

48/2002-03

**UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA  
UNIDAD DE TERCER CICLO Y POSTGRADO**

Reunido el día de la fecha, el Tribunal nombrado por el Excmo. Sr. Rector Magfco. de esta Universidad, el/a aspirante expuso esta TESIS DOCTORAL.

Terminada la lectura y contestadas por el/a Doctorando/a las objeciones formuladas por los señores miembros del Tribunal, éste calificó dicho trabajo con la nota de SOBRESALIENTE

"CUM LAUDE" POR UNANIMIDAD

Las Palmas de Gran Canaria, a 28 de abril de de 2003.

El/a Presidente/a: Dra.Dña. Beatriz González López-Valcárcel ,

El/a Secretario/a: Dr.D. Eduardo Acosta González,

El/a Vocal: Dr.D. Manuel Navarro Ibáñez,

El/a Vocal: Dr.D. Simón Sosvilla Rivero,

El/a Vocal: Dr.D. Francisco José Ledesma Rodríguez,

La Doctoranda: Dª. Yolanda Santana Jiménez,

**EL RIESGO CAMBIARIO**

**Y**

**EL EFECTO EURO EN LOS TIPOS DE**

**CAMBIO DE CONTADO**

**Yolanda Santana Jiménez**

**Tesis Doctoral dirigida por el Dr. Jorge V. Pérez Rodríguez**  
**Departamento de Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión**  
**Programa de Doctorado de Economía Aplicada**

**Universidad de Las Palmas de Gran Canaria**

**El Director**

**La Doctoranda**

**Fdo: Jorge V Pérez Rodríguez**

**Fdo: Yolanda Santana Jiménez**

**Las Palmas de Gran Canaria, a 28 de Marzo de 2003.**

*A mis padres, a Jose  
y a Jorge*

## Agradecimientos

Quisiera mostrar mi más sincera gratitud a Jorge, porque a lo largo de estos años no sólo ha sido un buen director, junto a quien he aprendido y me he formado, sino que también ha sido un buen amigo que ha sabido apoyarme en los momentos malos, y ha sido muy paciente conmigo. Además, el hecho de haberlo tenido como Director de Tesis me ha dado la oportunidad de conocer más de cerca a un brillante investigador y a una excelente persona.

Quisiera también agradecer los ánimos y el apoyo que he recibido de muchas otras personas durante estos años: a mis compañeros de departamento, que siempre supieron tener unas palabras de aliento, especialmente a Marga y a Juan, por estar ahí siempre que lo he necesitado; a mis amigos más cercanos y a mi novio, que han sido testigos de este proceso; y por supuesto, a mis padres, que tienen casi más ilusión que yo en que pase esta página de mi vida.

A todos, gracias.

Las Palmas de Gran Canaria, Marzo de 2003

# ÍNDICE

---

<b>Introducción</b> .....	1
<b>PARTE I: Teoría y modelos sobre el riesgo cambiario</b> .....	9
<b>Capítulo 1: El riesgo cambiario: Definición, modelos y aplicaciones</b> .....	11
1. Introducción.....	11
2. Los riesgos financieros.....	13
2.1. La percepción del riesgo y la aversión al riesgo.....	14
2.2. Tipología de los riesgos financieros.....	16
3. El riesgo cambiario.....	20
3.1. El papel del mercado de contado y plazos en divisas para la eliminación del riesgo cambiario.....	22
3.2. El papel del riesgo cambiario en las teorías de determinación de los tipos de cambio.....	23
3.3. La modelización del riesgo cambiario en el contexto de los modelos de valoración de activos.....	29
3.3.1. Comportamientos característicos de los mercados de capitales internacionales.....	30
3.3.2. Antecedentes teóricos de los modelos de valoración de activos de capital.....	32
3.3.3. Modelo internacional de valoración de activos de capital intertemporal ( <i>ICAPM: International Capital Asset Pricing Model</i> ).....	39
3.3.4. Modelo de valoración de activos con coeficiente de aversión al riesgo constante.....	44
3.3.4.1. Una breve comparación entre teorías de paridad de interés.....	48
4. Aplicaciones empíricas y estudios sobre el riesgo cambiario.....	50
4.1. Diferentes técnicas de medición de la volatilidad del tipo de cambio.....	50
4.2. Primas de riesgo y modelos de volatilidad condicional del tipo de cambio al contado.....	52
4.2.1. Modelo de Baillie y Bollerslev (1990).....	53

4.2.2. Modelo de Malliaropulos (1995).....	55
4.3. Primas de riesgo y modelos de valoración de activos.....	59
4.3.1. Primas de riesgo constantes y eficiencia.....	59
4.3.2. Variables latentes.....	64
4.3.3. La teoría de valoración por arbitraje y los modelos multifactoriales de valoración de activos de capital.....	66
4.3.4. Primas de riesgo variables y heterocedasticidad condicional autorregresiva.....	70
4.3.4.1. Versión no lineal del modelo internacional de valoración de activos de capital.....	71
1) Modelo de McCurdy y Morgan (1991).....	71
2) Modelo de Malliaropulos (1997).....	72
4.3.4.2. Versión linealizada del modelo internacional de valoración de activos de capital con coeficiente de aversión al riesgo.....	73
1) Modelo de Ayuso y Restoy (1996).....	73
2) Modelo de Lim y McNelis (1998).....	74
4.3.5. Versión condicional completa del modelo de valoración de activos de capital.....	77
4.3.6. Precios Kernel.....	80
<b>Capítulo 2: No linealidad, procesos ARCH y riesgo cambiario.....</b>	<b>81</b>
1. Introducción.....	81
2. No linealidad en la evolución de los precios de los activos.....	83
2.1. Regularidades empíricas de las series financieras.....	86
3. El riesgo cambiario y los modelos uniecuacionales ARCH.....	87
3.1. Modelización de la simetría.....	88
3.1.1. ARCH(p). Hipótesis del proceso ARCH(p).....	88
3.1.2. GARCH(p,q).....	91
3.1.3. ARCH(p) exponencial y de valor absoluto.....	92
3.1.4. ARCH(p) multiplicativo ó logarítmico.....	93
3.1.5. NARCH(p).....	93
3.1.6. Desviación estándar.....	95
3.1.7. Componente ARCH.....	95

3.2. Modelización de la asimetría.....	96
3.2.1. Modelo de Glosten, Jagannathan y Runkle.....	97
3.2.2. Modelo EGARCH(p,q) o ARCH exponencial generalizado.....	97
3.2.3. Modelo GARCH asimétrico no lineal (NAGARCH).....	98
3.2.4. Modelo HARCH.....	99
3.2.5. Modelo QARCH.....	100
3.2.6. Modelo VARCH.....	100
3.3. Modelización semiparamétrica y no paramétrica.....	100
3.3.1. Regresión por el método Kernel (núcleo).....	101
3.3.2. Forma flexible de Fourier (FFF).....	102
3.3.3. Modelo alisado o <i>spline</i> .....	103
3.4. Modelización de la estacionalidad.....	104
3.4.1. Volatilidad condicional y patrones periódicos intradía.....	105
3.5. Modelización de la media condicionada no nula.....	107
3.5.1. Modelo ARCH(p)-M.....	108
3.5.2. Modelo GARCH(p,q)-M.....	110
3.6. Modelización de la integrabilidad en varianza.....	111
3.7. Estimación máximo verosímil de los modelos uniecuacionales.....	114
3.7.1. Algunos tipos de funciones de verosimilitud.....	115
3.7.2. Algoritmos de optimización y estimación máximo verosímil.....	118
3.7.3. Estimación robusta de los parámetros. Estimación Cuasi-MV.....	119
3.8. Contrastes de especificación.....	122
4. El riesgo cambiario y los modelos multiecuacionales GARCH.....	124
4.1. Breve caracterización de los modelos VAR.....	124
4.1.1. Especificación y estimación del modelo.....	126
4.1.2. Usos de los modelos VAR.....	128
4.1.2.1. Análisis de causalidad.....	128
4.1.2.2. Análisis de respuesta al impulso.....	130
4.1.2.3. Descomposición de la varianza del error de predicción.....	131
4.2. Modelos GARCH multiecuacionales.....	132

4.2.1. Especificación del modelo M-GARCH(p,q).....	133
4.2.2. Restricciones sobre los parámetros.....	134
4.2.3. Covarianza estacionaria.....	137
4.2.4. Estructuras observacionalmente equivalentes.....	137
4.2.5. El modelo de regresión multiecuacional.....	139
4.2.6. Estimación del modelo multiecuacional.....	139
<b>PARTE II: Efecto euro y riesgo cambiario.....</b>	<b>143</b>
<b>Capítulo 3: Datos y periodo de análisis.....</b>	<b>145</b>
1. Introducción.....	145
2. Notación.....	147
3. Descripción de las variables observadas con frecuencia diaria.....	148
3.1. Descripción del periodo.....	148
3.2. Propiedades estadísticas de las variables.....	153
3.2.1. Contrastes de integrabilidad.....	160
3.2.2. Contrastes de autocorrelación y efectos ARCH.....	161
4. Descripción de las variables observadas con frecuencia mensual.....	164
4.1. Descripción del periodo.....	164
4.2. Propiedades estadísticas de las variables.....	170
4.2.1. Contrastes de integrabilidad.....	174
4.2.2. Contrastes de autocorrelación y efectos ARCH.....	175
<b>Capítulo 4: Primas de riesgo, remuneración del riesgo y volatilidad condicional.....</b>	<b>179</b>
1. Introducción.....	179
2. Relación lineal entre excesos de rendimiento y nivel de riesgo.....	180
3. Coeficiente de remuneración al riesgo constante y primas de riesgo.....	184
3.1. Modelos de tipo GARCH-M.....	185
3.1.1. Caso de la peseta con respecto al dólar.....	188
3.1.2. Caso de la libra con respecto al dólar.....	200
3.1.3. Caso del yen con respecto al dólar.....	208
3.2. Modelo de Malliaropulos (VAR-GARCH-M).....	210
3.2.1. Caso de la peseta y libra con respecto al dólar.....	213
3.2.2. Caso de la peseta y yen con respecto al dólar.....	221

3.2.3. Caso de la peseta, libra y yen con respecto al dólar.....	228
<b>Capítulo 5: Primas de riesgo, beta condicional, coeficiente de aversión al riesgo y volatilidad condicional.</b> .....	<b>237</b>
1. Introducción.....	237
2. Riesgo cambiario en el modelo ICAPM. El beta condicional.....	238
2.1. Caso de la peseta con respecto al dólar. ....	241
2.2. Caso de la libra con respecto al dólar.....	248
2.3. Caso del yen con respecto al dólar.....	254
2.4. Factores explicativos del beta condicional.....	260
3. Riesgo cambiario en el modelo CAR. El coeficiente de aversión al riesgo.....	264
3.1. Coeficiente de aversión al riesgo constante. ....	264
3.1.1. Caso de la peseta con respecto al dólar.....	267
3.1.2. Caso de la libra con respecto al dólar. ....	273
3.1.3. Caso del yen con respecto al dólar.....	278
<b>Capítulo 6: Coeficientes de remuneración y aversión al riesgo variables en el tiempo.</b> .....	<b>283</b>
1. Introducción.....	283
2. Una justificación de la variabilidad del CRR y CAR.....	284
2.1. Razones por las que pueden variar el CRR y CAR en el tiempo.....	285
3. Probabilidad de régimen de alta volatilidad.....	287
3.1. Un modelo de regímenes cambiantes para la volatilidad.....	288
3.2. Análisis empírico.....	290
4. Coeficiente de remuneración al riesgo variable y primas de riesgo.....	293
4.1. Modelos recursivos de tipo GARCH-M. Estimación cuasi-máximo verosímil.....	293
4.1.1. Caso de la peseta con respecto al dólar.....	295
4.1.2. Caso de la libra con respecto al dólar. ....	300
4.1.3. Caso del yen con respecto al dólar.....	305
4.2. Modelo de Malliaropulos. Estimación cuasi-máximo verosímil.....	306
4.2.1. Caso de la peseta y libra con respecto al dólar.....	306
4.2.2. Caso de la peseta y yen con respecto al dólar.....	309

4.2.3. Caso de la peseta, libra y yen con respecto al dólar.....	311
4.3. Factores explicativos de la tendencia del precio del riesgo estimado para la peseta/dólar. ....	313
4.3.1. Estudio de la integrabilidad de las series de precios.....	314
4.3.2. Estudio de la relación de equilibrio a largo plazo entre el precio del riesgo para la peseta/dólar, los tipos de cambio, índices bursátiles y tipos de interés. ....	315
4.3.2.1. La cointegración multiecuacional.....	315
4.3.2.2. Análisis empírico.....	318
5. Coeficiente de aversión al riesgo variable.....	322
5.1. Caso de la peseta con respecto al dólar.....	322
5.2. Caso de la libra con respecto al dólar.....	323
5.3. Caso del yen con respecto al dólar. ....	324
<b>Conclusiones</b> .....	<b>327</b>
<b>Bibliografía</b> .....	<b>337</b>
<b>Anexos</b> .....	<b>359</b>
<b>Anexo 1</b> .....	<b>361</b>
<b>Anexo 2</b> .....	<b>367</b>
<b>Anexo 3</b> .....	<b>371</b>
<b>Anexo 4</b> .....	<b>377</b>
<b>Anexo 5</b> .....	<b>381</b>
<b>Anexo 6</b> .....	<b>387</b>
<b>Anexo 7</b> .....	<b>393</b>

## INTRODUCCIÓN

---

La introducción del euro a partir del 1 de enero de 1999 a efectos contables, y su puesta en circulación desde el 1 de enero de 2002 sustituyendo definitivamente a las monedas nacionales de los países que cumplían los criterios de convergencia, debe situarse en el proceso de integración europea iniciado en 1958 con la creación de la Comunidad Económica Europea (CEE) constituida inicialmente por Alemania, Bélgica, Francia, Holanda, Luxemburgo e Italia, e incrementada posteriormente con las incorporaciones de Dinamarca, Irlanda y Reino Unido en 1973, Grecia en 1981, España y Portugal en 1986 y Austria, Finlandia y Suecia en 1995.

Aunque se fueron eliminando progresivamente las barreras a los intercambios entre los países miembros, la existencia de numerosas monedas nacionales constituía un obstáculo a la plena integración de los mercados. Este motivo hizo que a finales de los años ochenta se decidiese establecer una moneda común que facilitase la creación de un mercado único europeo. La moneda se denominó inicialmente ECU (*European Currency Unit*), pero en la Cumbre de Madrid de 1995 se cambió su denominación a euro y se estableció como fecha de entrada en vigor de la misma el 1 de enero de 1999. Sin embargo, no todos los países de la Unión Europea (UE) han adoptado esta moneda, puesto que desde el inicio del proceso de integración se consideró que los países miembros de la UE debían comprometerse con la estabilidad económica. De esta forma, Alemania, Austria, Bélgica, España, Finlandia, Francia, Holanda, Irlanda, Italia, Luxemburgo y Portugal cumplieron los requisitos establecidos, conformando la Unión Monetaria Europea, la cual ha proporcionado a estos países una moneda común y un mercado único que ha permitido establecer una política monetaria europea conjunta que

propicie el crecimiento uniforme de los países que integran el mercado único. Asimismo, la introducción del euro, además de constituir un hito en la historia reciente de la economía europea, ha supuesto la eliminación del riesgo cambiario entre los países integrantes de la Unión Monetaria, así como la progresiva desaparición de las barreras que favorecen la segmentación entre los mercados financieros. Estos países han conseguido la plena integración después de un periodo de transición y participación en el Sistema Monetario Europeo (SME), cuyo grado de credibilidad resultó ser muy importante, no sólo porque incidió en su propia estabilidad, sino por los efectos reales derivados de la aplicación de las políticas económicas<sup>1</sup>.

A la luz de los estudios académicos para el periodo de vigencia del SME, y dentro de la literatura económica de los tipos de cambio, se observa un interés especial por el análisis de la credibilidad de dicho sistema. Así lo han demostrado diversos trabajos basados en los estudios teóricos en el marco de la *teoría de las zonas objetivo de tipos de cambio*, que modelizan el comportamiento de los tipos en un sistema de cambios fijos pero ajustables dentro de unas bandas<sup>2</sup>. Por ejemplo, en la literatura aplicada sobre los tipos de cambio, se ha aprovechado este marco para intentar medir el grado de confianza que los agentes económicos otorgaron al Mecanismo de Cambios e Intervención (MCI). Así, muchos trabajos analizaron la credibilidad del SME, como por ejemplo Svensson (1991), Weber (1991), Bertola y Svensson (1993), Gómez y Montalvo (1997), el indicador de credibilidad de Malliaropulos (1995), el indicador basado en dinámica no lineal propuesto por Fernández-Rodríguez *et al.* (1997), o los diferentes trabajos de Ledesma, Navarro, Pérez-Rodríguez y Sosvilla (1999a, b, c y 2000), que proporcionan una panorámica de las diferentes medidas de credibilidad utilizadas en la literatura de tipos de cambio, así como una aplicación y comparación de las mismas para diversas monedas del SME<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup> El concepto de credibilidad puede ser definido como el grado de creencia asignado por los agentes a los anuncios o compromisos asumidos por los gestores de la política económica. Por ejemplo, la credibilidad sería nula cuando los agentes no diesen por ciertos los anuncios públicos y máxima cuando los aceptasen absolutamente como seguros. Así, el estudio de la credibilidad del SME es un análisis del grado de compromiso de las autoridades monetarias para mantener la paridad central de su moneda, aceptando la fluctuación del tipo de cambio en torno a ella dentro de unas bandas o límites superior e inferior.

<sup>2</sup> Por ejemplo, el modelo de Bertola y Caballero (1992) introduce el riesgo estocástico de realineamiento en las paridades centrales en el modelo básico de Krugman (1991), que es el primero dentro de la literatura de zonas objetivo de tipos de cambio.

<sup>3</sup> En la actualidad, el análisis de la credibilidad podría centrarse en las monedas de las nuevas economías que se incorporarán a la Unión Europea en breve, para configurar un área económica de 25 países. Así,

Dicho esto, cabe cuestionarse cuáles son las ventajas que ha comportado la Unión Monetaria. La Unión Monetaria ha traído importantes beneficios para todos los países miembros. Es indudable que el primer elemento positivo del euro para nuestro país trasciende los límites de la economía, pues España se ha visto inmersa en un proyecto político más amplio, sólido y estable. Pero, además de este primer aspecto, existen otros elementos positivos asociados a la introducción del euro, como son la estabilidad económica (garantizada por el cumplimiento de unas condiciones de convergencia exigidas a todos los países para la implantación del euro y para su buen funcionamiento posterior); el fomento de los intercambios comerciales entre los países de la Unión Monetaria, un mayor crecimiento económico y mayores oportunidades de trabajo; la mayor transparencia en los mercados al ser posible comparar, por ejemplo, los salarios y los precios de los productos de los diferentes países, lo que facilitará la competencia, la estabilidad de precios y una baja inflación; y, finalmente, una moneda más fuerte, pues detrás del euro se encuentra un conjunto de economías sólidas que, conjuntamente con el Banco Central Europeo, tendrán como objetivo primordial el mantenimiento de la estabilidad de los precios y la contención del déficit y el endeudamiento público, y que a su vez poseen un gran peso en la esfera internacional. Todo esto puede propiciar que la nueva moneda sea un importante competidor del dólar, lo que fortalecerá el poder de negociación a nivel internacional y permitirá que los agentes económicos europeos soporten un menor riesgo de cambio. Además, el euro también será una moneda internacional de reserva y compartirá el mercado mundial con el dólar y el yen.

Pues bien, transcurridos cuatro años desde la entrada en vigor del euro, sólo uno desde la circulación fiduciaria, y una vez culminada la plena integración económica y monetaria, son nulos o escasos los estudios que analizan el grado de impacto que comportan estas ventajas de pertenencia a la Unión Monetaria y que afectan a nuestro país<sup>4</sup>. No obstante, puesto que el estudio de cada uno de los hechos beneficiosos enunciados sobre la Unión Monetaria resultaría excesivo, el objetivo general de la

---

estos países serán Alemania, Austria, Bélgica, España, Chipre, Dinamarca, Eslovaquia, Eslovenia, Estonia, Finlandia, Francia, Grecia, Holanda, Hungría, Irlanda, Italia, Letonia, Lituania, Luxemburgo, Malta, Polonia, Portugal, Reino Unido, República Checa y Suecia.

<sup>4</sup> No obstante, cabe destacar, que para el conocimiento de la autora y hasta este momento, sólo se conoce un trabajo publicado que analiza el impacto del euro sobre los mercados bursátiles [por ejemplo, Morana y Beltratti (2002)] y algunos otros trabajos en curso que analizan el efecto euro sobre las carteras de renta fija [como, por ejemplo, Hernández, Pérez-Rodríguez y Valero (2003)].

presente Tesis Doctoral se circunscribe al estudio del efecto del euro sobre el riesgo cambiario de los tipos de cambio de contado con respecto al dólar<sup>5</sup>, por ser la economía norteamericana la principal competidora de la europea. Con ello, este análisis permitirá contemplar la fortaleza o debilidad de nuestra moneda frente al dólar, más allá de comparaciones relativas a la apreciación o depreciación de la misma, simplemente a través del análisis del riesgo cambiario en sus diferentes concepciones. Además, a efectos meramente ilustrativos, este estudio también se llevará a cabo para los tipos de cambio de la libra/dólar y yen/dólar con la finalidad de comprobar el impacto sobre el riesgo de esas divisas como consecuencia del efecto exógeno de la entrada del euro, descartándose el estudio del euro/libra o euro/yen.

La metodología que se empleará para conseguir el objetivo de esta Tesis será doble. Por un lado, se utilizará el marco teórico de los modelos de valoración de activos de capital internacional (ICAPM) empleando el trabajo seminal de McCurdy y Morgan (1991), que se caracteriza porque analizan el riesgo sistemático de diversas monedas frente al dólar. Por otro lado, como metodología econométrica, se utilizarán los modelos no lineales de series temporales de tipo ARCH, propuestos originariamente por Engle (1982), como técnica econométrica para aproximar la incertidumbre o riesgo cambiario. La justificación de su empleo se basa en que muchos estudios sobre tipos de cambio usan estos modelos para representar el riesgo. No obstante, dada la naturaleza de la variable que deseamos modelizar (la prima de riesgo), se utilizarán los modelos en media para la varianza condicional heterocedástica, tanto uniecuacionales [por ejemplo, el modelo GARCH-M de Engle, Liliens y Robins (1987) y algunas variantes del mismo] como los modelos vectoriales autorregresivos en media de varianza condicional de tipo GARCH multiecuacional o VAR-GARCH-M [por ejemplo, la especificación de Baba, Engle, Kraft y Kroner (1990)].

El periodo de estudio que se analizará abarca desde la última fase de pertenencia de la peseta al SME (1996-1998, la cual coincide con los años finales de la fase de plena integración económica) hasta el periodo subsiguiente que caracteriza a los primeros años de funcionamiento del euro (1999-2001). La elección de estos periodos obedece a

---

<sup>5</sup> El riesgo financiero relaciona la volatilidad de un resultado inesperado con los movimientos de las variables financieras. Algunos de estos riesgos son el riesgo de interés, de cambios, sobre índices bursátiles, etcétera. La terminología de riesgo es amplia, y vocablos como: sigma, beta, duración, convexidad, delta, gamma, theta, etc., forman parte del léxico habitual de trabajo con las variables financieras. La gestión profesional del riesgo ha demostrado su relevancia en el mundo empresarial o corporativo, y así, por ejemplo, las grandes empresas multinacionales practican la cobertura de los tipos de cambio.

que se trata de analizar la tendencia del riesgo antes y después de la fecha de entrada en funcionamiento del euro, estudiando diversas cuestiones que permitirán averiguar si el riesgo no observable de la peseta/dólar (euro/dólar, desde el 1 de enero de 1999) ha experimentado o ha estado sometido a fuertes o débiles inestabilidades como consecuencia de la incertidumbre generada por la puesta en funcionamiento del euro.

En este sentido, las principales aportaciones de esta Tesis Doctoral son dos.

La primera aportación es el análisis de la prima de riesgo cambiaria para la peseta/dólar, (y para la libra/dólar y yen/dólar con fines comparativos). Para ello, se emplean diferentes modelizaciones empíricas y teóricas de los excesos de rendimiento cambiario y de las rentabilidades de los tipos de cambio. Las cuestiones que podrán estudiarse referidas al riesgo cambiario son variadas. Así, por ejemplo, podremos analizar si se ha incrementado o reducido el riesgo cambiario de la peseta/dólar (euro/dólar) en términos de la volatilidad condicional; si el precio o coeficiente de remuneración del riesgo es significativo y constante en el tiempo; si se ha reducido la prima de riesgo no observable; si se ha reducido el riesgo sistemático del euro/dólar; si el agente representativo de la economía ha sido averso al riesgo; o si la aversión al riesgo es constante en el tiempo.

Concretamente, dentro del enfoque estrictamente empírico, analizamos los siguientes modelos: se estudian, por un lado, distintas modelizaciones univariantes GARCH-M para el exceso de rendimiento cambiario, considerando además distintas funciones de verosimilitud para el error condicional del modelo. En estos modelos se relaciona el exceso de rendimiento cambiario con la desviación típica condicional siendo el factor de proporcionalidad el coeficiente de remuneración del riesgo. Este enfoque ha sido empleado, por ejemplo, por Domowitz y Hakkio (1985), McCurdy y Morgan (1987, 1988 y 1989) y Hsieh (1989). Por otro lado, a partir del enfoque multiecuacional propuesto por Malliaropoulos (1995), se proporciona una expresión alternativa para la prima de riesgo, relacionando la variación de los tipos de cambio con la varianza condicional.

Alternativamente, se consideran también unos modelos que se circunscriben al marco teórico de los modelos de valoración de activos de capital internacional o ICAPM. Dentro de este enfoque, se analizará, en primer lugar, la versión no linealizada del modelo ICAPM que relaciona el exceso de rendimiento cambiario con el exceso de

rendimiento bursátil mediante un factor de proporcionalidad denominado beta condicional. Esta es la esencia del modelo propuesto por McCurdy y Morgan (1991). En segundo lugar, se estudiará además la versión linealizada del modelo ICAPM, que incorpora el coeficiente de aversión al riesgo (CAR) y permite la descomposición de la prima de riesgo en tres componentes: uno de ellos viene dado por la volatilidad del exceso de rendimiento cambiario; otro está asociado a la covariabilidad entre el exceso de rendimiento cambiario y la inflación; y el último está asociado a la covariabilidad entre el exceso de rendimiento cambiario y la rentabilidad del mercado bursátil. Este escenario requiere el empleo de datos mensuales dado que la tasa de inflación no está disponible con frecuencia diaria. Una aplicación de este modelo es la realizada por Ayuso y Restoy (1996).

La segunda aportación consiste en analizar la posibilidad de que el coeficiente de remuneración del riesgo varíe en el tiempo (CRRV) o que el coeficiente de aversión relativa al riesgo de los agentes también se modifique temporalmente (CARV), puesto que para el conocimiento de la autora no existen trabajos para la economía española que, estudiando la prima de riesgo cambiaria, analicen estas cuestiones.

El estudio de la evolución temporal de estos coeficientes puede justificarse por varios motivos. Por un lado, es posible que exista cambio estructural en las preferencias de los individuos o en la distribución de la riqueza, y la aversión al riesgo puede ser inestable en diferentes periodos. Por otro lado, las reglas de formación de las expectativas de los agentes cambian, debiendo existir un proceso de aprendizaje que permita no sólo renovar las expectativas con la nueva información, sino también revisar las propias reglas de formación de las expectativas. Y por último, la hipótesis de las expectativas formadas por los agentes para el tipo de cambio puede adoptar diferentes esquemas, permitiendo que los agentes formen expectativas distintas sobre un mismo fenómeno, incluso con la misma información.

Por ello, y atendiendo a los motivos enunciados anteriormente, introduciremos un procedimiento de estimación recursiva de los coeficientes de los modelos que permitirá averiguar la tendencia e inestabilidad con la que se incorpora la nueva información. En este sentido, se realizará una estimación máximo verosímil recursiva conjunta de los modelos de dinámica de los tipos de cambio y excesos de rendimiento cambiario así como de la varianza condicional de tipo ARCH, tanto uniecuacional como

multiecuacionalmente, que representan la manera en que se medirá el riesgo en esta Tesis Doctoral. De esta forma, se podrá investigar la inestabilidad de ciertos coeficientes así como la tendencia, magnitud y signo de dos parámetros relevantes en la caracterización del riesgo en esta Tesis, como son el precio del riesgo o coeficiente de remuneración del riesgo que es variable en el tiempo, y el CAR variable en el tiempo para el agente representativo de la economía.

La organización de esta Tesis Doctoral es la siguiente. Se distinguen dos Partes.

La Parte I caracteriza las cuestiones metodológicas referidas a la teoría y los modelos de valoración de activos de capital (Capítulo 1) y la modelización econométrica de la varianza condicional de tipo ARCH, tanto uniecuacional (GARCH-M, EGARCH-M, entre otros) como multiecuacional a través de los modelos VAR-GARCH en media (Capítulo 2) para representar el riesgo cambiario no observado.

Por otro lado, la Parte II se ocupa esencialmente del análisis empírico del efecto del euro sobre el riesgo cambiario a través de diferentes perspectivas de la modelización de la prima de riesgo, la cual es obtenida a partir de la varianza condicional de los rendimientos cambiarios o a partir de los excesos de rendimiento cambiario. Así, el Capítulo 3 describe los datos utilizados en la Tesis, para dos bases de datos específicamente consideradas: una con frecuencia diaria para el periodo que abarca desde el 1 de enero de 1996 hasta el 12 de enero de 2001; y otra con frecuencia mensual para el periodo que abarca desde enero de 1977 hasta diciembre de 2000. El Capítulo 4 se ocupa de analizar, a través de algunos de los modelos empíricos más clásicos, el comportamiento de la prima de riesgo mediante una descomposición entre el precio de riesgo y la volatilidad condicional. En este capítulo se tendrán en cuenta dos enfoques: el uniecuacional y el multiecuacional. En el Capítulo 5 se analizan los modelos de valoración de activos de capital en dos de sus versiones más relevantes aplicadas al contexto de los tipos de cambio, y usando modelos multiecuacionales de tipo VAR-GARCH en media. Estas versiones son el modelo ICAPM y el modelo CAR, y también se estudian cuáles son los factores explicativos del riesgo sistemático o beta condicional. Finalmente, en el Capítulo 6 se realiza un estudio de la recursividad del coeficiente de remuneración del riesgo, analizándose cuáles son los factores explicativos del porqué las series de precios de riesgo poseen tendencia en el tiempo, utilizando la metodología de la cointegración multiecuacional. También se analizan los

regímenes dominantes en la volatilidad antes y después de la entrada del euro, empleándose los modelos de cambios de régimen Markovianos para la varianza.

Por último, se finaliza con un capítulo dedicado exclusivamente a las conclusiones finales de esta Tesis Doctoral.

PARTE II

**TEORÍAS Y MODELOS SOBRE EL  
RIESGO CAMBIARIO**

---

# CAPÍTULO 1

## EL RIESGO CAMBIARIO: DEFINICIÓN, MODELOS Y APLICACIONES

---

### 1. Introducción.

La situación de riesgo de mercado más simple corresponde a la de un agente que debe comprar o vender una cantidad fijada de antemano en una fecha también conocida con antelación. Por lo tanto, los agentes económicos saben que en un futuro próximo efectuarán una transacción de características dadas. Esta situación se produce, por ejemplo, para el agricultor que debe vender su cosecha dentro de tres meses, y también para el exportador o el importador que deberán vender o comprar divisas para poder hacer frente a las obligaciones que resultan de su actividad comercial. Se produce asimismo para el tesorero de la empresa que sabe que deberá prestar o tomar prestado en función de los flujos de tesorería que se produzcan.

En cada uno de estos casos, el agente asume un riesgo, correspondiente a la posible fluctuación del precio de mercado en el futuro, ya sea el precio de la cosecha, el tipo de cambio o el tipo de interés.

Para limitar este riesgo existen diversas posibilidades. Es posible, por ejemplo, comprar divisas a plazo, o intentar obtener una línea de crédito con un tipo de interés fijado de antemano. En ambos casos, el agente entra en una relación contractual con un banco o una entidad crediticia a la que transfiere su riesgo, por lo que ésta exigirá una

retribución. Esta retribución corresponde en cada contrato a un riesgo específico, en cuanto a su plazo, a su objeto y a su volumen.

Pues bien, para el caso que nos ocupa, se dice que si el tipo de cambio al contado es superior al tipo de cambio fijado en el contrato a plazo, la operación de cobertura que se realice generará ganancias; en el caso contrario genera pérdidas. Por ejemplo, supongamos el tipo de cambio peseta/dólar. Se dice que la peseta está “a descuento” ( el dólar “a premio”) cuando su cotización a plazo es inferior a su cotización al contado. En este caso, los inversores españoles intentarán aprovechar el diferencial comprando dólares en el mercado de contado y vendiéndolos en el mercado *forward* o de plazo.

En resumen, los contratos a plazo permiten realizar el objetivo de eliminar el riesgo de cambio, o más generalmente, el riesgo de mercado. Existe una relación en la literatura sobre el análisis de la eficiencia entre el tipo de cambio a plazo y el riesgo cambiario. Cuando el mercado es ineficiente por ser los agentes aversos al riesgo, éstos están dispuestos a pagar una prima de riesgo a cambio de cerrar su posición en divisas acudiendo al mercado a plazos.

Otro aspecto que afecta al grado de riesgo es el tipo de esquema cambiario elegido por los estados. Parece intuitivo afirmar que los esquemas cambiarios flexibles conllevan mayor volatilidad de los tipos de cambio, y por tanto, mayor riesgo. A lo largo del siglo XX ha existido una clara polémica entre los defensores de los esquemas flexibles y los fijos. Tras la ruptura del acuerdo de Bretton Woods, en 1971, muchos países optaron por instaurar flexibilidad entre las principales monedas. No obstante, como todos sabemos, actualmente Europa aboga por las ventajas de un esquema fijo, sacrificando la autonomía de las políticas monetarias a cambio de una mayor estabilidad en el comercio e inversiones internacionales<sup>7</sup>.

Dada la importancia que adquiere el riesgo cambiario en el ámbito de las compañías multinacionales, existe una extensa literatura que se interesa en cuantificar el

---

<sup>7</sup> Sin embargo, los trabajos empíricos que relacionan la estabilidad cambiaria con el volumen de negociación no son concluyentes. Por ejemplo, mientras que McCallum (1995) encuentra una relación directa entre ambas variables, Wei (1996) no encuentra una relación significativa. Bacchetta y Van Wincoop (2000), por otro lado, introducen un modelo de equilibrio general junto con la hipótesis de paridad del poder de compra, y obtienen que no necesariamente un esquema cambiario conlleva mayor volumen de negociación. Côté (1994) presenta un *survey* argumentando que la relación esquema cambiario versus volumen de negociación depende del grado de competitividad, de la aversión relativa al riesgo y del grado de exposición al riesgo cambiario, y concluye que en general, se obtiene una relación inversa, pero poco significativa.

riesgo cambiario modelizándolo a partir de diferentes técnicas. En muchos de estos estudios, se ha demostrado la existencia de riesgo cambiario significativo, es decir, distinto de cero estadísticamente, por ejemplo: en Baillie y Bollerslev (1990), Malliaropulos (1995), Ayuso y Restoy (1996), Lim y McNelis (1998). Sin embargo, muchos trabajos realizados en el entorno del Sistema Monetario Europeo han impuesto la hipótesis de paridad descubierta de intereses y mercados cambiarios eficientes, suponiendo por tanto riesgo cambiario no significativo. Este es el caso de los modelos de zonas objetivo<sup>8</sup>, tanto con credibilidad perfecta como imperfecta de las bandas de fluctuación. En el entorno de las monedas del SME tenía sentido imponer esta hipótesis de comportamiento, ya que la política del sistema forzaba a que los tipos de cambio dentro del mismo tuvieran un comportamiento homogéneo. Sin embargo, en un entorno sin restricciones, entre monedas que fluctúan libremente entre ellas, como es el caso del euro, la libra y el yen con respecto al dólar, existe una prima de riesgo relevante.

En el presente capítulo se desarrollarán en el epígrafe 2 diferentes aspectos sobre el riesgo cambiario, incluyendo su concepto, tipología, la gestión y caracterización del mismo. En el epígrafe 3 se realizará una revisión de la literatura existente sobre la modelización del riesgo cambiario, en el contexto de modelos de valoración de activos y el capítulo finalizará exponiendo en el epígrafe 4 las principales aplicaciones empíricas realizadas en este ámbito.

## **2. Los riesgos financieros.**

El riesgo cambiario es un factor que está encuadrado dentro del conjunto de los riesgos financieros a los que están sujetos los agentes inversores. En general, los riesgos financieros están relacionados con las posibles pérdidas monetarias en los mercados financieros debido a cambios en las variables financieras que afecten a las posiciones abiertas que mantienen los agentes inversores. Los movimientos en las variables financieras, tales como las tasas de interés y los tipos de cambio, constituyen una fuente importante de riesgos para la mayoría de las empresas.

---

<sup>8</sup> Krugman (1991) plantea un modelo de credibilidad perfecta de las bandas de fluctuación del Sistema Monetario Europeo, mientras que Bertola y Svensson (1993) y Svensson (1991) desarrollan modelos en los que permiten realineamiento.

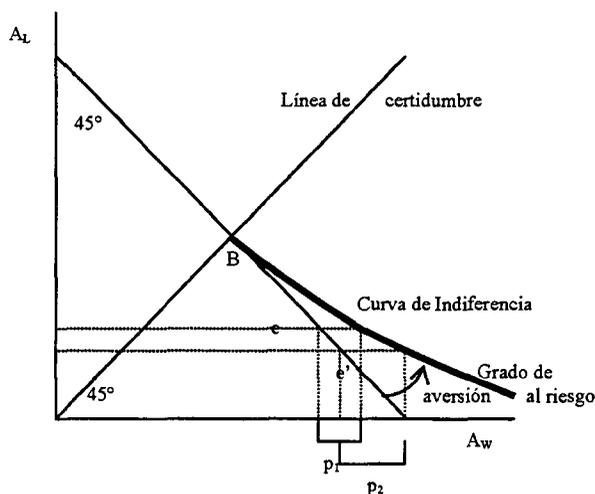
En este epígrafe procederemos a comentar brevemente y de forma general los principales riesgos financieros así como la percepción que del riesgo tienen los agentes inversores.

### 2.1. La percepción del riesgo y la aversión al riesgo.

Dada la importancia de los conceptos percepción y aversión al riesgo, consideramos de interés analizar los efectos de una variación de los mismos sobre la curva de indiferencia de un agente representativo. Concretamente, mostraremos cómo un incremento de la volatilidad o del grado de aversión al riesgo provocan que un agente averso al riesgo sufra un incremento en la prima de riesgo para conseguir mantener el mismo nivel de satisfacción que el alcanzado antes del cambio.

Para una mayor comprensión, ilustraremos gráficamente la situación planteada: consideraremos dos posibles estados,  $L$  y  $W$ . El estado  $W$  se corresponde con una situación de bonanza económica, mientras que el estado  $L$  representa un escenario negativo. Dada una inversión inicial  $e$ , le corresponde un pago  $A_W$  en el estado  $W$ , o bien un pago  $A_L$  en el estado  $L$ . Tal como se ha definido la situación, el pago en el estado de bonanza será mayor que en el escenario negativo, partiendo de una misma inversión inicial  $e$ . Si consideramos que existe igual probabilidad de que la economía se sitúe en uno u otro estado, el pago esperado es la media de los pagos  $A_L$  y  $A_W$ . Según esto, la recta con pendiente negativa de  $45^\circ$  representa combinaciones de los pagos en los que el valor esperado no varía. Por otro lado, la recta con pendiente positiva, recoge situaciones en las que los pagos recibidos en ambos estados son iguales, es decir, representa situaciones en las que no existe incertidumbre en la economía. Por tanto, podemos interpretar que cuanto más alejado se encuentre un punto de esta línea, mayor es el grado de incertidumbre.

Figura 1.1. Cambio en la volatilidad o percepción del riesgo.

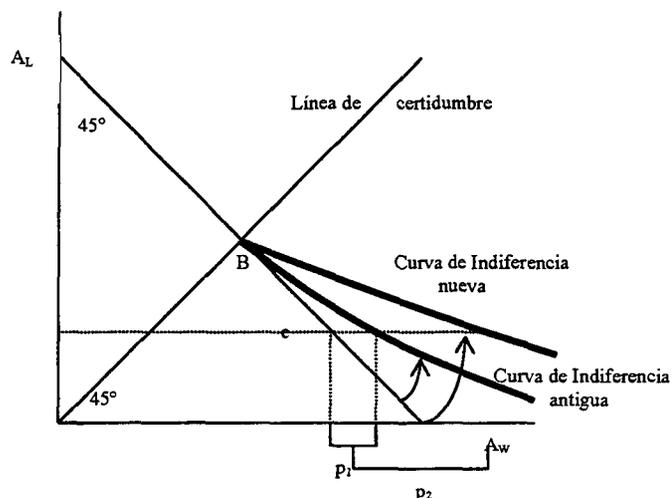


Consideramos un individuo averso al riesgo cuya inversión inicial está representada por el punto  $e$  de la figura 1.1; si se le permite moverse a lo largo de la línea de valor esperado constante, éste contrataría un seguro hasta llegar al punto  $B$ , punto en el cual no existe incertidumbre, ya que recibiría un mismo pago en cualquiera de los dos estados. Hay que destacar que dado que el individuo es averso al riesgo, las curvas de indiferencia son convexas, alcanzándose un grado de satisfacción superior en el punto  $B$  que en el  $e$ . Por otro lado, dicho individuo podría conseguir el mismo nivel de satisfacción que en  $B$ , optando por una situación incierta, en el que  $A_w$  sería mayor, pero a costa de una prima de riesgo  $p_1$ .

Si se produce un incremento en la volatilidad, es decir, nos situamos en un punto  $e'$  más alejado de la línea de certidumbre, observamos que para alcanzar el mismo nivel de satisfacción que en  $B$  el inversor debe situarse en una posición de incertidumbre con una mayor prima de riesgo,  $p_2$ .

En la figura 1.2 se representa un cambio en el grado de aversión al riesgo del individuo. Concretamente, dada una distribución de pagos, un aumento en el grado de aversión implica que la nueva curva de indiferencia es más inelástica, incrementándose la prima de riesgo.

Figura 1.2. Cambio en la aversión al riesgo.



## 2.2. Tipología de los riesgos financieros.

Los riesgos financieros pueden ser de diversos tipos<sup>9</sup>. Por un lado, se encuentra el riesgo de mercado, dentro del cual distinguimos el riesgo de interés como factor común, el de renta fija, el de renta variable, el riesgo de tipo de cambio y el de derivados. Otros tipos de riesgo son también el de crédito, el riesgo operacional, el de liquidez, el de solvencia, el riesgo de normativa o legal, y el riesgo reputacional.

A continuación explicaremos brevemente cada uno de ellos.

### i) Riesgo de mercado.

El riesgo de mercado o de posición se puede definir como la probabilidad de incurrir en pérdidas motivadas por la evolución negativa de los precios en los mercados organizados en los que la entidad ha decidido invertir sus recursos. Este riesgo surge con la posibilidad de que las expectativas sobre la evolución futura de los tipos de interés, los tipos de cambio, cotizaciones de las acciones y precio de las opciones no coincida con la evolución real cuando se tiene una posición abierta en el correspondiente mercado.

<sup>9</sup> Véase Jorion (1997) para una clasificación exhaustiva de los tipos de riesgo.

Existen una serie de factores que ocasionan la variabilidad de los activos de mercado (valores de renta fija, renta variable y divisas):

- a) El riesgo de interés como factor común. Se define como la probabilidad de que se produzcan fluctuaciones en la estructura de tipos de interés y cómo esto puede afectar a la rentabilidad interna neta de los activos del balance. Esta variabilidad en los tipos de interés hace surgir dos tipos de riesgos diferentes según las consecuencias que ocasiona: por un lado, el riesgo de precio, de mercado o de posición, y por otro lado, el riesgo de reinversión. El riesgo de precio, de mercado o de posición es aquel que surge de la variación en el precio de un activo financiero causado por las variaciones de los tipos de interés y que afectan al valor de la cartera constituida. Este riesgo puede identificarse como la elasticidad del precio o valor de mercado de un activo financiero respecto a los tipos de interés. Por otro lado, el riesgo de reinversión es aquél derivado de la posibilidad de no obtener, para un determinado periodo de tiempo, la rentabilidad esperada, cuando el hábitat de la inversión es superior al vencimiento de los activos que forman parte de su cartera.
  
- b) Riesgo de renta fija. Las entidades financieras disponen de un importante nivel de liquidez, que les ha obligado a incrementar el peso de la cartera de valores dentro de su balance. Dentro de las carteras de las entidades bancarias, por ejemplo, los activos negociables de mayor participación son los valores de renta fija (sobre todo pública). El aumento de los tipos de interés explícitos produce efectos contrapuestos en la rentabilidad interna de la cartera de renta fija. Por un lado, el aumento de la demanda hará que el precio de los valores aumente disminuyendo la rentabilidad obtenida y por otro lado, surgirán las ganancias procedentes del crecimiento en el valor de mercado de la cartera por efecto de las reinversiones.
  
- c) Riesgo de renta variable. Surge con la posibilidad de variación del valor de mercado de los activos de renta variable. Este valor depende de la rentabilidad mínima exigida por los accionistas según las circunstancias internas y externas de la empresa emisora de la acción. La rentabilidad de estos activos está basada en la expectativa de beneficios futuros, materializados en dividendos. Los elementos externos que

influyen en la cotización de la empresa, que no pueden ser controlados por la misma y afectan a todos los valores del mercado, son los denominados factores de riesgo sistemático. Un ejemplo de estos factores serían las medidas de política monetaria, variación en la normativa tributaria, etc. Por otro lado, los factores de riesgo que afectan de forma específica a las empresas son los factores de riesgo no sistemático, como el incremento de la eficiencia del proceso productivo, cambios de la plantilla directiva, etc.

- d) Riesgo de tipo de cambio. Se puede definir como la posibilidad de que un movimiento adverso de los tipos de cambio al contado de las distintas divisas en las que una entidad tiene denominados sus derechos y obligaciones afecte negativamente al patrimonio neto de dicha institución, medido como diferencia en el valor de mercado de sus derechos y obligaciones expresado en su moneda local. Para estimar el riesgo de tipo de cambio hay que determinar qué posiciones exponen a la entidad a variaciones en el valor de mercado ante movimientos adversos en los tipos de cambio. Las posiciones que pueden exponer a una entidad a riesgo de tipo de cambio en el mercado son principalmente tres: posiciones de contado o al contado, con un vencimiento inferior a dos días hábiles; posiciones a plazo o *forward*, con un vencimiento superior a dos días hábiles y posiciones en futuros y opciones en divisas.
- e) Riesgo de derivados. Se ha observado empíricamente que la volatilidad calculada simultáneamente para diferentes opciones sobre un mismo subyacente (diferencias en cuanto a fecha y precio de ejercicio) no es constante, en contraposición con los modelos tradicionales de valoración de opciones, que suponen que la volatilidad del subyacente es la misma, sea cual sea el precio de ejercicio o el vencimiento de la opción. De ahí que el riesgo de derivados resulte uno de los aspectos más difíciles en el contexto de la gestión de riesgos.

