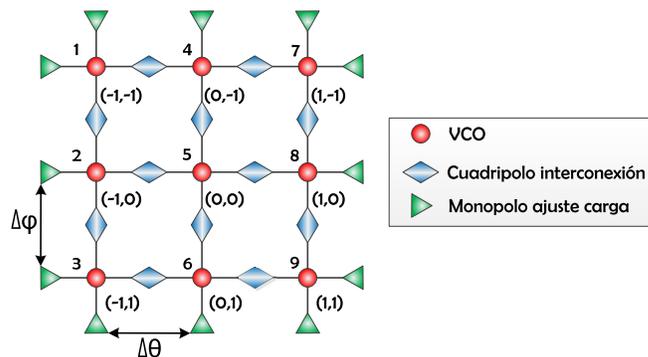


Figura A.2: Topología del array de 9 (3x3) elementos. En la imagen se han indicado los índices asociados a cada uno de los osciladores del array.

Para el control de la fase de salida de cada uno de los osciladores se ha descompuesto esta en

dos componentes  $\Delta\varphi$  y  $\Delta\theta$ , correspondientes al desfase entre filas y columnas adyacentes, según la expresión

$$\Theta_i = x_i\Delta\theta + y_i\Delta\varphi \quad (\text{A.1})$$

siendo en A.1  $x_i$  e  $y_i$  la posición en los ejes correspondientes a cada  $i$ -ésimo  $VCO$  del array considerando que el elemento 1 está en la posición  $(-1, -1)$  y el 9 está en la  $(1, 1)$  donde cada unión, vertical u horizontal, es un desplazamiento unitario en el correspondiente eje, tal como también se indica en la figura A.2. El elemento de índice 5 central, al que le corresponde la posición  $(0, 0)$ , se empleará como referencia considerando que su fase de salida siempre tiene valor  $0^\circ$ . De esta forma, fijados  $\Delta\varphi$  y  $\Delta\theta$ , se determinan los valores de fases absolutos de salida para todos los osciladores en el array y, mediante la optimización de las variables del sistema, se obtienen la frecuencia de oscilación global, las amplitudes de salida y los valores de los parámetros de control de cada uno de los  $VCOs$ .

### A.1.1. Red de acoplo

Como se puede ver en la figura A.2 la red de acoplo de este circuito se ha implementado, tal y como se ha explicado en el capítulo 3, mediante cuadripolos uniendo a los elementos del array por filas y columnas. Además, en los elementos del perímetro de la estructura, se han empleado monopolos para ajustar el nivel de carga sobre la que operan estos  $VCOs$ .

Los cuadripolos, figura A.3, están formados por una línea de transmisión ideal de  $360^\circ$  a la frecuencia de trabajo de los osciladores,  $5,2 \text{ GHz}$ , y una impedancia característica de  $50 \Omega$  conectada en serie a dos resistencias de  $300 \Omega$  en sus extremos. Por su parte, los monopolos de ajuste de carga se componen de una línea terminada en abierto de  $180^\circ$  a la frecuencia de trabajo, también de  $50 \Omega$ , y conectada al circuito a través de una resistencia en serie del mismo valor que en los cuadripolos, coincidiendo su estructura con la mitad de estos.

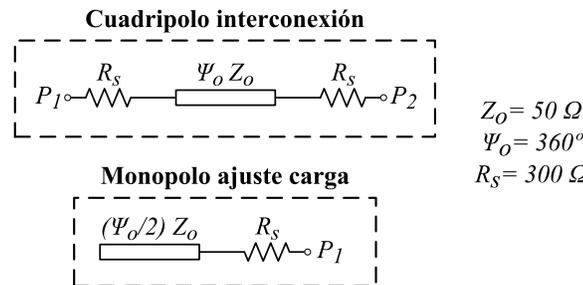


Figura A.3: Estructura de los cuadripolos de interconexión y los monopolos empleados en el array.

Las soluciones obtenidas con esta red de acoplo mediante la formulación semianalítica se ajustan, tal y como se puede apreciar a partir de los resultados mostrados al final de la sección, a los que

se obtienen mediante métodos clásicos. Sin embargo, si se analiza en detalle las características de esta red se comprobará que, a pesar de esto, la red de acoplo formada por las subestructuras de la figura A.3 no se ajusta a las restricciones que se imponen para la aplicación de la formulación semianalítica.

Para entender las causas por la que, a pesar de no cumplir los requisitos de la formulación, esta red permite calcular las soluciones empleando las ecuaciones desarrolladas se realizará un breve análisis de las características de la misma antes de presentar los resultados de las simulaciones.

Si se calcula la impedancia equivalente de Norton de la red de carga, que incluye a la red de acoplo y las resistencias de carga de cada *VCO*, para cada uno de los osciladores del array, como se ha hecho en el capítulo 4, a las frecuencias de las soluciones obtenidas en las simulaciones se obtienen, para los casos analizados en la figura A.7, los valores de  $Z_{EQ}$  mostrados en la imagen A.4.

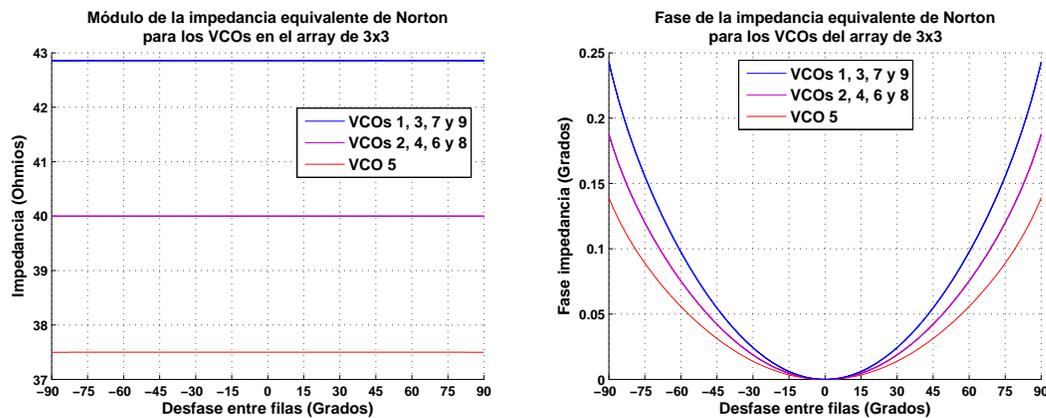


Figura A.4: Impedancia equivalente de Norton de la red de carga, para las soluciones de la figura A.7, en el array de 3x3 osciladores de Vanderpol. Módulo, izquierda, y fase, derecha.

Como se puede apreciar en A.4 las impedancias de carga equivalente que el sistema presenta a cada uno de los elementos del array no coinciden entre si lo que debería resultar, en condiciones de acoplo débil, en que cada elemento presente una respuesta distinta. Además, estas resultan ser valores diferentes de los  $50 \Omega$  que se han empleado para modelar a los osciladores. Sin embargo, como se puede comprobar en las simulaciones realizadas, los resultados calculados con un modelo de los *VCOs* obtenido sobre una carga de  $50 \Omega$  se corresponde con el análisis de balance armónico.

La razón por la que ocurre esto es que, las corrientes de sincronismo presentes en el array, modifican el valor efectivo de carga sobre el que están operando los osciladores. Para poder comprobar esto se ha calculado el valor de  $Z_{Eff}$  para los *VCOs* en el array, sobre las mismas soluciones empleadas para obtener la figura A.4, y se muestran en la figura A.5.

Como se puede observar, a pesar de que las impedancias equivalentes de Norton en el circuito son distintas de la carga empleada para modelar al Vanderpol, el efecto de las corrientes de sincronismo corrige su valor hasta ajustarlo a  $50 \Omega$  en los osciladores del array, cuando estos están todos en fase,

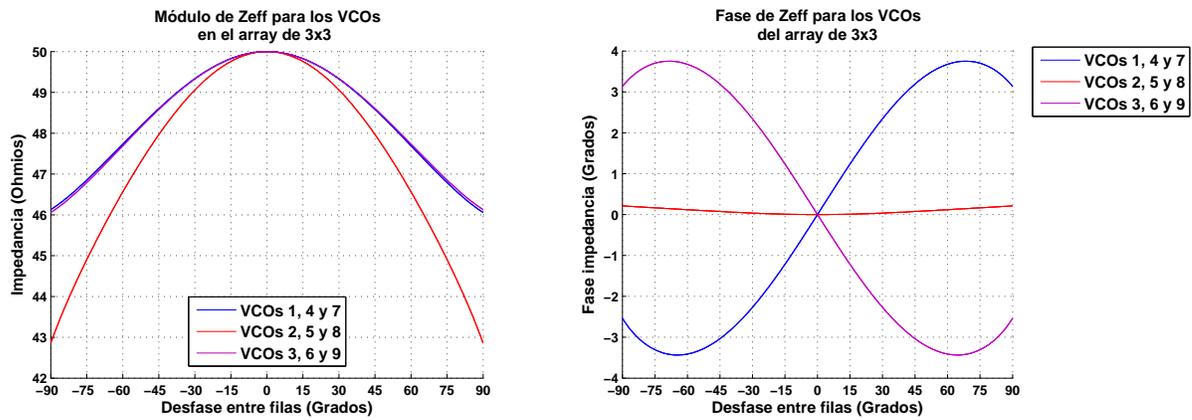


Figura A.5:  $Z_{Eff}$  de la red de carga, para las soluciones de la figura A.7, en el array de  $3 \times 3$  osciladores de Vanderpol. Módulo, izquierda, y fase, derecha.

posibilitando el que se pueda aplicar el análisis mediante la formulación semianalítica al sistema.

Como dato adicional, en la figura A.5, se puede apreciar una clara correspondencia entre los valores de la  $Z_{Eff}$  de cada elemento del array con las curvas de amplitud, la cual depende del nivel de carga, y el parámetro de control, que es el que ajusta el sistema para que se cumpla la relación de fases.

En la figura A.6 se han obtenido las corrientes de sincronismo para cada oscilador del array. En esta se puede ver cómo, las magnitudes de las mismas, son máximas para un desfase de  $0^\circ$  reduciendo su amplitud al acercarse el desfase a  $\pm 90^\circ$ . Las fases de las corrientes de Norton están asociadas a la distribución de fases debida a las condiciones de desfase progresivo constante así como a las variaciones en los coeficientes de transmisión de la matriz de parámetros  $Y$  de la red de acoplo.

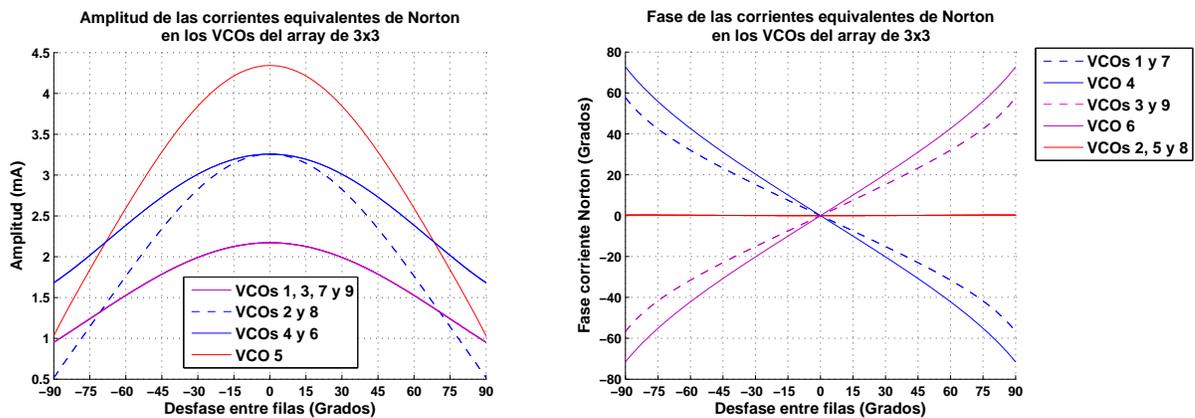


Figura A.6: Corrientes equivalentes de Norton, calculadas sobre las soluciones de la figura A.7, en cada uno de los VCOs del array de  $3 \times 3$  osciladores de Vanderpol. Amplitud, izquierda, y fase, derecha.

A partir de lo expuesto se puede deducir que, esta red en particular, presenta un nivel de acoplo que no se puede considerar bajo, ya que modifica el comportamiento de los osciladores al “hacerles

creer” que la impedancia sobre la que operan es de  $50 \Omega$  cuando en realidad su equivalente de Norton es otro valor. Sin embargo al coincidir  $Z_{Eff}$  con la impedancia empleada para caracterizar a los osciladores el incremento del nivel de acoplo contribuye a que el modelo obtenido de los osciladores se ajuste al comportamiento que estos muestran en el array.

El inconveniente de esto es que las corrientes disminuyen al alejarse las soluciones del punto de fase  $0^\circ$ , como se puede ver en A.6, y este efecto va desapareciendo, lo que hace que varíe  $Z_{Eff}$  alejándose de  $50 \Omega$ , como también se puede apreciar en A.5, introduciendo un error en las simulaciones debido al desajuste entre las condiciones sobre las que se ha obtenido el modelo y las de operación de los osciladores en el array.

Este efecto de reajuste de la impedancia efectiva en el sistema es, como se podrá observar en otros ejemplos, relativamente independiente de las tensiones de salida de los osciladores ya que, cuando los elementos son idénticos, para el punto de fase  $0^\circ$  todos los osciladores del array presentan el mismo valor de  $V_{out}$  haciendo que, al calcular la admitancia de la fuente equivalente de Norton para obtener la  $Z_{Eff}$ , estas desaparezcan de la expresión.

### A.1.2. Régimen libre

El primer análisis que se puede realizar sobre un array es el que se ha denominado de régimen libre. Este calculará la respuesta del sistema en ausencia de fuentes externas para determinar si existen soluciones con desfase progresivo constante en el circuito. Además, si se combina con el análisis de estabilidad se podrá determinar cual es el rango de soluciones estables en función del desfase entre elementos tras realizar el cálculo de la respuesta.

En la simulación, lo que se hará será barrer los parámetros  $\Delta\varphi$  y  $\Delta\theta$  correspondientes al desfase entre filas y columnas adyacentes respectivamente. El resultado de la simulación será el valor de la frecuencia de oscilación del array junto con el de las amplitudes de salida y el valor correspondiente a los parámetros de control de los *VCOs* permitiendo determinar los ajustes que hay que realizar en el sistema para conseguir las distintas soluciones, además de que posibilita el determinar los rangos de frecuencia y tensión sobre los que opera el circuito.

A modo de ejemplo se presenta, en las figuras A.7 y A.8, las soluciones obtenidas para el array de osciladores de Vanderpol en los casos en los que  $\Delta\theta$  vale  $0^\circ$  y  $32^\circ$  respectivamente y se barre la fase  $\Delta\varphi$  entre  $-90^\circ$  y  $90^\circ$ .

Estas soluciones, debido a que la estructura del circuito es simétrica en los dos ejes, son idénticas a las que se obtendrían si se intercambiasen los valores de  $\Delta\varphi$  y  $\Delta\theta$  cambiando, en las figuras, la representación por columnas a filas por lo que, en este array, se podría aprovechar la simetría del sistema para reducir las simulaciones necesarias para su estudio.

En las figuras A.7 y A.8 se puede ver la comparación con los resultados que se obtienen, para la misma simulación, en el *ADS* empleando el balance armónico, pudiéndose comprobar el nivel de

aproximación de la formulación semianalítica.

Las soluciones calculadas permiten comprobar, como ya se ha comentado, la aparición de un error a medida que el desfase entre elementos se acerca a  $\pm 90^\circ$  en cualquiera de los ejes. Error que va aumentando progresivamente debido al desajuste entre las condiciones sobre las que se ha calculado el modelo y las reales de operación en el circuito, como consecuencia de las variaciones de las corrientes de sincronismo.

También se ha señalado, en las figuras A.7 y A.8, el conjunto de las soluciones que, a partir de la realización del estudio de la estabilidad sobre las obtenidas en el análisis estacionario, resultan estables en el circuito de forma que se pueda identificar a que rangos de fases corresponden.

En la figura A.7 se puede comprobar como al estar realizada la simulación alrededor del punto en el que todos los *VCOs* del array están en fase, ( $\Delta\theta = 0^\circ$ ,  $\Delta\varphi = 0^\circ$ ), las curvas de todas las columnas son idénticas comportándose cada una de ellas como un array lineal en el eje *y*. En A.8, en cambio, si se observa las gráficas correspondientes a los parámetros de control se podrá ver como al variar el desfase en *x* los valores entre las columnas ya no se corresponden apareciendo diferencias entre ellas.

### A.1.3. Régimen inyectado

El régimen inyectado permite determinar la respuesta del circuito cuando se introduce señal con un generador externo en uno de los *VCOs*. Esta se puede emplear para determinar el margen de sincronismo de estos en el array o para obtener, para una potencia determinada a una frecuencia de inyección específica, el rango de soluciones con desfase progresivo que existen en el sistema. Además, al igual que en el análisis de régimen libre, se puede emplear los datos obtenidos en este análisis para realizar el estudio de la estabilidad de las soluciones.

Este régimen es de especial interés pues, en la práctica, será el que se corresponda con el modo de funcionamiento normal de los arrays, ya sea para actuar como osciladores locales, sincronizados con una señal de referencia, o para transferir las señales directamente a las antenas, en cuyo caso se sincronizarían directamente con las señales a transmitir.

En las figuras A.9 y A.10 se han representado las soluciones que se obtienen en el array de Vanderpol cuando se mantiene constante el desfase entre elementos con ( $\Delta\theta = 0^\circ$ ,  $\Delta\varphi = 0^\circ$ ) y ( $\Delta\theta = 32^\circ$ ,  $\Delta\varphi = 32^\circ$ ) respectivamente para una amplitud de inyección de  $I_{iny} = 1e - 4 A$ .

Al calcular las señales en régimen inyectado, al igual que ocurre con los osciladores aislados, si se barre la fase de inyección entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$ , se obtiene una curva cerrada al representar la amplitud de la tensión frente a la frecuencia. Además, también al igual que ocurre con los osciladores aislados, en estas curvas solo son estables una de las dos semielipses, superior o inferior.

Estas elipses se pueden ver en las figuras A.9 y A.10, columna de la izquierda, para el array de  $3 \times 3$ . También se han indicado en las mismas la semielipse correspondiente al rango estable que, en

este caso, es la superior.

Al igual que ocurre con el análisis de régimen libre, en la figura A.10, aparece un error al aproximar las repuestas debido al hecho de no haber contemplado el efecto de las corrientes de sincronismo al modelar a los osciladores. Sin embargo, debido a que el desfase en el valor de  $Z_{Eff}$  es relativamente pequeño respecto a  $50 \Omega$ , este es asumible en comparación con las mágnitudes de las variables. Además, la aproximación de los valores de los parámetros de control se ajusta con bastante precisión al comportamiento del sistema.

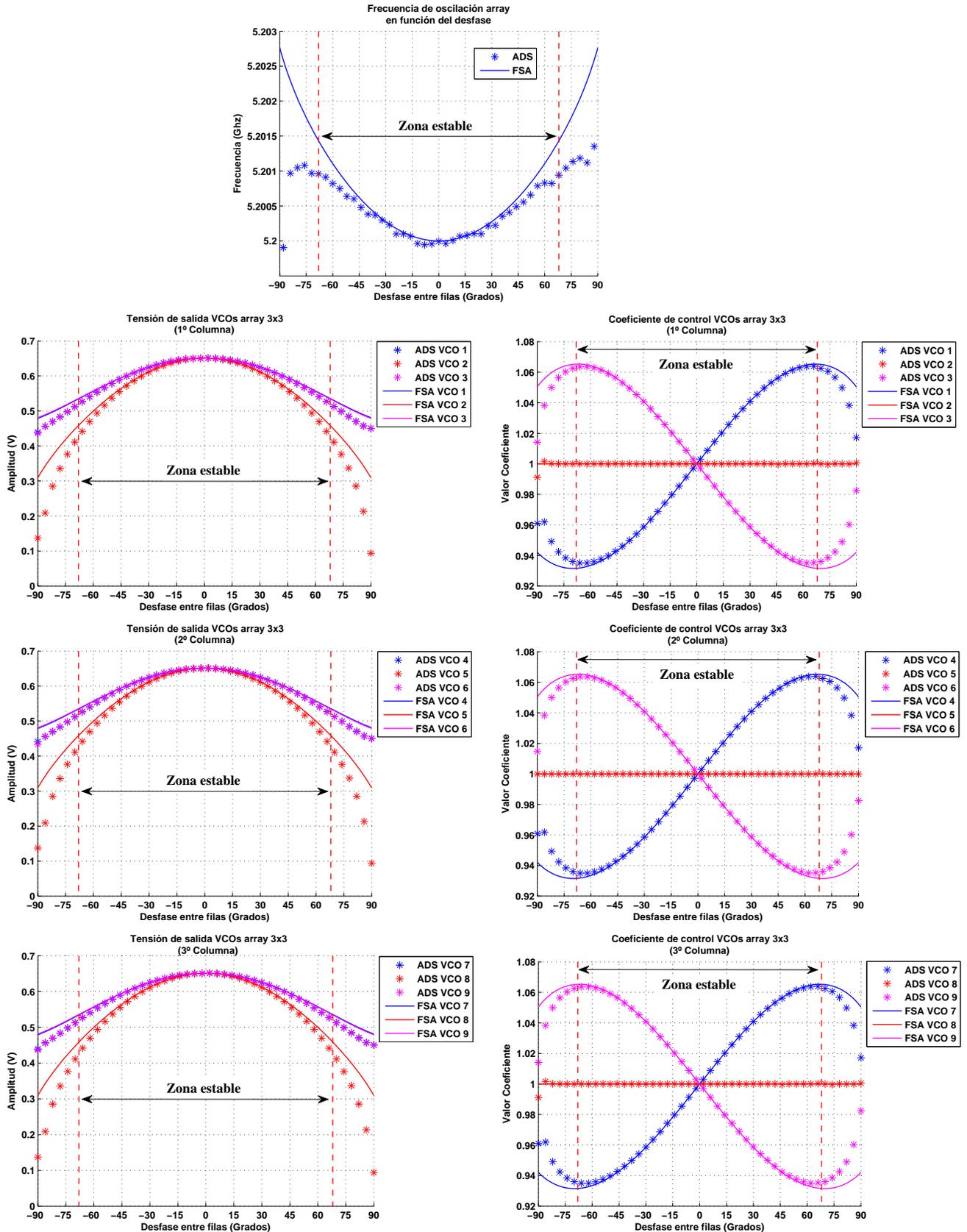


Figura A.7: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, para un array de 3x3 osciladores de Vanderpol con  $\Delta\varphi = -90^\circ \dots 90^\circ$  y  $\Delta\theta = 0^\circ$  en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver la frecuencia, arriba del todo, las amplitudes de salida por columnas, izquierda, y los valores de sus parámetros de control correspondientes, derecha.

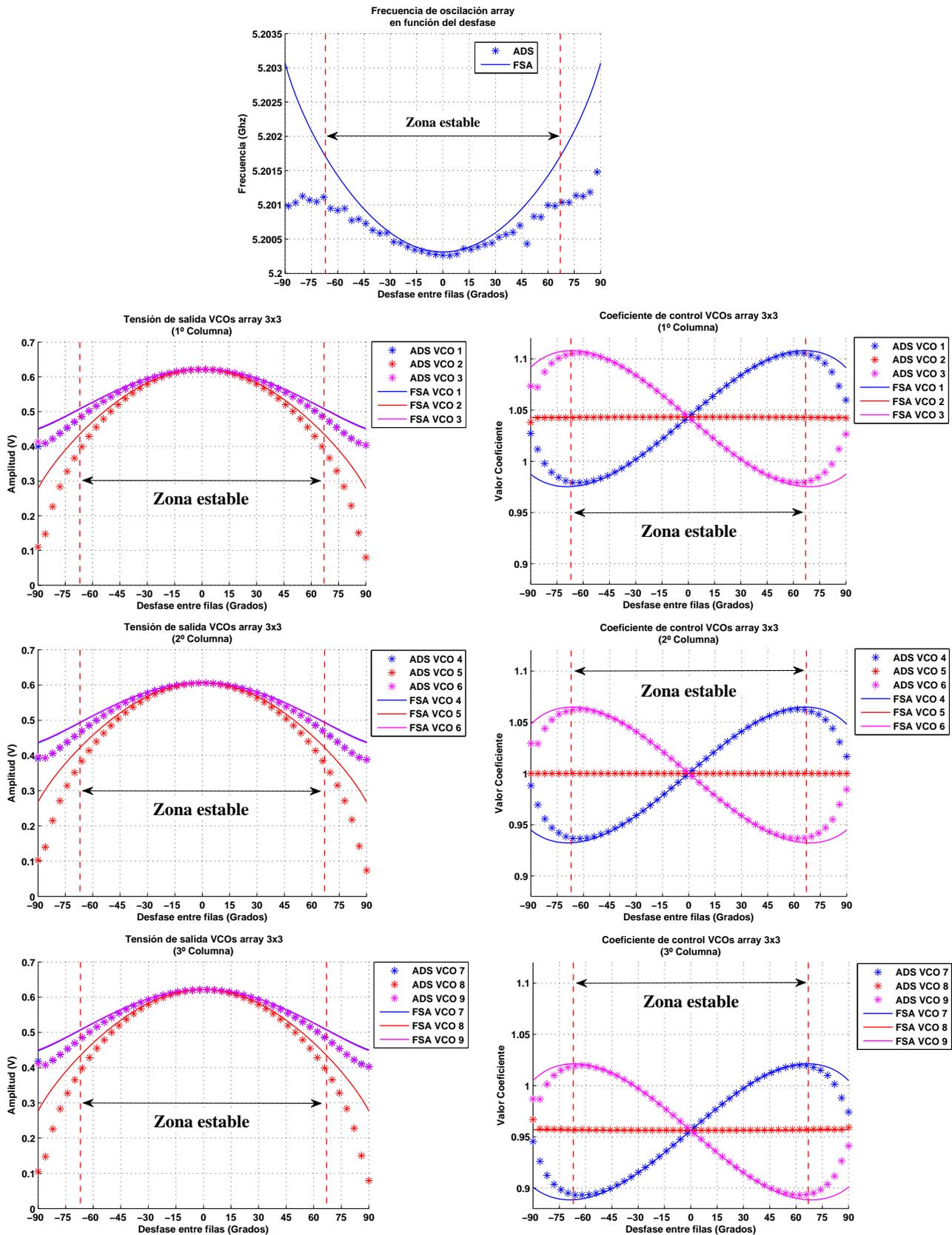


Figura A.8: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, para un array de 3x3 osciladores de Vanderpol con  $\Delta\varphi = -90^\circ \dots 90^\circ$  y  $\Delta\theta = 32^\circ$  en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver la frecuencia, arriba del todo, las amplitudes de salida por columnas, izquierda, y los valores de sus parámetros de control correspondientes, derecha.

