



Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería

Tesis Doctoral

**METAHEURÍSTICAS APLICADAS A LA
OPTIMIZACIÓN DE RUTAS DE TRANSPORTE EN
VEHÍCULOS CON RESTRICCIÓN DE CARGA EN
2-DIMENSIONES**

Autor

Óscar Luis Domínguez Rivero

Las Palmas de Gran Canaria - Octubre de 2015



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes
y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería

EDUARDO RODRÍGUEZ BARRERA, SECRETARIO DEL INSTITUTO
UNIVERSITARIO DE SISTEMAS INTELIGENTES Y APLICACIONES
NUMÉRICAS EN INGENIERÍA (SIANI) DE LA UNIVERSIDAD DE LAS
PALMAS DE GRAN CANARIA,

CERTIFICA

Que el Consejo de Doctores del Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería (SIANI), en su sesión de fecha 26 de octubre de 2015, tomó el acuerdo de dar el consentimiento para la tramitación de la Tesis Doctoral titulada “Metaheurísticas aplicadas a la optimización de rutas de transporte en vehículos con restricción de carga en 2-dimensiones”, presentada por el doctorando **D. Óscar Luis Domínguez Rivero**, dirigida por el Dr. D. Ignacio Agustín de la Nuez Pestana y el Dr. D. Ángel Alejandro Juan Pérez, a la vista de la idoneidad y calidad de su contenido, interés y relevancia del tema.

Para que así conste, y a los efectos oportunos se expide el correspondiente certificado a 26 de octubre de 2015.



Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Programa de doctorado:

Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería

Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería

Tesis Doctoral

**METAHEURÍSTICAS APLICADAS A LA OPTIMIZACIÓN
DE RUTAS DE TRANSPORTE EN VEHÍCULOS CON
RESTRICCIÓN DE CARGA EN 2-DIMENSIONES**

Autor:

Óscar Luis Domínguez Rivero

Dirigida por:

Dr. Ángel Alejandro Juan Pérez
Universitat Oberta de Catalunya

Dr. Ignacio Agustín de La Nuez Pestana
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Las Palmas de Gran Canaria, Octubre de 2015

Agradecimientos

Son muchas las personas y entidades que han hecho posible la realización de esta Tesis.

En primer lugar, quisiera expresar mi más sincero agradecimiento y admiración a los profesores Dr. D. Ángel Alejandro Juan Pérez y Dr. D. Ignacio Agustín de la Nuez Pestana, codirectores de esta tesis, por haber aceptado la dirección de la misma, por su orientación, su apoyo constante y por facilitarme los medios necesarios para su consecución. Además, deseo agradecer, especialmente, su paciencia y disponibilidad permanente a lo largo de estos años, que me han permitido compaginar las responsabilidades laborales y familiares, con el desarrollo del presente trabajo de investigación.

También agradezco la ayuda que he recibido de todas aquellas personas con las que he tenido la suerte de colaborar, de una u otra forma, durante este periodo de investigación, especialmente a Cesar Cuenca, Enoc Martínez, Javier Faulín, Daniel Guimarans, Barry Barrios, Alba Agustín y Djamila Ouelhadj.

A Máquinas Opein, S.L., “más que máquinas”, fuente de inspiración y soporte constante, le agradezco la oportunidad de haber podido desarrollarme profesionalmente y aprender lo que no está en los libros. Con la esperanza de que en un futuro próximo se puedan recoger los frutos de este trabajo.

El desarrollo de una tesis doctoral implica un coste de oportunidad importante, la mayor parte de este coste reside en el tiempo que no he podido dedicar a mi familia. Por ello, quiero agradecer a mi familia su apoyo incondicional y su comprensión durante todos estos años.

Dedicado a mi familia.

“Don’t keep forever on the public road, going only where others have gone, and following one after the other like a flock of sheep. Leave the beaten track occasionally and dive into the woods. Every time you do so you will be certain to find something that you have never seen before. Of course it will be a little thing, but do not ignore it. Follow it up, explore all around it; one discovery will lead to another, and before you know it you will have something worth thinking about to occupy your mind. All really big discoveries are the results of thought.”

— Alexander Graham Bell

“If you can’t fly then run, if you can’t run then walk, if you can’t walk then crawl, but whatever you do you have to keep moving forward.”

— Martin Luther King, Jr.

Índice general

Índice general	1
Índice de figuras	7
Índice de tablas	11
1. Introducción.	17
1.1. Estructura de la tesis.	17
1.2. Ámbito general de la tesis.	20
1.3. Transporte de mercancías por carretera.	21
1.3.1. El sector del transporte de mercancías por carretera.	21
1.3.2. Contaminación ambiental producida por el transporte de mercancías por carretera.	26
1.3.3. El futuro del sector del transporte de mercancías por carretera.	29
1.4. Eficiencia del transporte de mercancías por carretera.	32

1.4.1.	Influencia de la carga.	32
1.4.2.	Influencia del recorrido.	36
1.4.3.	Influencia del tipo de vehículo.	37
1.5.	Optimización de rutas de transporte.	38
1.5.1.	Antecedentes.	38
1.5.2.	El problema del viajante de comercio (TSP).	38
1.5.3.	Múltiples viajantes de comercio (m-TSP).	39
1.5.4.	Problemas de rutas de vehículos (VRP).	40
1.6.	Problemas de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones.	44
1.7.	Motivación.	46
1.8.	Objetivos.	49
2.	Estado del arte.	51
2.1.	El problema de carga en dos dimensiones.	51
2.1.1.	Introducción.	51
2.1.2.	Límites inferiores.	55
2.1.3.	Heurísticas y metaheurísticas aplicadas al chequeo de carga.	55
2.1.3.1.	Bottom-Left (BL).	56
2.1.3.2.	Bottom-Left-Fill (BLF).	57

2.1.3.3. Best Fit (BF).	58
2.1.3.4. Touching Perimeter.	59
2.1.4. Métodos Exactos.	59
2.2. El problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones.	60
2.3. Problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones y flota de vehículos heterogénea.	66
2.4. Problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones incluyendo la entrega y recogida agrupadas.	70
3. Algoritmo MS-BR para el 2L-CVRP con y sin rotación de artículos.	75
3.1. Introducción.	75
3.2. Formulación del problema.	76
3.3. Descripción general del algoritmo MS-BR.	81
3.4. Pseudocódigo del algoritmo MS-BR.	85
3.5. Experimentos computacionales.	89
3.5.1. Ensayos para el 2L-CVRP con rotación de los artículos.	91
3.5.2. Ensayos para el 2L-CVRP sin rotación de los artículos.	93
3.5.3. Evolución de la calidad de las soluciones con el tiempo y número de réplicas.	103

4. Algoritmo MS-BR para el 2L-HFVRP no restringido.	107
4.1. Introducción.	107
4.2. Descripción del problema.	108
4.3. Principales características del algoritmo propuesto.	109
4.4. Experimentos computacionales.	113
4.5. Análisis de los resultados.	122
5. Algoritmo ILS-BR para el 2L-HFVRP secuencial.	127
5.1. Introducción.	127
5.2. Descripción del problema.	129
5.3. Descripción del algoritmo propuesto.	131
5.4. Detalle a bajo nivel mediante pseudo-código.	133
5.5. Experimentos computacionales.	139
5.6. Análisis de los resultados.	140
6. Algoritmo LNS-BR para el 2L-VRPCB.	153
6.1. Introducción.	153
6.2. Descripción del problema.	154
6.3. Descripción del algoritmo LNS-BR.	157

6.4. Experimentos computacionales.	163
6.4.1. Resultados experimentales para el problema 2L-VRPCB.	163
6.4.2. Resultados experimentales para el problema 2L-CVRP.	164
6.4.2.1. Resultados experimentales para el problema 2L-CVRP con carga orientada secuencial (2ISOIL).	171
6.4.2.2. Resultados experimentales para el problema 2L-CVRP con carga no orientada secuencial (2ISRIL).	177
6.5. Análisis de los resultados.	177
6.5.1. Análisis de los resultados para el 2L-VRPCB.	177
6.5.2. Análisis de los resultados para el 2L-CVRP.	182
7. Conclusiones y futuras líneas de investigación.	185
7.1. Conclusiones.	185
7.2. Publicaciones.	188
7.2.1. Revistas.	188
7.2.1.1. Artículos aceptados.	188
7.2.1.2. Artículos en revisión.	189
7.2.2. Congresos.	189
7.3. Futuras líneas de investigación.	190

Bibliografía**193**

Índice de figuras

1.3.1.Distribución modal intra-europea del transporte de mercancías en 2013. . . .	21
1.3.2.Evolución del precio del gasóleo de automoción de 1998 a 2015.	23
1.3.3.Parque de camiones rígidos autorizados para el transporte de mercancías por carretera en España (2014).	25
1.3.4.Reducción en la emisión de contaminantes para camiones pesados, según nor- mativa europea.	27
1.3.5.Relación entre el crecimiento del PIB y el transporte de mercancías para 15 países europeos, entre 1991 y 2002.	29
1.3.6.Crecimiento del transporte de mercancías entre 1990 y 2005, para distintos modos de transporte interior (EU-27).	30
1.4.1.Emisiones de CO ₂ / t-km, frente a la carga útil transportada.	33
1.4.2.Emisiones de CO ₂ / t-km, en relación a la carga útil transportada y el porcen- taje de trayecto circulando en vacío.	34

1.4.3. Características de la carga en relación al grado de utilización de la capacidad de carga del vehículo.	35
1.4.4. Consumo de combustible y eficiencia en relación al tipo de vehículo (Francia 2004).	37
1.5.1. Ejemplo descriptivo del problema de rutas de vehículos (VRP).	42
1.6.1. Gráficas de carga y rutas correspondientes a una solución ejemplo de un problema clásico del 2L-CVRP.	47
3.3.1. Flujograma del algoritmo MSBR	82
3.5.1. Comparación mediante diagrama de cajas de la calidad de las soluciones, BEST10, entre las metaheurísticas ACO y MS-BR para el problema 2 UR L.	99
3.5.2. Diagrama de cajas comparando las diferencias respecto a las mejores soluciones conocidas, BKS, obtenidas por los distintos algoritmos considerados, para el 2 UO L.	103
3.5.3. Evolución de la mejor solución encontrada cuando aumenta el tiempo de computación y el número de réplicas, tomando como ejemplo la instancia 36 clase 5, (2 UO L).	104
3.5.4. Evolución de la mejor solución encontrada cuando aumenta el tiempo de computación y el número de réplicas, tomando como ejemplo la instancia 21 clase 3, (2 UR L).	105
4.3.1. Flujograma del algoritmo MS-BR para resolver el problema 2L-HFVRP.	110
4.5.1. Diagrama de cajas representando los costes totales por algoritmo y clase.	123

4.5.2. Diagrama de cajas de diferencias (Gaps) por clase.	123
4.5.3. Diferencias entre las versiones de carga orientada (UO) y no orientada (UR), según instancia y clase, para el algoritmo MS-BR.	124
5.1.1. Ejemplo de carga secuencial para un pequeño caso con 3 vehículos.	128
5.3.1. Esquema general de nuestro algoritmo ILS-BR.	132
5.6.1. Diagrama de cajas de costes totales para SA_HLS O (orientada), ILS-BR orientada (OBS O), ILS-BR con rotación (OBS R).	149
5.6.2. Diferencias porcentuales (Gap) entre los algoritmos SA_HLS O (orientada), ILS-BR orientada (OBS O) e ILS-BR con rotación (OBS R).	150
5.6.3. Ejemplo de solución de carga secuencial para la instancia 10 y clase 3.	151
6.2.1. Ejemplo de una ruta que combina entrega y recogida de mercancía, incluyendo las dos soluciones de carga correspondientes.	156
6.3.1. Flujograma del algoritmo del procedimiento Pack-And-Route para el LNS-BR.	161
6.5.1. Comparación de resultados para el 2L-VRPCB, para las diferentes ratios, con y sin rotación de los artículos.	182
6.5.2. Comparación de metaheurísticas para el 2L-CVRP, sin rotación de artículos (2ISOIL).	183
6.5.3. Comparación de metaheurísticas para el 2L-CVRP, con rotación de artículos (2ISRIL).	184

Índice de tablas

1.1. Principales extensiones del VRP.	44
2.1. Clases usadas para la generación de los artículos a cargar.	62
3.1. Principales características de las instancias de referencia para el problema 2L-CVRP.	92
3.2. Comparación entre el algoritmo ACO y el algoritmo MS-BR, clase 1	94
3.3. Comparación entre el algoritmo ACO y el algoritmo MS-BR para la versión 2IURIL, clase 2	95
3.4. Comparación entre el algoritmo ACO y el algoritmo MS-BR para la versión 2IURIL, clase 3.	96
3.5. Comparación entre el algoritmo ACO y el algoritmo MS-BR para la versión 2IURIL, clase 4.	97
3.6. Comparación entre el algoritmo ACO y el algoritmo MS-BR para la versión 2IURIL, clase 5.	98

3.7. Comparación de los mejores resultados obtenidos por el algoritmo MS-BR con respecto a diferentes metaheurísticas para la clase 1.	100
3.8. Comparación de los mejores resultados obtenidos por el algoritmo MS-BR con respecto a diferentes metaheurísticas para la versión 2 UOIL, clase 2. . .	101
3.9. Comparación de los mejores resultados obtenidos por el algoritmo MS-BR con respecto a diferentes metaheurísticas para la versión 2 UOIL, clase 3. . .	101
3.10. Comparación de los mejores resultados obtenidos por el algoritmo MS-BR con respecto a diferentes metaheurísticas para la versión 2 UOIL, clase 4. . .	102
3.11. Comparación de los mejores resultados obtenidos por el algoritmo MS-BR con respecto a diferentes metaheurísticas para la versión 2 UOIL, clase 5. . .	102
4.1. Tabla de características para los diferentes tipos de vehículos.	115
4.2. Comparación de resultados entre SA_HLS y MS-BR - Clase 1.	116
4.3. Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, MS-BR orientado y MS-BR no orientado (con posibilidad de rotación) - Clase 2.	117
4.4. Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, MS-BR orientado y MS-BR no orientado (con posibilidad de rotación) - Clase 3.	118
4.5. Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, MS-BR orientado y MS-BR no orientado (con posibilidad de rotación) - Clase 4.	119
4.6. Comparación de resultados entre SA_HLS (orientado), MS-BR orientado y MS-BR no orientado (con posibilidad de rotación) - Clase 5.	120

4.7. Comparación de resultados entre SA_HLS (orientado), MS-BR orientado y MS-BR no orientado (con posibilidad de rotación) - promedio Clases 2 a 5.	121
5.1. Comparación de resultados entre SA_HLS y ILS-BR - Clase 1.	141
5.2. Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, ILS-BR orientado y ILS-BR no orientado - Clase 2.	142
5.3. Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, ILS-BR orientado y ILS-BR no orientado - Clase 3.	143
5.4. Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, ILS-BR orientado y ILS-BR no orientado - Clase 4.	144
5.5. Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, ILS-BR orientado y ILS-BR no orientado - Clase 5.	145
5.6. Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, ILS-BR orientado y ILS-BR no orientado - promedio Clases 2 a 5.	146
5.7. Comparación de resultados entre MS-BR y ILS-BR para la versión de carga 2IUOIL - promedio Clases 2 a 5.	147
6.1. Resultados para el 2L-VRPCB, clase 1.	165
6.2. Resultados para el 2L-VRPCB, clase 2 para las versiones de carga 2ISOIL y 2ISRIL.	166
6.3. Resultados para el 2L-VRPCB, clase 3 para las versiones de carga 2ISOIL y 2ISRIL.	167

6.4. Resultados para el 2L-VRPCB, clase 4 para las versiones de carga 2ISOIL y 2ISRIL.	168
6.5. Resultados para el 2L-VRPCB, clase 5 para las versiones de carga 2ISOIL y 2ISRIL.	169
6.6. Resultados para el 2L-CVRP, clase 1.	172
6.7. Resultados para el 2L-CVRP, clase 2 para la versión de carga 2ISOIL.	173
6.8. Resultados para el 2L-CVRP, clase 3 para la versión de carga 2ISOIL.	174
6.9. Resultados para el 2L-CVRP, clase 4 para la versión de carga 2ISOIL.	175
6.10. Resultados para el 2L-CVRP, clase 5 para la versión de carga 2ISOIL.	176
6.11. Resultados para el 2L-CVRP, clase 2 para la versión de carga 2ISRIL.	178
6.12. Resultados para el 2L-CVRP, clase 3 para la versión de carga 2ISRIL.	179
6.13. Resultados para el 2L-CVRP, clase 4 para la versión de carga 2ISRIL.	180
6.14. Resultados para el 2L-CVRP, clase 5 para la versión de carga 2ISRIL.	181

Algoritmos

3.1. Pseudo-código del procedimiento principal del algoritmo MSBR.	87
3.2. Pseudo-código del procedimiento para generar nuevas soluciones aleatorias factibles.	88
3.3. Pseudo-código del procedimiento para la búsqueda local mediante división en subproblemas.	90
5.1. Pseudo-código del procedimiento principal del ILS-BR.	134
5.2. Pseudo-código del procedimiento Pack-And-Route.	136
5.3. Pseudo-código del procedimiento checkPacking.	137
6.1. Pseudo-código del procedimiento principal del algoritmo LNS-BR.	158

Capítulo 1

Introducción.

1.1. Estructura de la tesis.

En el **capítulo 1** se realiza una introducción general para situar el trabajo de investigación sobre el que versa la presente tesis, dentro del ámbito al que se circunscribe. Partiendo de una visión general de la problemática asociada al transporte de mercancías por carretera, la atención se centrará en los aspectos relevantes que afectan a la eficiencia del mismo, llegando a una breve descripción de los problemas de optimización de rutas de transporte más importantes en la investigación operativa. A continuación, se describen los conceptos básicos asociados a los problemas de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones, que constituyen el principal objeto de estudio de la presente tesis doctoral. Posteriormente, se exponen los elementos motivadores que han alentado esta investigación, así como los objetivos que se pretenden lograr con la misma.

En el **capítulo 2** se hace una revisión de la bibliografía publicada hasta el momento, relacionada con el problema de empaquetado o carga en dos dimensiones, así como de las exten-

siones del problema de rutas de vehículos tratadas en el presente trabajo de investigación. En el caso de las variantes del problema de rutas de vehículos, se comenzará por un repaso a la literatura científica relacionada con el problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones básico, para posteriormente hacer lo propio con la extensión que considere una flota de vehículos heterogénea, terminando con un repaso a la bibliografía relacionada con la variante del problema que incluye la recogida y entrega agrupada.

En el **capítulo 3** se propone un algoritmo eficiente, denominado MS-BR, con un número reducido de parámetros, para resolver el problema de rutas de vehículos con restricción de carga en 2 dimensiones (2L-CVRP). Este algoritmo aborda las configuraciones de carga no restringidas (no secuenciales), incluyendo la posibilidad de aplicar una rotación de 90° a los artículos, mientras se realiza la carga del vehículo, que es una hipótesis realista raramente considerada en la literatura existente. Tras una introducción al tema, se presenta una formulación matemática del problema a resolver. A continuación, se realiza primero una descripción general del algoritmo y posteriormente se describe el pseudo-código. Finalmente, se muestran los resultados obtenidos en los ensayos realizados, sobre las instancias de referencia que se encuentran en la literatura científica, así como una comparativa entre las referencias y las soluciones obtenidas.

La extensión del problema al considerar una flota de vehículos heterogénea, es abordada en los capítulos 4 y 5. El estudio de costes de transporte se realiza considerando diferentes costes fijos y variables para cada tipo de vehículo.

En el **capítulo 4** se abordan las dos configuraciones de carga no restringidas, con y sin rotación de los elementos a cargas. El algoritmo propuesto vuelve a ser una evolución del MS-BR presentado en el capítulo anterior. Tras una introducción al problema, se describen las características más importantes del algoritmo, siguiendo con una fase de pruebas experimentales donde se demuestra la eficiencia de la metodología propuesta. Por último, se realiza un

análisis de los resultados alcanzados.

En el **capítulo 5** se añade la restricción de carga secuencial al problema anterior, lo que resulta en un enriquecimiento del modelo. En esta ocasión, sin embargo, se presenta una metaheurística híbrida denominada ILS-BR para tratar la cuestión planteada. Este algoritmo es descrito en detalle y las soluciones obtenidas son contrastadas con las mejores soluciones conocidas. Además se incluye una comparativa, para la versión de carga orientada no secuencial, de los dos algoritmos propuestos anteriormente.

En el **capítulo 6** se trata una nueva extensión del problema, que no ha sido resuelta previamente en la literatura científica. En esta variante se considera tanto la entrega como la recogida de mercancía dentro de la ruta de transporte. Esta entrega y recogida de mercancía se realizan de forma agrupada, dando prioridad a la entrega frente a la recogida en la secuencia que se realiza en el recorrido. Al no existir trabajos previos sobre la materia, se hace necesario diseñar un conjunto de casos prácticos que permitan realizar las pruebas experimentales oportunas. La eficiencia del algoritmo desarrollado, se compara con las mejores metaheurísticas conocidas para el problema clásico 2L-CVRP, que es un caso particular del anterior.

Por último, en el **capítulo 7**, se presentan las principales conclusiones alcanzadas durante la investigación. Se incluye también un apartado donde se recogen las publicaciones generadas durante este periodo. Dichas publicaciones constituyen la base fundamental de este documento de tesis. Finalmente, se acabará con una descripción de las líneas de investigación futuras, que suponen la continuación al trabajo de investigación realizado.

1.2. **Ámbito general de la tesis.**

La *logística* es una función básica de la mayor parte de las organizaciones, y especialmente en las de carácter empresarial. Se puede definir la logística como una actividad que permite el suministro de bienes y servicios desde los lugares donde se ofertan hasta los lugares donde se demandan, con la finalidad de satisfacer unas necesidades explícitas o subyacentes. La logística, que abarca por ejemplo, el transporte y el almacenamiento, representa entre el 10% y el 15% del coste de un producto acabado para las empresas europeas¹. Según Yao *et al.* (2015), en China, por ejemplo, el beneficio medio de la industria logística alcanza solamente el 3%, siendo los costes del transporte los que mayor influencia tienen sobre el coste logístico total. Por lo tanto, como cualquier otra actividad dentro del ámbito empresarial, la gestión logística debe realizarse tratando de optimizar los métodos y medios empleados para un nivel de servicio determinado.

Otro concepto asociado con la gestión logística en el mundo empresarial es la *cadena de suministro* o *supply chain*. En este caso se crea una red o cadena entre diferentes empresas productoras, manipuladoras y/o distribuidoras de un producto específico. En concreto, la cadena de suministro abarca los pasos que se necesitan para obtener un bien o servicio desde el proveedor hasta el cliente. La gestión de la cadena de suministro es un proceso crucial para muchas empresas, ya que su optimización se traduce en menores costes para la empresa y/o un mejor nivel de servicio al cliente. El objetivo de la cadena es alinear las operaciones internas para mejorar el servicio al cliente, minimizando el tiempo de ciclo y los recursos empleados.

El transporte de mercancías constituye una parte esencial dentro de los conceptos expuestos de logística o cadena de suministro. El presente trabajo de investigación se circunscribe dentro del ámbito del transporte de mercancías y más concretamente dentro del transporte de

¹Fuente: Comisión Europea, MEMO/11/197.

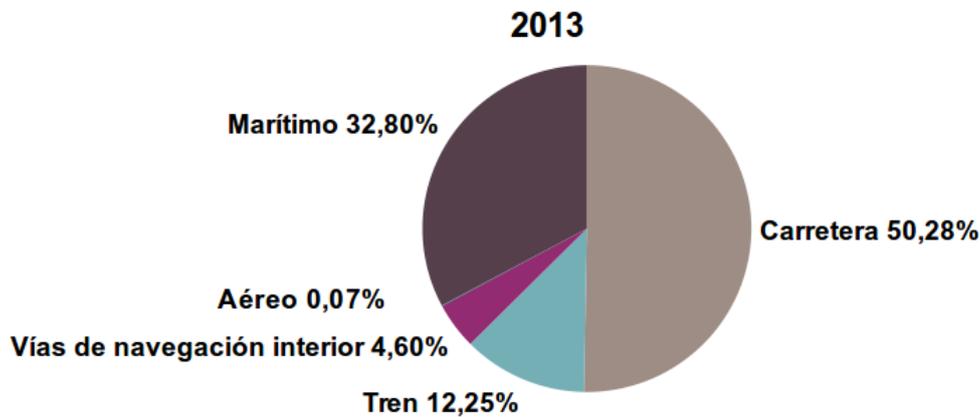


Figura 1.3.1: Distribución modal intra-europea del transporte de mercancías en 2013.

mercancías que se realiza por carretera. En el siguiente apartado se introduce brevemente la problemática asociada a dicho sector de actividad.

1.3. Transporte de mercancías por carretera.

1.3.1. El sector del transporte de mercancías por carretera.

El transporte de mercancías por carretera es un sector de vital importancia en la economía mundial. La mayor parte de las mercancías que se consumen diariamente, han sido transportadas por vehículos. Los vehículos que transportan mercancías por carretera, permiten que hogares y empresas distribuidas geográficamente, puedan intercambiar bienes con otros lugares. Esto hace posible una mayor libertad a la hora de elegir la ubicación geográfica de los hogares y las empresas. Lo cual favorece, por ejemplo, un mejor reparto de la actividad económica entre las zonas urbanas y las zonas rurales.

En la figura 1.3.1 se muestra como el transporte de mercancías por carretera, es el mo-

do de transporte más utilizado dentro del territorio europeo (EU-28)². Aproximadamente la mitad de las t-km transportadas en Europa, se realizan por carretera, lo que supuso en 2013 aproximadamente 1.669 millones de t-km.

El sector del transporte de mercancía en general, y por ende en el que se realiza por carretera, está afectado por diversos factores externos, dentro de los cuales se pueden destacar los siguientes:

- La globalización, es un factor que ha repercutido significativamente sobre la demanda de transporte de mercancías. La fabricación es cada vez más especializada y fragmentada. Los fabricantes integran cada vez más componentes o piezas realizados por terceros, en muchas ocasiones provenientes de diferentes partes del mundo. Todo lo anterior ha provocado un aumento creciente de la demanda de servicios de transporte de mercancías.
- La alta dependencia de los combustibles procedentes del petróleo. En el transporte por carretera, afecta particularmente el aumento de los precios del gasóleo de automoción, especialmente desde finales del siglo pasado. En el caso de España, debido fundamentalmente a un aumento de la demanda de este tipo de combustible, así como a un aumento en la fiscalidad aplicable al gasóleo de automoción. En la figura 1.3.2 se observa la evolución del precio del gasóleo de automoción en España³.
- Mejora de la red viaria, especialmente en los últimos 20 años. La red de carreteras de España tiene, a 31 de diciembre de 2013, 165.361 km. Además de este viario, los ayuntamientos tienen a su cargo 489.698 km de los cuales 361.517 km son interurbanos⁴. España disponía en el año 2000 de 9.049 km de vías de gran capacidad (autopistas de peaje, libres y autovías), mientras que en el año 2012 contaba con un total de 14.701

²Fuente: EUROSTAT.

³Fuente: Ministerio de Industria, Energía y Turismo.

⁴Fuente: Ministerio de Fomento.

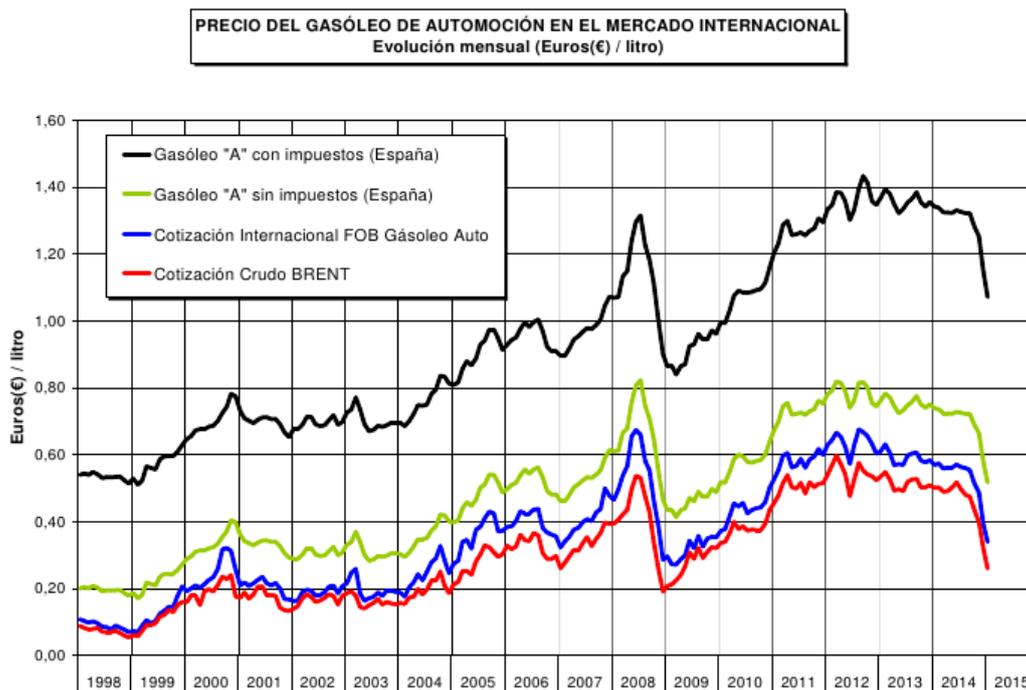


Figura 1.3.2: Evolución del precio del gasóleo de automoción de 1998 a 2015.

km, siendo el país de Europa con mayor longitud de vías de este tipo. El segundo país era Alemania con 12.879 km y Francia el tercero con 11.465 km⁵.

En España, el sector del “transporte terrestre (carretera y ferrocarril) y por tubería”, supuso en el año 2012 en torno al 2,15% del Valor Añadido Bruto (VAB) a precios básicos⁶. Según el Instituto Nacional de Estadística (INE), este mismo sector, durante el año 2013 tuvo un volumen de negocio de 31.610 millones de euros, generado por unas 108.180 empresas, que ocuparon a 307.047 personas de media en ese mismo periodo. Estos datos muestran una de las características del sector del transporte de mercancías por carretera en España, su alto nivel de atomización, con una ratio de aproximadamente 2,84 trabajadores por empresa, y una facturación promedio de unos 292.198 euros.

El trabajo realizado por [Vassallo et al. \(2014\)](#), aporta datos económicos relevantes del

⁵Fuente: EUROSTAT, “length of motorway”, datos de 2012, actualizados a 02/03/15.

⁶Fuente: Ministerio de Fomento. Observatorio de mercado del transporte de mercancías por carretera.

sector de transporte de mercancías por carretera, entre los que se encuentran los relativos a la recaudación fiscal del sector. Según este trabajo, el transporte de mercancías por carretera aportó 13.548,63 millones de euros, en impuestos y tasas durante el año 2012. Ese mismo año, el gasto en conservación de la red de carreteras interurbana fue de 1.445,71 millones de euros. Estos datos contrastan con los del transporte de mercancías por ferrocarril, que aportó ese mismo año en fiscalidad específica y cánones 98,11 millones, mientras que el gasto de mantenimiento de la red ferroviaria para este mismo año fue de 1.593,74 millones de euros. Por lo tanto, queda claro que el transporte de mercancía por carretera es capaz de cubrir los gastos de mantenimiento de la red de carreteras interurbanas, mientras que en caso del transporte de mercancías por ferrocarril no cubre los gastos correspondientes a la red ferroviaria. Ha esta misma conclusión llegó el estudio realizado por el Instituto Alemán de Investigación Económica (DIW), realizado en 2009, sobre los costes de infraestructura⁷ del transporte por carretera y del ferroviario en Alemania durante el año 2007, así como el grado de cobertura logrado por ambos medios de transporte. Según dicho estudio el transporte de mercancías por carretera cubría el 99 % de los costes de infraestructura de la red de carreteras, mientras que el tráfico ferroviario de mercancías cubría tan solo el 11 % de sus costes de infraestructura⁸.

Según la Encuesta Permanente de Transportes de Mercancías por Carretera (EPTMC), referidos al año 2014, los vehículos pesados, de más de 3,5 toneladas, autorizados para el transporte de mercancías por carretera realizaron 169 millones de operaciones de transporte⁹, trasladando 1.185 millones de toneladas y generando 196 mil millones de toneladas-kilómetro. Mientras que la distancia media de las operaciones de transporte fue de 108 kilómetros.

El parque de vehículos pesados autorizados para el transporte de mercancías por carretera

⁷Todos los costes financieros que comienzan desde la construcción, operación y mantenimiento de una infraestructura.

⁸Fuente: VDA (Verband der Automobilindustrie). Politikbrief 02/2009.

⁹Es el desplazamiento de una única clase de mercancía desde un lugar de origen, en el que se carga la mercancía, a uno de destino, en el que se descarga. Según esta definición, el desplazamiento en el mismo vehículo de dos clases diferentes de mercancías se considera dos operaciones de transporte distintas, siendo sólo uno el desplazamiento realizado por el vehículo.

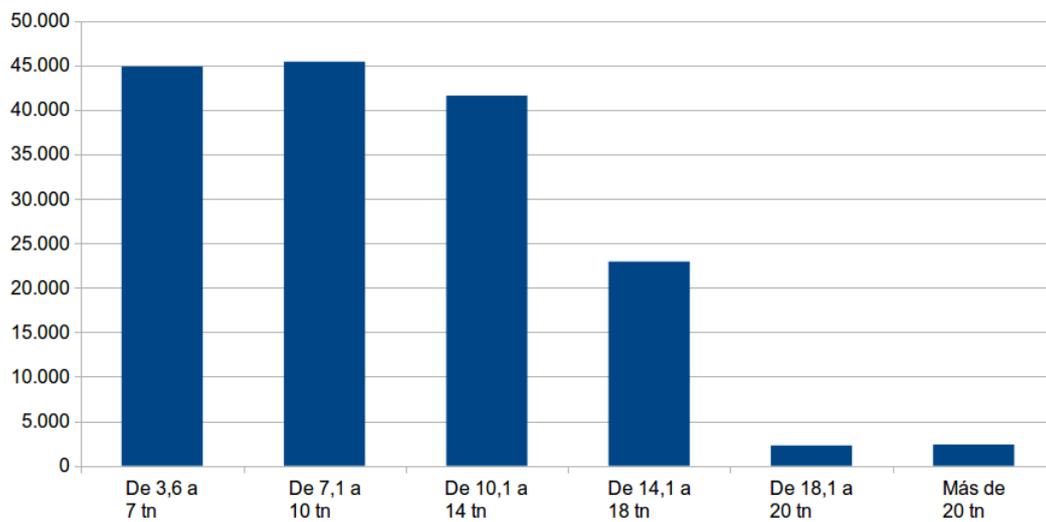


Figura 1.3.3: Parque de camiones rígidos autorizados para el transporte de mercancías por carretera en España (2014).

en España, en el año 2014, estaba formado por 302.037 vehículos¹⁰. Estos vehículos se dividen a su vez en dos grandes categorías:

1. Los camiones rígidos, constituían algo más de la mitad del parque total (52,78%), eran 159.425 vehículos. En la figura 1.3.3 se hace una clasificación de este tipo de vehículo, en función de su capacidad de carga.
2. Las vehículos denominados cabezas tractoras, que generalmente arrastran un semirremolque, constituían el resto del parque, 142.612 vehículos.

En Canarias, sin embargo, la distribución del parque de vehículos pesados era muy diferente. De un total de 12.856 vehículos pesados, el 86,83% eran camiones rígidos, mientras que las cabezas tractoras apenas llegaban a 1.693 unidades.

¹⁰Fuente: D. G. de Transporte Terrestre. Ministerio de Fomento. Datos a 31 de diciembre.

1.3.2. Contaminación ambiental producida por el transporte de mercancías por carretera.

El transporte en general tiene unos efectos peligrosos sobre el medio ambiente y las personas. Concretamente el transporte de mercancías por carretera, además de los accidentes de tráfico, genera un impacto sobre el medio ambiente, que incluye elementos tales como:

- El ruido, generado por los vehículos al circular, especialmente los que obtienen su energía de motores de combustión interna, generalmente gasoil de automoción.
- Emisión de contaminantes con efectos tóxicos sobre los ecosistemas y las personas, dentro de los que se destacan:
 - Gases de efecto invernadero, especialmente el dióxido de carbono (CO_2) y óxidos de nitrógeno (NO_X).
 - Dióxido de azufre (SO_2), principal causante de la lluvia ácida.
 - Monóxido de carbono (CO).
 - Hidrocarburos gaseosos de diverso tipo, denominados generalmente como compuestos orgánicos volátiles (COV).
 - Material particulado tipo hollín (PM).
- Ocupación del suelo de las infraestructuras de transporte por carretera.

Debido a los avances tecnológicos y a las regulaciones medioambientales, los vehículos son cada vez más eficientes y menos contaminantes. El consumo de combustible de los vehículos de transporte de mercancías, ha mejorado considerablemente en los últimos 40 años. En el caso de los vehículos comerciales pesados, (más de 3,5 toneladas de MMA), el consumo medio ha pasado de unos 50 litros/100 km en 1970, hasta unos 30 litros/100km en 2014¹¹.

¹¹Fuente: VDA (Verband der Automobilindustrie).

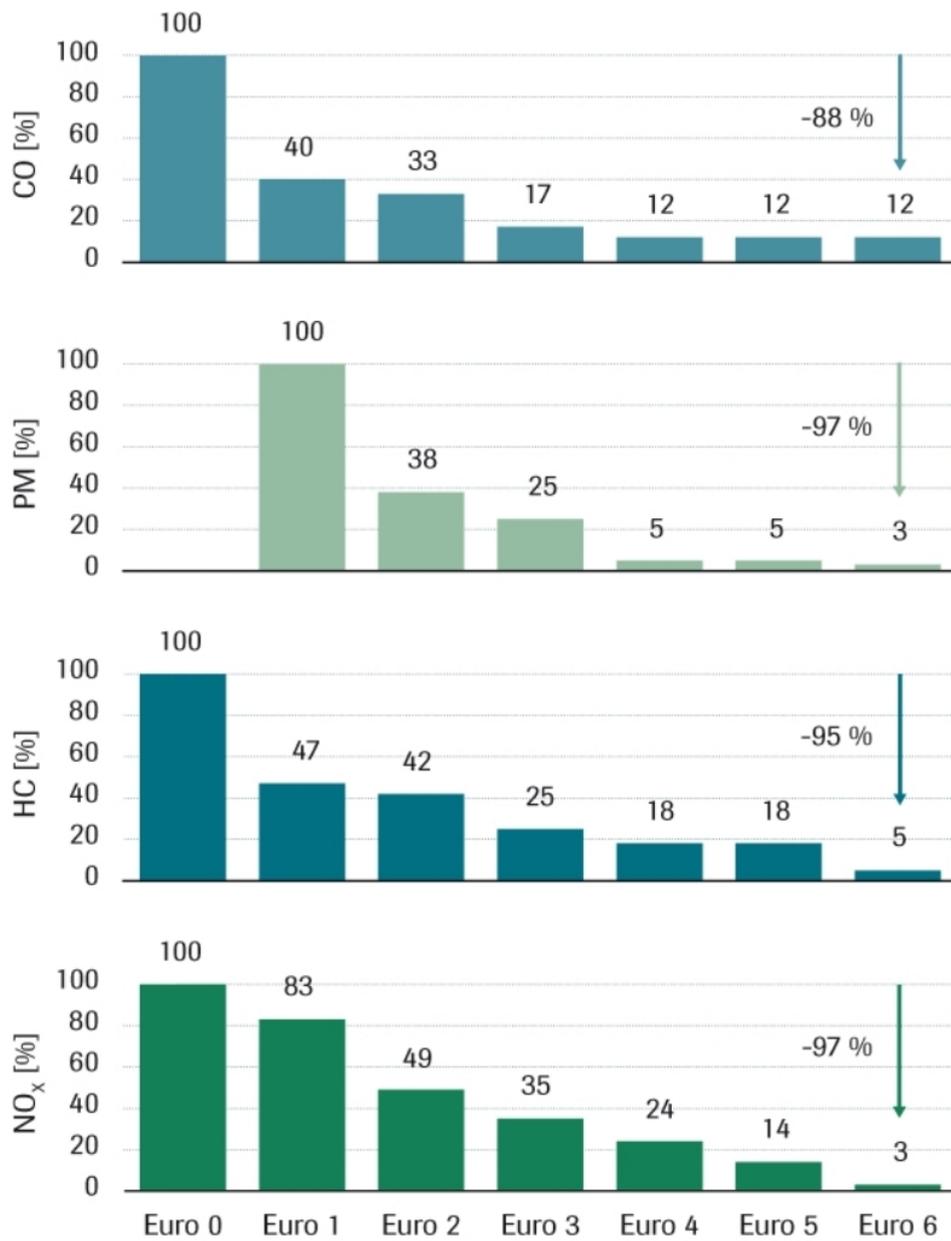


Figura 1.3.4: Reducción en la emisión de contaminantes para camiones pesados, según normativa europea.

En relación a la reducción en la contaminación producida por los camiones pesados, la figura 1.3.4 muestra claramente la reducción en los límites máximos de contaminación admitidos, en función de la reglamentación europea sobre la materia. Desde la entrada en vigor de la primera norma el 1 de octubre de 1990, denominada Euro 0, hasta la actual Euro 6, de fecha 1 de enero de 2014, se ha producido una drástica reducción en los límites máximos admisibles para gases y partículas contaminantes. La normativa europea controla los siguientes gases: Óxidos de Nitrógeno (NO_x), Monóxido de carbono (CO), Hidrocarburos (HC) y Partículas en suspensión (PM). En el caso de los camiones, las partículas en suspensión están relacionadas con la energía generada, por lo que son medidas en g/kWh. Sin embargo, hasta el momento, aunque pueda resultar sorprendente, estas normas no tienen en cuenta las emisiones de CO_2 .

En cuanto a la contaminación por CO_2 , generada por el transporte de mercancías por carretera, existen diferentes estimaciones al respecto. Una de ellas es la que proporciona el European Committee for Standardization (CEN), en el documento titulado “Common methodology for the calculation and declaration on energy consumption and greenhouse gas (GHG) emissions related to a transport service (of goods, passengers or both)”, en el cual establece el valor para la emisión de CO_2 en función del consumo de combustible del vehículo, para el caso del gasoil de automoción este valor estimado es de 2,9 kg de CO_2 /litro. Otra estimación, como la de la [Oficina Catalana de Cambio Climático \(2012\)](#), propone una ratio ligeramente inferior de 2,61 kg de CO_2 /litro. Asimismo, un estudio realizado por [Piecyk y McKinnon \(2010\)](#) en Gran Bretaña, sobre la contaminación por dióxido de carbono producida por el transporte de mercancía por carretera, proponía una ratio parecida de 2,63 kg de CO_2 /litro. Por lo tanto, para un camión actual con un consumo medio aproximado de 30 l/100km, se tendría un nivel supuesto de emisiones entre 0,87 y 0,783 kg de CO_2 /km.

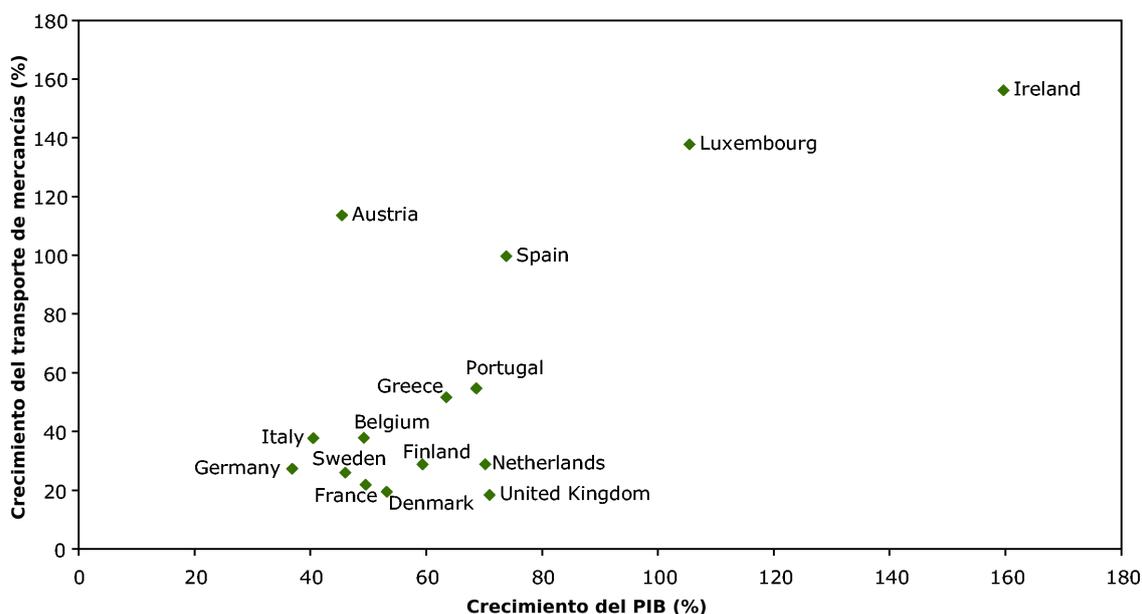


Figura 1.3.5: Relación entre el crecimiento del PIB y el transporte de mercancías para 15 países europeos, entre 1991 y 2002.

1.3.3. El futuro del sector del transporte de mercancías por carretera.

La evolución del sector vendrá en gran medida condicionada por el crecimiento económico previsto. Es bien conocida la relación entre el producto interior bruto (PIB) y el transporte de mercancías en los países, por ejemplo, en la figura 1.3.5 se observa dicha relación para el periodo 1991-2002, en 15 países de la Comunidad Europea¹².

Ante un escenario de crecimiento moderado de la economía en Europa, para los próximos años se espera que el transporte de mercancías, incluido el sector por carretera, siga creciendo. En la figura 1.3.6 se puede apreciar una proyección de este crecimiento estimado, según la Agencia Europea de Medio Ambiente (EEA).

A continuación, se resumen las principales líneas que marcarán el futuro del sector, especialmente en el ámbito europeo, durante las próximas décadas¹³¹⁴:

¹²Fuente: EUROSTAT.

¹³Road Transport - A change of gear. Publications Office of the European Union. European Union, (2012).

¹⁴VDA (Verband der Automobilindustrie). VDA's Commercial Vehicle Symposium 2015.

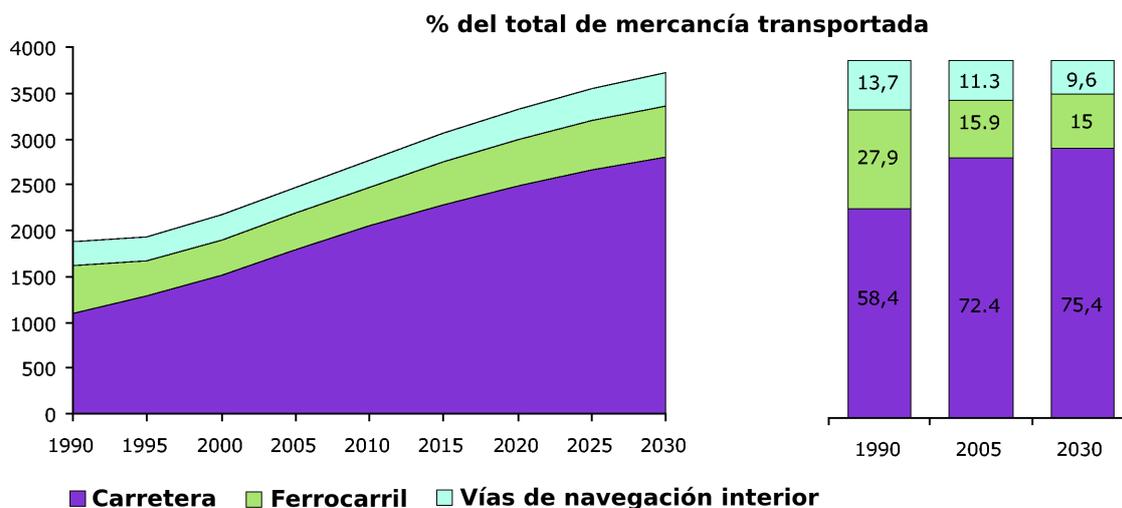


Figura 1.3.6: Crecimiento del transporte de mercancías entre 1990 y 2005, para distintos modos de transporte interior (EU-27).

- El transporte intermodal cobrará una mayor importancia. Debido a su flexibilidad, velocidad y capacidad para la entrega puerta a puerta, el transporte de mercancías por carretera seguirá siendo el medio más usado para los trayectos de hasta 300 km. Sin embargo, en el caso de los trayectos más largos, se realizarán principalmente usando un medio de transporte intermodal más ecológico con el que la mayor parte del trayecto se realizará por ferrocarril, por mar o vías interiores de navegación con un corto recorrido por carretera en el punto de origen y destino o en ambos.
- Mayor uso de camiones de mayor tamaño, especialmente en autopistas y vías de gran capacidad. Estos vehículos serán, en mayor medida, los encargados de realizar los trayectos de mayor distancia por carretera, hasta los centros logísticos situados en la periferia de las ciudades, cerca de las arterias principales de comunicación.
- En el transporte de mercancías dentro de los núcleos urbanos, irán cobrando cada vez más importancia los camiones eléctricos con baterías de gran capacidad. El uso de estos vehículos eléctricos dentro de los centros urbanos, no hará necesario que los camiones de grandes dimensiones requieran acceder al interior de las ciudades, lo que reducirá la

contaminación atmosférica y acústica. El uso de vehículos eléctricos, además de mejorar la calidad del aire debido a la reducción de las emisiones y el ruido del tráfico, permitirá reducir la congestión, dado que una parte de las entregas se podrán realizar en horario nocturno sin ocasionar molestias a los residentes.

- Las mejoras tecnológicas, (información de tráfico en tiempo real, sistemas de frenado perfeccionados, asistencia automática para el conductor, sistemas de control del comportamiento de los conductores, etc.), proporcionarán una mejora importante de la seguridad y la reducción de los siniestros en carretera.
- Los vehículos serán más eficientes, consiguiendo reducir los costes operativos por t-km. Las mejoras en el rendimiento aerodinámico y en la tecnología de los motores, proporcionarán mejoras en el consumo de combustible y la reducción del ruido. Se espera, por ejemplo, que el consumo medio de un camión fabricado en 2020 sea un 20% menor respecto a otro fabricado en 2005. Esta reducción en el consumo de combustible, lógicamente vendrá acompañada de una disminución en las emisiones contaminantes.
- El mayor uso de herramientas de optimización logística y navegación, como el sistema europeo de navegación por satélite, Galileo, permitirán reducir el tiempo y la distancia de los trayectos, proporcionarán información en tiempo real para minimizar la congestión y ofrecerán la posibilidad de hacer un seguimiento de los vehículos y cargamentos, además de evitar el robo de mercancías.
- El internet de las cosas, tendrá cada vez más importancia en el transporte de mercancías por carretera. Los vehículos y las infraestructuras de transporte estarán conectados, con mejores comunicaciones entre ambos.
- La conducción autónoma de camiones, especialmente en autopistas, aumentará la seguridad y las condiciones de trabajo de los conductores¹⁵.

¹⁵Un ejemplo es [Mercedes-Benz Future Truck 2025](#).

1.4. Eficiencia del transporte de mercancías por carretera.

Trasladar una mercancía de un lugar a otro, requiere el uso o consumo de una serie de recursos: energía, equipos de transporte, tiempo de trabajo, etc. Se podría decir que un transporte es más eficiente, cuanto menos recursos se empleen en su realización. El uso de estos recursos se traduce, a su vez, en unos costes económicos y medioambientales. Son muchas las variables que afectan al coste total del transporte de mercancías por carretera: la distancia recorrida, las características de la vía, la naturaleza de la carga, el tipo de vehículo y su estado, la velocidad a la que se circula, la fluidez del tráfico, los costes salariales, la manera de conducir, las condiciones meteorológicas, etc.

Por su especial relevancia en el transporte de mercancías por carretera, se describen a continuación algunas de estas variables, que serán posteriormente objeto de optimización durante el presente trabajo.

1.4.1. Influencia de la carga.

La carga a transportar tiene una especial importancia en el transporte de mercancía. Las características o naturaleza de la carga, como el peso, las dimensiones, la fragilidad, la durabilidad, la peligrosidad, etc., condicionan en gran medida el transporte a realizar.

Al aumentar el peso de la carga, aumenta también la resistencia a la rodadura del vehículo, lo que implica mayor consumo de energía. Además, una mayor pendiente incrementa la componente del peso paralela a la vía. Por lo tanto, cuanto mayor es el peso de la carga a transportar, mayor es el consumo de combustible, y por ende la contaminación generada durante el transporte. Sin embargo, cuanto mayor es la ratio de carga de un vehículo, menor es la energía específica requerida en relación a la carga y la distancia recorrida. Por consi-

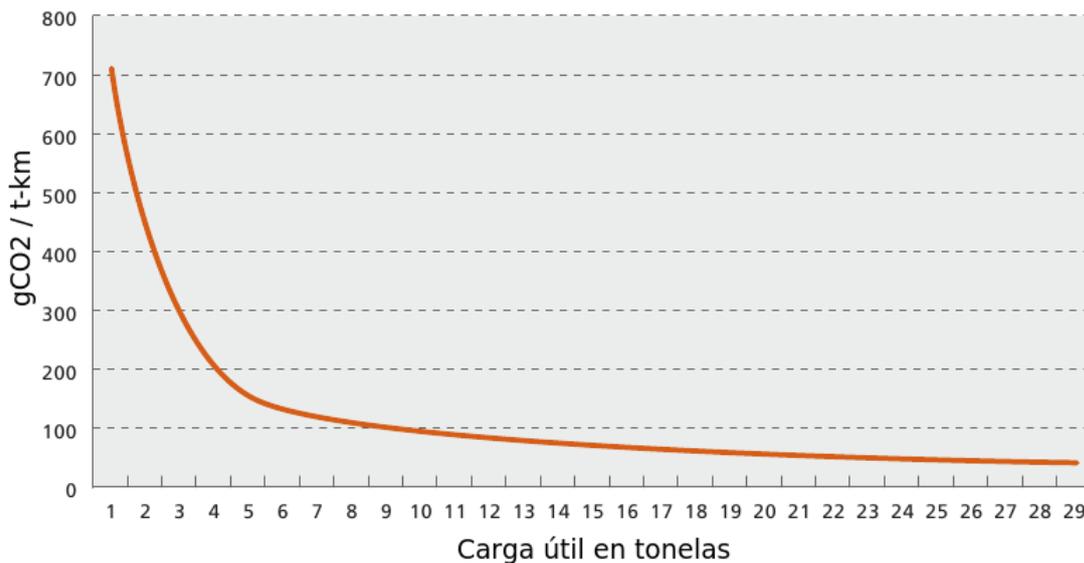


Figura 1.4.1: Emisiones de CO₂ / t-km, frente a la carga útil transportada.

guiente, al aumentar la carga útil del vehículo, se obtiene una mejor relación entre el consumo de combustible y las emisiones generadas por tonelada transportada y kilómetro (t-km). Un ejemplo de ello se muestra en la figura 1.4.1, extraída del trabajo realizado por [McKinnon y Piecyk \(2010\)](#), para un camión de 44 toneladas, donde se puede observar como se reducen las emisiones de CO₂ por t-km, especialmente en el tramo entre 1 y 5 toneladas de carga útil.

Además hay que considerar el efecto provocado por los periodos en los cuales el vehículo circula en vacío, sin carga útil. Durante el transporte en vacío, el vehículo está consumiendo recursos y contaminando, sin realizar un transporte de carga útil. Desde este punto de vista, es importante limitar los recorridos en los que el transporte se realiza en vacío. Siguiendo con el ejemplo anterior, si se añade el efecto producido por los recorridos en vacío, en la figura 1.4.2 se puede apreciar como aumentan las emisiones de CO₂ en relación a las t-km, cuando se reduce la carga útil transportada y se aumenta el porcentaje recorrido en vacío.

Lógicamente, lo dicho anteriormente sería igualmente válido para el consumo de combustible. Por lo tanto, se trata de reducir en lo posible la capacidad ociosa de los vehículos de

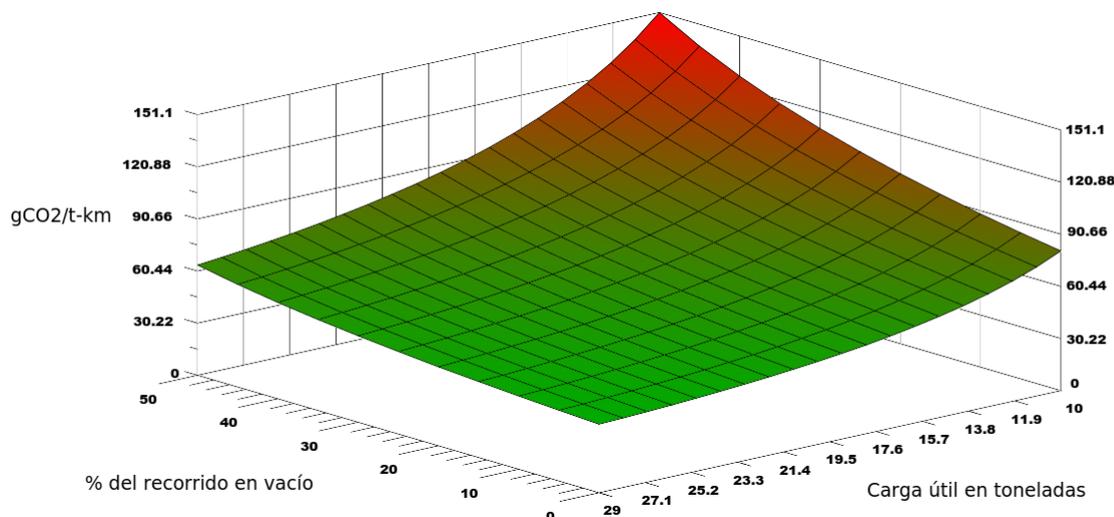


Figura 1.4.2: Emisiones de CO₂ / t-km, en relación a la carga útil transportada y el porcentaje de trayecto circulando en vacío.

transporte de mercancías. Esto es posible, en ocasiones, mediante el empleo de una flota de vehículos heterogénea, que se adapte mejor a la demanda y características de la mercancía a transportar. De igual modo, en el caso de servicios de transporte donde existan entregas y recogidas de mercancía, se facilita el uso de la capacidad de los vehículos, aumentando notablemente la carga media útil transportada durante una ruta completa. Tanto la heterogeneidad de los vehículos, como la gestión de rutas con entrega y recogida serán dos de los temas a tratar en el presente trabajo de investigación.

