

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA APLICADA



TESIS DOCTORAL

**FORMACIÓN DE CARTERAS CON RIESGO
CONDICIONADO. UNA APLICACIÓN EMPÍRICA AL
MERCADO DE VALORES ESPAÑOL**

EDUARDO ACOSTA GONZÁLEZ

Las Palmas de Gran Canaria, Mayo de 1996

Título de la tesis:

***FORMACIÓN DE CARTERAS CON RIESGO
CONDICIONADO. UNA APLICACIÓN EMPÍRICA AL
MERCADO DE VALORES ESPAÑOL***

Thesis title:

***PORTFOLIO SELECTION WITH CONDITIONAL RISK. AN
EMPIRICAL APPLICATION TO THE SPANISH STOCK
MARKET***

**PORTFOLIO SELECTION WITH CONDITIONAL RISK.
AN EMPIRICAL APPLICATION TO THE SPANISH STOCK MARKET**

Abstract

We examine the repercussions of a methodological approach to selecting portfolio risk premias, based on the generalized portfolio models of Markowitz (1952) and Sharpe (1963), in which we suggest a time-varying variance-covariance matrix of the individual stock returns and modeling then as GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) models. Moreover, we carry out an empirical application using this methodology. To do this we use the pricing data of the 71 individual securities with the highest trading volume and frequency trading in the Spanish Stock Market. The full sample goes from April 10, 1991 to December 31, 1993, inclusive.

Key words: Portfolio selection, GARCH models

Eduardo Acosta González
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria
Campus de Tafira
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
35017 Las Palmas de Gran Canaria
Spain
Tlf/Fax: 34-928451820 / 34-928451829
e-mail: eduardo@empresariales.ulpgc.es

INDICE

1.- INTRODUCCION

1.1.- ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DEL TRABAJO	1
1.2.- CONSIDERACIONES INICIALES	8
1.2.1.- La eficiencia del mercado	8
1.2.2.- El comportamiento del rendimiento en el mercado de valores. Hipótesis básicas de comportamiento	13
1.2.3.- El riesgo en el mercado de valores	16
1.2.4.- Técnicas para la selección y evaluación de inversiones en los mercados de valores	18

2.- EL BINOMIO RENTABILIDAD-RIESGO Y LA FORMACION DE CARTERAS. MODELOS CLASICOS

2.1.- EL BINOMIO RENTABILIDAD-RIESGO EN EL CONTEXTO DE LA MODERNA TEORIA DE CARTERA Y VALORACIÓN DE ACTIVOS FINANCIEROS	21
2.2.- EL HORIZONTE TEMPORAL DE LAS INVERSIONES EN LOS MERCADOS DE CAPITALES	25
2.3.- TECNICAS DE DIVERSIFICACION	27
2.3.1.- Diversificación en el modelo de Markowitz	28
2.3.2.- Diversificación en el modelo de Sharpe	40
2.4.- El CAPM (Capital Asset Pricing Model)	54
2.4.1.- El teorema de la separación	57
2.4.2.- Capital market line	57
2.4.3.- Security market line	58
2.4.4.- Contraste del CAPM	59

3.- LA MODELIZACION ECONOMETRICA DEL RIESGO

3.1.- INTRODUCCION	62
3.2.- MODELOS DONDE LOS CAMBIOS EN LA VARIANZA NO DEPENDEN DE LOS RENDIMIENTOS PASADOS	64
3.3.- MODELOS DONDE LOS CAMBIOS EN LA VARIANZA DEPENDEN DE LOS RENDIMIENTOS PASADOS. MODELOS ARCH(p)	68
3.3.1.- Momentos incondicionales	71
3.3.2.- Cumplimiento de las hipótesis básicas sobre el comportamiento de los rendimientos de los valores en los modelos ARCH	75
3.4.- EXTENSIONES DE LOS MODELOS ARCH	84
3.4.1.- El modelo GARCH(p,q) e IGARCH(p,q)	84
3.4.2.- El modelo GARCH-M(p,q)	85

3.4.3.- Modelos de regresión con heterocedasticidad condicionada en los residuos	86
3.5.- CONTRASTES PARA PROCESOS ARCH	88
3.6.- LOS PROCESOS GARCH(p,q) COMO PROCESOS ARIMA UNIVARIANTES: IDENTIFICACIÓN	70
3.7.- ESTIMACIÓN	95
3.8.- ESTIMADORES CUASI-MAXIMOS VEROSIMILES	105
3.9.- PREDICCIÓN	107

4.- METODOLOGIA DE LA FORMACION Y EVALUACION DE CARTERAS CON RIESGO CONDICIONADO

4.1.- INTRODUCCION	111
4.2.- LA FORMACION DE CARTERAS CON RIESGO CONDICIONADO	112
4.2.1.- Para el modelo de Markowitz	112
4.2.2.- Para el modelo de Sharpe	114
4.3.- EVALUACION DE LOS RESULTADOS	119
4.3.1.- Comparación objetiva	120
4.3.1.1.- Comparación con carteras formadas por métodos aleatorios	120
4.3.1.2.- Comparación con carteras profesionales	121
4.3.1.3.- Comparación con un índice determinado	121
4.3.2.- Evaluación de la diversificación de la cartera	128
4.3.3.- Evaluación de la adaptabilidad de la cartera a los cambios del mercado	130

5.- APLICACION EMPIRICA I. FORMACION DE CARTERAS PARA LOS INDICES SECTORIALES DEL MERCADO DE VALORES ESPAÑOL

5.1.- INTRODUCCION	132
5.1.1.- Descripción de los datos	133
5.2.- FORMACION DE CARTERAS	138
5.2.1.- Cálculo y contrastes previos necesarios para la formación de la cartera en el modelo de Sharpe	138
5.2.1.1.- Cálculo de los rendimientos	138
5.2.1.2.- El tipo libre de riesgo	139
5.2.1.3.- Normalidad y simetría de los rendimientos de los sectores	140
5.2.2.- Modelización ARCH del riesgo	142
5.2.2.1.- Contraste de comportamiento ARCH en los rendimientos	142
5.2.2.2.- Término independiente	144
5.2.2.3.- Cálculo de autocorrelaciones muestrales	144
5.2.2.4.- Análisis de intervención	146
5.2.2.5.- Identificación y estimación del modelo	147
5.2.2.6.- Contraste de los modelos	148
5.2.3.- Cálculo de los parámetros del modelo de Sharpe para la formación de las carteras	149
5.3.- EVALUACION DE LOS RESULTADOS	152
5.3.1.- Análisis descriptivo preliminar, riesgo sistemático y específico y	

correlaciones entre las participaciones	152
5.3.2.- Capacidad diversificadora de la cartera	155
5.3.3.- Comparación de la rentabilidad del índice general y la cartera a través del método de Sharpe y el de Treynor y Jensen	156
5.3.4.- Adaptabilidad de la cartera a las diferentes evoluciones del mercado a través del método de Heriksson y Merton	158

6.- APLICACION EMPIRICA II. FORMACION DE CARTERAS CON RIESGO CONDICIONADO PARA EL CASO ESPAÑOL. VALORES INDIVIDUALES

6.1.- INTRODUCCION	160
6.2.- TRATAMIENTO PRELIMINAR DE LOS DATOS	162
6.3.- FORMACION DE LAS CARTERAS	172
6.3.1.- Cálculo de los inputs necesarios en la formación de carteras para el modelo de Sharpe	172
6.3.1.1.- Contraste de comportamiento ARCH en los rendimientos	174
6.3.1.2.- Término independiente	175
6.3.1.3.- Análisis de intervención	177
6.3.1.4.- Identificación y estimación de los modelos	177
6.3.1.5.- Cálculo de los parámetros del modelo de Sharpe y proporciones en que cada uno de los títulos entran a formar parte de la cartera	182
6.4.- EVALUACION DE LOS RESULTADOS	184
6.4.1.- Análisis descriptivo preliminar	184
6.4.2.- Riesgo sistemático y específico	187
6.4.3.- Correlaciones entre las participaciones de la cartera	190
6.4.4.- Diversificación de la cartera	190
6.4.5.- Resultados del método de Sharpe y Treynor para la evaluación de la cartera	194
6.5.- CONTRASTE DEL CAPM BAJO LA CONSIDERACIÓN DE LA EXISTENCIA DE UN RIESGO CONDICIONADO	195

SINTESIS Y CONCLUSIONES	197
-------------------------	-----

APENDICE 3.1	206
APENDICE 4.1	211
APENDICE 5.1	213
APENDICE 5.2	219
APENDICE 5.3	224
APENDICE 5.4	228
APENDICE 5.5	230
APENDICE 5.6	231
APENDICE 5.7	233
APENDICE 5.8	234
APENDICE 6.1	235
APENDICE 6.2	259
APENDICE 6.3	273

	Indice
APENDICE 6.4	276
APENDICE 6.5	292
APENDICE 6.6	293
APENDICE 6.7	294
APENDICE 6.8	296
APENDICE 6.9	297
APENDICE 6.10	299
 BIBLIOGRAFIA CITADA	 301

CAPITULO 1

INTRODUCCION

1.1.- ANTECEDENTES Y OBJETIVOS DEL TRABAJO

Rentabilidad y Riesgo son dos términos claves en el mundo de las inversiones, utilizados como inputs fundamentales en los modelos de la moderna ciencia financiera. Conocer sus mecanismos determinantes, sus pautas de comportamiento en el tiempo, saber a qué influencias responden y de qué manera, etc... ha sido una necesidad constante en el quehacer del inversor a través de la historia. Aumentar rentabilidad y reducir riesgo es una regla de oro en el mundo inversor. De esta forma, la capacidad que tenga el inversor de determinar estos aspectos lo más exactamente posible a la hora de definir su inversión será de suma importancia para el éxito de la misma. Estos aspectos generalizables en el mundo de las

S))Q

inversiones adquieren ciertos matices diferenciados en el ámbito que abordamos en esta tesis: las inversiones financieras y más concretamente el mercado de valores¹. Este mercado, como consecuencia de la dispersión accionarial y la instrumentalización de sus fondos en valores negociables², hace que sus precios se formen como consecuencia de las expectativas de múltiples inversores cuyas predicciones pueden variar bastante de unos a otros, lo que supone una evolución temporal de precios que no responden en su totalidad a las condiciones reales que la propiedad de dichos valores representan. Aceptar cierto grado de disociación entre un aspecto y otro resulta esencial si queremos entender determinados comportamientos a que nos tiene acostumbrado los mercados de valores. Intentar explicar el mercado sólo a través de la información desprendida de las inversiones reales que los títulos representan plantea numerosos problemas, como por ejemplo: análisis y estimaciones incorrectas de variables fundamentales como crecimiento empresarial, reparto de dividendos, tipos de interés, etc... que, unido a la escasa información sobre la evolución de estas variables y su larga periodicidad, lleva a la imposibilidad de un seguimiento preciso en un mercado donde las dinámicas de compras y ventas son diarias. Preguntas como ¿qué hacer cuando la evolución de un título está dando rentabilidades que no responden a la propiedad que representan? nos llevan a considerar si es conveniente invertir en él independientemente de otra consideración que no sea la evolución histórica de su precio o, si por el contrario, no debemos tomar posición en él teniendo en cuenta la propiedad que este título representa. Continuamente los mercados financieros nos

¹ En un sentido estricto debemos de hablar de "mercado bursátil" dado que no contemplamos en nuestros análisis el mercado primario (de emisión).

² La definición de "valor" es un problema al que se han enfrentado los mercantilistas. Dada esta dificultad tal y como dice Nieto (1993) "... se ha acudido a la fórmula de compromiso que eludiese la definición por considerarse que en el ámbito de los mercados de valores estaba suficientemente determinado el significado y alcance de la expresión «valores»".

S))Q

están demostrando cómo la economía real y la financiera no mantienen sincronismo. Este desfase ha supuesto el uso de dos aproximaciones metodológicas con un único fin, la formación de carteras por parte de los inversores en el mercado de valores. La primera metodología sustenta principalmente sus decisiones sobre la base de la información que se desprende de la sociedad mercantil en la cual se piensa invertir, concretamente se centra en obtener la mejor predicción de los beneficios futuros de la compañía. La segunda metodología analiza las diferentes posibilidades de inversión en base a la información que se pueda desprender de la evolución temporal de las cotizaciones de los diferentes títulos del mercado. Esta tesis metodológicamente se enmarca dentro de esta última opción, pero en ningún momento esta elección se hace con menoscabo de la otra posibilidad, o a partir de algún criterio que nos haya permitido considerar la una o la otra como la más correcta, tan solo indica nuestro interés por este aspecto del análisis. De hecho, entendemos que ambas metodologías más que contraponerse se complementan, y cuanto menos pueden enriquecer con una mayor información las decisiones finales de cualquier inversor.

Cuando Markowitz (1952) propone su modelo para la formación de una cartera lo hace bajo la hipótesis de que el inversor toma sus decisiones en base a dos variables: la rentabilidad y el riesgo, las cuales son estimadas a partir de la media y la matriz de varianza-covarianza incondicional de los datos históricos de las rentabilidades de los diferentes títulos del mercado. Estimar la rentabilidad futura de un título a partir de la media incondicional de ésta encaja perfectamente con la existencia de autocorrelaciones nulas en los rendimientos de los valores, lo que frecuentemente se observa en la realidad, toda vez que será la media incondicional el predictor de mínimo error cuadrático medio para un modelo univariante. Sin embargo, la

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

existencia de autocorrelación nula entre los rendimientos no significa la existencia de independencia, aspecto que se pone de manifiesto de forma reiterada cuando se estudia con mayor detenimiento el comportamiento de los rendimientos. En muchas más ocasiones de lo que cabría esperar bajo la hipótesis de independencia, el valor de las autocorrelaciones del cuadrado de los rendimientos es significativamente alto, lo que ha supuesto poner en duda el uso de la varianza incondicional como mejor estimador del riesgo, toda vez que los datos históricos pudieran estar guardando información sobre el futuro comportamiento de éste y que, sin embargo, no es utilizada cuando empleamos la varianza incondicional. Usar los datos históricos como información a través de una especificación capaz de modelizar el comportamiento de la varianza a partir del cual poder predecir su valor de forma más exacta sería un elemento que añadiría mayor precisión al modelo de Markowitz.

En la econometría clásica, el hecho de que el error de un modelo tenga varianza variable con el paso del tiempo (heterocedasticidad) más que una ventaja se convierte en un serio inconveniente que pone en cuestión la validez del propio modelo y, por tanto, se intenta evitar a través de diferentes procedimientos que principalmente consisten en transformar la variable original en otra cuya varianza sea constante a lo largo del tiempo (homocedasticidad), o utilizar procedimientos de estimación que tienen en cuenta la pauta de la heterocedasticidad. Podemos considerar el trabajo de Engle (1982), como el primero que formalmente presenta un modelo capaz de modelizar el momento de 2º orden y, por tanto, no evitar la heterocedasticidad, como se venía haciendo, sino muy al contrario convivir con ella sin que por ello se pongan en duda las características estadísticas del modelo. A partir de este primer trabajo han surgido una verdadera pléyade de otros que han generalizado el modelo a otros más

S))Q

complejos, a estudios más exhaustivos sobre las características estadísticas de sus parámetros, etc. que perduran hasta nuestros días.

La simbiosis de estas dos metodologías (Cartera de Markowitz y sus posteriores desarrollos y la modelización de la varianza) es una cuestión que surge instantáneamente a poco que un investigador profundice en ambas, de lo que da fe el volumen de trabajos que bajo esta línea de investigación se han producido desde el trabajo pionero de Engle (1982), tanto a nivel internacional como español, si bien, con menor profusión. Nuestra tesis queda enmarcada dentro de este tipo de investigaciones donde la modelización de la varianza entra a formar parte integrante de la explicación de algunos modelos teóricos que sobre el mercado de capitales ha surgido en la literatura financiera.

Nuestros objetivos pueden quedar recogidos en los siguientes puntos:

1.- Generalizar los modelos de Markowitz y de Sharpe, admitiendo la existencia de una matriz de varianzas-covarianzas variable en el tiempo. Es decir, considerar los modelos clásicos de selección de carteras, de tipo estático, con la modelización econométrica del riesgo basados en los modelos ARCH (Heterocedasticidad Condicionada Autorregresiva).

Los siguientes puntos están más relacionados con la aplicación práctica que hemos realizado a partir de los datos del mercado de la Bolsa de Madrid y Mercado Continuo para un período muestral que va desde abril de 1991 a diciembre de 1993. Estos puntos son:

- 2.- Contrastar el primer punto para nuestro período muestral.
- 3.- Modelizar a través de la metodología iniciada por Engle (1982) para este tipo de procesos las varianzas condicionadas de los diferentes valores del mercado.
- 4.- Formación de carteras óptimas a partir de los criterios media-varianza para el mercado

S))Q

cuando la varianza varía en el tiempo.

5.- Evaluación descriptiva de las carteras y de los resultados.

6.- Contrastamos el CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) para el caso en que la varianza condicionada de los rendimientos de los valores e índice general pueda ser modelizada, utilizando para ello el período considerado.

El trabajo lo hemos estructurado en 6 capítulos. En el capítulo 1 introducimos algunas consideraciones previas sobre los mercados de valores así como las hipótesis básicas que caracterizan el comportamiento de los rendimientos de estos. En el capítulo 2 analizamos aquellos aspectos más relevantes que, sobre la Moderna Teoría del Mercado de Valores, hemos utilizado en nuestras aplicaciones prácticas. Teorías como el CAPM, el desarrollo de algoritmos de diversificación de carteras, la simplificación de Sharpe al modelo de Markowitz (denominado también como modelo del índice), la utilidad de las SML (*Security Market Line*) y CML (*Capital Market Line*) para la evaluación del resultado de las carteras desarrollado posteriormente en el capítulo 4 son algunos de los aspectos que tratamos. En el capítulo 3 se revisan los avances más recientes sobre la modelización de la varianza. Resaltamos las similitudes que los procesos ARCH mantienen con el comportamiento de los rendimientos de los valores, lo que hacen de ellos un instrumento idóneo para la modelización de estas series. Veremos cómo contrastar la posible presencia de estos comportamiento en estas series, la estimación y utilización de algunos algoritmos con este fin y la predicción de estos modelos. Además, introducimos y desarrollamos todos aquellos aspectos teóricos que han sido necesarios a la hora de poder hacer valer nuestros resultados empíricos.

En el capítulo 4, veremos cómo se caracteriza tanto el modelo de Markowitz como el

S))Q

de Sharpe ante una matriz de varianzas-covarianzas no constante en el tiempo, así como revisaremos las diversas formas de comparación y evaluación del resultado de las carteras. Finalmente, en los capítulos 5 y 6 se realiza la aplicación empírica de nuestro trabajo. Fundamentándonos en los desarrollos que hemos ido viendo a lo largo de los diferentes capítulos y, principalmente, a partir de la modelización del riesgo, en el capítulo 5 mostramos los resultados de las carteras óptimas que se formarían a partir de los criterios media-varianza de Markowitz utilizando para ello las cotizaciones de los diferentes índices sectoriales que se usan en el mercado, estudiando las características más relevantes de la evolución temporal de las participaciones de los diferentes índices en la cartera, del riesgo total así como del específico y sistemático, de la capacidad de reducción del riesgo de la cartera, así como de su evaluación de resultados. En el capítulo 6, realizamos este mismo trabajo pero en este caso utilizando las series de cotización de los títulos individuales. Como veremos, la utilización de títulos individuales supondrá un trabajo adicional consistente en la necesidad de ajustar las series originales ante acontecimientos como cambios de nominales en los títulos, ampliaciones de capital, etc. Además exponemos los resultados que el contraste del CAPM han originado para el período muestral considerado.

Por último, reservamos las páginas finales de este trabajo para resaltar a modo de conclusiones aquellos aspectos más relevantes del mismo.

S))Q

1.2.- CONSIDERACIONES INICIALES

1.2.1.- La eficiencia del mercado

Asociada con el uso agregado de la información, tenemos la "hipótesis de mercado eficiente". Este término es usado por primera vez en el contexto de los mercados financieros por Fama et al. (1969), los cuales definen mercado eficiente como aquél que es capaz de descontar toda la información referente al mismo de forma instantánea, y entendiendo un uso perfecto de la misma. Así, en un mercado eficiente se cumple $E[P_t] = E[P_t/R_{t-1}]$ donde P_t es el precio del valor en el momento t siendo R_{t-1} toda la información disponible hasta el momento $t-1$. En este contexto Fama (1970) desarrolla su conocida clasificación entre eficiencia débil, semifuerte y fuerte, dependiendo del conjunto de la información R_{t-1} . Esta información puede ser:

1º) Los precios históricos. En este caso nos encontramos en el ámbito de la eficiencia débil, la cual nos dice que es imposible utilizar cualquier información de la evolución pasada de los precios de los valores para poder predecir la evolución futura de estos. Así, la mejor predicción del precio de mañana será el precio de hoy. Esta hipótesis coincide en su contenido con la "hipótesis de Camino Aleatorio", Bachelier, L. (1900), si bien la categoría de hipótesis no se le da hasta la década de los años 60 y tiene como característica principal que considera a los rendimientos de los valores del mercado como una serie independiente e idénticamente distribuida como una normal.

2º) Los precios históricos más toda la información pública. En este caso nos encontramos en

S))Q

el ámbito de la eficiencia semifuerte, la cual existirá cuando toda esta información no nos proporcione ninguna luz sobre la evolución futura de los precios. Por tanto en este caso, incluso el análisis fundamental es incapaz de obtener ventajas comparativas.

3º) Los precios históricos, más toda la información pública e incluso no pública. En este caso estaremos en el ámbito de la eficiencia fuerte y esta existirá siempre que el uso de toda esta información no nos proporcione la posibilidad de obtener beneficios más allá de los normales en el mercado.

Bajo la hipótesis de mercado eficiente podríamos pensar que cualquier inversor podría formar su cartera de manera totalmente aleatoria, tal que para un mismo nivel de riesgo tendría la misma rentabilidad esperada que aquella formada por el mejor equipo de expertos. Dado que el uso de toda la información disponible no va a suponer tener mayor ventaja, la posibilidad de ganar o perder no dependerá exclusivamente de ello. Sin embargo, esta sería una interpretación engañosa de la hipótesis de eficiencia, ya que muy al contrario, esta hipótesis determina que es precisamente el uso eficiente de la información que llega al mercado, la que hace que de forma instantánea ésta se refleje en el precio y seamos, por tanto, incapaces de obtener un beneficio más allá de lo normal. Es el deseo generalizado de obtener beneficio a través del uso de la información el que ocasiona la pérdida de cualquier ventaja. Así, la idea de eficiencia en el mercado de valores entronca con la misma idea de eficiencia dentro del campo de la Teoría Económica. Si en el mercado de valores todos sus miembros seleccionaran su inversión de forma aleatoria e independientemente unos de otros, nos llevaría a una asignación de los recursos (en este caso recursos financieros) ineficiente, aun cuando la capacidad de predecir la evolución del mercado en el tiempo no fuera más allá que la enunciada

S))Q

por la hipótesis de "camino aleatorio", por ejemplo. Es precisamente el descuento instantáneo y perfecto de la información el que produce la eficiencia del mercado y por tanto su impredecibilidad. Si el mercado, ante nueva información, predice un aumento en el precio para mañana, entonces el precio aumentará hoy. Por ello, podemos considerar el precio de hoy (en el momento t) como la esperanza condicionada al conjunto de información en el momento t del precio de mañana (en el momento $t+1$)

$$P_t = E[P_{t+1}/R_t]$$

donde P_{t+1} es el precio en el momento $t+1$ y R_t es el conjunto de información en el momento t . Por tanto el error de predicción será:

$$e_{t+1} = P_{t+1} - E[P_{t+1}/R_t] = P_{t+1} - P_t$$

donde e_t tiene media cero y no está autocorrelacionado dado un uso perfecto y eficiente de la información:

$$E[e_{t+1}] = E[e_{t+1}/R_t] = 0$$

y dada la rentabilidad de un título en el momento $t+1$ como

$$R_{t+1} = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

o, lo que es lo mismo

S))Q

$$R_{t+1} = \frac{e_{t+1}}{P_t}$$

entonces tenemos la siguiente condición de eficiencia del mercado:

$$E[R_{t+1}/R_t] = E[R_{t+1}] = 0$$

En este trabajo nuestra única fuente de información, como ya hemos indicado anteriormente, será la evolución pasada de los precios, por tanto nos moveremos dentro de la hipótesis de eficiencia débil. En cualquier caso, entender al mercado como eficiente o no, es una cuestión a debate a partir de la publicación de Fama et al.(1969). Partiendo de un momento inicial donde se asume el comportamiento del mercado como eficiente, se ha ido evolucionando hacia posturas más controvertidas. Efectos estacionales, tamaño de las empresas y otros factores parecen poner de manifiesto que el comportamiento de los precios no es tan eficiente como en principio se pensó. A este respecto, Ball (1988) considera que este planteamiento se debe, por un lado, a que ha llegado un momento en que la cantidad de evidencias anómalas en el funcionamiento de los mercados de valores era de tal magnitud que ya no podían ser ignoradas y por otro, debido al uso de técnicas cada vez más sofisticadas, capaces de detectar comportamientos que antes era imposible. En cualquier caso, este autor entiende que estas anomalías, más que poner en entredicho esta eficiencia, cuestionan las teorías y modelos que actualmente intentan explicar el comportamiento de los mercados de valores. Con todo, detectar posibilidades de obtener beneficios en el mercado por encima de lo normal tal y como los hemos definido es señal de la ineficiencia del mismo.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

S))Q

1.2.2.- El comportamiento del rendimiento en el mercado de valores. Hipótesis básicas de comportamiento

El rendimiento ha sido seguramente la variable más estudiada dentro del ámbito de los Mercados de Valores, ya que en él se encuentra la materialización del resultado de cualquier inversión. Sin embargo, esta variable no presenta un único valor como sucede con el precio. El rendimiento viene condicionado entre otros aspectos y, fundamentalmente, por el plazo en que éste se produce y por su cálculo a partir de los precios. De esta forma, podemos hablar de rendimientos diarios, semanales, mensuales, etc... y en cuanto a su cálculo, podemos determinarlo simplemente como primera diferencia de precios, o relativizarlo para así poder compararlo con otros rendimientos, desde una opción de capitalización simple o compuesta, e incluso podemos transformar el ratio de precios tomando logaritmos si fuera necesario para nuestro análisis.

Desde un punto de vista estadístico, el uso de los rendimientos mejora nuestra capacidad de análisis frente al uso de los precios. Además de la adimensionalidad como característica frente a los precios, su comportamiento suele ser aparentemente estacionario, propiedad que los anteriores no poseen, lo que conlleva un mejor tratamiento y análisis estadístico, como se pondrá de manifiesto en repetidas ocasiones a lo largo de esta tesis.

La mayoría de los enfoques que han entrado en el estudio de los rendimientos de los mercados de valores los han considerado como variables aleatorias, que llevan asociada una determinada distribución de probabilidad generalmente desconocida en cada momento del tiempo. El conocimiento de estas distribuciones, y más concretamente, las distribuciones

S))Q

conjuntas de los rendimientos futuros ha sido un tema primordial de estudio para poder predecir y entender los movimientos de estas variables. Aportaciones como la de Bachelier (1900), o las de Mandelbrot, B. (1963a,1967), Praetz (1972), Clark (1973), o más recientemente trabajos como los de Peiró (1994), sugieren diferentes tipo de distribuciones como patrón de comportamiento de los rendimientos en los mercados de valores³, siendo por tanto, hoy en día, un campo de investigación que ni mucho menos está cerrado, debido fundamentalmente a la complejidad con que estas series se manifiestan y si consideramos que en cada momento t solo se tiene un valor realizado de la variable en cuestión. Esto nos ha llevado a la necesidad de determinar varias hipótesis de partida sobre el comportamiento general de las series con las que trabajamos ante la imposibilidad de contar con una distribución que nos garantice un tratamiento único del fenómeno. Estas hipótesis de trabajo sobre el comportamiento de las series son:

1. Comportamientos leptocúrticos
2. Procesos estocásticos no independientes
3. Procesos estocásticos no lineales
4. Proceso estocásticos estacionarios

El cumplimiento de estas hipótesis se ha contrastado en la mayoría de los trabajos empíricos que se han realizado sobre series financieras en los mercados de valores. Posiblemente la última, la que hace referencia al comportamiento como procesos estocásticos estacionarios sea la más importante a la hora de poder modelizar este tipo de series, y por tanto haya sido cuestionada en múltiples ocasiones. Las relaciones que las variables financieras

³ Entre estas distribuciones tenemos: normales, pareto estables, procesos estocásticos subordinados, etc...

S))Q

tienen con otras dentro del mundo de la economía e incluso fuera de éste, como podría ser el político, han podido ser contrastadas por cualquiera que haya observado, aunque sea de forma *amateur*, la evolución de estas series; la evolución del crecimiento de la economía, déficit público, inestabilidades políticas son ejemplos de estas relaciones. Efectos que, además, tanto pueden ser transversales como temporales. Por tanto, considerar la posibilidad de cambios en la estructura de las series financieras dependiendo del momento concreto del tiempo parece razonable y de hecho se nos está manifestando esta realidad continuamente. Y no sólo ante grandes acontecimientos, tanto económicos como políticos, que en un tratamiento econométrico tradicional podríamos solucionarlos con la utilización de determinadas intervenciones sobre las series, sino que estos cambios se están produciendo continuamente con efectos más a menos atenuados, marcando períodos con diferente estructura en las relaciones temporales de las series⁴. Sin embargo, trabajar con procesos estacionarios es una necesidad si queremos tener una herramienta conceptual capaz de extraer resultados a partir de un análisis temporal. Por ello, en ningún momento dentro de este análisis se ha abandonado esta hipótesis, si bien se han añadido nuevos aspectos tradicionalmente no considerados, como pueden ser momentos de segundos órdenes condicionados, o modelos con parámetros cambiantes capaces de recoger comportamientos que con aplicaciones más tradicionales sería imposible.

⁴ Esto pondría en duda que el proceso sea débilmente estacionario, y por tanto se cuestionaría por ejemplo que las autocorrelaciones sean constantes para un mismo intervalo de tiempo o que los parámetros del modelo también lo sean.

S))Q

1.2.3.- EL riesgo en el mercado de valores

La definición de riesgo es una cuestión difícil. Según el Diccionario de la Real Academia Española, riesgo es la contingencia o proximidad de un daño. En nuestro caso, introducir el riesgo a la hora de tomar decisiones de inversión presupone cierto conocimiento del mismo, obtenido a partir de nuestro conocimiento sobre el comportamiento de la rentabilidad. Esta concepción de riesgo difiere del riesgo que soportaríamos en un ambiente de incertidumbre total. Así, podemos realizar una cuantificación del riesgo capaz de influir en nuestra toma de decisiones. En nuestro caso, y siguiendo la mayoría de la doctrina al respecto, entendemos como indicador del riesgo la varianza (alternativamente también se utiliza la desviación típica) sobre el tipo de rentabilidad media del título-valor. Sin embargo, el riesgo que soporta un inversor a la hora de tomar una decisión es su incapacidad de determinar con certeza la rentabilidad futura del título en que se posiciona, por tanto, el riesgo real que este individuo soporta es la varianza de esa predicción. De esta forma, si tenemos por ejemplo un proceso AR(1) estacionario:

$$R_t = \alpha + \beta R_{t-1} + g_t \quad \beta < 1$$

considerar la varianza marginal pasada como indicador del riesgo en la predicción del valor futuro supondría no considerar nuestra capacidad de predicción sobre el proceso. Así, dada la varianza de predicción para el momento $t+k$ del proceso AR(1)

$$\text{Var}[R_{t+k}/R_t] = \text{Var}[g_t] \left(\frac{1-\beta^{2k}}{1-\beta^2} \right)$$

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

ésta será menor que si hubiésemos considerado como indicador del riesgo la varianza marginal muestral de los valores pasados toda vez que:

$$Var(R_t) \leq Var(g_t) \left(\frac{1}{1+N^2} \right)$$

donde como sabemos $N^2 < 1$. Sólo cuando k tienda a infinito tendremos que la varianza de la predicción coincidirá con la marginal del proceso.

Por tanto, salvo en el caso de encontrarnos en un mercado donde los datos son incapaces de contener información sobre la evolución futura de los mismos, no se puede afirmar que la varianza de los datos pasados será igual a la varianza de la predicción. Así, para tratar la cuestión, cualquier luz que podamos obtener sobre el comportamiento de la varianza de predicción deberá ser añadida a nuestro análisis si queremos utilizar de forma eficiente toda la información a nuestro alcance.

En definitiva, conocer lo mejor posible los mecanismos de formación de la varianza de predicción supondrá una mejor adaptación del inversor a distintos momentos en el tiempo, y, bajo la hipótesis débil de la eficiencia del mercado que adoptamos en esta tesis, significará que la información relevante para su tratamiento quedará circunscrita a la historia del pasado del proceso.

S))Q

1.2.4.- Técnicas para la selección de inversiones en los mercados de valores

Las técnicas que podemos enumerar cuyo objetivo consiste en la selección y evaluación de las inversiones en los mercados de valores son las siguientes:

- a) Chartismo
- b) Análisis Fundamental
- c) Teoría de Cartera
- d) Análisis estadístico-econométrico

El orden en que se han clasificado responde a dos criterios, uno se refiere al uso de las técnicas en el ámbito profesional y el otro a la utilización de métodos cuantitativos. En cuanto al primer criterio, el orden de la clasificación responde de mayor a menor uso. Tanto el chartismo como el análisis fundamental tienen un nivel de uso muy elevado; la teoría de cartera tiene un uso más restringido y, por último, la utilización en el campo profesional de análisis estadístico-econométrico, como por ejemplo la modelización de series financieras es sin embargo muy inferior, siendo su mayor ámbito de desarrollo el académico. En cuanto al segundo criterio, realmente la utilización generalizada de métodos cuantitativos sólo se da en las dos últimas técnicas de nuestra relación, (teoría de carteras y por supuesto análisis estadístico-econométrico). El análisis fundamental responde más a principios normativo-contables, mientras que el chartismo se basa exclusivamente en un análisis gráfico.

Sin embargo, estas técnicas no pueden ser consideradas como excluyentes unas de otras sino más bien complementarias, así por ejemplo, en el campo profesional, el uso del chartismo y el análisis fundamental son dos fuentes importantes de información para el inversor que,

S))Q

aunque en ocasiones mantienen diagnósticos distintos, esto se debe fundamentalmente al carácter de predicción a corto plazo que tiene el chartismo frente al de medio plazo que tiene el análisis fundamental. En cuanto a las técnicas basadas en los métodos cuantitativos y la teoría de Carteras, su complementariedad es muy alta. Desde que Markowitz introduce su Teoría de Carteras no podemos explicar el comportamiento de un determinado título sólo en base a su riesgo y rentabilidad, sino que hemos de analizar este título en relación con la rentabilidad y riesgo de los restantes del mercado. Esta visión integradora ha desarrollado toda una Teoría de los Mercados de Valores (CAPM,APT,) que, a su vez, nos puede dar las pistas de las relaciones de dependencia y comportamiento que se producen en el mismo y que podemos modelizar con técnicas econométricas.

Tal y como apuntábamos en la primera parte de este capítulo, en este trabajo, centraremos nuestro estudio principalmente en el ámbito de la Teoría de Carteras, la cual nos proporciona una base teórica de los mercado de valores, y en el análisis estadístico-econométrico que nos proporcionará un mejor y más amplio manejo de las técnicas de selección de inversión basadas en ésta, además de un conocimiento más exhaustivo del comportamiento de las series de carácter financiero. La combinación de ambos enfoques nos facilitará la revisión de la constancia del riesgo como hipótesis en el rendimiento de los valores, tal y como defiende la teoría clásica, usando para ello los instrumentos estadístico-econométricos aquí expuestos tanto en su vertiente más clásica como los desarrollos habidos fundamentalmente en la última década de los 80 hasta nuestros días, con la introducción de técnicas capaces de modelizar los momentos condicionados de segundo orden.

Una vez contrastada la hipótesis de constancia del riesgo, y capaces de modelizar su

S))Q

comportamiento, introducimos estos efectos a la hora de la formación de carteras, estudiando algunos de los efectos más significativos que estos nuevos supuestos tienen sobre la Teoría de Carteras tanto en su vertiente teórica como práctica. Esto nos llevará a una concepción dinámica en la formación de las carteras, donde éstas deberán en todo momento adaptarse a un riesgo cambiante pero modelizable.

CAPITULO 2

EL BINOMIO RENTABILIDAD-RIESGO Y LA FORMACION DE CARTERAS. MODELOS CLASICOS

2.1.- EL BINOMIO RENTABILIDAD-RIESGO EN EL CONTEXTO DE LA MODERNA TEORIA DE CARTERAS Y VALORACION DE ACTIVOS FINANCIEROS

La relación rentabilidad-riesgo es una de las más contrastadas en el campo de los mercados de capitales. Entender que una mayor rentabilidad sólo es compatible con un aumento del riesgo, es algo que se nos antoja obvio. Sin embargo, hemos de tener presente que en el mercado, independientemente de la explicación que el riesgo puede tener sobre los títulos, existen otras variables que pueden condicionar sus rentabilidades, como objetivos de poder y control, liquidez, etc. En cualquier caso, la importancia que pueden tener estas variables, la

S))Q

entendemos mínima en el contexto de un mercado secundario que se desarrolla con normalidad. Trabajos como el de Ibbotson y Sinquefeld (1979, 1984), ponen de manifiesto para el mercado americano cómo aquellos títulos de mayor riesgo medido a través de su varianza son los que dan mayores y menores rentabilidades para subperíodos de este intervalo. Al considerar el rendimiento promedio para todo el período, nuevamente, son los títulos más arriesgados los de mayor rentabilidad.

En este capítulo no pretendemos realizar un estudio exhaustivo de los modelos teóricos basados en el binomio rentabilidad-riesgo dentro de los cuales nos desenvolvemos, ya que ello nos obligaría a desviarnos de nuestro objetivo principal, sino dar las pautas básicas de los mismos destacando los aspectos más relevantes de las distintas aproximaciones. La Moderna Teoría de Carteras desarrollada a partir del trabajo pionero de Markowitz (1952), la Valoración de Activos Financieros, a partir de las formulaciones de Sharpe (1964) y Lintner (1965) y el posterior desarrollo de la teoría APT (*Arbitrage Pricing Model*) Ross (1976), son la base de la actual teoría financiera de los Mercados de Capitales. Estos modelos han sido capaces de introducir en sus formulaciones una realidad tan evidente en los mercados financieros como el riesgo y su relación con la rentabilidad y, a partir de ahí, desarrollar toda una teoría sobre el equilibrio de los mercados de capitales, siendo ésta una de sus principales aportaciones. Sharpe (1991), manifiesta a este respecto que: "uno de los principales problemas que siempre ha afectado a quienes intentan predecir el comportamiento de los mercados de capitales es la ausencia de un cuerpo de teoría microeconómica positiva que incorpore condiciones de riesgo".

S))Q

Ya en la década de los cuarenta existían antecedentes de una aproximación a criterios rentabilidad-riesgo¹. Sin embargo, es a partir del mencionado trabajo de Markowitz donde se marca el comienzo de lo que hoy se conoce como la moderna Teoría de Carteras y de Valoración de Activos Financieros. Esta concepción más real, frente a modelos desarrollados en condiciones de certeza, nos determina condiciones de equilibrio en los mercados de capitales, donde la demanda de los activos financieros queda determinada por condiciones de minimización o maximización de riesgo o rentabilidad respectivamente a través de criterios de diversificación.

Brennan (1991) sintetiza desde un enfoque histórico las aportaciones que de estas teorías se han ido produciendo a lo largo del tiempo. De esta forma, centra las aportaciones claves para su entendimiento en: 1) La de Markowitz y su modelo media-varianza para la selección de carteras; 2) el Primer Teorema de la Separación desarrollado por Tobin (1958), el cual nos dice que independientemente de la curva de indiferencia rentabilidad-riesgo del inversor, la inversión con riesgo que toma éste queda determinada por una combinación de activos con riesgo igual para todos los inversores, los cuales soportan distinto riesgo en función del mantenimiento de dinero en efectivo; 3) Sharpe (1964) y Linther (1965) desarrollan la teoría de separación de Tobin. En este caso, la inversión se reparte entre una determinada combinación de activos con riesgo e inversiones a un tipo libre de riesgo. Además, se plantea una visión agregada con implicaciones para el mercado más allá de la consideración del inversor individual, desarrollando así toda una teoría del comportamiento de los mercados de

¹ Von Neumann y Morgenstern (1947)

S))Q

capitales (CAPM), y finalmente 4) es Ross (1976) el que culmina este proceso con su aportación del APT.

S))Q

2.2.- EL HORIZONTE TEMPORAL DE LAS INVERSIONES EN LOS MERCADOS DE CAPITALES

Cuando el inversor se enfrenta a la decisión de invertir sus fondos entre los diferentes productos que le ofrece el mercado de capitales, lo realiza bajo la consideración de un horizonte temporal múltiple, en el cual intentará maximizar su utilidad. De esta forma, cuando este hecho se tiene en cuenta por la Teoría de Carteras, ésta se mueve en el ámbito de los modelos multiperiódicos (*multi-period*). Sin embargo, cuando el estudio se centra en las decisiones con un horizonte temporal único, entonces nos movemos en el ámbito del modelo de uniperiódico (*single-period*). La mayoría de las aportaciones sobre la Teoría de Carteras y más genéricamente sobre la Valoración de Activos Financieros se ha movido en el ámbito uniperiódico, debido fundamentalmente a su menor complejidad frente al multiperiódico, el cual necesita de un mayor número de inputs para poder ser desarrollado. Si bien, dado que realmente el inversor toma sus decisiones en un ambiente multiperiódico, se ha intentado resolver este conflicto utilizando modelos uniperiódicos con reevaluaciones continuadas como aproximación al modelo multiperiódico. Esto sin embargo no es óbice para que se hayan formulado aportaciones en el ámbito multiperiódico, como por ejemplo las de Mossin (1968), que amplía el modelo de Markowitz usando de forma recursiva la programación cuadrática, o el de Elton y Gruber (1974). El intento de usar el modelo uniperiódico por su menor complejidad, ha llevado a la búsqueda de relaciones básicas entre ambas concepciones en favor de una mayor aproximación a la realidad. Por ejemplo, Fama (1970) y Elton y Gruber (1974)

S))Q

entiende que el ámbito del multiperiodico puede ser considerado como un modelo uniperiodico siempre que se cumplan las siguientes condiciones:

- 1.- las preferencias en el consumo de bienes y servicios del inversor son independientes de las condiciones futuras.
- 2.- el consumidor actúa como si las oportunidades de consumo en el futuro fueran conocidas en el momento en que se toma la decisión.
- 3.- el consumidor actúa como si conociese la distribución de los rendimientos de todos los valores en el momento de la decisión.

Gran parte de las aportaciones realizadas en este campo, tal y como ya avanzamos, se enmarcan dentro del modelo uniperiodico, pero con la vocación de ampliar sus resultados a una concepción más real como puede ser el modelo multiperiodico. Estos trabajos suelen basarse en que los parámetros que se utilizan para el cálculo de la cartera óptima van siendo continuamente reevaluados, dependiendo del momento en que se encuentren dentro del horizonte temporal. Ejemplo de estos trabajos los tenemos en Johnson y Shannon (1975) o Bloomfield, Leftwich y Long (1977).

S))Q

2.3.- TECNICAS DE DIVERSIFICACION

Los dos modelos básicos que usaremos en estas técnicas son los ya mencionados de Markowitz (1952) y la simplificación que Sharpe (1963) hace a este modelo, también denominado modelo diagonal o modelo del índice. En ambos modelos la palabra clave es "diversificación", a través de la cual podremos obtener carteras óptimas capaces de maximizar rentabilidad al mínimo riesgo posible o minimizar riesgo a la máxima rentabilidad posible, construyendo de esta forma la frontera eficiente del mercado a partir de la utilización de la programación cuadrática. Sin tener en cuenta la trascendencia teórica que ambos modelos juegan en el campo de la Teoría de los Mercados de Capitales, desde un punto de vista técnico ambos modelos persiguen el mismo objetivo, siendo el modelo de Sharpe un caso particular del modelo de Markowitz cuando se cumplen determinadas hipótesis.

Varios han sido los algoritmos que se han utilizado para el cálculo de la cartera óptima basados en los modelos mencionados. Entre otros podemos mencionar el del propio Markowitz (1959), o los de Wolfe (1959), Houthankker (1960), Sharpe (1963,1967,1970), Baumol (1963), Fama (1965 a), Hastie (1967) y Elton y Gruber (1991), los cuales han intentado ir disminuyendo cada vez más el número de inputs necesarios para reducir los problemas computacionales que este tipo de objetivos generan, lo que unido a los avances que la informática ha ido experimentando en los últimos tiempos posibilita cada vez con mayor facilidad obtener soluciones a este tipo de cuestiones.

Además de los algoritmos mencionados en el párrafo anterior, que buscan la cartera óptima entre un determinado número de valores sin más restricción inicial que el riesgo o la

S))Q

rentabilidad que se desea tener, en los últimos años se han desarrollado otros para la formación de carteras en condiciones iniciales específicas, donde el inversor parte de la posesión de una cartera preexistente con la restricción de no poder vender ninguno de los valores de la misma pero recibe fondos adicionales, los cuales ha de invertir. Estos algoritmos han posibilitado no sólo formar carteras sino también poder evaluar la eficiencia de otras preestablecidas. Entre estos trabajos podemos destacar el de Gibbons, Ross y Shanken (1989) y el de Bradfield (1994).

En nuestro caso usaremos los algoritmos propuestos por Elton y Gruber (1991) por la simplicidad para su tratamiento tanto para el modelo de Markowitz como para el modelo de Sharpe que a continuación desarrollamos.

2.3.1 Diversificación en el modelo de Markowitz

Brennan (1991) entiende el planteamiento de Markowitz como aquel en el que: "las preferencias del inversor se definen a partir de la media y la varianza del rendimiento agregado de la cartera, relacionando estos parámetros con la composición de la cartera y los parámetros de la distribución conjunta de los rendimientos de los títulos, aplicando por primera vez los principios del análisis marginal a la elección de las carteras óptimas".

S))Q

El modelo de Markowitz se basa en la programación cuadrática donde se maximiza o minimiza según interese rentabilidad o riesgo condicionando uno al otro.

Definiendo la rentabilidad de un título como

$$R_{it} = \frac{P_{it} - P_{i,t+1} + d_{it}}{P_{i,t+1}}$$

donde P_{it} es el precio del título i en el momento t y d_{it} los distintos flujos de caja a los que da derecho la posesión de éste en el período considerado. El planteamiento del modelo queda resumido en los siguientes cinco aspectos:

1. Se entiende como mejor predictor de la rentabilidad futura de un título, la media de los rendimientos pasados

$$\bar{R}_i = \frac{\sum_{t=1}^N R_{it}}{N}$$

siendo R_{it} la rentabilidad del título i en el momento t y N el número de períodos pasados.

2. Se entiende como el mejor predictor del riesgo de un título, la varianza (también se puede utilizar la desviación típica) de su rentabilidad pasada.

$$F_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^N (R_{it} - \bar{R}_i)^2}{N}$$

S))Q

3. La rentabilidad esperada de una cartera (R_c) queda definida como la media ponderada de las rentabilidades esperadas de los diferentes títulos que componen la cartera, donde las ponderaciones son proporcionales a la cantidad que se invierte en cada título.

$$R_c = \sum_{i=1}^k \bar{R}_i X_i \quad \text{donde} \quad \sum_{i=1}^k X_i = 1$$

siendo X_i el tanto por uno de nuestro presupuesto que se invierte en el título i , y k el número de títulos que componen la cartera.

4. El riesgo de una cartera (F_c^2) queda definido por la varianza

$$F_c^2 = \text{var} \left(\sum_{i=1}^k \bar{R}_i X_i \right) = \sum_{i=1}^k X_i^2 F_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1, j \neq i}^k X_i X_j F_{ij}$$

donde F_{ij} es la covarianza entre el título i y el título j .

El efecto diversificador sobre la cartera hace que el riesgo de ésta disminuya en comparación con el riesgo que soportan los títulos individuales. De esta forma si invertimos en cada uno de los k títulos de la cartera la misma cantidad tendremos entonces que el riesgo de la cartera será

$$F_c^2 = \sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{k} \right)^2 F_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1, j \neq i}^k \left(\frac{1}{k} \right) \left(\frac{1}{k} \right) F_{ij}$$

S))Q

o lo que es lo mismo

$$F_c^2 = \left(\frac{1}{k} \right) \sum_{i=1}^k \left[\frac{F_i^2}{k} \right] + \frac{(k-1)}{k} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1, j \neq i}^k \left[\frac{F_{ij}}{k(k-1)} \right]$$

dado que el número de covarianzas entre los k títulos de la cartera es igual a k(k-1), y los elementos entre corchetes de la expresión anterior son iguales a la media de las varianzas de los títulos y la media de las covarianzas de entre los títulos respectivamente con lo que tendremos que

$$F_c^2 = \left(\frac{1}{k} \right) \bar{F}_j^2 + \frac{k-1}{k} \bar{F}_{ij}$$

que, como se puede observar de los dos sumandos de la expresión anterior, el riesgo de la cartera disminuye a media que aumenta el número de títulos a través del efecto sobre el primer sumando; sin embargo el aumento de títulos en la cartera no implica la disminución del segundo sumando, sólo cuando existen covarianzas negativas entre los títulos podremos afirmar la disminución de éste.

5. A través de programación cuadrática obtenemos un conjunto de pares (R_c, F_c) tal que para un valor dado de R_c minimizamos F_c o para un valor dado de F_c maximizamos el valor de R_c . Este conjunto de carteras así formado es lo que forma el conjunto de Carteras Eficientes u Optimas, conjunto que queda reflejado en el gráfico (2.1) por la curva A B.

s))q

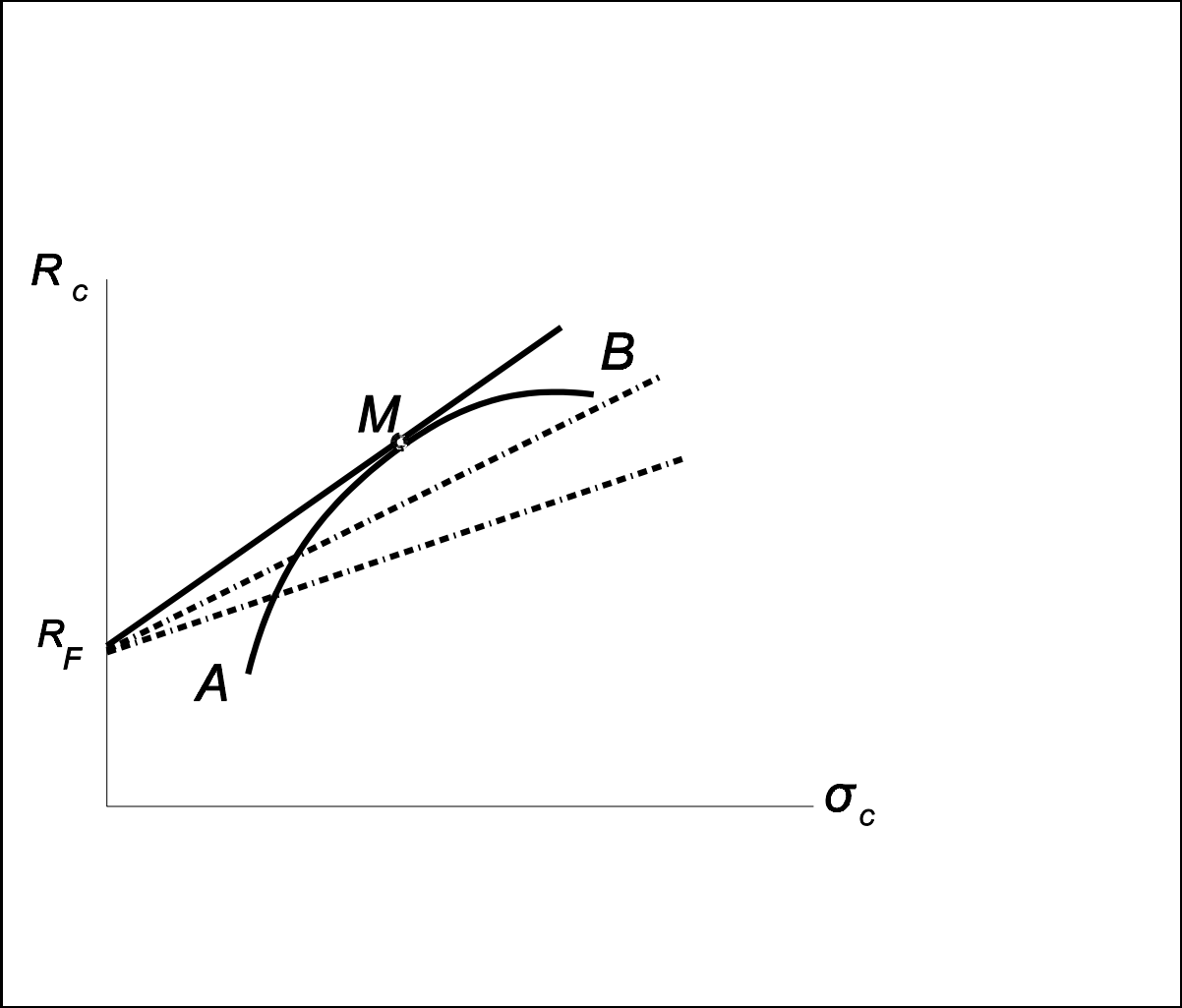


Gráfico 2.1

S))Q

Obtención de la frontera eficiente en el modelo de Markowitz

Siguiendo fundamentalmente la metodología propuesta por Elton y Gruber (1991) y considerando R_F como el rendimiento libre de riesgo del mercado, el rendimiento esperado de una cartera puede ser expresado de la forma siguiente:

$$R_c = (1-X)R_F + XR_A \quad (2.1)$$

donde X representa la proporción del presupuesto a invertir en activos con riesgo, donde $(0 \leq X \leq 1)$ y R_A es el rendimiento esperado sujeto a riesgo.

A su vez el riesgo vendrá dado por:

$$\sigma_c^2 = [(1-X)^2\sigma_F^2 + X^2\sigma_A^2 + 2X(1-X)\sigma_A\sigma_F D_{FA}]$$

donde σ_c^2 , σ_F^2 y σ_A^2 son el riesgo (varianza) de la cartera, del rendimiento libre de riesgo y de la cartera con riesgo respectivamente, y D_{FA} el coeficiente de correlación entre el título con riesgo y sin riesgo.

Y dado que R_F no tiene riesgo ($\sigma_F^2=0$), tenemos que la raíz cuadrada del riesgo es:

$$\sigma_c = (X^2\sigma_A^2)^{1/2} = X\sigma_A$$

Resolviendo esta expresión nos queda que:

S))Q

$$X = \frac{F_c}{F_A}$$

Y sustituyendo esta expresión en la ecuación (2.1):

$$R_c = R_F + \left(\frac{R_A - R_F}{F_A} \right) F_c \quad (2.2)$$

De esta forma, la rentabilidad de la cartera será igual a la rentabilidad libre de riesgo, R_F , más la prima al riesgo medida en términos del riesgo de estos activos, multiplicado a su vez por la riesgo de la cartera.

Como se puede ver, la expresión (2.2) puede ser representada gráficamente como una recta con pendiente positiva donde R_F sería la ordenada en el origen, y F_c la variable independiente. Las posibles rectas que podríamos formar con la expresión (2.2) se pueden observar en la gráfica (2.1), la cartera eficiente será aquella que maximice la pendiente de esta recta, esto es

$$2 = \left(\frac{R_A - R_F}{F_A} \right) \quad (2.3)$$

S))Q

ya que a medida que la pendiente aumenta para un mismo riesgo se obtiene mayor rentabilidad o para una misma rentabilidad se obtiene un menor riesgo. Esta recta coincide con la recta tangente a la curva AB en el gráfico (2.1), ya que como se definió, esta curva representa todos los puntos donde se encuentran las carteras óptimas en las diferentes combinaciones posibles entre rentabilidad y riesgo de la cartera. Este problema de maximización estará sujeto al presupuesto del inversor:

$$\sum_{i=1}^k X_i = 1 \quad (2.4)$$

La ecuación (2.3) la podemos expresar como:

$$\sigma^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^k X_i (\bar{R}_i - R_F) \right)^2}{\left[\sum_{i=1}^k X_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^k \sum_{j=1, j \neq i}^k X_i X_j \sigma_{ij} \right]^{1/2}}$$

Donde ya tenemos en cuenta la restricción (2.4) al considerar que

$$R_F = \sum_{i=1}^k X_i R_F \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^k X_i = 1$$

Por tanto, el valor máximo de la pendiente será un problema de maximización típico donde tendremos que resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

S))Q

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dX_1} &= 0 \\ \frac{d^2}{dX_2} &= 0 \\ &\vdots \\ \frac{d^2}{dX_i} &= 0 \\ &\vdots \\ \frac{d^2}{dX_k} &= 0 \end{aligned}$$

Como sabemos, la derivada de un producto

$$F_1(X) \cdot F_2(X)$$

queda determinada por:

$$[F_1(X)] \frac{dF_2(X)}{dX} + [F_2(X)] \frac{dF_1(X)}{dX} \quad (2.5)$$

Donde en nuestro caso

$$\begin{aligned} F_1(X) &= \sum_{i=1}^k X_i (\bar{R}_i + R_F) \\ F_2(X) &= \left[\sum_{i=1}^k X_i^2 F_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1, j \neq i}^k X_i X_j F_{ij} \right]^{1/2} \end{aligned}$$

$$\frac{dF_1(X)}{dX_i}, \bar{R}_i \& R_F$$

Sustituyendo en la ecuación (2.5):

Multiplicando la expresión anterior por

nos queda

S))Q

$$\frac{d^2}{dX_i} = \& \left[\frac{\sum_{i=1}^k X_i (\bar{R}_i \& R_F)}{\sum_{i=1}^k X_i^2 F_i^2 \% \sum_{i=1}^k \sum_{j=1; j \neq i}^k X_i X_j F_{ij}} \right] \left[X_i F_i^2 \% \sum_{j=1; j \neq i}^k X_j F_{kj} \right] \% [\bar{R}_i \& R_F] = 0$$

Y definiendo

$$8 = \frac{\sum_{i=1}^k X_i (\bar{R}_i \& R_F)}{\sum_{i=1}^k X_i^2 F_i^2 \% \sum_{i=1}^k \sum_{j=1; j \neq i}^k X_i X_j F_{ij}} \quad (2.6)$$

tenemos que:

$$\frac{d^2}{dX_i} = \& \left[8 X_i F_i^2 \% \sum_{j=1; j \neq i}^k 8 X_j F_{ij} \right] \% (\bar{R}_i \& R_F) = 0$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{d^2}{dX_i} = \& (8 X_1 F_{1i} \% 8 X_2 F_{2i} \% \dots \% 8 X_i F_i^2 \% \dots \% 8 X_k F_{ki}) \% \bar{R}_i \& R_F = 0$$

Asimismo, si sustituimos

s))Q

$$Z_i = 8X_i \quad (2.7)$$

siendo Z_i , por tanto, proporcional a la inversión que realicemos en cada título. Y resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones y obteniendo Z_i , podremos calcular los distintos valores X_i .

$$\begin{aligned} \bar{R}_1 &+ R_F = Z_1 F_1^2 + Z_2 F_{12} + \dots + Z_k F_{1k} \\ \bar{R}_2 &+ R_F = Z_1 F_{12} + Z_2 F_2^2 + \dots + Z_k F_{2k} \\ &\vdots \\ \bar{R}_k &+ R_F = Z_1 F_{1k} + Z_2 F_{2k} + \dots + Z_k F_k^2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Dando diferentes valores a R_F y maximizando para cada uno de ellos podremos finalmente obtener la frontera eficiente. En este caso en concreto, la venta al descubierto queda como estrategia posible en la formación de la cartera al tener como única restricción la presupuestaria.

S))Q

2.3.2.- Diversificación en el modelo de Sharpe

Como características fundamentales del modelo de Sharpe podemos destacar:

1.- Relaciona la rentabilidad de cada título (variable dependiente) con la rentabilidad del índice del mercado (variable independiente) a través de una regresión simple entre ambas variables, consiguiendo simplificar el modelo de Markowitz al reducir el número de datos necesarios para la obtención de las carteras eficientes, relacionando los títulos no a través del cálculo de sus covarianzas respectivas sino a través de su relación con el índice de mercado. Así, la rentabilidad del título i en el momento t viene dado por

$$R_{it} = a_i + b_i R_{mt} + O_{it} \quad (2.9)$$

donde R_{mt} y O_{it} son la rentabilidad del mercado y el término de error en el momento t respectivamente, a_i es el término independiente de la regresión, y b_i la pendiente de la recta (la beta del modelo).

2.- A su vez, el modelo diferencia en el título dos tipos de riesgos, el específico (medido por la varianza de O_{it}) el cual puede ser eliminado a través de la diversificación y el sistemático, medido por la beta de la regresión entre el rendimiento del título y del índice del mercado. Formalmente el riesgo del título i quedaría expresado por tanto como:

$$F_i^2 = b_i^2 F_m^2 + F_{O_i}^2 \quad (2.10)$$

Para este modelo, la rentabilidad esperada de la cartera quedaría definida por:

$$\overline{R}_c = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k X_i a_i \% \overline{R}_m = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k X_i b_i$$

$$\begin{aligned} a_c &= \sum_{i=1}^k X_i a_i \\ b_c &= \sum_{i=1}^k X_i b_i \end{aligned} \quad (2.11)$$
$$COV(0_i, 0_j) = 0 \quad (2.12)$$
$$F_C^2 \cdot \left(\sum_{i=1}^k x_i b_i \right)^2 = F_m^2 \sum_{i=1}^k x_i^2 F_{0_i}^2$$

S))Q

y como

$$F_{i,j} = b_i b_j F_m^2 \quad (2.13)$$

respectivamente.