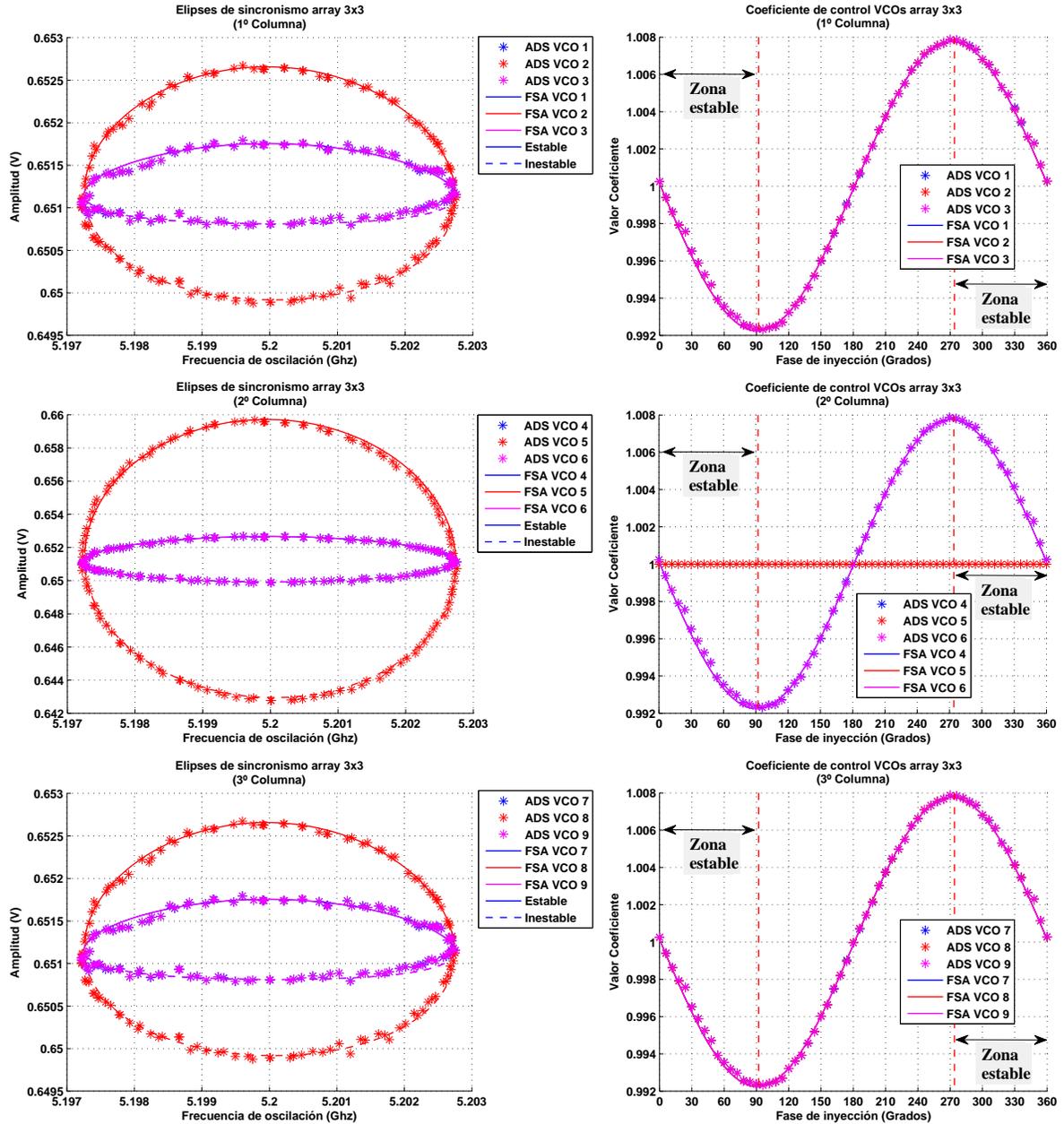


Figura A.9: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, para un array de  $3 \times 3$  osciladores de Vanderpol con  $\Delta\varphi = 0^\circ$  y  $\Delta\theta = 0^\circ$  en régimen inyectado cuando se introduce una corriente de amplitud  $I_{iny} = 1e-4 A$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , izquierda, con los valores correspondientes de los parámetros de control en cada VCO del array, derecha.

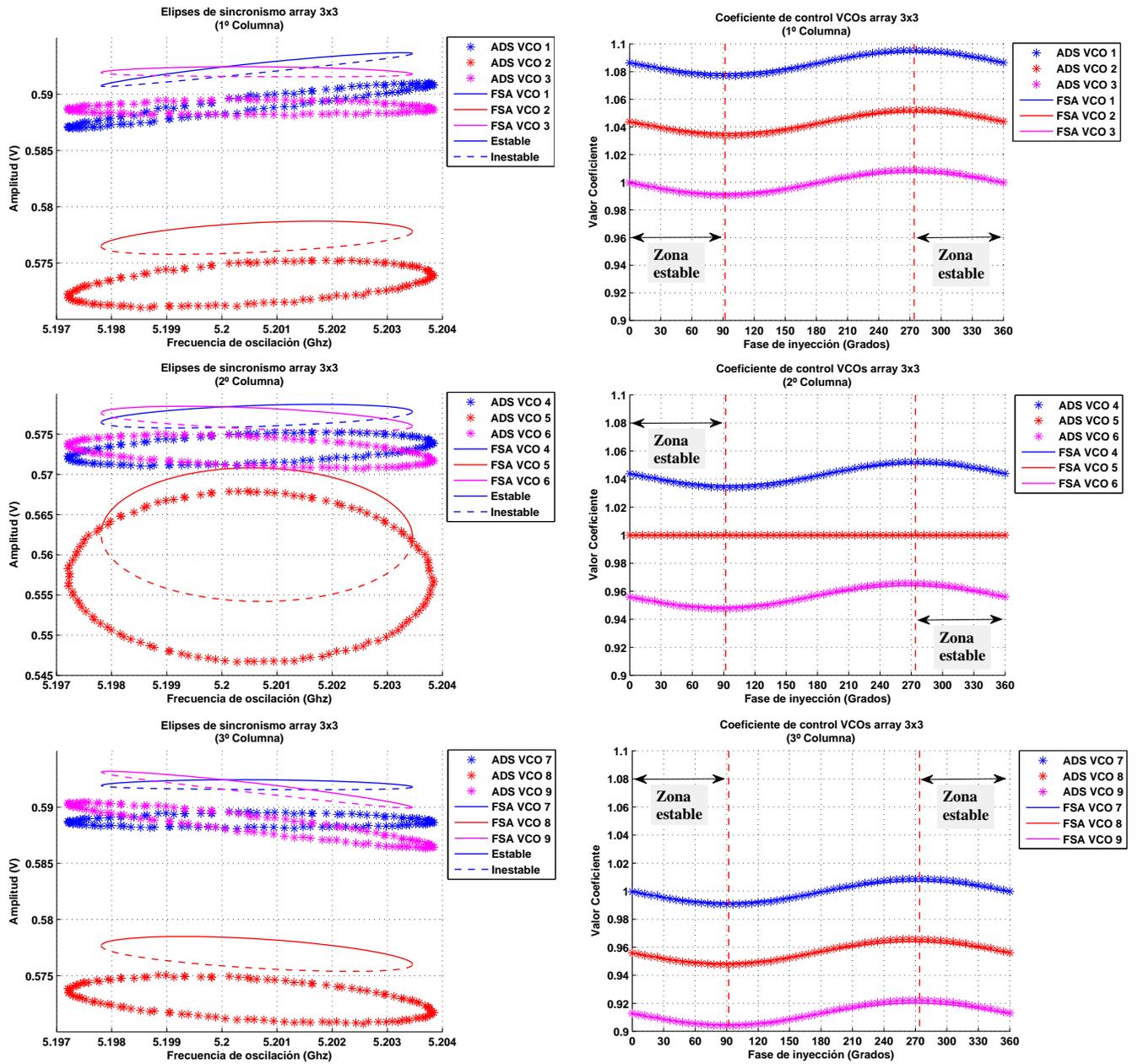
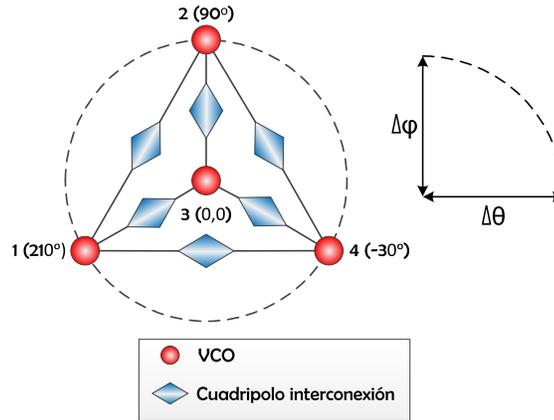


Figura A.10: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, para un array de 3x3 osciladores de Vanderpol con  $\Delta\varphi = 32^\circ$  y  $\Delta\theta = 32^\circ$  en régimen inyectado cuando se introduce una corriente de amplitud  $I_{iny} = 1e - 4A$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , izquierda, con los valores correspondientes de los parámetros de control en cada VCO del array, derecha.

## A.2. Array triangular de 4 elementos

Como ya se ha comentado, los arrays bidimensionales permiten distribuir a los elementos del sistema de muchas más formas que los lineales no teniendo que estar los *VCOs* dispuestos en forma de rectángulo necesariamente. Para ilustrar un caso de array no rectangular, en el siguiente ejemplo, se mostrará el análisis sobre una topología triangular. Este permitirá comprobar de forma práctica como la formulación semianalítica, inicialmente planteada de forma genérica, es aplicable a cualquier sistema con el que se quiera trabajar.

Para este caso, la estructura del circuito será la que se muestra en la figura A.11.



*Figura A.11:* Topología elegida para el array triangular de 4 elementos con las conexiones entre ellos. En la figura se ha indicado el índice correspondiente a cada elemento así como se puede identificar cual de ellos actuará de referencia de fase para el cálculo de las soluciones.

Este array, que también se podría considerar como un array circular por la forma en que están dispuestos los elementos, está constituido formando un triángulo equilátero con un *VCO* situado en cada uno de sus vértices más otro en el centro del mismo, que se empleará como elemento de referencia.

Para desarrollar este ejemplo se ha empleado el *VCO* a  $5,0\text{ GHz}$  utilizado para el cálculo de las derivadas que se muestra en la figura 6.4 del capítulo 6 modelando su respuesta a tramos en función de la tensión de varactor, lo que permitirá ajustar mejor el cálculo de las soluciones a la respuesta del mismo. Además, para simplificar el análisis, se tomarán todos los osciladores y cuadripolos idénticos entre sí.

Como se puede ver en la figura A.11 la topología propuesta no necesita hacer uso de monopolos debido a que todos los elementos presentan el mismo número de conexiones. En esta los cuadripolos se forman con una línea de  $360^\circ$  y  $50\ \Omega$ , a la frecuencia de libre oscilación del *VCO* base elegido, conectada a los osciladores a través de una red en  $L$  formada por dos resistencias en cada uno de sus extremos, tal y como se puede ver en la figura A.12.

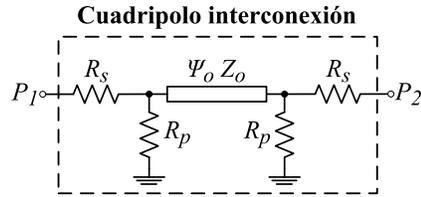


Figura A.12: Estructura de los cuadripolos de interconexión empleados en el array.

En este ejemplo se han tomado  $R_s$  y  $R_p$  de valor  $1250 \Omega$  y  $300 \Omega$  respectivamente para garantizar que se cumple la condición de acoplo débil. Sin embargo, estos valores producen que la impedancia de carga total que ven los osciladores no sea de  $50 \Omega$  sino de, aproximadamente,  $45 \Omega$ . Esta diferencia, como se podrá comprobar en las simulaciones, produce que las amplitudes y frecuencias obtenidas mediante la formulación semianalítica no se correspondan exactamente con las que resultan de un análisis de balance armónico. A pesar de esto, debido a que se trata de una diferencia de carga de tan solo  $5 \Omega$ , el desfase entre las soluciones es relativamente pequeño siendo los resultados obtenidos suficientemente buenos para predecir el comportamiento del array.

Para determinar las fase de salida de cada uno de los osciladores se descompone esta, de la misma forma que se ha hecho en A.1, en dos componentes  $\Delta\theta$  y  $\Delta\varphi$ , correspondientes al desfase según los ejes  $x$  e  $y$ , tal y como se muestra en la figura A.11, calculando, supuesta la circunferencia exterior de radio unidad, la fase absoluta de cada oscilador a partir de su posición en el plano.

Así, para los elementos del circuito se tiene que, a partir de  $\Delta\theta$  y  $\Delta\varphi$ , se puede calcular la fase de cada  $VCO$  según

$$\left. \begin{aligned} \Theta_1 &= \cos(210^\circ) \Delta\theta + \sin(210^\circ) \Delta\varphi \\ \Theta_2 &= \cos(90^\circ) \Delta\theta + \sin(90^\circ) \Delta\varphi \\ \Theta_3 &= 0^\circ \\ \Theta_4 &= \cos(-30^\circ) \Delta\theta + \sin(-30^\circ) \Delta\varphi \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.2})$$

donde, tal y como ya se ha comentado, en A.2 se ha fijado el elemento de índice 3 como referencia de fase considerando que su tensión de salida siempre tiene fase  $0^\circ$ .

### A.2.1. Análisis en régimen libre

Para comprobar si existen soluciones que cumplan la condición de fases fijada en A.2 se han realizado varias simulaciones del array en régimen libre. A continuación se presentan, a modo de ejemplo debido a que el número de combinaciones es muy grande, algunos casos concretos.

En las figuras A.13 y A.14 aparecen las soluciones que se obtienen en el array para  $(\Delta\theta = -90^\circ \dots 90^\circ,$

$\Delta\varphi = 0^\circ$ ) y ( $\Delta\theta = 0^\circ$ ,  $\Delta\varphi = -90^\circ \dots 90^\circ$ ). En estas se puede ver que, al no ser el array simétrico en los dos ejes, la respuesta cambia al intercambiar las fases, al contrario de lo que ocurre con el array bidimensional rectangular del ejemplo del apéndice A.1. En A.14, además se puede comprobar cómo tanto las curvas obtenidas como el rango de soluciones estables son asimétricos debido a que la distribución de los elementos en el eje  $y$  no es homogénea.

También se puede apreciar, como ya se ha comentado, el desfase en frecuencia y amplitud debido a que la red de acoplo junto con las impedancias de carga no presentan a los  $VCOs$   $50\Omega$ . El desplazamiento en amplitud es de aproximadamente  $10mV$  mientras que en frecuencia hay una diferencia de unos  $6MHz$ . A pesar de esto la aproximación del comportamiento en las simulaciones y los valores de los parámetros de control en el circuito se corresponden con la solución obtenida por balance armónico.

Por último, en la figura A.15, se ha incluido una simulación para ( $\Delta\theta = -90^\circ \dots 90^\circ$ ,  $\Delta\varphi = 60^\circ$ ) de forma que se pueda apreciar el efecto que tienen sobre la respuesta y las regiones de estabilidad los desplazamientos sobre el punto en el que todos los  $VCOs$  están en fase. En ella se puede apreciar como el margen de estabilidad se reduce a  $\pm 30^\circ$ .

### A.2.2. Análisis en régimen inyectado

Las figuras A.16 y A.17 se han obtenido para analizar la respuesta de los  $VCOs$  en el array triangular cuando se inyecta una señal de amplitud  $I_{iny} = 1e - 3A$  en el oscilador central, de índice 3, y se barre la fase de inyección de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

Se han elegido los casos de desfase ( $\Delta\theta = 0^\circ$ ,  $\Delta\varphi = 0^\circ$ ) y ( $\Delta\theta = 0^\circ$ ,  $\Delta\varphi = 60^\circ$ ).

En las figuras se puede apreciar, en las elipses, como las soluciones estables se corresponden con las semielipses positivas y también como, a partir de las curvas de las tensiones de control, es posible determinar las fases de inyección pertenecientes a estas.

Las elipses de las simulaciones permiten comprobar cómo, a pesar del desplazamiento en amplitud y frecuencia, al modelar el comportamiento de los  $VCOs$  a tramos se puede reproducir las respuestas no lineales, responsables de la curvatura que se aprecia en las mismas, de los circuitos en la formulación semianalítica.

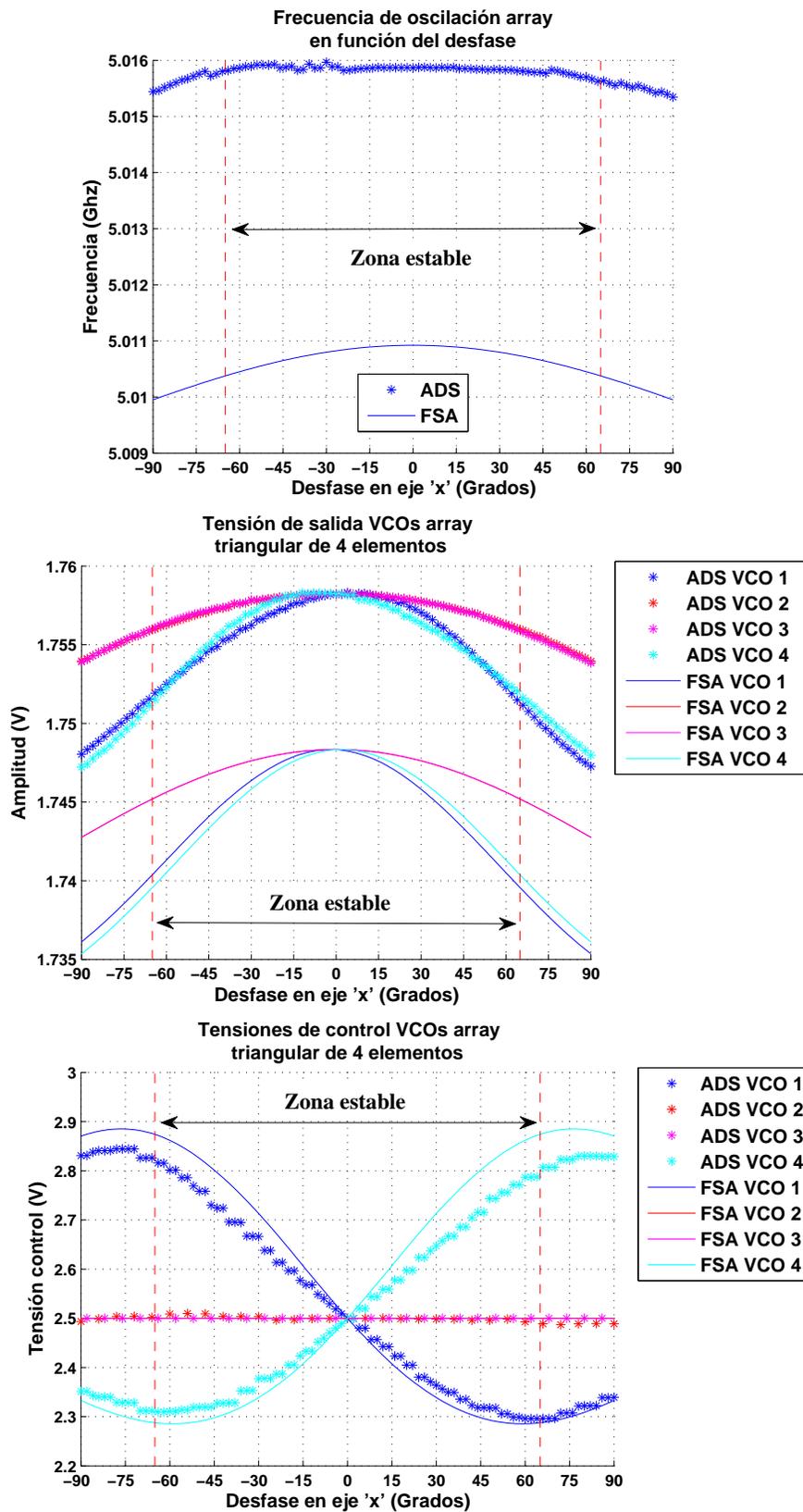


Figura A.13: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, en un array triangular de 4 osciladores con  $\Delta\varphi = 0^\circ$  y  $\Delta\theta = -90^\circ \dots 90^\circ$  en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver de arriba a abajo la frecuencia, las amplitudes de salida, y los valores de tensión de control.

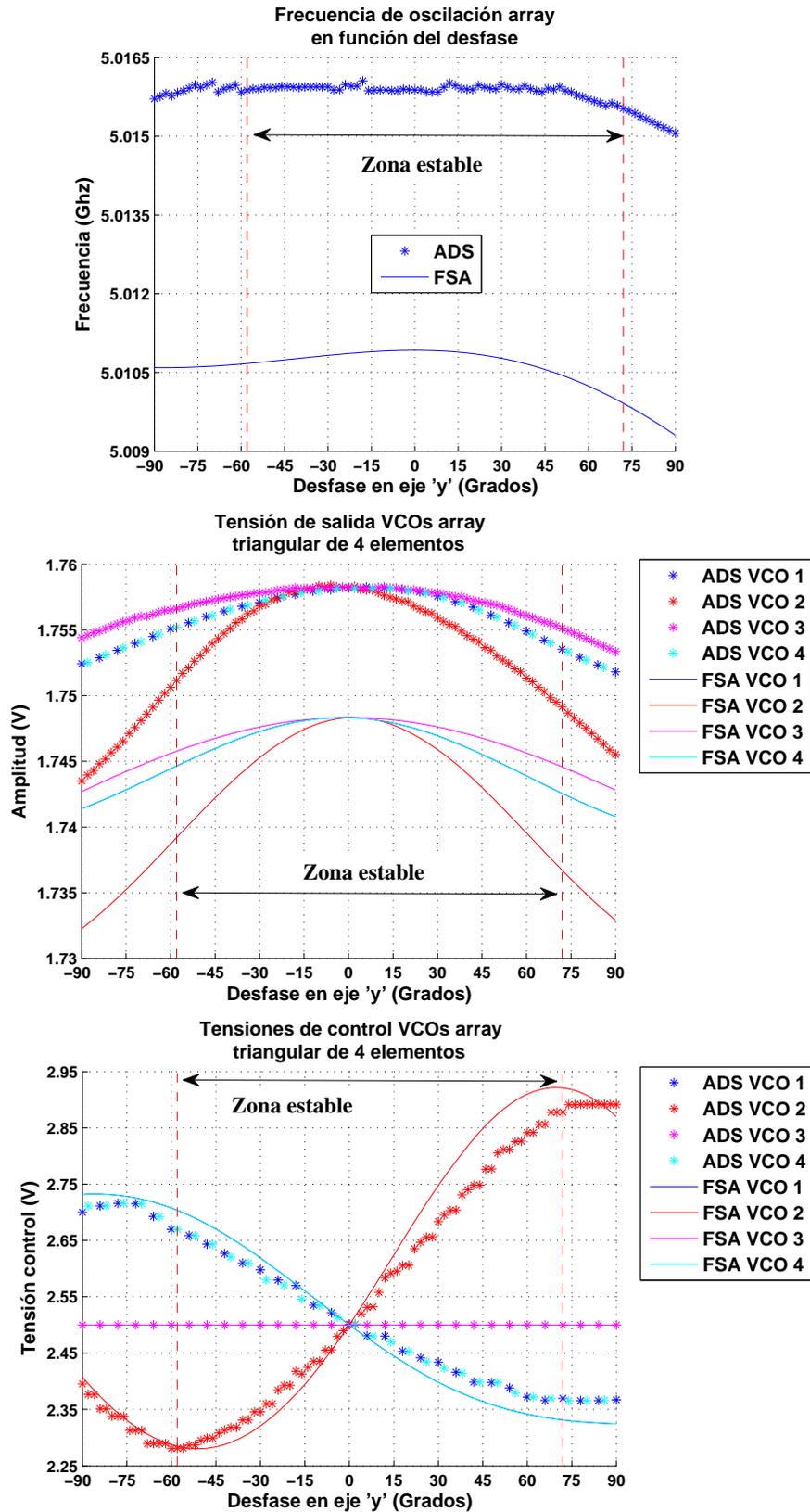


Figura A.14: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, en un array triangular de 4 osciladores con  $\Delta\varphi = -90^\circ \dots 90^\circ$  y  $\Delta\theta = 0^\circ$  en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver de arriba a203 abajo la frecuencia, las amplitudes de salida, y los valores de tensión de control.