En Europa casi el 25% del total de los trayectos, se realizan sin carga¹⁶. En España, durante el año 2014, de las casi 169 millones de operaciones de transporte realizadas, el 44% corresponde a “operaciones en vacío”, es decir, son desplazamientos realizados sin mercancías entre un lugar de descarga y otro de carga¹⁷. Esto supone más de 74 millones de operaciones de transporte, en las que el desplazamiento del vehículo no se aprovechó para transportar algún tipo de mercancía. Además, de producir, como se ha visto anteriormente, un aumento

¹⁶Fuente: Road Transport - A change of gear. Publications Office of the European Union. European Union, (2012).

¹⁷Fuente: Encuesta Permanente de Transporte de Mercancías por Carretera (2014). Ministerio de Fomento.

considerable en el consumo de combustible y emisiones generadas, en relación a las toneladas por kilómetro transportadas.

Desde el punto de vista de las características físicas de la carga, la capacidad máxima del vehículo puede ser alcanzada por el peso de la carga o por sus dimensiones. Cuando la carga se puede apilar, el aprovechamiento de la capacidad de carga del vehículo se estudia como un problema de empaquetado en tres dimensiones. Sin embargo, cuando no es posible apilar los elementos a transportar, la cuestión se aborda como un problema de empaquetado en dos dimensiones. En la figura 1.4.3 se muestra un esquema con las características físicas de la carga, en relación al grado de utilización de la capacidad del vehículo.

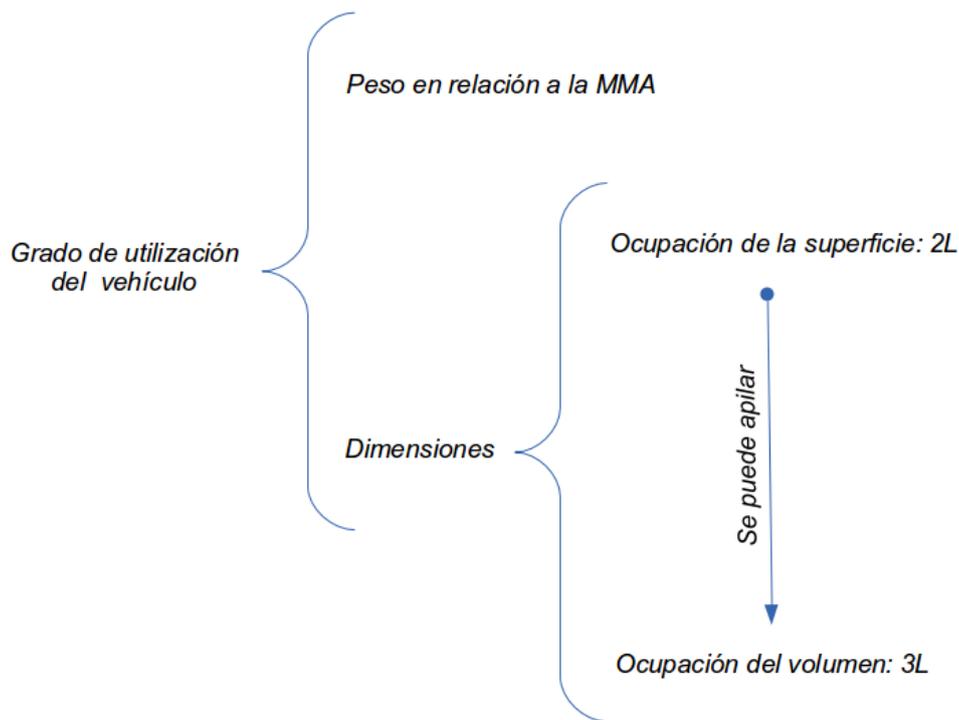


Figura 1.4.3: Características de la carga en relación al grado de utilización de la capacidad de carga del vehículo.

De lo expuesto anteriormente, se puede concluir que la eficiencia del transporte está directamente relacionada con la mejora de la utilización de la capacidad de carga del vehículo. Y este será uno de los aspectos fundamentales en el presente trabajo de investigación.

1.4.2. Influencia del recorrido.

Las características del recorrido escogido, como la distancia, la orografía de la ruta, el tipo de vía y su estado, etc., condicionan en gran medida los costes asociados al transporte de la mercancía.

Generalmente se suele prestar más atención a la distancia, sin embargo en ocasiones el tipo de vía u otras características, pueden hacer más eficiente la elección de recorridos alternativos de mayor distancia aunque más rápidos o con menores costes asociados.

En el caso del tipo de vía, no es lo mismo que el vehículo circule por una autopista o autovía que por una carretera local. Lógicamente, las vías rápidas suelen permitir costes más bajos por t-km. Algunos trabajos como el realizado por [Combes y Lafourcade \(2005\)](#) sobre la red viaria francesa, ponen de manifiesto la magnitud de esta influencia.

La orografía y el trazado de la carretera, son características que inciden en los costes del transporte. Las vías que siguen un trazado sinuoso, con continuas pendientes ascendentes y descendentes, o con mayor incidencia de tramos curvos, suponen un mayor consumo de combustible y reducen la velocidad media del trayecto.

Por otra parte, las vías con un pavimento irregular o en mal estado, aumentan el rozamiento y obligan a reducir la velocidad, lo que también ocasiona mayores costes para el transporte.

Por consiguiente, si bien es cierto que la distancia a recorrer es un factor de primer nivel a tener en cuenta, a la hora de confeccionar el itinerario del vehículo, conviene tener presente otras características del recorrido que también influyen en el coste final del transporte de mercancías por carretera.

1.4.3. Influencia del tipo de vehículo.

Generalmente, cuanto mayor es la capacidad de carga de un vehículo, mayor es su tasa de consumo de combustible. Sin embargo, al aumentar la capacidad de carga, suele producirse una mejora en la relación entre el consumo de combustible y las toneladas por kilómetro transportadas. En la figura 1.4.4 se puede apreciar un ejemplo ilustrativo, confeccionado a partir de datos suministrados por [Leonardi et al. \(2008\)](#), según estadísticas del transporte de mercancías en Francia durante el año 2004.

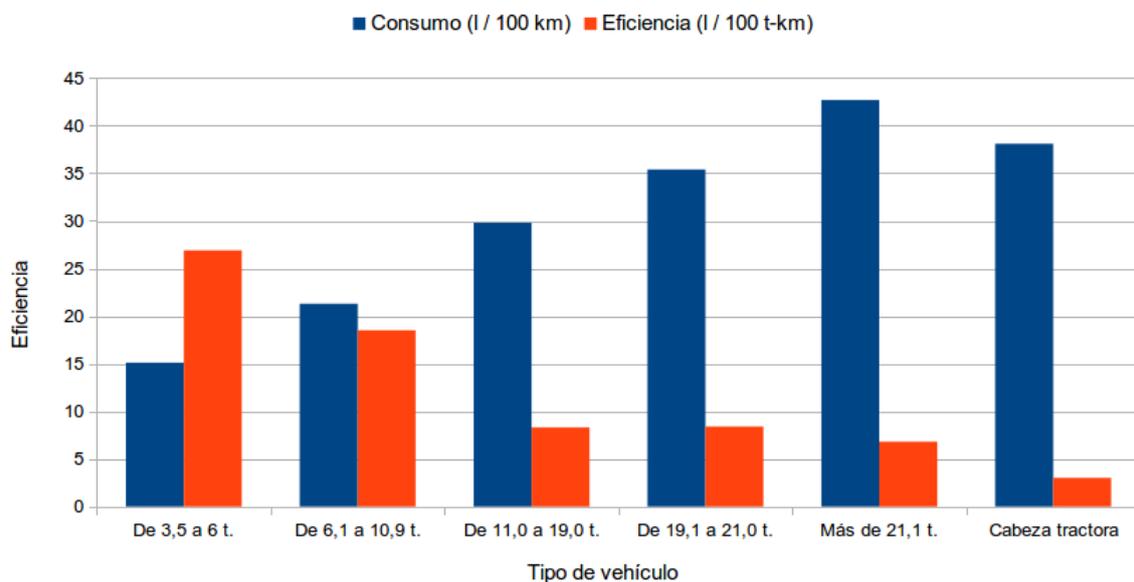


Figura 1.4.4: Consumo de combustible y eficiencia en relación al tipo de vehículo (Francia 2004).

Conviene por tanto, disponer de un vehículo que se adapte a las características de la carga a transportar. Es decir, un vehículo en el que se utilice el máximo de capacidad útil del vehículo, y cumpla con las limitaciones impuestas por las infraestructuras de transporte.

Siguiendo este mismo criterio, cuando una empresa de transportes planifica las características de su flota de vehículos, parece lógico considerar un cierto grado de heterogeneidad. Esta

diversidad facilita la adaptación de la flota a la naturaleza de la carga a transportar y permite mejorar la eficiencia del transporte.

1.5. Optimización de rutas de transporte.

1.5.1. Antecedentes.

El interés de la humanidad por encontrar las mejores rutas de transporte, no es sin lugar a dudas una cuestión reciente. Desde la antigüedad, el ser humano ha tratado de buscar el mejor camino o sendero, para el transporte de personas, animales, bienes o mercancías. Incluso en el mundo animal se pueden encontrar multitud de ejemplos, desde insectos como las hormigas hasta las aves migratorias, en los que una especie debe afrontar un problema de transporte.

Desde el punto de vista científico, uno de los primeros trabajos documentados sobre la materia data del siglo XVIII, donde Leonhard Euler trata el famoso problema de los 7 puentes de Königsberg. Posteriormente, en el siglo XIX, el irlandés W.R. Hamilton y el británico a T. Kirkman inventaron el denominado “Icosian Game”, que se considera el antecedente más importante del conocido como problema del viajante de comercio (Travelling Salesman Problem - TSP).

1.5.2. El problema del viajante de comercio (TSP).

Es uno de los problemas clásicos, dentro de la optimización combinatoria, relacionados con el transporte, sobre los que se ha realizado un mayor esfuerzo investigador.

En este problema, el viajante de comercio se encuentra en una ciudad específica, y se

dispone a visitar una relación de ciudades previamente establecida, en la que se conocen las distancias entre cada una de ellas y el resto. El objetivo del problema es encontrar la ruta óptima que, comenzando y terminando en la misma ciudad, pase una sola vez por cada una de las ciudades a visitar y minimice la distancia recorrida.

Aunque se trata de un problema sencillo, desde el punto de vista del modelo simplificado que plantea, ya que apenas considera restricciones en su resolución, su optimización resulta verdaderamente compleja cuando se incrementa el tamaño del problema. De hecho, desde el punto de vista de la teoría de la complejidad computacional, se trata de un problema NP-completo, véase [Karp \(1972\)](#). Esto significa que es poco probable que podamos encontrar un algoritmo para este problema con un tiempo de ejecución, que aumente como mucho polinómicamente con el tamaño del problema.

La persona interesada en profundizar sobre el tema, dispone de una extensa bibliografía para el estudio, dentro de la cual se encuentran obras de referencia como [Applegate *et al.* \(2011\)](#) y [Gutin y Punnen \(2002\)](#).

1.5.3. Múltiples viajantes de comercio (m-TSP).

El problema de los m -viajantes de comercio (m-TSP), se obtiene a partir de una generalización del modelo del viajante de comercio (Traveling Salesman Problem - TSP), donde m es un entero mayor a 1. En este problema, se construye una ruta para cada uno de los m viajantes de comercio (o vehículos), de tal forma que puedan ser visitadas n ciudades en total, (donde $n > m$). Al igual que en el TSP, cada cliente debe ser visitado exactamente una vez. Igualmente, cada ruta debe ser un camino cerrado en el que no se repite ninguna ciudad, o más genéricamente denominado vértice o nodo, a excepción de la primera que aparece dos veces como principio y fin de la ruta. La función objetivo es la minimización del coste o distancia total de

las m rutas.

Dada la relación entre el problema múltiple (m-TSP) y el problema básico (TSP), algunos trabajos sobre la materia resuelven el problema mediante una transformación del primero al segundo. Uno de los primeros trabajos en utilizar esta metodología, fue el publicado por [Bellmore y Hong \(1974\)](#), en el cual se pasaba de un problema m-TSP con n ciudades o nodos a un problema TSP conteniendo $m+n$ ciudades. Generalmente esta simplificación se realiza basándose en la metodología de dos fases, en la que primero se agrupan o asignan las ciudades y después se generan las rutas, comúnmente denominada cluster-first-route-second.

Al tratarse de una variante más completa o generalizada del problema del viajante de comercio, se adapta mejor a la resolución de casos reales o situaciones prácticas. En este sentido, el artículo de [Bektaş \(2006\)](#) hace una revisión de aplicaciones prácticas del m-TSP, así como de los métodos o procedimientos de resolución propuestos en la biografía publicada sobre la materia.

1.5.4. Problemas de rutas de vehículos (VRP).

Los problemas de rutas de vehículos, denominados generalmente en la literatura científica como Vehicle Routing Problems (VRP), son una generalización de los problemas anteriores. En este caso se trata de un conjunto o flota de vehículos que deben visitar a una relación de clientes geográficamente dispersos. Sin embargo, a diferencia del problema del viajante de comercio, en los problemas de rutas de vehículos se consideran las demandas de los clientes a visitar, es decir, se considera el transporte de mercancías desde los almacenes hasta los clientes.

El problema más básico de rutas de vehículos, es el denominado problema de rutas de vehículos con capacidad limitada, conocido generalmente por sus siglas en inglés CVRP, Ca-

pacitated Vehicle Routing Problem. Este problema fue descrito formalmente por primera vez en el artículo de [Dantzig y Ramser \(1959\)](#), quienes describieron una aplicación real de distribución de combustible a las estaciones de servicio. En términos generales, el problema de rutas de vehículos con capacidad limitada (CVRP) consiste en generar un conjunto de rutas, usando una flota de vehículos homogénea con capacidad limitada, con el fin de suministrar la demanda de unos clientes. De tal manera que la demanda total de los clientes a servir en cada ruta, no supere la capacidad del vehículo que la realiza. Al igual que en el TSP, cada cliente sólo puede ser visitado una vez, teniendo presente que los vehículos deben comenzar y terminar sus respectivas rutas en el mismo lugar, denominado generalmente depósito o almacén. El objetivo de la solución al problema es la minimización del costo de la distribución subyacente, en la que dicho costo está normalmente relacionado directamente con la distancia total recorrida por la flota de vehículos. En la figura 1.5.1 se muestra un ejemplo ilustrativo de una solución tipo con 3 rutas, 17 clientes y un depósito central desde el que se distribuye la mercancía a los clientes.

Por lo tanto, el problema del viajante de comercio (TSP), es un caso particular en el cual sólo existe un vehículo y donde la capacidad de carga del mismo es superior a la demanda total agregada de los clientes a visitar.

Partiendo del problema de rutas de vehículos con capacidad limitada (CVRP), se han ido desarrollando una gran cantidad de variantes del VRP. Estas variantes se obtienen mediante una generalización o extensión del problema básico, añadiendo nuevos atributos y restricciones al modelo. De esta forma, las nuevas variantes incorporan en su modelo aspectos relevantes de la realidad del transporte de mercancías, lo que permite abordar cada vez más casos prácticos. Esta evolución del VRP básico hacia problemas más complejos, pero con mayor capacidad para ser aplicados en situaciones reales, supone un enriquecimiento del modelo, con lo que en la literatura, en ocasiones, a estos nuevos tipos de problemas se los denomina Rich

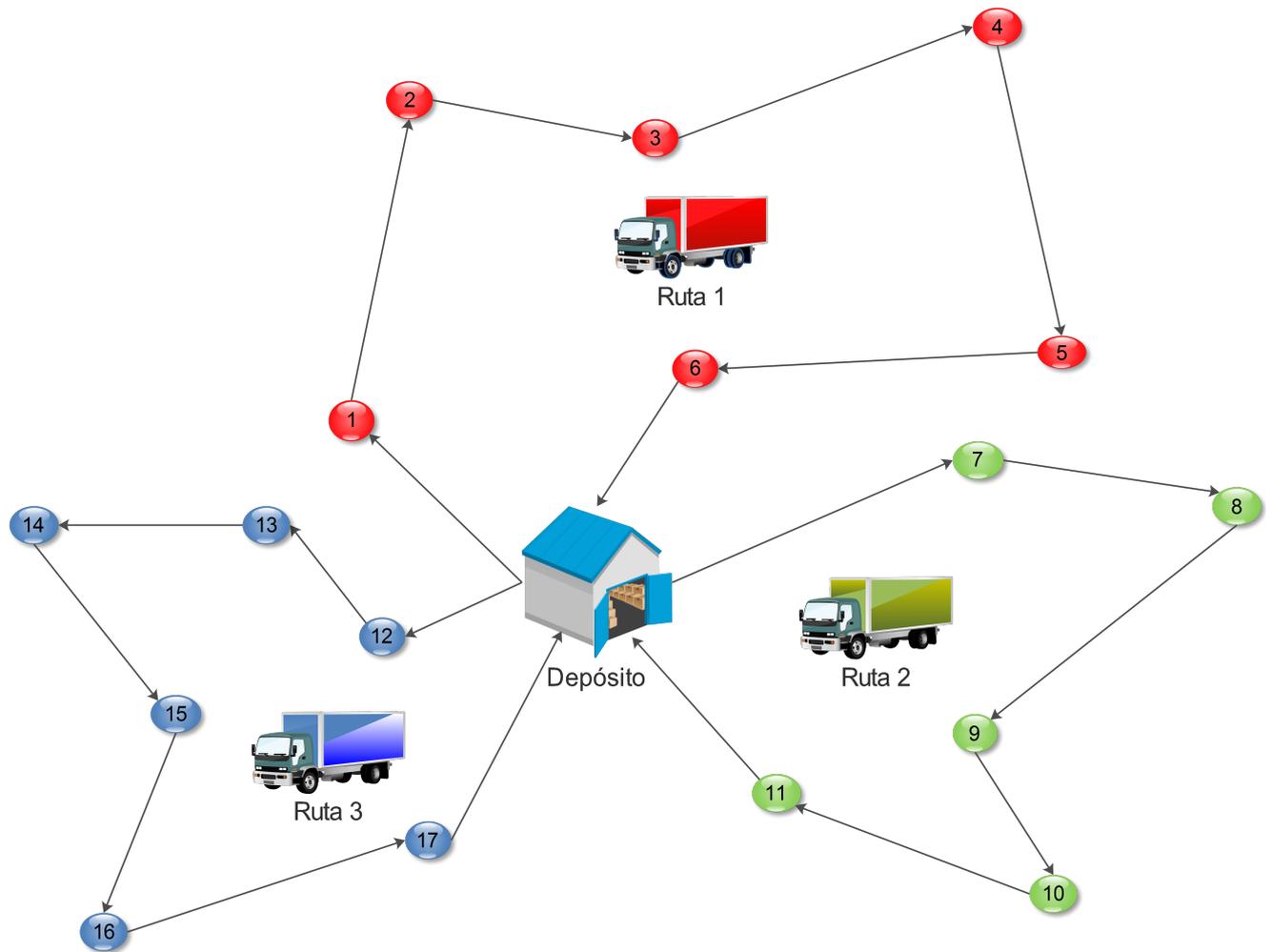


Figura 1.5.1: Ejemplo descriptivo del problema de rutas de vehículos (VRP).

Vehicle Routing Problems. Existen diversos trabajos que realizan una retrospectiva del problema de rutas de vehículos, así como de sus diferentes variantes, entre los que se encuentran los artículos de [Laporte \(2009\)](#) y [Laporte et al. \(2013\)](#), que lo hacen desde una perspectiva más generalista, mientras que el trabajo de [Caceres-Cruz et al. \(2014\)](#) se centra más en las extensiones del VRP con mayor enfoque práctico.

Por otra parte, en el caso de una aplicación práctica, se deberá desarrollar un modelo del problema que incluya aquellas extensiones que mejor se adapten a los objetivos y características del caso real a resolver.

En la tabla 1.1 se presentan a modo de ejemplo, algunas de las extensiones más importantes del problema de rutas de vehículos (VRP). Queda claro que el número de variantes del problema que se pueden obtener es casi ilimitado, si se considera la combinación de diferentes extensiones en un mismo problema.

Características del modelo afectadas	Descripción de la variante
Condiciones del servicio al cliente	Ventanas de tiempo para servir a cada cliente, pudiendo incluir también al depósito.
Condiciones del servicio al cliente	Los clientes requieren servicios de entrega y recogida de mercancía.
Condiciones del servicio al cliente	Es posible emplear más de un vehículo para servir la demanda del cliente.
Características de las rutas	El final de la ruta no tiene porqué ser el depósito (subcontratación del transporte)
Características de los vehículos	Existe una flota de vehículos heterogénea, con distintas características en cuanto a costes y capacidad.
Características de la mercancía y los vehículos	Además del peso o volumen total de la mercancía, se consideran sus dimensiones físicas.
Depósitos	Existe más de un depósito, desde donde salen y regresan los vehículos asignados al mismo.

Continúa en la siguiente página

Características del modelo afectadas	Descripción de la variante
Naturaleza de la información	Algunos datos del problema cambian dinámicamente en el tiempo, pudiéndose generar una nueva solución distinta de la inicial, durante la ejecución del servicio al cliente.
Naturaleza de la información	Algunos datos del problema tienen una componente de naturaleza estocástica, como la demanda de los clientes o el tiempo empleado en el transporte.
Red viaria	Las distancias o tiempos de recorrido entre dos nodos, dependen del sentido del trayecto realizado (asimetría de la red viaria).
Función objetivo	El objetivo del problema incorpora la minimización de la contaminación, el consumo de combustible o los gastos operativos del transporte. (Pollution-Routing Problem).

Tabla 1.1: Principales extensiones del VRP.

1.6. Problemas de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones.

En este trabajo de investigación se abordan varias extensiones del VRP, partiendo del problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones, denominado en la

literatura científica como Two-Dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem, (2L-CVRP). Se trata de un problema combinatorio complejo, que tiene su origen en la mezcla de otros dos problemas combinatorios NP-completos:

- El problema de rutas de vehículos con capacidad limitada, Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP).
- El problema de empaquetado o carga ortogonal en dos dimensiones, Two-Dimensional Orthogonal Packing Problem (2OPP).

La introducción de la restricción de carga en dos dimensiones (2L), al problema original CVRP, aumenta la complejidad del problema, reduciendo el espacio de soluciones posibles, al tiempo que aumenta los costes de la solución, ([Gendreau *et al.*, 2008b](#)).

El problema resultante, 2L-CVRP, básicamente consiste en buscar un conjunto de rutas para la flota de vehículos, de tal forma que se minimice el coste de transporte, cumpliendo las restricciones del problema CVRP, descritas en el apartado [1.5.4](#), e incluyendo la restricción de carga con limitación en dos dimensiones. En esta variante del VRP, la demanda de los clientes se define como un conjunto de artículos con un peso asociado, así como un ancho y un largo establecido para cada uno de ellos. Es decir, que se trata de artículos con una forma rectangular, que no pueden ser apilados o colocados uno encima del otro, debido a su fragilidad, peso o dimensiones. Teniendo en cuenta que, los artículos asignados a los vehículos no pueden solaparse, ni sobrepasar las dimensiones, largo y ancho, de la superficie rectangular de carga del vehículo. Igualmente, hay que tener presente que, para satisfacer los supuestos del CVRP, todos los artículos solicitados por un mismo cliente deben ser cargados en el mismo vehículo, ya que de otro modo no sería posible completar el pedido del cliente con un solo vehículo. En la figura [1.6.1](#) se presenta un ejemplo ilustrativo de una solución a un problema rutas de vehículos con limitación de carga en dos dimensiones (2L-CVRP), compuesto por 22

clientes, una demanda de 48 artículos y 4 vehículos.

Se puede inferir de lo anteriormente expuesto, que el coste de distribución de la mercancía está claramente influenciado por la forma en la que se asignan y colocan los artículos en los vehículos considerados. Por lo tanto, además de planificar la ruta, las personas responsables de organizar el transporte deben resolver al mismo tiempo el problema de carga asociado, lo cual supone un nivel de dificultad importante cuando no se cuenta con un soporte informático adecuado.

1.7. Motivación.

La eficiencia en las operaciones es un elemento de primer orden en casi cualquier empresa u organización. En los mercados competitivos, las empresas trabajan con márgenes muy ajustados. Esto obliga a buscar la mayor eficiencia posible, dado el marcado carácter darwiniano con el que funcionan estos mercados. Por consiguiente, la supervivencia en el medio y largo plazo de las empresas pasa por la mejora continua de la eficiencia, siendo este uno de los retos más importantes a los que se enfrenta cada día.

La investigación, desarrollo e innovación (I+D+i), constituye una herramienta muy potente en la mejora de la eficiencia y eficacia de las empresas. Sin embargo, parece que se genera una gran cantidad de conocimiento científico en el ámbito investigador, pero sólo una pequeña parte es aprovechado por las empresas, especialmente en el caso de las pequeñas y medianas empresas (PyMEs). Aunque esta situación parece haber mejorado en los últimos años, sigue existiendo una brecha importante entre el mundo de la investigación científica y el mundo de la empresa. Es decir, la transferencia de tecnología y conocimiento desde los ámbitos de investigación, (universidades y centros de investigación), hacia las empresas sigue siendo un aspecto con un gran potencial de mejora.

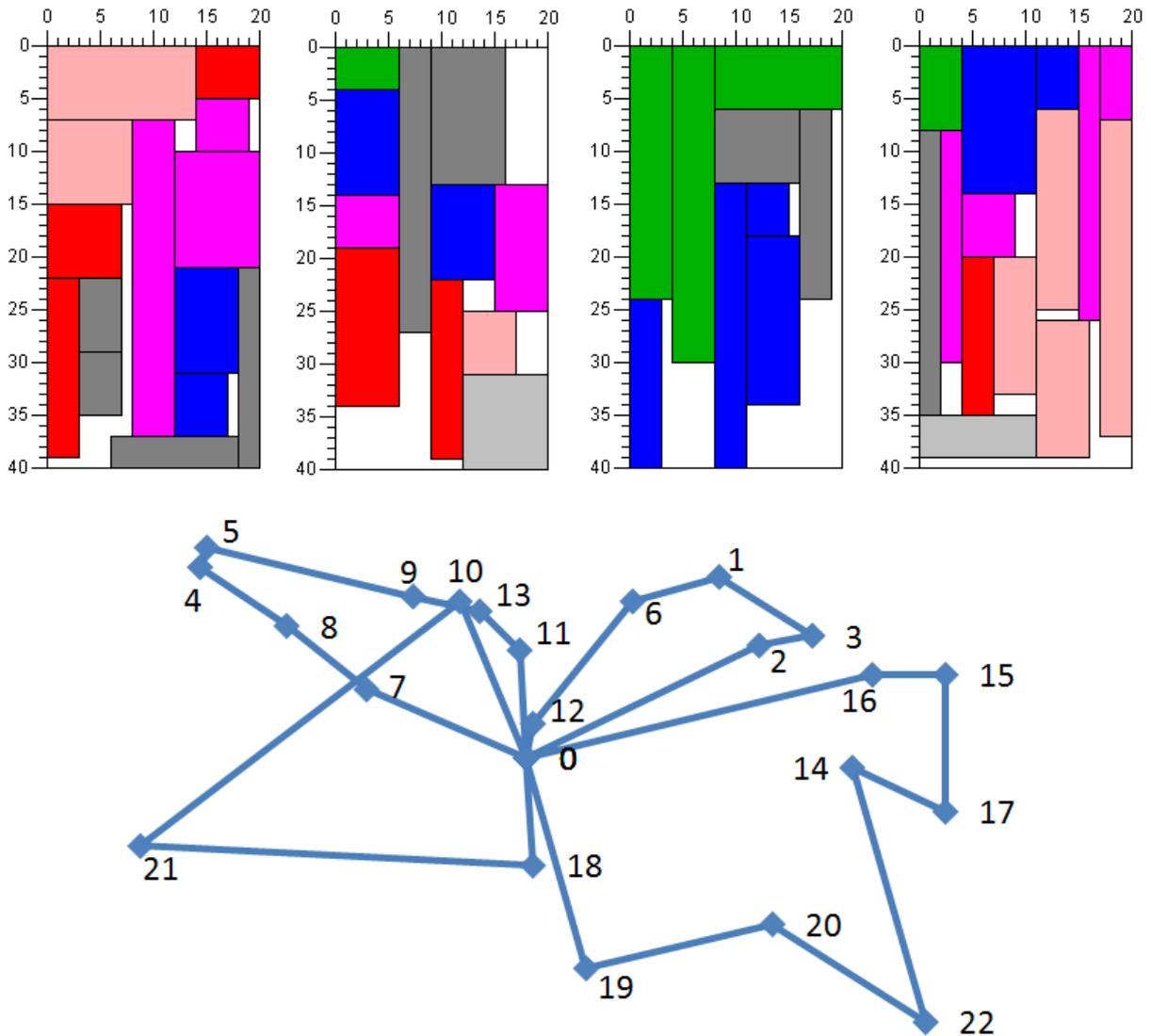


Figura 1.6.1: Gráficas de carga y rutas correspondientes a una solución ejemplo de un problema clásico del 2L-CVRP.

Este trabajo está inspirado o motivado por el caso real de una empresa de tamaño medio dedicada al alquiler de equipamiento industrial. Esta empresa denominada Máquinas Opein, (www.opein.com), distribuye periódicamente a sus clientes una gran variedad de equipos en alquiler, incluyendo plataformas aéreas de trabajo, grupos electrógenos, compresores, volquetes automotor, carretillas elevadoras, equipos de limpieza profesional, etc. El transporte de estos equipos supone un elemento fundamental en la prestación del servicio a sus clientes. Por lo tanto, resulta de gran interés el desarrollo de herramientas que ayuden a mejorar la gestión de los recursos de transporte, así como el nivel de servicio prestado.

Una característica esencial de estos equipos, desde el punto de vista del transporte, es la imposibilidad de ser apilados. De esta manera, los vehículos pueden ver limitada su capacidad de carga, cuando se supera su masa máxima autorizada o cuando la mercancía excede las dimensiones de la superficie de carga. Por lo tanto, conceptualmente, se trata de un problema de transporte con restricción de carga en dos dimensiones. Este mismo tipo de problema se puede encontrar en el transporte de otro tipo de bienes, especialmente cuando se trata de mercancías frágiles o voluminosas. Esta extensión del problema de rutas de vehículos, es una de las más recientes, fue abordada por primera vez en la tesis doctoral de Iori (2004), por lo que se trata de un tema novedoso sobre el que existe una escasa bibliografía.

La aplicación de herramientas informáticas en la optimización de problemas reales de transporte, se lleva realizando con éxito desde hace algunos años, aunque con mayor incidencia en las últimas dos décadas. Según Toth y Vigo (2001), el ahorro obtenido sobre el coste total del transporte, con el uso de este tipo de software, en Europa y Norte América, generalmente estaba entre el 5 y el 20%.

El interés por el tema a tratar en la presente tesis doctoral, nace de la posibilidad de investigar sobre herramientas que permitan mejorar la calidad de las soluciones para este tipo de problemas de transporte.

1.8. Objetivos.

El objetivo de esta tesis doctoral, es el desarrollo e implementación de algunas metaheurísticas eficientes, que ayuden a optimizar las soluciones a diferentes variantes del problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones. Entendiendo por metaheurística eficiente, aquella que obtiene una buena puntuación en las cuatro características fundamentales propuestas por [Cordeau *et al.* \(2002\)](#) para un algoritmo de este tipo. Estas cuatro características son:

- *La calidad de la solución obtenida.*
- *La velocidad de computación.*
- *La simplicidad*, relacionada con la facilidad de implementación y la robustez del algoritmo.
- *La flexibilidad*, relacionada con la capacidad del algoritmo para incluir, sin grandes dificultades, diferentes extensiones del problema de rutas de vehículos, facilitando su aplicación en la resolución de problemas reales.

De tal forma que, los algoritmos resultantes puedan ser usados posteriormente en el desarrollo de herramientas informáticas, que sirvan, a su vez, de soporte a los responsables de la planificación logística en la toma de decisiones, en situaciones reales que se correspondan con modelos complejos del problema de rutas con limitación de carga en dos dimensiones.

Capítulo 2

Estado del arte.

2.1. El problema de carga en dos dimensiones.

2.1.1. Introducción.

El problema de empaquetado en dos dimensiones, es uno de los problemas clásicos en optimización combinatoria, también considerado NP-completo. Probablemente el primer artículo relacionado con el tema fue el de [Gilmore y Gomory \(1961\)](#). Desde entonces se ha seguido investigando extensamente sobre este problema.

Por otra parte, sobre el problema general de corte y empaquetado, “cutting and packing”, se han realizado varias clasificaciones atendiendo a la tipología del problema, véase por ejemplo [Dyckhoff \(1990\)](#) así como [Wäscher *et al.* \(2007\)](#).

El problema clásico de carga en dos dimensiones, considera que los elementos a colocar, sobre una superficie rectangular de ancho W y largo H , son rectángulos de ancho w_i y largo h_i . Además, estos rectángulos deben ser colocados sin superposiciones, es decir, disjuntos, donde

$w_i \leq W$ y $h_i \leq H$. Cada uno de los rectángulos debe ser situado ortogonalmente, es decir con sus lados paralelos a los lados de la plataforma de carga, esta restricción de carga es conocida en la literatura científica como *orthogonal packing pattern*. Otra restricción asociada a la carga es la denominada *item clustering* (Iori *et al.*, 2007), en la cual todos los artículos de un mismo cliente deben estar colocados en el mismo vehículo. Esta condición es necesaria, ya que de lo contrario el cliente tendría que ser visitado por más de un vehículo (*split delivery*) lo cual incumple una de las restricciones del CVRP.

Por lo tanto, el problema consistente en determinar si la carga asignada al vehículo, un conjunto de rectángulos, puede ser colocada dentro del mismo, sobre una superficie rectangular, cumpliendo las restricciones de carga impuestas. Este problema es conocido en investigación operativa como *Two-Dimensional Orthogonal Packing Problem (2OPP)*. Este problema, es a su vez un subproblema de otras dos variantes del problema de empaquetado bidimensional, estas dos variantes son:

- *Two-Dimensional Bin Packing Problem (2BPP)*: Se trata de empaquetar un conjunto dado de elementos rectangulares, sin que se solapen, dentro del mínimo número de contenedores (*bins*), donde cada contenedor tiene el mismo tamaño $W \times H$. En este caso, cuando el número de contenedores es igual a 1, estaríamos en el caso del 2OPP.
- *Two-Dimensional Strip Packing Problem (2SPP)*: En el cual se tiene una superficie de carga de ancho W y longitud ilimitada (*strip*), y una serie de elementos rectangulares que deben colocarse sobre la superficie de carga, sin solapes y dentro del ancho W de la misma. La optimización consiste en colocar todos los elementos rectangulares sobre la superficie, consumiendo la menor longitud posible de la plataforma. Para el caso del 2L-CVRP, el problema consistiría en comprobar que los artículos a situar sobre la superficie de carga, que se obtiene de la solución propuesta por la parte de la ruta, no superen la longitud disponible del vehículo H , teniendo en cuenta el ancho W .

Existen algunos artículos que recopilan los trabajos publicados para cada una de estas variantes, entre ellos se pueden destacar los de [Lodi *et al.* \(2002\)](#) y más recientemente [Lodi *et al.* \(2014\)](#), para el caso del 2BPP, mientras que el artículo de [Riff *et al.* \(2009\)](#), hace una revisión del 2SPP.

Desde el punto de vista del problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones, existen otros conceptos que son relevantes, y que pueden conducir a una serie de restricciones en el patrón de carga de los vehículos, estos conceptos son:

- Carga orientada (OL): En este concepto se considera que los rectángulos a cargar tienen una orientación fija, por lo tanto deben ser colocados siguiendo dicha orientación, sin permitir que su rotación.
- Carga no orientada (RL): Es el caso contrario al anterior, por lo tanto si es posible rotar los artículos a cargar en $\pm 90^\circ$, con lo cual cada rectángulo dispone de dos posibles formas de colocación sobre la plataforma de carga del vehículo.
- Carga secuencial (SL): Es un tipo de restricción muy empleado en los problemas de rutas de vehículos con restricción de carga. En la bibliografía se pueden encontrar distintas denominaciones para este concepto, sequential loading, LIFO policy o rear loading son probablemente las más frecuentes. Supone una restricción relacionada con el orden en el que se distribuye la mercancía a los clientes, que depende a su vez del recorrido seleccionado. Es muy frecuente que los vehículos tengan accesible sólo uno de los lados del camión, normalmente la parte trasera, y no es posible o rentable reubicar la carga durante el trayecto. Por lo tanto, es necesario que los artículos solicitados por los clientes sean cargados en orden inverso al que se realiza la ruta de transporte, cargando en primer lugar los artículos del último cliente a visitar y en último lugar los artículos del primer cliente a visitar. Además esta carga debe ser tal que, la descarga de un artículo concreto de un cliente determinado nunca quede bloqueada por otro artículo de un

cliente diferente.

- Carga no restringida (UL): Al contrario que el caso secuencial, corresponde a un tipo de carga en el cual se permite reubicar los artículos durante la ruta, por lo tanto pueden ir colocados en cualquier orden sobre la superficie de carga, sin tener en cuenta la secuencia en la que se realiza la visita a los clientes, durante la ruta de transporte.

A partir de los conceptos anteriormente expuestos, relativos a las restricciones de carga, y siguiendo la clasificación realizada por [Fuellerer et al. \(2009\)](#), se obtiene una tipología con cuatro posibles subclases para la configuración de carga en dos dimensiones:

1. Carga orientada secuencial (2|SOIL).
2. Carga orientada no restringida (2|UOIL).
3. Carga no orientada secuencial (2|SRIL).
4. Carga no orientada y no restringida (2|URIL).

Como consecuencia de esta clasificación, aparecen cuatro versiones del problema de rutas de vehículos en dos dimensiones, en función de las cuatro configuraciones de carga descritas anteriormente. Generalmente la mayor parte de los artículos que han tratado el problema 2L-CVRP, han tratado las versiones con carga orientada, ya sea carga secuencial o no-restringida, es decir los casos 2|SOIL y 2|UOIL.

Según lo expuesto anteriormente, para poder generar una solución completa al problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones, se hace necesario chequear la viabilidad de la carga de los artículos sobre la plataforma del vehículo, considerando el peso y las dimensiones de los elementos a transportar. Para chequear la viabilidad de la carga sobre un vehículo, se suelen emplear varios métodos como, cotas inferiores, heurísticas específicas

o métodos exactos. En los siguientes apartados, se esbozan las características más importantes de cada uno de estos métodos.

2.1.2. Límites inferiores.

En los límites inferiores o lower bounds, se calcula una cota inferior para la solución a un problema de carga en dos dimensiones del tipo 2BPP ó 2SPP, considerando el conjunto de rectángulos que vamos a tratar de colocar sobre la plataforma rectangular de carga del vehículo. De esta forma, se pueden descartar de entrada aquellas configuraciones de carga que tengan una cota inferior mayor a uno, para el caso del 2BPP, o superior a H en el caso de considerar el problema 2SPP.

La ventaja de usar un límite o cota inferior, está en la rapidez de cálculo, sin un consumo importante de recursos computacionales, y la posibilidad de descartar configuraciones de carga no factibles, lo que reduce el espacio de búsqueda de soluciones factibles.

Algunos de los límites inferiores empleados en el chequeo de carga han sido los desarrollados por [Martello y Vigo \(1998\)](#), [Martello et al. \(2003\)](#) y [Carlier et al. \(2007\)](#) para carga orientada (OL), así como por [Dell'Amico et al. \(2002\)](#) para carga no orientada (UL). El lector interesado puede encontrar en el artículo de [Boschetti y Montalletti \(2010\)](#), una relación de los distintos tipos de límites inferiores para el problema 2SPP, mientras que [Serairi y Haouari \(2010\)](#) hace una recopilación de límites inferiores para el problema 2BPP.

2.1.3. Heurísticas y metaheurísticas aplicadas al chequeo de carga.

Existen heurísticas específicas para el 2BPP y el 2SPP, que pueden ser empleadas para comprobar la viabilidad de la configuración de carga en dos dimensiones (2OPP). Estas

heurísticas pueden ser consideradas como límites o cotas superiores (upper bounds), ya que la solución obtenida siempre será mayor o igual a la óptima.

En ocasiones se han empleado metaheurísticas que parten de una solución inicial calculada mediante una de las heurísticas mencionadas en el apartado anterior, para llegar a una solución mejorada. Principalmente se han empleado Algoritmos Genéticos (GA), aunque también se han usado la Búsqueda Tabú (TS) o Recocido Simulado (SA), véase por ejemplo el artículo publicado por [Bortfeldt \(2006\)](#). Para una revisión y comparativa de distintas heurísticas y metaheurísticas aplicadas al problema de empaquetado en dos dimensiones, es posible acudir a los trabajos de [Hopper y Turton \(2001a\)](#) y [Hopper y Turton \(2001b\)](#).

Generalmente a efectos de establecer un sistema de coordenadas que permita identificar la posición de los rectángulos sobre la superficie de almacenamiento, se parte de unos ejes cartesianos $X - Y$, donde el ancho de la plataforma de carga W coincide con el eje X , mientras que el borde lateral izquierdo coincide con el eje Y . De este modo el punto $(0,0)$ corresponde con la esquina inferior-izquierda de la superficie de carga.

En los siguientes apartados, se describen algunas de las heurísticas más conocidas y empleadas en los problemas de carga en dos dimensiones asociadas al 2L-CVRP. Sin embargo, existen muchas más heurísticas y variantes de las mismas. En el trabajo de [Jylänki \(2010\)](#), por ejemplo, se hace una recopilación y comparativa de las distintas heurísticas empleadas en la resolución del 2BPP.

2.1.3.1. Bottom-Left (BL).

Introducida por [Baker *et al.* \(1980\)](#), es probablemente la heurística más conocida y una de las más empleadas hasta el momento.

El algoritmo Bottom-Left (BL) utiliza como entradas el listado ordenado de los rectángu-

los a colocar sobre la superficie de almacenamiento, y coloca secuencialmente cada rectángulo sobre dicha superficie según el orden considerado. La estrategia de colocación sitúa primero el rectángulo en la posición superior-derecha de la superficie de carga y a continuación realiza movimientos sucesivos desplazando el rectángulo lo más abajo y a la izquierda posible. Un límite superior para este algoritmo respecto a los posibles patrones de carga, suponiendo un número n de rectángulos, y permitiendo su rotación, puede llegar a $2 \cdot n \cdot n!$, aunque en la práctica algunos de estos posibles patrones de carga son iguales (Jakobs, 1996).

La dificultad del problema es manifiesta, ya que la magnitud del espacio de búsqueda de este problema es mayor incluso a la del problema del viajante (TSP). Otra característica importante, es que si se ordena de mayor a menor ancho los rectángulos a colocar, donde el ancho w_i es paralelo al eje X , la longitud de plataforma obtenida al resolver el algoritmo, es menor o igual a 3 veces el valor óptimo de la longitud para el problema 2SPP.

Se han realizado diferentes implementaciones del algoritmo base para mejorar su rendimiento, entre ellas destacan las de Jakobs (1996) y la de Liu y Teng (1999). Dichos artículos utilizan el Bottom-Left dentro de metaheurísticas basadas en algoritmos genéticos. El trabajo de Liu y Teng (1999) mejoró el algoritmo de Jakobs (1996), dando prioridad al movimiento descendente sobre el movimiento hacia la izquierda. Además, es importante señalar que, a diferencia del método de Jakobs (1996), este algoritmo asegura que para al menos una secuencia de ordenamiento de los rectángulos de todas las posibles, se puede llegar al óptimo. Este algoritmo tiene una complejidad de tiempo de orden $O(N^2)$.

2.1.3.2. Bottom-Left-Fill (BLF).

Es una versión modificada de la heurística de colocación Bottom-Left. Esta heurística fue propuesta por primera vez por Chazelle (1983). Este algoritmo a diferencia del BL, almacena

un listado con las posiciones posibles para el siguiente rectángulo a colocar, según un orden fondo-izquierda (Bottom-Left). Al colocar un nuevo rectángulo, el algoritmo trata de colocarlo en la posición más baja y a la izquierda disponible, y posteriormente comprueba si se produce algún solape con cualquier otro rectángulo colocado anteriormente. Si existe algún solape, se pasa a la siguiente posición disponible hasta que no exista ninguna superposición. Este algoritmo, a diferencia de BL, es capaz de llenar los huecos que se generan durante el proceso de carga con rectángulos que se colocan posteriormente debido a que mantiene las posiciones disponibles almacenadas.

Es importante reseñar que tanto, BL como BLF son algoritmos que están influenciados de manera decisiva por la forma en la que se ordena la secuencia de rectángulos a colocar, y que para una misma secuencia de entrada siempre se obtiene el mismo resultado de configuración de carga. Según [Hopper y Turton \(2001a\)](#), BLF supera en rendimiento a BL hasta en un 25 %, e incluso, si se ordenaba la secuencia de rectángulos según un ancho decreciente o un largo decreciente, el rendimiento de ambos algoritmos aumentaba hasta un 10% comparado con una ordenación aleatoria. Es importante destacar, que BLF tiene un orden de tiempo $O(N^3)$, superior por lo tanto a BL.

Probablemente, Bottom-Left-Fill junto con Touching Perimeter Algorithm son los algoritmos más usados hasta el momento, como heurísticas de comprobación de carga en el problema 2L-CVRP.

2.1.3.3. Best Fit (BF).

Esta heurística desarrollada por [Burke et al. \(2004\)](#), a diferencia de BL y BLF, no sigue un orden de colocación secuencial, por el contrario selecciona dinámicamente el próximo rectángulo a colocar que mejor se ajusta al espacio disponible que se encuentra más al fondo. De

esta forma no está influenciado por el orden de la secuencia de entrada de los rectángulos a colocar. Este algoritmo va dejando únicamente los huecos que no puede ir rellenando con los rectángulos disponibles, pero a diferencia de BLF, estos huecos que no pueden ser rellanados se pueden “olvidar”. Otra característica importante de Best Fit, respecto de BL y BLF, es que no requiere comprobar para cada rectángulo colocado las posibles superposiciones que se pudieran producir. Por todo lo anterior, este algoritmo obtiene generalmente mejores resultados que BL ó BLF, e incluso que algunas metaheurísticas.

Una implementación mejorada del algoritmo Best Fit fue realizada por [Imahori y Yagiura \(2010\)](#), haciendo uso de árboles de búsqueda binarios y de estructuras especiales para el almacenamiento de la información, consiguiendo un orden de complejidad de tiempo $O(n \cdot \log n)$ donde n es el número de rectángulos a colocar.

2.1.3.4. Touching Perimeter.

Este heurística originalmente propuesta por [Lodi *et al.* \(1999\)](#), sitúa cada rectángulo en una posición factible que maximice la fracción del perímetro en contacto con otros rectángulos o con los bordes de la superficie de carga. Como se comentó anteriormente, este algoritmo y alguna de sus variantes han sido empleadas en diversas ocasiones como heurística para la comprobación de la viabilidad de la carga.

2.1.4. Métodos Exactos.

Los métodos exactos han sido menos usados que los algoritmos heurísticos o metaheurísticos, para resolver el problema de carga ortogonal en dos dimensiones (2OPP), entre ellos destacan los de [Clautiaux *et al.* \(2007b\)](#), [Fekete *et al.* \(2007\)](#) y [Côté *et al.* \(2014\)](#). Con ellos se pueden obtener soluciones exactas, hasta un cierto tamaño de instancias, a costa de un mayor

consumo de recursos computacionales. Generalmente se suelen usar los métodos de Ramificación y Acotamiento (Branch and Bound), o Ramificación y Corte (Branch and Cut), aunque en ocasiones se combinan con límites inferiores o métodos heurísticos, que se ejecutados primero, para reducir el esfuerzo de cálculo.

En el caso del 2BPP, se han propuesto diferentes métodos exactos como, por ejemplo, en los artículos de [Martello y Vigo \(1998\)](#) y [Clautiaux *et al.* \(2007a\)](#). También existen diversos trabajos realizados para el 2SPP, basados en métodos exactos, entre los que se encuentran los publicados por [Kenmochi *et al.* \(2009\)](#), donde se analizan las dos variantes con y sin rotación, así como [Boschetti y Montaletti \(2010\)](#).

2.2. El problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones.

En los últimos años, las nuevas variantes del problema de rutas de vehículos (VRP), que combinan restricciones clásicas con otras extraídas de casos reales, han atraído un creciente interés de la comunidad científica, en esta línea los trabajos de [Caceres-Cruz *et al.* \(2014\)](#) y [Lahyani *et al.* \(2015\)](#) recopilan muchos de los artículos publicados con un mayor énfasis en situaciones reales. Algunas de estas nuevas variantes incluyen incluso cuestiones ambientales, véanse por ejemplo los artículos de [Bektaş y Laporte \(2011\)](#), [Demir *et al.* \(2014\)](#) y [Juan *et al.* \(2014\)](#).

Otras variantes han aparecido a partir de la inclusión de restricciones de carga, al problema básico o alguna de sus extensiones. En la publicación realizada por [Wang *et al.* \(2009\)](#), se hace un repaso a los principales trabajos sobre problemas de rutas de vehículos con restricciones de carga. También es posible encontrar una visión sistemática del problema VRP combinado con

restricciones de carga, en el artículo de [Iori y Martello \(2010\)](#)

Una de estas nuevas extensiones, con grandes posibilidades de aplicación práctica, es el problema ruta de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones, conocido por las siglas 2L-CVRP. Esta nueva variante fue abordada por primera vez en [Iori \(2004\)](#), véase el apartado 1.6 para una introducción al 2L-CVRP. Posteriormente, [Iori et al. \(2007\)](#) publicaron el primer artículo sobre la materia, en el cual se propone un método exacto para resolver el problema. En este trabajo, se resuelve solamente el caso de la variante secuencial orientada (sin rotación), 2ISOIL, empleando el método de Ramificación y Corte (Branch-and-Cut) para minimizar el coste del problema de rutas considerando las restricciones de carga. Este método se apoya en una heurística constructiva específica, para mejorar el rendimiento global de la parte del algoritmo correspondiente a las rutas. Sin embargo, para resolver el problema de carga bidimensional (2OPP), se utilizan distintas herramientas, ejecutadas de forma secuencial, siguiendo un orden de menor a mayor consumo de recursos computacionales. En primer lugar se emplea una cota inferior ([Martello y Vigo, 1998](#)), un límite superior mediante obtenido a partir de una heurística basada en el algoritmo bottom-left (BL), y si ambos límites no son efectivos para el chequeo de la carga, se ejecuta un método exacto del tipo Ramificación y Acotamiento (Branch-and-Bound).

En este mismo trabajo se propusieron un conjunto de instancias a resolver para el 2L-CVRP, a partir de instancias clásicas del CVRP. Además se definieron 5 clases, en función de la forma en la que se generan los artículos asociados con cada cliente, véase tabla 2.1. La clase 1, está compuesta únicamente por artículos con forma de cuadrado de lado 1. Para el resto de clases se crearon tres tipos de formas, cada una de ellas dispone de un rango de posibles valores para el ancho y el largo. A cada artículo individual de las clases 2 a 5, se le asignó uno de los tres tipos de forma, cada uno de ellos con la misma probabilidad. Una vez escogida la tipología, se generan las dimensiones del artículo en cuestión, tomando un

valor dentro del intervalo correspondiente para el ancho y el largo, usando una distribución de probabilidad uniforme. Es interesante reseñar, que la asignación de pesos a los artículos se realizó sin correlación entre el tamaño de los elementos a transportar y el peso asignado, para hacer un poco más complicada la resolución de los casos propuestos. El trabajo de [Iori et al. \(2007\)](#) parte de 12 instancias clásicas del CVRP, que al combinarse con las 5 clases anteriormente mencionadas generan 60 nuevas combinaciones instancias-clases para el 2L-CVRP. El algoritmo de [Iori et al. \(2007\)](#) llega a resolver instancias de hasta 35 clientes y 114 artículos o elementos a transportar. No obstante, existen problemas de menor tamaño que todavía no han sido resueltos por métodos exactos. De hecho, en el artículo de [Iori y Martello \(2010\)](#) se hace referencia a una instancia¹ con solo 29 clientes y 43 elementos que no había sido todavía resuelta mediante métodos exactos.

Clase	m_i	Vertical		Homogéneo		Horizontal	
		h_{il}	w_{il}	h_{il}	w_{il}	h_{il}	w_{il}
1	1	1	1	1	1	1	1
2	[1, 2]	[0, 4 - 0, 9]H	[0, 1 - 0, 2]W	[0, 2 - 0, 5]H	[0, 2 - 0, 5]W	[0, 1 - 0, 2]H	[0, 4 - 0, 9]W
3	[1, 3]	[0, 3 - 0, 8]H	[0, 1 - 0, 2]W	[0, 2 - 0, 4]H	[0, 2 - 0, 4]W	[0, 1 - 0, 2]H	[0, 3 - 0, 8]W
4	[1, 4]	[0, 2 - 0, 7]H	[0, 1 - 0, 2]W	[0, 1 - 0, 4]H	[0, 1 - 0, 4]W	[0, 1 - 0, 2]H	[0, 2 - 0, 7]W
5	[1, 5]	[0, 1 - 0, 6]H	[0, 1 - 0, 2]W	[0, 1 - 0, 3]H	[0, 1 - 0, 3]W	[0, 1 - 0, 2]H	[0, 1 - 0, 6]W

Tabla 2.1: Clases usadas para la generación de los artículos a cargar.

Dado que estos límites pueden no ser suficientes para algunos casos prácticos, con el fin de abordar problemas de mayor tamaño, también se han propuesto varias heurísticas y metaheurísticas para el 2L-CVRP. El siguiente trabajo publicado sobre la materia fue el realizado por [Gendreau et al. \(2008a,b\)](#), en el cual se empleaba un algoritmo de Búsqueda Tabú (TS), para carga orientada tanto secuencial como no restringida, 2|SOIL y 2|UOIL respectivamente. Se incorporaron 24 nuevas instancias de mayor tamaño, a partir de las clásicas del CVRP, llegando a un total de 36 instancias, que al combinarlas con las 5 clases suponen 180 instancias-clases, (con un máximo de 255 clientes y 786 artículos para la instancia 36 y clase 5).

¹Se llama *instancia* a cada uno de los casos o problemas concretos propuestos en la literatura científica, relativos a una variante específica del VRP.

[Zachariadis et al. \(2009\)](#) propusieron un algoritmo denominado Búsqueda Tabú Guiada (GTS), para resolver igualmente las dos variantes de carga orientada, 2|SOIL y 2|UOIL. Para comprobar la viabilidad de la configuración de carga, hicieron uso de cinco heurística con diferentes criterios de selección de la posición de los elementos en la superficie de carga del vehículo. Estas heurísticas fueron ejecutadas secuencialmente, empezando por el más simple (Bottom-Left-Fill) y terminando con el más complejo y efectivo (heurística Min-Area). Ese mismo año, [Fuellerer et al. \(2009\)](#) publicaban la primera investigación donde se resolvían las cuatro configuraciones de carga del problema 2L-CVRP, ya que, además de las configuraciones con carga orientada, se incluyeron las configuraciones que permiten la rotación de los elementos a cargar, teniendo en cuenta la carga secuencial y sin restricciones, 2|SRIL y 2|URIL respectivamente. El algoritmo empleado estaba basado en la metaheurística conocida como Optimización de Colonia de Hormigas (ACO), adaptada al 2L-CVRP. Los resultados obtenidos por estos autores para las configuraciones con carga sin rotación, 2|UOIL y 2|SOIL, muestran que ACO logra mejores resultados que TS, obteniendo un promedio de rendimiento mayor al 3%, aunque requiere mucho más tiempo de cálculo. Para este tipo de problemas, ACO se muestra especialmente efectivo con las instancias cuya complejidad de carga es mayor.

Otro tipo de algoritmo propuesto para este problema fue el denominado Recocido Simulado (SA), publicado por [Leung et al. \(2010\)](#). Los autores únicamente abordan los casos con carga orientada (sin rotación). Los resultados obtenidos, teniendo en cuenta la calidad media de la solución, son un 3% mejores que los resultados obtenidos por [Gendreau et al. \(2008b\)](#) con el algoritmo de Búsqueda Tabú (TS), y en más de un 1% los resultados de la Búsqueda Tabú Guiada (GTS) publicados por [Zachariadis et al. \(2009\)](#). Sin embargo, los resultados son de media, un 0,67% peores que los de ACO para el caso de carga orientada no restringida, 2|UOIL, y un 0,05% mejores en el caso de la configuración de carga orientada secuencial, 2|SRIL. El algoritmo SA, alcanza los mejores resultados especialmente en las instancias más

complejas de la configuración de carga secuencial sin rotación.

Más tarde, los mismos autores, trataron nuevamente las variantes sin rotación del problema de carga en el artículo [Leung *et al.* \(2011\)](#), donde hicieron uso de una metaheurística denominada Búsqueda Tabú Guiada y Extendida (EGTS). Este algoritmo incorpora las teorías de la Búsqueda Tabú (TS), con los conceptos de la metodología conocida como Búsqueda Local Guiada y Extendida (EGLS), propuesta por [Mills *et al.* \(2003\)](#) para el caso del problema de asignación cuadrática (QAP). En el caso del subproblema de carga, se utilizan las cinco heurísticas propuestas en la referida obra de [Zachariadis *et al.* \(2009\)](#), ejecutándolas de forma secuencial y añadiendo una nueva heurística (LBFH) para la comprobación de la viabilidad de la carga. Los resultados demostraron la mejora global obtenida, al incluir esta nueva heurística de carga, así como respecto a la metaheurística GTS mencionada anteriormente.