Es en el segundo miembro de la varianza de la cartera, F_{0i} , en donde se puede apreciar el efecto diversificador que se produce a la hora de aumentar el número de títulos en la cartera. En una cartera con igual ponderación para cada título y por tanto, $X_i = 1/k$, y considerando un valor $T = F_{0i}$ para todo i , podemos ver que la varianza residual de la cartera tiende a cero cuando k aumenta

$$F_{0c}^2 = \sum_{i=1}^k X_i^2 F_{0i}^2 = \frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^k F_{0i}^2 \approx \frac{T}{k} \rightarrow 0 \quad (2.14)$$

Obtención de la frontera eficiente en el modelo de Sharpe

Siguiendo la metodología seguida por Elton y Gruber (1991), el procedimiento para la obtención de la frontera eficiente consiste en introducir la definición del riesgo del título y de la cartera del modelo de Sharpe en las formulaciones que ya habíamos obtenido para el caso

$$\bar{R}_i \& R_F \cdot \sum_{j=1}^k Z_j F_{ij}^2 \quad (i = 1, 2, \dots, k)$$
$$\overline{R_i} \& R_F \vdash Z_i (b_i^2 F_m^2 \% F_{0_i}^2) \% \prod_{j:1; j \neq i}^k Z_j b_i b_j F_m^2 \quad (i = 1, 2, \dots, k)$$
$$\overline{R_i} \& R_F = \sum_{j=1}^k F_{0_i}^2 \% \sum_{j=1}^k b_i b_j F_m^2 \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (2.15)$$
$$Z_i \leq \frac{\bar{R}_i + R_F}{F_{0_i}^2} + \sum_{j=1}^k \frac{b_i F_m^2}{F_{0_i}^2} Z_j b_j \quad (i = 1, 2, \dots, k)$$

43

$$Z_i \quad , \quad \frac{b_i}{F_{0_i}^2} \left[\frac{\bar{R}_i \& R_F}{b_i} \& F_{m_j}^2 \right]_1^k Z_j b_j \quad (2.16)$$

Viendo la expresión anterior y suponiendo un b_i positivo, hipótesis apoyada por los diferentes trabajos empíricos realizados, lo que también hemos confirmado en este trabajo, será el signo de la expresión entre corchetes el que nos determinará si la posición en el título i será en descubierto o no. Sin embargo, a partir de esta expresión nos sería imposible determinar el valor de Z_i dado que los valores de Z_j , o sea, el valor proporcional de cada uno del resto de los títulos, no es conocido a priori. Para solucionar este problema multiplicamos cada miembro de la ecuación (2.16) por b_i y sumamos las k ecuaciones, de tal forma que:

$$\prod_{j=1}^k Z_j b_j \cdot \prod_{j=1}^k \frac{(\bar{R}_j + R_F) b_j}{F_{0_j}^2} \& F_m^2 \prod_{j=1}^k \frac{b_j^2}{F_{0_j}^2} \prod_{j=1}^k Z_j b_j$$

con lo que

$$Z_j b_j \cdot \frac{\frac{k}{j+1} \frac{(\bar{R}_j + R_F) b_j}{F_{0j}^2}}{1\% F_{mj}^2 \frac{k}{j+1} \frac{b_j^2}{F_{0i}^2}}$$

S))Q

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (2.16), podremos obtener el valor de Z_i , tal que

$$Z_i = \frac{b_i}{F_{0i}^2} \left[\frac{\bar{R}_i & R_F}{b_i} + \frac{F_{mj}^2 \frac{(\bar{R}_j & R_F) b_j}{F_{0j}^2}}{1\% F_{mj}^2 \frac{b_j^2}{F_{0j}^2}} \right] \quad (2.17)$$

Otra forma de expresar Z_i , una vez determinada la cartera óptima sería la siguiente. Volviendo a la ecuación (2.16) y recordando el apartado anterior donde calculábamos la frontera eficiente para el modelo de Markowitz y, más concretamente, la ecuación (2.6) en la que realizábamos la sustitución tal que:

$$8 = \frac{\bar{R}_c & R_F}{F_c^2}$$

al tiempo que según la ecuación (2.7) definíamos que $Z_j = 8X_j$ y, por tanto,

$$Z_j = \frac{\bar{R}_c & R_F}{F_c^2} X_j$$

S))Q

así la ecuación (2.16) puede ser representada tal que:

$$Z_i = \frac{b_i}{F_{0i}^2} \left[\frac{\bar{R}_i - R_F}{b_i} F_m^2 \sum_{j=1}^N \frac{\bar{R}_c - R_F}{F_c^2} X_j b_j \right]$$

y dado que (según ecuación (2.11))

$$\sum_{j=1}^k X_j b_j$$

es la beta de la cartera b_c , tendremos que

$$Z_i = \frac{b_i}{F_{0i}^2} \left[\frac{\bar{R}_i - R_F}{b_i} F_m^2 + (\bar{R}_c - R_F) b_c \frac{F_m^2}{F_c^2} \right]$$

Si multiplicamos ambos miembros de la ecuación por b_i y dado que la covarianza entre la rentabilidad del título i y la rentabilidad de la cartera ($\text{cov}(R_i, R_c)$) queda definida por $b_i b_c F_m^2$

según el modelo de Sharpe, tendremos que

$$Z_i = \frac{b_i}{F_{0i}^2} \left[\frac{\bar{R}_i - R_F}{b_i} F_m^2 + (\bar{R}_c - R_F) \frac{\text{cov}(R_i, R_c)}{F_c^2} \frac{1}{b_i} \right]$$

S))Q

y dado que la covarianza del rendimiento del título con el rendimiento de la cartera, dividido por la varianza del rendimiento de la cartera sería el parámetro beta entre ellos en una regresión donde el rendimiento de la cartera actuaría como variable independiente y el del título como dependiente, tendremos que

$$Z_i = \frac{1}{F_{0_i}^2} [\bar{R}_i & R_F \text{ & } b_{ic} (\bar{R}_c & R_F)]$$

De esta expresión podemos concluir que un determinado título i entrará a formar parte de la cartera toda vez que:

$$(\bar{R}_i & R_F) > b_{ic} (\bar{R}_c & R_F)$$

o sea, siempre que la prima de riesgo del título i sea superior a la prima de riesgo de la cartera óptima multiplicado por b_{ic} , será conveniente la entrada del título en ésta. De esta forma, cuando la rentabilidad del título y de la cartera sean independientes, la entrada de éste en la cartera estará garantizada siempre y cuando la prima de riesgo del título sea positiva. Sin embargo, a medida que la relación entre la rentabilidad del título y la cartera aumente (medida en términos de b_{ic}) menos posibilidad habrá de que éste entre, salvo que la prima de riesgo del mismo sea lo suficientemente grande como para compensar este hecho.

Se prohíbe la venta a descubierto

S))Q

Como en el caso del modelo de Markowitz, los valores de Z_i para el modelo de Sharpe (2.16) tanto pueden ser positivos como negativos y, por tanto, la solución nos da la posibilidad de posicionarnos en los títulos en descubierto o no. Sin embargo, esto puede que no sea posible en determinadas ocasiones. Así, si nuestro objetivo es formar una cartera sin la posibilidad de tener en ella títulos a corto o al descubierto tendremos que introducir una nueva restricción en la programación del problema, de tal forma que $Z_i \geq 0$. Para ello se introducen en el análisis las siguientes restricciones que nos aseguran se cumplan las condiciones de Kuhn-Tucker para la maximización de una función², estas son:

1. $\frac{d^2}{dX_i} \% M_i \leq 0$
2. $X_i M_i \leq 0$
3. $X_i \geq 0$
4. $M_i \geq 0$

o lo que es lo mismo para el modelo de Sharpe según (2.15)

1. $\bar{R}_i - R_F \leq Z_i F_{0i}^2 \% b_i F_{mj}^2 \sum_{j=1}^k Z_j b_j \& M_i$
 2. $Z_i M_i \leq 0$
 3. $Z_i \geq 0$
 4. $M_i \geq 0$
- (2.18)

² Existen otras condiciones que debe cumplir la derivada primera para obtener el óptimo, pero en problemas de carteras esta condición no influye y por tanto en este caso son ignoradas. Para un mayor detalle, Elton y Gruber (1991).

S))Q

Para solucionar este problema nos será de ayuda tener presente tal y como habíamos visto para el caso en que era posible la venta al descubierto, el valor de Z_i venía dado por la expresión (2.17) que deducimos a partir de (2.16) donde podíamos ver que bajo el supuesto de que $b_i > 0$ el signo de Z_i venía determinado por el signo de la expresión dentro del corchete. De esta forma, si fuese posible conseguir determinar a partir de esta expresión qué grupo de títulos tendrán valores positivos y cuáles negativos en la formación de todas las carteras posibles y, observando al mismo tiempo el valor de la rentabilidad y riesgo de cada uno de ellas, nos sería posible determinar la cartera óptima, asegurando el cumplimiento de las restricciones para la solución deseada. Pero este procedimiento sería muy tedioso. Sin embargo, si tuviéramos un criterio para determinar la preferencia para que un determinado título entre o no a formar parte de la cartera óptima podríamos simplificar los cálculos. Este criterio se puede obtener gracias al ratio entre la prima al riesgo y el beta del título

$$\frac{(R_i - R_F)}{b_i} \quad (2.19)$$

de tal forma que si un determinado título entra a formar parte de la cartera óptima, cualquier otro título cuyo ratio sea mayor al de éste formará parte de la cartera también. Por tanto, a partir de este criterio seremos capaces de relacionar los títulos de mayor a menor preferencia frente a la cartera óptima, y determinar el título a partir del cual todos los títulos por encima de éste entrarán en la cartera óptima y por debajo de éste no entrarán. Este punto de corte es el llamado Cut-off Rate por Elton y Gruber (1991).

S))Q

Veamos este procedimiento más concretamente. Si ordenamos los títulos según el valor de (2.19) de mayor a menor y formamos carteras consecutivamente de la siguiente forma: la primera cartera sólo estará formada por el primer título, la segunda cartera la formarán el primer y segundo títulos y así sucesivamente y siguiendo este procedimiento siempre y cuando los Z_i de (2.17) para cada uno de estos pasos sean mayores que cero, tendremos carteras que cumplirán la restricciones de (2.18). Estas son: la tercera, la primera sin holgura, y por tanto la segunda, y la cuarta. Sin embargo, en el momento en que se añade un título s en esta secuencia que haga que $Z_s < 0$ pararemos el proceso y tendremos la seguridad de que ningún título a partir de s de los que aún faltaban por entrar iban a formar parte de la cartera, toda vez que la ordenación realizada a partir de (2.19) hace esto imposible, tal y como podemos ver en (2.16). A partir de este momento tendremos que los Z_i se igualarán a cero y por tanto $M_i > 0$, cumpliéndose de nuevo las 4 restricciones.

Una vez determinados los títulos que formarán parte de la cartera óptima y cuales no, sólo nos queda calcular la proporción X_i que se invertirá en cada título, que al igual que para el caso del modelo de Markowitz, será

$$X_i = \frac{Z_i}{\sum_{j=1}^J Z_j}$$

S))Q

¿Funciona siempre el modelo de Sharpe?

Como ya apuntábamos anteriormente, la introducción del modelo de Sharpe nos permite la simplificación del modelo de Markowitz del tal forma que mientras en este modelo los parámetros a estimar serían las k medias y varianzas más las $k(k-1)/2$ covarianzas, con un total de parámetros a estimar, por tanto, de $k(k+3)/2$.

En el modelo de Sharpe los parámetros a estimar serían los k términos independientes y las k pendientes de las rectas de regresión más las k varianzas y media y varianza del índice del mercado, lo que hace un total de $3k+2$ parámetros a estimar. Sin embargo, esta simplificación es posible siempre y cuando la covarianza entre los errores de las regresiones de cada título con el índice sea igual a cero, ya que, si esto no es así y hallamos la varianza residual a partir de la suma ponderada³ de la diagonal de la matriz de covarianzas entre los errores estaremos infraestimándola si realmente la matriz de covarianzas tiene valores positivos fuera de la diagonal o sobreestimándola si los valores fuera de la diagonal son negativos.

Sin embargo, suponer que no hay otras variables más allá del índice del mercado capaces de añadir información adicional para la explicación de las rentabilidades de más de un determinado título es un supuesto muy restrictivo. De hecho, trabajos como el de Black, Jensen y Scholes (1972) ponen de manifiesto aspectos interesantes sobre esta cuestión. En su trabajo forman diez carteras a lo largo del tiempo, con datos mensuales a partir inicialmente de los títulos que componen el NYSE desde 1926 a 1930. El procedimiento para el cálculo de las carteras consiste en; ordenar los títulos de mayor a menor beta en deciles y constituyendo cada

³ Ponderada en función de la cantidad que se invierte en cada título.

S))Q

uno de ellos una cartera, para posteriormente ir añadiendo el siguiente año y eliminando el primero, de tal forma que el rendimiento y las betas siempre son calculadas en base a los datos mensuales de cinco años, procedimiento que se realiza hasta 1965. Posteriormente, entre otros cálculos se determina el coeficiente de determinación para la regresión entre la rentabilidad de estas carteras como variable dependiente y la rentabilidad del índice NYSE como variable independiente, llegando al resultado de que aquellas carteras con las betas más grandes y más pequeñas (o sea las de mayor y menor riesgo) no eliminan el riesgo específico como cabría esperar, toda vez que sus respectivos coeficientes de determinación se alejan de uno. Esto lleva a suponer covarianzas entre los errores O_i O_j distintas de cero para todo i y j ($i \neq j$) dentro de estas carteras, ya que el número de títulos que en cada cartera interviene debería hacer que la varianza residual de las carteras tienda a cero tal y como se vio en (2.14), lo que no ocurre para las carteras construidas. Este trabajo pone en duda, al menos para un determinado grupo de carteras, el hecho de que el riesgo específico de cada título es explicado por causas que sólo a éste afectan. Sin embargo, para la gran mayoría de las carteras cuyas betas se aproximan a uno, el coeficiente de determinación es muy próximo a la unidad, lo que concuerda con la hipótesis del modelo. Hemos de tener en cuenta qué aspectos específicos como por ejemplo, el incremento de un determinado coste para una industria, afectará a todos los títulos de ésta, aunque el efecto sobre el índice pueda ser mínimo o inexistente. Además, en el mercado americano las carteras con betas más extremas suelen estar formadas por títulos pertenecientes a las mismas industrias, tanto para sectores conservadores con betas pequeñas, como para sectores más innovadores con betas altas (compañías aéreas, aeroespaciales, etc.). Por tanto, es muy importante tener en todo momento presente que las varianzas obtenidas en el modelo

S))Q

del índice son sólo una aproximación a la verdadera varianza que usamos para conseguir una simplificación notable a la hora de determinar la relaciones entre los diferentes títulos.

Otro aspecto a tener en cuenta en el contexto en que nos movemos, sería determinar si las betas son estables a lo largo del tiempo. Blume (1971,1975) realiza un estudio sobre esta cuestión llegando a la conclusión de que la estimación de beta mejora sensiblemente cuando tenemos en cuenta la tendencia que ésta ofrece a lo largo del tiempo en relación al período anterior. De esta forma, el predictor de beta para el período $t+1$ vendrá dado por:

$$b_{i,t+1} = a_{i0} + a_{i1} \beta_{it}$$

Blume señala que ajustando la beta de esta forma se obtiene un menor error cuadrático de predicción que para el caso en que no se produzca el ajuste. Se han utilizado otras formas de ajustar la beta como, por ejemplo, la introducción de otras variables explicativas para obtener su valor, (tamaño de la sociedad, etc.)

$$b_{i,t+1} = a_{i0} + a_{i1} \beta_{it} + a_{i3} n_i$$

donde n_i es el tamaño de la sociedad i .

S))Q

2.4.- El CAPM (*Capital Asset Pricing Model*)

Un aspecto importante en la utilización de criterios de diversificación en la formación de carteras y evaluación de estas bajo el binomio rentabilidad-riesgo, tal y como hemos visto en los modelos de Markowitz y de Sharpe, es que los mismos quedan enmarcados dentro de la teoría de equilibrio del Mercado de Capitales denominada CAPM, la cual explica, desde un punto de vista teórico, la relación entre el precio de los títulos y su riesgo. De esta forma, la utilización de estos métodos de diversificación para la formación de carteras implican algo más que la mera utilización de unas técnicas de programación.

Para nuestro propósito, y dado el respaldo que el CAPM puede dar conceptualmente a la definición del escenario hipotético en que nos movemos dentro del mercado de capitales, nos fundamentaremos en sus hipótesis e instrumental conceptual. Por ello, a continuación destacaremos los aspectos más relevantes de esta teoría para nuestros propósitos.

La formulación del CAPM requiere el cumplimiento de las siguientes hipótesis:

- 1.- El inversor evalúa las carteras observando los rendimientos esperados y la desviación típica de las carteras sobre el horizonte temporal de un período.
- 2.- El inversor, ante dos carteras con igual riesgo, elegirá aquella con mayor rentabilidad esperada.
- 3.- El inversor es averso al riesgo, por tanto, ante dos carteras con igual rentabilidad elegirá aquella con menor riesgo.
- 4.- Los títulos son totalmente divisibles.
- 5.- Existe un tipo de interés libre de riesgo al que el inversor puede prestar y pedir prestado.

S))Q

- 6.- No existen costes de transacción ni impuestos.
- 7.- Todos los inversores tienen el mismo y único horizonte.
- 8.- El tipo de interés libre de riesgo es el mismo para todos los inversores.
- 9.- Los inversores tienen expectativas homogéneas, o sea tienen las mismas percepciones de los rendimientos esperados, desviaciones típicas y covarianzas entre los títulos.

Bajo el cumplimiento de estas hipótesis podemos considerar sus consecuencias agregadas en el mercado. Así, si todo inversor mantiene las mismas expectativas del rendimiento, varianza de los títulos, covarianza entre ellos y se mantiene el mismo tipo R_F a la hora de prestar y pedir prestados fondos, estos formarán siempre la misma cartera con riesgo, y por tanto, la proporción de títulos de esta cartera será igual a la proporción que de estos títulos se encuentre en el mercado, Esto es lo que se denomina como la cartera del mercado.

Por tanto, bajo la hipótesis de comportamiento del CAPM para el mercado, al obtener la solución para la formación de la cartera eficiente $X_1, X_2, \dots, X_k$, ésta deberá coincidir con la proporción en que estos títulos se encuentran en el mercado. No obtener esta relación nos debe llevar a pensar en el incumplimiento de algunas de las hipótesis básicas. Hemos de tener en cuenta que si la cartera formada, cumple lo antes dicho en cuanto a que mantiene las mismas proporciones que el mercado, la serie que formaremos de la rentabilidad del índice será igual a la serie de la rentabilidad de la cartera, lo que nos llevará a que la beta del modelo de Sharpe entre esta cartera y el índice sean iguales a la unidad.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

S))Q

2.4.1.- El teorema de la separación

Este teorema fue enunciado por primera vez por Tobin (1958), y ampliado posteriormente por Sharpe (1964) y Lintner (1965), y establece que independientemente de la función de utilidad de cada uno de los inversores, la cartera con riesgo⁴ es igual para todos ellos. Sin embargo, esto no quiere decir que todos los inversores soporten el mismo riesgo, dado que éste dependerá de la proporción que del presupuesto de cada inversor se invierta en esta cartera con riesgo, única para todos los inversores, y de la proporción que se invertirá en títulos sin riesgo.

2.4.2.- Capital market line

Bajo el supuesto de que el inversor puede prestar y pedir prestado a un mismo tipo de interés libre de riesgo esta recta representa el conjunto óptimo de oportunidades de inversión. Su representación analítica será

$$\bar{R}_c = R_F + \left[\frac{\bar{R}_m - R_F}{F_m} \right] F_c \quad (2.19)$$

⁴ Entendemos aquí cartera con riesgo aquella en que todos sus títulos tienen riesgo.

S))Q

coincidente con (2.2) cuando $R_A = R_m$, dado que se entiende que en un mercado que actúe tal y como afirma el CAPM, la cartera del mercado será la cartera con riesgo óptima toda vez que ha sido formada por todos los inversores y a partir de un comportamiento homogéneo y diversificador eficiente.

2.4.3.- Security market line

La security market line queda definida como la relación lineal entre el rendimiento esperado de un determinado título (cartera) y el riesgo de éste/a, midiendo ese riesgo en términos de la beta del título (cartera) tal y como vemos en la siguiente expresión:

$$\bar{R}_i = R_F + \beta_i (\bar{R}_m - R_F)$$

alternativamente esta relación podemos sustituirla por la siguiente

$$\bar{R}_i = R_F + \beta_i \left[\frac{\bar{R}_m - R_F}{\sigma_m^2} \right] \sigma_{im} \quad (2.20)$$

S))Q

donde la beta ha sido reemplazada por el ratio de la covarianza del título (cartera) y el índice del mercado y la varianza de éste último. Cuando esta recta la definimos para la cartera óptima, estaríamos realmente en la capital market line dado que (2.19) es igual a

$$\bar{R}_i = R_F + \left[\frac{\bar{R}_m - R_F}{F_m} \right] D_{im} F_i \quad (2.21)$$

donde $D_{im} = 1$ cuando la cartera del inversor coincide con la cartera del mercado y por tanto la expresión (2.21) coincide con (2.19).

2.4.4.- Contraste del CAPM

En síntesis, contrastar el CAPM implica contrastar que la cartera del mercado se encuentra en el conjunto de carteras óptimas. Además, bajo las hipótesis del CAPM, si la cartera del mercado es eficiente existirá una relación lineal positiva entre los rendimientos esperados de los títulos y sus respectivos riesgos tal y como vimos en la security market line, Sharpe (1964). Además existirá la capital market line que nos determinará el conjunto eficiente de posibilidades de inversión cuando existe la posibilidad de prestar y pedir prestado al tipo de interés libre de riesgo. Bajo estas consideraciones generales sobre el CAPM, tanto Black, Jensen, y Scholes (1972), ya mencionados anteriormente, como Fama y McBeth (1973,1974)

S))Q

contrastan el comportamiento de los títulos que componen el NYSE desde 1926 a 1965. Estos trabajos en términos generales aceptan que el mercado se comporta como cabría esperar a partir de las predicciones del CAPM. El procedimiento para la formación de las diferentes carteras para la realización de los respectivos contrastes es el mismo que señalamos en la pag. 47 cuando hablamos del trabajo de Black et al. (1972), la única diferencia es que en el trabajo de Fama y MacBeth el número de carteras es de 20 y el rendimiento es estimado a partir de las betas obtenidas en el período anterior. En estos trabajos se detecta una relación positiva entre rentabilidad y riesgo, si bien la ordenada en el origen de la estimación de la security market line, que como sabemos, debe coincidir con el tipo libre de riesgo, o sea la rentabilidad cuando beta es igual a cero, es significativamente superior a la que realmente existía en el mercado para el período considerado. En cuanto a la relación lineal entre riesgo y rentabilidad, en ambos trabajos se determina su existencia. Fama y MacBeth (1974) contrastan esta posibilidad a través de la regresión

$$R_c = a_0 + a_1 \sigma_c + a_2 \sigma_c^2 + g_c$$

siendo el parámetro a_2 no significativo.

Otro trabajo de interés en la contrastación de los postulados defendidos por el CAPM es el de Roll (1977), quien entiende que el índice no es más que una proxy de la evolución del mercado, de tal forma que cambiando el índice utilizado se puede llegar a formaciones de carteras diferentes y, por tanto, a mediciones del riesgo también diferentes. Esto lleva a que nos sería imposible determinar la verdadera cartera del mercado y por tanto contrastar el

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

CAPM ante la imposibilidad de determinar un índice capaz de introducir todos los títulos del mercado en su sentido más amplio.

CAPITULO 3

LA MODELIZACION ECONOMETRICA DEL RIESGO

3.1.- INTRODUCCION

En el capítulo anterior se consideraba a la varianza incondicional como el mejor instrumento a la hora de evaluar el riesgo sobre la rentabilidad futura de un determinado título o cartera, al entender un comportamiento homocedástico de esta. Sin embargo, trabajos como los de Praetz (1972), Morgan (1976), Belkaoui (1977), Brenner y Smidt (1977), Brown (1977), Giocotto y Ali (1982) y Huang (1988) han puesto en duda esta hipótesis que, por otra parte, podría ser muy restrictiva sobre todo para períodos largos de tiempo. Por el contrario, autores como Fama et al. (1969) o Martin y Klemkosky (1975), llegan a la conclusión de existencia de homocedasticidad en la varianza, si bien Fama et al. llegan a este resultado a partir de una

S))Q

análisis visual del gráfico de los errores del modelo; por otro lado, el trabajo de Martin y Klemkosky ha sido puesto en cuestión por el trabajo anteriormente mencionada de Brown (1977).

Considerar la posibilidad de que la varianza de los rendimientos no sea constante en el tiempo, ha llevado a numerosos autores al estudio de sus pautas de comportamiento. De esta forma, se ha considerado la existencia de procesos para los rendimientos tales que, aunque mantengan un comportamiento estacionario en sus momentos incondicionales, sin embargo, sus momentos condicionales, y más concretamente en relación a las series financieras, el riesgo de éstas o momentos de segundo orden respecto a la media, varíen con el tiempo como consecuencia de factores tanto internos como externos al mercado, siendo un objetivo importante la modelización de este riesgo. En términos generales, los modelos que intentan explicar el comportamiento de la varianza de los rendimientos tienen como forma general la siguiente expresión

$$R_t - \mu_t \geq \sqrt{h_t} \quad (3.1)$$

donde R_t es el rendimiento en el momento t , $\geq_t$ es un proceso estandarizado y por tanto con media nula y desviación típica igual a la unidad y μ y h_t son la media y la varianza condicionada (al conjunto de información) del proceso respectivamente. Taylor (1988), atendiendo a las variables que pueden intervenir en la explicación del comportamiento de la varianza de los rendimientos (h_t de la ecuación anterior), clasifica los modelos en aquellos que hacen depender la varianza del proceso de los rendimientos pasados y los que no. Todos ellos intentan en definitiva determinar los cambios sistemáticos que sobre la varianza se pueden

S))Q

producir ante cambios en el conjunto de información. Entre las variables que más se han utilizado para la modelización de la varianza además, de los rendimientos pasados, podemos destacar el volumen de negociación, la cantidad de información que llega al mercado, el tipo de información que llega al mercado ("buena" o "mala")¹, etc.

3.2.- MODELOS DONDE LOS CAMBIOS EN LA VARIANZA NO DEPENDEN DE LOS RENDIMIENTOS PASADOS

Dentro de estos modelos se pueden distinguir aquellos donde los factores que afectan a la varianza son de carácter excepcional, y por tanto suelen ocasionar cambios bruscos sobre ésta, frente a otros modelos donde la varianza está afectada por factores más cotidianos. En el primero de estos casos estaríamos ante modelos en los que la varianza condicional cambia como consecuencia de diferentes tipos de acontecimientos políticos, económicos, etc. de gran trascendencia y efecto, pero de poca frecuencia. Por tanto, la probabilidad de que la varianza

¹ Por ejemplo en el artículo de Brown, Harlow y Tinic (1988) se estudia cómo el mercado responde de forma más contundente ante malas noticias que frente a buenas noticias.

S))Q

del proceso no cambie es elevada debido a que estos factores acontecen con poca probabilidad. Al mismo tiempo, dado que no es el mercado quien produce el acontecimiento ε_t y h_t deben ser estocásticamente independientes.

En el segundo de los casos, aquellos modelos donde los factores influyentes son más cotidianos, supondría una hipótesis más realista dado que, efectivamente, los mercados están continuamente respondiendo a información que les llega de distinta índole. Fundamentalmente, estos modelos son representados de la siguiente forma

$$R_t = \mu + \sum_{i=1}^{I_t} \hat{P}_{it} \quad \text{donde} \quad \hat{P}_{it} = P_{it} - P_{i-1,t} \quad (3.2)$$

donde el rendimiento de un determinado activo financiero para un día de cotización queda representado por los cambios de precios que en este día se han producido. Donde I_t e $\hat{P}_{it}$ son variables aleatorias, siendo I_t el n° de veces que información nueva fluye al mercado en el período t , con autocorrelación distinta de cero e independiente de $\hat{P}_{it}$.

Clark (1973) pone de manifiesto cómo efectivamente esta diferencia en la evolución de los precios depende de la información recibida por los inversores para el mercado de algodón en los Estados Unidos. En los días en que la información que reciben los inversores es poca o nula los cambios en los precios y los volúmenes de negociación son muy pequeños, mientras aquellos días en que el flujo de información recibida aumenta, el volumen de negociación y la evolución de los precios evolucionan más rápidamente. De este modo llega a la conclusión de que la variación que se produce en el precio (medido por la diferencia de precio al cuadrado)

S))Q

durante un mismo día de cotización es una variable aleatoria con una media proporcional al número medio de transacciones del día, y dada la relación positiva entre el número de transacciones y el volumen de negociación, concluye que la variabilidad del precio depende de éste último. Esta afirmación ha sido corroborada por otros trabajos como los de Cornell, B. (1981), Rogalsk, R. (1978) Ying, C.C. (1966) y Epps y Epps (1976). En este último, que igualmente estudia el comportamiento de los precios los días de cotización, llega a la conclusión de la existencia de una relación positiva entre el grado de desacuerdo de los inversores a la hora de formar sus precios ante la llegada de nueva información al mercado y el grado de variabilidad en los precios. Y dada la relación positiva entre este grado de desacuerdo y el volumen de negociación, finalmente resalta al igual que Clark (1973) la relación entre el volumen de negociación y la amplitud en el cambio en los precios de los activos. Otro trabajo donde la relación cambio en precios-volumen de negociación es analizada es el de Tauchen y Pitts (1983), en cierta medida síntesis de los dos anteriores, el de Clark (1973) y el de Epps y Epps (1976). En este trabajo los autores derivan la distribución conjunta de probabilidad del cambio de precios y el volumen de negociación. Así, consideran el volumen de negociación de la misma forma que anteriormente consideramos el rendimiento de un activo (3.2) tal que:

$$V_t \sim \mu_v \cdot \sum_{i=1}^{I_t} V_{it}$$

S))Q

donde V_t será el volumen de negociación de un título un determinado día de cotización t , y v_{it} y μ_v son los diferentes volúmenes de negociación que se producen ante la llegada de nueva información en ese mismo día y la media del proceso respectivamente. Entonces, si consideramos que v_{it} e $\hat{E}P_{it}$ son variables independientes e idénticamente distribuidas como una $N(\mu_v, F_v^2)$ y una $N(0, F_{\hat{E}P}^2)$ respectivamente, tendremos que:

$$R_t - N(\mu, F_{\hat{E}P}^2 I_t) \quad y \quad V_t - N(\mu_v I_t, F_v^2 I_t) \quad (3.3)$$

Finalmente estos autores consideran que la varianza de las rentabilidades depende de tres factores: (1) el índice medio de flujo de información que llega al mercado; (2) el grado en que los inversores difieren de sus repuestas ante la llegada de nueva información y (3) el número de inversores en el mercado, centrando su estudio en este último factor y, entendiendo como constantes los dos primeros.

S))Q

3.3.- MODELOS DONDE LOS CAMBIOS EN LA VARIANZA DEPENDEN DE LOS RENDIMIENTOS PASADOS. MODELOS ARCH(p)

Estos modelos fundamentalmente están constituidos por los que en la literatura econométrica se conocen como modelos ARCH (heterocedasticidad condicionada autorregresiva). Su origen lo encontramos en el trabajo pionero de Engle (1982). Según Bera e Higgins (1993) es, a partir de este trabajo de Engle, cuando se puede hablar de la existencia de un modelo formal capaz de introducir el efecto de la variabilidad de la varianza en el estudio de series financieras y económicas. Anteriormente, como por ejemplo Klein (1977), se habían utilizado fundamentalmente métodos informales ante la evidencia de la variabilidad de la varianza que presentaban muchas series. En estos modelos es importante distinguir el concepto de varianza incondicional, usualmente utilizados como medida del riesgo en los modelos clásicos de cartera, frente al de varianza condicional que depende del conjunto de información en el momento $t-1$.

Formalmente un modelo ARCH de orden p (ARCH(p)) se puede definir a partir de la ecuación (3.1). Basándonos en (3.3) podemos escribir

$$R_t = \mu + \varepsilon_t \sqrt{h_t} \quad \text{donde} \quad \varepsilon_t \sim N(0, 1) \text{ i.i.d.}$$

donde, usando la terminología ARCH, la desviación típica condicional del proceso, $\sqrt{h_t}$ siempre que I_t sea no constante queda definida por:

$$\sqrt{h_t} = \sqrt{\omega + \alpha_1 R_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p R_{t-p}^2}$$

S))Q

la cual se hace depender de los rendimientos pasados a través de la expresión

$$h_t = \sigma_0^2 + \sum_{i=1}^p \sigma_i^2 R_{t-i}^2 \quad (3.4)$$

Como se puede ver, h_t se obtiene en el momento $t-1$, de tal forma que

$$h_t = f(R_{t-1}) \quad \text{donde } R_{t-1} = (R_{t-1}, R_{t-2}, \dots, R_{t-p}) \quad (3.5)$$

donde σ es el vector de parámetros (σ_0, σ_i) (con σ_0 y $\sigma_i \geq 0$ para garantizar que la varianza condicional sea positiva). Por tanto, a diferencia de los modelos donde la varianza no dependía de los valores pasados de los rendimientos, donde debíamos esperar a la realización de las variables explicativas en el momento t para conocer el valor de h_t , en estos modelos podemos estimar el valor de la varianza condicional en el momento $t-1$. Otra característica a destacar para estos modelos es que sus parámetros pueden ser estimados aplicando máxima verosimilitud a partir de los datos de rendimientos pasados. Si la función de densidad del rendimiento i es $f(R_i/h_i)$, entonces su función de densidad conjunta a maximizar será $f(R_1/h_1) f(R_2/h_2) \dots f(R_N/h_N)$, cuando $R_1, \dots, R_N$ son independientes.

Estos modelos han sido utilizados ampliamente en los últimos años, si bien, tal y como indican Bera y Higgins (1993) los desarrollos teóricos de los mismos han ido más despacio.

S))Q

Siguiendo fundamentalmente a Engle (1982), la utilización de este tipo de modelos podemos justificarla en base a:

- 1.- La evidencia empírica para muchos modelos econométricos donde la habilidad de predicción de un período a otro varía considerablemente.
- 2.- La presencia de agrupamientos de errores de similar magnitud a intervalos en determinadas series como por ejemplo en muchas financieras. Agrupamientos que se manifiestan más allá de una consideración puramente aleatoria. De este fenómeno, tenemos referencias para gran parte de las series financieras estudiadas en el trabajo de Mandelbrot (1963 a,b).
- 3.- Variables como rentabilidad y riesgo utilizadas en los principales modelos teóricos en el campo de las finanzas, mantienen relaciones difíciles de modelizar a partir de modelos clásicos que asumen automáticamente la constancia de la varianza. Normalmente se han utilizado variables exógenas para explicar las causas de los cambios en ésta, sin tener en cuenta que tanto la media como la varianza condicionada pueden cambiar conjuntamente en el tiempo.
- 4.- Hemos de tener en cuenta que la especificación errónea de determinados modelos puede ocasionar efecto ARCH en las perturbaciones. Así, introducir efectos ARCH nos proporcionaría un mayor acercamiento a la realidad que intentamos modelizar. En cualquier caso, obviamente, encontrar las variables no introducidas en el modelo, o determinar el posible cambio estructural sería la solución ideal. En este sentido, Huang (1988) utilizando los contrastes de White (1980) y Hausmann (1978) elabora una metodología para diferenciar la existencia de heterocedasticidad frente a la posibilidad de subespecificación del modelo.

S))Q

3.3.1.- Momentos incondicionales²

Para la obtención de los momentos incondicionales nos es de gran ayuda la utilización de la Ley de Expectativas Iterativas (Law of Iterated Expectations)³ la cual nos permite relacionar los momentos incondicionales con los condicionales de tal forma que, por ejemplo, podemos poner el primer momento incondicional de R_t relacionado con su primer momento condicional como

$$E[R_t] = E[E[R_t/R_{t-1}]]$$

La varianza incondicional del proceso para $p=1$ quedaría definida por

$$E[R_t^2] = E[h_t] + \frac{\sigma^2}{1-\sigma^2}$$

dado que

$$E[h_t] = E[h_{t+i}], \quad i \geq 0$$

² En los desarrollos siguientes consideramos $\mu=0$ con el objeto de simplificarlos.

³ Para más detalles Bera y Higgins (1993).

S))Q

bajo el supuesto de estacionariedad. De tal forma que:

- Si $\alpha_1 < 1$ el proceso tendrá varianza finita.
- Si $\alpha_1 > 1$ entonces el proceso no será estacionario.
- Si $\alpha_1 = 0$ entonces R_t se distribuirá como una normal $(0, \sigma_0^2)$

Por tanto, para que el proceso sea débilmente estacionario se debe cumplir que $0 < \alpha_1 < 1$.

Si generalizamos para p , el momento incondicional de orden dos será

$$E[R_t^2] = E[h_t^2] = \frac{\sigma_0^2}{1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i^2}$$

donde las consideraciones hechas anteriormente para α_1 se hacen ahora para el sumatorio de α_i^2 .

Dada la simetría del proceso, los momentos de orden impar serán nulos. El momento de orden cuatro para un proceso ARCH(1) se puede obtener de la siguiente manera:

$$E[R_t^4] = E[h_t^4] = 3E[h_t^2]^2 \quad (3.6)$$

y dado que, para $p=1$,

$$h_t^2 = (\sigma_0^2 + \alpha_1 R_{t-1}^2)^2 = \sigma_0^4 + 2\sigma_0^2 \alpha_1 R_{t-1}^2 + \alpha_1^2 R_{t-1}^4$$

S))Q

entonces tomando esperanza a ambos lados

$$E[h_t^2] = \frac{\sigma_0^2}{1-\sigma_1^2} E[R_{t+1}^4] + \frac{\sigma_0^2}{1-\sigma_1^2} E[R_{t+1}^2]$$

y bajo el supuesto de estacionariedad

$$E[R_{t+1}^4] = E[R_t^4] = 3E[h_t^2] \quad \text{y} \quad E[R_{t+1}^2] = E[R_t^2] = E[h_t] = \frac{\sigma_0^2}{1-\sigma_1^2}$$

por tanto

$$E[h_t^2] = \frac{\sigma_0^2}{1-\sigma_1^2} 3E[h_t^2] + \frac{\sigma_0^2}{1-\sigma_1^2}$$

$$E[h_t^2] = \frac{\sigma_0^2(1-\sigma_1^2)}{(1-\sigma_1^2)(1-3\sigma_1^2)}$$

$$E[h_t^2] = \frac{\sigma_0^2}{(1-\sigma_1^2)^2} \frac{1-\sigma_1^2}{1-3\sigma_1^2}$$

donde el primer factor coincide con el cuadrado de la varianza de R_t . Finalmente, multiplicando $E[h_t^2]$ por 3 como en (3.6), tenemos el momento de orden 4 de R_t tal que

S))Q

$$E[R_t^4] = 3E[R_t^2]^2 \frac{1 + \sigma_1^2}{1 + 3\sigma_1^2} \quad (3.7)$$

donde se requiere que $3\sigma_1^2 < 1$ para que este momento exista.

Un aspecto interesante de los modelos ARCH, es el hecho de que estos no necesitan de la existencia de sus momentos incondicionales para parametrizar el proceso, admitiendo incluso varianzas infinitas, lo que concuerda con la afirmación de Mandelbrot (1963b) donde pone en duda la existencia de la varianza para determinados procesos generadores de series de carácter financiero.

S))Q

3.3.2.- Cumplimiento de las hipótesis básicas sobre el comportamiento de los rendimientos de los valores en los modelos ARCH

En el capítulo 1 destacábamos aspectos tan importantes para el estudio de los mercados de valores como la eficiencia de estos y las hipótesis básicas que sobre el comportamiento de los rendimientos de los valores considerábamos como apropiados a la vista de la mayoría de los trabajos empíricos que sobre los mismos se han venido realizando. En este apartado veremos cómo los modelos ARCH se acomodan a estos planteamientos iniciales.

Eficiencia del mercado

Hemos de tener presente que aunque los modelos ARCH parametrizan el proceso a partir de la información pasada de los rendimientos, esto no invalida la hipótesis de eficiencia del mercado tal y como se definió en el capítulo 1, toda vez que en estos procesos la esperanza incondicional de los rendimientos coincide con la condicional. Así, si consideramos un proceso ARCH tal que

$$R_t = \epsilon_t \sqrt{h_t} \quad \text{donde } \epsilon_t \sim N(0, 1) \text{ i.i.d.} \quad (3.8)$$

donde, como ya se definió, h_t depende de los rendimientos pasados y del vector de

S))Q

parámetros " (3.5) con lo que

$$E[R_t/R_{t+1}] = E[R_t] = E[E[R_t/R_{t+1}]] = E[\sqrt{h_t} E[>_t]] = 0$$

que coincide con la ecuación (1.1) del capítulo 1 donde definíamos la eficiencia del mercado.

Comportamiento leptocúrtico

Como consecuencia del agrupamiento a intervalos de valores pequeños y grandes en la mayoría de las series financieras, una de las características más comúnmente detectadas en las mismas es la elevada curtosis de la distribuciones de los rendimientos.⁴ Así por ejemplo, Mandelbrot (1963a) entiende que este incumplimiento del Teorema Central del Límite se debe a que las varianzas de los efectos individuales que producen variación en el precio no son finitas, aunque sean independientes. Por el contrario, Clark (1973) defiende que el número de efectos que producen estos cambios son procesos estocásticos subordinados con el resultado de rendimientos leptocúrticos. Para un modelo ARCH (3.8) la varianza del proceso es igual a $E[h_t]$

$$E[R_t^2] = E[E[R_t^2/R_{t+1}]] = E[h_t E[>_t^2]] = E[h_t]$$

⁴ Trabajos como los de Kendall (1953), Epps y Epps (1976) y Tauchen y Pitts (1983) lo ponen de manifiesto.

S))Q

por tanto, la curtosis del mismo será:

$$k = \frac{E[R_t^4]}{E[R_t^2]^2} = \frac{E[h_t^2 \epsilon_t^4]}{E[h_t^2]^2} = \frac{3E[h_t^2]}{E[h_t^2]^2}$$

y dado que $E[h_t^2] > E[h_t]^2$, entonces $k > 3$. Así los modelos ARCH responden a la evidencia empírica de distribuciones de rendimientos financieros con colas más amplias que las normales.

A esta conclusión podemos llegar igualmente a partir de (3.7) siempre que ϵ_1 sea distinto de cero, dado que en este caso el segundo factor de la derecha será siempre mayor que uno. En cualquier caso, dado que trabajamos con una distribución normal condicionada, la curtosis de ésta, independientemente de la distribución incondicional, será siempre tres, toda vez que

$$k/R_{t+1} = \frac{h_t^2 E[\epsilon_t^4]}{h_t^2} = 3$$

Procesos estocásticos no independientes

Como ya se comentó en el capítulo 1, en el estudio de las series financieras la hipótesis de "camino aleatorio" ha sido una de las más antiguas (Bachelier (1900)) y utilizadas. Esta hipótesis tiene como una de sus principales características la ausencia de autocorrelación entre los rendimientos de los títulos, de tal forma que bajo esta hipótesis el mejor predictor del

S))Q

precio de mañana sería el precio de hoy. Sin embargo, estudios como el de Granger y Andersen (1978) han puesto en evidencia para un gran número de series financieras del mercado de valores estadounidense que, si bien los rendimientos sólo en ocasiones mantienen autocorrelaciones significativas, sin embargo, la autocorrelación entre el cuadrado de los rendimientos suele presentar con mayor asiduidad valores significativos.

El modelo ARCH mantiene autocorrelación nula para los rendimientos toda vez que de (3.8) vemos que

$$E[R_t R_{t+s}] = E[E[R_t R_{t+s} / \mathcal{F}_{t-1}]] = E[\sqrt{h_t h_{t+s}} E[\epsilon_t \epsilon_{t+s}]] = 0 \quad s = 1, 2, \dots$$

mientras que la autocorrelación para los rendimientos al cuadrado pueden ser distinto de cero.

Partiendo de

$$E[R_t^2 R_{t+s}^2] = E[E[R_t^2 R_{t+s}^2 / \mathcal{F}_{t-1}]] = E[h_t h_{t+s} E[\epsilon_t^2 \epsilon_{t+s}^2]] = E[h_t h_{t+s}]$$

y como sabemos que

$$E[R_t^2] = E[h_t]$$

entonces

$$\text{cov}(R_t^2, R_{t+s}^2) = E[R_t^2 R_{t+s}^2] - E[R_t^2] E[R_{t+s}^2] = \text{cov}(h_t, h_{t+s})$$

S))Q

que dividiendo entre $[\text{var}(R_t^2) \cdot \text{var}(h_t)]$ ambos miembros nos lleva a que la autocorrelación del

cuadrado de los rendimientos será igual a

$$D_{s,R_t^2} = \frac{D_{s,h_t} \text{var}(h_t)}{\text{var}(R_t^2)} \quad (3.9)$$

que será mayor que cero cuando $D_{1,ht}$ también lo sea, que en un proceso ARCH ocurre siempre para $s=1$ tal y como demuestra Krämer y Runde (1994). Por tanto, si R_t es un proceso ARCH, éste tendrá autocorrelación nula pero no es independiente. Así, la ausencia de autocorrelación es un supuesto menos restrictivo que el de independencia.

Normalmente en estudios empíricos se suele detectar la existencia de autocorrelaciones muestrales significativas entre los rendimientos cuando se trabaja con las bandas de confianza habituales⁵. Sin embargo, tal y como afirman Weiss (1984) y Krämer y Runde (1994), estos resultados podrían producirse como consecuencia de la falta de robustez en el cálculo de las bandas de confianza a la hora de contrastar su significatividad. Tradicionalmente entendemos

⁵ Normalmente suele ser el coeficiente de autocorrelación de primer orden. Así lo hemos podido comprobar en nuestro trabajo.

S))Q

que cuando N (tamaño de la muestra) es lo suficientemente grande, y bajo la hipótesis de que $D_s=0$, D_s se distribuye como una normal con media igual a cero y varianza aproximada igual a⁶

$$\frac{1}{N} \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^s D_i^2 \right)$$

que para simplificar su cálculo en ocasiones se usa la expresión $1/N$. Además tipificando la

función de autocorrelación tendremos que

$$\sqrt{N} D_s \sim N(0, 1) \quad (3.10)$$

Sin embargo, Weiss (1984) deduce que las bandas de confianza para D_s para un proceso ARCH(1) quedan definidas por la expresión

$$\frac{\frac{1}{2} \sigma_1^2}{\sqrt{N}} \quad (3.11)$$

con lo que la desviación típica de la función de autocorrelación aumenta ante la presencia de efectos ARCH. Sólo si $\sigma_1^2=0$, esta desviación típica coincide con un proceso con varianza

⁶ Barlett (1946)

S))Q

constante. Por tanto, ante la presencia de un comportamiento ARCH debemos corregir las bandas de confianza de la función de autocorrelación.

Al mismo tiempo, siguiendo fundamentalmente a Krämer y Runde (1994), y denominando la varianza incondicional de R_t como:

$$E[R_t^2] = F^2$$

Aplicando el Teorema Central del Límite Martingala⁷ tenemos que

$$\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N R_t R_{t+1} \rightarrow N(0, F^4) \quad (3.12)$$

y que

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N R_t^2 \xrightarrow{p} F^2 \quad (3.13)$$

De aquí podemos deducir que a partir de (3.12) y (3.13) la expresión (3.10) puede presentarse como

⁷ Brown (1971).

S))Q

$$\sqrt{N} D_1 = \frac{\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N R_t R_{t+1}}{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N R_t^2} - \frac{1}{F^2} N(0, F^4) \rightarrow N(0, 1) \quad (3.14)$$

Sin embargo, la expresión anterior bajo el supuesto de que exista autocorrelación entre el cuadrado de los rendimientos tal y como ocurre para procesos ARCH y vimos en (3.9), ya no se distribuirá como una $N(0,1)$. Esto es así por lo siguiente: Si calculamos la varianza de $[R_t R_{t+1}]$ bajo el supuesto de que existan efectos ARCH tendremos que

$$E[R_t^2 R_{t+1}^2] = E[R_t^2] E[R_{t+1}^2] + \text{COV}(R_t^2, R_{t+1}^2) = F^4 + \text{COV}(R_t^2, R_{t+1}^2) = w$$

y por tanto

$$\sqrt{N} D_1 \rightarrow \frac{1}{F^2} N(0, w) \rightarrow N(0, \frac{w}{F^4})$$

con lo que sigue siendo normal pero con varianza diferente a como se vio en (3.14). Por

tanto

$$\text{var}(D_1) = \frac{1}{N} \left[1 + \frac{\text{COV}(R_t^2, R_{t+1}^2)}{F^4} \right]$$

S))Q

que será mayor que bajo la hipótesis de independencia toda vez que la $cov(R_t^2 R_{t-1}^2)$ no puede ser negativa, tal y como demuestra Krämer y Runde (1994).

Por tanto si estandarizamos ahora D_1 tendremos que

$$\sqrt{\frac{NF^4}{w}} D_1 \sim N(0, 1) \quad (3.15)$$

S))Q

3.4.- EXTENSIONES DE LOS MODELOS ARCH

3.4.1.- El modelo GARCH(p,q), e IGARCH(p,q)

En 1986 Bollerslev propone el modelo GARCH(p,q), modelo donde la varianza condicionada vendrá dada por la siguiente expresión

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i R_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i h_{t-i} \quad (3.16)$$

donde ésta queda explicada además de por el cuadrado de los rendimientos pasados también por la varianza condicionada pasada. Para que exista la varianza incondicional Bollerslev (1986) llega a la siguiente condición equivalente a la ya vista en el apartado 3.3.1 para modelos ARCH(p).

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i < 1 \quad (3.17)$$

En ocasiones, esta condición no se cumple para la modelización de determinadas series, aunque esto, no invalida la parametrización del modelo dado que como ya apuntamos en el apartado 3.3.1, la existencia de los momentos incondicionales no es una condición necesaria para ello.

Sin embargo, en lo que afecta a la estacionariedad del proceso, aunque la autocovarianza entre R_t para cualquier "s" es cero tal y como hemos visto en la pag. 71, e igualmente la media sea invariante en el tiempo lo que apoya la existencia de un proceso

S))Q

débilmente estacionario, el hecho de que de la varianza incondicional sea infinita pone en duda esta premisa. Pero, si bien esto es así, Nelson (1990) para un modelo GARCH(1,1) y posteriormente Bougerol y Picard (1992) para cualquier retardo p q , demuestran que estos procesos aunque tengan varianza incondicional infinita y por tanto no sean débilmente estacionarios son, sin embargo, fuertemente estacionarios toda vez que no tiene por que ser característica de estos últimos procesos la existencia de varianza finita. En definitiva podemos decir que un proceso GARCH(p,q) puede tener varianza incondicional infinita y sin embargo ser fuertemente estacionario.

Cuando en la condición (3.17) la suma de los sumatorio en vez de ser menor que uno es igual a la unidad al modelo GARCH(p,q) se le denomina modelo integrado en varianza (IGARCH(p,q)), cuya característica principal es que se trata de modelos con persistencia en la varianza. La estructura de estos modelos es similar al de camino aleatorio con una raíz unitaria en la media condicional. Cualquier shock en la varianza condicional persiste en el futuro y por tanto no es olvidado por el proceso.

3.4.2.- El modelo GARCH-M(p,q)

La dependencia entre la rentabilidad y el riesgo en los modelos que intentan explicar el comportamiento de los mercados de capitales han llevado a plantear la posibilidad de introducir el riesgo como variable explicativa de la rentabilidad en los modelos ARCH. Así, Engle, Lilien y Robins (1987) proponen el modelo GARCH(p,q) en media (GARCH(p,q)-M) en el intento de reflejar esta dependencia. En este modelo se relaciona la media y la varianza condicionada simultáneamente tal que

S))Q

$$R_t = \mu(h_t)$$

donde h_t queda definida como ya vimos en el modelo GARCH por (3.16)

3.4.3.- Modelos de regresión con heterocedasticidad condicionada en los residuos

Los modelos que hemos visto hasta ahora han representado únicamente comportamientos univariantes. Sin embargo, es posible que la variable a modelizar pueda ser expresada como una combinación lineal de variables exógenas y dependientes retardadas, cuyo residuo siga un determinado modelo ARCH de los vistos anteriormente⁸. En este caso será preciso trabajar con modelos ARCH de regresión. Por ejemplo, un modelo GARCH(p,q) de regresión sería representado por

$$R_t = x_t' \beta + g_t \quad \text{con} \quad g_t = N(0, h_t) \quad (3.18)$$

donde

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i g_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i h_{t-i}$$

⁸ Cuando hablamos de modelos ARCH en general nos referimos a todos los modelos que aquí hemos visto con heterocedasticidad condicionada, o sea, modelos ARCH propiamente dichos, modelos GARCH y modelos GARCH-M.

S))Q

por lo que

$$R_t \sim N(x_t T, h_t)$$

donde x_t y T son los vectores de variables explicativas y parámetros respectivamente.

S))Q

3.5.- CONTRASTES PARA PROCESOS ARCH

Cuando trabajamos con series con posible presencia de comportamientos de heterocedasticidad condicionada, de los que aquí hemos visto, se plantea la necesidad de tener los contrastes adecuados para poder determinar la existencia de estos efectos en ellas. En el trabajo ya mencionado de Engle (1982), para modelos ARCH(p), propone el contraste de multiplicadores de Lagrange (LM) para la detección de estos efectos. Este contraste es asintóticamente equivalente al de Breusch y Pagan (1979) la hipótesis nula es $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$ y el estadístico de prueba se forma a partir de NR^2 , donde N es el número de observaciones y R^2 el coeficiente de determinación de la regresión mínima cuadrática ordinaria entre R_t^2 y $R_{t-1}^2, \dots, R_{t-p}^2$. Este estadístico sigue asintóticamente una distribución χ_p^2 .

Otro contraste que nos puede servir para detectar efectos no lineales, como puede ser los GARCH en las series es el Portmanteau Q de McLeod y Li (1983). Aunque McLeod y Li enfocan su estudio sobre modelos ARMA, sin embargo, como veremos en el próximo apartado, los modelos GARCH(p,q) pueden ser considerados como modelos ARMA(max(p,q),p). El estadístico de contraste propuesto es

$$Q(p) \sim N(0,2) \sum_{i=1}^p \frac{r(i; \hat{\sigma}_t^2)}{(N-i)}$$

S))Q

donde

$$r(i; \hat{\sigma}_t^2) = \frac{\sum_{j=t+1}^N (\hat{\sigma}_t^2 - \hat{\sigma}_{t+j}^2) (\hat{\sigma}_{t+j}^2 - \hat{\sigma}_t^2)}{\sum_{j=t+1}^N (\hat{\sigma}_t^2 - \hat{\sigma}_{t+j}^2)}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \hat{\sigma}_t^2$$

y $\hat{g}_t$ son los residuos mínimos cuadrados ordinario del modelo (3.18). Al igual que para el contraste LM, el estadístico del contraste Q se distribuye como una P_p^2 , con hipótesis nula de ruido blanco. Otros contrastes han sido elaborados para estos mismos fines, como por ejemplo para modelos GARCH-M, aunque en este caso el parámetro α invalida la distribución estándar del estimador LM, y sólo es valido cuando determinamos previamente el valor de α .

⁹ Para más detalles, Domowitz y Hakkio (1985).

S))Q

3.6.- LOS PROCESOS GARCH(p,q) COMO PROCESOS ARIMA UNIVARIANTES: IDENTIFICACION

Bollerslev (1986) expresa un modelo GARCH(p,q) de tal forma que si definimos

$$v_t^2 = R_t^2 h_t \quad Y \quad R_t^2 = h_t v_t^2 \quad (3.19)$$

o lo que es lo mismo

$$v_t^2 = (\omega + \alpha_1 v_t^2) h_t$$

y dado que

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i R_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i h_{t-i}$$

y de (3.19)

$$h_{t+i} = R_{t+i}^2 v_{t+i}^2$$

entonces

$$R_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p (\alpha_i v_{t-i}^2) R_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i v_{t-i}^2 v_t^2 \quad (3.20)$$

S))Q

donde $m = \max\{p, q\}$, $\alpha_i = 0$ para $i > p$ y $\beta_i = 0$ para $i > q$. Y teniendo en cuenta que

$$E[v_t] = E[v_t/R_{t+1}] = (E[\gamma_t^2] + 1)h_t = 0$$

y que

$$E[v_t v_{t+k}] = E[(\gamma_t^2 + 1)h_t (\gamma_{t+k}^2 + 1)h_{t+k}] = E[h_t h_{t+k}] E[(\gamma_t^2 + 1)(\gamma_{t+k}^2 + 1)] = 0$$

v_t será un proceso con media cero y no autocorrelacionado. Por tanto, podemos decir que R_t^2 puede ser representado por un proceso ARMA(m,q). Al mismo tiempo, multiplicando ambos miembros de la ecuación (3.20) por

$$R_{t+k}^2 \text{ con } k > 0$$

y definiendo la autocovarianza de los rendimientos tal que

$$(\gamma_k = \text{cov}(R_t^2, R_{t+k}^2))$$

tendremos en virtud de las ecuaciones Yule-Walker

S))Q

$$\left(\rho_k = \sum_{i=1}^m \gamma_i \rho_{k+i} \quad \text{para } k > q \text{ dado que } E[R_{t+k}^2 v_{t+j}] \neq 0 \text{ para } j \neq k \right.$$

donde

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \rho_i / \rho_0 \quad \text{para } i = 1, \dots, p \text{ y} \\ \rho_i &= 0 \text{ para } i > p \text{ y } \rho_i = 0 \text{ para } i > q \end{aligned}$$

donde vemos cómo las autocorrelaciones de R_t^2 dependen de los parámetros ρ_i y γ_i a través de γ_i . Estas relaciones nos determinan la posibilidad de utilizar la metodología Box-Jenkins para la identificación de series temporales en los modelos ARCH, utilizando los rendimientos al cuadrado.

Weiss (1984), basándose en la metodología Box-Jenkins para la identificación de modelos ARMA, incorpora a estos modelos la posibilidad de que sus perturbaciones tengan comportamiento ARCH tal y como podemos ver en la ecuación siguiente

$$R_t = \sum_{i=1}^r \alpha_i R_{t-i} + \sum_{i=1}^v \beta_i g_{t-i} + g_t \quad \text{donde } g_t \sim N(0, h_t)$$

Para identificar estos modelos (ARCH y ARMA) entiende que los pasos a seguir serían:

S))Q

1. Obtener la ecuación ARMA de los rendimientos identificándose a través de la metodología tradicional anteriormente mencionada. Sin embargo, hay que tener presente que bajo la hipótesis de comportamiento heterocedástico condicionado, la desviación típica de la función de autocorrelación aumenta tal y como vimos en (3.11). Con lo que se deberán corregir las bandas de confianza de ésta.

Una vez estimado el modelo ARMA, se realiza un diagnóstico del modelo tradicional (significatividad de los parámetros, correlación entre ellos, análisis de los residuos, etc.) incluyendo el contraste de los errores del modelo para detectar la presencia de comportamiento ARCH en ellos, por ejemplo a través del contraste LM (Multiplicadores de Lagrange).

2. Se procede a la identificación de la ecuación ARCH a partir de la función de autocorrelación del cuadrado de los residuos estimados por el modelo ARMA del punto anterior, la correlación entre el cuadrado de los residuos estimados y $\hat{R}_t^2$ y por último la correlación cruzada entre el cuadrado de los residuos estimados y R_t^2 .

Una vez se han obtenido las ecuaciones ARMA y ARCH a partir de los pasos anteriores, se estima el modelo en su conjunto por máxima verosimilitud.

Pagan y Schwert (1990) identifican un modelo ARCH calculando la función de autocorrelación parcial a través de la regresión de los valores del proceso al cuadrado (R_t^2) contra $R_{t-1}^2, \dots, R_{t-p}^2$, con p lo suficientemente grande. Así, calculando el estadístico t para los parámetros de la regresión, tomando la precaución de corregir éste por el método de White (1980) debido al comportamiento heterocedástico de R_t , identifican los retardos del modelo.

También los contrastes LM, y Q nos pueden ayudar a la hora de determinar si q es igual o distinto de cero en (3.16) cuando identificamos un determinado proceso, o sea,

S))Q

determinar si el modelo es un ARCH o un GARCH. Si los valores de los respectivos estadísticos de contraste nos dan valores significativos distintos de cero para retardos limitados, por ejemplo sólo para $k=1$ o $k=2$, significará que estamos ante un proceso con una memoria limitada y por tanto $q=0$. Sin embargo, si el contraste nos da valores significativamente distintos de cero para un elevado número de retardos, estaremos ante un proceso con memoria amplia y por tanto $q>0$.

S))Q

3.7.- ESTIMACION

La estimación de los modelos ARCH, en general, se realiza por el método de máxima verosimilitud. Este método proporciona estimadores asintóticamente más eficientes del vector de parámetros T de la ecuación (3.18) que los estimadores obtenidos por el método de mínimos cuadrados ordinarios. Tal y como afirma Engle (1982) aun cuando en estos últimos modelos no aparezcan variables endógenas retardadas como variables explicativas de los rendimientos, que el proceso sea estacionario y, satisfaga el Teorema de Gauss-Markov con lo que los mejores estimadores lineales insesgados para el modelo (3.18) sean los mínimos cuadrado ordinarios con varianzas estimadas insesgadas y consistentes, estos estimadores no alcanzan la cota de Cramer-Rao. Cuando se introducen entre las variables explicativas de los rendimientos variables endógenas retardadas, los errores estándar no serán consistentes debido a la existencia de correlación entre el cuadrado de las variables endógenas retardadas y el cuadrado de los residuos.

El método de máxima verosimilitud aplicado a la estimación de modelos ARCH de regresión tiene además la peculiaridad de que la matriz de información es diagonal por bloques entre los parámetros T de la ecuación (3.18) y los parámetros que modelizan la varianza condicional $(\sigma_1^2, \dots, \sigma_p^2, \sigma_1^2, \dots, \sigma_q^2)$, toda vez que la esperanza de la derivadas parciales cruzadas de segundo grado son cero tal y como se demuestra en el trabajo de Engle (1982). Esta característica permite simplificar la estimación de los diferentes parámetros del modelo ya que pueden ser estimados de forma separada sin que por ello se pierda eficiencia asintótica, además de poder obtener igualmente sus varianzas de forma separada. Sin embargo, esta simplificación no puede ser extendida a la hora de la estimación del modelo GARCH-M dado que en este caso

S))Q

la matriz de información no es diagonal por bloques debido a la presencia de la varianza condicional retardada como variable explicativa de los rendimientos. Ahora la estimación de los diferentes parámetros del modelo debe ser realizada de forma conjunta.

Las propiedades de los estimadores de los parámetros que modelizan la varianza condicional han ido por detrás del uso que de estos modelos se han ido realizando desde el primer trabajo de Engle (1982). Lumsdaine (1991) resalta las propiedades de los estimadores máximos verosímiles¹⁰ tanto de los modelos GARCH(1,1) e IGARCH(1,1) demostrando que estos son consistentes y asintóticamente normales, sin apreciarse diferencias significativas entre las propiedades para los modelos GARCH y IGARCH. Nuevamente Lumsdaine (1995) llega a conclusiones similares cuando se trabaja con muestras pequeñas.

Siguiendo fundamentalmente a Engle (1982), la estimación por máxima verosimilitud para los modelos univariantes ARCH(p) y GARCH(p,q) se desarrolla de la siguiente forma¹¹:

Definimos el vector de parámetros como

$$PA' = (\omega, \alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_q)$$

y el siguiente vector como

$$TV_t' = (1, R_{t+1}^2, \dots, R_{t+p}^2, h_{t+1}, \dots, h_{t+q})$$

¹⁰ Estos resultados son igualmente válidos para los estimadores cuasi-máximo verosímiles que trataremos en el próximo apartado

¹¹ Para el modelo ARCH se determinaría cuando $q=0$.

S))Q

siendo la matriz

$$TV)' = (TV_1, TV_2, \dots, TV_N)$$

donde N es el tamaño de la muestra.

La función máximo verosímil muestral cuando R_t sigue una distribución normal condicionada tal como en (3.8) será

$$L = \prod_{t=1}^N l_t$$

donde

$$l_t(PA) = \frac{1}{2} \ln h_t + \frac{1}{2} \frac{R_t^2}{h_t}$$

sin considerar el término independiente. La derivada primera y segunda respectivamente serán:

$$\frac{\partial l_t}{\partial PA} = \frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial PA} \left(\frac{R_t^2}{h_t} + 1 \right) \quad (3.21)$$

y

$$\frac{\partial^2 l_t}{\partial PA^2} = \left(\frac{R_t^2}{h_t} + 1 \right) \frac{\partial}{\partial PA} \left(\frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial PA} \right) + \frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial PA} \frac{\partial h_t}{\partial PA} \frac{R_t^2}{h_t}$$

S))Q

y, por tanto, la matriz de información quedará definida por

$$= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E \left[\frac{M^2 l_t}{MPA \cdot MPA} \right]$$

que puede ser estimada consistentemente por

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[\frac{1}{2h_t^2} \frac{Mh_t}{MPA} \frac{Mh_t}{MPA} \right] \quad (3.22)$$

dado que la esperanza condicional de

$$E \left[\frac{R_t^2}{h_t} \right] = 0$$

donde

$$\frac{Mh_t}{MPA} = TV_t$$

S))Q

para un modelo ARCH(p), y

$$\frac{Mh_t}{MPA} = TV_t^6 \sum_{i=1}^q \beta_i \frac{Mh_{t-i}}{MPA} \quad (3.23)$$

para un modelo GARCH(p,q), con lo que la diferencia entre un modelo ARCH y GARCH será el elemento recursivo que aparece en esta última expresión (3.23). Es precisamente este elemento el que ocasiona la utilización de diferentes algoritmos a la hora de estimar los diferentes parámetros. El algoritmo scoring es utilizado por Engle (1982) para la estimación de los modelos ARCH, mientras que Bollerslev (1986) utiliza el algoritmo Berndt et al. (1974) (BHHH) para los modelos GARCH, dado que la utilización del algoritmo scoring se ve complicada en su desarrollo al aparecer como ya comentamos el elemento recursivo de la ecuación (3.23). Sin embargo, cuando q=1, el desarrollo del algoritmo scoring no es tan complicado como para cuando q empieza a tomar valores mayores que uno tal y como desarrollamos a continuación en la estimación de un modelo GARCH(p,1).