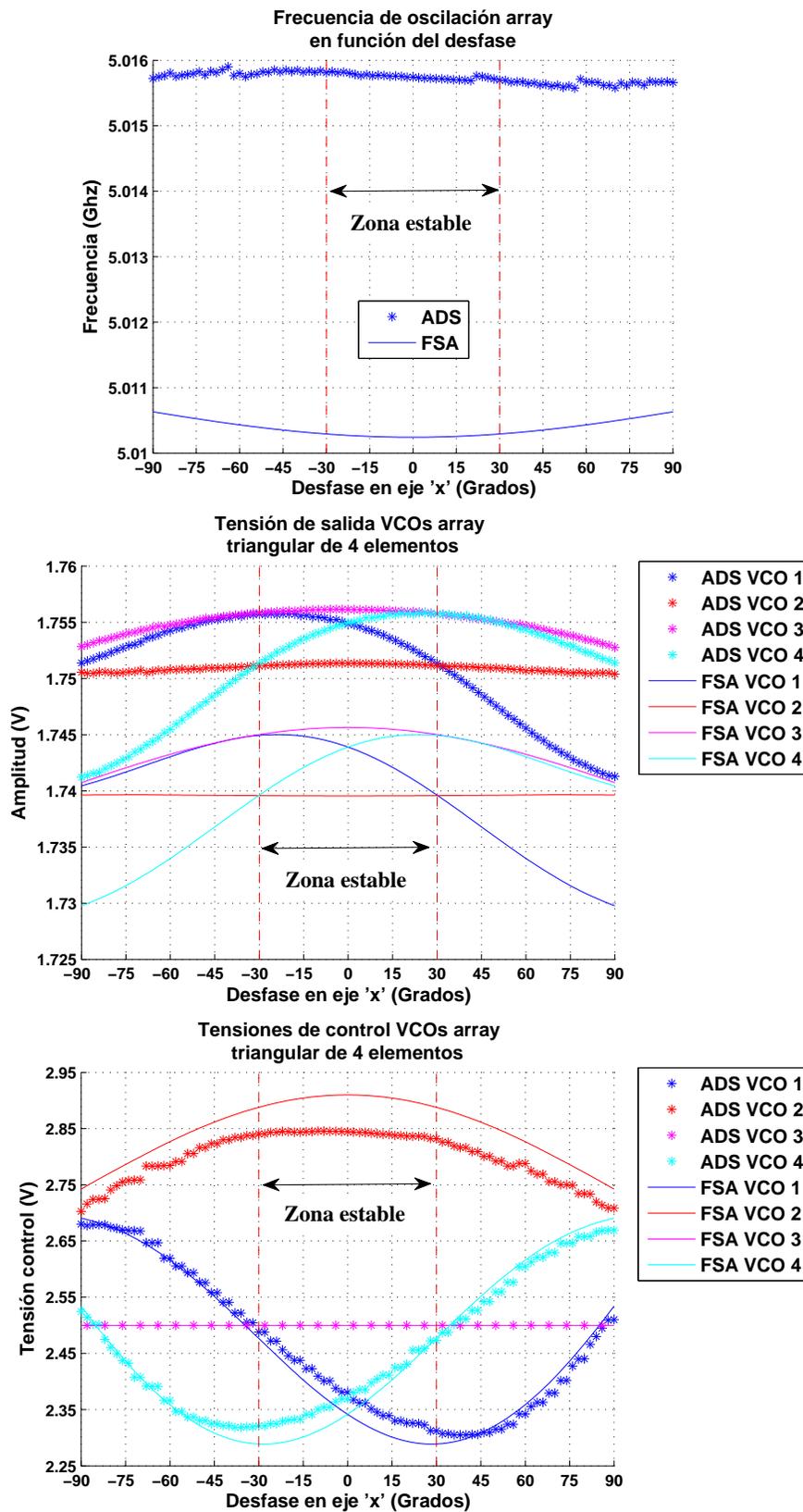


Figura A.15: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, en un array triangular de 4 osciladores con  $\Delta\varphi = 60^\circ$  y  $\Delta\theta = -90^\circ \dots 90^\circ$  en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver de arriba a abajo la frecuencia, las amplitudes de salida, y los valores de tensión de control.

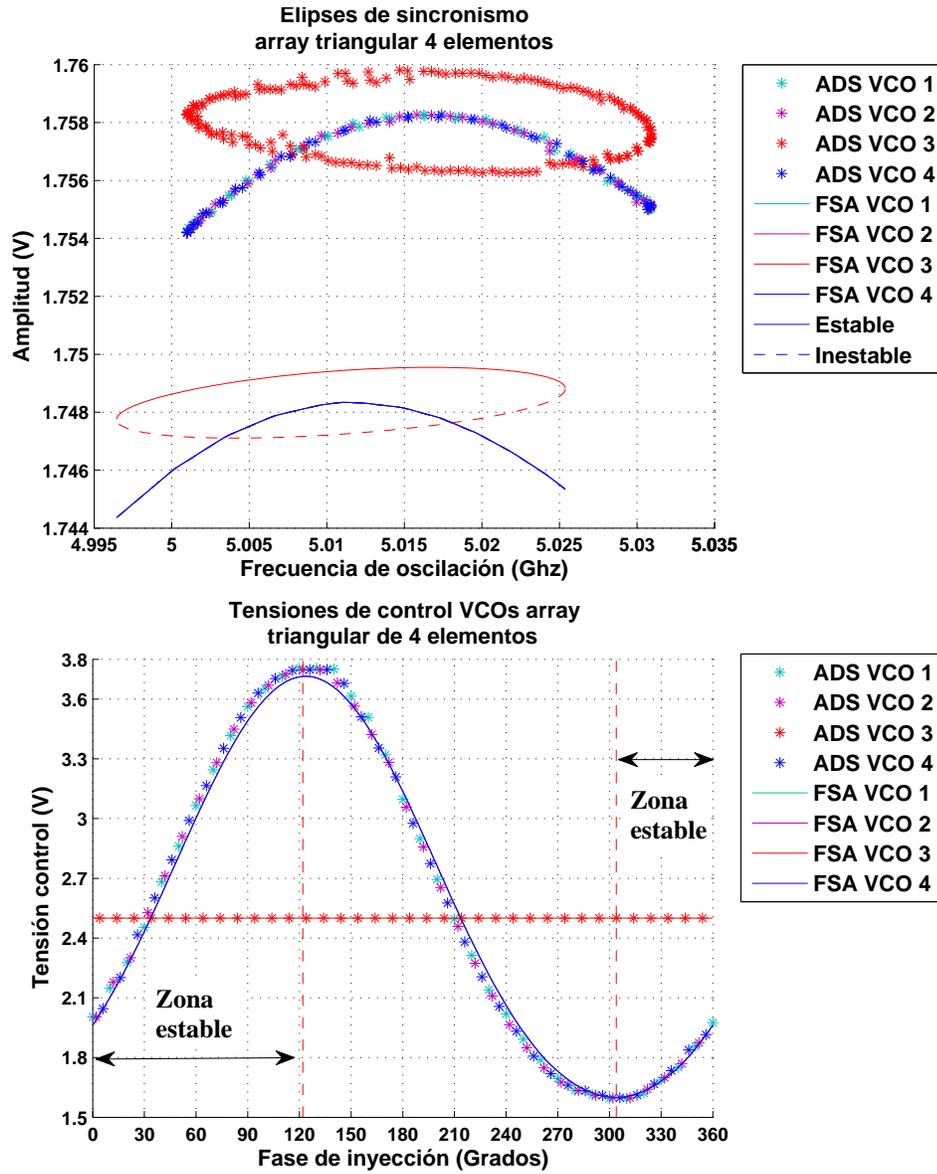


Figura A.16: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, en un array triangular de 4 VCOs en régimen inyectado para  $\Delta\varphi = 0^\circ$  y  $\Delta\theta = 0^\circ$  y una corriente de amplitud  $I_{iny} = 1e - 3 A$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , arriba, y los valores correspondientes de las tensiones de control en cada oscilador en el array, abajo.

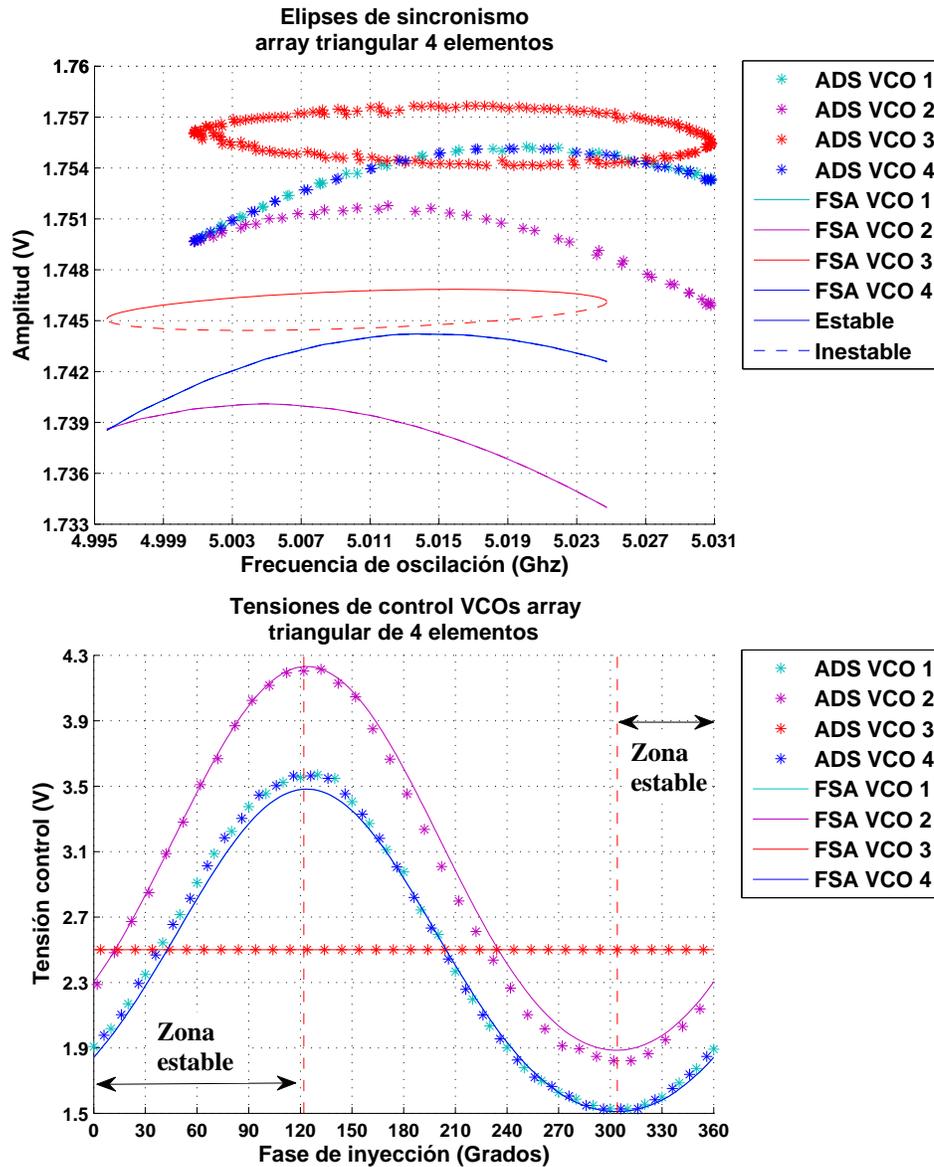


Figura A.17: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, en un array triangular de 4 VCOs en régimen inyectado para  $\Delta\varphi = 60^\circ$  y  $\Delta\theta = 0^\circ$  y una corriente de amplitud  $I_{iny} = 1e - 3 A$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , arriba, y los valores correspondientes de las tensiones de control en cada oscilador en el array, abajo.

### A.3. Análisis de la respuesta de un array de osciladores empleando el método de la envolvente compleja

Para evaluar las soluciones obtenidas de la aplicación de la envolvente compleja en combinación con la formulación semianalítica, en este ejemplo, se va a simular un array rectangular de  $3 \times 3$  osciladores formado con el *VCO* empleado en el capítulo 6 para la obtención de las derivadas como elemento base, ver la figura 6.4.

La topología del sistema es la misma que en el array de Vanderpol de la sección A.1 así como los elementos que forman la red de acoplo, monopolos y cuadripolos, ajustando la frecuencia de las líneas de transmisión a la de libre oscilación del oscilador para el punto de trabajo elegido que es de, aproximadamente,  $5,0 \text{ GHz}$  ya que, como se ha podido comprobar en los ejemplos previos, esta red ajusta el comportamiento de los *VCOs* permitiendo la aplicación de la formulación sin necesidad de modificar las expresiones.

Al igual que en el análisis de estabilidad y el de ruido, las soluciones de la envolvente compleja se deben obtener sobre las estacionarias, previamente calculadas. Estas soluciones, en la aplicación del método, representan el análisis de alta frecuencia. De esta forma el estudio de la envolvente se reduce al análisis en el tiempo de la componente de baja frecuencia alrededor de la oscilación, la cual es tratada como una señal portadora al resolver el circuito.

El resultado de la aplicación de este método es la respuesta de la envolvente sobre la oscilación en el tiempo de forma que permite determinar la evolución de las soluciones en el sistema y el efecto que las variaciones instantáneas tienen sobre las señales del mismo.

Este método resulta especialmente útil para determinar el comportamiento del array cuando es inyectado por una señal modulada ya que, tanto la naturaleza de la señal como el comportamiento limitado en banda del circuito, se ajustan a las características del mismo.

Debido a que el método se aplica principalmente sobre señales sincronizadas las soluciones estacionarias empleadas como base para este análisis deben ser obtenidas en régimen inyectado.

En la figura A.18 se pueden observar las elipses de sincronismo obtenidas en el array para el punto en el que todos los osciladores están en fase con una corriente de inyección de amplitud  $I_{iny} = 5e - 4 \text{ A}$ .

A partir de la solución correspondiente a la fase de inyección  $\phi_{iny} = 34^\circ$  cuya frecuencia de oscilación es  $f_{sol} = 5,0245 \text{ GHz}$ , correspondiente a la semielipse estable, se han obtenido las curvas de las figuras A.19 y A.20.

En estas se ha aplicado una modulación en fase a la señal de inyección con una frecuencia de moduladora de  $f_{mod} = 2,5 \text{ MHz}$  y un índice de modulación  $\Delta\Phi = 10^\circ$  durante los  $2,75 \mu\text{s}$  iniciales y  $\Delta\Phi = 70^\circ$  en el resto de la simulación. El objetivo de este análisis es el de mostrar el efecto que, sobre la respuesta del sistema, tienen las variaciones temporales de la señal de inyección. Tal y como

### A.3. Análisis de la respuesta de un array de osciladores empleando el método de la envolvente compleja

---

se puede apreciar en la figura A.20 al incrementar el índice de modulación las diferencias de fase entre las tensiones de salida de los *VCOs* en el array se incrementan, alejándose del punto de desfase progresivo, lo que, al aplicar estas a un array de antenas podría deformar el haz.

A partir de las envolventes calculadas se puede obtener el espectro de las señales aplicando la *FFT*, como se ve en las figuras A.19 y A.20, alrededor de la frecuencia de la portadora de forma que se puede estimar la potencia de señal.

En la figura A.21 se pueden observar las elipses de sincronismo obtenidas en el array para los desfases  $\Delta\theta = 23^\circ$  y  $\Delta\varphi = 32^\circ$  con una corriente de inyección de amplitud también de  $I_{iny} = 5e-4 A$ .

Como se puede apreciar, debido a que el modelo de los osciladores no contemplan las variaciones provocadas por el comportamiento de la red de acoplo, lejos del punto de desfase  $0^\circ$  aparecen errores tanto en la amplitud de las elipses como en las frecuencias y márgenes de sincronismo. A pesar de esto el error en las curvas es relativamente pequeño y, como se puede ver en las figuras A.22 y A.23, la respuesta de la envolvente se ajusta bien a las soluciones obtenidas en el *ADS*.

Las figuras A.22 y A.23, se han obtenido a partir de la solución correspondiente a la fase de inyección  $\phi_{iny} = 46^\circ$  cuya frecuencia de oscilación es  $f_{sol} = 5,02244 Ghz$ , correspondiente al rango estable en la respuesta.

En las curvas resultantes se puede observar como las diferencias de las fases de las envolventes, por filas y columnas, se corresponden con los valores impuestos al sistema para conseguir el desfase progresivo en ambos ejes, de forma que la combinación de todas las señales conformaría el haz orientándolo en la dirección seleccionada.

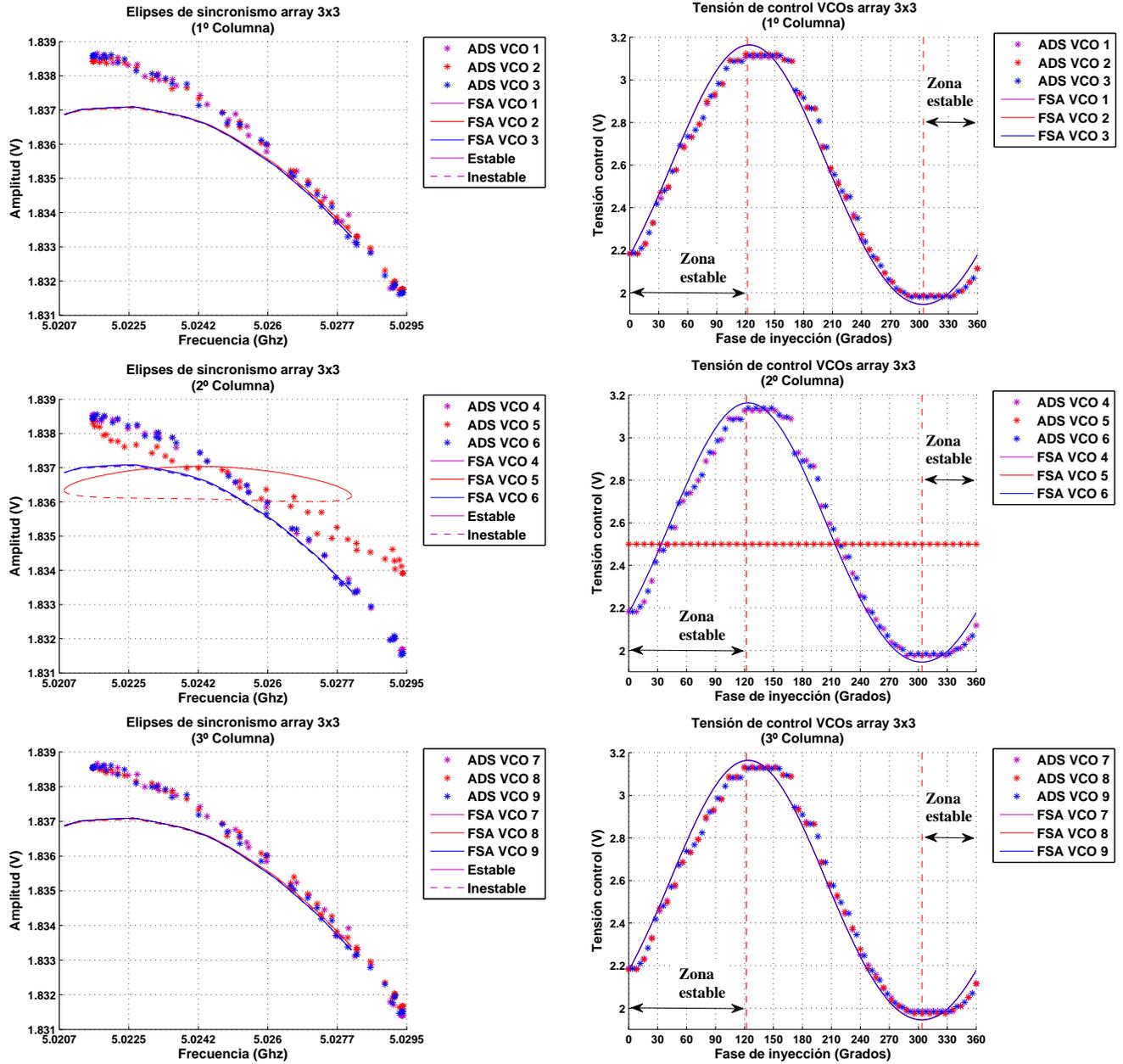


Figura A.18: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, para un array de  $3 \times 3$  osciladores con  $\Delta\theta = 0^\circ$  y  $\Delta\varphi = 0^\circ$  en régimen inyectado cuando se introduce una corriente de amplitud  $I_{iny} = 5e - 4 A$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , izquierda, con los valores correspondientes de las tensiones de control en cada VCO del array, derecha.

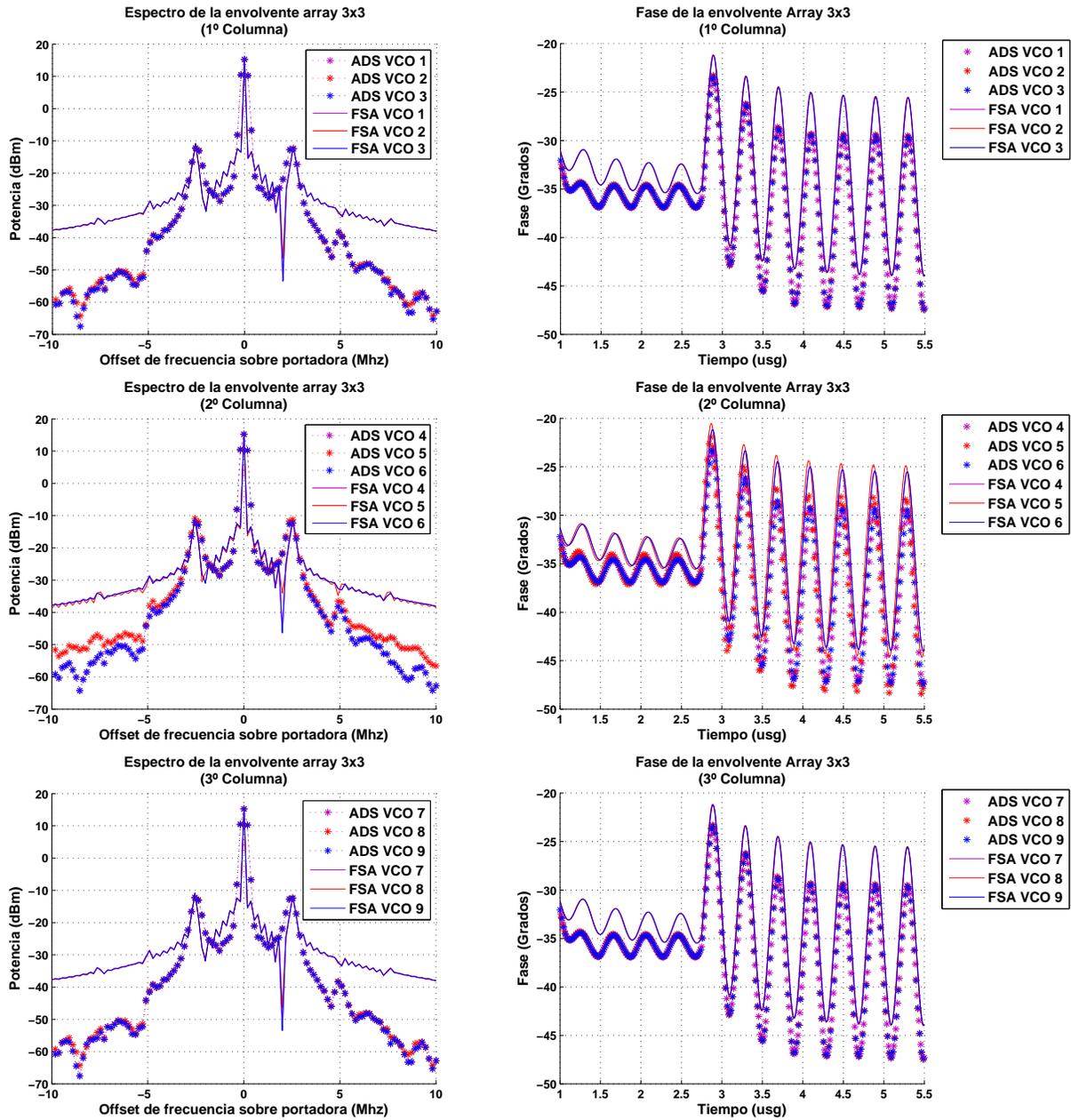


Figura A.19: Resultado del análisis de la envolvente compleja para la solución correspondiente a  $\phi_{iny} = 34^\circ$  en la figura A.18 cuando se modula la señal de inyección en fase con  $f_{mod} = 2,5\text{ Mhz}$  y un índice de modulación de  $\Delta\Phi = 10^\circ$  hasta  $2,75\ \mu\text{sg}$  y  $\Delta\Phi = 70^\circ$  en el resto del análisis. Espectro de la envolvente alrededor de la portadora, izquierda, y evolución de las fases en función del tiempo, derecha. Comparación entre la formulación semianalítica y el ADS.