**ii) Riesgo sistemático y no sistemático.**

El riesgo total de un valor puede descomponerse en un riesgo no sistemático o diversificable, propio de cada empresa, que puede eliminarse diversificando la cartera de activos, y en un riesgo sistemático o no diversificable, el cual no puede ser eliminado. Ejemplos de factores que capturan el riesgo sistemático son, por ejemplo, el cambio no esperado del gasto nacional, la rentabilidad del índice de mercado o la tasa de inflación.

Por lo tanto, el riesgo total de una cartera se reduce cuando ésta se diversifica. En consecuencia, podemos decir que la incertidumbre de una cartera bien diversificada está altamente correlacionada con la del mercado, y el riesgo relevante para un inversor es aquel que no puede ser diversificado incluyendo otros activos en la cartera.

**iii) Riesgo de crédito.**

El riesgo de crédito se presenta cuando las contrapartes están poco dispuestas o imposibilitadas para cumplir sus obligaciones contractuales. La administración del riesgo de crédito tiene tanto aspectos cualitativos como cuantitativos. La determinación de la credibilidad de una contraparte es el componente cualitativo. Los avances recientes han conducido a la evaluación cuantitativa del riesgo de crédito. Algunas de las técnicas utilizadas habitualmente para la medición del riesgo de mercado se están aplicando para la valoración del riesgo de crédito.

**iv) Riesgo operacional.**

Se refiere a las pérdidas potenciales resultantes de fallos de carácter operativo. Este riesgo cubre una enorme variedad de riesgos específicos: riesgo de realización de operaciones no autorizadas, fraude, errores humanos, pérdidas de personal, problemas con los métodos de evaluación y simulación, problemas tecnológicos, etc. La mejor protección contra el riesgo operacional consiste en la redundancia de sistemas, la definición clara de responsabilidades con fuertes controles internos y planeación regular de contingencias. Algunos riesgos operacionales tienen una importancia crítica. Casi

todas las grandes pérdidas surgen de los riesgos operacionales que no han sido correctamente manejados.

#### **v) Riesgo de liquidez.**

Es el riesgo de pérdidas que surge del coste de la liquidación de una posición, debido a que los mercados no son perfectamente líquidos. La falta de liquidez de los mercados se manifiesta en costes de intermediación altos, bajo movimiento del mercado, bajo número de mediadores y diferenciales entre precios de compra y de venta significativos. Esto significa que los operadores que deseen liquidar posiciones habrán de pagar significativas comisiones para hacerlo: existen altos costes de transacción, y lleva tiempo encontrar un comprador.

El riesgo de liquidez asume dos formas básicas: liquidez mercado/producto y flujo de efectivo/financiación. El primer tipo de riesgo se presenta cuando una transacción no puede ser conducida a los precios prevalecientes en el mercado debido a una baja operatividad en él. El riesgo de flujo de efectivo se refiere a la incapacidad de conseguir el cobro de flujos de caja necesarios, lo cual puede forzar a una liquidación anticipada.

### **3. El riesgo cambiario.**

El riesgo de cambio hace referencia a cómo las variaciones en los tipos de cambio de las divisas afectan al rendimiento de las inversiones. El reciente proceso de globalización que se está desarrollando en los últimos años conlleva a que cada vez más compañías multinacionales y entidades aseguradoras estén expuestas a las variaciones de los tipos de cambio. Este hecho supone, en principio, tanto una fuente de oportunidades como de retos para estas compañías, debiendo ser capaces de detectar las fuentes de riesgo a que están sometidas y de buscar medios para controlar el mismo. Concretamente, el riesgo de cambio aparece en los siguientes tipos de transacciones: las exportaciones, tendrán riesgo de cambio si sus contratos se realizan en divisas extranjeras. Por ejemplo, una depreciación de dicha divisa acarreará pérdidas al

vendedor. Las importaciones, tendrán riesgo de cambio cuando el comprador deba pagarlas en una divisa extranjera. Las pérdidas por dicho riesgo aparecerían si se produjese una apreciación de dicha divisa. Los préstamos al extranjero, como pueden ser los préstamos en divisas proporcionados por los bancos, o las garantías dadas por la compañía matriz a los préstamos contraídos en el extranjero por una filial suya, conllevan igualmente riesgo, ya que una depreciación de la divisa extranjera será perjudicial para el prestamista al repatriar su dinero. Las inversiones directas en el extranjero, por su parte, están sometidas al riesgo de cambio de varias formas. Si una empresa filial tiene su balance denominado en la divisa extranjera, cualquier variación de su tipo de cambio afectará al valor de la filial y, por tanto, al del grupo empresarial a la hora de consolidar las cuentas. Los intercambios de flujos comerciales y financieros entre la matriz y la filial al estar denominados en dos monedas distintas también estarán sometidos a dicho riesgo. Por otro lado, los préstamos en divisas estarán sometidos al riesgo de cambio salvo que vayan destinados a financiar operaciones que produzcan flujos de caja en dicha divisa. Pero si esto no fuese así, el deudor perdería si se apreciase la divisa en la que está denominada su deuda. Por último, los empréstitos sobre los mercados internacionales de capitales están sometidos a riesgo cambiario en diversos grados debido a la gran variedad de productos financieros existentes en el euromercado pero, de forma generalizada, se puede decir que el inversor perderá siempre que la divisa en la que se ha emitido el empréstito se deprecie contra la suya propia.

Es conveniente señalar además que, en general, las empresas no financieras tienen un riesgo de cambio que se subdivide en tres partes: la exposición al riesgo de transacción, que proviene de la propia operación comercial de adquirir o vender bienes o servicios a cambio de una moneda extranjera en una fecha determinada; la exposición al riesgo de traducción o riesgo contable, que proviene de la forma en que las convenciones contables reflejen la operación comercial en la que interviene una moneda extranjera, y por último, la exposición al riesgo económico, que muestra cómo los cobros y pagos de la empresa variarán al modificarse los tipos de cambio. Este riesgo depende de cuál sea la divisa de determinación elegida, que es aquella en la que la mayoría de los competidores valoran los productos similares.

Siendo conscientes de cuáles son las operaciones sometidas a riesgo cambiario, los agentes económicos deben ser capaces de cuantificar este posible riesgo para

Siendo conscientes de cuáles son las operaciones sometidas a riesgo cambiario, los agentes económicos deben ser capaces de cuantificar este posible riesgo para seleccionar posteriormente la mejor técnica de control del mismo. Uno de los instrumentos más sencillos empleados para la cuantificación del riesgo es a partir de la volatilidad del tipo de cambio, pudiendo entenderse a la misma como un medio de percepción del riesgo. Una vez identificado y cuantificado éste, los agentes actuarán de una u otra forma según su grado de aversión al riesgo. De esta forma, si los agentes son aversos al riesgo, si existen riesgos diferentes de mantener activos denominados en moneda nacional frente a los activos denominados en divisas, que suelen ser más arriesgados, el inversor exigirá una prima de riesgo para sus inversiones, ya que la estrategia óptima del inversor es la que le produce la mayor rentabilidad pero con el menor riesgo posible.

### **3.1. El papel del mercado de contado y plazos en divisas para la eliminación del riesgo cambiario.**

Dado que los agentes que realizan operaciones en el mercado de divisas están sometidos a un riesgo por las posibles fluctuaciones que puede experimentar el tipo de cambio, éstos pueden mantener dos posturas ante una posible inversión en divisas: por un lado, pueden acudir al mercado siempre que éste les proporcione una prima de riesgo que consideren que les compensa de la incertidumbre a la que están sujetos; o bien, por otro lado, pueden cubrirse del riesgo a través de distintos derivados financieros, dentro de los cuales el más utilizado es el tipo de cambio a plazo o *forward*. Otros mecanismos empleados en la gestión del riesgo cambiario son: las operaciones de cobertura, los contratos de futuro, las opciones de tipo de cambio y los *swaps*. A continuación comentaremos brevemente en qué consiste cada una de estas posibilidades.

- a) Las operaciones a plazo (*forward*) son las realizadas mediante un acuerdo de intercambio de moneda en un determinado momento para materializarse en un periodo futuro, que puede ser de 1, 2, 3 o 6 meses. Los individuos que acuden al mercado a plazo lo hacen por dos tipos de razones: algunos buscan seguridad, es decir, tratan de protegerse del riesgo de variación del tipo de cambio, de forma que

eliminan incertidumbre al asegurarse un determinado tipo de cambio. Otros, por el contrario, actúan como especuladores, tratando de beneficiarse de las variaciones que se puedan producir en el tipo de cambio. En definitiva, podemos decir que el contrato de compraventa de moneda a plazo fija de antemano el tipo de cambio a una fecha futura determinada (más de 2 días de plazo). En las operaciones a plazo puede ocurrir que los precios a plazo, expresados en forma indirecta, sean inferiores a los de contado, y entonces la divisa cotiza con prima a plazo. Si, por el contrario, la cotización a plazo es mayor a la de contado, entonces la divisa cotiza con descuento.

- b) Las operaciones de cobertura. El riesgo financiero puede protegerse al menos parcialmente cuando una compañía conoce con anticipación, por ejemplo, que debe realizar un pago futuro denominado en una divisa extranjera. En ese caso, una alternativa de cubrirse del riesgo cambiario consiste en adquirir con antelación al momento del pago divisas e invertirlas en activos financieros denominados en esa divisa extranjera.
- c) Los contratos de futuros de tipo de cambio son similares a los contratos a plazo, pero con la diferencia de que éstos están estandarizados, y proporcionan unos mecanismos que garanticen la minimización del riesgo: pagos diarios, en los que el beneficio o pérdida resultante se reconoce en la cuenta de cada parte; márgenes, que conllevan la transferencia de capital para ayudar a asegurar el contrato, y la cámara de compensación, que ayuda a garantizar el contrato actuando como intermediario entre el comprador y el vendedor.
- d) Una opción de tipo de cambio es similar al contrato a plazo, pero se diferencia de éste en que una opción implica el derecho y no la obligación de consumir una transacción financiera. En este caso, el comprador tiene el derecho de ejecutar la opción sólo si le compensa finalmente. Según el tipo de opción, el propietario de la misma tiene el derecho, bien de comprar (*call option*) o de vender (*put option*) el activo al precio correspondiente. Dependiendo también del tipo de opción, ésta puede ejecutarse bien antes de que finalice el plazo (opción americana) o solamente en el momento en que expira (opción europea).

e) Un *swap* es un acuerdo entre dos partes para intercambiar flujos de caja futuros. Según Smithson (1998), “la evidencia encontrada sugiere que el uso dominante de *swaps* de tipos de cambio es la modificación de la naturaleza de una deuda emitida. Una empresa pedirá prestado en una moneda y empleará un *swap* para transformar los flujos de capital en términos de otra moneda”. Pero también un *swap* de tipo de cambio puede emplearse para prevenir el riesgo cambiario en un periodo de tiempo, intercambiando flujos de capital fijos expresados en una moneda por flujos de capital fijos en términos de otra.

Las estadísticas que nos ofrece el mercado de divisas a través del informe trianual de 48 bancos centrales sobre el mercado cambiario y de derivados nos permite conocer el peso que representan las operaciones al contado, a plazos y los *swaps* dentro del volumen total de operaciones en el mercado tradicional de tipos de cambio. Concretamente, en el año 2001 un 54% del volumen de operaciones corresponden a *swaps*, un 32% a operaciones al contado y un 10.8% a operaciones a plazo. La tendencia seguida muestra una sustitución de las operaciones al contado por los *swaps*<sup>10</sup>.

### 3.2. El papel del riesgo cambiario en las teorías de determinación del tipo de cambio.

El creciente interés en cuantificar el riesgo cambiario hace que exista un gran número de enfoques que estudian la determinación del tipo de cambio. Algunos ejemplos incluyen desde sofisticados modelos macroeconómicos hasta modelos de teoría del caos. Existe también una corriente que aplica la teoría de los procesos estocásticos a los tipos de cambio. Sin embargo, desde la instauración de los tipos de cambio flexibles a principios de los años 70, tras el derrumbamiento del Sistema de Bretton Woods, los economistas han tratado de desarrollar teorías que expliquen el comportamiento de los tipos de cambio y que incluso pudieran predecir sus

---

<sup>10</sup> En 1989 las operaciones al contado representaban el 53.7% del total, los *swaps* un 32.2%, y las operaciones a plazo sólo un 4.5%. Concretamente, en el ámbito de las compañías aseguradoras, Cummins, Phillips y Smith (1997) analizaron el comportamiento de más de 2000 empresas de seguros sobre la gestión del riesgo cambiario. Encontraron que un 7% de ellas empleaban derivados financieros para cubrirse del mismo, siendo el contrato a plazo el más utilizado.

movimientos futuros. Pues bien, después de casi treinta años de estudio, hay que admitir que el éxito ha sido limitado, ya que la evidencia sugiere que a corto y medio plazo, un camino aleatorio es capaz de caracterizar el movimiento del tipo de cambio mejor que la mayoría de los modelos de tipos de cambio basados en fundamentos.

No obstante, al analizar el comportamiento del tipo de cambio no deben obviarse una serie de relaciones existentes con otras variables financieras y económicas. Concretamente, existen una serie de relaciones teóricas que vinculan tipos de interés de dos países, así como tasas de inflación con los tipos de cambio. Estas teorías asociadas a la determinación de los tipos de cambio son: la paridad de intereses cubierta y no cubierta, la paridad del poder de compra y el efecto internacional de Fisher. Al modelizar el tipo de cambio, el investigador debe decidir cuáles relaciones incorpora al modelo y cuáles no. En el presente trabajo, consideraremos la teoría de la paridad descubierta de intereses cuando los agentes son aversos al riesgo, y a partir de este concepto se pretende cuantificar el riesgo. No obstante, presentaremos brevemente las principales ideas que caracterizan cada una de estas teorías<sup>11</sup>.

a) Teoría de la paridad cubierta de los tipos de interés. Fue desarrollada por Keynes y es el fundamento de la gran mayoría de las transacciones financieras internacionales. Se basa en la ley del precio único pero aplicada a los mercados de activos financieros, en cuanto que aquellos activos que estén cotizados en la misma moneda deberán tener el mismo valor sea cual sea el mercado en que cotice. Plantea la siguiente relación:

$$(1 + r_t) = \frac{1 + r_t^*}{S_t} F_t$$

donde  $r_t$  y  $r_t^*$  son los tipos de interés del mercado nacional y extranjero, respectivamente;  $S_t$  es el tipo de cambio expresado en moneda nacional por unidad

<sup>11</sup> Para un desarrollo de la evolución de las teorías de tipos de cambio véase Bajo y Sosvilla (1993) y Gámez y Torres (1996). En concreto, estos últimos analizan en el Capítulo 2 las distintas paridades internacionales.

de moneda extranjera y  $F_t$  es el tipo de cambio a plazo existente en el periodo  $t$  para el periodo  $t+1$ .

Según la teoría de la paridad cubierta de intereses un inversor nacional puede bien invertir en activos nacionales (cuya rentabilidad corresponde con el primer miembro de la ecuación), o bien comprar moneda extranjera, invertir en activos del exterior, y posteriormente vender a plazo los futuros ingresos en moneda extranjera procedentes de su operación (cuya rentabilidad corresponde con el segundo miembro de la ecuación). Pues bien, según esta teoría, la movilidad perfecta de capital y las operaciones de arbitraje harán que se tienda hacia la igualdad de las rentabilidades esperadas. Por tanto, cuando se cumple esta condición no existen incentivos a trasladar capital hacia o desde el extranjero. En la realidad, se producen desviaciones del diferencial de intereses debido a la existencia de costes de transacción, incluyendo también los costes de información y tiempo<sup>12</sup>.

- b) Teoría de la paridad descubierta de intereses. En este caso se supone que los agentes no acuden al mercado de divisas a plazo a cubrirse del riesgo de las posibles fluctuaciones en el futuro del tipo de cambio al contado. Esta condición únicamente se mantiene si los participantes en los mercados de divisas son neutrales al riesgo. La expresión formal de esta teoría sería la siguiente:

$$(1 + r_t) = \frac{1 + r_t^*}{S_t} E_t(S_{t+1})$$

Las opciones para el inversor serían, por un lado, invertir en moneda nacional (cuya rentabilidad corresponde con el primer miembro de la ecuación), o bien cambiar a moneda extranjera e invertir en un activo extranjero, transformando posteriormente los ingresos obtenidos a moneda nacional, pero como no se conoce en el momento  $t$  el tipo de cambio en  $t+1$ , el agente se creará una expectativa sobre el valor del mismo. Según esta teoría, para el inversor neutral al riesgo, las rentabilidades obtenidas en ambos casos tienden a igualarse. Sin embargo, si los individuos son aversos al riesgo y no

acuden al mercado a plazos, la condición cambia, ya que éstos exigirán una prima de riesgo que compense la incertidumbre de invertir en activos del exterior. Es en esta teoría donde aparece el concepto de “riesgo” sobre el cual se desarrolla la presente tesis, en la que pretendemos medir a partir de diferentes modelos esta prima de riesgo. La expresión formal a tener en cuenta será ahora:

$$(1 + r_t) = \frac{1 + r_t^*}{S_t} E_t(S_{t+1}) - pr$$

donde  $pr$  es la prima de riesgo constante, y se interpreta de la siguiente forma: si  $pr > 0$ , las inversiones no cubiertas en el exterior aumentan el riesgo de la cartera, y entonces la rentabilidad de la inversión exterior deberá ser superior a la interna para que se compense a los inversores por asumir el mayor riesgo.

c) Paridad del poder de compra o ley de precio único. Según esta teoría, en los mercados internacionalmente integrados, los precios de bienes homogéneos tienen que ser los mismos en todos los países. Esta igualdad se produce a través de las operaciones de arbitraje: si los mercados son eficientes, los precios se mueven hasta que desaparezcan las oportunidades de beneficios anormales obtenidas al comprar y vender el mismo bien en diferentes mercados. Formalmente, deberá cumplirse la siguiente relación:

$$P_t = P_t^* S_t$$

donde  $P_t$  y  $P_t^*$  son los niveles de precios del país nacional y extranjero, respectivamente. Pero el cumplimiento de esta ley es demasiado estricto, ya que exigiría la inexistencia de costes de transporte, seguro, aranceles, etc., la comercialización de todos los bienes internacionalmente y la existencia de una única cesta de bienes para todos los países. Una versión menos restrictiva es la relativa de

---

<sup>12</sup> Los estudios empíricos, en general apoyan esta teoría. Véase Frenkel y Levich (1977), MacDonald y Torrance (1988) y MacDonald y Taylor (1990).

la paridad del poder de compra, que permite que el tipo de cambio real no tenga por qué ser la unidad, y viene definida por la siguiente expresión:

$$S_t = S_t^r \frac{P_t}{P_t^*}$$

donde  $S_t^r$  es el tipo de cambio real<sup>13</sup>.

- d) Efecto Fisher. Fisher propone la paridad de intereses reales, argumentando que es el interés real y no el nominal el relevante para el inversor, y que en un mercado de capitales totalmente integrado, la sustituibilidad perfecta entre los diferentes activos financieros y la neutralidad frente al riesgo implicarían la igualdad de los tipos de interés reales entre países. De esta manera, considerando dos países, podemos expresar sus tipos de interés nominales como el producto de sus tipos de interés reales por la expectativa de inflación para cada uno de ellos, tal como aparece en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} (1 + r_t) &= (1 + r_t^R) E_t(\pi_{t+1}) \\ (1 + r_t^*) &= (1 + r_t^{R*}) E_t(\pi_{t+1}^*) \end{aligned}$$

donde  $r_t^R$  y  $r_t^{R*}$  son los tipos de interés reales del país propio y extranjero, respectivamente, y  $\pi_{t+1}$  y  $\pi_{t+1}^*$  son las tasas de inflación de cada uno de ellos.

Por tanto, la hipótesis de Fisher plantea que en un mundo donde los inversores son internacionalmente móviles, las tasas reales de rendimiento esperadas deberían tender hacia la igualdad, reflejando el hecho de que, en la búsqueda de unos mayores rendimientos reales, las operaciones de arbitraje realizadas por los inversores les forzarán a igualarse, de forma que se verifique<sup>14</sup>  $r_t^R = r_t^{R*}$ .

<sup>13</sup> La paridad del poder de compra ha sido estimada profusamente, existiendo un consenso a favor de la validez de la misma como una relación de equilibrio a largo plazo. Véase Johansen y Juselius (1992), MacDonald (1991), Taylor (1992), Oh(1996) y Frankel y Rose (1996).

### 3.3. La modelización del riesgo cambiario en el contexto de los modelos de valoración de activos.

Los modelos teóricos de riesgo cambiario pueden clasificarse en dos grupos: por un lado, los modelos de valoración de activos de capital estáticos de equilibrio parcial (CAPM clásico), y por otro, los basados en equilibrio general dinámico o modelos intertemporales de valoración de activos (ICAPM). Los modelos de equilibrio parcial son estáticos por naturaleza y tratan los procesos seguidos por los tipos de cambio, tipos de interés e inflación como exógenos. Estos maximizan la riqueza al final del periodo de vida, siendo su función objetivo ( $V$ ):

$$V = V[E_t(W_{t+1}), Var_t(W_{t+1})]$$

donde  $W_{t+1}$  es la riqueza real del agente representativo en el periodo  $t+1$ , y se verifica que la primera derivada es estrictamente positiva y la segunda es estrictamente menor que cero.

Este modelo es introducido por Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966), y extendido al ámbito internacional por Solnik (1974) y Adler y Dumas (1983). Sin embargo, estos modelos presentan la limitación de ser estáticos y de equilibrio parcial en naturaleza. Por ello, en las últimas décadas se ha desarrollado la versión intertemporal del modelo CAPM. Estos modelos además endogenizan los tipos de cambio, tipos de interés e inflación y maximizan la expectativa de la suma intertemporal de la utilidad del agente representativo. Las relaciones del modelo de equilibrio general están basadas en el modelo de mercados completos de dos países propuesto por Lucas (1982). Los primeros análisis correspondientes a la prima de riesgo cambiario en este contexto corresponden a Hodrick y Srivastava (1986), Domowitz y Hakkio (1985) y Engel (1992).

A continuación se comentarán una serie de comportamientos propios de los mercados de capitales internacionales, para proceder posteriormente a desarrollar las distintas versiones del modelo de valoración de activos de capital.

<sup>14</sup> Los análisis empíricos contrastando el efecto Fisher no son claros, encontrándose un número importante de trabajos que lo rechazan, como es el caso de MacDonald y Taylor (1990) y Jorion (1996).

### 3.3.1. Comportamientos característicos de los mercados de capitales internacionales.

Existen una serie de comportamientos característicos de los mercados financieros que resultan difíciles de explicar, y aún más de modelizar adecuadamente. Estos aspectos no pueden explicarse a través del modelo neoclásico con una población inversora homogénea y perturbaciones independientes e idénticamente distribuidas. Los posibles modelos de economía internacional deben, al menos tener en cuenta estas anomalías. El objetivo debe ser explicar el comportamiento económico con la combinación correcta de imperfección, segmentación y no completitud de los mercados. Cabe destacar los siguientes aspectos:

- a) En la práctica se viola en muchas ocasiones la paridad descubierta de intereses. Esta es una hipótesis básica en la especificación de muchos modelos. Según Fischer (1930): “La condición de paridad de intereses dice que la rentabilidad esperada en un país debería igualarse mediante especulación a las rentabilidades en otro país, una vez convertida a la misma moneda”. Empíricamente esta hipótesis no se verifica en muchos casos<sup>15</sup>. Cuando se incumple la paridad descubierta de intereses, esta diferencia viene explicada por la prima de riesgo que el inversor exige por arriesgarse a invertir en el extranjero. Sin embargo, los resultados empíricos muestran que las primas de riesgo estimadas son capaces de explicar solamente una pequeña parte de la variabilidad de los excesos de rentabilidad observados en los datos. Por otro lado, Fama (1984) mostró con una regresión que no sólo los excesos de rentabilidad son predecibles, sino que la varianza de estas rentabilidades predichas es mayor o igual que la varianza del cambio esperado del tipo de cambio<sup>16</sup>.

---

<sup>15</sup> Por ejemplo, véase Ledesma, Navarro, Pérez Rodríguez y Sosvilla, (1997 y 1998). Estos autores examinan la hipótesis de Paridad del poder de compra conjuntamente con la Paridad descubierta de intereses para los tipos de cambio de Portugal, Francia, Italia, Alemania y Gran Bretaña con respecto a España, rechazando ambas hipótesis.

<sup>16</sup> Se han buscado distintas explicaciones a la existencia del exceso de rentabilidad predecible (o a la desviación de la paridad descubierta de intereses): destacan, por un lado, los modelos de valoración de activos de capital estáticos, y por otro, los modelos de equilibrio general dinámicos. Hay que decir que ninguno de ellos ha sido capaz de explicar la magnitud de la volatilidad del exceso de rentabilidad real. Como consecuencia, surgen otros modelos que buscan respuestas a esta volatilidad basándose en los errores de predicción.

- b) Las divisas permanecen subvaloradas/sobrevaloradas en relación a su paridad del poder de compra durante grandes periodos de tiempo. Existen también déficits/superávits de la balanza comercial de forma persistente. La vuelta de las divisas a sus paridades del poder de compra en el largo plazo es tan lenta que es apenas perceptible. Las variaciones en tipos de cambio reales tienen un componente permanente. Los cambios en volatilidad de las desviaciones de la paridad del poder de compra se traducen en diferencias en tipos de interés reales entre países. Se cuestiona si estas desviaciones de la paridad del poder de compra son desviaciones de precios relativos o si representan violaciones de la ley de un precio. Giovannini (1988), Marston (1990), y Engel (1991) han mostrado que la ley de precio único no se cumple porque la competencia entre empresas es imperfecta.
- c) Estudios de la economía americana han revelado que las series del consumo son demasiado suaves para ser determinadas por la riqueza y para que la riqueza sea el valor actual del consumo futuro. Se ha demostrado además, que el consumo no tiene capacidad para explicar suficientemente los precios de activos financieros, tal como plantea la teoría neoclásica de la utilidad marginal. En el contexto internacional, la correlación entre el consumo entre países es muy baja, mientras que la teoría de los mercados integrados completos dice que debería ser igual a la unidad.
- d) Los inversores de carteras tienen una fuerte preferencia por invertir en activos nacionales, mientras que la teoría tradicional de carteras dice que todos deberían mantener la cartera mundial de mercado. Estudios como Edlor (1988), French y Poterba (1991), Cooper y Kaplanis (1991), Howell y Cozzini (1990 y 1991) y Tesar y Werner (1992) muestran evidencia a favor de los activos nacionales. Las posibles causas de esta preferencia pueden ser, por un lado, la existencia de bienes no comercializables<sup>17</sup>; por otro lado, las restricciones de los mercados de capital podrían ayudar a explicar la preferencia de inversiones nacionales de los países desarrollados frente a la posibilidad de invertir en países en desarrollo. Por último, es posible que

---

<sup>17</sup> Tesar (1993) y Stockman y Tesar (1995) muestran, teórica y empíricamente, que la existencia de bienes no comercializables puede disminuir la correlación entre las tasas de crecimiento del consumo de distintos países. Este hecho ayuda a explicar la preferencia por las inversiones nacionales, aunque sólo parcialmente.

los inversores no estén lo suficientemente informados como para diversificar en activos de países distintos. No obstante, en los últimos años se ha desarrollado enormemente la accesibilidad a los mercados de capital extranjero, por lo que se espera que esta preferencia por las inversiones nacionales vaya decreciendo.

Al analizar el comportamiento de las carteras de equilibrio que surgen de los modelos teóricos planteados, se observa que no se corresponden con la realidad. En concreto, el CAPM estático implica que los inversores domésticos deberían mantener activos extranjeros en su cartera en una fracción que depende de su grado de aversión al riesgo. Por otro lado, el modelo de equilibrio general dinámico basado en mercados completos predice que si los recursos se han asignado óptimamente, mantendrán la misma cartera de acciones que los extranjeros.

### **3.3.2. Antecedentes Teóricos de los Modelos de Valoración de Activos de Capital.**

Los modelos de valoración de activos de capital tienen su origen en los estudios realizados por H. Markowitz (1959). Este analizó el comportamiento de las carteras de valores y mostró que cuantos mayores valores se incorporen a la cartera, menor será el riesgo, es decir, se enfatiza la clave de la teoría de las carteras, que propone la diversificación de las mismas. Markowitz trata de comprender los movimientos comunes de los valores, analizando las covarianzas entre pares de valores, pero este análisis resulta muy costoso en términos estadísticos. Sharpe (1964), a partir de los trabajos de Markowitz, logra simplificar enormemente el problema, descubriendo que el inversor representativo obtiene su óptimo con la cartera de mercado. Por tanto, si cada individuo mantiene dicha cartera, la única covarianza relevante es la existente entre la rentabilidad del activo objeto de análisis y la de la cartera de mercado. Por su parte, Lintner (1965) y Mossin (1966) llegan a la misma conclusión, con lo que el modelo que proponen se conoce frecuentemente como modelo de Sharpe, Lintner y Mossin. La versión básica se desarrolló con una especificación estática, en un solo periodo, y se fundamenta en una serie de hipótesis o simplificaciones de la realidad:

- Los decisores financieros son racionales, y tienen las mismas expectativas sobre los rendimientos futuros.

- El mercado es eficiente y perfecto: no hay coste de información, transacción, impuestos ni inflación.
- Existe un tipo de interés sin riesgo al cual se puede invertir o se puede pedir prestado las cantidades que se deseen. Este tipo de interés es constante en todo el entorno analizado.

Estas restricciones se han ido relajando en estudios posteriores con la finalidad de adecuar con mayor rigor el modelo a los mercados reales. Destacan los estudios de Black (1972) en los que relaja la tercera restricción señalada, de Lintner (1969) donde se relaja la ausencia de inflación y de Lintner (1965) cuestionándose la existencia de expectativas homogéneas entre todos los agentes financieros del mercado.

Siegel (1972), por otro lado, fue el primer autor que consideró inversores pertenecientes a diferentes países, cuyo comportamiento era heterogéneo en cuanto al precio de los activos. Bajo la hipótesis de neutralidad ante el riesgo, dedujo que los precios a plazo son iguales a los precios esperados de los tipos de cambio futuros. Sin embargo, dado que el tipo de cambio futuro al contado es aleatorio, esta igualdad no puede ser cierta debido a la desigualdad de Jensen. Este hecho es conocido como la “paradoja de Siegel”.

Solnik (1974) derivó restricciones de tasas de rentabilidad de equilibrio en un mercado de capitales mundial con inversores aversos al riesgo que difieren en sus precios de consumo. Un antecedente del modelo de Solnik es el CAPM para una economía cerrada derivado por Friend, Landskroner y Losq (1976).

Otras versiones relevantes del modelo de valoración de activos de capital es la ofrecida por Adler y Dumas (1983) en el entorno internacional, así como el CAPM basado en el consumo de Breeden (1978) y la teoría de valoración por arbitraje de Ross (1976) cuyas aportaciones se expondrán a continuación. Posteriormente, se han elaborado modelos CAPM intertemporales, cuyo desarrollo se comentará detenidamente en los epígrafes 3.3.3. y 3.3.4.

La principal aportación del modelo CAPM básico es:

$$E_{t-1}(R_{it}) = R_{ft} + \beta_i [E_{t-1}(R_{mt}) - R_{ft}]$$

donde  $R_{it}$  es la rentabilidad del activo financiero  $i$ ,  $R_{ft}$  es el tipo de interés libre de riesgo y  $R_{mt}$  es la rentabilidad del mercado de valores. Por tanto, según esta expresión, la rentabilidad que se debe esperar de un activo debe ser igual a la rentabilidad sin riesgo más una prima de rentabilidad en función del riesgo sistemático soportado por el título.

A partir de esta idea básica subyacente en toda la literatura del CAPM procederemos a desarrollar las principales aportaciones teóricas realizadas a partir del modelo básico de Sharpe (1964), así como las posteriores versiones del modelo estático.

Si denotamos con  $\rho_i$  la tasa de rentabilidad del activo  $i$ , expresada en términos reales, el modelo clásico CAPM de Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966) dice que, en equilibrio, debe existir la siguiente relación:

$$E_{t-1}(\rho_{it}) = \eta + \theta \text{cov}_{t-1}(\rho_{it}, \rho_{mt})$$

donde  $\rho_{mt}$  es la tasa de rentabilidad real de la cartera de mercado,  $\eta$  es la tasa de rentabilidad real libre de riesgo,  $\theta$  es el grado medio para la aversión al riesgo,  $\rho_{it} = \frac{1 + R_{it}}{1 + \pi_t} - 1$  es la tasa de rentabilidad real del activo  $i$ ,  $R_{it}$  es la tasa de rentabilidad nominal del activo  $i$  y  $\pi_t$  la tasa de inflación.

Las condiciones de primer orden obtenidas son:

$$E_{t-1}(R_{it}) = R_{ft} + (1 - \theta) \text{cov}_{t-1}(R_{it}, \pi_t) + \theta \text{cov}_{t-1}(R_{it}, R_{mt})$$

donde  $R_{ft}$  es el tipo de interés libre de riesgo y  $R_{mt}$  la rentabilidad nominal de la cartera de mercado.

Según la anterior expresión, la suma de los coeficientes que acompañan a las covarianzas entre la inflación y la rentabilidad de mercado es igual a la unidad. Ello se debe a que los agentes evalúan la rentabilidad en términos reales, por lo tanto, no sufren ilusión monetaria.

En este trabajo existen dos aspectos a destacar. Por un lado, la definición del modelo CAPM, es decir, la imposición de una restricción sobre las rentabilidades de los activos, y por otro lado, la descripción de las carteras de los inversores en equilibrio.

En ausencia de paridad del poder de compra, las tasas de inflación de los países son distintas y sus diferencias son aleatorias. Este es el tipo de heterogeneidad que deben tener los inversores para representar de forma realista un mercado internacional en el que los inversores tienen tasas de rentabilidad reales distintas para los mismos activos. Considerando que  $\pi_{kt}$  es la inflación propia de cada país, la condición de primer orden para cada grupo de inversores es:

$$E_{t-1}(R_{it}) = R_{ft} + (1 - \theta_k) \text{cov}_{t-1}(R_{it}, \pi_{kt}) + \theta_k \text{cov}_{t-1}(R_{it}, R_{mk,t}) \quad (1.1)$$

donde  $R_{mk,t} = \sum_{i=1}^I x_{ik,t} R_{it}$  es la rentabilidad de la cartera óptima para el inversor del país

$k$  y  $x_{ik,t}$  es el peso para los inversores del país  $k$  en el activo  $i$ .

Con el objetivo de agregar las condiciones de primer orden sobre todos los grupos inversores, dividiendo ambos lados de (1.1) entre  $\theta_k$ , multiplicándolos por  $W_k$

(riqueza de cada país), sumándolo para todos los inversores y dividiendo entre  $\sum_{k=1}^K \frac{W_k}{\theta_k}$

obtenemos:

$$E_{t-1}(R_{it}) = R_{ft} + \theta \sum_{k=1}^K \left( \frac{1}{\theta_k} - 1 \right) W_k \frac{\text{cov}_{t-1}(R_{it}, \pi_{kt})}{W} + \theta \text{cov}_{t-1}(R_{it}, R_{mt}) \quad (1.2)$$

$$\text{siendo } W = \sum_{k=1}^K W_k \text{ y } \frac{1}{\theta} = \frac{\sum_{k=1}^K W_k / \theta_k}{W}$$

Si consideramos ahora la rentabilidad de un activo expresado en moneda extranjera, esta viene definida en términos de la moneda nacional por:

$$R_{jt} + E_{t-1}(\Delta S_{jt})$$

siendo  $R_{jt}$  la rentabilidad nominal de un activo extranjero y  $S_{jt}$  el tipo de cambio al contado expresado en moneda nacional por unidad de moneda extranjera.

Por tanto, el modelo CAPM aplicado a la rentabilidad de un activo extranjero será igual a:

$$R_{jt} + E_{t-1}(\Delta S_{jt}) = R_{ft} + \theta \sum_{k=1}^K \left( \frac{1}{\theta_k} - 1 \right) W_k \frac{\text{cov}_{t-1}(R_{it}, \pi_{kt})}{W} + \theta \text{cov}_{t-1}(R_{it}, R_{mt})$$

Esta ecuación es la forma tomada bajo la hipótesis de aversión al riesgo, por la relación de paridad descubierta de intereses, que relaciona los tipos de interés de dos países diferentes.

Por otro lado, Adler y Dumas (1983) observaron que el CAPM internacional (1.2) puede reducirse al CAPM definido en (1.1). Este nuevo modelo CAPM reducido se aplica a las tasas de rentabilidad de activos expresados en distintos tipos de cambio. Para ello, estos autores consideran que la rentabilidad neta de cada activo (es decir, teniendo en cuenta la rentabilidad del tipo de cambio) se expresa como:

$$R_{it} = \sum_{j=1}^J \gamma_{ij} (R_{jt} + \Delta s_{jt}) + \zeta_{it} \quad \text{para cada } i$$

siendo  $\sum_{j=1}^J \gamma_{ij} = 1$ ;  $E(\zeta_{it}) \neq 0$  y  $\text{cov}_{t-1}[\zeta_{it} (\pi_{kt} - \pi_{usa,t})] = 0$  para cada  $k$ , donde  $i$  hace referencia a cada activo, y  $k$  al país.

Los coeficientes  $\gamma_{ij}$  son elegidos de forma que  $\zeta_{it}$  es independiente de las desviaciones de la paridad del poder de compra,  $\pi_{kt} - \pi_{usa,t}$ . Los coeficientes  $\gamma_{ij}$  pueden interpretarse como la exposición de los activos al riesgo cambiario. Las rentabilidades netas  $\zeta_{it}$  son rentabilidades de activos frente al riesgo cambiario. Adler y Dumas (1983) muestran que se cumple la siguiente restricción para todo  $i$  y para todo  $k$ :

$$E_{t-1}(\zeta_{it}) = (1 - \theta) \text{cov}_{t-1}(\zeta_{it}, \pi_{kt}) + \theta \text{cov}_{t-1}(\zeta_{it}, R_{mt})$$

El anterior CAPM proporciona la rentabilidad de un activo teniendo en cuenta los tipos de cambio y, por ende, las rentabilidades cambiarias.

El modelo tradicional CAPM para un único país no puede generalizarse a un modelo de inversores heterogéneos. Por el contrario, existen otras versiones de modelos CAPM que pueden aplicarse a un entorno internacional sin necesidad de realizar cambios. Es el caso del modelo CAPM basado en el consumo de Breeden (1978), o el de la teoría de valoración por arbitraje de Ross (1976).

Por un lado, Breeden (1978) mostró que las rentabilidades reales de los activos satisfacen una condición de primer orden considerando la tasa de consumo de los inversores. Generalmente, esta condición se mantiene, tanto en un marco estático como en uno intertemporal, en mercados completos como incompletos, con tal que el inversor optimice su cartera y su consumo. Sólo requiere que el inversor tenga acceso a los activos de interés. Según esto, existen dos parámetros,  $\eta$  y  $\theta$ , tal que:

$$E_{t-1}(\rho_{it}) = \eta + \theta \text{cov}_{t-1}(\rho_{it}, x_t)$$

donde  $\rho_{it}$  es la tasa de rentabilidad real del activo  $i$ , y  $x_t$  es la tasa de consumo real del inversor. Es decir, el valor esperado de la tasa de rentabilidad real puede considerarse relacionado con la covarianza entre la rentabilidad real y la tasa de consumo real de inversor. El modelo correspondiente en términos nominales es:

$$E_{t-1}(R_{it}) - E_{t-1}(\pi_t) + \text{var}_{t-1}(\pi_t) - \text{cov}_{t-1}(R_{it}, \pi_t) = \eta + \theta \text{cov}_{t-1}(R_{it} - \pi_t, c_t - \pi_t)$$

donde  $c_t$  es la tasa nominal de consumo. Interpretando algunos términos como sumas a la tasa de interés nominal, se obtiene:

$$E_{t-1}(R_{it}) = R_{ft} + (1 - \theta) \text{cov}_{t-1}(R_{it}, \pi_t) + \theta \text{cov}_{t-1}(R_{it}, c_t)$$

Esta condición se verifica para inversores de cualquier nacionalidad. Puede emplearse cuando la tasa de consumo sea observable, o bajo otra hipótesis sobre el

comportamiento de los mismos. Sin embargo, el CAPM basado en el consumo ha tenido problemas empíricos como instrumento de determinación de precios, ya que el consumo se observa con frecuencias bajas (por ejemplo, trimestrales), y su comportamiento es mucho más suave que el de la riqueza<sup>18</sup>.

Por otro lado, el modelo sobre la valoración por arbitraje de Ross (1976) puede aplicarse al entorno internacional, aún cuando se considere la población mundial heterogénea en cuanto a desviaciones de la paridad del poder de compra. Ross postula que las rentabilidades de los activos verifican:

$$R_{it} = E_{t-1}(R_{it}) + f_t \beta_i + \varepsilon_{it}$$

donde  $\beta_i$  es un vector de coeficientes y  $f_t$  es un vector de  $k$  factores aleatorios comunes. Además, debe cumplirse que  $E_{t-1}(f_t) = 0$ ,  $E_{t-1}(\varepsilon_{it}) = 0$ ,  $E_{t-1}(f_t \varepsilon_{it}) = 0$ , y se impone cierta estructura (generalmente una estructura diagonal) sobre las varianzas y covarianzas de los residuos  $\varepsilon_{it}$ ; el número de activos en el mercado se incrementa hasta infinito, y el número de factores permanece constante ( $k$ ).

Por la ley de los grandes números, cualquier cartera con un elevado número de activos, tendrá un riesgo despreciable ( $\varepsilon$ ). Sólo los riesgos de los factores son no diversificables. Ross muestra que, para evitar el arbitraje, debe existir una relación entre las rentabilidades esperadas y los riesgos no diversificables, tal que:

$$E_{t-1}(R_{it}) = R_{ft} + \lambda \beta_i$$

donde  $\lambda$  es un vector de precios de riesgo de mercado aplicable a todos los activos.

Por tanto, podemos considerar que el modelo CAPM es un caso particular del modelo de valoración por arbitraje, ya que el CAPM considera como único factor determinante del exceso de rentabilidad de un valor (o prima de riesgo) el riesgo de mercado, mientras que el modelo de valoración por arbitraje considera un número indeterminado de posibles factores, sin especificar cuáles son éstos.

<sup>18</sup> Wheatley (1988) empleó este modelo y no detectó segmentación en el mercado mundial de acciones.

### 3.3.3. Modelo Internacional de Valoración de Activos de Capital Intertemporal (ICAPM: *International Capital Asset Pricing Model*).

El modelo que presentamos a continuación corresponde a la versión intertemporal del modelo CAPM, el cual se aplicará empíricamente en el Capítulo 3 de la presente Tesis.

Este modelo está basado en el consumo (CCAPM) y asume que los consumidores/inversores maximizan su utilidad esperada de consumo futuro sujeto a una restricción presupuestaria.

Se supone un agente representativo que maximiza la utilidad esperada de una senda intertemporal infinita de consumo contingente y que percibe como única fuente de renta el rendimiento de una cartera compuesta por  $J$  activos financieros, posiblemente emitidos en países distintos.

En el periodo  $t$ , el agente representativo de la economía resolverá el siguiente problema de maximización de la utilidad esperada intertemporal del consumo definido por:

$$\text{Max } E_t \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i U[C_{t+i}]$$

sujeto a las restricciones siguientes:

$$P_s W_s = P_{s-1} [W_{s-1} - C_{s-1}] R_{ms}$$

$$R_{ms} = \sum_{j=1}^J \omega_{j,s-1} R_{js}$$

$$\sum_{j=1}^J \omega_{j,s-1} = 1$$

$$C_s, \omega_s \quad s \geq t$$

donde  $C_t$  es el consumo real en  $t$ ,  $U(C_t)$  es una función de utilidad cóncava y diferenciable,  $E_t(\cdot)$  es la expectativa condicionada a la información disponible por el agente representativo en el periodo  $t$ ,  $W_t$  es la riqueza financiera real del individuo,  $R_{jt}$  es el rendimiento nominal del activo  $j=1 \dots J$  entre  $t-1$  y  $t$ , expresado en unidades de una

---

Hansen y Hodrick (1983) evitaron la medida del consumo imponiendo ciertas hipótesis auxiliares.

moneda base,  $R_{mt}$  es la rentabilidad de la cartera de mercado,  $\omega_j$  es la proporción de riqueza asignada al activo  $j$ ,  $\delta$  es el factor de descuento, y  $P_t$  el índice de precios relevante para el inversor, convertido a unidades de la moneda base.

En equilibrio, los precios de los activos se determinan por la condición de ortogonalidad en que la utilidad marginal de una unidad de consumo actual iguala a la utilidad esperada descontada de la rentabilidad de invertir esa unidad de consumo en un activo con riesgo. Así, podemos obtener que:

$$\frac{U'(C_{t-1})}{P_{t-1}} = \delta E_{t-1} \left[ R_t^j \frac{U'(C_t)}{P_t} \right]$$

donde  $U'(C_t)$  denota la utilidad marginal del consumo en el momento  $t$ . La anterior expresión se puede escribir como:

$$E_{t-1} [R_{jt} Q_t] = 1$$

donde  $Q_t$  es la tasa marginal de sustitución intertemporal, que representa al siguiente cociente:

$$Q_t = \delta \frac{U'(C_t) P_{t-1}}{U'(C_{t-1}) P_t}$$

Puesto que el interés es la obtención de una medida que represente el exceso de rentabilidad entre dos activos, se define la ecuación de Euler para el activo libre de riesgo:

$$R_{ft} = \frac{1}{E_{t-1} [Q_t]} \quad (1.3)$$

que junto con la condición equivalente de primer orden para el activo  $j$ :

$$\text{Cov}_{t-1} [R_{jt}, Q_t] = 1 \quad (1.4)$$

permite obtener la medida de exceso de rentabilidad, a través de las ecuaciones (1.3) y (1.4), tal que:

$$E_{t-1} [R_{jt} - R_{ft}] = -R_{ft} \text{Cov}_{t-1} [Q_t, R_{jt}] \quad (1.5)$$

En el caso de realizar la valoración de los activos utilizando activos internacionales, se define la tasa libre de riesgo como la rentabilidad de un activo nacional, mientras que la rentabilidad de un activo  $j$  incluye el riesgo cambiario, por lo que, en adelante,  $R_{jt}$  es la rentabilidad de un activo extranjero, teniendo en cuenta el tipo de cambio. De esta forma, podemos escribir que:

$$R_{jt} = R_{jt}^* \frac{S_t}{S_{t-1}} \quad (1.6)$$

donde  $S_t$  es el tipo de cambio al contado, definido como la unidad de moneda nacional por moneda extranjera, y  $R_{jt}^*$  es la rentabilidad de un activo extranjero expresada en su misma moneda.

La ecuación (1.5) muestra que la expectativa condicional del exceso de rentabilidad asociado con una posición descubierta para la moneda extranjera es proporcional a la covarianza condicional del precio del tipo de cambio al contado con la tasa de sustitución intertemporal marginal de la moneda nacional.