En este caso la ecuación (3.23) puede ser representada por

$$\frac{Mh_t}{MPA} = \frac{1}{1 + \beta_1 L} TV_t^6 = \left(\sum_{i=1}^q \beta_i L^i \right) TV_t^6$$

o lo que es lo mismo

S))Q

$$\frac{Mh_t}{MPA} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ R_{t+1}^2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & R_{t+4}^2 \\ R_{t+2}^2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & R_{t+4}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{t+p}^2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & R_{t+4}^2 \\ h_{t+1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & h_{t+4} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ R_{t+1}^2 \\ \vdots \\ R_{t+p}^2 \\ h_{t+1} \end{bmatrix}$$

con lo que tendremos que

$$\frac{Mh_t}{MPA} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ R_{t+1}^2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & R_{t+4}^2 \\ R_{t+2}^2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & R_{t+4}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{t+p}^2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & R_{t+4}^2 \\ h_{t+1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & h_{t+4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ R_{t+1}^2 \\ R_{t+2}^2 \\ R_{t+3}^2 \\ \vdots \\ R_{t+p}^2 \\ h_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_p \\ b_1 \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

S))Q

dato que

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{Mh_t}{M''_0} + \frac{1}{1+\beta_1 L} + \beta_1^2 \beta_1^2 \beta_1^2 \dots \\
 a_1 &= \frac{Mh_t}{M''_1} + \frac{1}{1+\beta_1 L} R_{t+1}^2 + R_{t+1}^2 \beta_1 R_{t+2}^2 \beta_1^2 R_{t+3}^2 \dots \\
 a_2 &= \frac{Mh_t}{M''_2} + \frac{1}{1+\beta_1 L} R_{t+2}^2 + R_{t+2}^2 \beta_1 R_{t+3}^2 \beta_1^2 R_{t+4}^2 \dots \\
 &\vdots \\
 a_p &= \frac{Mh_t}{M''_p} + \frac{1}{1+\beta_1 L} R_{t+p}^2 + R_{t+p}^2 \beta_1 R_{t+p+1}^2 \beta_1^2 R_{t+p+2}^2 \dots \\
 b_1 &= \frac{Mh_t}{M\beta_1} + \frac{1}{1+\beta_1 L} h_{t+1} + h_{t+1} \beta_1 h_{t+2} \beta_1^2 h_{t+3} \dots
 \end{aligned}$$

Así ya tenemos todas las expresiones necesarias para proceder a la estimación de los parámetros a partir del algoritmo iterativo tipo scoring, el cual queda definido por la

siguiente expresión:

$$PA_{i+1} = PA_i + \frac{\frac{1}{N} \frac{M L}{M P A}}{E \left[\frac{M^2 L}{M P A \cdot M P A} \right]}$$

S))Q

y más concretamente, en nuestro caso, sustituyendo de las ecuaciones (3.21) y (3.22) el algoritmo quedará como

$$PA_{i\%1} = PA_{i\%0} \frac{\frac{1}{2N_{i\%1}} \sum_{j=1}^N \frac{1}{h_t} \frac{Mh_t}{MPA} \left[\frac{R_t^2}{h_t} + 1 \right]}{\frac{1}{2N_{i\%1}} \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{h_t^2} \frac{Mh_t}{MPA} \frac{Mh_t}{MPA} \right]}$$

de tal forma que, si definimos

$$z_t = \frac{1}{h_t} \frac{Mh_t}{MPA}$$

cuyo cálculo concreto a partir de (3.24) sería el siguiente

$$z_t = (a_0, a_1, \dots, a_p, b_1)/h_t$$

y definiendo la matriz Z como

$$Z = (z_1, z_2, \dots, z_N)$$

tendremos que el algoritmo puede ser representado como una regresión MCO en cada etapa tal y como podemos ver a continuación

S))Q

$$PA_{i\%1} = PA_i \cdot (Z^1 Z)^1 W$$

donde

$$W = [W_1 W_2 \dots W_N]$$

siendo

$$W_t = \left[\frac{R_t^2}{h_t} + 1 \right]$$

De este algoritmo hemos diseñado y desarrollado su versión informática utilizando para ello el compilador GAUSS-386, versión 2.2, que presentamos en el apéndice 3.1. Los resultados de convergencia que ofrece este algoritmo y, que hemos realizado a partir de la simulación de series, han sido altamente satisfactorios. Comparando, por ejemplo, los resultados de la estimación de la modelización para el caso de las series de rentabilidad de los índices sectoriales de los únicos modelos univariantes (inversión y comunicación)¹² utilizando el algoritmo quasi-Newton dual, con los resultados de su correspondiente estimación utilizando el algoritmo scoring que hemos desarrollado, tendremos que las diferencias de la estimación

¹² Tal y como se puede apreciar en el cuadro 5.5, en el resto de los sectores, dado que se incluyen variables dicotómicas en sus respectivas modelizaciones, no podemos considerarlos a efectos de su estimación práctica como modelos univariantes.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

de los distintos parámetros de los modelos son insignificantes tal y como podemos ver en el siguiente cuadro

Sectores	" 0		" 1		\$ ₁	
	Scoring	quasi-Newton dual	Scoring	quasi-Newton dual	Scoring	quasi-Newton dual
Inversión	0.00005	0.00005 (0.000017)	0.18190	0.17507 (0.05)	0.58151	0.60205 (0.11209)
Comunicación	0.00006	0.00005 (0.000024)	0.13315	0.11671 (0.04169)	0.46862	0.56178 (0.17937)

Entre paréntesis tenemos los valores de la desviación típica de las estimaciones.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

3.8.- ESTIMADORES CUASI-MAXIMOS VEROSIMILES

Tal y como hemos visto en (3.8), γ_t se supone que sigue una distribución normal (0,1), sin embargo en la mayoría de los trabajos esta consideración es rechazada tanto en el estudio de series de valores bursátiles como para el caso de la cotizaciones de divisas¹³, lo que podría poner en duda el supuesto de la normalidad condicionada de (3.8). En este caso, cuando los estimadores son estimados tal y como hemos visto en el apartado anterior, pero no se cumple la normalidad de γ_t , a estos se les denomina estimadores cuasi-máximo verosímiles (ECMV). El primer autor que estudia las características de estos estimadores es Weiss (1986), llegando a la conclusión de que siempre que seamos capaces de especificar correctamente los dos primeros momentos condicionales del proceso, sus estimaciones serán consistentes aun cuando no se cumpla la normalidad condicionada. En este trabajo Weiss considera que el momento de orden cuarto del proceso es finito. Otros autores como Bollerslev y Wooldridge (1992) llegan prácticamente a las mismas conclusiones que Weiss (1986) en cuanto a las características de los ECMV si bien no es necesario en este caso que el momento de orden cuarto sea finito, sin embargo debe cumplirse que la función maximoverosímil y sus derivadas cumplan determinadas características. Otro ejemplo de este tipo de estudios los tenemos en el de Engle y González Rivera (1990), los cuales llegan a la interesante conclusión de que los ECMV, aunque sean consistentes y asintóticamente normales, sin embargo pueden ser ineficientes cuando la verdadera distribución no es simétrica. Por último podemos nombrar el trabajo de Lee y Hansen (1994) donde demuestran que los ECMV son estimadores consistentes de los

¹³ Como ejemplo de este hecho tenemos trabajos como los de Hsieh (1988), McCurdy y Morgan (1988), Milhoj (1987).

S))Q

parámetros de un modelo GARCH(1,1) cuando ε_t no sigue una distribución normal e incluso cuando esta variable no es independiente.

S))Q

3.9.- PREDICCIÓN

Siguiendo fundamentalmente a Baillie y Bollerslev (1992) sabemos que para un modelo ARMA(r,v) la predicción óptima viene dada por la media condicional tal que

$$E[R_{t+s}/R_t] = \sum_{i=1}^r N_i E[R_{t+s-i}/R_t] + \sum_{i=1}^v 2_i E[g_{t+s-i}/R_t]$$

Al mismo tiempo, podemos invertir un proceso ARMA de forma que

$$R_{t+s} = \sum_{i=0}^4 (g_{t+s-i})$$

y de aquí el predictor óptimo se puede expresar como:

$$E[R_{t+s}/R_t] = \sum_{i=s}^4 (g_{t+s-i})$$

Teniendo como origen t y como horizonte de predicción s, el error de predicción será

$$e_{t,s} = R_{t+s} - E[R_{t+s}/R_t] = \sum_{i=0}^4 (g_{t+s-i}) - \sum_{i=s}^4 (g_{t+s-i}) = \sum_{i=0}^{s-1} (g_{t+s-i})$$

así, la varianza de este error vendrá dado por:

$$E[e_{t,s}^2] = \sum_{i=0}^{s-1} (E[g_{t+s-i}^2/R_t]) \quad (3.25)$$

Viendo la expresión anterior podemos deducir cómo un efecto ARCH en g_t^2 puede afectar

S))Q

a la varianza del error de predicción. Si g_t no es un proceso ARCH, entonces

$$E[g_{t\%S\&i}^2/R_t] = E[g_{t\%S\&i}^2] = F_g^2$$

y, por tanto, la varianza de g_t será constante e independiente del conjunto de información R_t .

La varianza del error de la predicción quedará representada entonces por

$$E[e_{t,s}/R_t] = F_{g,i\theta}^{s+1} (i^2)$$

dependiendo la varianza del error de predicción tan sólo del intervalo de predicción s . Sin embargo, si g_t sigue un proceso ARCH tendremos que su varianza varía en el tiempo y a través de la expresión (3.20) podemos obtener su valor de forma que

$$E[g_{t\%S}^2/R_t] = \sum_{i=1}^m (\sum_{i=1}^q \alpha_i) E[g_{t\%S\&i}^2/R_t] + \sum_{i=1}^q \alpha_i E[v_{t\%S\&i}/R_t]$$

y a partir de esta ecuación podremos obtener el valor de la varianza del error de la predicción definido en (3.25) sustituyendo iterativamente para todo s . Por tanto, vemos cómo la varianza del error de la predicción es variable. En cualquier caso la varianza del intervalo converge a la varianza incondicional cuando ésta es finita. Para un proceso ARCH(1), por

s))Q

ejemplo:

$$\begin{aligned}
 &) \quad g_t^2 = g_t^2 \\
 & - \quad g_{t-1}^2 = \theta_0 g_t^2 \\
 & ! \quad g_{t-2}^2 = \theta_0 g_{t-1}^2 = \theta_0 [\theta_0 g_t^2] = \theta_0 (1 - \theta_1) \\
 & \quad \cdot \\
 & \quad \cdot \\
 & \quad \cdot \\
 & g_{t-s}^2 = \theta_0 (1 - \theta_1)^2 \dots \theta_0^{s-1} g_t^2
 \end{aligned}
 \tag{3.26}$$

por tanto

$$E[g_{t-s}^2] = \frac{\theta_0}{1 - \theta_1} g_t^2$$

cuando s tiende a infinito tendremos que se converge a la varianza incondicional

$$\frac{\theta_0}{1 - \theta_1} \tag{3.27}$$

siempre que $|\theta_1| < 1$.

Bajo el supuesto de que los rendimientos sigan un proceso como en (3.8), tendremos que la amplitud del intervalo de predicción quedará definido por

S))Q

$$\pm z_{\alpha} \sqrt{E[g_{t|S}^2] / R_t}$$

donde z_{α} nos dará el nivel de confianza deseado. Por tanto, por ejemplo, el intervalo de la predicción puede decrecer a medida que s aumenta, lo que sería impensable para un proceso con varianza constante. Dado (3.26) y (3.27) tendremos que el intervalo de confianza converge a

$$\pm z_{\alpha} \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{1 - \sigma_1^2}}$$

CAPITULO 4

METODOLOGIA DE LA FORMACION Y EVALUACION DE CARTERAS CON RIESGO CONDICIONADO

4.1.- INTRODUCCION

Vistos en el capítulo 2 los mecanismos fundamentales bajo los que se sustenta la formación de carteras en el binomio rentabilidad-riesgo y la posibilidad de la modelización del riesgo en el capítulo 3, podemos proceder a la formación de carteras bajo el supuesto de una matriz de varianzas-covarianzas, entre los rendimientos de los títulos, variable en el tiempo. En este capítulo se generalizan los modelos de Markowitz y Sharpe de formación de carteras para ese supuesto y se revisarán diferentes procedimientos y criterios de evaluación de carteras.

S))Q

4.2.- LA FORMACION DE CARTERAS CON RIESGO CONDICIONADO

4.2.1.- Para el modelo de Markowitz

Bajo el supuesto de que el rendimiento de los títulos siga una distribución normal condicionada tal y como se describió en el capítulo 3, el rendimiento del título i para el modelo de Markowitz quedará definido por

$$R_{it} = \mu_i + g_{it} \quad \text{donde } R_{it} \sim N(\mu_i, h_{it}) \quad (4.1)$$

con

$$g_{it} = \varepsilon_{it} \sqrt{h_{it}} \quad \text{donde } \varepsilon_{it} \sim N(0, 1) \text{ i.i.d.}$$

Para un GARCH(p,q) por ejemplo tendríamos que

$$h_{it} = \omega + \sum_{s=1}^p \alpha_s g_{i,t-s}^2 + \sum_{s=1}^q \beta_s h_{i,t-s} \quad (4.2)$$

donde la matriz de covarianzas H_t vendrá dada por

$$E[(R_{i,t} - \mu_i)(R_{j,t} - \mu_j)] = H_t = \begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} & h_{13,t} & \dots & h_{1k,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} & h_{23,t} & \dots & h_{2k,t} \\ . & . & . & \dots & . \\ . & . & . & \dots & . \\ h_{k1,t} & h_{k2,t} & h_{k3,t} & \dots & h_{kk,t} \end{bmatrix}$$

donde k es el número de títulos, $i, j = 1, 2, \dots, k$ y H_t será variable en el tiempo para $t=1, 2, \dots$

S))Q

... N . De tal forma que matricialmente en el modelo de Markowitz tendríamos que los rendimientos se distribuyen tal que¹

$$\check{E}_t/R_{t+1} \sim N(0, H_t)$$

donde $\check{E}_t$ es el vector de las diferentes rentabilidades para los k títulos en el momento t.

Como vemos, tenemos una matriz de covarianzas para cada instante t, y teniendo en cuenta el sistema de ecuaciones (2.8) tendremos tantas carteras óptimas, o sea, sistemas de ecuaciones, como períodos de tiempo. Por tanto, si X_i es la proporción sobre uno que invertimos en el título i, tendremos un X_i para cada t (X_{it}).

Cálculo de la covarianza condicionada

Bajo el supuesto de que los rendimientos siguen una distribución condicionada como en (4.1), tendremos que la covarianza condicionada entre ambos rendimientos será

$$E[R_{it}R_{jt}/R_{t+1}] = \sqrt{h_{it}} \sqrt{h_{jt}} E[>_{it}>_{jt}] \quad (4.3)$$

donde R_{it} y R_{jt} son el rendimiento del título i y j respectivamente. Una vez estimadas las varianzas condicionadas de R_{it} y R_{jt} a partir de la modelización correspondiente, tal y como

¹ A partir de este momento consideramos que $\mu=0$ para simplificar los desarrollos sin que ello lleve a pérdida de generalidad, como se puede comprobar.

S))Q

se vio en el capítulo 3 para modelos GARCH, podremos obtener los valores de

$$\begin{aligned} z_{it} &= \frac{R_{it}}{\sqrt{h_{it}}} \sim N(0, 1) \\ z_{jt} &= \frac{R_{jt}}{\sqrt{h_{jt}}} \sim N(0, 1) \quad (t = 1, \dots, N) \end{aligned} \quad (4.4)$$

con datos de todo el período muestral, y su correspondiente covarianza,

$$E[z_{it}z_{jt}]$$

que sustituida en la expresión (4.3) nos dará la covarianza condicional entre ambos títulos.

4.2.2.- Para el modelo de Sharpe

Igualmente, tal y como vimos en el capítulo 2, la estimación de los parámetros del modelo de Markowitz puede ser simplificada a través del modelo de Sharpe. Así tendremos que el rendimiento de un determinado título queda como en (2.9), simplificación que para que conduzca a los mismos resultados en el cálculo de la cartera óptima que el modelo de Markowitz tendrá que cumplir (2.12).

Debemos tener en cuenta que, según la ecuación (4.3), el valor de b_{it} varía en el tiempo. Esto es así dado que

S))Q

$$b_{it} = \frac{\text{cov}[R_{mt}, R_{it}]}{\text{var}(R_{mt})} \quad (4.5)$$

donde tanto la $\text{cov}(R_{mt}, R_{it})$ como la $\text{var}(R_{mt})$ no son constantes como ya hemos visto anteriormente. Dado que b_{it} representa el riesgo sistemático del título, esta variabilidad concuerda con la consideración de un riesgo variable en el tiempo.

En este caso, la matriz de varianzas-covarianzas entre los diferentes títulos quedará para k títulos y para cada momento t como

$$H_t = h_{mt} B_t B_t' \otimes E_t \quad (4.6)$$

donde B_t es un vector ($k \times 1$) de los b_{it} para $i=1, \dots, k$ y E_t es una matriz diagonal ($k \times k$) con los elementos $\text{var}(O_{it})$ para $i=1, \dots, k$.

Comportamiento del error del modelo de Sharpe

Como hemos visto, en el modelo de Sharpe

$$R_{it} = R_{it}^* \otimes O_{it}$$

donde R_{it}^* es el rendimiento que depende del índice para este modelo. Y dado que R_{it} sigue una distribución como en (4.1) y que

S))Q

$$E[R_{it}^{(0)} / R_{t+1}] = 0$$

tal y como podemos ver al pie de la página² podemos decir a partir de (2.9) que

$$E[R_{it}^2 / R_{t+1}] = b_{it}^2 E[R_{mt}^2 / R_{t+1}] + E[O_{it}^2 / R_{t+1}]$$

y sustituyendo por el valor de las varianzas condicionadas y el valor de b_{it} en (4.5) a partir de (4.3)

² Si multiplicamos por el rendimiento estimado ambos miembros de la ecuación (2.9) y tomamos esperanza condicionada tendremos (en este caso $a_i=0$ dado que R_{it} y R_{mt} tienen media cero)

$$E[R_{it} R_{it}^{(0)} / R_{t+1}] = b_{it} E[R_{mt} R_{it}^{(0)} / R_{t+1}] + E[R_{it}^{(0)} O_{it} / R_{t+1}]$$

y sustituyendo en el primer miembro y primer sumando del segundo miembro

$$R_{it}^{(0)} = b_{it} R_{mt}$$

tendremos

$$b_{it} E[R_{it} R_{mt} / R_{t+1}] = b_{it}^2 E[R_{mt}^2 / R_{t+1}] + E[R_{it}^{(0)} O_{it} / R_{t+1}]$$

lo que es lo mismo

$$\frac{E[R_{it} R_{mt} / R_{t+1}]^2}{h_{mt}} = \frac{E[R_{it} R_{mt} / R_{t+1}]^2}{h_{mt}} + E[R_{it}^{(0)} O_{it} / R_{t+1}]$$

dado que

$$b_{it} = \frac{E[R_{it} R_{mt} / R_{t+1}]}{h_{mt}} \quad \text{y} \quad E[R_{mt}^2 / R_{t+1}] = h_{mt}$$

y, por tanto, tal y como afirmábamos

$$E[R_{it}^{(0)} O_{it} / R_{t+1}] = 0$$

S))Q

$$h_{it} = \frac{h_{it} h_{mt}^2 E[\epsilon_{it} \epsilon_{mt}]^2}{h_{mt}^2} E[\epsilon_{it}^2 / R_{t+1}]$$

o, lo que es lo mismo

$$E[\epsilon_{it}^2 / R_{t+1}] = h_{it} [1 + r_{im}^2] \quad (4.7)$$

donde r_{im}^2 es el cuadrado de la covarianza entre ϵ_{it} y ϵ_{mt} , que coincide con el cuadrado del coeficiente de correlación al ser estas variables normales estandarizadas y por tanto r_{im}^2

tomará valores entre cero y uno de tal forma que

$$E[\epsilon_{it}^2 / R_{t+1}] \geq 0$$

En cualquier caso, si generalizamos el proceso para valores de $\text{var}(\epsilon_{it})$ y $\text{var}(\epsilon_{mt})$ distintos de uno, r_{im}^2 sería sustituido por el cuadrado del coeficiente de correlación entre estas variables, y no por su covarianza, asegurando de esta forma un valor positivo para la varianza de los errores, tal y como se puede ver en el apéndice 4.1.

Proporción de riesgo sistemático y riesgo específico

Bajo el supuesto de variabilidad del riesgo como en los modelos que hemos visto, esto

S))Q

no supone sin embargo que la proporción del riesgo sistemático y específico para un determinado título sobre el riesgo total varíe a lo largo del tiempo. Esto es así dado que la varianza condicional de un determinado título puede ser expresada a partir de (4.7) y anteriores como

$$h_{it} = b_{it}^2 h_{mt} + h_{it} [1 + r_{im}^2]$$

que al dividir por h_{it} se obtiene la proporción tanto del riesgo sistemático como del específico

$$1 = b_{it}^2 \frac{h_{mt}}{h_{it}} + [1 + r_{im}^2] \quad (4.8)$$

y sustituyendo (4.5) en (4.8) vemos que para cualquier título individual las proporciones de ambos riesgos (tanto sistemático como específico) se mantendrán constantes para todo el período.

Sin embargo, esto no es óbice para que la proporción tanto del riesgo sistemático como específico de la cartera para cada momento t varíe, ya que estos dependen de los valores X_{it} .

S))Q

4.3.- EVALUACION DE LOS RESULTADOS

Un aspecto de suma importancia dentro de nuestro trabajo consiste en tener la posibilidad de poder evaluar los resultados que emanen del mismo. Una vez que hemos optado por unas determinadas combinaciones de títulos en nuestro empeño inversor, debemos ser capaces de determinar cómo lo hemos hecho de bien para el intervalo de tiempo considerado, con posibilidad de distinguir y evaluar por separado la mayoría de los aspectos que influyen en el resultado final. Así, hemos de tener presentes aspectos tales como cual ha sido nuestra habilidad en obtener un determinado rendimiento soportando un determinado riesgo, nuestra capacidad de diversificación, de adaptación a cambios de tendencia del mercado, etc. En cualquier caso, las variables claves y subyacentes a todos estos aspectos en nuestros modelos rentabilidad-riesgo son, obviamente, la rentabilidad y el riesgo, pudiendo optar respecto a la medición de la variable riesgo entre el riesgo total (medido a través de la desviación típica) o el riesgo no diversificable (medido a través de las betas).

De la necesidad de evaluación surge automáticamente la de comparación a partir de la cual podremos ser capaces de evaluar nuestros resultados. Sin embargo, la capacidad de comparación puede no ser única, de tal forma que tengamos más de un punto de referencia. Así, podemos distinguir entre comparación subjetiva y objetiva. Entendemos por comparación subjetiva aquella en la que comparamos la actuación de nuestra cartera con ella misma en el pasado. De este modo, podríamos querer saber, por ejemplo, si nuestra decisión de cambiar la composición de la cartera ha sido acertada o no. La comparación objetiva consistiría, por el contrario, en comparar nuestra cartera con carteras formadas sin nuestra intervención.

S))Q

4.3.1.- Comparación objetiva

Dentro de este tipo de evaluaciones podemos distinguir entre (1) aquellas que comparan con carteras formadas por métodos aleatorios, (2) aquellas que comparan con la cartera de profesionales y (3) aquellas que comparan con la cartera de un determinado índice.

4.3.1.1.- Comparación con carteras formadas por métodos aleatorios

En la formación de carteras por métodos aleatorios, la población de los títulos suele ser los que componen un determinado índice. En el procedimiento a seguir para formar la cartera podemos distinguir entre (Fried, Blume y Crockett (1970)):

1. Todos los títulos del índice seleccionado tienen la misma probabilidad de ser elegidos y ponderan en la cartera de igual forma.
2. La probabilidad de que un determinado título del índice sea elegido es proporcional al valor que en el mercado tiene el total de estos títulos (valorados a precio de mercado). Posteriormente, la ponderación en la formación de la cartera es igual para todos los títulos.
3. Todos los títulos del índice seleccionado tienen la misma probabilidad de ser elegidos al igual que en el punto 1. La diferencia está en que a la hora de formar la cartera cada título pondera en función del valor que en el mercado tiene el total de estos títulos y al igual que en el procedimiento anterior los títulos se valoran a precio de mercado.

Tanto el índice como el procedimiento a elegir en la selección de la cartera aleatoria

S))Q

dependen de las características concretas del trabajo que estemos realizando.

4.3.1.2.- Comparación con carteras profesionales

La evaluación de carteras a partir de la comparación con carteras profesionalizadas suele ser la más usada en la prensa financiera especializada. Así, podemos ver periódicamente en esta prensa los ranking de las diferentes empresas de inversión mobiliaria, fondos de inversión, etc.

4.3.1.3.- Comparación con un índice determinado

La evaluación de carteras a partir de la comparación de éstas con un determinado índice tienen fundamentalmente su apoyo en el CAPM y más concretamente en la Capital Market Line. Desarrollamos a continuación dos de los métodos más conocidos:

a) El método de Sharpe

Sharpe (1966), propone el ratio

$$\frac{\overline{R}_C - R_F}{F_C} \quad (4.9)$$

S))Q

como indicador capaz de evaluar la actuación de la cartera, dado que este nos mide la rentabilidad que se ha obtenido en la cartera con relación al riesgo que se ha tenido que soportar (medido por la desviación típica). Como se puede observar, este ratio es la pendiente que se maximiza para obtener la cartera eficiente, tal y como se vio en (2.3) del capítulo 2³.

Comparación visual

Para la comparación visual de este ratio con cualquier índice de referencia se puede construir un gráfico tal y como en (4.1), donde la recta que pasa por los puntos que marca la rentabilidad y el riesgo del índice, este es M, y con origen igual al tipo libre de riesgo⁴ nos sirve de instrumento para este fin. Esta recta nos delimita hacia el lado superior, en el espacio rentabilidad-riesgo, aquellas carteras con mejores resultados que la de referencia y por el lado inferior aquellas con peores resultados.

Comparación en términos de rentabilidad

Para poder comparar la diferencia de resultados en término de rentabilidad debemos recordar que el índice de referencia no sólo marca una cartera con un único riesgo y rentabilidad sino que precisamente esta cartera nos permite diferentes combinaciones entre rentabilidad y riesgo dada la existencia de un tipo libre de riesgo tal y como se vio en el capítulo 2, siendo precisamente la recta dibujada en la gráfica 4.1 la que nos marca todas estas

³ Dado que se utiliza como medida del riesgo la desviación típica estaremos dentro del ámbito del modelo de Markowitz, frente al modelo de Sharpe que utilizaría como medida del riesgo tan solo el sistemático, y por tanto la beta de la cartera, tal y como veremos más adelante.

⁴ Esta recta por tanto será la Capital Market Line (Línea del Mercado de Capitales).

S))Q

posibilidades. Pues bien, obteniendo la cartera que sobre la recta contenga el mismo riesgo que la cartera que estamos evaluando y, restando las rentabilidades de ambas, podremos determinar en términos de rentabilidad cuál es la de mejor resultado. Gráficamente podemos ver esta diferencia en el gráfico (4.1) donde C es la cartera que estamos evaluando y M es la cartera del índice. A partir de la representación analítica de la recta

$$R_i = R_F + \left(\frac{R_m - R_F}{F_m} \right) F_i \quad (4.10)$$

podremos obtener la rentabilidad de la cartera M' cuando F_i toma el valor de la desviación típica de la rentabilidad de la cartera C.

S))Q

Comparación en términos de riesgo

Esto mismo lo podemos hacer pero en términos de riesgo, buscando en la línea del mercado, la cartera que tenga la misma rentabilidad que la cartera que estamos evaluando. En este caso, la cartera coincidirá con M'' de la gráfica (4,1), cuyo riesgo lo calculamos a partir de (4.10) por

$$F_i = \frac{F_m(R_i - R_F)}{R_m - R_F}$$

donde R_i tomará el valor de la rentabilidad de la cartera a evaluar R_c .

b) El método de Treynor y Jensen

Treynor (1965), a diferencia de Sharpe, utiliza como medida del riesgo para la evaluación de carteras el sistemático (medido a través de la beta), ya que entiende que este es el único al que se enfrenta el inversor, pues el riesgo específico es eliminado a través de la diversificación. De esta forma, la ecuación (4.9) para el método de Sharpe queda ahora como

$$\frac{\bar{R}_c - R_F}{b_c} \quad (4.11)$$

S))Q

donde igualmente la interpretación gráfica será igual que para el método de Sharpe con la diferencia que en este caso el eje X del riesgo es medido por b_i (gráfico 4.1).

Si la comparación se desea hacer en términos de rentabilidad tendremos que el riesgo de un determinado título queda como:

$$F_i^2 = b_i^2 F_m^2 + F_0^2$$

que bajo el supuesto de una diversificación eficiente, el riesgo específico desaparece y tendremos realmente que

$$F_i^2 = b_i^2 F_m^2$$

y por tanto

$$b_i = \frac{F_i}{F_m}$$

que sustituyendo en la línea de la cartera (4.10)

$$R_i = R_F + (R_m - R_F) b_i \quad (4.12)$$

Utilizando esta expresión Jensen (1969) calcula la diferencia de rentabilidades entre carteras. Si C (gráfica 4.1) es nuestra cartera y en (4.12) b_i toma el valor de la beta de la cartera que estamos evaluando (b_c), R_i será la rentabilidad de la cartera del mercado M' del gráfico (4.1) y, por tanto, con igual riesgo que C, con lo que la diferencia de sus respectivas

S))Q

rentabilidades ($R_c - R_{M'}$) nos dará un índice de la actuación de la cartera al igual que vimos para el método de Sharpe. Cuanto mayor sea esta diferencia mejor será la actuación de la cartera C^5 .

En cualquier caso, hemos de tener presente que la diferencia en términos de rentabilidad de carteras tal y como hemos visto en el apartado del método de Sharpe como en este sólo es aplicable cuando comparamos una única cartera con la del índice de referencia. Cuando en la evaluación, por ejemplo, interviene una tercera cartera C' (tal y como aparece en la gráfica (4.1), los resultados obtenidos en términos de diferencia de rentabilidad de estas carteras con la del índice de referencia no pueden ser comparadas entre ellas. De esta forma, si la diferencia de rentabilidad de la cartera C con la del índice de referencia es del 5%, y la diferencia de la cartera C' con el mismo índice de referencia es del 4%, tal y como refleja la gráfica (4.1) esto no tiene que implicar que la cartera C sea mejor que la cartera C' . Sólo si igualamos el riesgo de las tres carteras: C , C' y la del índice de referencia M' , las diferencias entre estas rentabilidades tendrán significado, tal y como refleja el gráfico (4.1), donde se puede ver como realmente es la cartera C'' la que obtiene una mayor rentabilidad cuando igualamos los riesgos de las carteras. Puesto que es esta cartera la que tiene mayor el ratio (4.9) o su equivalente para el método de Treynor (4.10)

⁵ A esta medida se le suele llamar "Jensen differential performance index".

S))Q

4.3.2.- Evaluación de la diversificación de la cartera

La eliminación del riesgo específico es el mejor síntoma de una diversificación óptima. Como sabemos, en el modelo de Sharpe una cartera está bien diversificada cuando el único riesgo que soporta es el sistemático, habiendo sido capaz de eliminar el específico. Por tanto el coeficiente de determinación de la regresión entre el índice del mercado y la rentabilidad de la cartera nos proporcionará un indicador del grado de diversificación de la cartera. Cuanto más cerca esté de uno el coeficiente de determinación más diversificada será la cartera y viceversa.

Ante la existencia de riesgo condicionado, esta evaluación es equivalente a si utilizamos la expresión (4.8). Si denominamos $E[O_{ic}^2]$ como el riesgo específico de una cartera y atendiendo a la expresión (4.8) tendremos que r_{im}^2 (que en este caso sería r_{cm}^2) nos servirá como criterio para determinar el grado de diversificación de la cartera⁶. Cuanto más próximo a uno sea este valor menor será el riesgo específico de la cartera y por tanto mejor será la diversificación lograda. Sin embargo, esto no quiere decir que un valor pequeño de r_{cm}^2 suponga que no se haya producido efecto diversificador alguno. Tan sólo nos indica que potencialmente el riesgo de la cartera puede disminuir aún más. Como un indicador de la reducción de riesgo que es capaz de alcanzar la cartera podemos recurrir a la comparación porcentual entre el riesgo medio de esta con el riesgo medio de cada uno de los títulos individuales que intervienen en ella, tanto para el riesgo total (sistemático más específico) como

⁶ En este caso r_{cm}^2 será el cuadrado del coeficiente de correlación entre la normal que genera el rendimiento de la cartera (γ_c) y la normal que genera el rendimiento del Índice del Mercado (γ_m), tal y como se definieron en (4.4).

S))Q

para el riesgo específico. No introducimos el riesgo sistemático dado que este componente no es el que necesariamente debe reducirse ante el efecto diversificador tal y como se vio en (2.14). Exactamente los porcentajes calculados se realizan a través de las siguientes expresiones:

para el riesgo total:

$$E \left[\frac{h_{it} \& h_{ct}}{h_{it}} \right] \times 100 \quad (4.13)$$

para el riesgo específico:

$$E \left[\frac{\text{var}[O_{it}] \& \text{var}[O_{ct}]}{\text{var}[O_{it}]} \right] \times 100 \quad (4.14)$$

donde $\text{var}[O_{it}]$ y $\text{var}[O_{ct}]$ son varianzas condicionadas tal y como se definieron en (4.7).

S))Q

4.3.3.- Evaluación de la adaptabilidad de la cartera a los cambios del mercado

Este tipo de evaluación puede ser estudiada desde dos puntos de vistas diferentes.

a) Por un lado podemos evaluar la capacidad de adaptación que ha tenido la cartera en cuanto a la gestión del mantenimiento de títulos con y libres de riesgo. De esta forma, una cartera bien gestionada se entenderá que aumentará sus títulos libres de riesgo (disminuirá los de riesgo) (*ceteris paribus*) en épocas de: bajas del mercado, alza de los tipos de interés libres de riesgo y aumento del riesgo, y disminuirá los títulos libres de riesgo (aumentará los de riesgo) en los casos contrarios.

Este tipo de evaluación queda fuera de nuestros propósitos dado que nuestro análisis va dirigido en exclusiva a la gestión de la cartera con riesgo que trataremos en el siguiente punto.

b) Evaluamos los resultados en función de la gestión que la cartera con riesgo ha tenido ante la evolución del mercado

Entenderemos en este caso que una cartera con riesgo estará bien gestionada cuando es capaz de tener una beta relativamente alta en épocas en que la rentabilidad del mercado crece y una beta relativamente baja cuando la rentabilidad del mercado descende. Para contrastar estos resultados podemos utilizar el procedimiento de Henriksson y Merton (1981).

S))Q

Procedimiento de Henriksson y Merton

Parte de la base de que si realmente la rentabilidad existe, una buena adaptabilidad de la cartera a los cambios del mercado tal y como hemos definido esta podrá ser contrastada a partir de la expresión

$$R_{ct} - R_{ft} = a + b(R_{mt} - R_{ft}) + c[D_t(R_{mt} - R_{ft})] + g_c \quad (4.15)$$

donde D_t es una variable dicotómica que toma el valor cero cuando $R_{mt} > R_{ft}$ (mercado en alza) y toma el valor -1 cuando $R_{mt} < R_{ft}$ (mercado en baja). En la ecuación (4.15) el valor del parámetro "a" nos indica la habilidad de seleccionar títulos infravalorados, mientras que (b-c) nos indicará la adaptabilidad de la cartera al mercado. Tendremos una buena adaptabilidad al mercado siempre que el parámetro b sea mayor que (b-c), o lo que es lo mismo, cuando $c > 0$. Esto es así toda vez que, c es el único parámetro que diferencia la regresión para un mercado en alza y un mercado en baja dado que

$$(R_{ct} - R_{ft}) = a + b(R_{mt} - R_{ft}) + g_{ct} \quad \text{cuando} \quad R_{mt} > R_{ft}$$

$$(R_{ct} - R_{ft}) = a + (b+c)(R_{mt} - R_{ft}) + g_{ct} \quad \text{cuando} \quad R_{mt} < R_{ft}$$

y

$$(R_{ct} - R_{ft}) = a + g_{ct} \quad \text{cuando} \quad R_{mt} = R_{ft}$$

CAPITULO 5

APLICACION EMPIRICA I.

FORMACION DE LAS CARTERAS PARA LOS INDICES SECTORIALES DEL MERCADO DE VALORES ESPAÑOL

5.1.- INTRODUCCION

Este capítulo y el siguiente contienen la aplicación empírica de los modelos y métodos propuestos en los capítulos previos para el caso español, a nivel sectorial y de valores individuales respectivamente. Actuando bajo las hipótesis básicas que nos proporciona la teoría del CAPM enunciadas también en el capítulo 2, centramos nuestro estudio en la aplicación de estos postulados a los datos de los rendimientos de los sectores y títulos del mercado continuo y de Madrid para el período abril 1991 a diciembre de 1993.

S))Q

5.1.1.- Descripción de los datos

Los datos que utilizamos son diarios y correspondientes a los Índices Sectoriales en que están divididos los títulos que conforman el Índice General de la Bolsa de Madrid. Estos son: Banca, Electricidad, Alimentación, Construcción, Inversión, Metal, Químicas, Comunicación y Varios. El período que utilizamos para el cálculo de las diferentes varianzas y covarianzas condicionadas va desde el 10/04/91 al 31/12/93¹.

Como características de estos sectores para el período considerado podemos destacar: Sector Bancario: Este sector durante estos años es el de mayor ponderación en el índice general y contratación del mercado. Así, la contratación en 1992 alcanza la cifra de 948 mil millones de pesetas, con un valor de sus títulos en el mercado a finales de este año de 3.200.000 millones de pesetas, lo que implica un 22 % del total de la renta variable de la Bolsa de Madrid. En este año se produce la fusión del Banco Central y el Banco Hispano Americano, excluyéndose la negociación de sus títulos el último día de 1991, convirtiéndose el Banco resultante de esta fusión (Banco Central Hispano) en el banco de mayor valor del mercado.

En 1992 se produce una caída en el índice del 13,8%, pérdida algo superior a la del índice general del 12,99%.

Como ya hemos indicado, nuevamente en 1993 es el índice con mayor contratación del mercado con un 36,39%. La ganancia del índice es del 36,14%, inferior a la del índice general.

Sector de Eléctricas: Tiene una revalorización en 1991 más del doble que el índice general, al tiempo que es el índice con mayor incremento de contratación. En este período se producen

¹ En los gráficos del (1.1.a) al (2.1.i) en el apéndice (5.1) tenemos la evolución temporal de los índices de los diferentes sectores así como del índice general para el período considerado.

S))Q

un gran número de fusiones.

En 1992 se produce una disminución en el volumen de contratación en un 17,5% respecto al año anterior. Es el sector que tuvo mayor rentabilidad en el año (3,7%).

Después de la disminución en la contratación del año anterior, en 1993 casi se duplica. Es uno de los índices sectoriales con mayor ganancia (65,6%), superior en 16 puntos a la del índice general.

Sector de Alimentación: Es un sector con una importante participación extranjera (en 1991 se estimaba una cuota del mercado del 37%). En 1991 mantiene una evolución superior a la del índice general (29%, casi tres veces superior). Se produce un descenso en la contratación del 6,4%, siendo su peso en el mercado algo superior al 5%.

Sin embargo, en 1992 es el segundo sector con mayor pérdida (49%). Ya en el año 1993 obtiene unas ganancias del 26,56%, una de las más pobres del mercado. La contratación se ve reducida en un 25% respecto al año anterior.

Sector de Construcción: Mientras en 1990 es el sector con mayor negociación, sin embargo en 1991 se produce una disminución del 36%, con una pérdida de rentabilidad del 6.71%.

Un dato a tener en cuenta es que en 1992 este sector ya no cuenta con el subsector inmobiliarias que pasa al sector de varios. Este mismo año, el índice del sector tiene una pérdida del 37,38%. Sin embargo en 1993 es el sector que ha obtenido una mayor ganancia en su índice frente al resto (79,89%).

Sector de Inversión: En 1991 obtiene la peor evolución de todos los índices sectoriales, con una pérdida de 9,06% frente a la ganancia del índice general del 19,3%. La contratación sufre un importante descenso del 47,38% respecto al año anterior. A partir de 1992 dejan de incluirse

S))Q

en el índice las sociedades de inversión mobiliaria. En 1992 vuelven a repetirse los malos resultados del año anterior soportando la mayor pérdida de todos los índices sectoriales, con descenso del 49,5%.

Ya en 1993 las ganancias se cifran en el 40%, por debajo por tanto del índice general (50%). Ha sido el sector con menor contratación del año con una caída respecto al año previo del 13,5%.

Sector del Metal: En 1991 este sector se ve afectado por la recesión que el sector experimenta a nivel mundial (una reducción mundial de producción del 2,5%). Para este mismo año la rentabilidad del sector ha sido ligeramente inferior a la del índice general. Con una reducción importante en la contratación en comparación al año anterior (un descenso del 27%) y una evolución sin embargo positiva de los dividendos. En términos generales podemos decir que en 1991 el sector pasa por una situación difícil.

En 1992 el sector tiene una pérdida en su índice del 16,8%, mayor que la del índice general, si bien está por encima del de varios sectores.

En 1993 su rentabilidad es del 62,62%, por encima del índice general en doce puntos. La contratación prácticamente no sufre cambios respecto al año anterior.

Sector de Químicas: Dentro de este sector podemos destacar los subsectores petróleo y papeleras. Al igual que el sector de Alimentación, este sector tiene una importante participación extranjera (sobre todo petróleo). En 1991 tiene una evolución más favorable a la del índice general, con una revalorización del 22%.

En 1992 cuenta entre sus valores el segundo más contratado en el año (Repsol²). Este

² Algo más del 70% de contratación del sector.

S))Q

índice sectorial tiene una ganancia del 0,33% en el año, el mayor después del de eléctricas.

En 1993, la contratación del sector aumentó en un 46% respecto al año anterior. Las ganancias de este año son del 40%, cinco puntos por debajo del índice general.

Sector de Comunicaciones: Dentro de este sector el valor que predomina de forma considerable es el de Telefónica con una ponderación del 79,02%. En 1991 Telefónica es el título más contratado. El sector sigue una evolución muy parecida a la del índice general hasta Septiembre, momento en que el índice general sufre un descenso mientras este valor continúa con su ascenso, lo que va a suponer a final del año una rentabilidad del 42%, muy por encima a la del índice general (10,3%).

En 1992, la ponderación dentro del sector para Telefónica baja al 76,16%. En este índice se produce el mayor aumento de contratación del mercado (32% sobre el año anterior), al tiempo que soporta una pérdida del 4%, inferior a la del índice general.

Nuevamente en 1993 la ponderación de Telefónica dentro del sector sufre un pequeño descenso hasta situarse en el 72,31%. Este año Telefónica es la segunda empresa en contratación del mercado, con un incremento en ésta respecto al año anterior del 50%, mientras que el sector en su totalidad tuvo un incremento del 60%. La rentabilidad del sector para 1993 ha sido del 56,72%.

Sector de Varios: Dado que trabajamos con los datos agregados del sector, hemos de tener en cuenta que dada la diferencia en el ámbito de actuación económica de los títulos que dentro del sector intervienen además de los cambios que en la composición del mismo se han producido, las conclusiones a las que se llega han de ser consideradas bajo esta falta de homogeneidad.

En 1991 este índice está constituido fundamentalmente por el sector de seguros. En este

S))Q

año se produce una pérdida en el índice del 4,8%. Es importante tener presente que en 1992 el subsector de Seguros pasará al sector de Bancos y, sin embargo, el subsector de Inmobiliarias que hasta la fecha se encontraban en el sector de Construcción pasará a varios, pasando a denominarse a partir de esta fecha Otras Industrias y Servicios.

En relación a 1992, debido a los cambios que ha sufrido este sector en cuanto a su composición, las comparaciones pierden significado.

Para 1993 podemos destacar un aumento muy importante en la contratación con un incremento del 60% respecto al año anterior. La rentabilidad del año ha alcanzado la cifra del 42%, por debajo del índice general (50%).

Un aspecto a resaltar de lo anteriormente expuesto es, como ya hemos mencionado, el cambio de composición que en el período se ha producido en el sector de varios. Esto nos ha supuesto plantearnos la eliminación de este sector de nuestro estudio, sin embargo, hemos podido comprobar que la incidencia que tiene éste en los resultados finales es nula dado que no entran en ningún momento a formar parte de las carteras. Otra cuestión importante es la desaparición del subsector de inmobiliarias dentro del sector de construcción, también a partir de 1992, para incluirla precisamente en el sector varios. Por tanto, hemos de tener presente este cambio por si pudiera influir en los resultados finales. La cuantificación del subsector inmobiliarias dentro del sector construcción era de 24,53% en el año 1991.

S))Q

5.2.- FORMACION DE CARTERAS

5.2.1.- Cálculo y contrastes previos necesarios para la formación de la cartera en el modelo de Sharpe.

5.2.1.1.- Cálculo de los rendimientos

El rendimiento de los diferentes sectores entre dos momentos del tiempo queda conformado por dos componentes; por las diferencias en el valor del índice (ganancias de capital) y por los dividendos que dichos sectores hayan satisfecho entre estos dos instantes. Dado que trabajamos con datos diarios, tal y como se mencionó en el apartado anterior, calculamos los rendimientos diarios.

Los rendimientos diarios se obtienen a partir de la siguiente transformación de los índices

$$R_{it} = \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} \quad (5.1)$$

donde $P_{i,t}$ y $P_{i,t-1}$ son los valores que toma el índice i el día t y $t-1$ respectivamente.

Dado que la serie de los índices está ajustada por dividendos, (5.1) no contiene los rendimientos que por el pago de dividendos se ha producido en cada uno de los índices. Sin embargo, la rentabilidad que recibe el accionista incluye esta componente. Para tener en cuenta este aspecto, hemos considerado que la rentabilidad media por índice será la media de los valores de R_{it} de (5.1) más la rentabilidad media diaria por dividendos cuyo cálculo

S))Q

lo hemos realizado de la siguiente forma:

$$D_i = \frac{\sum_{t=1991}^{1993} d_{it}}{3 \times 365}$$

donde d_{it} es el rendimiento anual por dividendos en tantos por uno, obtenido como proporción entre los dividendos pagados y la capitalización del sector en el mercado. En el cuadro (5.1) se tienen los rendimientos medios diarios de los diferentes sectores.

Cuadro 5.1. Rendimientos medios diarios (%).

Sectores	Media
Banca	0.04167729
Electricidad	0.08554116
Alimentación	0.02388516
Construcción	0.04943847
Inversión	0.03232919
Metal	0.07493413
Químicas	0.04750650
Comunicaciones	0.07194449
Varios	-0.00566713

Fuente: Memoria Bolsa de Madrid y Sociedad de Difusión de la Bolsa de Madrid.

5.2.1.2.- El tipo libre de riesgo

Los tipos que en el mercado pueden ser considerados como libres de riesgo son varios. En cuanto a su emisor tanto pueden ser públicos como privados. Normalmente se entiende que

S))Q

es el emisor público quien minimiza el riesgo. Dentro de los valores públicos tenemos diferentes tipos dependiendo de su vencimiento. Hemos podido comprobar en este trabajo, cómo los resultados a la hora de utilizar diferentes tipos libres de riesgo no supone grandes variaciones dentro de la composición de la cartera óptima. Por ejemplo, variaciones en el tipo libre de riesgo del 1,5% (sobre un tipo libre de riesgo del 10%) implica variaciones en la proporción de los títulos que intervienen en la cartera muy inferiores al 1%. Bajo estas consideraciones, tomamos un tipo libre de riesgo del 10% en este trabajo, coincidente, por ejemplo, con el interés legal del dinero para el período muestral y ligeramente inferior al tipo medio de los bonos a tres años para el mismo período (11,4%).

5.2.1.3.- Normalidad y simetría de los rendimientos de los sectores

Muchas de las teorías utilizadas en el estudio de los mercados de valores al igual que las que nos sirven de base, tal y como ha sido planteado³, parten de la hipótesis de que el comportamiento de los rendimientos sigue una distribución simétrica con cierto grado de apuntamiento. En el apéndice 5.2 podemos observar los histograma de frecuencias de los rendimientos de los diferentes sectores que estamos analizando. En ellos podemos observar un

³ Así lo hemos visto para los modelos ARCH.

S))Q

elevado grado de simetría, así como un grado de apuntamiento considerable si comparamos estas distribuciones con la normal teórica con media y desviación típica muestrales de los rendimientos, que aparece en las figuras como línea superpuesta a los histogramas. En la cuadro (5.2) tenemos el resultado del contraste de normalidad P^2 de Pearson para los diferentes sectores rechazándose en todos ellos la hipótesis de normalidad, lo que lleva a que los parámetros estimados de los modelos ARCH sean cuasi-máximo verosímiles tal y como vimos en el capítulo 3. En cualquier caso este contraste se vuelve a realizar sobre los errores de los modelos de R_t , para cuando en estos se introducen variables de intervención.

Cuadro 5.2. Test P^2 de normalidad

Sectores	Valor Chi-cuadrado	Nivel significación	G.L.
Indice General	34.3244	3.54792E-5	8
Bancos	44.7227	4.15311E-7	8
Electricidad	59.5107	1.89022E-10	7
Alimentación	51.6445	2.19836E-9	6
Construcción	38.0892	1.68009E-5	9
Inversión	51.4556	7.73951E-7	12
Metal	40.6505	1.30105E-5	10
Químicas	24.6577	8.72427E-4	7
Comunicación	82.5424	1.59095E-13	10
Varios	45.5291	1.0794E-7	7

G.L. Grados de libertad

S))Q

5.2.2.- Modelización ARCH del riesgo

Tal y como hemos puesto de manifiesto en el capítulo 3, las varianzas condicionadas serán calculadas a través de la modelización utilizando los modelos ARCH⁴ allí descritos, usando para ello, como es habitual en este tipo de trabajos, el logaritmo de los rendimientos. Los pasos seguidos han sido:

5.2.2.1.- Contraste de comportamiento ARCH en los rendimientos

Como primer paso para la modelización a través de modelos ARCH, contrastamos la existencia de este comportamiento en la serie de los logaritmos de los rendimientos para los distintos sectores. Para ello utilizamos el contraste de multiplicadores de Lagrange propuesto por Engle (1982) y el contraste-Q Pormanteau propuesto por McLeod y Li (1983) cuyos desarrollos ya vimos en el capítulo 3.

En el apéndice 5.3 tenemos los resultados tanto del contraste de multiplicadores de Lagrange así como los del contraste Q, para retardos del 1 al 12. Los resultados en ambos contraste y para todos los retardos indican de forma muy contundente la existencia de un comportamiento heterocedástico en las series, excepto para el primer retardo del sector de la construcción y, para los retardos del uno al tres del sector del metal.

⁴ Recordemos que cuando hablamos en forma genérica de efectos ARCH o modelos ARCH nos estamos refiriendo a modelos con heterocedasticidad condicionada en general y por tanto no estamos hablando de la forma final que tendrá el modelo que modelizará estos efectos, que tanto podrán ser efectivamente a través del modelo ARCH propuesto por Engle (1982) el modelo GARCH de Bollerslev (1986) u otro cualquiera que pretenda este cometido.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

En el cuadro (5.3) contrastamos la posibilidad de que en (4.1) μ_i sea igual o distinto de cero. Observando los valores de la tabla mencionada sólo el sector de eléctricas tiene un valor de μ_i significativamente distinto de cero. Para el resto de los sectores consideramos en su modelización correspondiente que este valor es igual a cero.

Sectores	t Estadístico	Nivel significación
Indice General	0.599087	0.549316
Bancos	0.0883733	0.929606
Electricidad	2.1219	0.034211
Alimentación	-1.05216	0.293103
Construcción	-0.478215	0.632652
Inversión	-1.34734	0.178326
Metal	-0.114701	0.908716
Químicas	1.09026	0.27599
Comunicación	1.86458	0.0626751
Varios	-0.524581	0.600047

Tal y como vimos en el capítulo 3, ante la presencia de comportamiento ARCH las bandas de confianza de las autocorrelaciones muestrales habituales han de ser corregidas como consecuencia de estos efectos. A partir de las transformaciones vistas en el capítulo 3 (3.15) presentamos el siguiente cuadro (5.4) con el coeficiente de autocorrelación de primer orden de los diferentes sectores. En él podemos observar los valores tipificados como una normal de la

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

función de autocorrelación sin la consideración de los efectos ARCH tal y como vimos en (3.10) (D_1'), mientras que en la siguiente columna tenemos la misma tipificación pero en este caso considerando la existencia de efectos ARCH entre los rendimientos, tal y como vimos en (3.15) (D_1'').

En este cuadro podemos observar que cuando no consideramos los efectos ARCH se aceptan como significativos a los niveles habituales de aceptación los valores de las funciones de autocorrelación para todos los sectores excepto para el de alimentación, químicas y el de varios. Sin embargo, si nos centramos en la columna de los valores corregidos como consecuencia de la introducción de los efectos ARCH podemos observar cómo las autocorrelaciones pierden toda significatividad para todos los sectores.

Cuadro 5.4 Autocorrelaciones de primer orden para los diferentes índices sectoriales

Sector	D_1	D_1'	D_1''	Sector	D_1	D_1'	D_1''
Indice	0.143	3.717	0.086	Inversión	0.082	2.126	0.076
Bancos	0.167	4.334	0.097	Metal	0.197	5.110	0.454
Electricidad	0.142	3.674	0.088	Químicas	0.065	1.686	0.042
Alimentación	0.064	1.666	0.036	Comunicación	0.079	2.063	0.063
Construcción	0.150	3.903	0.323	Varios	0.060	1.549	0.054

S))Q

5.2.2.4.- Análisis de intervención.

A la vista de la evolución de los índices sectoriales y general que, tenemos en el apéndice 5.1, se puede observar como con fecha 19 de Agosto de 1991 hay un gran descenso en los diferentes índices sectoriales y general, salvo en el caso del índice de inversión y el de comunicación, producida por el golpe de estado en la antigua Unión Soviética de tal forma que una vez la situación se normaliza, en cuestión prácticamente de cinco sesiones, los índices vuelven a su nivel inicial. Este efecto nos obliga a la utilización de un análisis de intervención en las series más afectadas por este hecho. En el cuadro siguiente se detalla por sectores el uso de la intervención.

Cuadro 5.5

Sectores	Intervención
Banca	Si
Electricidad	Si
Alimentación	Si
Construcción	Si
Inversión	No
Metal	Si
Químicas	Si
Comunicación	No
Varios	Si
Indice	Si

S))Q

5.2.2.5.- Identificación y estimación del modelo.

Las representaciones que consideramos a la hora de modelizar los efectos ARCH son los modelos ARCH, GARCH, y GARCH-M. Para determinar qué modelo entre el ARCH y el GARCH es el más adecuado utilizamos, como ya se indicó en el capítulo 3 sección 3.6, los resultados de los contrastes utilizados para la detección de efectos ARCH en las series. En el apéndice 5.3 tenemos los resultado de los contrastes Q y LM donde podemos ver como los contrastes son altamente significativos en cuanto a la presencia de efectos ARCH para todos los retardos utilizados (desde el 1 al 7) y todos los sectores. Esto implica la existencia de una memoria amplia en el tiempo y por tanto la conveniencia de introducir un modelo GARCH para las modelizaciones (o sea $q > 0$ en (4.2)).

El criterio que seguimos en cuanto a los retardos a utilizar (o sea los valores de p y q en (4.2)) es tomar aquel modelo que tenga mayor valor de la función de verosimilitud y con parámetros significativos y no negativos. Incluyendo en este criterio la posibilidad de introducir un modelo GARCH-M. Finalmente son los modelos GARCH(1,1) aquellos que mejor modelizan las series de los índices, excepto para el caso del sector de químicas donde β_1 tiene un ratio t de 0.88 por lo que se considera para este sector un modelo ARCH(1). Otro parámetro que no pasa el estándar de significatividad que hemos situado a un nivel de significación del 5% es α_0 del sector de eléctricas. Si a este hecho le añadimos que la suma de $\alpha_1 + \beta_1$ está muy próxima a uno, exactamente 0.95, nos hace optar por un modelo IGARCH(1,1) sin término independiente en la modelización de la varianza. En el apéndice 5.4 podemos ver los valores de la estimación de los diferentes parámetros de los modelos para los

S))Q

diferentes índices sectoriales⁵ (los coeficientes I_i son las de las distintas variables de intervención), a partir de los cuales calculamos las varianzas condicionadas.

Es interesante destacar que la utilización de los retardos $p=1$ y $q=1$ en el modelo GARCH es la opción más generalizada en los estudios que se han realizado sobre la modelización de rendimientos de títulos del mercado de capitales, tal y como afirman Bollerslev, Chou y Kroner (1992).

5.2.2.6.- Contraste de los modelos

Tal y como podemos ver en el apéndice 5.4 la significatividad de la estimación de los diferentes parámetros de los modelos es alta. Otro dato de interés a la hora de valorar el resultado de la estimación de los diferentes modelos es el hecho de que para todos los índices sectoriales, el contraste de Bera y Jarque (1981) rechaza un comportamiento normal estandarizado para $\hat{\epsilon}_{it}$ tal y como vimos en (4.1), lo que además es habitual en otros trabajos de los que dimos ejemplos en el capítulo 3. En cualquier caso, esta violación del modelo general tal y como vimos en el apartado sobre los estimadores cuasi-máximo verosímiles (capítulo 3) no supone que los estimadores pierdan eficiencia, consistencia o no sean asintóticamente normales.

⁵ El algoritmo utilizado para la estimación es el del método *quasi-Newton dual*.

S))Q

5.2.3.- Cálculo de los parámetros del modelo de Sharpe para la formación de las carteras

A partir de este momento, los cálculos y procedimientos utilizados hasta la obtención final de los porcentajes de los diferentes sectores que componen la cartera usando para ello el algoritmo propuesto por Elton y Gruber (1991) se desarrollan a través del programa informático que hemos desarrollado con el compilador GAUSS-386, versión 2.2 y, cuyo esquema se encuentra en el cuadro (5.6). Por tanto los diferentes epígrafes que se van a ir planteando corresponden a partes de este esquema.

En primer lugar: Introducción de los inputs primarios

Se introducen todos los inputs necesarios, que tal y como vemos en el esquema son; n^o de títulos (sectores en este caso) que vamos a utilizar, y las siguientes series temporales, (1) de los rendimientos del índice general (2) de los rendimientos de los diferentes índices sectoriales, (3) de los errores de la modelización de los rendimientos, (cuando en el modelos del rendimiento no hay término independiente ni variables dicotómicas esta serie coincide con la anterior), (4) de las varianzas condicionadas del índice general y finalmente (5) las varianzas condicionadas de los índices sectoriales.

En segundo lugar: Cálculo de los parámetros y series del modelo de Sharpe

Para ello se calcula primero la serie γ_{mt} que genera los rendimientos del índice general tal y como se vio en la expresión (4.4) y posteriormente y de la misma forma una a una se van calculando las series γ_{it} que generan los rendimientos de los sectores para, de esta forma, ir calculando los valores de las covarianzas entre los rendimientos del índice general y los diferentes sectores como en (4.3); las betas (b_{it}) como en (4.5); las alphas (a_{it}) y los residuos

En tercer lugar: Cálculo de las carteras

$$C_{it} = \frac{h_{mt}^i \frac{(\bar{R}_j + \bar{R}_F) b_{jt}}{h_{0t}}}{1 + h_{mt}^i \left(\frac{b_{jt}^2}{h_{0it}} \right)}$$

150

INPUTS (1)

Series temporales:

- Rentabilidades índice general
- Rentabilidades títulos
- Errores modelos rentabilidades de (4.1)
- Varianzas condicionadas índice general
- Varianza condicionadas títulos

Otro input:

- N° de títulos con los que se trabaja

OUTPUTS (2)

Series temporales para cada título:

- Residuos estandarizados de (4.4)
- Covarianza condicionada de (4.3)
- Betas, alphas y residuos del modelo de Sharpe de (2.9)
- Varianza condicionada de los residuos del modelo de Sharpe de (4.7)
- % Riesgo específico y sistemático

Otro output:

- Rentabilidades por título

OUTPUTS (3)

Series temporales para la cartera:

- Proporciones en que cada título entra a formar parte de la cartera
- Beta
- Rentabilidades
- Riesgo específico y sistemático
- Residuos estandarizados de (4.4)
- % Diferencia del riesgo total y específico entre cada título que interviene en la cartera y los de ésta.

Otro output:

- r^2_{CM} de (4.7)

S))Q

5.3.- Evaluación de los resultados

5.3.1.- Análisis descriptivo preliminar, riesgo sistemático y específico y correlaciones entre las participaciones

Las carteras formadas para el período considerado (10/04/91 al 31/12/93) tienen como primera característica a resaltar el predominio de tres sectores de entre los nueve considerados, estos son: eléctricas, metal y comunicación que coinciden con los sectores de mayor rentabilidad. En ningún momento el resto de los sectores entran a formar parte de la cartera. Dentro de estos tres sectores que conforman la cartera predomina el de las eléctricas con una participación media en la cartera del 74%, seguido del metal con un 20% y por último el de comunicaciones con un 6%. La evolución de estos sectores dentro de la cartera a lo largo del tiempo queda reflejada en el apéndice 5.5. En el cuadro (5.7) vemos los valores medios de las betas de la cartera y los sectores que en ella intervienen, así como el predominio de unos sectores sobre otros. Entendemos que hay predominio absoluto aquellos días en que el sector entra a formar parte de la cartera en una proporción superior a la suma del resto de los sectores. Como se puede observar el sector eléctrico con 590 días es el sector con mayor peso en la cartera, seguido del sector metal con 46 días y por último el de comunicaciones con 6 días. En el mismo cuadro se entiende que hay predominio relativo cuando la proporción de inversión en el sector es superior uno a uno al resto de los sectores.

Indíces Sectoriales	Predominio Absoluto	Predominio Relativo	Participación Media	D. típica participación media	Coefic. Variación participación	Beta Media
Eléctricas	590 (87.54%)	608 (90.21%)	74%	15%	0.20	0.98754
Metal	46 (6.82%)	58 (8.61%)	20%	11%	0.55	0.87493
Comunicación	6 (0.89%)	8 (1.19%)	6%	8%	1.33	1.01026
Cartera						0.91447

Riesgo sistemático y riesgo específico

De los tres sectores que intervienen en la cartera (eléctricas, metal y comunicación), electricidad es el sector con menor riesgo específico 21,65%, seguido muy de lejos por el sector de comunicaciones con el 48,77% y el del metal con el 57%. De esta forma, vemos

S))Q

cómo la cartera combina un sector (eléctricas) con un elevado riesgo sistemático, el segundo más grande después del de banca, con otros que se encuentran entre los sectores con menor riesgo sistemático, como son los de comunicación y metal. La combinación y evolución de estos riesgos dentro de la cartera podemos observarlos en las gráficas del apéndice 5.7. De estos gráficos podemos observar como el riesgo específico de la cartera se sitúa en ordenes del 20%, mientras que el sistemático por tanto en ordenes del 80%, salvo en determinados períodos. En cualquier caso, aun en períodos en que el riesgo específico aumenta sensiblemente, y por tanto disminuye la capacidad diversificadora de la cartera, podemos observar cómo tampoco en estos casos entran a formar parte de la cartera otros sectores que no sean los tres mencionados.

Cuadro 5.8. % de riesgo sistemático y específico por sectores.