[Duhamel *et al.* \(2009, 2011\)](#) propusieron una innovadora metodología para resolver el 2L-CVRP, para resolver exclusivamente la configuración de carga orientada no restringida, 2IUOIL. Dicha metodología está basada en la transformación del problema de carga dos dimensiones, a un problema de Programación de Proyectos con Recursos Limitados, o Resource Constrained Project Scheduling Problems (RCPSPP). Para resolver el problema resultante RCPSPP-CVRP, el algoritmo propuesto utiliza la metaheurística GRASP \times ELS, ([Prins, 2009](#)), una hibridación entre GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) y ELS (Evolutionary Local Search). A continuación, la solución obtenida para el problema RCPSPP-CVRP se transforma en una solución factible para el problema 2L-CVRP, logrando unos muy competitivos para la configuración de carga considerada.

Posteriormente, en el trabajo de [Zachariadis *et al.* \(2013\)](#) se presentó un algoritmo compacto y eficaz llamado PRMP (Promise Routing-Memory Packing). Su enfoque combina un método de búsqueda local con una diversificación efectiva basada en criterios de aspiración regionales, ([Zachariadis y Kiranoudis, 2012](#)), de esta forma se generan las soluciones al sub-

problema de rutas de vehículo. Mientras que la viabilidad de la carga de los vehículos, es comprobada mediante una heurística de carga y un innovador mecanismo de memoria simple estructurada. La introducción de estos componentes basados en la memoria logran reducir el esfuerzo computacional requerido para examinar la restricción de viabilidad de la carga, para las dos variantes sin rotación tratadas en esta obra.

Más recientemente, [Wei et al. \(2015\)](#) introdujeron un algoritmo basado en la metaheurística del tipo Búsqueda de Entorno Variable, Variable Neighbourhood Search (VNS), para resolver el problema en las dos versiones de carga orientadas, secuencial y no restringida. Dicho algoritmo combina una heurística denominada TabuPack, con mecanismos basados en técnicas de almacenamiento en memoria de las soluciones, para examinar las limitaciones de carga. Los resultados obtenidos consiguen establecer nuevos récords para una gran cantidad de instancias del problema 2L-CVRP, para las versiones sin rotación.

Como se puede apreciar, la atención de los investigadores ha estado centrada principalmente en las variantes del problema sin rotación, 2ISOIL y 2IUOIL. Sin embargo, las otras dos versiones del problema, en las que se permite la rotación de los artículos, 2ISRIL y 2IURIL, sólo han sido abordadas por [Fuellerer et al. \(2009\)](#), mientras que [Domínguez et al. \(2014b\)](#) lo hace para el caso de carga no orientada y no restringida, 2IURIL.

Otras extensiones del problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones han sido añadidas recientemente, entre ellas se encuentra la correspondiente a ventanas de tiempo, (2L-CVRPTW), propuesta por [Khebbache-Hadji et al. \(2013\)](#) mediante un algoritmo Memético (MA).

En los siguientes apartados, se hará un repaso a dos extensiones que posteriormente serán tratadas en este trabajo de investigación, la flota de vehículos heterogénea, así como la entrega y recogida de mercancía durante la ruta.

2.3. Problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones y flota de vehículos heterogénea.

En el 2L-CVRP, se considera la existencia de una flota de vehículos homogénea. Sin embargo, la generalización del problema cuando se considera una flota heterogénea de vehículos, permite acercar el problema a situaciones más frecuentes en la vida real.

Se trata de una variante tratada muy recientemente, [Leung *et al.* \(2013\)](#) publicaron el primer artículo incluyendo al problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones, la heterogeneidad de la flota de vehículos. A esta nueva extensión la denominaron con las siglas 2L-HFVRP. No obstante, en su estudio sólo se abordan las versiones de carga que no permiten la rotación de los artículos, 2ISOIL y 2UOIL, lo que reduce el número de posibles soluciones. En dicho trabajo, los autores proponían un algoritmo híbrido en el que se combinaba un Recocido Simulado con una Búsqueda Local Heurística, denominado SA_HLS. Al no existir, un conjunto de instancias que permitan comprobar la bondad de las soluciones, en su estudio incluyeron también una serie de problemas tipo para el caso de flota heterogénea, a partir de las instancias del 2L-CVRP mencionadas anteriormente. Estas instancias incorporan costes fijos y variables para cada tipo de vehículo considerado. Además no se establece un límite sobre el número de vehículos a emplear en la resolución de las instancias, con lo cual la solución debe buscar el tipo y tamaño de flota que minimice el coste total de transporte.

Los siguientes artículos publicados sobre el problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones y flota de vehículos heterogénea (2L-HFVRP), fueron los de [Domínguez *et al.* \(2014a\)](#) y [Domínguez Rivero *et al.* \(2015\)](#). El primer artículo trata las dos versiones del problema de carga no restringida, con y sin rotación, 2UOIL y 2URIL. Mientras que en [Domínguez Rivero *et al.* \(2015\)](#) se abordan las otras dos configuraciones de carga

secuenciales, con y sin rotación, 2ISOIL y 2ISRIIL, además de la variante de carga orientada no restringida, 2IUOIL. Estos son los dos únicos estudios publicados hasta el momento en los cuales se combina la extensión heterogénea de la flota, con la posibilidad de rotar la carga durante la colocación de los artículos en los vehículos. Dichos trabajos de investigación constituyen la base del capítulo número 4, de este documento de tesis doctoral.

Al no existir prácticamente literatura publicada hasta la fecha, respecto al problema 2L-HFVRP, esta sección se centrará en contribuciones previas relacionadas con los dos problemas de optimización combinatoria que integran el 2L-HFVRP: el problema de rutas de vehículos con flota heterogénea (HVRP / FSM), y el problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones (2L-CVRP). Una revisión de las fuentes bibliográficas relacionadas con estos problemas nos permite decir que:

- La variante de flota heterogénea del VRP ha sido ampliamente estudiada desde hace varias décadas, mientras que la 2L-CVRP es una variante muy reciente que apenas cuenta con literatura científica sobre la materia.
- La heterogeneidad en el VRP, es un concepto más amplio en los problemas de rutas de vehículos que necesita ser explicado en detalle para entender su significado preciso, mientras que el 2L-CVRP es una extensión mucho más restringida que se ocupa principalmente de la distribución de artículos que no pueden ser apilados, y en los que, por lo tanto, sólo se considera la limitación de la carga en dos de sus dimensiones.

Uno de los primeros trabajos que analiza la extensión heterogénea del VRP fue escrito por [Golden *et al.* \(1984\)](#). Durante los siguientes años, la existencia de flotas heterogéneas fue considerado con frecuencia en diferentes problemas de rutas de vehículos. Los estudios de casos y aplicaciones se pueden encontrar, entre otros, en [Semet y Taillard \(1993\)](#), [Ruiz *et al.* \(2004\)](#), y [Privé *et al.* \(2006\)](#). Diferentes características del VRP con flota heterogénea se han

estudiado. En el estudio realizado por [Baldacci et al. \(2008\)](#) se propone una clasificación de estos problemas de acuerdo con el número de vehículos disponibles, ya sea limitado (HVRP) o ilimitado (FSM), y los costes considerados por tipo de vehículo, fijos (F), variables (D), o ambos (FD). [Salhi y Osman \(1996\)](#) y [Ochi et al. \(1998a,b\)](#) propusieron un algoritmo de Búsqueda Tabú (TS) y Búsqueda Dispersa (Scatter Search), respectivamente, para resolver el problema FSM-F. La Búsqueda Tabú también es utilizada por [Lee et al. \(2008\)](#) y [Gendreau et al. \(1999\)](#), para resolver las versiones del problema de flota heterogénea FSM-D y FSM-F. En cuanto a la versión FSM-FD, en [Lima et al. \(2004\)](#) se describe un algoritmo de tipo memético que permite abordar este problema, mientras que [Liu et al. \(2009\)](#) propusieron un algoritmo genético para esta misma variante.

Con respecto a la versión con un número limitado de vehículos, en el trabajo de [Gendreau et al. \(1999\)](#) se emplea un algoritmo de Búsqueda Tabú, con diferentes costes variables para cada tipo de vehículo. En [Taillard \(1999\)](#) se utiliza una heurística basada en la Generación de Columnas y en la Búsqueda Tabú. La versión HVRP-D, fue abordada por [Tarantilis y Kiranoudis \(2002\)](#) mediante una metodología denominada Backtracking Adaptive Threshold Accepting (BATA). [Tarantilis et al. \(2003\)](#) resuelven el problema HVRP-D, haciendo uso de un algoritmo de umbrales de aceptación basado en listas, en el cual solo se acepta un empeoramiento de la solución si está dentro de un determinado umbral de aceptación. Posteriormente, en [Tarantilis y Kiranoudis \(2007\)](#) se presenta un algoritmo de dos fases llamado GEROCA (GEneralized ROute Construction Algorithm), que incluye una memoria de adaptación flexible, y que se aplica en dos casos reales modelados como un problema HVRP-FD. Finalmente, [Tarantilis et al. \(2008\)](#) utilizaron una Búsqueda Tabú Guiada (GTS), para solventar el problema de flota heterogénea con un número limitado de vehículos.

También se han usado métodos exactos, como los propuestos por [Baldacci y Mingozzi \(2009\)](#), empleando un algoritmo basado en el problema de partición de conjuntos (Set-

Partitioning), y [Pessoa et al. \(2009\)](#) usando un algoritmo basado en el método de ramificación y corte con generación de columnas, Branch-Cut-and-Price (BCP).

En la literatura científica también se han abordado otras variantes del VRP con flota heterogénea. Por ejemplo, existen extensiones del VRP con flota heterogénea que incluyen: ventanas de tiempo ([Liu y Shen, 1999](#)), múltiples depósitos ([Salhi y Sari, 1997](#)), incertidumbre en la demanda de los clientes ([Couillard y Martel, 1990](#)), subcontratación del transporte ([Bolduc et al., 2007](#)), viajes múltiples ([Prins, 2002](#)), etc. El problema de rutas de vehículos asimétrico con flota de vehículos heterogénea, Asymmetric and Heterogeneous Vehicle Routing Problem (AHVRP), es otra de las extensiones en la cual se consideran los costes asociados a distancias asimétricas entre los distintos nodos del problema. Recientemente, [Herrero et al. \(2014\)](#) propusieron una metodología híbrida para resolver el problema AHVRP. Su método combina una versión probabilista de una heurística clásica basada en el criterio del ahorro con algunas búsquedas locales, específicamente adaptadas para manejar los costes asociados a distancias asimétricas.

En algunas obras que tratan sobre las extensiones del VRP con flota heterogénea, los costes variables y fijos son ignorados ([Oppen et al., 2010](#); [Rieck y Zimmermann, 2010](#); [Vallejo et al., 2012](#)). Sin embargo, también hay otros estudios que incluyen modelos de costes avanzados. Así, por ejemplo, [Tavakkoli-Moghaddam et al. \(2007\)](#) asumen que los costes dependen del número de vehículos usados, así como de la capacidad total no utilizada. Por último, se pueden encontrar dos excelentes trabajos de recopilación sobre el VRP con flota heterogénea, en [Baldacci et al. \(2008\)](#) y [Hoff et al. \(2010\)](#). Del mismo modo, algunas aplicaciones reales del VRP con flota heterogénea se ilustran en [Golden et al. \(2001\)](#).

2.4. Problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones incluyendo la entrega y recogida agrupadas.

Se trata de una nueva extensión del problema de rutas de vehículos, que hasta el momento presente no ha sido resuelta en la literatura científica. El problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones incluyendo la entrega y recogida agrupada, que denominaremos de ahora en adelante con las siglas 2L-VRPB, integra dos problemas de optimización combinatoria: El problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones (2L-CVRP) y el problema de rutas de vehículos con entrega y recogida agrupadas, Vehicle Routing Problem with Backhaul (VRPB). En relación a este problema, sólo existe un estudio teórico previo, realizado por [Malapert *et al.* \(2008\)](#), donde se analizaba la combinación de ambos problemas. Dichos autores proponían un modelo de programación de restricciones, que integra componentes tanto de la ruta como de la carga, basado en un enfoque de planificación. Sin embargo, este modelo no permite la rotación de los artículos durante la etapa de carga. Por otra parte, los autores no reportan ningún resultado computacional, ni proponen ninguna instancia a resolver.

Tanto el VRPB como el 2L-CVRP han recibido mucha más atención por separado. Se han propuesto varios métodos exactos y heurísticos para resolver el VRPCB. El trabajo de [Parragh *et al.* \(2008\)](#) proporciona un estudio exhaustivo sobre los distintos enfoques que se han desarrollado para hacer frente a las variantes del problema general de recogida y entrega, Pickup and Delivery Problem (PDP), donde se incluye el problema VRPB como uno de sus cuatro sub-tipos.

Los métodos exactos realizan una búsqueda sistemática a lo largo del espacio de solu-

ciones, devolviendo la mejor solución posible. Sin embargo, requieren elevados tiempos de ejecución, por lo que su aplicación suele estar relegada a las instancias de menor tamaño. El primer método exacto empleado en la resolución del VRPB, fue introducido por [Yano et al. \(1987\)](#). Los autores desarrollan un algoritmo de Ramificación y Acotamiento basado en un problema de cubrimiento de conjuntos, desarrollado para la logística de una cadena de tiendas. En la solución se planifican rutas óptimas con hasta cuatro clientes con entrega de mercancía (linehaul), y cuatro clientes con recogida de mercancía (backhaul), por ruta. Nuevamente se emplea un algoritmo de Ramificación y Acotamiento en el trabajo realizado por [Toth y Vigo \(1997\)](#), en el que además se utilizan diferentes relajaciones para calcular cotas inferiores. Estos límites inferiores son ajustados progresivamente mediante el uso de planos de corte. El algoritmo desarrollado genera soluciones óptimas a la mayoría de las instancias de referencia para el VRPB ([Goetschalckx y Jacobs-Blecha, 1989](#); [Toth y Vigo, 1996](#)). En el estudio de [Mingozzi et al. \(1999\)](#) se propone una formulación de programación lineal y se desarrolla también un algoritmo Ramificación y Acotamiento. Además se resuelve el problema en forma reducida. El método empleado fue capaz de resolver de forma óptima las instancias propuestas, llegando hasta casos con 100 clientes.

El primer enfoque heurístico para resolver el VRPB fue propuesto por [Deif y Bodin \(1984\)](#). En este trabajo, los autores desarrollaban una extensión de la heurística clásica basada en ahorros de [Clarke y Wright \(1964\)](#), lo que les permitía resolver instancias de hasta 300 clientes. En la obra de [Goetschalckx y Jacobs-Blecha \(1989\)](#), se desarrolla una heurística de dos fases. En su método, tanto la fase de agrupamiento como la fase de creación de rutas se resuelven haciendo uso de un enfoque de curvas de llenado del espacio (Space-Filling Curves). [Toth y Vigo \(1996\)](#) propusieron y posteriormente extendieron [Toth y Vigo \(1999\)](#) un algoritmo del tipo primero agrupar y segundo generar rutas. Los autores desarrollaban un método de agrupación que extrae la información contenida dentro de una solución de un VRPB relajado, seguido de un procedimiento de búsqueda de coincidencias e inserción entre las agrupaciones,

junto con una fase de mejora dentro de cada ruta.

En cuanto a las metaheurísticas, en la literatura científica existen muchos ejemplos de implementación para el VRPB. El primer enfoque metaheurístico fue propuesto por [Potvin et al. \(1996\)](#). Su algoritmo está basado en un Algoritmo Genético (GA) combinado con una heurística de construcción de rutas, en la cual los clientes primero se ordenan y después se van añadiendo a las rutas en la mejor posición disponible. [Osman y Wassan \(2002\)](#) propusieron una Búsqueda Tabú Reactiva en la que los períodos tabú se ajustan dinámicamente para controlar las fases de diversificación e intensificación. Más tarde, [Wassan \(2007\)](#) combina una Búsqueda Tabú Reactiva con una memoria adaptativa, lo que garantiza una convergencia más rápida. El autor presentó un buen número de nuevas mejores soluciones para varias las instancias de referencia. Otra metaheurística empleada en la resolución del CVRPB, es la Búsqueda Tabú de Múltiples Fases, desarrollada por [Brandão \(2006\)](#). El autor aplica dos procedimientos para obtener la solución inicial, el primero basado en la resolución de dos problemas VRP abiertos, uno para los clientes que requieren entrega y otro para los que requieren recogida, en tanto que el segundo método basado en límites inferiores del problema VRP. Este último autor utilizó una estrategia estática, mientras que [Osman y Wassan \(2002\)](#) y [Wassan \(2007\)](#) utilizaron una estrategia dinámica que se adaptaba en función de la eficacia de la búsqueda. Otro estudio de interés, es el realizado por [Ropke y Pisinger \(2006\)](#), en dicho artículo se presenta un modelo unificado para la solución de muchas variantes del VRP, incluyendo el VRPB. Transforman estas diferentes variantes en un problema de entrega y recogida enriquecido con ventanas de tiempo (Rich PDPTW), que luego se resuelve por medio de un algoritmo de Búsqueda en Entornos Amplios (LNS) mejorado con mecanismos de aprendizaje. La metaheurística basada en Colonia de Hormigas, es usada por [Gajpal y Abad \(2009\)](#), empleando un sistema con dos tipos de hormigas: el primer tipo es utilizado para asignar a los clientes a los vehículos y el segundo tipo para resolver el problema de generación de rutas. En [Zachariadis y Kiranoudis \(2012\)](#) se presenta una metaheurística de búsqueda local que explora entornos compuestos

creados a partir de intercambios de longitud variable en la secuencia de los clientes. Los autores introdujeron el concepto de “prometedor” para diversificar la búsqueda y escapar de mínimos locales. En cada iteración, las secuencias de los clientes que aparecen en la solución, son marcadas con un valor que refleja lo prometedoras que resultan respecto al coste de la solución. Estos valores prometedores se utilizan para descartar movimientos de baja calidad que implican las mismas secuencias para los clientes. [Cuervo *et al.* \(2014\)](#) emplearon un algoritmo de Búsqueda Local Iterativa (ILS) con una heurística de búsqueda local oscilante, que explora una amplia estructura del entorno en cada iteración y permite transiciones entre las regiones factibles y no factibles del espacio de soluciones. Finalmente, [García-Nájera *et al.* \(2015\)](#) presentaron un enfoque evolutivo multi-objetivo para hacer frente al VRPB. Los autores definieron el número de vehículos, el costo total del viaje, y el número de viajes de regreso sin recogida de mercancía, como los objetivos a minimizadas en su propuesta. Además, utilizaron un proceso de selección basado en la similitud de un VRPB específico para generar un conjunto de soluciones que proporcionen un mejor equilibrio entre todas las posibilidades.

Capítulo 3

Algoritmo MS-BR para el 2L-CVRP con y sin rotación de artículos.

3.1. Introducción.

En este trabajo se propone un algoritmo eficiente, con un número reducido de parámetros, para resolver el problema de rutas de vehículos con restricción de carga en 2 dimensiones (2L-CVRP). Este problema combina dos de los problemas más importantes en logística, es decir, la generación óptima de rutas de vehículos y el problema de optimización de la carga del vehículo. Este algoritmo contempla carga no restringida (no secuencial), incluyendo la posibilidad de aplicar rotaciones de 90° a los artículos, mientras se realiza la carga del vehículo, que es una hipótesis realista raramente considerada en la literatura existente. El algoritmo utiliza un enfoque multi-arranque, que está diseñado para evitar que el algoritmo quede atrapado en mínimos locales. En cada reinicio, se emplea una metodología basada en una asignación de probabilidad sesgada aplicada sobre una heurística clásica de generación de rutas de vehículos, así como sobre un algoritmo efectivo de empaquetado bidimensional, para producir soluciones

factibles pseudo-óptimas para el 2L-CVRP. El algoritmo propuesto ha sido probado en instancias clásicas para dos configuraciones de carga del 2L-CVRP, es decir, con y sin posibilidad de rotación de los artículos. Los resultados experimentales muestran que el algoritmo propuesto mejora algunas de las mejores soluciones conocidas obtenidas en trabajos anteriores, tanto en calidad como en recursos computacionales.

3.2. Formulación del problema.

Ya que el 2L-CVRP combina un problema de rutas de vehículos con un problema de carga del vehículo, su formulación incluirá restricciones de ambos problemas de investigación. Por lo tanto, como un problema de rutas de vehículo con capacidad limitada (CVRP), el 2L-CVRP asume la existencia de una flota de vehículos homogénea situados inicialmente en un depósito o almacén central. Estos vehículos deben distribuir un conjunto de artículos, con el fin de satisfacer la demanda de los clientes. Luego, el objetivo principal es encontrar una planificación de rutas factible, que minimice los costes de distribución, sin violar ninguna de las restricciones de la ruta, a saber:

- a) Cada cliente recibe la visita de un solo vehículo, que satisface su demanda total.
- b) Cada vehículo comienza y termina su recorrido en el depósito (rutas cerradas).
- c) La demanda total cubierta por un vehículo no supera su capacidad máxima, en peso y dimensiones de carga.

En la extensa literatura existente sobre el CVRP, es posible encontrar diferentes modelos matemáticos para este problema, véase por ejemplo [Toth y Vigo \(2001\)](#) y [Golden *et al.* \(2008\)](#). A continuación, se presenta una formulación basada en la Programación Lineal Entera (PLE) que adapta los modelos presentados en las obras mencionadas, para el caso del 2L-CVRP. Se

considera un grafo completo no dirigido $G = (N, E)$, donde:

- $N = \{0, 1, \dots, n\}$, es un conjunto de $n + 1$ nodos, representando el depósito central (nodo 0) y los n clientes a los que se debe suministrar (nodos 1 a n).
- $E = \{(i, j) \mid i, j \in N \text{ con } i \neq j\}$ es un conjunto de arcos que conectan los nodos i y j .
- Para todos los $i, j \in N$ con $i \neq j$, $c_{ij} = c_{ji} > 0$ son los costes asociados con el transporte entre cualquier par de nodos. Nótese por lo tanto, que los costes de transporte se consideran simétricos.
- Para cada cliente i ($i \in N$ con $i > 0$), $m_i \geq 0$ es el número de artículos solicitados por el cliente i .
- Para cada artículo l ($1 \leq l \leq m_i$), d_{il} representa el peso del artículo l solicitado por el cliente i . De tal modo que, el peso total (demanda) asociada con cada cliente i puede ser expresada como d_i , donde $d_i = \sum_{l=1}^{m_i} d_{il}$.
- Se dispone de una flota de $K > 1$ vehículos con idénticas características (flota homogénea).
- El número real $D > 0$, representa la máxima capacidad de carga (peso útil a transportar) de cada vehículo.
- La variable binaria z_{ijk} toma el valor 1 si el vehículo k es usado para ir del nodo i al nodo j , mientras que es igual a 0 en caso contrario.

De esta forma, el problema de rutas de vehículos se puede expresar como:

Función objetivo:

$$\text{Minimizar : } \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} \sum_{k=1}^K z_{ijk} \quad (3.2.1)$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j \in N \setminus \{0\}, j \neq i} z_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N \setminus \{0\} \quad (3.2.2)$$

$$\sum_{h \neq i} z_{ihk} = \sum_{h \neq j} z_{hjk} \quad \forall h \in N, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (3.2.3)$$

$$\sum_{i \in N} d_i \sum_{j \in N, j \neq i} z_{ijk} \leq D \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (3.2.4)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j \in N \setminus \{0\}} z_{0jk} \leq K \quad (3.2.5)$$

$$z_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in E, \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (3.2.6)$$

La restricción 3.2.2 requiere que cada cliente sea visitado una sola vez. La restricción 3.2.3 asegura que cada nodo n tiene el mismo número de arcos salientes y entrantes. La restricción 3.2.4 controla que la capacidad de carga máxima del vehículo no sea superada por la mercancía a transportar. La restricción 3.2.5 garantiza que el número de rutas no supere el número de vehículos disponibles en la flota. Finalmente, la restricción 3.2.6, hace referencia a la naturaleza binaria de la variable z_{ijk} .

Por otra parte, cuando se modela el 2L-CVRP, también hay que tener en cuenta las limitaciones relacionadas con las dimensiones del vehículo respecto de la carga a transportar. Estas limitaciones están relacionadas con la colocación factible de artículos de forma rectangular dentro de la superficie de carga del vehículo, también con forma rectangular. Siguiendo los

criterios establecidos para el 2L-CVRP respecto de la carga, en este trabajo se asume que cada elemento debe estar cargado con sus bordes paralelos a los bordes de la plataforma de carga del vehículo (empaquetado ortogonal). Además, los artículos deben ser cargados sin superponerse sobre la superficie del vehículo, que tiene unas dimensiones predefinidas. Para ello se consideran los siguientes elementos de entrada asociados al problema de carga:

Por lo tanto, es necesario cumplir las siguientes restricciones asociadas al problema de carga:

- Los números naturales h_{il} y w_{il} , representan el largo y el ancho respectivamente de cada artículo a transportar l ($1 \leq l \leq m_i$).
- Los números naturales H y W , se corresponden con el largo y el ancho respectivamente de la superficie de carga rectangular de cada vehículo.

Por lo tanto, la superficie de carga de un vehículo puede ser asimilada a una matriz de dimensiones $W \times H$, con un número de columnas x que va de 1 a W , así como un número de filas y que va desde 1 hasta H . De tal forma que, las coordenadas (x_{ilk}, y_{ilk}) representan, para el vehículo k que transporta el artículo l al cliente i , la posición de la esquina inferior izquierda del artículo l en la matriz $W \times H$. Por último, la variable binaria Ω_{il} toma el valor 1 si el elemento rectangular l perteneciente al cliente i es considerado en su posición original, es decir sin rotación, o por el contrario toma el valor 0 cuando se considera un giro de 90° , en este último caso w_{il} pasa a ser h_{il} y viceversa. Haciendo uso de estos parámetros de entrada y variables asociadas al problema de carga bidimensional, se presenta a continuación una adaptación del modelo propuesto por [Iori et al. \(2007\)](#), incluyendo la posibilidad de rotar los artículos a transportar:

Generalmente el problema 2L-CVRP se ha tratado dentro de un esquema de dos etapas. La primera etapa, que constituye el problema principal, busca la solución del problema de

routing CVRP, mientras que la segunda etapa, problema secundario, chequea la configuración de carga resultante de la solución obtenida en la primera etapa. En la figura siguiente, extraída de Wang et al. (2009), se muestra este esquema de dos etapas.

$$(W + 1 - h_{il}) \cdot (1 - \Omega_{il}) + (W + 1 - w_{il}) \cdot \Omega_{il} \geq x_{ilk} \geq 1 \quad (3.2.7)$$

$$(H + 1 - w_{il}) \cdot (1 - \Omega_{il}) + (H + 1 - h_{il}) \cdot \Omega_{il} \geq y_{ilk} \geq 1 \quad (3.2.8)$$

$\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}; \forall i, j \in N \setminus \{0\} : z_{ijk} = 1; \forall l \in \{1, 2, \dots, m_i\}$, en las ecuaciones (3.2.7 y 3.2.8)

$$x_{jl'k} + w_{jl'} \cdot \Omega_{jl'} + h_{jl'} \cdot (1 - \Omega_{jl'}) \leq x_{j'l'k} \text{ ó } y_{jl'k} + h_{jl'} \cdot \Omega_{jl'} + w_{jl'} \cdot (1 - \Omega_{jl'}) \leq y_{j'l'k} \quad (3.2.9)$$

$$x_{ilk} + w_{il} \cdot \Omega_{il} + h_{il} \cdot (1 - \Omega_{il}) \leq x_{j'l'k} \text{ ó } y_{ilk} + h_{il} \cdot \Omega_{il} + w_{il} \cdot (1 - \Omega_{il}) \leq y_{j'l'k} \quad (3.2.10)$$

$\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}; \forall i, j \in N \setminus \{0\} : z_{ijk} = 1; \forall l \in \{1, 2, \dots, m_i\}, l' \neq l'' \in \{1, 2, \dots, m_j\}$, en las ecuaciones (3.2.9 y 3.2.10)

En este caso, las restricciones 3.2.7 y 3.2.8 aseguran que cada artículo individual, representado por la letra l , no excederá de la superficie de carga, es decir, se garantiza que las dimensiones de cada artículo individual no superan las dimensiones de la superficie de carga del vehículo. En tanto que, las limitaciones 3.2.9 y 3.2.10 evitan la superposición de elementos

cuando se colocan sobre la superficie de carga del vehículo. De este modo, la esquina inferior izquierda de un nuevo elemento sólo se puede ajustar en una posición (x, y) , si dicha posición no ha sido ocupada previamente por cualquier otro artículo. Hay que tener en cuenta también, que cuando todos los artículos son cuadrados de tamaño 1×1 , el problema de carga pasa a ser trivial y el problema completo se reduce a un CVRP estándar.

3.3. Descripción general del algoritmo MS-BR.

En esta sección proporciona una visión general del algoritmo propuesto y se discuten algunas de sus principales propiedades de diseño, tales como: (i) los parámetros que emplea; y (ii) la forma en la que se combinan las diferentes heurísticas y procesos de búsqueda local. En este enfoque, se consideran dos configuraciones de carga, en una se permite rotar los elementos a cargar y en la otra no. En tanto que, en ambas configuraciones de carga, los artículos pueden ser reorganizado durante el proceso de distribución (caso no restringido o no secuencial). Estas configuraciones de carga hacen uso de los siguientes supuestos:

- Se permite que cualquier artículo pueda ser cambiado de posición durante la ruta, para facilitar la descarga de otros artículos a los clientes (orden de carga no restringido o no secuencial).
- En el caso de la configuración de carga 2|URL, los artículos se pueden rotar 90° mientras se están colocando en el vehículo, con el fin de buscar una mejor solución de carga (configuración de carga no orientada).
- En el caso de la configuración de carga 2|UOL, los artículos no pueden ser rotados durante las operaciones de carga de los camiones, manteniendo la orientación original establecida (configuración de carga orientada).

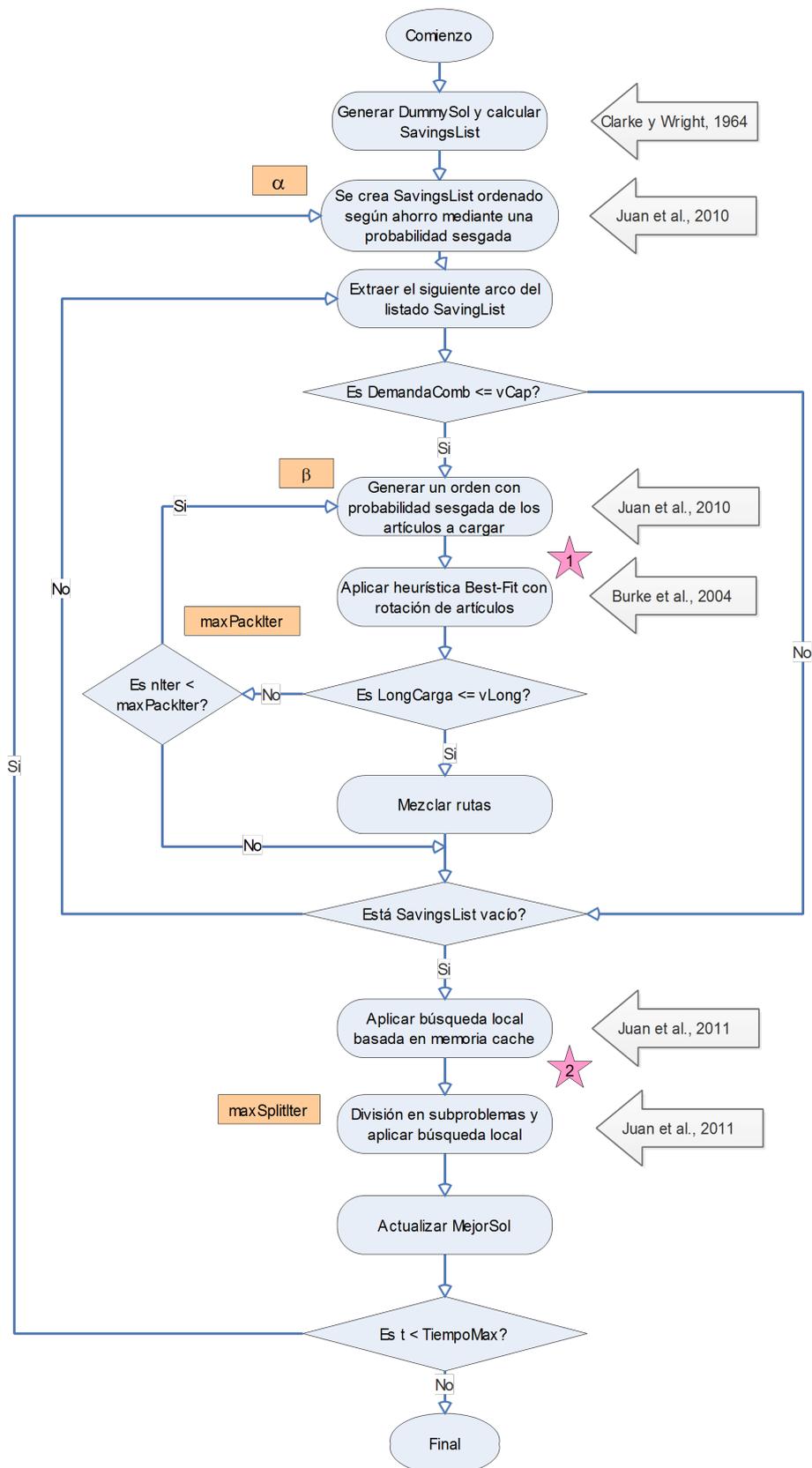


Figura 3.3.1: Flujograma del algoritmo MSBR

La figura 3.3.1 muestra un diagrama de flujo que ofrece una visión general del algoritmo propuesto. Se trata de un algoritmo del tipo multi-arranque con asignación de probabilidad sesgada, denominado MS-BR, MultiStart-BiasedRand.

Generalmente el problema 2L-CVRP se ha tratado dentro de un esquema con dos etapas. La primera etapa, que constituye el problema principal, busca la solución del problema de rutas CVRP, mientras que la segunda etapa, problema secundario, chequea la configuración de carga resultante de la solución obtenida en la primera etapa. Sin embargo, es importante destacar que el enfoque propuesto integra la cuestión de carga como parte del proceso de construcción de la solución de rutas.

El algoritmo comienza calculando una solución trivial. Esta solución inicial asigna una ruta individual de ida y vuelta desde el depósito hasta el cliente considerado, por lo que habría tantas rutas como clientes. El algoritmo también calcula los ahorros asociados con cada arco que conecta cada cliente considerado con el resto, según la heurística clásica de [Clarke y Wright \(1964\)](#). Estos arcos son incluidos entonces en una lista ordenada de mayor a menor ahorro. En este punto, se inicia un proceso multi-arranque. En cada iteración de este proceso, la lista de arcos es reordenada al azar mediante una distribución de probabilidad asimétrica. En este caso, se emplea una distribución de probabilidad geométrica para inducir este comportamiento aleatorio sesgado. Esta distribución utiliza un solo parámetro, α ($0 < \alpha < 1$). Siguiendo la metodología propuesta en [Juan et al. \(2010\)](#), mediante la realización de una asignación de probabilidad sesgada de la lista de arcos, se seleccionan los arcos en un orden diferente en cada iteración del proceso multi-arranque, mientras que, al mismo tiempo, la lógica en la que se basa la heurística original se mantiene, es decir: los arcos con un mayor ahorro tienen más probabilidades de ser seleccionados que aquellos en los que el ahorro es menor. Entonces, se ejecuta un proceso iterativo en el que se extrae el siguiente arco del comienzo de la lista previamente ordenada siguiendo el criterio anteriormente descrito. Este arco conecta dos rutas

diferentes. Si, y sólo si, estas dos rutas se pueden combinar sin violar ninguna de las restricciones del problema, entonces se lleva a cabo la fusión de ambas rutas. Con el fin de comprobar la viabilidad de la carga en el camión, el algoritmo emplea nuevamente un método del tipo multi-arranque combinado con una versión modificada de la heurística Best-Fit (Burke *et al.*, 2004), mediante la asignación de una probabilidad asimétrica en el orden de colocación de los artículos durante la carga. Este proceso de aleatoriedad sesgada es similar al anterior. En este caso, sin embargo, la aleatoriedad sesgada se aplica sobre la lista de elementos a cargar. Una vez más, se emplea una distribución geométrica con un solo parámetro, β ($0 < \beta < 1$). Un nuevo parámetro, (*maxPackIter*), controla el número máximo de veces que la heurística Best-Fit modificada se ejecutará antes de asumir que los artículos no se pueden cargar en un único vehículo, sin incumplir con las restricciones de carga, con lo cual no será posible combinar las dos rutas propuestas.

Cuando se termina con el listado completo de arcos, generalmente, se dispone de una nueva solución factible. Dicha solución puede ser mejorada, mediante el uso de las técnicas de memoria caché y división del problema original en subproblemas, según se describe en Juan *et al.* (2011). La técnica de la memoria caché es un proceso de búsqueda local rápida que compara cada una de las rutas de la solución actual, con las mejores rutas obtenidas anteriormente, y sustituye las rutas actuales por otras que contienen los mismos clientes pero con un coste menor. La técnica de división del problema en subproblemas, constituye un proceso de local-búsqueda aún más interesante. Esta estrategia sigue la máxima de divide y vencerás, realizando de forma secuencial básicamente los siguientes pasos:

1. A partir de la nueva solución obtenida, se divide el problema original en diferentes subproblemas disjuntos. Para seleccionar el conjunto de clientes y vehículos que formarán parte de cada subproblema, se elige un conjunto de rutas de acuerdo con algunas reglas de proximidad geométrica. Para cada una de estos subproblemas, se disuelven las rutas

- asociadas y se extraen los clientes y vehículos asociados, para construir los datos de entrada en el nuevo subproblema 2L-CVRP.
2. Comienza un proceso iterativo en el que se repite, para cada subproblema, la metodología mencionada anteriormente para el problema principal, durante un número de iteraciones controlado por el parámetro denominado (*maxSplitIter*), con el fin de obtener una solución "local" mejorada del subproblema correspondiente.
 3. Finalmente, se unen todas las soluciones "locales" en una nueva solución "global" mejorada.

3.4. Pseudocódigo del algoritmo MS-BR.

En esta sección se presenta una descripción con mayor detalle del algoritmo propuesto. El algoritmo 3.1 muestra el pseudo-código correspondiente al procedimiento principal MultiStart-BiasedRand (MS-BR). Este procedimiento requiere, al menos, cuatro parámetros, según lo especificado en el apartado anterior:

- Dos están relacionados con las distribuciones de probabilidad, el primero, α , está asociado a la distribución geométrica empleada durante el proceso de asignación de probabilidad asimétrica a la lista de arcos. Mientras que el segundo, β , está asociado a la distribución geométrica utilizada durante el proceso asignación de probabilidad sesgada a la lista de artículos a cargar.
- Los otros dos están relacionados con el control del flujo del algoritmo, uno de ellos, (*maxPackIter*), limita el número máximo de intentos realizados por el procedimiento encargado de comprobar la viabilidad de la carga. En tanto que, el otro, (*maxSplitIter*),

controla el número iteraciones que se ejecutará el procedimiento de división y resolución de subproblemas.

El algoritmo, como es lógico, también requiere de los datos de entrada (inputs): Las coordenadas cartesianas de cada nodo (clientes y depósito) o, en su defecto, la matriz de costes de transporte entre nodos, las demandas de los clientes, la capacidad máxima del vehículo, las dimensiones del vehículo, así como las dimensiones de cada artículo de forma rectangular. En primer lugar, siguiendo la lógica de la heurística basada en ahorros de [Clarke y Wright \(1964\)](#), el procedimiento genera lista de arcos y ahorros correspondientes, así como una solución trivial (líneas 1 y 2). Esta solución trivial se obtiene asignando, a cada cliente una ruta de ida y vuelta desde el depósito al susodicho cliente. A continuación, se construye una solución de referencia utilizando el procedimiento *packAndRoute* (línea 3), el cual básicamente combina la heurística clásica basada en ahorros y la conocida heurística de empaquetado Best-Fit, con la metodología basada en la asignación de probabilidad asimétrica. Tras lo cual, se inicia un proceso multi-arranque (líneas 5-15). Este proceso multi-arranque es particularmente útil por dos razones: (i) que permite que el algoritmo escape de mínimos locales; y (ii) facilita una posible ejecución en paralelo del algoritmo aleatorio. De hecho, el algoritmo puede ser ejecutado en paralelo, asignando a cada ejecución una semilla diferente obtenida a partir del generador de números pseudo-aleatorios. Estas ejecuciones se pueden implementar sobre varios hilos, núcleos o equipos. En cada iteración del proceso multi-arranque, se obtiene una nueva solución factible (línea 7). Esta nueva solución es proporcionada por el procedimiento *packAndRoute*, tras la ordenación al azar de la lista de arcos basada en una distribución de probabilidad asimétrica positiva, en función del ahorro que se obtiene con cada arco (línea 6). A continuación, se aplica un proceso de búsqueda local basada en una memoria rápida (línea 8). Esta búsqueda local intenta actualizar cada ruta en la nueva solución, mediante una ruta mejor que cubre el mismo conjunto de nodos y fue obtenida en iteraciones anteriores. Por otra parte, si la solución se puede considerar como “prometedora”, se aplica otro procedimiento de

Algoritmo 3.1 Pseudo-código del procedimiento principal del algoritmo MSBR.

```

procedure MultiStart-BiasedRand(inputs,  $\alpha$ ,  $\beta$ , maxPackIter, maxSplitIter)
01 dummySol <- calcDummySol(inputs) % generar una solución trivial
02 savings <- calcSortedSavingsList(inputs) % calcular la lista de arcos orden(ahorros)
03 cwsSol <- packAndRoute(dummySol, savings,  $\beta$ , maxPackIter, inputs) % solución referencia
04 bestSol <- cwsSol
05 while {condición final no alcanzada} do % tiempo o límite de iteraciones
06   randSavings <- biasedRand(savings,  $\alpha$ ) % nuevo orden aleatorio sesgado
07   newSol <- packAndRoute(dummySol, randSavings,  $\beta$ , maxPackIter, inputs) % nueva sol. aleat.
08   newSol <- cache(newSol) % búsqueda local mediante memoria-caché
09   if {newSol es una 'sol prometedora'} then % p.ej. cost(newSol) < cost(cwsSol)
      % búsqueda local mediante división en subproblemas
10     newSol <- splitting(newSol,  $\alpha$ , inputs, maxSplitIter)
11   end if
12   if {cost(newSol) < cost(bestSol)} then
13     bestSol <- newSol
14   end if
15 end while
16 return bestSol
end procedure

```

búsqueda local, que se describe más adelante con mayor detalle. Este procedimiento se basa en estrategias de división en problemas de menor tamaño más fáciles de abordar (líneas 9-11). Si la nueva solución, reduce el coste de la mejor solución obtenida hasta el momento, entonces se guarda esta última solución como la mejor (líneas 12-14). Finalmente, el algoritmo devolverá la mejor solución encontrada (línea 15), hasta alcanzar la condición límite, generalmente un tiempo máximo (línea 5).

Uno de los elementos clave en el algoritmo propuesto es la generación de nuevas soluciones con cierta aleatoriedad, teniendo como objetivo la minimización del coste total cumpliendo las restricciones de capacidad y dimensiones de la carga. Los detalles de este proceso constructivo se pueden encontrar en el pseudo-código incluido en el algoritmo 3.2. Usando la solución trivial inicial como punto de partida, comienza un proceso constructivo de combinación de rutas (líneas 2-16). En este proceso, los nuevos arcos son seleccionados de la lista de arcos previamente ordenados al azar, mediante una asignación de probabilidad sesgada en función de los ahorros. Tras lo cual, las rutas asociadas a cada arco seleccionado se combinarán siempre que sea posible, (líneas 8-15), es decir, si no se incumple ninguna restricción, especialmente las correspondientes a la carga. Téngase en cuenta que es posible emplear cual-

Algoritmo 3.2 Pseudo-código del procedimiento para generar nuevas soluciones aleatorias factibles.

```

procedure packAndRoute(dummySol, randSavings,  $\beta$ , maxPackIter, inputs)
01 newSol <- dummySol
02 while {savings list is not empty} do
03   nextEdge <- extractNextEdge(randSavings)
04   iR <- getRoute(origin(nextEdge))
05   jR <- getRoute(end(nextEdge))
06   newRoute <- merge(iR, jR)
07   demand <- calcDemand(newRoute) % aquí la demanda es calculada en términos de peso
08   if {demand <= vehicleCapacity} then
09     if {routeRectanglesArea < vehicleLoadingSurface} then
10       % Aplicar Best-Fit con rotación de artículos
11       reqLength <- bestFit(routeRectangles,  $\beta$ , maxPackIter, vehWidth, vehLength)
12       if {reqLength <= vehLength} then
13         newSol <- updateRoute(iR, jR, newRoute)
14       end if
15     end if
16   end while
17 return newSol
end procedure

```

quier algoritmo eficiente de empaquetado bidimensional en la línea 10, con el fin de verificar la viabilidad de la carga en el vehículo (líneas 11-13). Como resultado, al final de cada proceso constructivo, se obtiene una solución factible generada con cierta aleatoriedad (línea 17). Por supuesto, la calidad de la solución aleatoria obtenida depende del modo en el cual han sido seleccionados los arcos, es decir, del tipo de criterio y probabilidad empleado. Aquí es donde las distribuciones de probabilidad asimétricas positivas, como por ejemplo la distribución geométrica, pueden ser muy útiles. En otras palabras, si se empleara una distribución de probabilidad uniforme en lugar de una distribución de probabilidad geométrica, los resultados obtenidos no serían competitivos en absoluto, ya que la lógica que sustenta la heurística original se perdería.

Procedimiento para la búsqueda local mediante división en subproblemas, algoritmo 3.3 es otra herramienta valiosa para la mejora de las soluciones obtenidas. En términos generales, dada una nueva solución factible, se divide dicha solución en varias subsoluciones disjuntas, mediante la selección de distintos conjuntos de rutas. A continuación, se obtienen los subproblemas asociados a las subsoluciones seleccionadas, extrayendo los datos de entrada asociados a cada subsolución. Estos subproblemas, se vuelven a resolver de forma individual siguien-

do la misma metodología descrita anteriormente, basada en la modificación de las heurísticas mencionadas anteriormente mediante la asignación de probabilidad sesgada durante el procedimiento constructivo de las soluciones. Este enfoque se beneficia en gran medida de dos hechos:

- Debido a su naturaleza combinatoria, una reducción del tamaño, facilita la optimización de los subproblemas respecto del problema completo original.
- La mejora de cualquiera de las subsoluciones disjuntas mejorará la solución global.

En particular, como se discute en [Juan *et al.* \(2011\)](#), existe una amplia variedad de políticas basadas en las propiedades geométricas del problema, que pueden ser utilizadas para dividir el problema global original en subproblemas disjuntos. Hay que tener en cuenta que si las distancias entre un grupo de rutas son relativamente pequeñas, entonces algunos de los nodos en estas rutas pueden ser transferidos de una ruta a otra sin un incremento significativo de los costes de transporte. En consecuencia, la idea principal es simple: utilizar la solución factible actual para agrupar rutas que están relativamente próximas en el plano euclideo. Así, por ejemplo, una política de división Norte-Sur podría resumirse como: (a) Considerar el centro geométrico del problema, (x_0, y_0) , así como el centro geométrico asociado a cada ruta i , (x_i, y_i) ; y a continuación, (b) dividir las rutas en dos grupos, los que tienen $x_i \geq x_0$ (rutas Norte) y aquellos con $x_i < x_0$ (rutas Sur). De manera similar, otras políticas se pueden definir, como por ejemplo, entre Este y Oeste, NE-NO-SE-SO, etc.

3.5. Experimentos computacionales.

El algoritmo descrito anteriormente ha sido implementado como una aplicación Java. En el núcleo de esta implementación, se incluyó la biblioteca SSJ proporcionada en [L'Ecuyer *et al.*](#)

Algoritmo 3.3 Pseudo-código del procedimiento para la búsqueda local mediante división en subproblemas.

```

procedure splitting(newSol,  $\alpha$ , inputs, maxSplitIter)
01 globalSol <- empty
02 subSols <- split(newSol) % dividir la nueva solución en subsoluciones disjuntas
03 for each {sol in subSols} do
04   bestSol <- sol
05   inputs <- getInputs(sol) % datos de entrada del nuevo subproblema
06   dummySol <- calcDummySol(inputs) % generar una solución trivial
07   savings <- calcSortedSavingsList(inputs) % calcular la lista de arcos
08   iter <- 1
09   while {iter <= maxSplitIter} do
10     randSavings <- biasedRand(savings,  $\alpha$ ) % nuevo orden aleatorio sesgado
11     newSol <- packAndRoute(dummySol, randSavings, inputs) % nueva sol. aleat.
12     newSol <- cache(newSol) % búsqueda local mediante memoria-caché
13     if {cost(newSol) < cost(bestSol)} then
14       bestSol <- newSol
15     end if
16     iter <- iter + 1
17   end while
18   globalSol <- add(bestSol, globalSol)
19 end for
20 return globalSol
end procedure

```

(2002) y, en particular, el generador de números pseudo-aleatorios LFSR113. Para realizar las pruebas experimentales y obtener los resultados que se presentan en este apartado, se utilizó un ordenador portátil Intel® Core™ 2 Duo a 2,4 GHz y 4 GB de RAM, haciendo uso de un solo núcleo. Mientras que la plataforma de desarrollo empleada fue Netbeans, sobre un sistema operativo Windows 7.

Con el fin de comparar la bondad del algoritmo propuesto para las dos configuraciones de carga no restringidas, 2|UO|L y 2|UR|L, se seleccionaron algunas de las instancias de referencia clásicas del 2L-CVRP, propuestas en la literatura¹. En el caso de la configuración de carga no orientada y no restringida, 2|UR|L, se ensayaron todas las instancias y clases. En tanto que, en el caso de carga orientada y no restringida, 2|UO|L, un subconjunto de instancias del conjunto completo fueron seleccionadas al azar. Estas instancias de referencia consideran la existencia de una flota de vehículos homogénea y limitada, cada uno de ellos dispone de una superficie de carga de 40×20 unidades cuadradas y tiene una capacidad máxima de peso específica. Cada cliente tiene una demanda que consiste en un conjunto de artículos bidimen-

¹Estas instancias están accesibles en la web: www.or.deis.unibo.it/research.html

sionales y forma rectangular, con unas medidas y pesos concretos. Por otra parte, para cada una de estas instancias se consideran cinco clases diferentes de tipología de artículos. Como se describe en [Iori *et al.* \(2007\)](#) y [Gendreau *et al.* \(2008b\)](#), estas clases se diferencian por el número y tamaño de sus artículos, en la tabla 2.1 se describen en mayor detalle las características más importantes de cada clase. En la tabla 3.1 se presentan las principales características de las instancias de referencia que van a ser ensayadas. Hay que tener en cuenta que la clase 1 es realmente un problema CVRP, ya que cada cliente demanda un sólo artículo de dimensiones 1×1 , por lo que el problema no se ve afectado por las limitaciones de carga. Para cada combinación de instancia y clase, se lanzaron diez réplicas independientes, utilizando una semilla diferente en el generador de números pseudo-aleatorios.

3.5.1. Ensayos para el 2L-CVRP con rotación de los artículos.

En este caso se resuelven las instancias considerando una configuración de carga no orientada y no restringida (2IURL). Es decir, se permite la rotación de los artículos durante el proceso de carga, y no se considera la restricción secuencial en el orden de colocación de los artículos. Para cada instancia y clase, se registra tanto la mejor solución encontrada en las 10 réplicas ensayadas (BEST10), así como el valor medio de las soluciones generadas (AVG10). Estos valores BEST10 y AVG10 se compararon con los resultados obtenidos con el algoritmo de Optimización de Colonia de Hormigas (ACO) desarrollado por [Fuellerer *et al.* \(2009\)](#), ya que, hasta donde alcanza nuestro conocimiento, es el único artículo publicado hasta el momento que contempla la configuración de carga con posibilidad de rotación de los artículos. En dicho trabajo los autores también realizaron 10 ensayos por instancia y clase utilizando un tiempo máximo de 3 horas para cada réplica. En el caso de nuestros ensayos, sin embargo, cada réplica se ejecutó durante un tiempo máximo de 500 segundos. El algoritmo ACO fue codificado en C++, y todas sus ensayos se realizaron en un Pentium® 4 a 3,2 GHz bajo el

Núm. Instancia	Nº Clientes	Clase 1		Clase 2		Clase 3		Clase 4		Clase 5	
		Nº Art.	Nº Veh.								
1	15	15	3	24	3	31	3	37	4	45	4
2	15	15	5	25	5	31	5	40	5	48	5
3	20	20	4	29	5	46	5	44	5	49	5
4	20	20	6	32	6	43	6	50	6	62	6
5	21	21	4	31	4	37	4	41	4	57	5
6	21	21	6	33	6	40	6	57	6	56	6
7	22	22	3	32	5	41	5	51	5	55	6
8	22	22	5	29	5	42	5	48	5	52	6
9	25	25	8	40	8	61	8	63	8	91	8
10	29	29	3	43	6	49	6	72	7	86	7
11	29	29	4	43	6	62	7	74	7	91	7
12	30	30	9	50	9	56	9	82	9	101	9
13	32	32	3	44	7	56	7	78	7	102	8
14	32	32	4	47	7	57	7	65	7	87	8
15	32	32	5	48	6	59	6	84	8	114	8
16	35	35	11	56	11	74	11	93	11	114	11
17	40	40	14	60	14	73	14	96	14	127	14
18	44	44	4	66	9	87	10	112	10	122	10
19	50	50	5	82	11	103	11	134	12	157	12
20	71	71	4	104	14	151	15	178	16	226	16
21	75	75	7	114	14	164	17	168	17	202	17
22	75	75	8	112	15	154	16	198	17	236	17
23	75	75	10	112	14	155	16	179	16	225	16
24	75	75	14	124	17	152	17	195	17	215	17
25	100	100	8	157	21	212	21	254	22	311	22
26	100	100	10	147	19	198	20	247	20	310	20
27	100	100	14	152	19	211	22	245	22	320	22
28	120	120	7	183	23	242	25	299	25	384	25
29	134	134	7	197	24	262	26	342	28	422	28
30	150	150	12	225	29	298	30	366	30	433	30
31	199	199	16	307	38	402	40	513	42	602	42
32	199	199	17	299	38	404	39	497	39	589	39
33	199	199	17	301	37	407	41	499	41	577	41
34	240	240	22	370	46	490	49	604	50	720	50
35	252	252	27	367	45	507	50	634	50	762	50
36	255	255	14	387	47	511	51	606	51	786	51

Tabla 3.1: Principales características de las instancias de referencia para el problema 2L-CVRP.

sistema operativo Linux. En el sitio web <http://prolog.univie.ac.at/research/VRPandBPP/> se pueden encontrar en detalle los resultados obtenidos por el algoritmo ACO, para todas las instancias y clases en las cuatro configuraciones de carga posibles para el problema 2L-CVRP. Las comparaciones entre los resultados obtenidos por el algoritmo ACO y nuestro algoritmo MS-BR se resumen en las tablas 3.2 a 3.6. La diferencia entre los resultados obtenidos por ambos algoritmos se miden en las columnas denominadas *Gap*, en la que los valores negativos se corresponden con mejoras, expresadas en tanto por ciento, del MS-BR sobre el algoritmo ACO, mientras que los valores positivos representan el caso contrario.

La comparación de los resultados obtenidos por ambos algoritmos, muestra que la metaheurística propuesta, MS-BR, obtiene unos resultados bastante competitivos, mostrando mejoras, diferencias negativas para la mayoría de los casos, con respecto a los resultados publicados por [Fuellerer et al. \(2009\)](#). La figura 3.5.1 muestra, para cada clase, un cuadro-gráfico con las diferencias entre el valor BEST10 alcanzado por el algoritmo ACO y el algoritmo MS-BR. Las diferencias negativas muestran que el algoritmo propuesto obtiene resultados ligeramente mejores para todas las clases en el promedio, y también para la mayor parte de las instancias a nivel individual, especialmente para las clases 3, 4 y 2.

3.5.2. Ensayos para el 2L-CVRP sin rotación de los artículos.

Como se mencionó en la sección 2.2, existen varios algoritmos propuestos para resolver la variante de carga en dos dimensiones orientada y no restringida, 2|UOIL, en la cual no se permite la rotación de los artículos. Con el fin de comprobar la eficacia de nuestro enfoque en este escenario, se comparan los resultados obtenidos usando nuestro algoritmo MS-BR con los publicados en la literatura. En particular, se seleccionaron los siguientes algoritmos:

1. Búsqueda Tabú Guiada y Extendida (EGTS), desarrollado por [Leung et al. \(2011\)](#).

CLASE 1							
Instancia	BEST10				AVG10		
	ACO	MS-BR	MS-BR t(s)	Gap	ACO	MS-BR	Gap
1	278,73	278,73	0	0,00 %	278,73	278,73	0,00 %
2	334,96	334,96	0	0,00 %	334,96	334,96	0,00 %
3	358,40	358,40	1	0,00 %	358,40	358,40	0,00 %
4	430,88	430,88	0	0,00 %	430,89	430,88	0,00 %
5	375,28	375,28	3	0,00 %	375,28	375,28	0,00 %
6	495,85	495,85	0	0,00 %	495,85	495,85	0,00 %
7	568,56	568,56	0	0,00 %	568,56	568,56	0,00 %
8	568,56	568,56	0	0,00 %	568,56	568,56	0,00 %
9	607,65	607,65	1	0,00 %	607,65	607,65	0,00 %
10	535,80	535,80	61	0,00 %	535,80	537,90	0,39 %
11	505,01	505,01	1	0,00 %	505,01	505,01	0,00 %
12	610,00	610,00	2	0,00 %	611,22	610,00	-0,20 %
13	2006,34	2006,34	47	0,00 %	2006,34	2006,34	0,00 %
14	837,67	837,67	48	0,00 %	837,67	837,67	0,00 %
15	837,67	837,67	8	0,00 %	837,67	837,67	0,00 %
16	698,61	698,61	25	0,00 %	698,60	698,61	0,00 %
17	861,79	861,79	20	0,00 %	862,37	861,96	-0,05 %
18	723,54	723,54	92	0,00 %	725,88	723,89	-0,27 %
19	524,61	524,61	40	0,00 %	527,29	524,61	-0,51 %
20	241,97	241,97	31	0,00 %	242,02	242,00	-0,01 %
21	690,20	687,60	14	-0,38 %	691,94	687,60	-0,63 %
22	742,91	741,90	90	-0,14 %	746,45	742,01	-0,60 %
23	845,34	838,60	12	-0,80 %	853,09	838,60	-1,70 %
24	1030,25	1028,38	315	-0,18 %	1042,26	1030,50	-1,13 %
25	830,82	830,14	482	-0,08 %	834,96	833,06	-0,23 %
26	819,56	819,56	17	0,00 %	819,56	819,56	0,00 %
27	1100,22	1091,09	290	-0,83 %	1104,42	1095,70	-0,79 %
28	1062,23	1043,89	69	-1,73 %	1151,05	1044,15	-9,29 %
29	1168,13	1166,73	375	-0,12 %	1212,40	1167,39	-3,71 %
30	1041,05	1042,38	303	0,13 %	1047,66	1049,82	0,21 %
31	1341,89	1329,11	453	-0,95 %	1372,20	1356,49	-1,14 %
32	1334,26	1309,03	407	-1,89 %	1359,58	1318,34	-3,03 %
33	1331,69	1308,39	243	-1,75 %	1356,86	1316,70	-2,96 %
34	712,32	711,71	386	-0,09 %	715,72	714,69	-0,14 %
35	868,12	883,90	247	1,82 %	879,56	888,52	1,02 %
36	616,69	613,00	495	-0,60 %	632,68	619,39	-2,10 %
<i>Promedio</i>				<i>-0,21 %</i>			<i>-0,75 %</i>

Tabla 3.2: Comparación entre el algoritmo ACO y el algoritmo MS-BR, clase 1 .