Como  $Q$  no es observable, se necesitan hipótesis adicionales para poder estimar el modelo: una hipótesis típica es re-escribir la ecuación (1.5) en términos de una cartera de referencia sobre la frontera media-varianza condicional. La cartera de referencia tiene una rentabilidad bruta  $R_m$ , que puede escribirse como una combinación lineal de una cartera de rentabilidad con mínima varianza (que está perfectamente correlacionada con  $Q$ ), y de la rentabilidad libre de riesgo  $R_f$ . La rentabilidad de equilibrio del activo  $j$

puede por tanto expresarse como el beta condicional del modelo CAPM examinado por, por ejemplo, en McCurdy y Morgan (1991). Así, podemos escribir que:

$$E_{t-1}(R_{jt} - R_{ft}) = \frac{\text{Cov}_{t-1}(R_{jt}, R_{mt})}{\text{Var}_{t-1}(R_{mt})} E_{t-1}(R_{mt} - R_{ft})$$

La anterior expresión refleja que el exceso de rentabilidad de equilibrio del activo  $j$  es proporcional al exceso de rentabilidad de una cartera de referencia que es eficiente en media y varianza. La cartera de referencia puede interpretarse como una cartera de mercado que contiene todos los activos negociables. El beta condicional, cuya expresión es  $\beta_{jt} = \frac{\text{Cov}_{t-1}(R_{jt}, R_{mt})}{\text{Var}_{t-1}(R_{mt})}$ , es la contribución marginal del activo  $j$  al riesgo total de la cartera.

Pues bien, aplicando logaritmos en la ecuación (1.6), llamaremos  $er_{ct}$  al exceso de rentabilidad de un activo extranjero para un inversor doméstico, definido como la rentabilidad de una unidad de moneda nacional invertida en un activo extranjero y financiada pidiendo un préstamo al tipo de interés nacional libre de riesgo, tal que:

$$er_{ct} = r_t^* + (s_t - s_{t-1}) - r_t \quad (1.7)$$

donde  $r_t^*$  y  $r_t$  denotan los tipos de interés libres de riesgo extranjero y nacional, respectivamente y  $s_t$  es el logaritmo del tipo de cambio al contado definido en unidades de moneda nacional por unidad de moneda extranjera. Entonces, puede decirse que  $er_{ct}$  es la desviación *ex-post* de la paridad descubierta de intereses, es decir, el exceso de beneficio de una posición abierta en una moneda extranjera<sup>19</sup>.

Así, suponiendo paridad cubierta de intereses:

<sup>19</sup> La paridad descubierta de intereses establece que:  $r_t^* + E_{t-1}(s_t) - s_{t-1} - r_t = 0$ , donde  $E_{t-1}(s_t) - s_{t-1}$  es la tasa esperada de depreciación de la moneda nacional. Desde el punto de vista del inversor, el exceso de rentabilidad esperado de pedir prestado una unidad de moneda nacional al tipo de interés nacional nominal libre de riesgo e invertirlo en un activo extranjero libre de riesgo, es cero.

$$f_t - s_{t-1} = r_t - r_t^*$$

donde  $f_t$  es el logaritmo neperiano del tipo de cambio a plazos, el lado derecho de la ecuación (1.7) puede interpretarse como el sesgo al plazo y expresando las desviaciones expost de la Paridad Descubierta de Intereses (PDI) como la suma de la prima al riesgo condicional y una expectativa racional de error de predicción del tipo de cambio al contado,  $\varepsilon_{1t}$ , obtenemos que:

$$er_{ct} = E_{t-1}(er_{ct}) + \varepsilon_{1t}$$

Además, descomponiendo el exceso de rentabilidad de mercado ( $er_{mt} = R_{mt} - R_{ft}$ ) en un componente predecible y otro no predecible, tenemos que:

$$er_{mt} = E_{t-1}(er_{mt}) + \varepsilon_{2t}$$

donde  $\varepsilon_{2t}$  denota la expectativa racional del error de predicción de  $er_{mt}$ . Por otro lado,

$$E_{t-1}(er_{ct}) = \frac{Cov_{t-1}(er_{ct}, R_{mt})}{Var_{t-1}(R_{mt})} E_{t-1}(er_{mt})$$

que según lo descrito con anterioridad, proporciona la siguiente relación:

$$\begin{aligned} Cov_{t-1}(er_{ct}, R_{mt}) &= Cov_{t-1}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) \\ Var_{t-1}(R_{mt}) &= Var_{t-1}(\varepsilon_{2t}) \end{aligned}$$

Así pues, sustituyendo las ecuaciones anteriores de forma pertinente tenemos que:

$$er_{ct} = \frac{Cov_{t-1}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})}{Var_{t-1}(\varepsilon_{2t})} E_{t-1}(er_{mt} - \varepsilon_{2t}) + \varepsilon_{1t}$$

Pues bien, este modelo permite analizar la existencia de riesgo sistemático significativo para todas las monedas consideradas. Las primas de riesgo variables en el tiempo pueden explicarse tanto por fluctuaciones en el exceso de rentabilidad esperada en el mercado bursátil como por los betas condicionales variables en el tiempo.

Respecto del valor de los betas condicionales, podemos caracterizar lo siguiente: Si éste fuera positivo pero menor que la unidad, el exceso de rentabilidad esperado en el mercado de tipos de cambio extranjero sería menos volátil que el exceso de rentabilidad esperado en el mercado bursátil. Por otro lado, la existencia de evidencia empírica de una correlación positiva entre las depreciaciones esperadas de la moneda nacional y los excesos de rentabilidad esperada en el mercado bursátil, sugeriría que incluir activos en moneda nacional nominales en carteras internacionales de acciones puede reducir el riesgo total de la cartera. Por último, si los betas condicionales fueran positivos para todas las monedas, podría interpretarse como indicador de que, cuando se espera que los excesos de rentabilidad en el mercado de referencia aumenten, se espera que la moneda nacional se deprecie, y viceversa. Esto sugeriría que las posiciones nominales en la moneda nacional podrían emplearse como una estrategia de diversificación para reducir las desviaciones estándar de las carteras internacionales.

### 3.3.4. Modelo de valoración de activos con coeficiente de aversión al riesgo constante.

A partir del modelo de optimización intertemporal planteado en el epígrafe anterior, y considerando explícitamente la forma de la función de utilidad del agente representativo puede deducirse otra versión del modelo de valoración de activos. Esta nueva versión permitirá estimar no sólo la prima de riesgo sino también el coeficiente de aversión al riesgo, a partir de la definición de la siguiente función de utilidad separable en el tiempo, del tipo de aversión relativa al riesgo constante:

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\kappa} - 1}{1-\kappa}$$

donde  $\kappa$  es el coeficiente de aversión relativa al riesgo, que es constante<sup>20</sup>.

Por lo tanto, sustituyendo la utilidad marginal obtenida a partir de dicha función, se obtiene la siguiente condición de primer orden:

$$E_{t-1} \left[ \delta R_{jt} \left( \frac{C_t}{C_{t-1}} \right)^{-\kappa} \left( \frac{P_{t-1}}{P_t} \right) \right] = 1$$

Suponiendo que tanto  $\log(R_{jt})$  como  $\log(Q_t)$  siguen una distribución log-normal, a partir de lo anterior puede derivarse la siguiente expresión linealizada:

$$E_{t-1} [r_{jt} - r_{ft}] = -\frac{\text{Var}_{t-1}(r_{jt})}{2} - \text{Cov}_{t-1}(r_{jt}, \pi_t) + \kappa \text{Cov}_{t-1}(r_{jt}, c_t)$$

donde  $\pi_t = \log(P_t/P_{t-1})$ ,  $c_t = \log(C_t/C_{t-1})$  y  $\text{Cov}_{t-1}(r_{jt}, \pi_t)$ ,  $\text{Cov}_{t-1}(r_{jt}, c_t)$  son las covarianzas condicionales a la información disponible en  $t$ . Esta expresión relaciona el exceso de rentabilidad esperado con la variabilidad de la rentabilidad, la covariabilidad entre la rentabilidad del activo  $j$  y la tasa de inflación, así como entre tal rentabilidad y la tasa de crecimiento del consumo agregado.

Puesto que las observaciones del consumo no suelen estar disponibles para datos de elevada frecuencia (por ejemplo, diaria), la aplicación empírica suele ser difícil de realizar. En tal sentido, Ayuso y Restoy (1996) sugieren aproximar el crecimiento del

<sup>20</sup> La aversión al riesgo es una característica de la actitud frente al riesgo de un decisor o inversor; y es relativa a los cambios en la riqueza de los inversores (la cual incluye todos los beneficios acumulados y pérdidas de una inversión particular). Así, un inversor con aversión al riesgo tendrá una curva de utilidad que aumenta a ritmo decreciente; siendo más averso al riesgo después de una caída de los precios y obtención de pérdidas que cuando obtiene ganancias. Cuando las carteras tienen riesgo, los inversores indiferentes al riesgo las considerarán menos deseables que aquéllas comparables que no sean arriesgadas. Por el contrario, los inversores que prefieren el riesgo las considerarán más deseables, por lo que exigen una rentabilidad esperada mayor. Esta actitud define la aversión al riesgo.

consumo nominal con la rentabilidad de una cartera de equilibrio<sup>21</sup>. En este caso podemos reescribir la condición de primer orden de la siguiente manera:

$$E_{t-1} \left[ R_{jt} (R_{mt})^{-\kappa} \left( \frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{1-\kappa} \right] = 1$$

$$E_{t-1} \left[ (R_{mt})^{-\kappa} \left( \frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{1-\kappa} (R_{jt} - R_{ft}) \right] = 0$$

Las anteriores ecuaciones representan de forma exacta las condiciones de primer orden del agente representativo, sólo en el caso de que los rendimientos estén independientemente distribuidos. Para el caso general, se trata de una aproximación. Sin embargo, suponiendo que los rendimientos reales de los activos financieros que componen la cartera del agente representativo no muestren una elevada persistencia, la explotación de la anterior expresión es teóricamente aceptable y conveniente desde el punto de vista empírico.

Si ahora definimos  $R_{jt} = R_{jt}^* \frac{S_t}{S_{t-1}}$ , siendo  $R_{jt}^*$  la rentabilidad de un activo  $j$  extranjero expresada en su misma moneda, podemos definir la desviación de la paridad descubierta de intereses (o el exceso de rentabilidad del mercado cambiario) como:

$$ER_{ct} = R_{jt}^* \frac{S_t}{S_{t-1}} - R_{ft}$$

donde  $ER_{ct}$  denota el exceso de rentabilidad del mercado cambiario.

Sustituyendo  $R_{jt}$  en la expresión de la expectativa condicional:

<sup>21</sup> Este resultado es exacto si los rendimientos están independientemente distribuidos. Restoy (1992) prueba un resultado que implica que esta aproximación es válida, si los rendimientos no son serialmente independientes, pero muestran escasa persistencia y varianza condicional del tipo GARCH.

$$E_{t-1} \left[ \left( R_{mt} \right)^{-\kappa} \left( \frac{P_{t-1}}{P_t} \right)^{1-\kappa} \left( R_{jt}^* \frac{S_t}{S_{t-1}} - R_{ft} \right) \right] = 0 \quad (1.8)$$

Esta expresión no es más que una versión no lineal generalizada de la teoría de la paridad descubierta de intereses. En concreto, cuando existe neutralidad al riesgo ( $\kappa = 0$ ), la ecuación anterior implica que los valores esperados de los rendimientos de la inversión en cada uno de los activos en términos de su poder adquisitivo en una determinada moneda, deben ser iguales en equilibrio. En general, la existencia de aversión al riesgo modificará esta relación e implicará la existencia de primas de riesgo en función de la contribución de cada activo al riesgo global de la cartera.

La ecuación (1.8) puede ser explotada tanto para obtener un contraste de eficiencia del mecanismo de formación de precios en el euromercado, como para estimar el parámetro de aversión relativa al riesgo, implícitamente asumido en los modelos convencionales de paridad descubierta. Sin embargo, con el fin de obtener una ecuación que permita la evaluación explícita de los tipos de interés de equilibrio, necesitamos imponer algunos supuestos al modelo.

Suponiendo que el vector de variables aleatorias, condicionado al conjunto de información disponible en  $t-1$ , sigue una distribución lognormal, la expresión para el exceso de rentabilidad es una función de los segundos momentos de la rentabilidad de los activos, tal que<sup>22</sup>:

$$E_{t-1} [er_{ct}] = -\frac{Var_{t-1}(er_{ct})}{2} + (1-\kappa)Cov_{t-1}(er_{ct}, \pi_t) + \kappa Cov_{t-1}(er_{ct}, r_{mt}) \quad (1.9)$$

donde  $Cov_{t-1}(er_{ct}, r_{mt})$  es la covarianza condicional del exceso de rentabilidad del activo  $j$  con la rentabilidad de la cartera de mercado.

La ventaja de la ecuación (1.9) es que permite una estimación directa del parámetro de aversión relativa al riesgo  $\kappa$ . Se presenta como un modelo de prima de riesgo porque incluye los tres principales componentes explicativos del riesgo cambiario: volatilidad del tipo de cambio al contado, covariabilidad de la tasa del tipo

de cambio al contado con la inflación y covariabilidad del tipo de cambio al contado con la rentabilidad del resto del mundo. La mayor debilidad del modelo es que se deriva de una función de utilidad muy específica.

La expresión (1.9) constituye una versión lineal del modelo de paridad descubierta de intereses, derivada de un modelo general de equilibrio en los mercados de activos. Además, esta expresión es una aplicación en tiempo discreto del ICAPM de Adler y Dumas (1983), a la modelización de los diferenciales de tipos de interés asociados a activos de renta fija.

### 3.3.4.1. Una breve comparación entre teorías de paridad de intereses.

Resulta de interés comparar la expresión (1.9) con la versión más utilizada de la teoría de la paridad descubierta de intereses. Según esta teoría, el diferencial de tipos de interés de activos equivalentes denominados en monedas distintas debe ser igual a las expectativas de depreciación de una moneda respecto a la otra. Es decir:

$$r_{jt}^* - r_{ft} + E_{t-1}(s_t - s_{t-1}) = 0 \quad (1.10)$$

La expresión (1.10) difiere de (1.9) en la aparición de los momentos de segundo orden del tipo de cambio, la inflación y el rendimiento de la cartera agregada. Estos términos son consecuencia, por un lado, de la inclusión de aversión al riesgo en el análisis, y por otro, de realizar una correcta linealización de las condiciones de equilibrio.

Si  $\kappa = 0$ , el lado derecho de (1.10) difiere de (1.9) en el sumando:

$$-\frac{Var_{t-1}(er_{ct})}{2} + Cov_{t-1}(er_{ct}, \pi_t)$$

<sup>21</sup> Esta expresión puede encontrarse en Ayuso y Restoy (1996) y en Lim y McNelis (1998), por ejemplo.

Este término aparece como consecuencia de la desigualdad de Jensen, aplicable al valor esperado de una variable log-normal en tiempo discreto. En tiempo continuo, éste desaparece y la versión habitual de la teoría de la paridad descubierta de intereses representada por la ecuación (1.10) sería correcta en el supuesto de neutralidad ante el riesgo.

La inclusión de aversión al riesgo introduce el término:

$$\kappa [Cov_{t-1}(er_{ct}, \pi_t) - Cov_{t-1}(er_{ct}, r_{mt})]$$

que es proporcional al grado de aversión relativa al riesgo que es constante. Este término es, por tanto, la prima de riesgo que el individuo considerado exige al activo  $j$  en relación a la que exige al activo  $f$ .

La expresión (1.10) es independiente de las unidades de medida, pero no del índice relevante para el inversor. Esta heterogeneidad imposibilita, en general, la utilización estricta del supuesto de agente representativo en los modelos de demanda internacional de activos.

Pero en el supuesto de que el coeficiente de aversión al riesgo sea igual para todos los inversores, podemos rescatar la aplicabilidad del modelo de agente representativo, reinterpretando  $P_t$  como el índice de precios mundial ponderado.

#### 4. Aplicaciones empíricas y estudios sobre el riesgo cambiario.

En este epígrafe procederemos a comentar una selección de los principales trabajos empíricos realizados en el marco de análisis del riesgo cambiario, considerando, en cada caso, el objetivo de los trabajos, el modelo empleado, la muestra escogida, el método de estimación y los resultados del análisis. Para ello, se analizarán en un primer subgrupo los trabajos más destacados sobre modelos de volatilidad condicional del tipo de cambio al contado, y en un segundo caso, se desarrollarán aquellos estudios realizados en el marco del modelo ICAPM.

#### 4.1. Diferentes técnicas de medición de la volatilidad del tipo de cambio.

A lo largo de las últimas décadas se han elaborado distintos estimadores de la volatilidad del tipo de cambio. Hasta la fecha, no existe aún una técnica generalmente aceptada que cuantifique el riesgo cambiario. De este modo, la volatilidad ha sido definida mediante un número de medidas diferentes. A continuación exponemos algunas de las estimaciones de la volatilidad del tipo de cambio más utilizadas en la literatura existente, acompañadas de los autores que las han empleado:

- 1) Variación porcentual absoluta del tipo de cambio:

$$h_t = |(S_t - S_{t-1})| / S_{t-1}$$

utilizada en Thursby y Thursby (1985) y Bailey, Tavlas y Ulan (1986).

- 2) Diferencia absoluta media entre el tipo a plazo desfasado un periodo y el tipo al contado actual:

$$h_t = \sum_{i=1}^n |f_{t-i} - S_t| / n$$

empleada en Hooper y Kohlhagen (1978).

- 3) Varianza del tipo de cambio al contado entorno a su tendencia, predicha a partir de:

$$\ln S_t = \phi_0 + \phi_1 t + \phi_2 t^2 + \varepsilon_t$$

utilizada en Thursby y Thursby (1987).

- 4) Media móvil de la desviación típica del tipo de cambio. Por ejemplo, Koray y Lastrapes (1989) proponen:

$$h_t = \left[ (1/m) \sum_{i=1}^m (Z_{t+i-1} - Z_{t+i-2})^2 \right]^{1/2}$$

donde  $Z$  es el logaritmo de los precios relativos de los bienes de consumo extranjeros en términos de los bienes de consumo de EEUU y  $m=12$ . Ejemplos de la aplicación de esta medida son: Cushman (1983), (1988) y (1988a y b); Akhtar y Spence-Hilton (1984); Gotur (1985); Kenen y Rodrik (1986), Bailey, Tavlas y Ulan (1987); Caballero y Corbo (1989); Klein (1990), Bini-Smaghi (1991); Kumar y Dhawan (1991) y Chowdhury (1993).

- 5) Incertidumbre del tipo de cambio a largo plazo, utilizada por Peree y Steinherr (1989), y medida como:

$$h_t = \frac{\max X_{t-k}^t - \min X_{t-k}^t}{\min X_{t-k}^t} + \left[ 1 + \frac{|X_t - X_t^p|}{X_t^p} \right]^2$$

donde  $X_t$  es el tipo de cambio nominal en  $t$ ,  $\max X_{t-k}^t$  y  $\min X_{t-k}^t$  se refieren a los valores máximos y mínimos de los tipos de cambio nominales sobre un intervalo de tiempo dado de tamaño  $k$ , hasta el momento  $t$ , y  $X_t^p$  es el tipo de cambio de equilibrio.

- 6) La desviación típica de las variaciones porcentuales anuales de un tipo de cambio bilateral en torno a la media observada durante un subperiodo. Ejemplos de aplicaciones de esta medida son: De Grauwe y Bellefroid (1986), De Grauwe (1987 y 1988).
- 7) Modelización ARIMA. Estos modelos son utilizados, por ejemplo, por Asseery y Peel (1991) y McIvor (1995).
- 8) Técnicas no paramétricas, empleadas por Belanger et al. (1992).

9) Modelos ARCH. Estos modelos son ampliamente aplicados, entre otros autores, por: Pozo (1992), Kroner y Lastrapes (1993), Caporale y Droodian (1994), Qian y Varangis (1994), McKenzie y Brooks (1997) y McKenzie (1998).

#### 4.2. Primas de riesgo y modelos de volatilidad condicional del tipo de cambio al contado.

La aparición del modelo de heterocedasticidad condicional de Engle (1982) ha motivado un gran número de trabajos que tratan de estimar la volatilidad de los tipos de cambio al contado [Engle y Bollerslev (1986), Hsieh (1989), Diebold y Nerlove (1989), McCurdy y Morgan (1987, 1988, 1989), Bollerslev (1990), Baillie y Bollerslev (1990), Qian y Varangis (1994), McKenzie y Brooks (1997), McKenzie (1998), etc.]. Por otro lado, se han desarrollado estudios que establecen relaciones entre los tipos de cambio a plazo y al contado, con el objeto de determinar si el tipo a plazo es un predictor insesgado y eficiente del tipo de cambio al contado futuro [Baillie, Lippens y MacMahon (1983); Hodrick y Srivastava (1984); Hsieh (1984) y Baillie (1989)]. Generalmente, se ha concluido que esta hipótesis se rechaza debido a la presencia de una prima de riesgo variable en el tiempo.

Los modelos ARCH y sus extensiones de tipo GARCH son algunos de los modelos estadísticos que han permitido estimar los segundos momentos condicionados. El modelo ARCH más simple para la rentabilidad del tipo de cambio univariante  $\{\Delta s_t\}$  puede escribirse como un proceso estocástico AR(1)-ARCH(1) de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\Delta s_t &= \phi_1 \Delta s_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t / \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t^2) \\ h_t^2 &= \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2\end{aligned}$$

donde  $|\phi_1| < 1$ ,  $\omega > 0$  y  $\alpha_1 \geq 0$ .

Una versión más sofisticada es la que supone que la varianza condicional aparece como regresor en la expresión anterior. Así, podríamos reescribir el modelo según:

$$\begin{aligned}\Delta s_t &= \phi_1 \Delta s_{t-1} + \delta h_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t / \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t^2) \\ h_t^2 &= \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2\end{aligned}$$

donde  $\delta$  es el precio del riesgo. Esta especificación es un proceso AR(1)-ARCH(1)-M o en media<sup>23</sup>. Este modelo sirve para relacionar la rentabilidad de los tipos de cambio con el riesgo de cambio.

A continuación, comentamos los trabajos de Baillie y Bollerslev (1990) y Malliaropulos (1995) por considerarlos significativos dentro de la literatura desarrollada en el contexto de riesgo cambiario a partir de la volatilidad condicionada de los tipos de cambio al contado.

#### 4.2.1. Modelo de Baillie y Bollerslev (1990).

El artículo de Baillie y Bollerslev (1990) es un trabajo de referencia en cuanto a la estimación de volatilidades condicionales de variaciones del tipo de cambio al contado. El propósito del artículo es considerar la interdependencia entre las varianzas y covarianzas condicionales de los tipos de cambio en un entorno ARCH multiecuacional<sup>24</sup>. Para ello, con periodicidad semanal, se asume que las primeras diferencias de los tipos de cambio nominales siguen un proceso incorrelacionado, junto con la hipótesis de neutralidad al riesgo y expectativas racionales. El vector de errores de predicción del mercado a plazos se ha parametrizado como un proceso de media móvil donde sus coeficientes se han determinado a través del supuesto de que los tipos de cambio siguen un proceso estocástico martingale en diferencia. La matriz de varianzas y covarianzas condicional se estima asumiendo una estructura GARCH multiecuacional. El modelo propuesto es el siguiente:

<sup>23</sup> En el Capítulo 2 se desarrollan detalladamente las diferentes extensiones de los modelos ARCH.

<sup>24</sup> Este estudio está relacionado con Bollerslev (1988) y Diebold y Nerlove (1989), así como Domowitz y Hakkio (1985) y Hodrick (1981). Sin embargo, estos estudios emplearon datos mensuales, los cuales son menos apropiados para identificar comportamientos ARCH dada la baja frecuencia de dicha información.

$$s_{t+4} - f_t = b_0 + \sum_{j=1}^4 \bar{\Theta}_j \varepsilon_{t+4-j} + \varepsilon_{t+4}$$

$$\varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim N(0, \Omega_t); \{\Omega_t\}_{ij} = h_{ij,t}$$

$$h_{ii,t} = \omega_i + \alpha_{i1} \varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_{i1} h_{ii,t-1}$$

$$h_{ij,t} = \rho_{ij} h_{ii,t}^{1/2} h_{jj,t}^{1/2} \quad \forall i \neq j$$

donde:

- $s_t = [s_{ukt}, s_{wgt}, s_{swt}, s_{frit}]$  es un vector de tipos de cambio al contado en logaritmos, correspondientes a la libra esterlina, marco alemán, franco suizo y franco francés, respectivamente,
- $f_t = [f_{ukt}, f_{wgt}, f_{swt}, f_{frit}]$  corresponde a los tipos de cambio a plazo a un mes en logaritmos,
- $b_0$  es un vector de constantes,
- $\bar{\Theta}_j$  son matrices diagonales 4x4 con elementos diagonales  $\bar{\theta}_j$ ,
- $\varepsilon_t$  es un vector de perturbaciones aleatorias normalmente distribuido con matriz de varianzas y covarianzas  $\Omega_t$ ,
- $\rho_{ij} = \text{corr}_{t-1}(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt})$  denota la correlación condicional, que se asume constante.

Alternativamente, considerando que el modelo ICAPM con coeficiente de aversión al riesgo propuesto inicialmente por Hansen y Hodrick (1983) y desarrollado posteriormente, por ejemplo, por Kaminsky y Peruga (1990), puede ser simplificado considerando exclusivamente como componente de la prima de riesgo la volatilidad condicional del tipo de cambio al contado, Baillie y Bollerslev (1990) contrastan la hipótesis de que a partir de su modelo inicialmente propuesto del tipo GARCH(1,1)-M multiecuacional, la prima de riesgo sea una función lineal de las varianzas y covarianzas condicionales, tal como sugiere la literatura sobre valoración de activos. Los resultados obtenidos no muestran evidencia a favor de esta teoría. Se observa, sin embargo, que

las primeras diferencias del tipo de cambio a plazo resultan claramente significativas en los contrastes sobre primas de riesgo variables en el tiempo. Los resultados obtenidos implican que las violaciones de la eficiencia del mercado a plazo encontradas en este y otros estudios pueden ser debidas, bien a un proceso de información ineficiente por parte de los participantes del mercado, bien a la existencia de desviaciones del comportamiento racional de los agentes, o bien a la necesidad de encontrar nuevos modelos teóricos que sean capaces de explicar mejor el comportamiento de la prima de riesgo variable en el tiempo.

#### 4.2.2. Modelo de Malliaropulos (1995).

Un enfoque alternativo sobre el análisis de las primas de riesgo es el proporcionado por Malliaropulos (1995). Este emplea un modelo GARCH multiecuacional para investigar la conducta de las primas de riesgo sobre algunas monedas participantes en el SME, relacionando el tipo de cambio del marco frente al dólar con el de otras monedas del SME frente al dólar (por ejemplo, el franco francés, lira italiana y libra esterlina). Al mismo tiempo, define una medida de credibilidad<sup>25</sup> basada en la elasticidad condicional del cambio del  $i$ -ésimo tipo de cambio con respecto al marco/dólar.

Su análisis se basa en tres hipótesis:

- 1) Los tipos de cambio esperados del SME con respecto al dólar están relacionados con los tipos de cambio esperados del marco respecto al dólar, mediante un parámetro variable en el tiempo. Esto se justifica por el hecho de que las monedas del SME han estado actuando como un sistema de tipos de cambio cuasi-fijos con respecto al marco. Sin embargo, debido a cambios en la

---

<sup>25</sup> El concepto de Credibilidad hace referencia a la confianza que los agentes tienen en el mantenimiento de un régimen de tipo de cambio. La medida de la credibilidad del sistema cambiario cobró gran interés con la creación del Sistema Monetario Europeo. En este contexto surgieron los modelos de Zonas Objetivo, que tratan de explicar el comportamiento de tipos de cambio mixtos. Cabe destacar en primer lugar, un modelo inicial planteado por Krugman (1991), que considera credibilidad perfecta, es decir, no existe probabilidad de realineamiento de las bandas de fluctuación del tipo de cambio, y en segundo lugar, los que sí consideran probabilidad de realineamiento, tratándose, por tanto, de modelos de credibilidad imperfecta, entre los que destaca el de Bertola y Svensson (1993).

volatilidad condicional de los errores de predicción de los tipos de cambio, los tipos de cambio del SME y del marco se caracterizan por una correlación condicional variable en el tiempo.

- 2) Teniendo en cuenta los resultados de estudios empíricos previos sobre la volatilidad condicional de los tipos de cambio, se asume que el tipo de cambio del marco con respecto al dólar sigue una representación GARCH-M o en media, expresándose como una función lineal de su varianza condicional.
- 3) Por último, siguiendo los estudios de Lee(1988) y Bollerslev(1990), la matriz de varianzas y covarianzas condicionales de las variaciones de los tipos de cambio se especifica como un modelo GARCH multiecuacional y se permite que varíe en el tiempo.

Suponiendo que  $s_{1t}$  es el logaritmo del tipo de cambio del marco frente al dólar, y que  $s_{it}$  es el logaritmo del tipo de cambio  $i$ -ésimo con respecto al dólar, entonces el tipo de cambio esperado de la  $i$ -ésima moneda está relacionado con el tipo de cambio esperado del marco/dólar según:

$$E_{t-1}(s_{it}) - s_{it-1} = \theta_{it} [E_{t-1}(s_{1t}) - s_{1,t-1}] \quad (1.11)$$

siendo  $E_{t-1}(\cdot)$  la expectativa condicionada de los agentes a la información disponible en  $t-1$  y  $\theta_{it}$  es la elasticidad condicional del cambio del  $i$ -ésimo tipo de cambio con respecto al marco/dólar.

Si se multiplican ambos miembros de la ecuación por el término entre corchetes del segundo miembro, se obtiene que<sup>26</sup>:

<sup>26</sup> Demostración de que la  $\text{var}_{t-1}(\Delta s_{1t}) = h_{11,t}$  suponiendo que  $\varepsilon_{it} / \psi_{t-1} \sim N(0, h_{ii,t})$ ,  $E_{t-1}(\varepsilon_{it}) = 0$ ,  $E_{t-1}(\varepsilon_{i,t-1}^2) = h_{ii,t}$ , por ejemplo, para  $i=1$ :

a) Suponiendo un camino aleatorio:  $\text{var}_{t-1}(\Delta s_{1t}) = E_{t-1}[\Delta s_{1t} - E_{t-1}(\Delta s_{1t})]^2 = E_{t-1}(\varepsilon_{1t})^2 = h_{11,t}$ .

b) Bajo expectativas racionales, es decir:  $s_{it} = E_{t-1}(s_{it}) + \varepsilon_{it}$ :

$$\theta_{it} = \frac{\text{cov}_{t-1}(\Delta s_{1t}, \Delta s_{it})}{\text{var}_{t-1}(\Delta s_{1t})} = \frac{h_{1i,t}}{h_{11,t}}$$

donde  $h_{1i,t}$  es la covarianza condicionada de la variación del logaritmo del  $i$ -ésimo tipo de cambio con respecto a la del marco/dólar,  $h_{11,t}$  es la varianza condicionada de la variación del logaritmo del tipo de cambio del marco/dólar (ambas medidas obtenidas a partir de la información disponible en  $t-1$ ). La interpretación de  $\theta_{it}$  es la siguiente:

- a) Si  $\theta_{it}=1$ , entonces el SME es un sistema de cambios fijo, sobre el que existe una total credibilidad.
- b) Si  $0 < \theta_{it} < 1$ , entonces una depreciación esperada del dólar con respecto al marco estará asociada con una depreciación esperada menos que proporcional del dólar contra el  $i$ -ésimo tipo. Por tanto, si se espera que el marco se fortalezca contra el dólar, se debilitará contra el SME.
- c) Si  $\theta_{it} > 1$ , entonces el dólar se espera que se aprecie más frente al  $i$ -ésimo tipo de cambio que frente al marco. Este hecho llevará a un fortalecimiento del marco en el SME.

Si además se supone que los agentes forman sus expectativas racionalmente, se puede decir que:

$$s_{it} = E_{t-1}(s_{it}) + \varepsilon_{it} \quad (1.12)$$

---


$$\begin{aligned} \text{var}_{t-1}(\Delta s_{1t}) &= E_{t-1}[\Delta s_{1t} - E_{t-1}(\Delta s_{1t})]^2 \\ &= E_{t-1}[s_{1t} - s_{1,t-1} - E_{t-1}(s_{1t}) + s_{1,t-1}]^2 \\ &= E_{t-1}[s_{1t} - E_{t-1}(s_{1t})]^2 = E_{t-1}[s_{1t} - s_{1t} + \varepsilon_{1t}]^2 = E_{t-1}(\varepsilon_{1t})^2 = h_{11,t} \end{aligned}$$

c) En el caso de la covarianza:

$$\text{cov}_{t-1}(\Delta s_{1t}, \Delta s_{2t}) = E_{t-1}[(\Delta s_{1t} - E_{t-1}(\Delta s_{1t}))(\Delta s_{2t} - E_{t-1}(\Delta s_{2t}))] = E_{t-1}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) = h_{12,t}$$

donde  $\varepsilon_{it}$  es un error aleatorio de media cero. Definiendo  $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{nt})'$  y denominando por  $\Psi_{t-1}$  el conjunto de información disponible en  $t-1$ , tenemos que:

$$\varepsilon_t / \Psi_{t-1} \sim N(0, \Omega_t) \quad (1.13)$$

donde  $\Omega_t$  es la matriz de varianzas y covarianzas condicional simétrica del error de predicción con elemento típico  $\{h_{ij,t}\}$  para  $i, j = 1, \dots, N$ .

Por otro lado se asume que la media condicional del cambio logarítmico del tipo de cambio marco/dólar es una función lineal de su propia varianza condicional,

$$\Delta s_{1t} = \gamma h_{11,t} + \varepsilon_{1t} \quad (1.14)$$

De las ecuaciones (1.11), (1.12) y (1.14), y teniendo en cuenta a partir de la ecuación (1.14) que  $E_{t-1}(s_{1t}) - s_{t-1} = \gamma h_{11,t}$ , se obtiene que:

$$\Delta s_{it} = \gamma h_{i1,t} + \varepsilon_{it} ; \quad i=2, \dots, N$$

siendo  $\gamma$  el precio del riesgo y  $h_{i1,t}$  la covarianza condicional del marco/dólar y el  $i$ -ésimo tipo de cambio con respecto al dólar. Cuando  $i$  sea igual a 1,  $h_{11,t}$  hace referencia a la varianza condicional del marco/dólar. La prima de riesgo de la moneda  $i$ -ésima respecto al dólar sería entonces el resultado de multiplicar ambos elementos.

Malliaropulos (1995) emplea la matriz de varianzas y covarianzas condicional propuesta por Baba, Engle, Kraft y Kroner (1990), siendo el modelo a estimar<sup>27</sup>:

$$\begin{aligned} \Delta s_{1t} &= \gamma h_{11,t} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta s_{it} &= \gamma h_{i1,t} + \varepsilon_{it} ; \quad i=2, \dots, N \end{aligned}$$

<sup>27</sup> Otros trabajos que emplean esta metodología son: Ledesma, Navarro, Pérez-Rodríguez y Sosvilla (1999a), y Ledesma, Navarro y Pérez Rodríguez (2001a). En el primero se estiman diversas medidas de credibilidad para el tipo de cambio de la peseta frente al marco alemán, mientras que el segundo aplica la medida de credibilidad propuesta por Malliaropulos (1995) a las monedas del SME con frecuencia diaria y en relación al marco alemán.

$$\Omega_t = C + A' \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' A + G' \Omega_{t-1} G$$

donde  $C$ ,  $A$  y  $G$  son matrices de parámetros simétricas, asumiendo además, que  $G$  es una matriz diagonal.

Los resultados indican la presencia de primas de riesgo variables para todas las monedas consideradas.

### 4.3. Primas de riesgo y modelos de valoración de activos.

Dado que los modelos de valoración de activos internacionales son modelos de equilibrio parcial, no son directamente contrastables sin una serie de hipótesis auxiliares. A continuación, se presentan una serie de modelos empleados para la contrastación de la validez del modelo propuesto, y se desarrollan los trabajos empíricos sobre modelos ICAPM más destacados en los últimos años<sup>28</sup>.

#### 4.3.1. Primas de riesgo constantes y eficiencia.

Los estudios existentes sobre primas de riesgo constantes de tipo de cambio están muy vinculados al análisis de eficiencia del mercado de tipos de cambio a plazos.

Se considera que un mercado eficiente es aquél formado por agentes racionales y neutrales al riesgo. El análisis de la eficiencia se realiza contrastando esta propiedad frente a la alternativa de un modelo de agentes racionales pero aversos al riesgo.

Tradicionalmente la hipótesis de eficiencia del mercado de tipos de cambio a plazos estaba íntimamente ligada a la de insesgadez del tipo de cambio al contado, siendo ésta una condición necesaria para el cumplimiento de la hipótesis de eficiencia. Por otro lado, resulta relevante analizar la posible existencia de una prima de riesgo que los agentes estén dispuestos a pagar por cerrar sus posiciones en divisas acudiendo al mercado a plazos.

<sup>28</sup> En el Capítulo 10 del *Handbook of International Macroeconomics* (1995), Bernard Dumas presenta un *survey* sobre Modelos de valoración de activos de capital, desarrollando los distintos enfoques teóricos y comentando los principales trabajos empíricos desarrollados al respecto.

La hipótesis de mercado eficiente (con agentes racionales y neutrales al riesgo) se plantea mediante las ecuaciones:

$$f_t = E_{t-k}(s_t) \quad (1.15)$$

$$s_t = E_{t-k}(s_t) + \varepsilon_t; E_{t-k}(\varepsilon_t) = 0 \quad (1.16)$$

donde  $f_t$  es el tipo de cambio a plazos en  $t$  emitido  $k$  periodos antes.

La hipótesis alternativa con agentes racionales, pero aversos al riesgo, se plantea con las ecuaciones (1.16) y (1.17):

$$f_t = E_t(s_t) + pr_t \quad (1.17)$$

donde  $pr_t$  representa la prima de riesgo que los inversores están dispuestos a pagar por cerrar su posición en divisas acudiendo al mercado a plazos.

Por otro lado, de las ecuaciones (1.15) y (1.16) se obtiene la siguiente expresión que recoge el comportamiento del mercado eficiente:

$$s_t = f_t + \varepsilon_t \quad (1.18)$$

De (1.16) y (1.17) se obtiene de forma análoga la expresión referente a la hipótesis alternativa :

$$s_t = f_t - pr_t + \varepsilon_t$$

Si la prima de riesgo tiene esperanza finita, es posible descomponerla en un componente constante  $pr$  (su valor medio), y otro variable  $pr_t^*$  (la desviación con respecto a su valor medio).

Sustituyendo en la expresión anterior se obtiene:

$$s_t = -pr + f_t - pr_t^* + \varepsilon_t \quad (1.19)$$

La literatura sobre eficiencia del mercado a plazos ha contrastado (1.18) frente a (1.19) de dos modos alternativos. El primero, estimando la ecuación :

$$s_t = \alpha_0 + \alpha_1 f_t + v_t$$

y contrastando la siguiente hipótesis nula, que es la hipótesis de insesgadez:

$$H_0: \alpha_0 = 0; \alpha_1 = 1; \text{Corr}(v_t, v_{t-j}) = 0 \quad \forall j \geq k$$

Tradicionalmente, se dice que los mercados son *fuertemente eficientes* si cumplen la condición de insesgadez. Por otro lado, si la constante fuera significativa y la pendiente tomara valor 1, hablaríamos de *eficiencia débil*. El problema que presenta este método es que si  $s_t$  y  $f_t$  son integrados de orden uno (cosa que generalmente sucede) y si la prima de riesgo es integrada de orden cero, el estimador de  $\alpha_1$  es superconsistente y la obtención de un estimador de la pendiente no significativamente distinto de 1 no permite discriminar entre la inexistencia de prima de riesgo o la existencia de dicha prima de riesgo estacionaria.

En el segundo, Cumby y Obstfeld (1984) y Fama (1984) plantean una versión alternativa trabajando con series estacionarias. De esta forma, Cumby y Obstfeld (1984) estimaron la siguiente ecuación:

$$s_{t+1} - s_t = a + b(f_t - s_t) + u_{t+1} \quad (1.20)$$

Bajo el cumplimiento estricto de la paridad descubierta de intereses se verifica que  $a=0$  y  $b=1$ . Si se permite la existencia de una prima de riesgo constante,  $b$  sigue siendo igual a 1. Cumby y Obstfeld (1984) encontraron estimaciones de  $b$  mucho menores que 1, e incluso menores que 0 en muchos casos. Además, encontraron evidencia de heterocedasticidad en los residuos de  $u$ . Por tanto, la hipótesis de constancia de las primas de riesgo no puede justificarse.

Fama (1984), por su parte, descompuso la ecuación (1.20) de la siguiente forma:

$$s_{t+1} - s_t = a + (f_t - s_t) + (b - 1)(f_t - s_t) + u_{t+1}$$

donde:

- $(f_t - s_t)$  es la prima al plazo;
- $a + (f_t - s_t) + (b - 1)(f_t - s_t) = E_t(\Delta s_{t+1})$  es la expectativa condicional de la variación logarítmica del tipo de cambio;
- $a + (b - 1)(f_t - s_t)$  es la prima de riesgo condicional.

Si  $b < 5$ , la prima de riesgo condicional varía más que la expectativa condicional de la variación del tipo de cambio, o la varianza incondicional de la prima al riesgo es mayor que la varianza incondicional del cambio esperado en el tipo de cambio. Fama (1984) obtuvo, por tanto, dos resultados significativos. Por un lado, encontró que el exceso de rentabilidad es distinto de cero, por lo que las variaciones de los tipos de cambio son predecibles a partir de las primas al plazo. Pero, por otro lado, que la varianza del mismo es incluso mayor que la varianza de la variación del tipo de cambio<sup>29</sup>.

Algunos autores como Ayuso, Dolado y Sosvilla-Rivero (1991) o Castro y Novales (1997) emplean el modelo propuesto por Fama para estudiar la eficiencia del mercado de tipos de cambio a plazos.

En concreto, Ayuso, Dolado y Sosvilla-Rivero (1991) analizan la eficiencia en el mercado a plazos de la peseta, encontrando que los tipos de cambio al contado y a plazos son integrados de orden uno, y que existe una relación de cointegración entre las variables de la ecuación (1.18). Concluyen que, aunque parece existir evidencia de prima de riesgo, ésta resulta ser de tamaño muy reducido.

<sup>29</sup> Cabe resaltar que Hsieh (1991) señala que esta predictibilidad de las variaciones de los tipos de cambio intramuestral no se traslada a la predicción extramuestral, y sospecha que se incumple la hipótesis de linealidad. El autor emplea métodos no lineales para estimar predicciones extramuestrales.

Castro y Novales (1997) realizan un estudio de la eficiencia a partir del modelo propuesto por Fama (1984) para el yen, el marco alemán, la libra esterlina, el franco francés y la peseta, respecto al dólar. Estos autores realizan también un análisis de cointegración entre el tipo de cambio al contado y a plazos, encontrando que dicha relación existe. Confirman la hipótesis de inestabilidad de los tipos de cambio a plazos para todas las monedas estudiadas, y encuentran evidencia a favor de la existencia de primas de riesgo variables en el tiempo, lo que contradice la eficiencia del mercado, si bien el tamaño de estas primas es muy reducido.

Por otro lado, Frankel (1982) propuso otra alternativa asumiendo que la matriz de varianzas-covarianzas de los tipos de cambio es constante en el tiempo. Esta hipótesis no implica que la prima de riesgo sea constante porque la oferta de activos denominada en distintas monedas varía con el tiempo. Frankel (1982), Engel y Rodrigues (1988) y Engel, Frankel y Froot (1991) contrastan la siguiente ecuación:

$$R_{t+1} - R_t = \theta_t \Omega x_t + u_{t+1}$$

donde, el lado izquierdo de la ecuación es un vector de exceso de rentabilidades de activos,  $x_t$  es un vector de oferta de activos, y  $u$  es un vector de rentabilidades no anticipadas. Se impone la hipótesis de que la matriz  $\Omega$  es constante e igual a la matriz de varianzas y covarianzas de  $u$ . La ventaja de este método es que no se impone restricción alguna sobre el precio del riesgo,  $\theta_t$ . El vector de oferta de activos se identifica con la oferta de bonos del gobierno denominada en varias monedas. El contraste rechaza la restricción.

#### 4.3.2. Variables latentes.

Hansen y Hodrick (1983) utilizando datos del mercado cambiario y Gibbons y Ferson (1985) con datos del mercado bursátil fueron los primeros en emplear un modelo estadístico denominado “modelo de variables latentes”.

Partiendo de la expresión extendida y correspondiente al modelo CAPM, visto con anterioridad en el epígrafe 3.3, tenemos que:

$$E_{t-1}(R_{it}) = R_{ft} + (1 - \theta) \text{cov}_{t-1}(R_{it}, \pi_t) + \theta \text{cov}_{t-1}(R_{it}, c_t)$$

En la mayoría de los contrastes, la prima por inflación,  $\text{cov}_{t-1}(R_{it}, \pi_t)$ , se desestima y se emplea una cartera de mercado  $m$  para interpretar  $\theta$ , de modo que:

$$E_{t-1}(R_{it}) - R_{ft} = \beta_i [E_{t-1}(R_{mt}) - R_{ft}] \quad (1.21)$$

donde  $\beta_i = \frac{\text{cov}_{t-1}(R_{it}, c_t)}{\text{cov}_{t-1}(R_{mt}, c_t)}$ , y se supone que  $\beta_i$  es constante en el tiempo. Esta relación explica cómo las variaciones esperadas de la rentabilidad de cualquier activo tienen un factor en común:  $E_{t-1}(R_{mt} - R_{ft})$ .

Si consideramos que el exceso de rentabilidad de la cartera de mercado está linealmente relacionado con un número de variables instrumentales  $z$ :

$$R_{mt} - R_{ft} = \sum_{j=1}^J \delta_j z_{jt} + u_t \quad (1.22)$$

con la condición:  $E_{t-1}(u_t / z_t) = 0$ , que implica:

$$E_{t-1}(u_t' z_t) = 0 \quad (1.23)$$

Sustituyendo (1.22) en (1.21):

$$E_{t-1}(h_t / z_t) = 0 \quad (1.24)$$

donde  $h_t$  se define por:

$$R_{it} - R_{ft} = \beta_i \left( \sum_{j=1}^J \delta_j z_{jt} \right) + (u_t \beta_i + h_{it}) \quad (1.25)$$

La ecuación (1.24) implica:

$$E_{t-1}(h_{it}z_t) = 0 \quad (1.26)$$

Las ecuaciones (1.23) y (1.26) conjuntamente implican:

$$E_{t-1}[(u_t\beta_i + h_{it})z_t] = 0$$

lo que significa que el residuo de (1.25) es ortogonal a los instrumentos.