Sectores	Riesgo Sistemático	Riesgo Específico
Bancos	83.9900%	16.0099%
Electricidad	78.3485%	21.6514%
Alimentación	52.0734%	47.9265%
Construcción	72.7223%	27.2776%
Inversión	24.5123%	75.4876%
Metal	42.9596%	57.0403%
Químicas	65.1961%	34.8038%
Comunicación	51.5590%	48.7709%
Varios	50.2676%	49.7323%

S))Q

Correlaciones entre las participaciones de las carteras

En el cuadro (5.9) podemos ver las correlaciones entre las diferentes participaciones dentro de la cartera. Podemos concluir que tanto el sector del metal como el de comunicaciones actúan conjuntamente cuando las necesidades de diversificación hacen preciso reducir la participación de eléctricas dentro de la cartera, como nos indica el signo positivo de la correlaciones entre ellas y negativo de ambas con eléctricas.

Cuadro 5.9. Correlaciones entre las participaciones de las carteras.

Sectores	Electricidad	Metal	Comunica- ción
Electricidad	1.0000	-0.9430	-0.7407
Metal		1.0000	0.4748
Comunicación			1.0000

5.3.2.- Capacidad diversificadora de la cartera.

Tal y como vimos en el apartado 4.2.2 el valor de r^2_{cm} nos indica el grado en que el riesgo específico ha sido eliminado gracias a la formación de la cartera. Para nuestra cartera este valor es 0.67, valor que podemos considerar moderado. También veíamos en ese mismo apartado como a partir de (4.13) y (4.14) es posible determinar el grado en que la cartera ha disminuido el riesgo total y específico, al comparar estos con los de los títulos individuales que intervienen en ella. Los resultados de este análisis los podemos ver en el cuadro (5.10). Donde se puede observar como el riesgo tanto total como específico se reduce significativamente en comparación con los diferentes sectores que intervienen en la cartera. También podemos

S))Q

observar como el riesgo de la cartera en términos medios es superior al del índice general en un 6.52%.

Cuadro 5.10. Reducción de riesgo en la cartera

Sectores	Riesgo Total		Riesgo Específico	
	Media	D. Típica	Media	D. Típica
Electricidad	11.84%	16.81%	17.41%	15.49%
Metal	37.89%	16.57%	77.09%	10.53%
Comunicación	44.09%	15.42%	76.52%	7.05%
Indice General	-6.52%	21.61%		

5.3.3.- Comparación de la rentabilidad del índice y la cartera a través del método de Sharpe y el de Treynor y Jensen.

La rentabilidad media de nuestra cartera es un 114'37% superior a la rentabilidad media del índice general. Sin embargo, el riesgo de esta cartera no tiene por qué coincidir con el riesgo del índice, por lo que este porcentaje puede perder parte de su significado. Como ya vimos en el apartado 4.2.1.3 este problema podemos solucionarlo a través del método de Sharpe y Treynor para la evaluación de las carteras.

En el cuadro (5.10) vimos cómo el riesgo total de nuestra cartera es superior al del índice general en un 6.52% por término medio, lo que implica que, cuando comparamos sus respectivas rentabilidades estamos infravalorando la rentabilidad del índice general. Por tanto, debemos proceder tal y como vimos en la sección 4.2 homogeneizando la rentabilidad del índice a partir de la Capital Market Line. Para nuestro caso (bajo la existencia de riesgo condicionado) y a partir de la ecuación (4.10), tenemos que

donde h_{it} toma el valor de h_{ct} (riesgo de la cartera), con lo que R_{it} corresponde a la rentabilidad homogeneizada R'_{mt} (M' del gráfico 4.1). De esta forma, podemos hacer la diferencia entre R_c y R'_{mt} , con la seguridad que ambas soportan el mismo riesgo. Esta diferencia nos indica que la rentabilidad de la cartera sigue siendo superior a la del mercado en un 112'04%, con lo que aún mantiene una diferencia considerable.

A diferencia de lo que ocurre cuando aplicamos el método de Sharpe, cuando el riesgo lo calculamos a través del riesgo sistemático (usando para ello el valor de las betas), el riesgo de nuestra cartera es inferior al del índice general tal y como podemos ver en el cuadro (5.7) donde el valor de la beta media de la cartera toma un valor de 0.91447, inferior a la del

$$R_{it} = R_F + (R_{mt} - R_F) b_{it} + R_{mt}^e$$

5.3.4.- Adaptabilidad de la cartera a las diferentes evoluciones del mercado a través del método de Henriksson y Merton

Parámetro	Estimación	Ratio t	Prob.Aprox.
a	0.000768	2.9120	0.0037
b	0.850648	25.3076	0.0000
c	-0.091184	-1.6916	0.0912

S))Q

Como podemos ver, no podemos rechazar que c sea igual a que cero a un nivel de significación del 5%, algo que podíamos esperar a partir de la visualización del gráfico del apéndice 5.8. Por tanto, podemos decir para este caso que hay evidencia de adaptabilidad de la betas de la cartera a los cambios del mercado. Este resultado no debe en cualquier caso, sorprendernos, toda vez que la introducción de modelos, tal y como se ha hecho en este trabajo, con varianzas condicionadas, implica que la respuesta de las variaciones en el riesgo es independiente del signo de los rendimientos dado que, como se ve en (4.2), estos intervienen en ella a través de sus cuadrados a varianzas condicionadas pasadas. Por tanto, la introducción de la modelización de la varianza no implica una mayor adaptabilidad de la cartera al mercado. El grado de significatividad del término independiente nos indica la habilidad en la selección de títulos infravalorados.

CAPITULO 6

APLICACION EMPIRICA II

FORMACION DE CARTERAS CON RIESGO CONDICIONADO

PARA EL CASO ESPAÑOL. VALORES INDIVIDUALES

6.1.- INTRODUCCION

En el capítulo anterior hemos formado las diferentes carteras temporales compuestas por los diferentes sectores que cotizan en la Bolsa de Madrid. A partir de la modelización del riesgo para cada uno de los sectores, hemos determinado el valor de éste en cada instante del tiempo que hemos utilizado como input en la formación de la cartera, a través del algoritmo propuesto por Elton y Gruber (1991) para el modelo de Sharpe. Los resultados de este trabajo nos han permitido determinar cuál es el comportamiento de los diferentes sectores a la hora de combinar entre ellos sus rentabilidades y riesgos, de tal forma que hemos sido capaces de conocer qué sectores predominan en razón de estas variables a la hora de formar parte de una

S))Q

cartera y cómo esta participación evoluciona en el tiempo. Sin embargo, desde la perspectiva de un inversor, dado que los sectores son índices de cotización, y en ningún caso, títulos individuales en los que poder invertir, se preferirá un análisis donde la fuente de información sean los títulos individuales y no los sectores¹.

En este capítulo, atendiendo a la última consideración del párrafo anterior, realizamos un estudio sobre la formación de las diferentes carteras a partir de la modelización del riesgo de los títulos individuales que cotizan en la Bolsa de Madrid. Trabajar con títulos individuales conlleva problemas adicionales a los que podíamos encontrarnos cuando trabajábamos con sectores. El número de series temporales aumenta considerablemente, se plantea la necesidad de realizar ajustes por dividendos, cambios de nominales, ampliaciones de capital, y tratar en algunas series la falta de cotización en determinados días hábiles. Este tipo de problemas y otros, propios de la gestión de datos, han tenido que ser resueltos a través del desarrollo y aplicación de un gran número de programas informáticos capaces de gestionar un elevado volumen de información para lo cual hemos utilizado el compilador Clipper versión 5.01. En síntesis, el desarrollo de estos procedimientos se plantea en el siguiente apartado.

¹ Sólo se podría pensar en invertir en un determinado sector, comprando la totalidad de los diferentes títulos que lo compone, y en las proporciones que se usan para formarlo.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

6.2.- TRATAMIENTO PRELIMINAR DE LOS DATOS

Los datos utilizados en este trabajo han sido suministrados por la Sociedad de Difusión de la Bolsa de Madrid. El formato que utilizan para el almacenamiento de la información corresponde al siguiente esquema: (1) Guardan en un determinado fichero el nombre de cada uno de los títulos, tanto de renta fija, variable, como índices sectoriales y general a los que se le asocia un determinado código junto al nominal que tiene en la fecha de la grabación del fichero. (2) Los datos sobre las cotizaciones y los volúmenes de negociación son guardados en diferentes ficheros, cada uno de ellos correspondiente a una fecha de cotización donde cada título es identificado dentro del fichero por el código que se le ha asignado en el fichero mencionado en el punto anterior. De esta forma, habrá tantos ficheros como días de cotización utilizemos. Nosotros hemos utilizado en este trabajo como período temporal el que va desde el 10/04/91 al 31/12/93, lo que supone un total de 677 días de cotización. El total de títulos-códigos de renta variable que tiene como referencia la Bolsa de Madrid al final del período considerado es de 1915. A partir de este número de títulos se empezará la selección de aquellos que finalmente aparecerán en las carteras.

Por diferentes razones, que iremos viendo a lo largo de este epígrafe, no es posible obtener la rentabilidad real de las series a partir de los datos originales y, por tanto, nos vemos obligados a realizar determinados ajustes en ellas. A continuación detallamos los pasos seguidos hasta la obtención final de las series temporales que hemos utilizado para la modelización del riesgo y cálculo de la rentabilidad de los títulos:

- 1) Los datos originales, como ya comentamos, se encuentran en ficheros donde cada uno

S))Q

corresponde a un determinado día de cotización. Para nuestro interés, es necesario que los ficheros no correspondan a días de cotización sino que cada uno corresponda a un valor donde se encuentre la serie temporal de cotización de éste. Para ello, creamos los 1915 ficheros correspondiente a los títulos-códigos de renta variable que tiene referenciados la Bolsa de Madrid al final del período muestral, y en estos ficheros volcamos la información contenida en los ficheros originales. De tal forma que estos ficheros se llenan a partir de un único registro de cada uno de los 677 ficheros correspondientes al total de días de cotización y, por tanto, el máximo de registros que contendrán será 677.

2) La mayoría de los títulos-códigos que aparecen en la relación mencionada son eliminados debido a que, para el período considerado, su periodicidad de cotización es mínima o ninguna. Esto se debe a que muchos de los títulos que representan estos códigos han sido eliminados de la cotización oficial por diversas causas entre las que podemos destacar, además de las habituales por retirada voluntaria u obligatoria, las que se producen como consecuencia de absorciones y fusiones, así como las que ocasionan las ampliaciones de capital. Cuando se producen ampliaciones de capital las nuevas acciones tienen un período en el que se le asigna un código distinto a las acciones viejas y, por tanto, con cotización diferenciada en tanto en cuanto no igualen los derechos con estas últimas (fundamentalmente en lo relacionado con el cobro de dividendos). Esto hace que existan períodos relativamente cortos donde un determinado título-código tiene cotización pero no son lo suficientemente duraderos en el tiempo como para ser considerados.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

En resumen, nuestro criterio de eliminación de títulos ha sido el siguiente: Conservar aquellos títulos que hayan cotizado un mínimo del 90% de los días de cotización, quedando de este modo un total de 96 títulos. Conservar también aquellos títulos que, aún sin cotizar el 90% de los días, tengan un volumen de negociación superior al mínimo de los seleccionados según el criterio anterior y hayan cotizado como mínimo un 50% de los días de cotización. Con este segundo criterio se incorporan 40 títulos, lo que supone un total de 136. A continuación eliminamos también títulos que no hayan cotizado desde el 30/11/93, lo que supone un total de 7, o hayan iniciado su cotización una vez empezado el período con el que estamos trabajando (2 títulos), con lo que el número de títulos seleccionados disminuye hasta la cantidad de 127. Por último, eliminamos aquellos títulos cuya rentabilidad media para el período sea negativa, lo que supone un total de 56 títulos. El total de títulos con los que trabajamos después de aplicar los criterios anteriores es de 71, que podemos ver relacionados en el cuadro (6.1).

S))Q

Cuadro 6.1. Relación de títulos

CODIGO	NOMBRE	CODIGO	NOMBRE
2410101	BANCO EXTERIOR	3010758	DRAGADOS OR
2410121	BANCO GUIPUZCOANO	3010773	VALLEHERMOSO
2410132	BANCO POPULAR	3015732	INM. METROVACESA
2410136	BANCO SANTANDER	3020786	HUARTE
2410140	BANCO VALENCIA	3021295	FILO
2410144	BANCO ZARAGOZANO	3210710	CORP.FINANCIERA ALBA B
2410174	B. MAPFRE C	3210902	CIA.GENERAL DE INVERSIONES
2410180	BANCO BILBAO VIZCAYA	3210911	FIBANSA
2410191	BANCO ALICANTE	3220908	CEIVASA
2410195	BANCO VITORIA	3221020	CARMOSA
2420102	BANCO ANDALUCIA	3222286	BANSALIBER
2420106	BANCO CASTILLA	3611403	ARGON
2420121	BANCO HERRERO	3611450	REPSOL
2420132	BANCO PASTOR	3611457	CEPSA ORD.
2420143	BANCO VASCONIA	3611461	PETROMED
2420164	BANCO ATLANTICO	3621449	ALGOD.S.ANT
2420186	BANCO GALICIA	3710604	MAPFRE
2510117	BANCO FOMENTO	3821022	HULLAS DEL COTO CORTES
2520126	BANKINTER	3910830	AZKOYEN
2610201	AGUAS DE BARCELONA	3910860	RADIOTRONIC
2610204	CATALANA GAS	3911607	C.AUX.FF.CC
2610209	ELECTRA DE VIESGO	3911610	ACERINOX
2610220	ELECT. RDAS.DE ZARAGOZA	3921680	ZARDOYA OTIS
2610229	FECSA	4011634	ESP.A.TUDOR
2610235	HIDROCANTABRICO	4011638	FASA RENAULT
2610237	H CATALUÑA	4211705	TELEFONICA
2610249	IBERDROLA I	4220730	AUTOP.MARE NOSTRUM
2610260	SEVILLANA	4220764	ESTAC. SUBTERRANEOS

S))Q

CODIGO	NOMBRE	CODIGO	NOMBRE
2610265	UNION FENOSA	4220766	IBERPISTAS
2620222	ENDESA ORDINARIAS	4220772	ACESA
2620224	ENHE-B-OR	4220779	S.A.B.A.
2620268	GAS Y ELECTRICIDAD	4220782	EUROPISTAS
2710425	VISCOFAN	4410805	VIDRALA
2711102	TABACALERA	8726001	COMMERZBANK
2720306	KOIKE	8726501	VOLKSWAGEN
3010725	VALENCIA CEMENTOS	0099000	INDICE GENERAL

S))Q

3) Dado nuestro criterio de selección tenemos títulos que no han cotizado todos los días de mercado y, por tanto, las series temporales tienen diferentes extensiones. Debido a la complejidad que supondría trabajar con series temporales con diferente amplitud temporal en los diferentes procedimientos que hemos desarrollado, optamos por igualar el número de períodos para cada uno de los títulos. Consideramos que para el cálculo de los enteros entre dos días en que determinados títulos no cotizaron, los rendimientos se distribuyen uniformemente. De esta forma, calculamos el rendimiento medio para el período de no cotización y en función del mismo calculamos los enteros a los que hubiese cotizado el título. Por ejemplo, supongamos que el día 14/05 el título se cotiza a 430 enteros y el 21/05 a 435, y en medio de estos días hay tres días de cotización: el 16, 17 y 20. El cálculo para la cotización de estos días sería:

Fecha	Cotización
14/05	430
16/05	X_1
17/05	X_2
20/05	X_3
21/05	435

siendo la media geométrica del rendimiento igual a la raíz cuarta de $435/430$, que es igual

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

a 1.002894386, y por tanto tendremos que

$$\frac{X_1}{430} = 1.002894386$$

$$\frac{X_2}{X_1} = 1.002894386$$

$$\frac{X_3}{X_2} = 1.002894386$$

de donde, despejando de forma sucesiva, nos queda que $X_1=431.2445861$, $X_2=432.4927745$ y $X_3=433.7445756$.

4) Tal y como se ha puesto de manifiesto, los datos originales contienen las diferentes cotizaciones de los títulos en forma de enteros. Esta forma de valoración nos puede llevar, en ocasiones, a errores. Cuando en un determinado título se produce un cambio de nominal, éste queda reflejado en la cotización en enteros a través de un incremento o disminución que no responde a verdaderas ganancias o pérdidas de rentabilidad según el caso, toda vez que los enteros están referidos al nominal de la acción. Por tanto, hemos tenido que elaborar una base de datos de todos los cambios de nominales producidos en este período, a partir de la cual se han desarrollado los procedimientos informáticos necesarios para ajustar las series de aquellos títulos afectados por estos cambios. Este problema, sin embargo, no se hubiese presentado si en vez de enteros la cotización estuviera expresada por el precio de la acción. Otro inconveniente de trabajar con enteros se produce a la hora de calcular los rendimientos del

S))Q

título si queremos incorporar a este cálculo los dividendos cobrados, toda vez que estos vienen expresados en pesetas. Por todo ello, a partir de este momento, una vez realizados los ajustes pertinentes como consecuencia de los cambios de nominal, procedemos al cálculo del precio en pesetas de los títulos para todo el período muestral, trabajando a partir de ahora con series valoradas en pesetas y no en enteros.

5) Otro elemento que hemos tenido en cuenta a la hora de ajustar las series de cotización es el de los dividendos. Sabemos que la cuantía de los dividendos está reflejada en el precio de la cotización de los títulos, de forma tal que el precio de estos generalmente sufre una caída como consecuencia del pago de aquellos. Sin embargo, este descenso en la cotización no supone un quebranto para el inversor, toda vez que éste ha sido compensado al cobrar los dividendos. Por ello, elaboramos una base de datos de los dividendos pagados en nuestro período muestral, la cual interviene a la hora del cálculo de la rentabilidad diaria de cada uno de los títulos tal y como refleja la ecuación (6.1).

6) Uno de los efectos que con mayor fuerza se manifiesta en ocasiones sobre las cotizaciones es el producido por las ampliaciones de capital. Prácticamente en la totalidad de las ampliaciones de capital el valor a desembolsar para la adquisición de un nuevo título queda por debajo del valor de cotización que el título tiene en el mercado², diferencia que se materializa para el antiguo accionista en el derecho de suscripción preferente. Esto produce en el mercado un aumento de los títulos representativos de la sociedad en proporción superior a

² El desembolso para el antiguo accionista incluso puede ser nulo cuando la ampliación se realiza con cargo a reservas de la sociedad.

S))Q

los fondos que, como consecuencia de la ampliación, recibe la sociedad, con lo que la cotización del título tiende a bajar. Sin embargo, esta pérdida en la cotización no supone una pérdida para el accionista, toda vez que, tanto si vende el derecho preferente de suscripción como si lo capitaliza en la nueva inversión ve a través de estas operaciones compensada esta bajada. Por ejemplo, para el caso más extremo en que el antiguo accionista no tenga que desembolsar ningún capital y, por tanto, la ampliación se haga con cargo a reservas, si se produce en proporción 1 x 1 y el valor de la acción antes de la ampliación es de 1000 pts., después de la ampliación, dado que el número de acciones en el mercado se ha doblado, y sin embargo no han fluido nuevos fondos a la sociedad, el nuevo precio de la acción deberá estar alrededor de las 500 pts. Sin embargo, el accionista que antes tenía una acción valorada en 1000 pts. ahora tendrá dos acciones valoradas, cada una de ellas, en 500 pts. Por tanto, cualquier pérdida que se refleje en las series temporales de los títulos producida por ampliaciones de capital debe ser ajustada como consecuencia de este efecto de dilución del valor de la sociedad, no soportado por el accionista, tal y como hemos visto. Como consecuencia, elaboramos una base de datos de todas las ampliaciones de capital que se han producido en nuestro período muestral, la cual nos ha servido como input en un programa que hemos confeccionado con el compilador Clipper para poder realizar los ajustes correspondientes. Concretamente el ajuste se realiza multiplicando la serie a partir de la fecha de la ampliación o ampliaciones por el siguiente índice corrector

$$\frac{(A_1/A_0)P_0}{A_0P_0/A_1P_d}$$

$S_0 \left(1 + \frac{A_1}{A_0} \frac{P_0}{P_d} \right)^Q$

donde A_1 es el número de acciones nuevas de la ampliación por cada A_0 acciones antiguas, P_0 es el precio de cotización de la acción en el momento inmediatamente anterior a la ampliación y P_d es el precio de desembolso a realizar para la adquisición de una acción nueva por parte de cualquier accionista antiguo.

S))Q

6.3.- FORMACION DE LAS CARTERAS

Los pasos que seguimos para la formación de las diferentes carteras a lo largo del tiempo son, esencialmente, los mismos que se siguieron en el capítulo 5 para los índices sectoriales. Debido a ello, en este caso reduciremos todos aquellos comentarios y pasos que, con carácter general, puedan ser repetitivos y ya fueron mencionados en el capítulo anterior, centrándonos fundamentalmente en los aspectos concretos resultantes del análisis de los datos.

6.3.1.- Cálculo de los inputs necesarios en la formación de carteras para el modelo de Sharpe

Los rendimientos son calculados a partir de la siguiente expresión:

$$R_{it} = \frac{P_{it} \% d_{it}}{P_{i(t+1)}} \quad (6.1)$$

donde $P_{i,t}$ y $P_{i,t-1}$ son los precios del valor i el día t y $t-1$ respectivamente, y $d_{i,t}$ es el dividendo del valor i pagado el día t . En el cuadro 6.2 tenemos la rentabilidad media en tanto por uno para el período muestral en orden de mayor a menor (excepto la del índice general).

Para el caso del cálculo de las varianzas condicionadas, los pasos seguidos han sido los mismos que vimos en el capítulo 5 para los sectores. Las particularidades para cada uno de ellos serán expuestas a continuación

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

Cuadro 6.2. Rentabilidades diarias en tanto por uno

Nº	TITULO	RENTAB.	Nº	TITULO	RENTAB.	Nº	TITULO	RENTAB.
1	2610220(ELECTRDAS ZARAGOZA)	0.002498	25	4220730(AUTOP. MARE NOSTRUM)	0.00083	49	2610229 (FECSA)	0.000431
2	2620222 (ENDESA ORDINARIAS)	0.001777	26	3611461 (PETROMED)	0.000814	50	3021295 (FILO)	0.000404
3	2610235 (HIDROCAN-TABRICO)	0.001645	27	2620224 (ENHE-B-OR)	0.000802	51	2410180(BCO. BILBAO VIZCAYA)	0.000404
4	2620268(GAS Y ELECTRICIDAD)	0.00163	28	4011638(FASA RENAULT)	0.000785	52	3010773(VALLE-HERMOSO)	0.000368
5	8726001 (COMMERZ-BANK)	0.001339	29	2520126 (BANKINTER)	0.000764	53	2610209(ELECTRA DE VIESGO)	0.000336
6	4211705 (TELEFONICA)	0.001245	30	3921680 (ZARDOYA OTIS)	0.000752	54	3210710(CORP. FINANCIERA ALBA B)	0.000321
7	4220772 (ACESA)	0.001241	31	4220764 (ESTAC. SUBTERRANEOS)	0.000741	55	3010758 (DRAGADOS OR)	0.00032
8	4220782 (EUROPISTAS)	0.001163	32	2610249 (IBERDROLA I)	0.000704	56	2420121(BCO. HERRERO)	0.000274
9	2420186 (BCO. GALICIA)	0.001161	33	3710604 (MAPFRE)	0.000699	57	2510117(BCO. FOMENTO)	0.000263
10	3911607 (C.AUX.FF.CC)	0.00116	34	2610237 (H.CATALUÑA)	0.000671	58	2410195(BCO. VITORIA)	0.000247
11	3910830 (AZKOYEN)	0.001141	35	3821022(HULLAS DEL COTO CORTES)	0.000658	59	2410191(BCO. ALICANTE)	0.000245
12	3221020 (CARMOSA)	0.00113	36	2720306 (KOIPE)	0.000613	60	3611403 (ARGON)	0.000228
13	2420102(BCO. ANDALUCIA)	0.001112	37	2410136(BCO. SANTANDER)	0.000605	61	3910860(RADIO-TRONIC)	0.000207
14	3611450 (REPSOL)	0.001099	38	2410140(BCO. VALENCIA)	0.000587	62	2420164(BCO. ATLANTICO)	0.000172
15	3911610 (ACERINOX)	0.001069	39	2410101 (BCO. EXTERIOR)	0.000538	63	2420143(BCO. VASCONIA)	0.000166
16	3222286 (BANSALIBER)	0.00106	40	2610260 (SEVILLANA)	0.000536	64	3020786 (HUARTE)	0.000158
17	3220908 (CEIVASA)	0.001022	41	3611457 (CEPSA ORD.)	0.000506	65	4011634(ESP.A. TUDOR)	0.000155
18	2420106(BCO. CASTILLA)	0.001007	42	3010725 (VALENCIA CEMENTOS)	0.000504	66	2410174 (B.MAPFRE C)	0.00012
19	2610204 (CATALANA GAS)	0.000989	43	2610201(AGUAS DE BARCELONA)	0.000478	67	3015732(INM. METROVACESA)	0.000094
20	4220766 (IBERPISTAS)	0.000978	44	2610265 (UNION FENOSA)	0.000476	68	2710425 (VISCOFAN)	0.000086
21	2410132(BCO. POPULAR)	0.000953	45	2420132 (BANCO PASTOR)	0.000473	69	2711102 (TABACALERA)	0.00008
22	3210911 (FIBANSA)	0.00095	46	3621449(ALGOD.S .ANT)	0.000468	70	2410144(BCO. ZARAGOZANO)	0.000076

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

23	3210902(CIA. GENERAL DE INVERSIONES)	0.000889	47	4220779 (S.A.B.A.)	0.000455	71	4410805 (VIDRALA)	0.000026
24	8726501 (VOLKSWA- GEN)	0.000833	48	2410121(BCO. GUIPUZCOANO)	0.000448		0099000(INDICE GENERAL)	0.000360

6.3.1.1.- Contraste de comportamiento ARCH en los rendimientos

En el apéndice 6.1 presentamos los resultados de los contrastes de modelos ARCH para la serie de rendimientos. Para la mayoría de los títulos se rechaza de forma contundente la hipótesis nula, concretamente para niveles de confianza superiores al 99'9%, tanto con el contraste de Multiplicadores de Lagrange (LM) como con el contraste Q, descritos en el capítulo 3, y para retardos del uno al doce. Estos resultados nos llevan a evidenciar la existencia de comportamiento ARCH en los rendimientos de los diferentes valores. En los siguientes títulos los resultados de los contrastes no son tan contundentes: El título 2420102 (Banco Andalucía) rechaza la hipótesis nula para retardos del 1 al 6 si el nivel de significación es por ejemplo del 5%, para el resto de los retardos hasta el doce no se rechaza la hipótesis nula. Para el título 2610204 (Catalana Gas) no se rechaza el comportamiento no heterocedástico condicionado para el retardo 1 a un nivel de significación inferior a 0.1394 y 0.1377 en el contraste LM y Q respectivamente, en el resto de los retardos, por el contrario, se rechaza la hipótesis nula con la misma fuerza que para el resto de los títulos. El título 2620222 (Endesa) son los retardos 1 y 2 en los que no se rechaza la hipótesis nula para un nivel de significación del 0.3778 y 0.4268 para cada retardo respectivamente en el contraste LM y con valores parecidos en el contraste Q. En el título 3210902 (Cia.General de Inversiones) no hay evidencia de ningún comportamiento ARCH para los retardos del 1 al 12. En el título 4220782 (Europistas) no se rechaza la hipótesis nula para el retardo 1 a un nivel de significación inferior a 0.2077 y 0.2066 para los contrastes LM y Q respectivamente. Y por

S))Q

último para el título 3210911 (Fibansa) sí podríamos admitir para sus rendimientos un comportamiento heterocedástico condicionado, no a niveles de confianza del 99,9% pero sí para niveles de significación del 5%.

6.3.1.2.- Término independiente

Antes de estimar los modelos para la obtención de las varianzas condicionadas contrastamos la posibilidad de que en (4.1) μ_i sea distinto de cero. En el cuadro (6.3) se relacionan aquellos títulos en los que se rechaza la igualdad a cero de μ_i a un nivel de significación del 5% o menor.

Contraste de la media del proceso ($H_0: \mu = 0$)

CODIGO	NOMBRE	NIVEL SIGNIFICACION
2410101	BANCO EXTERIOR	0.0028
2410191	BANCO ALICANTE	0.0305
2420106	BANCO CASTILLA	0.0000
2420186	BANCO GALICIA	0.0000
2610220	ELECT. RDAS.DE ZARAGOZA	0.0124
2610235	HIDROCANTABRICO	0.0147
2620222	ENDESA ORDINARIAS	0.0043
2620268	GAS Y ELECTRICIDAD	0.0160
3210911	FIBANSA	0.0018
3220908	CEIVASA	0.0014
3221020	CARMOSA	0.0030
3222286	BANSALIBER	0.0267
4220764	ESTAC. SUBTERRANEOS	0.0034
4220766	IBERPISTAS	0.0204

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

6.3.1.3.- Análisis de intervención

Cuando realizamos un análisis gráfico-visual de la evolución de los rendimientos a lo largo del tiempo podemos observar cómo, en determinadas ocasiones y, para determinados títulos, éstos toman valores muy extremos. Estas situaciones pueden tener como causa acontecimientos imprevisibles que reflejan los mercados en su totalidad (como el golpe de estado en la Antigua Unión Soviética en Agosto de 1991) o a determinados títulos individuales. También podemos en ocasiones atribuir estos valores extremos a errores que se pueden producir en la obtención y manipulación de los datos. En cualquier caso, y para evitar que estos efectos tengan repercusiones no deseadas a la hora de modelizar las diferentes varianzas condicionadas de los títulos, optamos por introducir determinadas intervenciones en forma de variables dicotómicas. Las modelizaciones en las que se han introducido estas intervenciones pueden ser vistas en el apéndice 6.2 para aquellos modelos con coeficientes " I_i ", donde se encuentran asimismo, los resultados de la estimación de la modelización para todos los títulos.

6.3.1.4.- Identificación y estimación del modelo

A medida que hemos ido desarrollando el trabajo comprobamos cómo el modelo GARCH(1,1) es el que mejores características posee en relación al valor de la función de máxima verosimilitud frente a modelos alternativos³, así como, en los mismos, podemos observar valores significativos de los parámetros estimados. Este modelo que, tal y como

³ Recordamos que como modelos alternativos tenemos los GARCH con retardos distintos al (1,1), y los modelos ARCH(p) y GARCH-M(p,q).

S))Q

habíamos indicado en el capítulo anterior, es el más habitual en la mayoría de los trabajos que se han realizado al respecto, es también el que predomina en la modelización de nuestras series. Sin embargo, en ocasiones este modelo no puede ser aceptado para determinadas series al no pasar el contraste de heterocedasticidad condicionada, o por la falta de significatividad de todos o algunos de sus coeficientes, situaciones que normalmente vienen emparejadas. Para los títulos 2620222 (Endesa), y 3210902 (Cia.General de Inversiones) que, como se señaló anteriormente, tienen problemas para pasar los contrastes LM y Q y, por tanto, en la modelización de su varianza, usamos como medida del riesgo la varianza incondicional. Para el resto de los títulos que tienen algún problema con los contrastes LM y Q, estos son: 2420102 (Banco de Andalucía), 2610204 (Catalana de Gas) y 4220782 (Europistas), sin embargo, podemos aceptar, si no con gran rotundidad tal y como vimos, comportamientos heterocedásticos en sus series y por tanto considerar modelos aceptables de su varianza, los siguientes: ARCH(1) para el 2420102, ARCH(2) para el 2610204 y GARCH(1,1) para el 4220782.

Otro grupo de títulos, aún pasando los contrastes LM y Q, plantean problemas en lo que a la significatividad de los parámetros estimados se refiere para un nivel de significación del 5%. La relación de estos títulos y la solución que se ha adoptado la tenemos en el siguiente cuadro (6.4):

S))Q

Cuadro 6.4

TITULO	PARAMETRO NO SIGNIFICATIVO	SOLUCION
2410144 (B.Zaragozano)	$\$1$	ARCH(1)
2520126 (Bankinter)	" ₀	GARCH(1,1)
2610265 (Unión Fenosa)	" ₀	Varianza Incondicional
3010773 (Vallehermoso)	" ₀	GARCH(1,1)
3222286 (Bansaliber)	$\$1$	ARCH(1)
4211705 (Telefónica)	$\$1$	GARCH(1,1)
4220730 (Autp.Mare Nostrum)	$\$1$	GARCH(1,1)
4220772 (Acesa)	" ₀	ARCH(1)

En algunas ocasiones la estimación de determinados parámetros del modelo GARCH(1,1) se plantean problemas de convergencia, en estos casos optamos por modelos más simples, quedando recogidos en el siguiente cuadro (6.5)

Cuadro 6.5

TITULO	PARAMETRO CON PROBLEMAS	SOLUCION
2410195 (B.Vitoria)	$\$1$	ARCH(1)
3010725 (Valencia Cementos)	Falta de convergencia	ARCH(2)
3611450 (Repsol)	$\$1$	ARCH(1)
3921680 (Zardoya Ortis)	Falta de convergencia	ARCH(2)
8726001 (Commerzbank)	$\$1$	ARCH(1)

S))Q

El resto de los títulos son modelizados sin problema con modelos GARCH(1,1). El valor de los estimadores de los parámetros, así como el grado de significatividad de estos pueden verse, como ya indicamos en apartados anteriores, en el apéndice 6.2.

Otro aspecto a destacar, a la hora de estimar los modelos de las diferentes series, es la posibilidad de la inexistencia de varianzas incondicionales para algunas de las series de rentabilidad de los títulos. Hemos visto en el capítulo 3 la condición para la existencia de la varianza incondicional en (3.17). Cualquier modelo que haga que (3.17) esté muy próximo a la unidad puede ser un signo de la inexistencia de la varianza incondicional. Siete son los títulos donde (3.7) supera el valor 0.95, entre ellos el del Banco de Alicante (2410191), Sevillana (2610260), Vallehermoso (3010773), Cepsa (3611457). Esta consideración supone la posibilidad de estar frente a modelos IGARCH (integrados en varianza) tal y como vimos en el capítulo 3. Sin embargo, dado que para nosotros la modelización de estas series tiene el objetivo de obtener las predicciones de las varianzas condicionadas en un período, la diferencia de esta predicción si consideramos modelos GARCH o IGARCH es despreciable, toda vez que a estos efectos el modelo IGARCH no es más que el modelo GARCH con la restricción de que (3.17) sea igual a la unidad, con lo que la variación del valor de la estimación de los parámetros del modelo es mínima. Por tanto, en estos casos estimamos los correspondientes modelos sin la restricción mencionada. Además, también hemos visto que los modelos IGARCH, aún cuando no tengan varianza incondicional y, por tanto, no sean débilmente estacionarios, sin embargo, si son fuertemente estacionarios como demuestran Nelson (1990) y Bougerol y Picard (1992), unido esto al hecho de que no se detectan diferencias significativas entre las propiedades estadísticas de las estimaciones de los diferentes parámetros para ambos

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

modelos como pone de manifiesto Lumsdaine (1991, 1995).

Por último, haremos referencia al hecho de que una vez contrastada la normalidad de las diferentes variables $\hat{y}_{it}$ para todos los títulos del mercado y el índice general, usando para ello el contraste de Bera y Jarque (1981), tenemos que rechazar la hipótesis de normalidad, hipótesis que supone para esta variable el modelo de Engle (1982) (3.8). Sin embargo, este hecho no invalida la estimación de los modelos toda vez que, según se vio en el capítulo 3, en este caso los estimadores de los diferentes parámetros de los modelos, que se denominarán cuasi-máximo verosímiles, siguen manteniendo las mismas propiedades que para el caso en que $\hat{y}_{it}$ siga una distribución normal tal y como ponen de manifiesto trabajos como los de Weiss (1986), Bollerslev y Wooldridge (1992) y Lee y Hansen (1994). Sólo ante distribuciones no simétricas se podría poner en duda la eficiencia asintótica de los estimadores tal y como resaltan en su trabajo Engle y González (1990). En el apéndice 6.9 tenemos los valores del coeficiente de simetría de Fisher donde podemos ver valores próximos a cero en la gran mayoría de los casos, con lo que podemos deducir que las distribuciones muestrales de los rendimientos son aproximadamente simétricas, con alguna evidencia de una pequeña asimetría a la derecha en la mayoría de los títulos. Sólo podríamos poner en duda la simetría para el caso de algunos títulos, si bien, en la mayoría de las ocasiones estos valores quedan corregidos si eliminamos alguna observación extrema de sus respectivas distribuciones. Debemos destacar que estos resultados coinciden básicamente con los obtenidos para el mercado norteamericano en los trabajos como los de Taylor (1988), y Perry (1982).

S))Q

6.3.1.5.- Cálculo de los parámetros del modelo de Sharpe y proporciones en que cada uno de los títulos entran a formar parte de la cartera

Tal y como vimos en el capítulo 5, la obtención de las carteras óptimas ha supuesto la necesidad de usar un algoritmo de optimización, al que debíamos introducirle la capacidad de trabajar con varianzas condicionadas y no como habitualmente se vienen aplicando con varianzas constantes. La introducción de la varianza condicionada como medida del riesgo hace aumentar considerablemente el número de parámetros a estimar. Mientras en el modelo de varianza constante sólo se estima una varianza por título para todo t , el caso de utilizar la varianza condicionada supone la necesidad de obtener un valor para cada momento t de la variable riesgo. Esta complejidad nos lleva a trabajar con el modelo de Sharpe dada su menor necesidad de estimación de parámetros frente al modelo de Markowitz. Pero incluso así, el volumen de datos necesarios para la estimación de los diferentes parámetros del modelo que utilizaremos como inputs para el posterior desarrollo del algoritmo de optimización⁴ es considerable como vimos en el cuadro (5.6). Para la obtención de los parámetros del modelo de Sharpe con varianza condicionada hemos usado para los 71 títulos con los que finalmente hemos trabajado las siguientes series temporales: rentabilidades y varianzas condicionadas de los títulos; para un período muestral de 676 días supone un total de 95.992 datos a los que debemos sumar la series temporales de la rentabilidad y varianza condicionada del índice general con lo que tenemos un total de 97.344 datos. A partir de estos datos, tal y como hemos comentado, obtenemos las diferentes estimaciones para el modelo de Sharpe que tendremos que usar en el algoritmo de optimización, que refleja el cuadro (5.6) . Estas estimaciones son para

⁴ Recordemos que el algoritmo utilizado es el propuesto por Elton y Gruber (1991) visto en el capítulo 2.

S))Q

cada uno de los 71 títulos las siguientes: las series temporales de las betas y de las varianzas condicionadas de los errores del modelo de Sharpe, con lo que supone un total de 95.992 datos que, unidos a los 97.344 anteriores supone un total de 193.336 datos. Esta cifra incluso se ve incrementada si consideramos las series temporales que necesariamente tenemos que calcular como datos intermedios (variables β_{it} , las alphas y errores del modelo de Sharpe u otras que usamos para el cálculo de otros outputs relacionados con la evaluación de los resultados, por ejemplo las series de los riesgos específicos y sistemáticos de los diferentes títulos). En definitiva, podemos decir que la obtención de las diferentes estimaciones del modelo de Sharpe con varianza condicionada, y de las carteras óptimas y los diferentes outputs (cuadro 5.6) supone la utilización de aproximadamente 400.000 datos. Así pues, podemos comprobar cómo la realización de este tipo de trabajos, con datos diarios de cotización, requieren el manejo de ingentes cantidades de datos, con posibilidades cada vez mayores de ser tratados gracias a los avances que se van produciendo en el campo informático.

Al igual que para los sectores, utilizamos el programa que hemos diseñado y desarrollado con el compilador GAUSS, y cuyo esquema ya vimos en el cuadro (5.6), para obtener finalmente las diferentes proporciones en que cada uno de los títulos entran a formar parte de las carteras óptimas. Para evitar ser repetitivos, nos remitimos a las explicaciones del capítulo anterior referentes a los pasos intermedios necesarios hasta la obtención final de las carteras. En el gráfico del apéndice 6.6 podemos ver todas las carteras óptimas que en el espacio rentabilidad-desviación típica condicionada se han formado para nuestro período muestral.

S))Q

6.4.- EVALUACION DE LOS RESULTADOS

6.4.1.- Análisis descriptivo preliminar

Una vez concluidos los procedimientos anteriores, obtenemos finalmente las diferentes carteras a lo largo del tiempo. De los 71 títulos con los que iniciamos el proceso de formación de las carteras, intervendrán un total de 21 títulos en las carteras óptimas en las proporciones medias que podemos ver en el cuadro (6.6). Los títulos con asterisco habían sido seleccionados a finales de 1993 para formar parte del índice general en 1994. En el apéndice 6.7 tenemos la evolución de las participaciones a lo largo del tiempo para los cinco títulos con mayor participación media en la cartera.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

Cuadro 6.6

TITULO	%PARTICIPACION EN LA CARTERA	D. TIPICA DE LAS PARTICIPACIONES	TOTAL DIAS TITULO EN CARTERA	% TOTAL DIAS TITULO EN CARTERA	ORDEN SEGUN RENTABILIDAD	BETA MEDIA	D.TIPICA BETA
3221020 (CARMOSA)	23.65%	0.090052	676	100.00%	12	0.013962	0.010014
*4220764 (ESC.SUBTERRANEOS)	22.93%	0.100432	676	100.00%	32	0.040765	0.01777
3222286 (BANSALIBER)	17.87%	0.057964	676	100.00%	16	0.007166	0.002491
*4220766 (IBERISTAS)	11.65%	0.061502	676	100.00%	20	0.171511	0.078611
3010725 (VALENCIA CEMENTOS)	8.80%	0.050534	676	100.00%	43	0.233041	0.161478
*2410101 (BCO.EXTERIOR)	4.39%	0.046037	470	69.53%	40	0.290267	0.100333
8726501 (VOLKSWAGEN)	2.59%	0.016873	676	100.00%	25	0.256353	0.076702
2610209 (ELECTRO DE VIESGO)	1.60%	0.009429	676	100.00%	54	0.34684	0.106287
*4220782 (EUROPIESTAS)	1.42%	0.010389	619	91.57%	8	0.68307	0.170479
*3010773 (VALLEHERMOSO)	1.10%	0.015083	426	63.02%	53	1.47322	0.415178
*2610260 (SEVILLANA)	1.00%	0.007564	581	85.95%	41	0.875865	0.196861
*2410140 (BCO.VALENCIA)	0.88%	0.00901	493	72.93%	39	0.700449	0.229041
*2620268 (GAS Y ELECTRICIDAD)	0.64%	0.006056	535	79.14%	4	0.719891	0.138604
*2420186 (BCO.GALICIA)	0.48%	0.006258	372	55.03%	9	0.150469	0.040889
8726001 (COMMERZBANK)	0.40%	0.003051	563	83.28%	5	0.223141	0.072008
*3021295 (FILO)	0.32%	0.003168	483	71.45%	51	0.428746	0.165557
*3611461 (PETROMED)	0.26%	0.002503	489	72.34%	27	0.374321	0.218132
*2610220 (ELECTRDAS. ZARAGOZA)	0.01%	0.000658	56	8.28%	1	1.03419	0.220559
*4220772 (ACESA)	0.01%	0.00062	27	3.99%	7	1.077094	0.169419
*4220730 (AUTOP.MARE NOSTRUM)	0.01%	0.000472	26	3.85%	26	0.947599	0.16737
*3821022 (HULLAS DEL COTO CORTES)	0.00%	0.000041	17	2.51%	36	0.080216	0.028266

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

Podemos ver en el cuadro (6.6) que los cinco primeros títulos con mayor participación representan el 84.9 % de la participación media de la cartera, estos son: Carmosa (3221020), Estacionamientos subterráneos (4220764), Bansaliber (3222286), Iberpistas (4220766) y Valencia de cementos (3010725). Dos títulos pertenecen al sector de inversión mobiliaria dos al sector de comunicación y uno a construcción. Salvo los dos títulos del sector de comunicación, los otros tres no forman parte del índice general, y en el caso de aquellos, son los títulos de menor ponderación dentro del sector. Para el resto de los títulos que en algún momento intervienen en la cartera, el número de los que forman parte del índice general es mayor, pero como entran en la cartera en proporciones muy inferiores, podemos concluir que la cartera está formada por títulos que podríamos considerar como modestos dentro del mercado. Además, si recordamos que en una primera fase de la selección de los títulos, ésta consistió en dos partes seleccionando en la primera aquellos títulos que habían cotizado por lo menos el 90% de los días de cotización y añadiendo después aquellos que, con un mínimo de cotización del 50% de los días de cotización tenían un volumen de negociación superior al mínimo de los que habían pasado el filtro del 90%, y que los cinco primeros títulos que en términos de proporción intervienen en la cartera fueron seleccionados en la segunda fase, podemos redundar en la idea de que se trata de títulos con poco peso dentro del mercado.

Dado que las rutinas informáticas que hemos realizado para la obtención de las carteras óptimas simplifican enormemente la obtención de carteras alternativas a partir de criterios de selecciones primarias, hemos considerado interesante saber cuál sería el resultado si partimos sólo de los títulos que pasan el criterio de cotizar el 90% de los días de cotización. Esta cartera

S))Q

posiblemente contendrá títulos con mayor relevancia dentro del mercado. Los resultados están en el apéndice 6.10. Destacamos cómo en este caso prácticamente todos los títulos que intervienen en la cartera en algún momento forman parte del índice general salvo el título 2610209 (Electra de Viesgo).

6.4.2.- Riesgo específico y riesgo sistemático

En el cuadro (6.7) tenemos las proporciones en que el riesgo sistemático y específico intervienen en el riesgo total de cada título. Como se puede ver en el cuadro (6.6), hay una tendencia a introducir títulos en la cartera cuya beta sea pequeña. Esto se debe a que el efecto de diversificación se produce gracias a la disminución del riesgo específico dentro de la cartera, ya que el riesgo sistemático de ésta no es diversificable (2.4). Por tanto, cuanto mayor sea el componente de riesgo específico del título, mayor será la posibilidad que tenga la cartera de disminuir el riesgo total de éste. Podemos ver en el cuadro (6.7) los títulos que con mayor fuerza intervienen en la cartera coinciden con los títulos que con mayor porcentaje de riesgo específico. Para los cinco títulos con mayor participación en la cartera, el porcentaje de riesgo específico sobre el total está por encima del 96%, y para los tres primeros este porcentaje se encuentra por encima del 99%.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

Cuadro 6.7. % de riesgo sistemático y específico por títulos.

TITULO	RIESGO SISTEMATICO	RIESGO ESPECIFICO	TITULO	RIESGO SISTEMATICO	RIESGO ESPECIFICO
2410101(BCO. EXTERIOR)	36.4504%	63.5496%	3021295(FILO)	5.2454%	94.7546%
2410121(BCO. GUIPUZ-COANO)	2.2061%	97.7939%	3210710(CORP.FIN ANCIERA ALBA B)	19.7882%	80.2118%
2410132(BCO. POPULAR)	41.8945%	58.1055%	3210902(CIA. GENERAL DE INVERSIONES)	8.6212%	91.3788%
2410136(BCO. SANTANDER)	48.8889%	51.1111%	3210911 (FIBANSA)	0.0511%	99.9489%
2410140(BCO. VALENCIA)	17.104%	82.8960%	3220908 (CEIVASA)	0.0030%	99.9970%
2410180(BCO. BILBAO VIZCAYA)	55.4132%	44.5868%	3221020 (CARMOSA)	0.0548%	99.9452%
2420102(BCO. ANDALUCIA)	22.2053%	77.7947%	3222286 (BANSA LIBER)	0.0052%	99.9948%
2420106(BCO. CASTILLA)	4.9446%	95.0554%	3611450 (REPSOL)	48.8146%	51.1854%
2420132(BCO. PASTOR)	9.4305%	90.5695%	3611457 (CEPSA ORD.)	15.3323%	84.6677%
2420186(BCO. GALICIA)	5.6056%	94.3944%	3611461 (PETROMED)	2.2683%	97.7317%
2520126 (BANKINTER)	41.3768%	58.6232%	3621449 (ALGOD.S. ANT)	11.9002%	88.0998%
2610201 (AGUAS DE BARCELONA)	19.0305%	80.9695%	3710604 (MAFRE)	26.7949%	73.2051%
2610204 (CATALANA GAS)	20.4180%	79.5820%	3821022(HULLAS DEL COTO CORTES)	0.3834%	99.6166%
2610209(ELEC DE VIESGO)	2.3933%	97.6067%	3910830 (AZKOYEN)	17.8813%	82.1187%
2610220 (ELECT. RDAS. ZARAGOZA)	20.3625%	79.6375%	3911607 (C.AUX.FF.CC)	3.5275%	96.4725%
2610229 (FECSA)	38.0355%	61.9645%	3911610 (ACERINOX)	21.2839%	78.7161%
2610235 (HIDROCAN-TABRICO)	31.3056%	68.6944%	3921680 (ZARDOYA OTIS)	20.9223%	79.0777%
2610237(H. CATALUNA)	5.2951%	94.7049%	4011638 (FASA RENAULT)	3.6566%	96.3434%
2610249 (IBERDROLA I)	33.5499%	66.4501%	4211705 (TELEFONICA)	43.2422%	56.7578%
2610260 (SEVILLANA)	29.5250%	70.4750%	4220730(AUTOP. MARE NOSTRUM)	24.7930%	75.2070%
2610265 (UNION FENOSA)	33.4501%	66.5499%	4220764(ESTAC. SUBTERRANEOS)	0.3645%	99.6355%
2620222 (ENDESA ORDINARIAS)	45.6388%	54.3612%	4220766 (IBERPISTAS)	3.0125%	96.9875%
2620224 (ENHE-B-OR)	7.48890%	92.5111%	4220772(ACESA)	33.2920%	66.7080%
2620268(GAS Y ELECTRICIDAD)	19.0242%	80.9758%	4220779(S.A.B.A.)	0.8534%	99.1466%
2720306 (KOIPE)	3.05630%	96.9437%	4220782 (EUROPISTAS)	16.2065%	83.7935%
3010725 (VALENCIA CEMENTOS)	1.20180%	98.7982%	8726001 (COMMERZ-BANK)	2.7034%	97.2966%
3010758 (DRAGADOS OR)	49.8806%	50.1194%	8726501 (VOLKSWAGEN)	3.5033%	96.4967%

S))Q

3010773 (VALLEHER- MOSO)	35.6487%	64.3513%			
--------------------------------	----------	----------	--	--	--

6.4.3.- Correlaciones entre las participaciones de las carteras

En el apéndice 6.3 tenemos las correlaciones entre las diferentes participaciones dentro de la cartera. Si nos centramos en un análisis de los 7 títulos con mayor participación en la cartera veremos cómo prácticamente la totalidad de las correlaciones entre ellos son negativas, y por tanto, compiten entre ellos a la hora de formar parte de la misma. Sólo entre los títulos 2410101, 8726501, 3222286 y 3010725 existen correlaciones positivas aunque, en ocasiones, muy débiles. Los dos primeros títulos, el 3221020 y el 4220764, tienen la correlación negativa más fuerte (-0.4625).

6.4.4.- Diversificación de la cartera

Tal y como vimos en el apartado 4.2.2 del capítulo 4 el cuadrado de la correlación entre $r_{ct} > r_{mt}$ (lo que denotamos por r_{cm}^2) nos determina el grado de diversificación de la cartera. Cuanto más próximo a uno esté este valor, mayor será el grado de diversificación. Para nuestra cartera, el valor de r_{cm}^2 es 0.074. Un valor tan bajo nos obliga a un análisis más detallado de su interpretación. Como se ve en (4.8) un valor de r_{cm}^2 tan bajo significa que el porcentaje del riesgo específico en la cartera es bastante elevado. Si a esto unimos el hecho de que es precisamente sobre el riesgo específico donde se produce fundamentalmente la reducción del riesgo total de la cartera al aumentar el número de títulos de ésta tal y como vimos en (2.14), llegaremos a la conclusión de que los títulos que componen el mercado de la bolsa de Madrid

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

no mantienen una relación entre ellos capaz de construir una cartera que disminuya la proporción del riesgo específico de la misma de manera significativa. Como explicación a este comportamiento podemos destacar, por un lado, y principalmente del alto grado de riesgo específico que tienen los títulos que intervienen en la cartera tal y como hemos visto en el cuadro (6.7) y, por otro lado, por la infraestimación que el modelo de Sharpe hace del riesgo cuando las correlaciones entre los errores de los diferentes títulos del modelo (2.9) son significativamente distintas de cero, lo que ocurre en algunos casos tal y como se puede observar en el apéndice 6.4. Sin embargo, esto no quiere decir que el riesgo de la cartera no haya sido reducido como consecuencia de la diversificación hecha, como hemos argumentado en el capítulo 4. De esta forma, podemos comparar el riesgo medio de la cartera con el riesgo medio de los títulos individuales que intervienen en la misma a través de (4.13) y (4.14).

En el cuadro (6.8) tenemos los porcentajes de reducción del riesgo medio de la cartera frente a los riesgos medios de cada uno de los títulos que intervienen en la misma, tanto para el riesgo total (sistemático más específico) como para el riesgo específico. Como se puede apreciar en el cuadro la reducción tanto en el riesgo total como del riesgo específico de la cartera es realmente espectacular si lo comparamos con los riesgos de los títulos individuales. En la mayoría de las ocasiones esta reducción sobrepasa el 90%. Salvo para el título 2410101, en el resto de los casos la reducción no baja del 58%. Esto implica por tanto un efecto diversificador de la cartera importante. Whitmore (1970) en su trabajo para diferentes países, obtiene reducciones que van desde el 56% de Suecia al 80% de Bélgica con carteras formadas con más de 50 títulos. En cualquier caso, hemos de tener en cuenta que estas carteras se forman aleatoriamente a partir de índices generales de los diferentes países.

S))Q

Gráficamente podemos ver la evolución temporal del riesgo de la cartera frente al riesgo del índice general en el apéndice 6.5. En él podemos ver cómo la evolución del riesgo del índice general (trazado superior de la gráfica) es sensiblemente superior al de la cartera. Además, se puede observar cómo al mismo tiempo la cartera es capaz de reducir en determinadas ocasiones los picos o momentos en que el riesgo del índice se comporta de forma más volátil.

Cuadro 6.8

TITULOS	RIESGO TOTAL		RIESGO ESPECIFICO	
	media	d.típica	media	d.típica
2410101(BCO. EXTERIOR)	42.80%	29.19%	19.74%	39.63%
2410140(BCO. VALENCIA)	95.42%	2.35%	95.05%	2.49%
2420186(BCO. GALICIA)	69.80%	13.01%	71.29%	12.23%
2610209(ELECT. DE VIESGO)	97.44%	1.34%	97.65%	1.21%
2610220(ELECT RDAS ZARAGOZA)	97.77%	0.96%	97.50%	1.04%
2610260 (SEVILLANA)	95.56%	1.62%	94.36%	1.99%
2620268(GAS Y ELECTRICIDAD)	95.74%	1.82%	95.29%	1.93%
3010725 (VALENCIA CEMENTOS)	95.96%	2.51%	96.31%	2.28%
3010773(VALLE-HERMOSO)	97.73%	1.55%	96.87%	2.06%
3021295 (FILO)	96.16%	1.96%	96.37%	1.82%
3221020 (CARMOSA)	58.48%	15.19%	62.59%	13.80%
3222286 (BANSALIBER)	87.66%	4.49%	88.89%	4.05%
3611461 (PETROMED)	97.37%	1.47%	97.59%	1.33%
3821022(HULLAS DEL COTO CORTES)	92.07%	4.09%	92.88%	3.58%
4220730(AUTOP. MARE NOSTRUM)	96.91%	1.04%	96.32%	1.19%
4220764(ESTAC. SUBT.)	70.77%	12.49%	73.57%	11.43%
4220766 (IBERPISTAS)	85.64%	7.29%	86.70%	6.70%
4220772 (ACESA)	96.87%	0.90%	95.79%	1.16%
4220782 (EUROPISTAS)	95.80%	1.86%	95.52%	1.94%
8726001(COM-MERZBANK)	93.21%	2.89%	93.75%	2.59%

S))Q

8726501 (VOLKSWAGEN)	93.12%	3.77%	93.61%	3.42%
INDICE GENERAL	89.01%	4.10%		

S))Q

6.4.5.- Resultado del método de Sharpe y Treynor para la evolución de la cartera.

Tal y como vimos en el capítulo 4, estos métodos se basan en la idea de que, para poder comparar la rentabilidad de dos carteras, es necesario tener en cuenta la diferencia de riesgos que puedan soportar. En nuestro análisis nos interesa determinar el grado de rentabilidad que nos proporciona nuestra cartera y compararla con la rentabilidad del mercado o índice general. La diferencia entre ambos métodos estriba en la forma de medir el riesgo. Mientras el método de Sharpe usa como medida del riesgo la desviación típica de la rentabilidad de la cartera, el método de Treynor entiende que el riesgo que realmente soporta la cartera es el riesgo sistemático, medido en este caso a través la de beta de ésta, ya que el riesgo específico será eliminado a través de la diversificación.

Para el caso de nuestra cartera hemos observado en apartados anteriores cómo la proporción que ésta tiene de riesgo específico es realmente alto con lo que, si usamos el método de Treynor para determinar las diferencias de rentabilidades, estaremos subestimando la rentabilidad del índice general, toda vez que éste sólo considera como riesgo de la cartera el específico. Por tanto, el método de Sharpe nos dará una idea más aproximada de la verdadera diferencia en términos de rentabilidad, dado que no sólo tiene en cuenta el riesgo sistemático sino también el específico.

La rentabilidad de la cartera es superior a la del índice general en un 67'20 %. Sin embargo, el riesgo que soporta la cartera es sustancialmente inferior al riesgo del índice (cuadro (6.8)), lo que implica una sobrevaloración de la rentabilidad de éste y, por tanto, en términos de rentabilidad homogénea, la diferencia se hará aún mayor. Aplicando el método de Sharpe, esta diferencia sube hasta el 83'57%, y con el método de Treynor, dado que el riesgo

S))Q

de la cartera está en nuestro caso infraestimado, la diferencia sube hasta un valor del 88'53%. Por tanto, hemos sido capaces de obtener una cartera óptima con criterios media-varianza para el mercado español capaz de superar la *performance* del índice general.

También hemos evaluado la *performance* de la cartera del apéndice 6.10, que como recordaremos, consideraba candidatos únicamente a aquellos títulos que habían cotizado para todo el período muestral un mínimo del 90% de los días de cotización. Como podemos ver en el apéndice (6.10), esta nueva cartera soporta un riesgo inferior al del índice general en un 28,84%, lo que implica que utilizando el método de Sharpe tenemos una rentabilidad por encima del índice general del 13.63%. Si en vez del método de Sharpe utilizamos el método de Treynor-Jensen llegamos a la conclusión que la rentabilidad de ambas carteras (índice general y nueva cartera) es prácticamente igual.

6.5.- CONTRASTE DEL CAPM BAJO LA CONSIDERACION DE LA EXISTENCIA DE RIESGO CONDICIONADO.

Uno de los contrastes más conocidos del CAPM es el realizado por Black et al. (1972) ya mencionado en el capítulo 2. Basándonos en él, realizamos el contraste cuyos pasos exponemos a continuación. Para el contraste utilizamos los 55 títulos cuya prima al riesgo para nuestro período muestral es positiva. Todos los días ordenamos los títulos de menor a mayor en función del valor que presentan sus respectivas betas, y posteriormente los agrupamos en once carteras, cada una de ellas con el mismo número de títulos, ponderando cada uno de igual forma dentro de ella. Así, la primera cartera el día i tendrá los cinco títulos que ese día tenían

S))Q

las mayores betas, y en el otro extremo estará aquella cartera con los cinco títulos con betas más bajas. A continuación, una vez identificados los títulos que componen cada cartera, obtenemos la rentabilidad media de cada una de ellas. Realizamos este procedimiento para todos los días de nuestro período muestral obteniendo de esta manera las series temporales para cada una de las once carteras de las betas y rendimientos, las cuales nos sirven para calcular la rentabilidades y betas medias para todo el período de las once carteras. Los valores de estos promedios están representados en el gráfico del apéndice 6.8, donde se puede apreciar una relación lineal positiva entre la rentabilidades y las betas de las carteras tal y como predice el CAPM. De la regresión lineal de ambas variables tenemos que la constante de la recta toma un valor de 0.000208, lo que equivale aproximadamente a un 7.5 % anual, sensiblemente inferior al tipo libre de riesgo para este período, con una pendiente de 0.000568, que nos mide la prima al riesgo de la cartera del mercado. O sea, por cada unidad adicional de riesgo que asuma un inversionista, medido a través de la beta, éste quedará aproximadamente compensando por una rentabilidad del 20% anual.

SINTESIS

Y

CONCLUSIONES

En relación a la utilización de los modelos ARCH como instrumento capaz de modelizar la varianza de las series temporales de rentabilidad de los valores:

1.- Los procesos ARCH describen satisfactoriamente el comportamiento que normalmente presentan las series de rentabilidad de los valores. Características como la agrupación a intervalos en el tiempo de rentabilidades altas y bajas, detectada ya por Mandelbrot (1963 a) y Fama (1965 b), distribuciones leptocúrticas, como ponen de manifiesto

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

también estos trabajos u otros como el de Clark (1973), procesos estocásticos no independientes, incluso la posibilidad de la inexistencia de varianza incondicional en determinadas series de este tipo como apunta Mandelbrot (1963 a), son aspectos capaces de ser medidos y recogidos por los modelos ARCH en sus diferentes aproximaciones.

2.- la dificultad que presenta la utilización del algoritmo scoring para estimar los modelos GARCH(p,q), tal y como pone de manifiesto Bollerslev (1986)¹, se reduce considerablemente cuando el modelo a estimar es el modelo GARCH(p,1). En este trabajo hemos desarrollado un algoritmo para su estimación univariante y realizado una aplicación práctica del mismo usando el compilador GAUSS.

En relación a la introducción de series de rentabilidad de valores con heterocedasticidad condicionada en los modelos de Markowitz y Sharpe:

1.- Hemos desarrollado un procedimiento para obtener las covarianzas condicionadas entre los títulos para conformar la matriz temporal de varianzas-covarianzas condicionadas del modelo de Markowitz. Este procedimiento no se aplica, sin embargo, en la parte empírica del trabajo debido a la cantidad de información que requiere y a la posibilidad de simplificarlo recurriendo al modelo de Sharpe.

¹ Esto le lleva a la utilización del algoritmo BHHH (Berndt et al. (1974)) que sólo utiliza la derivada primera de la función de máxima verosimilitud, frente al algoritmo scoring que además utiliza la esperanza de la derivada segunda o la matriz de información cambiada de signo de esta misma función.

S))Q

2.- A partir de la obtención de la covarianza condicionada de cada uno de los títulos con el índice del mercado hemos sido capaces de obtener las series temporales de las betas de cada uno de los títulos del modelo de Sharpe. De esta forma, al igual que para el modelo de Markowitz, para el modelo de Sharpe el riesgo sistemático, medido a través de las betas, también varía en el tiempo.

3.- Hemos probado cómo el error del modelo de Sharpe también es un proceso ARCH si R_t lo es, aún cuando el valor de la beta varíe en el tiempo. Hemos obtenido la expresión de la varianza condicional del error.

4.- Además hemos probado que el hecho de que exista una matriz de varianzas-covarianzas condicionada no implica que la proporción tanto del riesgo sistemático como específico de los títulos individuales en el modelo de Sharpe varíe en el tiempo, sino que estas proporciones se mantienen constantes en el transcurso de éste.

En relación a los resultados obtenidos en la aplicación empírica conducente a la obtención de la cartera óptima para el mercado español:

1.- La realización de este tipo de trabajos supone necesariamente un ajuste de las series de cotizaciones. Acontecimientos tales como ampliaciones de capital o cambios de nominales de los valores, entre otros, desvirtúan la información sobre la rentabilidad que realmente está

S))Q

obteniendo el poseedor de un determinado título. Cualquier trabajo de la índole de este que no trate estos acontecimientos arrastrará sus inconvenientes.