CLASE 2 - 2IURIL							
Instancia	BEST10				AVG10		
	ACO	MS-BR	MS-BR t(s)	Gap	ACO	MS-BR	Gap
1	278,73	278,73	2	0,00 %	278,73	278,73	0,00 %
2	334,96	334,96	0	0,00 %	334,96	334,96	0,00 %
3	380,35	380,35	67	0,00 %	383,10	383,56	0,12 %
4	430,88	430,88	2	0,00 %	430,89	430,88	0,00 %
5	375,28	375,28	14	0,00 %	375,28	375,28	0,00 %
6	495,85	495,85	1	0,00 %	495,85	495,85	0,00 %
7	715,02	715,02	10	0,00 %	715,02	715,02	0,00 %
8	674,19	665,17	4	-1,34 %	674,20	665,17	-1,34 %
9	607,65	607,65	2	0,00 %	607,65	607,65	0,00 %
10	684,42	667,42	250	-2,48 %	684,42	667,42	-2,48 %
11	678,93	664,48	231	-2,13 %	693,93	667,87	-3,76 %
12	610,00	610,00	11	0,00 %	611,23	611,85	0,10 %
13	2.504,53	2.502,65	106	-0,08 %	2.504,53	2.505,17	0,03 %
14	1.032,01	1.029,34	112	-0,26 %	1.033,53	1.030,44	-0,30 %
15	1.008,56	1.001,51	137	-0,70 %	1.008,69	1.003,54	-0,51 %
16	698,61	698,61	48	0,00 %	698,60	698,61	0,00 %
17	863,27	861,79	21	-0,17 %	863,68	861,94	-0,20 %
18	988,91	988,61	142	-0,03 %	988,91	988,90	0,00 %
19	730,16	726,51	123	-0,50 %	730,16	726,96	-0,44 %
20	492,91	489,23	129	-0,75 %	495,73	489,29	-1,30 %
21	978,07	964,49	443	-1,39 %	985,32	969,21	-1,63 %
22	988,15	976,70	154	-1,16 %	988,67	978,49	-1,03 %
23	1.005,94	985,18	400	-2,06 %	1.011,20	987,94	-2,30 %
24	1.160,48	1.152,35	272	-0,70 %	1.164,41	1.153,71	-0,92 %
25	1.360,72	1.356,24	250	-0,33 %	1.368,24	1.360,05	-0,60 %
26	1.267,04	1.262,43	430	-0,36 %	1.267,86	1.264,03	-0,30 %
27	1.283,66	1.285,24	284	0,12 %	1.289,58	1.287,96	-0,13 %
28	2.528,64	2.517,25	430	-0,45 %	2.552,85	2.519,87	-1,29 %
29	2.184,59	2.151,68	315	-1,51 %	2.191,29	2.157,40	-1,55 %
30	1.780,54	1.755,89	367	-1,38 %	1.791,33	1.760,03	-1,75 %
31	2.232,71	2.171,60	449	-2,74 %	2.240,35	2.196,94	-1,94 %
32	2.221,66	2.191,58	292	-1,35 %	2.236,19	2.199,60	-1,64 %
33	2.205,34	2.175,85	408	-1,34 %	2.218,42	2.188,53	-1,35 %
34	1.150,81	1.140,83	468	-0,87 %	1.159,73	1.148,94	-0,93 %
35	1.350,91	1.340,41	470	-0,78 %	1.356,18	1.352,92	-0,24 %
36	1.702,33	1.679,27	298	-1,35 %	1.713,10	1.681,37	-1,85 %
<i>Promedio</i>				<i>-0,72 %</i>			<i>-0,82 %</i>

Tabla 3.3: Comparación entre el algoritmo ACO y el algoritmo MS-BR para la versión 2IURIL, clase 2 .

CLASE 3 - 2IURIL							
Instancia	BEST10				AVG10		
	ACO	MS-BR	MS-BR t(s)	Gap	ACO	MS-BR	Gap
1	284,23	284,10	2	-0,05 %	284,46	284,13	-0,12 %
2	352,16	352,16	2	0,00 %	352,16	352,16	0,00 %
3	390,55	385,32	27	-1,34 %	393,47	385,59	-2,00 %
4	430,88	430,88	1	0,00 %	430,89	430,88	0,00 %
5	379,94	379,94	36	0,00 %	379,94	379,94	0,00 %
6	498,16	498,16	8	0,00 %	498,34	498,16	-0,04 %
7	678,75	664,96	16	-2,03 %	678,75	664,96	-2,03 %
8	738,43	738,43	9	0,00 %	739,77	739,33	-0,06 %
9	607,65	607,65	14	0,00 %	607,65	607,65	0,00 %
10	615,68	615,36	243	-0,05 %	618,47	615,36	-0,50 %
11	706,94	699,35	59	-1,07 %	706,94	699,35	-1,07 %
12	610,00	610,00	17	0,00 %	613,05	610,00	-0,50 %
13	2.450,19	2.377,39	196	-2,97 %	2.450,41	2.379,83	-2,88 %
14	996,11	988,79	43	-0,73 %	996,26	988,79	-0,75 %
15	1.145,04	1.120,75	115	-2,12 %	1.157,62	1.131,85	-2,23 %
16	698,61	698,61	17	0,00 %	698,60	698,61	0,00 %
17	862,62	861,79	8	-0,10 %	862,62	861,87	-0,09 %
18	1.025,35	986,30	205	-3,81 %	1.028,90	999,27	-2,88 %
19	753,66	752,06	199	-0,21 %	753,84	752,54	-0,17 %
20	517,61	511,46	132	-1,19 %	518,13	511,49	-1,28 %
21	1.114,16	1.089,75	235	-2,19 %	1.116,61	1.092,95	-2,12 %
22	1.046,71	1.031,79	373	-1,43 %	1.051,15	1.035,09	-1,53 %
23	1.068,63	1.056,56	491	-1,13 %	1.080,73	1.059,81	-1,94 %
24	1.082,30	1.073,01	310	-0,86 %	1.087,93	1.075,63	-1,13 %
25	1.355,61	1.353,90	419	-0,13 %	1.367,77	1.358,46	-0,68 %
26	1.344,32	1.335,80	189	-0,63 %	1.356,53	1.338,33	-1,34 %
27	1.376,34	1.354,76	279	-1,57 %	1.381,89	1.358,21	-1,71 %
28	2.604,08	2.587,25	214	-0,65 %	2.668,02	2.596,13	-2,69 %
29	2.090,56	2.067,69	346	-1,09 %	2.108,62	2.071,84	-1,74 %
30	1.811,22	1.812,72	338	0,08 %	1.830,30	1.817,13	-0,72 %
31	2.276,01	2.246,54	496	-1,29 %	2.285,01	2.262,95	-0,97 %
32	2.247,06	2.219,26	438	-1,24 %	2.262,68	2.231,10	-1,40 %
33	2.355,08	2.325,36	492	-1,26 %	2.367,58	2.335,06	-1,37 %
34	1.204,31	1.176,71	469	-2,29 %	1.210,49	1.190,25	-1,67 %
35	1.439,13	1.437,30	479	-0,13 %	1.445,87	1.443,10	-0,19 %
36	1.791,54	1.739,36	226	-2,91 %	1.801,23	1.759,92	-2,29 %
<i>Promedio</i>				<i>-0,96 %</i>			<i>-1,11 %</i>

Tabla 3.4: Comparación entre el algoritmo ACO y el algoritmo MS-BR para la versión 2IURIL, clase 3.

CLASE 4 - 2IURIL							
Instancia	BEST10				AVG10		
	ACO	MS-BR	MS-BR t (s)	Gap	ACO	MS-BR	Gap
1	282,95	282,95	3	0,00 %	282,95	282,95	0,00 %
2	342,00	334,96	1	-2,06 %	342,00	334,96	-2,06 %
3	362,41	358,40	25	-1,11 %	362,41	358,80	-1,00 %
4	447,37	447,37	3	0,00 %	447,37	447,37	0,00 %
5	383,88	383,87	18	0,00 %	383,88	383,87	0,00 %
6	498,32	498,32	6	0,00 %	498,35	498,32	-0,01 %
7	702,45	686,26	16	-2,31 %	702,45	686,26	-2,31 %
8	692,47	688,32	24	-0,60 %	692,47	691,64	-0,12 %
9	625,13	625,10	110	-0,01 %	625,80	625,10	-0,11 %
10	703,63	703,64	90	0,00 %	704,37	703,64	-0,10 %
11	782,31	773,58	143	-1,12 %	784,13	777,14	-0,89 %
12	614,24	614,23	10	0,00 %	614,73	614,23	-0,08 %
13	2.583,27	2.533,79	150	-1,92 %	2.584,24	2.539,44	-1,73 %
14	981,90	981,00	335	-0,09 %	981,90	981,30	-0,06 %
15	1.216,14	1.164,77	358	-4,22 %	1.237,80	1.168,60	-5,59 %
16	703,35	703,35	36	0,00 %	703,35	703,35	0,00 %
17	861,79	861,79	10	0,00 %	862,45	861,79	-0,08 %
18	1.110,48	1.100,66	230	-0,88 %	1.111,38	1.107,94	-0,31 %
19	772,05	765,51	364	-0,85 %	784,70	770,67	-1,79 %
20	546,91	534,14	367	-2,34 %	547,69	541,98	-1,04 %
21	976,48	967,85	370	-0,88 %	983,11	974,82	-0,84 %
22	1.057,15	1.052,60	180	-0,43 %	1.062,19	1.054,61	-0,71 %
23	1.079,63	1.064,76	359	-1,38 %	1.083,51	1.070,09	-1,24 %
24	1.103,28	1.099,40	94	-0,35 %	1.108,19	1.101,66	-0,59 %
25	1.408,64	1.402,08	398	-0,47 %	1.415,11	1.404,41	-0,76 %
26	1.414,28	1.391,02	311	-1,64 %	1.420,62	1.404,28	-1,15 %
27	1.318,93	1.318,45	437	-0,04 %	1.329,98	1.321,84	-0,61 %
28	2.638,07	2.647,15	476	0,34 %	2.667,34	2.657,68	-0,36 %
29	2.267,37	2.274,09	530	0,30 %	2.286,84	2.276,78	-0,44 %
30	1.834,68	1.851,15	291	0,90 %	1.851,25	1.855,20	0,21 %
31	2.385,63	2.387,72	479	0,09 %	2.405,59	2.399,87	-0,24 %
32	2.268,67	2.267,57	419	-0,05 %	2.282,81	2.283,86	0,05 %
33	2.393,01	2.387,22	445	-0,24 %	2.407,72	2.394,90	-0,53 %
34	1.208,19	1.210,66	475	0,20 %	1.215,12	1.215,72	0,05 %
35	1.503,42	1.519,28	456	1,05 %	1.507,66	1.528,16	1,36 %
36	1.683,25	1.670,84	492	-0,74 %	1.691,06	1.678,19	-0,76 %
<i>Promedio</i>				<i>-0,58 %</i>			<i>-0,66 %</i>

Tabla 3.5: Comparación entre el algoritmo ACO y el algoritmo MS-BR para la versión 2IURIL, clase 4.

CLASE 5 - 2IURIL							
Instancia	BEST10				AVG10		
	ACO	MS-BR	MS-BR t(s)	Gap	ACO	MS-BR	Gap
1	278,73	278,73	6	0,00 %	278,91	278,76	-0,06 %
2	334,96	334,96	0	0,00 %	334,96	334,96	0,00 %
3	358,40	358,40	20	0,00 %	358,40	358,40	0,00 %
4	430,88	430,88	2	0,00 %	430,89	430,88	0,00 %
5	375,28	375,28	52	0,00 %	375,28	375,28	0,00 %
6	495,85	495,85	0	0,00 %	495,85	495,85	0,00 %
7	657,77	657,77	39	0,00 %	657,77	657,77	0,00 %
8	609,90	609,90	31	0,00 %	609,90	609,90	0,00 %
9	607,65	607,65	3	0,00 %	607,65	607,65	0,00 %
10	680,26	684,17	145	0,57 %	685,53	688,31	0,41 %
11	624,82	624,82	153	0,00 %	624,82	628,41	0,57 %
12	610,23	610,00	23	-0,04 %	613,43	610,09	-0,54 %
13	2.334,78	2.334,78	6	0,00 %	2.334,78	2.360,91	1,12 %
14	889,20	875,07	216	-1,59 %	911,42	903,05	-0,92 %
15	1.160,20	1.160,96	124	0,07 %	1.168,15	1.188,52	1,74 %
16	698,61	698,61	5	0,00 %	698,60	698,61	0,00 %
17	861,79	861,79	11	0,00 %	862,02	861,79	-0,03 %
18	924,04	921,29	153	-0,30 %	924,07	923,50	-0,06 %
19	651,97	644,59	389	-1,13 %	651,97	647,34	-0,71 %
20	477,32	472,77	214	-0,95 %	478,17	476,45	-0,36 %
21	888,26	886,04	347	-0,25 %	891,58	896,26	0,52 %
22	942,06	945,92	482	0,41 %	945,25	947,88	0,28 %
23	942,80	938,25	432	-0,48 %	948,08	939,97	-0,86 %
24	1.048,33	1.046,84	178	-0,14 %	1.051,74	1.049,37	-0,23 %
25	1.170,38	1.168,87	383	-0,13 %	1.174,13	1.180,24	0,52 %
26	1.231,72	1.220,83	398	-0,88 %	1.237,27	1.237,32	0,00 %
27	1.260,11	1.258,12	448	-0,16 %	1.263,79	1.263,25	-0,04 %
28	2.336,45	2.322,37	484	-0,60 %	2.358,04	2.326,80	-1,32 %
29	2.158,78	2.152,26	480	-0,30 %	2.168,62	2.159,34	-0,43 %
30	1.542,14	1.548,29	355	0,40 %	1.551,63	1.556,47	0,31 %
31	2.016,59	2.011,88	467	-0,23 %	2.030,79	2.026,38	-0,22 %
32	1.983,34	1.992,03	427	0,44 %	1.993,23	2.005,01	0,59 %
33	2.002,72	2.001,26	493	-0,07 %	2.013,71	2.011,61	-0,10 %
34	1.036,16	1.040,78	420	0,45 %	1.043,92	1.044,87	0,09 %
35	1.256,34	1.271,21	482	1,18 %	1.263,76	1.275,51	0,93 %
36	1.505,54	1.522,73	485	1,14 %	1.522,62	1.528,73	0,40 %
<i>Promedio</i>				<i>-0,07 %</i>			<i>0,04 %</i>

Tabla 3.6: Comparación entre el algoritmo ACO y el algoritmo MS-BR para la versión 2IURIL, clase 5.

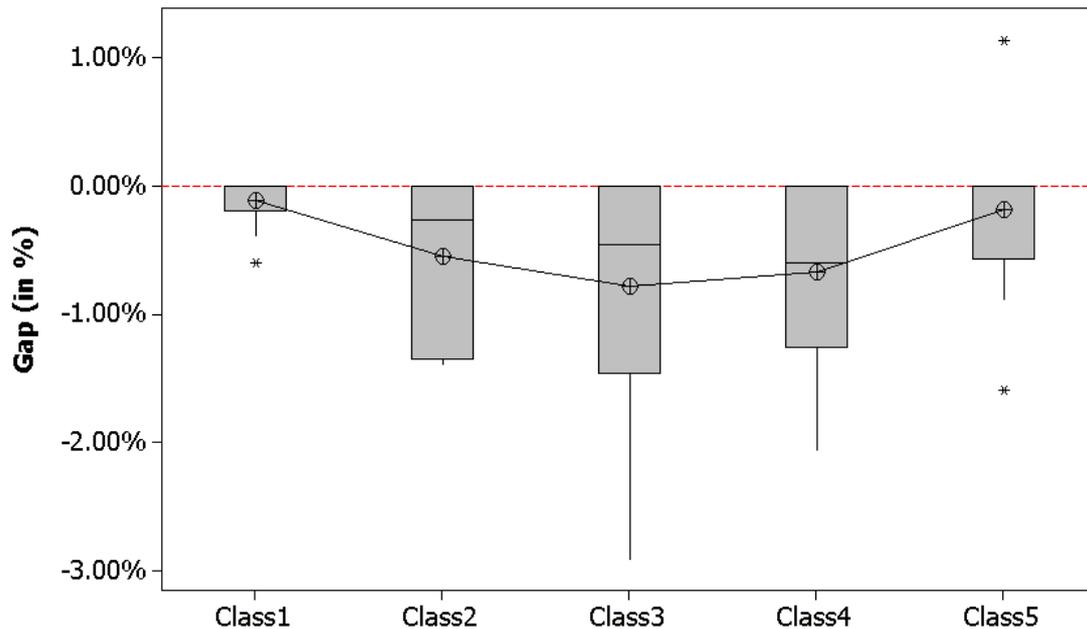


Figura 3.5.1: Comparación mediante diagrama de cajas de la calidad de las soluciones, BEST10, entre las metaheurísticas ACO y MS-BR para el problema 2|URL.

2. Recocido Simulado (SA), propuesto por [Leung et al. \(2010\)](#).
3. Optimización de Colonia de Hormigas (ACO), corresponde al mismo trabajo analizado en el apartado anterior, [Fuellerer et al. \(2009\)](#).
4. GRASPxELS, desarrollado por [Duhamel et al. \(2011\)](#).

En las tablas 3.7 a 3.11, se comparan las mejores soluciones obtenidas, BSol, por cada una de las metaheurísticas citadas anteriormente con respecto a nuestro algoritmo MS-BR, para un conjunto de instancias elegidas al azar. En este punto, hay que reseñar, que todos estos algoritmos son relativamente recientes, por lo que los ensayos se realizaron empleando un hardware sin diferencias significativas, con CPU (entre 2,0 y 3,0 GHz). Además, todas estas metaheurísticas empleaban límites de tiempo máximos dentro de un mismo orden, (entre 1 y 1,5 horas para cada réplica). Los algoritmos de referencia, del 1 al 4, se fueron implementados en C/C++, mientras que nuestro algoritmo fue desarrollado en Java. Al ser un lenguaje interpretado, los programas basados en Java no se ejecutan, por lo general, tan rápido como en C/C++, ya

CLASE 1												
Instance	EGTS (1)		SA (2)		ACO (3)		GRASPxELS (4)		MS-BR (5)			BKS (6)
	BSol	Gap (1)-(6)	BSol	Gap (2)-(6)	BSol	Gap (3)-(6)	BSol	Gap (4)-(6)	BSol	Time (s)	Gap (5)-(6)	
1	278,73	0,00%	278,73	0,00%	278,73	0,00%	278,73	0,00%	278,73	0	0,00%	278,73
2	334,96	0,00%	334,96	0,00%	334,96	0,00%	334,96	0,00%	334,96	0	0,00%	334,96
8	568,56	0,00%	568,56	0,00%	568,56	0,00%	568,56	0,00%	568,56	0	0,00%	568,56
12	610	0,00%	610	0,00%	610	0,00%	610	0,00%	610	4	0,00%	610
14	837,67	0,00%	837,67	0,00%	837,67	0,00%	837,67	0,00%	837,67	1	0,00%	837,67
17	861,79	0,00%	861,79	0,00%	861,79	0,00%	861,79	0,00%	861,79	39	0,00%	861,79
21	687,8	0,03%	693,56	0,87%	690,2	0,38%	687,6	0,00%	687,6	11	0,00%	687,6
26	819,56	0,00%	819,56	0,00%	819,56	0,00%	819,56	0,00%	819,56	1	0,00%	819,56
36	586,58	0,00%	603,69	2,92%	616,69	5,13%	592,87	1,07%	612,99	469	4,50%	586,58
<i>Promedio</i>		<i>0,00%</i>		<i>0,42%</i>		<i>0,61%</i>		<i>0,12%</i>			<i>0,50%</i>	

Tabla 3.7: Comparación de los mejores resultados obtenidos por el algoritmo MS-BR con respecto a diferentes metaheurísticas para la clase 1.

que estos últimos son lenguajes compilados. Sin embargo, Java permite un desarrollo rápido de proyectos, independientes de la plataforma, así como de prototipos orientados a objetos que pueden ser usados para probar el potencial de un algoritmo. Como se puede observar en las referidas tablas de resultados, el algoritmo MS-BR es capaz de proporcionar resultados competitivos, en particular para las clases 2, 4 y 5, donde obtiene los valores promedios más bajos con respecto a las mejores soluciones conocidas (BKS).

Finalmente, en la figura 3.5.2 muestra una comparativa entre los diferentes algoritmos considerados en este análisis. Todas las instancias y clases seleccionadas han sido consideradas en este gráfico. Como se puede apreciar, la metaheurística propuesta MSBR, ofrece el mejor resultado promedio y también las mejores soluciones para la mayor parte de las instancias. El algoritmo GRASPxELS de [Duhamel et al. \(2011\)](#) también ofrece soluciones de gran calidad relativa, ejecutando 10 réplicas por instancia y clase, con un máximo 1,5 horas por réplica, empleando un Opteron a 2,1 GHz.

CLASE 2												
Instance	EGTS (1)		SA (2)		ACO (3)		GRASPxEELS (4)		MS-BR (5)			BKS (6)
	BSol	Gap (1)-(6)	BSol	Gap (2)-(6)	BSol	Gap (3)-(6)	BSol	Gap (4)-(6)	BSol	Time (s)	Gap (5)-(6)	
1	304,79	9,35 %	285,50	2,43 %	284,52	2,08 %	284,42	2,04 %	278,73	3	0,00 %	278,73
2	334,96	0,00 %	334,96	0,00 %	334,96	0,00 %	334,96	0,00 %	334,96	0	0,00 %	334,96
8	718,20	6,47 %	718,18	6,47 %	709,39	5,16 %	674,55	0,00 %	674,55	3	0,00 %	674,55
12	629,42	3,09 %	621,28	1,75 %	610,57	0,00 %	610,57	0,00 %	610,57	27	0,00 %	610,57
14	1.116,43	7,55 %	1.078,10	3,85 %	1.038,68	0,06 %	1.038,09	0,00 %	1.038,77	140	0,07 %	1.038,09
17	863,66	0,00 %	870,86	0,83 %	870,86	0,83 %	870,86	0,83 %	870,86	63	0,83 %	863,66
21	1.060,04	6,77 %	1.050,05	5,76 %	1.013,49	2,08 %	992,83	0,00 %	998,78	58	0,60 %	992,83
26	1.346,82	4,81 %	1.330,00	3,50 %	1.298,02	1,01 %	1.285,01	0,00 %	1.291,38	172	0,50 %	1.285,01
36	1.832,73	6,11 %	1.776,71	2,87 %	1.787,01	3,46 %	1.782,99	3,23 %	1.727,21	311	0,00 %	1.727,21
<i>Promedio</i>		4,90 %		3,05 %		1,63 %		0,68 %			0,22 %	

Tabla 3.8: Comparación de los mejores resultados obtenidos por el algoritmo MS-BR con respecto a diferentes metaheurísticas para la versión 2IUOIL, clase 2.

CLASE 3												
Instance	EGTS (1)		SA (2)		ACO (3)		GRASPxEELS (4)		MS-BR (5)			BKS (6)
	BSol	Gap (1)-(6)	BSol	Gap (2)-(6)	BSol	Gap (3)-(6)	BSol	Gap (4)-(6)	BSol	Time (s)	Gap (5)-(6)	
1	299,70	5,34 %	299,70	5,34 %	296,87	4,34 %	284,52	0,00 %	284,52	3	0,00 %	284,52
2	355,65	0,99 %	353,48	0,37 %	352,16	0,00 %	352,16	0,00 %	352,16	1	0,00 %	352,16
8	748,83	1,41 %	748,83	1,41 %	740,85	0,33 %	738,43	0,00 %	738,43	53	0,00 %	738,43
12	611,99	0,33 %	610,00	0,00 %	610,00	0,00 %	610,00	0,00 %	610,00	7	0,00 %	610,00
14	1.087,16	9,31 %	1.037,83	4,35 %	1.018,75	2,43 %	996,25	0,16 %	994,61	119	0,00 %	994,61
17	861,79	0,00 %	861,79	0,00 %	861,79	0,00 %	861,79	0,00 %	861,79	39	0,00 %	861,79
21	1.183,91	5,64 %	1.174,10	4,77 %	1.148,02	2,44 %	1.121,84	0,10 %	1.120,68	132	0,00 %	1.120,68
26	1.405,45	4,52 %	1.411,41	4,96 %	1.384,75	2,98 %	1.344,66	0,00 %	1.378,63	202	2,53 %	1.344,66
36	1.906,69	5,49 %	1.906,05	5,45 %	1.891,90	4,67 %	1.834,97	1,52 %	1.807,51	316	0,00 %	1.807,51
<i>Promedio</i>		3,67 %		2,96 %		1,91 %		0,20 %			0,28 %	

Tabla 3.9: Comparación de los mejores resultados obtenidos por el algoritmo MS-BR con respecto a diferentes metaheurísticas para la versión 2IUOIL, clase 3.

CLASE 4												
Instance	EGTS (1)		SA (2)		ACO (3)		GRASPxEELS (4)		MS-BR (5)			BKS (6)
	BSol	Gap (1)-(6)	BSol	Gap (2)-(6)	BSol	Gap (3)-(6)	BSol	Gap (4)-(6)	BSol	Time (s)	Gap (5)-(6)	
1	296,75	4,88 %	296,75	4,88 %	282,95	0,00 %	282,95	0,00 %	282,95	1	0,00 %	282,95
2	342,00	2,10 %	342,00	2,10 %	342,00	2,10 %	334,96	0,00 %	334,96	0	0,00 %	334,96
8	718,18	3,71 %	723,65	4,50 %	692,47	0,00 %	692,47	0,00 %	692,47	16	0,00 %	692,47
12	618,23	0,65 %	614,24	0,00 %	614,24	0,00 %	614,23	0,00 %	614,23	4	0,00 %	614,23
14	992,83	1,16 %	986,84	0,55 %	985,01	0,37 %	981,90	0,05 %	981,42	26	0,00 %	981,42
17	863,27	0,17 %	861,79	0,00 %	861,79	0,00 %	861,79	0,00 %	861,79	29	0,00 %	861,79
21	1.008,15	3,51 %	1.012,80	3,99 %	1.001,14	2,79 %	978,82	0,50 %	973,96	151	0,00 %	973,96
26	1.487,09	5,80 %	1.468,02	4,44 %	1.451,71	3,28 %	1.405,57	0,00 %	1.409,42	294	0,27 %	1.405,57
36	1.759,36	3,47 %	1.764,13	3,75 %	1.771,31	4,17 %	1.728,69	1,67 %	1.700,35	492	0,00 %	1.700,35
<i>Promedio</i>		2,83 %		2,69 %		1,41 %		0,25 %			0,03 %	

Tabla 3.10: Comparación de los mejores resultados obtenidos por el algoritmo MS-BR con respecto a diferentes metaheurísticas para la versión 2UOIL, clase 4.

CLASE 5												
Instance	EGTS (1)		SA (2)		ACO (3)		GRASPxEELS (4)		MS-BR (5)			BKS (6)
	BSol	Gap (1)-(6)	BSol	Gap (2)-(6)	BSol	Gap (3)-(6)	BSol	Gap (4)-(6)	BSol	Time (s)	Gap (5)-(6)	
1	280,60	0,67 %	278,73	0,00 %	278,73	0,00 %	278,73	0,00 %	278,73	2	0,00 %	278,73
2	334,96	0,00 %	334,96	0,00 %	334,96	0,00 %	334,96	0,00 %	334,96	0	0,00 %	334,96
8	621,86	1,96 %	621,85	1,96 %	621,85	1,96 %	609,90	0,00 %	609,90	11	0,00 %	609,90
12	610,23	0,04 %	610,23	0,04 %	610,23	0,04 %	610,23	0,04 %	610,00	3	0,00 %	610,00
14	925,56	0,45 %	925,56	0,45 %	922,58	0,12 %	921,45	0,00 %	921,44	38	0,00 %	921,44
17	861,79	0,00 %	861,79	0,00 %	861,79	0,00 %	861,79	0,00 %	861,79	37	0,00 %	861,79
21	903,20	2,07 %	921,66	4,16 %	897,55	1,44 %	884,84	0,00 %	891,18	251	0,72 %	884,84
26	1.256,59	1,80 %	1.266,66	2,61 %	1.250,41	1,30 %	1.234,39	0,00 %	1.234,39	270	0,00 %	1.234,39
36	1.549,28	0,66 %	1.575,60	2,37 %	1.570,81	2,06 %	1.572,49	2,17 %	1.539,05	495	0,00 %	1.539,05
<i>Promedio</i>		0,85 %		1,29 %		0,77 %		0,25 %			0,08 %	

Tabla 3.11: Comparación de los mejores resultados obtenidos por el algoritmo MS-BR con respecto a diferentes metaheurísticas para la versión 2UOIL, clase 5.

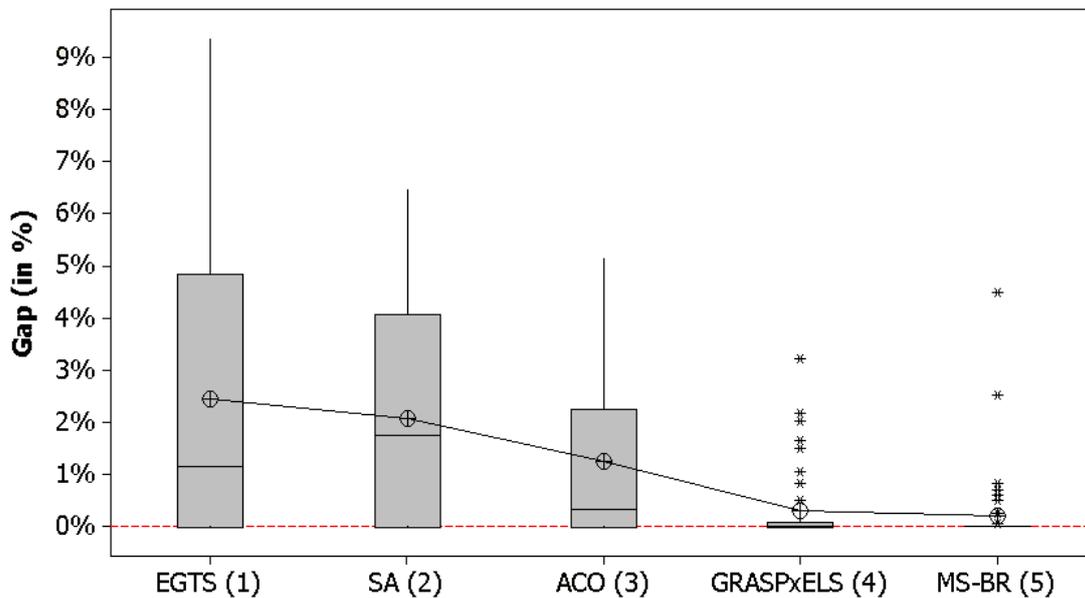


Figura 3.5.2: Diagrama de cajas comparando las diferencias respecto a las mejores soluciones conocidas, BKS, obtenidas por los distintos algoritmos considerados, para el 2IUOIL.

3.5.3. Evolución de la calidad de las soluciones con el tiempo y número de réplicas.

Finalmente, las figuras 3.5.3 y 3.5.4 muestran dos ejemplos de cómo la calidad de la solución aportada por nuestro algoritmo, evoluciona a medida que aumenta el tiempo de computación y el número de réplicas consideradas. Estos ejemplos corresponden a dos casos diferentes:

- Instancia 36 y clase 5 del 2IUOIL.
- Instancia 21 y clase 3 del 2IURIL.

Nótese que en ambos casos la calidad de la solución mejora con el tiempo, desde 10 a 500 segundos, de manera progresiva. Además, la calidad de la mejor solución obtenida, mejora a medida que el número de réplicas aumenta, desde 1 a 10. Incluso para pequeños tiempo de cálculo (por ejemplo, 10 segundos), es posible alcanzar soluciones de buena calidad mediante

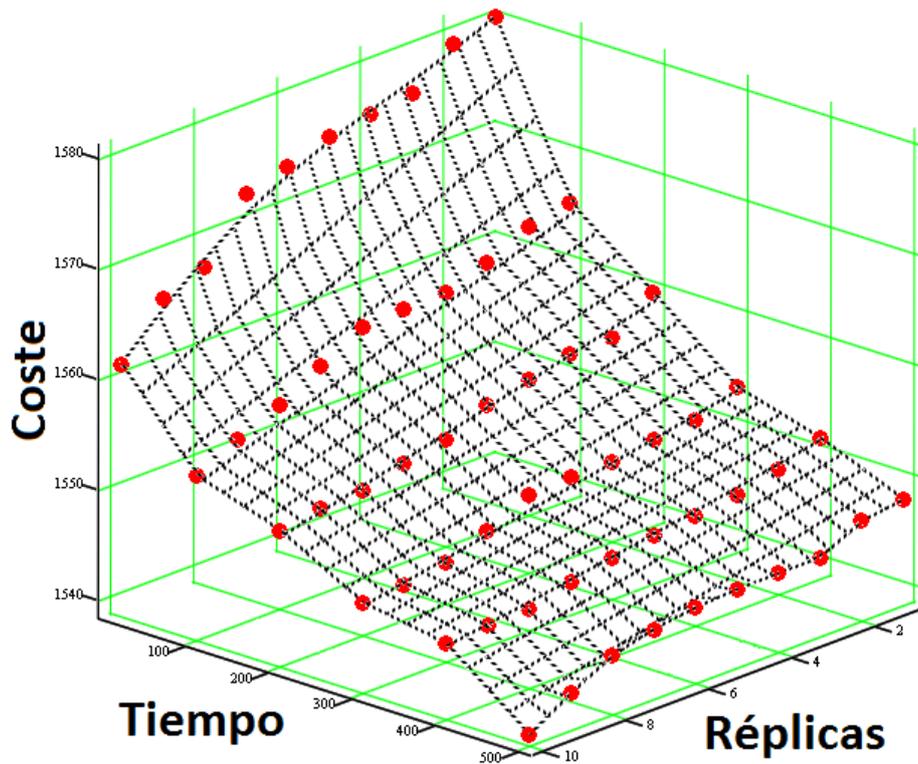


Figura 3.5.3: Evolución de la mejor solución encontrada cuando aumenta el tiempo de computación y el número de réplicas, tomando como ejemplo la instancia 36 clase 5, (2|UOIL).

el aumento del número de réplicas, que apoya la idea de que nuestro enfoque puede beneficiarse de las técnicas de computación-paralela para proporcionar buenas soluciones prácticamente en tiempo real, para problemas de complejidad moderada.

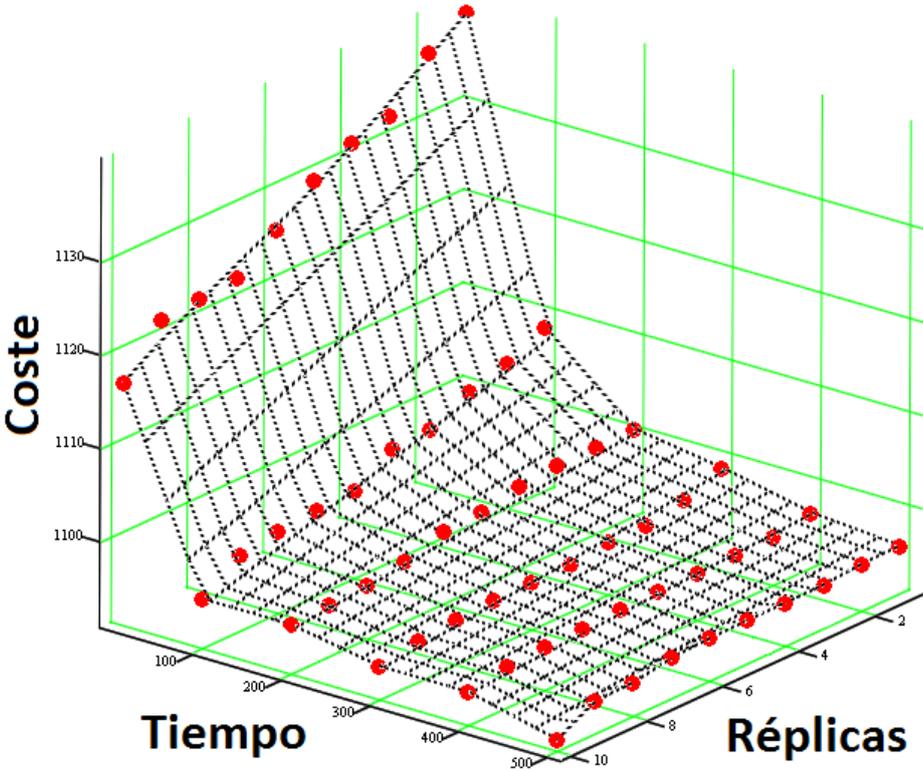


Figura 3.5.4: Evolución de la mejor solución encontrada cuando aumenta el tiempo de computación y el número de réplicas, tomando como ejemplo la instancia 21 clase 3, (2|URL).

Capítulo 4

Algoritmo MS-BR para el 2L-HFVRP no restringido.

4.1. Introducción.

En este capítulo se analiza el problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones y flota heterogénea, denominado en la literatura como heterogeneous fleet vehicle routing problems with two-dimensional loading constraints (2L-HFVRP), resolviendo las variantes de carga no restringidas, con y sin rotación de carga. Esta nueva variante, generaliza el modelo del problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones (2L-CVRP), mediante la posibilidad de utilizar una flota de vehículos heterogénea. Dicha flota de vehículos heterogénea comprende unidades de diferentes capacidades, tamaños, costes fijos y costes variables. A pesar de que las flotas heterogéneas son frecuentes en las empresas logísticas o de transporte, existe una carencia de trabajos publicados en la literatura científica sobre el problema 2L-HFVRP, véase la sección 2.3. Tal es así, que hasta donde alcanza nuestro conocimiento ningún trabajo previo, exceptuando [Domínguez *et al.* \(2014a\)](#) y [Domín-](#)

guez *et al.* (2014b), tratan el problema 2L-HFVRP, para las versiones de carga no orientadas (con rotación). Este capítulo se corresponde con el trabajo publicado en el primero de los dos artículos anteriores, mientras que el próximo capítulo se corresponde con el segundo. Para resolver este tipo de problema se propone nuevamente un algoritmo del tipo multi-arranque sobre la base de la aleatoriedad sesgada aplicada a las heurísticas de generación de rutas y carga de vehículos. Un conjunto de experimentos computacionales contribuyen a ilustrar el alcance de nuestro enfoque, así como para mostrar su eficiencia.

4.2. Descripción del problema.

El 2L-HFVRP es una nueva extensión del problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones, en el cual se admite la existencia de una flota de vehículos heterogénea. El modelo del problema 2L-HFVRP tiene una descripción similar a la expuesta en la sección 3.2, con las siguientes diferencias:

- El transporte de la mercancía se realiza mediante una flota heterogénea de P tipos diferentes de vehículos, inicialmente localizados en el depósito.
- El número de vehículos disponibles de cada tipo no está limitado.
- Cada tipo de vehículo t ($t = 1, 2, \dots, P$) tiene las siguientes características: Costes fijos (F_t), costes variables por unidad de distancia recorrida (V_t), capacidad máxima de carga, (máximo peso de la carga a transportar), de cada vehículo Q_t y un área de carga $A_t = W_t \times H_t$. Además, se asume que cuanto mayor es la capacidad de carga de un tipo de vehículo, mayores son los costes fijos y variables asociados al mismo. De tal forma que, el coste fijo correspondiente a una ruta R usando un vehículo del tipo t será F_t , mientras que el coste variable de la ruta se calcula como $V_{Rt} = V_t \times \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} \cdot z_{ijR}$, donde z_{ijR} es

una variable binaria que toma el valor 1 si el arco (i, j) forma parte de la ruta R , o cero en caso contrario. En este caso, el coste asociado al arco (i, j) , que aparece en la expresión del coste variable de la ruta como c_{ij} , se obtiene a partir de la distancia que hay que recorrer para ir del nodo i al nodo j .

Por lo tanto, a diferencia del problema 2L-CVRP, en la extensión 2L-HFVRP, se debe buscar la configuración de vehículos y rutas factibles que minimice el coste total de la solución.

Nuevamente se consideran las configuraciones de carga no secuenciales, ya que la colocación de los artículos en los vehículos no está condicionada por el orden en el que se visitan los clientes en la ruta. Por consiguiente se tratan dos versiones de carga:

- Orientada y no restringida (2L-UO).
- No orientada y no restringida (2L-UR).

4.3. Principales características del algoritmo propuesto.

El algoritmo propuesto para resolver el 2L-HFVRP, es una evolución de la metaheurística MS-BR descrita en el capítulo anterior cuando se abordó el problema 2L-CVRP. Esta nueva versión del algoritmo MS-BR, vuelve a emplear la aleatoriedad sesgada sobre una heurística clásica aplicada al problema de rutas de vehículos, según la propuesta realizada por [Juan et al. \(2011\)](#), con dos heurísticas empleadas en los problemas de empaquetado bidimensional, modificadas mediante la asignación de probabilidad con asimetría positiva. Estas dos heurísticas son Best-Fit ([Burke et al., 2004](#)) y Touching Perimeter ([Lodi et al., 1999](#)). Tal y como se detalla en [Juan et al. \(2013\)](#), emplear la aleatoriedad sesgada (Biased Randomization) sobre una heurística, requiere el uso de distribuciones de probabilidad con asimetría positiva, con el fin de transformar dicha heurística en un algoritmo probabilista multi-arranque.

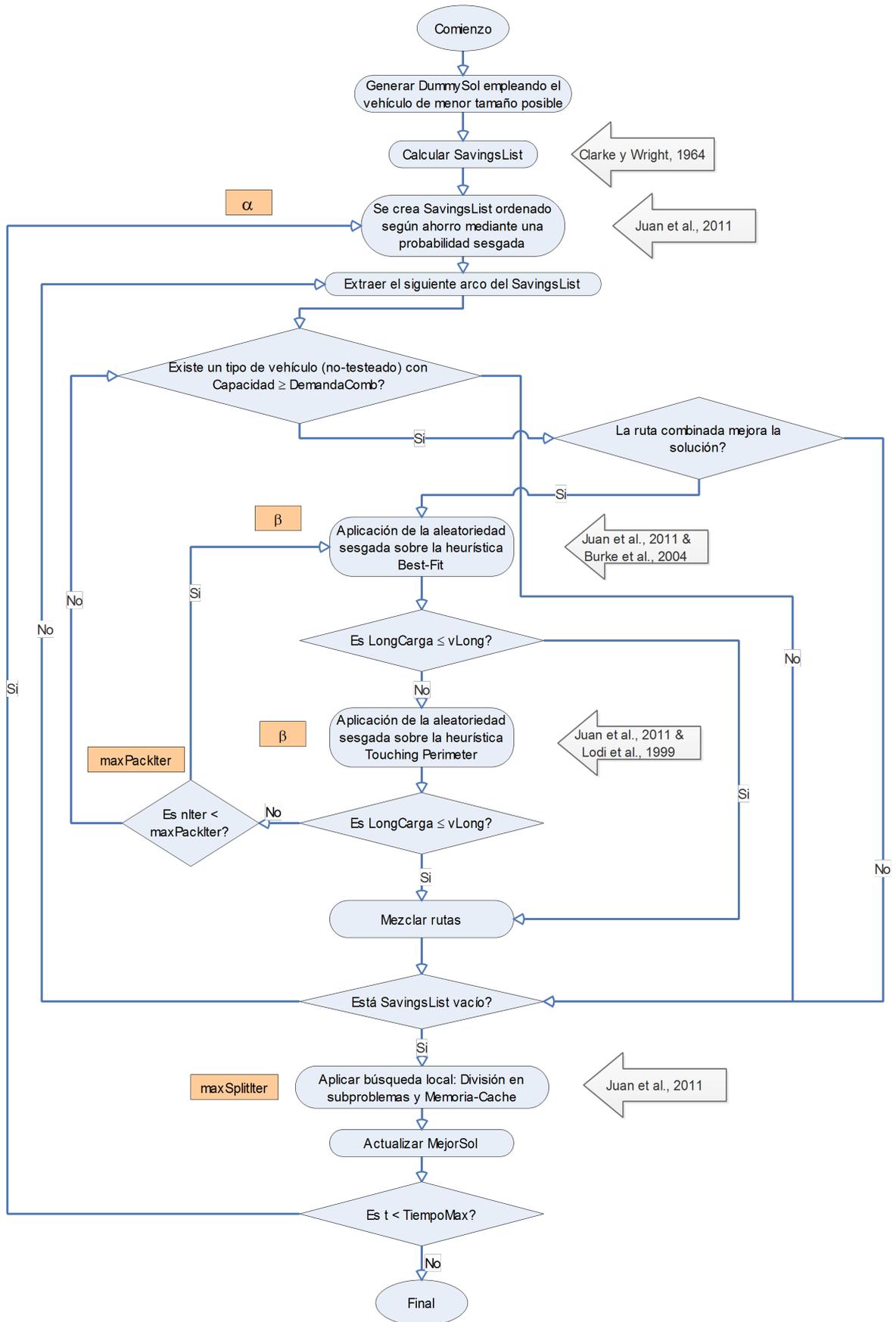


Figura 4.3.1: Flujograma del algoritmo MS-BR para resolver el problema 2L-HFVRP.

La figura 4.3.1 muestra un diagrama de flujo del algoritmo MS-BR para el problema 2L-HFVRP. Se inicia con el cálculo de una solución trivial aunque factible, es decir, mediante la asignación de una ruta de ida y vuelta desde el depósito a cada cliente, utilizando para cada ruta el tipo de vehículo más pequeño posible. A continuación se calcula el ahorro asociado con cada arco, como se propone en el algoritmo clásico de Clarke y Wright (1964). Estos valores de ahorro se utilizan para generar y ordenar la lista de arcos (SavingsList), dichos arcos son ordenados de mayor a menor ahorro. A continuación, se inicia un proceso multi-arranque o multi-inicio (MS). En cada iteración del proceso MS, la lista arcos es reordenada al azar haciendo uso de una distribución de probabilidad con asimetría positiva. Dicha distribución asimétrica se utiliza aquí con el fin de asignar mayor probabilidad de selección a los arcos con los valores de ahorro más altos. Es decir, cuanto mayor es el ahorro de un arco mayor es su probabilidad de ser seleccionado. Por lo tanto, los arcos con mayor ahorro ocuparán generalmente las primeras posiciones de la lista de arcos (SavingsList). En este caso, se empleó nuevamente una distribución geométrica para inducir este comportamiento de aleatoriedad sesgada. Una de las ventajas ofrecidas por la distribución geométrica es que sólo se utiliza un único parámetro, α , que cuyo valor puede estar entre 0 y 1. Mediante la variación de este parámetro, se pueden obtener diferentes formas de la distribución. De tal forma que, cuando α tiende a 1 el comportamiento aleatorio será casi inexistente, ya que el arco con mayor ahorro tendrá casi todas las probabilidades de ser seleccionado. En el otro extremo, cuando α tiende a 0 el comportamiento aleatorio será muy marcado, ya que todos los arcos tienen prácticamente la misma probabilidad de ser seleccionados, obteniendo una probabilidad casi uniforme. Empleando valores entre estos dos extremos, se logran diferentes formas de la distribución de probabilidad, obteniendo así efectos aleatorios intermedios, con asimetría positiva más o menos pronunciada. Después de experimentar con varios valores de este parámetro, finalmente se tomó el valor de $\alpha = 0,25$. Entonces, hasta que la lista de arcos no se haya vaciado por completo, se ejecuta un proceso iterativo en el que se va extrayendo el primer arco de la lista

previamente ordenada. El arco seleccionado conecta dos rutas diferentes. Antes de comprobar las restricciones de carga, se verifica si la combinación de estas dos rutas con el tipo de vehículo escogido reduce el coste de la solución, eligiendo los vehículos en orden inverso a su tamaño. Si el coste no se mejora, la propuesta de fusión de estas dos rutas se descarta. En caso contrario, antes de proceder a la combinación de las dos rutas se comprueba el cumplimiento de todas las restricciones de carga, incluyendo las relacionados con la capacidad de carga máxima y las dimensiones de carga del vehículo. Con el fin de verificar la viabilidad de la carga con el tipo de vehículo seleccionado, el algoritmo emplea dos conocidas heurísticas de empaquetado bidimensional modificadas mediante la metodología de la aleatoriedad sesgada descrita anteriormente: La heurística Best-Fit (Burke *et al.*, 2004) y la heurística Touching Perimeter (Lodi *et al.*, 1999). La asignación de una probabilidad asimétrica positiva se utiliza en ambos algoritmos para generar una lista de artículos ordenada, para una posición específica de la superficie de carga, dando mayor prioridad a los artículos que mejor se ajustan (Best-Fit) o los que tienen un mayor perímetro de contacto (Touching Perimeter), con los bordes de la plataforma de carga u otros artículos. Una vez más, la distribución de probabilidad utilizada en estos procesos es también una geométrica. Después de algunas pruebas iniciales, el parámetro, β , para ambas heurísticas se fijó en $\beta = 0,15$. Un nuevo parámetro, *maxPackIter*, controla el número máximo de veces que ambas heurísticas modificadas se llevarán a cabo antes de asumir que los artículos no se pueden colocar en un solo vehículo del tipo seleccionado sin transgredir las restricciones de carga especificadas anteriormente.

Una vez se han seleccionado todos los arcos de la lista, *SavingsList*, este proceso iterativo se termina, obteniéndose una solución factible a la cual se le aplican técnicas de búsqueda local. Las estrategias de búsqueda local empleadas en el algoritmo propuesto son las de división del problema principal en subproblemas y resolución posterior de dichos subproblemas, así como el empleo de una Memoria-Cache para guardar las mejores rutas obtenidas en las iteraciones anteriores. Dichas técnicas fueron descritas en la secciones 3.3 y 3.4, y se corresponden

con las metodologías propuestas en el trabajo de [Juan *et al.* \(2011\)](#). Sin embargo, como es lógico, en esta etapa del algoritmo sería posible emplear cualquier otra técnica de búsqueda local que se considere oportuna.

Por último, si la nueva solución obtenida supera la mejor solución encontrada hasta el momento, se actualiza dicha mejor solución.

4.4. Experimentos computacionales.

El algoritmo MS-BR descrito en el apartado anterior se implementó como una aplicación Java. Para realizar las pruebas de rendimiento del algoritmo, se empleó un portátil con procesador Intel® Core™ i7-2670QM a 2,2 GHz y 4 GB de RAM, haciendo uso del entorno de programación NetBeans instalado sobre un sistema operativo Windows 7.

Las únicas instancias de referencia que existen para el problema 2L-HFVRP son las propuestas por [Leung *et al.* \(2013\)](#). Dichas instancias fueron obtenidas a partir de las correspondientes al problema 2L-CVRP propuestas por [Iori *et al.* \(2007\)](#) y [Gendreau *et al.* \(2008b\)](#), variando las características de la flota de vehículos que pasa de ser homogénea a heterogénea. Esta flota de vehículos está compuesta por cuatro tipos de vehículos diferentes, para los que se establecen una serie de características: capacidad (Q), largo de la superficie de carga (L), ancho (W), coste fijo (F) y coste variable (V). En la tabla 4.1 se presentan las características de los diferentes tipos de vehículos, para cada una de las 36 instancias. Como ya se ha reseñado anteriormente, cada instancia está compuesta por 5 clases distintas, con lo cual resultan 180 combinaciones de instancia y clase a resolver. Además en este capítulo se abordan únicamente las dos configuraciones de carga no restringidas: la orientada (2|UO|L) y la no orientadas (2|UR|L). Para cada uno de estas variantes de carga, y para cada combinación instancia-clase se lanzaron 5 réplicas, cada una de ellas con una semilla para la generación aleatoria diferente.

Además, cada una de estas réplicas fueron ejecutadas durante un tiempo máximo de 1 minuto, es decir, se empleó un tiempo máximo de 5 minutos por cada combinación de instancia-clase y variante de carga considerada.

Para el escenario de carga orientada (sin posibilidad de rotación) y no restringida, 2|UO|L, comparamos nuestros resultados con la metaheurística de Recocido Simulado con una Búsqueda Local Heurística, Simulated Annealing with Heuristic Local Search (SA_HLS). Este algoritmo fue codificado en C++ y ejecutado usando un equipo informático con un procesador Core 2 Duo a 2,2 GHz y 2 GB de RAM sobre Windows 7. En el caso del escenario de carga no orientada (con posibilidad de rotación) y no restringida, 2|UO|L, hasta donde alcanza nuestro conocimiento, no existen publicaciones anteriores que hayan abordado esta variante de carga. Debido a lo cual, se decidió comparar los resultados obtenidos para ambos escenarios, como una forma de estimar la reducción de los costes originada por la posibilidad de rotar los artículos durante el proceso de carga de los vehículos.

Las tablas de la 4.2 a la 4.7 contienen los resultados obtenidos, así como las diferencias porcentuales (*Gap*), para los tres enfoques mencionados: SA_HLS orientado (2|UO|L), MS-BR orientado (2|UO|L) y MS-BR no orientado (2|UR|L). Los valores correspondientes a la metaheurística SA_HLS se obtuvieron directamente de [Leung et al. \(2013\)](#). Mientras que los valores asociados a la metodología propuesta, MS-BR, corresponden a la mejor solución encontrada tras ejecutar cinco réplicas para cada instancia y clase. El tiempo en segundos que aparece en las tablas, corresponde al tiempo necesario hasta alcanzar la mejor solución en cada caso. Con respecto a la clase 1, la demanda de cada cliente corresponde a un artículo individual de tamaño 1×1 , lo que supone que no se verá afectada por la posibilidad de rotar los artículos, e incluso hace que en la práctica el problema de carga no tenga influencia, por lo cual se convierte de facto en un problema clásico de rutas de vehículos con flota heterogénea. La información completa sobre las soluciones obtenidas está disponible en

Inst.	Tipo A					Tipo B					Tipo C					Tipo D				
	Q_A	L_A	W_A	F_A	V_A	Q_B	L_B	W_B	F_B	V_B	Q_C	L_C	W_C	F_C	V_C	Q_D	L_D	W_D	F_D	V_D
1	20	10	10	10	1,0	25	15	15	20	1,1	40	25	25	30	1,2	60	40	20	40	1,3
2	20	10	10	10	1,0	25	15	15	20	1,1	40	25	25	30	1,3	55	40	20	40	1,5
3	20	10	10	10	1,0	30	15	15	20	1,1	60	40	20	40	1,2					
4	20	10	10	10	1,0	40	20	20	20	1,1	60	40	20	30	1,2					
5	1000	10	10	10	1,0	2500	15	15	20	1,1	4000	25	25	30	1,3	6000	40	20	50	1,5
6	2000	10	10	10	1,0	2500	15	15	20	1,1	4000	40	20	30	1,3					
7	200	10	10	10	1,0	500	15	15	20	1,1	2000	25	25	120	6,0	4500	40	20	250	8,0
8	200	10	10	10	1,0	500	15	15	20	1,1	2000	25	25	120	5,0	4500	40	20	250	10,0
9	20	10	10	10	1	25	15	15	20	1,1	48	40	20	30	1,3					
10	200	10	10	10	1	500	15	15	20	1,1	2000	25	25	120	8,0	4500	40	20	250	10,0
11	200	10	10	10	1	500	15	15	20	1,1	2000	25	25	120	8,0	4500	40	20	250	10,0
12	20	10	10	10	1	25	15	15	20	1,1	40	40	20	30	1,3					
13	2000	10	10	10	1	5000	15	15	50	2,0	30000	40	20	200	10,0					
14	500	10	10	10	1	1500	15	15	50	2,1	3000	20	20	400	3,2	5000	40	20	800	5,0
15	500	10	10	10	1	1500	15	15	50	2,1	3000	20	20	400	3,2	5000	40	20	800	5,0
16	20	10	10	10	1	40	20	20	20	1,1	60	40	20	30	1,2					
17	20	10	10	10	1	25	15	15	20	1,1	40	25	25	30	1,3	60	40	30	40	1,4
18	200	10	10	10	1	500	20	20	30	2,0	2000	40	20	120	5,0					
19	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	150	40	20	90	5,0
20	2000	10	10	10	1	4000	20	10	20	1,1	10000	30	15	60	4,0	30000	40	20	150	8,0
21	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	200	40	20	120	8,0
22	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	200	40	20	120	8,0
23	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	200	40	20	120	8,0
24	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	100	40	20	60	3,2
25	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	200	40	20	120	8,0
26	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	200	40	20	120	8,0
27	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	100	40	20	60	3,2
28	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	200	40	20	120	8,0
29	200	10	10	10	1	500	20	10	30	2,0	2000	40	20	120	8,0					
30	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	200	40	20	120	8,0
31	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	200	40	20	120	8,0
32	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	200	40	20	120	8,0
33	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	200	40	20	120	8,0
34	20	10	10	10	1	40	20	10	20	1,1	60	20	15	30	1,2	200	40	20	120	8,0
35	200	10	10	10	1	400	20	10	20	1,5	1000	40	20	60	4,0					
36	100	10	10	10	1	200	15	15	20	1,1	300	30	20	30	1,2	400	40	20	40	1,3

Tabla 4.1: Tabla de características para los diferentes tipos de vehículos.