El método de variables latentes actúa de la siguiente forma. En primer lugar, se estima una regresión no restringida:

$$R_{it} - R_{ft} = \sum_{j=1}^J \gamma_{ij} z_{j,t-1} + \varepsilon_{it}$$

donde  $\gamma_{ij}$  son parámetros. En segundo lugar, se reestima (1.25) sujeto a la restricción de que los coeficientes  $\gamma_{ij} = \beta_i \delta_j$ . Finalmente, y en tercer lugar, se compara la bondad de ajuste de las dos regresiones y si su diferencia es estadísticamente significativa, el modelo se rechaza.

Con este método, Hansen y Hodrick (1983) rechazaron el CAPM basado en el consumo sobre tipos de cambio empleando primas a plazo retardadas como instrumentos. Por otro lado, Hodrick y Srivastava (1984) no lo rechazaron con los mismos datos, pero empleando errores de predicción de tasas a plazo como variables instrumentales.

Giovannini y Jorion (1987 y 1989) emplearon también este método para analizar el CAPM basado en el consumo aplicado conjuntamente a mercados cambiarios y bursátiles. Rechazaron el modelo con observaciones semanales de tipos de cambio al contado y rentabilidades de mercado sobre índice ponderados, durante el periodo 3-8-1983 al 28-12-1984. Intentaron además relajar la hipótesis de constancia de los  $\beta$ ,

permitiendo que éstos varíen linealmente con las tasas de interés, no rechazándose el modelo en este caso<sup>30</sup>.

Campbell y Hamao (1992) y Bekaert y Hodrick (1992) presentan modelos con una, dos o tres variables latentes por pares de países. Los datos de USA-Japón rechazan el modelo, mientras que los datos de USA-Gran Bretaña y USA-Alemania no lo hacen. Los sistemas para tres países también rechazan los modelos de una y dos variables latentes.

Con el objeto de permitir variaciones en el tiempo, Cumby (1987) modeliza explícitamente la covarianza con el consumo en una relación lineal con un conjunto de variables instrumentales. También rechaza el modelo CAPM de consumo.

#### 4.3.3. La teoría de valoración por arbitraje y los modelos multifactoriales de valoración de activos de capital.

El modelo multifactorial se caracteriza porque todos los factores contribuyen a los movimientos sistemáticos de las rentabilidades de los activos. Por ejemplo, si en vez de utilizar la rentabilidad del mercado, utilizamos  $k$  factores que caracterizan dichos movimientos sistemáticos:  $f_{1t}, \dots, f_{kt}$ , y que influyen las rentabilidades de los activos, podríamos construir una medida de la rentabilidad de la cartera de mercado ( $R_m$ ) basada en variables no necesariamente observables de forma directa, es decir, serán variables explicativas económicas, y por tanto observables, o bien variables inobservables, que necesitarán de métodos estadísticos para su definición. En este sentido, el investigador debe determinar el conjunto de factores cuyas sensibilidades explican los precios de los activos. Estos factores pueden determinarse basándonos en un conjunto de factores macroeconómicos, o estimándolos. Este último recurso suele realizarse mediante la aproximación y estudio de técnicas estadísticas multivariantes que facilitan la obtención de los factores incorrelacionados en la base de la información de las rentabilidades.

---

<sup>30</sup> Bekaert y Hodrick (1992) emplearon un vector autorregresivo (VAR) para estudiar simultáneamente las rentabilidades de activos y del tipo de cambio en relación a algunas variables predictivas. Trabajaron con observaciones mensuales de EEUU, Japón, Gran Bretaña y Alemania. Utilizaron modelos con una, dos o tres variables latentes por pares de países. Los datos de USA-Japón rechazan el modelo propuesto, mientras que los de USA-Gran Bretaña y USA-Alemania no lo hacen.

El modelo multifactorial más extendido es el modelo de valoración por arbitraje (APT) de Ross (1976). Parte de la hipótesis de ausencia de oportunidades de arbitraje, y supone que la rentabilidad esperada de cualquier activo  $R_{it}$  puede expresarse en función de su valor esperado condicionado a la información existente en  $t-1$  y de un término de error  $\varepsilon_{it}$ , es decir:

$$R_{it} = E_{t-1}(R_{it}) + \varepsilon_{it}$$

Supone que la rentabilidad esperada, condicionada a la información disponible en  $t-1$ , es una función lineal de factores observables o inobservables ( $f_{kt}$ ):

$$E_{t-1}(R_{it}) = \mu_i + \sum_{j=1}^k \beta_{ij} f_{jt} \quad (1.27)$$

siendo  $\mu_i$  el rendimiento esperado, y  $\beta_{ij}$  las betas o sensibilidades del activo  $i$  en relación con los  $k$  factores.

El Teorema 2 de Ross (1976) implica que si existe una estructura factorial estricta, entonces la ausencia de oportunidades de arbitraje implica que el vector de rentabilidades medias esperadas se puede aproximar mediante una función lineal de los factores. De esta forma:

$$\mu_i = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_{i1} + \dots + \lambda_k \beta_{ik} \quad (1.28)$$

Luego, sustituyendo (1.28) en (1.27) encontramos que:

$$R_{it} = \lambda_0 + (\lambda_1 + f_{1t})\beta_{i1} + \dots + (\lambda_k + f_{kt})\beta_{ik} + \varepsilon_{it}$$

Si este resultado lo extendemos a  $n$  variables, cada una con  $T$  observaciones, tenemos que en forma matricial:

$$E = \lambda_0 + B(\lambda + f) + \varepsilon$$

El modelo ha sido construido de forma que los factores  $f_{kt}$  están incorrelacionados con las perturbaciones  $\varepsilon_{it}$ , las cuales se encuentran igualmente incorrelacionadas entre sí.

Al igual que en el enfoque de variable latente, los pesos de los factores  $\beta_i$  se asumen siempre constantes. Cuando los factores son variables no especificadas, no existe diferencia conceptual entre la teoría de valoración por arbitraje en su forma condicional y el enfoque de variables latentes.

En cuanto a la literatura existente respecto a los modelos de valoración multifactoriales cabe destacar, por un lado, que Connor y Korajczyk (1991) han mostrado que las primas de riesgo variables pueden interpretarse como excesos de rentabilidad condicionada de carteras cuyas tasas de rentabilidad imitan a los factores  $f$ .

Por otro lado, Gultekin y Penati (1989) realizaron un estudio basado en la versión no condicional de la valoración por arbitraje, empleando tanto variables preespecificadas como variables latentes. Los datos empleados corresponden a los mercados bursátiles de USA y Japón durante dos periodos: 5-1-1977 a 31-12-1980 y 7-1-1981 a 26-12-1984. El comercio de activos japoneses se liberalizó el 1 de enero de 1981. Gultekin y Penati (1989) formaron veintidós carteras de activos de USA y Japón y estimaron los coeficientes de riesgo para estas dos categorías de activos por separado. Se rechaza la igualdad entre estas dos categorías, en el primer periodo, indicando la existencia de segmentación en el mercado de capitales entre USA y Japón, mientras que en el segundo no se rechaza.

Korajczyk y Viallet (1992) estudiaron tasas de rentabilidad de inversiones en moneda extranjera en relación a factores latentes comunes que recogen gran parte de la varianza de la rentabilidad del mercado bursátil y cambiario. Si las divisas y las acciones toman sus precios en mercados integrados, tanto el APT como el CAPM indican que cambios en un conjunto común de primas al riesgo deberían explicar cambios en los excesos de rentabilidades, excluyendo cualquier otra variable. Así, si se regresan excesos de rentabilidades de monedas extranjeras sobre un conjunto de regresores que incluyen la prima al plazo, y excesos de rentabilidades de carteras, la

prima al plazo debería recibir un coeficiente que no es significativamente distinto de cero. Cumby y Obstfeld (1984) emplearon observaciones mensuales de ocho tipos de cambio frente al dólar durante el periodo enero de 1974 a diciembre de 1988. Construyeron sus factores con las ocho divisas y de 8000 a 11000 activos negociados en varios mercados cambiarios mundiales. Rechazaron la hipótesis nula, concluyendo que el APT con constante no explica adecuadamente los excesos de rentabilidad de las divisas.

En este sentido, Ferson y Harvey (1991) investigaron el modelo CAPM y APT en el que los factores incluyen la cartera de mercado mundial y un número de variables comunes como el precio del petróleo a las que llaman factores de riesgo económico mundial. Además, introducen variables de información agregada  $z$ . Estiman, en primer lugar, los parámetros  $\beta$  con respecto al mercado mundial y a las variables de riesgo económico. Ferson y Harvey (1991) permiten variaciones en estos  $\beta$ . Vuelven a calcularlos al final de cada tramo de sesenta meses. Muestran que las variables de información agregada tienen poder predictivo para las tasas de rentabilidad. El segundo paso es contrastar el modelo CAPM y APT condicional. La dificultad de esta técnica estriba en que no existe modo de saber si la actualización de los  $\beta$  es la adecuada. La única forma de saberlo es permitiendo variaciones explícitamente en los segundos momentos.

#### 4.3.4. Primas de riesgo variables y heterocedasticidad condicional autorregresiva.

Existen una serie de trabajos realizados a partir de modelos de heterocedasticidad condicional, basándose en el modelo teórico CAPM. Distinguiremos entre aquellos que presentan una versión no lineal del modelo internacional de valoración de activos de capital, como es el caso de McCurdy y Morgan (1991) y de Malliaropulos (1997), y aquellos que desarrollan una versión linealizada del mismo, considerando la estimación del coeficiente de aversión al riesgo, entre los que destacan el modelo de Ayuso y Restoy (1996) y el de Lim y McNelis (1998)<sup>31</sup>.

---

<sup>31</sup> Otros trabajos que consideran la volatilidad condicional en el entorno CAPM son, por ejemplo, el de Chan, Karolyi y Stulz (1992), que contrastan si la covarianza entre mercados extranjeros genera una prima de riesgo significativa en el CAPM aplicado a activos nacionales. Por otro lado, Hamao, Masulis y Ng. (1990) también emplean una formulación GARCH para modelizar rentabilidades en distintos países.

**4.3.4.1. Versión no lineal del modelo internacional de valoración de activos de capital.**

**1) Modelo de McCurdy y Morgan (1991).**

Estos autores estimaron las desviaciones semanales de la paridad descubierta de intereses, en el contexto de un modelo intertemporal de valoración de activos. Según este modelo, los inversores nacionales con posiciones abiertas en moneda extranjera se enfrentan a un riesgo variable en el tiempo, que es proporcional a la covarianza condicional entre el valor de la posición y la tasa marginal intertemporal de sustitución de la moneda nacional.

El análisis se realizó para la libra esterlina, la corona danesa, el marco alemán, el yen japonés y el franco suizo. El periodo muestral abarca desde el año 1980 hasta 1988, y emplean un modelo GARCH bivalente para la heterocedasticidad condicional en las innovaciones, siguiendo a Baba, Engle Kraft y Kroner (1990).

El modelo empírico planteado es:

$$er_{ct} = \gamma'_s x_{s,t-1} + \mu \frac{h_{sw,t}}{h_{w,t}} (\gamma'_w x_{w,t-1} + \varphi_w \varepsilon_{w,t-1}) + \varepsilon_{s,t}$$

$$r_{mw,t} = \gamma'_w x_{w,t-1} + \varphi_w \varepsilon_{w,t-1} + \varepsilon_{w,t}$$

$$\varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim N(0; \Omega_t)$$

$$\Omega_t = C + A' \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} A + B' \Omega_{t-1} B + \phi_{t-1}$$

$$\begin{bmatrix} h_{st} & h_{wst} \\ h_{wst} & h_{wt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_s & c_{ws} \\ c_{ws} & c_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_s & a_{ws} \\ a_{ws} & a_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{s,t-1}^2 & \varepsilon_{w,t-1} \varepsilon_{s,t-1} \\ \varepsilon_{w,t-1} \varepsilon_{s,t-1} & \varepsilon_{w,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_s & a_{ws} \\ a_{ws} & a_w \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} b_s & b_{ws} \\ b_{ws} & b_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{s,t-1} & h_{ws,t-1} \\ h_{ws,t-1} & h_{w,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_s & b_{ws} \\ b_{ws} & b_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi'_s g_{s,t-1} & \phi'_{sw} g_{sw,t-1} \\ \phi'_{sw} g_{sw,t-1} & \phi'_w g_{w,t-1} \end{bmatrix}$$

donde:

---

Utilizan una formulación GARCH en media, pero su objetivo no es contrastar la significatividad de la prima de riesgo, sino describir la propagación de los efectos de un mercado a otro. También Engel y Rodrigues (1988) y Engel, Frankel y Froot (1991) emplean una especificación ARCH para la construcción de la matriz de varianzas y covarianzas planteada por Frankel (1982).

- $er_{ct}$  es el exceso de rentabilidad del mercado cambiario,
- $r_{mw,t}$  es la rentabilidad del índice Morgan Stanley,
- $h_{st}$  es la varianza condicional del exceso de rentabilidad del mercado cambiario,
- $h_{wt}$  es la varianza condicional de la rentabilidad de la cartera bursátil mundial,
- $h_{sw,t}$  es la covarianza condicional entre dos excesos de rentabilidades,
- $\mu$  es un parámetro multiplicativo que puede tomar valor cero para excluir la prima al riesgo del modelo, y
- $x_{s,t-1}, x_{w,t-1}, g_{s,t-1}, g_{w,t-1}, g_{sw,t-1}$  son vectores de variables explicativas conocidas en  $t-1$ .

Los resultados de la aplicación de este modelo para la libra esterlina, la corona danesa, el marco alemán, el yen japonés y el franco suizo, indican la existencia de riesgo sistemático condicional significativo, con respecto a una cartera mundial de referencia, eligiendo como tal el índice mundial de Morgan Stanley. No obstante, existe evidencia de que el modelo no captura todos los componentes predecibles del exceso de rentabilidad.

## 2) Modelo de Malliaropulos (1997).

Este autor investiga la existencia de primas de riesgo variables en el tiempo empleando también el modelo de valoración de activos de capital. El análisis empírico emplea las siete principales monedas del SME frente al dólar (corona sueca, franco francés, marco, lira, yen, corona danesa y libra esterlina), y toma el índice mundial de Morgan Stanley como cartera de referencia. La periodicidad es semanal, y el periodo muestral va desde octubre de 1983 hasta abril de 1993.

Utilizan los tipos de interés del Euromercado de divisas de Londres a 7 días para construir las desviaciones de la paridad descubierta de intereses. El tipo de interés libre de riesgo empleado son las Letras del Tesoro a 3 meses.

La matriz de varianzas y covarianzas condicional del exceso de rentabilidades está modelizado como un proceso GARCH multiecuacional, siendo la matriz de varianzas y covarianzas diagonal, con correlaciones condicionales constantes pero permitiendo que las varianzas y covarianzas condicionales varíen en el tiempo<sup>32</sup>.

El modelo multiecuacional estimado es:

$$er_{ct} = \begin{pmatrix} h_{12,t} \\ h_{22,t} \end{pmatrix} (er_{mt} - \varepsilon_{2t}) + \varepsilon_{1t}$$

$$er_{mt} = c_0 + c_1 er_{m,t-1} + c_2 \Delta sp_t + \varepsilon_{2t}$$

$$\varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim (0; \Omega_t), \{\Omega_t\}_{ij} = h_{ij,t} \text{ para } i,j=1,2$$

$$h_{11,t} = \omega_{11} + a_{11} \varepsilon_{1,t-1}^2 + a_{12} \varepsilon_{1,t-2}^2 + b_{11} h_{11,t-1}$$

$$h_{22,t} = \omega_{22} + a_{22} \varepsilon_{2,t-1}^2 + b_{22} h_{22,t-1}$$

$$h_{12,t} = \rho(h_{11,t} h_{22,t})^{1/2}$$

donde:

- $er_{ct}$  es el exceso de rentabilidad del mercado cambiario,
- $er_{mt}$  es el exceso de rentabilidad del mercado bursátil,
- $\Delta sp_t$  es la variación entre las letras del Tesoro a 3 meses y el tipo Euro-dólar a siete días, y
- $h_{ij,t}$  son las varianzas y covarianzas condicionales del proceso GARCH donde  $i,j=1,2$ .

Los resultados muestran la existencia de riesgo sistemático significativo. Además, los coeficientes beta estimados son muy similares para todas las monedas. La capacidad explicativa del modelo es significativamente mayor que la correspondiente a la especificación CAPM con beta constante. Se concluye que el exceso esperado de

<sup>32</sup> Malliaropulos (1997) emplea la parametrización del modelo GARCH multiecuacional propuesta por Bollerslev (1990) y Baillie y Bollerslev (1990).

rentabilidades es menos volátil en los mercados cambiarios que en el mercado bursátil, y que la inclusión de activos nominados en dólares en la cartera internacional puede reducir el riesgo total de la cartera.

#### 4.3.4.2. Versión linealizada del modelo ICAPM, con coeficiente de aversión al riesgo.

##### 1) Modelo de Ayuso y Restoy (1996).

Estos autores miden la prima de riesgo y contrastan la eficiencia en un marco del modelo internacional de valoración de activos, partiendo de un modelo de equilibrio con aversión al riesgo.

El modelo estimado se emplea para comparar las primas de riesgo de las monedas pertenecientes al SME con las ajenas a él, evaluando la paridad descubierta de intereses dentro del SME. Las monedas analizadas son el dólar, yen, libra esterlina, peseta, lira y franco francés respecto al marco, y el periodo muestral va desde agosto de 1986 hasta julio de 1994.

El modelo planteado es una versión no lineal, en tiempo discreto, del modelo internacional de valoración de activos propuesto por Adler y Dumas (1983), en el que imponen homogeneidad entre la aversión relativa al riesgo de los agentes. La ecuación a estimar es:

$$E_{t-1} [r_{jt} - r_{ft}] = -\frac{Var_{t-1}(r_{jt})}{2} - Cov_{t-1}(r_{jt}, \pi_t) + \kappa Cov_{t-1}(r_{jt}, c_t)$$

donde  $\pi_t = \log(P_t / P_{t-1})$ ,  $c_t = \log(C_t / C_{t-1})$  y  $Cov_{t-1}(r_{jt}, \pi_t)$ ,  $Cov_{t-1}(r_{jt}, c_t)$  son las covarianzas condicionales a la información disponible en  $t$ .

El modelo se estima mediante el método generalizado de los momentos y no se rechazan las condiciones de sobreidentificación derivadas del modelo. Por otro lado, se estimó un parámetro de aversión al riesgo relativamente alto, rechazándose por tanto la hipótesis de neutralidad implícita en la paridad descubierta de intereses. Sin embargo,

las primas de riesgo estimadas para las monedas de dentro del SME son bajas, mientras que las primas de riesgo entre monedas ajenas al SME son mucho mayores.

Por lo tanto, dado que no se rechaza la eficiencia y que el riesgo del tipo de cambio dentro del SME es diversificable, se concluye que la hipótesis de paridad descubierta de intereses es una aproximación razonable para las monedas pertenecientes al SME.

## 2) El modelo de Lim y McNelis (1998).

Estos autores comparan el riesgo sistemático en un modelo ICAPM de la libra irlandesa y la peseta española frente al marco alemán. Estiman no sólo un modelo con coeficiente de aversión al riesgo, sino que lo comparan con un modelo ICAPM y con un modelo de volatilidad del tipo de cambio al contado utilizando el enfoque GARCH multiecuacional.

Empleando datos mensuales durante el periodo enero de 1985-abril de 1997, estiman diferentes tipos de modelos.

Por un lado, estiman la volatilidad del tipo de cambio al contado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} er_{c_t} &= \phi_1 er_{c_{t-1}} + \delta h_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t / \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t^2) \\ h_t^2 &= \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2 \end{aligned}$$

donde:  $er_{c_t}$  es el exceso de rentabilidad del mercado cambiario y  $h_t^2$  es la varianza condicional de la perturbación que es variable en el tiempo.

La finalidad de este modelo es mostrar la relación entre el exceso de rendimiento y la volatilidad de los mismos, estimando el precio del riesgo,  $\delta$ . Para ello, consideran que la volatilidad está condicionada a la información pasada mediante un proceso GARCH(1,1).

Por otro lado, utilizando el entorno ICAPM, estiman el siguiente modelo, desde un punto de vista multiecuacional bivalente:

$$\begin{aligned}
 er_{mt} &= \phi_1 er_{m,t-1} + \varepsilon_{1t} \\
 er_{ct} &= \frac{h_{12,t}}{h_{22,t}} E_{t-1}(er_{mt}) + \varepsilon_{2t} \\
 \varepsilon'_t &= [\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}] \quad \varepsilon'_t / \Psi_{t-1} \sim N(0, \Omega_t) \\
 \Omega_t &= C' C + A' \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} A + G' \Omega_{t-1} G \\
 \Omega_t &= \begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix} \\
 A &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}; G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{12} & g_{22} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

donde  $h_{22,t}$  es la varianza condicional de la cartera de referencia y  $h_{12,t}$  es la covarianza condicional entre el exceso de rentabilidad del activo extranjero y la cartera de referencia. La expresión  $\frac{h_{12,t}}{h_{22,t}}$  es una aproximación de  $\frac{Cov_{t-1}(er_t, R_{mt})}{Var_{t-1}(R_{mt})}$ , y representa la beta condicional.

Además, en la estimación se ha definido una matriz de varianzas y covarianzas condicional según Engle y Kroner (1993), de la forma BEKK, donde  $C$  es una matriz triangular superior y  $A$  y  $G$  son matrices de parámetros simétricas.

El modelo estimado con coeficiente de aversión al riesgo es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 r_{mt} &= \alpha_1 r_{m,t-1} + \varepsilon_{1t} \\
 \pi_t &= \alpha_2 \pi_{t-1} + \varepsilon_{2t} \\
 er_{ct} &= -\frac{1}{2} h_{33,t} + (1 - \kappa) h_{32,t} + \kappa h_{31,t} + \varepsilon_{3t} \\
 \varepsilon'_t &= [\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \varepsilon_{3t}] \quad \varepsilon'_t / \Psi_{t-1} \sim N(0, \Omega_t) \\
 \Omega_t &= C' C + A' \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} A + G' \Omega_{t-1} G
 \end{aligned}$$

$$\Omega_t = \begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} & h_{13,t} \\ h_{12,t} & h_{22,t} & h_{23,t} \\ h_{13,t} & h_{23,t} & h_{33,t} \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{12} & g_{22} & g_{23} \\ g_{13} & g_{23} & g_{33} \end{bmatrix}$$

donde :

- $er_{ct}$  es el exceso de rentabilidad del mercado cambiario;
- $\pi_t$  es la tasa de inflación;
- $r_{mt}$  es la rentabilidad del mercado bursátil.

El coeficiente de aversión al riesgo se ha estimado mediante el método generalizado de los momentos, aunque un procedimiento alternativo consiste en estimar el modelo con coeficiente de aversión al riesgo por máxima verosimilitud en un sistema GARCH-M trivariante, tal como se ha definido anteriormente.

Concluyen que existe una reducción del riesgo cambiario significativa para la peseta y la libra irlandesa frente al marco. El coeficiente de aversión relativa al riesgo no resultó significativo para España. Se propone mejorar las funciones de utilidad introduciendo comportamientos más complejos del riesgo. Al comparar los distintos modelos estimados, el modelo con coeficiente de aversión al riesgo resulta más complejo en términos de los parámetros, mientras que el ICAPM resulta más complejo en cuanto a la no linealidad de sus parámetros.

#### 4.3.5. Versión condicional completa del modelo de valoración de activos de capital.

Harvey (1991) especifica un modelo para los primeros momentos condicionales, asumiendo el uso de un filtro lineal, tal que:

$$R_{jt} - R_{f,t-1} = z_{t-1} \delta_j + u_{jt} \quad (1.29)$$

$$E_{t-1}(u_{jt} / z_{t-1}) \quad (1.30)$$

donde  $u_{jt}$  es el error de predicción del inversor para la rentabilidad del activo  $j$ ,  $z_{t-1}$  es un vector fila de variables instrumentales predeterminadas conocidas para el inversor<sup>33</sup>, y  $\delta_j$  es un vector columna de coeficientes de predicción invariantes en el tiempo. Se emplea una hipótesis de comportamiento análogo para el exceso de rentabilidad del mercado de referencia ( $R_{mt} - R_{f,t-1}$ ). Dadas estas hipótesis, el modelo CAPM clásico (sin prima de inflación) puede escribirse como:

$$z_{t-1} \delta_j = \theta_{t-1} E_{t-1}(u_{jt} u_{mt} / z_{t-1})$$

donde,

$$\theta_{t-1} = \frac{z_{t-1} \delta_m}{E(u_{mt}^2 / z_{t-1})}$$

Definiendo:

$$h_{jt} = u_{mt}^2 z_{t-1} \delta_j - u_{jt} u_{mt} z_{t-1} \delta_m$$

y teniendo en cuenta que la ecuación CAPM puede escribirse como:

$$E_{t-1}(h_{jt} / z_{t-1}) = 0 \quad (1.31)$$

De esta forma, no ha sido necesario especificar el comportamiento de los segundos momentos. Las ecuaciones (1.30) y (1.31) constituyen un sistema que puede

<sup>33</sup> En concreto, Harvey (1991) trabaja con diecisiete países desde diciembre de 1969 hasta mayo de 1989. Emplea un conjunto de variables predictivas "comunes", y un conjunto de "instrumentos locales" para cada país. Dentro del conjunto de variables comunes incluye la tasa de rentabilidad de mercado mundial retardada, una variable ficticia para enero, el rendimiento de los dividendos de EEUU, la prima estructural y el riesgo por defecto de EEUU. Concluye que los instrumentos comunes aportan más información que los locales.

optimizarse con respecto a los parámetros de interés y estimarse empleando el método generalizado de los momentos. Harvey rechaza el modelo CAPM clásico para cada uno de los países analizados individualmente.

Dumas y Solnik (1991), siguiendo a Harvey, contrastan el CAPM internacional. Partiendo de la ecuación:

$$E_{t-1}(R_{it}) - R_{f,t-1} = \sum_{k=1}^K \lambda_{kt} Cov_{t-1}(R_{it}, \Delta S_t) + \theta_{t-1} Cov_{t-1}(R_{it}, R_{mt}) \quad (1.32)$$

donde  $\Delta S$  es la variación del tipo de cambio  $l$  de  $t$  a  $t+1$ .  $\lambda_k$  es el precio del riesgo cambiario, mientras que  $\theta$  es el precio del riesgo de la covarianza en la terminología de Harvey.

Dado que el CAPM internacional es multifactorial, es decir, con primas de riesgo múltiples, no puede aplicarse la sustitución de Harvey para eliminar  $\theta$ . Dumas y Solnik relajan la hipótesis de Harvey definida en (1.29) sobre los primeros momentos condicionales para las rentabilidades, pero también asumen que los precios del riesgo de mercado están relacionados con las variables instrumentales  $z$ :

$$\lambda_{k,t-1} = z_{t-1} \phi_k; \quad \theta_{t-1} = z_{t-1} \phi_m$$

donde  $\phi_m$  y  $\phi_k$  son vectores de pesos invariantes en el tiempo.

Definiendo:

$$h_{jt} = z_{t-1} \delta_j - z_{t-1} \sum_{k=1}^K \phi_{ki} u_{jt} u_{n+k,t} - z_{t-1} \phi_m u_{jt} u_{mt}$$

donde  $h_{jt}$  es una perturbación incorrelacionada con la información  $z_{t-1}$  bajo la hipótesis nula de que la expresión (1.32) se cumple. El vector de residuos es  $\varepsilon_t = (u_t, h_t)$ , y se impone la condición  $E_{t-1}(z_t \varepsilon_t) = 0$ .

Dumas y Solnik examinan simultáneamente datos mensuales referentes a cuatro índices bursátiles nacionales y a tres tipos de cambio durante el periodo 1970-1991. El

principal resultado es que se rechazan las restricciones de sobreidentificación del modelo clásico CAPM mientras que no pueden rechazarse en el modelo CAPM internacional. Encuentran además, que las primas de riesgo cambiario son significativas.

#### 4.3.6. Precios Kernel.

Todos los modelos CAPM, tanto estáticos como intertemporales, pueden escribirse de la forma:

$$E_{t-1} [Q_t (R_t - R_{f,t-1})] = 0$$

donde  $R_t - R_{f,t-1}$  es un vector de exceso de rentabilidades y  $Q_t$  es una tasa marginal de sustitución entre consumo en  $t-1$  y consumo en  $t$ . Hansen y Jagannathan (1991) han señalado que siempre existe una combinación lineal  $Q_t^*$  de rentabilidades disponibles tal que:

$$E_{t-1} [Q_t^* (R_t - R_{f,t-1})] = 0$$

donde  $Q_t^*$  se denomina “precio kernel”.

Los distintos CAPM son teorías económicas capaces de restringir la dimensión de la base de la tasa de rentabilidad en términos del  $Q_t^*$  expresado. Hansen y Jagannathan muestran que la varianza de  $Q_t^*$  es una cota inferior de la varianza de  $Q_t$ .

De Santis (1991), Bekaert y Hodrick (1992), y Bansal, Hsieh y Viswanathan (1992) aplican esta idea a las rentabilidades de los activos internacionales. De Santis (1991) encuentra que el añadir activos de un mercado de capitales al espacio de proyección de los precios kernel explica las rentabilidades en otro mercado de capital. Este hecho puede ser indicativo de la segmentación de mercado.

# NO LINEALIDAD, PROCESOS ARCH Y RIESGO CAMBIARIO

---

### 1. Introducción.

La naturaleza y conducta dinámica de las rentabilidades de los mercados de activos (sean éstos de acciones o de tipos de cambio) ha sido, y continúa siendo, de interés para los académicos, reguladores de mercado, operadores e inversores, quienes aún suponiendo que el mercado es eficiente<sup>34</sup>, están también interesados en la detección y explotación de cualquier patrón de la conducta seguida por los precios de los activos en su evolución temporal.

Existe una creencia extendida entre los analistas de que los movimientos irregulares y persistentes de muchas series financieras y macroeconómicas resultan de no linealidades inherentes a la negociación en el mercado<sup>35</sup>. Las correcciones que hace

---

<sup>34</sup> La creencia es que el precio actual de un activo refleja el valor de mercado de los *cash-flows* futuros de la empresa, y además, cada activo se valora correctamente utilizando toda la información disponible. Consecuentemente, cualquier cambio en el precio de los activos será el resultado de nueva información sobre la empresa. La hipótesis débil de los mercados eficientes (HDME) viene a decirnos que los movimientos de los precios son impredecibles. La mejor predicción para el precio es el valor corriente, y el precio actual sigue el denominado paseo aleatorio.

<sup>35</sup> Estudios recientes sobre los mercados de activos han cuestionado que la conducta de las rentabilidades de los activos sea totalmente aleatoria, y que las técnicas de modelización lineal sean adecuadas para captar algunos patrones complejos que los chartistas observan en la evolución del precio de los activos [véase Fama (1965, pág.80)]. Así, en las últimas dos décadas, algunos investigadores como Hinich y Paterson (1985), Cochrane (1988), Fama y French (1988), Lo y MacKinlay (1988), White (1988),

el mercado sobre las desviaciones del precio de mercado y su valor teórico pueden no ser proporcionales a la cantidad por la que el precio se desvía de su verdadero valor. Por ello, cabría esperar correcciones no lineales. El mecanismo no lineal puede relacionarse al estudio de la psicología de mercado, donde es comprensible que los mercados sobrereaccionen ante la llegada de malas noticias. De hecho, la conducta de muchas variables económicas es asimétrica sobre el ciclo económico y esto se demuestra porque los *shocks* negativos tienen un mayor impacto que los que son positivos de igual magnitud. Por esto, tal y como se demuestra en un número cada vez mayor de estudios en economía, se presta una menor atención a los modelos lineales en favor de los modelos estocásticos no lineales de series temporales (tanto uniecuacionales como multiecuacionales). Esta mayor atención y creciente interés entre los economistas en los últimos años se justifica, además, por la riqueza de estructuras no lineales que pueden utilizarse para describir y predecir las series económicas. Podríamos citar, brevemente, los modelos GARCH y sus extensiones, los modelos autorregresivos umbral (TAR) y sus extensiones donde la transición entre los regímenes es alisada (STAR); los modelos de cambios de régimen markovianos (MS); los *wavelets*, la predicción por analogías (NN) o las redes neuronales artificiales (RNA), que se muestran capaces de resolver aceptablemente la difícil tarea de la predicción.

Pues bien, en este capítulo pretendemos considerar algunas cuestiones sobre la no linealidad así como sobre las características y tipologías de los modelos que permitirán estimar el riesgo de cambio: los *modelos de volatilidad predecible* o modelos de volatilidad condicional autorregresiva (ARCH).

---

Sheinkamn y LeBaron (1989), Hsieh (1991), Granger (1992), Gençay (1996), Campbell, Lo y MacKinlay (1997), De Lima (1998), Fernández, García y Sosvilla (1999), Fernández, Sosvilla y Andrada (1999), Bajo, Sosvilla y Fernández (2001), García y Gençay (2000), o investigadores sobre el mercado de activos español como Bajo, Fernández y Sosvilla (1992), Ratner (1996), Fernández, Sosvilla y García (1997), Fernández, González y Sosvilla (2000), han cuestionado y puesto en duda la hipótesis de los mercados eficientes (HME), que el modelo de camino aleatorio sea una descripción razonable del movimiento del precio de los activos, así como que los modelos lineales describan acertadamente la evolución de los precios de los mismos. En este sentido, muchos de estos trabajos han contribuido a una mejora en la predicción del futuro y la toma de decisiones, y como dice Haugen (1999), han contribuido a que las Finanzas académicas estén preocupadas por el análisis y estudio de los mercados ineficientes en la actualidad.

## 2. No linealidad en la evolución de los precios de los activos.

La no linealidad es un concepto que resulta difícil definir. No obstante, Franses (1998, pág.174) dice que: “una serie temporal económica puede decirse que es no lineal cuando grandes *shocks* tienen un impacto diferente al producido por *shocks* pequeños, en el sentido de que el impacto de un *shock* no es proporcional a su tamaño”. En cierto sentido, podríamos decir que no linealidad podría implicar que el impacto de los *shocks* depende del signo de éstos, es decir, de si son positivos o negativos. Precisamente, esta característica aparece en los mercados de activos, donde existe un predominio más frecuente de *shocks* negativos que de *shocks* similares de tamaño positivo.

La noción de no linealidad se está empleando frecuentemente en los últimos años como consecuencia de que estudios recientes sobre la conducta y naturaleza de los rendimientos de los activos han contribuido a poner en duda la hipótesis débil de los mercados eficientes desarrollada por Fama (1965) y, de esta forma, que el movimiento de los precios sea adecuadamente descrito por el modelo de paseo aleatorio. En estos estudios destacan dos cuestiones fundamentales que admiten una conducta predecible de las rentabilidades de los activos. En primer lugar, la presencia de la reversión a la media y la existencia de autocorrelaciones negativas en los precios<sup>36</sup>. Y, en segundo lugar, también la utilización de modelos no lineales ha puesto en duda la hipótesis débil de mercados eficientes. Algunos contrastes de linealidad, como el exponente de Hurst o el contraste BDS [véanse Fernández, Sosvilla y García (1997), De Lima (1998) y Opong, Mulholland, Fox y Farahmand (1999)] muestran la existencia de no linealidades

---

<sup>36</sup> La significación de la reversión a la media en los precios de los activos puede contrastarse, en principio, mediante la descomposición del precio de los activos en dos componentes. Muchos autores han propuesto métodos de descomposición de las series de precios en componentes transitorios y permanentes, basándose en el contexto de los contrastes de persistencia o no estacionariedad, que en la literatura son paralelos a los contrastes de raíces unitarias y que justifican la presencia de componentes similares a los del paseo aleatorio. Así, por ejemplo, algunos autores como Cochrane (1988), Poterba y Summers (1988), Lo y MacKinlay (1988), Kim, Nelson y Startz (1991) empleando el contraste de razón de las varianzas, argumentan que los precios poseen reversión a la media en el largo plazo; y autores como Fama y French (1988a) muestran que la existencia de un componente de reversión a la media en los precios de los activos tiende a inducir autocorrelaciones negativas en las rentabilidades que son más fuertes en el largo plazo. En este sentido, desarrollan un contraste de la hipótesis de mercados eficientes que está basado en que la conducta de las rentabilidades a largo plazo puede proporcionar una clara impresión de la importancia de la reversión a la media de los componentes de los precios. Específicamente, un componente que decae lentamente induce autocorrelaciones negativas. En general, todos estos autores consideran que de esta forma puede justificarse la existencia de ciertas desviaciones transitorias de la senda de paseo aleatorio.

y, por lo tanto, de patrones complejos en los datos analizando distintos índices. Las razones que podríamos argumentar para justificar la no linealidad son variadas. Por un lado, podríamos admitir la posibilidad de que no todos los agentes alcanzasen simultáneamente toda la información; que se provocasen importantes diferencias en los objetivos y en el tiempo de negociación; o que aquellos agentes con algoritmos más sofisticados fuesen capaces de hacer mejor uso de la información disponible. Por ejemplo, Hinich y Paterson (1985) han mostrado que las rentabilidades son realizaciones muestrales de procesos estocásticos no lineales estacionarios; y Granger (1992) argumenta que ampliando el horizonte temporal, utilizando datos desagregados, tratando adecuadamente los eventos excepcionales y *outliers*, y especialmente considerando la no linealidad, pueden obtenerse mayores beneficios<sup>37</sup>.

Sin embargo, el tratamiento de la no linealidad no resulta fácil por varios motivos. En primer lugar, porque existe un número elevado de alternativas: modelos bilineales, modelos de heterocedasticidad autorregresiva condicional (ARCH y sus extensiones), modelos *smooth transition autoregressive* (STAR), los modelos de redes neuronales artificiales (RNA), los algoritmos genéticos, los *wavelets* e incluso la dinámica caótica, los cuales no sólo hacen difícil la selección de los modelos sino que también pueden favorecer el *data mining*. En segundo lugar, porque la flexibilidad existente en su utilización puede crear ajustes espurios [Granger y Teräsvirta (1993)]; y en tercer lugar, porque cuando se considera un periodo de tiempo muy grande puede aparecer el problema del cambio de régimen y la existencia de más *outliers* que dificultan la estimación de los modelos [De Lima (1998)].

La aplicación de los modelos no lineales a las series de rendimientos de los activos ha tenido distinto éxito. Así como Lamoreoux y Lastrapes (1990) argumentan que la presencia de cambios en la varianza no condicional puede explicarse por la persistencia de la varianza condicional, es decir la integrabilidad de la varianza, Hsieh (1991) destaca que la no linealidad de las rentabilidades de los activos se debe principalmente a la existencia de efectos ARCH y no tanto a la existencia de cambios de estructura. Algunos estudios como Granger y Teräsvirta (1993), Swanson y White (1995), Gençay (1996) o Clements y Smith (1999) indican que los modelos no lineales

---

<sup>37</sup> Ahora bien, si no se encuentra una regla de beneficio y esta no produce beneficios durante un periodo extenso, entonces la HDME no podría ser rechazada.

del tipo STAR y RNA, aplicados a las series financieras, y cuando se les compara con modelos lineales, algunas veces mejoran la predicción. También autores como Episcopos y Davis (1995), Giles, Lawrence y Tsoi (1997), Pérez-Rodríguez, Torra y Borrell (2000) y García y Gençay (2000), entre otros, demuestran que las RNA predicen algo mejor que los modelos lineales y los modelos no lineales de tipo ARCH. En el caso concreto de los rendimientos de los activos, White (1988), Collard (1991) o Donaldson y Kamstra (1996) destacan la aplicación de las RNA. Particularmente, los últimos autores investigan el uso de la RNA para predecir los rendimientos de diferentes índices de los mercados de activos internacionales (USA, Canadá, Japón y Reino Unido), y mostraron que en términos predictivos estas técnicas dominaban a los procedimientos lineales, pues su flexibilidad tenía en cuenta relaciones no lineales complejas que no eran capturadas fácilmente por los modelos lineales.

En cuanto a los trabajos que analizan la existencia de comportamientos caóticos en las series de rendimientos financieros, destaca el modelo de De Grauwe y Vansante (1990), en el que, según este modelo, el aparente comportamiento errático que se manifiesta en las series de tipo de cambio puede ser explicado, al menos en parte, debido al comportamiento caótico de un sistema no lineal pero determinista que gobierna su dinámica subyacente. Pero la evidencia empírica de comportamiento caótico en series de tipos de cambio es fragmentaria y no concluyente. Por un lado, existe un grupo de autores que extraen conclusiones negativas sobre el comportamiento caótico de los tipos de cambio, como es el caso de Hsieh (1989), Cecen y Erkal (1996). Por otro lado, han aparecido otra serie de trabajos que han defendido la presencia de caos de baja dimensión en rendimientos diarios de tipos de cambio. Bajo, Fernández y Sosvilla (1992) sugieren evidencia de caos de baja dimensión en rendimientos de las series al contado y futuros del tipo de cambio peseta/dólar. Igualmente, De Grauwe *et al.* (1993) concluyen evidencia de comportamiento caótico, tanto para los rendimientos libra esterlina/dólar durante el periodo 1973-1981 como para los rendimientos durante el periodo 1973-1990 del yen japonés/dólar<sup>38</sup>. En los últimos años, algunos autores

---

<sup>38</sup> En España, el análisis de la capacidad predictiva de los rendimientos bursátiles mediante modelos no lineales se ha centrado en el estudio de la volatilidad condicional de los rendimientos de un índice compuesto [Alonso (1995), para el que la evidencia empírica sobre las regularidades que caracterizan la volatilidad del mercado español de renta variable es la ausencia de respuesta asimétrica de su volatilidad ante movimientos alcistas y bajistas de los precios]; y los rendimientos del Ibex35 [León y Mora (1999),

proponen la aplicación de una técnica mixta entre el análisis técnico y el comportamiento caótico, denominado *nearest-neighbour* (NN). De este modo, Fernández y Sosvilla (1998) encuentran evidencia empírica de predicción a corto plazo en algunas de las monedas que participan en el SME. Además, Fernández, Sosvilla y Andrada (1999) sugieren que los predictores NN calculados recursivamente mejoran la predicción de monedas participantes del SME frente a los resultados obtenidos mediante el camino aleatorio o procesos ARIMA.

### 2.1. Regularidades empíricas de las series financieras.

Muchas series de precios y rendimientos observados a través del tiempo muestran comportamientos característicos de series con volatilidad condicionada. Podemos considerar varios tipos de efectos encontrados empíricamente, y que los modelos de volatilidad condicionada son capaces de explicar:

- a) Nula o escasa estructura regular dinámica en la media. Si existiese algún tipo de estructura en los niveles ésta sería, generalmente, un proceso estocástico lineal del tipo AR(1) o MA(1) con parámetros pequeños.
- b) La agrupación (*clustering*) de las volatilidades. Este hecho es frecuente en series financieras donde grandes cambios en las variables (positivos o negativos) producen cambios grandes en la volatilidad. Por otro lado, pequeñas variaciones producen pequeñas volatilidades. Es decir, periodos de fuertes turbulencias son seguidos por periodos de relativa estabilidad o calma.
- c) La existencia de distribuciones incondicionales de probabilidad altamente leptocúrticas, es decir, más apuntadas que la distribución normal estándar.

---

entre otros, quienes demuestran mayor relevancia de efectos asimétricos de la volatilidad ante *shocks* negativos que positivos de igual magnitud, y no tanto los denominados efectos en media]; en el estudio del índice general de la Bolsa de Madrid por Fernández, Sosvilla y García (1997) utilizando predictores locales inspirados en la literatura de predicción en sistemas no lineales; y Fernández, González y Sosvilla (2000) utilizando un modelo simple de redes neuronales artificiales para evaluar los beneficios de una regla técnica de negocio, que es superior a la del paseo aleatorio.

- d) El efecto apalancamiento o asimetría de la volatilidad. Es decir, la volatilidad se incrementa en mayor medida cuando se produce un *shock* negativo que cuando es positivo<sup>39</sup>.
- e) Los efectos estacionales que dependen de la organización de la actividad laboral: efectos calendario (como por ejemplo, el efecto enero, el efecto fin de semana o el efecto lunes), influencia de las fiestas, etc.. En concreto, una característica común de los mercados financieros es que cuando éstos cierran, la información que se acumula hasta que vuelven a abrir dichos mercados se refleja en el precio de apertura. De hecho, las varianzas son más elevadas después de un fin de semana que cualquier otro día.
- f) Los co-movimientos de la volatilidad. Muchas series de rentabilidades de los activos muestran un movimiento común tanto en la media como en la varianza y covarianza a lo largo del tiempo.

Estas regularidades empíricas han dado lugar a una variada especificación de modelos de volatilidad condicional, los cuales veremos en los epígrafes tres y cuatro.

### 3. El riesgo cambiario y los modelos uniecuacionales ARCH.

La evidencia empírica dentro de la literatura econométrico-financiera (y, por ejemplo, considerada en el epígrafe 4 del Capítulo 1), sugiere que la varianza o volatilidad condicional de la rentabilidad de los tipos de cambio o de los excesos de rendimiento cambiarios es variable temporalmente. La importancia de obtener un modelo para la varianza estriba, por un lado, en que muchos modelos de la teoría económica utilizan varianzas que son variables en el tiempo, como por ejemplo, los modelos de valoración de opciones, la gestión de riesgos, la estructura temporal de los tipos de interés, la inflación, etc., donde las acciones de los agentes están basadas en la distribución condicional a la información disponible de las rentabilidades, o en el hecho de que los datos reflejan el resultado de la negociación entre compradores y vendedores.

---

<sup>39</sup> El efecto asimetría o apalancamiento fue descubierto por Black (1976) y confirmado por Nelson (1990) y Schwert (1990).

Por otro lado, desde el punto de vista econométrico, se gana eficiencia en la estimación de los parámetros.

Los modelos en los que la varianza de la predicción puede cambiar en el tiempo, se denominan modelos heterocedásticos condicionados autorregresivos (ARCH) y fueron propuestos originariamente por Engle (1982). La varianza condicionada se diferenciará de la varianza no condicionada o marginal en que aquella es variable y modelizable. Los modelos ARCH han tenido una rápida difusión en los trabajos empíricos, en especial en economía financiera, ya que han sido capaces de sintetizar los rasgos que caracterizan el comportamiento dinámico a corto plazo de las variables estudiadas. Así, la modelización de la varianza condicionada de una serie temporal se aproxima al concepto económico de volatilidad condicionada, pues ésta permite valorar, medir y representar la incertidumbre de los agentes económicos y del mercado a lo largo del tiempo.

Sin embargo, no existe una teoría que sea generalmente aceptada para explicar la dinámica de las varianzas condicionales. En este sentido, los modelos de volatilidad condicional intentan representar las características empíricas observadas de las series temporales financieras y son modelos construidos con el objetivo fundamental de servir para predecir. A continuación, desarrollaremos la especificación y estimación de los modelos ARCH y algunas de sus extensiones.

### **3.1. Modelización de la simetría.**

Simetría es equivalente a decir que un error con signo negativo tiene la misma influencia sobre la volatilidad que un error positivo. A continuación presentamos las distintas especificaciones existentes en este contexto.

#### **3.1.1. Modelo ARCH(p).**

Los modelos ARCH son una clase de procesos estocásticos de series temporales que están caracterizados porque, aún teniendo media nula y estando serialmente incorrelacionados, poseen una varianza condicionada que no es constante en el tiempo. Los procesos ARCH pueden definirse en una extensa variedad de contextos.