2.- El contraste previo más importante antes de formar carteras que consideran comportamientos de varianzas no constantes en el tiempo para las series de rentabilidades de los títulos, es aquel que nos determine si realmente estas series para el mercado español presentan evidencia de la existencia de heterocedasticidad condicionada. Los contrastes LM y Q, para el mercado español, prácticamente en la totalidad de las series, detectan la presencia de heterocedasticidad condicionada. Sólo para el caso de tres títulos: 2620022 (Endesa), 3210902 (Cia. General de Inversiones), y 2610265 (Unión Fenosa), los resultados de los contraste nos llevan a rechazar la presencia de heterocedasticidad condicionada, por lo cual tomamos como medida del riesgo sus respectivas varianzas incondicionales.

3.- Hemos obtenido que las autocorrelaciones muestrales de primer orden parecen significativas en la mayoría de las series temporales de rentabilidad de los índices sectoriales si calculamos intervalos de confianza habituales, hecho frecuente en las series de rentabilidad de índices y valores; sin embargo, estas autocorrelaciones pierden toda significatividad cuando consideramos la existencia de efectos ARCH en las series y modificamos las bandas de confianza por este hecho, tal y como de recomiendan Krämer y Runde (1994) y hemos presentado en el cuadro (5.4).

S))Q

4.- Para la gran mayoría de las series de rentabilidad con las que hemos trabajado, es el modelo GARCH(1,1) el que maximiza la función de verosimilitud, al tiempo que las respectivas estimaciones de los parámetros son significativas. Esto concuerda, con la modelización de otras series financieras utilizadas en la mayoría de los trabajos (Bollerslev et al. (1992).)

5.- En la estimación de los diferentes modelos hemos podido comprobar como el rendimiento de algunos títulos tiene claros indicios de comportamientos IGARCH. Concretamente, es el caso de de Fibansa (3210911), C.Aux.FF.CC. (3911607) y S.A.B.A. (4220779), títulos que hemos modelizado como procesos IGARCH(1,1).

6.- Es de destacar el hecho de que los contrastes de normalidad de Bera y Jarque (1981) rechazan la normalidad para las variables $\hat{\gamma}_{it}$ del modelo de Engle (1982) (3.8). Sin embargo, este hecho no invalida la estimación de los modelos toda vez que, según se vio en el capítulo 3, en este caso los estimadores de los diferentes parámetros de los modelos, que se denominarán cuasi-máximo verosímiles, siguen manteniendo las mismas propiedades que para el caso en que $\hat{\gamma}_{it}$ siga una distribución normal

S))Q

En relación a los resultados obtenidos a partir de la obtención de las carteras óptimas para el mercado español:

1.- La utilización de la varianza condicional como medida del riesgo hace aumentar considerablemente el número de datos y parámetros a estimar para la formación de carteras óptimas, incluso para el modelo de Sharpe.

2.- En las carteras temporales obtenidas a partir de los índices sectoriales sólo intervienen tres de los nueve sectores: Electricidad, metal y comunicaciones.

3.- En las carteras temporales obtenidas a partir de los datos de títulos individuales intervienen en algún momento del período muestral 21 de los 71 títulos candidatos con una participación media de 14.6 en la cartera, y una desviación típica de 1.35.

4.- Otro aspecto a destacar, aunque razonablemente esperado, es el hecho de que el orden que tienen los títulos en cuanto a su rentabilidad no cuenta excesivamente a la hora de formar parte de la cartera. Por ejemplo, el título con mayor rentabilidad (Elect.Rdas.de Zaragoza (2610220)), sólo intervienen en la cartera 27 días y en una proporción media para estos días del 0.18%.

S))Q

5.- El algoritmo ha seleccionado fundamentalmente títulos cuyo riesgo sistemático es muy pequeño en comparación con el riesgo específico que soportan. Así, los títulos del sector de inversiones mobiliarias tienen un riesgo sistemático minúsculo en relación al específico. Esto los ha hecho atractivos a la hora de formar parte de la cartera. Esto ocurre porque, para el modelo de Sharpe la reducción del riesgo se produce principalmente a costa del específico, siendo el riesgo sistemático no diversificable. De los 10 títulos con mayor participación en las carteras que hemos obtenido, los que mantienen una mayor proporción de riesgo sistemático son el Banco Exterior (2410101) 36.45% y Vallehermoso (3010773) 35.65% que, sin embargo, intervienen en la cartera con proporciones medias del 4.39 % y 1.10% respectivamente.

6.- La capacidad de reducción del riesgo gracias a la diversificación de nuestra cartera es altamente satisfactoria.

7.- De la evaluación de la cartera a través de los métodos de Sharpe y Treynor-Jensen se desprende una actuación altamente satisfactoria. La obtención de una rentabilidad superior al 83.57% por el método de Sharpe o del 88.53% por el método de Treynor sobre el índice general ponen de manifiesto este hecho.

8.- La posibilidad de contrastar el CAPM es una cuestión a debate a partir del trabajo de Roll (1977). En cualquier caso, hemos contrastado una de las hipótesis en que se fundamenta el CAPM, pero, en este caso, bajo la consideración de la existencia de un riesgo

S))Q

condicionado medido a través de la varianza condicionada. Concretamente, la existencia de una relación lineal positiva entre la rentabilidad de los títulos o carteras y el riesgo sistemático, medido a través de su correspondiente beta, tal y como representa la security market line. Hemos podido comprobar la existencia de una relación lineal positiva entre la rentabilidad y la beta de esta.

Como resumen final, podemos decir que en este trabajo hemos abordado dos aspectos centrales. Por un lado, la pormenorización de una metodología que va desde el ajuste de las series de rentabilidad de los valores para homogenizarlas y así poder tratarlas conjuntamente y, que además, pasando por la modelización de la varianza de las mismas, termina con la utilización de un algoritmo con el cual obtener la cartera óptima bajo los parámetros media-varianza. Esta metodología, configura una técnica de apoyo en la toma de decisiones para la selección de carteras. Por otro lado, ante la hipótesis de la existencia de una varianza condicionada en el comportamiento de las series de rentabilidades de los valores e índices, hemos abordado algunos aspectos que dicho fenómeno puede tener tanto sobre los modelos teóricos de Markowitz y de Sharpe, como sobre el contraste del CAPM para nuestro mercado cuando las estimaciones de los diferentes parámetros se realizan bajo la especificación de varianzas condicionadas. Estos dos aspectos han supuesto la realización de una ingente cantidad de procedimientos y esfuerzos que sin embargo no cierran en modo alguno futuras investigaciones. La utilización de otros modelos capaces de modelizar la varianza, como los

S))Q

GARCH exponenciales (EGARCH) u otros que han ido surgiendo a partir del trabajo de Engle (1982); La creciente capacidad de los ordenadores que pueden llevar a la utilización de algoritmos de optimización sobre la base del modelo de Markowitz sin la necesidad de la utilización de la simplificación de Sharpe; La ampliación de las posibilidades de la configuración de las carteras con nuevos productos financieros, como pueden ser la "venta" al descubierto, opciones, o la posibilidad de invertir en diferentes divisas, etc; son cuestiones que, vistas desde el enfoque que hemos dado a este trabajo, supondrán interesantes aspecto a tratar en el futuro.

APENDICE 3.1

Programa del algoritmo scoring para la estimación de modelos
GARCH(p,1) utilizando el compilador GAUSS-386, versión 2.2.

```
print "introduce valor de p";;p=con(1,1);
print "introduce valor de q";;q=con(1,1);
print "introduce valor de d";;d=con(1,1);

format /rd 14,12;

? "Introduzca el nombre del fichero de los datos: ";;f1=cons;
load e[] = ^f1;
n      = rows(e);
NmasUno=(n+1)-((p.>=q)*p+(q.>p)*q);
if q>0;

pa      = 0.0001 + zeros(p+q+1,1);    /* Inicializamos pa,pa1 */
pa[2,1] = 0.1;
pa[3,1] = 0.1;
pa1     = zeros(p+q+1,1);
v       = zeros(n,d+1);
v1      = zeros(NmasUno,q);
tv      = zeros(NmasUno,p+q+1);
b       = zeros(d+1,1);
r1      = zeros(n+1,1);
r2      = zeros(n,1);
z1      = zeros(NmasUno,p+1);
z2      = zeros(NmasUno,q);
z       = zeros(NmasUno,p+q+1);
w       = zeros(NmasUno,1);

/* Creamos bi matrices */
create bi= matriz.dat with bi,1,8;
call writer(bi,zeros((d+1)*q,1));
close(bi);
cls;

/* Inicializamos m y h1 */
m       = zeros(n+d+1,1);

Media=0;
Media=sumc(e)/n;
/* h1=sega(varianza,0,n+d+1); */
m[1:d+1,1]=sega(Media,0,d+1);
m[d+2:n+d+1,.]=e;

/* Inicializamos t */
t = zeros(n+1,d+1);
```

```

c=1;
t[1,.]=reshape(seqa(1,0,d+1),1,d+1);
do while c<=d+1;
    t[2:n+1,c]=trimr(m,d+2-c,c-1);
    c=c+1;
endo;
t=t.*t;

t1 = zeros(NmasUno,p+1); /* Inicializamos t1 */

Mayor=(p.>=q)*p+(q.>p)*q;
t1[.,1]=seqa(1,0,NmasUno);
t1=t1[.,1]~t[mayor+1:n+1,1:p];

h = zeros(NmasUno,1); /* Inicializamos h y h1 */
h = t1[1:n-mayor,.*]pa[1:p+1,.*];
mediah=meanc(h);
h1 = mediah + zeros(n+d+1,1);
h1 = h1[1:d+1,1]|h;

/* Empieza el algoritmo */

ni=0;
chi=0.95; rb=0.95;
do while rb>=chi;

    c=1; /* Llenamos v */
    do while c<=d+1;
        v[.,c]=trimr(h1,d+1-c,c-1);
        c=c+1;
    endo;
    v1=v[mayor:rows(v),1:q];

    tv=t1~v1; /* Llenamos tv */
    h = tv[1:n-mayor,.*]pa; /* Llenamos h y h1 */
    mediah = meanc(h);
    h1 = mediah + zeros(n+d+1,1);
    h1 = h1[1:d+1,1]|h;

    /* Llenamos bi */
    open bi=matriz.dat for update;
    i=1;
    do while i<=q;
        f=1;
        do while f<=d+1;
            if i>f;
                call writer(bi,0.1);
            else;
                x=f-i;
                aux=1;

```

```

        do until x==0;
            aux=aux*pa[p+i,1];
            x=x-1;
        endo;
        call writer(bi,aux);
    endif;
    f=f+1;
endo;
i=i+1;
endo;
close(bi);

/* Llenamos b */
open bi=matriz.dat;
do until eof(bi);
    b=b+readr(bi,d+1);
endo;
close(bi);

/* Llenamos r1 y r2 */

r1=t*b;
r2=v*b;

/* Llenamos z1 */
c=2;
z1[.,1]=sega(r1[1,1],0,NmasUno);
do while c<=p+1;
    z1[.,c]=trimr(r1,Mayor-c+2,c-2);
    c=c+1;
endo;

/* Llenamos z2 */
c=1;
do while c<=q;
    z2[.,c]=trimr(r2,Mayor-c,c-1);
    c=c+1;
endo;

/* Llenamos z */
z=(z1[1:n-p,.]~z2[1:n-p,.])./h;
/* Llenamos w */
w = ((e[1+mayor:n,.*e[1+mayor:n,.] )./h)-1;

/* Recalculamos h,h1,pa1,pa */
pa1=pa+inv(z'*z)*z'*w;
? "pa1";
? pa1;
? "G";
? (z'*w)'*inv(z'*z)*z'*w;
pa=pa1;

```



```

/* Calcular R */
chi=cdfchic(((z'*w)'*inv(z'*z)*z'*w ), p+q);
ni=ni+1;
? "chi";
? chi;
endo;
h = tv[1:n-mayor,.*]pa1;

/* ARCH */

else;

/* Inicializamos pa,pa1 */
pa      = 0.1 + zeros(p+q+1,1);
pa1     = zeros(p+q+1,1);

/* Inicializamos t y m */
t = zeros(n+1,d+1);
m= zeros(n+d+1,1);
Media=0;
Media=sumc(e)/n;
m[1:d+1,1]=sega(Media,0,d+1);
m[d+2:n+d+1,.*]=e;

c=1;
t[1,.*]=reshape(sega(1,0,d+1),1,d+1);
do while c<=d+1;
    t[2:n+1,c]=trimr(m,d+2-c,c-1);
    c=c+1;
endo;
t=t.*t;

/* Inicializamos z1 */
z1      = zeros(NmasUno,p+1);
Mayor=(p.>=q)*p+(q.>p)*q;
z1[.,1]=sega(1,0,NmasUno);
c=2;
do while c<=p+1;
    z1[.,c]=trimr(t,Mayor-c+2,c-2);
    c=c+1;
endo;

/* iniciamos el algoritmo */
ni=0;
chi = 0.95;
rb = 0.95;
do while rb>=chi;

/* Inicializamos h */
h = z1*pa;
h = h[1:n-p,.*];
z1 = z1[1:n-p,.*];
z=z1./h;

w = ((e[p+1:n,.*]*e[p+1:n,.*])./h)-1;
pa1=pa+(inv(z'*z)*z'*w);

```

```

? "pa1";
? pa1;
? "G";
? (z'*w)'*inv(z'*z)*z'*w;
pa=pa1;

chi=cdfchic(((z'*w)'*inv(z'*z)*z'*w),p+q);
? "chi";
? chi;
ni=ni+1;
endo;
h = z1*pa1;

endif;
? "Si quiere grabar la varianza condicionada pulse 1, sino";
? "pulse cualquier otra numero:>";sh=con(1,1);
if sh == 1;
? "Introduzca el nombre del fichero:>";f3=cons;
output file = ^f3 reset;
screen off;
? h;
output off;
screen on;
else;
endif;
? "Si quiere grabar los resultados pulse 1, sino pulse";
? "cualquier otro numero y el resultado aparecera solamente";
? "en pantalla:>";si=con(1,1);
if si==1;
? "Introducir nombre del fichero:>";f2=cons;
output file = ^f2 reset;
else;
endif;
cls;
? "Resultados del titulo:";
? $f1;
? "El modelo estimado es un:";
if rows(pa1)==3;
? "GARCH(1,1)";
else;
? "ARCH(1)";
endif;
? "Covergencia alcanzada a la iteracion n°";
? ni;
? "Probabilidad de convergencia (chi-cuadrado):";
? chi;
? "El valor de los parametros es:";
? pa;

/* Calculo de la matriz de covarianzas */
/* de los parametros estimados */
? "Matriz de covarianza de los parametros:";
? 2*inv(z'*z);
? "Estadistico t de los parametros:";
? pa1./sqrt(diag(2*inv(z'*z)));
output off;
end;

```

APENDICE 4.1

Riesgo sistemático y específico para el caso en que los rendimientos de los títulos y mercado siguen un comportamiento ARCH con ϵ_{it} de media cero y varianza F_{it} .

En este caso

$$\begin{aligned} E[R_{it}R_{mt}] &= \sqrt{h_{it}} \sqrt{h_{im}} E[\epsilon_{it}\epsilon_{mt}] \\ E[R_{it}^2] &= h_{it} F_i^2 \\ E[R_{mt}^2] &= h_{mt} F_m^2 \end{aligned}$$

así para el modelo de Sharpe (2.9), donde sabemos por (4.5) el valor de b_{im} , tendremos la siguiente expresión para el riesgo total como suma del riesgo sistemático y específico.

$$\text{var}(R_{it}) = h_{it}F_i^2 + \frac{h_{it}h_{mt}E[\epsilon_{it}\epsilon_{mt}]^2}{h_{mt}^2F_m^4}h_{mt}F_m^2 = \text{var}(\epsilon_{it}) \quad (\text{A1.1})$$

donde como se puede observar el riesgo sistemático será siempre positivo, lo que igualmente ocurre con el riesgo específico dado que de (A1.1):

$$\text{var}(\epsilon_{it}) = h_{it} \left[F_i^2 + \frac{E[\epsilon_{it}\epsilon_{mt}]^2}{F_m^2} \right]$$

donde

$$\left[F_i^2 + \frac{E[\epsilon_{it}\epsilon_{mt}]^2}{F_m^2} \right]$$

siempre será positivo ya que si dividimos ambos elementos por F_i^2 obtendremos que

$$1 - \frac{F_i^2}{F_m^2} = \frac{E[>_{it}>_{mt}]^2}{F_m^2 F_i^2}$$

toda vez que

$$\frac{E[>_{it}>_{mt}]^2}{F_m^2 F_i^2}$$

es el cuadrado del coeficiente de correlación entre $>_{it}$ y $>_{mt}$.

APENDICE 5.1

GRAFICOS DE LOS INDICES SECTORIALES

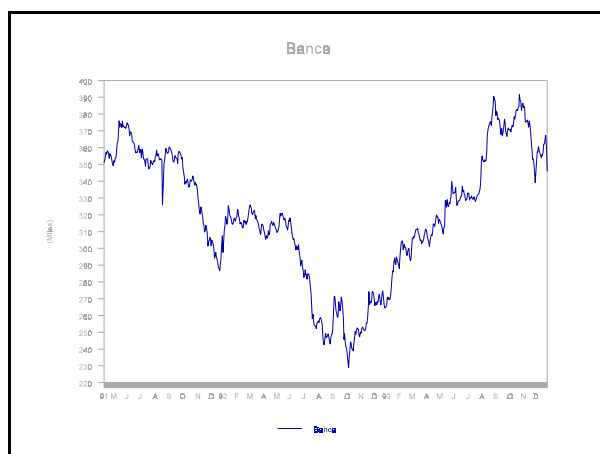


Gráfico 1

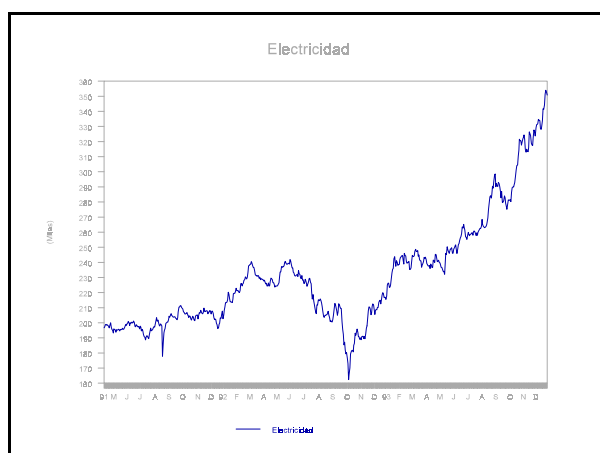


Gráfico 2

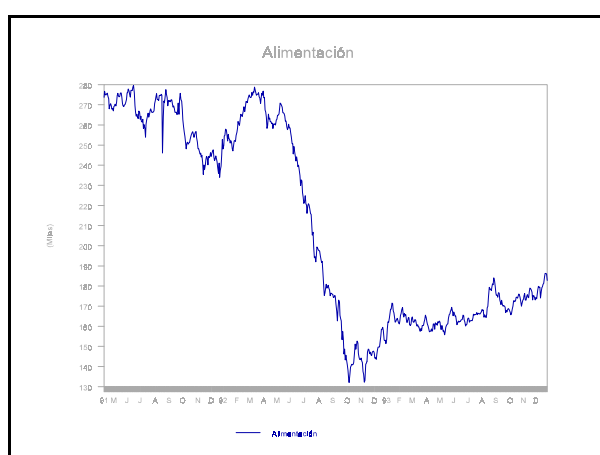


Gráfico 3

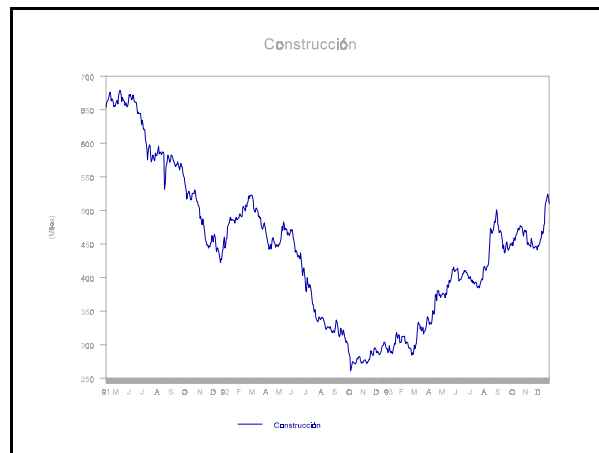


Gráfico 4

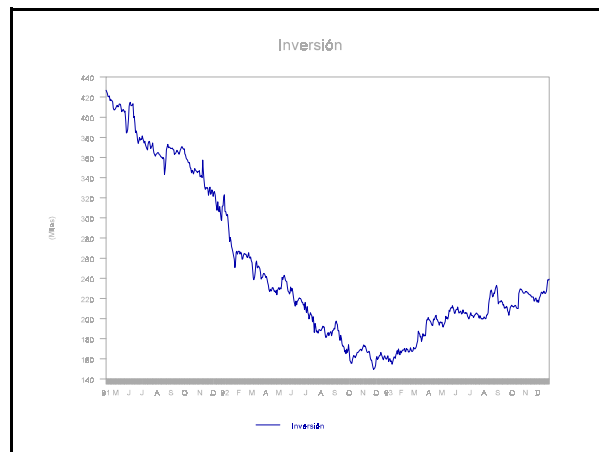


Gráfico 5

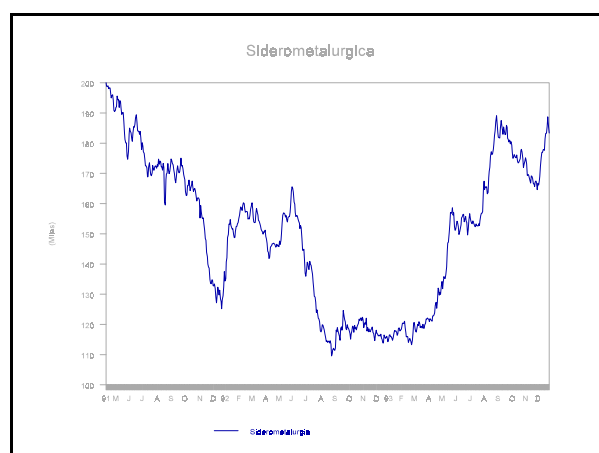


Gráfico 6

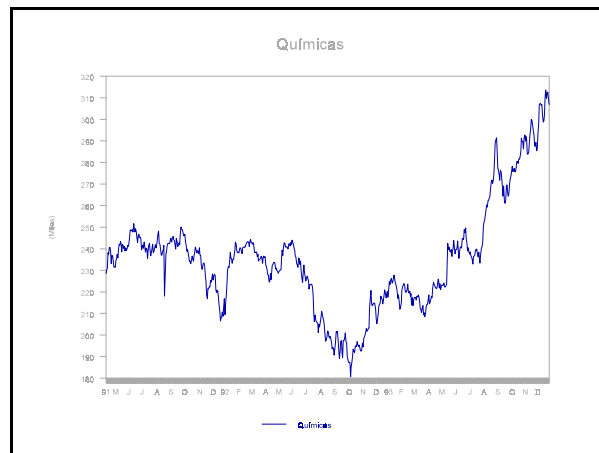


Gráfico 7

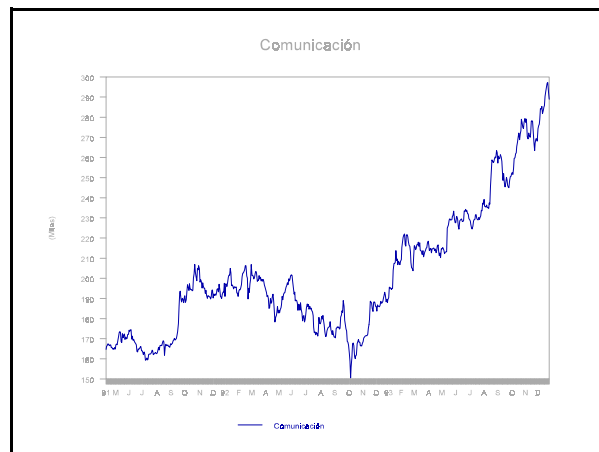


Gráfico 8

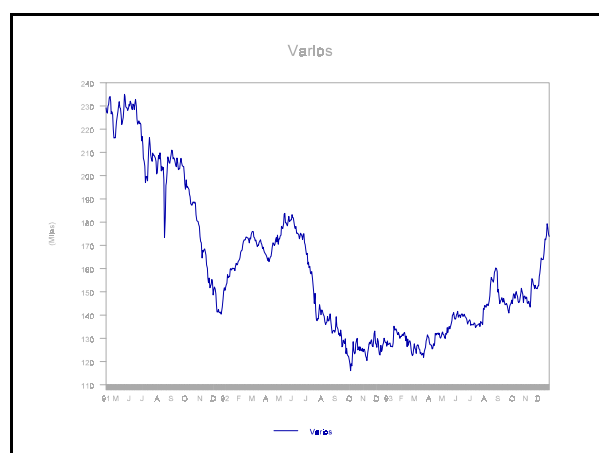


Gráfico 9

GRAFICOS DEL INDICE GENERAL-INDICES SECTORIALES

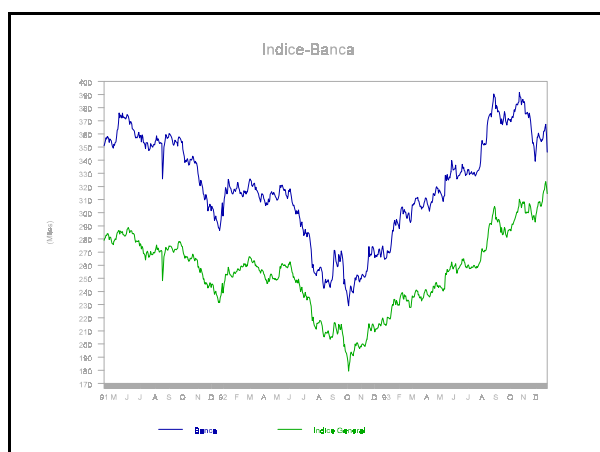


Gráfico 10

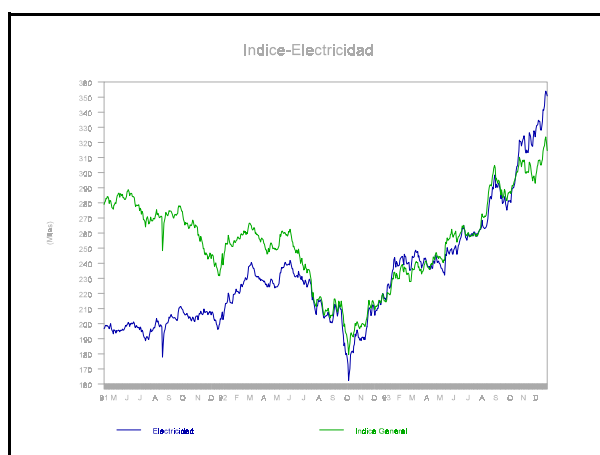


Gráfico 11

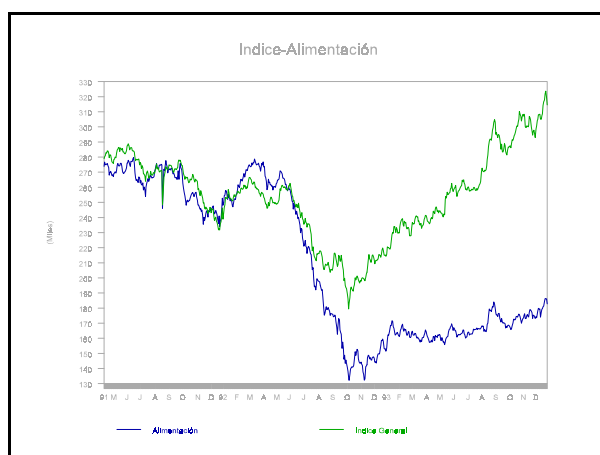


Gráfico 12

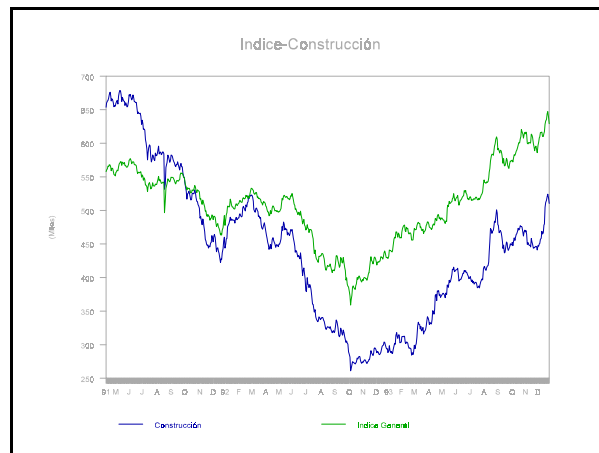


Gráfico 13

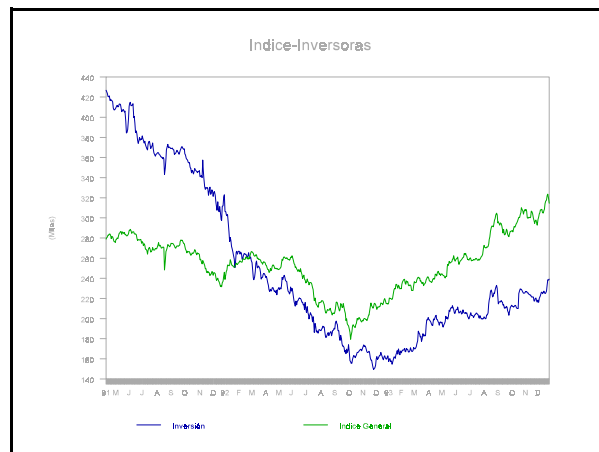


Gráfico 14

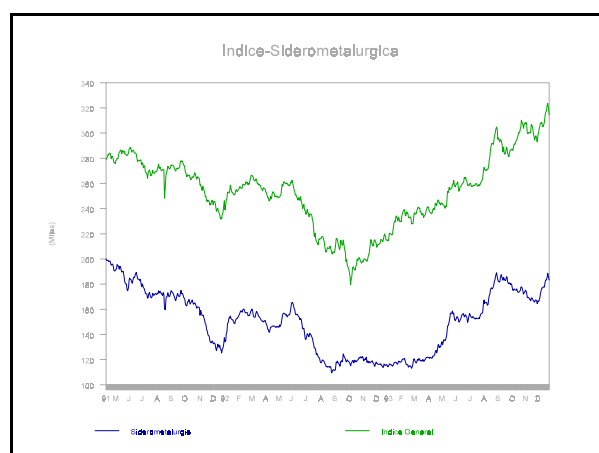


Gráfico 15

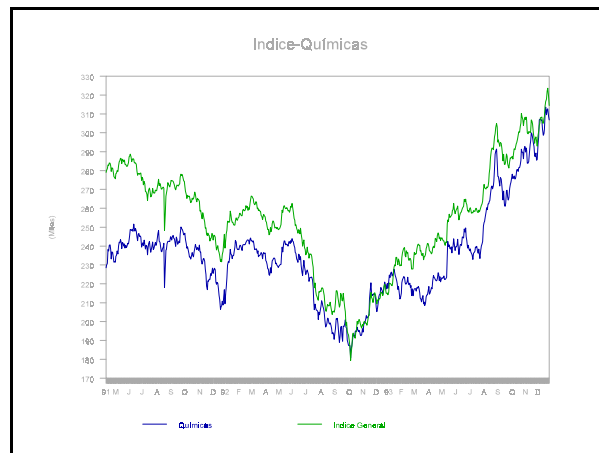


Gráfico 16

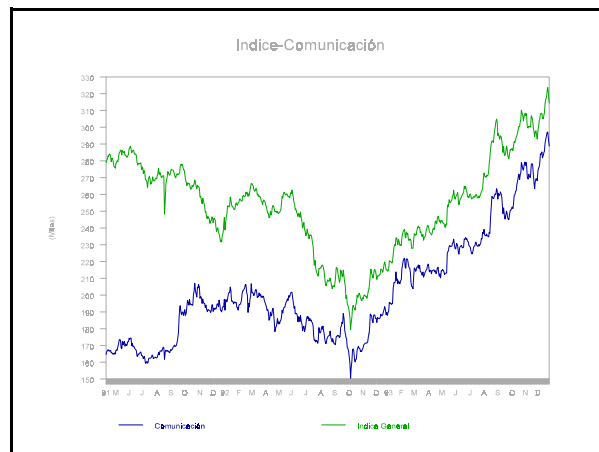


Gráfico 17

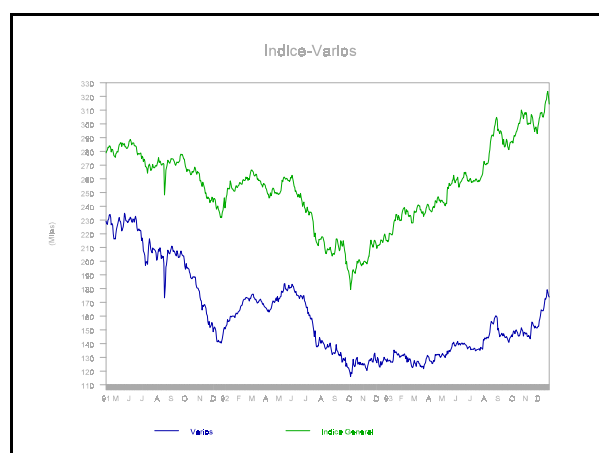
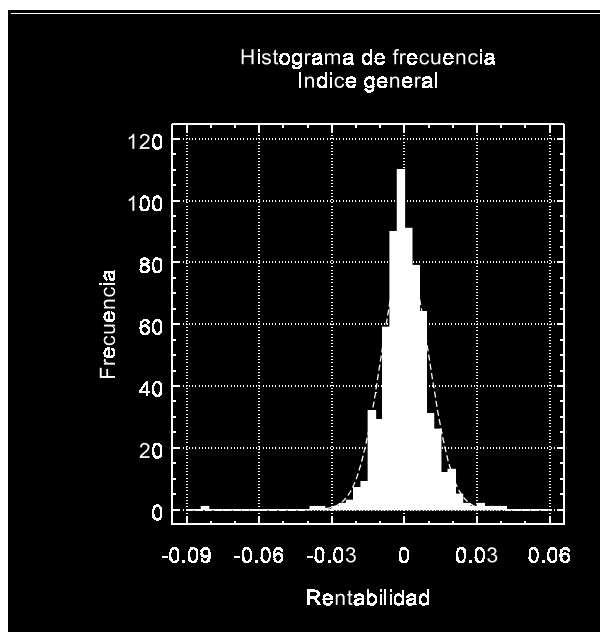


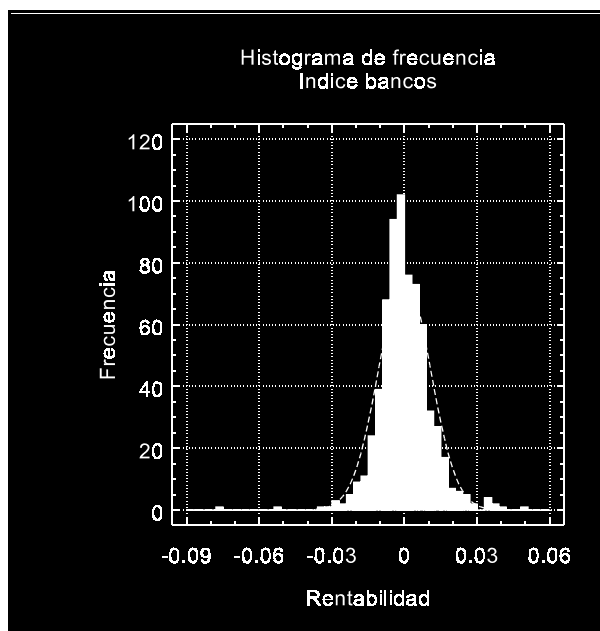
Gráfico 18

APENDICE 5.2

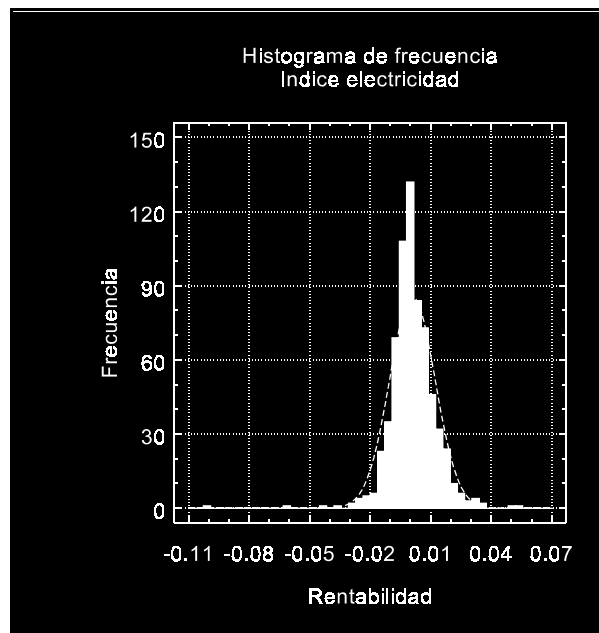
HISTOGRAMAS DE FRECUENCIAS DE LOS RENDIMIENTOS



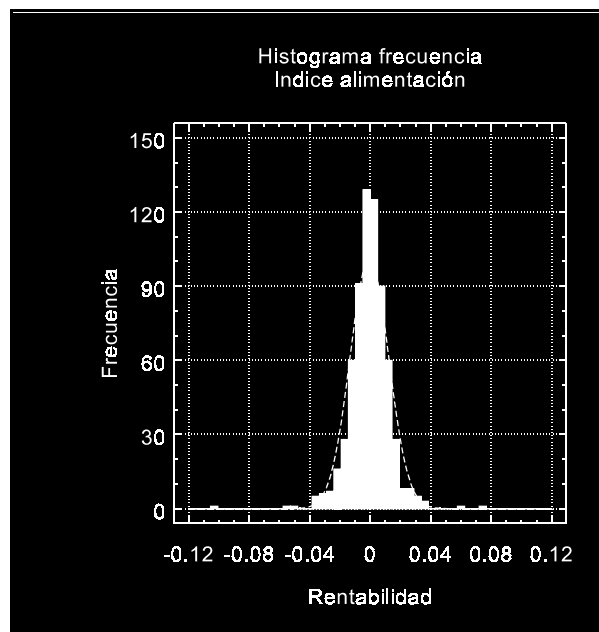
(a)



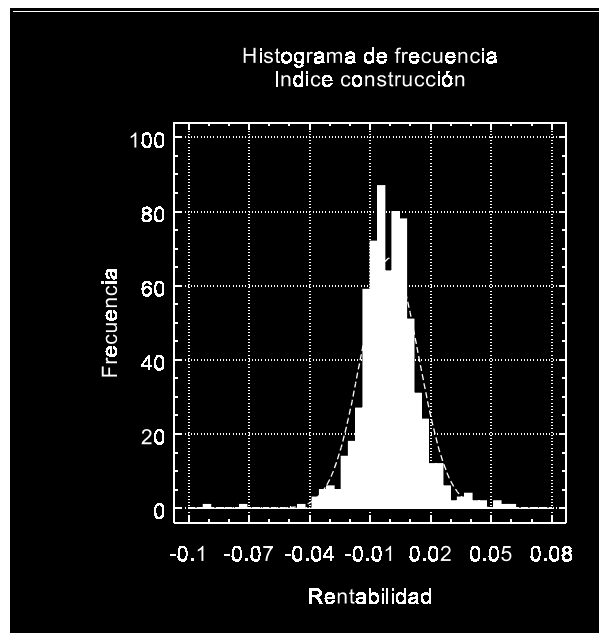
(b)



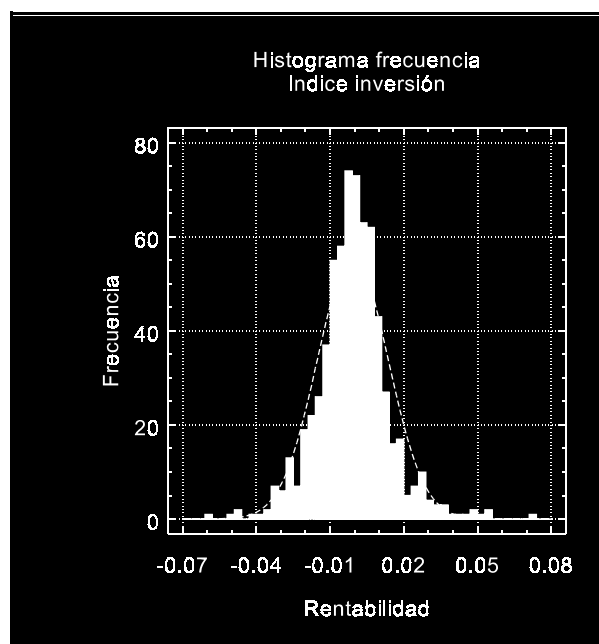
(c)



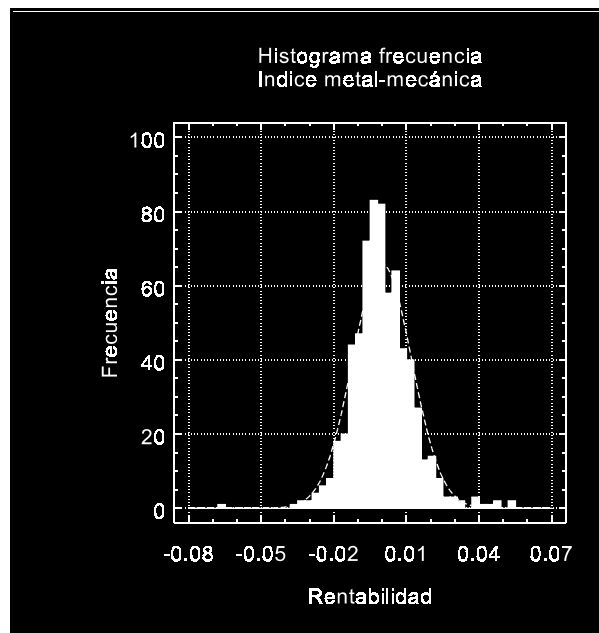
(d)



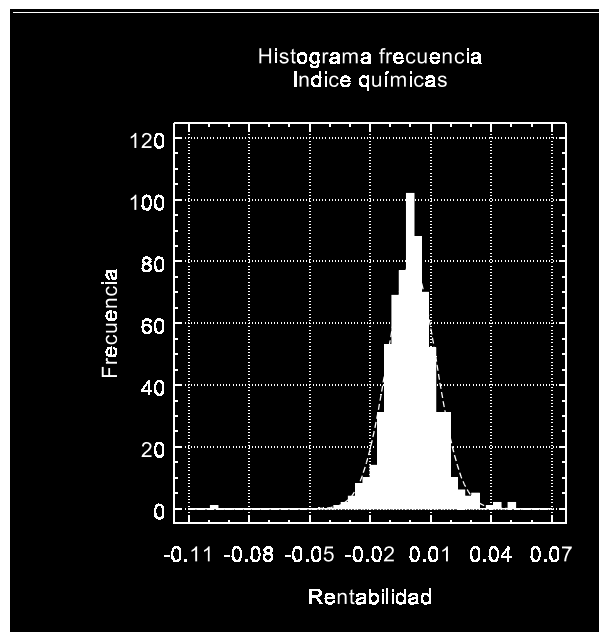
(e)



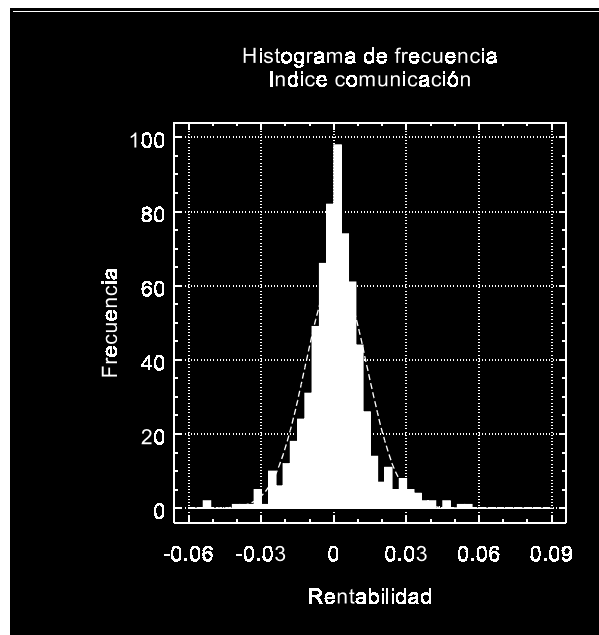
(f)



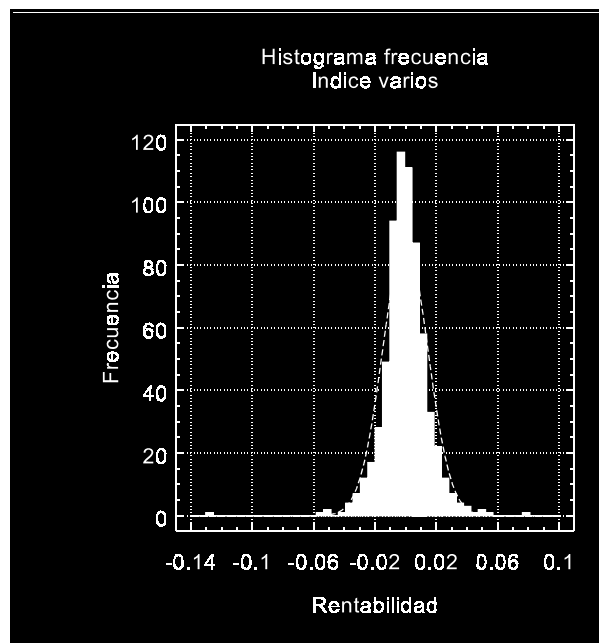
(g)



(h)



(i)



(j)

APENDICE 5.3

Contraste LM y Q de efectos ARCH en las series de rendimientos del índice general y sectoriales

Indice general (diario) 0099000

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	25.1078	0.0001	25.0730	0.0001
2	34.5042	0.0001	29.6907	0.0001
3	46.1341	0.0001	36.0064	0.0001
4	47.8918	0.0001	36.0129	0.0001
5	50.6046	0.0001	36.8685	0.0001
6	50.6358	0.0001	37.3117	0.0001
7	62.7919	0.0001	48.4856	0.0001
8	76.6094	0.0001	54.4082	0.0001
9	77.8882	0.0001	54.5277	0.0001
10	102.218	0.0001	68.6301	0.0001
11	102.845	0.0001	70.5425	0.0001
12	102.890	0.0001	71.0224	0.0001

Indice banca (diario)

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	39.2185	0.0001	40.6376	0.0001
2	44.5671	0.0001	41.4422	0.0001
3	46.3061	0.0001	41.7652	0.0001
4	48.5343	0.0001	42.8100	0.0001
5	48.5587	0.0001	43.1093	0.0001
6	48.5594	0.0001	43.1137	0.0001
7	50.2952	0.0001	45.0155	0.0001
8	62.8132	0.0001	54.2397	0.0001
9	63.5707	0.0001	54.8332	0.0001
10	68.0692	0.0001	57.8762	0.0001
11	68.3395	0.0001	60.9743	0.0001
12	68.4175	0.0001	61.0921	0.0001

Indice Electricidad (diario)

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	17.2050	0.0001	17.1781	0.0001
2	29.4152	0.0001	25.4069	0.0001
3	83.0065	0.0001	67.2921	0.0001
4	83.8252	0.0001	68.9824	0.0001
5	98.1482	0.0001	75.3846	0.0001
6	98.1808	0.0001	81.7803	0.0001
7	124.157	0.0001	111.360	0.0001
8	140.253	0.0001	112.429	0.0001
9	143.948	0.0001	115.213	0.0001
10	234.529	0.0001	150.993	0.0001
11	234.858	0.0001	157.862	0.0001
12	237.926	0.0001	157.885	0.0001

Indice Alimentación (diario)

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	24.0738	0.0001	23.9840	0.0001
2	53.0450	0.0001	44.4954	0.0001
3	137.765	0.0001	104.391	0.0001
4	147.801	0.0001	104.393	0.0001
5	171.059	0.0001	107.591	0.0001
6	190.825	0.0001	107.948	0.0001
7	205.434	0.0001	110.722	0.0001
8	213.042	0.0001	110.932	0.0001
9	227.651	0.0001	112.932	0.0001
10	244.454	0.0001	115.132	0.0001
11	254.472	0.0001	116.230	0.0001
12	258.892	0.0001	117.294	0.0001

Indice Construcción (diario)

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	1.8661	0.1719	1.8685	0.1716
2	7.0670	0.0292	6.7762	0.0338
3	17.9192	0.0005	16.3106	0.0010
4	20.3112	0.0004	17.5317	0.0015
5	21.0318	0.0008	17.5912	0.0035
6	21.9213	0.0013	17.7013	0.0070
7	21.9750	0.0026	17.7444	0.0132
8	23.5425	0.0027	18.7774	0.0161
9	25.2301	0.0027	19.9567	0.0182
10	27.1358	0.0025	21.2682	0.0193
11	27.1699	0.0043	21.3753	0.0297
12	27.3073	0.0070	22.2768	0.0345

Indice inversión (diario)

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	20.0498	0.0001	20.0386	0.0001
2	26.4772	0.0001	23.2767	0.0001
3	28.4197	0.0001	23.7622	0.0001
4	31.7822	0.0001	25.6193	0.0001
5	32.3166	0.0001	25.6290	0.0001
6	32.3412	0.0001	25.6791	0.0003
7	34.2481	0.0001	27.3250	0.0003
8	34.2499	0.0001	27.6026	0.0006
9	34.3559	0.0001	27.7878	0.0010
10	35.2553	0.0001	29.0307	0.0012
11	37.3244	0.0001	30.2650	0.0014
12	41.8504	0.0001	33.0692	0.0009

Indice Metal (diario)

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	1.1154	0.2909	1.1265	0.2885
2	4.4074	0.1104	4.3098	0.1159
3	5.4025	0.1446	5.0854	0.1657
4	11.8535	0.0185	10.7253	0.0298
5	13.9392	0.0160	12.1325	0.0330
6	14.1390	0.0281	12.1355	0.0590
7	26.5287	0.0004	22.5402	0.0020
8	26.5559	0.0008	22.6518	0.0038
9	26.5566	0.0017	22.9861	0.0062
10	26.8324	0.0028	23.5170	0.0090
11	34.5424	0.0003	28.7411	0.0025
12	34.6739	0.0005	29.2283	0.0036

Indice químicas (diario)

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	26.3061	0.0001	26.2675	0.0001
2	27.5439	0.0001	26.2808	0.0001
3	27.8982	0.0001	26.3713	0.0001
4	28.7620	0.0001	26.8985	0.0001
5	28.7959	0.0001	26.9373	0.0001
6	29.0137	0.0001	27.1041	0.0001
7	31.3916	0.0001	28.9097	0.0002
8	31.4285	0.0001	29.6668	0.0002
9	31.5925	0.0002	29.9137	0.0005
10	33.2363	0.0002	31.0279	0.0006
11	37.4216	0.0001	33.1568	0.0005
12	37.5254	0.0002	33.3518	0.0009

Indice comunicación (diario)

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	19.9342	0.0001	19.8917	0.0001
2	24.7232	0.0001	21.9927	0.0001
3	28.1862	0.0001	23.6464	0.0001
4	29.2456	0.0001	23.8308	0.0001
5	32.2088	0.0001	25.6107	0.0001
6	33.1779	0.0001	25.7455	0.0002
7	33.3383	0.0001	25.7463	0.0006
8	34.1759	0.0001	26.1709	0.0010
9	37.6466	0.0001	28.5130	0.0008
10	40.7066	0.0001	29.6668	0.0010
11	41.8586	0.0001	29.7898	0.0017
12	41.9692	0.0001	30.5720	0.0023

Indice varios (diario)

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	13.5363	0.0002	13.5284	0.0002
2	15.3384	0.0005	14.2358	0.0008
3	17.4135	0.0006	15.5749	0.0014
4	17.4868	0.0016	16.0074	0.0030
5	20.5659	0.0010	19.3290	0.0017
6	22.0184	0.0012	19.8476	0.0029
7	22.3463	0.0022	19.9162	0.0058
8	26.8106	0.0008	23.0552	0.0033
9	27.2215	0.0013	23.0629	0.0061
10	32.3517	0.0003	27.0027	0.0026
11	42.7190	0.0001	32.5076	0.0006
12	44.5163	0.0001	32.7128	0.0011

APENDICE 5.4

Resultados de la modelización ARCH de los índices sectoriales y general¹.

Indice general (diario)

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.068481803	0.00503	-13.611	0.0001
ARCH0	1	0.0000128604	5.813E-6	2.212	0.0269
ARCH1	1	0.137003316	0.04278	3.202	0.0014
GARCH1	1	0.714667300	0.09745	7.333	0.0001

Indice banca (diario)

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.096411554	0.00459	-20.985	0.0001
ARCH0	1	0.000039245	0.000011	3.574	0.0004
ARCH1	1	0.351113419	0.06932	5.065	0.0001
GARCH1	1	0.303390587	0.13405	2.263	0.0236

Indice Electricidad (diario)

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
Intercept	1	0.00101701	0.00041	2.496	0.0126
I1	1	-0.10745620	0.01057	-10.165	0.0001
ARCH1	0	-1.62088E-17	.	.	.
GARCH1	0	1.000000000	.	.	.

Indice Alimentación (diario)

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.117316590	0.00798	-14.693	0.0001
I2	1	0.052101456	0.00407	12.815	0.0001
ARCH0	1	8.8964614E-6	3.29E-6	2.704	0.0069
ARCH1	1	0.184746851	0.04335	4.262	0.0001
GARCH1	1	0.754967928	0.05287	14.279	0.0001

Indice Construcción (diario)

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.080906669	0.01176	-6.882	0.0001
ARCH0	1	0.000021505	9.628E-6	2.234	0.0255
ARCH1	1	0.168246044	0.04914	3.424	0.0006
GARCH1	1	0.732633635	0.08184	8.952	0.0001

¹ Los coeficiente "I" corresponde a las diferentes variables dicotómicas introducida como intervención como consecuencia del Golpe de Estado en la antigua Unión soviética.

Indice Inversión (diario)

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	0.0000484156	0.000017	2.823	0.0048
ARCH1	1	0.175068261	0.04994	3.505	0.0005
GARCH1	1	0.602052786	0.11209	5.371	0.0001

Indice Metal (diario)

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.084707776	0.01829	-4.632	0.0001
ARCH0	1	0.0000203761	8.011E-6	2.544	0.0110
ARCH1	1	0.078672387	0.03850	2.043	0.0410
GARCH1	1	0.780247129	0.07963	9.799	0.0001

Indice Químicas (diario)

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.127114093	0.00779	-16.316	0.0001
ARCH0	1	0.0000810987	0.00003	2.712	0.0067
ARCH1	1	0.175033484	0.05726	3.057	0.0022
GARCH1	1	0.219701537	0.24966	0.880	0.3789

Indice Comunicación (diario)

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	0.0000517814	0.000024	2.119	0.0341
ARCH1	1	0.116713389	0.04169	2.799	0.0051
GARCH1	1	0.561782300	0.17937	3.132	0.0017

Indice Varios (diario)

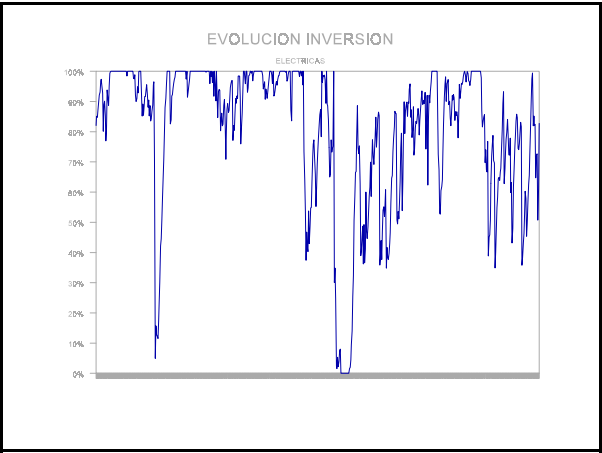
Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.134999587	0.01533	-8.809	0.0001
I2	1	0.061066344	0.00791	7.723	0.0001
ARCH0	1	5.6922801E-6	2.899E-6	1.963	0.0496
ARCH1	1	0.053431338	0.01726	3.096	0.0020
GARCH1	1	0.916830826	0.02720	33.707	0.0001

El siguiente modelo corresponde al caso en que los rendimientos de eléctricas en vez de ser modelizados como un IGARCH(1,1) es modelizado como un GARCH(1,1).