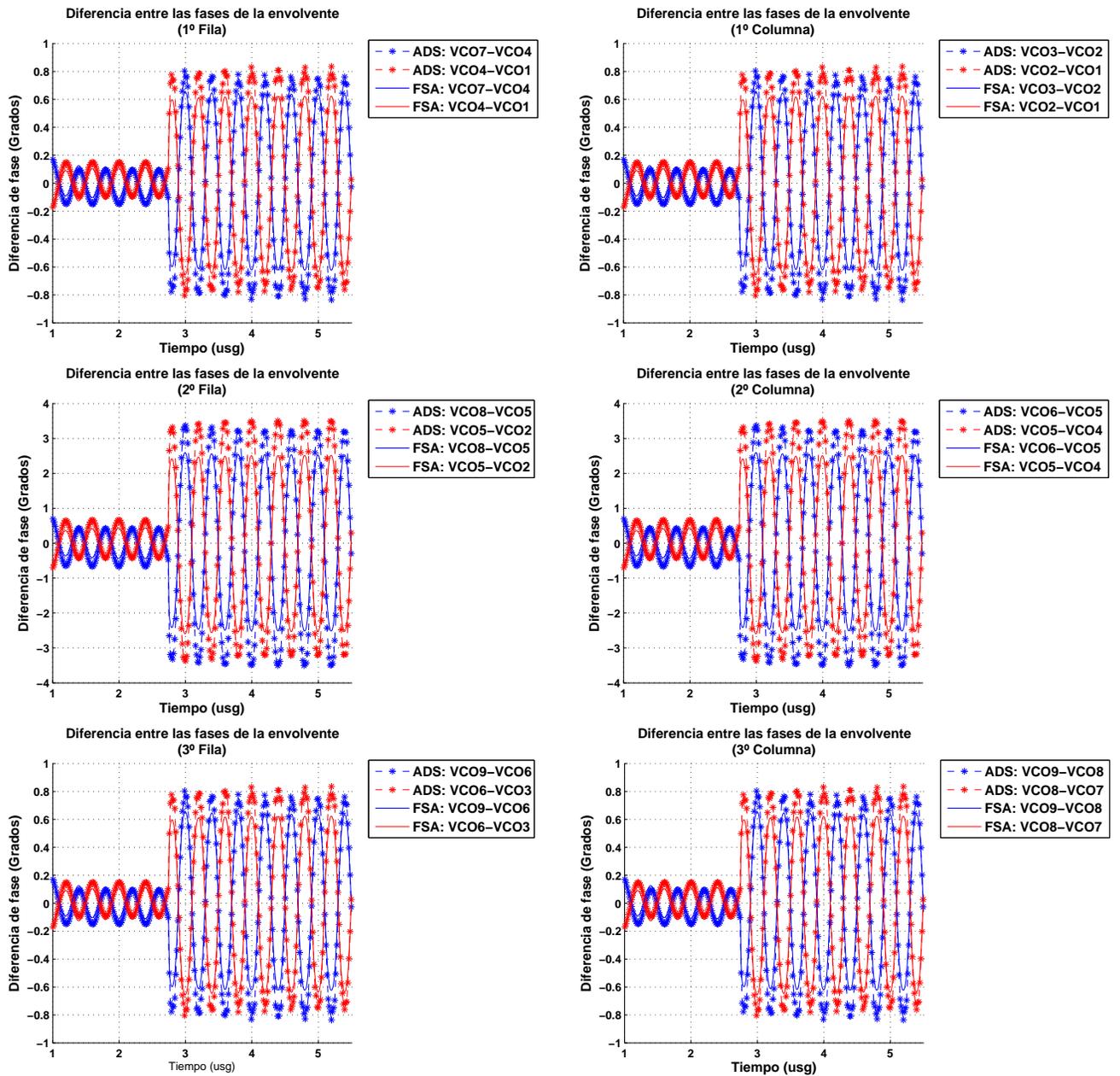


Figura A.20: Diferencias entre las fases de las envolventes obtenidas en la simulación de la figura A.19 para los elementos del array de  $3 \times 3$  por filas, izquierda, y columnas, derecha. Comparación entre la formulación semianalítica y el ADS.

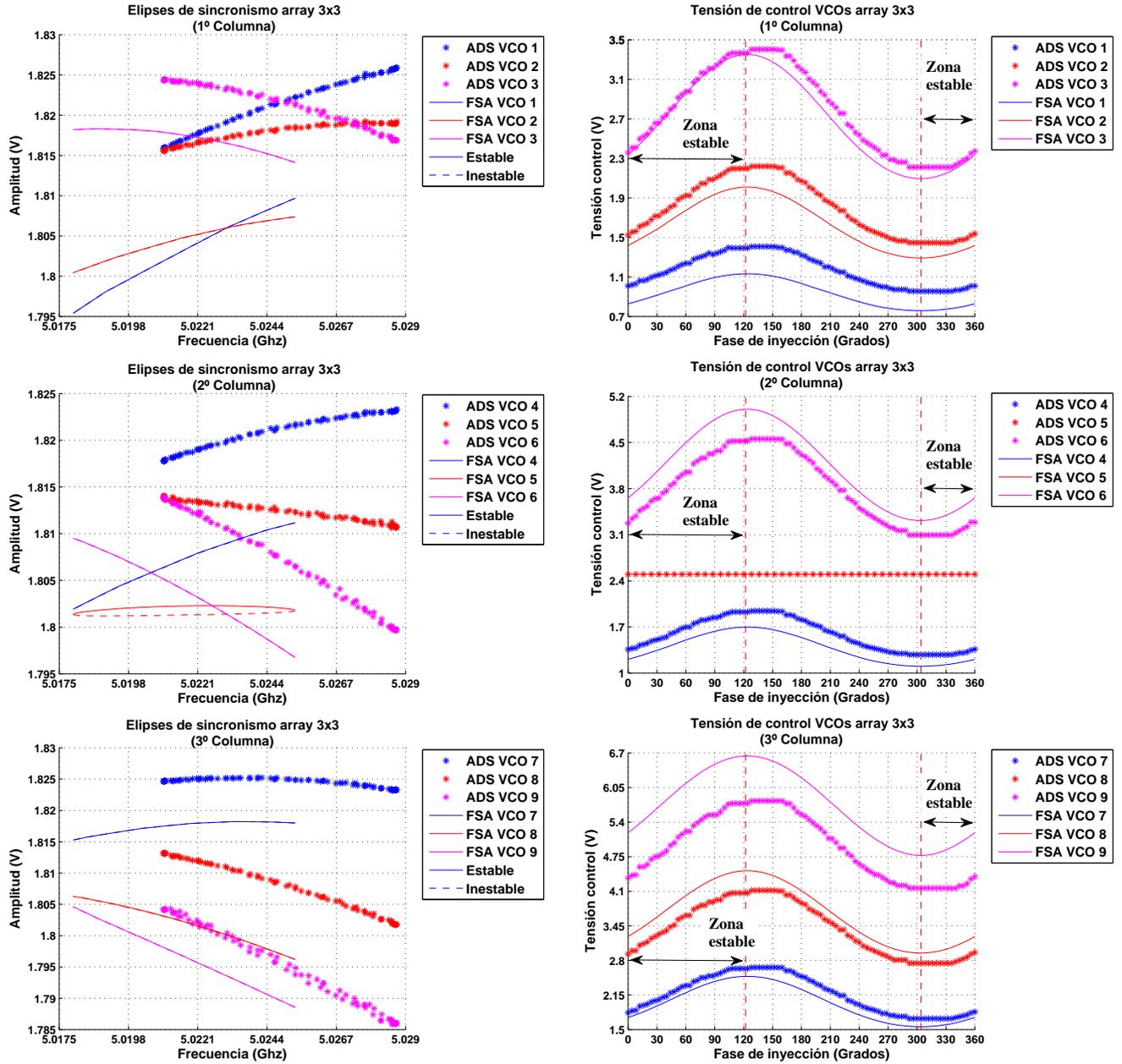


Figura A.21: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, para un array de  $3 \times 3$  osciladores de Vanderpol con  $\Delta\theta = 23^\circ$  y  $\Delta\varphi = 32^\circ$  en régimen inyectado cuando se introduce una corriente de amplitud  $I_{iny} = 5e - 4A$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , izquierda, con los valores correspondientes de las tensiones de control en cada VCO del array, derecha.

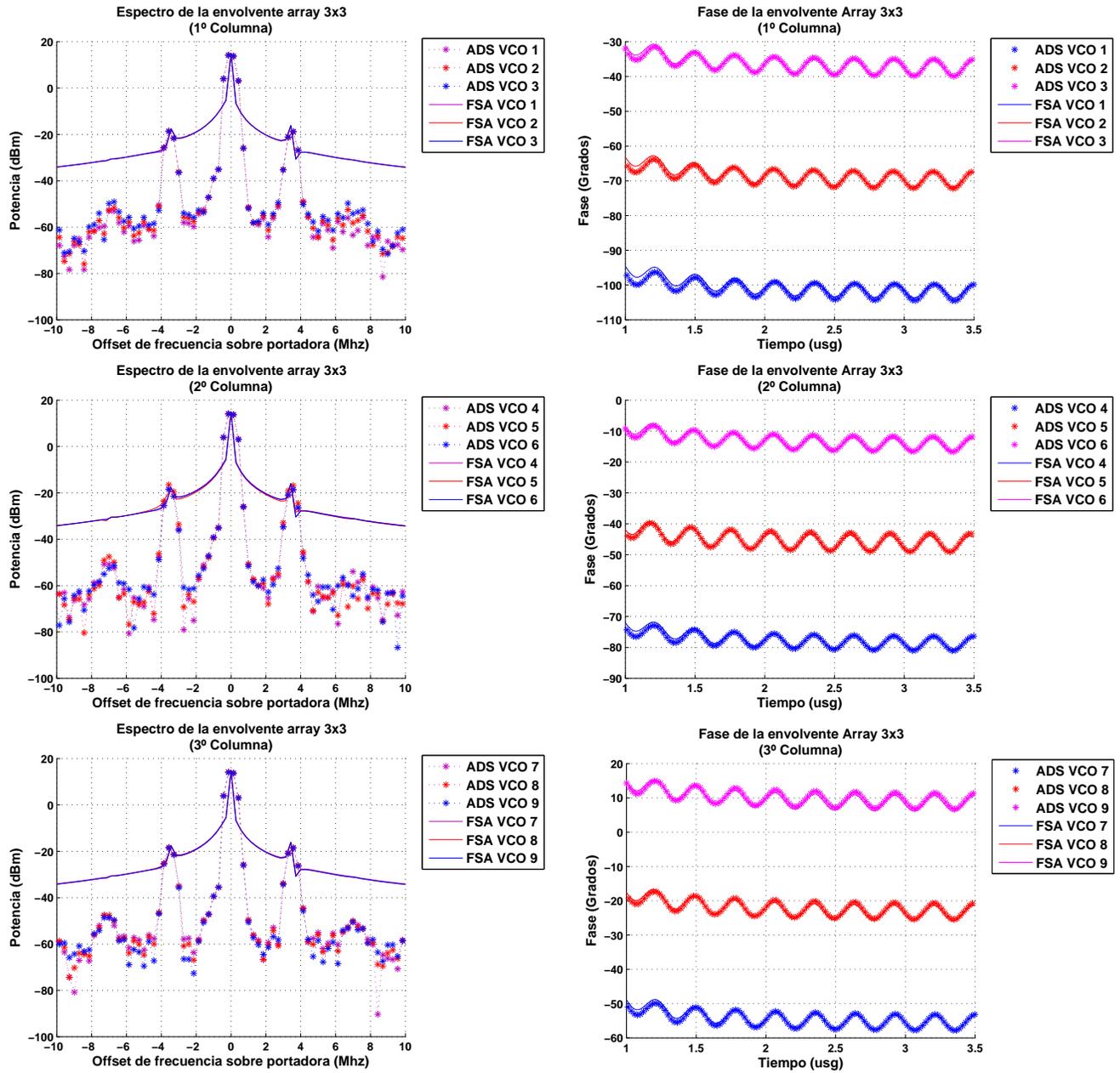


Figura A.22: Resultado del análisis de la envolvente compleja para la solución correspondiente a  $\phi_{iny} = 46^\circ$  en la figura A.21 cuando se modula la señal de inyección en fase con  $f_{mod} = 3,5\text{ Mhz}$  y un índice de modulación de  $\Delta\Phi = 25^\circ$ . Espectro de la envolvente alrededor de la portadora, izquierda, y evolución de las fases en función del tiempo, derecha. Comparación entre la formulación semianalítica y el ADS.

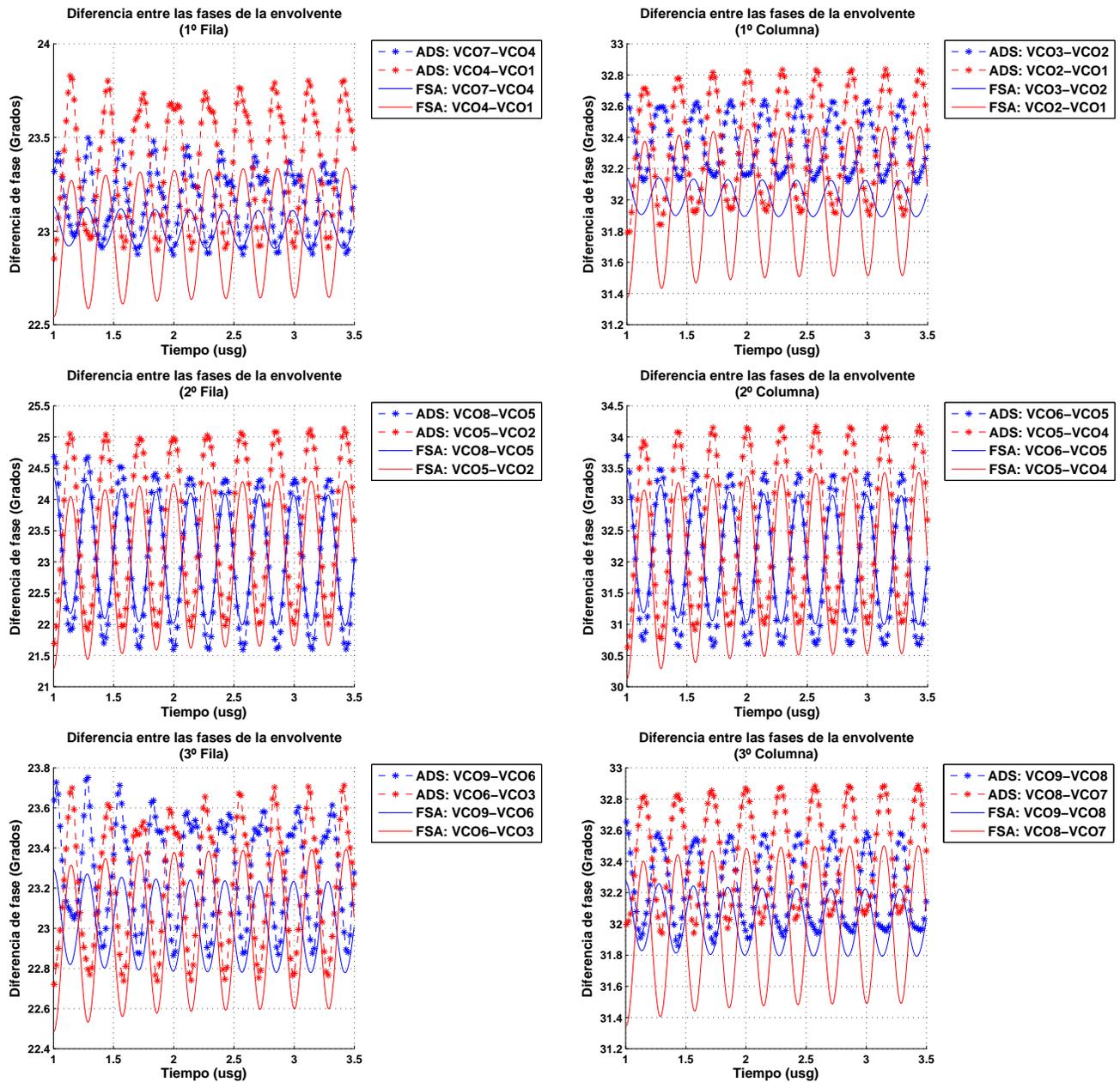


Figura A.23: Diferencias entre las fases de las envolventes obtenidas en la simulación de la figura A.22 para los elementos del array de  $3 \times 3$  por filas, izquierda, y columnas, derecha. Comparación entre la formulación semianalítica y el ADS.

## A.4. Análisis de ruido de fase en un array de osciladores acoplados

A partir de las soluciones estacionarias se puede, como ya se ha visto en el capítulo 2, realizar un análisis de la respuesta de ruido de los sistemas de osciladores acoplados mediante la inclusión de las correspondientes perturbaciones en las ecuaciones que modelan al circuito.

En esta sección se va a realizar, a modo de ejemplo, el análisis de ruido de un array de  $3 \times 3$  elementos empleando la misma topología que la utilizada en el ejemplo de la sección A.1.

El *VCO* que se va a utilizar como elemento base es el de la figura A.24 en el que se ha decidido emplear el punto de trabajo de  $V_{tt} = 1,5 V$  para el que se obtiene, en régimen libre, la frecuencia de oscilación de  $6,2862 GHz$  y  $0,8444 V$  de amplitud de salida, en el puerto señalado, sobre una carga de  $50 \Omega$ .

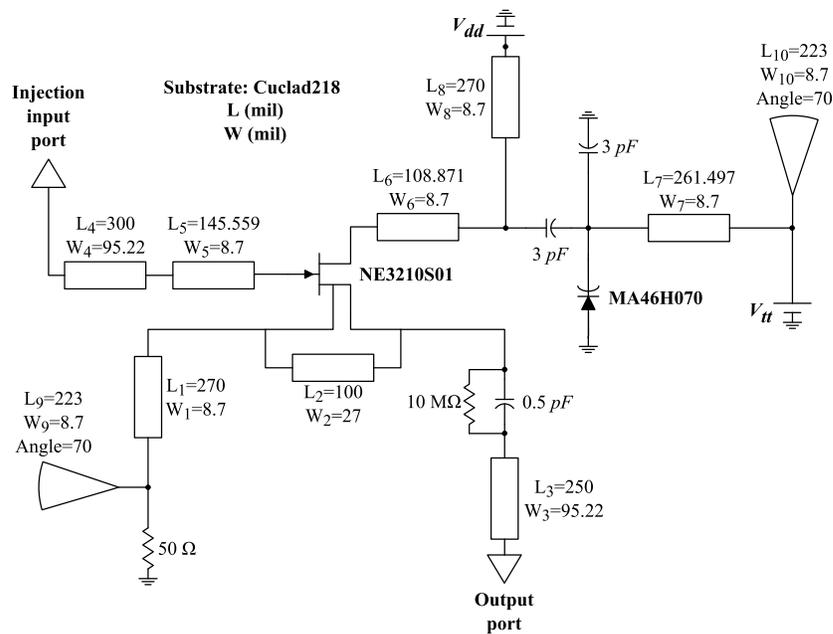


Figura A.24: *VCO* base empleado para el análisis de ruido de fase.

Debido a que el análisis de ruido en régimen libre necesita del cálculo de las derivadas de la admitancia de salida para el armónico de *DC* se ha incluido en el circuito, tal y como se puede ver en la figura A.24, una resistencia de  $10 M\Omega$  en paralelo al condensador encargado del bloqueo de continua en la salida, que es un elemento con un comportamiento ideal en la simulación. Esta resistencia permitirá el paso de un pequeño nivel de continua lo que posibilitará que, al calcular las derivadas en *DC*, sean distintas de 0. Si bien es cierto que una caracterización más realista del condensador permitiría obtener las derivadas de continua esta es, a efectos de simulación y para un primer análisis de evaluación del método, una solución válida que resulta sencilla de implementar sin afectar a la respuesta del circuito.

Para caracterizar la respuesta de este oscilador se ha empleado una aproximación a tramos en

función de la tensión de varactor entre  $0V$  y  $3,8V$ , donde se pierde la oscilación, en pasos de  $0,2V$  lo que permitirá contemplar mejor en las soluciones el efecto de las no linealidades debidas a esta variable.

El array se configurará empleando en la red de acoplo los mismos monopolos y cuadripolos de interconexión empleados en el array de osciladores de Vanderpol del ejemplo de la sección A.1 ajustando la frecuencia de las líneas a la de libre oscilación del oscilador de la figura A.24 para el punto de trabajo elegido. Se ha escogido esta red debido a que la red formada por estos elementos, en combinación con las cargas de los *VCOs*, fija una impedancia de carga efectiva de  $50\Omega$  para el punto de desfase  $0^\circ$  en todos los osciladores del array como consecuencia de las corrientes de sincronismo. Esto provocará que aparezcan, como ya se ha visto en los ejemplos anteriores, errores en la simulación al acercarse el desfase entre los elementos del array a  $\pm 90^\circ$ . Sin embargo, la precisión obtenida en las soluciones, en este caso, será suficiente a efectos de analizar los resultados del método, teniendo presente que existe esta fuente de error.

#### A.4.1. Ruido de fase en régimen libre

Para el análisis de ruido en régimen libre es necesario obtener la respuesta del circuito tanto en la frecuencia fundamental de oscilación como en *DC*, por lo que es necesario extender el sistema de ecuaciones para contemplar las dos frecuencias. Esto genera un nuevo set de variables de amplitud asociadas a la señal de continua al resolver el circuito.

En las figuras A.30 y A.31, al final de la sección, se pueden ver las soluciones obtenidas para el array propuesto en régimen de libre oscilación cuando se barren las diferencias de fases entre los elementos del circuito por columnas entre  $\pm 90^\circ$  mientras se mantienen a  $0^\circ$  las diferencias entre las filas.

Estas soluciones permiten comprobar que los valores obtenidos con la formulación semianalítica se ajustan al comportamiento de los osciladores también en el armónico de *DC*. Sobre cada una de estas se puede realizar el análisis de ruido de forma que se puede obtener, para unas fuentes determinadas, la evolución de la respuesta en función de los desfases en el array.

En este ejemplo, por simplicidad en la exposición, se aplicará el análisis a la solución en fase, ( $\Delta\varphi = 0^\circ$ ,  $\Delta\theta = 0^\circ$ ), ya que, además de ser la que presenta un menor error en el uso de la aproximación, permitirá comparar la respuesta del sistema con la del oscilador aislado en igualdad de condiciones.

Si se observan las expresiones del sistema del capítulo 2 para el análisis del ruido de fase se podrá ver que, en estas, se contemplan dos posibles fuentes de ruido. Por una parte una fuente de ruido blanco, que abarca todo el espectro, en cada uno de los *VCOs* del array. Por otro lado, una fuente de ruido coloreado, limitado en banda, alrededor de la componente de *DC* de tipo flicker.

En las expresiones, estas fuentes se modelan a partir de su coeficiente de correlación  $\Gamma_x$  al final

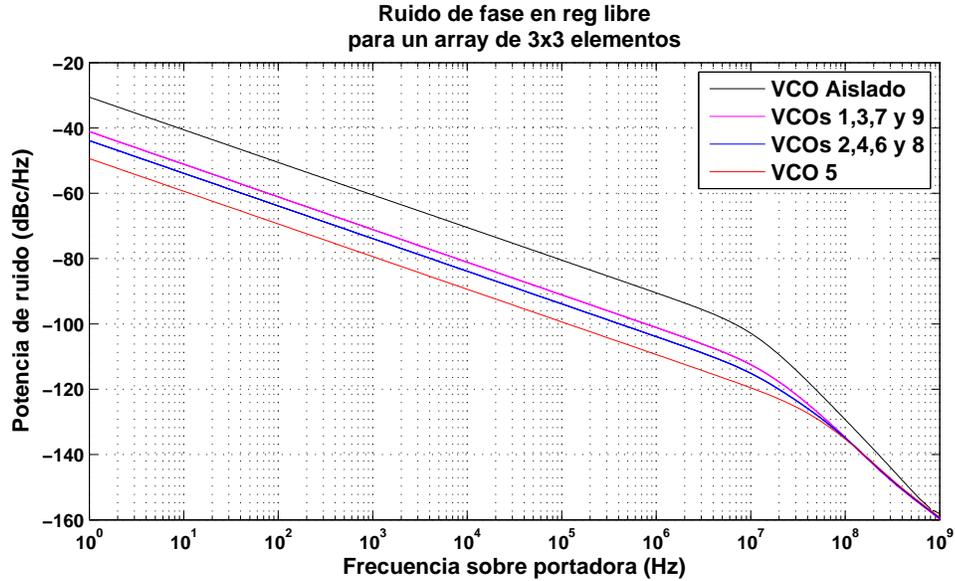


Figura A.25: Ruido de fase en régimen libre para cada oscilador en el array de 3x3 elementos formado con el VCO a 6,2 GHz para la solución en fase, ( $\Delta\varphi = 0^\circ$ ,  $\Delta\theta = 0^\circ$ ). Comparación con la respuesta de ruido del oscilador aislado obtenida con las mismas fuentes de ruido en ADS.

del desarrollo. Este término es constante en caso del ruido blanco y dependiente de la frecuencia para el de flicker.

Para poder comparar la respuesta de ruido que presentan los VCOs en el array con la del elemento base aislado se debe emplear los mismos coeficientes en ambos, de forma que se pueda determinar el efecto producido en este por trabajar en régimen sincronizado.

En la práctica, estos se pueden obtener, mediante el método de matriz de conversión, calculando la fuente equivalente de ruido en el oscilador aislado que produce el mismo comportamiento que el conjunto de todas las fuentes presentes en el circuito.

Sin embargo, en este ejemplo, se ha ajustado la fuente equivalente empleando unos valores arbitrarios, debido a que solo se dispone del circuito en simulación. En este caso, se ha empleado una fuente de tipo flicker y el ruido blanco obteniendo el polinomio de la expresión A.3.

$$\Gamma_T(\Omega) = \underbrace{\frac{k_f}{\Omega}}_{\text{flicker}} + \underbrace{k_W}_{\text{White}} = \frac{1e-7}{\Omega} + 6,3e-19 \quad (\text{A.3})$$

donde  $\Omega$  es la distancia en frecuencia frente a la oscilación del circuito de forma que, el ruido de flicker, disminuye al alejarse de la portadora.