Instancia	CLASE 1				
	SA_HLS (1)	t(s) (1)	MS-BR (2)	t(s) (2)	Gap (1)-(2)
1	596,07	33,59	596,07	0,01	0,00 %
2	679,18	32,01	670,30	0,01	-1,31 %
3	745,51	54,24	745,51	0,01	0,00 %
4	694,33	18,36	694,87	0,01	0,08 %
5	761,19	26,99	758,47	0,01	-0,36 %
6	809,56	25,65	809,56	0,03	0,00 %
7	3.211,53	29,76	3.211,53	0,11	0,00 %
8	3.184,45	24,30	3.184,45	0,05	0,00 %
9	1.029,95	40,28	1.053,74	0,01	2,31 %
10	5.149,51	25,88	4.932,34	0,02	-4,22 %
11	5.119,40	26,47	4.932,34	0,02	-3,65 %
12	1.658,56	92,80	1.655,73	0,02	-0,17 %
13	14.655,40	32,18	14.579,87	0,21	-0,52 %
14	10.019,00	73,21	9.097,52	0,02	-9,20 %
15	10.151,70	55,29	9.097,52	0,02	-10,38 %
16	1.292,58	76,92	1.276,22	0,04	-1,27 %
17	1.770,83	225,59	1.764,32	0,10	-0,37 %
18	3.140,55	35,35	3.169,76	0,11	0,93 %
19	1.553,11	107,81	1.492,27	14,90	-3,92 %
20	1.956,97	71,57	1.752,35	4,82	-10,46 %
21	2.567,18	195,66	2.456,08	7,22	-4,33 %
22	2.605,90	174,72	2.456,08	7,15	-5,75 %
23	2.643,84	239,29	2.456,08	7,14	-7,10 %
24	2.555,41	156,41	2.456,08	7,11	-3,89 %
25	2.972,59	253,09	2.731,55	14,31	-8,11 %
26	4.049,64	180,23	3.477,44	3,92	-14,13 %
27	3.561,58	230,49	2.731,55	14,30	-23,31 %
28	6.858,35	161,05	4.068,89	18,20	-40,67 %
29	9.695,00	142,63	9.093,97	55,54	-6,20 %
30	5.663,33	259,83	3.950,27	36,66	-30,25 %
31	8.054,90	483,44	5.391,01	59,96	-33,07 %
32	8.408,61	410,86	5.392,79	56,46	-35,87 %
33	8.555,58	486,25	5.395,41	51,69	-36,94 %
34	5.536,63	425,80	4.264,63	35,88	-22,97 %
35	4.444,59	401,58	3.911,70	59,87	-11,99 %
36	3.669,89	605,31	2.849,46	57,51	-22,36 %
<i>Promedio</i>	<i>4.167,29</i>	<i>164,30</i>	<i>3.571,05</i>	<i>14,26</i>	<i>-9,71 %</i>

Tabla 4.2: Comparación de resultados entre SA_HLS y MS-BR - Clase 1.

Instancia	CLASE 2						
	SA_HLS UO (1)	MS-BR UO (2)	t(s) (2)	MS-BR UR (3)	t(s) (3)	Gap (1)-(2)	Gap (1)-(3)
1	602,88	604,26	0,01	604,26	0,01	0,23 %	0,23 %
2	702,45	702,45	0,03	698,41	0,04	0,00 %	-0,58 %
3	769,13	769,13	0,10	765,80	0,12	0,00 %	-0,43 %
4	697,06	697,06	0,09	694,87	0,05	0,00 %	-0,31 %
5	762,92	762,92	0,04	762,92	0,15	0,00 %	0,00 %
6	827,60	824,60	0,01	824,60	0,07	-0,36 %	-0,36 %
7	6.343,55	6.251,37	0,03	5.952,09	0,04	-1,45 %	-6,17 %
8	5.071,52	5.169,27	0,15	4.804,14	0,04	1,93 %	-5,27 %
9	1.029,95	1.029,95	0,13	1.029,95	0,19	0,00 %	0,00 %
10	8.401,68	7.709,91	10,69	7.424,84	6,29	-8,23 %	-11,63 %
11	8.465,67	7.886,43	8,76	7.790,53	4,98	-6,84 %	-7,98 %
12	1.674,56	1.674,56	0,14	1.674,56	0,12	0,00 %	0,00 %
13	27.842,80	26.913,82	0,17	25.501,45	2,27	-3,34 %	-8,41 %
14	10.979,30	10.637,71	0,50	10.328,26	1,19	-3,11 %	-5,93 %
15	11.160,20	10.738,77	10,85	10.730,47	34,97	-3,78 %	-3,85 %
16	1.285,83	1.285,83	0,04	1.280,90	0,23	0,00 %	-0,38 %
17	1.763,63	1.766,50	2,22	1.766,50	1,98	0,16 %	0,16 %
18	6.017,02	5.748,70	10,53	5.554,81	14,64	-4,46 %	-7,68 %
19	4.510,52	4.393,53	56,45	4.040,26	53,35	-2,59 %	-10,43 %
20	6.311,25	5.808,38	50,05	5.413,21	56,48	-7,97 %	-14,23 %
21	8.745,10	8.268,79	27,61	7.371,44	58,86	-5,45 %	-15,71 %
22	9.041,16	9.198,72	30,59	8.013,74	44,54	1,74 %	-11,36 %
23	9.280,84	9.156,06	52,05	8.411,75	50,00	-1,34 %	-9,36 %
24	4.941,33	4.701,69	52,29	4.493,00	55,85	-4,85 %	-9,07 %
25	12.822,20	12.563,60	58,28	11.475,80	59,33	-2,02 %	-10,50 %
26	11.993,00	11.323,88	49,85	11.145,73	53,58	-5,58 %	-7,06 %
27	5.683,65	5.415,02	42,67	5.163,56	41,02	-4,73 %	-9,15 %
28	23.463,50	22.115,28	58,89	21.098,96	59,81	-5,75 %	-10,08 %
29	22.243,80	20.369,78	58,39	19.670,54	59,13	-8,42 %	-11,57 %
30	16.752,30	15.968,32	53,99	15.190,20	57,10	-4,68 %	-9,32 %
31	21.906,60	20.650,46	59,05	19.312,19	59,10	-5,73 %	-11,84 %
32	21.729,60	21.141,37	59,61	19.485,90	57,46	-2,71 %	-10,33 %
33	21.971,70	20.875,43	58,27	19.611,24	59,11	-4,99 %	-10,74 %
34	15.115,50	14.691,04	59,40	13.843,60	59,80	-2,81 %	-8,41 %
35	8.765,86	8.276,98	57,05	8.020,38	59,33	-5,58 %	-8,50 %
36	4.475,44	4.270,30	59,26	4.132,65	57,58	-4,58 %	-7,66 %
<i>Promedio</i>	<i>9.004,20</i>	<i>8.621,16</i>	<i>27,45</i>	<i>8.168,99</i>	<i>29,69</i>	<i>-2,98 %</i>	<i>-6,78 %</i>

Tabla 4.3: Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, MS-BR orientado y MS-BR no orientado (con posibilidad de rotación) - Clase 2.

Instancia	CLASE 3						
	SA_HLS UO (1)	MS-BR UO (2)	t(s) (2)	MS-BR UR (3)	t(s) (3)	Gap (1)-(2)	Gap (1)-(3)
1	589,15	597,04	0,01	597,04	0,01	1,34 %	1,34 %
2	730,22	728,24	0,03	728,24	0,05	-0,27 %	-0,27 %
3	790,74	777,60	0,05	754,87	1,60	-1,66 %	-4,54 %
4	697,06	697,06	0,04	697,06	0,05	0,00 %	0,00 %
5	833,68	772,53	0,03	769,91	0,12	-7,33 %	-7,65 %
6	836,09	827,60	0,01	827,60	0,03	-1,02 %	-1,02 %
7	5.216,26	5.189,41	0,51	5.070,70	0,02	-0,51 %	-2,79 %
8	6.820,56	6.672,52	0,40	6.400,11	0,02	-2,17 %	-6,16 %
9	1.029,95	1.029,95	0,09	1.029,95	0,21	0,00 %	0,00 %
10	6.853,97	6.284,57	24,79	5.925,85	57,37	-8,31 %	-13,54 %
11	8.751,56	8.230,31	7,20	7.719,58	1,16	-5,96 %	-11,79 %
12	1.681,51	1.681,51	0,37	1.681,51	0,04	0,00 %	0,00 %
13	25.454,10	24.687,08	0,39	24.448,62	3,45	-3,01 %	-3,95 %
14	11.176,90	10.804,18	6,14	10.737,55	10,50	-3,33 %	-3,93 %
15	11.227,40	10.894,05	14,87	10.519,56	8,11	-2,97 %	-6,30 %
16	1.300,95	1.294,93	0,21	1.288,07	0,09	-0,46 %	-0,99 %
17	1.787,84	1.766,50	7,93	1.766,50	14,50	-1,19 %	-1,19 %
18	5.680,14	5.206,82	29,09	5.019,95	31,53	-8,33 %	-11,62 %
19	4.371,60	4.280,52	22,92	4.001,16	31,80	-2,08 %	-8,47 %
20	6.334,52	5.783,64	59,44	5.477,57	59,34	-8,70 %	-13,53 %
21	9.917,98	9.294,17	46,31	8.042,12	59,29	-6,29 %	-18,91 %
22	9.323,96	8.764,02	37,76	7.914,22	52,42	-6,01 %	-15,12 %
23	8.809,96	8.495,50	34,98	7.315,59	59,19	-3,57 %	-16,96 %
24	4.558,84	4.296,08	31,45	4.122,86	55,94	-5,76 %	-9,56 %
25	11.576,60	10.597,80	58,12	9.917,37	59,59	-8,45 %	-14,33 %
26	12.337,50	10.752,45	34,50	10.265,71	48,85	-12,85 %	-16,79 %
27	6.109,92	5.700,16	47,68	5.574,34	49,47	-6,71 %	-8,77 %
28	24.720,80	22.280,38	56,67	20.123,38	59,96	-9,87 %	-18,60 %
29	21.060,20	19.752,62	58,50	19.384,87	57,20	-6,21 %	-7,95 %
30	17.092,60	16.324,01	59,43	15.223,04	49,74	-4,50 %	-10,94 %
31	21.905,90	20.948,29	59,97	19.884,37	59,45	-4,37 %	-9,23 %
32	20.896,30	19.540,20	56,11	17.581,63	59,66	-6,49 %	-15,86 %
33	23.063,20	21.471,96	56,39	19.348,47	59,73	-6,90 %	-16,11 %
34	15.374,20	14.449,21	59,69	13.824,59	60,00	-6,02 %	-10,08 %
35	9.412,89	8.758,88	58,17	8.580,96	54,75	-6,95 %	-8,84 %
36	4.689,83	4.461,00	54,18	4.338,14	58,90	-4,88 %	-7,50 %
<i>Promedio</i>	<i>8.972,64</i>	<i>8.363,69</i>	<i>27,35</i>	<i>7.969,53</i>	<i>31,23</i>	<i>-4,49 %</i>	<i>-8,39 %</i>

Tabla 4.4: Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, MS-BR orientado y MS-BR no orientado (con posibilidad de rotación) - Clase 3.

Instancia	CLASE 4						
	SA_HLS UO (1)	MS-BR UO (2)	t(s) (2)	MS-BR UR (3)	t(s) (3)	Gap (1)-(2)	Gap (1)-(3)
1	614,99	596,07	0,01	596,07	0,01	-3,08 %	-3,08 %
2	684,99	695,91	0,01	695,91	0,01	1,59 %	1,59 %
3	765,74	754,87	0,06	754,87	0,01	-1,42 %	-1,42 %
4	703,76	698,30	13,48	698,30	1,15	-0,78 %	-0,78 %
5	788,78	781,31	0,06	776,08	0,10	-0,95 %	-1,61 %
6	837,00	827,81	0,20	827,81	1,58	-1,10 %	-1,10 %
7	5.574,00	5.255,76	45,41	5.136,24	0,92	-5,71 %	-7,85 %
8	6.538,33	6.097,00	0,47	6.033,76	1,58	-6,75 %	-7,72 %
9	1.052,62	1.052,62	15,61	1.052,62	16,70	0,00 %	0,00 %
10	8.072,01	7.621,86	11,70	7.589,82	37,25	-5,58 %	-5,97 %
11	9.699,32	9.035,06	13,00	8.479,54	58,60	-6,85 %	-12,58 %
12	1.683,02	1.680,01	0,27	1.680,01	0,46	-0,18 %	-0,18 %
13	27.585,40	26.596,69	2,34	25.251,74	26,48	-3,58 %	-8,46 %
14	10.809,90	10.465,36	53,41	10.147,48	3,48	-3,19 %	-6,13 %
15	11.900,50	11.490,16	3,94	11.394,41	43,07	-3,45 %	-4,25 %
16	1.299,81	1.290,00	0,31	1.290,00	0,61	-0,75 %	-0,75 %
17	1.788,18	1.766,50	7,23	1.766,50	14,55	-1,21 %	-1,21 %
18	6.283,94	5.954,06	37,97	5.881,43	53,76	-5,25 %	-6,41 %
19	4.781,83	4.582,99	38,30	4.387,02	44,60	-4,16 %	-8,26 %
20	6.655,06	5.976,26	57,43	5.638,19	54,78	-10,20 %	-15,28 %
21	8.393,49	8.057,81	51,31	7.500,34	59,46	-4,00 %	-10,64 %
22	9.301,88	8.654,23	51,16	7.818,67	51,28	-6,96 %	-15,95 %
23	8.727,79	8.273,54	56,99	7.999,03	37,40	-5,20 %	-8,35 %
24	4.698,84	4.425,70	31,32	4.363,45	58,55	-5,81 %	-7,14 %
25	12.784,20	11.718,31	48,63	11.022,61	53,48	-8,34 %	-13,78 %
26	13.039,90	12.342,35	58,56	11.432,15	60,00	-5,35 %	-12,33 %
27	5.689,62	5.441,33	49,95	5.341,49	24,66	-4,36 %	-6,12 %
28	23.517,90	22.030,55	59,73	20.503,71	59,87	-6,32 %	-12,82 %
29	23.039,10	21.377,86	46,84	21.048,35	53,08	-7,21 %	-8,64 %
30	17.144,30	16.925,87	60,00	16.064,26	57,69	-1,27 %	-6,30 %
31	23.197,60	21.947,18	59,58	21.135,03	56,42	-5,39 %	-8,89 %
32	21.835,80	20.797,44	54,78	20.517,22	60,00	-4,76 %	-6,04 %
33	23.267,20	22.719,36	58,61	21.693,24	59,05	-2,35 %	-6,76 %
34	15.347,00	15.135,76	59,30	14.914,08	59,74	-1,38 %	-2,82 %
35	9.594,11	9.204,65	58,71	9.044,45	58,86	-4,06 %	-5,73 %
36	4.425,41	4.245,69	48,85	4.169,09	49,99	-4,06 %	-5,79 %
<i>Promedio</i>	<i>9.225,65</i>	<i>8.792,12</i>	<i>32,10</i>	<i>8.462,36</i>	<i>33,87</i>	<i>-3,87 %</i>	<i>-6,38 %</i>

Tabla 4.5: Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, MS-BR orientado y MS-BR no orientado (con posibilidad de rotación) - Clase 4.

Instancia	CLASE 5						
	SA_HLS UO (1)	MS-BR UO (2)	t(s) (2)	MS-BR UR (3)	t(s) (3)	Gap (1)-(2)	Gap (1)-(3)
1	596,07	596,07	0,01	596,07	0,01	0,00%	0,00%
2	679,18	670,30	0,01	670,30	0,01	-1,31%	-1,31%
3	754,87	754,87	0,01	754,87	0,01	0,00%	0,00%
4	694,87	694,87	0,02	694,87	0,03	0,00%	0,00%
5	761,97	758,47	0,09	758,47	0,20	-0,46%	-0,46%
6	824,60	824,60	0,03	822,69	0,10	0,00%	-0,23%
7	5.386,27	4.866,88	0,28	4.681,61	0,87	-9,64%	-13,08%
8	3.979,98	3.949,42	1,03	3.864,36	0,02	-0,77%	-2,91%
9	1.029,95	1.029,95	0,04	1.029,95	0,04	0,00%	0,00%
10	7.172,52	6.391,70	1,95	6.065,00	5,00	-10,89%	-15,44%
11	6.402,22	6.101,67	0,60	6.017,59	43,40	-4,69%	-6,01%
12	1.685,18	1.686,77	0,02	1.677,52	0,11	0,09%	-0,45%
13	23.032,40	22.540,44	11,84	22.503,82	15,78	-2,14%	-2,29%
14	10.510,20	9.970,89	57,21	9.970,89	57,21	-5,13%	-5,13%
15	11.672,30	11.243,55	20,10	11.244,08	31,72	-3,67%	-3,67%
16	1.280,90	1.280,90	0,07	1.280,90	0,11	0,00%	0,00%
17	1.766,50	1.767,66	39,91	1.767,66	17,13	0,07%	0,07%
18	4.723,56	4.313,61	31,96	4.313,61	31,96	-8,68%	-8,68%
19	3.305,97	3.195,72	54,64	3.056,16	31,65	-3,33%	-7,56%
20	5.312,39	4.263,70	50,23	4.127,08	32,67	-19,74%	-22,31%
21	5.826,53	5.692,32	57,50	5.419,26	38,16	-2,30%	-6,99%
22	6.630,77	5.739,94	52,87	5.539,41	59,78	-13,43%	-16,46%
23	6.447,68	6.055,01	59,89	5.393,45	57,35	-6,09%	-16,35%
24	3.992,34	3.814,56	34,66	3.689,41	39,99	-4,45%	-7,59%
25	8.288,69	7.340,14	53,83	6.974,77	58,88	-11,44%	-15,85%
26	9.755,44	9.131,06	59,94	8.229,76	59,39	-6,40%	-15,64%
27	5.297,72	5.143,84	59,54	5.058,02	58,66	-2,90%	-4,52%
28	18.741,70	16.358,42	59,19	15.670,84	59,90	-12,72%	-16,39%
29	21.161,60	20.102,77	58,26	19.878,63	58,68	-5,00%	-6,06%
30	12.183,20	10.536,81	59,13	10.432,91	57,10	-13,51%	-14,37%
31	17.491,70	15.329,76	59,77	14.906,75	59,18	-12,36%	-14,78%
32	15.981,00	13.641,17	59,40	13.159,35	56,63	-14,64%	-17,66%
33	17.376,30	15.349,92	59,50	13.455,74	59,50	-11,66%	-22,56%
34	12.101,40	11.306,81	58,20	10.227,84	59,97	-6,57%	-15,48%
35	8.075,70	7.714,55	58,54	7.673,25	59,57	-4,47%	-4,98%
36	3.952,45	3.842,74	57,72	3.835,63	50,31	-2,78%	-2,96%
<i>Promedio</i>	<i>7.357,67</i>	<i>6.777,83</i>	<i>32,72</i>	<i>6.542,76</i>	<i>32,25</i>	<i>-5,58%</i>	<i>-8,00%</i>

Tabla 4.6: Comparación de resultados entre SA_HLS (orientado), MS-BR orientado y MS-BR no orientado (con posibilidad de rotación) - Clase 5.

Instancia	Promedio CLASES 2 a 5				
	SA_HLS (UO) t(s) (1)	MS-BR (UO) t(s) (2)	MS-BR (UR) t(s) (3)	Gap (1)-(2)	Gap (1)-(3)
1	30	0	0	-0,40%	-0,40%
2	33	0	0	0,00%	-0,14%
3	34	0	0	-0,78%	-1,63%
4	30	3	0	-0,20%	-0,27%
5	28	0	0	-2,29%	-2,54%
6	43	0	0	-0,62%	-0,68%
7	31	12	0	-4,25%	-7,46%
8	30	1	0	-2,33%	-5,84%
9	59	4	4	0,00%	0,00%
10	43	12	26	-8,17%	-11,46%
11	53	7	27	-6,20%	-9,94%
12	167	0	0	-0,02%	-0,16%
13	70	4	12	-3,06%	-5,98%
14	78	29	18	-3,68%	-5,27%
15	92	12	29	-3,47%	-4,51%
16	111	0	0	-0,31%	-0,53%
17	191	14	12	-0,55%	-0,55%
18	89	27	33	-6,52%	-8,52%
19	180	43	40	-3,05%	-8,75%
20	175	54	51	-11,30%	-16,08%
21	292	46	54	-4,77%	-13,84%
22	317	43	52	-5,66%	-14,61%
23	358	51	51	-3,87%	-12,46%
24	289	37	53	-5,24%	-8,37%
25	474	55	58	-7,15%	-13,37%
26	363	51	55	-7,59%	-12,84%
27	282	50	43	-4,74%	-7,21%
28	614	59	60	-8,47%	-14,43%
29	495	55	57	-6,74%	-8,60%
30	812	58	55	-5,41%	-9,91%
31	1115	60	59	-6,66%	-10,96%
32	969	57	58	-6,62%	-12,06%
33	858	58	59	-6,14%	-13,50%
34	1596	59	60	-4,07%	-8,85%
35	1214	58	58	-5,28%	-7,06%
36	112	55	54	-4,12%	-6,09%
<i>Promedio</i>	<i>354</i>	<i>30</i>	<i>32</i>	<i>-4,17%</i>	<i>-7,36%</i>

Tabla 4.7: Comparación de resultados entre SA_HLS (orientado), MS-BR orientado y MS-BR no orientado (con posibilidad de rotación) - promedio Clases 2 a 5.

<http://dpcs.uoc.edu/joomla/index.php/software>.

4.5. Análisis de los resultados.

Un vistazo inicial a las tablas de la 4.2 a la 4.7 permite concluir lo siguiente:

- Para el escenario no orientada, (2IUOIL), el algoritmo MS-BR es capaz de mejorar la mayoría de los resultados individuales, así como en los resultados promedio, obtenidos por el algoritmo SA_HLS, con diferencias medias individuales que van desde -2,98% (Clase 2) a -9,71% (Clase 1), y una diferencia promedio total para las clases 2 a 5 de -4,17%.
- Las diferencias son lógicamente mayores cuando se comparan con la versión no orientada, ya que se aumenta el espacio de soluciones para el problema de carga cuando se permite la rotación de los artículos en las clases 2 a 5.
- Los resultados indican que el algoritmo propuesto requiere menores recursos computacionales que el algoritmo SA_HLS. Considerando dichos recursos computacionales a partir de los tiempos y los medios informáticos empleados.

La figura 4.5.1 permite comparar, para cada clase, los costes totales (incluyendo costes fijos y variables) asociados con la mejor solución provista por cada algoritmo: SA-HLS (UO), MS-BR (UO) y MS-BR (UR). Observándose que:

- La clase 1 es la que muestra los costes más bajos.
- Dentro de cada clase, los costes medios generados con nuestro algoritmo MS-BR son siempre inferiores a los generados con el algoritmo SA_HLS.

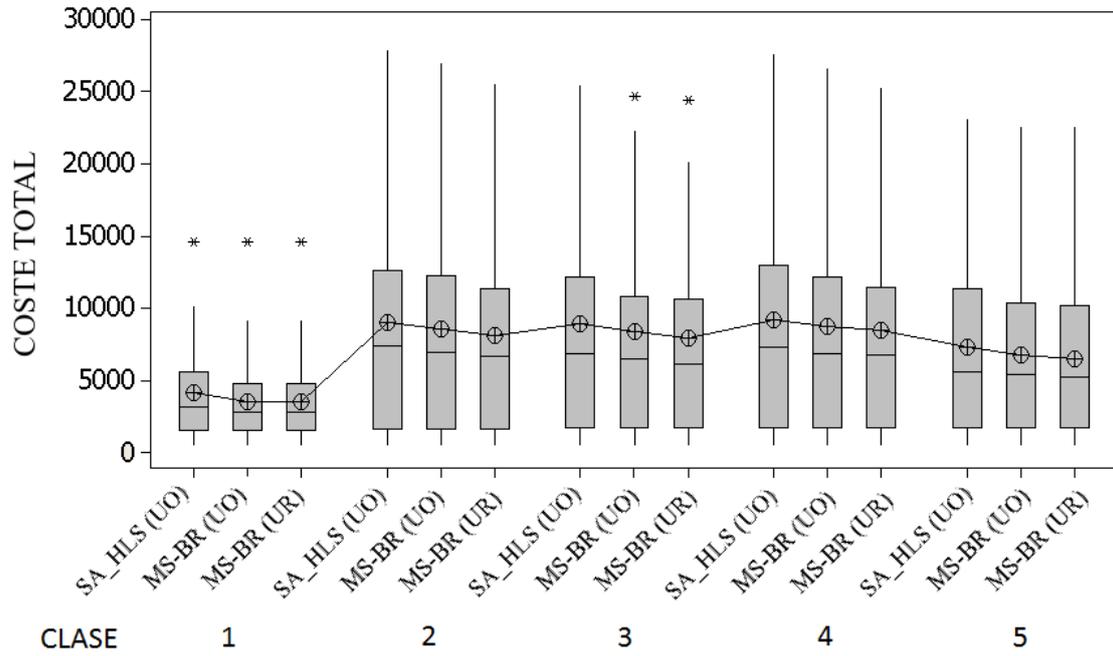


Figura 4.5.1: Diagrama de cajas representando los costes totales por algoritmo y clase.

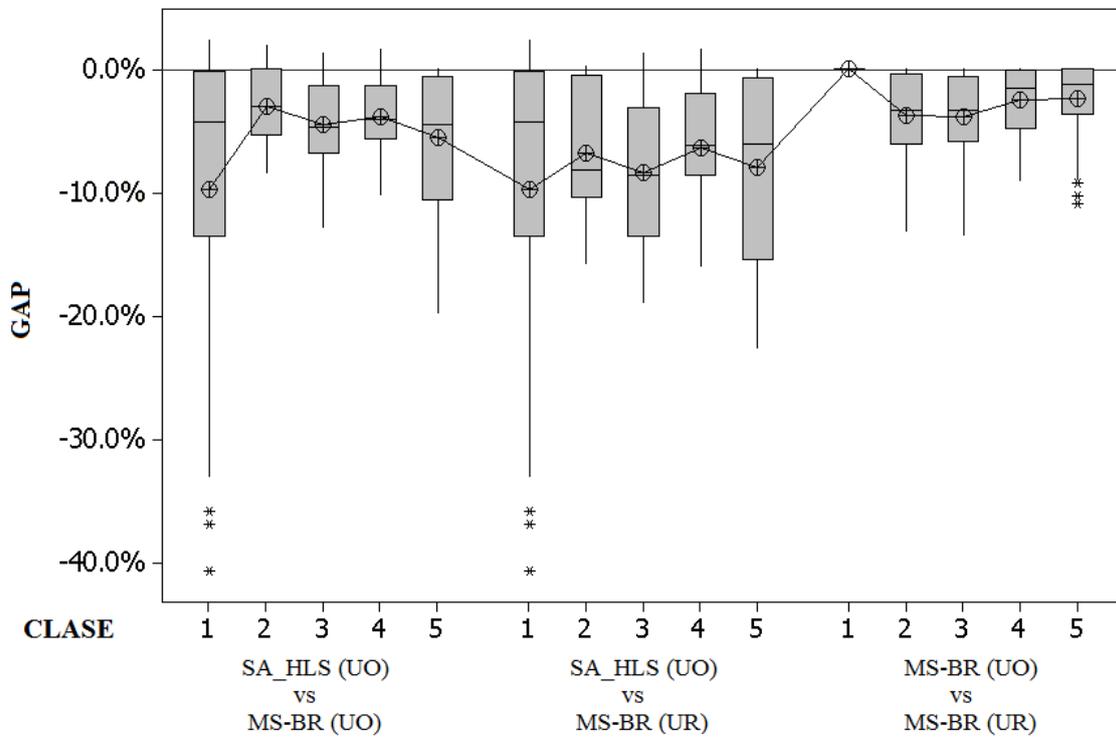


Figura 4.5.2: Diagrama de cajas de diferencias (Gaps) por clase.

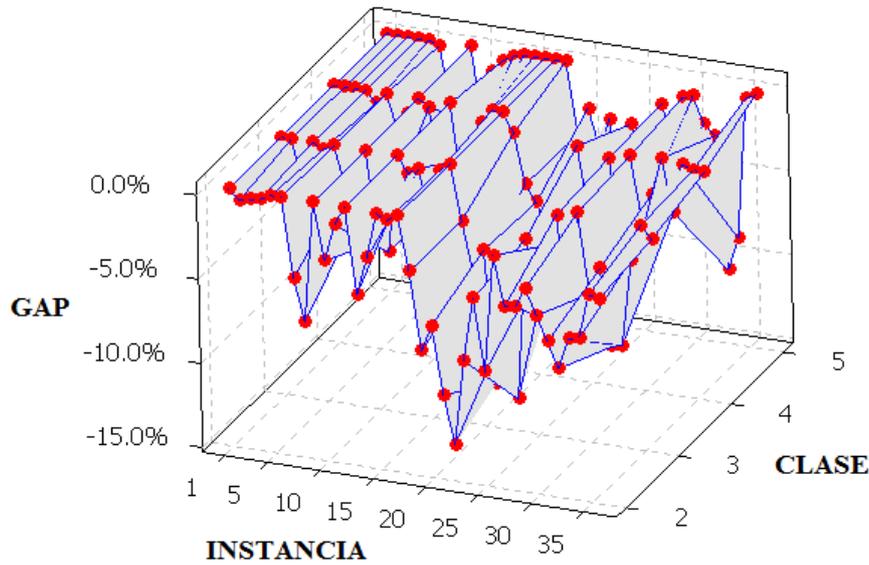


Figura 4.5.3: Diferencias entre las versiones de carga orientada (UO) y no orientada (UR), según instancia y clase, para el algoritmo MS-BR.

La figura 4.5.2 permite la comparación de diferencias entre los resultados obtenidos por cada par de algoritmos y en cada clase. En particular, se puede constatar que:

- Al comparar el algoritmo SA_HLS con el MS-BR, para la versión de carga orientada no restringida, 2UOIL, las mayores diferencias son los relacionados con las clases 1 y 5.
- Cuando se compara el algoritmo MS-BR en las dos variantes de carga, orientada (UO) y no orientada (UR), para las Clases 2 a 5, existe una reducción de costes debidos a la posibilidad de rotar los artículos durante el proceso de carga. La posibilidad de rotar los artículos a cargar, permite aumentar el espacio de soluciones de carga y con ello, el espacio de soluciones del problema completo, ruta más carga. Este crecimiento del espacio de soluciones factibles de carga, permite llegar a soluciones del problema de rutas con menor coste total. Esta mejora del resultado, para el conjunto de las clases 2 a 5, y a nivel promedio se sitúa en torno al 3%, cobrando una mayor importancia en las clases 2 y 3.

Finalmente, la figura 4.5.3 muestra en mayor detalle las diferencias porcentuales a nivel de costes totales, comentadas anteriormente, entre la versión de carga orientada y no orientada. Para cada instancia y clase, se presenta la reducción de costes obtenida al permitir la rotación de los artículos durante la fase de carga. Como se puede observar, la disminución del coste total entre ambas configuraciones de carga, varía en función de:

- La instancia considerada, siendo de poca importancia en algunas, véase por ejemplo las cinco primeras, o de gran importancia en otras como por ejemplo las instancias 21, 22 y 23.
- La clase de instancia, ya que como se puede apreciar en la gráfica, la influencia es generalmente menor en las clases 4 y 5, mientras que en las clases 2 y 3 se pueden alcanzar diferencias significativas superiores al 10%.

Capítulo 5

Algoritmo ILS-BR para el 2L-HFVRP secuencial.

5.1. Introducción.

Continuando con el problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones y flota heterogénea, 2L-HFVRP, en este capítulo se abordarán las configuraciones de carga secuenciales, con y sin rotación de carga. Se trata nuevamente de una extensión del problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones, en la que además de considerar una flota de vehículos heterogénea y la posibilidad de rotar los artículos, se añade la restricción de carga secuencial. Dicha restricción de carga, implica generalmente que los vehículos son cargados y descargados por el lateral trasero, y que puede ser complicado o muy costoso recolocar la carga en los emplazamientos de los clientes, debido al peso y tamaño de los artículos. Además, las carretillas elevadoras no son normalmente capaces de realizar desplazamientos laterales significativos en el proceso de carga y descarga de un elemento. Por lo tanto, la descarga de un artículo no debe ser obstaculizada por otros artículos de otros clien-

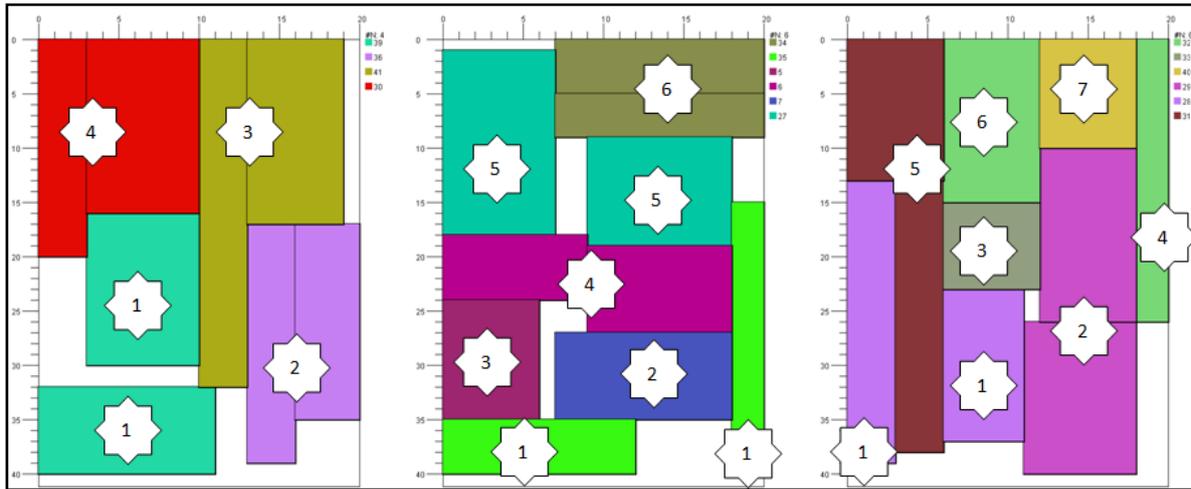


Figura 5.1.1: Ejemplo de carga secuencial para un pequeño caso con 3 vehículos.

tes que aún no han sido descargados, aunque sea parcialmente, en el área rectangular que va desde su posición de carga hasta el lado de carga/descarga del camión. Para cumplir lo anterior, suele ser necesario que los artículos solicitados por los clientes sean cargados en orden inverso al que se realiza la ruta de transporte, cargando en primer lugar los artículos del último cliente a visitar y en último lugar los artículos del primer cliente a visitar. En la figura 5.1.1 se proporciona un ejemplo de carga secuencial para un problema sencillo con sólo 3 vehículos. Obsérvese que los artículos se han cargado en el camión siguiendo un orden inverso a aquel en el que se visitan los clientes (representado por un número dentro de una estrella).

La restricción de carga secuencial es, por consiguiente, un requisito frecuente en las prácticas de transporte de la vida real, ya que descargar y volver a cargar determinados tipos de artículos, podría representar un costo significativo, tanto en términos de tiempo, como en medios humanos y materiales. En consecuencia, el problema propuesto, 2L-HFVRP, para las configuraciones de carga secuencial orientada, 2ISOIL, y secuencial no orientada, 2ISRIL, representa un modelo enriquecido con un mejor encaje en diversos tipos de problemas reales, que prácticamente no ha sido tratado en la literatura científica hasta el momento.

En este capítulo, se presenta un algoritmo relativamente sencillo de implementar, que

es capaz de ofrecer soluciones pseudo-óptimas para un problema tan complejo, en tiempos computacionales relativamente cortos. El algoritmo propuesto se integra dentro de un marco de Búsqueda Local Iterativa, Iterated Local Search (ILS), junto con la metodología denominada aleatoriedad sesgada, ya expuesta en detalle en los capítulos anteriores. La eficiencia de esta metaheurística se valida sobre un amplio conjunto de pruebas computacionales.

5.2. Descripción del problema.

Este capítulo trata el problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones y flota heterogénea, 2L-HFVRP, en las versiones de carga secuencial orientada (2ISOIL) y no orientada (2ISRIL). Aunque se trata básicamente del mismo problema descrito en el capítulo anterior, al que se añade la restricción de carga secuencial, se realiza a continuación un resumen del mismo.

El problema consiste esencialmente en la distribución de una mercancía almacenada en un depósito, a una serie de clientes geográficamente dispersos, mediante una flota de vehículos heterogénea.

La mercancía solicitada por cada cliente está compuesta por un conjunto de artículos de forma rectangular, con un peso determinado.

Existen diferentes tipos de vehículos, cada uno de ellos tiene unas características determinadas:

- Una superficie de carga rectangular y una capacidad de carga máxima (peso máximo).
Generalmente cuanto mayor es la superficie de carga, mayor es la capacidad de carga.
- Unos costes fijos, así como unos costes variables directamente proporcionales a la dis-

tancia recorrida. El valor de estos costes está relacionado con el tamaño de los vehículos, a mayor tamaño del vehículo mayores son los costes fijos y variables.

Además, existen una serie de restricciones relativas a la ruta y la carga que condicionan el problema a resolver:

- Cada ruta comienza y termina en un depósito central, (no se permiten rutas abiertas).
- Cada cliente debe ser servido por un sólo vehículo.
- La carga total transportada por cada vehículo no puede superar la capacidad de carga máxima, (peso máximo), del vehículo, Q_t .
- Cada artículo se debe cargar con sus aristas paralelas a los bordes de la plataforma de carga del vehículo (carga ortogonal).
- Los elementos rectangulares a transportar no pueden superponerse, ni superar los límites del área de carga del vehículo, $A_t = W_t \times H_t$.
- En la versión de carga orientada, 2|SO|L, los artículos deben mantener una orientación fija, por lo que no se admite la rotación de los mismos. Mientras que en la versión de carga no orientada, 2|SR|L, se admite que los artículos puedan ser girados 90° , durante la fase de carga.
- Todos los artículos a transportar deben ser cargados y descargados desde la parte trasera, empleando únicamente movimientos rectos (uno por artículo), paralelos a los bordes laterales de la plataforma de carga del vehículo, por lo que no está permitido recolocar los artículos en el vehículo durante la distribución de mercancía a los clientes (limitación de carga secuencial).

El objetivo del problema 2L-HFVRP es encontrar un conjunto de rutas que satisfagan las demandas de todos los clientes a un coste mínimo, cumpliendo todas las limitaciones establecidas.

5.3. Descripción del algoritmo propuesto.

Como se ha indicado en la introducción, el algoritmo híbrido propuesto, denominado ILS-BR, integra la metodología de la aleatoriedad sesgada aplicada sobre las heurísticas clásicas de generación de rutas y empaquetado bidimensional, dentro de un marco de Búsqueda Local Iterativa, ILS (Lourenço *et al.*, 2003). ILS es conceptualmente simple, pero ha demostrado ser una metaheurística muy eficiente en la resolución de una gran variedad de problemas de optimización combinatoria. La idea que subyace detrás de ILS es reducir la búsqueda de candidatos a soluciones óptimas locales devueltos por algún algoritmo o heurística embebida. Para lograrlo, la metodología ILS combina de forma iterativa una etapa de perturbación con una etapa de búsqueda local (Figura 5.3.1). La etapa de perturbación tiene como objetivo diversificar la búsqueda de una solución mejor dentro del espacio de soluciones, mientras que la búsqueda local tiene como objetivo intensificar la búsqueda de una solución mejor dentro de un espacio de soluciones próximo al de la solución base actual. Por lo general, también se incluye un criterio de aceptación de nuevas soluciones base, para ayudar al algoritmo a escapar de mínimos locales. Burke *et al.* (2010) demostraron que ILS obtiene el mejor rendimiento promedio entre un conjunto de hiper-heurísticas seleccionadas, en la resolución de tres problemas clásicos de optimización combinatoria: Empaquetado unidimensional, taller de flujo de permutación, y la planificación del personal. Los autores también hacen hincapié en dos factores principales que justifican su eficiencia: (i) un excelente equilibrio entre la exploración y explotación por combinar sistemáticamente una perturbación seguida de una búsqueda local, y (ii) el reducido número de parámetros requeridos.

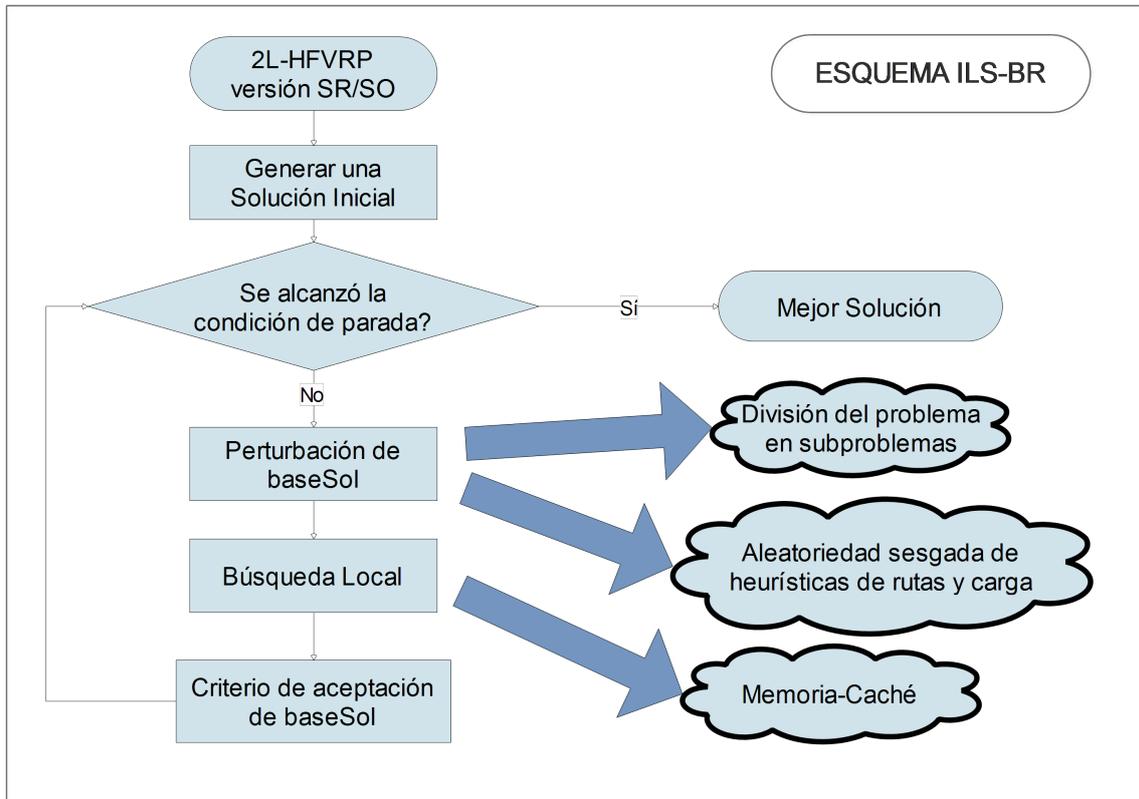


Figura 5.3.1: Esquema general de nuestro algoritmo ILS-BR.

En el algoritmo MS-BR se realizaba un reinicio completo de la solución inicial en cada iteración, sin embargo, en el caso del algoritmo ILS-BR se trabaja con una solución base que se va modificando durante las diferentes iteraciones. Dicha solución base se actualiza en cada iteración en la cual se cumple el criterio de aceptación establecido. Mantener una solución base en cada iteración, supone partir de una solución de calidad en lugar de una nueva solución aleatoria generalmente de menor calidad, lo cual implica normalmente un menor grado de diversificación y un mayor grado de intensificación del algoritmo ILS-BR respecto al MS-BR.

La técnica de división en subproblemas se utiliza durante la etapa de perturbación para extraer un subconjunto de rutas de la solución base, para posteriormente centrar los esfuerzos de mejora en el subproblema asociado, dejando sin modificar el otro subproblema restante. Lógicamente, una mejora del subproblema seleccionado supone una mejora del problema global.

Obsérvese que a diferencia del MS-BR, donde se resolvían todos los subproblemas resultantes de la división, en el ILS-BR se generan dos subproblemas y se trata sólo la mejora de uno de ellos.

La sistemática descrita en los capítulos anteriores relativa a la modificación de las heurísticas especificadas, usadas en el problema de rutas y de carga de los vehículos, mediante la generación aleatoria de soluciones usando una asignación de probabilidad con distribución asimétrica positiva, vuelve a ser utilizada dentro de la etapa de perturbación de la solución base.

Posteriormente, se realiza la etapa de búsqueda local mediante el uso de la técnica de memoria-caché de soluciones, previamente detallada en capítulos anteriores.

Finalmente, la mejor de las soluciones base obtenidas será la mejor solución cuando se alcance la condición de parada.

5.4. Detalle a bajo nivel mediante pseudo-código.

El algoritmo 5.1 muestra el pseudo-código asociado con el procedimiento principal de la metaheurística ILS-BR. Una vez que las entradas del problema, (datos de los clientes, características de los vehículos disponibles, así como los tamaños y pesos de los artículos solicitados), se han cargado en el programa, se genera una solución base inicial mediante el procedimiento *Pack-And-Route* (el proceso de generación se explica más adelante en detalle). Esta solución base inicial también se establece como la mejor solución hasta el momento (líneas 1 y 2). A continuación, el algoritmo comienza un procedimiento de Búsqueda Local Iterativa (ILS) (líneas 4 a 21), que tiene por objeto reducir el coste de la mejor solución obtenida mediante la combinación de una etapa de construcción-destrucción (perturbación) de la solución base

Algoritmo 5.1 Pseudo-código del procedimiento principal del ILS-BR.

```

Procedure ILS-BR(inputs,  $\alpha$ , maxPackIter,  $\beta$ )
01 baseSol <- packAndRoute(inputs,  $\alpha$ ,  $\beta$ ) % aleatoriedad sesgada
02 bestSol <- baseSol
03 delta <- 0 % variable auxiliar
04 while {condición final no alcanzada} do % tiempo o límite de iteraciones
05   subSol <- extractRoutesAtRandom(baseSol) % fase de destrucción
06   subInputs <- getSubProblem(subSol)
07   newSubSol <- packAndRoute(subInputs,  $\alpha$ , maxPackIter,  $\beta$ ) % resolución del subproblema
08   newSubSol <- applyCache(newSubSol) % búsqueda local memoria-caché
09   newSol <- merge(baseSol, newSubSol) % fase de reconstrucción
10   delta <- cost(newSol) - cost(baseSol)
11   if {delta < 0} then % mejora de baseSol
12     credit <- (-delta)
13     baseSol <- newSol
14     if {cost(newSol) < cost(bestSol)} then
15       bestSol <- newSol
16     end if
17   else if {0 < delta < credit} then % criterio de aceptación
18     credit <- 0
19     baseSol <- newSol
20   end if
21 end while
22 return bestSol
end procedure

```

con una etapa de búsqueda local (líneas 5 a 9). La perturbación y las etapas de búsqueda local se basan en técnicas de división y de memoria-caché ya descritas en capítulos anteriores. En la etapa de perturbación, un conjunto de rutas adyacentes se extrae de la solución base utilizando un proceso de selección al azar de una ruta base y una serie de rutas adyacentes (fase de destrucción). De este conjunto de rutas se obtienen los datos de entrada del subproblema 2L HVRP secuencial, de menor tamaño que el original (línea 6) y, por lo tanto, más fácil de resolver de manera eficiente.

A continuación, el subproblema se resuelve mediante el procedimiento *Pack-And-Route* (línea 7), y la subsolución resultante se combina con las rutas no extraídas (línea 9) para generar una nueva solución global para el problema original (fase de reconstrucción). De hecho, antes de que ocurra este proceso de fusión, se completa una búsqueda local rápida basada en una memoria-caché de rutas previamente obtenidas (línea 8). Después de la búsqueda local, el coste de la nueva solución se compara con el coste de la solución de base (línea 10). Siempre que la primera sea inferior a la segunda, la solución base se actualiza (línea 13). Un proceso de

actualización similar se realiza con la mejor solución encontrada (línea 15). Bajo algunas circunstancias, la solución base se actualiza con la nueva solución, incluso si esta última muestra un coste más elevado (línea 19). Esta degradación de la solución base se lleva a cabo de vez en cuando, con el fin de disminuir la probabilidad de que el algoritmo quede atrapado en un mínimo local. Concretamente, para aceptar esta pérdida en el resultado de la solución base se utiliza el siguiente criterio basado:

- El aumento del coste tiene que ser inferior a la mejora obtenida en la última actualización (representado en el pseudocódigo por la variable *credit*).
- Tras una degradación de la solución base, no se admite una segunda degradación consecutiva (esto se logra al estableciendo la variable *credit* a 0 cada vez que se degrada la solución base).

El procedimiento *Pack-And-Route*, que se muestra en el pseudo-código 5.2, se corresponde básicamente con la misma metodología descrita en el capítulo anterior pero incluyendo la restricción secuencial que no había sido abordada anteriormente. Dicha restricción afecta a la solución de carga, por lo que es gestionada dentro del procedimiento *checkPacking*, cuyo pseudo-código aparece en 5.3. Tras algunos ensayos se establecen los valores de α y β , para el algoritmo propuesto. El parámetro α se fija en esta ocasión al valor 0,3, mientras que el parámetro β toma un valor aleatorio entre 0,06 y 0,24, en cada llamada a la heurística de carga.

Como se puede observar en el pseudo-código del procedimiento *checkPacking*, la restricción secuencial de carga requiere un control sobre el orden de visita a los clientes durante la ruta. Este orden es extraído mediante el procedimiento *getCustomerOrder*, y almacenado en la variable *custOrder* (línea 3). A diferencia del algoritmo MS-BR, en esta nueva propuesta se ha incluido una memoria-caché, (con estructura de datos del tipo hash map), para almacenar las

Algoritmo 5.2 Pseudo-código del procedimiento Pack-And-Route.

```

Procedure packAndRoute(subInputs,  $\alpha$ , maxPackIter,  $\beta$ )
01 sol <- genDummySol(inputs) % generar solución trivial usando el vehículo de menor tamaño
02 savingsList <- buildSavingsList(inputs)
03 savingsList <- biasedRandSort(savingsList,  $\alpha$ ) % calcular la lista de arcos orden(ahorros)
04 while {savingsList is not empty} do
05   nextEdge <- extractNextEdge(savingsList)
06   iNode <- getOriginNode(nextEdge)
07   jNode <- getDestinyNode(nextEdge)
08   iRoute <- getRoute(iNode, sol)
09   jRoute <- getRoute(jNode, sol)
10   vehType <- selectSmallestWeightCapableVehType(iRoute, jRoute)
11   isPackingFeasible <- false
12   isMergeAnImprovement <- false
13   while {veh in vehType has not been checked} do
14     isMergeAnImprovement <- checkIfMergeImprovesSol(iRoute, jRoute, veh)
15     if {isMergeAnImprovement is true} do
16       isPackingFeasible <- checkPacking(iRoute, jRoute, vehType, maxPackIter,  $\beta$ )
17       if {isPackingFeasible is false} then
18         if {vehType is not the largest type of vehicle} do
19           vehType <- selectNextLargerTypeOfVehicle(vehType)
20         else
21           exit while % referido al anidado
22         end if
23       end if
24     end if
25   end while
26   if {isMergeAnImprovement} and {isPackingFeasible} then
27     newRoute <- merge(iRoute, jRoute, veh)
28     sol <- update(iRoute, jRoute, newRoute)
29   end if
30 end while
31 return sol
end procedure

```

soluciones factibles de carga obtenidas junto con el tipo de vehículo empleado, de esta forma se reduce el esfuerzo computacional en la resolución del problema de carga. Esta memoria de soluciones de carga factibles, es consultada mediante el procedimiento *checkPackingCache* (línea 6), y actualizada cuando se obtiene una nueva solución de carga (líneas 12 y 17).

Cuando no existe una solución previa en la memoria, el problema de carga secuencial es tratado mediante dos metodologías distintas aplicadas sobre cada una de las heurísticas de empaquetado utilizadas Best-Fit y Touching Perimeter, descritas en el capítulo anterior. Dando lugar, en este caso a cuatro variantes de empaquetado que se aplican secuencialmente, dos variantes para cada heurística:

1. La primera metodología consiste en cargar el vehículo siguiendo el criterio LIFO, es

Algoritmo 5.3 Pseudo-código del procedimiento checkPacking.

```

Procedure checkPacking(iRoute, jRoute, vehType, maxPackIter,  $\beta$ )
01 isPackingFeasible <- false
02 itemList <- getItems(iRoute, jRoute)
03 custOrder <- getCustomerOrder(iRoute, jRoute) % orden de visita a los clientes
04 packingSol <- emptySol
05 if {items total area  $\leq$  vehicle loading surface} then
06   packingSol <- checkPackingCache(custOrder, vehType) % buscar en memoria de sol. de carga
07   if {packingSol is not emptySol} then
08     isPackingFeasible <- true % solución factible de carga encontrada en memoria
09   else % aplicación de la aleatoriedad sesgada sobre la heurística Touching Perimeter
10     packingSol <- biasedRandTP(itemList, custOrder, vehType, maxPackIter,  $\beta$ )
11     if {requestedLength(packingSol)  $\leq$  length(vehType)} then
12       update packing cache with packingSol
13       isPackingFeasible <- true
14     else % aplicación de la aleatoriedad sesgada sobre la heurística Best-Fit
15       packingSol <- biasedRandBF(itemList, custOrder, vehType, maxPackIter,  $\beta$ )
16       if {requestedLength(packingSol)  $\leq$  length(vehType)} then
17         update packing cache with packingSol
18         isPackingFeasible <- true
19       end if
20     end if
21   end if
22 end if
23 return isPackingFeasible
end procedure

```

decir, se carga el vehículo en orden inverso al que se visitan los clientes, empezando con el último cliente a visitar en la ruta y terminando con el primero. Luego para cada ciclo de carga correspondiente al cliente en cuestión, para la posición a ocupar por el siguiente artículo a cargar sólo se consideran los artículos pendientes de colocar del cliente actual. Cuando hay posibilidad de colocar más de un ítem, se realizará una selección aleatoria dando mayor probabilidad al que obtenga el mejor encaje según los criterios de cada heurística Best-Fit o Touching Perimeter. Este método en principio nos asegura el cumplimiento de la restricción secuencial.

2. En la segunda metodología, sin embargo, tanto en la heurística Best-Fit como en la Touching Perimeter, cuando hay más de un elemento que encaje en la posición analizada en cada momento, se realiza una selección aleatoria de cualquiera de estos artículos, pero dando mayor probabilidad en la selección a los elementos que pertenecen a clientes visitados al final de la ruta. De esta forma, se aumenta la probabilidad de selección de los artículos, en función de la posición que ocupa el cliente correspondiente en la ruta.

Para asignar esta probabilidad haciendo uso de la aleatoriedad sesgada, se utiliza un factor de ganancia para cada heurística de tal modo que:

- a) En el caso del Touching Perimeter el valor del perímetro de contacto obtenido, (puntuación), para cada artículo del cliente i , en la posición considerada, se multiplica por $(1 + \rho(i)^2)$, donde $\rho(i)$ es la posición del cliente i en la ruta, empezando por $\rho(i) = 1$ para el primer cliente a visitar. La puntuación obtenida tras multiplicar el valor del perímetro por la ganancia, se ordena de mayor a menor. Además el chequeo de la restricción secuencial se realiza después de colocar un nuevo elemento. En caso de no cumplir la condición secuencial se interrumpe el proceso de colocación y se comienza otro nuevo.
- b) En el caso del Best-Fit, la variable que determina el orden de prioridad en la selección de los elementos, para cada posición, es la diferencia entre el espacio libre de carga y la dimensión correspondiente del rectángulo que es menor o igual al espacio disponible, menor diferencia es mejor encaje, véase [Burke et al. \(2004\)](#). En este caso, para favorecer la selección de los elementos pertenecientes a clientes que se visitan al final de la ruta, el valor de esta diferencia se multiplica nuevamente por un factor de ganancia $(1 - \rho(i)^2)$. La puntuación resultante permite ordenar los artículos de menor a mayor valor, y aplicar posteriormente la asignación de probabilidad asimétrica sobre la lista ordenada de artículos para la posición considerada.

El parámetro *maxPackIter*, controla el número de intentos que se realizan con cada heurística y método para lograr una solución de carga viable. Para ajustar el número de intentos a la dificultad del problema, este parámetro toma como valor la suma total de artículos a cargar en el vehículo.

5.5. Experimentos computacionales.

El algoritmo descrito en este capítulo se ha implementado como una aplicación Java. Se utilizó, para realizar todas las pruebas, un sólo núcleo de un procesador Intel® Core™ i7-2670QM a 2,2 GHz y 4 GB de RAM, que se ejecutan directamente en la plataforma Netbeans, instalado sobre un sistema operativo Windows 7. Con el fin de probar nuestro algoritmo, nuevamente se recurre a las instancias de referencia propuestas por [Leung *et al.* \(2013\)](#), detalladas en la sección 4.4. Usando el algoritmo ILS-BR, las 180 instancias-clases se resolvieron, excepto la clase 1, bajo dos escenarios diferentes:

1. Carga orientada secuencial (2|SOIL).
2. Carga no orientada secuencial (2|SRIL).

Para cada escenario y cada combinación de instancia y clase, se ejecutan cinco réplicas de nuestro algoritmo, cada uno de ellos utilizando una semilla diferente para la generación aleatoria. Cada réplica se ejecutó durante un tiempo máximo de 1 minuto, es decir, se permitió un tiempo máximo de 5 minutos para cada combinación de instancia y clase. Para el escenario orientado secuencial, (sin rotación de los artículos), se comparan nuestros resultados con el Recocido Simulado con una Búsqueda Local Heurística, Simulated Annealing with Heuristic Local Search (SA_HLS), al igual que en el capítulo anterior. Recordemos que el SA_HLS fue implementado en C++ y ejecutado en una computadora con un procesador Core 2 Duo a 2,2 GHz y 2 GB de RAM en Windows 7.