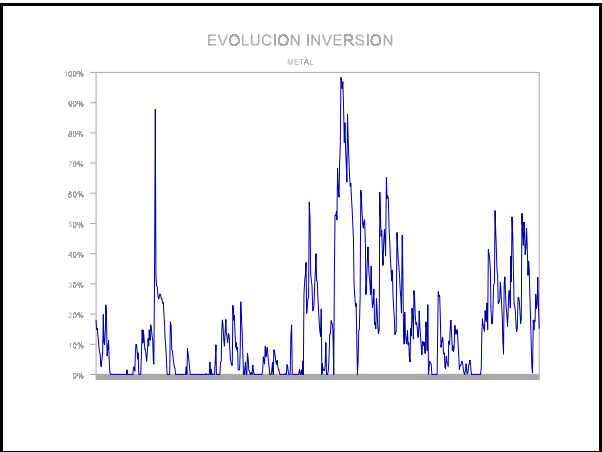
Indice Electricidad (diario)

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
Intercept	1	0.000928960	0.00038	2.463	0.0138
I1	1	-0.131529679	0.00472	-27.846	0.0001
ARCH0	1	5.5573449E-6	3.692E-6	1.505	0.1322
ARCH1	1	0.121188434	0.03977	3.047	0.0023
GARCH1	1	0.832351343	0.06478	12.849	0.0001

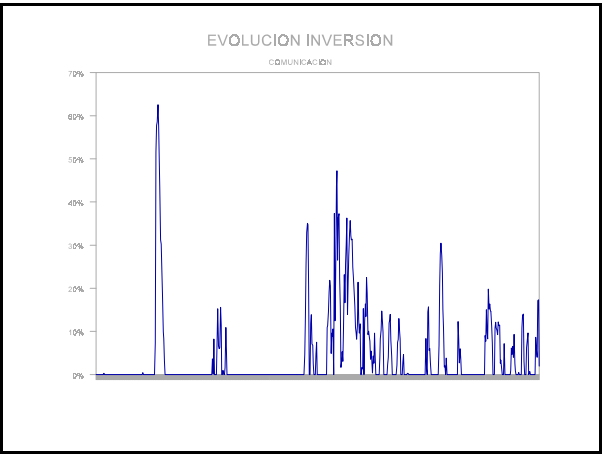
APENDICE 5.5
PORCENTAJE DE INVERSION EN CADA UNO DE LOS SECTORES



(a)



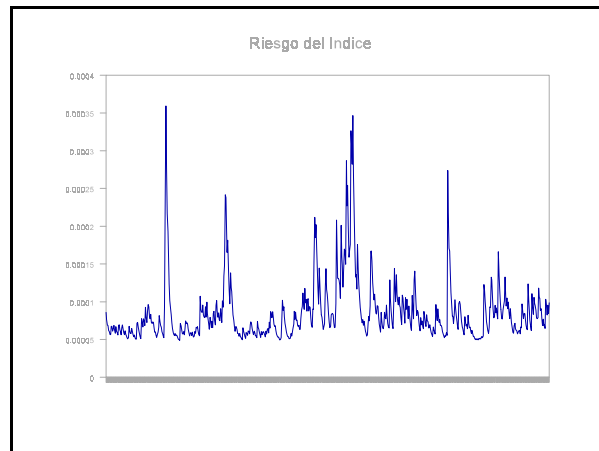
(b)



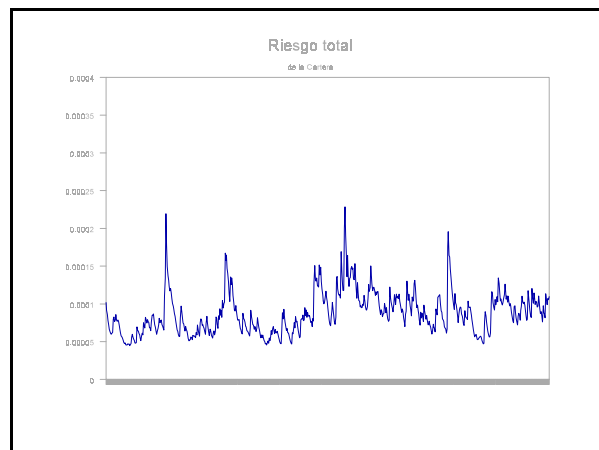
(c)

APENDICE 5.6

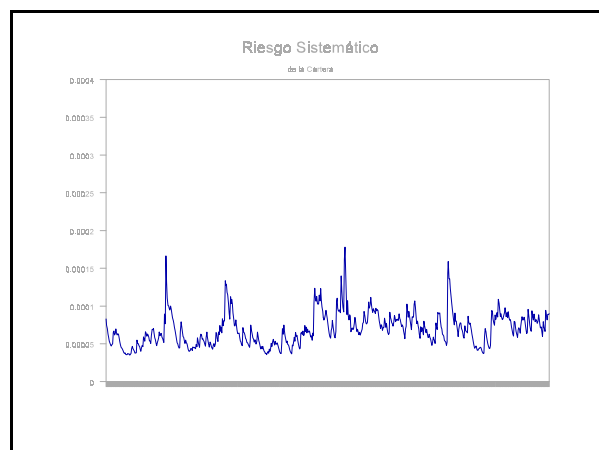
EVOLUCION DEL RIESGO DEL INDICE Y LA CARTERA



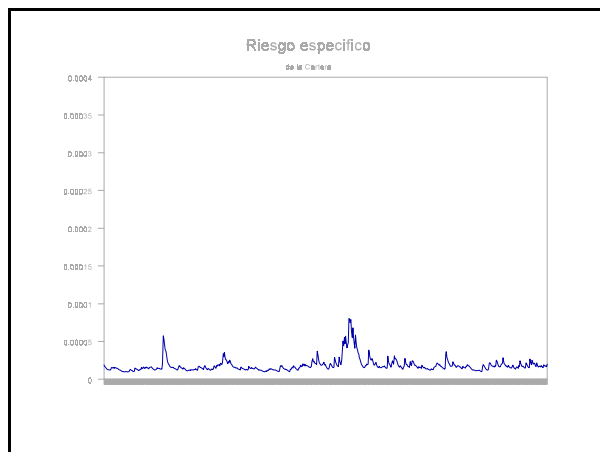
(a)



(b)

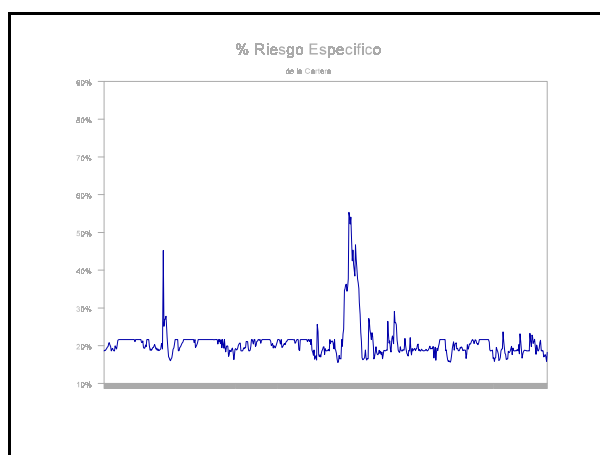
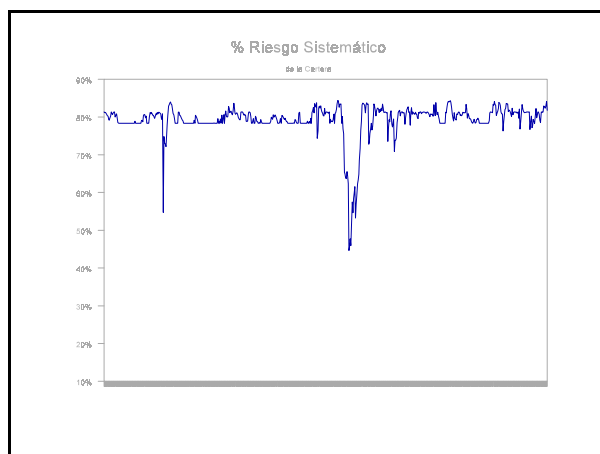


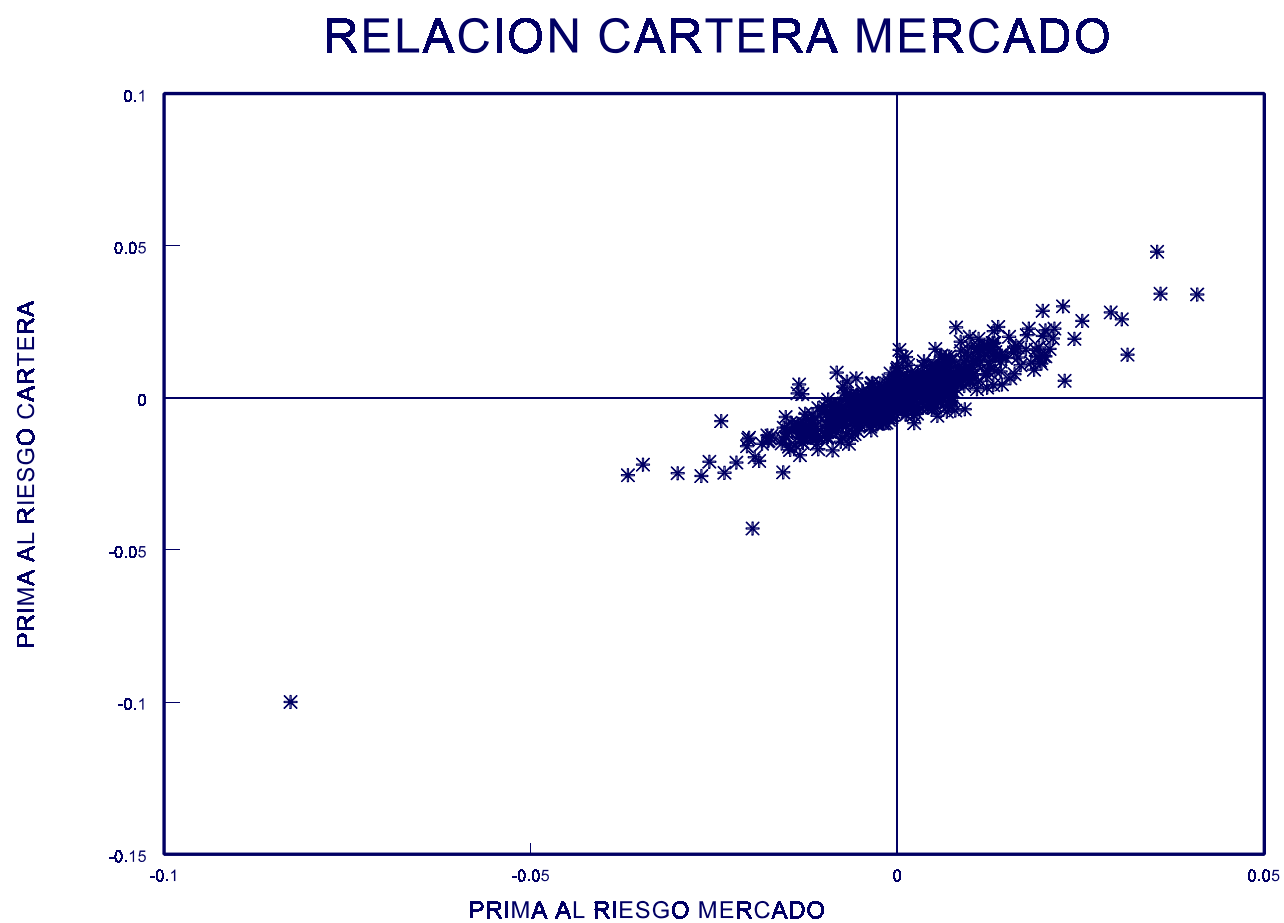
(c)



(d)

APENDICE 5.7
GRAFICOS DEL % DEL RIESGO SISTEMATICO Y ESPECIFICO DE LA
CARTERA





APENDICE 6.1

Contraste de comportamiento ARCH en los rendimientos. Títulos individuales

Título 2410101

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	26.4693	0.0001	26.6389	0.0001
2	33.8308	0.0001	30.7852	0.0001
3	34.4970	0.0001	30.7941	0.0001
4	34.6301	0.0001	30.7942	0.0001
5	93.8553	0.0001	98.5652	0.0001
6	94.2287	0.0001	103.133	0.0001
7	94.4574	0.0001	103.891	0.0001
8	96.6892	0.0001	107.312	0.0001
9	96.8646	0.0001	107.335	0.0001
10	106.162	0.0001	107.352	0.0001
11	106.238	0.0001	107.587	0.0001
12	106.311	0.0001	107.866	0.0001

Título 2410121

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	33.2812	0.0001	33.1446	0.0001
2	109.181	0.0001	91.0071	0.0001
3	133.708	0.0001	94.9880	0.0001
4	134.763	0.0001	102.856	0.0001
5	134.840	0.0001	106.007	0.0001
6	134.859	0.0001	106.317	0.0001
7	134.912	0.0001	106.801	0.0001
8	135.264	0.0001	107.016	0.0001
9	135.587	0.0001	107.440	0.0001
10	136.014	0.0001	107.510	0.0001
11	136.187	0.0001	107.566	0.0001
12	136.694	0.0001	107.648	0.0001

Título 2410132

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	29.8232	0.0001	29.6370	0.0001
2	32.7680	0.0001	29.9552	0.0001
3	34.2993	0.0001	30.5453	0.0001
4	35.1412	0.0001	30.7719	0.0001
5	35.2697	0.0001	30.7719	0.0001
6	36.2191	0.0001	31.4705	0.0001
7	36.2457	0.0001	31.5357	0.0001
8	36.2623	0.0001	31.5751	0.0001
9	36.4091	0.0001	31.7121	0.0002
10	36.5427	0.0001	31.9769	0.0004
11	37.3100	0.0001	33.0016	0.0005
12	37.3402	0.0002	33.0451	0.0010

Título 2410136

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	16.0590	0.0001	16.0443	0.0001
2	36.5427	0.0001	31.7227	0.0001
3	42.8741	0.0001	33.6440	0.0001
4	49.8529	0.0001	36.0072	0.0001
5	53.3476	0.0001	36.6552	0.0001
6	53.4992	0.0001	37.1117	0.0001
7	55.3977	0.0001	37.7408	0.0001
8	60.6412	0.0001	41.2016	0.0001
9	60.8741	0.0001	41.3888	0.0001
10	62.4978	0.0001	41.7209	0.0001
11	62.4992	0.0001	42.0693	0.0001
12	62.8322	0.0001	42.0697	0.0001

Título 2410140

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	33.8468	0.0001	33.7772	0.0001
2	50.2374	0.0001	41.7278	0.0001
3	54.1161	0.0001	42.0271	0.0001
4	79.7320	0.0001	60.5870	0.0001
5	86.3393	0.0001	60.9168	0.0001
6	89.7039	0.0001	60.9354	0.0001
7	90.1729	0.0001	61.0111	0.0001
8	90.2047	0.0001	62.8377	0.0001
9	90.2443	0.0001	63.0978	0.0001
10	90.8485	0.0001	63.8576	0.0001
11	91.3997	0.0001	65.1242	0.0001
12	91.8887	0.0001	65.9662	0.0001

Título 2410144

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	49.2198	0.0001	49.0769	0.0001
2	52.9961	0.0001	49.0803	0.0001
3	53.3089	0.0001	50.3767	0.0001
4	54.0192	0.0001	50.5429	0.0001
5	54.3790	0.0001	50.5721	0.0001
6	54.5965	0.0001	50.6349	0.0001
7	55.3841	0.0001	51.8413	0.0001
8	69.3859	0.0001	62.8499	0.0001
9	75.4566	0.0001	63.0981	0.0001
10	75.7069	0.0001	65.8178	0.0001
11	75.8122	0.0001	65.9619	0.0001
12	77.1748	0.0001	66.5962	0.0001

Título 2410174

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	47.8689	0.0001	47.6774	0.0001
2	55.2852	0.0001	48.5190	0.0001
3	59.0331	0.0001	49.5643	0.0001
4	60.4187	0.0001	49.6841	0.0001
5	72.7112	0.0001	59.0746	0.0001
6	81.1808	0.0001	60.4765	0.0001
7	81.9801	0.0001	60.7799	0.0001
8	82.8926	0.0001	60.9299	0.0001
9	84.3085	0.0001	61.3768	0.0001
10	84.8085	0.0001	61.4115	0.0001
11	90.8515	0.0001	64.6532	0.0001
12	90.9401	0.0001	65.8133	0.0001

Título 2410180

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	31.6669	0.0001	31.5850	0.0001
2	44.0665	0.0001	37.1667	0.0001
3	48.7650	0.0001	38.2006	0.0001
4	51.3738	0.0001	38.7335	0.0001
5	69.2292	0.0001	52.1970	0.0001
6	69.2477	0.0001	56.3211	0.0001
7	71.4417	0.0001	57.4994	0.0001
8	94.4654	0.0001	77.3339	0.0001
9	95.9004	0.0001	78.3598	0.0001
10	99.6352	0.0001	78.5131	0.0001
11	99.7771	0.0001	78.5140	0.0001
12	99.7897	0.0001	79.1357	0.0001

Título 2410191

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	58.4041	0.0001	58.4188	0.0001
2	64.7636	0.0001	58.5184	0.0001
3	71.1368	0.0001	61.6636	0.0001
4	80.7200	0.0001	65.3941	0.0001
5	88.8085	0.0001	67.1680	0.0001
6	92.8035	0.0001	67.4966	0.0001
7	93.0448	0.0001	67.9464	0.0001
8	93.4488	0.0001	67.9858	0.0001
9	93.4827	0.0001	68.7662	0.0001
10	93.5050	0.0001	68.7823	0.0001
11	93.9194	0.0001	69.0114	0.0001
12	94.2012	0.0001	69.0684	0.0001

Título 2410195

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	136.552	0.0001	136.008	0.0001
2	161.010	0.0001	136.117	0.0001
3	161.155	0.0001	139.703	0.0001
4	161.337	0.0001	139.780	0.0001
5	161.578	0.0001	140.967	0.0001
6	161.679	0.0001	141.126	0.0001
7	161.709	0.0001	141.133	0.0001
8	161.753	0.0001	141.159	0.0001
9	161.895	0.0001	141.179	0.0001
10	161.919	0.0001	141.398	0.0001
11	161.958	0.0001	141.627	0.0001
12	161.978	0.0001	141.739	0.0001

Título 2420102

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	8.5465	0.0035	8.5437	0.0035
2	8.9166	0.0116	8.6262	0.0134
3	9.1915	0.0269	8.8255	0.0317
4	10.6077	0.0313	10.0849	0.0390
5	11.1471	0.0485	10.3454	0.0660
6	11.5046	0.0740	10.5449	0.1035
7	11.5136	0.1177	10.5489	0.1595
8	11.6298	0.1685	10.7177	0.2182
9	11.6795	0.2320	10.7916	0.2903
10	17.7606	0.0591	16.7740	0.0795
11	17.7869	0.0867	17.2243	0.1014
12	17.7904	0.1222	17.2248	0.1413

Título 2420106

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	7.2626	0.0070	7.2501	0.0071
2	8.2660	0.0160	7.7831	0.0204
3	9.1094	0.0279	8.3495	0.0393
4	13.5826	0.0088	12.0909	0.0167
5	14.3190	0.0137	12.2655	0.0313
6	14.6570	0.0231	12.3726	0.0542
7	25.4755	0.0006	21.8536	0.0027
8	27.7272	0.0005	22.3478	0.0043
9	38.4916	0.0001	30.3932	0.0004
10	42.7260	0.0001	32.0567	0.0004
11	44.7303	0.0001	32.3267	0.0007
12	46.9285	0.0001	33.1887	0.0009

Título 2420121

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	3.5773	0.0586	3.5694	0.0589
2	81.1080	0.0001	78.7119	0.0001
3	98.0189	0.0001	89.2136	0.0001
4	105.794	0.0001	89.3656	0.0001
5	130.282	0.0001	96.0062	0.0001
6	135.908	0.0001	97.1103	0.0001
7	136.615	0.0001	101.309	0.0001
8	150.254	0.0001	104.844	0.0001
9	152.045	0.0001	106.285	0.0001
10	175.219	0.0001	113.875	0.0001
11	203.579	0.0001	130.129	0.0001
12	203.908	0.0001	134.360	0.0001

Título 2420132

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	26.8697	0.0001	26.8039	0.0001
2	33.1775	0.0001	29.0860	0.0001
3	50.8293	0.0001	41.1091	0.0001
4	61.0077	0.0001	43.9148	0.0001
5	69.2125	0.0001	46.3473	0.0001
6	70.4530	0.0001	46.5426	0.0001
7	72.0737	0.0001	46.6395	0.0001
8	72.0789	0.0001	47.6714	0.0001
9	74.1375	0.0001	48.9663	0.0001
10	77.5720	0.0001	50.2087	0.0001
11	86.3141	0.0001	56.2139	0.0001
12	87.3605	0.0001	56.3053	0.0001

Título 2420143

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	76.1726	0.0001	75.3010	0.0001
2	95.8811	0.0001	77.8412	0.0001
3	142.020	0.0001	103.943	0.0001
4	146.633	0.0001	107.390	0.0001
5	147.635	0.0001	107.392	0.0001
6	147.759	0.0001	109.062	0.0001
7	147.767	0.0001	109.232	0.0001
8	147.902	0.0001	109.492	0.0001
9	148.435	0.0001	109.535	0.0001
10	148.972	0.0001	109.732	0.0001
11	149.345	0.0001	111.481	0.0001
12	149.400	0.0001	111.536	0.0001

Título 2420164

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	23.1362	0.0001	23.0786	0.0001
2	34.4076	0.0001	29.3881	0.0001
3	50.2656	0.0001	38.4813	0.0001
4	57.1650	0.0001	39.9576	0.0001
5	57.9780	0.0001	40.1112	0.0001
6	58.0039	0.0001	41.2111	0.0001
7	59.4132	0.0001	42.0130	0.0001
8	59.6123	0.0001	42.6656	0.0001
9	61.8063	0.0001	45.6304	0.0001
10	64.2295	0.0001	46.8593	0.0001
11	64.2388	0.0001	47.1268	0.0001
12	64.3758	0.0001	47.8714	0.0001

Título 2420186

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	20.3562	0.0001	20.3356	0.0001
2	51.3921	0.0001	44.0426	0.0001
3	58.6567	0.0001	45.2361	0.0001
4	77.3496	0.0001	53.3755	0.0001
5	77.5809	0.0001	54.9047	0.0001
6	78.7769	0.0001	54.9562	0.0001
7	80.1896	0.0001	55.6513	0.0001
8	81.6962	0.0001	55.8485	0.0001
9	83.0674	0.0001	56.4707	0.0001
10	86.5088	0.0001	57.8734	0.0001
11	90.0763	0.0001	58.6861	0.0001
12	93.1858	0.0001	59.1037	0.0001

Título 2510117

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	74.1218	0.0001	73.6435	0.0001
2	124.532	0.0001	93.8500	0.0001
3	144.203	0.0001	94.8650	0.0001
4	154.222	0.0001	95.0653	0.0001
5	164.646	0.0001	96.7102	0.0001
6	166.087	0.0001	97.4652	0.0001
7	173.531	0.0001	100.357	0.0001
8	173.946	0.0001	101.206	0.0001
9	176.785	0.0001	101.953	0.0001
10	177.022	0.0001	102.224	0.0001
11	180.028	0.0001	104.000	0.0001
12	181.041	0.0001	104.028	0.0001

Título 2520126

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	20.1217	0.0001	20.0723	0.0001
2	21.9549	0.0001	20.4248	0.0001
3	22.1643	0.0001	20.4437	0.0001
4	27.5437	0.0001	25.3897	0.0001
5	30.4602	0.0001	26.3136	0.0001
6	30.5140	0.0001	26.9936	0.0001
7	32.4783	0.0001	29.3006	0.0001
8	32.7070	0.0001	30.4918	0.0002
9	33.0987	0.0001	30.8492	0.0003
10	42.9377	0.0001	40.4887	0.0001
11	42.9430	0.0001	41.9203	0.0001
12	44.7340	0.0001	43.7206	0.0001

Título 2610201

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	56.5917	0.0001	56.2238	0.0001
2	80.0093	0.0001	63.8874	0.0001
3	90.3186	0.0001	65.2839	0.0001
4	113.650	0.0001	76.4135	0.0001
5	163.445	0.0001	99.1616	0.0001
6	186.655	0.0001	100.296	0.0001
7	219.930	0.0001	108.826	0.0001
8	233.996	0.0001	109.016	0.0001
9	257.170	0.0001	112.058	0.0001
10	260.509	0.0001	115.799	0.0001
11	265.430	0.0001	115.849	0.0001
12	272.016	0.0001	115.853	0.0001

Título 2610204

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	2.1842	0.1394	2.2038	0.1377
2	30.8777	0.0001	30.0894	0.0001
3	30.8987	0.0001	30.5607	0.0001
4	34.5466	0.0001	31.3721	0.0001
5	35.5590	0.0001	32.5419	0.0001
6	43.2078	0.0001	37.2204	0.0001
7	45.1862	0.0001	37.9736	0.0001
8	45.7394	0.0001	41.3633	0.0001
9	46.7423	0.0001	41.9340	0.0001
10	52.2452	0.0001	49.1379	0.0001
11	54.0690	0.0001	49.3925	0.0001
12	57.8417	0.0001	49.9459	0.0001

Título 2610209

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	39.0904	0.0001	39.0146	0.0001
2	49.9377	0.0001	42.4428	0.0001
3	73.0159	0.0001	56.3883	0.0001
4	75.9409	0.0001	56.5213	0.0001
5	82.2472	0.0001	59.1756	0.0001
6	93.9750	0.0001	62.7934	0.0001
7	106.612	0.0001	67.3866	0.0001
8	112.074	0.0001	67.4932	0.0001
9	124.554	0.0001	71.4670	0.0001
10	131.553	0.0001	71.7530	0.0001
11	132.254	0.0001	72.2286	0.0001
12	135.871	0.0001	72.5395	0.0001

Título 2610220

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	35.5503	0.0001	35.5171	0.0001
2	59.7902	0.0001	48.9102	0.0001
3	63.3145	0.0001	48.9157	0.0001
4	66.1897	0.0001	49.3409	0.0001
5	68.0655	0.0001	49.8133	0.0001
6	69.4080	0.0001	50.0200	0.0001
7	70.3666	0.0001	50.1550	0.0001
8	70.3717	0.0001	50.3792	0.0001
9	71.6153	0.0001	51.3468	0.0001
10	71.6237	0.0001	51.5729	0.0001
11	71.6408	0.0001	51.5811	0.0001
12	75.2351	0.0001	55.6960	0.0001

Título 2610229

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	12.0174	0.0005	11.9979	0.0005
2	16.9551	0.0002	15.0715	0.0005
3	18.1846	0.0004	15.4205	0.0015
4	19.2663	0.0007	15.8813	0.0032
5	34.6784	0.0001	28.9894	0.0001
6	37.0676	0.0001	29.2496	0.0001
7	42.8089	0.0001	31.7784	0.0001
8	45.8398	0.0001	32.6762	0.0001
9	47.8292	0.0001	33.0804	0.0001
10	54.7054	0.0001	35.6729	0.0001
11	54.7522	0.0001	37.1284	0.0001
12	54.7834	0.0001	37.9777	0.0002

Título 2610235

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	26.7423	0.0001	26.5175	0.0001
2	48.7114	0.0001	40.5226	0.0001
3	55.3742	0.0001	41.7190	0.0001
4	55.6628	0.0001	45.2566	0.0001
5	58.8121	0.0001	47.9924	0.0001
6	59.0737	0.0001	48.0898	0.0001
7	60.7745	0.0001	48.9614	0.0001
8	70.8355	0.0001	55.2226	0.0001
9	71.9641	0.0001	55.2238	0.0001
10	78.9180	0.0001	57.4612	0.0001
11	81.2933	0.0001	57.7130	0.0001
12	81.3124	0.0001	58.5858	0.0001

Título 2610237

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	88.3475	0.0001	88.1356	0.0001
2	135.457	0.0001	101.897	0.0001
3	185.455	0.0001	116.457	0.0001
4	212.719	0.0001	117.684	0.0001
5	222.382	0.0001	117.956	0.0001
6	228.059	0.0001	118.013	0.0001
7	235.079	0.0001	118.664	0.0001
8	235.079	0.0001	122.215	0.0001
9	235.080	0.0001	122.285	0.0001
10	235.529	0.0001	122.549	0.0001
11	235.547	0.0001	122.597	0.0001
12	235.670	0.0001	123.115	0.0001

Título 2610249

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	39.0942	0.0001	38.9694	0.0001
2	104.002	0.0001	84.3050	0.0001
3	125.898	0.0001	87.1903	0.0001
4	128.291	0.0001	90.3720	0.0001
5	138.326	0.0001	92.7823	0.0001
6	139.762	0.0001	92.8458	0.0001
7	155.405	0.0001	100.948	0.0001
8	170.024	0.0001	105.437	0.0001
9	179.035	0.0001	105.532	0.0001
10	215.938	0.0001	117.441	0.0001
11	220.506	0.0001	117.853	0.0001
12	227.300	0.0001	118.197	0.0001

Título 2610260

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	20.9091	0.0001	20.8875	0.0001
2	24.1953	0.0001	21.9513	0.0001
3	26.2405	0.0001	22.8802	0.0001
4	27.7693	0.0001	23.5055	0.0001
5	28.6965	0.0001	23.7983	0.0002
6	37.0176	0.0001	30.2738	0.0001
7	41.2116	0.0001	31.3815	0.0001
8	44.6183	0.0001	32.5019	0.0001
9	45.1857	0.0001	32.5043	0.0002
10	46.1443	0.0001	32.7807	0.0003
11	53.0746	0.0001	37.9875	0.0001
12	53.0906	0.0001	39.6770	0.0001

Título 2610265

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	8.0006	0.0047	8.0099	0.0047
2	19.6055	0.0001	17.7311	0.0001
3	72.3929	0.0001	62.2878	0.0001
4	105.095	0.0001	81.5586	0.0001
5	112.071	0.0001	82.0050	0.0001
6	139.485	0.0001	88.1339	0.0001
7	195.092	0.0001	110.125	0.0001
8	197.199	0.0001	111.179	0.0001
9	198.971	0.0001	115.036	0.0001
10	258.464	0.0001	130.700	0.0001
11	260.124	0.0001	132.254	0.0001
12	261.507	0.0001	132.694	0.0001

Título 2620222

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	0.7777	0.3778	0.7857	0.3754
2	1.7028	0.4268	1.6732	0.4332
3	48.3232	0.0001	47.4395	0.0001
4	48.3413	0.0001	47.7379	0.0001
5	50.1099	0.0001	48.6643	0.0001
6	50.8436	0.0001	56.2029	0.0001
7	69.0151	0.0001	78.3981	0.0001
8	74.1412	0.0001	80.4426	0.0001
9	74.1763	0.0001	80.8397	0.0001
10	118.746	0.0001	98.5170	0.0001
11	118.930	0.0001	98.8489	0.0001
12	120.681	0.0001	99.7265	0.0001

Título 2620224

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	22.5687	0.0001	22.6757	0.0001
2	23.8038	0.0001	22.7309	0.0001
3	26.5734	0.0001	24.8237	0.0001
4	28.5659	0.0001	25.5503	0.0001
5	28.8408	0.0001	25.5543	0.0001
6	31.5309	0.0001	27.6528	0.0001
7	31.8432	0.0001	27.6637	0.0003
8	34.1755	0.0001	29.5559	0.0003
9	35.1164	0.0001	29.6573	0.0005
10	36.9954	0.0001	30.7379	0.0006
11	37.9360	0.0001	33.1311	0.0005
12	37.9852	0.0002	33.1338	0.0009

Título 2620268

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	51.8226	0.0001	51.7114	0.0001
2	63.3703	0.0001	53.8661	0.0001
3	65.1238	0.0001	53.8671	0.0001
4	68.2671	0.0001	55.5304	0.0001
5	80.4092	0.0001	62.9305	0.0001
6	84.7853	0.0001	63.0098	0.0001
7	84.8367	0.0001	63.9528	0.0001
8	91.9328	0.0001	71.2195	0.0001
9	100.038	0.0001	73.3093	0.0001
10	100.098	0.0001	76.5853	0.0001
11	100.103	0.0001	76.5937	0.0001
12	100.104	0.0001	76.6551	0.0001

Título 2710425

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	81.6114	0.0001	81.2824	0.0001
2	121.837	0.0001	92.8957	0.0001
3	129.840	0.0001	93.0187	0.0001
4	145.570	0.0001	99.3072	0.0001
5	171.123	0.0001	108.723	0.0001
6	183.344	0.0001	108.738	0.0001
7	199.699	0.0001	111.674	0.0001
8	205.996	0.0001	111.686	0.0001
9	206.654	0.0001	114.078	0.0001
10	207.007	0.0001	114.152	0.0001
11	207.532	0.0001	114.168	0.0001
12	208.327	0.0001	114.223	0.0001

Título 2711102

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	77.6405	0.0001	77.2482	0.0001
2	101.915	0.0001	81.4988	0.0001
3	159.414	0.0001	113.382	0.0001
4	169.969	0.0001	114.709	0.0001
5	187.127	0.0001	120.932	0.0001
6	201.326	0.0001	120.961	0.0001
7	212.297	0.0001	123.548	0.0001
8	248.403	0.0001	134.649	0.0001
9	258.922	0.0001	134.993	0.0001
10	260.473	0.0001	136.352	0.0001
11	267.995	0.0001	136.456	0.0001
12	272.152	0.0001	136.640	0.0001

Título 2720306

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	18.1769	0.0001	18.7865	0.0001
2	32.0225	0.0001	28.2691	0.0001
3	32.3007	0.0001	28.6271	0.0001
4	32.5551	0.0001	29.6697	0.0001
5	32.5566	0.0001	29.7425	0.0001
6	32.6100	0.0001	29.7482	0.0001
7	33.0046	0.0001	30.1839	0.0001
8	33.7571	0.0001	31.3933	0.0001
9	34.1862	0.0001	31.7060	0.0002
10	41.1878	0.0001	36.7141	0.0001
11	41.2101	0.0001	38.0237	0.0001
12	60.0686	0.0001	54.5211	0.0001

Título 3010725

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	44.7842	0.0001	44.6299	0.0001
2	59.0639	0.0001	49.1484	0.0001
3	100.667	0.0001	75.8938	0.0001
4	103.774	0.0001	77.3932	0.0001
5	106.540	0.0001	77.7141	0.0001
6	107.332	0.0001	78.5922	0.0001
7	107.440	0.0001	78.6258	0.0001
8	108.012	0.0001	78.7148	0.0001
9	108.013	0.0001	78.7627	0.0001
10	108.486	0.0001	79.2416	0.0001
11	109.068	0.0001	79.3354	0.0001
12	109.786	0.0001	79.8004	0.0001

Título 3010758

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	21.0800	0.0001	21.0677	0.0001
2	47.8621	0.0001	40.7501	0.0001
3	55.2202	0.0001	42.2236	0.0001
4	58.2163	0.0001	42.3154	0.0001
5	76.2010	0.0001	53.6598	0.0001
6	77.2452	0.0001	53.8810	0.0001
7	77.5258	0.0001	54.7798	0.0001
8	77.6944	0.0001	54.7818	0.0001
9	77.9056	0.0001	54.8868	0.0001
10	81.7001	0.0001	56.8185	0.0001
11	83.0135	0.0001	57.1628	0.0001
12	85.4032	0.0001	57.9279	0.0001

Título 3010773

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	24.6339	0.0001	24.5895	0.0001
2	43.5586	0.0001	36.6338	0.0001
3	47.4566	0.0001	37.0104	0.0001
4	61.3599	0.0001	44.8814	0.0001
5	67.5867	0.0001	46.2163	0.0001
6	78.6081	0.0001	49.8443	0.0001
7	83.5695	0.0001	50.4710	0.0001
8	85.2465	0.0001	50.5322	0.0001
9	93.4523	0.0001	54.2652	0.0001
10	95.0039	0.0001	54.3300	0.0001
11	100.022	0.0001	55.3524	0.0001
12	105.662	0.0001	57.1840	0.0001

Título 3015732

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	11.2522	0.0008	11.2333	0.0008
2	25.9438	0.0001	22.9849	0.0001
3	32.7881	0.0001	26.1456	0.0001
4	58.8450	0.0001	43.8129	0.0001
5	65.5421	0.0001	45.1230	0.0001
6	88.7007	0.0001	55.9753	0.0001
7	91.8912	0.0001	55.9784	0.0001
8	110.966	0.0001	62.1905	0.0001
9	122.383	0.0001	65.0709	0.0001
10	126.975	0.0001	65.1618	0.0001
11	135.674	0.0001	67.2236	0.0001
12	137.188	0.0001	68.5596	0.0001

Título 3020786

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	29.9934	0.0001	29.8934	0.0001
2	38.4493	0.0001	33.1281	0.0001
3	50.0054	0.0001	39.4391	0.0001
4	53.4221	0.0001	39.7360	0.0001
5	56.2996	0.0001	40.4262	0.0001
6	59.0231	0.0001	40.9859	0.0001
7	61.0570	0.0001	41.3824	0.0001
8	61.0930	0.0001	42.3729	0.0001
9	61.1023	0.0001	42.3851	0.0001
10	61.8047	0.0001	42.8575	0.0001
11	62.1352	0.0001	43.6103	0.0001
12	62.3116	0.0001	43.6788	0.0001

Título 3021295

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	59.9114	0.0001	59.7160	0.0001
2	69.7851	0.0001	60.4994	0.0001
3	93.6090	0.0001	75.5084	0.0001
4	99.3124	0.0001	75.5361	0.0001
5	103.151	0.0001	76.4231	0.0001
6	120.051	0.0001	83.8882	0.0001
7	120.107	0.0001	90.8847	0.0001
8	124.384	0.0001	96.9294	0.0001
9	144.935	0.0001	103.078	0.0001
10	150.566	0.0001	103.308	0.0001
11	150.608	0.0001	105.755	0.0001
12	151.608	0.0001	105.782	0.0001

Título 3210710

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	36.4068	0.0001	36.3189	0.0001
2	60.1600	0.0001	49.0719	0.0001
3	66.0229	0.0001	49.4705	0.0001
4	74.8828	0.0001	52.5681	0.0001
5	76.3573	0.0001	52.5875	0.0001
6	78.1085	0.0001	52.7487	0.0001
7	79.9104	0.0001	53.2783	0.0001
8	81.8395	0.0001	53.6373	0.0001
9	92.8528	0.0001	60.7642	0.0001
10	105.501	0.0001	65.1031	0.0001
11	109.103	0.0001	65.1357	0.0001
12	127.248	0.0001	73.7621	0.0001

Título 3210902

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	1.2169	0.2700	1.2186	0.2696
2	1.4419	0.4863	1.4061	0.4951
3	2.2920	0.5140	2.2001	0.5319
4	2.8196	0.5885	2.6279	0.6219
5	3.0890	0.6863	2.8274	0.7266
6	3.0927	0.7971	2.8275	0.8302
7	3.3192	0.8540	3.0942	0.8761
8	3.3314	0.9119	3.1088	0.9273
9	4.0791	0.9061	3.8399	0.9216
10	4.9062	0.8974	4.4616	0.9241
11	6.0652	0.8690	5.3256	0.9144
12	6.1028	0.9108	5.4842	0.9398

Título 3210911

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	6.3431	0.0118	6.3336	0.0118
2	6.9211	0.0314	6.6051	0.0368
3	7.3957	0.0603	6.9323	0.0741
4	18.8449	0.0008	17.5726	0.0015
5	19.8601	0.0013	17.7089	0.0033
6	19.9626	0.0028	18.0683	0.0061
7	20.8680	0.0040	18.8898	0.0085
8	20.8727	0.0075	19.3174	0.0133
9	21.6781	0.0100	19.9211	0.0184
10	21.6826	0.0168	19.9320	0.0299
11	23.5213	0.0149	21.2737	0.0306
12	23.5216	0.0236	21.3175	0.0459

Título 3220908

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	37.8413	0.0001	37.8679	0.0001
2	43.7537	0.0001	38.8703	0.0001
3	44.0088	0.0001	38.9610	0.0001
4	44.0532	0.0001	38.9657	0.0001
5	44.5590	0.0001	39.5804	0.0001
6	44.5600	0.0001	39.6762	0.0001
7	45.2702	0.0001	40.3393	0.0001
8	46.6737	0.0001	41.0491	0.0001
9	47.5804	0.0001	41.1940	0.0001
10	48.2546	0.0001	42.8007	0.0001
11	52.1177	0.0001	45.5301	0.0001
12	56.4513	0.0001	46.8259	0.0001

Título 3221020

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	6.8447	0.0089	6.8460	0.0089
2	6.8671	0.0323	6.8582	0.0324
3	9.0476	0.0287	9.0503	0.0286
4	13.8620	0.0077	12.6979	0.0129
5	14.9978	0.0104	13.1551	0.0220
6	15.1524	0.0191	13.5398	0.0352
7	15.5385	0.0297	14.0705	0.0499
8	15.7984	0.0454	14.4628	0.0705
9	15.9863	0.0672	14.6276	0.1017
10	16.0245	0.0989	14.6277	0.1462
11	16.5154	0.1231	14.8502	0.1895
12	17.0738	0.1468	15.0554	0.2384

Título 3222286

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	37.5048	0.0001	37.4060	0.0001
2	46.0063	0.0001	39.7113	0.0001
3	59.3116	0.0001	47.1845	0.0001
4	74.0794	0.0001	52.8924	0.0001
5	76.9804	0.0001	52.8934	0.0001
6	79.9575	0.0001	53.3740	0.0001
7	80.2661	0.0001	53.8312	0.0001
8	80.2693	0.0001	54.1264	0.0001
9	80.2703	0.0001	54.2066	0.0001
10	80.8634	0.0001	54.6949	0.0001
11	81.0693	0.0001	55.1410	0.0001
12	81.1861	0.0001	55.1456	0.0001

Título 3611403

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	53.6725	0.0001	53.4045	0.0001
2	65.2727	0.0001	55.3642	0.0001
3	69.7413	0.0001	56.0615	0.0001
4	78.1080	0.0001	60.0044	0.0001
5	84.0512	0.0001	60.9562	0.0001
6	99.0196	0.0001	67.9993	0.0001
7	109.042	0.0001	69.3016	0.0001
8	115.390	0.0001	69.8269	0.0001
9	117.016	0.0001	69.8815	0.0001
10	117.602	0.0001	70.0060	0.0001
11	123.505	0.0001	72.9006	0.0001
12	124.549	0.0001	73.4880	0.0001

Título 3611450

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	36.6635	0.0001	36.6190	0.0001
2	37.5208	0.0001	36.8510	0.0001
3	40.1846	0.0001	39.0894	0.0001
4	40.3208	0.0001	39.2479	0.0001
5	41.0486	0.0001	39.9520	0.0001
6	41.0923	0.0001	40.0419	0.0001
7	42.8298	0.0001	41.8920	0.0001
8	42.9095	0.0001	43.0364	0.0001
9	42.9202	0.0001	43.0875	0.0001
10	47.1755	0.0001	46.5961	0.0001
11	49.7771	0.0001	47.1769	0.0001
12	50.4318	0.0001	47.1987	0.0001

Título 3611457

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	63.0110	0.0001	62.8138	0.0001
2	141.805	0.0001	108.509	0.0001
3	203.756	0.0001	124.891	0.0001
4	222.633	0.0001	125.185	0.0001
5	264.461	0.0001	132.231	0.0001
6	274.733	0.0001	132.700	0.0001
7	288.724	0.0001	133.045	0.0001
8	293.737	0.0001	133.742	0.0001
9	298.854	0.0001	134.042	0.0001
10	304.515	0.0001	134.195	0.0001
11	305.296	0.0001	134.493	0.0001
12	310.196	0.0001	135.195	0.0001

Título 3611461

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	28.5551	0.0001	28.4618	0.0001
2	33.3485	0.0001	29.6750	0.0001
3	33.6372	0.0001	29.6945	0.0001
4	34.1623	0.0001	29.9977	0.0001
5	36.2745	0.0001	31.2825	0.0001
6	39.5295	0.0001	32.6721	0.0001
7	39.8058	0.0001	32.7534	0.0001
8	41.3968	0.0001	33.7044	0.0001
9	41.4756	0.0001	34.4174	0.0001
10	41.9901	0.0001	35.0690	0.0001
11	41.9914	0.0001	35.0873	0.0002
12	42.1368	0.0001	35.1749	0.0004

Título 3621449

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	80.5145	0.0001	80.2330	0.0001
2	95.9638	0.0001	81.0401	0.0001
3	103.879	0.0001	82.6377	0.0001
4	111.510	0.0001	84.5547	0.0001
5	126.393	0.0001	90.4232	0.0001
6	130.851	0.0001	90.4875	0.0001
7	134.656	0.0001	91.1458	0.0001
8	138.842	0.0001	91.7324	0.0001
9	142.596	0.0001	92.0310	0.0001
10	145.224	0.0001	92.0729	0.0001
11	148.205	0.0001	92.6019	0.0001
12	151.936	0.0001	93.0966	0.0001

Título 3710604

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	43.4509	0.0001	43.5496	0.0001
2	53.3072	0.0001	45.8453	0.0001
3	54.7073	0.0001	45.8464	0.0001
4	56.6337	0.0001	46.7321	0.0001
5	56.6354	0.0001	47.0935	0.0001
6	56.6357	0.0001	47.0991	0.0001
7	57.0205	0.0001	47.4339	0.0001
8	58.0907	0.0001	49.3684	0.0001
9	59.4685	0.0001	49.9963	0.0001
10	59.6456	0.0001	50.0528	0.0001
11	59.8560	0.0001	50.1402	0.0001
12	60.5717	0.0001	51.6186	0.0001

Título 3821022

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	13.8321	0.0002	13.7822	0.0002
2	22.2016	0.0001	19.4807	0.0001
3	24.7330	0.0001	20.2804	0.0001
4	26.8327	0.0001	21.0734	0.0003
5	26.8361	0.0001	21.3413	0.0007
6	27.0790	0.0001	21.4067	0.0016
7	27.1020	0.0003	21.5059	0.0031
8	27.1263	0.0007	21.5515	0.0058
9	27.2532	0.0013	21.6335	0.0101
10	27.2616	0.0024	21.6335	0.0171
11	30.6864	0.0012	25.5487	0.0076
12	39.1046	0.0001	31.7256	0.0015

Título 3910830

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	43.5725	0.0001	43.4559	0.0001
2	50.7482	0.0001	44.5098	0.0001
3	86.2660	0.0001	71.4471	0.0001
4	101.542	0.0001	72.9514	0.0001
5	104.647	0.0001	72.9606	0.0001
6	107.248	0.0001	72.9646	0.0001
7	110.997	0.0001	73.2738	0.0001
8	111.736	0.0001	73.3423	0.0001
9	112.296	0.0001	73.3775	0.0001
10	112.298	0.0001	73.9431	0.0001
11	112.433	0.0001	74.0003	0.0001
12	112.511	0.0001	74.0042	0.0001

Título 3910860

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	44.7328	0.0001	44.6241	0.0001
2	53.5155	0.0001	46.2979	0.0001
3	79.4730	0.0001	63.7110	0.0001
4	110.851	0.0001	75.4238	0.0001
5	128.790	0.0001	78.6217	0.0001
6	129.532	0.0001	81.1813	0.0001
7	148.858	0.0001	91.1746	0.0001
8	162.555	0.0001	91.6120	0.0001
9	163.171	0.0001	92.8537	0.0001
10	163.808	0.0001	92.9480	0.0001
11	164.756	0.0001	93.1894	0.0001
12	167.017	0.0001	93.2157	0.0001

Título 3911607

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	33.0663	0.0001	32.9809	0.0001
2	36.2520	0.0001	33.2706	0.0001
3	45.6309	0.0001	40.0947	0.0001
4	48.0910	0.0001	40.2068	0.0001
5	53.8028	0.0001	43.6654	0.0001
6	55.5748	0.0001	43.6798	0.0001
7	55.6920	0.0001	44.5378	0.0001
8	56.1737	0.0001	44.8179	0.0001
9	56.6417	0.0001	44.8690	0.0001
10	56.6444	0.0001	44.9042	0.0001
11	56.6732	0.0001	45.0066	0.0001
12	56.8255	0.0001	45.2806	0.0001

Título 3911610

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	17.6772	0.0001	17.6471	0.0001
2	21.3435	0.0001	19.2284	0.0001
3	21.4526	0.0001	19.2535	0.0002
4	21.5130	0.0003	19.2746	0.0007
5	21.6095	0.0006	19.3447	0.0017
6	22.2650	0.0011	19.8598	0.0029
7	22.2712	0.0023	19.9726	0.0056
8	22.3327	0.0043	20.0263	0.0102
9	29.3414	0.0006	27.0707	0.0014
10	37.6142	0.0001	31.4689	0.0005
11	41.9267	0.0001	32.5743	0.0006
12	41.9799	0.0001	33.5594	0.0008

Título 3921680

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	13.4062	0.0003	13.4175	0.0002
2	18.2340	0.0001	16.3373	0.0003
3	29.6570	0.0001	24.6806	0.0001
4	32.8918	0.0001	25.4682	0.0001
5	33.5520	0.0001	25.4763	0.0001
6	39.7954	0.0001	29.1504	0.0001
7	44.1407	0.0001	30.7308	0.0001
8	45.6293	0.0001	30.9566	0.0001
9	47.1414	0.0001	31.1077	0.0003
10	47.6492	0.0001	33.4136	0.0002
11	47.7226	0.0001	33.4341	0.0004
12	48.8222	0.0001	34.0191	0.0007

Título 4011634

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	20.5579	0.0001	20.5345	0.0001
2	26.1386	0.0001	23.1011	0.0001
3	27.9114	0.0001	23.5627	0.0001
4	28.4730	0.0001	23.6495	0.0001
5	28.9260	0.0001	23.7980	0.0002
6	30.6081	0.0001	24.9205	0.0004
7	35.1520	0.0001	27.7991	0.0002
8	35.2625	0.0001	28.0208	0.0005
9	38.5477	0.0001	30.3455	0.0004
10	38.5695	0.0001	31.0161	0.0006
11	41.2341	0.0001	33.4341	0.0004
12	41.3288	0.0001	33.5251	0.0008

Título 4011638

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	76.4824	0.0001	76.2904	0.0001
2	94.1095	0.0001	78.0643	0.0001
3	103.178	0.0001	79.6599	0.0001
4	120.041	0.0001	86.9623	0.0001
5	130.752	0.0001	87.8109	0.0001
6	133.316	0.0001	87.9313	0.0001
7	136.720	0.0001	88.7335	0.0001
8	139.714	0.0001	88.8658	0.0001
9	143.278	0.0001	89.3041	0.0001
10	144.163	0.0001	89.3605	0.0001
11	144.165	0.0001	89.8228	0.0001
12	144.372	0.0001	90.3302	0.0001

Título 4211705

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	30.6582	0.0001	30.5798	0.0001
2	36.9873	0.0001	32.4697	0.0001
3	38.8618	0.0001	32.8184	0.0001
4	39.5817	0.0001	32.9404	0.0001
5	40.8873	0.0001	33.6131	0.0001
6	41.1611	0.0001	33.6170	0.0001
7	41.1847	0.0001	33.7805	0.0001
8	41.2508	0.0001	33.8763	0.0001
9	42.2991	0.0001	34.8134	0.0001
10	43.5210	0.0001	35.3170	0.0001
11	43.8117	0.0001	35.3221	0.0002
12	44.0317	0.0001	35.8306	0.0003

Título 4220730

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	16.5787	0.0001	16.5674	0.0001
2	25.6891	0.0001	22.4008	0.0001
3	27.0544	0.0001	22.5229	0.0001
4	28.7003	0.0001	25.7815	0.0001
5	28.7703	0.0001	26.0574	0.0001
6	28.7993	0.0001	26.1862	0.0002
7	29.0705	0.0001	26.4048	0.0004
8	37.3027	0.0001	33.0285	0.0001
9	38.5589	0.0001	33.0996	0.0001
10	43.0305	0.0001	34.8408	0.0001
11	46.2946	0.0001	35.9374	0.0002
12	48.8015	0.0001	37.2029	0.0002

Título 4220764

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	47.5694	0.0001	47.6293	0.0001
2	57.0841	0.0001	49.3056	0.0001
3	63.6562	0.0001	51.4930	0.0001
4	94.5666	0.0001	72.3641	0.0001
5	132.135	0.0001	85.6672	0.0001
6	136.907	0.0001	86.2849	0.0001
7	139.376	0.0001	86.3531	0.0001
8	152.098	0.0001	90.6709	0.0001
9	166.767	0.0001	91.6349	0.0001
10	167.889	0.0001	93.6228	0.0001
11	168.304	0.0001	93.6232	0.0001
12	173.752	0.0001	95.2537	0.0001

Título 4220766

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	13.3707	0.0003	13.3706	0.0003
2	15.4637	0.0004	14.2583	0.0008
3	23.5349	0.0001	20.6984	0.0001
4	25.8553	0.0001	21.2813	0.0003
5	26.6039	0.0001	21.4119	0.0007
6	28.5042	0.0001	22.1880	0.0011
7	30.0684	0.0001	22.6844	0.0019
8	30.6305	0.0002	24.2244	0.0021
9	30.6849	0.0003	24.2504	0.0039
10	30.8639	0.0006	24.7521	0.0058
11	33.1728	0.0005	27.8026	0.0035
12	34.2259	0.0006	29.9412	0.0028

Título 4220772

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	4.6448	0.0311	4.6536	0.0310
2	8.1967	0.0166	7.6116	0.0222
3	9.0497	0.0286	8.0343	0.0453
4	15.1846	0.0043	13.0846	0.0109
5	15.3673	0.0089	13.0848	0.0226
6	26.2141	0.0002	21.8747	0.0013
7	28.3031	0.0002	22.6213	0.0020
8	33.9863	0.0001	25.4452	0.0013
9	34.8422	0.0001	25.5928	0.0024
10	36.2634	0.0001	25.7190	0.0041
11	38.6179	0.0001	27.0162	0.0046
12	59.4530	0.0001	40.5493	0.0001

Título 4220779

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	90.3257	0.0001	89.8772	0.0001
2	96.9607	0.0001	90.8211	0.0001
3	100.108	0.0001	92.4019	0.0001
4	101.226	0.0001	92.4019	0.0001
5	104.587	0.0001	94.5840	0.0001
6	105.222	0.0001	94.8456	0.0001
7	105.937	0.0001	95.3309	0.0001
8	106.044	0.0001	95.4819	0.0001
9	108.577	0.0001	98.2365	0.0001
10	126.379	0.0001	107.691	0.0001
11	138.718	0.0001	108.392	0.0001
12	144.424	0.0001	108.727	0.0001

Título 4220782

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	1.5875	0.2077	1.5950	0.2066
2	25.9579	0.0001	25.3247	0.0001
3	30.9365	0.0001	28.6945	0.0001
4	32.8143	0.0001	28.8001	0.0001
5	43.2488	0.0001	34.9155	0.0001
6	45.1492	0.0001	35.5542	0.0001
7	47.8164	0.0001	35.7719	0.0001
8	47.8511	0.0001	36.1775	0.0001
9	48.9377	0.0001	36.3549	0.0001
10	51.5170	0.0001	37.8459	0.0001
11	57.8992	0.0001	42.0350	0.0001
12	58.7739	0.0001	42.0410	0.0001

Título 4410805

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	53.3072	0.0001	53.1303	0.0001
2	55.1766	0.0001	53.6293	0.0001
3	56.2387	0.0001	54.4045	0.0001
4	56.2697	0.0001	54.5183	0.0001
5	59.0578	0.0001	57.6729	0.0001
6	59.3344	0.0001	57.9025	0.0001
7	59.3513	0.0001	57.9220	0.0001
8	60.7891	0.0001	59.4653	0.0001
9	61.5170	0.0001	59.5148	0.0001
10	61.5181	0.0001	59.7056	0.0001
11	62.5347	0.0001	60.9487	0.0001
12	62.6918	0.0001	61.8681	0.0001

Título 8726001

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	25.6744	0.0001	25.5593	0.0001
2	26.2002	0.0001	25.6299	0.0001
3	27.6984	0.0001	26.9684	0.0001
4	28.8017	0.0001	27.3422	0.0001
5	32.5533	0.0001	30.0407	0.0001
6	32.8152	0.0001	30.0861	0.0001
7	33.2436	0.0001	30.4039	0.0001
8	33.2582	0.0001	30.4677	0.0002
9	33.6626	0.0001	30.9445	0.0003
10	34.5631	0.0001	32.1172	0.0004
11	35.3958	0.0002	33.9020	0.0004
12	36.6234	0.0003	34.3439	0.0006

Título 8726501

Q and LM Tests for ARCH Disturbances

Order	Q	Prob>Q	LM	Prob>LM
1	17.2666	0.0001	17.1935	0.0001
2	26.4261	0.0001	22.5414	0.0001
3	27.3095	0.0001	22.5463	0.0001
4	27.4361	0.0001	22.5616	0.0002
5	29.8310	0.0001	24.5292	0.0002
6	31.7065	0.0001	25.3365	0.0003
7	39.1958	0.0001	29.8353	0.0001
8	41.1094	0.0001	29.9755	0.0002
9	45.5011	0.0001	31.7461	0.0002
10	49.8681	0.0001	33.4212	0.0002
11	54.0098	0.0001	34.7247	0.0003
12	56.3247	0.0001	34.9411	0.0005

APENDICE 6.2

Estimación de modelos ARCH. Títulos individuales¹

Título 2410101 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
Intercept	1	0.000499979	0.00014	3.499	0.0005
ARCH0	1	2.8091753E-6	6.832E-7	4.112	0.0001
ARCH1	1	0.368254823	0.06258	5.884	0.0001
GARCH1	1	0.545017010	0.06136	8.882	0.0001

Título 2410121 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.105084861	0.02197	4.784	0.0001
I2	1	-0.081818485	0.01509	-5.423	0.0001
ARCH0	1	0.0000403444	3.662E-6	11.016	0.0001
ARCH1	1	0.550941029	0.09356	5.889	0.0001
GARCH1	1	0.094527191	0.04447	2.126	0.0335

Título 2410132 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	0.0000554148	0.00002	2.725	0.0064
ARCH1	1	0.140090810	0.04687	2.989	0.0028
GARCH1	1	0.606863837	0.11797	5.144	0.0001

Título 2410136 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	0.0000390608	0.000011	3.467	0.0005
ARCH1	1	0.254721242	0.05650	4.508	0.0001
GARCH1	1	0.618553178	0.07502	8.245	0.0001

Título 2410140 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.162120427	0.01619	-10.012	0.0001
I2	1	0.095112034	0.01001	9.503	0.0001
ARCH0	1	0.0000492732	7.917E-6	6.224	0.0001
ARCH1	1	0.296423333	0.05714	5.188	0.0001
GARCH1	1	0.529098100	0.05683	9.310	0.0001

¹ Los coeficientes I_i corresponden a las variables ficticias de intervención, cuyas fechas de referencia varían según los títulos.

Título 2410144 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.159629431	0.01156	-13.806	0.0001
I2	1	0.093757052	0.01252	7.487	0.0001
ARCH0	1	0.000171552	0.000012	13.996	0.0001
ARCH1	1	0.341735340	0.07502	4.556	0.0001

Título 2410174 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	3.8958971E-6	4.263E-7	9.139	0.0001
ARCH1	1	0.522335991	0.12626	4.137	0.0001
GARCH1	1	0.481993859	0.04728	10.195	0.0001

Título 2410180 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.124113208	0.01421	-8.733	0.0001
I2	1	0.101944774	0.00872	11.694	0.0001
ARCH0	1	0.0000521174	0.000014	3.794	0.0001
ARCH1	1	0.272134701	0.06186	4.399	0.0001
GARCH1	1	0.536756667	0.08316	6.455	0.0001

Título 2410191 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
Intercept	1	0.000220492	0.000085	2.582	0.0098
ARCH0	1	2.7626859E-7	1.345E-7	2.054	0.0400
ARCH1	1	0.216033507	0.04977	4.341	0.0001
GARCH1	1	0.780957893	0.04735	16.493	0.0001

Título 2410195 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.132686060	0.00538	24.646	0.0001
I2	1	-0.152940821	0.00575	-26.593	0.0001
ARCH0	1	0.0000389356	2.468E-6	15.776	0.0001
ARCH1	1	0.442643437	0.07215	6.135	0.0001

Título 2420102 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.158089468	0.00996	-15.873	0.0001
I2	1	0.139040567	0.01392	9.992	0.0001
ARCH0	1	0.000111574	7.753E-6	14.392	0.0001
ARCH1	1	0.199287010	0.06098	3.268	0.0011

Título 2420106 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.055832454	0.00484	11.525	0.0001
ARCH0	1	2.1826298E-6	4.8E-7	4.547	0.0001
ARCH1	1	0.220509094	0.04613	4.780	0.0001
GARCH1	1	0.725552675	0.04175	17.379	0.0001

Título 2420121 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	6.6308377E-6	1.638E-6	4.049	0.0001
ARCH1	1	0.164635701	0.03050	5.398	0.0001
GARCH1	1	0.816401429	0.02551	32.003	0.0001

Título 2420132 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	0.000031875	7.633E-6	4.176	0.0001
ARCH1	1	0.287425553	0.07037	4.085	0.0001
GARCH1	1	0.598553404	0.06770	8.842	0.0001

Título 2420143 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	3.7938892E-6	1.189E-6	3.190	0.0014
ARCH1	1	0.241619985	0.04435	5.448	0.0001
GARCH1	1	0.709788248	0.05703	12.446	0.0001

Título 2420164 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.039975279	0.01052	-3.799	0.0001
ARCH0	1	9.796911E-6	3.263E-6	3.002	0.0027
ARCH1	1	0.185822638	0.05115	3.633	0.0003
GARCH1	1	0.568891197	0.12053	4.720	0.0001

Título 2420186 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.089363712	0.03105	2.878	0.0040
I2	1	0.072407608	0.00970	7.462	0.0001
ARCH0	1	4.410913E-6	1.022E-6	4.315	0.0001
ARCH1	1	0.163181643	0.02950	5.531	0.0001
GARCH1	1	0.714542663	0.03827	18.670	0.0001

Título 2510117 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.150677037	0.01853	8.131	0.0001
I2	1	0.103759838	0.05133	2.021	0.0432
ARCH0	1	0.0000471843	9.501E-6	4.966	0.0001
ARCH1	1	0.275569891	0.04987	5.525	0.0001
GARCH1	1	0.549171722	0.06477	8.479	0.0001

Título 2520126 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.146404772	0.01084	-13.504	0.0001
ARCH0	1	0.0000203368	0.000012	1.734	0.0829
ARCH1	1	0.127290671	0.05606	2.271	0.0232
GARCH1	1	0.792533101	0.09368	8.460	0.0001

Título 2610201 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.097506029	0.01205	-8.092	0.0001
ARCH0	1	0.0000311416	6.289E-6	4.952	0.0001
ARCH1	1	0.275792490	0.04984	5.534	0.0001
GARCH1	1	0.643326189	0.04613	13.945	0.0001

Título 2610204 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.114181706	0.01558	-7.329	0.0001
I2	1	-0.090948238	0.01597	-5.696	0.0001
I3	1	0.065383215	0.02361	2.769	0.0056
ARCH0	1	0.000191243	0.000015	12.528	0.0001
ARCH1	1	0.070446341	0.03202	2.200	0.0278
ARCH2	1	0.143053966	0.04470	3.200	0.0014

Título 2610209 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.133000739	0.02048	6.494	0.0001
ARCH0	1	0.0000501384	0.000012	4.237	0.0001
ARCH1	1	0.196148064	0.03797	5.166	0.0001
GARCH1	1	0.695454287	0.04400	15.806	0.0001

Título 2610220 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.135402765	0.02727	4.965	0.0001
I2	1	-0.161731484	0.04706	-3.437	0.0006
I3	1	0.059500754	0.01414	4.207	0.0001
I4	1	0.126874565	0.03748	3.385	0.0007
ARCH0	1	0.000100919	0.00003	3.349	0.0008
ARCH1	1	0.198062045	0.05146	3.849	0.0001
GARCH1	1	0.575509030	0.09256	6.217	0.0001

Título 2610229 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.106700964	0.03194	3.340	0.0008
I2	1	0.053495214	0.00663	8.068	0.0001
I3	1	0.092321513	0.02273	4.062	0.0001
I4	1	-0.147062358	0.01116	-13.183	0.0001
I5	1	-0.106725843	0.03281	-3.253	0.0011
ARCH0	1	0.000016548	6.07E-6	2.726	0.0064
ARCH1	1	0.164992874	0.04878	3.383	0.0007
GARCH1	1	0.752050289	0.06437	11.683	0.0001

Título 2610235 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.155705517	0.02174	7.163	0.0001
I2	1	0.031652723	0.00878	3.606	0.0003
I3	1	-0.155941922	0.00915	-17.035	0.0001
ARCH0	1	0.0000672339	0.000012	5.652	0.0001
ARCH1	1	0.346827532	0.05730	6.052	0.0001
GARCH1	1	0.341152131	0.08610	3.962	0.0001

Título 2610237 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.132197253	0.01517	-8.714	0.0001
I2	1	0.089231252	0.01716	5.200	0.0001
ARCH0	1	0.0000870744	0.000013	6.837	0.0001
ARCH1	1	0.491057183	0.06489	7.568	0.0001
GARCH1	1	0.391303349	0.04860	8.052	0.0001

Título 2610249 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.073151482	0.00600	-12.200	0.0001
I2	1	0.051287971	0.01477	3.474	0.0005
ARCH0	1	0.0000314539	7.338E-6	4.287	0.0001
ARCH1	1	0.235495003	0.05727	4.112	0.0001
GARCH1	1	0.571997067	0.07981	7.167	0.0001

Título 2610260 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.092946930	0.01748	5.319	0.0001
I2	1	-0.113242998	0.01180	-9.595	0.0001
I3	1	0.065181819	0.01138	5.730	0.0001
ARCH0	1	1.3266451E-6	1.145E-6	1.159	0.2466
ARCH1	1	0.040692010	0.01093	3.723	0.0002
GARCH1	1	0.955499708	0.01310	72.921	0.0001

Título 2610265 del 14/04/91 al 31/12/93

Usamos la varianza incondicional como medida del riesgo

Título 2620222 del 14/04/91 al 31/12/93

Usamos la varianza incondicional como medida del riesgo

Título 2620224 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	0.0000654429	0.000024	2.738	0.0062
ARCH1	1	0.186947905	0.04884	3.828	0.0001
GARCH1	1	0.615279571	0.10295	5.977	0.0001

Título 2620268 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
Intercept	1	0.001641466	0.00052	3.170	0.0015
I1	1	-0.127973599	0.02073	-6.174	0.0001
I2	1	0.069170976	0.01386	4.992	0.0001
ARCH0	1	0.0000417038	0.000018	2.376	0.0175
ARCH1	1	0.162534765	0.04483	3.626	0.0003
GARCH1	1	0.658145599	0.10729	6.134	0.0001

Título 2710425 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	0.000102416	0.000024	4.330	0.0001
ARCH1	1	0.306910809	0.06402	4.794	0.0001
GARCH1	1	0.550138786	0.06929	7.939	0.0001

Título 2711102 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.108732091	0.01214	-8.953	0.0001
I2	1	0.067752310	0.01600	4.235	0.0001
ARCH0	1	0.0000327394	0.000013	2.491	0.0127
ARCH1	1	0.217025040	0.04909	4.421	0.0001
GARCH1	1	0.689728778	0.07604	9.070	0.0001

Título 2720306 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.098434802	0.00703	13.994	0.0001
I2	1	-0.121097086	0.00603	-20.067	0.0001
ARCH0	1	0.0000545546	7.178E-6	7.600	0.0001
ARCH1	1	0.570545111	0.10476	5.446	0.0001
GARCH1	1	0.222977718	0.06870	3.246	0.0012

Título 3010725 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.152321869	0.02051	7.426	0.0001
I3	1	0.102708187	0.02441	4.208	0.0001
I4	1	-0.136333149	0.00954	-14.296	0.0001
I5	1	0.065238640	0.01050	6.215	0.0001
ARCH0	1	0.000138502	0.000012	11.730	0.0001
ARCH1	1	0.328452052	0.06884	4.771	0.0001
ARCH2	1	0.613815273	0.13110	4.682	0.0001

Título 3010758 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	0.0000323442	0.000016	2.077	0.0378
ARCH1	1	0.157517349	0.04537	3.472	0.0005
GARCH1	1	0.780453753	0.06632	11.767	0.0001

Título 3010773 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.139791827	0.04824	2.898	0.0038
I2	1	-0.125163797	0.01380	-9.073	0.0001
I3	1	0.095311013	0.01829	5.212	0.0001
ARCH0	1	0.0000116904	6.157E-6	1.899	0.0576
ARCH1	1	0.127507842	0.03180	4.010	0.0001
GARCH1	1	0.858583248	0.03657	23.475	0.0001

Título 3015732 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.149534343	0.00754	-19.828	0.0001
I2	1	0.072566418	0.00766	9.478	0.0001
I3	1	0.058269578	0.00775	7.521	0.0001
ARCH0	1	1.5366148E-6	1.161E-6	1.323	0.1857
ARCH1	1	0.077757216	0.01620	4.800	0.0001
GARCH1	1	0.924155384	0.01502	61.523	0.0001

Título 3020786 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.176956459	0.02995	-5.909	0.0001
ARCH0	1	0.000145037	0.000045	3.203	0.0014
ARCH1	1	0.260378565	0.06814	3.821	0.0001
GARCH1	1	0.544129896	0.09969	5.458	0.0001

Título 3021295 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.181479412	0.01886	-9.621	0.0001
ARCH0	1	0.0000738144	0.000015	4.875	0.0001
ARCH1	1	0.293498232	0.06002	4.890	0.0001
GARCH1	1	0.484593437	0.08139	5.954	0.0001

Título 3210710 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I2	1	0.092328924	0.02037	4.532	0.0001
I3	1	0.085991388	0.01524	5.642	0.0001
I4	1	-0.183036227	0.02910	-6.289	0.0001
I5	1	-0.127405336	0.02812	-4.530	0.0001
ARCH0	1	0.0000258565	7.806E-6	3.312	0.0009
ARCH1	1	0.142611178	0.03270	4.361	0.0001
GARCH1	1	0.811486475	0.03824	21.221	0.0001

Título 3210902 del 14/04/91 al 31/12/93

Usamos la varianza incondicional como medida del riesgo

Título v3210911 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.077743603	0.01525	5.099	0.0001
I2	1	-0.053721384	0.00831	-6.462	0.0001
ARCH0	0	1.7647488E-6	.	.	.
ARCH1	0	0.281420680	.	.	.
GARCH1	0	0.718579320	.	.	.