Tras introducir estos valores en las expresiones del array sobre la solución elegida se obtiene, para el ruido de fase, la respuesta mostrada en la figura A.25.

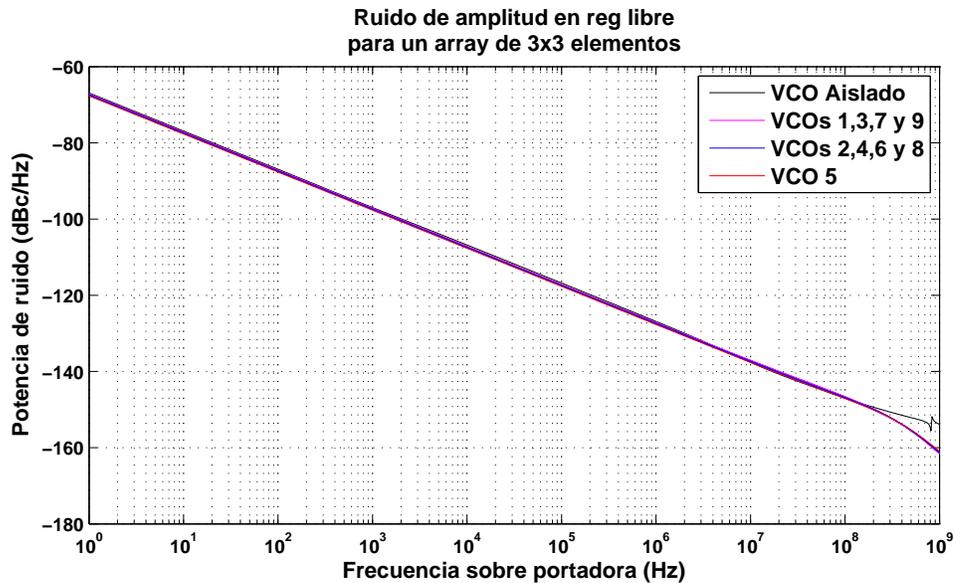


Figura A.26: Ruido de amplitud en régimen libre para cada oscilador en el array de 3x3 elementos formado con el VCO a 6,2 Ghz para la solución en fase, ( $\Delta\varphi = 0^\circ$ ,  $\Delta\theta = 0^\circ$ ) . Comparación con la respuesta de ruido del oscilador aislado obtenida con las mismas fuentes de ruido en ADS.

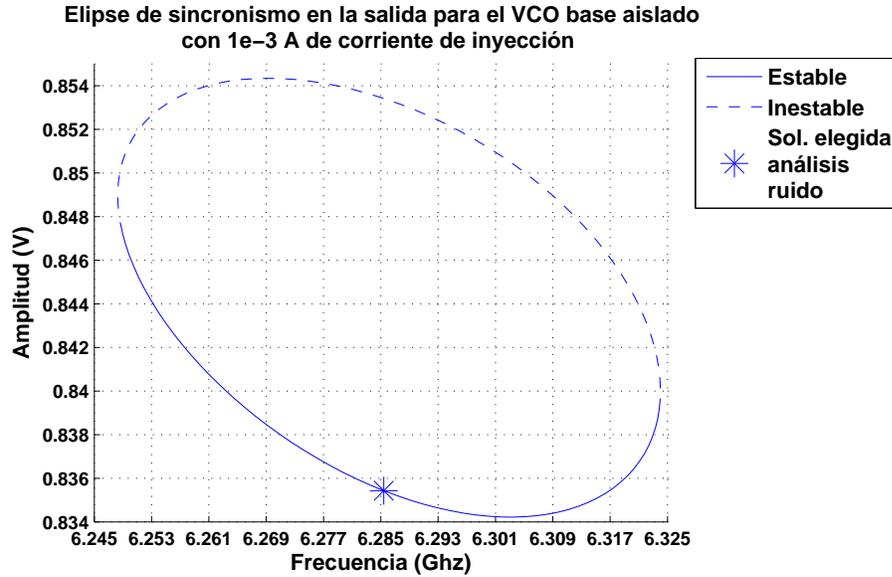
En A.25 se puede ver cómo, al trabajar en régimen sincronizado, se produce una reducción del ruido de aproximadamente unos 10 dB. Además, al estar todos los VCOs en fase y debido a la simetría del sistema, se pueden distinguir tres tipos de respuesta de ruido. La de los osciladores ubicados en las esquinas del array, 1, 3, 7 y 9, con dos conexiones cada uno, la de los elementos centrales de cada lado, 2, 4, 6 y 8, con tres y la del oscilador 5 central que tiene cuatro uniones directas de forma que, a mayor número de conexiones, la reducción del ruido aumenta al ser más fuerte el efecto del sincronismo por recibir una corriente de mayor amplitud.

De las expresiones del análisis de ruido de fase en los arrays también se puede extraer la respuesta del de amplitud que, aunque suele ser muy inferior al ruido de fase, permite verificar las soluciones. En la figura A.26 se muestra la comparación del ruido de amplitud en el array con la del oscilador aislado para las fuentes de ruido de la ecuación A.3.

Como se puede ver en A.26, el ruido de amplitud apenas se ve afectado en régimen libre por la sincronización de los elementos en el array, manteniendo unos niveles muy similares a los que presenta el oscilador base aislado.

#### A.4.2. Ruido de fase en régimen inyectado

La respuesta de ruido al sincronizar el array con una señal externa depende, principalmente, del generador de inyección. En este régimen el ruido de fase es visto por los osciladores como una modulación de forma que reproducen las variaciones que este provoca en la señal de inyección en su



*Figura A.27:* Elipse de sincronismo para el VCO base aislado cuando se inyecta con una corriente de inyección de  $I_{iny} = 1e - 3 A$ . En la figura se ha señalado la solución estable correspondiente a una frecuencia de inyección de  $6,2862 GHz$  que es la que se empleará como referencia para comparar el nivel de ruido de fase.

salida. El resultado de este fenómeno es que el ruido de fase en el sistema se reduce si la fuente de inyección presenta una mejor respuesta de ruido que los osciladores del array.

Para el análisis de la respuesta de los arrays frente al ruido en régimen inyectado se comparará esta, al igual que se ha hecho en régimen libre, con la que se obtiene en el VCO base aislado operando en las mismas condiciones. Para ello será necesario obtener las soluciones sincronizadas en este antes de resolver el array. Para poder comparar, en la figura A.27, se ha obtenido, para el oscilador base, la elipse de sincronismo de la que se extraerá la solución que se empleará como referencia para comparar la respuesta de ruido.

Además, en el array de osciladores, será necesario haber obtenido previamente la solución estacionaria del circuito de forma que sea posible el introducir sobre esta las perturbaciones oportunas.

Para este ejemplo se ha elegido una amplitud de inyección de  $I_{iny} = 1e - 3 A$ , tal y como se puede ver en la elipse de la figura A.27, y un desfase entre elementos de  $0^\circ$  en ambos ejes. Las soluciones que se obtienen al barrer la fase de inyección se pueden ver en la figura A.32. Como se puede ver, la semielipse estable en el nodo de salida se corresponde en este circuito con la parte inferior de la curva.

Como es necesario que los osciladores estén en las mismas condiciones que el elemento aislado para poder comparar el efecto de operar en el array sobre la respuesta de ruido, debido a que las elipses son diferentes en el array y el oscilador aislado, se debe elegir la solución sobre la que se desea trabajar fijando la frecuencia de inyección y no a partir de la fase, ya que para una misma fase y

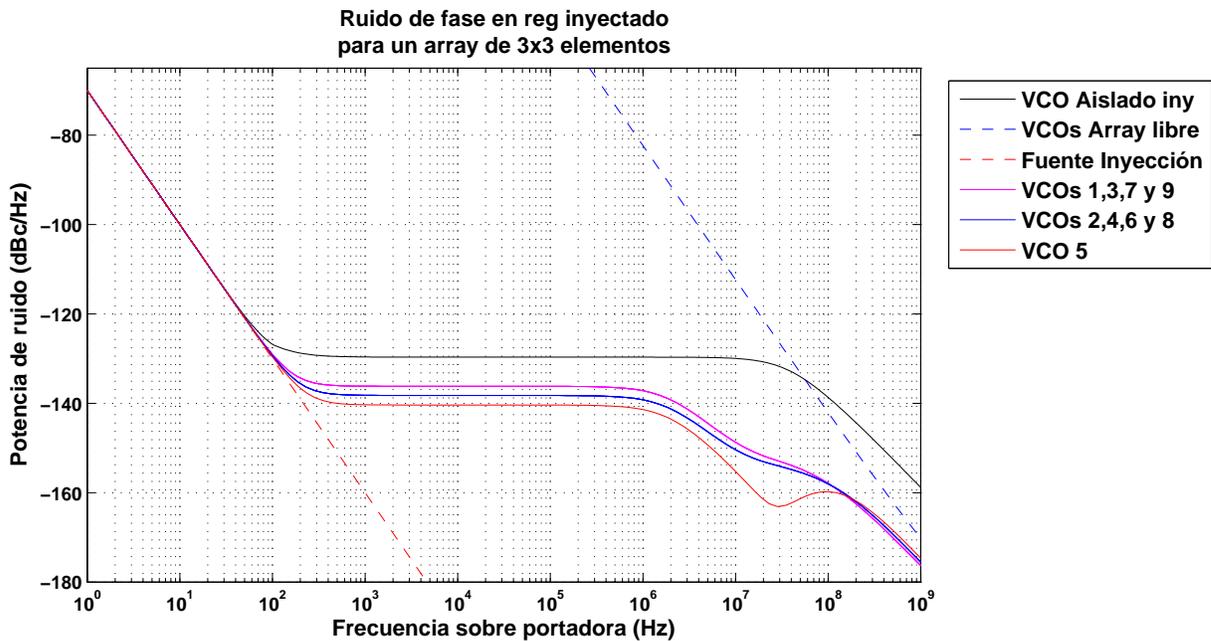


Figura A.28: Ruido de fase en régimen inyectado para el array de  $3 \times 3$  elementos formado con el  $VCO$  base a  $6,2 \text{ GHz}$ . El ruido se ha obtenido para el punto de fase en el array,  $(\Delta\varphi = 0^\circ, \Delta\theta = 0^\circ)$ , con una corriente de inyección de amplitud  $I_{iny} = 1e - 3 \text{ A}$  y frecuencia de  $6,286 \text{ GHz}$ . Comparación con la respuesta de ruido del oscilador aislado obtenida para las mismas condiciones de inyección.

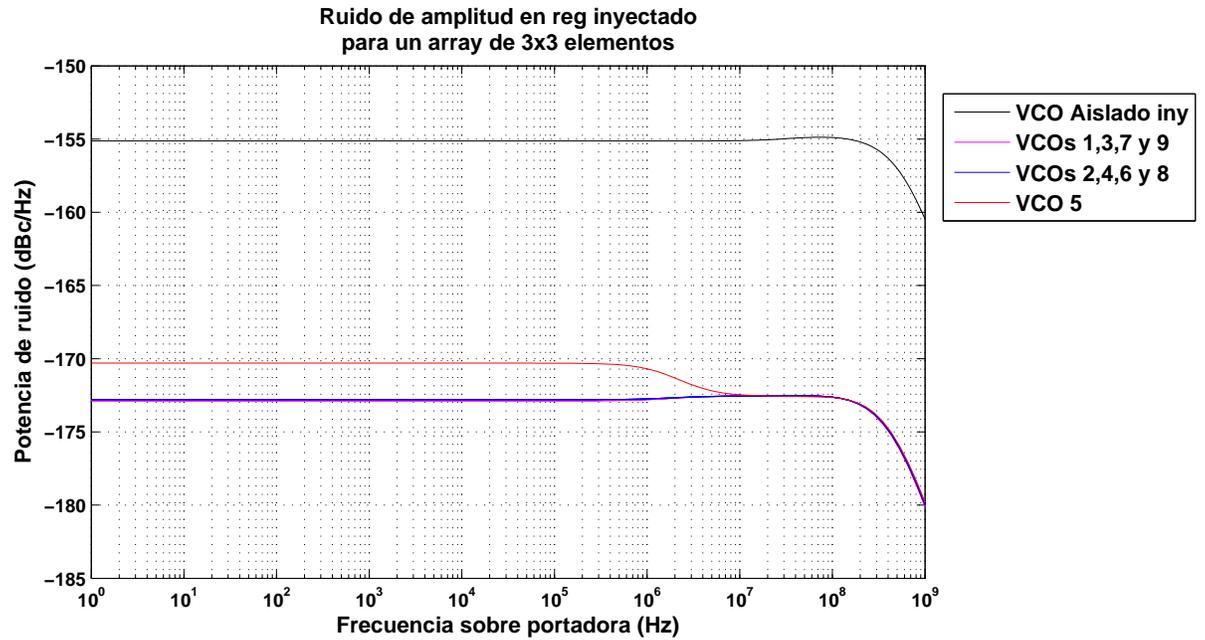
amplitud de inyección no se obtendría la misma frecuencia estando en puntos diferentes de la elipse.

En este caso, para garantizar que ambas soluciones existen tanto en la respuesta del array como del  $VCO$  aislado, se ha tomado la frecuencia de libre oscilación,  $6,2862 \text{ GHz}$ , para realizar la inyección, lo que en el circuito global se corresponde con una fase de inyección de  $282^\circ$  en la solución estable. Sin embargo, la solución estable del oscilador para la misma frecuencia de inyección se obtiene en  $279^\circ$ . Estas se pueden ver en la figura A.27 para el oscilador base y A.32 para el array.

Además, es necesario introducir en las ecuaciones la caracterización de la respuesta de las fuentes de ruido de la misma forma que en el análisis estacionario. En este análisis dichas fuentes se corresponden con el ruido blanco, constante en todo el espectro, y el de fase propio del generador de inyección que, en este caso, se ha modelado a partir de una característica ideal con una pendiente de  $-30 \text{ dB/dec}$  sobre un nivel de  $-70 \text{ dBc/Hz}$  a  $1 \text{ Hz}$  de la portadora.

El resultado del análisis del ruido de fase en el array para estas condiciones de inyección comparado con el del elemento base aislado se puede ver en la figura A.28.

En A.28 se puede observar como los osciladores replican el espectro de ruido del generador hasta que este se reduce lo suficiente y el ruido blanco pasa a ser el de mayor peso. La reducción de ruido, en la región correspondiente al ruido blanco, está en torno a los  $10 \text{ dB}$ , de forma análoga al análisis de régimen libre, en la proximidad de la portadora, aumentando la diferencia lejos de esta.



*Figura A.29:* Ruido de amplitud en régimen inyectado para el array de  $3 \times 3$  elementos formado con el *VCO* base a  $6,2 \text{ GHz}$ . El ruido se ha obtenido para el punto de fase en el array, ( $\Delta\varphi = 0^\circ$ ,  $\Delta\theta = 0^\circ$ ), con una corriente de inyección de amplitud  $I_{iny} = 1e - 3 \text{ A}$  y frecuencia de  $6,286 \text{ GHz}$ . Comparación con la respuesta de ruido del oscilador aislado obtenida para las mismas condiciones de inyección.

Al igual que en el análisis anterior se puede obtener la respuesta del ruido de amplitud en el sistema a partir de las correspondientes perturbaciones. Esta se ha representado en la figura A.29. En este caso al no presentar el generador de inyección ningún tipo de ruido de amplitud la respuesta que se obtiene en el array es similar a la que resulta de un análisis con únicamente ruido blanco, es decir, un espectro plano en la proximidades de la portadora que termina en una pendiente de  $-20 \text{ dB/dec}$ .

Comparado con el oscilador aislado en régimen inyectado la respuesta en amplitud del array reduce el nivel de ruido, aunque esta reducción no es significativa en términos absolutos debido a que este ya era de una potencia relativa muy baja.

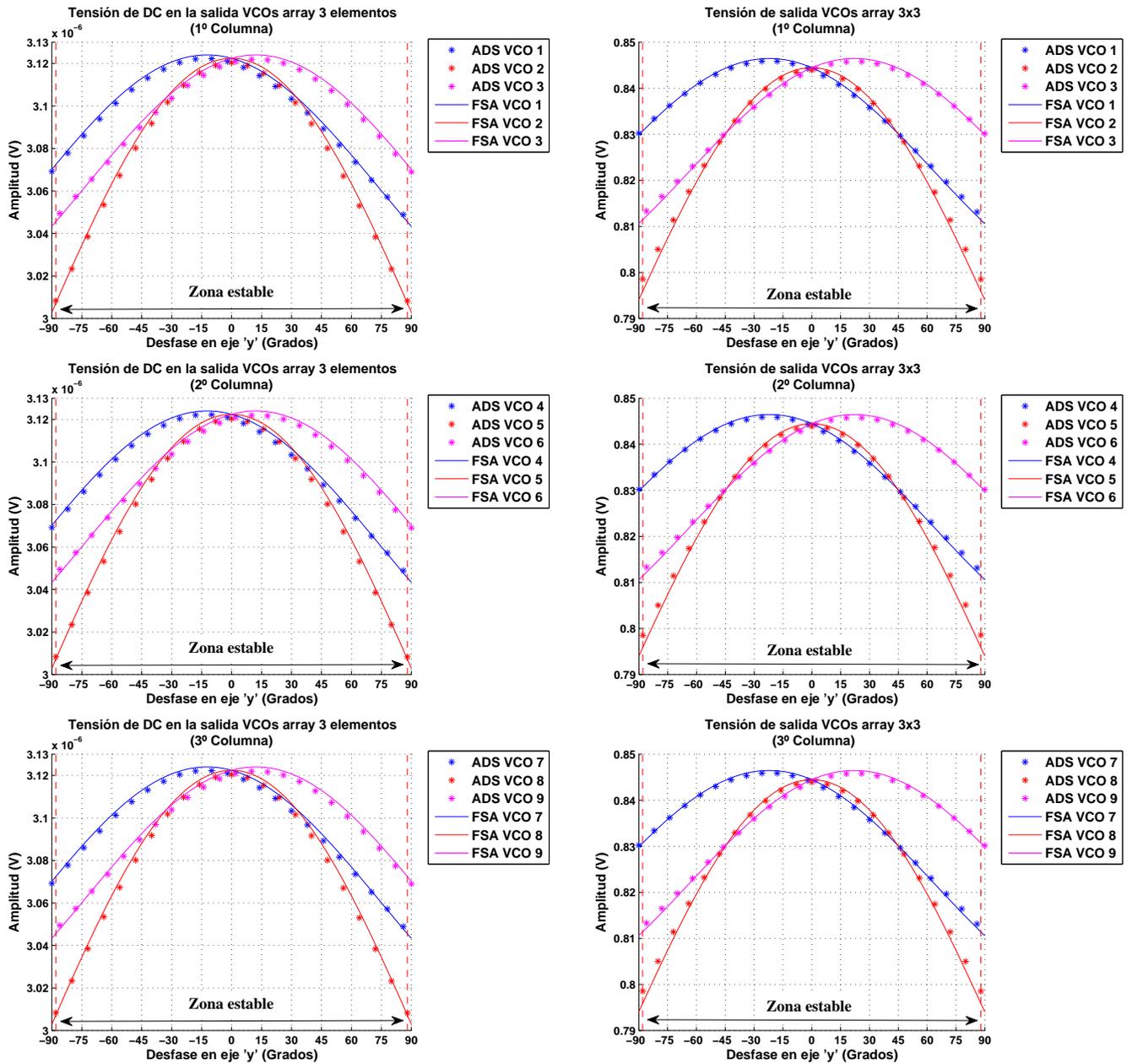


Figura A.30: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, para un array de 3x3 osciladores con  $\Delta\theta = 0^\circ$  y  $\Delta\varphi = -90^\circ \dots 90^\circ$  en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver las amplitudes de salida por columnas por el armónico de DC, izquierda, y para la frecuencia fundamental, derecha.

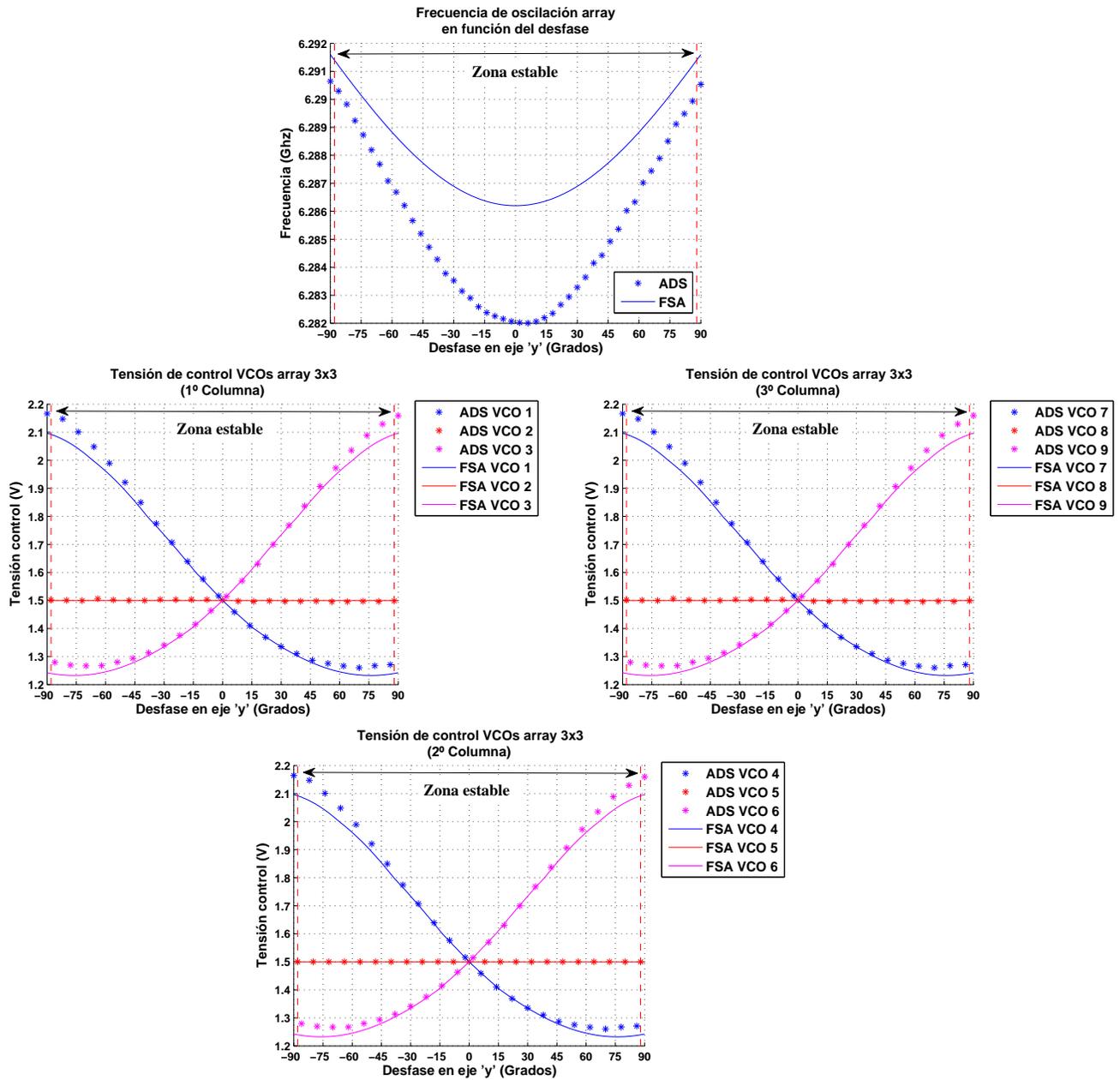


Figura A.31: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, para un array de 3x3 osciladores con  $\Delta\theta = 0^\circ$  y  $\Delta\varphi = -90^\circ \dots 90^\circ$  en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver la frecuencia, arriba del todo, y los valores de las tensiones de control en cada oscilador, debajo.