Por ejemplo, los errores de un modelo de serie temporales univariantes pueden estar generados por un proceso ARCH(1) de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}y_t &= \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t; \varepsilon_t = h_t z_t, z_t \sim N(0,1) \\ \varepsilon_t / \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t^2) \\ h_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2\end{aligned}$$

donde,  $\varepsilon_t$  es el término de perturbación condicionado que se distribuye normalmente con media nula y varianza variable en el tiempo, es decir,  $N(0, h_t^2)$ .

Por otro lado, en un modelo de regresión los residuos también pueden estar generados por un proceso ARCH. Concretamente, podemos escribir que en la regresión simple entre dos variables cualesquiera  $y_t$  y  $x_t$ , los residuos del modelo pueden estar generados por un proceso de tipo heterocedástico condicionado. Así:

$$\begin{aligned}y_t &= \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t; \varepsilon_t = h_t z_t; z_t \sim N(0,1) \\ h_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2\end{aligned}$$

Del artículo de Engle (1982) podemos extraer cuatro hipótesis iniciales que caracterizan al modelo ARCH(p) definido para la varianza condicionada  $h_t^2$ . La primera es la dependencia de los valores pasados de  $\varepsilon_t^2$ . En esta hipótesis se hace referencia a la dependencia que existe entre los errores cuadrados y los errores pasados de  $\varepsilon_t^2$ . Se supone que  $E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-i}] = 0$ , mientras que la asociación lineal se manifiesta entre los cuadrados de la series, tal que  $E[\varepsilon_t^2 \varepsilon_{t-i}^2] \neq 0$ . De esta forma,  $h_t^2$  puede expresarse mediante una función que relaciona las observaciones pasadas de dichos errores al cuadrado, es decir:  $h_t^2 = f(\varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-p}^2; \alpha)$ , donde  $h_t^2$  es la varianza condicionada heterocedástica que se planteará mediante un proceso estocástico autorregresivo que definiremos más adelante, que depende de los términos de perturbación y de los parámetros incluidos en el vector  $\alpha$ , siendo un vector de parámetros de orden  $p \times 1$ .

La segunda es la normalidad condicionada del error,  $\varepsilon_t$ . Las observaciones generadas a partir de un proceso ARCH se distribuyen condicionalmente como una normal, es decir:  $\varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim N(0, h_t^2)$ .

La tercera es la de que la varianza condicionada es estrictamente positiva, es decir,  $h_t^2 > 0$ . Para asegurar que la varianza condicionada sea estrictamente positiva en todos los valores o realizaciones pasadas del error,  $\varepsilon_t$ , el modelo ARCH necesita que el espacio de parámetros ha de encontrarse estrictamente en la región positiva. Esto es, todos los valores de  $\alpha_i$  deben ser positivos,  $\alpha_i > 0, i=1, \dots, p$ . Así, en el modelo ARCH(1) este supuesto se traduce en la exigencia de que  $\alpha_0 > 0$  y  $\alpha_1 > 0$ .

Y, la cuarta, es la de la estacionariedad y persistencia, es decir, la varianza no condicionada finita. Para que las varianzas obtenidas del modelo ARCH sean estacionarias y finitas, es decir, para que su función de densidad conjunta sea constante en el tiempo, Engle acota la varianza no condicionada y determina mediante un teorema que el 2º  $r$ -ésimo momento de un ARCH(1) debe verificar que:

$$\alpha_1^r \prod_{j=1}^r (2j-1) < 1$$

Así, un modelo ARCH(1) con parámetros estrictamente positivos  $\alpha_0 > 0$  y  $\alpha_1 > 0$ , tendrá un segundo momento condicionado positivo. Además, para que este momento esté acotado, es decir para que la varianza sea estacionaria y finita, se requiere que  $\alpha_1 < 1$ .

Generalizando para un proceso ARCH lineal de orden  $p$ , éste será estacionario en covarianza si y sólo si las raíces de la ecuación característica de  $h_t^2$  caen fuera del círculo unidad, según Engle (1982). Esta condición implica que:  $\sum_{i=1}^p \alpha_i < 1$ .

Por otro lado, la varianza no condicionada estacionaria de un proceso ARCH( $p$ ) está definida por:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i}$$

Por tanto, los momentos condicionados de un proceso ARCH(p) son:

$$E_{t-1}[\varepsilon_t] = 0, \quad E_{t-1}[\varepsilon_t^2] = h_t^2, \quad \gamma_1(\tau) = E[(\varepsilon_t - E_{t-1}(\varepsilon_t))(\varepsilon_{t-\tau} - E_{t-1}(\varepsilon_{t-\tau}))] = 0 \quad \forall \tau \geq 1$$

Los momentos no condicionados o marginales son:

$$E[\varepsilon_t] = 0, \quad E[\varepsilon_t^2] = \sigma_\varepsilon^2 \text{ (constante en el tiempo)}, \quad E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-\tau}] = 0 \quad \forall \tau \geq 1$$

### 3.1.2. Modelo GARCH(p,q).

El modelo GARCH (p,q) fue propuesto por Bollerslev (1986). La ecuación que describe este modelo es una suma de polinomios: uno autorregresivo de orden  $p$  y otro media móvil de orden  $q$  para la varianza heterocedástica obtenida del ajuste univariante de series temporales o en un modelo de regresión. Así:

$$h_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}^2$$

en el que los valores de los parámetros del modelo deben ser positivos (es decir,  $\omega > 0$ ,  $\alpha > 0$  y  $\beta > 0$ ) para evitar que las varianzas sean negativas, las raíces del polinomio  $\beta(L) = \beta_1 + \beta_2 L + \beta_3 L^2 + \dots + \beta_p L^{p-1}$  deben estar fuera del círculo unitario [como en un modelo ARMA (p,q)], y la varianza no condicionada  $\sigma_\varepsilon^2$  debe ser constante para asegurar la estacionariedad en covarianza.

En un modelo GARCH(1,1) tal como:

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2$$

es suficiente que  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ , para que la varianza heterocedástica sea estacionaria. En general, en un GARCH(p,q):

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \dots - \alpha_q - \beta_1 - \dots - \beta_p}$$

y la condición de estacionariedad es que  $\alpha_1 + \dots + \alpha_q + \beta_1 + \dots + \beta_p < 1$ .

La condición necesaria y suficiente para la existencia del 2º r-ésimo momento estacionario y finito en el GARCH(1,1) es que:

$$\mu(\alpha, \beta, r) = \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} a_j \alpha_1^j \beta_1^{r-j} < 1$$

que resulta de aplicar la fórmula de los momentos con respecto al origen, y en la que por ser una distribución normalmente condicionada se requiere adicionalmente que:

$$a_0 = 1 \text{ y } a_j = \prod_{i=1}^j (2i - 1)$$

### 3.1.3. ARCH(p) exponencial y de valor absoluto.

Los modelos ARCH no lineales ya habían sido propuestos por Engle (1982). Este propone el siguiente modelo exponencial:

$$h_t^2 = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2)$$

en el que la varianza es positiva para todos los valores de  $\alpha$ . Sin embargo los datos generados por este tipo de proceso pueden implicar una varianza infinita, dificultando la estimación y la inferencia. Como alternativa se ha propuesto el modelo de valor absoluto:

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 |\varepsilon_{t-1}| + \dots + \alpha_p |\varepsilon_{t-p}|$$

en el que los parámetros de la varianza,  $\alpha_i$ , son positivos,  $\alpha_i > 0$ , aunque a diferencia del modelo anterior la varianza es finita.

Por otro lado, también podemos añadir otro modelo no lineal empleado por Engle y Bollerslev (1986). Este se especifica como:

$$h_t^2 = \omega + \alpha |\varepsilon_t|^\gamma + \beta h_{t-1}^2$$

cuyas restricciones son  $\omega > 0$ ,  $\alpha \geq 0$ ,  $\beta \leq 1$  y  $\gamma > 0$ .

### 3.1.4. ARCH(p) multiplicativo o logarítmico.

En un intento de resolver los problemas ocasionados por el incumplimiento de la hipótesis de no-negatividad en el modelo ARCH, Geweke (1986) y Pantula (1986) sugieren una forma funcional alternativa a las propuestas por Engle (1982), asegurando una varianza condicionada positiva y finita para todo el espacio paramétrico de  $\alpha$ . Formalmente, el modelo propuesto se especifica de la siguiente manera:

$$\log(h_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(\varepsilon_{t-1}^2) + \dots + \alpha_p \log(\varepsilon_{t-p}^2)$$

### 3.1.5. NARCH(p).

Un modelo que contiene muchos de los propuestos en la literatura es el desarrollado por Higgins y Bera (1990) y denominado ARCH no lineal. El planteamiento de su modelo se centra en el desarrollo para la varianza condicionada de una función similar a la que se conoce en la teoría económica como función CES o Elasticidad Constante de Sustitución, que comprende, como casos particulares, a las funciones de producción más conocidas como la función de Leontieff, la función de Cobb-Douglas o funciones de tipo lineal. La especificación adoptada por la volatilidad condicional es:

$$h_i^2 = \left[ \phi_0 (\sigma^2)^\delta + \phi_1 (\varepsilon_{i-1}^2)^\delta + \dots + \phi_p (\varepsilon_{i-p}^2)^\delta \right]^{1/\delta}$$

donde  $\sigma^2 > 0$ ,  $\phi_i > 0$  y  $0 < \delta < 1$  para  $i=0,1,\dots,p$ , y,  $\sum \phi_i = 1$ .

El NARCH(p) es una especificación bastante flexible, y puede reescribirse convenientemente como:

$$\frac{h_i^{2\delta} - 1}{\delta} = \phi_0 \frac{(\sigma^2)^\delta - 1}{\delta} + \phi_1 \frac{(\varepsilon_{i-1}^2)^\delta - 1}{\delta} + \dots + \phi_p \frac{(\varepsilon_{i-p}^2)^\delta - 1}{\delta}$$

que no es más que una transformación del tipo Box-Cox (1964). Así cuando  $\delta = 1$ , el modelo para la varianza condicionada es lineal y cuando  $\delta \rightarrow 0$  el modelo es logarítmico, cuya expresión es:

$$\log(h_i^2) = \phi_0 + \phi_1 \log(\varepsilon_{i-1}^2) + \dots + \phi_p \log(\varepsilon_{i-p}^2)$$

con restricciones:  $\sigma^2 > 0$ ,  $\phi_i > 0$  ( $i=1,\dots,p$ ),  $\delta > 0$ .

La varianza del modelo NARCH(1) es finita siempre que:

$$\phi_1 (\pi^{1/2}) (2^\delta) \Gamma \left[ \frac{\delta+1}{2} \right] < 1$$

donde  $\Gamma(\cdot)$  es la función gamma.

El modelo planteado por Higgins y Bera (1990) fue propuesto para predecir el comportamiento futuro de varios tipos de cambio con respecto al dólar. Si bien las predicciones puntuales obtenidas por este modelo son similares a las obtenidas por otros modelos más sencillos, las predicciones por intervalo son mucho más precisas en el caso del NARCH, por lo que parece que este modelo captura más óptimamente los movimientos en el tiempo de la varianza condicionada.

### 3.1.6. Desviación estándar.

Es un modelo que desarrolla Schwert (1990), y utiliza una especificación funcional de la desviación típica de la varianza heterocedástica con la siguiente representación:

$$h_t = \left[ \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i |\varepsilon_{t-i}| \right]^2$$

cuyas restricciones son  $\omega > 0$  y  $0 \leq \alpha_i \leq 1$ .

### 3.1.7. Componente ARCH.

La varianza condicional de un modelo GARCH(1,1) puede escribirse como:

$$h_t^2 = \bar{\omega} + \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - \bar{\omega}) + \beta(h_{t-1}^2 - \bar{\omega})$$

donde se produce una reversión a la media hacia  $\bar{\omega}$ , que es constante a lo largo del tiempo. En contraste, el modelo componente permite una reversión a la media hacia un valor variable en el tiempo  $q_t$ , que se especifica de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} h_{t-1}^2 - q_t &= \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}) + \beta(h_{t-1}^2 - q_{t-1}) \\ q_t &= \omega + \rho(q_{t-1} - \omega) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}^2) \end{aligned}$$

donde  $h_t^2$  es la volatilidad, mientras que  $q_t$  es la volatilidad en el largo plazo. La primera ecuación describe el componente transitorio,  $h_t^2 - q_t$ , que converge a cero con los pesos de  $\alpha + \beta$ . La segunda ecuación describe el componente a largo plazo  $q_t$ , que converge a  $\omega$  con la velocidad dada por  $\rho$ . Generalmente,  $\rho$  toma valores entre 0.99 y 1, por lo que la aproximación de  $q_t$  a  $\omega$  es muy lenta.

### 3.2. Modelización de la asimetría.

La asimetría se refiere a un conocido efecto, muy habitual en series financieras, y popular entre los investigadores [fue descubierto por Black (1976), y confirmado por French, Schwert y Stambaugh (1987), Nelson (1990a y b) y Schwert (1990)] y que recibe el nombre de efecto apalancamiento.

En la literatura financiera no está tan claro que las propiedades de la asimetría de la varianza sean debidas al apalancamiento. Sin embargo, la existencia de este efecto sugiere que los modelos tradicionales no pueden capturar las características de los datos, y la restricción tradicional sobre la simetría en los modelos sobre la varianza condicionada en el pasado no es apropiada. El efecto apalancamiento ocurre estadísticamente cuando una caída no esperada en el precio (malas noticias) incrementa la volatilidad predecible más que un incremento no esperado en el precio (buenas noticias) de similar magnitud. La definición de este efecto puede realizarse en los siguientes términos: cuando las series financieras analizadas son rendimientos de los activos financieros, se suele observar una respuesta asimétrica de la volatilidad al nivel de los rendimientos, esto es, la volatilidad se incrementa en mayor medida cuando el rendimiento es negativo que cuando es positivo.

Las limitaciones de los modelos tradicionales, y sobre todo de los efectos GARCH, son puestas de manifiesto por Nelson (1990b) quien señala como inconvenientes: 1) que las restricciones de no negatividad se incumplen en la práctica; 2) que no son capaces de representar el efecto apalancamiento; y, 3) que es difícil determinar la persistencia en varianza. Estas tres perspectivas son las que le llevan a desarrollar el modelo GARCH exponencial (EGARCH). La consideración formal de este nuevo modelo sugiere que en las especificaciones sobre los modelos de varianza condicionada debe incluirse una restricción de simetría, que los modelos tradicionales no incorporan. Así, una de las formas de capturar los efectos de las asimetrías es el modelo propuesto por Nelson (1991), es decir, el EGARCH(p,q).

A continuación, analizaremos diversos modelos que recogen el efecto de la asimetría, en el contexto de los modelos ARCH no lineales.

### 3.2.1. Modelo de Glosten, Jagannathan y Runkle.

Aunque es un modelo con estructura lineal, éste permite incluir el efecto de la asimetría de los efectos ARCH. Fue introducido independientemente por Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) y por Zakoian (1990), especificando el siguiente modelo:

$$h_t^2 = \omega + \beta h_{t-1}^2 + \alpha \varepsilon_t + \gamma S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}^2$$

$$\text{donde, } S_{t-1}^- = 1, \text{ si } \varepsilon_{t-1} < 0$$

$$S_{t-1}^- = 0, \text{ si } \varepsilon_{t-1} \geq 0$$

y cuyas restricciones son:  $\omega > 0$ ,  $0 \leq \beta, \alpha \leq 1$ ,  $\gamma > 0$ , siendo  $\gamma$  el parámetro que indica la existencia de la asimetría.

### 3.2.2. Modelo EGARCH(p,q) o ARCH exponencial generalizado.

Otra forma funcional que está dentro de las especificaciones no lineales es el modelo Exponencial ARCH Generalizado de orden (p,q), o EGARCH (p,q), propuesto por Nelson (1991), y que es un modelo de heterocedasticidad multiplicativa que no anida el ARCH de Engle, definido por:

$$\log h_t^2 = \alpha + \frac{(1 + \psi_1 L + \dots + \psi_q L^q)}{(1 - \nabla_1 L - \dots - \nabla_p L^p)} g(z_{t-1})$$

en el que:  $g(z_t) \equiv \theta z_t + \gamma [|z_t| - E|z_t|]$ .

Sustituyendo en la ecuación en logaritmos:

$$\log h_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i [\theta z_{t-i} + \gamma [|z_{t-i}| - E|z_{t-i}|]] + \sum_{i=1}^p \beta_i \log h_{t-i}^2$$

De esta forma, bajo normalidad del error podemos derivar el modelo EGARCH(1,1) tal como:

$$\log h_t^2 = \omega + \beta \log h_{t-1}^2 + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}} + \alpha \left[ \frac{|\varepsilon_{t-1}|}{h_{t-1}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right]$$

donde  $\omega < 0$ ,  $0 \leq \beta \leq 1$ ,  $0 \leq \alpha \leq 1$ , y  $\gamma < 0$ .  $\beta$  mide la persistencia de la volatilidad, mientras que  $\gamma$  mide el efecto apalancamiento. Al igual que en los procesos ARCH y GARCH, la varianza condicionada de  $\varepsilon_t$  es  $h_t^2$ . Bajo la normalidad condicional de  $z_t$ , la distribución condicionada de  $\varepsilon_t$  es normal.

La asimetría en este modelo se refleja en el nivel de  $\varepsilon_{t-1}/h_{t-1}$ , que está acompañado por el coeficiente  $\gamma$ . Ya que este parámetro es estrictamente negativo, los *shocks* positivos de la rentabilidad generan menor volatilidad que los *shocks* negativos, manteniéndose constante todo lo demás.

De forma alternativa, Geweke (1986) y Pantula (1986), plantean:

$$\log(h_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \log(z_{t-i}^2) + \sum_{i=1}^p \beta_i [\log(z_{t-i}^2) - \log(h_{t-i}^2)]$$

A diferencia del GARCH(p,q) este modelo no necesita restricciones en los parámetros para asegurar la no negatividad de la varianza condicionada. Por otra parte, cabe destacar que en este modelo  $h_t^2$  es una función asimétrica de los valores pasados de  $\varepsilon_t$ . Es decir, la varianza no sólo depende de la magnitud sino también del signo de los *shocks*. Es aquí donde se define el fenómeno de “apalancamiento”, que puede observarse con cierta frecuencia en el comportamiento de los mercados de acciones.

### 3.2.3. Modelo GARCH asimétrico no lineal (NAGARCH).

En el entorno del modelo GARCH, se puede analizar el GARCH asimétrico no lineal (NAGARCH), propuesto por Engle y Ng. y definido por:

$$h_t^2 = \omega + \beta h_{t-1}^2 + \alpha (\varepsilon_{t-1} + \gamma h_{t-1})^2$$

con restricciones de parámetros definidas sobre  $\omega > 0$ ,  $0 \leq \beta$ ,  $\alpha \leq 1$  y  $\gamma < 0$ . Este modelo puede simplificarse y entonces se denomina AGARCH (es decir, simplemente modelo GARCH asimétrico), el cual se puede escribir como:

$$h_t^2 = \omega + \beta h_{t-1}^2 + \alpha(\varepsilon_{t-1} + \gamma)^2.$$

### 3.2.4. Modelo HARCH.

Este proceso tiene una ecuación de varianza basada en los cambios en el precio sobre intervalos de diferente tamaño. La conducta empírica de la correlación retardada puede reproducirse bien con este proceso. Al mismo tiempo, el proceso HARCH es capaz de reproducir la memoria a largo plazo de la volatilidad. El modelo HARCH está basado en los cambios en los precios. El modelo propuesto por Müller et al. (1997) para las rentabilidades  $r_t$  de un proceso HARCH(n) es<sup>39</sup>:

$$r_t = h_t \varepsilon_t; \quad h_t^2 = c_0 + \sum_{j=1}^n c_j \left( \sum_{i=1}^j r_{t-i} \right)^2.$$

donde  $c_0 > 0$ ;  $e_n > 0$ ;  $c_j \geq 0, j = 1, \dots, n$ ;  $\varepsilon_t \sim iid.(0,1)$ .

El modelo QARCH de Sentana es una generalización del HARCH, aunque no ha sido derivado para datos/intervalo de diferente tamaño.

La especificación para un HARCH(1) es la siguiente:

$$\begin{aligned} h_t^2 &= c_0 + c_1 r_{t-1}^2 + c_2 (r_{t-1} + r_{t-2})^2 \\ &= c_0 + (c_1 + c_2) r_{t-1}^2 + c_2 r_{t-2}^2 + 2c_2 r_{t-1} r_{t-2} \end{aligned}$$

Una generalización sería:

<sup>39</sup> El modelo QARCH de Sentana (1995) es una generalización del HARCH, aunque no ha sido derivado para datos o intervalos de diferente tamaño.

$$r_t = h_t \varepsilon_t; \quad h_t^2 = c_0 + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^j c_{jk} \left( \sum_{i=k}^j r_{t-i} \right)^2 + \sum_{i=1}^q b_i h_{t-i}^2$$

donde:  $c_0 > 0$ ,  $c_{jk} \geq 0 \forall j=1, \dots, n$  y  $k=1, \dots, j$ ,  $b_i \geq 0 \forall i=1, \dots, q$ .

Esta ecuación considera todos los cambios en los precios entre pares de puntos temporales en el periodo  $t-k$  y  $t-1$ .

### 3.2.5. Modelo QGARCH.

El modelo GARCH cuadrático fue desarrollado por Sentana (1995). La especificación QGARCH(1,1) es:

$$h_t^2 = \omega + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1} - \gamma)^2 + \beta_1 h_{t-1}^2$$

donde un valor positivo del coeficiente  $\gamma$  indica que los *shocks* negativos tienen un mayor impacto sobre la varianza condicional.

### 3.2.6. Modelo VGARCH.

Este modelo puede especificarse como:

$$h_t^2 = \omega + \beta h_{t-1} + \alpha \left( \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}} + \gamma \right)^2$$

donde  $\gamma$  representa el parámetro de la asimetría.

## 3.3. Modelización semiparamétrica y no paramétrica.

En estos modelos la estimación de los parámetros se realiza con funciones de densidad no paramétricas, generalmente aproximaciones polinomiales y expansiones

trigonométricas, que evitan la utilización de la hipótesis de normalidad condicionada para la distribución de los residuos del modelo de regresión o serie temporal.

Por tanto, en la aproximación paramétrica subyace la hipótesis de normalidad condicionada. Esta hipótesis es incompatible con los excesos de curtosis que encuentra Hsieh (1989) en este tipo de modelos. De esta forma, aún siendo consistentes los estimadores máximo verosímiles, no son eficientes.

Las técnicas no paramétricas si bien evitan los problemas de mala especificación inherentes en las aproximaciones paramétricas son menos eficientes, al menos asintóticamente [Härdle (1990)]. Tres grandes conjuntos de técnicas pueden resumir la aproximación no paramétrica [Silverman (1986), Härdle (1990)]: el método kernel, los estimadores basados en formas flexibles de Fourier y los alisados *spline*.

### 3.3.1. Regresión por el método Kernel (núcleo).

La forma de estimar la función de regresión  $m(x) = E(Y / X = x)$  por el método Kernel, consiste en construir una media ponderada de los valores de  $Y$  correspondientes a diferentes puntos de la variable  $X$ , que se encuentran próximos al valor  $x$ , en el cual se desea estimar  $m(x)$ . Así, basándose en la media ponderada, Pagan y Schwert (1990) utilizan las funciones Kernel para aproximar el proceso lineal discreto que modeliza la varianza condicionada. En concreto:

$$h_t^2 = \sum_{j=1}^T \omega_{jt} \varepsilon_j^2; \sum_{j=1}^T \omega_{jt} = 1$$

siendo  $T$  el tamaño muestral y  $\{\omega_{jt}\}$  una sucesión de pesos que depende de la muestra  $\{x_i\}_{i=1, \dots, n}$ . La aproximación de los pesos se suele realizar mediante el estimador de Nadaraya-Watson, donde:

$$\omega_{jt} = \frac{K\left(\frac{z_t - z_j}{h}\right)}{\sum_{k=1}^T K\left(\frac{z_k - z_t}{h}\right)}$$

siendo  $K$  la función núcleo Kernel que se caracteriza por ser no nula, simétrica, continua e integrable, y  $h$  es el denominado parámetro “ventana” que controla la suavidad de la curva. En este caso, y teniendo en cuenta la expresión de la varianza condicionada los pesos pueden determinarse mediante el núcleo de Epanechnikov<sup>41</sup>, donde:

$$K(u) = \frac{3}{4}(1 - u^2)\varepsilon^2(|u| \leq 1)$$

El parámetro  $h$  se suele tomar proporcional a  $n^{-1/5}$  [véase Härdle (1990)].

### 3.3.2. Forma Flexible de Fourier (FFF).

Pagan y Schwert (1990), basándose en Gallant (1981), analizan una alternativa no paramétrica en la cual especifican la varianza condicionada utilizando un desarrollo en serie de Fourier:

$$h_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^L \left[ (\alpha_j z_{tj} + \beta_j z_{tj}^2) + \sum_{k=0}^2 (\gamma_{jk} \cos(kz_{tj}) + \delta_{jk} \text{sen}(kz_{tj})) \right]$$

donde  $h_t^2$  se aproxima por una función polinomial y por términos trigonométricos de los errores estimados,  $z_{tj} = \varepsilon_{t-j}$ .

Este método no garantiza la no negatividad de la varianza condicionada. Sin embargo, y a diferencia del método Kernel, es más consistente y robusto ante la

<sup>41</sup> Existen otros núcleos Kernel que determinan los pesos utilizados: Cuártico ( $k(u) = (15/16)(1 - u^2)\varepsilon^2(|u| \leq 1)$ ); Triangular ( $k(u) = (1 - |u|)\varepsilon^2(|u| \leq 1)$ ); Gauss ( $k(u) = (2\pi)^{-1/2}\exp(-u^2/2)$ ) y Uniforme ( $k(u) = (1/2)\varepsilon^2(|u| \leq 1)$ ).

presencia de observaciones anómalas. Otros estudios similares son los de Gallant y Nychka (1987) y Gallant y Tauchen (1989).

### 3.3.3. Modelo alisado o *spline*.

A partir de la función de regresión  $m(x) = E(Y / X = x)$ , el estimador de alisado de la función  $m(x)$  con parámetro  $\lambda$  es el resultado del siguiente problema de minimización sobre todas las funciones  $f$  con  $m$  derivadas continuas:

$$n^{-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - f(x_i))^2 + \lambda \int_0^1 f^{(m)}(x)^2 dx \text{ donde } \lambda > 0$$

Cuando  $m = 1$  se obtiene un *spline* lineal, por ejemplo el GARCH parcialmente no paramétrico (PNP) de Engle y Ng (1993). Este modelo permite una estimación consistente de la curva de impacto de las noticias bajo las siguientes condiciones: 1.- El rango de  $\{\varepsilon_t\}$  está dividido en un intervalo con  $\tau_i$  puntos de ruptura. 2.- Sea  $m^-$  el número de intervalos en el rango donde  $\varepsilon_{t-1}$  es negativo, y sea  $m^+$  el número de intervalos en el rango donde  $\varepsilon_{t-1}$  es positivo. Luego,  $m = m^- + m^+$ . 3.- Sean los límites de cada intervalo denotados por  $\{\tau_{-m}, \dots, \tau_{-1}, \tau_0, \tau_1, \dots, \tau_m\}$ , los cuales no necesitan ser de igual tamaño, ni necesitan el mismo número a cada lado de  $\tau_0$ . Por conveniencia,  $\tau_0 = 0$ .

Si definimos:

$$P_{it} = \begin{cases} 1, & \varepsilon_t > \tau_i \\ 0, & \varepsilon_t \leq \tau_i \end{cases} \quad \text{y} \quad N_{it} = \begin{cases} 1, & \varepsilon_t > \tau_{t-i} \\ 0, & \varepsilon_t \leq \tau_{t-i} \end{cases}$$

luego, la especificación lineal de la función heterocedástica es:

$$h_t^2 = \omega + \beta h_{t-1}^2 + \sum_{i=0}^{m^+} \theta_i P_{i,t-1} (\varepsilon_{t-1} - \tau_i) + \sum_{i=0}^{m^-} \delta_i N_{i,t-1} (\varepsilon_{t-1} + \tau_{-i})$$

donde,  $\omega$ ,  $\beta$ ,  $\theta_i$  ( $i=0, \dots, m^+$ ) y  $\delta_i$  ( $i=0, \dots, m^-$ ) son parámetros constantes.

Esta función es continua y monótona, y es un *spline* lineal por partes (*piecewise*). Entre 0 y  $\tau_1$  la pendiente es  $\theta_0$ , entre  $\tau_1$  y  $\tau_2$  es  $\theta_0 + \theta_1$ . En general, entre

la pendiente de  $\tau_i$  para  $m^+$  es:  $\sum_{i=1}^{m^+} \theta_i$ .

Sin embargo, Engle y Ng aproximan la forma de  $\tau_i$  a  $i\sigma$ , donde  $\sigma$  es la varianza no condicionada de la variable dependiente. De esta forma:

$$h_t^2 = \omega + \beta h_{t-1}^2 + \sum_{i=0}^{m^+} \theta_i P_{i,t-1} (\varepsilon_{t-1} - i\sigma) + \sum_{i=0}^{m^-} \delta_i N_{i,t-1} (\varepsilon_{t-1} + i\sigma)$$

en la que estos autores utilizan  $m^- = m^+ = 4$ , siendo  $i=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ .

### 3.4. Modelización de la estacionalidad.

Ante la presencia de series financieras con datos diarios, se observan frecuentemente algunos efectos estacionales en los viernes y lunes debido a que no existe negociación o transacción comercial durante los fines de semana. La modelización de estos efectos exige pautas no lineales dentro de los modelos.

Engle, Kane y Noh (1993) definen el GARCH-S o estacional multiplicativo de la siguiente forma:

$$h_t = d_t^\delta \left[ \omega + d_{t-1}^\delta \left( \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} \right) \right]$$

con las restricciones  $\omega > 0, 0 \leq \alpha \leq 1$ , y donde a través de la variable  $d_t$  se recoge la incidencia de la estacionalidad en el modelo.  $d_t$  es una variable calendario (días, meses) que es igual al número de días entre el cierre de la negociación previo ( $t-1$ ) y el cierre de

la negociación en  $t$ . Por ejemplo, si  $t$  es el lunes, y el día previo de negociación fue el viernes, entonces  $d_t = 3$ .

### 3.4.1. Volatilidad condicional y patrones periódicos intradía.

Las fluctuaciones sistemáticas y pronunciadas que aparecen en los correlogramas de las rentabilidades realizadas al cuadrado y en las rentabilidades absolutas de series cuya frecuencia de observación es intradía (es decir, por ejemplo en periodos de cinco minutos de negociación), no permiten una modelización ARCH tan inmediata. El decrecimiento geométrico de la FAS no permite acomodarse a los patrones cíclicos regulares que se observan habitualmente. Por este motivo, es necesario combinar los ciclos observados en la frecuencia diaria con el lento decrecimiento que se observa en la FAS. Ambos hechos pueden explicarse conjuntamente por la presencia de una pronunciada periodicidad intradía y una heterocedasticidad condicional diaria que es fuerte y cercana a la integrabilidad en varianza.

Dicho esto, dada la ausencia de una teoría económica que permita la formulación de una forma paramétrica para la estructura periódica intradía, se utilizará un procedimiento no paramétrico flexible. Así pues, en esta sección caracterizamos la estacionalidad intradía - o patrón estacional periódico - que está presente en la volatilidad condicional a través del modelo propuesto por Andersen y Bollerslev (1997). Siguiendo a estos autores, se utiliza una forma flexible de Fourier (FFF) para modelizar explícitamente el componente periódico de la volatilidad<sup>42</sup>.

Concretamente, y adaptando su modelo, podemos descomponer la rentabilidad de cada intervalo de negociación en:

$$r_{tn} = E_{t-1}(r_{tn}) + \frac{h_t s_{tn} z_{tn}}{N^{1/2}}$$

<sup>42</sup> La regresión de Fourier flexible (FFF) fue introducida por Gallant (1981). La consideración de las funciones trigonométricas permiten ajustar los patrones periódicos intradía a través de los días, tal y como reconocen Andersen y Bollerslev (1997).

donde,  $r_{in}$  es la rentabilidad del activo correspondiente al intervalo horario de diez minutos ( $n$ ), en el día  $t$ ;  $E(r_{in})$  es el valor esperado de la rentabilidad intradía o media no condicional,  $\bar{r}$ ;  $h_{in} = h_t N^{-1/2}$  es la desviación estándar condicional intradía correspondiente a cada intervalo, siendo  $h_t$  la volatilidad diaria y  $N$  es el número total de intervalos diarios;  $z_{in} \sim IID(0,1)$ ; y  $s_{in}$  representa el componente de la volatilidad periódica intradía determinista, que depende de las características del día de negociación. El componente estacional logarítmico,  $\log(s_{in}^2)$ , puede estimarse a partir de una regresión no lineal en el intervalo temporal,  $n$ -ésimo, y en la volatilidad diaria,  $h_t$ . Así, podemos construir la siguiente expresión no lineal:

$$\begin{aligned} x_{in} &\equiv 2 \log|r_{in} - \bar{r}| - \log h_t + \log N \\ &= \log s_{in}^2 + \log z_{in}^2 \\ &= g(\theta, h_t, n) + u_{in} \end{aligned}$$

Donde  $u_{in} = \log z_{in}^2 - E_{t-1}(\log z_{in}^2)$  es i.i.d. y tiene media nula. Obviamente, tanto  $h_t > 0, \forall t$  como  $s_n > 0, \forall n$ . En la ausencia de periodicidad intradía,  $s_n = 1, \forall n$ .

La función no lineal  $g(\theta; h_t, n)$  puede aproximarse mediante una expresión paramétrica del tipo FFF, tal que:

$$g(\theta, h_t, n) = \sum_{j=0}^J h_t^j \left[ \mu_{0j} + \mu_{1j} \frac{n}{N_1} + \mu_{2j} \frac{n}{N_2} + \sum_{i=1}^D \lambda_{ij} I_i(t, n) + \sum_{p=1}^P \left( \gamma_{pj} \cos \frac{pn2\pi}{N} + \delta_{pj} \sin \frac{pn2\pi}{N} \right) \right]$$

donde  $N_1 = (N + 1)/2$  y  $N_2 = (N + 1)(2N + 1)/6$  son constantes de normalización; e  $I_i$  son variables ficticias. La estimación de esta función puede resolverse en dos etapas. En la primera etapa, se generan las series  $x_{in}$  estimadas,  $\hat{x}_{in}$ ; reemplazando  $E_{t-1}(r_{in})$  por su media muestral,  $\bar{r}$  y  $h_t$  por  $\hat{h}_t$ . Podríamos considerar que  $\hat{h}_t$  puede estimarse mediante

un proceso de volatilidad GARCH para capturar el agrupamiento de volatilidad diario<sup>43</sup>. En una segunda etapa, condicionada a la estimación de  $h_t$  en la etapa anterior, se estimaría el ciclo intradía mediante la modelización del valor esperado  $E_{t-1}(\log s_{tn})$  del componente cíclico en términos de la forma funcional flexible de Fourier - representado por la función  $g(\theta; h_t, n)$  - mediante la aplicación de MCO.

A continuación, se normalizaría el componente estacional mediante una expresión que permitiría obtener el componente periódico intradía para el intervalo  $n$  en el día  $t$ , de acuerdo a:

$$\hat{s}_{tn} = \frac{T \exp(\hat{g}_{tn} / 2)}{\sum_{t=1}^{[T/N]} \sum_{n=1}^N \exp(\hat{g}_{tn} / 2)}$$

siendo  $[T/N]$  el número de días de negociación en la muestra. No obstante, aunque la estimación en dos etapas no es totalmente eficiente, eligiendo una correcta especificación del modelo FFF, los parámetros de  $g(\theta; h_t, n)$  pueden estimarse de forma consistente. En principio, no existen razones para creer que los patrones estacionales diarios se repiten exactamente.

### 3.5. Modelización de la media condicionada no nula.

En estos modelos la variable endógena depende directamente de la varianza condicionada.

<sup>43</sup> Para llevar a cabo la primera etapa, se diseña una base de datos diaria. A continuación, se estiman los modelos GARCH(1,1) para obtener  $h_t$ . Considerando la volatilidad constante dentro de cada día, se reconstruye la base de datos intradía. Finalmente, se estima el modelo FFF. Cabe destacar que Andersen y Bollerslev (1997) utilizan el modelo de volatilidad condicional fraccionalmente integrado, o FIGARCH, pues este modelo permite recoger más adecuadamente el lento decrecimiento de las autocorrelaciones.

### 3.5.1. Modelo ARCH(p)-M.

Es un caso particular de los modelos con media condicionada no nula. Este tipo de modelos puede ser muy apropiado para representar muchas teorías financieras en las que se supone que la rentabilidad depende del riesgo, medido por la varianza condicionada.

Es razonable esperar que la media y varianza de una rentabilidad se muevan en la misma dirección. A mayor riesgo, mayor rentabilidad. Denotando la media por  $\mu_t$ , podemos expresar esta idea como:  $\mu_t = \delta_0 + \delta_1 g(h_t^2)$ , donde  $g(h_t^2)$  es una función monótona de la varianza condicional  $h_t^2$ . En modelos aplicados a las finanzas,  $\delta_1 g(h_t^2)$  representa la prima de riesgo, esto es, el incremento de la tasa de rentabilidad esperada debido a un incremento en la varianza (o en la desviación típica) de la rentabilidad. La existencia de primas de riesgo en los mercados bursátiles y cambiarios y en la estructura temporal de los tipos de interés ha sido estudiada extensamente. Muchos de los trabajos iniciales se concentraron en la detección de las primas de riesgo constantes. El modelo ARCH-M de Engle, Lilien y Robbins (1987) proporcionó una nueva aproximación por la que contrastar y estimar una prima de riesgo variable temporalmente. El modelo ARCH-M se escribe como:

$$y_t = g(x_{t-1}, h_t^2; \beta) + \varepsilon_t$$

La forma funcional de  $g(\cdot)$  suele ser lineal o logarítmica. En este modelo un incremento de la varianza condicionada estará asociado con un incremento o decremento de la media condicionada de  $y_t$  dependiendo del signo de la derivada parcial de  $g(x_{t-1}, h_t^2; \beta)$  con respecto a  $h_t^2$ . Por ejemplo, cabe destacar que en muchas aplicaciones a los tipos de cambio,  $g(h_t^2) = \sqrt{h_t^2} = h_t$ , tal y como hacen Domowitz y Hakkio (1985), o Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988), entre otros.

A diferencia de los modelos anteriores, la matriz de información obtenida bajo la hipótesis de normalidad condicionada de los modelos ARCH-M no es diagonal en bloques con respecto a los parámetros de la media y la varianza condicional. Esto

significa que en estos modelos la estimación de los parámetros no puede realizarse independientemente. Así, la estimación consistente de los parámetros requiere la correcta especificación del modelo completo (para la media y para la varianza).

Siguiendo a Bera y Higgins (1993), para examinar las propiedades de un modelo ARCH-M consideremos la versión simple:  $y_t = \delta h_t^2 + \varepsilon_t$ ,  $\varepsilon_t/\psi_{t-1} \sim N(0, h_t^2)$ , donde  $h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ , y  $E[\varepsilon_{t-1}^2] = \alpha_0/(1 - \alpha_1)$ . Haciendo  $y_t = \delta \alpha_0 + \delta \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \varepsilon_t$  tenemos que  $E[y_t] = \delta \alpha_0 (1 + \alpha_0/(1 - \alpha_1))$ , que puede ser vista en los modelos financieros como la rentabilidad esperada no condicionada para la posesión de activos con riesgo. Por otro lado, la varianza cuando existe una prima de riesgo es igual a  $\text{var}(y_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} + \frac{\delta \alpha_1 2 \alpha_0^2}{(1 - \alpha_1)^2 (1 - 3 \alpha_1^2)}$ ; mientras que en ausencia de prima de riesgo es igual a  $\text{var}(y_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}$ . Así, pues, el segundo componente de la varianza se debe a la presencia de una prima de riesgo que hace que  $y_t$  sea más dispersa. Finalmente, el efecto ARCH-M hace que  $y_t$  esté serialmente correlacionado. Siguiendo a Hong (1991), las autocorrelaciones de primer orden y  $k$ -ésimo orden son iguales a :

$$\rho_1 = \text{corr}(y_t, y_{t-1}) = \frac{2 \alpha_1^3 \delta^2 \alpha_0}{2 \alpha_1^2 \delta^2 \alpha_0 + (1 - \alpha_1)(1 - 3 \alpha_1^2)}$$

$$\rho_k = \text{corr}(y_t, y_{t-k}) = \alpha_1^{k-1} \rho_1; k = 1, 2, \dots$$

Una extensión del ARCH-M es el ARCH-M de parámetros cambiantes, TVP-ARCH-M [Chou, Engle y Kane (1992)]:

$$y_t = b_t h_t^2 + \varepsilon_t$$

$$b_t = b_{t-1} + v_t$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \eta_{t-1}^2 + \alpha_2 h_{t-1}^2$$

donde  $\varepsilon_t$  y  $\nu_t$  son independientes con distribuciones  $N(0, h_t^2)$  y  $N(0, \sigma^2)$ , respectivamente, estando incorrelacionados.  $\eta_t$  aparece porque  $b_t$  y  $h_t^2$  son inobservables, siendo igual a:

$$\eta_t = y_t - E_{t-1}(y_t) = y_t - E_{t-1}(b_t)h_t^2 = e_t + [b_t - E_{t-1}(b_t)]h_t^2$$

donde  $E_{t-1}(b_t)$  es el predictor óptimo de  $b_t$  en  $t-1$ . Nótese que cuando  $h_t^2$  es observable las ecuaciones para  $y_t$  y  $b_t$  no son más que el modelo de regresión de parámetros cambiantes<sup>44</sup>.

### 3.5.2. Modelo GARCH(p,q)-M.

El modelo GARCH(p,q)-M fue derivado por McCurdy y Morgan (1988) para contrastar la hipótesis de martingalas en el mercado de futuros alemán. La especificación del modelo representa una combinación lineal de variables observables más una variable adicional que recoge efecto en media, tal como refleja la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} y_t &= \sum_{i=1}^n \gamma_i x_{it} + \delta h_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t / \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t^2) \\ h_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}^2 \end{aligned}$$

donde,  $y_t$  es la variable dependiente;  $x_{it}$  un vector de variables exógenas;  $h_t$  se incluye en la regresión de  $y_t$  y es la desviación estándar condicional (se refiere a la

<sup>44</sup> El filtro de Kalman permite estimar parámetros en modelos económicos con coeficientes variables y componentes no observables. Es un algoritmo recursivo que produce estimaciones óptimas de la variable de estado. Es óptimo en el sentido de que produce el mínimo Error Cuadrático Medio (ECM) condicionado sobre la nueva información disponible de los estados.

prima de riesgo); y  $\delta$  está comprendida entre 0 y 1,  $0 \leq \alpha_i \leq 1$ ,  $\forall i=1, \dots, q$ , y  $0 \leq \beta_j \leq 1$ ,  $\forall j=1, \dots, p$ .

En general, los modelos aquí expuestos representan las especificaciones funcionales más relevantes para estudiar la posible existencia de varianzas heterocedásticas condicionadas en el tiempo que siguen esquemas lineales, algunos de los cuales relacionan las medias y las varianzas de las variables económicas, a través de modelos que parametrizan la conducta de la varianza<sup>45</sup>.

### 3.6. Modelización de la integrabilidad en varianza.

Si en el esquema más sencillo de generación de datos ARCH, un ARCH(p), se cumple  $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_p \leq 1$ , o en un GARCH(p,q):  $\alpha_1 + \dots + \alpha_p + \beta_1 + \dots + \beta_q \leq 1$  entonces existe, al menos, una raíz unitaria en el polinomio definido por su respectiva ecuación característica. Esta situación, que se corresponde con la persistencia en la varianza, se denomina integración en varianza y se denota por IARCH(p) o IGARCH(p,q), respectivamente.

Al existir raíces unitarias en los polinomios característicos, la varianza no condicionada no existe (o es infinita).

Si partimos, por ejemplo, de un modelo GARCH(p,q) caracterizado por:

$$E_{t-1}[\varepsilon_t] = 0$$

$$E_{t-1}[\varepsilon_t^2] = h_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}^2$$

con  $\omega > 0$ ,  $\alpha_i > 0$ ,  $\beta_i > 0$ . Si además:

$$1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i \lambda^i - \sum_{i=1}^p \beta_i \lambda^i = 0$$

<sup>45</sup> Las extensiones de los modelos ARCH pueden observarse con mayor detenimiento en los *surveys* realizados por Bollerslev, Chou y Kroner (1992), Novales y Gracia-Díez (1993), Pérez-Rodríguez (1994), y Sáez y Pérez-Rodríguez (1994).

entonces existen  $d > 0$  raíces unitarias y  $(\max(p, q) - d)$  raíces fuera del círculo unitario. El modelo se denomina integrado en varianza de orden  $d$  si  $\omega = 0$ , e integrado en varianza de orden  $d$  con deriva si  $\omega > 0$ .

Las características de este modelo son las siguientes:

- a) La varianza condicional evoluciona muy lentamente.
- b) El modelo IGARCH puede parecer similar en términos de predicción al de camino aleatorio para la media condicional. En el modelo de camino aleatorio con deriva la predicción de la media  $s$  periodos en el futuro es igual a la de hoy y los *shocks* en el sistema son permanentes. Del mismo modo, los *shocks* de la varianza condicionada cuando se manifiesta la existencia del IGARCH son también permanentes.
- c) A diferencia del camino aleatorio, o más genéricamente de los modelos ARIMA, el modelo IGARCH es estrictamente estacionario y ergódico (aunque no estacionario en covarianza).
- d) Mientras la teoría asintótica para los modelos ARCH es extremadamente difícil, Lumsdaine (1995) demuestra que los procedimientos estándar de inferencia asintótica son generalmente válidos incluso cuando los datos son generados por un modelo IGARCH, si bien las evidencias de Monte Carlo presentadas en Hong (1988) sugieren que los tamaños muestrales deben ser bastante grandes.
- e) Por otra parte, Nelson (1991) demostró que un IGARCH con media nula, a diferencia de los modelos ARIMA, es empíricamente imposible, pues converge a cero con rapidez.
- f) La existencia de raíces unitarias en las varianzas se puede contrastar de manera análoga al caso de las medias aunque, a diferencia de las raíces unitarias en media, los contrastes se distribuyen de una forma estándar [Engle y Bollerslev (1986)]. Del mismo modo, y en analogía a la cointegración en media, la persistencia en varianza puede ser común entre diferentes series. En este sentido, las variables se dice que presentan co-persistencia o cointegración en varianza [Engle y Bollerslev (1986); Kunst (1992)], lo cual tiene importantes implicaciones en la construcción del predictor óptimo a largo plazo para las varianzas y covarianzas condicionadas.

g) Cuando  $\omega = 0$ , el IGARCH tiene la extraña propiedad de tender a cero con probabilidad uno, es decir, la serie deja de ser aleatoria. Por ello se requiere que  $\omega$  sea estrictamente distinto de cero.