Título 3220908 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
Intercept	1	0.000962991	0.00022	4.319	0.0001
I1	1	0.062296392	0.02025	3.077	0.0021
I2	1	0.078450794	0.00890	8.816	0.0001
I3	1	0.040322628	0.00423	9.537	0.0001
I4	1	-0.053218059	0.00720	-7.389	0.0001
ARCH0	1	0.0000231733	1.585E-6	14.616	0.0001
ARCH1	1	0.430900493	0.11068	3.893	0.0001
ARCH2	1	0.246840091	0.11547	2.138	0.0325

Título 3221020 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
Intercept	1	0.000591774	0.00017	3.404	0.0007
I1	1	0.177086891	0.01070	16.555	0.0001
I2	1	0.101206829	0.00304	33.327	0.0001
I3	1	-0.052900796	0.00307	-17.232	0.0001
I4	1	-0.052651719	0.00298	-17.649	0.0001
I5	1	0.055928286	0.01399	3.996	0.0001
ARCH0	1	0.0000100457	1.357E-6	7.403	0.0001
ARCH1	1	0.516613930	0.13760	3.754	0.0002
GARCH1	1	0.331043760	0.06098	5.429	0.0001

Título 3222286 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
Intercept	1	0.001172799	0.00031	3.762	0.0002
I1	1	0.103433941	0.00820	12.618	0.0001
I2	1	0.095425964	0.00646	14.772	0.0001
I3	1	-0.125944294	0.00778	-16.187	0.0001
ARCH0	1	0.0000545601	4.174E-6	13.070	0.0001
ARCH1	1	0.435110187	0.08834	4.925	0.0001

Título 3611403 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.100673389	0.01876	5.367	0.0001
ARCH0	1	0.000014818	3.387E-6	4.375	0.0001
ARCH1	1	0.327900819	0.05864	5.591	0.0001
GARCH1	1	0.684240385	0.04254	16.085	0.0001

Título 3611450 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.118386927	0.00898	-13.182	0.0001
ARCH0	1	0.000147408	0.000011	13.411	0.0001
ARCH1	1	0.273865159	0.06274	4.365	0.0001

Título 3611457 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.081060514	0.00540	15.019	0.0001
I2	1	-0.150148177	0.00520	-28.848	0.0001
I3	1	-0.079667775	0.01532	-5.202	0.0001
ARCH0	1	8.6497071E-6	2.712E-6	3.189	0.0014
ARCH1	1	0.267894651	0.04909	5.457	0.0001
GARCH1	1	0.717457972	0.04288	16.731	0.0001

Título 3611461 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.457639737	0.01157	39.540	0.0001
I2	1	-0.243362930	0.01256	-19.374	0.0001
I3	1	-0.243270929	0.01167	-20.843	0.0001
I4	1	-0.200080621	0.01675	-11.948	0.0001
ARCH0	1	0.000134792	0.000017	7.914	0.0001
ARCH1	1	0.641493037	0.11689	5.488	0.0001
GARCH1	1	0.305709685	0.06096	5.015	0.0001

Título 3621449 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.126785986	0.02297	-5.520	0.0001
ARCH0	1	0.000173056	0.000048	3.606	0.0003
ARCH1	1	0.236701237	0.04975	4.758	0.0001
GARCH1	1	0.638452431	0.06142	10.395	0.0001

Título 3710604 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.202221803	0.01480	-13.660	0.0001
ARCH0	1	0.000119624	0.000034	3.517	0.0004
ARCH1	1	0.189452268	0.04671	4.056	0.0001
GARCH1	1	0.555306967	0.09689	5.732	0.0001

Título 3821022 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	0.000045945	0.000012	3.827	0.0001
ARCH1	1	0.381770026	0.07600	5.023	0.0001
GARCH1	1	0.344292808	0.12162	2.831	0.0046

Título 3910830 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.161828569	0.01825	-8.866	0.0001
ARCH0	1	0.0000911887	0.000033	2.724	0.0064
ARCH1	1	0.227039830	0.05273	4.306	0.0001
GARCH1	1	0.626569793	0.09148	6.849	0.0001

Título 3910860 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.161952191	0.02288	-7.077	0.0001
I2	1	0.113053051	0.02374	4.763	0.0001
ARCH0	1	0.000209307	0.000046	4.526	0.0001
ARCH1	1	0.229978015	0.04576	5.026	0.0001
GARCH1	1	0.650669248	0.05168	12.591	0.0001

Título v3911607 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.107682374	0.03751	2.870	0.0041
I2	1	0.123472124	0.02868	4.305	0.0001
ARCH0	1	1.8516748E-6	3.381E-7	5.477	0.0001
ARCH1	1	0.117669966	0.01137	10.346	0.0001
GARCH1	0	0.882330034	.	.	.

Título 3911610 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.124696580	0.01225	-10.183	0.0001
I2	1	0.072483004	0.01972	3.675	0.0002
ARCH0	1	0.0000449551	0.00002	2.198	0.0279
ARCH1	1	0.207629977	0.06465	3.212	0.0013
GARCH1	1	0.706945077	0.09020	7.837	0.0001

Título 3921680 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.091758703	0.01117	-8.211	0.0001
I2	1	0.081285576	0.01167	6.963	0.0001
ARCH0	1	0.000150228	0.000012	12.034	0.0001
ARCH1	1	0.209964636	0.06429	3.266	0.0011
ARCH2	1	0.090353919	0.04452	2.029	0.0424

Título 4011634 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.139597613	0.02464	5.667	0.0001
I2	1	0.138357242	0.02744	5.042	0.0001
I3	1	0.136357324	0.03152	4.326	0.0001
I4	1	0.192736955	0.01360	14.173	0.0001
I5	1	0.119958962	0.02501	4.797	0.0001
I6	1	-0.146839635	0.03028	-4.849	0.0001
ARCH0	1	0.000207721	0.000068	3.044	0.0023
ARCH1	1	0.215717137	0.06782	3.181	0.0015
GARCH1	1	0.485682188	0.13841	3.509	0.0004

Título 4011638 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	-0.092079726	0.01962	-4.692	0.0001
I2	1	-0.105359981	0.01046	-10.071	0.0001
ARCH0	1	0.0000683726	0.000014	5.009	0.0001
ARCH1	1	0.460256478	0.07676	5.996	0.0001
GARCH1	1	0.458782764	0.06254	7.336	0.0001

Título 4211705 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	0.000103730	0.000037	2.773	0.0056
ARCH1	1	0.178975202	0.05344	3.349	0.0008
GARCH1	1	0.359762245	0.19648	1.831	0.0671

Título 4220730 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.114021643	0.01918	5.945	0.0001
I2	1	-0.099627782	0.02264	-4.401	0.0001
ARCH0	1	0.000152432	0.000043	3.530	0.0004
ARCH1	1	0.161345574	0.04943	3.264	0.0011
GARCH1	1	0.319437355	0.16326	1.957	0.0504

Título 4220764 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	2.2549969E-6	7.442E-7	3.030	0.0024
ARCH1	1	0.168901983	0.03692	4.575	0.0001
GARCH1	1	0.781272808	0.04480	17.439	0.0001

Título 4220766 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
Intercept	1	0.000705613	0.00031	2.287	0.0222
I1	1	-0.117668141	0.00440	-26.735	0.0001
ARCH0	1	9.8192562E-6	2.58E-6	3.806	0.0001
ARCH1	1	0.308753600	0.05694	5.422	0.0001
GARCH1	1	0.618453005	0.05504	11.237	0.0001

Título 4220772 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	0.000249451	0.000017	14.384	0.0001
ARCH1	1	0.091200918	0.04690	1.945	0.0518

Título v4220779 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.095307946	0.01958	4.868	0.0001
I2	1	-0.048720470	0.01980	-2.460	0.0139
I3	1	-0.046932571	0.02068	-2.270	0.0232
I4	1	-0.046928396	0.02203	-2.130	0.0332
ARCH0	0	2.1364797E-6	.	.	.
ARCH1	0	0.266335331	.	.	.
GARCH1	0	0.733664669	.	.	.

Título 4220782 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	0.0000287107	8.835E-6	3.250	0.0012
ARCH1	1	0.191019930	0.04908	3.892	0.0001
GARCH1	1	0.706311234	0.06425	10.992	0.0001

Título 4410805 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	0.000257772	0.000035	7.435	0.0001
ARCH1	1	0.609036531	0.10741	5.670	0.0001
GARCH1	1	0.174264140	0.06177	2.821	0.0048

Título 8726001 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.231717675	0.00910	25.456	0.0001
I2	1	0.231714681	0.07797	2.972	0.0030
I3	1	0.231647761	0.02509	9.233	0.0001
I4	1	-0.231055329	0.00860	-26.854	0.0001
I5	1	-0.231051989	0.08169	-2.829	0.0047
I6	1	-0.231041280	0.08169	-2.828	0.0047
ARCH0	1	0.0000983642	0.000011	8.810	0.0001
ARCH1	1	0.407057704	0.19702	2.066	0.0388

Título 8726501 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
ARCH0	1	5.0129462E-6	1.891E-6	2.652	0.0080
ARCH1	1	0.067850899	0.01622	4.183	0.0001
GARCH1	1	0.900012772	0.02490	36.138	0.0001

TITULOS QUE EN LOS MODELOS ANTERIORES FUERON ESTIMADOS COMO IGARCH

Título 3210911 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.077756519	0.01382	5.625	0.0001
I2	1	-0.053547916	0.00876	-6.114	0.0001
ARCH0	1	1.4273897E-6	1.853E-7	7.704	0.0001
ARCH1	1	0.496061457	0.04752	10.439	0.0001
GARCH1	1	0.707458017	0.01647	42.944	0.0001

Título 3911607 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.112927812	0.04729	2.388	0.0169
I2	1	0.123481204	0.03094	3.991	0.0001
ARCH0	1	1.1670954E-6	3.244E-7	3.597	0.0003
ARCH1	1	0.215599633	0.03275	6.583	0.0001
GARCH1	1	0.849702100	0.01494	56.885	0.0001

Título 4220779 del 14/04/91 al 31/12/93

Variable	DF	B Value	Std Error	t Ratio	Approx Prob
I1	1	0.095388461	0.01831	5.210	0.0001
I2	1	-0.048714701	0.01917	-2.541	0.0110
I3	1	-0.047027036	0.02038	-2.307	0.0210
I4	1	-0.046875588	0.02193	-2.137	0.0326
ARCH0	1	1.090693E-6	3.375E-7	3.231	0.0012
ARCH1	1	0.410341851	0.05150	7.968	0.0001
GARCH1	1	0.705715281	0.02276	31.009	0.0001

APENDICE 6.3

Correlaciones entre las diferentes participaciones en la cartera (sigue en la siguiente página)

	3221020	4220764	3222286	4220766	3010725	2410101	872650 1	2610209	4220782	3010773	261026 0
3221020	1	-0.4625	-0.1607	-0.2619	-0.1617	-0.1044	-0.089 7	-0.0954	-0.0005	-0.1214	-0.010 5
4220764	-0.4625	1	-0.2925	-0.1292	-0.2825	-0.3015	-0.187 8	-0.1662	-0.0816	0.1294	0.0057
3222286	-0.1607	-0.2925	1	-0.2234	-0.1178	0.0073	0.0038	0.0824	0.0354	0.0711	0.0502
4220766	-0.2619	-0.1292	-0.2234	1	-0.0737	-0.0932	-0.034 4	-0.0555	0.0264	-0.0959	-0.089 3
3010725	-0.1617	-0.2825	-0.1178	-0.0737	1	0.0774	0.1542	0.0269	-0.0984	-0.2299	0.05
2410101	-0.1044	-0.3015	0.0073	-0.0932	0.0774	1	-0.012 1	0.1686	-0.1342	0.0197	-0.208 9
8726501	-0.0897	-0.1878	0.0038	-0.0344	0.1542	-0.0121	1	0.0709	0.1566	-0.0455	0.023
2610209	-0.0954	-0.1662	0.0824	-0.0555	0.0269	0.1686	0.0709	1	0.1194	0.1087	0.0758
4220782	-0.0005	-0.0816	0.0354	0.0264	-0.0984	-0.1342	0.1566	0.1194	1	0.0196	-0.003 4
3010773	-0.1214	0.1294	0.0711	-0.0959	-0.2299	0.0197	-0.045 5	0.1087	0.0196	1	-0.198 4
2610260	-0.0105	0.0057	0.0502	-0.0893	0.05	-0.2089	0.023	0.0758	-0.0034	-0.1984	1
2410140	-0.0085	-0.0494	0.093	-0.0263	-0.0366	-0.164	0.1003	-0.1188	0.0656	-0.1146	0.1095
2620268	0.0432	-0.1445	0.136	-0.1153	0.0589	-0.0535	0.0026	0.0579	-0.0463	0.036	0.1396
2420186	-0.0257	-0.0798	0.0641	0.0454	0.0714	-0.1376	0.0479	-0.082	0.0534	-0.2989	0.1221
8726001	-0.0834	-0.0861	0.0767	-0.0296	0.0801	-0.0829	0.2359	0.1932	0.0929	-0.114	0.2317
3021295	-0.2246	-0.0067	0.1239	-0.0571	0.1938	-0.1127	0.2507	0.2592	0.1391	-0.0552	0.1787
3611461	-0.0247	-0.0358	-0.0396	-0.0026	0.0569	-0.0703	0.0774	0.226	0.0376	-0.0833	0.1428
2610220	0.1187	-0.0634	-0.0145	-0.0085	0.029	-0.1087	0.0216	0.0191	-0.0281	-0.1285	0.1366
4220772	0.0292	0.0733	0.0418	-0.0809	-0.0111	-0.1383	-0.007 8	-0.0327	-0.1558	-0.1034	0.0581
4220730	0.0804	0.0999	-0.0649	-0.0685	-0.0838	-0.1175	0.0104	-0.0412	-0.1223	-0.0906	0.1146

3821022	-0.1141	0.0832	0.0569	-0.0878	0.1181	-0.0621	0.0444	0.0443	-0.1288	-0.0856	0.0771
---------	---------	--------	--------	---------	--------	---------	--------	--------	---------	---------	--------

Correlaciones entre las diferentes participaciones en la cartera. (sigue de la página anterior)

	2410140	2620268	2420186	8726001	3021295	3611461	2610220	4220772	4220730	382102 2
3221020	-0.0085	0.0432	-0.0257	-0.0834	-0.2246	-0.0247	0.1187	0.0292	0.0804	-0.114 1
4220764	-0.0494	-0.1445	-0.0798	-0.0861	-0.0067	-0.0358	-0.0634	0.0733	0.0999	0.0832
3222286	0.093	0.136	0.0641	0.0767	0.1239	-0.0396	-0.0145	0.0418	-0.0649	0.0569
4220766	-0.0263	-0.1153	0.0454	-0.0296	-0.0571	-0.0026	-0.0085	-0.0809	-0.0685	-0.087 8
3010725	-0.0366	0.0589	0.0714	0.0801	0.1938	0.0569	0.029	-0.0111	-0.0838	0.1181
2410101	-0.164	-0.0535	-0.1376	-0.0829	-0.1127	-0.0703	-0.1087	-0.1383	-0.1175	-0.062 1
8726501	0.1003	0.0026	0.0479	0.2359	0.2507	0.0774	0.0216	-0.0078	0.0104	0.0444
2610209	-0.1188	0.0579	-0.082	0.1932	0.2592	0.226	0.0191	-0.0327	-0.0412	0.0443
4220782	0.0656	-0.0463	0.0534	0.0929	0.1391	0.0376	-0.0281	-0.1558	-0.1223	-0.128 8
3010773	-0.1146	0.036	-0.2989	-0.114	-0.0552	-0.0833	-0.1285	-0.1034	-0.0906	-0.085 6
2610260	0.1095	0.1396	0.1221	0.2317	0.1787	0.1428	0.1366	0.0581	0.1146	0.0771
2410140	1	0.0763	0.1989	0.1111	-0.015	-0.0199	-0.0758	0.0427	0.1531	-0.034 7
2620268	0.0763	1	0.0625	0.091	0.0099	0.0323	0.1026	0.011	0.0234	-0.030 2
2420186	0.1989	0.0625	1	0.1278	0.0094	0.2404	0.0477	0.0658	0.0355	0.1299
8726001	0.1111	0.091	0.1278	1	0.1857	0.1547	-0.014	0.1621	0.0459	0.1141
3021295	-0.015	0.0099	0.0094	0.1857	1	0.1059	0.0364	0.0175	-0.0858	0.1196
3611461	-0.0199	0.0323	0.2404	0.1547	0.1059	1	0.0517	0.1898	-0.0162	0.2042
2610220	-0.0758	0.1026	0.0477	-0.014	0.0364	0.0517	1	0.0492	0.209	0.1196
4220772	0.0427	0.011	0.0658	0.1621	0.0175	0.1898	0.0492	1	0.2411	0.1162
4220730	0.1531	0.0234	0.0355	0.0459	-0.0858	-0.0162	0.209	0.2411	1	0.0858

3821022	-0.0347	-0.0302	0.1299	0.1141	0.1196	0.2042	0.1196	0.1162	0.0858	1
---------	---------	---------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	---

APENDICE 6.4

Correlaciones entre los errores del modelo de Sharpe (sigue en páginas sucesivas)

	2410101	2410121	2410132	2410136	2410140	2410180	2420102	2420106	2420132	2420186	2520126	2610201	2610204	2610209
2410101	1 0	0.03414 0.3754	0.12476 0.0012	0.16968 0.0001	0.01579 0.682	0.18841 0.0001	0.02317 0.5476	0.01002 0.7948	0.03688 0.3383	0.02071 0.5909	0.0146 0.7048	0.03728 0.3331	0.0171 0.6572	0.02299 0.5507
2410121	0.03414 0.3754	1 0	0.06556 0.0885	0.02645 0.4924	0.03719 0.3343	0.03339 0.3861	0.08645 0.0246	0.04235 0.2715	-0.00866 0.8223	-0.02815 0.4649	-0.01679 0.6629	-0.01475 0.7018	0.08047 0.0365	-0.04672 0.2251
2410132	0.12476 0.0012	0.06556 0.0885	1 0	0.14323 0.0002	-0.00212 0.956	0.11419 0.0029	0.16392 0.0001	0.06302 0.1016	0.08237 0.0322	-0.044 0.2532	-0.01302 0.7355	-0.01677 0.6633	-0.05169 0.1794	-0.10237 0.0077
2410136	0.16968 0.0001	0.02645 0.4924	0.14323 0.0002	1 0	-0.03097 0.4215	0.14809 0.0001	0.11737 0.0022	0.03395 0.3781	-0.00903 0.8148	-0.10548 0.006	-0.03572 0.3537	-0.02247 0.5598	-0.05135 0.1823	0.01898 0.6222
2410140	0.01579 0.682	0.03719 0.3343	-0.00212 0.956	-0.03097 0.4215	1 0	0.04513 0.2413	0.05203 0.1766	0.01154 0.7645	0.05518 0.1518	0.06769 0.0786	-0.03872 0.3148	0.00853 0.8248	0.06465 0.093	0.03061 0.4269
2410180	0.18841 0.0001	0.03339 0.3861	0.11419 0.0029	0.14809 0.0001	0.04513 0.2413	1 0	0.12174 0.0015	0.01306 0.7346	0.02173 0.5728	0.01895 0.6229	0.04206 0.2748	-0.03305 0.391	0.00158 0.9674	0.02949 0.4439
2420102	0.02317 0.5476	0.08645 0.0246	0.16392 0.0001	0.11737 0.0022	0.05203 0.1766	0.12174 0.0015	1 0	0.09134 0.0175	0.09718 0.0115	0.06632 0.0849	0.1059 0.0058	-0.03588 0.3517	0.00669 0.8621	0.0237 0.5384
2420106	0.01002 0.7948	0.04235 0.2715	0.06302 0.1016	0.03395 0.3781	0.01154 0.7645	0.01306 0.7346	0.09134 0.0175	1 0	0.14005 0.0003	0.20722 0.0001	0.06643 0.0844	-0.06056 0.1157	0.00542 0.8882	-0.00284 0.9412
2420132	0.03688 0.3383	-0.00866 0.8223	0.08237 0.0322	-0.00903 0.8148	0.05518 0.1518	0.02173 0.5728	0.09718 0.0115	0.14005 0.0003	1 0	0.08769 0.0226	-0.03789 0.3253	0.05777 0.1335	0.03687 0.3385	0.07463 0.0524
2420186	0.02071 0.5909	-0.02815 0.4649	-0.044 0.2532	-0.10548 0.006	0.06769 0.0786	0.01895 0.6229	0.06632 0.0849	0.20722 0.0001	0.08769 0.0226	1 0	0.09287 0.0157	-0.01378 0.7207	-0.06683 0.0825	0.06972 0.0701
2520126	0.0146 0.7048	-0.01679 0.6629	-0.01302 0.7355	-0.03572 0.3537	-0.03872 0.3148	0.04206 0.2748	0.1059 0.0058	0.06643 0.0844	-0.03789 0.3253	0.09287 0.0157	1 0	0.00074 0.9847	-0.11234 0.0034	-0.06858 0.0748
2610201	0.03728 0.3331	-0.01475 0.7018	-0.01677 0.6633	-0.02247 0.5598	0.00853 0.8248	-0.03305 0.391	-0.03588 0.3517	-0.06056 0.1157	0.05777 0.1335	-0.01378 0.7207	0.00074 0.9847	1 0	0.03132 0.4163	0.06329 0.1001
2610204	0.0171 0.6572	0.08047 0.0365	-0.05169 0.1794	-0.05135 0.1823	0.06465 0.093	0.00158 0.9674	0.00669 0.8621	0.00542 0.8882	0.03687 0.3385	-0.06683 0.0825	-0.11234 0.0034	0.03132 0.4163	1 0	-0.0202 0.6
2610209	0.02299 0.5507	-0.04672 0.2251	-0.10237 0.0077	0.01898 0.6222	0.03061 0.4269	0.02949 0.4439	0.0237 0.5384	-0.00284 0.9412	0.07463 0.0524	0.06972 0.0701	-0.06858 0.0748	0.06329 0.1001	-0.0202 0.6	1 0

	2410101	2410121	2410132	2410136	2410140	2410180	2420102	2420106	2420132	2420186	2520126	2610201	2610204	2610209
2610220	-0.03373 0.3813	0.02749 0.4756	-0.02059 0.5931	-0.101 0.0086	0.03156 0.4127	-0.01008 0.7936	0.06336 0.0998	0.06705 0.0815	0.05044 0.1903	0.08631 0.0248	0.13686 0.0004	0.12301 0.0014	0.00123 0.9746	0.10432 0.0066
2610229	-0.00117 0.9757	-0.01902 0.6215	-0.02231 0.5626	-0.06701 0.0817	-0.0246 0.5231	-0.08779 0.0224	-0.01053 0.7846	-0.0425 0.2699	0.07163 0.0627	0.01211 0.7534	0.07757 0.0438	0.06268 0.1035	-0.03698 0.3371	0.03776 0.327
2610235	-0.00262 0.9458	0.03108 0.4198	-0.01534 0.6905	-0.05303 0.1685	0.0673 0.0804	-0.00011 0.9977	0.02008 0.6022	-0.00677 0.8605	0.01302 0.7355	-0.04651 0.2272	-0.03271 0.3958	0.07127 0.064	-0.00137 0.9717	0.02969 0.4409
2610237	0.00496 0.8976	0.00476 0.9018	-0.03365 0.3824	0.00083 0.9829	0.02217 0.565	0.00834 0.8285	0.05034 0.1912	-0.05578 0.1474	0.02357 0.5407	-0.04417 0.2514	0.02141 0.5784	-0.05658 0.1417	0.12611 0.001	0.09406 0.0144
2610249	0.01668 0.6651	0.05353 0.1645	0.00096 0.98	-0.10208 0.0079	-0.0403 0.2954	-0.06291 0.1022	-0.02164 0.5744	-0.10356 0.007	0.04419 0.2512	-0.01426 0.7113	-0.08467 0.0277	0.02873 0.4559	-0.05151 0.181	-0.0131 0.7339
2610260	0.04121 0.2846	0.07719 0.0448	-0.01542 0.6891	-0.02652 0.4912	-0.00331 0.9315	0.09436 0.0141	-0.05646 0.1425	-0.09118 0.0177	0.0048 0.901	-0.08841 0.0215	-0.09435 0.0141	0.08083 0.0356	0.01395 0.7173	-0.0486 0.207
2610265	0.04314 0.2627	0.0449 0.2437	-0.08237 0.0322	-0.07001 0.0689	-0.03087 0.4229	0.0212 0.5821	-0.03842 0.3186	-0.02771 0.472	0.0486 0.2069	0.00099 0.9796	0.01046 0.7861	0.11782 0.0022	0.00523 0.8921	-0.01377 0.7208
2620222	-0.08188 0.0333	-0.01263 0.743	-0.09902 0.01	-0.10882 0.0046	-0.0433 0.261	-0.14976 0.0001	-0.07997 0.0376	-0.06104 0.1129	-0.00512 0.8943	-0.03867 0.3153	-0.03288 0.3934	0.03726 0.3333	-0.04579 0.2344	-0.00107 0.9778
2620224	0.03701 0.3366	0.03554 0.3562	0.0255 0.5081	-0.03718 0.3344	-0.03097 0.4215	0.00266 0.945	0.05264 0.1716	0.11588 0.0025	0.08973 0.0196	0.04829 0.2098	0.02581 0.5029	0.00797 0.8361	-0.00176 0.9637	0.11998 0.0018
2620268	0.04564 0.2359	0.00535 0.8896	-0.00845 0.8265	-0.01367 0.7227	0.03498 0.3639	0.01861 0.629	-0.00548 0.8869	0.00736 0.8485	0.08095 0.0353	0.01607 0.6765	0.06629 0.085	0.16975 0.0001	0.03092 0.4221	0.09009 0.0191
2720306	0.05985 0.12	0.03009 0.4348	-0.02329 0.5455	0.00216 0.9552	0.05371 0.1631	0.02124 0.5814	0.07166 0.0626	0.04359 0.2577	0.04118 0.285	-0.0503 0.1915	-0.03233 0.4014	0.06297 0.1019	0.06796 0.0775	0.01222 0.7511
3010725	-0.10356 0.007	-0.01795 0.6413	-0.05117 0.1839	-0.00943 0.8067	-0.04445 0.2485	-0.13031 0.0007	-0.04968 0.197	-0.02907 0.4504	-0.00649 0.8663	-0.04222 0.273	-0.01724 0.6546	-0.03627 0.3464	0.02562 0.506	-0.00822 0.8312
3010758	0.01201 0.7552	0.04561 0.2363	0.01635 0.6712	-0.00149 0.9692	0.09622 0.0123	0.03595 0.3507	-0.04422 0.2509	0.04394 0.2539	0.06105 0.1128	0.00573 0.8818	-0.01989 0.6056	0.03174 0.4099	0.06831 0.0759	-0.00382 0.921
3010773	0.03401 0.3773	0.0564 0.1429	-0.04297 0.2645	0.02103 0.5852	0.09527 0.0132	0.05648 0.1424	0.01939 0.6149	0.02885 0.454	0.05013 0.193	0.01408 0.7147	0.02716 0.4808	0.05789 0.1327	0.02926 0.4476	-0.01848 0.6316

	2410101	2410121	2410132	2410136	2410140	2410180	2420102	2420106	2420132	2420186	2520126	2610201	2610204	2610209
3210902	0.04069 0.2908	0.00599 0.8765	0.02134 0.5797	-0.01703 0.6586	-0.0184 0.633	0.01543 0.6888	0.03334 0.3868	0.07486 0.0517	0.04361 0.2575	0.03554 0.3562	0.05958 0.1217	-0.01355 0.7251	-0.00607 0.8747	0.0291 0.45
3210911	-0.02284 0.5533	0.02589 0.5015	0.00557 0.885	-0.03334 0.3868	-0.01203 0.7548	-0.00443 0.9085	-0.02257 0.558	-0.00074 0.9847	-0.01188 0.7578	0.03324 0.3882	0.07897 0.0401	0.02578 0.5034	-0.03119 0.4182	0.04917 0.2017
3220908	0.01436 0.7095	0.04638 0.2285	-0.01665 0.6656	-0.02865 0.4571	0.0184 0.633	-0.01741 0.6513	0.01591 0.6797	-0.02455 0.524	0.02296 0.5513	0.01916 0.6189	0.03358 0.3833	0.0177 0.6459	-0.05203 0.1766	0.04009 0.298
3221020	0.01388 0.7188	-0.00482 0.9005	0.00665 0.8629	0.01499 0.6972	0.05048 0.1899	0.01811 0.6384	-0.00269 0.9443	0.00362 0.9251	0.00055 0.9885	0.02088 0.5878	0.00729 0.8499	0.03387 0.3792	-0.10175 0.0081	-0.03566 0.3546
3222286	-0.02289 0.5525	-0.00936 0.8081	-0.10435 0.0066	-0.02288 0.5526	0.00895 0.8164	-0.07877 0.0406	-0.0911 0.0178	-0.06778 0.0782	-0.01663 0.666	-0.02156 0.5758	0.01076 0.78	0.09076 0.0183	-0.03687 0.3385	0.07384 0.055
3611450	-0.06226 0.1058	-0.01629 0.6725	-0.10722 0.0053	0.01621 0.674	-0.01371 0.7219	-0.0828 0.0314	-0.02475 0.5206	-0.01607 0.6766	-0.06837 0.0757	-0.01835 0.6339	-0.02782 0.4702	-0.03406 0.3766	-0.03011 0.4345	-0.0543 0.1585
3611457	0.04689 0.2234	-0.06779 0.0782	-0.06708 0.0814	-0.00224 0.9536	0.1135 0.0031	0.01412 0.7141	-0.02148 0.5771	-0.04174 0.2786	0.09976 0.0094	-0.00045 0.9907	0.01123 0.7706	0.00172 0.9644	-0.00196 0.9593	0.02242 0.5606
3611461	-0.00398 0.9177	-0.04617 0.2306	-0.02869 0.4565	-0.02083 0.5888	0.00795 0.8365	-0.00361 0.9254	-0.03067 0.426	0.013 0.7357	-0.0189 0.6238	-0.03353 0.3841	-0.02061 0.5926	0.0487 0.206	0.00115 0.9763	0.0451 0.2416
3621449	0.05644 0.1427	-0.00436 0.9098	0.04161 0.28	-0.03787 0.3255	0.04796 0.213	0.02481 0.5196	0.11309 0.0032	0.07434 0.0534	0.00157 0.9674	0.05757 0.1348	0.06937 0.0715	-0.01087 0.7778	0.01668 0.665	-0.02059 0.593
3710604	0.06427 0.095	0.05709 0.1382	0.06688 0.0823	0.01744 0.6508	-0.08162 0.0339	0.04321 0.2619	-0.01755 0.6487	-0.03564 0.3548	-0.03549 0.3569	0.03691 0.338	0.07427 0.0536	0.03662 0.3418	-0.00178 0.9631	0.00927 0.8099
3821022	0.00822 0.8311	0.03424 0.3741	0.01283 0.7391	0.0045 0.907	0.0363 0.3461	0.01319 0.7322	-0.00854 0.8247	0.06878 0.0739	0.12563 0.0011	0.08495 0.0272	-0.03449 0.3706	0.00755 0.8447	0.02859 0.458	0.06598 0.0865
3910830	0.01907 0.6206	0.00491 0.8987	0.10412 0.0067	0.00093 0.9808	0.06005 0.1188	-0.00026 0.9946	0.06415 0.0956	0.10418 0.0067	0.01792 0.6419	-0.01607 0.6765	-0.01041 0.7871	0.05217 0.1755	0.02443 0.5259	0.03369 0.3818
3911607	-0.02436 0.5272	-0.01491 0.6988	0.01006 0.794	-0.02509 0.5149	-0.00217 0.9551	-0.07742 0.0442	0.02773 0.4717	0.01625 0.6731	0.03031 0.4314	-0.0043 0.9111	0.00309 0.936	0.03936 0.3069	-0.01362 0.7237	0.01586 0.6806
3911610	0.04761 0.2163	0.04041 0.2941	0.06506 0.091	-0.0086 0.8235	0.00103 0.9787	-0.03951 0.305	0.04421 0.2511	0.03514 0.3617	-0.01463 0.7042	0.02676 0.4874	0.05709 0.1381	0.07118 0.0644	-0.06059 0.1155	-0.01326 0.7306

	2410101	2410121	2410132	2410136	2410140	2410180	2420102	2420106	2420132	2420186	2520126	2610201	2610204	2610209
3921680	0.09547 0.013	0.04463 0.2465	0.06524 0.0901	-0.02206 0.567	0.0586 0.128	0.04981 0.1959	0.07645 0.0469	0.03922 0.3085	0.00658 0.8645	0.04922 0.2012	0.04004 0.2986	0.00778 0.84	0.05992 0.1196	-0.00085 0.9824
4011638	-0.04489 0.2438	0.0128 0.7397	-0.04567 0.2357	-0.02925 0.4478	0.02982 0.4389	-0.08763 0.0227	-0.01038 0.7876	0.12173 0.0015	-0.03671 0.3406	0.09632 0.0122	0.0195 0.6127	0.00241 0.9501	-0.02381 0.5367	-0.04291 0.2653
4211705	-0.05296 0.1691	0.03003 0.4357	-0.06534 0.0896	-0.07824 0.042	-0.10104 0.0086	-0.17149 0.0001	-0.07458 0.0526	-0.03477 0.3667	-0.09627 0.0123	-0.05926 0.1237	-0.12254 0.0014	0.00929 0.8094	-0.03103 0.4205	0.04946 0.199
4220730	0.0442 0.2511	0.0187 0.6275	0.07536 0.0502	-0.0958 0.0127	0.06201 0.1072	0.00281 0.9418	-0.04396 0.2538	-0.10724 0.0053	-0.03228 0.402	-0.07562 0.0494	0.03658 0.3423	0.05932 0.1234	-0.01926 0.6171	-0.08412 0.0287
4220764	-0.05584 0.147	0.02854 0.4589	0.01883 0.625	0.01577 0.6824	-0.0288 0.4547	-0.02442 0.5261	0.03982 0.3012	0.03639 0.3448	0.05134 0.1825	-0.00077 0.984	-0.04242 0.2707	0.02922 0.4482	-0.00777 0.8402	0.03371 0.3815
4220766	-0.04432 0.2498	0.07333 0.0567	0.02039 0.5967	0.06894 0.0732	-0.00981 0.7991	-0.01394 0.7175	0.06554 0.0886	0.02088 0.5879	0.08505 0.027	0.06725 0.0806	-0.02269 0.5559	0.07049 0.067	0.00044 0.991	0.07756 0.0438
4220772	0.03391 0.3787	-0.01342 0.7277	0.01937 0.6152	-0.0322 0.4032	0.01459 0.7049	0.06878 0.0739	0.00403 0.9167	-0.03717 0.3346	0.02654 0.4908	0.00705 0.8549	0.03092 0.4223	0.08661 0.0243	-0.01677 0.6634	-0.04222 0.2729
4220779	-0.034 0.3774	-0.05943 0.1227	0.0489 0.2042	0.07045 0.0672	0.04825 0.2102	-0.00463 0.9043	-0.02549 0.5082	0.03826 0.3206	-0.01414 0.7137	0.03035 0.4308	-0.05553 0.1492	-0.00158 0.9673	-0.04221 0.2732	0.02797 0.4678
4220782	0.06989 0.0694	-0.05017 0.1926	-0.0355 0.3568	-0.07033 0.0676	-0.0145 0.7067	-0.0343 0.3733	-0.06107 0.1127	-0.04947 0.199	0.00394 0.9185	0.02927 0.4474	0.04632 0.2291	0.08932 0.0202	-0.01489 0.6991	-0.01938 0.615
8726001	0.09547 0.013	-0.02603 0.4992	0.09361 0.0149	0.15304 0.0001	-0.00704 0.855	0.06338 0.0997	0.04235 0.2716	0.07062 0.0665	-0.00745 0.8467	0.00656 0.8648	-0.01459 0.7049	0.02403 0.5328	-0.02329 0.5456	-0.06529 0.0899
8726501	-0.05199 0.177	0.01218 0.7518	-0.02577 0.5035	0.00335 0.9307	-0.01759 0.6481	0.00171 0.9647	-0.0534 0.1655	0.01687 0.6615	0.03537 0.3585	0.04891 0.2041	0.04777 0.2148	-0.01223 0.751	0.05043 0.1904	-0.01832 0.6344

	2610220	2610229	2610235	2610237	2610249	2610260	2610265	2620222	2620224	2620268	2720306	3010725	3010758	3010773
2410101	-0.03373 0.3813	-0.00117 0.9757	-0.00262 0.9458	0.00496 0.8976	0.01668 0.6651	0.04121 0.2846	0.04314 0.2627	-0.08188 0.0333	0.03701 0.3366	0.04564 0.2359	0.05985 0.12	-0.10356 0.007	0.01201 0.7552	0.03401 0.3773
2410121	0.02749 0.4756	-0.01902 0.6215	0.03108 0.4198	0.00476 0.9018	0.05353 0.1645	0.07719 0.0448	0.0449 0.2437	-0.01263 0.743	0.03554 0.3562	0.00535 0.8896	0.03009 0.4348	-0.01795 0.6413	0.04561 0.2363	0.0564 0.1429
2410132	-0.02059 0.5931	-0.02231 0.5626	-0.01534 0.6905	-0.03365 0.3824	0.00096 0.98	-0.01542 0.6891	-0.08237 0.0322	-0.09902 0.01	0.0255 0.5081	-0.00845 0.8265	-0.02329 0.5455	-0.05117 0.1839	0.01635 0.6712	-0.04297 0.2645
2410136	-0.101 0.0086	-0.06701 0.0817	-0.05303 0.1685	0.00083 0.9829	-0.10208 0.0079	-0.02652 0.4912	-0.07001 0.0689	-0.10882 0.0046	-0.03718 0.3344	-0.01367 0.7227	0.00216 0.9552	-0.00943 0.8067	-0.00149 0.9692	0.02103 0.5852
2410140	0.03156 0.4127	-0.0246 0.5231	0.0673 0.0804	0.02217 0.565	-0.0403 0.2954	-0.00331 0.9315	-0.03087 0.4229	-0.0433 0.261	-0.03097 0.4215	0.03498 0.3639	0.05371 0.1631	-0.04445 0.2485	0.09622 0.0123	0.09527 0.0132
2410180	-0.01008 0.7936	-0.08779 0.0224	-0.00011 0.9977	0.00834 0.8285	-0.06291 0.1022	0.09436 0.0141	0.0212 0.5821	-0.14976 0.0001	0.00266 0.945	0.01861 0.629	0.02124 0.5814	-0.13031 0.0007	0.03595 0.3507	0.05648 0.1424
2420102	0.06336 0.0998	-0.01053 0.7846	0.02008 0.6022	0.05034 0.1912	-0.02164 0.5744	-0.05646 0.1425	-0.03842 0.3186	-0.07997 0.0376	0.05264 0.1716	-0.00548 0.8869	0.07166 0.0626	-0.04968 0.197	-0.04422 0.2509	0.01939 0.6149
2420106	0.06705 0.0815	-0.0425 0.2699	-0.00677 0.8605	-0.05578 0.1474	-0.10356 0.007	-0.09118 0.0177	-0.02771 0.472	-0.06104 0.1129	0.11588 0.0025	0.00736 0.8485	0.04359 0.2577	-0.02907 0.4504	0.04394 0.2539	0.02885 0.454
2420132	0.05044 0.1903	0.07163 0.0627	0.01302 0.7355	0.02357 0.5407	0.04419 0.2512	0.0048 0.901	0.0486 0.2069	-0.00512 0.8943	0.08973 0.0196	0.08095 0.0353	0.04118 0.285	-0.00649 0.8663	0.06105 0.1128	0.05013 0.193
2420186	0.08631 0.0248	0.01211 0.7534	-0.04651 0.2272	-0.04417 0.2514	-0.01426 0.7113	-0.08841 0.0215	0.00099 0.9796	-0.03867 0.3153	0.04829 0.2098	0.01607 0.6765	-0.0503 0.1915	-0.04222 0.273	0.00573 0.8818	0.01408 0.7147
2520126	0.13686 0.0004	0.07757 0.0438	-0.03271 0.3958	0.02141 0.5784	-0.08467 0.0277	-0.09435 0.0141	0.01046 0.7861	-0.03288 0.3934	0.02581 0.5029	0.06629 0.085	-0.03233 0.4014	-0.01724 0.6546	-0.01989 0.6056	0.02716 0.4808
2610201	0.12301 0.0014	0.06268 0.1035	0.07127 0.064	-0.05658 0.1417	0.02873 0.4559	0.08083 0.0356	0.11782 0.0022	0.03726 0.3333	0.00797 0.8361	0.16975 0.0001	0.06297 0.1019	-0.03627 0.3464	0.03174 0.4099	0.05789 0.1327
2610204	0.00123 0.9746	-0.03698 0.3371	-0.00137 0.9717	0.12611 0.001	-0.05151 0.181	0.01395 0.7173	0.00523 0.8921	-0.04579 0.2344	-0.00176 0.9637	0.03092 0.4221	0.06796 0.0775	0.02562 0.506	0.06831 0.0759	0.02926 0.4476
2610209	0.10432 0.0066	0.03776 0.327	0.02969 0.4409	0.09406 0.0144	-0.0131 0.7339	-0.0486 0.207	-0.01377 0.7208	-0.00107 0.9778	0.11998 0.0018	0.09009 0.0191	0.01222 0.7511	-0.00822 0.8312	-0.00382 0.921	-0.01848 0.6316

	2610220	2610229	2610235	2610237	2610249	2610260	2610265	2620222	2620224	2620268	2720306	3010725	3010758	3010773
2610220	1 0	0.01917 0.6189	-0.00127 0.9738	0.03132 0.4162	-0.06615 0.0857	-0.02973 0.4402	0.04129 0.2837	-0.03882 0.3136	0.07736 0.0444	0.09988 0.0094	0.02193 0.5692	-0.05129 0.1828	0.07006 0.0687	-0.05937 0.1231
2610229	0.01917 0.6189	1 0	0.07618 0.0477	0.09661 0.012	0.15714 0.0001	0.22351 0.0001	0.29151 0.0001	-0.00497 0.8974	-0.00034 0.993	0.08183 0.0334	0.01103 0.7747	-0.06845 0.0753	0.05016 0.1927	-0.00751 0.8454
2610235	-0.00127 0.9738	0.07618 0.0477	1 0	-0.0048 0.9008	0.08396 0.0291	0.16098 0.0001	0.08645 0.0246	0.05003 0.1939	0.07192 0.0616	0.07461 0.0525	0.03212 0.4044	0.03317 0.3892	-0.02856 0.4585	-0.00478 0.9013
2610237	0.03132 0.4162	0.09661 0.012	-0.0048 0.9008	1 0	0.1019 0.008	-0.01306 0.7347	0.12632 0.001	-0.03487 0.3653	-0.01772 0.6456	-0.01412 0.7141	0.027 0.4834	-0.04497 0.243	0.01161 0.7633	-0.00112 0.9768
2610249	-0.06615 0.0857	0.15714 0.0001	0.08396 0.0291	0.1019 0.008	1 0	0.29283 0.0001	0.3106 0.0001	-0.02373 0.5379	-0.00701 0.8556	0.08032 0.0368	-0.01239 0.7477	-0.0164 0.6703	-0.03963 0.3035	-0.04525 0.24
2610260	-0.02973 0.4402	0.22351 0.0001	0.16098 0.0001	-0.01306 0.7347	0.29283 0.0001	1 0	0.40643 0.0001	-0.0232 0.547	-0.00924 0.8105	0.05014 0.1929	-0.02627 0.4954	-0.00546 0.8873	0.12619 0.001	0.1011 0.0085
2610265	0.04129 0.2837	0.29151 0.0001	0.08645 0.0246	0.12632 0.001	0.3106 0.0001	0.40643 0.0001	1 0	0.02362 0.5398	-0.00772 0.8411	0.07716 0.0449	-0.01834 0.6341	-0.06443 0.0942	0.17806 0.0001	0.1092 0.0045
2620222	-0.03882 0.3136	-0.00497 0.8974	0.05003 0.1939	-0.03487 0.3653	-0.02373 0.5379	-0.0232 0.547	0.02362 0.5398	1 0	-0.01387 0.7189	-0.00611 0.8741	-0.00607 0.8749	0.0212 0.5822	-0.12735 0.0009	-0.07887 0.0404
2620224	0.07736 0.0444	-0.00034 0.993	0.07192 0.0616	-0.01772 0.6456	-0.00701 0.8556	-0.00924 0.8105	-0.00772 0.8411	-0.01387 0.7189	1 0	0.11003 0.0042	0.00765 0.8427	-0.06818 0.0765	-0.05581 0.1472	0.01506 0.6958
2620268	0.09988 0.0094	0.08183 0.0334	0.07461 0.0525	-0.01412 0.7141	0.08032 0.0368	0.05014 0.1929	0.07716 0.0449	-0.00611 0.8741	0.11003 0.0042	1 0	0.09323 0.0153	-0.02939 0.4456	0.09984 0.0094	0.05755 0.135
2720306	0.02193 0.5692	0.01103 0.7747	0.03212 0.4044	0.027 0.4834	-0.01239 0.7477	-0.02627 0.4954	-0.01834 0.6341	-0.00607 0.8749	0.00765 0.8427	0.09323 0.0153	1 0	0.00093 0.9808	-0.11557 0.0026	-0.04007 0.2982
3010725	-0.05129 0.1828	-0.06845 0.0753	0.03317 0.3892	-0.04497 0.243	-0.0164 0.6703	-0.00546 0.8873	-0.06443 0.0942	0.0212 0.5822	-0.06818 0.0765	-0.02939 0.4456	0.00093 0.9808	1 0	0.00825 0.8306	0.0263 0.4948
3010758	0.07006 0.0687	0.05016 0.1927	-0.02856 0.4585	0.01161 0.7633	-0.03963 0.3035	0.12619 0.001	0.17806 0.0001	-0.12735 0.0009	-0.05581 0.1472	0.09984 0.0094	-0.11557 0.0026	0.00825 0.8306	1 0	0.28822 0.0001
3010773	-0.05937 0.1231	-0.00751 0.8454	-0.00478 0.9013	-0.00112 0.9768	-0.04525 0.24	0.1011 0.0085	0.1092 0.0045	-0.07887 0.0404	0.01506 0.6958	0.05755 0.135	-0.04007 0.2982	0.0263 0.4948	0.28822 0.0001	1 0

	2610220	2610229	2610235	2610237	2610249	2610260	2610265	2620222	2620224	2620268	2720306	3010725	3010758	3010773
3021295	0.09471 0.0138	0.03867 0.3154	0.07603 0.0482	0.01985 0.6064	-0.0137 0.7223	0.01631 0.6721	0.0706 0.0666	0.0592 0.1242	-0.01237 0.7482	0.06088 0.1138	-0.01597 0.6785	0.02797 0.4678	0.11733 0.0022	0.11552 0.0026
3210710	0.03056 0.4276	0.07147 0.0633	0.02855 0.4586	-0.05299 0.1688	0.00072 0.985	0.06226 0.1058	0.06156 0.1098	-0.01881 0.6253	-0.03251 0.3988	0.02308 0.5492	-0.00764 0.8428	0.10751 0.0051	0.01392 0.7179	0.01644 0.6696
3210902	0.0771 0.0451	0.02253 0.5587	0.02477 0.5203	0.04292 0.2651	-0.05594 0.1462	-0.00904 0.8145	0.05616 0.1447	-0.00613 0.8736	-0.04769 0.2156	-0.01382 0.7198	-0.06659 0.0836	-0.02476 0.5205	0.07795 0.0428	0.05473 0.1552
3210911	-0.00265 0.9452	0.0194 0.6146	-0.02177 0.5721	0.11035 0.0041	0.00241 0.9502	0.00861 0.8231	0.0258 0.5031	-0.02197 0.5685	0.03821 0.3211	-0.02258 0.5578	0.00128 0.9736	0.01444 0.7078	-0.00995 0.7962	-0.03256 0.3979
3220908	0.047 0.2223	-0.00547 0.8871	-0.038 0.3238	-0.02335 0.5445	-0.03014 0.434	0.0053 0.8906	-0.0198 0.6073	0.0988 0.0102	0.0482 0.2107	-0.00656 0.8649	0.03477 0.3667	0.02737 0.4775	-0.06944 0.0712	-0.02079 0.5894
3221020	-0.02262 0.5572	0.00085 0.9824	0.01127 0.7699	-0.04957 0.198	0.01165 0.7625	-0.0154 0.6895	-0.01396 0.717	0.02882 0.4544	0.0304 0.43	0.00052 0.9893	0.0914 0.0175	0.06887 0.0735	-0.09568 0.0128	-0.04865 0.2065
3222286	-0.0721 0.061	0.04572 0.2351	0.04196 0.276	0.06451 0.0938	0.05557 0.149	-0.0072 0.8517	0.04657 0.2266	0.07255 0.0594	-0.00854 0.8246	-0.02123 0.5816	0.03019 0.4333	0.07713 0.045	0.00493 0.8982	-0.02266 0.5563
3611450	-0.0156 0.6855	-0.03339 0.3861	-0.04791 0.2135	-0.02666 0.4889	-0.0078 0.8396	-0.04494 0.2433	-0.05839 0.1294	0.01179 0.7597	0.0574 0.136	0.02114 0.5832	0.02273 0.5552	-0.02235 0.5618	-0.06629 0.085	-0.06414 0.0957
3611457	-0.00775 0.8405	0.00236 0.9512	-0.05368 0.1633	0.00674 0.8612	-0.18981 0.0001	-0.05095 0.1858	-0.07286 0.0583	-0.10751 0.0051	-0.01218 0.7519	-0.00041 0.9915	-0.09161 0.0172	-0.05419 0.1594	0.0848 0.0275	0.00598 0.8767
3611461	-0.01742 0.6511	0.01897 0.6225	0.05849 0.1287	-0.00593 0.8776	-0.03662 0.3417	0.02994 0.4371	-0.01818 0.6371	-0.05839 0.1294	0.01731 0.6533	0.0732 0.0571	0.02317 0.5475	-0.03653 0.343	-0.00974 0.8004	0.01543 0.6887
3621449	0.03295 0.3923	0.04618 0.2305	0.06911 0.0725	-0.0496 0.1977	-0.06806 0.077	0.01685 0.6619	0.01115 0.7724	-0.05972 0.1209	0.03472 0.3674	0.03383 0.3798	0.02651 0.4914	0.0079 0.8376	-0.00047 0.9902	0.08755 0.0228
3710604	0.08053 0.0363	0.0029 0.94	0.01663 0.666	-0.01353 0.7255	-0.04488 0.2439	0.01676 0.6635	0.02321 0.547	-0.00555 0.8854	-0.0023 0.9524	0.09089 0.0181	0.03799 0.324	-0.07509 0.051	0.00468 0.9033	0.00694 0.8572
3821022	0.01456 0.7055	0.06029 0.1173	0.02855 0.4587	0.03278 0.3948	-0.03211 0.4045	0.01615 0.6752	-0.00744 0.8469	0.02036 0.5973	0.0511 0.1845	0.01814 0.6378	0.00898 0.8158	-0.02862 0.4576	0.02959 0.4425	0.07472 0.0522
3910830	0.08886 0.0208	-0.03884 0.3133	0.07702 0.0453	-0.00645 0.867	-0.10828 0.0048	0.02838 0.4614	0.00989 0.7975	-0.11018 0.0041	0.01459 0.7049	0.14436 0.0002	0.03446 0.371	-0.01734 0.6527	0.07822 0.042	0.05039 0.1907

	2610220	2610229	2610235	2610237	2610249	2610260	2610265	2620222	2620224	2620268	2720306	3010725	3010758	3010773
3911607	-0.00209 0.9567	0.0016 0.9669	0.01636 0.6711	0.01221 0.7514	0.00119 0.9753	0.00269 0.9443	-0.05521 0.1516	-0.03134 0.4159	0.01647 0.6691	-0.03256 0.3981	0.04513 0.2412	0.01093 0.7767	-0.01207 0.7541	0.02484 0.519
3911610	0.0491 0.2023	-0.06532 0.0897	-0.03097 0.4214	-0.02166 0.574	-0.11517 0.0027	-0.05646 0.1426	-0.13665 0.0004	-0.13261 0.0005	0.06723 0.0807	0.01677 0.6633	-0.03141 0.4149	-0.01398 0.7167	0.0122 0.7516	-0.03976 0.3019
3921680	-0.00414 0.9144	0.02165 0.5742	0.07701 0.0453	0.06919 0.0722	0.01812 0.6381	0.06652 0.0839	0.04375 0.256	-0.01882 0.6252	0.06137 0.1109	0.0799 0.0378	0.06007 0.1187	-0.07056 0.0667	0.0797 0.0383	0.11264 0.0034
4011638	0.06702 0.0816	-0.07956 0.0386	-0.00818 0.8319	-0.03639 0.3448	-0.06397 0.0965	-0.10381 0.0069	-0.05944 0.1226	-0.03162 0.4118	0.01185 0.7584	-0.02742 0.4767	0.06008 0.1186	0.03748 0.3305	-0.01611 0.6758	-0.04676 0.2247
4211705	-0.05459 0.1562	-0.15475 0.0001	-0.01731 0.6532	0.02785 0.4698	0.02195 0.5689	-0.05861 0.1279	-0.03207 0.4052	0.00918 0.8116	-0.0307 0.4254	-0.05399 0.1608	0.00928 0.8098	-0.03997 0.2994	-0.09469 0.0138	-0.06407 0.096
4220730	0.0815 0.0341	0.04529 0.2396	0.099 0.01	0.08618 0.025	0.08599 0.0254	0.02018 0.6005	0.0739 0.0548	0.02685 0.4859	0.01721 0.6552	0.01373 0.7215	0.00242 0.9499	0.03942 0.306	0.01579 0.6819	-0.03411 0.3759
4220764	0.01921 0.6181	0.03509 0.3624	0.01889 0.624	-0.01364 0.7233	-0.04948 0.1989	-0.04118 0.285	-0.01258 0.7441	-0.01071 0.781	0.03267 0.3964	-0.00357 0.9263	0.00607 0.8749	-0.00052 0.9892	-0.01785 0.6431	0.0203 0.5983
4220766	0.03742 0.3314	0.03189 0.4077	0.07051 0.0669	-0.03418 0.375	-0.0086 0.8234	-0.01609 0.6762	0.03242 0.4	0.04172 0.2787	0.00964 0.8025	0.1006 0.0089	0.07634 0.0473	0.02083 0.5887	0.01083 0.7787	-0.01091 0.777
4220772	0.04355 0.2582	0.05721 0.1373	0.06819 0.0764	-0.0654 0.0893	0.04058 0.2921	0.00223 0.9539	0.12453 0.0012	-0.01043 0.7865	-0.04242 0.2707	0.16481 0.0001	0.07192 0.0616	0.03593 0.351	0.05606 0.1454	0.00206 0.9573
4220779	-0.05105 0.1849	-0.01965 0.61	0.05402 0.1606	0.03767 0.3281	-0.03593 0.351	0.00202 0.9581	0.0247 0.5215	0.01408 0.7149	-0.04397 0.2536	-0.06482 0.0922	-0.01896 0.6226	-0.00531 0.8903	0.02749 0.4756	-0.00836 0.8281
4220782	0.0503 0.1915	0.09223 0.0165	0.03654 0.3428	0.04479 0.2448	0.07056 0.0668	0.06078 0.1144	0.07263 0.0591	0.10433 0.0066	0.0059 0.8784	0.06651 0.084	0.00873 0.8207	-0.05077 0.1874	0.0675 0.0795	0.05946 0.1225
8726001	-0.01166 0.7621	-0.04645 0.2278	0.00791 0.8374	-0.01187 0.758	-0.06239 0.1051	0.0576 0.1346	-0.03104 0.4204	0.00722 0.8513	-0.03836 0.3193	-0.02012 0.6015	0.03168 0.4109	0.03058 0.4273	0.01406 0.7152	0.01234 0.7488
8726501	0.05 0.1941	-0.01643 0.6698	-0.02736 0.4776	0.06803 0.0771	0.00458 0.9053	-0.01081 0.7791	-0.04283 0.2661	-0.0263 0.4948	0.00477 0.9016	-0.01509 0.6954	0.01463 0.7042	-0.00491 0.8986	-0.03071 0.4254	-0.07305 0.0577

	3021295	3210710	3210902	3210911	3220908	3221020	3222286	3611450	3611457	3611461	3621449	3710604	3821022	3910830
2410101	0.05953 0.1221	0.04677 0.2246	0.04069 0.2908	-0.02284 0.5533	0.01436 0.7095	0.01388 0.7188	-0.02289 0.5525	-0.06226 0.1058	0.04689 0.2234	-0.00398 0.9177	0.05644 0.1427	0.06427 0.095	0.00822 0.8311	0.01907 0.6206
2410121	0.0697 0.0701	0.04187 0.277	0.00599 0.8765	0.02589 0.5015	0.04638 0.2285	-0.00482 0.9005	-0.00936 0.8081	-0.01629 0.6725	-0.06779 0.0782	-0.04617 0.2306	-0.00436 0.9098	0.05709 0.1382	0.03424 0.3741	0.00491 0.8987
2410132	-0.03579 0.3529	-0.06589 0.0869	0.02134 0.5797	0.00557 0.885	-0.01665 0.6656	0.00665 0.8629	-0.10435 0.0066	-0.10722 0.0053	-0.06708 0.0814	-0.02869 0.4565	0.04161 0.28	0.06688 0.0823	0.01283 0.7391	0.10412 0.0067
2410136	-0.02451 0.5247	-0.07569 0.0492	-0.01703 0.6586	-0.03334 0.3868	-0.02865 0.4571	0.01499 0.6972	-0.02288 0.5526	0.01621 0.674	-0.00224 0.9536	-0.02083 0.5888	-0.03787 0.3255	0.01744 0.6508	0.0045 0.907	0.00093 0.9808
2410140	0.0023 0.9524	-0.0303 0.4316	-0.0184 0.633	-0.01203 0.7548	0.0184 0.633	0.05048 0.1899	0.00895 0.8164	-0.01371 0.7219	0.1135 0.0031	0.00795 0.8365	0.04796 0.213	-0.08162 0.0339	0.0363 0.3461	0.06005 0.1188
2410180	0.00846 0.8262	-0.07791 0.0429	0.01543 0.6888	-0.00443 0.9085	-0.01741 0.6513	0.01811 0.6384	-0.07877 0.0406	-0.0828 0.0314	0.01412 0.7141	-0.00361 0.9254	0.02481 0.5196	0.04321 0.2619	0.01319 0.7322	-0.00026 0.9946
2420102	-0.03523 0.3605	-0.00408 0.9156	0.03334 0.3868	-0.02257 0.558	0.01591 0.6797	-0.00269 0.9443	-0.0911 0.0178	-0.02475 0.5206	-0.02148 0.5771	-0.03067 0.426	0.11309 0.0032	-0.01755 0.6487	-0.00854 0.8247	0.06415 0.0956
2420106	0.03372 0.3814	0.03047 0.429	0.07486 0.0517	-0.00074 0.9847	-0.02455 0.524	0.00362 0.9251	-0.06778 0.0782	-0.01607 0.6766	-0.04174 0.2786	0.013 0.7357	0.07434 0.0534	-0.03564 0.3548	0.06878 0.0739	0.10418 0.0067
2420132	0.06419 0.0954	0.04251 0.2697	0.04361 0.2575	-0.01188 0.7578	0.02296 0.5513	0.00055 0.9885	-0.01663 0.666	-0.06837 0.0757	0.09976 0.0094	-0.0189 0.6238	0.00157 0.9674	-0.03549 0.3569	0.12563 0.0011	0.01792 0.6419
2420186	0.00776 0.8404	0.00576 0.8812	0.03554 0.3562	0.03324 0.3882	0.01916 0.6189	0.02088 0.5878	-0.02156 0.5758	-0.01835 0.6339	-0.00045 0.9907	-0.03353 0.3841	0.05757 0.1348	0.03691 0.338	0.08495 0.0272	-0.01607 0.6765
2520126	0.03705 0.3361	0.01818 0.6371	0.05958 0.1217	0.07897 0.0401	0.03358 0.3833	0.00729 0.8499	0.01076 0.78	-0.02782 0.4702	0.01123 0.7706	-0.02061 0.5926	0.06937 0.0715	0.07427 0.0536	-0.03449 0.3706	-0.01041 0.7871
2610201	0.05007 0.1935	0.03825 0.3207	-0.01355 0.7251	0.02578 0.5034	0.0177 0.6459	0.03387 0.3792	0.09076 0.0183	-0.03406 0.3766	0.00172 0.9644	0.0487 0.206	-0.01087 0.7778	0.03662 0.3418	0.00755 0.8447	0.05217 0.1755
2610204	0.03096 0.4217	-0.01377 0.7209	-0.00607 0.8747	-0.03119 0.4182	-0.05203 0.1766	-0.10175 0.0081	-0.03687 0.3385	-0.03011 0.4345	-0.00196 0.9593	0.00115 0.9763	0.01668 0.665	-0.00178 0.9631	0.02859 0.458	0.02443 0.5259
2610209	0.00109 0.9774	-0.0215 0.5769	0.0291 0.45	0.04917 0.2017	0.04009 0.298	-0.03566 0.3546	0.07384 0.055	-0.0543 0.1585	0.02242 0.5606	0.0451 0.2416	-0.02059 0.593	0.00927 0.8099	0.06598 0.0865	0.03369 0.3818

	3021295	3210710	3210902	3210911	3220908	3221020	3222286	3611450	3611457	3611461	3621449	3710604	3821022	3910830
2610220	0.09471 0.0138	0.03056 0.4276	0.0771 0.0451	-0.00265 0.9452	0.047 0.2223	-0.02262 0.5572	-0.0721 0.061	-0.0156 0.6855	-0.00775 0.8405	-0.01742 0.6511	0.03295 0.3923	0.08053 0.0363	0.01456 0.7055	0.08886 0.0208
2610229	0.03867 0.3154	0.07147 0.0633	0.02253 0.5587	0.0194 0.6146	-0.00547 0.8871	0.00085 0.9824	0.04572 0.2351	-0.03339 0.3861	0.00236 0.9512	0.01897 0.6225	0.04618 0.2305	0.0029 0.94	0.06029 0.1173	-0.03884 0.3133
2610235	0.07603 0.0482	0.02855 0.4586	0.02477 0.5203	-0.02177 0.5721	-0.038 0.3238	0.01127 0.7699	0.04196 0.276	-0.04791 0.2135	-0.05368 0.1633	0.05849 0.1287	0.06911 0.0725	0.01663 0.666	0.02855 0.4587	0.07702 0.0453
2610237	0.01985 0.6064	-0.05299 0.1688	0.04292 0.2651	0.11035 0.0041	-0.02335 0.5445	-0.04957 0.198	0.06451 0.0938	-0.02666 0.4889	0.00674 0.8612	-0.00593 0.8776	-0.0496 0.1977	-0.01353 0.7255	0.03278 0.3948	-0.00645 0.867
2610249	-0.0137 0.7223	0.00072 0.985	-0.05594 0.1462	0.00241 0.9502	-0.03014 0.434	0.01165 0.7625	0.05557 0.149	-0.0078 0.8396	-0.18981 0.0001	-0.03662 0.3417	-0.06806 0.077	-0.04488 0.2439	-0.03211 0.4045	-0.10828 0.0048
2610260	0.01631 0.6721	0.06226 0.1058	-0.00904 0.8145	0.00861 0.8231	0.0053 0.8906	-0.0154 0.6895	-0.0072 0.8517	-0.04494 0.2433	-0.05095 0.1858	0.02994 0.4371	0.01685 0.6619	0.01676 0.6635	0.01615 0.6752	0.02838 0.4614
2610265	0.0706 0.0666	0.06156 0.1098	0.05616 0.1447	0.0258 0.5031	-0.0198 0.6073	-0.01396 0.717	0.04657 0.2266	-0.05839 0.1294	-0.07286 0.0583	-0.01818 0.6371	0.01115 0.7724	0.02321 0.547	-0.00744 0.8469	0.00989 0.7975
2620222	0.0592 0.1242	-0.01881 0.6253	-0.00613 0.8736	-0.02197 0.5685	0.0988 0.0102	0.02882 0.4544	0.07255 0.0594	0.01179 0.7597	-0.10751 0.0051	-0.05839 0.1294	-0.05972 0.1209	-0.00555 0.8854	0.02036 0.5973	-0.11018 0.0041
2620224	-0.01237 0.7482	-0.03251 0.3988	-0.04769 0.2156	0.03821 0.3211	0.0482 0.2107	0.0304 0.43	-0.00854 0.8246	0.0574 0.136	-0.01218 0.7519	0.01731 0.6533	0.03472 0.3674	-0.0023 0.9524	0.0511 0.1845	0.01459 0.7049
2620268	0.06088 0.1138	0.02308 0.5492	-0.01382 0.7198	-0.02258 0.5578	-0.00656 0.8649	0.00052 0.9893	-0.02123 0.5816	0.02114 0.5832	-0.00041 0.9915	0.0732 0.0571	0.03383 0.3798	0.09089 0.0181	0.01814 0.6378	0.14436 0.0002
2720306	-0.01597 0.6785	-0.00764 0.8428	-0.06659 0.0836	0.00128 0.9736	0.03477 0.3667	0.0914 0.0175	0.03019 0.4333	0.02273 0.5552	-0.09161 0.0172	0.02317 0.5475	0.02651 0.4914	0.03799 0.324	0.00898 0.8158	0.03446 0.371
3010725	0.02797 0.4678	0.10751 0.0051	-0.02476 0.5205	0.01444 0.7078	0.02737 0.4775	0.06887 0.0735	0.07713 0.045	-0.02235 0.5618	-0.05419 0.1594	-0.03653 0.343	0.0079 0.8376	-0.07509 0.051	-0.02862 0.4576	-0.01734 0.6527
3010758	0.11733 0.0022	0.01392 0.7179	0.07795 0.0428	-0.00995 0.7962	-0.06944 0.0712	-0.09568 0.0128	0.00493 0.8982	-0.06629 0.085	0.0848 0.0275	-0.00974 0.8004	-0.00047 0.9902	0.00468 0.9033	0.02959 0.4425	0.07822 0.042
3010773	0.11552 0.0026	0.01644 0.6696	0.05473 0.1552	-0.03256 0.3979	-0.02079 0.5894	-0.04865 0.2065	-0.02266 0.5563	-0.06414 0.0957	0.00598 0.8767	0.01543 0.6887	0.08755 0.0228	0.00694 0.8572	0.07472 0.0522	0.05039 0.1907