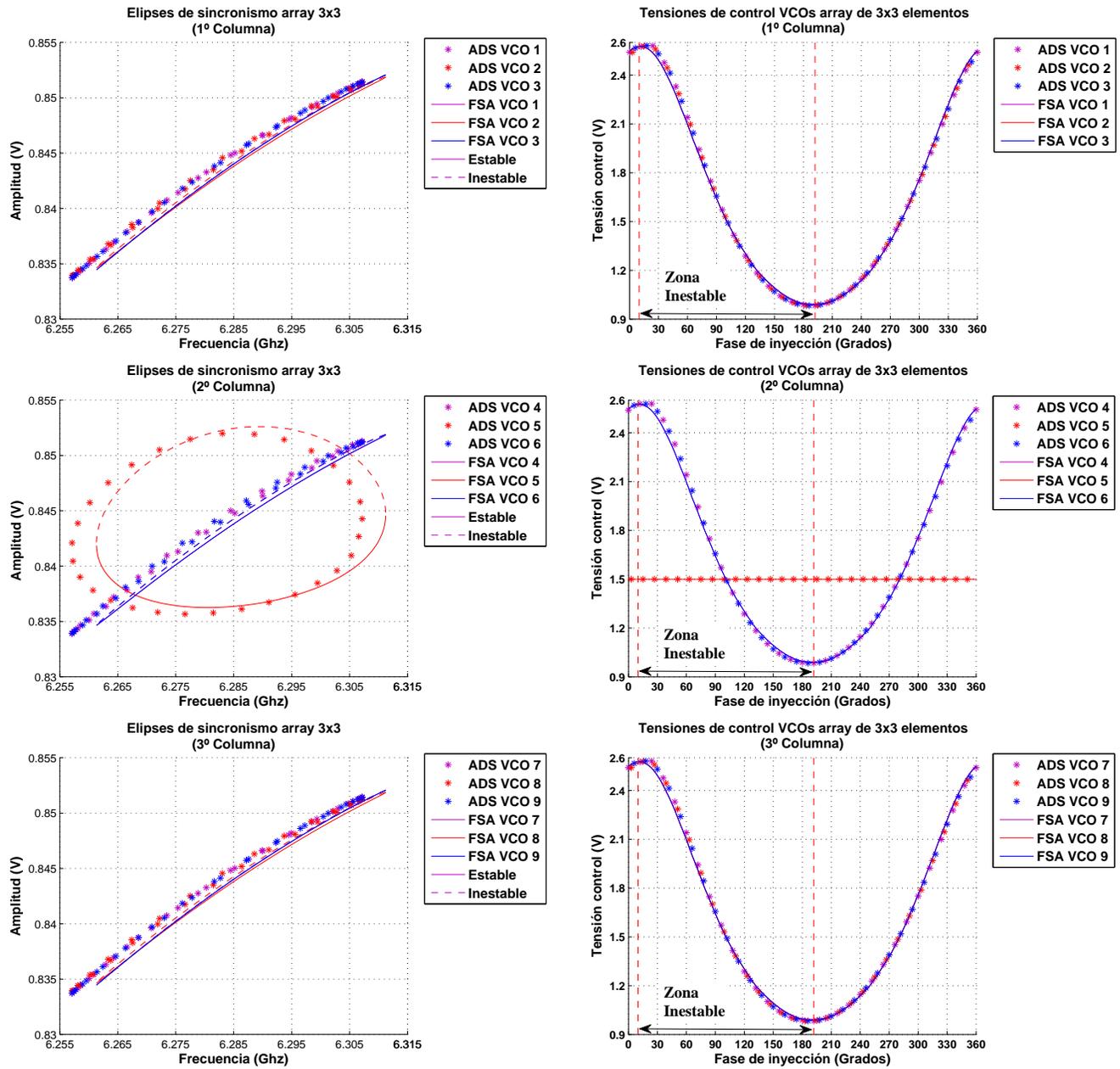


Figura A.32: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, para un array de 3x3 osciladores con  $\Delta\varphi = 0^\circ$  y  $\Delta\theta = 0^\circ$  en régimen inyectado cuando se introduce una corriente de amplitud  $I_{iny} = 1e - 3 A$ . En la figura se pueden ver las elipses de inyección generadas al variar la fase del generador de inyección de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , izquierda, con los valores correspondientes de las tensiones de control en cada VCO del array, derecha.

### A.5. Array de $3 \times 3$ elementos con $75 \Omega$ de impedancia de carga

En el capítulo 4 se ha presentado un método de ajuste del desarrollo en serie de Taylor para cuando la red de acoplo reduce la impedancia de carga total que ven los osciladores en los arrays. En el siguiente ejemplo se hará uso de este método pero, en vez de ajustar el desarrollo en serie de Taylor para operar con un nivel inferior de carga, se modificará el valor de la impedancia  $R_L$  para que, combinado con el efecto de la red de acoplo, los  $VCO$ s operen sobre  $50 \Omega$ .

En este ejemplo se va a emplear como  $VCO$  base el oscilador a  $5,0 \text{ GHz}$  de la figura 6.4 utilizado en el capítulo 6 para la medida de las derivadas pero, en esta ocasión, se utilizarán diferentes modelados del mismo para poder comparar los resultados. En concreto se utilizará una aproximación de primer orden, una de orden 2 y una aproximación a tramos con polinomios de orden 1 en función de la tensión de varactor.

El circuito con el que se va a trabajar emplea la topología rectangular de  $3 \times 3$  elementos utilizada en los ejemplos anteriores, como el array de osciladores de Vanderpol de la sección A.1.

En esta topología se emplearán los cuadripolos y monopolos mostrados en la figura A.33 donde las líneas tendrán una impedancia característica de  $50 \Omega$  y una longitud eléctrica de  $360^\circ$  para los cuadripolos y  $180^\circ$  para los monopolos en  $5,0 \text{ GHz}$ .

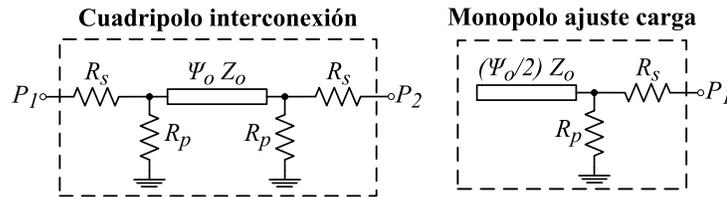


Figura A.33: Estructura de los cuadripolos y monopolos empleados en el la red de acoplo.

Los valores de las resistencias serán  $R_s = 570 \Omega$  y  $R_p = 40 \Omega$  de forma que la red de acoplo presenta por sí sola, en cada puerto, una impedancia equivalente aproximada de  $150 \Omega$ . Para evitar que la carga se vea reducida por el efecto de la red de acoplo se conectará una resistencia de  $75 \Omega$ , en sustitución de los  $50 \Omega$  habituales, en la salida de los osciladores. Esto garantizará que la impedancia equivalente de Norton para cada elemento del array sea de aproximadamente  $50 \Omega$ .

Tal y como se puede ver en la figura A.34 esta red presenta una impedancia equivalente muy estable en frecuencia en todos los puertos de la misma lo que asegura que, aunque la frecuencia de las soluciones se desplace, el valor no varía. Esta configuración permitirá el poder comparar el efecto de cada tipo de modelado de la admitancia de los osciladores sobre las soluciones ya que, gracias a que la carga apenas varía, las no linealidades que estas manifiesten serán consecuencia de la respuesta de los osciladores y no un efecto combinado entre el comportamiento de los  $VCO$ s y los cambios en la carga debidos a la red de acoplo.

En la figura A.35, se presenta las soluciones obtenidas para el caso del array inyectado por una corriente de amplitud  $I_{iny} = 1e - 3 \text{ A}$  y un desfase entre elementos de  $(\Delta\theta = 0^\circ, \Delta\varphi = 0^\circ)$

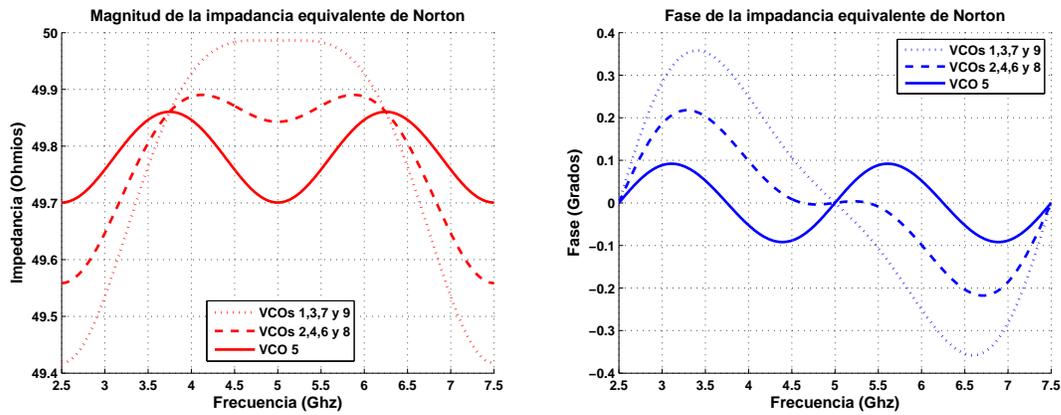


Figura A.34: Magnitud y fase de la impedancia equivalente de Norton para cada uno de los osciladores en el array.

empleando para resolver el circuito con la formulación semianalítica una aproximación de Taylor, de un solo punto, de orden 1. En esta se puede ver cómo, a pesar de que por la magnitud de las tensiones de salida se puede considerar que la solución es suficientemente buena, esta no se ajusta al comportamiento que presenta los osciladores debido a las no linealidades que se producen a causa de la respuesta de los varactores y la amplitud de la corriente de inyección.

Para obtener una mejor respuesta, en A.36, se ha realizado la misma simulación empleando una aproximación de Taylor, también de un solo punto, de orden 2. En este caso para el modelo de orden 2 se han calculado todas las derivadas del desarrollo, incluyendo las cruzadas, sin evaluar la influencia que tienen cada una de ellas. Al observar la figura se puede ver cómo, el incremento del orden en la serie de Taylor, resulta en una mejora de las soluciones obtenidas en la formulación semianalítica respecto a las de balance armónico. Especialmente en la respuesta del oscilador central, numerado con el índice 5, donde el modelo permite ajustar la elipse en función de la amplitud de la corriente de inyección. Sin embargo, las variaciones producidas por las no linealidades en la respuesta de los varactores, en las elipses del resto de *VCOs*, no se terminan de aproximar correctamente debido a que los valores de las tensiones de control se alejan demasiado del punto central del desarrollo.

Por último se ha realizado la simulación empleando una aproximación de Taylor a tramos, con series de orden 1, para la admitancia de salida de los osciladores en función de la tensión de varactor, entre  $0V$  y  $5V$  con pasos de  $0,2V$ . Las soluciones obtenidas se muestran en la figura A.37 donde se puede ver cómo, al ajustar la respuesta de los circuitos en función de la tensión de varactor a la que están operando, se mejora la precisión en el cálculo de la respuesta. En este caso sucede que la elipse del oscilador central, debido a que su tensión de control está fijada a un valor constante, no se ve afectada por el ajuste del modelo, por lo que esta es prácticamente igual a la que se obtiene con la aproximación de orden 1 en la figura A.35. Sin embargo, las elipses del resto de elementos, principalmente afectadas por las desviaciones en la tensión de control en los varactores, se ajustan mejor que las obtenidas en la figura A.36 ya que los valores de las tensiones están dentro del rango muestreado en el modelo.

Al comparar las tensiones de control con la que se obtienen en el balance armónico se llega a una conclusión similar que la que se puede extraer de las elipses presentando la aproximación a tramos el mejor resultado, debido a que todo el rango de operación está contenido en el espacio de muestreo y este se ha hecho con una malla lo suficientemente fina.

A pesar de todo, en este caso, las tres aproximaciones presentan resultados que se pueden considerar suficientemente buenos pues las variaciones en las tensiones de salida son del orden de  $mV$ , en una señal de  $1,8V$ , y los desplazamientos en frecuencia están alrededor de  $2MHz$  en todos los casos.

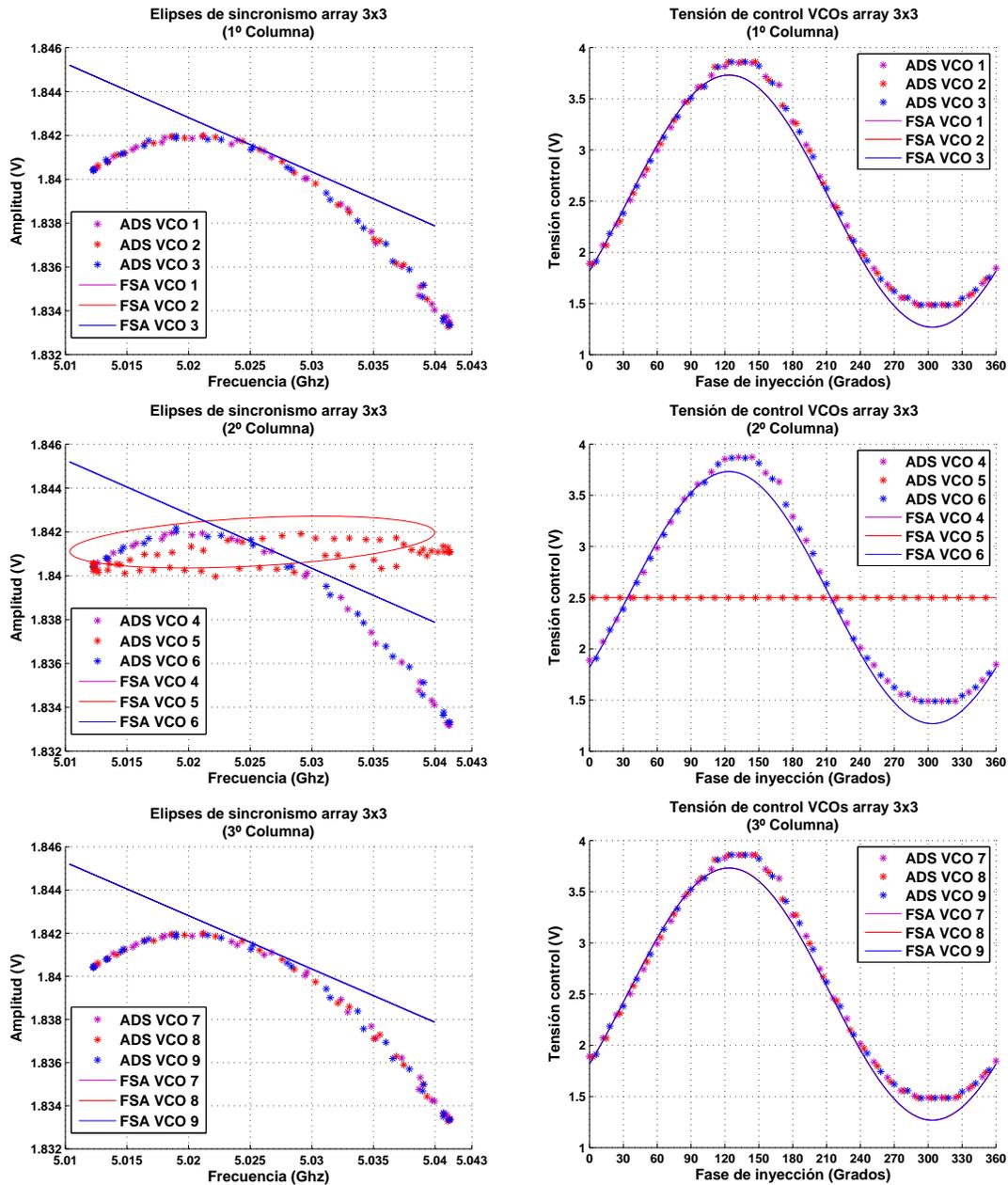


Figura A.35: Elipses de sincronismo, derecha, y tensiones de control, izquierda, del array de 3x3 cargado con  $75 \Omega$  para una corriente de inyección de amplitud  $I_{iny} = 1e-3 A$  y un desfase entre elementos de  $(\Delta\theta = 0^\circ, \Delta\varphi = 0^\circ)$ . Las soluciones han sido calculadas empleando una aproximación de Taylor de orden 1. Comparación con la solución de balance armónico.

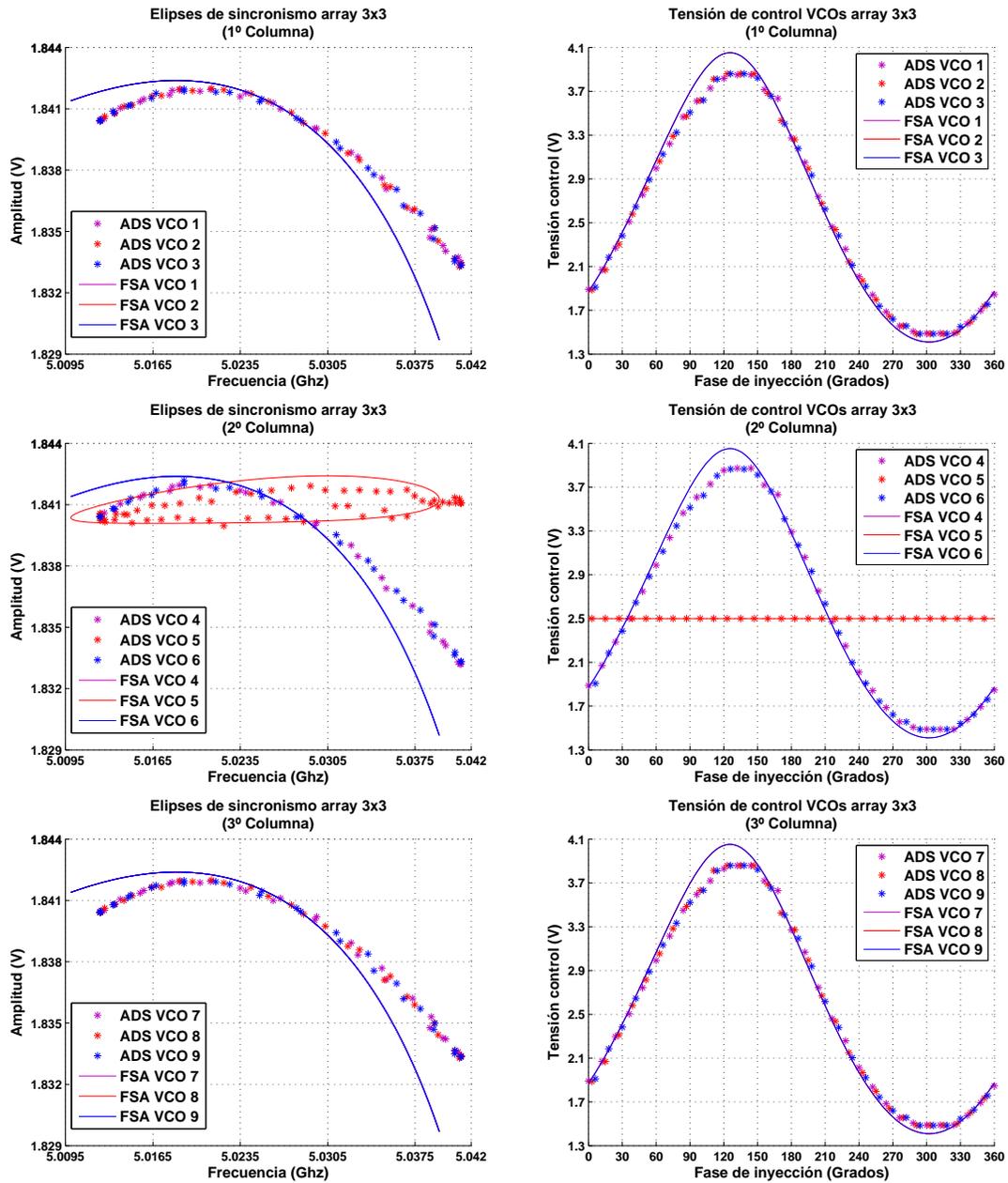


Figura A.36: Elipses de sincronismo, derecha, y tensiones de control, izquierda, del array de  $3 \times 3$  cargado con  $75 \Omega$  para una corriente de inyección de amplitud  $I_{iny} = 1e-3 A$  y un desfase entre elementos de  $(\Delta\theta = 0^\circ, \Delta\varphi = 0^\circ)$ . Las soluciones han sido calculadas empleando una aproximación de Taylor de orden 2. Comparación con la solución de balance armónico.

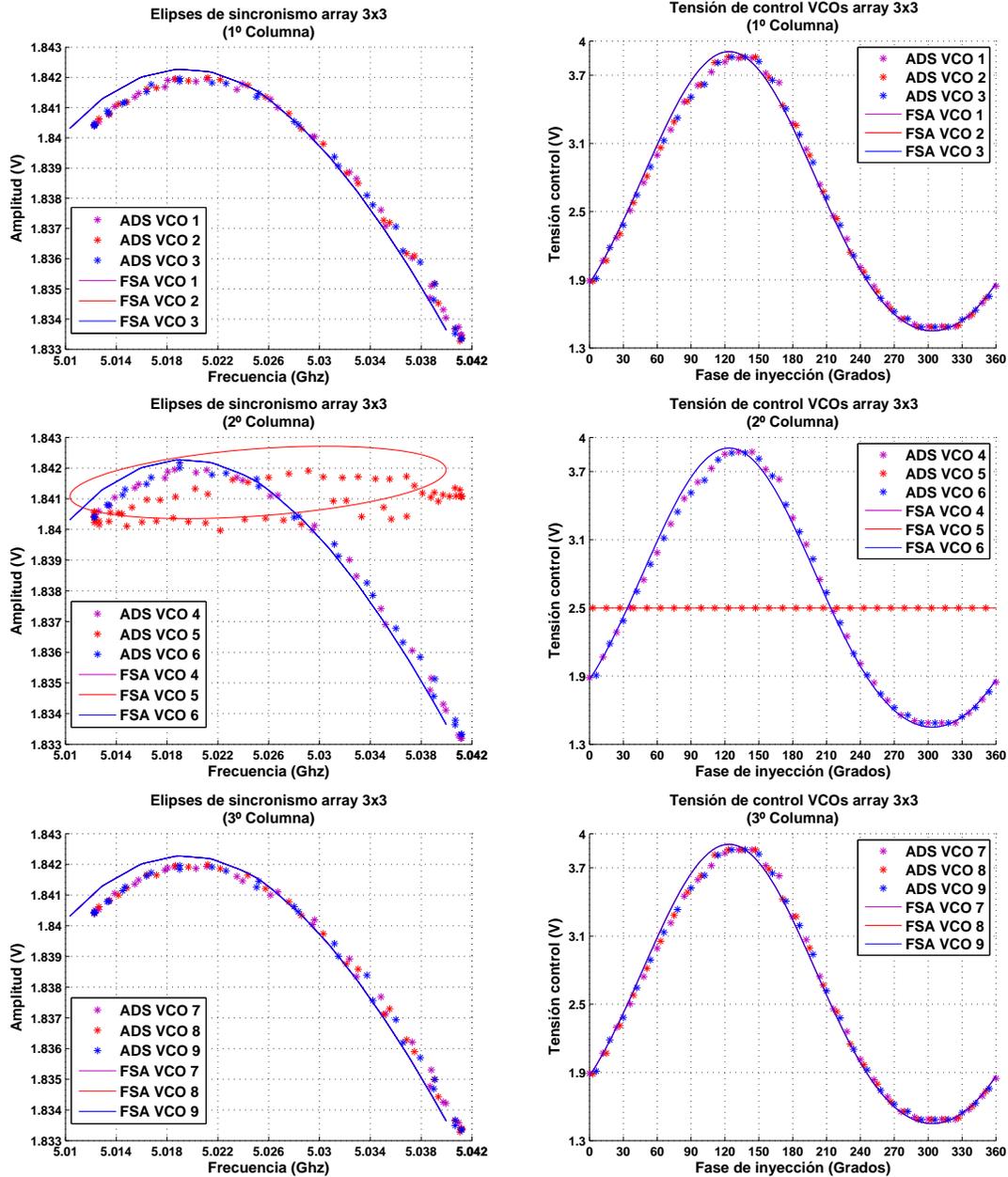


Figura A.37: Elipses de sincronismo, derecha, y tensiones de control, izquierda, del array de  $3 \times 3$  cargado con  $75 \Omega$  para una corriente de inyección de amplitud  $I_{iny} = 1e-3 A$  y un desfase entre elementos de  $(\Delta\theta = 0^\circ, \Delta\varphi = 0^\circ)$ . Las soluciones han sido calculadas empleando una aproximación de Taylor por tramos en función de la tensión de control del varactor entre  $0 V$  y  $5 V$ . Comparación con la solución de balance armónico.

## A.6. Array lineal de 3 elementos con diferentes tipos de osciladores

Entre las modificaciones propuestas en el capítulo 4 se ha planteado la posibilidad de caracterizar la respuesta de los arrays con distintos tipos de osciladores. Esto permite evaluar el efecto que tendrá sobre las soluciones las asimetrías entre los *VCOs*. En esta sección se presentará, a modo de ejemplo, un array lineal de 3 elementos en el que se han empleado dos tipos distintos de osciladores.

La estructura global del array es la que se muestra en la figura A.38 donde se ha indicado la ubicación del elemento de tipo 2. Para este caso se ha decidido emplear únicamente un oscilador de tipo 2 en el array para acentuar el efecto que tendrá en la respuesta del circuito.

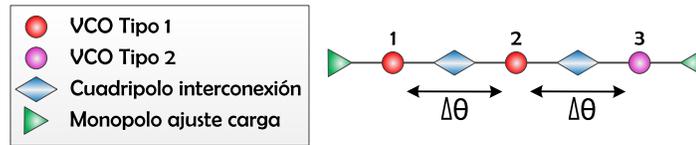


Figura A.38: Topología del array de 3 elementos con distintos *VCOs*.

La estructura de los elementos de la red de acoplo es la que se muestra en la figura A.39. Estos son los mismos que los utilizados en el array de osciladores de Vanderpol de  $3 \times 3$  elementos de la sección A.1 ya que, mediante las corrientes de sincronismo, ajustan el comportamiento del sistema entorno a una carga efectiva de  $50 \Omega$  lo que posibilita la aplicación de la formulación semianalítica.

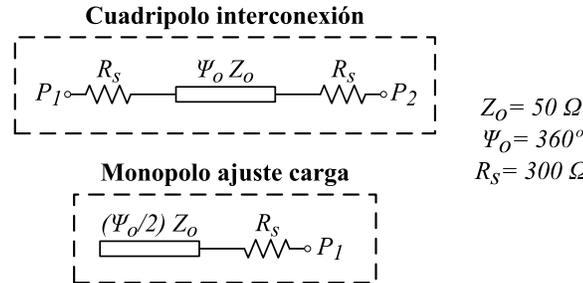


Figura A.39: Estructura de los cuadripolos y monopolos empleados en la red de acoplo.

Los osciladores de tipo 1 son los Vnaderpol a  $5,2 \text{ GHz}$  empleados en el ejemplo de la sección A.1 y el de tipo 2 es el de la figura A.40. Este es el mismo circuito modificado con la bobina  $L_2$  lo que cambia la amplitud de salida y desplaza la frecuencia de oscilación. Para este *VCO* cuando  $\eta = 1$ , estando aislado y cargado con  $50 \Omega$ , la frecuencia de oscilación es de  $6,5 \text{ GHz}$  y la amplitud de salida vale  $0,932 \text{ V}$ . La respuesta se ha elegido con una frecuencia tan alejada del resto de osciladores en el array para acentuar, aún más, los efectos sobre las soluciones en el circuito.