Para la versión de carga no orientada secuencial, (2|SRIL), hasta donde llega nuestro conocimiento, no hay resultados previos publicados con los que comparar el algoritmo propuesto. Por esa razón, se vuelve a comparar nuestros resultados para los escenarios orientado y no orientado, como una forma de estimar la reducción de los costes derivados de la posibilidad

de rotar los artículos. Las tablas 5.1 a 5.6 muestran los resultados obtenidos para los tres enfoques mencionados anteriormente: SA_HLS (orientado), nuestra mejor solución para el escenario orientado (ILS-BR SO), y nuestra mejor solución para el escenario con rotación (ILS-BR SR). El tiempo que aparece en las tablas, corresponde a los segundos transcurridos hasta encontrar la mejor solución. Con respecto a la Clase 1, ya que todos sus artículos son de forma cuadrada, los resultados de esta clase son los mismos independientemente de si se permite o no la rotación de artículos.

Por último, también se realiza una comparativa entre el algoritmo MS-BR propuesto en el capítulo anterior frente al ILS-BR, para la versión de carga orientada y no restringida, 2IUOL. En la tabla 5.7 se muestra la referida comparativa para los resultados promedio de las clases 2 a 5. En este caso, se elimina la restricción de carga secuencial, para facilitar la confrontación de resultados. Ambos algoritmos fueron ejecutados empleando los mismos recursos informáticos, ya especificados anteriormente. Una vez más, se incluye la mejor solución obtenida para las cinco réplicas, el tiempo de CPU transcurrido y el porcentaje de mejora, gap negativo, del ILS-BR respecto al MS-BR.

5.6. Análisis de los resultados.

Para el caso secuencial, los resultados de las tablas 5.1 a 5.6, nos permiten concluir lo siguiente:

- Para el escenario orientado secuencial, el algoritmo ILS-BR es capaz de mejorar la mayoría de los resultados individuales, así como el promedio en los resultados proporcionados por el algoritmo SA_HLS, con diferencias medias individuales que van desde -2,00% (clase 4) a -9,71% (Clase 1), y una diferencia promedio total para las clases 2 a 5 de -3,01%.

Instancia	CLASE 1				
	SA_HLS (1)	t(s) (1)	ILS-BR (2)	t(s) (2)	Gap (1)-(2)
1	596,07	29,78	596,07	0,00	0,00 %
2	679,18	5,05	670,30	0,00	-1,31 %
3	745,51	12,39	745,51	0,01	0,00 %
4	694,33	6,15	694,33	1,88	0,00 %
5	761,19	5,62	758,47	0,02	-0,36 %
6	809,56	4,77	809,56	0,07	0,00 %
7	3.211,53	3,67	3.211,53	0,35	0,00 %
8	3.184,45	3,21	3.184,45	0,17	0,00 %
9	1.029,95	7,39	1.029,95	0,01	0,00 %
10	5.149,51	6,97	4.932,34	0,87	-4,22 %
11	5.119,40	6,97	4.932,34	0,88	-3,65 %
12	1.658,56	35,80	1.655,73	0,31	-0,17 %
13	14.655,40	1,93	14.579,87	0,15	-0,52 %
14	10.019,00	13,51	9.097,52	0,09	-9,20 %
15	10.151,70	5,49	9.097,52	0,08	-10,38 %
16	1.292,58	17,94	1.276,22	0,01	-1,27 %
17	1.770,83	38,88	1.764,32	0,03	-0,37 %
18	3.140,55	13,54	3.169,76	0,95	0,93 %
19	1.553,11	32,56	1.490,28	0,18	-4,05 %
20	1.956,97	56,00	1.776,44	1,28	-9,23 %
21	2.567,18	75,00	2.470,47	51,80	-3,77 %
22	2.605,90	76,39	2.470,47	51,52	-5,20 %
23	2.643,84	93,99	2.470,47	51,73	-6,56 %
24	2.555,41	63,98	2.470,47	49,51	-3,32 %
25	2.972,59	129,04	2.728,40	6,91	-8,21 %
26	4.049,64	88,09	3.477,26	1,44	-14,13 %
27	3.561,58	159,20	2.728,40	6,58	-23,39 %
28	6.858,35	125,60	4.065,70	46,85	-40,72 %
29	9.695,00	139,73	9.105,07	45,26	-6,08 %
30	5.663,33	242,15	3.946,79	42,46	-30,31 %
31	8.054,90	325,51	5.370,31	59,79	-33,33 %
32	8.408,61	379,53	5.370,34	59,99	-36,13 %
33	8.555,58	368,50	5.377,08	48,82	-37,15 %
34	5.536,63	323,50	4.263,78	44,12	-22,99 %
35	4.444,59	324,64	3.911,17	59,44	-12,00 %
36	3.669,89	555,13	2.847,02	55,05	-22,42 %
<i>Promedio</i>	<i>4.167,29</i>	<i>104,93</i>	<i>3.570,71</i>	<i>19,13</i>	<i>-9,71 %</i>

Tabla 5.1: Comparación de resultados entre SA_HLS y ILS-BR - Clase 1.

Instancia	CLASE 2						
	SA_HLS SO (1)	ILS-BR SO (2)	t(s) (2)	ILS-BR SR (3)	t(s) (3)	Gap (1)-(2)	Gap (1)-(3)
1	604,26	604,26	0,00	602,88	0,42	0,00 %	-0,23 %
2	721,60	721,60	0,06	700,94	0,00	0,00 %	-2,86 %
3	772,90	772,90	0,26	765,80	0,02	0,00 %	-0,92 %
4	721,90	709,13	0,03	697,06	0,02	-1,77 %	-3,44 %
5	799,80	783,08	0,44	762,92	0,30	-2,09 %	-4,61 %
6	828,80	828,80	0,10	824,60	0,04	0,00 %	-0,51 %
7	6.534,35	6.324,92	2,63	5.952,09	10,82	-3,21 %	-8,91 %
8	5.097,06	5.025,73	1,14	4.804,14	0,64	-1,40 %	-5,75 %
9	1.034,94	1.034,94	0,00	1.029,95	0,03	0,00 %	-0,48 %
10	8.342,56	7.990,31	8,93	7.439,25	32,00	-4,22 %	-10,83 %
11	8.410,74	8.182,93	13,33	8.007,51	58,36	-2,71 %	-4,79 %
12	1.674,56	1.674,56	0,04	1.674,56	0,04	0,00 %	0,00 %
13	28.771,60	27.546,67	46,70	26.318,79	56,68	-4,26 %	-8,53 %
14	11.580,30	11.005,84	30,82	10.389,98	2,79	-4,96 %	-10,28 %
15	11.402,30	11.076,43	23,38	10.780,29	39,42	-2,86 %	-5,46 %
16	1.285,83	1.285,83	0,10	1.280,90	0,03	0,00 %	-0,38 %
17	1.756,50	1.766,50	0,45	1.766,50	3,99	0,57 %	0,57 %
18	6.044,31	6.029,64	25,25	5.862,61	40,71	-0,24 %	-3,01 %
19	4.559,17	4.578,73	55,76	3.955,68	55,51	0,43 %	-13,24 %
20	6.303,87	6.007,52	56,24	5.354,01	45,63	-4,70 %	-15,07 %
21	9.169,29	9.061,72	58,23	6.858,61	58,21	-1,17 %	-25,20 %
22	9.535,65	9.386,85	38,75	7.166,96	30,91	-1,56 %	-24,84 %
23	9.632,10	9.537,27	18,56	7.984,90	59,50	-0,98 %	-17,10 %
24	5.067,40	4.872,06	29,94	4.584,58	43,23	-3,85 %	-9,53 %
25	13.562,00	13.042,68	54,08	10.679,78	51,81	-3,83 %	-21,25 %
26	12.165,60	11.831,64	26,68	10.595,48	51,00	-2,75 %	-12,91 %
27	5.939,16	5.694,27	51,57	5.373,07	44,75	-4,12 %	-9,53 %
28	24.914,80	23.099,34	46,97	19.433,58	59,00	-7,29 %	-22,00 %
29	22.573,00	22.243,22	59,24	20.379,10	50,75	-1,46 %	-9,72 %
30	17.459,40	16.496,79	57,87	14.900,24	57,93	-5,51 %	-14,66 %
31	22.393,60	21.550,63	59,87	18.282,14	57,56	-3,76 %	-18,36 %
32	22.134,40	21.945,56	57,12	18.935,52	54,72	-0,85 %	-14,45 %
33	22.166,20	21.829,14	50,00	18.846,63	56,40	-1,52 %	-14,98 %
34	15.497,00	15.474,71	57,00	13.606,24	56,09	-0,14 %	-12,20 %
35	9.023,99	8.785,93	54,47	8.340,24	57,42	-2,64 %	-7,58 %
36	4.646,15	4.530,31	56,80	4.290,80	59,42	-2,49 %	-7,65 %
<i>Promedio</i>	<i>9.253,53</i>	<i>8.981,46</i>	<i>28,97</i>	<i>8.034,12</i>	<i>33,23</i>	<i>-2,09 %</i>	<i>-9,46 %</i>

Tabla 5.2: Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, ILS-BR orientado y ILS-BR no orientado - Clase 2.

Instancia	CLASE 3						
	SA_HLS SO (1)	ILS-BR SO (2)	t(s) (2)	ILS-BR SR (3)	t(s) (3)	Gap (1)-(2)	Gap (1)-(3)
1	597,28	609,81	0,00	597,04	0,01	2,10 %	-0,04 %
2	734,36	728,24	2,54	728,24	36,46	-0,83 %	-0,83 %
3	791,54	779,47	4,06	777,60	0,02	-1,53 %	-1,76 %
4	698,96	698,96	0,01	697,06	24,38	0,00 %	-0,27 %
5	838,34	772,53	4,93	772,53	0,79	-7,85 %	-7,85 %
6	836,09	836,09	9,86	827,60	0,04	0,00 %	-1,01 %
7	5.456,98	5.216,26	0,06	5.135,66	0,03	-4,41 %	-5,89 %
8	6.840,48	6.680,41	25,32	6.400,11	3,04	-2,34 %	-6,44 %
9	1.072,82	1.045,32	0,85	1.029,95	0,09	-2,56 %	-4,00 %
10	7.045,68	6.580,03	35,64	6.173,72	47,17	-6,61 %	-12,38 %
11	9.175,84	8.491,06	28,97	8.289,87	18,68	-7,46 %	-9,66 %
12	1.681,51	1.681,51	0,11	1.681,51	0,05	0,00 %	0,00 %
13	26.212,20	25.614,96	9,06	24.598,85	58,61	-2,28 %	-6,15 %
14	11.415,60	10.944,31	56,88	11.345,99	42,35	-4,13 %	-0,61 %
15	11.644,60	11.316,73	5,52	10.753,20	43,35	-2,82 %	-7,66 %
16	1.301,60	1.294,93	0,08	1.288,07	0,14	-0,51 %	-1,04 %
17	1.787,67	1.766,50	3,06	1.766,50	2,25	-1,18 %	-1,18 %
18	5.761,77	5.478,57	53,06	5.197,55	50,79	-4,92 %	-9,79 %
19	4.405,53	4.339,54	55,31	3.907,65	58,13	-1,50 %	-11,30 %
20	6.517,72	5.964,79	43,59	5.468,92	44,83	-8,48 %	-16,09 %
21	10.271,00	9.837,16	54,47	8.228,34	55,71	-4,22 %	-19,89 %
22	9.583,69	9.229,27	59,42	8.117,96	58,69	-3,70 %	-15,29 %
23	9.086,49	9.007,05	54,79	7.555,01	59,59	-0,87 %	-16,85 %
24	4.713,20	4.566,74	45,68	4.271,53	59,73	-3,11 %	-9,37 %
25	12.041,90	11.169,26	54,88	10.049,97	55,15	-7,25 %	-16,54 %
26	12.895,50	11.882,81	59,67	10.700,47	35,98	-7,85 %	-17,02 %
27	6.273,66	6.003,14	58,86	5.735,30	39,99	-4,31 %	-8,58 %
28	24.376,40	23.902,85	51,87	20.023,42	116,42	-1,94 %	-17,86 %
29	22.746,10	21.236,21	46,88	20.343,62	59,25	-6,64 %	-10,56 %
30	18.107,10	16.939,47	58,88	15.222,37	56,14	-6,45 %	-15,93 %
31	23.643,40	22.106,28	59,46	20.243,98	56,75	-6,50 %	-14,38 %
32	21.951,30	20.513,42	59,76	17.921,40	56,57	-6,55 %	-18,36 %
33	23.392,00	22.804,37	58,99	20.344,29	59,33	-2,51 %	-13,03 %
34	15.778,40	15.358,08	58,78	14.185,86	57,20	-2,66 %	-10,09 %
35	9.815,20	9.541,24	51,91	8.876,94	44,29	-2,79 %	-9,56 %
36	4.866,30	4.779,03	59,26	4.524,41	53,38	-1,79 %	-7,03 %
<i>Promedio</i>	<i>9.287,73</i>	<i>8.881,01</i>	<i>34,24</i>	<i>8.160,62</i>	<i>37,65</i>	<i>-3,51 %</i>	<i>-9,01 %</i>

Tabla 5.3: Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, ILS-BR orientado y ILS-BR no orientado - Clase 3.

Instancia	CLASE 4						
	SA_HLS SO (1)	ILS-BR SO (2)	t(s) (2)	ILS-BR SR (3)	t(s) (3)	Gap (1)-(2)	Gap (1)-(3)
1	614,99	614,14	0,14	596,07	0,02	-0,14 %	-3,08 %
2	684,99	695,91	0,02	695,91	0,02	1,59 %	1,59 %
3	765,74	765,74	0,03	754,87	0,03	0,00 %	-1,42 %
4	703,76	703,76	0,49	703,76	0,01	0,00 %	0,00 %
5	805,20	789,89	51,13	768,74	0,03	-1,90 %	-4,53 %
6	849,56	837,00	8,51	836,22	5,26	-1,48 %	-1,57 %
7	5.648,18	5.596,04	15,96	5.466,90	21,34	-0,92 %	-3,21 %
8	6.346,72	6.346,72	7,91	6.290,15	2,81	0,00 %	-0,89 %
9	1.052,67	1.052,67	0,60	1.052,62	5,05	0,00 %	0,00 %
10	8.408,75	7.927,68	8,61	7.977,48	14,29	-5,72 %	-5,13 %
11	9.947,59	9.523,92	30,18	8.820,13	24,34	-4,26 %	-11,33 %
12	1.685,18	1.680,01	0,74	1.680,01	0,89	-0,31 %	-0,31 %
13	28.382,00	27.645,11	36,95	26.103,64	58,75	-2,60 %	-8,03 %
14	10.965,80	10.781,90	5,93	10.233,70	53,03	-1,68 %	-6,68 %
15	12.358,10	11.956,69	43,03	11.449,40	25,39	-3,25 %	-7,35 %
16	1.296,62	1.290,00	0,19	1.290,00	0,20	-0,51 %	-0,51 %
17	1.767,66	1.766,50	1,78	1.766,50	1,42	-0,07 %	-0,07 %
18	6.416,46	6.343,99	45,76	6.084,39	13,46	-1,13 %	-5,18 %
19	4.924,24	4.909,05	18,57	4.641,27	33,83	-0,31 %	-5,75 %
20	6.676,43	6.151,25	49,42	5.689,54	46,89	-7,87 %	-14,78 %
21	8.605,04	8.380,50	39,29	7.840,41	41,13	-2,61 %	-8,89 %
22	9.614,78	9.120,47	39,24	8.107,14	54,28	-5,14 %	-15,68 %
23	9.019,58	8.867,02	42,90	8.230,75	36,97	-1,69 %	-8,75 %
24	4.937,93	4.670,16	56,07	4.520,48	35,47	-5,42 %	-8,45 %
25	12.488,90	12.560,32	58,73	11.558,30	55,52	0,57 %	-7,45 %
26	14.120,20	13.251,60	59,49	11.725,40	58,82	-6,15 %	-16,96 %
27	5.895,78	5.820,64	55,72	5.497,14	58,59	-1,27 %	-6,76 %
28	24.796,20	23.753,12	56,51	21.579,76	59,76	-4,21 %	-12,97 %
29	24.164,20	22.950,32	58,28	21.568,48	55,08	-5,02 %	-10,74 %
30	17.974,40	17.937,61	54,80	16.450,52	58,07	-0,20 %	-8,48 %
31	24.192,90	23.476,65	49,59	21.480,92	59,72	-2,96 %	-11,21 %
32	22.939,40	22.633,35	55,36	20.308,82	58,45	-1,33 %	-11,47 %
33	24.245,10	23.910,80	41,49	21.899,41	57,40	-1,38 %	-9,67 %
34	16.022,90	16.198,56	58,80	15.326,26	56,27	1,10 %	-4,35 %
35	10.042,10	9.747,07	55,40	9.226,53	56,35	-2,94 %	-8,12 %
36	4.643,86	4.521,06	59,45	4.280,03	57,80	-2,64 %	-7,83 %
<i>Promedio</i>	<i>9.555,66</i>	<i>9.310,48</i>	<i>32,42</i>	<i>8.680,60</i>	<i>32,41</i>	<i>-2,00 %</i>	<i>-6,56 %</i>

Tabla 5.4: Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, ILS-BR orientado y ILS-BR no orientado - Clase 4.

Instancia	CLASE 5						
	SA_HLS SO (1)	ILS-BR SO (2)	t(s) (2)	ILS-BR SR (3)	t(s) (3)	Gap (1)-(2)	Gap (1)-(3)
1	596,07	596,07	0,07	596,07	0,05	0,00 %	0,00 %
2	679,18	670,30	0,00	670,30	0,01	-1,31 %	-1,31 %
3	757,06	754,87	0,01	754,87	0,01	-0,29 %	-0,29 %
4	694,87	694,87	0,05	694,87	0,02	0,00 %	0,00 %
5	766,89	758,47	5,18	758,47	4,59	-1,10 %	-1,10 %
6	824,60	824,60	0,03	822,69	0,01	0,00 %	-0,23 %
7	5.443,79	4.945,64	10,95	4.723,64	0,44	-9,15 %	-13,23 %
8	4.247,88	4.238,24	0,74	3.864,97	0,27	-0,23 %	-9,01 %
9	1.029,95	1.029,95	0,04	1.029,95	0,03	0,00 %	0,00 %
10	7.125,94	6.477,68	16,06	6.065,00	17,46	-9,10 %	-14,89 %
11	6.433,59	6.116,72	5,19	6.053,52	46,91	-4,93 %	-5,91 %
12	1.685,18	1.686,77	0,04	1.677,52	0,07	0,09 %	-0,45 %
13	23.679,90	22.993,08	59,46	22.808,22	57,83	-2,90 %	-3,68 %
14	10.519,50	10.271,23	25,07	10.005,07	10,64	-2,36 %	-4,89 %
15	12.260,20	11.869,99	30,85	11.527,11	33,98	-3,18 %	-5,98 %
16	1.280,90	1.280,90	0,06	1.280,90	0,04	0,00 %	0,00 %
17	1.790,14	1.768,57	0,29	1.768,57	46,27	-1,20 %	-1,20 %
18	4.939,95	4.471,79	53,54	4.435,96	14,62	-9,48 %	-10,20 %
19	3.324,10	3.274,67	28,89	3.284,60	21,03	-1,49 %	-1,19 %
20	5.363,89	4.459,31	56,83	4.133,83	52,69	-16,86 %	-22,93 %
21	5.932,13	5.875,58	23,30	5.437,85	51,98	-0,95 %	-8,33 %
22	6.734,27	6.034,44	59,63	5.899,70	38,45	-10,39 %	-12,39 %
23	6.439,03	6.570,36	59,31	5.504,20	51,19	2,04 %	-14,52 %
24	4.137,78	3.984,83	46,43	3.805,04	51,84	-3,70 %	-8,04 %
25	8.316,47	7.693,50	43,87	7.227,21	59,62	-7,49 %	-13,10 %
26	10.339,80	9.200,51	57,71	8.185,74	59,93	-11,02 %	-20,83 %
27	5.422,40	5.359,72	58,95	5.101,17	55,91	-1,16 %	-5,92 %
28	20.255,00	17.545,98	59,94	16.097,78	53,71	-13,37 %	-20,52 %
29	22.271,90	21.025,83	56,81	20.143,84	57,79	-5,59 %	-9,55 %
30	12.417,90	11.120,03	55,19	10.388,77	52,41	-10,45 %	-16,34 %
31	17.902,30	16.477,95	59,95	14.853,19	59,75	-7,96 %	-17,03 %
32	16.905,60	14.294,70	58,80	13.644,69	58,30	-15,44 %	-19,29 %
33	17.823,30	15.828,48	58,30	13.648,79	59,50	-11,19 %	-23,42 %
34	12.721,70	11.589,58	57,58	10.480,51	58,21	-8,90 %	-17,62 %
35	8.372,87	8.138,06	57,30	7.776,65	52,74	-2,80 %	-7,12 %
36	4.112,85	4.052,25	57,70	3.883,48	51,98	-1,47 %	-5,58 %
<i>Promedio</i>	<i>7.598,58</i>	<i>7.054,88</i>	<i>32,34</i>	<i>6.639,85</i>	<i>32,79</i>	<i>-4,81 %</i>	<i>-8,78 %</i>

Tabla 5.5: Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, ILS-BR orientado y ILS-BR no orientado - Clase 5.

Instancia	CLASES 2 a 5							
	SA_HLS SO (1)	t(s) (1)	ILS-BR SO (2)	t(s) (2)	ILS-BR SR (3)	t(s) (3)	Gap (1)-(2)	Gap (1)-(3)
1	603,15	5,73	606,07	0,05	598,02	0,12	0,48 %	-0,85 %
2	705,03	6,09	704,01	0,66	698,85	9,12	-0,14 %	-0,88 %
3	771,81	10,35	768,24	1,09	763,29	0,02	-0,46 %	-1,10 %
4	704,87	8,71	701,68	0,14	698,19	6,11	-0,45 %	-0,95 %
5	802,56	9,35	775,99	15,42	765,67	1,43	-3,31 %	-4,60 %
6	834,76	9,92	831,62	4,62	827,78	1,34	-0,38 %	-0,84 %
7	5.770,83	1,95	5.520,71	7,40	5.319,57	8,16	-4,33 %	-7,82 %
8	5.633,04	4,77	5.572,78	8,78	5.339,85	1,69	-1,07 %	-5,20 %
9	1.047,60	15,74	1.040,72	0,37	1.035,62	1,30	-0,66 %	-1,14 %
10	7.730,73	5,87	7.243,93	17,31	6.913,86	27,73	-6,30 %	-10,57 %
11	8.491,94	10,07	8.078,66	19,42	7.792,76	37,07	-4,87 %	-8,23 %
12	1.681,61	32,90	1.680,71	0,23	1.678,40	0,26	-0,05 %	-0,19 %
13	26.761,43	6,71	25.949,96	38,04	24.957,37	57,97	-3,03 %	-6,74 %
14	11.120,30	11,29	10.750,82	29,68	10.493,68	27,20	-3,32 %	-5,63 %
15	11.916,30	24,53	11.554,96	25,69	11.127,50	35,53	-3,03 %	-6,62 %
16	1.291,24	25,73	1.287,92	0,11	1.284,97	0,10	-0,26 %	-0,49 %
17	1.775,49	43,41	1.767,02	1,40	1.767,02	13,48	-0,48 %	-0,48 %
18	5.790,62	30,50	5.581,00	44,40	5.395,13	29,89	-3,62 %	-6,83 %
19	4.303,26	51,44	4.275,50	39,63	3.947,30	42,12	-0,65 %	-8,27 %
20	6.215,48	98,14	5.645,72	51,52	5.161,57	47,51	-9,17 %	-16,96 %
21	8.494,37	124,15	8.288,74	43,82	7.091,30	51,76	-2,42 %	-16,52 %
22	8.867,10	110,40	8.442,76	49,26	7.322,94	45,58	-4,79 %	-17,41 %
23	8.544,30	130,44	8.495,42	43,89	7.318,72	51,81	-0,57 %	-14,34 %
24	4.714,08	104,98	4.523,45	44,53	4.295,41	47,57	-4,04 %	-8,88 %
25	11.602,32	186,28	11.116,44	52,89	9.878,82	55,53	-4,19 %	-14,85 %
26	12.380,28	153,21	11.541,64	50,89	10.301,77	51,43	-6,77 %	-16,79 %
27	5.882,75	240,04	5.719,45	56,27	5.426,67	49,81	-2,78 %	-7,75 %
28	23.585,60	393,72	22.075,32	53,82	19.283,63	72,22	-6,40 %	-18,24 %
29	22.938,80	486,55	21.863,90	55,30	20.608,76	55,72	-4,69 %	-10,16 %
30	16.489,70	536,78	15.623,48	56,69	14.240,48	56,14	-5,25 %	-13,64 %
31	22.033,05	1.110,80	20.902,88	57,22	18.715,06	58,44	-5,13 %	-15,06 %
32	20.982,68	1.040,06	19.846,76	57,76	17.702,61	57,01	-5,41 %	-15,63 %
33	21.906,65	1.087,93	21.093,20	52,19	18.684,78	58,16	-3,71 %	-14,71 %
34	15.005,00	1.680,67	14.655,23	58,04	13.399,72	56,94	-2,33 %	-10,70 %
35	9.313,54	1.722,96	9.053,07	54,77	8.555,09	52,70	-2,80 %	-8,14 %
36	4.567,29	2.035,08	4.470,66	58,30	4.244,68	55,65	-2,12 %	-7,06 %
<i>Promedio</i>	8.923,88	321,03	8.556,96	31,99	7.878,80	34,02	-3,01 %	-8,45 %

Tabla 5.6: Comparación de resultados entre SA_HLS orientado, ILS-BR orientado y ILS-BR no orientado - promedio Clases 2 a 5.

Instancia	CLASES 2 a 5				
	MS-BR UO (1)	t(s) (1)	ILS-BR UO (2)	t(s) (2)	Gap (1)-(2)
1	600,65	0,01	598,02	0,04	-0,44 %
2	715,35	0,03	699,23	0,04	-2,25 %
3	773,37	0,08	764,12	0,03	-1,20 %
4	697,06	0,07	698,19	2,15	0,16 %
5	767,73	0,04	765,67	0,16	-0,27 %
6	826,10	0,01	826,15	0,03	0,01 %
7	5.390,86	0,27	5.435,37	2,35	0,83 %
8	5.472,05	0,28	5.427,58	6,61	-0,81 %
9	1.035,62	0,11	1.035,62	1,78	0,00 %
10	7.002,01	17,74	7.016,66	12,62	0,21 %
11	7.813,37	7,98	7.813,37	8,80	0,00 %
12	1.680,71	0,26	1.680,71	0,04	0,00 %
13	25.184,51	0,28	25.244,20	24,73	0,24 %
14	10.469,54	3,32	10.463,52	25,71	-0,06 %
15	11.091,63	12,86	11.076,10	42,59	-0,14 %
16	1.287,92	0,13	1.287,92	0,41	0,00 %
17	1.766,79	5,08	1.766,50	8,66	-0,02 %
18	5.305,80	19,81	5.356,25	29,69	0,95 %
19	4.113,19	39,69	4.144,34	32,21	0,76 %
20	5.458,00	54,75	5.461,50	55,91	0,06 %
21	7.828,27	36,96	7.747,73	40,83	-1,03 %
22	8.089,23	34,18	8.140,72	43,88	0,64 %
23	7.995,03	43,52	8.055,66	52,09	0,76 %
24	4.309,51	41,87	4.312,01	54,47	0,06 %
25	10.554,96	58,20	10.497,53	53,66	-0,54 %
26	10.887,44	42,18	10.854,51	56,48	-0,30 %
27	5.425,09	45,18	5.383,59	50,59	-0,76 %
28	20.696,16	57,78	20.323,13	54,14	-1,80 %
29	20.400,76	58,45	20.409,23	52,98	0,04 %
30	14.938,75	56,71	14.762,66	54,57	-1,18 %
31	19.718,92	59,51	19.367,66	57,24	-1,78 %
32	18.780,05	57,86	18.524,53	59,27	-1,36 %
33	20.104,17	57,33	19.645,53	59,10	-2,28 %
34	13.895,71	59,55	13.641,48	59,01	-1,83 %
35	8.488,77	57,61	8.456,22	57,21	-0,38 %
36	4.204,93	56,72	4.185,41	57,55	-0,46 %
<i>Promedio</i>	<i>8.160,28</i>	<i>27,40</i>	<i>8.107,46</i>	<i>31,04</i>	<i>-0,65 %</i>

Tabla 5.7: Comparación de resultados entre MS-BR y ILS-BR para la versión de carga 2|UOIL - promedio Clases 2 a 5.

- Los resultados pueden mejorarse aún más, con respecto a la versión no orientada del algoritmo propuesto, al permitir la rotación de los artículos en las clases 2 a 5.
- Si comparamos los resultados obtenidos por el ILS-BR, en las versiones de carga orientada y no orientada secuencial, la mejora promedio obtenida para las clases 2 a 5, cuando se admite la posibilidad de rotar los elementos a cargar, es superior al 4%.
- Al igual que en el caso de las configuraciones de carga no secuenciales, analizadas en el capítulo anterior, los recursos computacionales requeridos, en función al tiempo y el tipo de software y hardware empleados en los ensayos, por el algoritmo ILS-BR son claramente inferiores al SA_HLS, especialmente en las instancias de mayor tamaño. veces computacionales de nuestro enfoque son muy inferiores a las empleadas por el algoritmo SA_HLS utilizando una CPU similar.

Dado que algunas de las diferencias son notables, especialmente en la clase 1, y para asegurar que la comparativa es correcta, se estableció contacto con los autores del artículo de referencia (Leung *et al.*, 2013), para contrastar sus resultados. Ellos amablemente respondieron con unos resultados recientes que aún no habían publicado. Estos nuevos resultados, que ahora están mucho más cerca de los obtenidos por los algoritmos propuestos MS-BR e ILS-BR, corroboran las diferencias obtenidas por nuestro algoritmo.

La figura 5.6.1 compara para cada clase, (número de la clase entre paréntesis), los costes totales correspondientes a la mejor solución encontrada por cada algoritmo: SA-HLS O (orientado), ILS-BR versión orientada (OBS O) e ILS-BR versión no orientada (OBS R). Del análisis de los datos numéricos y gráficos, se puede afirmar que:

- Como era de esperar, la clase 1 es el que muestra los costos más bajos, ya que corresponde a un problema de rutas de vehículos con flota heterogénea, sin influencia del problema de carga bidimensional.

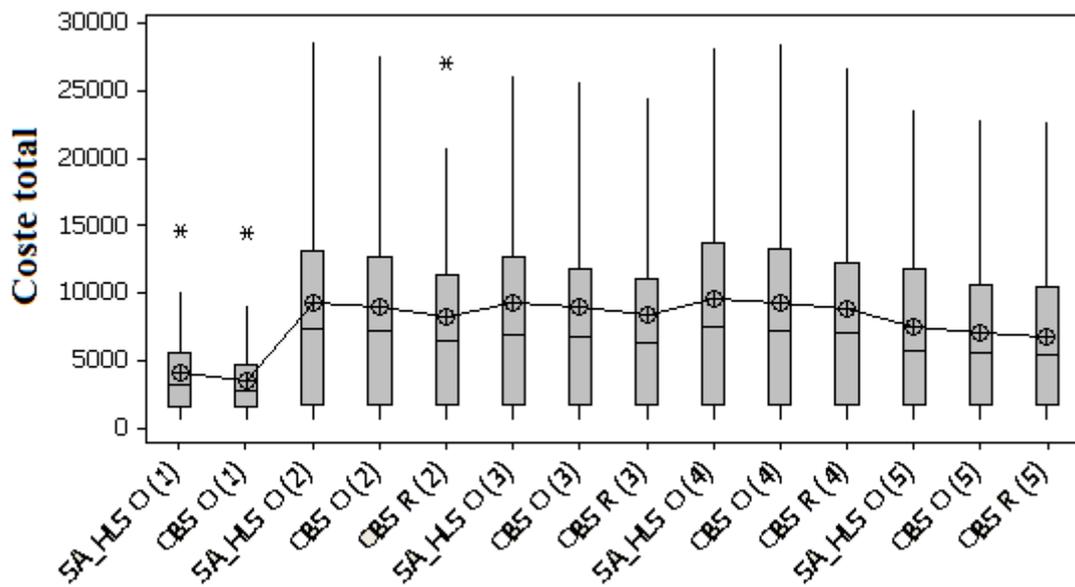


Figura 5.6.1: Diagrama de cajas de costes totales para SA_HLS O (orientada), ILS-BR orientada (OBS O), ILS-BR con rotación (OBS R).

- Para cada clase, el coste promedio asociado con nuestra mejor solución para la versión orientada (OBS O) es siempre menor que la generada por el algoritmo SA_HLS.
- En cada clase (excepto la clase 1, donde la rotación de artículos no tiene efecto alguno), la versión no orientada del ILS-BR (OBS R) representa siempre una mejora en el coste respecto de la versión orientada (OBS O), es decir, en una situación práctica, la posibilidad de rotar los artículos contribuye a la reducción de los costes de transporte.

La figura 5.6.2 compara las diferencias de los resultados obtenidos entre cada par de algoritmos y clase correspondiente (entre paréntesis). En particular, se puede apreciar lo siguiente:

- Cuando se compara el SA_HLS O, con el algoritmo ILS-BR O, las mayores diferencias se obtienen en las clases 1 y 5.
- Cuando se comparan las versiones de carga orientada (OBS O) y no orientada (OBS R) del algoritmo propuesto para las Clases 2 a 5, existe una clara reducción de costes

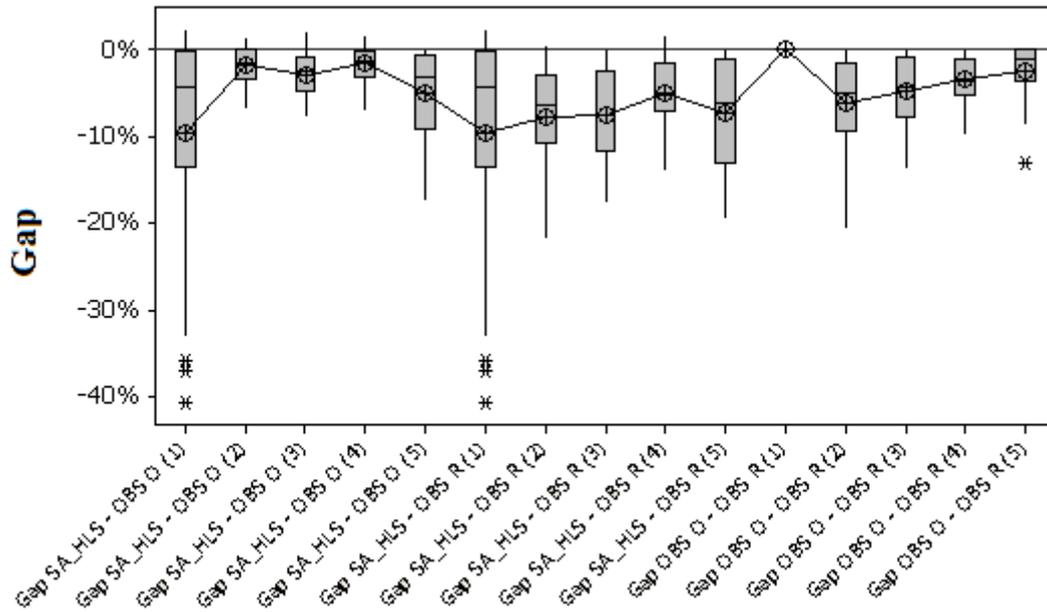


Figura 5.6.2: Diferencias porcentuales (Gap) entre los algoritmos SA_HLS O (orientada), ILS-BR orientada (OBS O) e ILS-BR con rotación (OBS R).

en todas las clases cuando se permite la rotación de los artículos. Sin embargo, esta reducción no es igual en todas las clases, las diferencias son mayores en la clase 2 y se van reduciendo a medida que aumenta el número de la clase, la clase 5 es por lo tanto la menos afectada por la rotación de los artículos.

Con el fin de mostrar la complejidad de 2L-HFVRP, la figura 5.6.3 ilustra la solución de carga secuencial no orientada, obtenida en la instancia 10 y clase 3.

Por último, con respecto a la comparación de los dos algoritmos propuestos para el 2L-HFVRP, cuyos resultados aparecen en la tabla 5.7, para el caso de carga orientada no restringida, 2|UOIL, se puede observar que en general no existen grandes diferencias en los resultados obtenidos por el ILS-BR y el MS-BR. No obstante, el algoritmo ILS-BR parece lograr mejores resultados por término medio que el MS-BR. De las 36 instancias, en el promedio obtenido para las clases 2 a 5, ILS mejora a MS-BR en 20 instancias, en 12 instancias se produce el caso contrario y en las 4 restantes no hubo diferencias entre ambos algoritmos. Además, en el

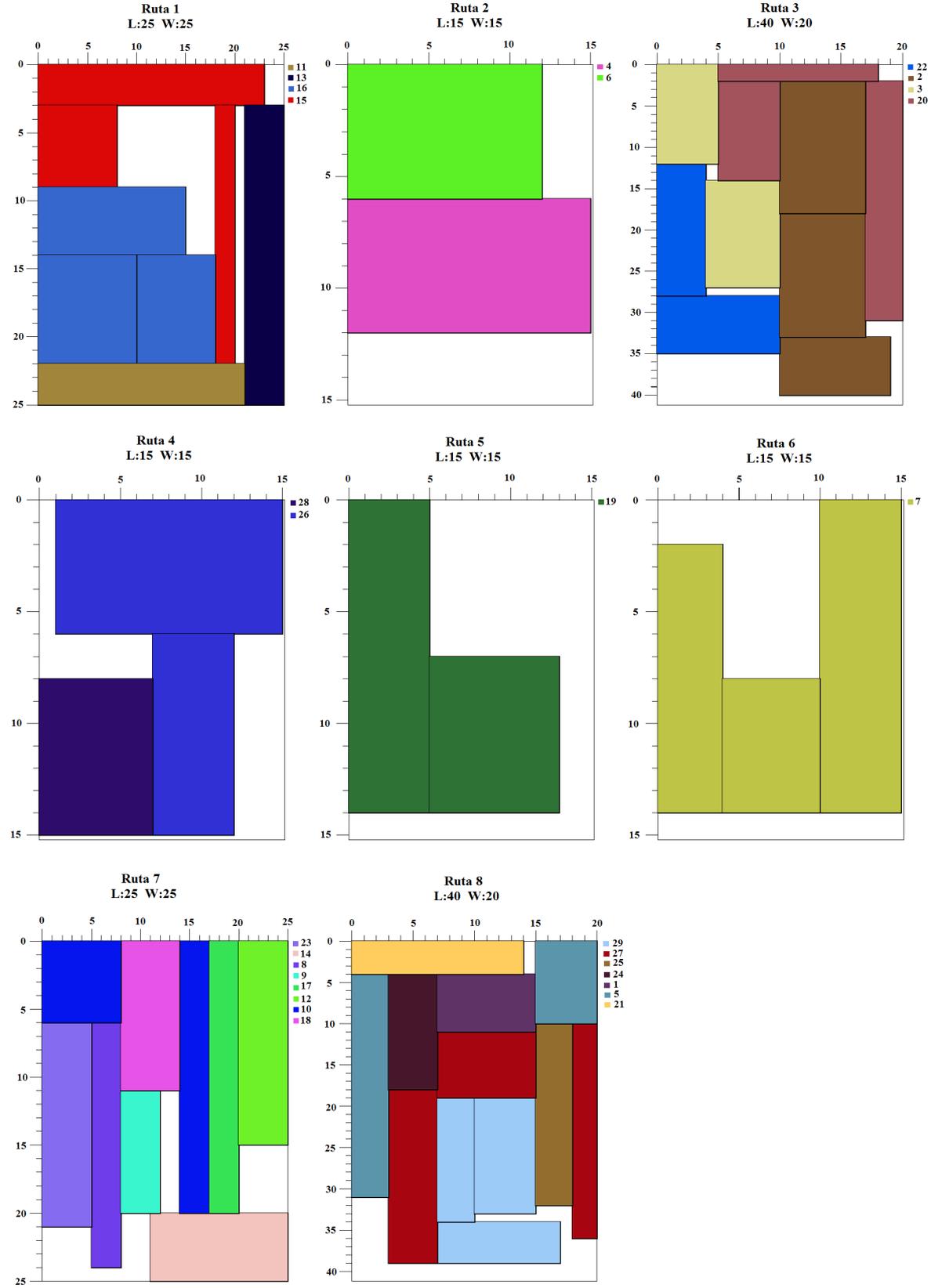


Figura 5.6.3: Ejemplo de solución de carga secuencial para la instancia 10 y clase 3.

promedio para las 36 instancias en las clases 2 a 5, ILS-BR consigue reducir el coste en un 0,65% respecto a MS-BR.

Capítulo 6

Algoritmo LNS-BR para el 2L-VRPCB.

6.1. Introducción.

El problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones incluyendo entrega y recogida agrupadas, Two-dimensional Loading Vehicle Routing Problem with Clustered Backhauls (2L-VRPCB), es una extensión realista del problema clásico de rutas de vehículos donde existe una demanda, tanto de entrega como de recogida, de artículos no apilables. A pesar de que el 2L-VRPB se puede encontrar con frecuencia en las actividades de transporte de la vida real, no ha sido analizado hasta el momento en la literatura científica. Este trabajo presenta un algoritmo híbrido denominado LNS-BR, que integra la ya conocida metodología que transforma heurísticas deterministas mediante la aleatoriedad sesgada (BR), con la metaheurística conocida como Búsqueda en Entornos Amplios, (LNS).

Al no existir instancias de referencia que nos permitan corroborar la bondad del algoritmo propuesto, en esta tesis se propone un conjunto de nuevas instancias para el problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones incluyendo entrega y recogida

agrupadas (2L-VRPCB). El enfoque propuesto para resolver el 2L-VRPB es testeado en un amplio conjunto de instancias, incluyendo no solo las nuevas instancias para el 2L-VRPCB, sino también las instancias clásicas del 2L-CVRP, con el fin de poder comprobar sus virtudes cuando se compara con los mejores algoritmos para el 2L-CVRP. Lógicamente, el problema básico 2L-CVRP, no deja de ser un caso particular del problema 2L-VRPCB, cuando no existe recogida y el transporte se centra exclusivamente en la distribución de artículos.

6.2. Descripción del problema.

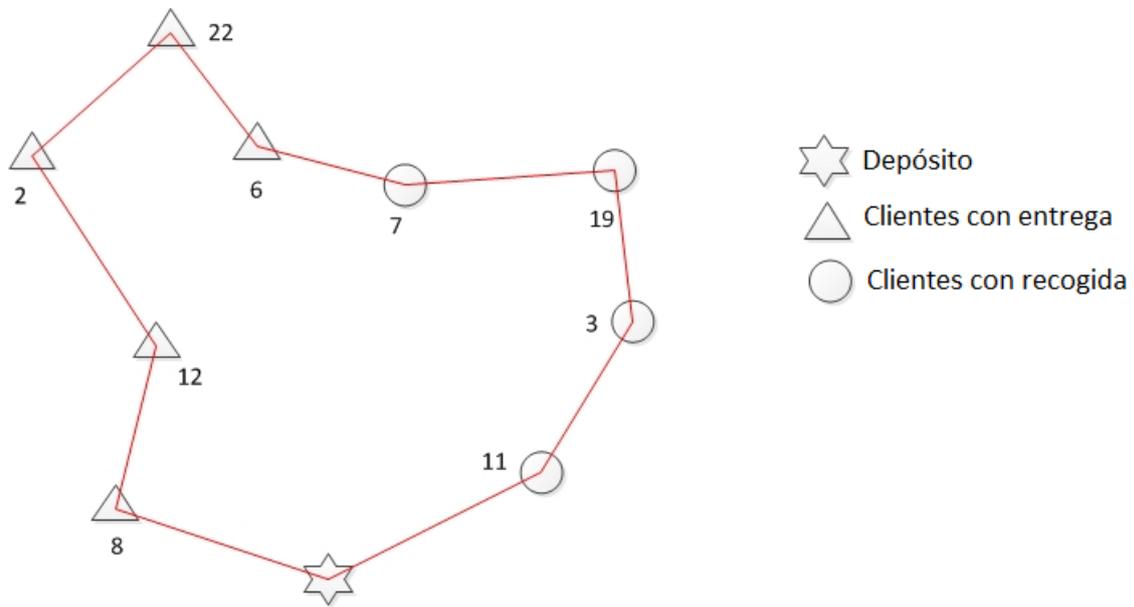
En el problema 2L-VRPCB se parte de un grafo completo no dirigido $G = (N, E)$, donde $N = \{0\} \cup L \cup B$, es un conjunto de $1 + n + m$ nodos: el nodo 0 corresponde al depósito, mientras que los subconjuntos disjuntos $L = \{1, 2, \dots, n\}$ y $B = \{n + 1, n + 2, \dots, n + m\}$ representan los clientes que requieren entrega (linehaul) y recogida (backhaul) de mercancía, respectivamente. $E = \{(i, j) \mid i, j \in N \text{ con } i \neq j\}$ es un conjunto de arcos que conectan cada cliente con el resto y con el depósito. Para todos los $i, j \in N \text{ con } i \neq j$, $c_{ij} = c_{ji} > 0$ son los costes asociados con el transporte entre cualquier par de nodos, generalmente este coste se toma como la distancia recorrida. Es decir, se trata de costes simétricos positivos.

El transporte es realizado por una flota de $K > 1$ vehículos con idénticas características (flota homogénea), cada uno con una capacidad de carga máxima $D > 0$, y un área de carga $A = H \times W$. Para cada cliente i ($i \in N \text{ con } i > 0$), hay $m_i \geq 0$ artículos con un peso total d_i , que deben ser entregados o recogidos en el lugar especificado en cada caso. El depósito no tiene ningún tipo de demanda asociada, es decir $m_0 = 0$. Los números naturales h_{il} y w_{il} , representan el largo y el ancho respectivamente de cada artículo a transportar l ($1 \leq l \leq m_i$).

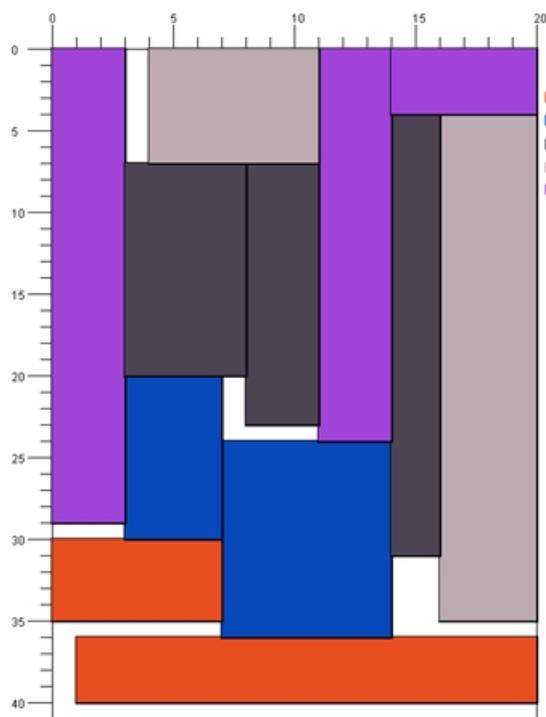
La resolución de la 2L-VRPB consiste en encontrar un conjunto de rutas que minimicen el coste total del transporte de entrega y recogida, cumpliendo las siguientes limitaciones:

- Cada ruta comienza y termina en el depósito.
- Todas las rutas incluyen al menos un cliente con entrega de mercancía, por lo que no están permitidas las rutas que sólo contienen clientes con recogida.
- Los clientes que requieren una entrega deben ser atendidos antes que aquellos que solicitan una recogida, (prioridad de la entrega sobre la recogida).
- Cada cliente, ya sea del tipo recogida o entrega, es visitado una sola vez. Por esta razón, todos los artículos a entregar o recoger en un mismo cliente deben caber en un solo vehículo.
- En cada ruta, ni los artículos entregados a los clientes, ni los artículos recogidos en las ubicaciones de los clientes, pueden superar la capacidad o los límites de la superficie de carga del vehículo.
- Los artículos deben colocarse sin superponerse y con sus bordes paralelos a los bordes de la plataforma de carga del vehículo (carga ortogonal).
- Cada artículo asociado con un cliente determinado debe ser cargado y descargado desde la parte trasera del vehículo, utilizando solamente un movimiento lineal, paralelo a los bordes laterales del camión. Los productos que no se les permite ser reorganizado en los emplazamientos de los clientes (restricción de carga secuencial).
- Dependiendo de la configuración de carga a tratar, los elementos no se pueden girar (carga orientada 2|SOIL), o por el contrario, se permite la rotación de los artículos 90° durante el proceso de carga (carga no orientada 2|SRIL).

En la figura 6.2.1 se presenta un ejemplo con una ruta donde existen clientes a los que se les hace entrega de una mercancía, a los que se atiende en primer lugar, así como clientes a los que se recoge mercancía, que son atendidos en la segunda parte de la ruta. En dicha figura también se recoge la solución de carga correspondiente a la entrega de mercancía, con la que



Carga con la mercancía a entregar



Carga con la mercancía recogida

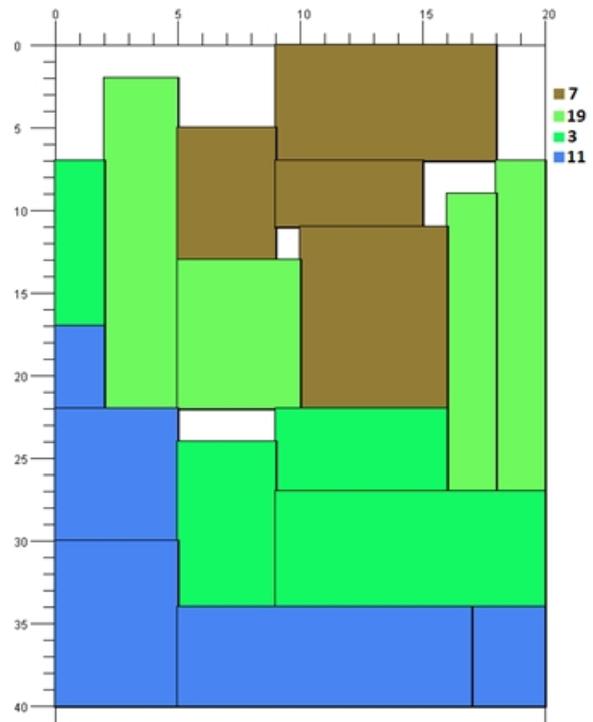


Figura 6.2.1: Ejemplo de una ruta que combina entrega y recogida de mercancía, incluyendo las dos soluciones de carga correspondientes.

sale el vehículo del depósito, así como la solución de carga para la mercancía entregada por los clientes, con la que llega el vehículo al depósito.

6.3. Descripción del algoritmo LNS-BR.

Como ya se ha comentado en la introducción de este capítulo, el algoritmo híbrido propuesto combina la conocida metodología, (BR), que convierte heurísticas deterministas en aleatorias mediante la asignación de una probabilidad asimétrica positiva, dentro del marco de una metaheurística denominada Búsqueda en Entornos Amplios, Large Neighborhood Search (LNS). Dicha metaheurística LNS, aun siendo conceptualmente simple, ha demostrado ser muy eficiente en la resolución de distintos tipos de problemas de optimización combinatoria, y particularmente en problemas de rutas de vehículos ([Pisinger y Ropke, 2010](#)).

El algoritmo resultante, parte de una solución inicial que es mejorada gradualmente mediante procesos sucesivos de destrucción y reconstrucción parcial. En el algoritmo se emplean distintas técnicas que deshacen parte de la solución actual, y la vuelven a rehacer dando lugar a una nueva solución. La fase de destrucción tiene un carácter estocástico, de tal manera que en cada iteración se destruyen diferentes partes de la solución. El entorno de una solución se puede definir entonces como el conjunto de soluciones que se pueden alcanzar tras aplicar una fase de destrucción y reconstrucción posterior. Dado que esta técnica puede destruir una gran parte de la solución, el entorno contiene una gran cantidad de soluciones posibles, lo que explica el nombre de este tipo de metaheurística. La exploración de entornos amplios permite que el algoritmo pueda escapar de mínimos locales. Típicamente, LNS requiere un número reducido de parámetros, lo que reduce la necesidad de procesos de ajustes complejos y costosos en tiempo.

El algoritmo [6.1](#) presenta el pseudo-código del procedimiento principal de la metaheu-

Algoritmo 6.1 Pseudo-código del procedimiento principal del algoritmo LNS-BR.

```

Procedure ILS-BR(inputs,  $\alpha$ ,  $\beta$ , maxPackIter, Tmax)
01 baseSol <- packAndRoute(inputs,  $\alpha$ ,  $\beta$ , maxPackIter)
02 bestSol <- baseSol
03 Improvement <- false;
04 TypeDestruc <- 0;
05 while {time < Tmax} do
06   if {Improvement=false} and {TypeDestruc<2} then
07     TypeDestruc <- TypeSplit + 1
08   else if {Improvement=false} and {TypeDestruc=2} then
09     TypeDestruc <- 1
10   end if
11   Improvement <- false
12   SubSol <- extractRoutesAtRandom(baseSol, TypeDestruc) % fase de destrucción
13   SubInputs <- extractNodes(SubSol) % extraer nodos de la subsolución
14   NewSubSol <- packAndRoute(SubInputs,  $\alpha$ ,  $\beta$ , maxPackIter)
15   NewSol <- UpdateSol(NewSubSol, baseSol)
16   if {cost(newSol) < cost(baseSol)} then % criterio de aceptación
17     Improvement <- true
18     baseSol <- newSol
19   end if
20 end while
21 bestSol <- baseSol
22 return bestSol
end procedure

```

rística LNS-BR. La metodología basada en una asignación de probabilidad sesgada (BR), se incluye en diferentes etapas del algoritmo. De hecho, no sólo se aplica sobre las heurísticas de generación de rutas y carga bidimensional, ya especificadas en capítulos anteriores, sino que también se aplica en la fase de destrucción (línea 12).

El algoritmo LNS-BR comienza mediante la generación de una solución inicial por medio del procedimiento de *Pack-And-Route* (línea 1), que se explica en detalle más adelante. Este método proporciona una solución completa del problema de rutas y carga de vehículos, tanto para la entrega como para la recogida de mercancía. Luego se actualiza la mejor solución encontrada hasta el momento, *bestSol*, con la solución inicial (línea 2). A continuación se inicializan los valores de las variables que se utilizan para controlar la fase de destrucción (líneas 3 y 4). El algoritmo comienza entonces un proceso iterativo que combina los métodos de destrucción y reconstrucción parcial de la solución base, *baseSol*, con el fin de obtener mejoras continuas de la solución obtenida.

La técnica empleada en esta fase de destrucción parcial de la solución, (línea 12), se basa

en la selección aleatoria de una ruta, que podríamos denominar ruta base, junto con un conjunto de rutas adicionales. Estas rutas, se obtienen mediante una selección aleatoria sesgada de las rutas, dando mayor probabilidad de elección a las rutas más cercanas a la ruta base seleccionada. La distancia entre rutas es calculada a partir de sus centros de gravedad. Además, el número de rutas seleccionadas, varía entre 2 y el total de rutas de la solución menos una, según una distribución de probabilidad asimétrica positiva similar a la utilizada en la selección de las rutas, asignando mayor probabilidad cuanto menor es el número de rutas. La distribución de probabilidad empleada, sigue siendo la geométrica con un parámetro, γ , que se toma aleatoriamente dentro del intervalo $0,06 \leq \gamma \leq 0,23$. Una vez seleccionadas las rutas a extraer de la solución base, este proceso hace uso de dos tipos o niveles de destrucción de las rutas:

1. El primer tipo corresponde a una destrucción completa de las rutas seleccionadas.
2. El segundo tipo corresponde a una destrucción parcial a nivel de los arcos que forman las rutas. Todos los arcos que forman parte de las rutas seleccionadas, a excepción de los que incluyen el depósito, son potencialmente seleccionables, aunque no todos con igual probabilidad. Nuevamente se aplica la metodología de la selección aleatoria sesgada, haciendo uso del mismo tipo de distribución de probabilidad y parámetro que en el caso de la selección de rutas. Sin embargo, en esta ocasión los arcos se ordenan de menor a mayor ahorro, y por lo tanto la mayor probabilidad de ser eliminados corresponde a los arcos con menor ahorro. Cada vez que se elimina un arco, la ruta correspondiente se divide en dos subrutas. Tras realizar una serie de ensayos, el número de arcos a eliminar se fija en $3/5$ del total. Finalmente, tras la destrucción parcial de las rutas, se obtiene una subsolución muy fragmentada, formada por un mayor número de rutas de menor tamaño, de la que se partirá para volver a reconstruir la nueva solución.

Los parámetros que controlan este proceso de selección se ajustan en función de los resultados de las iteraciones anteriores (líneas 6-10). Los nodos que pertenecen a las rutas seleccionadas

se retiran de la solución (línea 13). Este conjunto de clientes, junto con las demandas asociadas, constituye un subproblema del mismo tipo que el original, pero más fácil de resolver debido a su menor tamaño. Los subproblemas también se resuelven mediante el procedimiento *Pack-And-Route* (línea 14). La subsolución obtenida se vuelve a combinar con las rutas no extraídas de la solución original, para generar una nueva solución del problema completo (línea 15). Si esta nueva solución mejora la solución base actual, se actualiza esta última con la primera (líneas 16-19). Por último, el algoritmo devuelve la mejor solución encontrada cuando se alcanza el tiempo límite establecido (línea 22).