	3021295	3210710	3210902	3210911	3220908	3221020	3222286	3611450	3611457	3611461	3621449	3710604	3821022	3910830
3021295	1 0	0.09346 0.0151	0.01425 0.7115	-0.01788 0.6427	0.00478 0.9013	-0.03016 0.4337	-0.04573 0.235	-0.01343 0.7274	-0.01404 0.7155	0.01287 0.7384	0.07213 0.0609	0.04452 0.2477	0.0448 0.2447	0.06688 0.0823
3210710	0.09346 0.0151	1 0	-0.02392 0.5347	-0.01773 0.6454	0.03365 0.3823	0.0226 0.5575	0.04177 0.2781	-0.03941 0.3063	-0.09243 0.0162	-0.03406 0.3766	0.01668 0.665	-0.03223 0.4028	0.0171 0.6572	-0.00628 0.8706
3210902	0.01425 0.7115	-0.02392 0.5347	1 0	0.03896 0.3118	0.00481 0.9006	-0.07097 0.0652	-0.01656 0.6673	-0.02411 0.5315	0.05482 0.1545	-0.00838 0.8279	0.05523 0.1514	0.03503 0.3632	0.04801 0.2125	0.01236 0.7485
3210911	-0.01788 0.6427	-0.01773 0.6454	0.03896 0.3118	1 0	0.39893 0.0001	0.16091 0.0001	0.18412 0.0001	-0.01925 0.6174	0.07134 0.0638	0.04208 0.2745	-0.04685 0.2238	0.05294 0.1692	0.00531 0.8903	-0.06903 0.0729
3220908	0.00478 0.9013	0.03365 0.3823	0.00481 0.9006	0.39893 0.0001	1 0	0.25103 0.0001	0.16114 0.0001	0.06832 0.0759	0.04951 0.1985	0.0058 0.8803	0.01131 0.769	-0.00849 0.8256	-0.06777 0.0783	-0.0528 0.1703
3221020	-0.03016 0.4337	0.0226 0.5575	-0.07097 0.0652	0.16091 0.0001	0.25103 0.0001	1 0	0.17999 0.0001	-0.00687 0.8585	-0.01699 0.6593	0.01219 0.7518	0.06072 0.1147	0.02594 0.5007	-0.02235 0.5618	-0.0304 0.4301
3222286	-0.04573 0.235	0.04177 0.2781	-0.01656 0.6673	0.18412 0.0001	0.16114 0.0001	0.17999 0.0001	1 0	-0.04888 0.2043	-0.05828 0.1301	0.01011 0.793	-0.02216 0.5653	-0.0416 0.2801	0.00153 0.9683	-0.10598 0.0058
3611450	-0.01343 0.7274	-0.03941 0.3063	-0.02411 0.5315	-0.01925 0.6174	0.06832 0.0759	-0.00687 0.8585	-0.04888 0.2043	1 0	-0.0164 0.6704	0.05012 0.193	0.00972 0.8008	0.00837 0.828	-0.08421 0.0286	-0.00108 0.9776
3611457	-0.01404 0.7155	-0.09243 0.0162	0.05482 0.1545	0.07134 0.0638	0.04951 0.1985	-0.01699 0.6593	-0.05828 0.1301	-0.0164 0.6704	1 0	0.01295 0.7367	0.06479 0.0923	0.01518 0.6937	-0.0801 0.0373	-0.00707 0.8544
3611461	0.01287 0.7384	-0.03406 0.3766	-0.00838 0.8279	0.04208 0.2745	0.0058 0.8803	0.01219 0.7518	0.01011 0.793	0.05012 0.193	0.01295 0.7367	1 0	0.05087 0.1865	0.09549 0.013	0.02823 0.4637	0.02305 0.5497
3621449	0.07213 0.0609	0.01668 0.665	0.05523 0.1514	-0.04685 0.2238	0.01131 0.769	0.06072 0.1147	-0.02216 0.5653	0.00972 0.8008	0.06479 0.0923	0.05087 0.1865	1 0	0.02025 0.5993	-0.03912 0.3099	0.11236 0.0034
3710604	0.04452 0.2477	-0.03223 0.4028	0.03503 0.3632	0.05294 0.1692	-0.00849 0.8256	0.02594 0.5007	-0.0416 0.2801	0.00837 0.828	0.01518 0.6937	0.09549 0.013	0.02025 0.5993	1 0	0.03398 0.3777	0.04781 0.2145
3821022	0.0448 0.2447	0.0171 0.6572	0.04801 0.2125	0.00531 0.8903	-0.06777 0.0783	-0.02235 0.5618	0.00153 0.9683	-0.08421 0.0286	-0.0801 0.0373	0.02823 0.4637	-0.03912 0.3099	0.03398 0.3777	1 0	0.07152 0.0631
3910830	0.06688 0.0823	-0.00628 0.8706	0.01236 0.7485	-0.06903 0.0729	-0.0528 0.1703	-0.0304 0.4301	-0.10598 0.0058	-0.00108 0.9776	-0.00707 0.8544	0.02305 0.5497	0.11236 0.0034	0.04781 0.2145	0.07152 0.0631	1 0

	3021295	3210710	3210902	3210911	3220908	3221020	3222286	3611450	3611457	3611461	3621449	3710604	3821022	3910830
3911607	0.0487 0.206	0.00977 0.7998	0.04786 0.214	-0.00458 0.9054	-0.00117 0.9759	0.00722 0.8515	0.05187 0.1779	-0.07026 0.0679	0.00808 0.8339	-0.01827 0.6353	0.00014 0.997	-0.02173 0.5728	0.02002 0.6034	0.04448 0.2481
3911610	0.06377 0.0976	0.0364 0.3446	0.08825 0.0217	-0.03169 0.4108	-0.07121 0.0643	-0.10953 0.0044	-0.07584 0.0487	0.02165 0.5742	0.05198 0.1771	0.01433 0.71	-0.0215 0.5768	0.0143 0.7105	-0.05878 0.1268	0.03843 0.3185
3921680	0.03825 0.3207	0.01133 0.7688	0.07055 0.0668	0.00381 0.9211	0.03202 0.4059	0.01289 0.738	-0.03628 0.3462	-0.02793 0.4685	-0.03666 0.3413	0.04488 0.2439	0.04262 0.2684	0.06755 0.0792	-0.00505 0.8958	0.06264 0.1037
4011638	0.03317 0.3892	0.01971 0.6089	0.0424 0.271	-0.03486 0.3655	-0.04433 0.2497	0.01699 0.6593	-0.0427 0.2676	-0.04098 0.2874	-0.02249 0.5594	-0.08411 0.0288	0.02351 0.5418	0.03886 0.3131	0.11132 0.0038	0.094 0.0145
4211705	-0.05061 0.1887	-0.10414 0.0067	-0.01501 0.6968	-0.03353 0.3841	0.00943 0.8066	0.09653 0.012	0.06202 0.1072	-0.09658 0.012	-0.06652 0.0839	-0.12402 0.0012	-0.11266 0.0034	-0.0707 0.0662	-0.06114 0.1123	-0.05719 0.1374
4220730	0.01133 0.7688	-0.01152 0.7649	-0.03534 0.3589	-0.01259 0.7439	-0.02488 0.5184	0.03549 0.3569	0.01127 0.7698	0.02079 0.5895	0.03752 0.3301	-0.0443 0.2501	0.00639 0.8684	0.02253 0.5587	-0.04127 0.284	-0.03952 0.3049
4220764	0.01621 0.6739	0.00764 0.8428	0.0335 0.3844	-0.04782 0.2144	-0.01452 0.7064	0.02445 0.5256	-0.00564 0.8836	0.04699 0.2224	0.04341 0.2597	-0.00347 0.9281	0.04046 0.2935	-0.02466 0.5221	0.0185 0.6312	0.09153 0.0173
4220766	0.02925 0.4477	-0.00498 0.8972	0.00665 0.8629	0.03641 0.3445	-0.04176 0.2783	0.0021 0.9565	-0.00458 0.9054	0.0197 0.6092	-0.05035 0.1911	-0.01454 0.7059	0.00935 0.8083	-0.01158 0.7638	0.10229 0.0078	0.00668 0.8625
4220772	0.04175 0.2783	-0.03216 0.4038	-0.00561 0.8841	-0.00488 0.8992	-0.05942 0.1227	0.00188 0.9612	0.0056 0.8844	-0.00099 0.9795	0.01426 0.7113	0.01441 0.7085	-0.00148 0.9694	0.04288 0.2656	-0.00394 0.9185	-0.01205 0.7544
4220779	-0.00955 0.8042	-0.07093 0.0653	0.0135 0.726	0.01019 0.7915	0.02472 0.521	0.08504 0.027	0.08356 0.0298	-0.03596 0.3506	-0.0034 0.9298	0.07365 0.0556	-0.05293 0.1693	0.00476 0.9017	0.05683 0.1399	0.01259 0.7439
4220782	0.10091 0.0087	0.02383 0.5363	0.02806 0.4664	-0.04414 0.2517	0.00762 0.8433	0.06589 0.0869	0.06259 0.104	-0.00905 0.8143	-0.01024 0.7904	0.03616 0.3478	-0.03943 0.3059	0.04193 0.2764	0.03073 0.425	-0.03342 0.3857
8726001	-0.02972 0.4405	-0.06842 0.0755	0.05446 0.1572	-0.02475 0.5206	-0.05734 0.1364	-0.00915 0.8123	-0.04681 0.2242	-0.02746 0.4759	-0.00236 0.9512	-0.05337 0.1658	0.06152 0.11	0.02498 0.5168	0.09061 0.0185	0.07429 0.0535
8726501	-0.09594 0.0126	0.01021 0.7909	0.05266 0.1715	0.02794 0.4684	0.0318 0.4091	-0.01128 0.7696	0.02585 0.5023	0.03171 0.4104	0.03135 0.4158	-0.04789 0.2137	-0.02392 0.5347	-0.06092 0.1135	-0.01449 0.7068	0.02275 0.5549

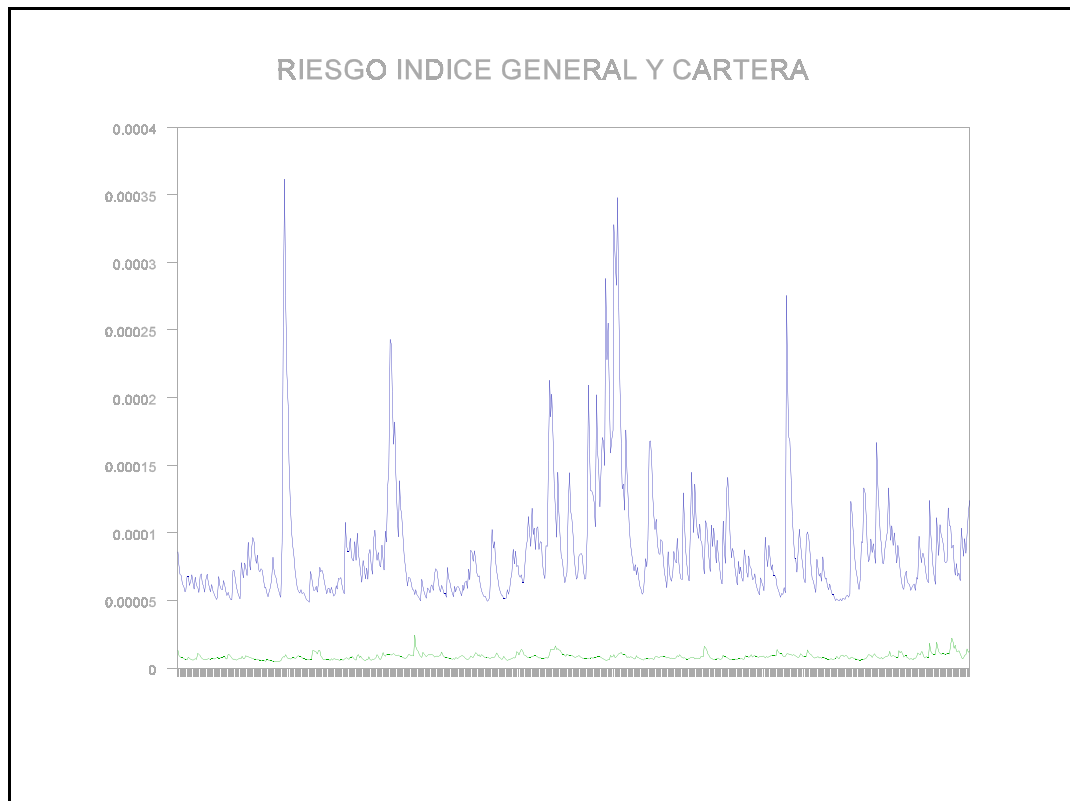
	3911607	3911610	3921680	4011638	4211705	4220730	4220764	4220766	4220772	4220779	4220782	8726001	8726501
2410101	-0.02436 0.5272	0.04761 0.2163	0.09547 0.013	-0.04489 0.2438	-0.05296 0.1691	0.0442 0.2511	-0.05584 0.147	-0.04432 0.2498	0.03391 0.3787	-0.034 0.3774	0.06989 0.0694	0.09547 0.013	-0.05199 0.177
2410121	-0.01491 0.6988	0.04041 0.2941	0.04463 0.2465	0.0128 0.7397	0.03003 0.4357	0.0187 0.6275	0.02854 0.4589	0.07333 0.0567	-0.01342 0.7277	-0.05943 0.1227	-0.05017 0.1926	-0.02603 0.4992	0.01218 0.7518
2410132	0.01006 0.794	0.06506 0.091	0.06524 0.0901	-0.04567 0.2357	-0.06534 0.0896	0.07536 0.0502	0.01883 0.625	0.02039 0.5967	0.01937 0.6152	0.0489 0.2042	-0.0355 0.3568	0.09361 0.0149	-0.02577 0.5035
2410136	-0.02509 0.5149	-0.0086 0.8235	-0.02206 0.567	-0.02925 0.4478	-0.07824 0.042	-0.0958 0.0127	0.01577 0.6824	0.06894 0.0732	-0.0322 0.4032	0.07045 0.0672	-0.07033 0.0676	0.15304 0.0001	0.00335 0.9307
2410140	-0.00217 0.9551	0.00103 0.9787	0.0586 0.128	0.02982 0.4389	-0.10104 0.0086	0.06201 0.1072	-0.0288 0.4547	-0.00981 0.7991	0.01459 0.7049	0.04825 0.2102	-0.0145 0.7067	-0.00704 0.855	-0.01759 0.6481
2410180	-0.07742 0.0442	-0.03951 0.305	0.04981 0.1959	-0.08763 0.0227	-0.17149 0.0001	0.00281 0.9418	-0.02442 0.5261	-0.01394 0.7175	0.06878 0.0739	-0.00463 0.9043	-0.0343 0.3733	0.06338 0.0997	0.00171 0.9647
2420102	0.02773 0.4717	0.04421 0.2511	0.07645 0.0469	-0.01038 0.7876	-0.07458 0.0526	-0.04396 0.2538	0.03982 0.3012	0.06554 0.0886	0.00403 0.9167	-0.02549 0.5082	-0.06107 0.1127	0.04235 0.2716	-0.0534 0.1655
2420106	0.01625 0.6731	0.03514 0.3617	0.03922 0.3085	0.12173 0.0015	-0.03477 0.3667	-0.10724 0.0053	0.03639 0.3448	0.02088 0.5879	-0.03717 0.3346	0.03826 0.3206	-0.04947 0.199	0.07062 0.0665	0.01687 0.6615
2420132	0.03031 0.4314	-0.01463 0.7042	0.00658 0.8645	-0.03671 0.3406	-0.09627 0.0123	-0.03228 0.402	0.05134 0.1825	0.08505 0.027	0.02654 0.4908	-0.01414 0.7137	0.00394 0.9185	-0.00745 0.8467	0.03537 0.3585
2420186	-0.0043 0.9111	0.02676 0.4874	0.04922 0.2012	0.09632 0.0122	-0.05926 0.1237	-0.07562 0.0494	-0.00077 0.984	0.06725 0.0806	0.00705 0.8549	0.03035 0.4308	0.02927 0.4474	0.00656 0.8648	0.04891 0.2041
2520126	0.00309 0.936	0.05709 0.1381	0.04004 0.2986	0.0195 0.6127	-0.12254 0.0014	0.03658 0.3423	-0.04242 0.2707	-0.02269 0.5559	0.03092 0.4223	-0.05553 0.1492	0.04632 0.2291	-0.01459 0.7049	0.04777 0.2148
2610201	0.03936 0.3069	0.07118 0.0644	0.00778 0.84	0.00241 0.9501	0.00929 0.8094	0.05932 0.1234	0.02922 0.4482	0.07049 0.067	0.08661 0.0243	-0.00158 0.9673	0.08932 0.0202	0.02403 0.5328	-0.01223 0.751
2610204	-0.01362 0.7237	-0.06059 0.1155	0.05992 0.1196	-0.02381 0.5367	-0.03103 0.4205	-0.01926 0.6171	-0.00777 0.8402	0.00044 0.991	-0.01677 0.6634	-0.04221 0.2732	-0.01489 0.6991	-0.02329 0.5456	0.05043 0.1904
2610209	0.01586 0.6806	-0.01326 0.7306	-0.00085 0.9824	-0.04291 0.2653	0.04946 0.199	-0.08412 0.0287	0.03371 0.3815	0.07756 0.0438	-0.04222 0.2729	0.02797 0.4678	-0.01938 0.615	-0.06529 0.0899	-0.01832 0.6344

	3911607	3911610	3921680	4011638	4211705	4220730	4220764	4220766	4220772	4220779	4220782	8726001	8726501
2610220	-0.00209 0.9567	0.0491 0.2023	-0.00414 0.9144	0.06702 0.0816	-0.05459 0.1562	0.0815 0.0341	0.01921 0.6181	0.03742 0.3314	0.04355 0.2582	-0.05105 0.1849	0.0503 0.1915	-0.01166 0.7621	0.05 0.1941
2610229	0.0016 0.9669	-0.06532 0.0897	0.02165 0.5742	-0.07956 0.0386	-0.15475 0.0001	0.04529 0.2396	0.03509 0.3624	0.03189 0.4077	0.05721 0.1373	-0.01965 0.61	0.09223 0.0165	-0.04645 0.2278	-0.01643 0.6698
2610235	0.01636 0.6711	-0.03097 0.4214	0.07701 0.0453	-0.00818 0.8319	-0.01731 0.6532	0.099 0.01	0.01889 0.624	0.07051 0.0669	0.06819 0.0764	0.05402 0.1606	0.03654 0.3428	0.00791 0.8374	-0.02736 0.4776
2610237	0.01221 0.7514	-0.02166 0.574	0.06919 0.0722	-0.03639 0.3448	0.02785 0.4698	0.08618 0.025	-0.01364 0.7233	-0.03418 0.375	-0.0654 0.0893	0.03767 0.3281	0.04479 0.2448	-0.01187 0.758	0.06803 0.0771
2610249	0.00119 0.9753	-0.11517 0.0027	0.01812 0.6381	-0.06397 0.0965	0.02195 0.5689	0.08599 0.0254	-0.04948 0.1989	-0.0086 0.8234	0.04058 0.2921	-0.03593 0.351	0.07056 0.0668	-0.06239 0.1051	0.00458 0.9053
2610260	0.00269 0.9443	-0.05646 0.1426	0.06652 0.0839	-0.10381 0.0069	-0.05861 0.1279	0.02018 0.6005	-0.04118 0.285	-0.01609 0.6762	0.00223 0.9539	0.00202 0.9581	0.06078 0.1144	0.0576 0.1346	-0.01081 0.7791
2610265	-0.05521 0.1516	-0.13665 0.0004	0.04375 0.256	-0.05944 0.1226	-0.03207 0.4052	0.0739 0.0548	-0.01258 0.7441	0.03242 0.4	0.12453 0.0012	0.0247 0.5215	0.07263 0.0591	-0.03104 0.4204	-0.04283 0.2661
2620222	-0.03134 0.4159	-0.13261 0.0005	-0.01882 0.6252	-0.03162 0.4118	0.00918 0.8116	0.02685 0.4859	-0.01071 0.781	0.04172 0.2787	-0.01043 0.7865	0.01408 0.7149	0.10433 0.0066	0.00722 0.8513	-0.0263 0.4948
2620224	0.01647 0.6691	0.06723 0.0807	0.06137 0.1109	0.01185 0.7584	-0.0307 0.4254	0.01721 0.6552	0.03267 0.3964	0.00964 0.8025	-0.04242 0.2707	-0.04397 0.2536	0.0059 0.8784	-0.03836 0.3193	0.00477 0.9016
2620268	-0.03256 0.3981	0.01677 0.6633	0.0799 0.0378	-0.02742 0.4767	-0.05399 0.1608	0.01373 0.7215	-0.00357 0.9263	0.1006 0.0089	0.16481 0.0001	-0.06482 0.0922	0.06651 0.084	-0.02012 0.6015	-0.01509 0.6954
2720306	0.04513 0.2412	-0.03141 0.4149	0.06007 0.1187	0.06008 0.1186	0.00928 0.8098	0.00242 0.9499	0.00607 0.8749	0.07634 0.0473	0.07192 0.0616	-0.01896 0.6226	0.00873 0.8207	0.03168 0.4109	0.01463 0.7042
3010725	0.01093 0.7767	-0.01398 0.7167	-0.07056 0.0667	0.03748 0.3305	-0.03997 0.2994	0.03942 0.306	-0.00052 0.9892	0.02083 0.5887	0.03593 0.351	-0.00531 0.8903	-0.05077 0.1874	0.03058 0.4273	-0.00491 0.8986
3010758	-0.01207 0.7541	0.0122 0.7516	0.0797 0.0383	-0.01611 0.6758	-0.09469 0.0138	0.01579 0.6819	-0.01785 0.6431	0.01083 0.7787	0.05606 0.1454	0.02749 0.4756	0.0675 0.0795	0.01406 0.7152	-0.03071 0.4254
3010773	0.02484 0.519	-0.03976 0.3019	0.11264 0.0034	-0.04676 0.2247	-0.06407 0.096	-0.03411 0.3759	0.0203 0.5983	-0.01091 0.777	0.00206 0.9573	-0.00836 0.8281	0.05946 0.1225	0.01234 0.7488	-0.07305 0.0577

	3911607	3911610	3921680	4011638	4211705	4220730	4220764	4220766	4220772	4220779	4220782	8726001	8726501
3021295	0.0487 0.206	0.06377 0.0976	0.03825 0.3207	0.03317 0.3892	-0.05061 0.1887	0.01133 0.7688	0.01621 0.6739	0.02925 0.4477	0.04175 0.2783	-0.00955 0.8042	0.10091 0.0087	-0.02972 0.4405	-0.09594 0.0126
3210710	0.00977 0.7998	0.0364 0.3446	0.01133 0.7688	0.01971 0.6089	-0.10414 0.0067	-0.01152 0.7649	0.00764 0.8428	-0.00498 0.8972	-0.03216 0.4038	-0.07093 0.0653	0.02383 0.5363	-0.06842 0.0755	0.01021 0.7909
3210902	0.04786 0.214	0.08825 0.0217	0.07055 0.0668	0.0424 0.271	-0.01501 0.6968	-0.03534 0.3589	0.0335 0.3844	0.00665 0.8629	-0.00561 0.8841	0.0135 0.726	0.02806 0.4664	0.05446 0.1572	0.05266 0.1715
3210911	-0.00458 0.9054	-0.03169 0.4108	0.00381 0.9211	-0.03486 0.3655	-0.03353 0.3841	-0.01259 0.7439	-0.04782 0.2144	0.03641 0.3445	-0.00488 0.8992	0.01019 0.7915	-0.04414 0.2517	-0.02475 0.5206	0.02794 0.4684
3220908	-0.00117 0.9759	-0.07121 0.0643	0.03202 0.4059	-0.04433 0.2497	0.00943 0.8066	-0.02488 0.5184	-0.01452 0.7064	-0.04176 0.2783	-0.05942 0.1227	0.02472 0.521	0.00762 0.8433	-0.05734 0.1364	0.0318 0.4091
3221020	0.00722 0.8515	-0.10953 0.0044	0.01289 0.738	0.01699 0.6593	0.09653 0.012	0.03549 0.3569	0.02445 0.5256	0.0021 0.9565	0.00188 0.9612	0.08504 0.027	0.06589 0.0869	-0.00915 0.8123	-0.01128 0.7696
3222286	0.05187 0.1779	-0.07584 0.0487	-0.03628 0.3462	-0.0427 0.2676	0.06202 0.1072	0.01127 0.7698	-0.00564 0.8836	-0.00458 0.9054	0.0056 0.8844	0.08356 0.0298	0.06259 0.104	-0.04681 0.2242	0.02585 0.5023
3611450	-0.07026 0.0679	0.02165 0.5742	-0.02793 0.4685	-0.04098 0.2874	-0.09658 0.012	0.02079 0.5895	0.04699 0.2224	0.0197 0.6092	-0.00099 0.9795	-0.03596 0.3506	-0.00905 0.8143	-0.02746 0.4759	0.03171 0.4104
3611457	0.00808 0.8339	0.05198 0.1771	-0.03666 0.3413	-0.02249 0.5594	-0.06652 0.0839	0.03752 0.3301	0.04341 0.2597	-0.05035 0.1911	0.01426 0.7113	-0.0034 0.9298	-0.01024 0.7904	-0.00236 0.9512	0.03135 0.4158
3611461	-0.01827 0.6353	0.01433 0.71	0.04488 0.2439	-0.08411 0.0288	-0.12402 0.0012	-0.0443 0.2501	-0.00347 0.9281	-0.01454 0.7059	0.01441 0.7085	0.07365 0.0556	0.03616 0.3478	-0.05337 0.1658	-0.04789 0.2137
3621449	0.00014 0.997	-0.0215 0.5768	0.04262 0.2684	0.02351 0.5418	-0.11266 0.0034	0.00639 0.8684	0.04046 0.2935	0.00935 0.8083	-0.00148 0.9694	-0.05293 0.1693	-0.03943 0.3059	0.06152 0.11	-0.02392 0.5347
3710604	-0.02173 0.5728	0.0143 0.7105	0.06755 0.0792	0.03886 0.3131	-0.0707 0.0662	0.02253 0.5587	-0.02466 0.5221	-0.01158 0.7638	0.04288 0.2656	0.00476 0.9017	0.04193 0.2764	0.02498 0.5168	-0.06092 0.1135
3821022	0.02002 0.6034	-0.05878 0.1268	-0.00505 0.8958	0.11132 0.0038	-0.06114 0.1123	-0.04127 0.284	0.0185 0.6312	0.10229 0.0078	-0.00394 0.9185	0.05683 0.1399	0.03073 0.425	0.09061 0.0185	-0.01449 0.7068
3910830	0.04448 0.2481	0.03843 0.3185	0.06264 0.1037	0.094 0.0145	-0.05719 0.1374	-0.03952 0.3049	0.09153 0.0173	0.00668 0.8625	-0.01205 0.7544	0.01259 0.7439	-0.03342 0.3857	0.07429 0.0535	0.02275 0.5549

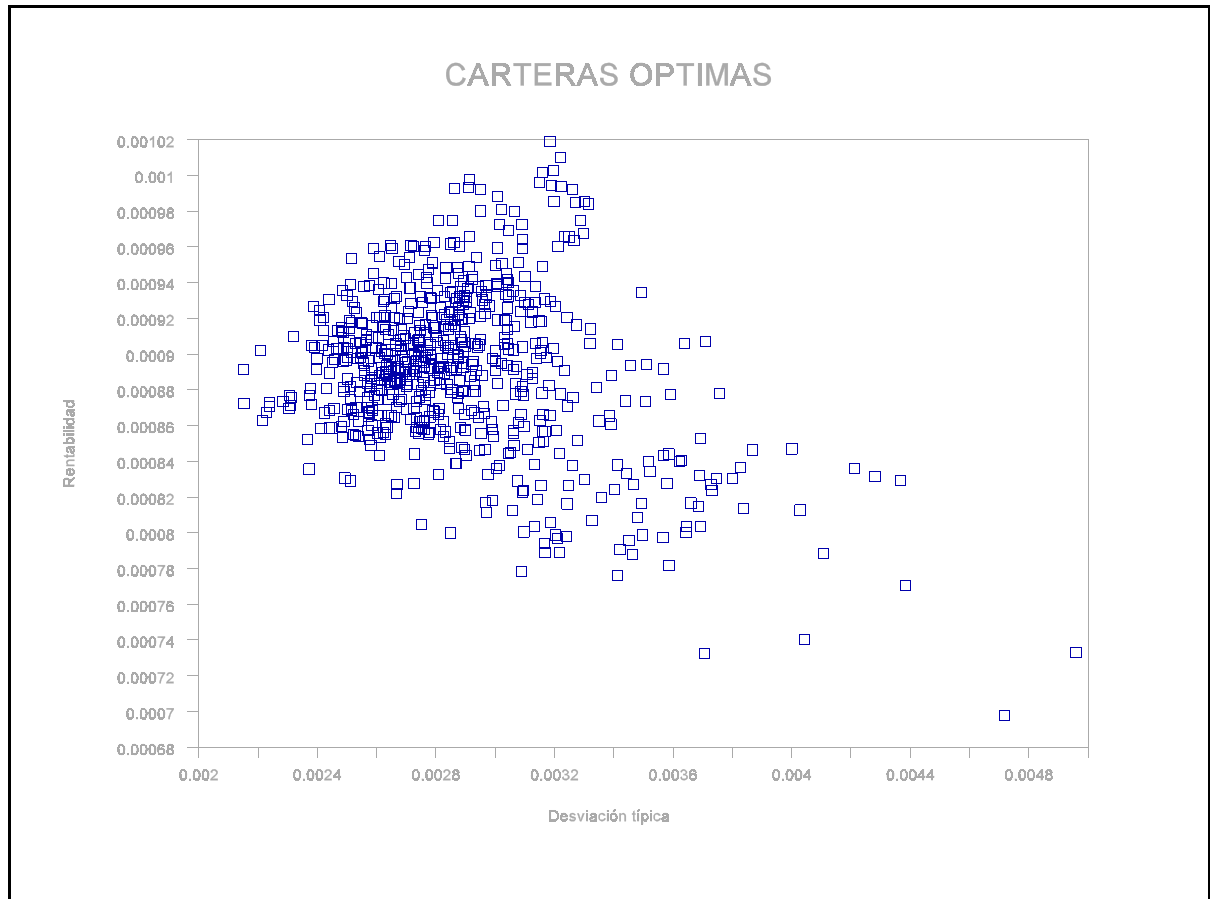
	3911607	3911610	3921680	4011638	4211705	4220730	4220764	4220766	4220772	4220779	4220782	8726001	8726501
3911607	1 0	0.05162 0.18	-0.00905 0.8143	0.05572 0.1479	-0.00046 0.9904	0.0049 0.8987	-0.00383 0.9208	0.04952 0.1985	0.04413 0.2519	0.03328 0.3877	0.03376 0.3809	0.01807 0.6391	-0.03601 0.3499
3911610	0.05162 0.18	1 0	0.04107 0.2863	0.05572 0.1478	-0.07159 0.0629	-0.00845 0.8264	0.06803 0.0771	-0.03941 0.3062	-0.00522 0.8922	-0.003 0.9379	0.02364 0.5395	0.10025 0.0091	0.05239 0.1737
3921680	-0.00905 0.8143	0.04107 0.2863	1 0	0.01836 0.6336	-0.10141 0.0083	0.0811 0.035	0.03931 0.3075	0.00845 0.8264	0.0323 0.4017	0.06106 0.1127	0.08976 0.0196	0.04436 0.2494	-0.01128 0.7698
4011638	0.05572 0.1479	0.05572 0.1478	0.01836 0.6336	1 0	-0.03797 0.3242	-0.01069 0.7815	0.12584 0.001	0.03752 0.33	-0.04744 0.218	-0.03008 0.4349	0.0672 0.0808	0.07061 0.0665	-0.00161 0.9666
4211705	-0.00046 0.9904	-0.07159 0.0629	-0.10141 0.0083	-0.03797 0.3242	1 0	0.01315 0.7329	0.00222 0.954	-0.0708 0.0658	-0.02277 0.5545	-0.01839 0.6331	0.04447 0.2482	0.01453 0.7061	-0.06144 0.1105
4220730	0.0049 0.8987	-0.00845 0.8264	0.0811 0.035	-0.01069 0.7815	0.01315 0.7329	1 0	0.01308 0.7342	-0.02123 0.5816	0.24492 0.0001	-0.00044 0.9909	0.07621 0.0476	0.03517 0.3612	-0.01027 0.7898
4220764	-0.00383 0.9208	0.06803 0.0771	0.03931 0.3075	0.12584 0.001	0.00222 0.954	0.01308 0.7342	1 0	0.12928 0.0008	0.0197 0.6091	0.03788 0.3254	0.04145 0.2819	0.02981 0.4391	0.04866 0.2064
4220766	0.04952 0.1985	-0.03941 0.3062	0.00845 0.8264	0.03752 0.33	-0.0708 0.0658	-0.02123 0.5816	0.12928 0.0008	1 0	0.07881 0.0405	0.02871 0.4561	0.11709 0.0023	0.01581 0.6816	0.03325 0.3881
4220772	0.04413 0.2519	-0.00522 0.8922	0.0323 0.4017	-0.04744 0.218	-0.02277 0.5545	0.24492 0.0001	0.0197 0.6091	0.07881 0.0405	1 0	-0.01938 0.6149	0.06846 0.0753	0.05108 0.1846	0.0102 0.7912
4220779	0.03328 0.3877	-0.003 0.9379	0.06106 0.1127	-0.03008 0.4349	-0.01839 0.6331	-0.00044 0.9909	0.03788 0.3254	0.02871 0.4561	-0.01938 0.6149	1 0	0.02176 0.5723	0.04475 0.2453	-0.01851 0.6309
4220782	0.03376 0.3809	0.02364 0.5395	0.08976 0.0196	0.0672 0.0808	0.04447 0.2482	0.07621 0.0476	0.04145 0.2819	0.11709 0.0023	0.06846 0.0753	0.02176 0.5723	1 0	-0.07486 0.0517	-0.01437 0.7092
8726001	0.01807 0.6391	0.10025 0.0091	0.04436 0.2494	0.07061 0.0665	0.01453 0.7061	0.03517 0.3612	0.02981 0.4391	0.01581 0.6816	0.05108 0.1846	0.04475 0.2453	-0.07486 0.0517	1 0	0.1269 0.0009
8726501	-0.03601 0.3499	0.05239 0.1737	-0.01128 0.7698	-0.00161 0.9666	-0.06144 0.1105	-0.01027 0.7898	0.04866 0.2064	0.03325 0.3881	0.0102 0.7912	-0.01851 0.6309	-0.01437 0.7092	0.1269 0.0009	1 0

APENDICE 6.5

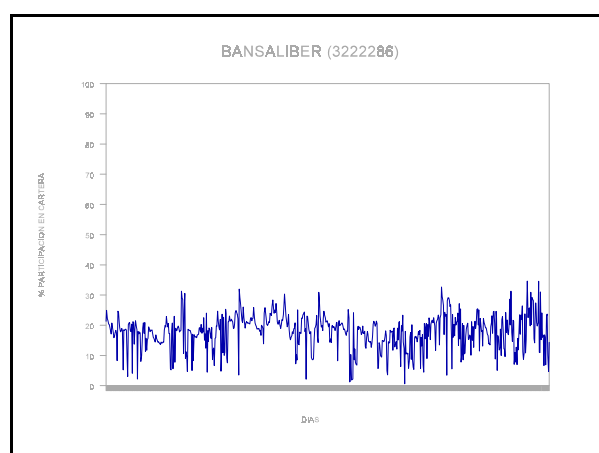
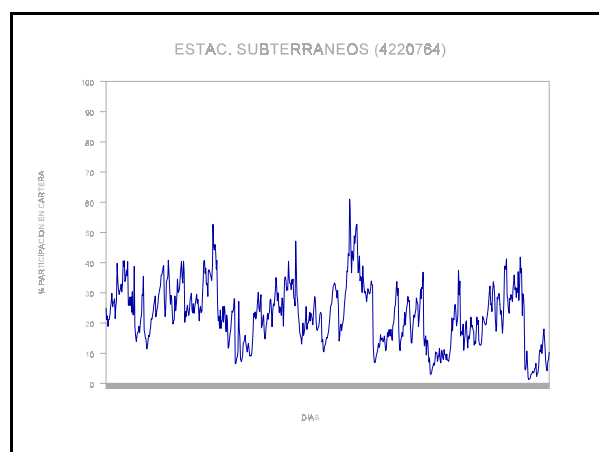
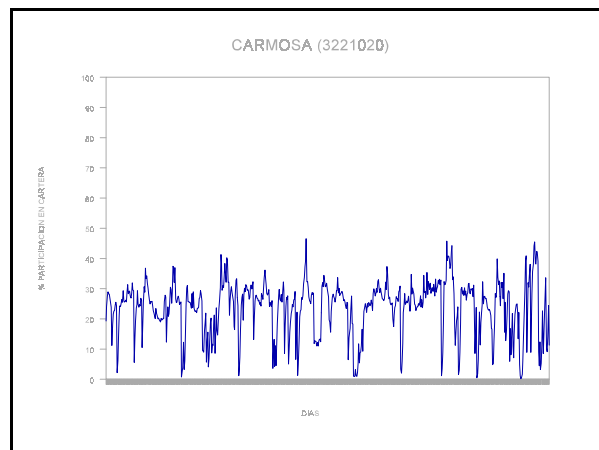


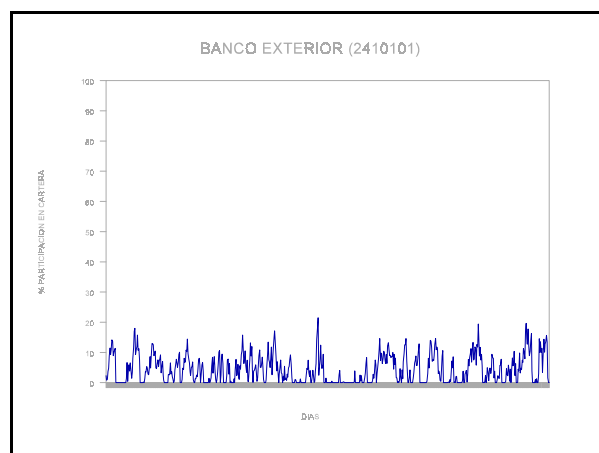
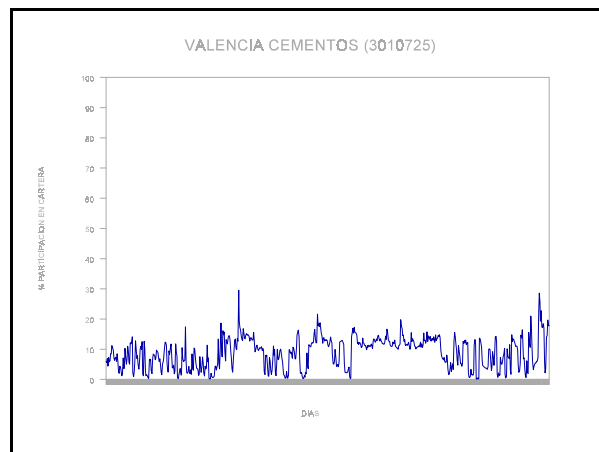
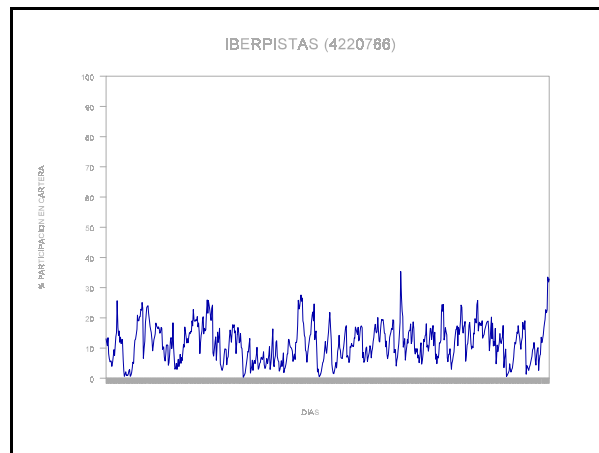
Trazo superior: riesgo del índice.
Trazo inferior: riesgo de la cartera.

APENDICE 6.6

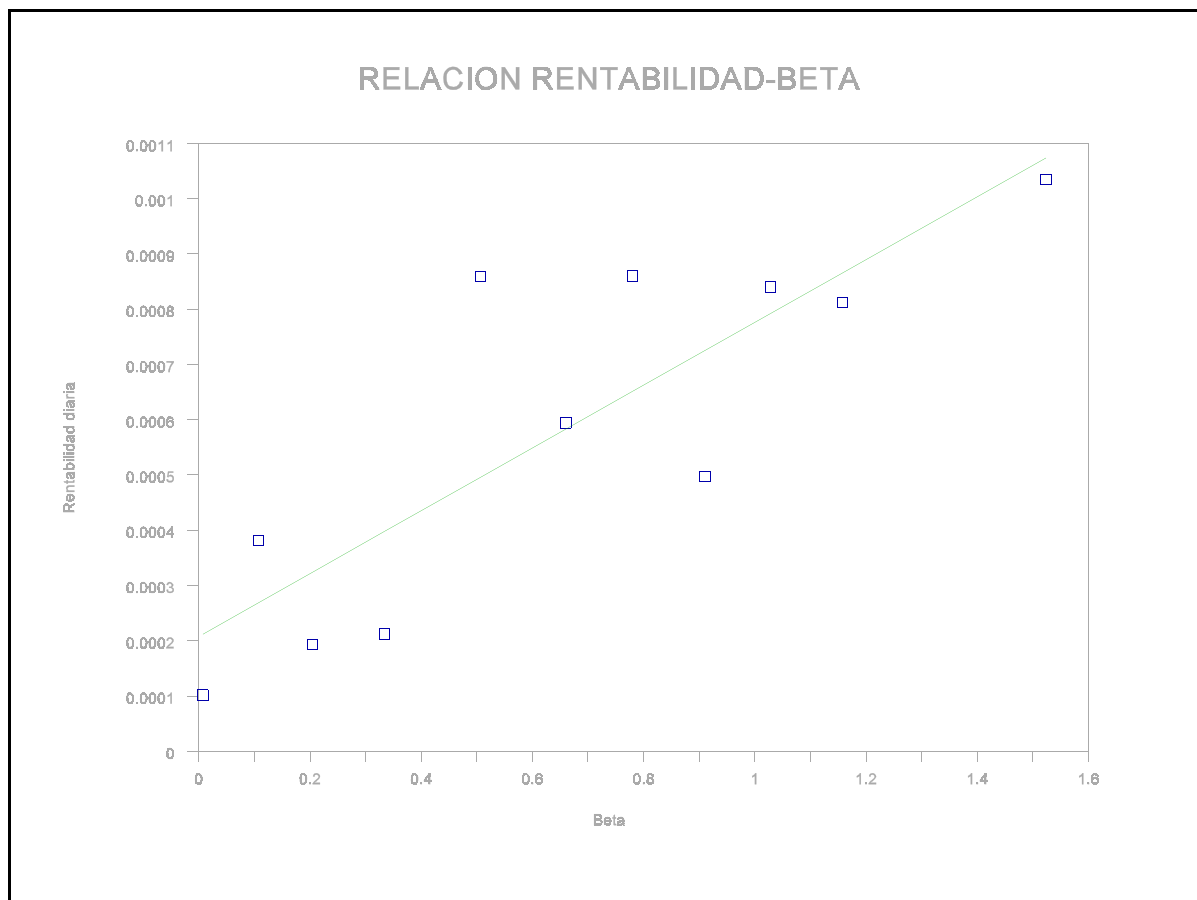


APENDICE 6.7





APENDICE 6.8



Salida de Regresión:

Constante	0.000208
Err Std de Y Est	0.000185
R al Cuadrado	0.703208
Nº de Observaciones	11
Grados de Libertad	9

Coeficiente(s) X	0.000568
Err Std de Coef.	0.000123

APENDICE 6.9

TITULO	COEFICIENTE SIMETRIA	TITULO	COEFICIENTE SIMETRIA
2410101	1.086093	3010725	0.841247
2410121	0.611754	3010758	0.152033
2410132	-0.27655	3010773	0.168011
2410136	0.240775	3015732	0.391774
2410140	0.309128	3020786	0.196338
2410144	0.04954	3021295	0.0815
2410174	0.516832	3210710	0.162243
2410180	0.005329	3210902	1.412678
2410189	-0.8286	3210911	0.971653
2410191	-0.03028	3220908	-0.47491
2410195	1.168228	3221020	0.610906
2420102	0.331784	3222286	-0.9265
2420106	1.340524	3611403	0.420861
2420121	0.655785	3611450	0.22484
2420132	0.63256	3611457	0.336703
2420143	0.171307	3611461	0.059427
2420164	0.643711	3621449	0.875752
2420186	0.545912	3710604	0.258813
2510117	0.291024	3821022	0.589245
2520126	0.37367	3910830	0.351533
2610201	0.098053	3910860	0.730831
2610204	-0.00743	3911607	-0.09523
2610209	-0.23788	3911610	0.679213
2610220	0.243571	3921680	0.185526
2610229	-0.16985	4011634	-0.16239
2610235	0.148729	4011638	0.725743
2610237	0.634062	4211705	0.078884
2610249	-0.03931	4220730	0.087045
2610260	0.110197	4220764	0.89488
2610265	0.012905	4220766	0.942768
2620222	0.314474	4220772	0.309044

2620224	0.33046	4220779	-0.18517
2620268	0.167681	4220782	0.01094
2710425	-0.11467	4410805	0.988563
2711102	-0.31251	8726001	0.221984
2720306	0.711433	8726501	0.193751
2910635	1.476168	0099000	0.193387

APENDICE 6.10

Resultados de las carteras donde todos los títulos candidatos a formar parte de la cartera han cotizado un mínimo del 90% de los días de cotización

TITULO	%PARTICI- PACION MEDIA EN LA CARTERA	%D.TIPICA DE LAS PARTICI- PACIONES	TOTAL DIAS TITULO EN CARTERA	% TOTAL DIAS TITULO EN CARTERA	ORDEN SEGUN RENTABI- LIDAD	BETA MEDIA	D.TIPIC A BETA
*2720306	24.16%	11.46%	670	99.11%	37	0.23207 5	0.12381 5
*3921680	19.96%	8.49%	675	99.85%	31	0.73440 5	0.14273 7
*3010773	17.65%	14.36%	670	99.11%	53	1.47322	0.41517 8
*2410101	11.24%	14.78%	363	53.70%	40	0.29026 7	0.10033 3
2610209	7.61%	4.24%	674	99.70%	54	0.34684	0.10628 7
*3210710	6.84%	5.62%	608	89.94%	55	1.05407 8	0.31089
*3710604	6.16%	4.58%	624	92.31%	34	1.19527 2	0.23466 5
*2410140	3.17%	4.44%	401	59.32%	39	0.70044 9	0.22904 1
*2420186	1.66%	3.15%	249	36.83%	9	0.15046 9	0.04088 9
*2620224	0.59%	1.23%	254	37.57%	28	0.53834 4	0.12498 7
*2610265	0.55%	1.82%	105	15.53%	45	1.04719 4	0.16852 6
*3611457	0.38%	1.86%	40	5.92%	42	0.55853 2	0.23974 7
*2610220	0.04%	0.27%	25	3.70%	1	1.03419	0.22055 9

Los títulos con asterístico fueron seleccionados a finales de 1993 para formar parte del índice general en 1994.

TITULO	RIESGO TOTAL		RIESGO ESPECIFICO	
	media	d.típica	media	d.típica
2410101	-245.89%	153.13%	-155.97%	108.23%
2410140	70.91%	14.92%	83.21%	8.61%
2420186	-92.01%	85.82%	2.22%	44.04%
2610209	83.59%	8.58%	91.94%	4.25%
2610220	85.53%	6.90%	91.30%	4.13%
2610265	78.38%	7.74%	84.43%	5.57%
2620224	80.01%	9.79%	89.67%	4.95%
2720306	49.08%	21.67%	74.20%	11.89%
3010773	84.26%	12.29%	88.33%	9.32%
3210710	84.43%	9.76%	90.82%	5.64%
3611457	46.18%	43.95%	69.54%	25.09%
3710604	85.85%	6.29%	90.80%	3.99%
3921680	71.33%	12.10%	82.63%	7.29%
INDICE GENERAL	28.84%	30.73%		

BIBLIOGRAFIA CITADA

- Bachelier, L. (1900): "Theory of Speculation". Reproducido en P. Cootner (1964): The random Character of Stock Market Prices" The MIT Press, Cambridge.
- Baillie, R.T. y Bollerslev, T. (1992): "Prediction in Dynamics Models with Time-dependent Conditional Variances" *Journal of Econometrics*, 52, abril/mayo, 91-113.
- Ball, R. (1988): "What Do We Know About Stock Market 'Efficiency'", en: A Reappraisal of the Efficiency of Financial Markets, *NATO ASI Series*, 25-56.
- Barlett, M.S. (1946): "On the Theoretical Specification of Sampling Properties of Autocorrelated Time Series" *Journal of the Royal Statistical Society. Series B*, 8
- Baumol, W.J. (1963): "An Expected Gain-confidence Limit Criterion for Portfolio Selection". *Management Science*, 10, 174-182.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

Belkaoui, A. (1977): "Canadian Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model", *Journal of Finance*, 32, 1320-1324.

Bera, A.K. y Jarque, C.M. (1981): "An Efficient Large-Sample Test for Normality of Observations and Regressions Residuals" *Working Paper in Econometrics*, 40, Australian National University, Cambera.

Bera, A.K. y Higgins, M.L. (1993): "A Survey of ARCH Models: Properties Estimation and Testing" *Journal of Economic Surveys*, 7, 305-362

Berndt, E.K., Hall, B.H., Hall, R.E. y Hausman, J.A. (1974): "Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models", *Annals of Economic and Social Measurement*, 3/4, octubre, 653-665.

Black, F., Jensen, M.C. y Scholes, M. (1972): "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Test". *Studies in the Theory of Capital Markets*, ed. Jensen, M.C., Nueva York. Praeger.

Bloomfield, T., Leftwich, R. y Long, Jr., J.B. (1977): "Portfolio Strategies and Performance". *Journal of Financial Economics*, 5, 201-218.

Blume, Marshall (1971): "On the Assessment of Risk", *Journal of Finance*, Vol. 26, 1-10.

Blume, Marshall (1975): "Betas and Their Regresssion Tendencies". *Journal of Finance*, 30, 785-795.

Bollerslev, T. (1986): "Generalized Autoregresive Conditinal Heterokedasticity", *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

Bollerslev, T., Chou, R.Y. y Kroner, K.F. (1992): "ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence", *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

Bollerslev, T. y Wooldridge, J.M. (1992) "Quasi-maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time-varying Covariances", *Econometrics Reviews*, 11, 143-179.

Bougerol, P. y Picard, N. (1992): "Stationarity of GARCH Processes of Some Nonnegative Time Series", *Journal of Econometrics*, 52, 115-127.

Bradfield, D.J. (1994): "A Diagnostic Model for Improving the Efficiency of an Existing Portfolio". *European Journal of Operational Research*, 74, 284-293.

Brenner, M. y Smidt, S. (1977): "A Simple Model of Non-stationarity of Systematic Risk". *Journal of Finance*, 32, 1081-1092.

Brennan, M.J. (1991): "Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM)", *Información Comercial Española*, 689, 31-39.

Breusch, T.S. y Pagan, A.R. (1979): "A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficient Variation", *Econometrica*, 47, 1287-1294.

Brown, B.N. (1971) "Martingale Central Limit Theorems", *Annals of Mathematical Statistics*, 42, 59-66.

Brown K.C., Harlow, W.V. y Tinic, S.M. (1988): "Risk Aversion, Uncertain Information, and Market Efficiency", *Journal of Financial Economics*, 22, 355-385.

Brown, S.J. (1977): "Heteroscedasticity in the Market Model: A Comment", *Journal of Business*, 50, Enero, 80-83.

Clark, P.K. (1973): "A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance for Speculative Prices", *Econometrica*, 41, 135-155.

S))Q

Cornell, B. (1981): "The Relationship Between Volume and Price Variability in Futures Markets", *Journal of Futures Markets*, 1, 303-316.

Domowitz, I. y Hakkio, C.S. (1985): "Conditional Variance and the Risk Premium in the Foreign Exchange Market". *Journal of International Economics*, 19, 47-66.

Elton, E.J. y Gruber, M.J. (1974): "On the Optimality of Some Multiperiod Portfolio Selection Criteria" *Journal of Business*, 47, 231-243.

Elton, E.J. y Gruber, M.J. (1991): *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, John Wiley & Sons.

Engle, R.F. (1982): "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, Vol 50, No 4, 987-1008.

Engle, R.F., Lilien, D.M. y Robins, R.P. (1987): "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: the ARCH-M Model". *Econometrica*, Vol. 55, No. 2, Marzo, 391-407.

Engle, R.F. y González Rivera, G. (1990): "Semiparametric ARCH Models" *Journal of Business and Economic Statistics*, 9, 345-359.

Epps, T.W. y Epps, M.L. (1976): "The Stochastic Dependence of Security Price Changes and Transaction Volumes: Implications for the Mixture of Distributions Hypothesis", *Econometrica*, 44, 305-322.

Fama, E.F. (1965 a): "Portfolio Analysis in a Stable Paretian Market". *Management Science*, 11, 404-419.

Fama, E.F. (1965 b): "The Behavior of Stock Market Prices", *Journal of Business*, 38, 34-105.

S))Q

Fama, E.F., Fisher, L., Jensen, M.C. y Roll, R. (1969): "The Adjustment of Stock Prices to New Information". *International Economic Review*, 10, 1-21.

Fama, E.F. (1970): "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work", *Journal of Finance*, 25 383-417.

Fama E.F., and MacBeth, J.D. (1973): "Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests". *Journal of Political Economy* 81, Mayo/Junio, 607-636.

Fama, E.F. y MacBeth, J.D. (1974): "Test of the Multiperiod Two Parameter Model". *Journal of Financial Economics*, 1, Mayo, 43-66.

Fried, I., Blume, M. y Crockett, J. (1970): *Mutual Funds and Other Institutional Investors*, New York: McGraw Hill.

Gibbons, M., Ross, S. y Shanken, J. (1989): "A Test of the Efficiency of a Given Portfolio". *Econometrica*, 57, 1059-1090.

Giacchetto, C. y Ali, M.M. (1982): "Optimum Distribucion-free Tests and Further Evidence of Heterocedasticity in the Market Model", *Journal of Finance*, 37, 1247-1258.

Granger, C.W.J. y Andersen, A.P. (1978): *An Introduction to Bilinear Time Series Models*, Vandenhoeck y Ruprecht, Gottingen.

Hastie, K. (1967): "The Determination of Optimal Investment Policy". *Management Science*, 13, 757-774.

Hausman, J.A. (1978): "Specification Tests in Econometrics", *Econometrica*, 46, 1251-1271.

Henriksson, R.D. y Merton, R.C. (1981): "On Market Timing and Investment Performance II. Statistical Procedures for Evaluating Forecasting Skills". *Journal of Business*, 54, No.4, Octubre, 513-533.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

Houthankker, H.S. (1960): "The Capacity Method of Quadratic Programming" *Econometrica*, 28, 62-87.

Hsieh, D.A. (1988): "The Statistical Properties of Daily Foreign Exchange Rates: 1974-1983" *Journal of International Economics*, 24, 129-145.

Huang, R.D. (1988): "Test of Market Models: Heteroskedasticity or Misspecification?", *Journal of Banking and Finance*, 12, 439-455.

Ibbotson, R., y Sinquefeld. R.A. (1979, 1984): "Stocks, Bonds, Bills, and Inflation: Historical Returns". *The Financial Analysts Research Foundation*, University of Virginia.

Jensen, M. (1969): "Risk the Pricing of Capital Assets, and the Evaluation of Investment Portfolios" *Journal of Business*, 42, n^o2 Abril, 167-247.

Johnson, K.H. y Shannon, D.S. (1975): "Portfolio Maintenance Strategies Revisited" *Atlantic Economic Journal*, 3, 25-35.

Kendall, M.G. (1953): "The Analysis of Economic Time Series: Part I, Prices", *Journal of the Royal Statistical Society*, 96, 11-25.

Klein, B. (1977): "The Demand for the Quality-adjusted Cash Balances: Price Uncertainty in the U.S. Demand for Money Function" *Journal of Political Economy*, 85, 691-715.

Krämer, W. y Runde, R. (1994): "Some Pitfalls in Using Empirical Autocorrelations to Test for Zero Correlation among Common Stock Returns", en *Econometric Analysis of Financial Markets*, Kaehler-Kugler(Eds), Viena, Austria, 1-10.

Lee, S. y Hansen, B.E. (1994): "Asymptotic Theory for the GARCH(1,1) Quasi-maximum Likelihood Estimator" *Econometric Theory*, 10, 29-52.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

Lintner, J. (1965): "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", *Review of Economics and Statistics*, 47, febrero, 13-37.

Lumsdaine, R.L. (1991): "Asymptotic Properties of the Quasi-maximum Likelihood Estimator in GARCH(1,1) and IGARCH(1,1) Models", Department of Economics, Princeton University.

Lumsdaine, R.L. (1995): "Finite Sample Properties of the Maximum Likelihood Estimator in GARCH(1,1) and IGARCH(1,1) models; A Monte Carlo Investigation", *Journal of Business & Economic Statistics*, Enero, Vol. 13, No.1, 1-10.

Mandelbrot, B. (1963 a): "The Variation of Certain Speculative Prices". *Journal of Business*, 36, 394-419.

Mandelbrot, B. (1963 b): "New Methods in Statistical Economics". *Journal of Political Economy*, 71, 421-440.

Mandelbrot, B. (1967): "The Variation of some other Speculative Prices" *Journal of Business*, 40, 393-413.

Markowitz, H. (1952): "Portfolio Selection" *Journal of Finance*, marzo, 77-91.

Markowitz, H. (1959): *Portfolio, Selection: Efficient Diversification of Investment*, John Wiley, Nueva York.

Martin, J.D. y Klemkosky, R.C. (1975): "Evidence of Heteroscedasticity in the Market Model", *Journal of Business* 48, Enero, 81-86.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

- McCurdy, T.H. y Morgan, I. (1988) "Testing the Martingale Hypothesis in Deutsche Mark Futures with Models Specifying the Form of Heteroscedasticity" *Journal of Applied Econometrics*, 3, 187-202.
- McLeod, A.I. y Li, W.K. (1983), "Diagnostic Checking ARMA Time Series Models Using Squared-residuals Autocorrelations," *Journal of Time Series Analysis*, 4, 269-273.
- Milhoj, A. (1987): "A Conditional Variance Model For Daily Observations of an Exchange Rate", *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, 99-103.
- Morgan I.G. (1976): "Stock Prices and Heteroscedasticity", *Journal of Business*, 49, 496-508.
- Mossin, J (1968): "Optimal Multiperiod Portfolio Policies". *Journal of Business*, 41, 215-229.
- Nelson, D.B. (1990): "Stationarity and Persistence in the GARCH(1,1) Model", *Econometric Theory*, 6, 318-334.
- Nieto Carol, U. (1993): "*El Mercado de Valores Organización y Funcionamiento*", Bolsa de Madrid, Civitas.
- Pagan y Schwert (1990): "Alternative Models for Conditional Stock Volatility" *Journal of Econometrics*, 45, 267-290.
- Peiró, A. (1994): "La Distribución de la Rentabilidad de las Acciones: Evidencia Internacional", II Foro de Finanzas, Instituto de Empresa, Madrid.
- Perry, P.R. (1982): "The Time-variance Relationship of Security Returns: Implications for the Return-generating Stochastic Process", *Journal of Finance*, 37, 857-870.
- Praetz, P.D. (1972): "The Distribution of Share Price" *Journal of Business*, 45, Enero, 49-55.
- Rogalski, R.J. (1978): "The Dependence of Prices and Volume", *Review of Economics and Statistics*, 60, 268-274.

S))Q

- Roll, R. (1977): "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests: Part I: On the Past and Potential Testability of the Theory", *Journal of Financial Economics*, Marzo, 129-176.
- Ross, S. (1976): "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing". *Journal of Economics Theory*, 13, Diciembre, 341-360.
- Sharpe, W.F. (1963): "A Simplified Model for Portfolio Analysis". *Management Science*, Vol. IX, No. 2, Enero, 277-293.
- Sharpe, W.F. (1964): "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk". *Journal of Finance*, 19, septiembre, 425-442.
- Sharpe, W.F. (1966): "Mutual Fund Performance" *Journal of Business*, 39, n°1 Parte 2, Enero, 119-138.
- Sharpe, W.F. (1967): "A Linear Programming Algorithm for Mutual Fund Portfolio Selection", *Management Science*, 13, 499-510.
- Sharpe, W.F. (1970): *Portfolio Theory and Capital Markets*, McGraw-Hill, New York.
- Sharpe, W.F. (1991): "Los Precios de los Bienes de Capital: Una Teoría del Equilibrio del Mercado Bajo Condiciones de Riesgo". *Información Comercial Española*, 689, Volumen II, enero, 20-30.
- Tauchen, G.E. y Pitts, M. (1983): "The Price Variability-volume Relationship on Speculative Markets", *Econometrica*, Vol 51, No 2. 485-505.
- Taylor, S. (1988): *Modeling Financial Time Series*. John Wiley & Sons.
- Tobin, J. (1958): "Liquidity Preference as Behavior Towards Risk". *Review of Economics Studies*, 25, febrero, 65-86.

S))))))))))))))))))))))))))))))))))))))Q

Treynor, J. (1965): "How to Rate Management of Investment Funds" *Harvard Business Review*, 43, n°1, Enero/Febrero, 63-75.

Von Neumann, J., y Morgenstern, O. (1947): *Theory of Games and Economic Behavior*.
Princeton University Press.

Weiss, A.A. (1984): "ARMA Models with ARCH Errors", *Journal of Times Series Analysis*,
Vol 5, No 2, 129-143.

Weiss, A.A. (1986): "Asymptotic Theory for ARCH Models: Estimation and Testing"
Econometric Theory, 2, 107-131.

White, H. (1980): "A Heteroskedasticity-consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct
Test for Heteroskedasticity", *Econometrica*, Vol 48, No 4, mayo, 817-838.

Whitmore, G.A. (1970): "Diversification and the Reduction of Dispersion: A Note", *Journal
of Financial and Quantitative Analysis*, 2, 263-264.

Wolfe, P. (1959) "The Simplex Method for Quadratic Programming". *Econometrica*, 27, 382-
398.

Ying, C.C. (1966): "Stock Market Prices and Volumes of Sales", *Econometrica*, 34,
676-685.