Finalmente, en la práctica, encontramos que muchos de los modelos GARCH estimados para series financieras son integrados en varianza. En este sentido, la presencia de tales efectos se debe a:

- 1) Una consecuencia de las altas frecuencias de observación de los datos (por ejemplo, diarios) como demuestra Nelson (1992). En este sentido, cuando estas mismas series financieras son observadas a frecuencias bajas la evidencia de una raíz unitaria desaparece.
- 2) Al resultado de cambios estructurales, tal y como sugieren Lamoreaux y Lastrapes (1992).

Existen otras extensiones como los FIGARCH, o GARCH fraccionalmente integrados, que permiten la modelización de los procesos de memoria larga, caracterizados porque existe un decrecimiento hiperbólico en la estructura de las autocorrelaciones. Este modelo está desarrollado por Baillie, Bollerslev y Mikkelsen (1996), y se especifica de la siguiente forma:

Definiendo  $A(L) = \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \dots + \alpha_q L^q$  y  $B(L) = \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots + \beta_p L^p$ , el modelo GARCH(p,q) puede reespecificarse como un proceso ARMA (max(p,q),p) tal que:

$$[1 - A(L) - B(L)]\varepsilon_t^2 = \omega + [1 - B(L)]u_t$$

donde  $u_t = \varepsilon_t^2 - h_t^2$ . Utilizando esta notación para el IGARCH(p,q):

$$C(L)(1 - L)\varepsilon_t^2 = \omega + [1 - B(L)]u_t$$

donde  $C(L) = [1 - A(L) - B(L)](1 - L)^{-1}$ .

Así, el modelo FIGARCH(p,q) es:

$$C(L)(1 - L^d)\varepsilon_t^2 = \omega + [1 - B(L)]u_t$$

donde  $0 < d < 1$ .

El término  $(1 - L^d)$  puede aproximarse mediante la siguiente expresión binomial:

$$\begin{aligned} (1 - L^d) &= 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!}L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!}L^3 + \dots = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)L^k}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)}; \quad \Gamma(g) = \int_0^{\infty} x^{g-1}e^{-x} dx \end{aligned}$$

El proceso es estacionario si  $d < |0.5|$ .

### 3.7. Estimación máximo verosímil de los modelos uniecuacionales.

El método de estimación más utilizado para los modelos ARCH es el de máxima verosimilitud (en adelante, MV).

Considerando el modelo estándar en el que  $y_t/\psi_{t-1} \sim N(x_t'\theta, h_t^2)$ , donde  $x_t'$  es un vector fila de las variables exógenas en el periodo  $t$  (incluyendo a  $h_t$ ), y  $\theta$  es un vector de parámetros desconocidos, que contiene a los parámetros de la ecuación de la media ( $\theta_1$ ) y de la varianza ( $\theta_2$ ), tal que:  $\theta = [\theta_1 \theta_2]'$ , el logaritmo de verosimilitud está dado por:

$$\log L(\theta) = T^{-1} \sum_{t=1}^T l_t(\theta)$$

siendo  $l_t$  el logaritmo de la  $t$ -ésima observación. El máximo de dicha función se alcanza en el vector  $\theta$ , tal que:  $\log L(\hat{\theta}) = \sup_{\theta \in \Xi} \log L(\theta)$ , es decir, el *supremum* de  $\log L(\theta)$ , siendo  $\Xi$  el espacio de los parámetros.

Pues bien, la estimación de los procesos ARCH suele realizarse mediante la maximización de la función  $\log L(\theta)$  Gaussiana, es decir, suponiendo normalidad condicionada del error. Bajo normalidad condicionada, y cuando dicha hipótesis es cierta, la estimación máximo verosímil proporciona estimadores eficientes y consistentes. Por otro lado, los estimadores máximo verosímiles del modelo ARCH son consistentes, incluso cuando el error no sea Gaussiano, ya que los residuos estandarizados,  $z_t = \hat{\varepsilon}_t / \hat{h}_t$ , tienen media nula y varianza unitaria. Sin embargo, en este caso, los errores estándar deben corregirse.

A continuación, comentaremos los diferentes tipos de funciones de verosimilitud que podríamos considerar, el algoritmo de optimización numérica utilizado, y finalmente analizaremos las características asintóticas del estimador y la robustez del mismo.

### 3.7.1. Algunos tipos de funciones de verosimilitud.

Cuando se asume normalidad condicionada para la distribución de los errores, la función de densidad es igual a:

$$f(\varepsilon_t / \psi_{t-1}) = (2\pi h_t^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\varepsilon_t^2}{2h_t^2}\right)$$

siendo  $\psi_{t-1}$  el conjunto de información en  $t-1$ ; y la función del logaritmo de verosimilitud es igual a:

$$\text{Log } L(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[ \log(h_t^2) + \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} \right]$$

siendo  $\theta$  el vector de parámetros y  $T$  el tamaño muestral.

Sin embargo, una característica atractiva de los procesos ARCH en general es que incluso cuando la distribución del error sea normal, la distribución no condicional es no normal y posee colas más gruesas que la distribución normal. A pesar de esta propiedad, muchos trabajos empíricos han mostrado que los residuos estandarizados  $\hat{z}_t = \hat{\varepsilon}_t / \hat{h}_t$  no sean  $N(0,1)$ . Concretamente, la curtosis suele exceder a tres (leptocurtosis), y en algunos casos existe asimetría.

Esta escasa habilidad del modelo ARCH (o de sus extensiones), para pasar un contraste de diagnóstico simple, ha conducido a la utilización de distribuciones condicionadas más generales que la distribución Normal.

Con el fin de eliminar el alto grado de leptocurtosis de la distribución del error, Bollerslev (1987) propuso la distribución t-Student condicional, que posee colas más gruesas que la distribución normal, donde los grados de libertad tienden a  $\infty$ , incluyendo la distribución Normal como caso límite.

La distribución de densidad t-Student tiene la siguiente función de densidad condicional para el error:

$$f_{\nu}(\varepsilon_t / \psi_{t-1}) = \pi^{-\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)^{-1} (\nu-2)^{-\frac{1}{2}} h_t^{-1} \left[1 + \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} (\nu-2)^{-1}\right]^{-\frac{\nu+1}{2}}, \nu > 2$$

donde,  $\Gamma(\cdot)$  es la función Gamma y  $\nu$  el factor de escala o grados de libertad de la distribución. Cuando  $1/\nu$  tiende a cero, la distribución t-Student tiende a la normal; mientras que cuando  $1/\nu > 0$ , la distribución t-Student tiene colas más gruesas que la distribución normal. De hecho, Bollerslev sugirió que la normalidad condicional podría contrastarse proponiendo como hipótesis nula que el recíproco de los grados de libertad fuese igual a cero.

En este caso, el logaritmo de verosimilitud es igual a:

$$\log L = \sum_{t=1}^T \left[ \log \Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right) - \log \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) - \frac{1}{2} \log(\nu-2) - \frac{1}{2} \log h_t - \frac{1}{2} (\nu+1) \log \left[1 + \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} (\nu-2)^{-1}\right] \right]$$

No obstante, existen otras especificaciones de la distribución condicional del proceso ARCH. Nelson (1991) empleó una distribución del error generalizada (en adelante, GED), que anida a las anteriores, abarcando a las distribuciones con colas más gruesas y delgadas que la distribución Normal, también incluyéndola como caso particular. La función de densidad GED es igual a:

$$f_{\nu}(\varepsilon_t/\psi_{t-1}) = \nu \left[ \lambda 2^{\left(1+\frac{1}{\nu}\right)} \Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right) h_t \right]^{-1} \exp\left[-\frac{1}{2} |\varepsilon_t \lambda^{-1} h_t^{-1}|^{\nu}\right], \quad \lambda = \left[ 2^{-\frac{2}{\nu}} \Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right) / \Gamma\left(\frac{3}{\nu}\right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

siendo  $\nu$  el factor de escala.

Cuando  $\nu = 2$  la distribución GED para el residuo estandarizado  $z_t = \varepsilon_t/h_t$  tiende a la normal, mientras que cuando  $\nu < 2$ , la densidad de  $z_t = \varepsilon_t/h_t$  es más apuntada (leptocúrtica) y posee colas más gruesas que la distribución normal estándar. Concretamente, si  $\nu = 1$ ,  $z_t = \varepsilon_t/h_t$  tiende a la distribución doble exponencial. Si  $\nu > 2$ , la distribución de  $z_t = \varepsilon_t/h_t$  tiene colas más delgadas que la distribución normal estándar (por ejemplo, si  $\nu = \infty$   $\frac{\varepsilon_t}{h_t} \sim U[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ ). Debe advertirse que

$$E|z_t| = \lambda 2^{\left(\frac{1}{\nu}\right)} \Gamma\left(\frac{2}{\nu}\right) \left[ \Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right) \right]^{-1}, \text{ y para el caso de la distribución Normal, } E|z_t| = \sqrt{\frac{2}{\pi}}.$$

En este caso, el logaritmo de verosimilitud puede escribirse como:

$$\log L(\theta) = \sum_{t=1}^T \left[ \log\left(\frac{\nu}{\lambda}\right) - \frac{1}{2} |\varepsilon_t \lambda^{-1} h_t^{-1}|^{\nu} - \left(1 + \frac{1}{\nu}\right) \log 2 - \log \Gamma\left(\frac{1}{\nu}\right) - \frac{1}{2} \log h_t^2 \right]$$

Existen otras distribuciones, como la propuesta por Lee y Tse (1991) quienes sugieren no sólo utilizar una distribución leptocúrtica sino asimétrica. Estos autores utilizaron los tres primeros términos de una distribución Gram-Charlier.

### 3.7.2. Algoritmos de optimización y estimación máximo verosímil.

Para aplicar el procedimiento de estimación se emplean algoritmos de optimización numérica que pretenden obtener, por métodos iterativos, los valores para los parámetros de un modelo no lineal, cumpliendo ciertos criterios de convergencia. Estos criterios se aplican tanto a los valores de los parámetros como a la función objetivo. Un algoritmo de optimización numérica ampliamente empleado para la estimación de procesos ARCH es el de Bernt, Hall, Hall y Hausman (en adelante, BHHH)<sup>46</sup>.

Este algoritmo puede escribirse de la siguiente manera, en la iteración  $i+1$ :

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \tau_i \left[ \sum_{t=1}^T \left( \frac{\partial l_t(\theta)}{\partial \theta} \right) \left( \frac{\partial l_t(\theta)}{\partial \theta} \right)' \right]^{-1} \sum_{t=1}^T \left( \frac{\partial l_t(\theta)}{\partial \theta} \right)_i$$

siendo  $s_t(\theta) = \frac{\partial l_t(\theta)}{\partial \theta}$  el *score* o valor del vector gradiente en  $t$ ; la inversa de la matriz

de información  $[I(\theta)]^{-1} \cong \left[ \sum_{t=1}^T \left( \frac{\partial l_t(\theta)}{\partial \theta} \right) \left( \frac{\partial l_t(\theta)}{\partial \theta} \right)' \right]^{-1}$  como aproximación del Hessiano de

la función  $\log L(\theta)$  y  $\tau$ , una variable de longitud de paso. De esta forma, el algoritmo puede escribirse como:

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \tau_i \left[ \sum_{t=1}^T s_t(\theta) s_t(\theta)' \right]^{-1} \sum_{t=1}^T s_t(\theta)_i$$

<sup>46</sup> Sin embargo, diversos autores encuentran problemas de convergencia en la estimación máximo-verosímil utilizando este tipo de algoritmos. Alternativamente, se han propuesto otros métodos de estimación como el método generalizado de los momentos de Hansen (1982).

### 3.7.3. Estimaciones robustas de los parámetros. Estimación Cuasi-MV.

En muchas aplicaciones empíricas es difícil justificar la normalidad condicional en la función de verosimilitud. De esta forma, la función del logaritmo de verosimilitud puede estar incorrectamente especificada. Sin embargo, podemos obtener estimaciones de los parámetros mediante la maximación de  $L(\theta)$  y tales estimadores se denominan estimadores cuasi-máximoverosímiles (CMV).

Siendo  $L(\theta)$  una función diferenciable de  $\theta$ , la matriz de información evaluada en  $\theta_T$ , o verdadero valor del vector de parámetros, es igual a  $I(\theta_T) = -E \left[ \frac{\partial^2 L_t(\theta)}{\partial \theta \partial \theta'} \Big|_{\theta_T} \right]$ .

La matriz de información asintótica para  $\theta_T$  es  $I_a(\theta_T) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{I(\theta_T)}{T}$ . De esta forma, el sesgo asintótico del estimador  $\hat{\theta}$  será igual a  $\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta_T) \xrightarrow{d} N(0, \Sigma_\theta)$ , esto es,  $\hat{\theta}$  es un estimador consistente de  $\theta_T$ . Luego,  $[I_a(\theta_T)]^{-1} \leq \Sigma_\theta$  o lo que es lo mismo,  $[I_a(\theta_T)]^{-1} - \Sigma_\theta$  es semidefinida positiva.

Pues bien, bajo determinadas condiciones generales de regularidad, un estimador MV  $\hat{\theta}$  de  $\theta_T$  es consistente y  $\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta_T) \xrightarrow{d} N(0, [I_a(\theta_T)]^{-1})$ . Así, y en grandes muestras, el estimador se distribuye asintóticamente como Normal con media el verdadero valor del parámetro ( $\theta_T$ ) y matriz de covarianzas asintótica igual a la inversa de la matriz de información de la última iteración del algoritmo. Esto es,  $\hat{\theta} \xrightarrow{d} N(\theta_T, [I_a(\theta_T)]^{-1})$ .

Sin embargo, a veces es difícil justificar el supuesto de normalidad condicional, entonces la función  $L_t(\theta)$  puede estar mal especificada. En este sentido, las estimaciones asintóticas de  $\theta_T$  son cuasi-máximoverosímiles (CMV). Estas propiedades las estudió por vez primera Weiss (1986). Su aportación más importante es que si los dos primeros momentos están correctamente especificados, los parámetros serán consistentemente estimados incluso si es violado el supuesto de normalidad condicional.

La idea es la siguiente. Sea  $\hat{\theta}$  la estimación que maximiza el logaritmo de verosimilitud Gaussiano y  $\theta_T$  el verdadero valor del vector de parámetros. Incluso cuando  $z_t = \varepsilon_t/h_t$  no fuese Gaussiano, y bajo determinadas condiciones de regularidad, la distribución asintótica del sesgo es:

$$\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta_T) \xrightarrow{d} N(0, D^{-1}SD^{-1})$$

siendo  $D = T^{-1}E\left[\frac{\partial^2 l_t(\theta)}{\partial\theta\partial\theta'}\right]$  y  $S = T^{-1}E\left[\left(\frac{\partial l_t(\theta)}{\partial\theta}\right)\left(\frac{\partial l_t(\theta)}{\partial\theta}\right)'\right]$ . La estimación consistente

de  $D$  y  $S$ , puede llevarse a cabo mediante

$$\hat{D} = T^{-1} \sum_{t=1}^T \frac{\partial^2 l_t(\hat{\theta})}{\partial\theta\partial\theta'} = T^{-1} \sum_{t=1}^T s_t(\hat{\theta})$$

y

$$\hat{S} = T^{-1} \sum_{t=1}^T \left(\frac{\partial l_t(\hat{\theta})}{\partial\theta}\right)\left(\frac{\partial l_t(\hat{\theta})}{\partial\theta}\right)' = T^{-1} \sum_{t=1}^T s_t(\hat{\theta})s_t(\hat{\theta})'$$

Si el supuesto de normalidad es correcto, entonces se cumple que  $S = D$ , y la inferencia válida puede realizarse tanto a través de  $S^{-1}$  como de  $D^{-1}$ , que serían los estimadores de la matriz de varianzas y covarianzas asintótica de los parámetros.

De esta forma, los errores estándar de los parámetros  $\hat{\theta}$  que son robustos a la mala especificación de la familia de densidades, pueden obtenerse de la raíz cuadrada de los elementos de la diagonal principal de  $T^{-1}\hat{D}^{-1}\hat{S}\hat{D}^{-1}$ .

Bollerslev y Wooldrige (1992) aplican el *procedimiento cuasi-máximo verosímil* para procesos ARCH, obteniendo una estimación consistente y robusta asintóticamente de la matriz de varianzas y covarianzas de los parámetros del proceso. Para ello, generalizan el procedimiento de Weiss (1986) bajo diferentes condiciones de regularidad. La especificación del modelo ARCH univariante en Weiss (1986) es muy general, asumiendo un momento de cuarto orden finito del término de error; por otro

lado, Bollerslev y Wooldridge (1992) no imponen que el cuarto orden fuese finito, pero sí requieren que  $l(\theta)$  y que sus derivadas satisfagan la ley débil uniforme de los grandes números, la cual no es fácil de verificar.

De todo lo expuesto, se puede deducir que la estimación cuasi-máximoverosímil de  $\hat{\theta}$  puede obtenerse mediante el uso de la función de verosimilitud normal condicional, calculando las estimaciones robustas de la matriz de covarianzas de los parámetros estimados, utilizando la matriz de segundas derivadas y la media de los productos exteriores (*outer products*) de los gradientes.

Lumsdaine (1991) estableció la consistencia y normalidad asintótica del estimador CMV para el GARCH(1,1) y el IGARCH(1,1) bajo un diferente conjunto de supuestos. En términos de los residuos estandarizados  $\varepsilon_t^* = \frac{\varepsilon_t}{h_t}$ , los supuestos de Lumsdaine son que  $\varepsilon_t^* \sim i.i.d.$ , simétrica y unimodal con 32 momentos finitos. Lee y Hansen (1994) obtuvieron similares resultados. Bajo condiciones más débiles,  $\varepsilon_t^*$  es estacionario y ergódico con un momento de cuarto orden condicional limitado. Lumsdaine (1991) y Lee y Hansen (1994) mostraron que el estimador CMV para el IGARCH(1,1) tiene la misma distribución asintótica que el GARCH(1,1). Este resultado es importante porque establece que no se encuentren las dificultades que están presentes en las raíces unitarias en los modelos IGARCH. Lee (1991) extendió todos los resultados asintóticos al caso del GARCH(1,1)-M e IGARCH(1,1)-M.

Engle y González-Rivera (1991) apuntaron que aunque el estimador CMV es consistente y asintóticamente normal, puede ser ineficiente. Demostraron que la pérdida de eficiencia debida a la incorrecta especificación puede ser grave cuando la distribución cierta es asimétrica y es utilizada la función de cuasi-máximoverosimilitud normal. Estos autores sugirieron una aproximación semiparamétrica en la que se maximiza la función del logaritmo de verosimilitud. Existen otros caminos atractivos para estimar modelos ARCH sin asumir normalidad, como por ejemplo, el método generalizado de los momentos (GMM).

Hay que advertir que las estimaciones BHHH no son asintóticamente equivalentes a las proporcionadas por otros algoritmos. Sin embargo, en muestras pequeñas deberían utilizarse las estimaciones de la matriz de segundas derivadas a

través del algoritmo de Broyden, Fletcher, Goldfarb y Shanno (BFGS) o el algoritmo *scoring*. De hecho, la utilización del algoritmo BFGS puede ser bastante útil si, además, se utilizan técnicas de estimación robustas de la matriz de varianzas y covarianzas de los parámetros del modelo del tipo de las proporcionadas por Newey y West (1987).

### 3.8. Contrastes de especificación.

Desde el trabajo de Engle (1982) que introdujo por primera vez el concepto de heterocedasticidad condicional, se han ido elaborando una serie de contrastes que pretenden evaluar la correcta especificación de la varianza condicionada heterocedástica, si bien no existe una única forma de resolver esta cuestión [véase para una panorámica de estos contrastes a Pérez-Rodríguez y Murillo (1997)].

Concretamente, dentro de los contrastes de mala especificación utilizados en la amplia literatura sobre este tipo de modelos, destacamos los siguientes:

- a) La comparación entre diversos modelos propuestos puede realizarse analizando los residuos estandarizados  $z_t = \hat{\varepsilon}_t / h_t$ , los cuales deben comportarse i.i.d., puesto que el modelo supone que las transformaciones estocásticas de los datos son i.i.d. Un contraste sencillo de no existencia de excesos de dispersión puede realizarse mediante el siguiente cociente bajo la hipótesis nula:  $\sqrt{T} \left[ \frac{(\sigma_z^2 - 1)}{\sigma_v} \right] \sim AN(0,1)$ , donde  $\sigma_v$  pertenece a la variable  $(z_t)^2$  [véase Engle y Russell (1998)].
- b) Los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993), que se basan en cómo los *shocks* (es decir, valores de  $\varepsilon_{t-1}$ , positivos y negativos) que se producen en los modelos afectan a la volatilidad, provocando que ésta sea mayor o menor dependiendo del signo de dichos *shocks*. En estos contrastes es importante la inclusión de la variable ficticia  $S_{t-1}^-$ , construida de tal forma que:

$$S_{t-1}^- = 1 \text{ si } \varepsilon_{t-1} < 0$$

$$S_{t-1}^- = 0 \text{ si } \varepsilon_{t-1} \geq 0$$

es decir, esta variable examina los impactos o *shocks* (positivos y negativos), sobre la volatilidad no predicha por el modelo. El primer contraste es:  $z_t^2 = a + bS_{t-1}^- + u_t$ . Contrastando la significación de los valores de  $b$  a través de una t-Student, el modelo planteado para la volatilidad heterocedástica es correcto cuando se acepta según el criterio t ( $b=0$ ). El segundo contraste es:  $z_t^2 = a + bS_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + u_t$ . El contraste de sesgo de signo negativo utiliza en la ecuación de regresión la variable  $S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}$ . Se centra en los efectos que producen los diferentes *shocks* de valores negativos del término de error (grandes o pequeños) sobre la volatilidad que no es predecible por el modelo. Igualmente se trata de contrastar la significación del parámetro  $b$  [ $t(b=0)$ ], donde el no rechazo permite decidir que el modelo de varianza está correctamente especificado. Por otro lado, el contraste de sesgo de signo positivo utiliza en la ecuación de regresión la variable  $S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1}$ , siendo  $S_{t-1}^+ = 1 - S_{t-1}^-$ . Se centra en los diferentes impactos que los *shocks* positivos (grandes y pequeños) tienen sobre la volatilidad que no está explicada por el modelo. La decisión se toma estudiando el valor de  $t(b=0)$ , y las conclusiones son idénticas a los casos anteriores. La ecuación es:  $z_t^2 = a + bS_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + u_t$ .

Finalmente, el contraste conjunto de los tres efectos implica valorar la significación de los parámetros  $b_1$ ,  $b_2$  y  $b_3$ . Si estos parámetros son significativos conjuntamente, entonces el modelo para la varianza heterocedástica estará mal especificado. La ecuación es:  $z_t^2 = a + b_1 S_{t-1}^- + b_2 S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + b_3 S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + u_t$ .

- c) El contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert. La consistencia de la estimación de la volatilidad puede analizarse mediante una regresión de los errores al cuadrado sobre una constante y las estimaciones de la varianza condicionada [véase Pagan y Schwert (1990)]. En este caso, la regresión auxiliar para el contraste es:  $\varepsilon_t^2 = \alpha + \beta h_t^2 + v_t$ ; y la hipótesis nula que se contrasta es  $H_0$ :

$\beta = 1$ ,  $\alpha = 0$ . Si ésta no es rechazada, tenemos una vía alternativa para considerar que la especificación de la varianza es correcta, puesto que  $E_{t-1}[\varepsilon_{t-1}^2] = h_t^2$ .

- d) El contraste de autocorrelación de Ljung-Box [LBQ(k), que se distribuye como  $\chi_k^2$ , siendo  $k$  el número de autocorrelaciones], para los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado. En este caso, debería no rechazarse la hipótesis nula de no autocorrelación. Este caso justificaría que los modelos pueden estar correctamente especificados.

Puesto que la evaluación de un modelo correctamente especificado a través de un único contraste puede no ser suficiente, en nuestro caso, definimos que un modelo está correctamente especificado cuando los residuos estandarizados del modelo no presentan estructura, tal y como sucede en muchos estudios empíricos sobre la volatilidad condicional. Esto supone que los contrastes de signo y el contraste LBQ no deben rechazar las correspondientes hipótesis nulas.

## 4. El riesgo cambiario y los modelos multiecuacionales GARCH.

### 4.1. Breve caracterización de los modelos VAR.

Dado que muchos comportamientos financieros requieren una modelización multiecuacional para su correcta especificación, se hace necesario desarrollar la metodología VAR (modelos vectoriales autorregresivos), que ha sido ampliamente aplicada para la representación de modelos multiecuacionales. Además, se considerará la existencia de volatilidad condicional a nivel multiecuacional (modelización GARCH multiecuacional), integrando ambas estructuras.

La modelización vectorial autorregresiva (VAR) fue introducida por Sims (1980 y 1982) y supuso una metodología de modelización dinámica multiecuacional completamente nueva en aquel momento, asentándose en los siguientes principios:

- a) No hay suficiente conocimiento teórico para clasificar a priori las variables en endógenas y exógenas.
- b) No es posible establecer a priori restricciones de nulidad.
- c) No hay una teoría económica estricta dentro de la cual se fundamente el modelo.

Este tipo de metodología formula el sistema de ecuaciones como un juego de ecuaciones autorregresivas, que expresa un vector de variables como una función de sus propios valores retardados. La formulación del modelo VAR general no restringido es:

$$y_t = \nu + \sum_{i=1}^p P_i y_{t-i} + u_t$$

donde  $y_t$  es un vector de orden  $(K \times 1)$  de observaciones de los valores actuales de todas las variables incluidas en el modelo;  $u_t$  es un vector columna de errores aleatorios, que se asumen frecuentemente contemporáneamente correlacionados pero no autocorrelacionados, es decir, tiene una matriz de covarianzas no diagonal. Los  $P_i$  son matrices de orden  $(K \times K)$  que no contienen ningún elemento nulo.  $\nu$  es un vector  $(K \times 1)$  de términos independientes. Existen, por tanto,  $K$  variables y  $p$  retardos.

En la práctica, el enfoque VAR no está libre de restricciones a priori. El tamaño de los modelos VAR está restringido por el hecho de que cada ecuación contiene todas las variables incluyendo los retardos, mientras que la estimación requiere suficientes grados de libertad. El analista, en la práctica, debe tomar dos decisiones importantes a la hora de construir un modelo VAR:

En primer lugar, debe restringir el número de variables de interés. Para ello se emplea un test de causalidad que nos dice qué variables son exógenas, y en ese caso, rechazarlas. Además, hay que decidir cómo medir las variables seleccionadas. Sims toma logaritmos de los datos en niveles e incluye una tendencia temporal y variables ficticias estacionales en cada ecuación<sup>47</sup>. Otros, como Shoesmith (1992), Lupoletti y

<sup>47</sup> Sims supone que las series tienen tendencia determinista, lo cual no tiene por qué ser cierto. Las series con tendencia determinista tienen propiedades diferentes a las series con tendencia estocástica, por lo que resulta relevante distinguir en qué caso concreto nos encontramos.

Web (1986), prefieren utilizar variables que tienen una tendencia, en forma de tasas de crecimiento, haciéndolas estacionarias.

En segundo lugar, tiene que elegirse el tamaño de retardo apropiado. Según Charemza y Deadman (1992), es importante “establecer el tamaño de retardo máximo en relación a la posible existencia de autocorrelación en las perturbaciones”. Se trata de elegir un retardo  $p$ , de forma que obtengamos residuos próximos a un ruido blanco.

El procedimiento general para utilizar un modelo VAR lo resume Pagan (1987) en cuatro pasos:

- 1) Transformar los datos de forma que se pueda ajustar un modelo VAR a los mismos.
- 2) Elección de un tamaño de retardo,  $p$ , y de una dimensión de  $y_t$  tan grandes como sea posible de acuerdo con el tamaño muestral y después, ajustar el modelo VAR resultante.
- 3) Intentar simplificar el modelo VAR mediante la reducción del tamaño de retardo,  $p$ , o mediante la imposición de alguna restricción arbitraria sobre los coeficientes.
- 4) Tener en cuenta la cuestión de interés mediante el uso de la representación ortogonalizada de las innovaciones.

#### 4.1.1. Especificación y estimación del modelo.

Si definimos:

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_T) \text{ de orden } (K \times T).$$

$$B = (\nu, P_1, \dots, P_p) \text{ de orden } (K \times (Kp+1)).$$

$$Z_t = \begin{bmatrix} 1 \\ y_t \\ \dots \\ y_{t-p+1} \end{bmatrix} \text{ de orden } ((Kp+1) \times 1).$$

$$Z = (Z_0, \dots, Z_{T-1}) \text{ de orden } ((Kp+1) \times T).$$

$U = (u_1, \dots, u_T)$  de orden  $(K \times T)$ .

$y = \text{vec}(Y)$  de orden  $(KT \times 1)$ .

$\beta = \text{vec}(B)$  de orden  $((K^2 p + K) \times 1)$ .

$b = \text{vec}(B')$  de orden  $((K^2 p + K) \times 1)$ .

$u = \text{vec}(U)$  de orden  $(KT \times 1)$ .

Empleando la anterior notación, el modelo VAR(p) puede escribirse de forma compacta como:

$$Y = BZ + U$$

o como:

$$y = (Z' \otimes I_k) \beta + u$$

El estimador de mínimos cuadrados ordinarios para  $\beta$  es:

$$\hat{\beta} = ((Z'Z)^{-1} Z' \otimes I_k) y$$

El estimador mínimo cuadrático ordinario cumple las propiedades de consistencia y normalidad asintótica según la siguiente proposición, que proporciona condiciones suficientes:

*Proposición 1:*

Sea  $y_t$  un proceso VAR(p)  $k$ -dimensional estable con innovaciones estándar ruido blanco. Sea  $\hat{B} = YZ'(ZZ')^{-1}$  el estimador de mínimos cuadrados ordinarios de los coeficientes  $B$  del modelo. Entonces, podemos escribir que  $\text{plim } \hat{B} = B$  y  $\sqrt{T}(\hat{\beta} - \beta) = \sqrt{T} \text{vec}(\hat{B} - B) \xrightarrow{d} N(0, \Gamma^{-1} \otimes \Sigma_u)$ , donde  $\xrightarrow{d}$  denota convergencia en distribución,  $\Gamma = \text{plim } ZZ'/T$ , y  $\Sigma_u$  es la matriz de varianzas y covarianzas de  $u$ .

### 4.1.2. Usos de los modelos VAR.

Dado que los modelos VAR representan las correlaciones entre un conjunto de variables, se han empleado frecuentemente para analizar ciertos aspectos de las relaciones entre variables de interés. A continuación, comentamos los principales usos de los modelos VAR, como son el análisis de causalidad, la función de respuesta al impulso y la descomposición de la varianza del error de predicción.

#### 4.1.2.1. Análisis de causalidad.

El modelo VAR general contiene un gran número de coeficientes estimados que frecuentemente se pueden reducir en número eliminando aquellos para los cuales la hipótesis de que son no significativos conjuntamente no puede ser rechazada. Normalmente, la contrastación de restricciones de nulidad (o de exogeneidad) en un modelo VAR se hace dentro del contexto de la causalidad.

La definición de causalidad proporcionada por Granger (1969 y 1982) consiste en que una serie temporal  $y$  causa otra serie temporal  $x$ , si podemos predecir mejor  $x$  utilizando los valores pasados de  $y$  que no haciéndolo. Formalmente, podríamos escribir que:

Si  $ECM(\tilde{x}_t / \psi_{t-1}) < ECM(\tilde{x}_t / \psi_t \setminus Y_{t-1})$ , entonces  $y \rightarrow x$ , es decir,  $y$  causa a  $x$  en el sentido de Granger, siendo:

- $\psi_t$  el conjunto de toda la información pasada y presente existente en el instante  $t$ .
- $Y_t$  el conjunto de toda la información pasada y presente sobre la variable  $y$  existente en el instante  $t$ .
- $x_t$  es el valor actual de la variable  $x$ .
- $\tilde{x}_t$  es un predictor insesgado de  $x_t$ .
- ECM es el error cuadrático medio de la predicción.
- $A/B$  significa  $A$  condicionada por  $B$ .
- $A \setminus B$  significa todos los elementos de  $A$  que no son  $B$ .

### El Contraste de Granger.

Se basa en la definición de causalidad de Granger (1969). El test parte de la siguiente representación:

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d(L) & f(L) \\ a(L) & b(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_t \\ s_t \end{bmatrix}$$

donde  $d(L), f(L), a(L)$  y  $b(L)$  son polinomios de retardo sobre variables  $x$  e  $y$ ;  $e_t$  y  $s_t$  son perturbaciones no correlacionadas serialmente. Entonces,  $y$  no causa a  $x$  en el sentido de Wiener-Granger, si y sólo si  $f(L) = 0$ . Como ambas ecuaciones incluidas en el sistema previo tienen perturbaciones no autocorrelacionadas, el contraste se puede basar en la estimación M.C.O. de la ecuación:

$$x_t = d(L)x_t + f(L)y_t + e_t$$

y contrastar la hipótesis  $f(L) = 0$  de la forma tradicional.

Según Rodríguez (1990), un problema de este contraste es la falta de información que nos permita determinar cuáles son los órdenes de los polinomios de retardo  $d(L)$  y  $f(L)$ . En la práctica, se asumen algunas restricciones sobre estos polinomios que en la mayoría de los casos son tomadas arbitrariamente.

Sargent (1976) sugirió una modificación simple del test de Granger que es ampliamente utilizada en la actualidad. Este autor considera una ecuación que describe a  $x_t$  en un modelo VAR bivalente no restringido. Dicha ecuación se puede escribir como sigue:

$$x_t = A_0 D_t + \sum_{j=1}^k \alpha_j x_{t-j} + \sum_{j=1}^k \beta_j y_{t-j} + e_t$$

donde  $A_0 D_t$  denota la parte determinista de la ecuación. Si  $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$ , entonces  $y$  no causa a  $x$  en el sentido de Granger. Un test directo para esta hipótesis sería un test de la F o un test del multiplicador de Lagrange.

#### 4.1.2.2. Análisis de respuesta al impulso.

En el análisis empírico, con frecuencia tiene interés conocer la respuesta de una variable al impulso de otra, dentro de un sistema que contiene además otras variables. Este tipo de estudios se emplea, por ejemplo, para el análisis de políticas.

La función de respuesta al impulso cuantifica el efecto de un *shock* sobre las innovaciones presentes y futuras de las variables endógenas.

Un *shock* en la  $i$ -ésima variable afecta directamente a la variable  $i$ -ésima, transmitiéndose también a todas las variables endógenas a través de la estructura dinámica del proceso VAR.

Si las innovaciones están incorrelacionadas, la interpretación de la respuesta al impulso es directa, porque se atribuye todo el efecto a una variable endógena. Sin embargo, en la mayoría de los casos, las innovaciones están correlacionadas, de modo que existe un componente común que no puede asociarse a una variable específica. Un método arbitrario que se emplea para tratar con este problema consiste en atribuir todo el efecto del componente común a la variable que ocupa la primera posición en el sistema VAR.

Técnicamente, los errores se ortogonalizan mediante la descomposición de Choleski de forma que la matriz de covarianzas de las innovaciones resultantes sea diagonal. Sin embargo, existen críticas al respecto, ya que la descomposición de Choleski resulta un método arbitrario de atribución de efectos comunes. De hecho, si se cambia el orden de las ecuaciones del sistema, las respuestas al impulso pueden cambiar significativamente.

La ortogonalización de las perturbaciones se realiza mediante la transformación del modelo inicial en otro proceso cuyos residuos están incorrelacionados. Para ello, se elige una descomposición de la matriz de covarianzas  $\Sigma_u = WAW'$ , donde  $A$  es una matriz diagonal con unos en su diagonal. La descomposición de Choleski establece que

$\Sigma_u = PP'$  definiendo una matriz diagonal  $D$  con igual diagonal que  $P$  y especificando  $W = PD^{-1}$  y  $\Lambda = DD'$ .

Partiendo del proceso VAR(p) sin término constante, y premultiplicando por  $W^{-1}$  obtenemos:

$$W^{-1}y_t = W^{-1} \sum_{i=1}^p P_i y_{t-i} + W^{-1}u_t$$

Definiendo las nuevas perturbaciones como  $v_t = W^{-1}u_t$ , por construcción la matriz de varianzas y covarianzas de las perturbaciones transformadas es  $\Sigma_v = \Lambda$ .

#### 4.1.2.3. Descomposición de la varianza del error de predicción.

Otro uso del modelo VAR es la descomposición de la varianza del error de predicción. En este caso, dicha varianza se descompone en las innovaciones de las variables endógenas del VAR. La descomposición de la varianza da información de la importancia relativa de cada innovación aleatoria sobre las variables del proceso VAR.

Para ello, se parte de la representación MA del proceso VAR con innovaciones ortogonales ruido blanco:

$$y_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \Theta_i \omega_{t-i}$$

con  $\Sigma_{\omega} = I_K$ , el error de la predicción óptima  $h$  periodos hacia delante es:

$$y_{t+h} - y_t(h) = \sum_{i=0}^{h-1} \Theta_i \omega_{t+h-i}$$

Si denotamos el elemento  $mn$ -ésimo de  $\Theta_i$  por  $\theta_{mn,i}$  el error de predicción  $h$  periodos hacia delante del  $j$ -ésimo componente de  $y_t$  es:

$$y_{j,t+h} - y_{j,t}(h) = \sum_{k=1}^K (\theta_{jk,0} \omega_{k,t+h} + \dots + \theta_{jk,h-1} \omega_{k,t+1})$$

Por tanto, el error de predicción del componente  $j$ -ésimo consiste en innovaciones de los otros componentes de  $y_t$ . Dado que  $\omega_{kt}$  están incorrelacionados y tienen varianza uno, el error cuadrático medio de  $y_{jt}(h)$  es:

$$E(y_{j,t+h} - y_{jt}(h))^2 = \sum_{k=1}^K (\theta_{jk,0}^2 + \dots + \theta_{jk,h-1}^2)$$

De esta forma,  $\theta_{jk,0}^2 + \dots + \theta_{jk,h-1}^2$  se interpreta como la contribución de innovaciones de la variable  $k$  a la varianza del error de predicción  $h$  periodos hacia delante de la variable  $j$ .

#### 4.2. Modelos GARCH multiecuacionales.

Los modelos ARCH se han aplicado mayoritariamente en el ámbito financiero. Sin embargo, cabe resaltar que la valoración de activos, la selección de carteras o la evaluación de la gestión de los fondos de inversión no pueden analizarse correctamente desde una perspectiva uniecuacional, sino que requieren el uso de una perspectiva multiecuacional.

Las especificaciones multiecuacionales de los modelos ARCH han pretendido, de la misma forma que los uniecuacionales, modelizar la volatilidad condicionada predecible en el tiempo, tratando de capturar aquellos efectos empíricos más relevantes, tales como las agrupaciones de volatilidad, la leptocurtosis, las asimetrías y los efectos estacionales.

Además, estos modelos permiten parametrizar los movimientos comunes en la volatilidad, permitiendo que la matriz de covarianzas condicionada dependa de las varianzas condicionadas de las  $k$  combinaciones lineales existentes del error. También, permiten representar conjuntamente la presencia de movimientos comunes en las

varianzas, así como la existencia de raíces unitarias, cuya unión produce el efecto conocido por co-integración en volatilidad o varianza.

Sin embargo, el mayor problema de los modelos multiecuacionales es su dimensionalidad.

En el modelo Multiecuacional ó ARCH Vectorial, existe una representación para  $\varepsilon_t$  igual a un vector  $K \times 1$  de procesos estocásticos:

$$\varepsilon_t = z_t \Omega_t^{-1/2}; z_t \sim iid(0, I); \varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim N(0, \Omega_t)$$

donde  $\Omega_t$  es una matriz  $K \times K$  de varianzas-covarianzas semidefinida positiva y medible con respecto al conjunto de información en el periodo  $t-1$ .

#### 4.2.1. Especificación del modelo M-GARCH(p,q) multiecuacional.

El modelo GARCH(p,q) Multivariante [Bollerslev, Engle and Wooldridge, (1988)] tiene la siguiente representación:

$$vech(\Omega_t) = \omega + \sum_{i=1}^q A_i vech(U_{t,i} U'_{t-i}) + \sum_{i=1}^p G_i vech(\Omega_{t-i})$$

que introduce un nuevo término formado por el sumatorio del producto entre  $vech(\Omega_{t-i})$  y la matriz  $G_i$  que es de orden  $(K(K+1)/2) \times (K(K+1)/2)$ .

Este modelo puede escribirse completamente, y sin restricciones, como:

$$\begin{pmatrix} h_{1t}^2 \\ h_{12t}^2 \\ h_{2t}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{1,t-1}^2 \\ u_{1,t-1} u_{2,t-1} \\ u_{2,t-1}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{1,t-1}^2 \\ h_{12,t-1}^2 \\ h_{2,t-1}^2 \end{pmatrix}$$

Sin embargo, podemos encontrarnos los siguientes problemas en una especificación de este tipo:

- a) Se necesita estimar un número elevado de parámetros igual a  $(1/2)K(K+1)[1+K(K+1)(p+q)/2]$  por lo que en la práctica es preciso imponer restricciones sobre los parámetros para que el modelo sea manejable.
- b) No se garantiza que  $\Omega_t$  sea positiva para todo  $t$ .
- c) Puede advertirse la presencia de movimientos comunes en la volatilidad. La modelización de estos movimientos requeriría una especificación ARCH factorial, donde la matriz de covarianzas condicionada depende de las varianzas condicionadas de las  $k$  combinaciones lineales existentes para el error.
- d) Podría producirse la presencia de movimientos comunes y de raíces unitarias, que producirían el efecto de co-integración en volatilidad, lo cual obligaría a especificar modelos del tipo IGARCH multivariantes, como Bollerslev y Engle (1993).

#### 4.2.2. Restricciones sobre los parámetros.

Supongamos que el vector de residuos es bivalente, tal que  $U_t = (u_{1t}, u_{2t})$ , y que se distribuye  $NID(0, \Omega_t)$  bivalente. Si consideramos, además, que la varianza condicional multivariante sigue un proceso GARCH(1,1) multicuacional, entonces podemos escribir que:

$$\text{vech } \Omega_t = A_0 + A_1 \text{vech } U_{t-1} U'_{t-1} + G_1 \text{vech } \Omega_{t-j}$$

siendo  $A_0$  un vector  $K(K+1)/2$ ;  $A_1$  y  $G_1$  son matrices de orden  $K(K+1)/2 \times K(K+1)/2$ ; y  $\text{vech}(\cdot)$  es el operador que vectoriza la parte inferior de una matriz  $K \times K$  como un vector de orden  $K(K+1)/2$ .

Los tipos de restricciones que pueden considerarse son variados.

El supuesto más simple es asumir que el número de parámetros que contienen las matrices  $A_1$  y  $G_1$  se concentran en la diagonal principal, esto es, las matrices son diagonales. En este sentido, cada término en la matriz de varianzas y covarianzas

condicionadas está únicamente relacionado con los correspondientes productos cruzados del vector de innovaciones retardadas. Así, en el caso de un GARCH(1,1) multiecuacional podemos escribir que:

$$\Omega_t = A_0 + A_1 \bullet U_{t-1} U'_{t-1} + G_1 \bullet \Omega_{t-1}$$

donde,  $\bullet$  representa la multiplicación de elemento por elemento. Con esta especificación, sin embargo, no se garantiza que  $\Omega_t$  sea positiva. La estructura de este modelo es:

$$\begin{pmatrix} h_{1t}^2 \\ h_{12t} \\ h_{2t}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{1,t-1}^2 \\ u_{1,t-1} u_{2,t-1} \\ u_{2,t-1}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_{11} & 0 & 0 \\ 0 & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{1,t-1}^2 \\ h_{12,t-1} \\ h_{2,t-1}^2 \end{pmatrix}$$

o de forma equivalente:

$$\begin{aligned} h_{1t}^2 &= c_1 + a_{11} u_{1,t-1}^2 + g_{11} h_{1,t-1}^2 \\ h_{12,t} &= c_2 + a_{22} u_{1,t-1} u_{2,t-1} + g_{33} h_{12,t-1} \\ h_{2t}^2 &= c_3 + a_{33} u_{2,t-1}^2 + g_{33} h_{2,t-1}^2 \end{aligned}$$

Esta representación es la que caracteriza a un GARCH(1,1) diagonal.

Sin embargo, esta especificación puede incorporar más coeficientes distintos de cero fuera de la diagonal principal, convirtiéndose en una especificación más general. Este hecho, no obstante, presenta varios problemas. En primer lugar, se necesita estimar un número elevado de parámetros<sup>48</sup>, por lo que en la práctica es preciso imponer restricciones a fin de que el modelo sea manejable. Además no se garantiza que  $\Omega_t$  sea definida positiva para todo  $t$ . Por otra parte, pueden existir movimientos comunes de la volatilidad y/o raíces unitarias, que podrían implicar cointegración en varianza. La

<sup>48</sup> Doce parámetros en un GARCH(1,1) bivariante.

modelización de tales movimientos requeriría una especificación ARCH factorial, o bien modelos del tipo IGARCH multivariantes [véase Bollerslev y Engle (1993)].

Para superar todos estos problemas, y de forma alternativa, Baba, Engle, Kraft y Kroner (BEKK, 1990) presentan un modelo que fuerza la definición positiva de la matriz  $\Omega_t$ . Este modelo puede escribirse como:

$$\Omega_t = C'C + A_1' U_{t-1} U_{t-1}' A_1 + G_1' \Omega_{t-1} G_1$$

en el que  $A_1$ ,  $G_1$  y  $C$  son matrices  $K \times K$  de parámetros desconocidos. Los parámetros, en este caso, no están globalmente identificados. Si se cambia el signo de todos los miembros de las matrices de parámetros el valor de la función no varía. Por otra parte, esta representación excluye ciertas parametrizaciones cuando el modelo GARCH no es completo<sup>49</sup>.

La caracterización de los elementos que forman las matrices puede observarse en el siguiente proceso bivariante:

$$\begin{pmatrix} h_{1t}^2 & h_{12,t} \\ h_{12,t} & h_{2t}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} u_{1,t-1}^2 & u_{1,t-1}u_{2,t-1} \\ u_{2,t-1}u_{1,t-1} & u_{2,t-1}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}' \Omega_{t-1} \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}$$

Para comprobar por quién están caracterizadas las ecuaciones, suprimiremos la parte GARCH, simplemente a efectos meramente ilustrativos. Así, tenemos que:

$$\begin{aligned} h_{1t}^2 &= c_{11} + a_{11}^2 u_{1,t-1}^2 + 2a_{11}a_{21}u_{1,t-1}u_{2,t-1} + a_{21}^2 u_{2,t-1}^2 \\ h_{12,t} &= c_{12} + a_{11}a_{12}u_{1,t-1}^2 + (a_{21}a_{12} + a_{11}a_{22})u_{1,t-1}u_{2,t-1} + a_{21}a_{22}u_{2,t-1}^2 \\ h_{2t}^2 &= c_{22} + a_{12}^2 u_{1,t-1}^2 + 2a_{12}a_{22}u_{1,t-1}u_{2,t-1} + a_{22}^2 u_{2,t-1}^2 \end{aligned}$$

<sup>49</sup> Es decir, le falta algún componente autorregresivo y/o media móvil.

Esta expresión reduce el número de parámetros a estimar, y permite por otro lado, garantizar el carácter semidefinido positivo de la matriz de varianzas y covarianzas condicional.