La lógica para la solución del 2L-VRPCB se codifica en el procedimiento *Pack-And-Route*, cuyo flujograma es representado en la figura 6.3.1. En primer lugar, se genera una solución trivial, creando una ruta que une depósito con cada cliente en ambas direcciones. A continuación, se calculan los ahorros asociados con los arcos que unen los clientes entre sí, pero omitiendo todos los arcos de conexión entre un cliente que requiere recogida y un cliente que solicita entrega de mercancía, ya que este tipo de arcos incumplen las restricciones impuestas en el problema. De esta forma, al descartar los arcos en los que la entrega se realiza antes que la recogida, evitamos considerar movimientos prohibidos, lo que reduce los recursos computacionales necesarios para obtener una solución factible. El listado de arcos resultantes se ordena siguiendo el mismo criterio de asignación de probabilidad sesgada, descrito en capítulos anteriores, con el parámetro $\alpha = 0,3$. En este punto, el algoritmo inicia un proceso iterativo de fusión de rutas. En cada iteración, se selecciona el siguiente arco de la lista de ahorros. Si este arco escogido es un arco mixto, es decir, que conecta un cliente de entrega con otro de recogida, y una o ambas rutas ya contienen un arco de este tipo, el arco seleccionado es desechado. De esta manera, se asegura que en una ruta mixta todas las visitas de recogida se realizan después de dar servicio a todos los clientes que solicitan entrega. Por consiguiente, no es posible incluir más de un arco mixto por ruta. Cuando ninguna de las dos rutas es mixta y el arco seleccionado es mixto, ambas rutas se fusionan produciendo una nueva ruta mixta.

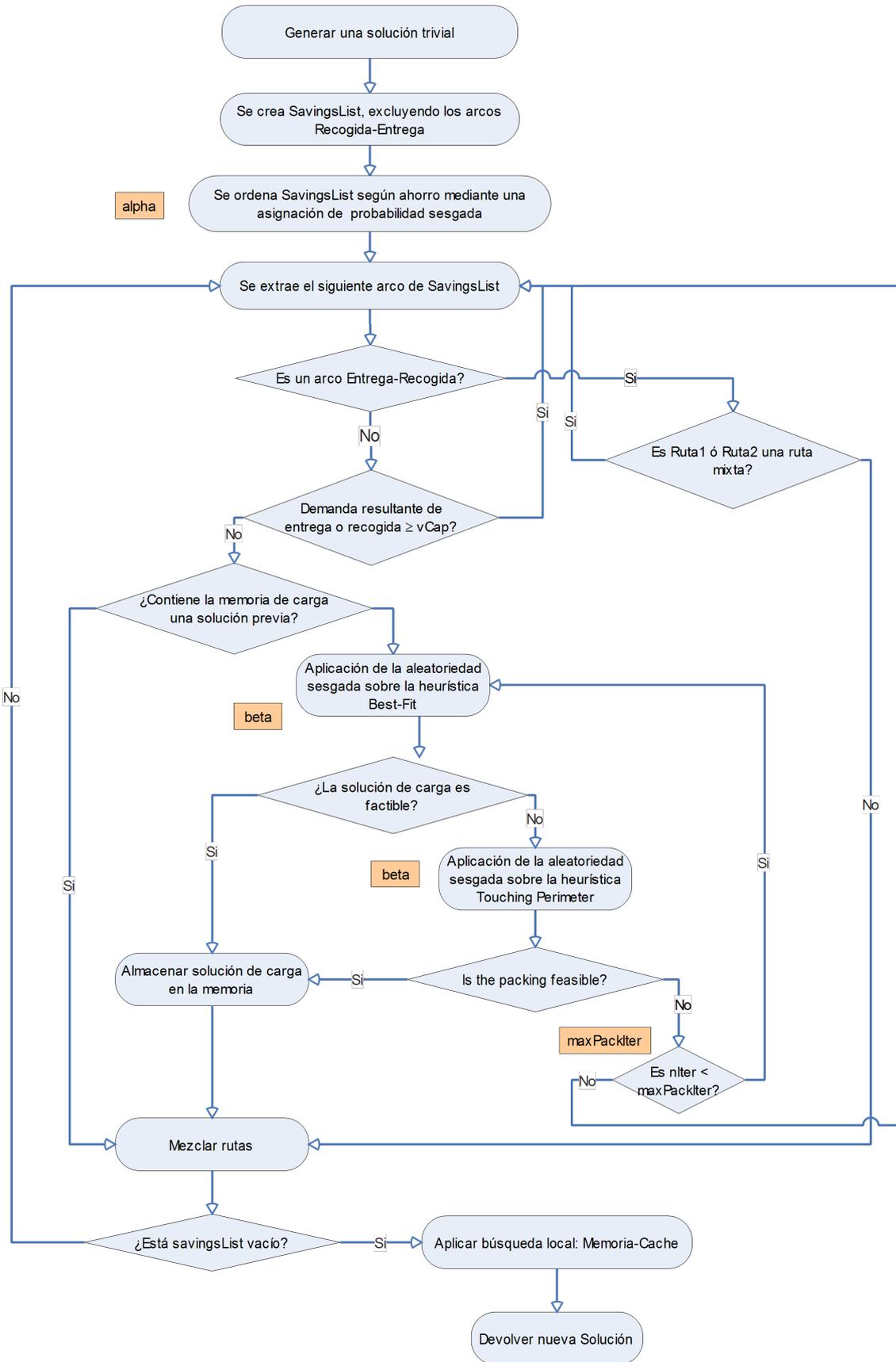


Figura 6.3.1: Flujoograma del algoritmo del procedimiento Pack-And-Route para el LNS-BR.

En este caso, las limitaciones de capacidad no se consideran antes de combinar ambas rutas, ya que, por definición, el vehículo estará vacío después de visitar todos los clientes del tipo entrega. Si el borde seleccionado es del tipo entrega-entrega o recogida-recogida, las rutas se combinarán si cumplen las siguientes condiciones: (i) que haya suficiente capacidad de carga en el vehículo para transportar todos los artículos de ambas rutas; y (ii) que los artículos de ambas rutas puedan ser colocados correctamente en un solo vehículo, es decir, cumpliendo las restricciones de carga asociadas.

La solución del problema asociado de carga es abordado, con la misma metodología empleada en el algoritmo ILS-BR, detallado en el capítulo anterior, con el parámetro $0,06 \leq \beta \leq 0,23$. Sin embargo, en el problema 2L-VRPCB, para el caso de rutas mixtas, existen dos soluciones de carga asociadas a la ruta, una para la mercancía a entregar y otra para la mercancía recolectada. Por lo tanto, la memoria que almacena las soluciones de carga factibles previamente calculadas, almacena la solución de carga de entrega y recogida de forma independiente. Si no existe una solución de carga almacenada en la memoria, el problema de carga se intenta resolver mediante las conocidas versiones aleatorias sesgadas de las heurísticas BestFit y Touching Perimeter. Este proceso se repite un número máximo de veces, establecido por el parámetro *maxPackIter*, que en este caso se toma igual al número de artículos a cargar. Siempre que cualquiera de los dos métodos heurísticos encuentra una solución factible de embalaje, se almacena en la memoria de carga y el proceso se detiene.

Por último, cuando se calcula una solución completa, se realiza una búsqueda local basada en la ya conocida técnica de la memoria de acceso rápido, para mejorar si es posible las rutas que forman parte de la solución. Sin embargo, en este caso, cuando se trata de rutas mixtas, para mejorar la eficiencia de esta memoria, las rutas no se almacenan completas, sino que se cargan en memoria separándolas en dos partes: Una parte corresponde a los arcos que incluyen los nodos de entrega más el arco mixto, mientras que la otra parte corresponde a los arcos que

incluyen nodos de recogida más el arco mixto. De esta manera, es posible mejorar la parte de entrega o de recogida de una ruta de forma independiente.

6.4. Experimentos computacionales.

Con el fin de probar el rendimiento del algoritmo híbrido propuesto, llevamos a cabo dos clases de experimentos diferentes. En primer lugar, se resolverá un conjunto de instancias especialmente diseñadas para el 2L-VRPCB, empleando distintas relaciones entre los nodos de entrega y recogida. El segundo tipo de experimentos, se realizará sobre las instancias clásicas del 2L-CVRP, de esta manera se podrá comparar la eficiencia de la metaheurística LNS-BR frente a otros tipos de algoritmos, que han logrado alcanzar los mejores resultados conocidos hasta el momento.

Nuevamente se ha elegido el lenguaje de programación Java para implementar el algoritmo propuesto. Todos los experimentos se llevaron a cabo en un PC estándar con un procesador Intel Core i3 a 3,4 GHz y 8 GB de RAM. El algoritmo se ejecuta en la plataforma NetBeans para Java en Windows 7.

6.4.1. Resultados experimentales para el problema 2L-VRPCB.

Al no existir ningún precedente en la literatura científica que resuelva el problema 2L-VRPCB, se diseña un nuevo conjunto de instancias adaptadas a este tipo de problema antes de proceder a su resolución. Las instancias propuestas en este apartado para el 2L-VRPCB han sido generadas a partir de las instancias clásicas del 2L-CVRP, usando el mismo criterio descrito por [Toth y Vigo \(1997\)](#) para generar las instancias del VRPB a partir de las instancias clásicas del VRP. Este criterio consiste básicamente en generar para cada instancia y clase

del 2L-CVRP, tres nuevas instancias 2L-VRPCB considerando un 50 %, un 66 % y un 80 % de nodos de entrega respectivamente. De tal modo que, se define como nodo de recogida el primero de cada dos, tres y cinco, dependiendo del porcentaje de nodos de entrega que se pretenda obtener. Estas configuraciones entrega/recogida están representados por 1/1, 2/1 y 4/1, respectivamente. De esta manera, se han generado un total de 540 instancias para el 2L-VRPCB, derivadas de las 180 instancias clásicas del 2L-CVRP.

Respecto a las configuraciones de carga, se consideran las dos versiones secuenciales con y sin posibilidad de rotación de los artículos, es decir, orientadas, (2ISOIL), y no orientadas, (2ISRIL).

La tabla 6.1 presentan los resultados correspondientes a la clase 1 en el conjunto de referencia 2L-CVRP. Dado que todos los clientes de esta clase tienen una demanda asociada de un solo artículo de dimensiones 1×1 , la rotación de artículos no influye en la calidad de la solución. Además se puede comprobar en la práctica que la limitación de las rutas está condicionada por la capacidad de los vehículos, no por la disposición de la carga bidimensional, por consiguiente, la clase 1 del 2L-VRPCB realmente corresponde a un problema VRPCB puro. Los resultados obtenidos para las instancias de las clases restantes se incluyen en las tablas 6.2 a 6.5. En todas las instancias y clases, se muestra la mejor solución encontrada con nuestro algoritmo LNS-BR y el tiempo transcurrido hasta su obtención.

6.4.2. Resultados experimentales para el problema 2L-CVRP.

Con el fin de probar la bondad de nuestra metodología, en relación al estado del arte en el problema 2L-CVRP. Dicho problema no deja de ser un caso particular del problema 2L-VRPCB en el cual la demanda de los clientes consiste exclusivamente en pedidos de entrega de mercancía, es decir, no se realiza recogida de mercancía.

Instancia	CLASE 1					
	E/R : 1/1		E/R : 2/1		E/R : 4/1	
	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)
1	301,99	7,34	274,25	0,00	259,97	0,00
2	308,76	0,01	323,52	0,00	299,64	0,00
3	335,54	0,00	352,7	0,01	349,12	0,00
4	375,12	0,00	396,11	0,00	415,83	0,00
5	372,12	0,01	365,55	0,00	376,68	0,00
6	432,3	0,01	405,99	0,00	432,83	0,00
7	689,32	6,30	678,88	1,06	598,68	0,00
8	689,32	2,52	692,49	4,00	598,68	0,00
9	494.03 ^(*)	1,50	526,48	0,00	571,75	0,18
10	502,77	2,42	550,62	1,45	512,06	0,02
11	502,77	2,18	550,62	1,04	512,06	0,13
12	471,46	0,00	497,63	0,09	523,41	0,01
13	2.276,57	4,63	2.184,46	41,64	1.997,84	0,04
14	751,69	0,17	725,95	2,41	746,28	0,81
15	751,69	0,18	725,95	2,41	746,28	0,80
16	543,09	0,02	582,64	0,03	613,19	0,01
17	638,14	0,01	697,42	0,10	725,83	0,01
18	834,86	1,06	814,27	66,98	791,4	2,34
19	562,83	49,32	578,7	49,29	567,89	0,57
20	319,72	71,97	304,45	32,38	288,9	94,58
21	721,78	52,93	715,42	27,74	703,81	111,97
22	721,68	32,36	742,14	29,05	733,42	3,33
23	746,9	89,69	773,12	5,81	794,85	5,37
24	838,96	0,31	873,83	0,03	904,53	1,15
25	889,59	183,73	830,07	78,20	859,97	4,40
26	779,21	51,93	773,24	165,33	833,59	115,71
27	964,88	175,88	974,54	3,07	1.004,20	130,34
28	1.022,91	215,51	1.039,50	162,41	1.059,68	145,08
29	1,217.36 ^(*)	241,36	1.342,38	201,99	1.210,77	220,03
30	1.050,11	219,99	1.059,28	98,42	1.067,26	52,52
31	1.216,24	233,28	1.278,37	154,73	1.260,15	127,00
32	1.202,83	132,09	1.291,09	193,06	1.260,15	126,56
33	1.213,71	236,67	1.305,80	189,83	1.295,28	118,13
34	702,84	271,66	633,81	207,33	654,71	197,28
35	747,01	269,40	793,11	173,90	839,02	109,90
36	488,96	95,28	550,55	95,85	584,62	283,14

^(*)En estas instancias los clientes de entrega y recogida fueron intercambiados.

Tabla 6.1: Resultados para el 2L-VRPCB, clase 1.

Instancia	CLASE 2 - 2ISOIL						CLASE 2 - 2SRIL					
	E/R : 1/1		E/R : 2/1		E/R : 4/1		E/R : 1/1		E/R : 2/1		E/R : 4/1	
	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)
1	308,76	0,16	274,25	0,00	259,97	0,00	307,63	0,03	274,25	0,00	259,97	0,01
2	308,76	0,00	323,52	0,00	314,14	0,00	308,76	0,00	323,52	0,00	299,64	0,00
3	336,40	0,04	380,89	0,01	350,83	0,00	335,54	0,00	358,42	0,00	349,12	0,01
4	375,12	0,01	397,66	0,00	395,42	0,00	375,12	0,00	396,11	0,00	395,42	0,01
5	376,84	0,13	378,70	0,05	376,68	0,00	372,12	0,01	365,55	0,09	376,68	0,00
6	428,88	0,07	408,53	0,00	432,85	0,00	428,88	0,07	405,99	0,00	432,83	0,02
7	692,26	0,01	703,67	0,00	723,39	1,29	689,32	0,73	703,67	0,00	694,63	0,02
8	698,87	0,00	693,58	0,05	683,64	0,01	689,32	3,73	693,58	0,00	663,45	0,02
9	501,48	0,01	531,24	0,02	573,06	0,00	494,03	1,91	526,48	0,02	571,75	0,06
10	610,45	0,08	611,94	6,14	642,58	4,31	556,61	0,67	593,98	0,10	613,00	0,33
11	603,37	0,27	626,35	4,02	662,43	2,10	573,79	8,76	611,00	0,38	632,01	28,02
12	482,63	0,04	515,80	0,53	546,33	0,06	476,08	0,00	505,52	0,05	532,12	0,04
13	2.399,98	1,28	2.407,68	3,81	2.489,25	8,45	2.360,14	13,89	2.345,91	8,06	2.324,70	1,47
14	870,04	17,33	894,55	0,87	1.017,55	3,15	783,87	48,44	877,66	0,05	902,70	45,11
15	850,73	1,00	834,07	15,72	963,49	4,84	786,21	20,65	761,96	56,38	887,45	29,40
16	549,86	0,69	578,20	0,03	614,67	0,02	542,60	0,13	578,20	0,14	609,85	0,83
17	635,94	0,11	681,87	0,46	734,15	0,07	635,94	0,06	680,30	0,22	727,90	37,01
18	937,03	54,06	956,22	11,81	1.000,84	3,21	898,99	6,48	905,48	43,24	947,31	19,62
19	655,44	2,79	694,60	43,48	698,50	57,67	616,69	2,81	647,53	9,56	669,58	87,67
20	419,92	93,00	427,23	25,86	460,16	92,13	372,83	66,40	388,27	63,96	435,36	77,42
21	876,37	21,22	927,84	60,83	965,26	70,23	801,36	81,76	870,89	120,77	900,67	28,91
22	872,10	98,03	883,66	24,97	990,59	31,10	822,11	12,37	853,83	5,84	936,02	75,92
23	880,09	74,67	931,68	76,38	958,56	82,44	832,02	102,58	850,40	73,93	886,38	96,83
24	920,51	105,86	1.007,87	19,51	1.061,97	60,80	889,85	1,42	963,74	12,58	1.022,57	35,61
25	1.144,05	20,28	1.219,02	46,83	1.312,22	127,47	1.060,56	105,06	1.136,68	133,80	1.227,70	70,87
26	1.031,22	36,97	1.095,65	92,23	1.259,05	54,06	956,30	142,23	1.051,25	119,30	1.173,86	156,54
27	1.073,48	157,05	1.173,29	189,14	1.245,97	18,04	1.026,46	68,44	1.108,04	101,54	1.164,18	176,25
28	1.780,33	120,89	1.925,05	239,92	2.303,88	242,63	1.671,31	247,25	1.822,48	217,61	2.139,68	169,05
29	1.727,00	203,58	1.846,64	235,15	2.009,95	165,31	1.572,62	238,06	1.765,09	146,91	1.935,64	248,90
30	1.415,14	101,35	1.560,45	259,60	1.687,05	271,49	1.312,54	200,60	1.453,13	261,81	1.585,44	262,17
31	1.686,66	115,50	1.904,79	242,69	2.048,22	130,41	1.589,06	144,63	1.785,43	271,58	1.955,70	241,67
32	1.700,82	262,50	1.894,47	98,30	2.038,96	273,48	1.584,83	265,98	1.778,63	233,42	1.877,14	207,20
33	1.716,05	272,15	1.905,83	203,21	2.081,76	251,38	1.609,70	237,06	1.764,91	243,89	1.947,88	272,65
34	890,10	236,21	953,01	288,21	1.066,72	185,72	825,33	246,89	898,38	262,28	1.003,07	278,65
35	1.006,72	197,76	1.133,30	212,57	1.253,38	266,50	897,77	277,47	1.054,42	260,07	1.160,50	295,64
36	1.090,58	262,33	1.267,03	283,60	1.500,73	278,22	1.016,32	249,13	1.204,45	298,01	1.401,12	298,13

Tabla 6.2: Resultados para el 2L-VRPCB, clase 2 para las versiones de carga 2ISOIL y 2SRIL.

Instancia	CLASE 3 - 2ISOIL						CLASE 3 - 2SRIL					
	E/R : 1/1		E/R : 2/1		E/R : 4/1		E/R : 1/1		E/R : 2/1		E/R : 4/1	
	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)
1	308,76	0,01	274,25	0,00	260,22	0,01	307,63	0,01	274,25	0,00	259,97	0,01
2	308,76	0,01	323,52	0,00	322,42	0,00	308,76	0,00	323,52	0,00	310,97	0,00
3	345,66	0,14	355,02	0,02	367,86	0,03	344,11	0,01	352,70	0,02	356,68	0,47
4	375,12	0,02	396,11	0,00	395,42	0,75	375,12	0,00	396,11	0,00	395,42	0,14
5	373,71	0,01	365,55	0,10	376,68	0,01	373,71	0,01	365,55	0,00	376,68	0,01
6	432,30	0,00	405,99	0,01	432,83	0,03	432,30	0,02	405,99	0,01	432,83	0,03
7	691,85	0,01	693,58	0,00	674,70	0,01	691,85	0,03	693,46	4,47	654,42	4,77
8	718,89	0,11	703,67	0,00	713,49	0,18	698,87	0,01	703,67	0,05	675,93	0,01
9	494,03	2,61	530,35	0,27	573,06	0,01	494,03	2,61	526,48	0,01	571,75	0,17
10	536,29	14,68	576,50	4,33	613,95	8,29	521,00	2,86	554,57	0,68	613,95	0,24
11	581,42	6,22	565,46	5,22	663,37	2,09	562,99	1,51	560,43	0,83	658,48	1,22
12	471,46	0,00	497,63	0,05	524,53	0,00	471,46	0,00	497,63	0,07	522,56	0,37
13	2.384,40	9,30	2.239,93	0,35	2.468,80	40,16	2.342,09	2,06	2.208,95	16,71	2.294,43	1,95
14	878,23	15,98	886,27	44,02	879,84	51,01	784,59	3,50	857,36	24,02	868,60	34,14
15	853,62	20,42	886,93	7,12	1.024,84	23,10	767,08	48,87	840,85	14,65	998,30	30,86
16	544,24	17,32	578,20	4,17	610,99	0,11	544,24	17,32	578,20	4,17	610,99	0,08
17	635,94	0,06	680,30	0,18	723,17	4,70	635,94	0,41	680,30	0,77	722,62	1,08
18	919,65	67,34	920,45	85,42	971,94	8,75	865,67	6,86	888,28	4,22	965,96	5,55
19	655,97	35,19	712,12	9,56	742,96	20,53	639,40	54,09	672,78	45,96	714,81	86,22
20	397,05	2,33	424,19	75,11	466,63	62,67	383,65	69,04	414,19	70,67	448,55	59,09
21	892,75	85,88	973,94	27,67	1.035,99	51,30	842,31	115,12	922,14	116,98	970,50	78,35
22	862,65	44,82	935,45	31,69	968,10	134,53	841,57	12,61	897,24	30,78	938,27	134,03
23	860,55	30,76	955,00	94,76	986,13	10,50	837,07	64,80	906,30	142,12	945,58	82,84
24	890,40	36,03	948,72	8,44	999,72	69,61	850,98	78,47	912,60	139,84	953,55	57,59
25	1.102,54	81,73	1.141,33	199,77	1.255,11	170,31	1.051,22	144,49	1.098,11	151,16	1.179,71	92,85
26	1.039,09	177,26	1.086,15	147,74	1.229,65	192,96	953,12	111,76	1.024,31	147,99	1.179,77	146,04
27	1.089,58	86,97	1.180,91	169,00	1.283,22	162,44	1.055,65	69,41	1.116,42	192,88	1.226,13	53,29
28	1.801,48	149,40	2.029,48	248,39	2.334,18	231,19	1.690,30	224,24	1.878,15	236,06	2.192,05	229,74
29	1.638,68	245,21	1.722,74	221,84	1.986,48	244,40	1.539,33	248,39	1.661,51	176,56	1.878,23	230,14
30	1.396,25	271,84	1.554,94	263,01	1.663,83	254,09	1.339,90	188,49	1.470,26	263,09	1.611,83	270,40
31	1.698,68	240,84	1.866,44	210,82	2.029,25	257,27	1.614,75	267,57	1.781,28	209,32	1.934,67	257,01
32	1.679,53	270,55	1.846,20	266,35	2.026,01	245,78	1.608,71	197,05	1.777,99	254,04	1.926,61	270,13
33	1.715,24	191,94	1.947,88	273,54	2.191,51	274,83	1.652,67	216,94	1.847,64	235,62	2.058,68	264,21
34	908,90	261,96	988,73	291,95	1.087,44	269,66	868,20	242,19	924,61	290,76	1.031,75	299,45
35	1.020,11	245,65	1.156,39	284,95	1.308,31	245,42	956,36	261,80	1.094,68	295,11	1.212,11	289,85
36	1.126,35	251,71	1.315,68	289,87	1.494,50	298,95	1.046,33	295,39	1.238,56	292,29	1.422,05	289,13

Tabla 6.3: Resultados para el 2L-VRPCB, clase 3 para las versiones de carga 2ISOIL y 2SRIL.

Instancia	CLASE 4 - 2ISOIL						CLASE 4 - 2SRIL					
	E/R : 1/1		E/R : 2/1		E/R : 4/1		E/R : 1/1		E/R : 2/1		E/R : 4/1	
	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)
1	312,12	8,53	274,25	0,00	275,25	1,50	310,05	0,48	274,25	0,00	259,97	0,00
2	308,76	0,01	323,52	0,00	299,64	0,00	308,76	0,01	323,52	0,00	299,64	0,00
3	335,54	0,01	352,83	2,61	356,76	0,04	335,54	0,00	352,83	0,04	356,76	0,01
4	375,12	0,00	396,11	0,00	410,20	0,01	375,12	0,00	396,11	0,01	410,20	0,02
5	372,12	0,02	373,66	0,03	385,74	0,01	372,12	0,03	370,07	0,17	385,74	0,00
6	432,30	0,02	425,35	0,02	432,83	0,06	432,30	0,00	421,56	1,02	432,83	0,02
7	699,27	0,00	703,67	0,00	674,28	0,73	699,27	0,00	703,19	1,70	631,28	0,17
8	692,26	0,24	703,67	0,10	660,95	0,01	692,26	0,03	703,67	0,06	654,42	1,36
9	500,57	1,39	526,48	0,02	571,75	0,41	500,57	0,42	526,48	0,01	571,75	0,03
10	589,43	18,85	637,45	17,60	663,73	5,52	576,93	3,42	637,45	17,60	657,26	2,74
11	644,27	2,46	638,45	11,77	737,89	0,34	626,79	0,07	612,41	1,39	696,65	18,11
12	475,76	0,06	498,25	0,17	534,87	5,43	475,76	0,06	498,25	0,15	522,56	21,80
13	2.354,57	10,49	2.478,79	10,86	2.518,66	1,46	2.354,57	9,02	2.439,28	9,53	2.462,42	7,15
14	777,60	48,01	871,59	2,67	900,65	38,14	767,48	9,30	838,18	35,46	888,48	42,69
15	909,02	26,86	899,68	37,76	1.085,14	31,10	895,65	12,24	887,81	13,53	1.011,12	50,55
16	543,39	0,11	599,82	0,15	622,18	0,70	542,60	0,11	582,21	0,68	609,85	42,57
17	638,14	0,21	680,30	0,50	724,47	0,43	635,94	0,15	680,30	0,09	723,17	2,92
18	918,57	16,46	963,98	11,90	989,86	86,07	899,17	35,95	940,67	17,23	982,23	4,34
19	637,33	78,63	678,47	85,96	722,10	68,21	633,98	10,03	661,86	4,34	710,00	13,09
20	398,26	32,33	467,63	59,72	500,80	97,53	385,51	55,95	446,46	86,71	489,69	96,52
21	844,89	58,94	860,51	117,28	906,63	131,54	824,78	75,17	843,69	38,61	878,72	89,63
22	899,02	64,36	875,77	88,49	996,26	143,92	853,02	124,66	863,08	142,58	976,26	127,74
23	862,22	146,63	913,78	124,22	956,42	118,70	830,68	106,66	895,69	90,36	933,62	61,56
24	896,58	71,11	948,54	148,51	1.002,35	122,82	868,43	78,26	917,92	146,26	980,42	56,83
25	1.091,96	142,24	1.178,43	142,52	1.271,21	168,07	1.068,36	135,90	1.129,62	197,09	1.240,41	161,91
26	1.096,63	184,96	1.107,94	162,72	1.283,55	79,58	1.033,00	106,71	1.075,59	68,33	1.259,88	169,04
27	1.058,67	175,05	1.091,93	158,80	1.207,54	176,60	1.013,58	165,58	1.071,70	126,30	1.172,75	103,15
28	1.813,13	233,55	1.974,14	224,04	2.186,90	245,29	1.751,68	240,19	1.914,67	225,98	2.103,46	245,10
29	1.667,36	163,74	1.881,43	244,90	1.905,98	249,37	1.634,34	248,95	1.840,32	246,56	1.854,41	231,39
30	1.385,71	51,51	1.566,45	248,90	1.642,08	260,73	1.341,79	92,31	1.504,83	272,04	1.570,02	255,90
31	1.730,54	265,37	1.934,79	222,73	2.141,65	273,80	1.677,90	198,52	1.880,64	260,57	2.042,84	269,36
32	1.687,62	230,04	1.875,74	262,11	2.005,18	270,62	1.623,55	267,73	1.815,40	269,48	1.940,05	240,33
33	1.732,86	271,81	1.950,56	247,95	2.147,33	273,46	1.663,38	256,49	1.880,26	260,27	2.053,65	257,33
34	877,18	249,25	953,31	293,35	1.078,34	298,62	855,08	277,03	921,45	242,92	1.047,32	254,37
35	1.027,38	296,90	1.205,36	285,63	1.318,93	255,82	982,16	202,87	1.181,60	216,55	1.259,19	287,19
36	1.052,64	299,11	1.230,27	280,14	1.448,06	294,29	997,65	272,05	1.182,88	294,00	1.376,93	298,79

Tabla 6.4: Resultados para el 2L-VRPCB, clase 4 para las versiones de carga 2ISOIL y 2SRIL.

Instancia	CLASE 5 - 2ISOIL						CLASE 5 - 2SRIL					
	E/R : 1/1		E/R : 2/1		E/R : 4/1		E/R : 1/1		E/R : 2/1		E/R : 4/1	
	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)	LNS-BR	t(s)
1	307,63	0,02	284,22	0,17	259,97	0,01	301,99	5,94	274,25	0,00	259,97	0,01
2	308,76	0,00	323,52	0,00	299,64	0,00	308,76	0,01	323,52	0,00	299,64	0,00
3	335,54	0,01	352,70	0,09	349,12	0,00	335,54	0,00	352,70	0,05	349,12	0,01
4	375,12	0,00	396,11	0,00	395,42	0,01	375,12	0,00	396,11	0,00	395,42	0,02
5	372,12	0,04	365,55	0,00	376,68	0,01	372,12	0,04	365,55	0,00	376,68	0,01
6	432,30	0,01	405,99	0,00	432,83	0,01	432,30	0,01	405,99	0,00	432,83	0,01
7	689,32	3,70	693,58	0,00	631,28	3,62	689,32	1,39	693,58	0,02	631,28	0,33
8	677,52	3,47	693,58	0,00	603,43	0,73	677,52	0,18	693,58	0,00	600,65	0,38
9	494,03	9,49	526,48	0,01	571,75	0,09	494,03	19,62	526,48	0,04	571,75	0,01
10	571,68	23,03	590,46	0,81	609,63	1,04	568,53	25,50	590,46	0,44	602,65	25,58
11	573,31	26,99	565,82	27,80	614,38	4,37	571,68	7,49	563,95	1,05	612,30	0,99
12	471,46	0,00	497,63	0,08	522,56	0,40	471,46	0,00	497,63	0,05	522,56	0,21
13	2.326,80	37,73	2.329,21	44,17	2.286,38	39,29	2.326,80	0,52	2.300,45	35,77	2.251,06	18,58
14	771,31	31,59	767,04	7,69	863,12	30,93	769,21	5,79	756,84	11,87	863,12	30,93
15	907,13	22,48	892,28	44,36	1.002,07	8,00	901,79	31,78	884,92	4,08	1.000,43	2,80
16	542,60	0,17	578,20	0,01	610,99	0,10	542,60	0,18	578,20	2,72	609,85	0,14
17	635,94	0,15	680,30	0,15	722,62	0,37	635,94	0,26	680,30	0,56	722,62	0,10
18	845,35	21,74	880,82	50,06	909,63	81,39	845,35	21,74	880,82	7,35	896,74	79,67
19	617,50	0,16	625,08	3,38	637,06	68,32	604,80	13,21	617,53	80,93	636,34	39,16
20	375,20	95,47	392,19	85,17	445,67	64,52	372,24	71,25	390,85	39,54	435,31	62,31
21	783,33	95,90	815,47	17,72	848,91	137,90	774,43	60,19	794,37	119,62	828,99	140,46
22	805,17	23,92	843,17	98,33	888,16	92,15	792,44	59,95	838,64	31,77	880,79	79,48
23	802,86	20,87	841,20	132,62	873,26	132,09	798,15	28,19	819,20	69,03	866,27	148,65
24	844,15	146,21	884,62	101,70	922,58	140,82	834,08	16,70	881,49	115,05	912,80	132,09
25	984,61	74,50	1.021,60	161,28	1.088,57	121,26	983,36	105,50	1.004,54	160,07	1.079,72	100,11
26	903,86	175,61	952,00	158,60	1.125,75	186,52	899,37	166,18	923,19	118,88	1.099,40	181,31
27	1.011,70	142,89	1.074,09	67,72	1.149,52	151,64	1.009,33	41,19	1.050,65	124,38	1.138,12	174,58
28	1.616,89	187,81	1.827,23	247,16	2.047,11	226,90	1.595,35	244,72	1.774,85	246,57	2.007,87	155,53
29	1.625,58	186,08	1.798,12	245,92	1.935,20	248,51	1.625,08	248,21	1.764,25	240,43	1.881,82	234,08
30	1.236,57	229,24	1.326,03	188,49	1.445,86	215,40	1.209,27	215,14	1.284,32	260,08	1.406,47	195,55
31	1.545,89	254,49	1.719,53	272,04	1.864,63	153,84	1.513,71	273,25	1.688,12	244,31	1.812,71	258,41
32	1.521,70	183,21	1.662,50	274,11	1.795,95	250,65	1.503,93	273,31	1.624,16	244,56	1.757,09	267,40
33	1.505,30	270,56	1.663,11	274,45	1.880,20	219,55	1.496,67	202,26	1.628,61	258,68	1.836,32	271,03
34	808,02	247,37	867,07	299,55	946,10	297,71	794,92	270,59	849,22	290,04	932,51	295,33
35	893,69	264,60	1.026,55	256,81	1.146,00	187,40	876,87	277,45	1.011,02	291,24	1.115,01	263,24
36	946,13	265,28	1.109,22	289,06	1.309,89	295,62	926,31	282,21	1.087,75	279,59	1.281,93	287,67

Tabla 6.5: Resultados para el 2L-VRPCB, clase 5 para las versiones de carga 2ISOIL y 2SRIL.

Como en el caso anterior, se tratarán las dos versiones de carga secuenciales:

- Carga orientada secuencial (2ISOIL).
- Carga no orientada secuencial (2ISRL).

Para poder valorar mejor los resultados obtenidos por cada uno de los algoritmos, se deben tener presentes algunas cuestiones importantes relacionadas con los medios de computación empleados, además del tiempo requerido para la obtención de los resultados. En el caso del algoritmo LNS-BR, se emplea el hardware y software especificado anteriormente, realizando 5 ensayos o réplicas para cada instancia y clase, con un tiempo de computación máximo de 600 segundos para cada réplica. En el caso de los otros algoritmos de referencia, con los que se realizará la comparativa, los resultados fueron obtenidos empleando los siguientes recursos:

- [Fuellerer et al. \(2009\)](#) usan un algoritmo basado en Optimización de Colonia de Hormigas (ACO), empleando un Pentium 4 a 3,2 GHz con un sistema operativo Linux. El algoritmo fue codificado en ANSI C++ y compilado con g++. El mejor resultado obtenido, corresponde a uno de los 10 ensayos realizados para cada instancia y clase, con un máximo de 3 horas para cada uno de las réplicas.
- [Zachariadis et al. \(2013\)](#) proponen una metaheurística denominada PRMP, Promise Routing-Memory Packing. Para la realización de las pruebas computacionales, utilizan un procesador Intel E6600 a 2,4 GHz, implementando el algoritmo propuesto en Visual C#. En este caso, los autores también utilizaron 10 réplicas para cada instancia y clase, empleando tiempos máximos superiores a las 3 horas para algunos de los ensayos realizados.
- [Wei et al. \(2015\)](#) han publicado recientemente un artículo en el que proponen un algoritmo del tipo Búsqueda de Entorno Variable (VNS). También en este caso, se lanzaron

10 réplicas por instancia y clase, empleando un Intel Xeon E5430 a 2,66 GHz y 8 GB de RAM, sobre un sistema operativo Linux CentOS 5. El algoritmo fue codificado en C++, y el tiempo límite en cada réplica se ajusta siguiendo el siguiente criterio: 900 segundos para $N \leq 50$, 1800 segundos para $50 < N \leq 100$ y 3,600 segundos para $N > 100$, donde N es el número de clientes.

En las siguientes tablas se recogen los mejores resultados alcanzados por los algoritmos especificados anteriormente. La columna denominada BKS, corresponde a la mejor solución conocida para la instancia y clase correspondiente, mientras que la diferencia porcentual entre la solución obtenida por nuestro algoritmo (LNS-BR) y la mejor solución conocida (BKS) aparece en la columna que lleva por nombre *Gap*. Diferencias negativas corresponden a nuevas soluciones encontradas que superan a las mejores publicadas hasta el momento.

La clase 1, no está condicionada por las restricciones de carga bidimensionales, por lo que se puede considerar básicamente como un problema CVRP. En la tabla 6.6 se presenta una comparativa para dicha clase, donde aparecen cuatro instancias donde se consigue reducir el coste de la mejor solución conocida.

6.4.2.1. Resultados experimentales para el problema 2L-CVRP con carga orientada secuencial (2ISOIL).

En las tablas 6.7 a 6.10 se recogen los resultados correspondientes a la configuración de carga orientada secuencial, 2ISOIL, para las clases 2 a 5 respectivamente.

CLASE 1										
Instancia	VNS	VNS(t)	PRMP	PRMP(t)	ACO	ACO(t)	BKS	LNS-BR	LNS-BR(t)	Gap
1	278,73	0,00	278,73	0,00	278,73	0,10	278,73	278,73	0,01	0,00%
2	334,96	0,00	334,96	0,00	334,96	0,10	334,96	334,96	0,00	0,00%
3	358,40	0,10	358,40	0,00	358,40	0,20	358,40	358,40	0,00	0,00%
4	430,89	0,00	430,88	0,00	430,88	0,30	430,88	430,88	0,00	0,00%
5	375,28	0,00	375,28	0,00	375,28	0,30	375,28	375,28	0,00	0,00%
6	495,85	0,10	495,85	0,00	495,85	0,30	495,85	495,85	0,06	0,00%
7	568,56	0,00	568,56	0,00	568,56	0,20	568,56	568,56	0,00	0,00%
8	568,56	0,00	568,56	0,00	568,56	0,20	568,56	568,56	0,00	0,00%
9	607,65	0,10	607,65	0,00	607,65	0,60	607,65	607,65	0,00	0,00%
10	535,80	0,10	535,80	0,10	535,80	2,30	535,74	535,80	5,18	0,01%
11	505,01	0,00	505,01	0,00	505,01	0,80	505,01	505,01	0,18	0,00%
12	610,00	0,90	610,00	0,20	610,00	1,60	610,00	610,00	0,46	0,00%
13	2.006,34	0,10	2.006,34	0,30	2.006,34	1,30	2.006,34	2.006,34	0,08	0,00%
14	837,67	0,10	837,67	0,10	837,67	4,10	837,67	837,67	0,20	0,00%
15	837,67	0,10	837,67	0,40	837,67	2,80	837,67	837,67	0,18	0,00%
16	698,61	1,10	698,61	0,30	698,61	2,00	698,61	698,61	0,16	0,00%
17	861,79	4,00	861,79	1,60	861,79	3,30	861,79	861,79	185,65	0,00%
18	723,54	1,40	723,54	3,60	723,54	9,50	723,54	723,54	1,10	0,00%
19	524,61	2,00	524,61	2,10	524,61	7,90	524,61	524,61	7,29	0,00%
20	241,97	3,50	241,97	7,20	241,97	55,70	241,97	241,97	2,85	0,00%
21	687,60	74,90	687,60	3,80	690,20	26,70	687,60	687,60	164,12	0,00%
22	740,66	21,20	740,66	2,80	742,91	56,90	740,66	740,66	12,63	0,00%
23	835,26	159,70	835,26	48,70	845,34	55,90	835,26	835,26	30,74	0,00%
24	1.024,69	175,90	1.024,69	38,10	1.030,25	49,80	1.024,69	1.024,69	490,50	0,00%
25	826,14	332,20	826,14	8,60	830,82	167,50	826,14	826,14	44,48	0,00%
26	819,56	1,70	819,56	11,20	819,56	173,30	819,56	819,56	0,77	0,00%
27	1.082,65	445,50	1.082,65	172,30	1.100,22	191,00	1.082,65	1.082,65	9,50	0,00%
28	1.042,12	1.021,50	1.042,12	71,20	1.062,23	252,20	1.040,70	1.042,12	136,28	0,14%
29	1.162,96	172,90	1.162,96	121,90	1.168,13	765,00	1.162,96	1.162,96	147,85	0,00%
30	1.028,42	1.570,00	1.028,42	267,50	1.041,05	313,90	1.028,42	1.028,42	371,68	0,00%
31	1.302,48	1.813,80	1.299,56	353,80	1.341,89	517,80	1.299,56	1.299,21	312,86	-0,03%
32	1.300,22	1.976,10	1.296,91	312,00	1.334,26	519,70	1.296,91	1.296,18	372,05	-0,06%
33	1.298,02	2.204,10	1.299,55	434,10	1.331,69	479,20	1.298,02	1.297,50	161,80	-0,04%
34	708,39	2.125,20	709,82	328,20	712,32	621,40	708,39	709,08	554,20	0,10%
35	865,39	2.050,40	866,06	396,30	868,12	1.468,20	865,39	864,63	382,43	-0,09%
36	586,49	2.420,20	585,46	228,90	616,69	1.589,80	585,46	590,16	560,74	0,80%
<i>Promedio</i>	<i>769,80</i>	<i>460,53</i>	<i>769,70</i>	<i>78,20</i>	<i>776,04</i>	<i>203,94</i>	<i>769,56</i>	<i>769,69</i>	<i>109,89</i>	<i>0,02%</i>

Tabla 6.6: Resultados para el 2L-CVRP, clase 1.

CLASE 2 - 2ISOIL										
Instancia	VNS	VNS(t)	PRMP	PRMP(t)	ACO	ACO(t)	BKS	LNS-BR	LNS-BR(t)	Gap
1	290,84	3,30	290,84	0,50	290,84	8,90	290,84	290,84	0,05	0,00 %
2	347,73	0,40	347,73	0,50	347,73	0,10	347,73	347,73	0,00	0,00 %
3	403,93	0,90	403,93	0,60	403,93	1,80	403,93	403,93	0,01	0,00 %
4	440,94	0,40	440,94	0,60	440,94	1,30	440,94	440,94	0,01	0,00 %
5	388,72	2,40	388,72	2,30	388,72	10,80	388,72	388,72	0,03	0,00 %
6	499,08	0,50	499,08	4,30	499,08	2,80	499,08	499,08	0,03	0,00 %
7	734,65	1,80	734,65	4,80	734,65	6,10	734,65	734,65	0,98	0,00 %
8	725,91	16,00	725,91	7,10	725,91	5,90	725,91	725,91	0,10	0,00 %
9	611,49	1,20	611,49	6,20	611,49	1,90	611,49	611,49	0,01	0,00 %
10	700,20	12,00	700,20	52,80	700,20	40,30	700,20	700,20	3,74	0,00 %
11	721,54	10,00	721,54	86,80	721,54	34,70	721,54	723,34	11,30	0,25 %
12	619,63	5,70	619,63	5,10	619,63	5,60	619,63	619,63	0,24	0,00 %
13	2.669,39	50,00	2.669,39	103,00	2.669,39	29,90	2.669,39	2.669,39	0,58	0,00 %
14	1.111,94	488,00	1.101,61	558,30	1.135,93	106,00	1.101,61	1.090,55	360,01	-1,00 %
15	1.041,75	466,00	1.099,91	64,50	1.109,10	129,50	1.041,75	1.082,22	183,56	3,88 %
16	698,61	2,30	698,61	9,40	698,61	4,80	698,61	698,61	0,03	0,00 %
17	870,86	3,40	870,86	38,60	870,86	5,00	870,86	876,05	4,25	0,60 %
18	1.053,09	394,00	1.059,44	88,70	1.059,44	191,90	1.053,09	1.059,74	183,91	0,63 %
19	792,42	319,00	794,15	175,30	794,75	68,20	792,42	792,58	118,31	0,02 %
20	547,82	1.102,00	549,57	1.647,40	553,12	1.996,00	547,82	551,70	400,75	0,71 %
21	1.060,72	941,00	1.070,66	398,70	1.076,95	2.967,30	1.060,72	1.063,31	350,23	0,24 %
22	1.081,44	1.066,00	1.086,25	510,10	1.086,67	1.193,40	1.081,44	1.081,45	486,38	0,00 %
23	1.093,27	858,00	1.113,50	594,50	1.116,36	3.632,10	1.093,27	1.112,93	363,47	1,80 %
24	1.222,43	889,00	1.222,43	894,40	1.237,65	465,50	1.222,43	1.226,48	28,85	0,33 %
25	1.458,83	1.183,00	1.476,34	1.630,80	1.478,83	2.621,00	1.458,83	1.456,13	96,32	-0,19 %
26	1.327,47	1.380,00	1.330,94	1.308,80	1.332,40	2.727,20	1.327,47	1.333,02	272,49	0,42 %
27	1.367,85	1.345,00	1.367,87	2.495,30	1.376,49	3.250,80	1.367,85	1.375,90	210,89	0,59 %
28	2.699,21	2.690,00	2.717,14	9.839,90	2.726,26	10.227,00	2.699,21	2.683,66	451,88	-0,58 %
29	2.289,84	2.220,00	2.309,35	5.045,00	2.328,50	10.721,90	2.289,84	2.317,04	309,16	1,19 %
30	1.875,38	2.366,00	1.915,54	4.024,20	1.899,53	9.766,40	1.875,38	1.888,71	549,61	0,71 %
31	2.369,07	2.390,00	2.389,26	7.505,30	2.382,29	10.027,30	2.369,07	2.353,87	585,57	-0,64 %
32	2.384,29	2.514,00	2.413,19	9.575,20	2.419,54	10.684,10	2.384,29	2.370,94	427,08	-0,56 %
33	2.376,58	2.813,00	2.415,80	4.772,80	2.431,53	10.730,30	2.376,58	2.373,81	573,70	-0,12 %
34	1.226,98	2.619,00	1.253,52	10.237,50	1.265,01	10.632,50	1.226,98	1.230,43	569,18	0,28 %
35	1.447,30	3.111,00	1.491,44	7.247,70	1.504,61	10.582,50	1.447,30	1.441,68	469,31	-0,39 %
36	1.784,57	3.027,00	1.810,07	9.874,50	1.858,33	10.800,60	1.784,57	1.768,34	558,11	-0,91 %
<i>Promedio</i>	<i>1.175,99</i>	<i>952,54</i>	<i>1.186,43</i>	<i>2.189,21</i>	<i>1.191,58</i>	<i>3.157,82</i>	<i>1.175,71</i>	<i>1.177,36</i>	<i>210,28</i>	<i>0,20 %</i>

Tabla 6.7: Resultados para el 2L-CVRP, clase 2 para la versión de carga 2ISOIL.

CLASE 3 - 2ISOIL										
Instancia	VNS	VNS(t)	PRMP	PRMP(t)	ACO	ACO(t)	BKS	LNS-BR	LNS-BR(t)	Gap
1	284,52	11,10	284,52	0,50	304,41	17,00	284,52	301,88	0,32	6,10 %
2	352,16	1,60	352,16	0,50	356,24	0,70	352,16	352,16	0,85	0,00 %
3	394,72	1,50	394,72	0,70	394,72	3,80	394,72	394,72	0,22	0,00 %
4	440,68	0,50	440,68	0,70	445,25	3,40	440,68	440,68	3,59	0,00 %
5	381,69	9,00	381,69	2,70	381,69	20,30	381,69	381,69	0,02	0,00 %
6	504,68	2,50	504,68	5,20	504,68	4,70	504,68	504,68	0,03	0,00 %
7	709,72	5,20	709,72	5,80	709,72	11,10	709,72	709,72	0,70	0,00 %
8	741,12	1,90	741,12	7,90	741,12	12,30	741,12	741,12	1,12	0,00 %
9	613,90	1,50	619,48	5,00	613,90	9,40	613,90	619,48	0,06	0,91 %
10	637,38	123,00	646,87	66,60	628,93	56,80	628,93	637,46	97,60	1,36 %
11	717,37	136,00	720,45	68,40	718,09	38,60	717,37	720,63	81,51	0,45 %
12	610,00	1,60	610,00	4,60	610,00	2,30	610,00	610,00	0,29	0,00 %
13	2.486,44	22,00	2.504,78	98,60	2.497,42	66,80	2.486,44	2.497,42	35,58	0,44 %
14	1.085,42	533,00	1.093,08	624,10	1.093,63	160,60	1.085,42	1.069,43	81,19	-1,47 %
15	1.181,68	69,00	1.181,68	65,60	1.192,19	179,70	1.181,68	1.181,68	68,23	0,00 %
16	698,61	1,60	698,61	12,30	698,61	8,80	698,61	698,61	0,02	0,00 %
17	861,79	2,30	861,79	46,90	861,79	2,80	861,79	863,27	0,92	0,17 %
18	1.103,45	251,00	1.106,33	82,20	1.120,55	189,60	1.103,45	1.115,67	11,39	1,11 %
19	801,13	243,00	802,76	181,30	801,13	145,50	801,13	802,76	4,71	0,20 %
20	541,58	961,00	546,63	2.021,00	550,28	1.308,50	541,58	546,11	295,78	0,84 %
21	1.150,85	1.036,00	1.168,94	415,30	1.162,07	438,80	1.150,85	1.157,22	144,69	0,55 %
22	1.094,66	1.264,00	1.117,20	493,90	1.123,10	536,70	1.094,66	1.099,97	249,67	0,49 %
23	1.117,54	1.130,00	1.121,51	501,40	1.141,01	531,00	1.117,54	1.120,41	187,32	0,26 %
24	1.118,44	897,00	1.128,30	947,70	1.126,33	234,70	1.118,44	1.120,79	367,30	0,21 %
25	1.436,57	1.364,00	1.452,95	2.026,20	1.459,58	4.739,40	1.436,57	1.440,10	442,76	0,25 %
26	1.396,52	1.005,00	1.411,53	1.004,20	1.409,10	1.649,10	1.396,52	1.405,54	73,17	0,65 %
27	1.423,74	1.233,00	1.449,27	4.183,00	1.450,35	1.024,60	1.423,74	1.425,09	459,35	0,09 %
28	2.787,24	2.112,00	2.800,34	9.709,90	2.796,83	10.451,90	2.787,24	2.808,47	500,66	0,76 %
29	2.172,69	3.057,00	2.201,64	4.535,60	2.231,33	8.895,70	2.172,69	2.210,53	432,65	1,74 %
30	1.915,42	2.581,00	1.947,51	4.302,70	1.980,40	10.550,90	1.915,42	1.923,31	529,48	0,41 %
31	2.360,63	2.490,00	2.413,28	5.587,20	2.425,91	10.678,70	2.360,63	2.376,74	550,10	0,68 %
32	2.325,74	2.873,00	2.386,89	10.835,00	2.400,24	10.753,50	2.325,74	2.329,44	575,99	0,16 %
33	2.469,85	2.672,00	2.535,42	5.618,50	2.522,99	10.747,80	2.469,85	2.465,77	358,26	-0,17 %
34	1.253,88	2.701,00	1.278,94	12.919,90	1.302,24	10.690,30	1.253,88	1.263,81	593,69	0,79 %
35	1.529,77	2.701,00	1.566,63	9.090,70	1.576,22	10.795,60	1.529,77	1.529,10	424,86	-0,04 %
36	1.869,38	3.451,00	1.889,21	7.456,80	1.952,47	10.800,50	1.869,38	1.862,13	507,28	-0,39 %
<i>Promedio</i>	<i>1.182,53</i>	<i>970,70</i>	<i>1.196,43</i>	<i>2.303,57</i>	<i>1.202,35</i>	<i>2.937,83</i>	<i>1.182,29</i>	<i>1.186,88</i>	<i>196,70</i>	<i>0,46 %</i>

Tabla 6.8: Resultados para el 2L-CVRP, clase 3 para la versión de carga 2ISOIL.

CLASE 4 - 2ISOIL										
Instancia	VNS	VNS(t)	PRMP	PRMP(t)	ACO	ACO(t)	BKS	LNS-BR	LNS-BR(t)	Gap
1	294,25	0,50	294,25	1,80	296,75	0,90	294,25	294,25	0,09	0,00 %
2	342,00	0,20	342,00	1,40	342,00	0,30	342,00	342,00	0,01	0,00 %
3	368,56	2,00	368,56	1,50	368,56	4,60	368,56	368,56	0,08	0,00 %
4	447,37	2,60	447,37	2,80	447,37	4,50	447,37	447,37	0,02	0,00 %
5	383,88	4,40	383,87	2,50	383,88	14,30	383,87	383,87	0,06	0,00 %
6	498,32	3,00	498,32	5,20	498,32	6,90	498,32	498,32	0,19	0,00 %
7	703,49	14,00	703,49	4,50	703,49	13,90	703,49	703,49	1,00	0,00 %
8	697,92	31,00	697,92	6,10	733,09	8,60	697,92	697,92	14,94	0,00 %
9	625,10	11,60	625,10	7,00	625,13	4,40	625,10	625,13	0,04	0,00 %
10	715,82	189,00	715,82	50,80	760,61	56,60	715,82	717,83	51,23	0,28 %
11	815,68	41,00	815,68	59,10	816,10	104,10	815,68	811,56	67,33	-0,51 %
12	618,23	17,00	618,23	8,60	623,20	16,00	618,23	618,23	11,65	0,00 %
13	2.609,36	41,00	2.610,57	106,60	2.689,59	71,90	2.609,36	2.622,45	86,87	0,50 %
14	983,20	183,00	989,60	582,00	993,47	228,50	983,20	988,03	476,66	0,49 %
15	1.246,49	449,00	1.247,69	78,20	1.276,85	148,30	1.246,49	1.246,69	289,46	0,02 %
16	708,20	8,00	708,20	14,10	709,27	12,30	708,20	712,30	0,12	0,58 %
17	861,79	7,60	861,79	37,30	861,79	4,60	861,79	861,79	33,11	0,00 %
18	1.134,11	576,00	1.137,34	91,80	1.153,37	323,40	1.134,11	1.144,33	270,77	0,90 %
19	801,21	398,00	807,46	202,00	824,15	139,50	801,21	801,66	123,54	0,06 %
20	552,91	707,00	555,59	1.591,90	567,72	642,40	552,91	551,61	157,95	-0,24 %
21	1.006,21	973,00	1.014,17	372,50	1.032,04	611,30	1.006,21	1.010,75	133,67	0,45 %
22	1.089,27	1.059,00	1.101,93	518,70	1.114,22	704,50	1.089,27	1.097,58	425,92	0,76 %
23	1.093,01	678,00	1.105,73	428,20	1.110,62	1.017,40	1.093,01	1.098,23	385,67	0,48 %
24	1.141,97	991,00	1.150,24	1.087,90	1.160,59	507,70	1.141,97	1.146,71	180,81	0,42 %
25	1.435,18	1.235,00	1.467,34	2.178,30	1.480,83	1.607,70	1.435,18	1.442,97	345,57	0,54 %
26	1.447,03	1.174,00	1.468,43	1.340,90	1.582,50	5.072,00	1.447,03	1.449,64	509,72	0,18 %
27	1.357,75	1.116,00	1.371,88	4.606,00	1.404,41	1.179,30	1.357,75	1.362,70	332,18	0,36 %
28	2.700,66	1.967,00	2.731,04	8.251,60	2.765,90	10.469,20	2.700,66	2.710,67	446,52	0,37 %
29	2.312,37	2.879,00	2.340,96	4.991,10	2.390,83	10.045,00	2.312,37	2.316,97	386,43	0,20 %
30	1.910,54	2.659,00	1.946,53	4.190,10	2.020,59	10.601,20	1.910,54	1.921,09	504,31	0,55 %
31	2.469,40	2.860,00	2.523,98	5.636,80	2.611,01	10.800,50	2.469,40	2.491,17	577,72	0,88 %
32	2.357,57	2.758,00	2.410,15	8.457,30	2.518,80	10.800,60	2.357,57	2.353,05	571,91	-0,19 %
33	2.470,76	2.570,00	2.532,13	5.175,30	2.627,36	10.800,90	2.470,76	2.464,76	534,24	-0,24 %
34	1.242,26	3.130,00	1.279,67	14.958,10	1.324,63	10.801,30	1.242,26	1.248,65	592,36	0,51 %
35	1.558,69	3.091,00	1.599,02	10.615,40	1.890,84	10.801,20	1.558,69	1.567,09	594,54	0,54 %
36	1.740,64	3.444,00	1.768,88	9.344,30	1.843,85	10.792,60	1.740,64	1.742,93	592,00	0,13 %
<i>Promedio</i>	<i>1.187,26</i>	<i>979,72</i>	<i>1.201,14</i>	<i>2.361,33</i>	<i>1.237,60</i>	<i>3.011,62</i>	<i>1.187,26</i>	<i>1.190,62</i>	<i>241,63</i>	<i>0,22 %</i>

Tabla 6.9: Resultados para el 2L-CVRP, clase 4 para la versión de carga 2ISOIL.