Se han calculado las derivadas a cada tipo de oscilador y con estas, a partir del esquema de la figura A.38, se han obtenido las soluciones en el circuito.

En las figuras A.41 y A.42 se presentan los resultados para los casos de régimen libre e inyectado con una corriente de  $I_{iny} = 1e - 3 \text{ A}$ .

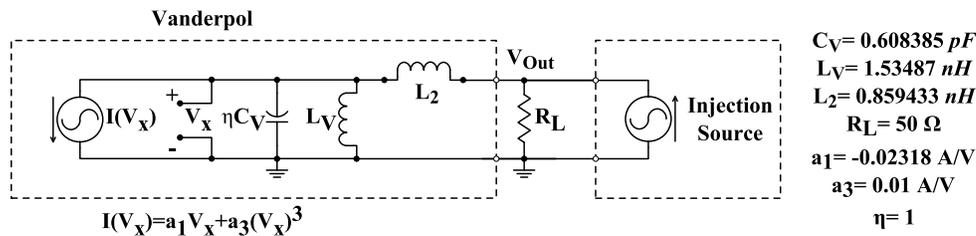


Figura A.40: Vanderpol modificado con una bobina en su salida para desajustar su respuesta.

Como se puede ver en la simulación de régimen libre de la figura A.41, la influencia del oscilador de tipo 2 en el array produce cambios significativos respecto a los arrays lineales cuando todos los elementos son iguales. Tanto las amplitudes como los parámetros de control se ven afectados y ya no son simétricos pues la tensión de salida de este oscilador es distinta y, para poder sincronizar con el resto de elementos, requiere un ajuste diferente al del elemento de la posición 1. Por otro lado, la curva de frecuencia ya no presenta el aspecto de parábola de los circuitos con elementos idénticos al no tener todos los osciladores el mismo comportamiento.

En las soluciones obtenidas a partir de la formulación semianalítica se puede apreciar que, las curvas asociadas al oscilador 3, presentan desviaciones respecto a las soluciones obtenidas con el balance armónico en el *ADS*, especialmente en la gráfica del parámetro de control. Esto es debido a que, al estar tan alejada la respuesta del *VCO* de tipo 2 de la de los tipo 1, la variación necesaria en su parámetro de control es tan grande que empieza a salirse del rango de validez de la serie de Taylor, apareciendo errores en la aproximación. Estos errores, además, se suman a los que resultan de las variaciones en el valor efectivo de carga como consecuencia de las variaciones de las corrientes de sincronismo al alejarse las soluciones del punto de fase. Para solucionar el desajuste provocado por el parámetro de control se puede realizar el modelado de la admitancia a tramos en función del coeficiente  $\eta$  de forma que se contemplen en el desarrollo los cambios en las derivadas asociados a este. Del mismo modo, si se incluye en el modelo a tramos la variación efectiva de la carga, se podrían contemplar los cambios de esta en las soluciones.

El efecto más destacado, y que más puede afectar a la aplicación de un circuito real, que se produce en la simulación de la figura A.41 es la asimetría en el rango de soluciones estables de forma que esta no está centrada en  $0^\circ$ . Esto es debido al efecto de la bobina  $L_2$  sobre el comportamiento del oscilador 3.

De las soluciones de régimen inyectado de la figura A.42 se pueden extraer unas conclusiones similares a las que se obtienen del análisis de las de la figura A.41. En estas también se puede apreciar el desfase entre las soluciones del balance armónico y la formulación semianalítica debida a la pérdida de precisión en la aproximación de Taylor del *VCO* 3 así como la asimetría en la respuesta entre este y el 1.

En este caso, al igual que con la figura A.41, también se produce un cambio en la respuesta de estabilidad del circuito no correspondiéndose el rango estable con una de las semielipses. Para

entender este fenómeno hay que tener en cuenta que las elipses de sincronismo en el circuito son el resultado de la respuesta del oscilador central del array cuando está inyectado tanto por el generador externo como por el resto de los elementos del array, a través de las corrientes de sincronismo, por lo que es la combinación de estas dos fuentes de inyección la que determinarán el comportamiento y, en consecuencia, los rangos estables de las soluciones permitiendo, si se dan la combinación de valores apropiados, que se desajusten en las elipses los rangos estables respecto a lo que se obtiene en un oscilador aislado en régimen inyectado.

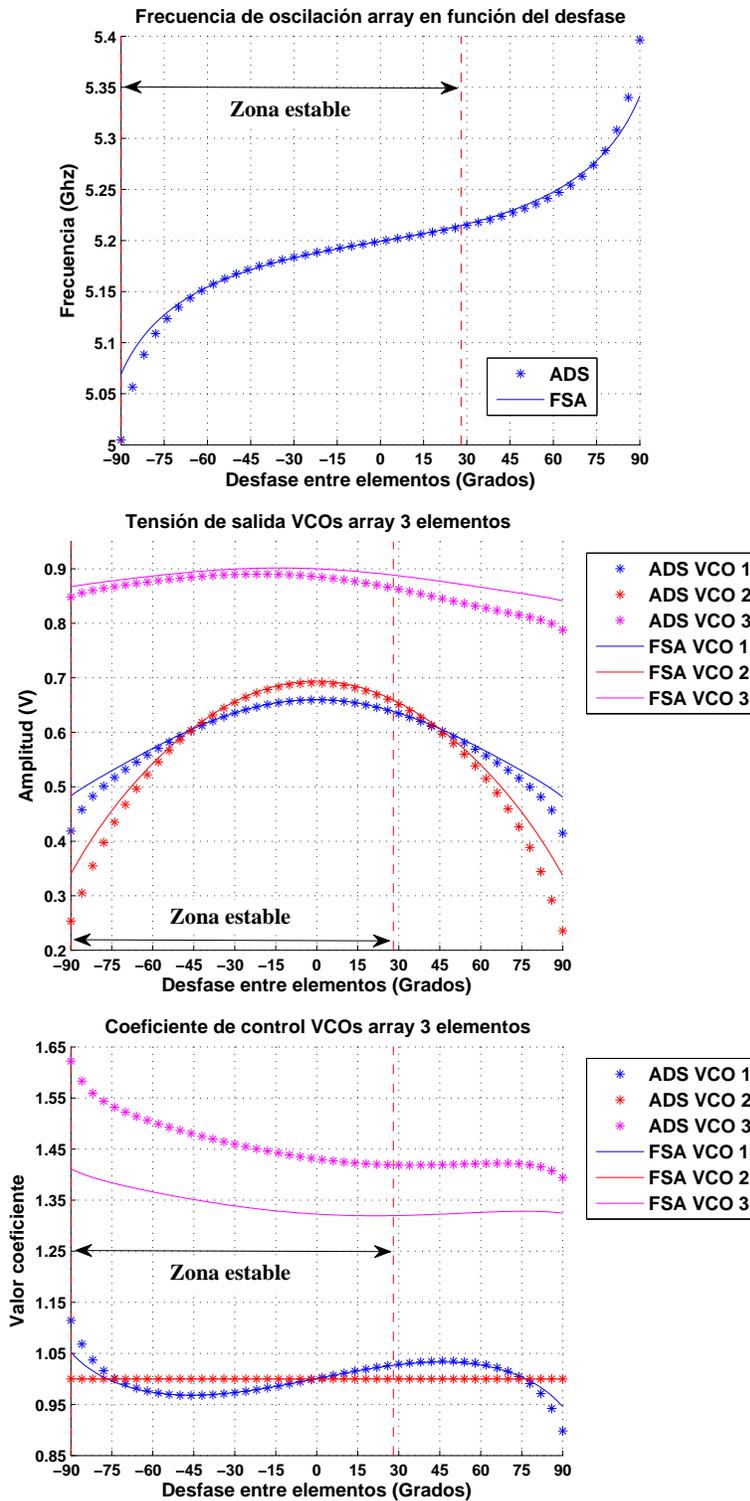


Figura A.41: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, para un array de 3 elementos en el que se han empleado diferentes tipos de VCOs. La simulación se ha obtenido para el rango de desfases de  $\Delta\theta = -90^\circ \dots 90^\circ$  en régimen de libre oscilación.

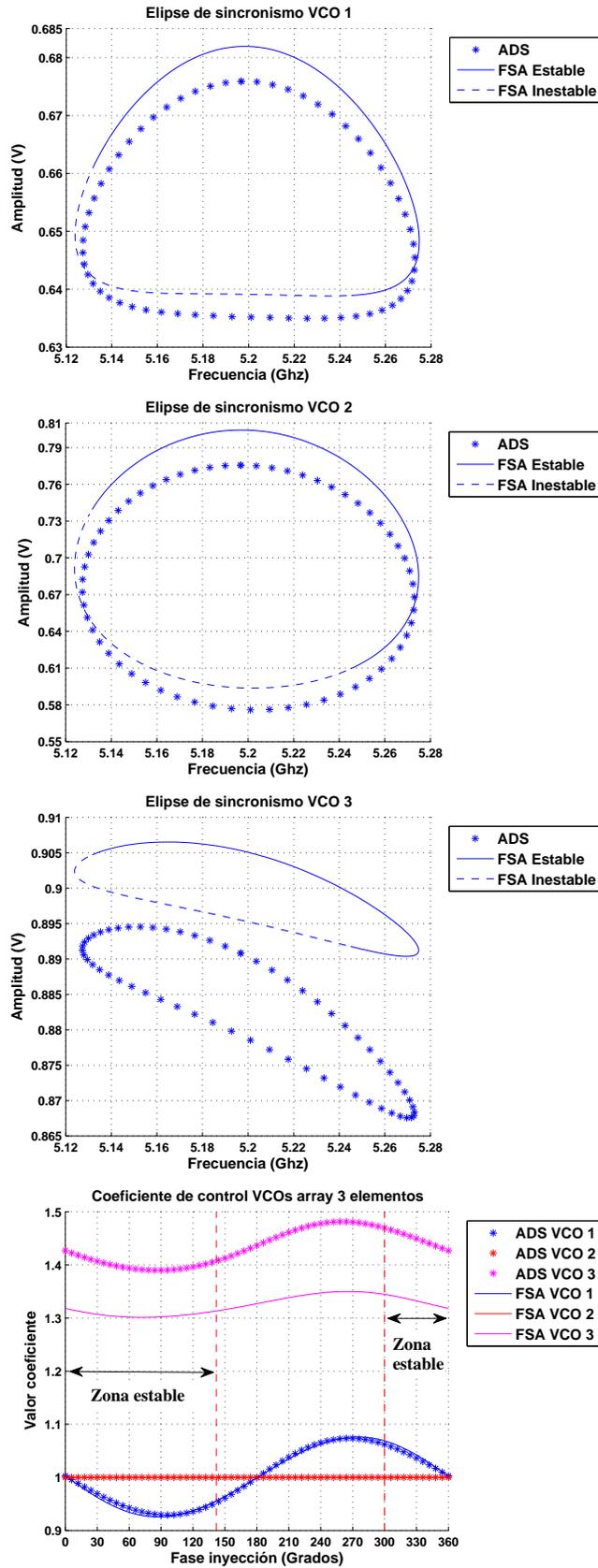


Figura A.42: Elipses de sincronismo y valores de los coeficientes de control para el array de 3 elementos, con diferentes tipos de  $VCOs$ , para una corriente de inyección de  $I_{iny} = 1e - 3 A$  y un desfase entre elementos de  $\Delta\theta = 0^\circ$ . Comparación con la solución de balance armónico.

## A.7. Array de 3x3 elementos con red de acoplo formada con diferentes tipos de cuadripolos

Para poder evaluar el nivel de precisión de la aproximación mediante la formulación semianalítica, en el siguiente ejemplo, se ha simulado el caso de un array bidimensional en el que la red de acoplo se ha constituido con diferentes tipos de cuadripolos. El objetivo, en este caso, es utilizar distintos elementos de unión para eliminar la necesidad de emplear monopolos en los puertos del perímetro del array. Además, en este circuito, la impedancia equivalente de Norton que ven los *VCOs* es de, aproximadamente,  $30 \Omega$  por lo que requerirá que el modelado de los osciladores se ajuste para poder operar con este nivel de carga.

En la figura A.43 se puede ver la topología que se va a emplear para el array. En esta se puede observar que las conexiones del elemento central, de índice 5, se realizan a través de un tipo de cuadripolo mientras que en las uniones entre los elementos del perímetro se emplea un tipo distinto.

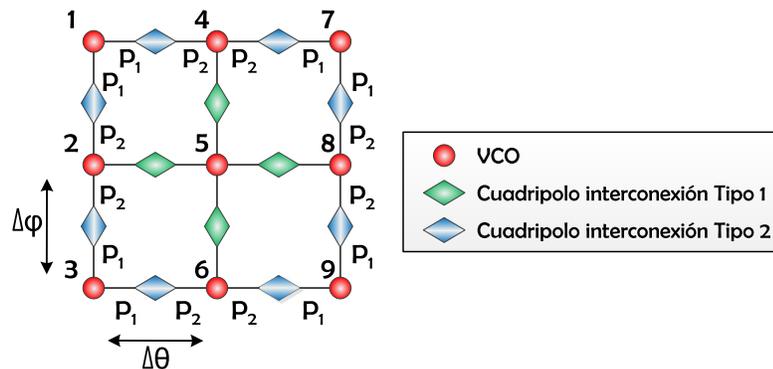


Figura A.43: Topología del array de 3x3 elementos con distintos cuadripolos. En la imagen están indicados los índices correspondientes a cada *VCO* y la orientación de los cuadripolos de tipo 2 debido a que este es asimétrico.

Además, en la figura A.43, también se ha indicado los puertos del cuadripolo de tipo 2 para determinar su orientación en cada conexión ya que este no es simétrico. Para resolver el cálculo de la red de acoplo se ha empleado el algoritmo basado en la matriz de conexiones del array. En este, para poder considerar los distintos tipos de uniones en el sistema se ha indicado en la matriz, además de estas, el tipo de cuadripolo empleado en cada una de ellas. De esta forma, para el array de la figura A.43, la matriz de conexiones se puede expresar según la ecuación A.4.

$$\bar{C}_{gl} \Big|_{(9 \times 9)} = \begin{bmatrix} 0 & T_2^i & 0 & T_2^i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_2^i & 0 & T_2^d & 0 & T_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_2^d & 0 & 0 & 0 & T_2^i & 0 & 0 & 0 \\ T_2^i & 0 & 0 & 0 & T_1 & 0 & T_2^d & 0 & 0 \\ 0 & T_1 & 0 & T_1 & 0 & T_1 & 0 & T_1 & 0 \\ 0 & 0 & T_2^i & 0 & T_1 & 0 & 0 & 0 & T_2^d \\ 0 & 0 & 0 & T_2^d & 0 & 0 & 0 & T_2^i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & T_1 & 0 & T_2^i & 0 & T_2^d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_2^d & 0 & T_2^d & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

En este caso, para facilitar el cálculo, lo que se ha hecho es definir, a partir de los parámetros  $Y$  del cuadripolo de tipo 2, dos matrices en función de la orientación, una para las uniones en sentido  $P_1 - P_2$ , identificado con el superíndice ' $d$ ' (*directo*), y otra en sentido contrario, unión  $P_2 - P_1$  identificado con el superíndice ' $i$ ' (*invertido*).

La estructura de los cuadripolos empleados es la que se muestra en la figura A.44. Aunque no es necesario, en este ejemplo, para hacer énfasis en el hecho de emplear cuadripolos distintos se ha decidido utilizar dos topologías diferentes en cada uno de ellos tal como se puede ver en A.44.

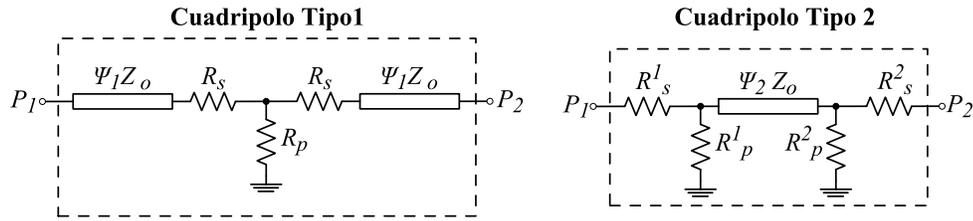


Figura A.44: Estructura de los distintos tipos de cuadripolos empleados en la red de acoplo.

Para el cuadripolo de tipo 1 las resistencias toman los valores  $R_s = 280 \Omega$  y  $R_p = 10 \Omega$ . Por otro lado, las características de las líneas son  $\Psi_1 = 180^\circ$  y  $Z_o = 50 \Omega$  en  $4,928 \text{ Ghz}$  que es la frecuencia de trabajo que presenta el  $VCO$  base cuando opera sobre  $30 \Omega$ .

En el segundo cuadripolo las resistencias valen  $R_s^1 = 140 \Omega$ ,  $R_s^2 = 190 \Omega$  y  $R_p^1 = R_p^2 = 10 \Omega$  lo que resulta en que la impedancia que estos presentan a los osciladores cambiará en función de a que puerto se conectan. Las líneas centrales en estos cuadripolos tienen  $\Psi_2 = 360^\circ$  y  $Z_o = 50 \Omega$  también en  $4,928 \text{ Ghz}$ .

Las resistencias de los cuadripolos se han elegido tanto para ajustar el nivel de carga total en los osciladores como para garantizar que se cumple con la condición de acoplo débil en el array, de forma que solo sea necesario ajustar el modelo del  $VCO$ .

Al combinarse el efecto de los diferentes cuadripolos la impedancia equivalente de Norton que ven los distintos osciladores en el array es la que se muestra en la figura A.45.

Que, alrededor de la frecuencia de trabajo del oscilador presenta un valor muy próximo a los

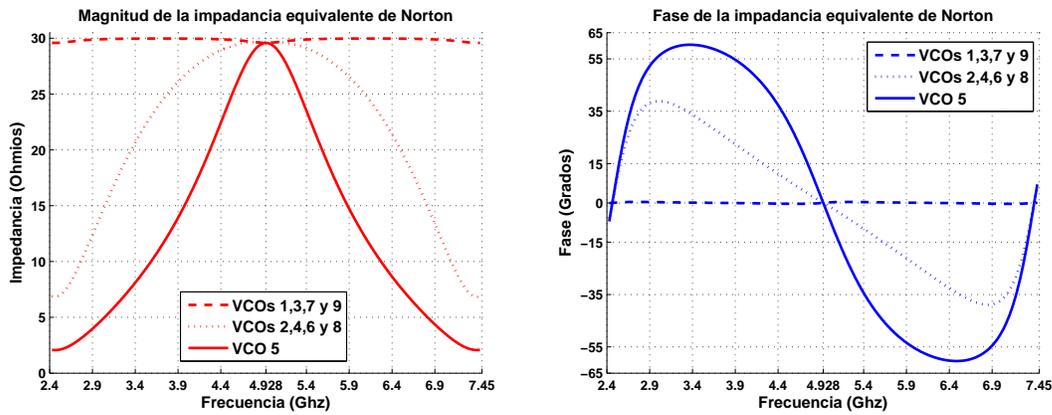


Figura A.45: Magnitud y fase de la impedancia equivalente de Norton para cada uno de los osciladores en el array.

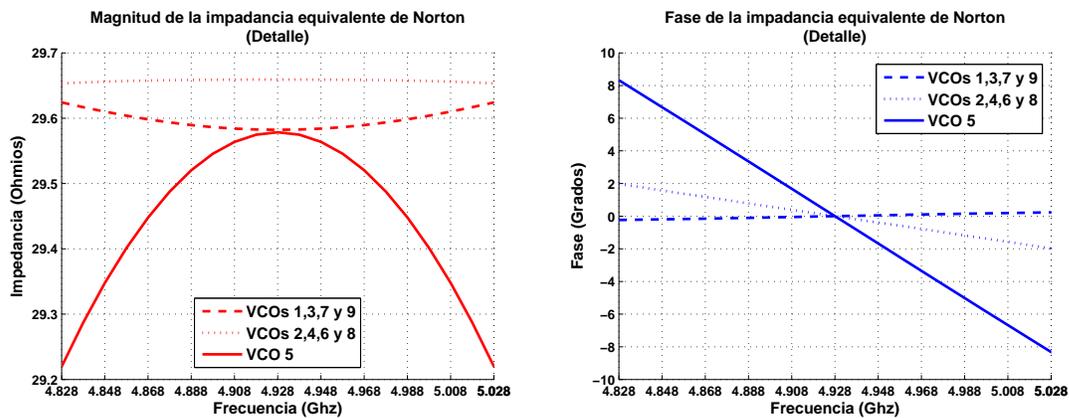


Figura A.46: Detalle de la magnitud y fase de la impedancia equivalente de Norton para cada uno de los osciladores en el array alrededor de la frecuencia de trabajo del oscilador.

$30 \Omega$  reales tal como se puede ver en A.45 y, para apreciarlo mejor también se ha representado en A.46 para una banda mucho más estrecha.

El VCO elegido es el oscilador a  $5,0 \text{ GHz}$  de la figura 6.4 empleado en la caracterización de las derivadas en el capítulo 6. Pero, en esta ocasión, debido a que la red impone una impedancia de carga de  $30 \Omega$  se ha modelado su respuesta sobre este nivel de carga. Para ello se han calculado las derivadas sobre una resistencia de valor  $R_L = 30 \Omega$  debiéndose corregir los desarrollos de Taylor empleados en la simulación con el término  $y_r(\omega_o)$  que, en este caso, vale  $1/75 \Omega^{-1}$ , tal y como se ha visto en el capítulo 4.

En esta situación, para una tensión de control de  $2,5 \text{ V}$ , la frecuencia de oscilación del circuito es de, aproximadamente,  $4,928 \text{ GHz}$ , que, como ya se ha comentado al describir la red de acoplo, es la frecuencia central empleada en el diseño de los cuadripolos para garantizar que estos presentan los valores de magnitud y fase deseados.

A partir de la caracterización de la red de acoplo y el modelo de los osciladores se puede aproximar el comportamiento del array mediante la aplicación de la formulación semianalítica.

Para apreciar los resultados, en las figuras A.47 y A.48, se presentan dos de las simulaciones obtenidas.

En la primera simulación se puede ver la respuesta del circuito en el caso de libre oscilación cuando se barre el desfase entre filas,  $\Delta\varphi$ , y se mantiene el desfase entre columnas,  $\Delta\theta$ , a  $0^\circ$ . Esta simulación, por la simetría del circuito, es equivalente a la que se obtiene si se intercambian las fases  $\Delta\varphi$  y  $\Delta\theta$  cambiando las filas por las columnas.

Como se puede ver en la figura A.47, la ausencia de monopolos, provoca que los valores de las tensiones de varactor no presenten la simetría habitual. Esto se debe a que, al no tener todos los elementos el mismo número de conexiones, las corrientes en el circuito están desbalanceadas de forma que, en función del oscilador, el nivel de corriente en las diferentes uniones varía forzando a un ajuste en las tensiones de control distinto del que se puede apreciar en los circuitos con monopolos. Esto es importante cuando se diseña un circuito con estas características ya que, si no se tiene en cuenta, puede ocurrir que, en alguno de los osciladores del array, no se cumpla la condición de acoplo débil lo que introduciría error en las aproximaciones de la respuesta.

También hay que señalar que, en la figura A.47, el rango de soluciones estables obtenidas con el circuito es de  $\pm 90^\circ$ .

En la figura A.47 se puede apreciar que, gracias a los ajustes realizados, se consigue una muy buena aproximación de la respuesta del array.

La simulación presentada en A.48 se corresponde con el caso de régimen inyectado para un nivel de corriente de  $I_{iny} = 5e - 4 A$  y un desfase fijo entre elementos de ( $\Delta\theta = 0^\circ$ ,  $\Delta\varphi = 0^\circ$ ). En este caso, como es de esperar a partir de los resultados de la aproximación de régimen libre, se obtiene también una muy buena aproximación de la respuesta. Aquí, al igual que en la figura A.47, también se puede apreciar el efecto que la ausencia de monopolos en la red de acoplo produce en la respuesta de los osciladores.

Por otro lado, en A.48 al igual que se ha hecho en el análisis de régimen libre, se ha indicado el rango de soluciones estables que, para este caso, se corresponde con las semielipses superiores, tal y como se puede apreciar en la elipse del oscilador 5, pudiéndose determinar las fases de inyección correspondientes a estas a partir de las gráficas de las tensiones de control.