Pero, ¿cuándo es la covarianza estacionaria?

#### 4.2.3. Covarianza estacionaria.

Cabe resaltar que existen condiciones que determinan la estacionariedad de la covarianza condicional. Así, por ejemplo, la covarianza es estacionaria en un modelo GARCH multiecuacional cuando se cumple, en general, la proposición 2.7 de Engle y Kroner (1995, pág. 133). Esta proposición dice que la covarianza es estacionaria si y sólo si todos los valores propios de  $A_1 + G_1$  son menores a la unidad en módulo. Por ejemplo,

a) En el modelo VEC diagonal,  $\sum_{i=1}^k (a_{ii} + g_{ii}) < 1, \forall i$ .

b) En el modelo BEKK diagonal,  $\sum_{i=1}^k (a_{ii}^2 + g_{ii}^2) < 1, \forall i$ .

c) En el modelo BEKK no diagonal, los valores propios de  $A_{11} + G_{11} < 1$ , siendo  $A_{11} = A_1 \otimes A_1$  y  $G_{11} = G_1 \otimes G_1$ , siendo  $\otimes$  el producto de Kronecker.

Es posible que en el caso c), los elementos de la diagonal principal de  $A_1$  o  $G_1$  sean superiores a la unidad, y aún así, el proceso sea estacionario.

No obstante, existen diferentes modelos que pueden complicar el ya difícil proceso de identificación de las ecuaciones. ¿Cómo garantizar una única estructura?

#### 4.2.4. Estructuras observacionalmente equivalentes.

La proposición 2.1 de Engle y Kroner (1995) sirve (antes de formalizar la relación entre los modelos BEKK y VEC) para determinar las condiciones en las que los parámetros están identificados.

Siguiendo a Engle y Kroner (1995), se dice que dos representaciones son equivalentes si cada secuencia  $\{U_t\}$  genera la misma  $\{\Omega_t\}$  en ambas representaciones. La proposición 2.1. sirve para definir ese marco.

A continuación, consideramos la proposición, tal y como está formulada en Engle y Kroner (1995, pág. 128).

*Proposición 2.1.* Supongamos que los elementos de la diagonal principal de  $C$  están restringidos a ser positivos, y que  $a_{11}$  y  $g_{11}$  también son positivos. Entonces, si  $K=1$ ,

$$\Omega_t = C'C + A_1' U_{t-1} U_{t-1}' A_1 + G_1' \Omega_{t-1} G_1$$

no existen otras matrices distintas de  $C$ ,  $A_1$  y  $G_1$ , que proporcionen una representación equivalente.

El propósito de las restricciones es eliminar todas aquellas otras estructuras observacionalmente equivalentes. Existen muchos conjuntos de condiciones suficientes que pueden utilizarse en lugar de éstas. Por ejemplo, la única estructura observacionalmente equivalente puede obtenerse reemplazando  $A_1$  por  $-A_1$ . La restricción es que  $a_{11}$  sea  $\geq 0$  y puede reemplazarse mediante la condición en que todo  $a_{ij} \geq 0, \forall i, j$ ; y esta condición es también suficiente para eliminar  $-A_1$  del conjunto de estructuras admisibles.

La total generalidad del modelo BEKK puede obtenerse añadiendo más términos semidefinidos positivos a la ecuación de varianzas- Esto se consigue rescribiendo la ecuación BEKK-GARCH(1,1) multiecuacional como:

$$\Omega_t = C'C + \sum_{k=1}^K A_{1k}' U_{t-1} U_{t-1}' A_{1k} + \sum_{k=1}^K G_{1k}' \Omega_{t-1} G_{1k}$$

es decir, añadiendo  $K$  términos matriciales en ambas partes. La cuestión es cuál es el valor de  $K$  para conseguir una representación totalmente general. Habitualmente, suele considerarse que el valor de  $K=1$  es suficiente para caracterizar una buena aproximación.

#### 4.2.5. El modelo de regresión multiecuacional.

La aplicación de la representación BEKK en un modelo de regresión simultáneo donde aparecen los segundos momentos en la ecuación estructural, proporcionan el modelo GARCH-en media-Multiecuacional, esto es, GARCH-M multiecuacional.

La representación del sistema en forma estructural puede escribirse, de manera compacta o matricial, como:

$$\begin{aligned}
 U_t &= \Gamma y_t + Bx_t + \Lambda \tilde{h}_t \\
 U_t / \psi_{t-1} &\sim N(0, \Omega_t) \\
 \Omega_t &= C'C + \sum_{k=1}^K A'_{1k} U_{t-1} U'_{t-1} A_{1k} + \sum_{k=1}^K G'_{1k} \Omega_{t-1} G_{1k}
 \end{aligned}$$

donde  $\Gamma_{n \times n}$ ,  $B_{n \times J}$  y  $\Lambda_{n \times S}$  son matrices de parámetros;  $y_t$  es  $n \times 1$  de variables endógenas;  $x_t$  es  $J \times 1$  de variables débilmente exógenas y variables dependientes retardadas; y  $\tilde{h}_t = \text{vech}(\Omega_t)$ . La matriz de información no es diagonal por bloques porque  $\tilde{h}_t$  no es débilmente exógeno.

Por otro lado, la forma reducida puede escribirse como:

$$\begin{aligned}
 y_t &= -\Gamma^{-1} Bx_t - \Gamma^{-1} \Lambda \tilde{h}_t + \Gamma^{-1} U_t \\
 &= \Pi_1 x_t + \Pi_2 \tilde{h}_t + V_t
 \end{aligned}$$

donde  $V_t / \psi_{t-1} \sim N(0, \Gamma^{-1} \Omega_t \Gamma^{-1})$ .

#### 4.2.6. Estimación del modelo multiecuacional.

La estimación se realiza por máxima verosimilitud y mediante el algoritmo BHHH, pues es fácil de usar, y bajo normalidad, y en la última iteración, puede utilizarse la inversa de la matriz de información como una estimación consistente de la matriz de varianzas y covarianzas de los parámetros.

Si  $\Lambda = 0$ , y el sistema está identificado, las ecuaciones pueden estimarse de forma consistente mediante MC2E o MC3E ignorando la estructura GARCH. Por el contrario, si  $\Lambda \neq 0$ , el método adecuado es la máxima verosimilitud con información completa (MVIC).

El logaritmo de verosimilitud en el modelo GARCH(p,q) multiecuacional, suponiendo normalidad condicional, puede escribirse para la forma estructural como:

$$\log(L) = f - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |\Omega_t| - \frac{1}{2} U_t' \Omega_t^{-1} U_t$$

siendo  $f$  una constante igual a  $\frac{T^2}{2} \log 2\pi + \log \Gamma$ . Sin embargo, cuando  $\Lambda \neq 0$ , entonces:

$$\log(L) = f - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |\Omega_t| - \frac{1}{2} V_t' \Omega_t^{-1} V_t \text{ para la forma reducida, donde } f = \frac{T^2}{2} \log 2\pi \text{ y}$$

teniendo en cuenta que  $U_t = \Gamma V_t$ .

Las condiciones de primer orden pueden escribirse como:

$$\frac{\partial l_t}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial h_t}{\partial \theta} \right)' (\Omega_t^{-1} \otimes \Omega_t^{-1}) \text{vec}(U_t U_t' - \Omega_t) - \left( \frac{\partial \text{vec} \Gamma}{\partial \theta} \right)' \text{vec}(\Gamma^{-1}) - \left( \frac{\partial U_t}{\partial \theta} \right)' \Omega_t^{-1} U_t$$

$$\frac{\partial h_t}{\partial \text{vec} B} = \sum_{i=1}^q A_i [(I \otimes U_{t-i}) + (U_{t-i} \otimes I)] \frac{\partial U_{t-i}}{\partial \text{vec} B} + \sum_{i=1}^p G_i \frac{\partial h_{t-i}}{\partial \text{vec} B}$$

$$\frac{\partial U_t}{\partial \text{vec} B} = (x_t' \otimes I) + \Lambda \frac{\partial h_t}{\partial \text{vec} B}$$

Cabe resaltar, que el cálculo de  $\frac{\partial h_t}{\partial \theta}$  es complicado porque depende de  $\frac{\partial h_{t-1}}{\partial \theta}$  cuando  $G \neq 0$  y  $\Lambda \neq 0$ . Por ello, es conveniente emplear métodos de maximización no lineales y derivadas numéricas en vez de derivadas analíticas. Así, un buen método de optimización numérico puede ser BHHH.

Finalmente, cabría destacar que existen otras distribuciones distintas a la normal condicional para el logaritmo de cuasi-verosimilitud multiecuacional. Este es el caso de la distribución condicional t-Student, cuyo logaritmo de verosimilitud puede escribirse como:

$$\log L = -\left(\frac{T-\mu}{2}\right) \log \Gamma\left(\frac{\nu+k}{2}\right) - \log \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) - \frac{1}{2} \log[(\nu-2)\pi] - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log|\Omega_t| \\ - \frac{\nu+K}{2} \sum_{t=1}^T \log\left(1 + U_t' \Omega_{t-1}^{-1} U_t / \nu - 2\right)$$

donde  $\nu$  son los grados de libertad de la distribución,  $\Gamma(\cdot)$  es la función Gamma y  $\mu = \max(p, q)$ .

PARTE III

# **EFECTO EURO Y RIESGO CAMBIARIO**

---

## DATOS Y PERIODO DE ANÁLISIS

---

### 1. Introducción.

El objetivo de la Tesis Doctoral es el análisis del efecto euro sobre el riesgo cambiario de la peseta/dólar. El análisis se centra en España teniendo en cuenta que a partir del 1 de enero de 1999 la peseta representa la denominación facial del euro. Además, con fines comparativos, se estudiará también el caso del Reino Unido y Japón, en relación con Estados Unidos. Se ha optado por considerar la evolución con respecto al dólar, por ser ésta la moneda más fuerte en el ámbito mundial, y consecuentemente, el mayor competidor del euro, y se ha escogido la peseta como base del estudio, porque estamos interesados en captar posibles efectos causados por la introducción del euro sobre una moneda perteneciente al Sistema Monetario Europeo, que no tenga demasiado peso en la composición del mismo. Es decir, pretendemos estudiar una moneda que ha tenido que someterse a mayores esfuerzos que otras de mucho mayor peso, como es el caso del marco alemán. En concreto, consideramos de mayor interés realizar un estudio para el caso de la moneda propia de nuestro país, la peseta. La consideración de la libra y el yen se debe a que siendo ajenas al Sistema Monetario Europeo, tienen gran relevancia en el ámbito mundial. En concreto, la libra esterlina es una moneda de gran volumen de negociación ajena al Sistema, pero cercana a su entorno. Se analizará si esta

moneda consigue aprovechar las sinergias del entorno euro. Por el contrario, el yen es una moneda que tiene poca relación con la economía europea.

Puesto que en el análisis empírico se emplearán modelos en donde las variables poseen una distinta frecuencia de observación, realizaremos en este capítulo una descripción de los datos empleados así como de las propiedades estadísticas de los mismos. En este sentido, destacamos el empleo de datos con frecuencia diaria (que abarca desde el 1 de enero de 1996 hasta el 12 de enero del 2001), los cuales serán utilizados para explicar la prima de riesgo en dos contextos. Por un lado, en términos de la volatilidad condicional de los excesos de rendimiento y de las rentabilidades de los tipos de cambio, así como del precio o coeficiente de remuneración del riesgo, los cuales serán analizados en el Capítulo 4. Por otro lado, el estudio de la prima de riesgo en el contexto de los modelos de valoración de activos de capital (ICAPM), y concretamente, analizando el riesgo sistemático a través de la estimación de la beta condicional en función de las varianzas y covarianzas de los excesos de rendimiento cambiario y bursátil, el cual se verá en el Capítulo 5.

Cabe resaltar que, cuando se utilizan los datos diarios, el periodo completo de análisis se puede dividir en dos subperiodos susceptibles de comparación, correspondientes al antes y después de la Unión Monetaria Europea, que tiene lugar el 1 de enero de 1999. En este periodo pretendemos cubrir los últimos años del periodo de convergencia del SME, y compararlos en términos de riesgo cambiario, con los primeros años posteriores a la Unión.

Además, también destacamos la utilización de datos con frecuencia mensual (que abarca desde enero de 1977 hasta diciembre de 2000), puesto que se analiza el comportamiento del coeficiente de aversión al riesgo (CAR) en el contexto de los modelos de valoración de activos de capital y se considera la variable tasa de inflación, la cual está disponible con periodicidad mensual. Dada la baja frecuencia de los datos, ha sido necesario trabajar con un periodo muestral mucho más amplio, que garantice un número mínimo de observaciones que permitan una estimación adecuada de los modelos.

Las variables empleadas para las distintas modelizaciones de las primas de riesgo en ambas bases de datos son: los tipos de cambio, índices bursátiles y tipos de

interés a tres meses de los países objeto de estudio. Además, en la base de datos mensual, se considerará el índice de precios al consumo correspondiente a cada país.

Procederemos, en el siguiente epígrafe, a describir la notación básica de las variables que componen las bases de datos, procediendo posteriormente a ofrecer una explicación exhaustiva de cada una de ellas, incluyendo la descripción del periodo, así como las propiedades estadísticas de las series.

## 2. Notación.

La notación que emplearemos, tanto para los datos diarios como mensuales, para denominar cada una de las variables (salvo alguna excepción), teniendo en cuenta que el subíndice  $j$  hace referencia a España si  $j=1$ , a Gran Bretaña si  $j=2$ , a Japón si  $j=3$  y a EEUU si  $j=4$ , es la siguiente:

- $s_{jt}$ : tipo de cambio de la  $j$ -ésima moneda con respecto al dólar, expresado en logaritmo neperiano, donde  $j=1,2,3$ .
- $i_{jt}$ : tipo de interés interbancario a 3 meses, donde  $j=1,\dots,4$ .
- $I_{jt}$ : Índice de precios Morgan Stanley, donde  $j=1,2,3$ .
- $I_{wt}$ : Índice de precios Mundial de Morgan Stanley.
- $ipc_{jt}$ : índice de precios al consumo para  $j=1,\dots,3$ , desestacionalizado, sólo para datos mensuales.

A partir de estos datos iniciales se han generado las siguientes variables:

- $r_{jt}$ : tipo de interés efectivo diario, donde:
- $r_{jt} = (i_{jt} / 400 + 1)^{1/90}$  cuando los datos son diarios y cuando los datos son mensuales es  $r_{jt} = (i_{jt} / 400 + 1)^{1/3}$ .

- $er_{j4,t}^c$ : exceso de rendimiento del mercado cambiario, donde:  

$$er_{j4,t}^c = r_{4,t-1} + s_{jt} - s_{j,t-1} - r_{j,t-1}.$$
- $r_{mw,t}$ : rentabilidad del índice bursátil mundial de Morgan Stanley, definida como:  $r_{mw,t} = \Delta \log(I_{wt})$ .
- $er_{jt}^m$ : exceso de rendimiento del mercado bursátil, definido como:  

$$er_{jt}^m = r_{mw,t} - (r_{jt} - 1).$$
- $\pi_{jt}$ : inflación definida como  $\Delta \ln(ipc_{jt})$  para  $j=1,\dots,3$ , sólo para datos mensuales.

### 3. Descripción de las variables observadas con frecuencia diaria.

Estos datos son observados para el periodo que abarca desde el 1 de enero de 1996 hasta el 12 de enero de 2001.

#### 3.1. Descripción del periodo.

A continuación se analizarán los principales hechos históricos que han tenido lugar en el periodo de estudio. Este periodo se caracteriza, en términos generales, porque las principales economías mundiales experimentan un crecimiento notable en términos de PIB, y por la existencia de cierta estabilidad en el panorama mundial. Existen, sin embargo, una serie de acontecimientos que afectan en mayor o menor grado a las economías que consideramos en el presente estudio. Cabe resaltar el periodo de auge económico que caracteriza a EEUU durante estos años. Por otro lado, las economías europeas se centran en el cumplimiento de los requisitos de inflación, estabilidad cambiaria y convergencia de los tipos de interés necesarios para el establecimiento de la Unión Europea y la consecuente creación del euro a partir del 1 de enero de 1999.

El año 1996 transcurre con bastante estabilidad, afianzándose el Sistema Monetario Europeo con la entrada del marco finlandés el 14 de octubre, y la reentrada de la lira italiana el 25 de noviembre.

Entre los acontecimientos producidos en este periodo destaca la crisis del sudeste asiático que tuvo lugar en el verano de 1997. Si bien el punto de partida de la crisis financiera puede situarse en un hecho concreto, como es la devaluación del Baht tailandés el 2 de julio de dicho año, la crisis se extendió en primer lugar a Malasia e Indonesia, siendo verdaderamente a mediados de octubre cuando se produjeron los efectos más adversos con la caída de la Bolsa de Hong-Kong y comenzaron las quiebras de entidades financieras, que se extendieron a países desarrollados de la zona como Japón y Corea. Como consecuencia, en Japón se acentuó la fragilidad del sistema financiero y tuvo lugar un deterioro del clima de confianza económico. Esta crisis también generó episodios de turbulencias en los mercados financieros de los países industrializados.

En 1998, entra el Dracma griego en el Sistema Monetario Europeo, concretamente el 16 de marzo. Por otro lado, en agosto de 1998 se desencadenó la crisis rusa y su contagio a otros países en transición de la antigua Unión Soviética, y a algunas economías emergentes, especialmente de Latinoamérica, lo que generó una gran inestabilidad en los mercados internacionales. Este acontecimiento afectó a los mercados bursátiles mundiales, y conllevó una depreciación sustancial del dólar frente al marco y el yen. La Reserva Federal se vio obligada a reducir sus tipos de interés para contrarrestar el efecto de la crisis rusa, logrando una recuperación del dólar a finales de año.

El año 1999 se caracteriza por la constitución de la Unión Monetaria el 1 de enero, y la creación del euro, desapareciendo las bandas de fluctuación de las monedas integrantes del mismo. Por otro lado, desde marzo de 1999 se produce un encarecimiento continuado de los precios del petróleo que ocasiona el surgimiento de riesgos inflacionistas en el ámbito mundial. Como consecuencia de estas tensiones inflacionistas, los bancos centrales se ven obligados a endurecer sus políticas monetarias, de modo que tanto la Reserva Federal como el Banco Central Europeo incrementan en varias ocasiones los tipos de interés oficiales. Mientras tanto, el euro experimenta una fase de depreciación continuada desde su constitución. Este hecho resulta preocupante, de modo que en la segunda quincena de Septiembre se realizan intervenciones de compra de euros concertadas con otros bancos centrales, incluyendo

la Reserva Federal de EEUU y el Banco de Japón, favoreciendo así una recuperación transitoria del tipo de cambio del euro frente al dólar.

En la tabla 3.1 figura la evolución del crecimiento del PIB y del IPC para EEUU, Japón, Gran Bretaña y España desde 1993. Destaca la fase expansiva de la economía de EEUU seguida por el crecimiento del PIB en España y la mayor moderación de Gran Bretaña. Contrasta, sin embargo, la recesión sufrida en Japón a lo largo de este periodo, que no termina de recuperarse. Por otro lado, el IPC se mantiene en EEUU, que ha logrado compaginar un periodo de auge sin tensiones inflacionistas. España, por otra parte, consigue reducir la inflación de forma significativa en este periodo. Japón, por el contrario, presenta deflación acentuándose en los últimos periodos. Se observa en el ámbito global un aumento de las tasas de inflación como consecuencia de la subida de los precios del petróleo en el año 2000.

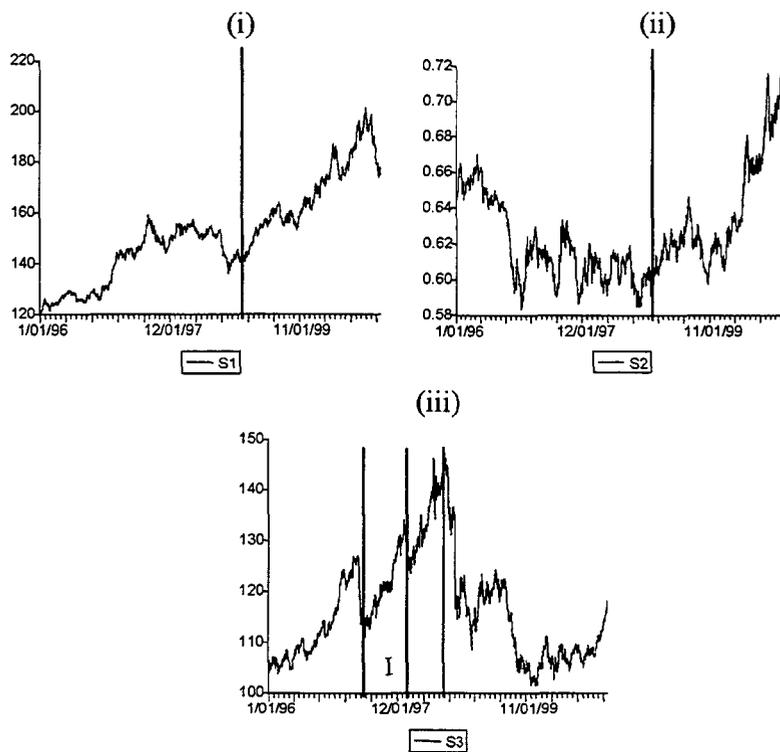
**Tabla 3.1.** Crecimiento del PIB y del Índice de Precios al Consumo.

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
<i>Crecimiento del PIB</i>								
EEUU	2,7	4	2,7	3,6	4,4	4,3	4,1	3,8
Japón	0,3	0,9	1,7	3,6	1,8	-1,2	0,8	2,4
G. Bretaña	2,5	4,7	2,9	2,6	3,4	2,9	2,4	3,1
España	-1	2,4	2,8	2,4	4	4,3	4,2	4,2
<i>Índice de Precios al Consumo</i>								
EEUU	3	2,6	2,8	2,9	2,3	1,5	2,2	3,4
Japón	1,2	0,7	-0,1	0,1	1,7	0,6	-0,3	-0,8
G. Bretaña	3	2,4	2,8	3	2,8	2,7	2,3	2,1
España	4,9	4,5	4,7	3,5	1,9	1,8	2,2	3,5

Con el objeto de detectar los acontecimientos relevantes del periodo se han representado en la figura 3.1 las series correspondientes a los tipos de cambio peseta/dólar, libra/dólar y yen/dólar.

Cabe destacar una marcada depreciación del tipo de cambio peseta/dólar a partir de la creación del euro el 1 de enero de 1999. Asimismo, el tipo de cambio libra/dólar, a pesar de estar al margen del Sistema Monetario Europeo, presenta un comportamiento similar al del tipo de cambio peseta/dólar. Por el contrario, el tipo de cambio yen/dólar parece mantener su comportamiento totalmente al margen de éstos, experimentando una apreciación significativa con respecto al dólar en el segundo subperiodo muestral.

**Figura 3.1.** Evolución de los tipos de cambio peseta/dólar ( $S_1$  o  $S_{1t}$ ), libra/dólar ( $S_2$  o  $S_{2t}$ ) y yen/dólar ( $S_3$  o  $S_{3t}$ ).



**Nota:** Las líneas verticales de los gráficos (i) e (ii) y la tercera línea de (iii) se corresponden con la entrada del euro: 1-1-1999.

Tal como se ha comentado previamente, se observa el impacto sobre el tipo de cambio yen/dólar producido como consecuencia de la crisis del sudeste asiático, en el verano de 1997, produciendo una marcada depreciación del yen con respecto al dólar [corresponde con el periodo I del gráfico 3.1(iii)].

Con el fin de comparar el comportamiento de los tipos de cambio sometidos a análisis, se ha dividido la muestra en dos subperiodos: desde el 1 de enero de 1996 hasta 31 de diciembre de 1998, y desde el 1 de enero de 1999 hasta el 12 de enero de 2001.

La lectura de las desviaciones típicas y las correlaciones entre ambas monedas nos muestra, tal como se observa en la tabla 3.2, que la volatilidad del tipo de cambio peseta/dólar ha aumentado considerablemente en el segundo periodo con respecto al primero. Lo mismo ocurre con el tipo de cambio libra/dólar, aunque en menor medida, mientras que se aprecia un decrecimiento significativo de la volatilidad del tipo de cambio yen-dólar.

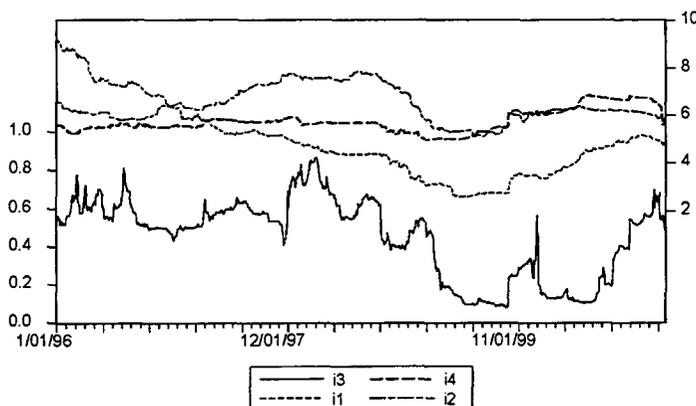
En cuanto a las correlaciones entre tipos de cambio que figuran en la tabla 3.2, los tipos de cambio libra/dólar y peseta/dólar presentan un comportamiento muy similar en el segundo periodo muestral, habiendo aumentado de forma muy significativa la correlación entre estas monedas. Por el contrario, tal como se ha comentado anteriormente, el tipo de cambio yen/dólar se comporta de forma muy diferente a las otras monedas tomadas en consideración.

**Tabla 3.2.** Desviaciones típicas y correlaciones de los tipos de cambio por subperiodos.

Periodo muestral	$\sigma(S_{1t})$	$\sigma(S_{2t})$	$\sigma(S_{3t})$	$\text{corr}(S_{1t}, S_{2t})$	$\text{corr}(S_{1t}, S_{3t})$	$\text{corr}(S_{2t}, S_{3t})$
1-1-1996;31-12-1998	11.1763	0.02153	10.8511	-0.652616	0.806196	-0.622931
1-1-1999; 12-1-2001	14.4840	0.03047	5.93828	0.914813	-0.411860	-0.185820

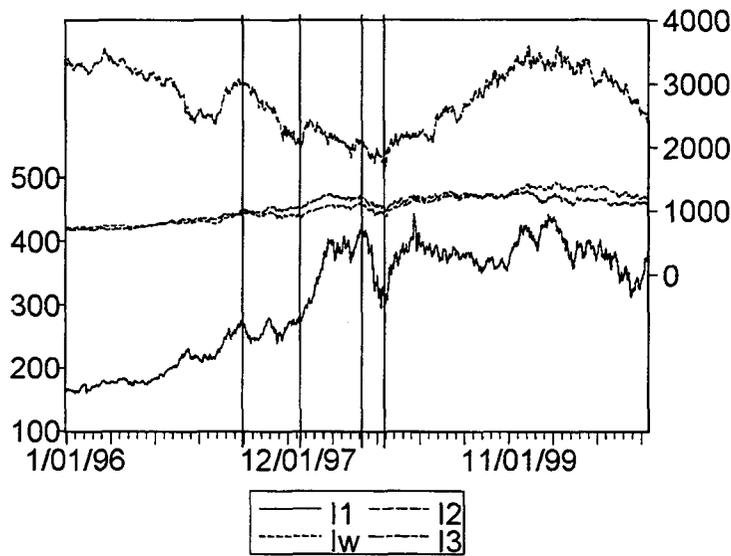
Por otro lado, en la figura 3.2 se representan conjuntamente los tipos de interés a 3 meses de España ( $i_1$  o  $i_{1t}$ ), Gran Bretaña ( $i_2$  o  $i_{2t}$ ), Japón ( $i_3$  o  $i_{3t}$ ) y Estados Unidos ( $i_4$  o  $i_{4t}$ ). En el gráfico se refleja el comportamiento creciente de los tipos de interés en todos los países como consecuencia de la aplicación de políticas monetarias restrictivas que pretenden contrarrestar las tensiones inflacionistas producidas por el incremento de los precios del petróleo a partir de marzo de 1999 hasta finales del 2000.

**Figura 3.2.** Evolución de los tipos de interés a 3 meses de España ( $i_1$ ), Gran Bretaña ( $i_2$ ), Japón ( $i_3$ ) y Estados Unidos ( $i_4$ ).



Por último, en la figura 3.3 se han representado gráficamente los índices de precios Morgan Stanley para España (I1 o  $I_{1t}$ ), Gran Bretaña (I2 o  $I_{2t}$ ), Japón (I3 o  $I_{3t}$ ) y el índice de precios mundial (Iw o  $I_{wt}$ ). Destaca el impacto de la crisis del Sudeste Asiático en el índice correspondiente a Japón (periodo que en el gráfico se corresponde con el intervalo definido por las dos primeras líneas verticales), mientras que la crisis rusa parece tener un efecto coyuntural sobre todos los índices considerados (periodo que en el gráfico se corresponde con el intervalo definido por la tercera y cuarta línea vertical).

**Figura 3.3.** Evolución de los índices de precios Morgan Stanley para España (I1), Gran Bretaña (I2), Japón (I3) y el índice de precios mundial (Iw).



### 3.2. Propiedades estadísticas de las variables.

En este epígrafe comentaremos las propiedades estadísticas más relevantes de las series objeto de estudio en el Capítulo 4 (y que serán utilizadas en los modelos uniecuacionales de tipo GARCH así como en los modelos multiecuacionales GARCH en media), y las empleadas en el entorno del modelo ICAPM del Capítulo 5. Es decir, comentaremos estadísticos descriptivos, realizaremos un análisis de la integrabilidad de las rentabilidades de los tipos de cambio ( $\Delta s_{jt}$ ,  $j=1,2,3$ ), de los excesos de rendimiento

cambiario ( $er_{j4,t}^c, j=1,2,3$ ) y bursátiles ( $er_{jt}^m, j=1,2,3$ ) respecto al dólar, y estudiaremos la existencia de estructuras de autocorrelación en el nivel de dichas series y sus cuadrados.

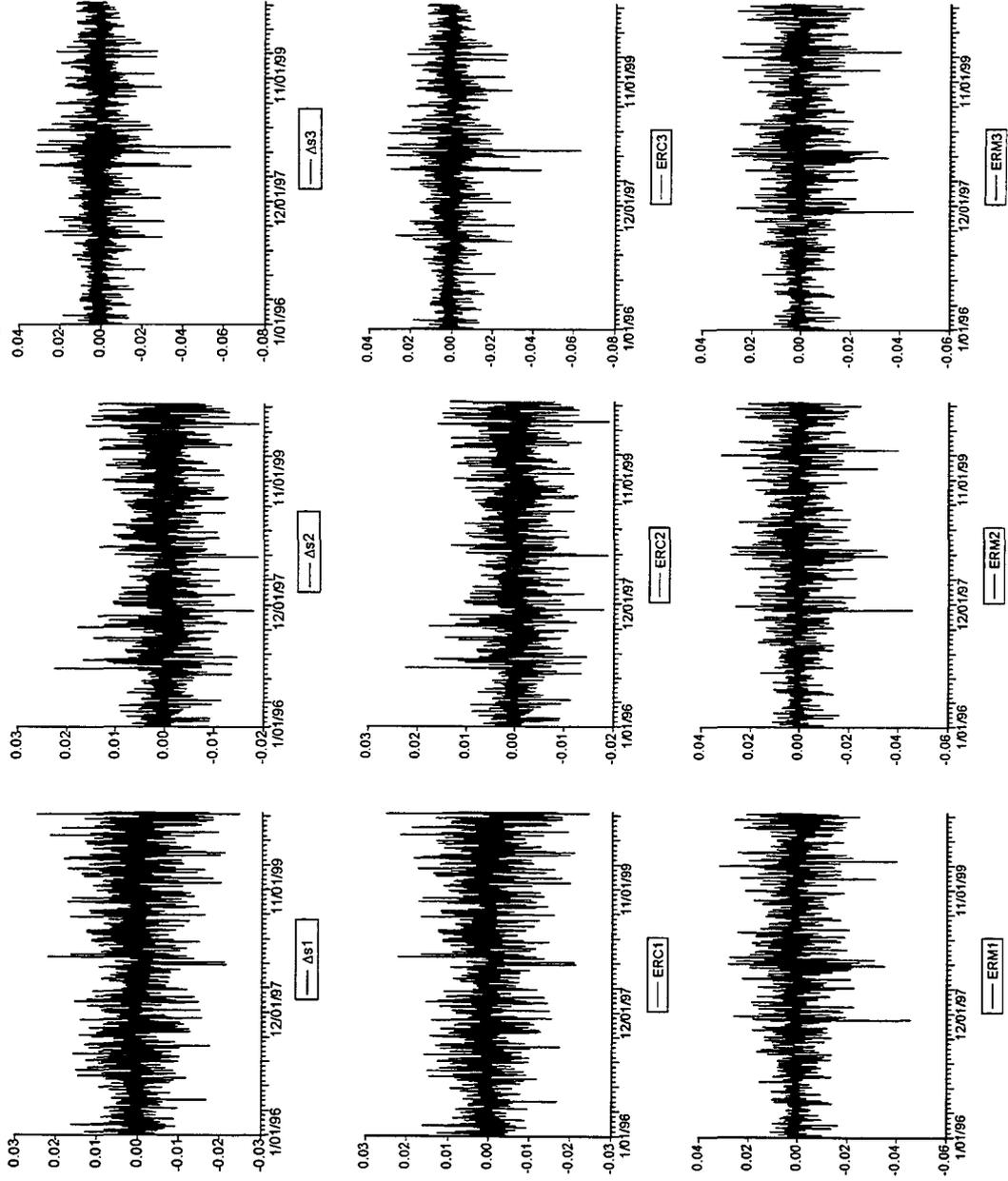
La construcción del exceso de rendimiento del tipo de cambio, tal y como hemos definido en el epígrafe 2 de este capítulo, se realiza a partir de la variación logarítmica del tipo de cambio, teniendo en cuenta el diferencial de interés entre Estados Unidos y el país de referencia. Los tipos de interés empleados son los tipos efectivos diarios, con el objeto de trabajar con variaciones diarias al igual que con el tipo de cambio, obteniéndose de la siguiente forma: Dado el tipo de interés interbancario a tres meses, correspondiente al tipo de interés nominal anual pagadero trimestralmente  $i_{jt}$ , el tipo

efectivo trimestral expresado en tanto por uno es:  $i_{jt}^T = \frac{i_{jt}}{400}$ . A partir de aquí, se

obtiene que el tipo efectivo diario es  $r_{jt} = \left(1 + \frac{i_{jt}}{400}\right)^{1/90}$ .

Procederemos, en primer lugar, a mostrar un análisis gráfico de las series de excesos de rendimiento de tipo de cambio, bursátiles y de las variaciones logarítmicas de los tipos de cambio. En la figura 3.4 podemos comprobar que todas estas series son estacionarias. Cabe destacar la elevada correlación que presentan los excesos de rendimiento del mercado cambiario con las diferencias logarítmicas de los tipos de cambio. Esto se debe al hecho de que el diferencial de tipos de interés es un dato muy pequeño, ya que se ha definido como tipo efectivo diario, y por tanto, apenas afecta a la cifra obtenida por la variación logarítmica del tipo de cambio.

**Figura 3.4.** Variación logarítmica de los tipos de cambio, excesos de rendimiento del mercado cambiario y excesos de rendimiento del mercado bursátil de la peseta, libra y yen respecto al dólar.



Dado que estamos interesados en analizar si existe o no incremento de riesgo en el tipo de cambio peseta/dólar tras la constitución del euro, gráficamente se percibe un incremento de la dispersión del exceso de rendimiento de la peseta respecto al dólar en la segunda parte de la muestra, apoyando la hipótesis de incremento de la volatilidad. El comportamiento del exceso de rendimiento de la libra con respecto al dólar no refleja tan claramente como en el caso de la peseta si existe variación en la volatilidad, si bien se observa una tendencia a aumentar la dispersión de los datos en la última parte de la muestra. En cuanto al exceso de rendimiento del yen respecto al dólar, vemos cómo esta moneda presenta un comportamiento muy distante al de la peseta o la libra respecto al dólar. Destaca un incremento significativo de la volatilidad durante los meses de septiembre y octubre de 1998. Esto puede deberse a la crisis de los países del sudeste asiático que afectaba a los países del entorno desde el verano de 1997.

En las figuras 3.5, 3.6 y 3.7 se representan los histogramas de las series de variaciones logarítmicas del tipo de cambio y de sus excesos de rendimiento junto con los principales estadísticos descriptivos. Tal y como comentamos anteriormente, las series de excesos de rendimiento del tipo de cambio son muy similares a las de la variación logarítmica de los mismos. Todas ellas presentan rasgos propios de series con volatilidad condicional: se rechaza el contraste de normalidad de Jarque-Bera. Al analizar el coeficiente de asimetría, se observa que todas las series presentan cierta asimetría hacia la izquierda, manifestándose el efecto apalancamiento, y además, estas distribuciones son leptocúrticas, destacando especialmente el exceso de rendimiento para el caso del yen.

Al comparar los valores máximos y mínimos de las variaciones logarítmicas de los tipos de cambio entre las tres monedas consideradas, observamos que el yen es la moneda que más oscilación ha presentado frente al dólar, ya que su máxima depreciación frente al dólar ha sido del 3.1% (el 7 de octubre de 1998), mientras que su mayor apreciación ha sido del 6.3% (el 9 de octubre de 1998). Por otra parte, la peseta presenta una depreciación máxima del 2.5% (el 3 de enero de 2001) y una apreciación máxima del 2.4% (el 4 de enero 2001) frente al dólar. La libra alcanza unas cifras extremas algo menores (2.2% de depreciación, y 1.9% de apreciación máximas).

Si calculamos el coeficiente de Pearson con el fin de comparar volatilidades de los excesos de rendimiento, observamos que el exceso de rendimiento de la peseta con respecto al dólar presenta mayor volatilidad, seguida por el yen, siendo significativamente menos volátil el exceso de rendimiento para el caso de la libra ( $CP_1=0.049$ ,  $CP_2=0.00387$ ,  $CP_3=0.0328$  son los

coeficientes de Pearson para el exceso de rendimiento de la peseta, libra y yen frente al dólar, respectivamente).

**Figura 3.5.** Histogramas y descriptivos de las variaciones logarítmicas de los tipos de cambio.

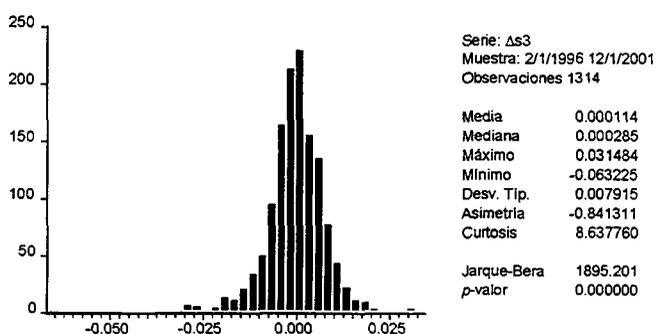
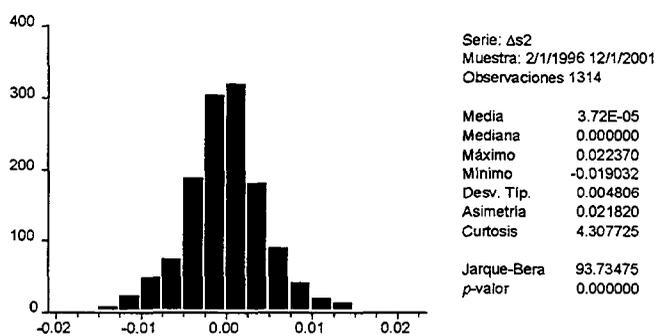
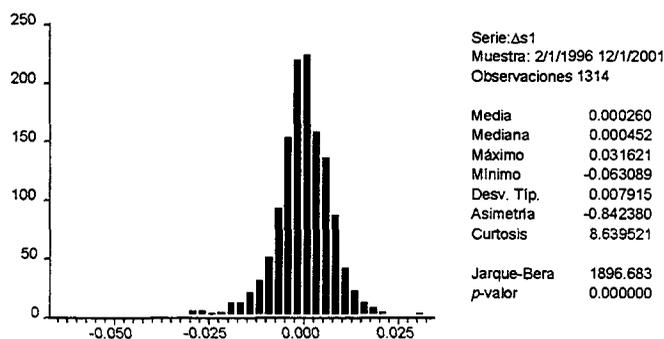


Figura 3.6. Histogramas y descriptivos de los excesos de rendimiento del mercado cambiario.

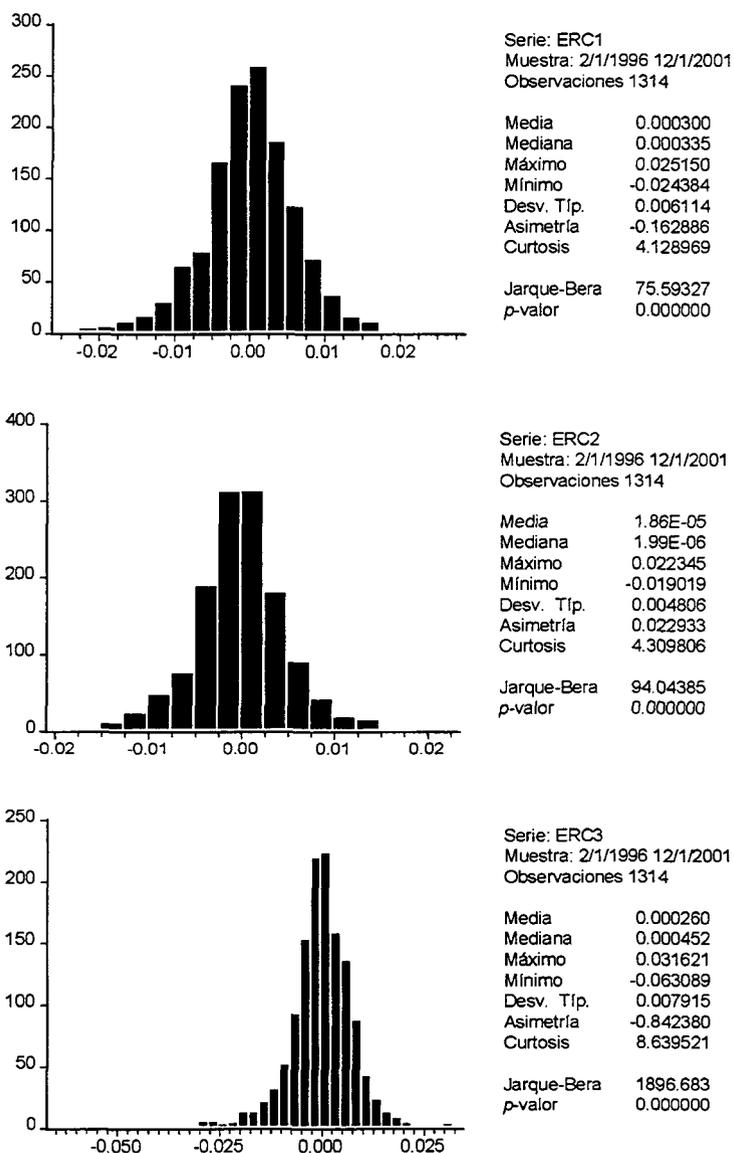
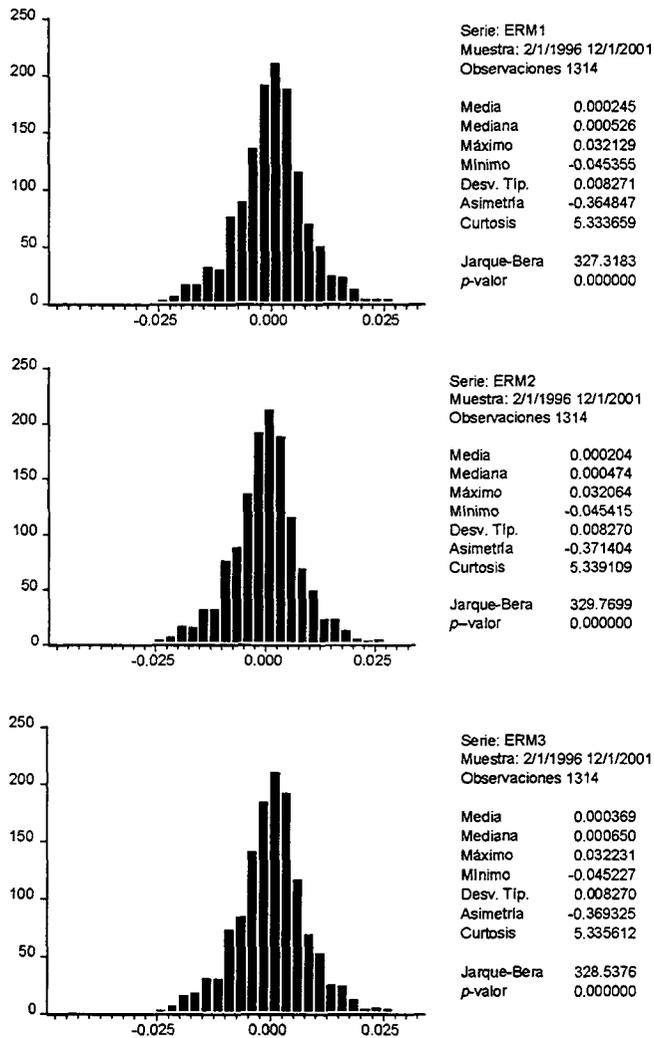


Figura 3.7. Histograma y descriptivos de los excesos de rendimiento del mercado bursátil.



En cuanto al comportamiento de los excesos de rentabilidades de los mercados bursátiles, definidos como la diferencia entre la rentabilidad del mercado bursátil (tomando como *proxy* el índice mundial Morgan Stanley) y el tipo de interés efectivo diario de cada país, éstos toman valores muy similares entre los distintos países, debido de nuevo al pequeño valor que representan los tipos de interés diarios. En la figura 3.7 se encuentran los distintos estadísticos y los correspondientes histogramas. El máximo exceso de rendimiento bursátil es del 3%, mientras que la mayor caída bursátil es del 4.5 %, la cual tuvo lugar el 17 de octubre de 1997, como consecuencia de la crisis del sudeste asiático.

### 3.2.1. Contrastes de integrabilidad.

A continuación, se realiza un análisis de la existencia de raíces unitarias, empleando los contrastes de Dickey y Fuller ampliado, Phillips y Perron, y Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992, KPSS). Todos estos contrastes se utilizan en las versiones con constante, y con constante y tendencia. En la tabla 3.3 aparecen los resultados de dichos contrastes.

Atendiendo a los resultados obtenidos, puede decirse lo siguiente. Utilizando los contrastes de raíz unitaria ADF y PP cuya hipótesis nula es  $I(1)$  frente a  $I(0)$ , tanto para el proceso generador de datos con constante como para el proceso generador con constante y tendencia determinista, las rentabilidades de los tipos de cambio como los excesos de rendimiento cambiario y bursátil son  $I(0)$  al nivel de significación de 5%. Por otro lado, utilizando el contraste KPSS, cuya hipótesis nula es que la serie temporal  $\{X_t\}$  es estacionaria alrededor de un nivel (estadístico  $\eta_\mu$ ) o que  $\{X_t\}$  es de tendencia estacionaria (estadístico  $\eta_\tau$ ), ambas frente a la hipótesis alternativa de que el proceso es integrado, los resultados obtenidos en este caso indican que no se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, los precios son  $I(0)$ .