CLASE 5 - 2ISOIL										
Instancia	VNS	VNS(t)	PRMP	PRMP(t)	ACO	ACO(t)	BKS	LNS-BR	LNS-BR(t)	Gap
1	278,73	3,20	278,73	2,70	285,93	0,70	278,73	278,73	0,25	0,00 %
2	334,96	0,00	334,96	1,70	334,96	0,20	334,96	334,96	0,02	0,00 %
3	358,40	1,40	358,40	2,20	358,40	1,30	358,40	358,40	0,00	0,00 %
4	430,89	0,30	430,88	2,40	430,88	2,30	430,88	430,88	0,00	0,00 %
5	375,28	0,80	375,28	2,70	375,28	2,90	375,28	375,28	0,02	0,00 %
6	495,85	0,90	495,85	7,60	495,85	1,80	495,85	495,85	0,00	0,00 %
7	658,64	28,00	661,22	6,00	661,22	14,50	658,64	658,64	17,34	0,00 %
8	621,85	35,90	633,23	6,90	646,46	20,80	621,85	646,46	0,04	3,96 %
9	607,65	0,60	607,65	6,40	607,65	3,60	607,65	607,65	0,01	0,00 %
10	690,96	139,00	691,04	49,90	699,05	83,00	690,96	694,71	84,70	0,54 %
11	636,77	31,00	645,65	87,00	658,71	97,60	636,77	642,20	114,41	0,85 %
12	610,23	5,80	610,23	10,20	610,23	6,80	610,23	610,23	0,12	0,00 %
13	2.421,88	101,00	2.434,99	170,20	2.510,64	124,30	2.421,88	2.434,99	10,91	0,54 %
14	924,27	462,00	925,21	783,80	946,31	275,10	924,27	943,02	84,47	2,03 %
15	1.230,40	210,00	1.230,60	64,40	1.273,60	209,10	1.230,40	1.230,37	150,70	0,00 %
16	698,61	1,70	698,61	20,80	698,61	5,20	698,61	698,61	0,06	0,00 %
17	861,79	4,30	861,79	40,60	861,79	4,70	861,79	861,79	0,24	0,00 %
18	926,53	365,00	928,88	117,80	939,20	711,30	926,53	928,87	68,40	0,25 %
19	652,58	230,00	659,84	194,70	676,32	232,00	652,58	658,01	264,26	0,83 %
20	478,73	917,00	487,68	1.383,10	495,51	1.281,30	478,73	490,80	473,02	2,52 %
21	893,18	1.062,00	913,32	494,10	925,94	1.092,40	893,18	910,31	321,83	1,92 %
22	948,60	1.042,00	960,87	574,30	982,34	1.141,20	948,60	959,18	301,21	1,12 %
23	950,25	1.146,00	964,02	553,90	984,19	750,60	950,25	964,16	487,16	1,46 %
24	1.048,69	588,00	1.055,51	1.327,20	1.078,62	305,60	1.048,69	1.049,76	51,82	0,10 %
25	1.183,63	1.442,00	1.207,36	3.442,60	1.233,93	2.984,30	1.183,63	1.202,25	397,26	1,57 %
26	1.252,65	1.402,00	1.272,21	2.310,70	1.304,02	2.230,30	1.252,65	1.261,07	467,41	0,67 %
27	1.270,34	1.275,00	1.300,94	5.371,00	1.326,58	2.037,60	1.270,34	1.294,92	565,17	1,93 %
28	2.399,25	2.924,00	2.427,73	6.759,00	2.485,45	10.334,40	2.399,25	2.423,74	599,90	1,02 %
29	2.191,69	2.535,00	2.203,11	7.365,50	2.273,96	10.401,90	2.191,69	2.197,37	578,39	0,26 %
30	1.575,64	2.402,00	1.602,51	6.190,50	1.643,68	10.098,90	1.575,64	1.597,44	502,74	1,38 %
31	2.072,19	3.303,00	2.106,52	4.652,20	2.149,12	10.528,50	2.072,19	2.073,95	561,74	0,08 %
32	2.031,92	2.511,00	2.080,61	8.865,40	2.121,11	10.674,70	2.031,92	2.055,56	572,90	1,16 %
33	2.054,29	2.403,00	2.093,93	7.083,50	2.159,01	10.395,90	2.054,29	2.073,33	565,30	0,93 %
34	1.062,18	2.853,00	1.090,00	14.451,70	1.114,58	10.475,50	1.062,18	1.082,77	516,88	1,94 %
35	1.281,90	3.309,00	1.320,18	9.004,50	1.357,62	10.448,60	1.281,90	1.313,31	586,02	2,45 %
36	1.549,51	3.208,00	1.580,52	13.562,90	1.658,81	10.801,50	1.549,51	1.567,06	597,96	1,13 %
<i>Promedio</i>	<i>1.057,25</i>	<i>998,41</i>	<i>1.070,28</i>	<i>2.638,06</i>	<i>1.093,49</i>	<i>2.993,90</i>	<i>1.057,25</i>	<i>1.066,85</i>	<i>248,41</i>	<i>0,85 %</i>

Tabla 6.10: Resultados para el 2L-CVRP, clase 5 para la versión de carga 2ISOIL.

6.4.2.2. Resultados experimentales para el problema 2L-CVRP con carga no orientada secuencial (2|SR|L).

En este apartado se presentan los resultados de la versión de carga secuencial en la que se permite la rotación de los artículos a cargar. En el caso de esta configuración de carga sólo es posible la comparativa con [Fuellerer *et al.* \(2009\)](#), ya que es el único trabajo hasta el momento, que ha abordado este tipo de problema en la literatura científica del área. En las tablas [6.11](#) a [6.14](#) se detallan los costes obtenidos con cada tipo de algoritmo para cada una de las instancias, así como la diferencia porcentual, *Gap*(%), entre ACO y LNS-BR.

Para esta variante de carga se puede observar como las mejoras logradas, *Gap* negativos, con el algoritmo LNS-BR son incluso mayores que en el caso de la versión de carga sin rotación.

6.5. Análisis de los resultados.

6.5.1. Análisis de los resultados para el 2L-VRPCB.

En la figura [6.5.1](#) se muestra un diagrama de cajas, donde se comparan los costes por clase y tipo de configuración de carga:

- Orientada secuencial, 2|SO|L, identificada en el gráfico como (O).
- No orientada secuencial, 2|SR|L, identificada en el gráfico como (R).

Como se puede observar, las soluciones obtenidas en el escenario de carga con rotación, son ligeramente mejores que los obtenidos cuando no se permite dicha rotación. Del mismo modo, para las clases 2 a 5, y especialmente en el caso de las instancias de mayor tamaño, se

CLASE 2 - 2ISRL					
Instancia	ACO	ACO(t)	LNS-BR	LNS-BR(t)	Gap
1	278,73	4,30	278,73	0,01	0,00 %
2	334,96	0,10	334,96	0,01	0,00 %
3	384,93	2,00	384,93	6,37	0,00 %
4	430,88	2,50	430,88	0,05	0,00 %
5	375,28	13,10	375,28	0,21	0,00 %
6	498,16	2,30	495,85	11,28	-0,46 %
7	716,82	5,00	716,82	30,11	0,00 %
8	674,20	3,60	671,75	8,14	-0,36 %
9	607,65	2,10	607,65	0,01	0,00 %
10	685,21	39,90	684,37	184,09	-0,12 %
11	694,60	27,60	702,74	85,28	1,17 %
12	615,87	5,50	610,00	0,38	-0,95 %
13	2.526,07	42,80	2.534,97	36,25	0,35 %
14	1.041,61	107,00	1.032,01	93,99	-0,92 %
15	1.009,87	94,90	1.009,87	191,21	0,00 %
16	698,61	5,60	698,61	0,04	0,00 %
17	861,79	4,00	861,79	1,51	0,00 %
18	989,21	171,90	988,36	284,36	-0,09 %
19	732,64	54,40	731,93	3,93	-0,10 %
20	496,93	369,00	500,98	139,86	0,82 %
21	998,48	363,80	988,25	122,29	-1,02 %
22	1.009,25	300,50	1.000,79	482,33	-0,84 %
23	1.019,73	386,50	997,58	386,89	-2,17 %
24	1.183,02	184,40	1.174,29	283,20	-0,74 %
25	1.383,57	727,00	1.373,52	267,91	-0,73 %
26	1.283,32	827,30	1.275,83	344,82	-0,58 %
27	1.310,13	692,50	1.295,03	384,60	-1,15 %
28	2.548,28	8.804,80	2.528,53	569,58	-0,78 %
29	2.197,20	9.900,30	2.168,94	587,86	-1,29 %
30	1.805,65	7.913,30	1.770,80	387,58	-1,93 %
31	2.265,21	10.493,50	2.223,03	581,53	-1,86 %
32	2.258,99	10.489,30	2.229,46	278,58	-1,31 %
33	2.251,88	10.415,50	2.208,80	443,98	-1,91 %
34	1.172,76	10.082,40	1.157,28	367,87	-1,32 %
35	1.375,14	10.460,20	1.362,09	384,25	-0,95 %
36	1.737,64	10.688,40	1.680,64	566,70	-3,28 %
<i>Promedio</i>	<i>1.123,73</i>	<i>2.602,40</i>	<i>1.113,54</i>	<i>208,81</i>	<i>-0,63 %</i>

Tabla 6.11: Resultados para el 2L-CVRP, clase 2 para la versión de carga 2ISRL.

CLASE 3 - 2ISRIL					
Instancia	ACO	ACO(t)	LNS-BR	LNS-BR(t)	Gap
1	284,52	9,00	284,23	19,90	-0,10 %
2	352,16	0,40	352,16	0,38	0,00 %
3	394,72	2,40	390,55	23,80	-1,06 %
4	430,88	1,50	430,88	0,83	0,00 %
5	379,94	12,80	379,94	14,14	0,00 %
6	498,16	3,10	498,16	0,03	0,00 %
7	706,99	3,20	678,75	43,67	-3,99 %
8	741,12	7,10	741,12	0,80	0,00 %
9	607,65	4,30	607,65	0,05	0,00 %
10	617,62	44,80	615,68	3,07	-0,31 %
11	706,73	27,60	711,80	85,10	0,72 %
12	610,23	2,40	610,00	0,42	-0,04 %
13	2.469,98	41,90	2.436,06	98,16	-1,37 %
14	1.012,46	143,00	1.009,46	156,35	-0,30 %
15	1.170,82	88,20	1.142,18	236,84	-2,45 %
16	698,61	5,60	698,61	0,09	0,00 %
17	861,79	2,90	861,79	3,45	0,00 %
18	1.031,94	154,20	1.030,69	15,00	-0,12 %
19	757,59	67,40	764,14	115,74	0,86 %
20	536,58	444,20	519,15	564,11	-3,25 %
21	1.126,49	312,50	1.102,63	386,65	-2,12 %
22	1.060,79	361,30	1.030,00	327,47	-2,90 %
23	1.090,74	350,50	1.069,58	469,79	-1,94 %
24	1.091,54	171,00	1.076,30	193,22	-1,40 %
25	1.374,51	817,20	1.363,21	155,40	-0,82 %
26	1.372,46	942,30	1.341,19	385,36	-2,28 %
27	1.399,26	670,00	1.369,42	482,52	-2,13 %
28	2.710,90	9.072,40	2.583,70	500,81	-4,69 %
29	2.138,30	10.061,10	2.084,66	343,38	-2,51 %
30	1.874,66	9.269,00	1.817,72	305,17	-3,04 %
31	2.326,58	10.255,10	2.264,96	593,78	-2,65 %
32	2.305,18	9.855,60	2.235,42	581,38	-3,03 %
33	2.407,87	9.942,30	2.343,34	581,32	-2,68 %
34	1.238,94	10.479,50	1.193,34	551,68	-3,68 %
35	1.483,13	10.497,00	1.444,20	595,51	-2,62 %
36	1.842,36	10.723,80	1.769,88	536,11	-3,93 %
<i>Promedio</i>	<i>1.158,73</i>	<i>2.634,60</i>	<i>1.134,79</i>	<i>232,54</i>	<i>-1,50 %</i>

Tabla 6.12: Resultados para el 2L-CVRP, clase 3 para la versión de carga 2ISRIL.

CLASE 4 - 2ISRIL					
Instancia	ACO	ACO(t)	LNS-BR	LNS-BR(t)	Gap
1	282,95	0,40	282,95	0,00	0,00 %
2	342,00	0,20	334,96	31,87	-2,06 %
3	368,56	1,00	362,41	10,13	-1,67 %
4	447,37	2,90	447,37	0,07	0,00 %
5	383,88	13,30	383,87	0,23	0,00 %
6	498,32	4,70	498,32	0,35	0,00 %
7	702,45	11,60	686,26	3,91	-2,30 %
8	705,89	13,30	692,47	23,29	-1,90 %
9	625,13	4,20	625,10	0,35	0,00 %
10	722,70	41,60	708,68	97,39	-1,94 %
11	800,88	37,60	777,04	48,58	-2,98 %
12	619,21	7,80	614,23	45,18	-0,80 %
13	2.623,65	70,40	2.605,34	14,67	-0,70 %
14	988,25	174,60	982,16	169,49	-0,62 %
15	1.245,94	132,70	1.171,41	88,04	-5,98 %
16	703,35	10,70	703,35	1,55	0,00 %
17	861,79	4,50	861,79	0,17	0,00 %
18	1.128,25	289,80	1.104,08	168,47	-2,14 %
19	796,42	95,60	772,39	192,33	-3,02 %
20	549,38	468,80	542,90	504,26	-1,18 %
21	1.006,61	576,00	976,38	272,83	-3,00 %
22	1.089,59	416,10	1.062,94	66,92	-2,45 %
23	1.098,82	456,20	1.077,98	438,92	-1,90 %
24	1.129,79	231,30	1.101,83	404,89	-2,47 %
25	1.442,71	1.035,20	1.404,84	387,62	-2,62 %
26	1.450,79	3.165,30	1.406,40	553,11	-3,06 %
27	1.369,55	1.053,30	1.317,17	439,13	-3,82 %
28	2.724,74	10.403,50	2.655,25	571,45	-2,55 %
29	2.327,21	10.058,50	2.274,96	599,13	-2,25 %
30	1.908,00	9.902,40	1.840,99	524,88	-3,51 %
31	2.486,10	9.858,10	2.392,25	571,64	-3,77 %
32	2.372,77	10.711,30	2.282,58	560,04	-3,80 %
33	2.479,42	10.550,20	2.389,32	526,16	-3,63 %
34	1.251,31	10.767,90	1.211,21	462,08	-3,20 %
35	1.606,54	10.800,90	1.511,27	511,50	-5,93 %
36	1.765,72	10.658,80	1.673,25	598,41	-5,24 %
<i>Promedio</i>	<i>1.191,83</i>	<i>2.834,20</i>	<i>1.159,33</i>	<i>246,92</i>	<i>-2,24 %</i>

Tabla 6.13: Resultados para el 2L-CVRP, clase 4 para la versión de carga 2ISRIL.

CLASE 5 - 2ISRIL					
Instancia	ACO	ACO(t)	LNS-BR	LNS-BR(t)	Gap
1	280,60	0,50	278,73	0,43	-0,67 %
2	334,96	0,10	334,96	0,11	0,00 %
3	358,40	0,70	358,40	0,02	0,00 %
4	430,88	1,50	430,88	0,00	0,00 %
5	375,28	3,70	375,28	0,06	0,00 %
6	495,85	2,10	495,85	0,00	0,00 %
7	658,64	14,90	658,64	2,23	0,00 %
8	639,18	28,40	640,01	47,36	0,13 %
9	607,65	2,80	607,65	0,02	0,00 %
10	693,15	83,20	691,04	132,01	-0,30 %
11	644,46	102,20	644,93	132,61	0,07 %
12	610,23	5,20	610,23	0,57	0,00 %
13	2.434,99	114,20	2.386,96	176,08	-1,97 %
14	927,79	258,30	922,02	497,21	-0,62 %
15	1.234,87	219,40	1.204,30	299,46	-2,48 %
16	698,61	5,80	698,61	0,06	0,00 %
17	861,79	4,40	861,79	4,27	0,00 %
18	926,39	579,10	925,72	122,50	-0,07 %
19	664,28	208,80	653,92	210,05	-1,56 %
20	488,28	1.058,50	478,37	563,48	-2,03 %
21	911,01	1.002,40	892,18	416,27	-2,07 %
22	956,71	1.111,60	946,90	233,34	-1,03 %
23	959,79	662,80	949,49	389,23	-1,07 %
24	1.059,06	252,60	1.047,80	240,72	-1,06 %
25	1.204,57	3.036,10	1.183,77	495,82	-1,73 %
26	1.260,75	2.268,30	1.254,96	457,81	-0,46 %
27	1.297,83	2.006,80	1.259,00	434,07	-2,99 %
28	2.416,88	10.246,30	2.358,10	579,54	-2,43 %
29	2.206,55	9.829,60	2.165,02	471,11	-1,88 %
30	1.593,81	10.671,90	1.558,68	547,27	-2,20 %
31	2.097,62	10.801,00	2.040,29	589,48	-2,73 %
32	2.062,45	10.119,30	2.004,86	584,30	-2,79 %
33	2.081,18	9.873,20	2.018,52	563,98	-3,01 %
34	1.088,21	10.511,50	1.055,12	579,36	-3,04 %
35	1.314,60	10.772,60	1.285,15	471,38	-2,24 %
36	1.594,14	10.623,90	1.527,63	589,34	-4,17 %
<i>Promedio</i>	<i>1.068,65</i>	<i>2.957,90</i>	<i>1.050,16</i>	<i>273,10</i>	<i>-1,23 %</i>

Tabla 6.14: Resultados para el 2L-CVRP, clase 5 para la versión de carga 2ISRIL.

puede apreciar que el coste tiende a disminuir cuando aumenta la proporción de clientes con recogida.

Además, al usar el vehículo para realizar tanto la distribución como la recogida de mercancía, generalmente se realizan rutas más eficientes y con menores recorridos realizados en vacío.

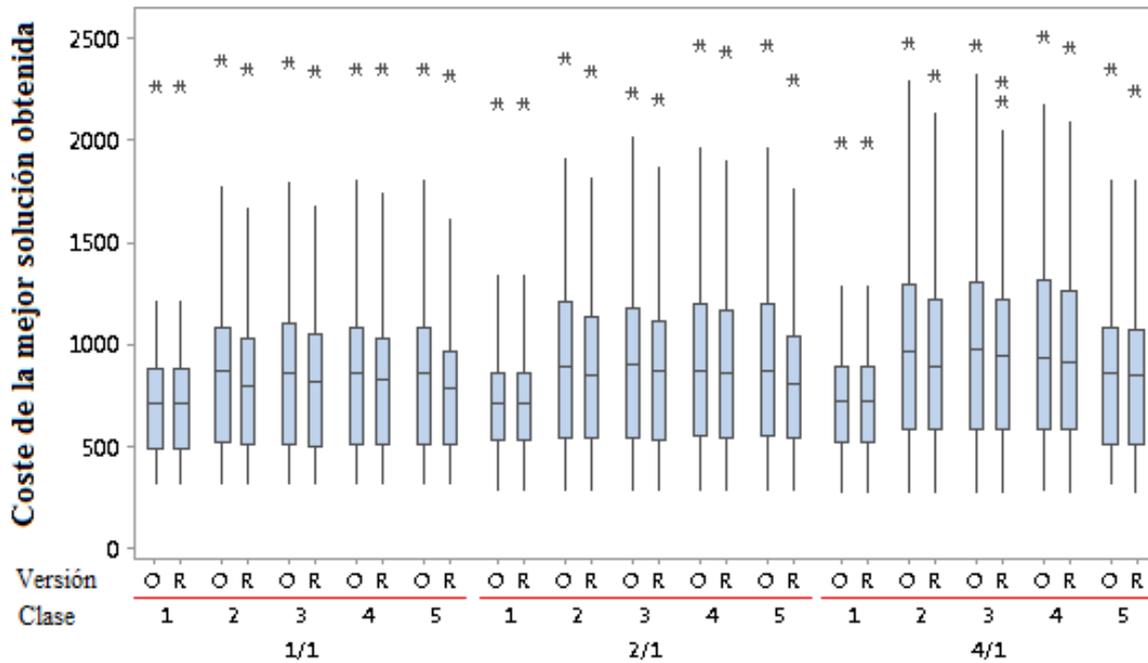


Figura 6.5.1: Comparación de resultados para el 2L-VRPCB, para las diferentes ratios, con y sin rotación de los artículos.

6.5.2. Análisis de los resultados para el 2L-CVRP.

En el caso de la variante de carga orientada secuencial (2ISOIL), se puede constatar que el algoritmo LNS-BR ha producido 20 nuevas mejores soluciones para diferentes instancias dentro de las clases 1 a la 4. Mientras que en el resto de instancias, generalmente se iguala el resultado o se obtiene una pequeña diferencia con la mejor solución conocida. Como se muestra en la figura 6.5.2, en términos de la calidad de las soluciones obtenidas la metaheurís-

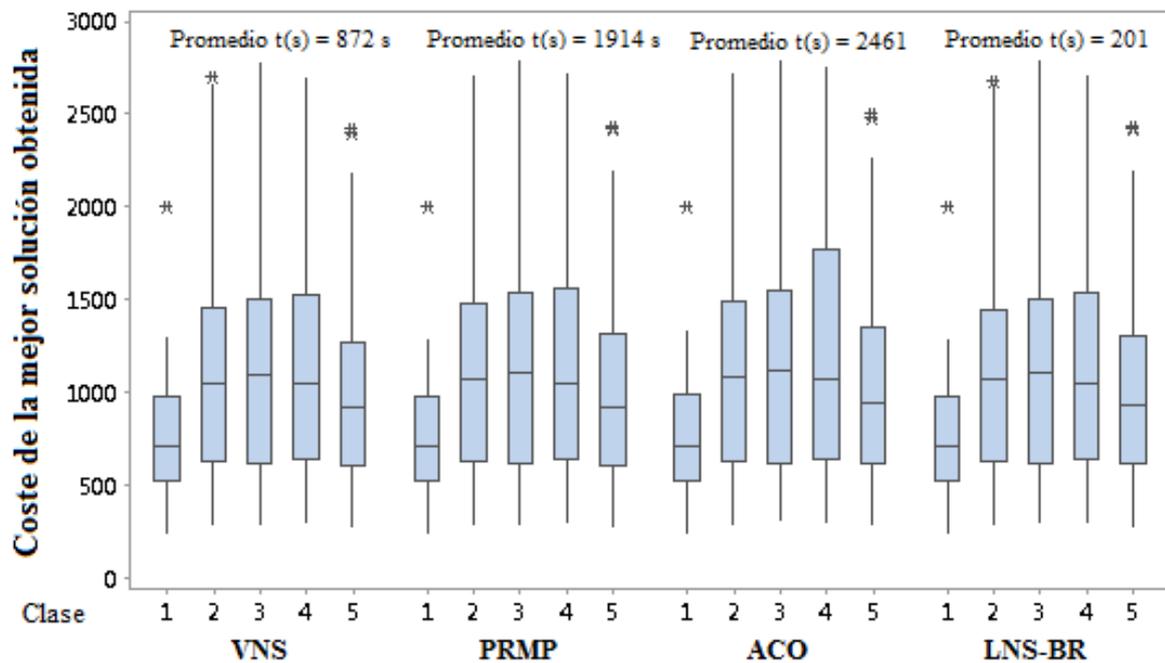


Figura 6.5.2: Comparación de metaheurísticas para el 2L-CVRP, sin rotación de artículos (2ISOIL).

tica propuesta es perfectamente comparable con otras metodologías recogidas en la literatura científica que constituyen el actual referente del estado de la técnica. Además, nuestro algoritmo demuestra su eficiencia en el uso de recursos computacionales, especialmente en el caso de las instancias de mayor tamaño, si comparamos el hardware, el software y los tiempos de computación empleados en el cálculo de las soluciones.

Para la variante de carga no orientada secuencial (2ISRIL), en la cual se permite la rotación de los elementos a cargar, las mejoras obtenidas son mucho más significativas. Como se muestra en las tablas 6.11 a 6.14, la metaheurística LNS-BR consigue reducir el coste de la mejor solución conocida, para un número significativo de instancias en todas las clases. En concreto, se han encontrado 103 nuevas soluciones que mejoran las conocidas hasta el momento, sobre un total de 144 instancias-clase ensayadas. Si la solución no se mejora, generalmente, el algoritmo es capaz de igualar el resultado obtenido por [Fuellerer et al. \(2009\)](#) o lograr un valor muy próximo, (inferior al 1%). Nuevamente, como se puede observar en la figura 6.5.3, nues-

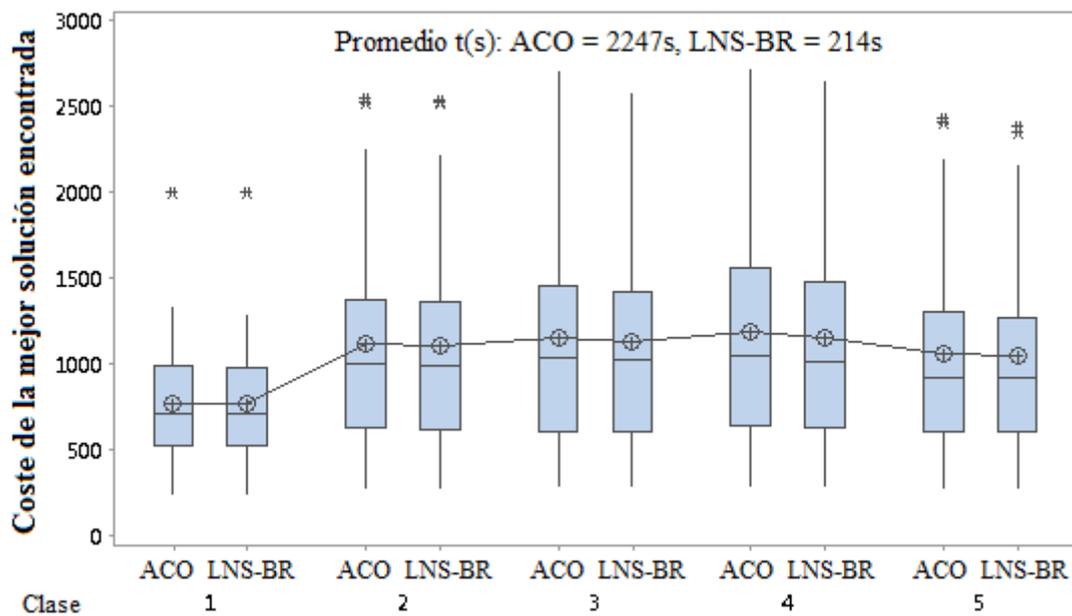


Figura 6.5.3: Comparación de metaheurísticas para el 2L-CVRP, con rotación de artículos (2|SRIL).

tro algoritmo ofrece un mejor rendimiento general, tanto en términos de calidad de la solución como en términos de los recursos computacionales empleados, que se hace patente con una mayor incidencia en las instancias de mayor tamaño y complejidad.

Capítulo 7

Conclusiones y futuras líneas de investigación.

7.1. Conclusiones.

Esta tesis aborda un área de investigación relativamente nueva y prometedora que integra el problema de rutas de vehículos con el problema de carga bidimensional (2L-VRP). La combinación de estos dos problemas clásicos está presente en algunas actividades de transporte del mundo real, en las cuales no es posible apilar la mercancía debido a su fragilidad, peso o dimensiones. Al contrario que la mayoría de las metodologías que han sido publicadas hasta el momento, en las cuales se emplea un esquema de dos etapas secuenciales para resolver el problema completo, en esta tesis se han propuesto diferentes algoritmos basados en un enfoque integrado, que es capaz de considerar simultáneamente el problema de generación de rutas y el problema de carga asociado.

Partiendo del problema básico de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimen-

siones (2L-CVRP), se ha ido enriqueciendo el modelo mediante la incorporación de aspectos relevantes de la realidad del transporte de mercancías, entre los que destacan:

- La posibilidad de rotar los elementos mientras están siendo cargados en el vehículo, un supuesto realista rara vez considerado en la literatura científica.
- La heterogeneidad de la flota de vehículos usados en la distribución de la mercancía a los clientes, considerando costes fijos y variables asociados a cada uno de los tipos de vehículos.
- La restricción de carga secuencial, que relaciona el orden en el cual se visitan los clientes en la ruta con la posición que ocupan los artículos en los vehículos.
- La entrega y recogida agrupada de mercancía, dentro de la misma ruta de transporte.

De tal manera que, se han resuelto nuevas variantes o extensiones del problema, que no habían sido abordadas previamente en la literatura científica, como son:

- El problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones y flota heterogénea, 2L-HFVRP, en las versiones de carga no orientadas (con rotación).
- El problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones incluyendo entrega y recogida agrupadas, 2L-VRPCB.

La metodología basada en la conversión de heurísticas deterministas en estocásticas mediante la aleatoriedad sesgada, constituye la esencia común para los distintos algoritmos propuestos. La flexibilidad que ofrece esta metodología, facilita su hibridación con diferentes tipos de metaheurísticas, como se ha demostrado en esta tesis haciendo uso de la Búsqueda Local Iterativa (ILS) o la Búsqueda en Entornos Amplios (LNS).

Por otra parte, recordando los objetivos planteados al principio de esta tesis doctoral, los algoritmos propuestos han demostrado alcanzar un buen resultado en las cuatro características fundamentales que determinan la eficiencia de un algoritmo:

- *La calidad de las soluciones obtenidas*, que ha quedado demostrada mediante la comparación realizada con otras metodologías recogidas en la literatura científica que constituyen el actual referente del estado de la técnica. En este sentido se han logrado generar nuevas soluciones, para algunas instancias y clases, que reducen el coste de la mejor solución conocida hasta el momento.
- *La velocidad de computación*, también aparece como un elemento a destacar, especialmente en el caso de las instancias de mayor complejidad y tamaño, donde a partir de unos recursos de computación, (hardware y software), comparables a los empleados por otros algoritmos de referencia, se consiguen soluciones de calidad en tiempos de ejecución relativamente más bajos.
- *La simplicidad*, aunque es una característica que entraña un cierto carácter subjetivo, si se recurre al número de parámetros empleados y la dificultad de implementación a partir de la descripción detallada que se realiza para cada uno de los algoritmos propuestos, se podría considerar que se trata de algoritmos con una buena valoración en este sentido.
- *La flexibilidad*, es otra de las características que ha sido claramente probada mediante la inclusión de diversos tipos de restricciones, que han enriquecido el problema básico de partida, sin necesidad de realizar grandes cambios ni modificar la esencia del algoritmo. Como se puede observar, se trata de algoritmos con una estructura modular fácilmente adaptables a nuevas extensiones o variantes del problema. Además, esta cualidad permitirá la futura incorporación, de una manera relativamente sencilla, de nuevos atributos al modelo, lo que potenciará sus posibles aplicaciones prácticas.

Otro rasgo interesante de los algoritmos propuestos, derivado de su carácter aleatorio, es la facilidad que ofrecen para ejecutarse en paralelo, sobre varios hilos, núcleos o equipos. La ejecución simultánea de este tipo de algoritmo, a partir de diferentes semillas, permitiría reducir los tiempos de computación manteniendo un nivel de calidad determinado o mejorar la calidad de la solución manteniendo un tiempo de ejecución establecido.

Finalmente, se puede concluir que las metaheurísticas propuestas han demostrado su eficiencia en la resolución del problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones, tanto en el problema básico como en las extensiones abordadas en esta tesis doctoral.

7.2. Publicaciones.

El presente documento de tesis doctoral, resume el trabajo de investigación realizado, fruto del cual se han generado una serie de publicaciones:

7.2.1. Revistas.

7.2.1.1. Artículos aceptados.

1. Domínguez, O., Juan, A., de la Nuez, I., and Ouelhadj, D. (2015). An ILS-Biased Randomization Algorithm for the Two-dimensional Loading HFVRP with Sequential Loading and Items Rotation. *Journal of the Operational Research Society*. DOI 10.1057/jors.2015.48. (Pendiente de publicación).
2. Domínguez, O., Juan, A., Barrios, B., Faulín, J., and Agustin, A. (2014a). Using Biased Randomization for solving the Two-dimensional Loading Vehicle Routing Problem with

Heterogeneous Fleet. *Annals of Operations Research*, pages 1–22.

3. Domínguez, O., Juan, A. A., and Faulín, J. (2014b). A Biased-Randomized Algorithm for the Two-dimensional Vehicle Routing Problem with and without Item Rotations. *International Transactions in Operational Research*, 21(3):375–398.

7.2.1.2. Artículos en revisión.

1. Domínguez, O., Guimarans, D., Juan, A., de la Nuez, I. (2015). A Biased-Randomised Large Neighbourhood Search for the Two-Dimensional Vehicle Routing Problem with Backhauls. *European Journal of Operational Research*.

7.2.2. Congresos.

1. Domínguez, O., Guimarans, D., Juan, A. (2015): A Hybrid Heuristic for the 2L-VRP with Clustered Backhauls. *Proceedings of the CAEPIA'15 Conference*. Albacete, Spain. November 9-12.
2. Juan, A., Faulín, J., Perez-Bernabeu, E., Domínguez, O. (2013). Simulation-optimization methods in vehicle routing problems: a literature review and an example. In: *The Best of AMSE 2013*. AMSE Press, France.
3. Juan, A., Faulín, J., Domínguez, O. (2013): “Optimizing Routing Problems with Vehicle Loading Constraints Using a Biased-Randomized Algorithm”. *2013 ICSO-HAROSA Int. Workshop*. Barcelona, Spain. July 10-12.
4. Juan, A., Faulín, J., Domínguez, O. (2013): “A Multi-Start Approach for Optimizing Routing Networks with Vehicle Loading Constraints”. In: *Proceedings of the International Network Optimization Conference (INOC 2013)*, pages 1-3. Tenerife, Spain. May 20-22.

5. Agustín, A., Juan, A., Cuenca, C., Domínguez, O., Faulín, J. (2012). A Biased Randomized Algorithm for solving the Two-Dimensional Loading VRP. In: *Proceedings of the Operations Research Peripatetic Postgraduate Programme (ORP3)*. Linz, Austria. July 16-20.
6. Agustín, A., Domínguez, O., Juan, A., Cuenca, C., Faulín, J. (2012). Applying a Multi-Start Algorithm to solve the CVRP with 2D loading constraints. *2012 IN3-HAROSA Int. Workshop*. Barcelona, Spain. June 13-15.

7.3. Futuras líneas de investigación.

No cabe duda que el presente trabajo de investigación sienta las bases para el desarrollo de nuevas extensiones del problema de rutas de vehículos con restricción de carga en dos dimensiones (2L-VRP). Algunas de estas extensiones son casi inmediatas, ya que derivan de la combinación de las variantes ya analizadas, como la que integra una flota heterogénea de vehículos con la recogida y entrega agrupada de mercancía. Otras extensiones, sin embargo, aportarán nuevos atributos que enriquecerán el modelo, haciéndolo cada vez más útil en diferentes tipos de problemas reales, dentro de este amplio espectro de posibilidades se podrían destacar las siguientes:

- Adición de ventanas de tiempo asociadas al servicio prestado a cada cliente, considerando la naturaleza estocástica del tiempo empleado en el transporte.
- Existencia de múltiples depósitos, desde donde salen y regresan los vehículos según la asignación realizada.
- Evolución del modelo de costes de transporte, haciendo que el objetivo del problema incorpore la minimización de los costes operativos. Dichos costes operativos incluyen

el consumo de combustible, gastos de personal o gastos de mantenimiento, entre otros.

- Gestión dinámica del problema, mediante la generación de nuevas soluciones debidas a modificaciones en la información inicial, partiendo de la situación existente en ese instante de tiempo.

Otra línea de investigación futura, es la que considera una dimensión adicional en el problema de carga. De esta forma, se llega a todas aquellas extensiones relacionadas con el problema de rutas de vehículos con restricción de carga en tres dimensiones (3L-VRP).

El desarrollo de estos algoritmos, permitirá abordar en un futuro próximo, problemas reales más complejos, como el que sirvió de inspiración al presente trabajo de investigación.

Bibliografía

- Applegate, D. L., Bixby, R. E., Chvatal, V., y Cook, W. J. (2011). *The Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. Princeton university press.
- Baker, B. S., Coffman, Jr, E. G., y Rivest, R. L. (1980). Orthogonal packings in two dimensions. *SIAM Journal on Computing*, 9(4):846–855.
- Baldacci, R., Battarra, M., y Vigo, D. (2008). Routing a heterogeneous fleet of vehicles. En Golden, B., Raghavan, S., y Wasil, E., editores, *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, volumen 43 de *Operations Research/Computer Science Interfaces*, pp. 3–27. Springer US.
- Baldacci, R. y Mingozzi, A. (2009). A unified exact method for solving different classes of vehicle routing problems. *Mathematical Programming*, 120(2):347–380.
- Bektaş, T. (2006). The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and solution procedures. *Omega*, 34(3):209 – 219.
- Bektaş, T. y Laporte, G. (2011). The pollution-routing problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(8):1232 – 1250. Supply chain disruption and risk management.
- Bellmore, M. y Hong, S. (1974). Transformation of multisalesman problem to the standard traveling salesman problem. *J. ACM*, 21(3):500–504.

- Bolduc, M.-C., Renaud, J., y Boctor, F. (2007). A heuristic for the routing and carrier selection problem. *European Journal of Operational Research*, 183(2):926 – 932.
- Bortfeldt, A. (2006). A genetic algorithm for the two-dimensional strip packing problem with rectangular pieces. *European Journal of Operational Research*, 172(3):814 – 837.
- Boschetti, M. A. y Montaletti, L. (2010). An exact algorithm for the two-dimensional strip-packing problem. *Operations Research*, 58(6):1774–1791.
- Brandão, J. (2006). A new tabu search algorithm for the vehicle routing problem with back-hauls. *European Journal of Operational Research*, 173(2):540 – 555.
- Burke, E., Curtois, T., Hyde, M., Kendall, G., Ochoa, G., Petrovic, S., y Vázquez-Rodríguez, J. (2010). Iterated local search vs. hyper-heuristics: Towards general-purpose search algorithms. En *Evolutionary Computation (CEC), 2010 IEEE Congress on*, pp. 1–8.
- Burke, E. K., Kendall, G., y Whitwell, G. (2004). A new placement heuristic for the orthogonal stock-cutting problem. *Operations Research*, 52(4):655–671.
- Caceres-Cruz, J., Arias, P., Guimarans, D., Riera, D., y Juan, A. A. (2014). Rich vehicle routing problem: Survey. *ACM Comput. Surv.*, 47(2):32:1–32:28.
- Carlier, J., Clautiaux, F., y Moukrim, A. (2007). New reduction procedures and lower bounds for the two-dimensional bin packing problem with fixed orientation. *Computers & Operations Research*, 34(8):2223 – 2250.
- Chazelle, B. (1983). The bottomn-left bin-packing heuristic: An efficient implementation. *Computers, IEEE Transactions on*, C-32(8):697–707.
- Clarke, G. y Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, 12(4):568–581.

- Clautiaux, F., Carlier, J., y Moukrim, A. (2007a). A new exact method for the two-dimensional bin-packing problem with fixed orientation. *Operations Research Letters*, 35(3):357–364.
- Clautiaux, F., Carlier, J., y Moukrim, A. (2007b). A new exact method for the two-dimensional orthogonal packing problem. *European Journal of Operational Research*, 183(3):1196 – 1211.
- Combes, P.-P. y Lafourcade, M. (2005). Transport costs: measures, determinants, and regional policy implications for france. *Journal of Economic Geography*, 5(3):319–349.
- Cordeau, J.-F., Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J.-Y., y Semet, F. (2002). A guide to vehicle routing heuristics. *The Journal of the Operational Research Society*, 53(5):512–522.
- Côté, J.-F., Gendreau, M., y Potvin, J.-Y. (2014). An exact algorithm for the two-dimensional orthogonal packing problem with unloading constraints. *Operations Research*, 62(5):1126–1141.
- Couillard, J. y Martel, A. (1990). Vehicle fleet planning the road transportation industry. *Engineering Management, IEEE Transactions on*, 37(1):31–36.
- Cuervo, D. P., Goos, P., Kenneth Sörensen, K., y Arráiz (2014). An iterated local search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 237(2):454 – 464.
- Dantzig, G. B. y Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management Science*, 6(1):80–91.
- de Cambio Climático, O. C. (2012). Guía práctica para el cálculo de emisiones de gases de efecto invernadero (gei). *Barcelona: Oficina Catalana de Cambio Climático*.
- Deif, I. y Bodin, L. (1984). Extensions of the Clarke and Wright algorithm for solving the vehicle routing problem with backhauling. En *Proceedings of the Babson College Confe-*

- rence of Software Uses in Transportation and Logistics Management*, pp. 75–96, Babson Park, FL.
- Dell’Amico, M., Martello, S., y Vigo, D. (2002). A lower bound for the non-oriented two-dimensional bin packing problem. *Discrete Applied Mathematics*, 118(1-2):13–24. Special Issue devoted to the ALIO-EURO Workshop on Applied Combinatorial Optimization.
- Demir, E., Bektaş, T., y Laporte, G. (2014). A review of recent research on green road freight transportation. *European Journal of Operational Research*, 237(3):775 – 793.
- Domínguez, O., Juan, A., Barrios, B., Faulin, J., y Agustin, A. (2014a). Using biased randomization for solving the two-dimensional loading vehicle routing problem with heterogeneous fleet. *Annals of Operations Research*, pp. 1–22.
- Domínguez, O., Juan, A. A., y Faulin, J. (2014b). A biased-randomized algorithm for the two-dimensional vehicle routing problem with and without item rotations. *International Transactions in Operational Research*, 21(3):375–398.
- Domínguez Rivero, O. L., Juan Pérez, A. A., de la Nuez Pestana, I. A., y Ouelhadj, D. (2015). An ils-biased randomization algorithm for the two-dimensional loading hfvrp with sequential loading and items rotation. *Journal of the Operational Research Society*. (Unpublished Article).
- Duhamel, C., Lacomme, P., Quilliot, A., y Toussaint, H. (2009). 2l-cvrp: A grasp resolution scheme based on rcsp. En *Computers Industrial Engineering, 2009. CIE 2009. International Conference on*, pp. 1094–1099.
- Duhamel, C., Lacomme, P., Quilliot, A., y Toussaint, H. (2011). A multi-start evolutionary local search for the two-dimensional loading capacitated vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 38(3):617 – 640.

- Dyckhoff, H. (1990). Cutting and packing a typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 44(2):145 – 159.
- Fekete, S. P., Schepers, J., y Van der Veen, J. C. (2007). An exact algorithm for higher-dimensional orthogonal packing. *Operations Research*, 55(3):569–587.
- Fuellerer, G., Doerner, K. F., Hartl, R. F., e Iori, M. (2009). Ant colony optimization for the two-dimensional loading vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 36(3):655 – 673.
- Gajpal, Y. y Abad, P. (2009). Multi-ant colony system (macs) for a vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 196(1):102 – 117.
- García-Nájera, A., Bullinaria, J., y Gutiérrez-Andrade, M. (2015). An evolutionary approach for multi-objective vehicle routing problems with backhauls. *Computers & Industrial Engineering*, 81:90–108.
- Gendreau, M., Iori, M., Laporte, G., y Martello, S. (2008a). Erratum: A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *Networks*, 51(2):153–153.
- Gendreau, M., Iori, M., Laporte, G., y Martello, S. (2008b). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *Networks*, 51(1):4–18.
- Gendreau, M., Laporte, G., Musaraganyi, C., y Taillard, É. D. (1999). A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 26(12):1153 – 1173.
- Gilmore, P. C. y Gomory, R. E. (1961). A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations Research*, 9(6):849–859.

- Goetschalckx, M. y Jacobs-Blecha, C. (1989). The vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 42(1):39 – 51.
- Golden, B., Assad, A., Levy, L., y Gheysens, F. (1984). The fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 11(1):49 – 66.
- Golden, B. L., Assad, A. A., y Wasil, E. A. (2001). The vehicle routing problem. capítulo Routing Vehicles in the Real World: Applications in the Solid Waste, Beverage, Food, Dairy, and Newspaper Industries, pp. 245–286. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA.
- Golden, B. L., Raghavan, S., y Wasil, E. A. (2008). *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges: latest advances and new challenges*, volumen 43 de 43. Springer Science & Business Media, 1 edición.
- Gutin, G. y Punnen, A. P. (2002). *The traveling salesman problem and its variations*, volumen 12. Springer Science & Business Media.
- Herrero, R., Rodríguez, A., Cáceres-Cruz, J., y A., A. (2014). Solving vehicle routing problems with asymmetric costs and heterogeneous fleets. *International Journal of Advanced Operations Management*, 6(1):58–80.
- Hoff, A., Andersson, H., Christiansen, M., Hasle, G., y Løkketangen, A. (2010). Industrial aspects and literature survey: Fleet composition and routing. *Computers & Operations Research*, 37(12):2041 – 2061.
- Hopper, E. y Turton, B. (2001a). An empirical investigation of meta-heuristic and heuristic algorithms for a 2d packing problem. *European Journal of Operational Research*, 128(1):34 – 57.
- Hopper, E. y Turton, B. (2001b). A review of the application of meta-heuristic algorithms to 2d strip packing problems. *Artificial Intelligence Review*, 16(4):257–300.

- Imahori, S. y Yagiura, M. (2010). The best-fit heuristic for the rectangular strip packing problem: An efficient implementation and the worst-case approximation ratio. *Computers & Operations Research*, 37(2):325 – 333.
- Iori, M. (2004). *Metaheuristic algorithms for combinatorial optimization problems*. Tesis doctoral, DEIS, University of Bologna, Italy.
- Iori, M. y Martello, S. (2010). Routing problems with loading constraints. *TOP*, 18(1):4–27.
- Iori, M., Salazar-González, J.-J., y Vigo, D. (2007). An exact approach for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *Transportation Science*, 41(2):253–264.
- Jakobs, S. (1996). On genetic algorithms for the packing of polygons. *European Journal of Operational Research*, 88(1):165 – 181.
- Juan, A. A., Faulín, J., Ferrer, A., Lourenço, H. R., y Barrios, B. (2013). Mirha: multi-start biased randomization of heuristics with adaptive local search for solving non-smooth routing problems. *TOP*, 21(1):109–132.
- Juan, A. A., Faulín, J., Jorba, J., Riera, D., Masip, D., y Barrios, B. (2011). On the use of monte carlo simulation, cache and splitting techniques to improve the clarke and wright savings heuristics. *Journal of the Operational Research Society*, 62(6):1085–1097.
- Juan, A. A., Faulín, J., Ruiz, R., Barrios, B., y Caballé, S. (2010). The sr-gcws hybrid algorithm for solving the capacitated vehicle routing problem. *Applied Soft Computing*, 10(1):215 – 224.
- Juan, A. A., Goentzel, J., y Bektaş, T. (2014). Routing fleets with multiple driving ranges: Is it possible to use greener fleet configurations? *Applied Soft Computing*, 21(0):84 – 94.
- Jylänki, J. (2010). A thousand ways to pack the bin-a practical approach to two-dimensional rectangle bin packing. *retrived from <http://clb.demon.fi/files/RectangleBinPack.pdf>*.

- Karp, R. (1972). Reducibility among combinatorial problems. En Miller, R., Thatcher, J., y Bohlinger, J., editores, *Complexity of Computer Computations*, The IBM Research Symposia Series, pp. 85–103. Springer US.
- Kenmochi, M., Imamichi, T., Nonobe, K., Yagiura, M., y Nagamochi, H. (2009). Exact algorithms for the two-dimensional strip packing problem with and without rotations. *European Journal of Operational Research*, 198(1):73–83.
- Khebbache-Hadji, S., Prins, C., Yalaoui, A., y Reghioui, M. (2013). Heuristics and memetic algorithm for the two-dimensional loading capacitated vehicle routing problem with time windows. *Central European Journal of Operations Research*, 21(2):307–336.
- Lahyani, R., Khemakhem, M., y Semet, F. (2015). Rich vehicle routing problems: From a taxonomy to a definition. *European Journal of Operational Research*, 241(1):1 – 14.
- Laporte, G. (2009). Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science*, 43(4):408–416.
- Laporte, G., Toth, P., y Vigo, D. (2013). Vehicle routing: historical perspective and recent contributions. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 2(1-2):1–4.
- L'Ecuyer, P., Meliani, L., y Vaucher, J. (2002). Ssj: Ssj: A framework for stochastic simulation in java. En *Proceedings of the 34th Conference on Winter Simulation: Exploring New Frontiers*, WSC '02, pp. 234–242. Winter Simulation Conference.
- Lee, Y., Kim, J., Kang, K., y Kim, K. (2008). A heuristic for vehicle fleet mix problem using tabu search and set partitioning. *Journal of the Operational Research Society*, 59(6):833–841.
- Leonardi, J., Rizet, C., Browne, M., Allen, J., Pérez-Martínez, P. J., y Worth, R. (2008). Improving energy efficiency in road freight transport sector: The application of a vehicle approach. En *Logistics Research Network Annual Conference, 10th–12th September, Liverpool*.

- Leung, S., Zheng, J., Zhang, D., y Zhou, X. (2010). Simulated annealing for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 22(1-2):61–82.
- Leung, S. C., Zhang, Z., Zhang, D., Hua, X., y Lim, M. K. (2013). A meta-heuristic algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problems with two-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research*, 225(2):199 – 210.
- Leung, S. C., Zhou, X., Zhang, D., y Zheng, J. (2011). Extended guided tabu search and a new packing algorithm for the two-dimensional loading vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 38(1):205 – 215. Project Management and Scheduling.
- Lima, C., Goldberg, M., y Goldberg, E. (2004). A memetic algorithm for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 18(0):171 – 176. Latin-American Conference on Combinatorics, Graphs and Applications.
- Liu, D. y Teng, H. (1999). An improved bl-algorithm for genetic algorithm of the orthogonal packing of rectangles1. *European Journal of Operational Research*, 112(2):413 – 420.
- Liu, F.-H. y Shen, S.-Y. (1999). The fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *The Journal of the Operational Research Society*, 50(7):721–732.
- Liu, S., Huang, W., y Ma, H. (2009). An effective genetic algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problems. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 45(3):434 – 445.
- Lodi, A., Martello, S., Monaci, M., y Vigo, D. (2014). *Two-Dimensional Bin Packing Problems*, pp. 107–129. John Wiley & Sons, Inc.
- Lodi, A., Martello, S., y Vigo, D. (1999). Heuristic and metaheuristic approaches for a class of two-dimensional bin packing problems. *INFORMS Journal on Computing*, 11(4):345–357.

- Lodi, A., Martello, S., y Vigo, D. (2002). Recent advances on two-dimensional bin packing problems. *Discrete Applied Mathematics*, 123(1-3):379–396.
- Lourenço, H. R., Martin, O. C., y Stützle, T. (2003). Iterated local search. En Glover, F. y Kochenberger, G., editores, *Handbook of Metaheuristics*, volumen 57 de *International Series in Operations Research & Management Science*, pp. 320–353. Springer US.
- Malapert, A., Guéret, C., Jussien, N., Langevin, A., y Rousseau, L.-M. (2008). Two-dimensional pickup and delivery routing problem with loading constraints. En *First CPAIOR Workshop on Bin Packing and Placement Constraints (BPPC'08)*.
- Martello, S., Monaci, M., y Vigo, D. (2003). An exact approach to the strip-packing problem. *INFORMS Journal on Computing*, 15(3):310–319.
- Martello, S. y Vigo, D. (1998). Exact solution of the two-dimensional finite bin packing problem. *Management Science*, 44(3):388–399.
- McKinnon, A. y Piecyk, M. (2010). Measuring and managing co2 emissions. *Edinburgh: European Chemical Industry Council*.
- Mills, P., Tsang, E., y Ford, J. (2003). Applying an extended guided local search to the quadratic assignment problem. *Annals of Operations Research*, 118(1-4):121–135.
- Mingozzi, A., Giorgi, S., y Baldacci, R. (1999). An exact method for the vehicle routing problem with backhauls. *Transportation Science*, 33(3):315–329.
- Ochi, L., Vianna, D., Drummond, L., y Victor, A. (1998a). An evolutionary hybrid metaheuristic for solving the vehicle routing problem with heterogeneous fleet. En Banzhaf, W., Poli, R., Schoenauer, M., y Fogarty, T., editores, *Genetic Programming*, volumen 1391 de *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 187–195. Springer Berlin Heidelberg.

- Ochi, L., Vianna, D., Drummond, L., y Victor, A. (1998b). A parallel evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with heterogeneous fleet. En Rolim, J., editor, *Parallel and Distributed Processing*, volumen 1388 de *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 216–224. Springer Berlin Heidelberg.
- Oppen, J., Løkketangen, A., y Desrosiers, J. (2010). Solving a rich vehicle routing and inventory problem using column generation. *Computers & Operations Research*, 37(7):1308 – 1317. Algorithmic and Computational Methods in Retrial Queues.
- Osman, I. H. y Wassan, N. A. (2002). A reactive tabu search meta-heuristic for the vehicle routing problem with back-hauls. *Journal of Scheduling*, 5(4):263–285.
- Parragh, S., Doerner, K., y Hartl, R. (2008). A survey on pickup and delivery problems. Part I: Transportation between customers and depot. *Journal für Betriebswirtschaft*, 58(1):21–51.
- Pessoa, A., Uchoa, E., y Poggi de Aragão, M. (2009). A robust branch-cut-and-price algorithm for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Networks*, 54(4):167–177.
- Piecyk, M. I. y McKinnon, A. C. (2010). Forecasting the carbon footprint of road freight transport in 2020. *International Journal of Production Economics*, 128(1):31 – 42. Integrating the Global Supply Chain.
- Pisinger, D. y Ropke, S. (2010). Large neighborhood search. En Gendreau, M. y Potvin, J.-Y., editores, *Handbook of Metaheuristics*, volumen 146 de *International Series in Operations Research & Management Science*, pp. 399–419. Springer US.
- Potvin, J.-Y., Duhamel, C., y Guertin, F. (1996). A genetic algorithm for vehicle routing with backhauling. *Applied Intelligence*, 6(4):345–355.
- Prins, C. (2002). Efficient heuristics for the heterogeneous fleet multitrip vrp with application to a large-scale real case. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 1(2):135–150.

- Prins, C. (2009). En Pereira, F. y Tavares, J., editores, *Bio-inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem*, volumen 161 de *Studies in Computational Intelligence*, pp. 35–53. Springer Berlin Heidelberg.
- Privé, J., Renaud, J., Boctor, F., y Laporte, G. (2006). Solving a vehicle-routing problem arising in soft-drink distribution. *Journal of the Operational Research Society*, 57(9):1045–1052.
- Rieck, J. y Zimmermann, J. (2010). A new mixed integer linear model for a rich vehicle routing problem with docking constraints. *Annals of Operations Research*, 181(1):337–358.
- Riff, M. C., Bonnaire, X., y Neveu, B. (2009). A revision of recent approaches for two-dimensional strip-packing problems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 22(4-5):823–827.
- Ropke, S. y Pisinger, D. (2006). A unified heuristic for a large class of vehicle routing problems with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 171(3):750 – 775. Feature Cluster: Heuristic and Stochastic Methods in Optimization Feature Cluster: New Opportunities for Operations Research.
- Ruiz, R., Maroto, C., y Alcaraz, J. (2004). A decision support system for a real vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 153(3):593 – 606. {EURO} Young Scientists.
- Salhi, S. y Osman, I. H. (1996). Local search strategies for the vehicle fleet mix problem. En Rayward-Smith, V., Osman, I. H., Reeves, C., y Smith, G., editores, *Modern Heuristic Search Methods*, pp. pp. 131–154. Wiley, Chichester.
- Salhi, S. y Sari, M. (1997). A multi-level composite heuristic for the multi-depot vehicle fleet mix problem. *European Journal of Operational Research*, 103(1):95 – 112.

- Semet, F. y Taillard, E. (1993). Solving real-life vehicle routing problems efficiently using tabu search. *Annals of Operations Research*, 41(4):469–488.
- Serairi, M. y Haouari, M. (2010). A computational study of lower bounds for the two dimensional bin packing problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 36:891 – 897. {ISCO} 2010 - International Symposium on Combinatorial Optimization.
- Taillard, É. D. (1999). A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet vrp. *Revue française d'automatique, d'informatique et de recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle*, 33(1):1–14.
- Tarantilis, C. y Kiranoudis, C. (2002). Boneroute: An adaptive memory-based method for effective fleet management. *Annals of Operations Research*, 115(1-4):227–241.
- Tarantilis, C. y Kiranoudis, C. (2007). A flexible adaptive memory-based algorithm for real-life transportation operations: Two case studies from dairy and construction sector. *European Journal of Operational Research*, 179(3):806 – 822.
- Tarantilis, C., Kiranoudis, C., y Vassiliadis, V. (2003). A list based threshold accepting metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 54(1):65–71.
- Tarantilis, C., Zachariadis, E., y Kiranoudis, C. (2008). A guided tabu search for the heterogeneous vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 59(12):1659–1673.
- Tavakkoli-Moghaddam, R., Safaei, N., Kah, M., y Rabbani, M. (2007). A new capacitated vehicle routing problem with split service for minimizing fleet cost by simulated annealing. *Journal of the Franklin Institute*, 344(5):406 – 425. Modeling, Simulation and Applied Optimization Part {II}.

- Toth, P. y Vigo, D. (1996). A heuristic algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. En Bianco, L. y Toth, P., editores, *Advanced Methods in Transportation Analysis*, Transportation Analysis, pp. 585–608. Springer Berlin Heidelberg.
- Toth, P. y Vigo, D. (1997). An exact algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *Transportation Science*, 31(4):372–385.
- Toth, P. y Vigo, D. (1999). A heuristic algorithm for the symmetric and asymmetric vehicle routing problems with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 113(3):528–543.
- Toth, P. y Vigo, D., editores (2001). *The Vehicle Routing Problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA.
- Vallejo, M., Vargas, P., y Corne, D. (2012). A fast approximative approach for the vehicle routing problem. En *Computational Intelligence (UKCI), 2012 12th UK Workshop on*, pp. 1–8.
- Vassallo, J. M., Solís, C., Pérez-Martínez, P., y Pérez, Y. (2014). Balance económico, fiscal, social y medio ambiental del sector transporte de mercancías en España. *Fundación Francisco Corel, Madrid*.
- Wang, F., Tao, Y., y Shi, N. (2009). A survey on vehicle routing problem with loading constraints. En *Computational Sciences and Optimization, 2009. CSO 2009. International Joint Conference on*, volumen 2, pp. 602–606.
- Wassan, N. (2007). Reactive tabu adaptive memory programming search for the vehicle routing problem with backhauls. *Journal of the Operational Research Society*, 58(12):1630–1641.
- Wei, L., Zhang, Z., Zhang, D., y Lim, A. (2015). A variable neighborhood search for the

- capacitated vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research*, 243(3):798 – 814.
- Wäscher, G., Haußner, H., y Schumann, H. (2007). An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183(3):1109 – 1130.
- Yano, C. A., Chan, T. J., Richter, L. K., Cutler, T., Murty, K. G., y McGettigan, D. (1987). Vehicle routing at quality stores. *Interfaces*, 17(2):52–63.
- Yao, E., Lang, Z., Yang, Y., y Zhang, Y. (2015). Vehicle routing problem solution considering minimising fuel consumption. *Intelligent Transport Systems, IET*, 9(5):523–529.
- Zachariadis, E. E. y Kiranoudis, C. T. (2012). An effective local search approach for the vehicle routing problem with backhauls. *Expert Systems with Applications*, 39(3):3174 – 3184.
- Zachariadis, E. E., Tarantilis, C. D., y Kiranoudis, C. T. (2009). A guided tabu search for the vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research*, 195(3):729 – 743.
- Zachariadis, E. E., Tarantilis, C. D., y Kiranoudis, C. T. (2013). Integrated distribution and loading planning via a compact metaheuristic algorithm. *European Journal of Operational Research*, 228(1):56 – 71.