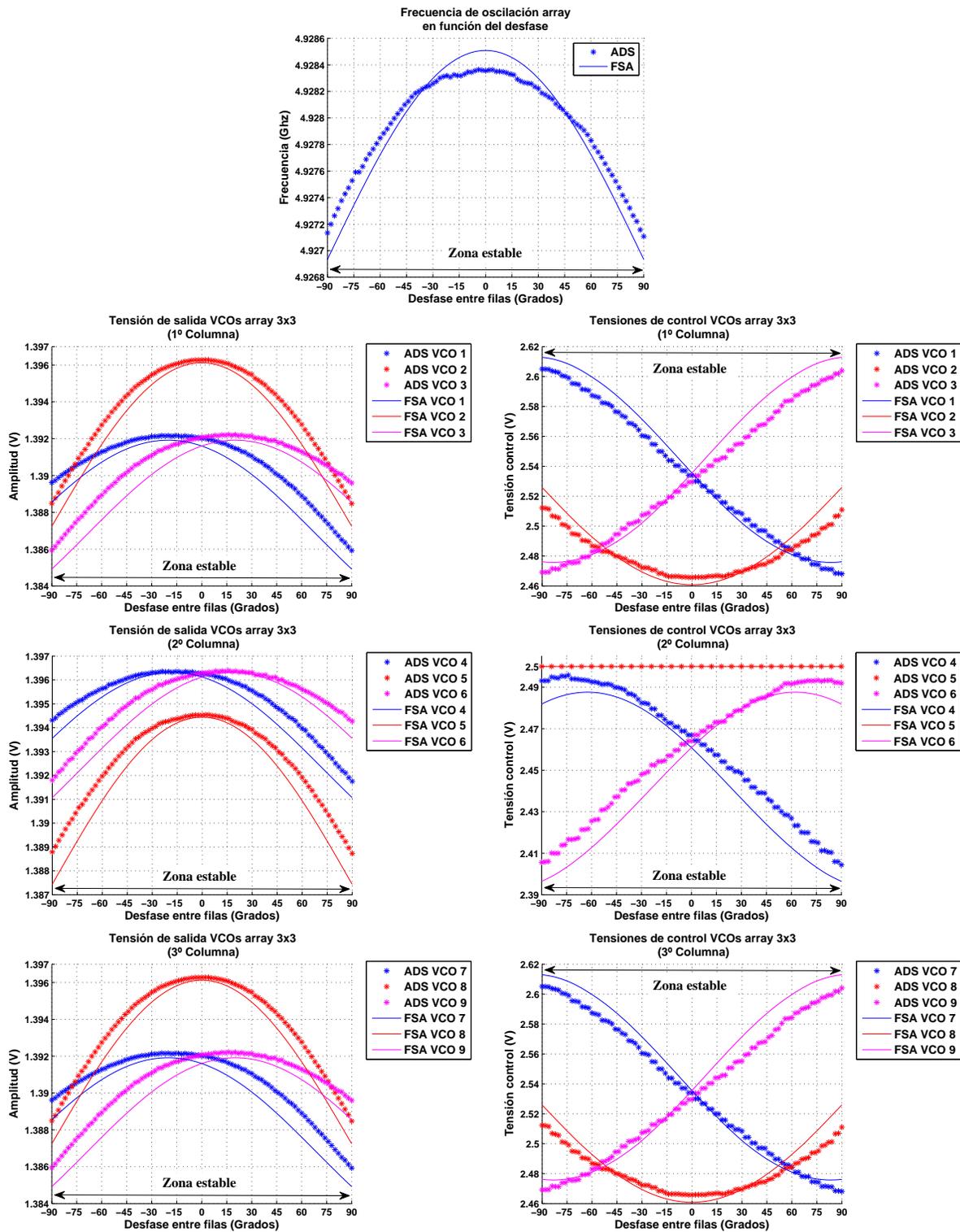


Figura A.47: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, para un array de 3x3 osciladores en el que se han empleado diferentes tipos de cuadripolos para formar la red de acoplo. La simulación se ha obtenido para los desfases  $\Delta\varphi = -90^\circ \dots 90^\circ$  y  $\Delta\theta = 0^\circ$  en régimen de libre oscilación. En la figura se puede ver la frecuencia, arriba del todo, las amplitudes de salida por columnas, izquierda, y los valores de sus parámetros de control correspondientes, derecha.

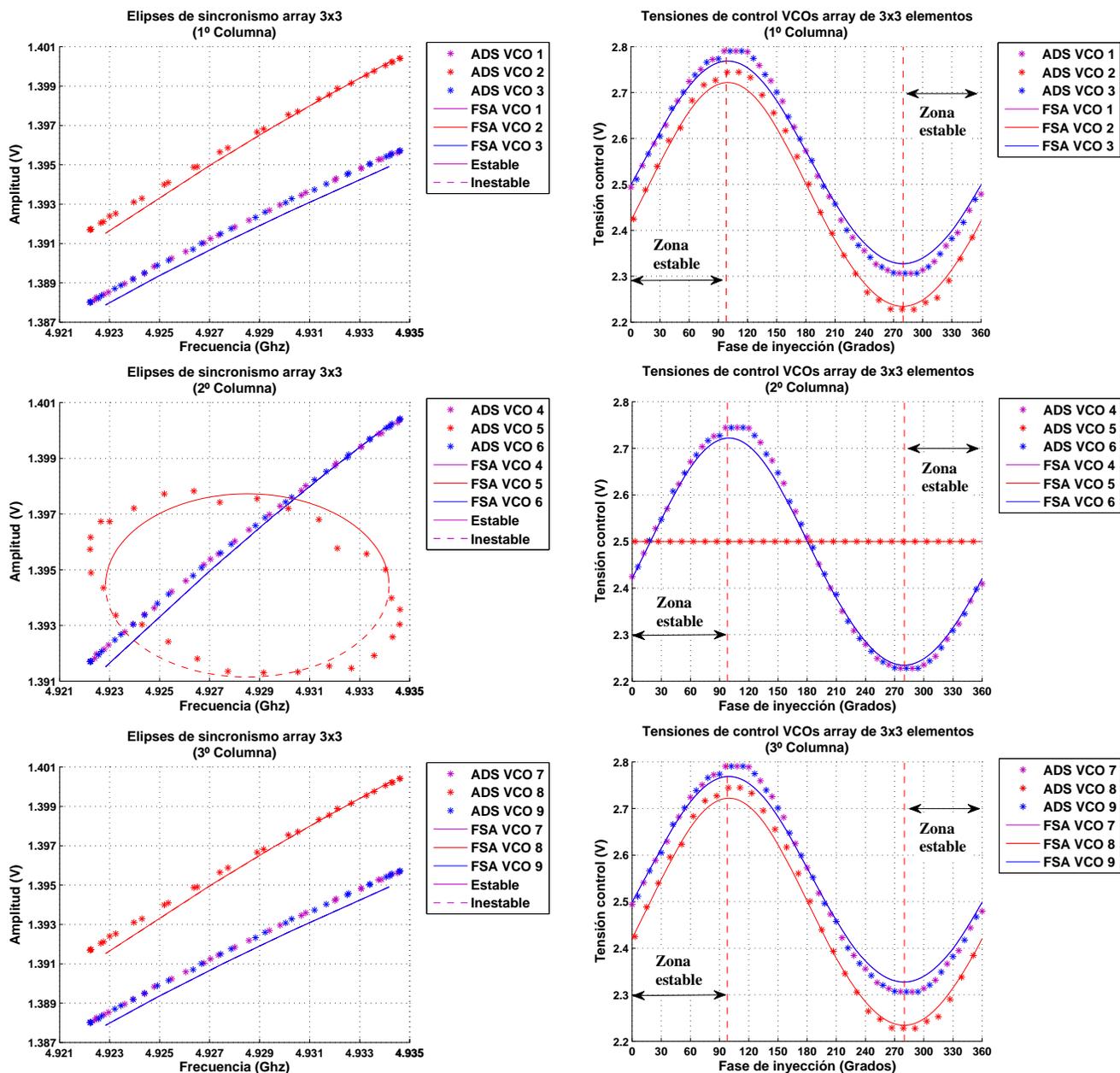


Figura A.48: Elipses de sincronismo, izquierda, y tensiones de control, derecha, del array de  $3 \times 3$ , con la red de acoplo formada de diferentes tipos de cuadripolos, para una corriente de inyección de amplitud  $I_{iny} = 5e - 4 A$  y un desfase entre elementos de  $(\Delta\theta = 0^\circ, \Delta\varphi = 0^\circ)$ . Comparación con la solución de balance armónico.

## A.8. Array lineal de 3 elementos en condiciones de acoplo fuerte

En el capítulo 4 se ha presentado un método que, a partir del esquema del circuito en base al equivalente de Norton, permite aproximar las soluciones en los circuitos en condiciones de acoplo fuerte mediante la formulación semianalítica. Para verificar este, en el siguiente ejemplo, se va a simular el array de la figura A.49.



Figura A.49: Topología del array de 3 elementos para el análisis de las soluciones en condiciones de acoplo fuerte.

En este ejemplo, por simplicidad, se va a definir los cuadripolos de interconexión a partir de su matriz de parámetros  $Y$  en vez de hacerlo a partir de sus componentes. Esta tomará el valor de la ecuación A.5.

$$\bar{Y}_{(2 \times 2)} = \begin{bmatrix} 0 & -1e - 2 \\ -1e - 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Se ha decidido emplear una matriz de valores constantes para eliminar los efectos que las variaciones debidas a la respuesta en frecuencia de la red de acoplo tienen sobre las soluciones de forma que los resultados obtenidos sean únicamente consecuencia de las corrientes de sincronismo. Además, al tener esta matriz los coeficientes de reflexión,  $y_{11}$  e  $y_{22}$ , a 0 la red de acoplo no modificará el valor de carga que ven los osciladores en el array por lo que la impedancia equivalente de Norton vale siempre  $50 \Omega$ , lo que evita el tener que usar monopolos en el circuito.

Por otra parte los coeficientes de transmisión,  $y_{12}$  e  $y_{21}$ , tienen un valor suficientemente grande para inducir en el array corrientes de sincronismo de una amplitud significativa y, al haber sido definidos con signo negativo, se convertirán en constantes positivas al introducirlos en la expresión de la corriente de Norton de forma que solo afectarán al nivel de estas y no a las fases.

El oscilador elegido para este caso es, por simplicidad, el Vanderpol a  $5,2 \text{ GHz}$  que, para poder emplearlo en el método de cálculo de las soluciones en acoplo fuerte, se debe caracterizar en función de la admitancia de carga. En este caso, para una mayor sencillez en la obtención del modelo, se han obtenido los parámetros del mismo para  $\eta = 1$  lo que, como se podrá comprobar en los resultados obtenidos resulta en un desfase de las soluciones calculadas con la formulación respecto a las de balance armónico.

A modo de ejemplo, en la figura A.50, se presenta la caracterización de la Amplitud y frecuencia de régimen libre obtenida en función de la parte real e imaginaria de la admitancia de carga. Esta caracterización se ha realizado para una matriz de  $7 \times 7$  puntos con  $Re(Y_L) = 0,0015 \dots 0,025$  y  $Im(Y_L) = -0,015 \dots 0,015$  siempre en régimen de libre oscilación.

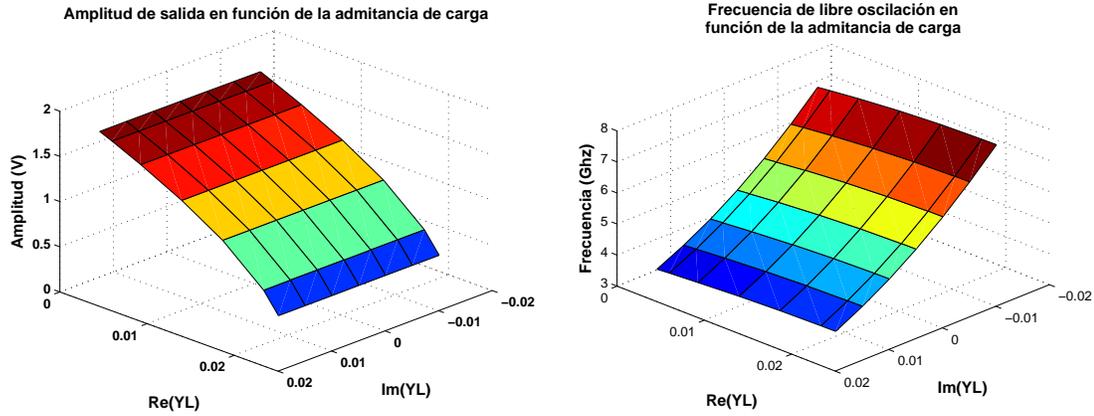


Figura A.50: Caracterización de la respuesta del oscilador de Vanderpol a 5,2 GHz en función de la admitancia de carga. Amplitud de salida, izquierda y frecuencia de libre oscilación, derecha.

En este caso las variables del *VCO* caracterizadas han sido las de tensión y frecuencia de oscilación en régimen libre, como se muestra en A.50, las derivadas de régimen libre,  $\frac{\delta Y}{\delta V}$ ,  $\frac{\delta Y}{\delta \omega}$  y  $\frac{\delta Y}{\delta \eta}$ , ya que no se ha incluido el parámetro  $\eta$  en el espacio de soluciones a muestrear, y las derivadas de inyección,  $\frac{\delta Y}{\delta I^r}$  y  $\frac{\delta Y}{\delta I^i}$ .

Si, para el circuito de la figura A.49, se plantea la expresión de las corrientes equivalentes de Norton estas se pueden escribir según la ecuación A.6

$$\begin{aligned}
 I_{Nt_1} &= -y_{12}V_2 \\
 I_{Nt_2} &= -y_{12}(V_1 + V_3) \\
 I_{Nt_3} &= -y_{12}V_2
 \end{aligned}
 \tag{A.6}$$

donde, si se toma como referencia al *VCO* de índice 2, las corrientes  $I_{Nt_1}$  y  $I_{Nt_3}$  tendrán siempre un valor real positivo, pues  $-y_{12}$  es positivo por cómo se ha definido la matriz de parámetros  $Y$  de los cuadripolos y la tensión tiene fase  $0^\circ$  por ser el valor de referencia. En el caso de la corriente  $I_{Nt_2}$ , al ser todos los osciladores y cuadripolos idénticos, las tensiones  $V_1$  y  $V_3$  serán valores conjugados de forma que su suma siempre resulta en un valor real positivo para desfases entre  $-90^\circ$  y  $90^\circ$ , por lo que la corriente también lo será.

Esto provocará que, al imponer en el circuito la condición de desfase progresivo, la admitancia de las fuentes equivalentes de Norton  $Y_{f\_Nt}$  en los osciladores 1 y 3 serán números complejos cuando se les haga operar fuera de la solución en fase.

Así, cuando la amplitud de las corrientes de la expresión A.6 se vuelve relativamente grande, las admitancias  $Y_{f\_Nt}$  tendrán un valor comparable a la equivalente de Norton modificando la suma total. De esta forma, a partir del valor de la admitancia de la ecuación A.7 se puede determinar el

comportamiento de sistema.

$$Y_{Eff} = Y_{EQ} + Y_{f\_Nt} \quad (A.7)$$

En las figuras A.52 y A.53 se han calculado las soluciones para los casos de régimen libre e inyectado con una corriente de amplitud  $I_{iny} = 1e - 4 A$ .

En A.51, además, se ha representado el valor de  $Y_{Eff}$ , para cada uno de los osciladores, sobre las soluciones en régimen libre. En esta figura se puede ver como el efecto de las corrientes de sincronismo sobre el oscilador 2 es equivalente a modificar la impedancia de carga en un rango de valores entre  $50 \Omega$  y casi  $350 \Omega$ , mientras que a los  $VCOs$  1 y 3 les afecta desplazando el valor de carga fuera del eje real.

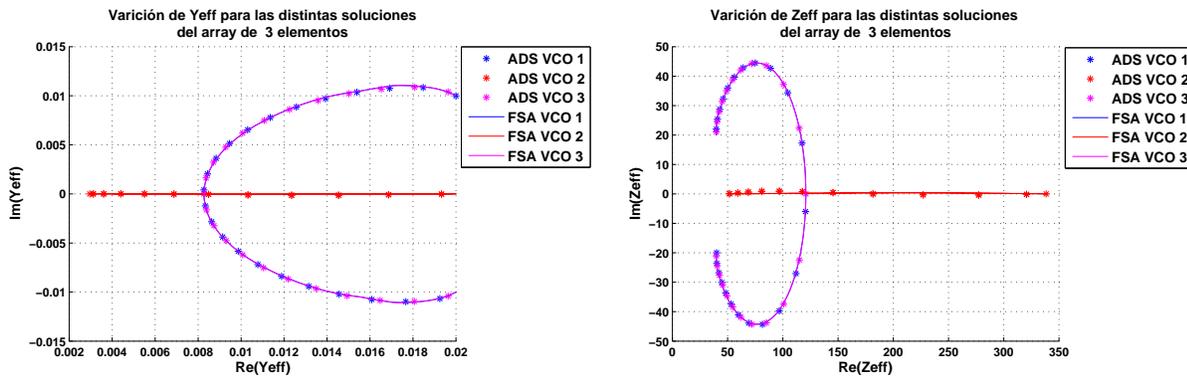


Figura A.51: Variación de  $Y_{Eff}$  en cada uno de los osciladores del array de 3 elementos en condiciones de acoplo fuerte. Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el  $ADS$ . Gráfica en admitancia, izquierda, e impedancia, derecha.

En la figura A.52 se puede observar cómo, a pesar de estar en condiciones de acoplo fuerte, se obtiene una buena aproximación de las soluciones. En este caso, al no incluir el parámetro  $\eta$  en el espacio de soluciones, aparecen errores de aproximación que desvían las soluciones obtenidas respecto a las de balance armónico, ya que una serie de Taylor de orden 1 no es suficiente para ajustar la respuesta.

También puede apreciarse, especialmente en la respuesta de la frecuencia de oscilación, que en torno a  $0^\circ$  a pesar de que el parámetro  $\eta$  es próximo a 1 en los tres osciladores aparece un error de aproximación. Este desajuste podría estar causado por el efecto de las corrientes de sincronismo en armónicos de orden superior ya que, al depender estas corrientes de las tensiones de salida, presentan componentes no nulas en frecuencias múltiples de la fundamental pudiendo afectar al comportamiento de los osciladores. El resultado de esto sería que la admitancia de carga sobre la que operan los  $VCOs$  no sea constante en frecuencia, como la empleada al modelar a los mismos, pudiendo afectar a la oscilación de un modo que el modelo no contempla y, por lo tanto, no puede reproducir.

Este efecto también podría ser el responsable de que las elipses obtenidas al realizar la simulación de la figura A.53 aparezcan desplazadas en la aproximación. Sin embargo, como se puede ver en la misma figura, al comparar estas normalizadas para ver su relación de aspecto se puede observar que se obtiene una buena precisión en cuanto al efecto provocado por la corriente de inyección.

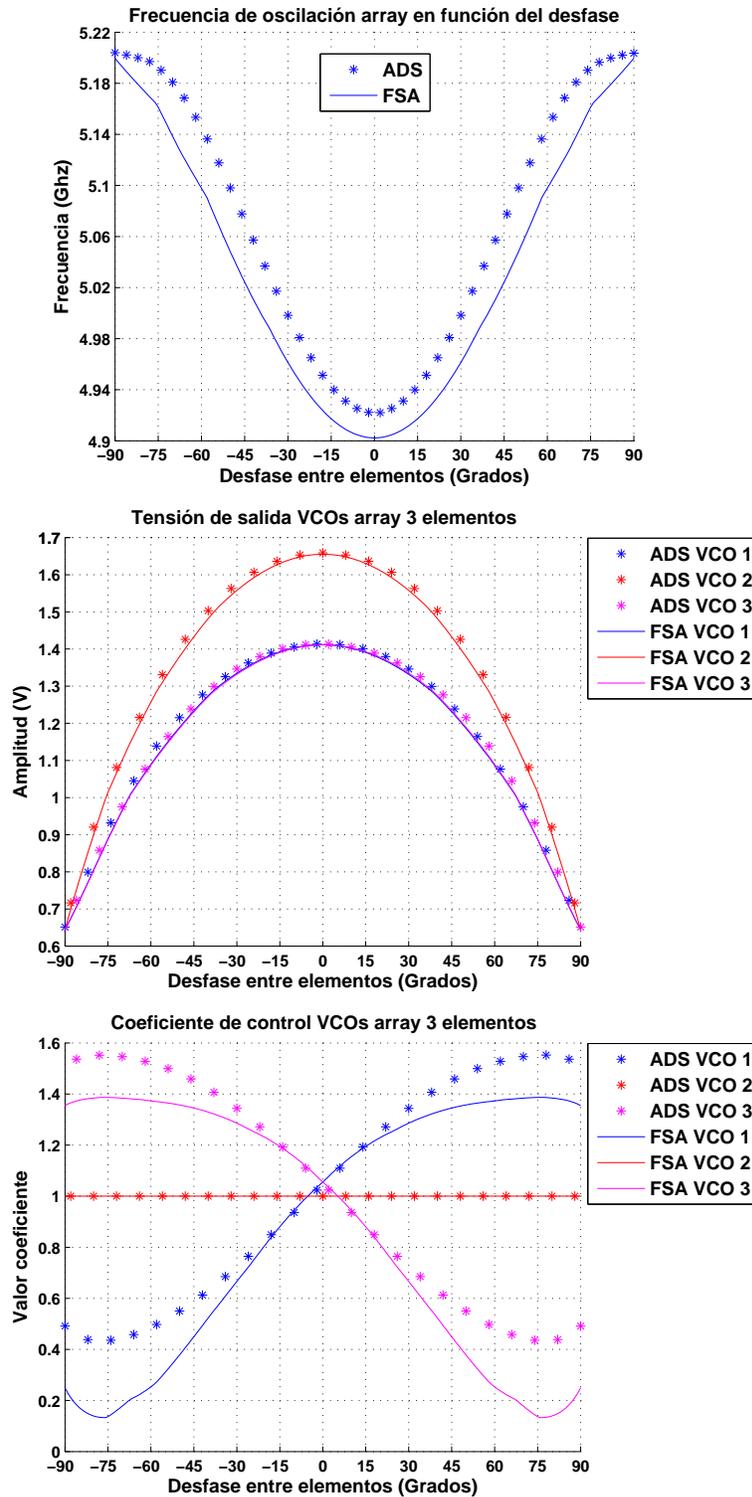


Figura A.52: Comparación entre la formulación semianalítica y el balance armónico, aplicado en el ADS, para un array de 3 elementos en condiciones de acoplo fuerte. La simulación se ha obtenido para el rango de desfases de  $\Delta\theta = -90^\circ \dots 90^\circ$  en régimen de libre oscilación.

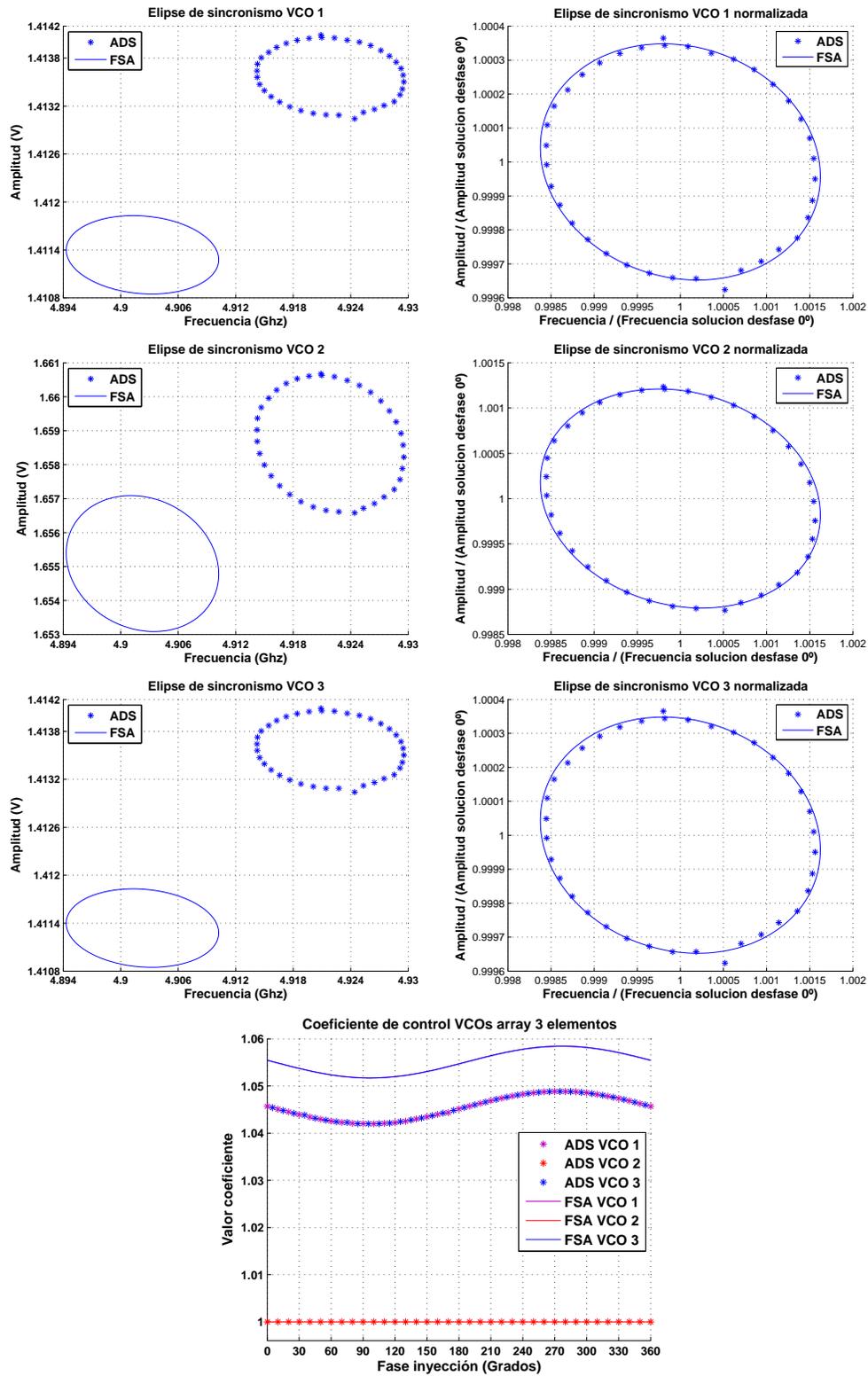


Figura A.53: Elipses de sincronismo y valores de los coeficientes de control para el array de 3 elementos, en condiciones de acoplo fuerte, para una corriente de inyección de amplitud  $I_{iny} = 1e - 4 A$  y un desfase entre elementos de  $\Delta\theta = 0^\circ$ . Comparación con la solución de balance armónico. Se han incluido las elipses normalizadas, derecha, para comparar mejor la relación de aspecto entre las curvas obtenidas<sup>247</sup>