**Tabla 3.3.** Contrastes de raíces unitarias para la variación logarítmica del tipo de cambio, de los excesos de rendimiento de los mercados cambiarios, y de los excesos de rendimiento de los mercados bursátiles.

	ADF(p=4)		PP(l=6)		KPSS(l=6)	
	Constante	Constante y tendencia	Constante	Constante y tendencia	$\eta_\mu$	$\eta_\tau$
$\Delta s_{1t}$	-14.71	-14.72	-38.70	-38.70	0.076	0.059
$\Delta s_{2t}$	-14.80	-14.84	-36.46	-36.47	0.156	0.021
$\Delta s_{3t}$	-15.04	-15.05	-35.29	-35.28	0.158	0.093
$er_{14,t}^c$	-14.71	-14.71	-38.70	-38.69	0.060	0.058
$er_{24,t}^c$	-14.79	-14.85	-36.45	-36.47	0.179	0.022
$er_{34,t}^c$	-15.04	-15.05	-35.29	-35.28	0.153	0.096
$er_{1t}^m$	-15.30	-15.33	-29.20	-29.20	0.120	0.063
$er_{2t}^m$	-15.30	-15.34	-29.20	-29.20	0.135	0.054
$er_{3t}^m$	-15.31	-15.34	-29.20	-29.20	0.134	0.055
1%	<b>-3.4382</b>	<b>-3.9702</b>	<b>-3.4382</b>	<b>-3.9702</b>	<b>0.739</b>	<b>0.216</b>
5%	<b>-2.8642</b>	<b>-3.4157</b>	<b>-2.8642</b>	<b>-3.4157</b>	<b>0.463</b>	<b>0.146</b>

Nota: Valores críticos de los contrastes ADF y PP obtenidos de MacKinnon (1991). Valores críticos del contraste KPSS obtenidos de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992). El número de retardos  $p$  elegido es 4, mientras que el punto de truncamiento  $l$  se ha calculado a través de la expresión  $l = floor \left[ (T/100)^{1/4} \right]$ , siendo  $floor$  el número entero más pequeño.

### 3.2.2. Contrastes de autocorrelación y efectos ARCH.

Con el objetivo de detectar las posibles estructuras de autocorrelación en los niveles de las series así como posibles comportamientos de volatilidad condicional, se ha realizado un análisis de las series de rentabilidades y excesos de rendimiento, pero a partir de los residuos de la regresión de dichas series frente a una constante y variables ficticias que recogen el efecto de posibles observaciones anómalas (observaciones que se alejan más de tres desviaciones típicas). De esta forma, tratamos de evitar el efecto de las observaciones anómalas sobre los contrastes de autocorrelación y efectos ARCH.

El contraste de autocorrelación utilizado es el Ljung-Box,  $LBQ(k)$ ,  $k=1,5,10,20$ , cuyo estadístico de prueba se distribuye como una  $\chi^2$  con  $k$  grados de libertad bajo la hipótesis nula de no autocorrelación. Se añaden los estadísticos de asimetría (AS), curtosis (K) y el estadístico

de Jarque-Bera (JB) que contrasta la normalidad bajo la hipótesis nula, y que se distribuye como  $\chi_2^2$ . Además, estos mismos contrastes se realizan también a partir de los residuos al cuadrado, [LBQ<sub>2</sub>(k), AS<sub>2</sub>, K<sub>2</sub> y JB<sub>2</sub>]. Por último, aparecen los contrastes ARCH(p), p=1,5,10 que son multiplicadores de Lagrange y que contrastan la hipótesis nula de que no existen efectos ARCH.

El análisis de dichas series se muestra en la tabla 3.4.

Las variaciones logarítmicas de los tipos de cambio ( $\Delta s_{jt}$ ), al igual que los excesos de rendimiento de los mismos ( $er_{j4,t}^c$ ) presentan una débil estructura en la parte regular, ya que únicamente el coeficiente de correlación de primer orden es significativamente distinto de cero en el caso del exceso de rendimiento y de la variación logarítmica de la peseta con respecto al dólar. Hay que mencionar también que el exceso de rendimiento del yen con respecto al dólar rechaza el contraste de Ljung-Box para los veinte primeros retardos.

Por otro lado, como puede observarse, los excesos de rendimiento del índice bursátil ( $er_{jt}^m$ ) sí que rechazan el contraste de Ljung-Box para todos los retardos.

En contraste, la hipótesis de no autocorrelación de los residuos al cuadrado únicamente no puede rechazarse para  $\Delta s_{3t}$ . Este hecho es sintomático de la existencia de volatilidad condicional en las series analizadas. Parece ser que para el caso de la variación logarítmica del yen no resultan significativos los residuos al cuadrado. Este hecho se completa con el contraste de heterocedasticidad condicional autorregresiva, que únicamente no puede rechazar la hipótesis de ausencia de efectos ARCH para  $\Delta s_{3t}$ .

En resumen, el análisis detallado de las series muestra que éstas son leptocúrticas, y asimétricas hacia la izquierda, rechazándose, por tanto el contraste de normalidad; además, excepto para el caso del yen, se rechaza la ausencia de efectos ARCH, y los residuos al cuadrado son significativos. Estos hechos corroboran la existencia de comportamientos de volatilidad condicionada en dichas series, lo cual nos permite tratar de modelizarlas mediante procesos ARCH. En el posterior análisis se comprobará cómo efectivamente el yen no puede modelizarse correctamente mediante este tipo de procesos.

Tabla 3.4. Contrastes de autocorrelación y de efectos ARCH.

	LBQ(1)	LBQ(5)	LBQ(10)	LBQ(20)	AS	K	JB	ARCH1	ARCH5	ARCH10	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (5)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)	AS <sub>2</sub>	K <sub>2</sub>	JB <sub>2</sub>
$\Delta s_{1t}$	5.6 [0.018]	8.31 [0.14]	10.442 [0.403]	17.22 [0.639]	-0.12	3.49	16.3 [0]	0.232 [0.878]	21.55 [0]	36.93 [0]	0.023 [0.879]	21.9 [0.001]	47.459 [0]	75.955 [0]	2.699	11.46	5519.4 [0]
$\Delta s_{2t}$	0.8657 [0.352]	4.96 [0.42]	7.267 [0.7]	19.3 [0.502]	-0.05	3.53	16.3 [0]	4.433 [0.035]	16.94 [0.004]	28.75 [0.0013]	4.36 [0.037]	20.31 [0.001]	40.94 [0]	50.072 [0]	2.62	10.4	4544.2 [0]
$\Delta s_{3t}$	0.0362 [0.849]	4.2855 [0.509]	11.712 [0.305]	23.876 [0.248]	-0.23	3.92	58.28 [0]	2.5861 [0.108]	5.9312 [0.31]	6.886 [0.74]	2.593 [0.107]	5.783 [0.328]	6.451 [0.776]	22.799 [0.299]	4.05	30.3	44361 [0]
$er_{14,t}^c$	5.49 [0.019]	8.07 [0.152]	10.75 [0.377]	18.56 [0.55]	-0.13	3.46	16.04 [0.000]	0.00078 [0.977]	4.5 [0.0004]	3.31 [0.00028]	0.0008 [0.97]	22.6 [0]	41.9 [0]	71.45 [0]	2.67	11.31	5352.5 [0]
$er_{24,t}^c$	0.938 [0.33]	5.31 [0.37]	7.65 [0.66]	18.7 [0.54]	-0.03	3.56	17.49 [0]	4.65 [0.031]	3.38 [0.0048]	2.75 [0.002]	4.56 [0.033]	20.15 [0.001]	38.46 [0]	46.8 [0.001]	2.65	10.66	4760.4 [0]
$er_{34,t}^c$	0.0112 [0.91]	9.15 [0.103]	17.76 [0.059]	32.52 [0.038]	-0.28	4.06	78.5 [0]	1.44 [0.229]	8.86 [0]	4.99 [0]	1.43 [0.23]	50.42 [0]	66.87 [0]	150.4 [0]	3.91	26.89	34614 [0]
$er_{1t}^m$	46.75 [0]	54.65	63.95	70.28	-0.12	3.63	25.51 [0]	4.3 [0.038]	8.9 [0]	7.34 [0]	4.3 [0.038]	56.5 [0]	116.08 [0]	175.6 [0]	2.71	11.34	5424.8 [0]
$er_{2t}^m$	46.64 [0]	54.64 [0]	63.96 [0]	70.27 [0]	-0.13	36.4	25.9 [0]	4.32 [0.037]	8.91 [0]	7.34 [0]	4.33 [0.037]	56.56 [0]	116.2 [0]	175.7 [0]	2.71	11.36	5443 [0]
$er_{3t}^m$	46.3 [0]	53.7 [0]	62.8 [0]	69.4 [0]	-0.14	3.67	29.4 [0]	3.66 [0.055]	9.76 [0]	7.34 [0]	3.67 [0.05]	61.97 [0]	119.11 [0]	191.7 [0]	2.76	11.75	5869 [0]

Nota: LBQ(1),LBQ(5), LBQ(10) y LBQ(20) son los estadísticos correspondientes al contraste de Ljung-Box de los residuos. AS, K y JB hacen referencia al coeficiente de asimetría, de curtosis, y el contraste de Jarque Bera, respectivamente. Se realiza también un análisis de los residuos al cuadrado, expresándose la nomenclatura con los mismos términos, pero con un subíndice 2. ARCH1, ARCH5 y ARCH10 denotan los estadísticos correspondientes al test de multiplicadores de Lagrange ARCH que contrasta la existencia de especificación ARCH con un retardo, cinco y diez, respectivamente. Los valores entre paréntesis hacen referencia al *p*-valor asociado al estadístico.

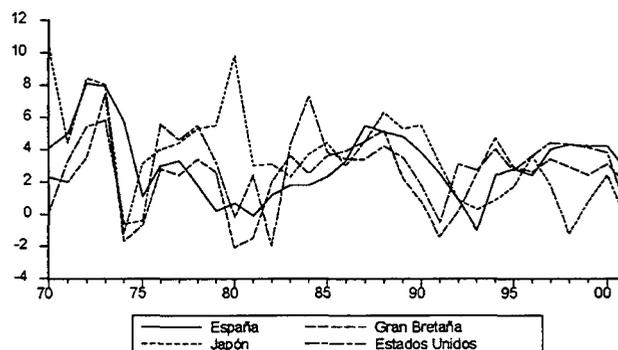
#### 4. Descripción de las variables observadas con frecuencia mensual.

Estos datos son observados para el periodo que abarca desde enero de 1977 hasta diciembre de 2000.

##### 4.1. Descripción del periodo.

A continuación procederemos a comentar los principales acontecimientos económicos y los ciclos que han tenido lugar durante el periodo muestral en el contexto de la economía mundial. Podemos destacar, en términos generales, tres ciclos expansivos correspondientes a las tres últimas décadas: un primer periodo de bonanza económica comprende los años 1975-1979. A continuación le sigue una crisis a principios de los años ochenta que afecta a Estados Unidos y a Europa, y que se ve agravada por la subida de los precios del petróleo. Un segundo ciclo expansivo corresponde al periodo 1983-1989/90, existiendo cierta asincronía en la finalización del ciclo entre los principales bloques. Le sigue un periodo de crisis generalizada y el último ciclo expansivo corresponde al periodo 1993/94-2000. En la figura 3.8 puede observarse la evolución de las tasas de variación del PIB para cada uno de los países objeto de estudio.

**Figura 3.8.** Evolución del PIB en tasas de variación para España, Gran Bretaña, Japón y Estados Unidos.

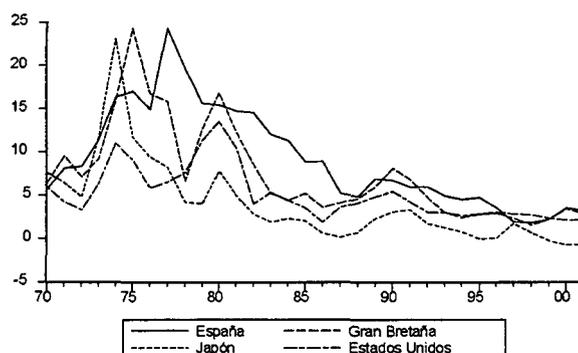


A finales de los años 70 principios de los 80, las economías industrializadas excepto Japón se caracterizaban por sostener un déficit público continuo, mientras que la inflación alcanzaba sus cotas más altas. La evolución del IPC de España, Gran Bretaña, Estados Unidos y Japón se encuentra representada en la figura 3.9.

Dentro de los hechos más destacados correspondientes al periodo muestral, cabe mencionar, en primer lugar, la constitución del SME en diciembre de 1978. La crisis mundial que afectó al periodo 1979-1982 tuvo sus inicios en una serie de acontecimientos cuyo origen fue el triunfo de la revolución islámica a comienzos de 1979, produciendo un hundimiento de la exportación del crudo, con el consiguiente aumento de los precios del mismo. Este hecho provocó tensiones inflacionistas y desequilibró las balanzas de pagos de los países. La tensión internacional aumentó con el secuestro de los rehenes americanos en Teherán en noviembre de 1979, junto con la invasión de Afganistán el veinticuatro de diciembre de ese mismo año. A partir de este momento se desató una crisis mundial materializada en una ralentización de la actividad económica, como puede observarse en la figura 3.8. Las autoridades monetarias reaccionaron proponiendo políticas restrictivas. En 1981 se registraron variaciones de los tipos de cambio de amplitud desconocida desde comienzos de los 70, como consecuencia de los desequilibrios exteriores por cuenta corriente, de los diferenciales de tipos de interés y de un ambiente de incertidumbre. Como consecuencia de la estricta política restrictiva adoptada por Estados Unidos, el dólar entró en una fase de apreciación importante con respecto a las principales monedas que se prolongó hasta el año 1985.

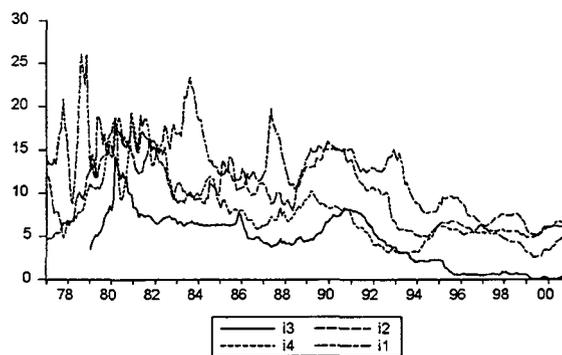
En 1982 destaca la crisis financiera sufrida en Estados Unidos que afectó a un gran número de bancos que concedían créditos a países en desarrollo. Estos países sufrieron una crisis de liquidez, provocando el cierre de cientos de instituciones crediticias. No obstante, en general, se apreció una evolución positiva y un comienzo de reactivación de las economías.

**Figura 3.9.** Evolución de las tasas de inflación para España, Gran Bretaña, Estados Unidos y Japón.



El periodo 1983-1990 se caracterizó porque los principales países se encontraban en una fase de crecimiento de sus economías, y las políticas monetarias se encaminaban con éxito hacia una reducción de la inflación como objetivo prioritario. En la figura 3.10 aparecen representados los tipos de interés a tres meses para España, Gran Bretaña, Japón y Estados Unidos, donde se aprecia claramente el proceso de convergencia seguido.

**Figura 3.10.** Evolución de los tipos de interés a 3 meses de España (i1), Gran Bretaña (i2), Japón (i3) y Estados Unidos (i4).



En el mercado cambiario a partir del año 1985 comenzó un periodo de depreciación continuado del dólar, motivado fundamentalmente por el fuerte desequilibrio en la balanza de pagos por cuenta corriente. En concreto, en el año 1986 cayeron los precios del petróleo y se depreció fuertemente el dólar, creando un ambiente

de inestabilidad cambiaria que se materializó en una crisis en el SME en abril del mismo año, reajustándose las paridades. En octubre del año 1987, se vuelve a producir una situación de crisis en los mercados bursátiles y cambiarios, con intensas depreciaciones del dólar, alzas del yen y del marco y turbulencias dentro del SME. En el año 1989 se redujo el ritmo de crecimiento de la economía. Este año se caracterizó porque el dólar se apreció frente a las principales monedas, se incrementaron los precios del petróleo y se produjo una subida de las tasas de inflación.

En el año 1990 la economía mundial entró en una fase de recesión que culminó con la crisis de 1992. Se produjo una serie de acontecimientos relevantes que contribuyeron a la misma: por un lado, el uno de Julio de 1990 entró en vigor la Unión de la República Federal Alemana y de la República Democrática Alemana requiriendo este hecho una política monetaria restrictiva y una fuerte inversión unidos a un esfuerzo por estabilizar los precios. En ese mismo momento entró en vigor la primera etapa de la Unión Económica y Monetaria. Por esa fecha ya comenzaba a vislumbrarse la existencia de descoordinación de políticas entre los diversos países componentes de la UEM, como consecuencia del intento de solucionar problemas internos propios de cada país, en lugar de buscar un enfoque global. Por otro lado, el dos de agosto de 1990 Irak invadió Kuwait, con el consiguiente aumento de los precios del petróleo hasta octubre del mismo año. No obstante, a priori parecía que este último acontecimiento no iba afectar tanto a la economía global como en ocasiones anteriores. Sin embargo, sí se produjeron efectos inmediatos en los mercados financieros, cayendo las cotizaciones de los valores bursátiles y produciéndose cierto repunte inflacionista. A este clima de incertidumbre se añaden las crisis del sector financiero en Estados Unidos y Japón. Estados Unidos comenzó una fase de recesión adelantándose al resto de los países industrializados. Como consecuencia, se redujeron los tipos de interés, lo cual condujo a una depreciación del dólar. Por otro lado, en el mecanismo del SME, existía relativa estabilidad dadas las circunstancias, y la libra se incorporó al mismo en octubre de 1990. En diciembre de 1990 tuvo lugar el acuerdo de Maastrich, a partir del cual se cuenta con una única moneda y una sola política monetaria a más tardar, en 1999. En julio de 1990 dio comienzo la primera fase de la UEM con la liberación de la circulación de capitales y la completa entrada en vigor del mercado único europeo. En 1992, mientras Estados Unidos y Japón desarrollaban una política económica

expansiva, Europa aplicaba una política restrictiva. Como consecuencia, se produjeron importantes fluctuaciones en los tres principales tipos de cambio, y ello supuso la ruptura de la estabilidad cambiaria en Europa. Se perdió la credibilidad en la parrilla de paridades y el resultado negativo del referéndum danés el dos de junio de 1992 aumentó la desconfianza en el mecanismo de cambios. Comenzaron a acentuarse las turbulencias cambiarias hasta que el dieciséis de septiembre se desató el ataque especulativo más intenso de la historia del SME: como consecuencia, Gran Bretaña abandonó el mecanismo de cambios e Italia suspendió temporalmente los límites de intervención de la lira, mientras que la peseta fue devaluada en un 5%. La peseta tuvo que someterse a realineamientos posteriormente, dada su debilidad, hasta que en agosto de 1993 se acuerda la ampliación de las bandas de fluctuación al 15% para las monedas del SME, exceptuando el marco y el florín.

En resumen, el mantenimiento de una combinación inadecuada de políticas económicas con elevados tipos de interés, la unificación de Alemania, y la existencia de persistentes déficit públicos acentuó la desaceleración cíclica y desencadenó la crisis en los países industrializados. Hay que destacar que se produjo una asincronía en el momento de entrada y salida de la recesión, ya que Estados Unidos y Gran Bretaña iniciaron su ciclo expansivo con anterioridad a los restantes países europeos.

El periodo 1993-2000 se caracterizó porque Estados Unidos y Europa experimentaron un crecimiento sostenido y se esforzaron en el control de la inflación. En estos bloques se controló además el déficit público, y Europa se centró en alcanzar los criterios de convergencia requeridos para lograr la unión monetaria.

El 20 de Diciembre de 1994 se desencadenó la crisis del peso mejicano arrastrando al dólar y fomentando la apreciación del marco. Como resultado, en 1995 se produjeron tensiones cambiarias en el SME debido a la excesiva depreciación del dólar, produciéndose un realineamiento de la peseta y el escudo el 6 de marzo del mismo año.

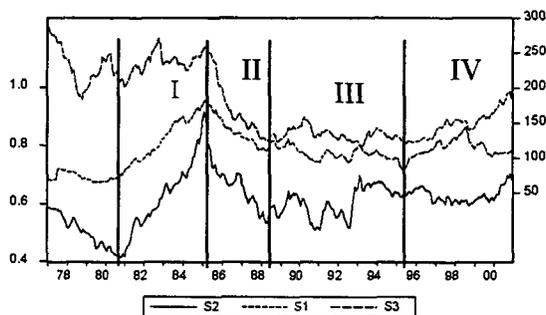
Hay que comentar que Japón evolucionó al margen de los otros países industrializados en cuanto a su crecimiento económico. Desde el año 1992 presenta una atonía en su actividad económica de la que no termina de recuperarse. Durante la década de los 90 Japón presentaba problemas estructurales que aquejaban a su sistema

financiero y que unidos a una fuerte apreciación del yen durante los primeros años de la pasada década impiden que esta economía recupere su vitalidad.

Los acontecimientos económicos correspondientes a los años 1996-2000 se han expuesto previamente en el epígrafe 3.1. No obstante, enumeraremos brevemente los aspectos más destacables. En el verano de 1997 tuvo lugar la crisis del sudeste asiático, acentuándose la fragilidad de Japón; en agosto de 1998 se desencadenó la crisis rusa, con la consiguiente inestabilidad financiera; el 1 de enero de 1999 tuvo lugar la tan esperada Unión Monetaria Europea, que vino acompañada por un encarecimiento de los precios del petróleo, el surgimiento de riesgos inflacionistas y una depreciación continuada del euro desde sus constitución hasta los últimos meses del año 2000.

En la figura 3.11 se representa la evolución de los tipos de cambio de la peseta, libra y yen con respecto al dólar, pudiendo identificar ciertos episodios diferenciados, destacando la fuerte apreciación del dólar respecto a la libra y la peseta hasta mediados de los ochenta (véase intervalo I del gráfico), seguida por un periodo de fuerte depreciación de la divisa estadounidense frente a las tres monedas consideradas (periodo II del gráfico). Posteriormente le sucede un periodo con oscilaciones, sin una tendencia clara (periodo III del gráfico), mientras que el último periodo tiene comportamientos diferenciados según la moneda (periodo IV del gráfico). La peseta sufre una depreciación continuada, mientras que la libra sólo se deprecia a partir de 1999.

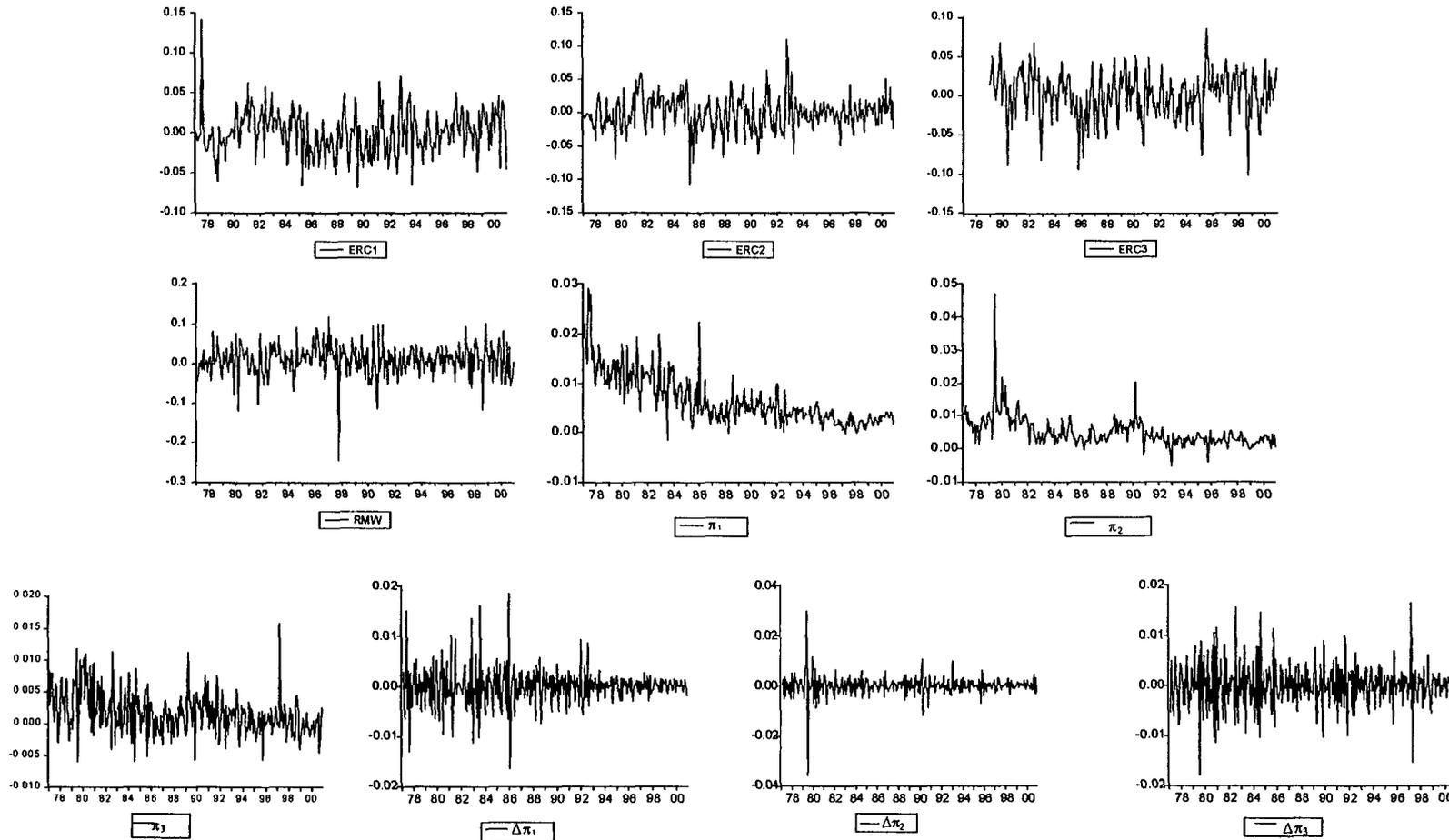
**Figura 3.11.** Evolución de los tipos de cambio peseta/dólar ( $S_1$  o  $S_{1t}$ ), libra/dólar ( $S_2$  o  $S_{2t}$ ) y yen/dólar ( $S_3$  o  $S_{3t}$ ).



## 4.2. Propiedades estadísticas de las variables.

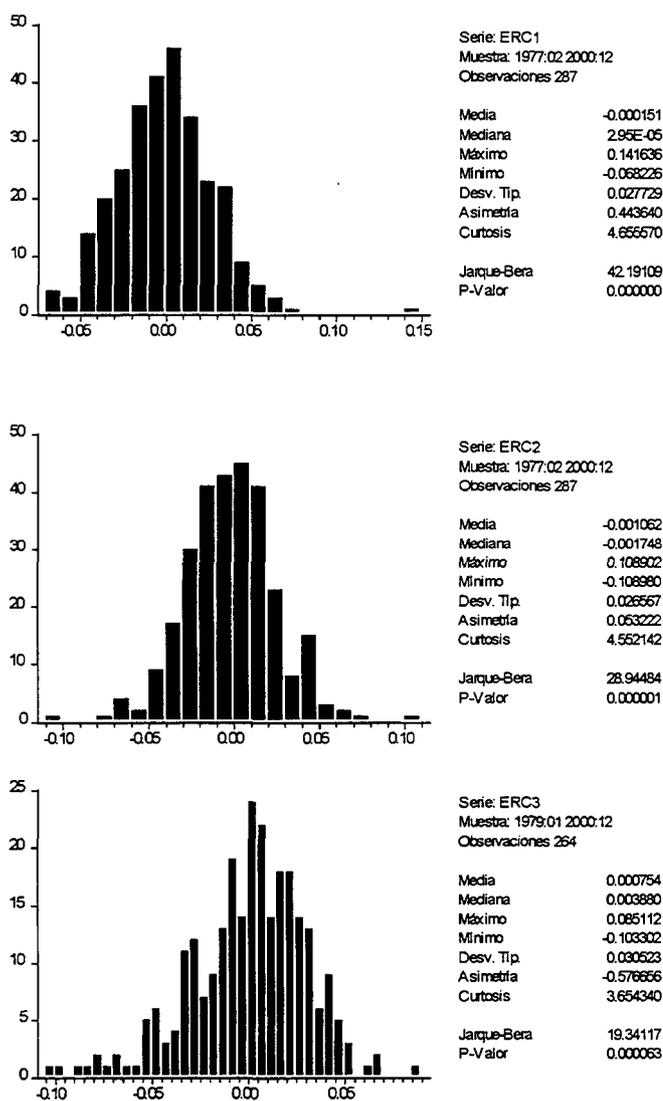
Al igual que en el epígrafe 3.2, dedicaremos este epígrafe a analizar las distintas variables que conforman los modelos estimados para la peseta, libra y yen, procediendo, en primer lugar a realizar un análisis gráfico de las mismas. En la figura 3.12 se observa que los excesos de rendimiento del mercado cambiario ( $er_{j4,t}^c$ ,  $j=1,2,3$ ) y el rendimiento bursátil mundial ( $r_{mw,t}$ ) parecen estacionarios, mientras que, en cuanto a la inflación ( $\pi_{jt}$ ), al menos para España, claramente no lo es. El exceso de rendimiento cambiario para España muestra, en general, una dispersión homogénea a lo largo de la muestra, aunque obviamente, si analizamos exclusivamente el subperiodo estudiado con datos diarios (1996-2000), se observa un incremento en la dispersión, tal como apuntamos en el análisis descriptivo realizado para los datos de frecuencia diaria. Por el contrario, para el caso de Gran Bretaña, se percibe una clara reducción en la volatilidad del exceso de rendimiento a partir del año 1994. Japón, por su parte, presenta claros periodos puntuales de mayor volatilidad a lo largo de la serie, destacando al final de la muestra el dato correspondiente a octubre de 1998, que capta los efectos de la crisis del sudeste asiático que aún afectaban al área.

Figura 3.12. Excesos de rendimiento del mercado cambiario, del rendimiento bursátil mundial y de las inflaciones para España, Gran Bretaña y Japón.

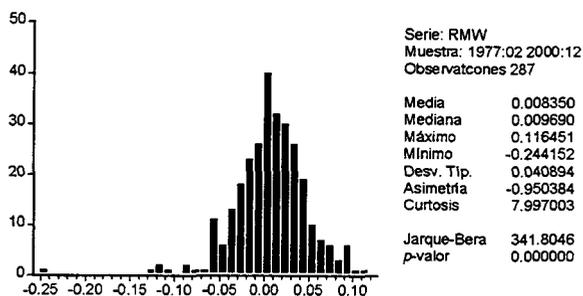
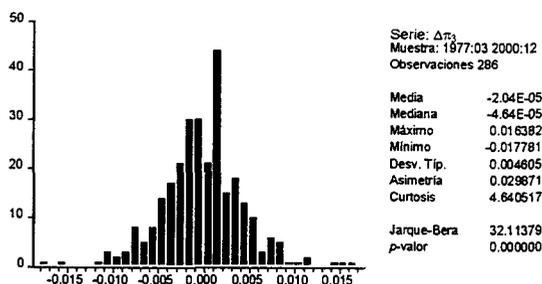
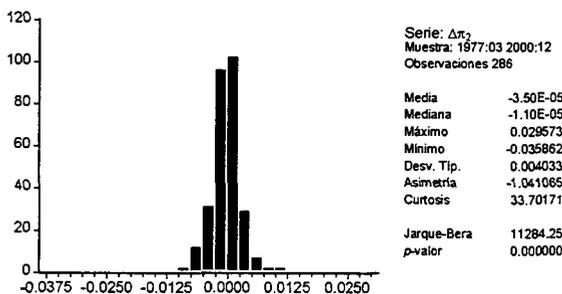
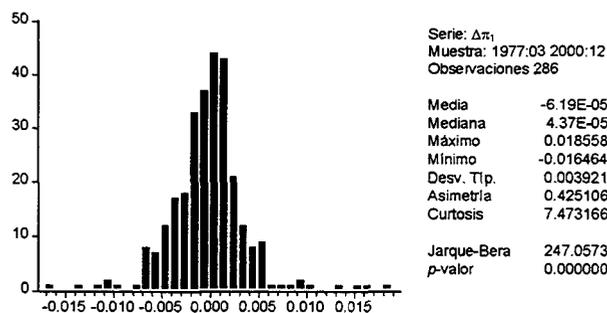


Presentamos por último, en las figuras 3.13 y 3.14 los histogramas y descriptivos de las variables que forman parte del modelo CAR. Observamos que todas las series son leptocúrticas, rechazando el contraste de normalidad. El rendimiento bursátil presenta una curtosis mucho más acentuada que los excesos de rendimiento cambiarios. Por otro lado, en cuanto a las variaciones de inflación, destaca la elevada curtosis de Gran Bretaña.

**Figura 3.13.** Histogramas y descriptivos de los excesos de rendimiento del mercado cambiario para España, Gran Bretaña y Japón.



**Figura 3.14.** Histogramas y descriptivos de los excesos de rendimiento bursátil mundial y variaciones de la inflación para España, Gran Bretaña y Japón.



### 4.2.1. Contrastes de integrabilidad.

Para analizar la no estacionariedad de las series se han realizado contrastes de raíces unitarias para cada una de estas variables, tal y como muestra la tabla 3.5.

**Tabla 3.5.** Contrastes de raíces unitarias de la inflación, diferencia de inflación, excesos de rendimiento de los mercados cambiarios, y del rendimiento del mercado bursátil mundial.

	ADF(p=4)		PP(l=4)		KPSS(l=4)	
	Constante	Constante y tendencia	Constante	Constante y tendencia	$\eta_\mu$	$\eta_\tau$
$er_{14,t}^c$	-10.00	-10.00	-11.420	-11.409	0.027	0.01
$er_{24,t}^c$	-10.70	-10.70	-11.653	-11.633	0.013	0.012
$er_{34,t}^c$	-9.970	-9.950	-10.968	-10.940	0.022	0.011
$r_{mw,t}$	-13.20	-13.20	-17.190	-17.160	0.209	0.202
$\pi_{1t}$	-3.800	-5.350	-6.990	-12.840	0.086	0.088
$\pi_{2t}$	-2.650	-3.470	-8.600	-10.790	0.149	0.151
$\pi_{3t}$	-6.310	-7.760	-15.45	-16.909	0.073	0.074
1%	<b>-3.455</b>	<b>-3.993</b>	<b>-3.455</b>	<b>-3.993</b>	<b>0.739</b>	<b>0.216</b>
5%	<b>-2.871</b>	<b>-3.427</b>	<b>-2.871</b>	<b>-3.426</b>	<b>0.463</b>	<b>0.146</b>

**Nota:** Valores críticos de los contrastes ADF y PP obtenidos de MacKinnon (1991). Valores críticos del contraste KPSS obtenidos de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992). El número de retardos  $p$  elegido es 4, mientras que el punto de truncamiento  $l$  se ha calculado a través de la expresión  $l = \text{floor}\left[(T/100)^{1/4}\right]$ , siendo  $\text{floor}$  el número entero más pequeño.

Los resultados del contraste corroboran la estacionariedad de los excesos de rendimiento cambiario y del rendimiento bursátil. Sin embargo, únicamente no rechaza la hipótesis nula del contraste para Gran Bretaña, en el caso de las inflaciones. Los resultados del contraste no resultan coherentes con el análisis gráfico, ya que la inflación para España es claramente no estacionaria. A partir de los resultados obtenidos en el análisis descriptivo, y dada la necesidad de trabajar con series estacionarias, se ha optado por introducir en el modelo la variación de la inflación para cada moneda.

#### 4.2.2. Contrastes de autocorrelación y efectos ARCH.

A continuación, se procederá a estudiar la existencia de síntomas que detecten la presencia de autocorrelación en dichas series así como la presencia de efectos ARCH que justifiquen la existencia de volatilidad condicional en las mismas. Para ello, al igual que en el epígrafe 3.2.2, se analizan los residuos de la regresión entre cada variable con respecto a una constante y variables ficticias que recogen el efecto de posibles distorsiones producidas por observaciones anómalas. Se trata de detectar posibles distribuciones leptocúrticas, asimétricas, que rechacen la hipótesis de no existencia de efectos ARCH y la hipótesis de inexistencia de estructuras de autocorrelación en las series de rentabilidades, excesos de rendimiento e inflación.

En la tabla 3.6 se encuentran los resultados del análisis propuesto para los mismos estadísticos y contrastes descritos en el epígrafe 3.2.2. Cabe mencionar que éstos difieren bastante de los resultados obtenidos con la muestra diaria, en cuanto a los síntomas de posible volatilidad condicional. Si bien estos resultados no son comparables en el sentido de que corresponden a periodos muestrales diferentes, parece deducirse que efectivamente cuanto menor es la frecuencia muestral, peor se capta la volatilidad condicional en las series. En concreto, mientras que los excesos de rendimiento del mercado cambiario con frecuencia diaria no presentaban estructura relevante en la parte regular, mostraban cierta leptocurtosis, asimetría hacia la izquierda, rechazaban el contraste ARCH, y mostraban correlaciones significativas en los cuadrados de los residuos, con frecuencia mensual y para el periodo 1977-2000, los excesos de rendimiento del mercado cambiario presentan una clara estructura significativa en la parte regular, son menos leptocúrticos, siendo los residuos de las series normales (al 1% para el caso de Japón), y únicamente Japón rechaza la hipótesis nula del contraste ARCH. Según estos datos, no existe una evidencia clara de posible existencia de volatilidad condicional en las series. No obstante, los residuos al cuadrado presentan correlaciones significativas para los excesos de rendimiento de Gran Bretaña y Japón.

Por otro lado, el rendimiento bursátil no presenta estructura en la parte regular, su distribución es leptocúrtica y los residuos no son normales. Sin embargo, no se rechaza el contraste ARCH y los residuos al cuadrado no presentan estructura significativa al 1%. Por último, las variaciones de la inflación sí muestran síntomas más

claros: tienen una estructura regular significativa, en el caso de España y Gran Bretaña son claramente leptocúricos y sus residuos son no normales, aunque Japón no puede rechazar el contraste de normalidad. Además, se rechaza en todos los casos el contraste ARCH así como el contraste de Ljung-Box de los residuos al cuadrado.

Por tanto, aunque no existe una clara evidencia sobre la adecuación de aplicar un modelo de volatilidad condicional con estas series, se tratará de llevarlo a cabo y se discutirán posteriormente los resultados obtenidos con el mismo.

**Tabla 3.6.** Contrastes de autocorrelación y de efectos ARCH..

	LBQ(1)	LBQ(5)	LBQ(10)	LBQ(20)	AS	K	JB	ARCH1	ARCH5	ARCH10	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (5)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)	AS <sub>2</sub>	K <sub>2</sub>	JB <sub>2</sub>
$er_{14,t}^c$	39.303 [0]	50.99 [0]	77.17 [0]	84.2 [0]	0.027	2.73	0.87 [0.64]	6.27 [0.012]	6.18 [0.288]	9.79 [0.458]	6.302 [0.012]	7.379 [0.194]	11.646 [0.309]	22.59 [0.309]	2.185	8.49	588.89 [0]
$er_{24,t}^c$	25.67 [0]	28.85 [0]	30.967 [0]	44.93 [0]	0.048	3.296	1.166 [0.558]	1.852 [0.173]	10.81 [0.055]	13.18 [0.213]	1.875 [0.17]	14.79 [0.01]	21.09 [0.02]	40.03 [0.005]	2.705	11.55	1225.8 [0]
$er_{34,t}^c$	30.47 [0]	32.99 [0]	43.62 [0]	57.029 [0]	-0.43	3.32	9.16 [0.01]	4.09 [0.043]	14.25 [0.014]	0.021 [0.023]	4.156 [0.04]	13.94 [0.016]	22.86 [0.01]	29.29 [0.082]	2.867	12.78	1414.9 [0]
$r_{mw,t}$	0.0044 [0.947]	6.97 [0.223]	18.28 [0.05]	21.34 [0.37]	-0.22	3.878	11.66 [0.003]	1.152 [0.28]	10.6 [0.059]	13.78 [0.183]	1.165 [0.28]	13.47 [0.019]	17.63 [0.061]	25.87 [0.17]	3.385	17.18	2953.9 [0]
$\Delta\pi_{1t}$	35.92 [0]	39.75 [0]	43.72 [0]	65.84 [0]	-0.17	4.17	17.75 [0]	8.66 [0.0032]	35.07 [0]	43.13 [0]	8.78 [0.003]	47.45 [0]	74.96 [0]	105.5 [0]	3.4	16.42	2698 [0]
$\Delta\pi_{2t}$	35.46 [0]	45.95 [0]	51.32 [0]	72.72 [0]	0.06	5.419	69.91 [0]	30.52 [0]	42.37 [0]	54.45 [0]	30.92 [0]	37.38 [0]	56.013 [0]	58.42 [0]	4.39	26.21	7341 [0]
$\Delta\pi_{3t}$	60.404 [0]	63.37 [0]	71.696 [0]	80.621 [0]	-0.03	3.29	1.079 [0.58]	49.47 [0]	56.94 [0]	64.48 [0]	50.068 [0]	79.088 [0]	97.86 [0]	124.58 [0]	2.36	8.79	666.8 [0]

**Nota:** LBQ(1),LBQ(5), LBQ(10) y LBQ(20) son los estadísticos correspondientes al contraste de Ljung-Box de los residuos. AS, K y JB hacen referencia al coeficiente de asimetría, de curtosis, y el contraste de Jarque Bera, respectivamente. Se realiza también un análisis de los residuos al cuadrado, expresándose la nomenclatura con los mismos términos, pero con un subíndice 2. ARCH1, ARCH5 y ARCH10 denotan los estadísticos correspondientes al test de multiplicadores de Lagrange ARCH que contrasta la existencia de especificación ARCH con un retardo, cinco y diez, respectivamente. Los valores entre paréntesis hacen referencia al *p*-valor asociado al estadístico.

## PRIMAS DE RIESGO, REMUNERACIÓN DEL RIESGO Y VOLATILIDAD CONDICIONAL

---

### 1. Introducción.

Este capítulo está dedicado al análisis del coeficiente de remuneración del riesgo (o precio del riesgo) y de la prima de riesgo. Al respecto, se consideran diversos modelos de volatilidad condicional de tipo ARCH para modelizar la incertidumbre de los tipos de cambio de la peseta/dólar (recordando que la peseta/dólar es, a partir del 1 de enero de 1999, la denominación facial del euro hasta el 1 de enero de 2002), y también de la libra/dólar y yen/dólar.

La utilización que se hará de los modelos para explicar el comportamiento del riesgo de las diversas monedas analizadas es más bien empírica, si bien debemos entender que los modelos analizados en este capítulo son especificaciones que resultan de una simplificación de la teoría de valoración de activos de capital internacional bajo determinados supuestos<sup>50</sup>.

Concretamente, estos modelos son dos. El primero de ellos, relaciona el exceso de rendimiento cambiario con la volatilidad condicional (en términos de desviación típica) empleando estimaciones uniecuacionales del tipo GARCH-M, mientras que el segundo modelo fue propuesto por Malliaropulos (1995), vinculando dos o más tipos de cambio a partir de una serie de hipótesis (entre ellas, un precio del riesgo común para

---

<sup>50</sup> Véase al respecto Baillie y Bollerslev (1990).

los distintos tipos de cambio), siendo su representación multiecuacional del tipo VAR-GARCH-M.

Ambos modelos permiten la descomposición de la prima de riesgo en el precio del riesgo y en la volatilidad condicional. De esta forma, se discutirá no sólo la prima de riesgo, sino también la evolución de sus componentes, es decir, el precio y la volatilidad condicional. En cada caso y para cada moneda se realizará un análisis de los resultados obtenidos por la estimación completa, así como por subperiodos, distinguiendo entre el momento anterior y el posterior a la Unión Monetaria Europea.

A continuación procederemos en el siguiente epígrafe a proporcionar una breve justificación del empleo de los modelos, pasando a desarrollar en el epígrafe 3 los mismos. Básicamente, estos modelos son dos. El primero de ellos considera como relevante la explicación de la prima de riesgo en términos del precio del riesgo (o coeficiente de remuneración del mismo) y la volatilidad condicional utilizando modelos de tipo GARCH-M uniecuacionales. El segundo modelo representa una visión de la prima de riesgo en el contexto multiecuacional relacionada con el precio del riesgo, la volatilidad y las covarianzas condicionales de los rendimientos cambiarios. En este último caso se utilizan los modelos multiecuacionales de tipo VAR-GARCH-M en la versión propuesta por Malliaropulos (1995).

## **2. Relación lineal entre excesos de rendimiento y nivel de riesgo.**

La modelización del riesgo puede afrontarse desde múltiples perspectivas, tal y como se vio en el epígrafe 4 del Capítulo 1. No obstante, y en este epígrafe, supondremos que en dicha modelización se establece una relación lineal y proporcional entre el valor esperado de los excesos de rentabilidad (evaluados éstos como la diferencia entre el rendimiento de los tipos de cambio y el diferencial de tipos de interés de los dos países) con el nivel de riesgo de dichos excesos, tal y como predice el CAPM<sup>51</sup>.

En el contexto del CAPM clásico para el mercado bursátil, si consideramos una economía con dos activos, siendo el primero un activo sin riesgo que proporciona una

---

<sup>51</sup> No obstante, existen otros estudios como Chauvet y Potter (1998), quienes proponen una forma flexible para analizar las primas de riesgo sin imponer una relación lineal entre el riesgo y la rentabilidad.

rentabilidad en términos logarítmicos igual a  $r_{ft}$ ; y el segundo, un activo con riesgo que proporciona una rentabilidad por unidad monetaria invertida,  $r_t$ , que está normalmente distribuida, podemos definir el exceso de rentabilidad como:  $y_t = r_t - r_{ft}$ . Así, la prima de riesgo requerida por los agentes para aceptar la covariabilidad del activo con riesgo con el rendimiento de mercado, puede definirse por:  $E[y_t] = \delta Cov(r_t, r_{mt})$ , siendo:

- $\delta$ , la constante de proporcionalidad de la relación lineal o, también, coeficiente de remuneración del riesgo (CRR)<sup>52</sup>;
- $r_{mt}$ , la rentabilidad de la cartera de mercado en el periodo  $t$ ; y  $Cov(\cdot)$  es la covarianza entre la rentabilidad del activo con riesgo y la rentabilidad del mercado. Si el activo con riesgo es un índice de mercado, podemos suponer que es una *proxy* de la cartera de mercado, y entonces la covariabilidad entre ambas variables es igual a la volatilidad de la rentabilidad de dicho índice de mercado, lo que hará que  $E[y_t] = \delta Var(r_{mt})$ . Es decir, el valor esperado del exceso de rendimiento es linealmente proporcional a la prima de riesgo ofrecida por el mercado, la cual es el producto entre el CRR y la volatilidad del mercado<sup>53</sup>.

En este sentido, asumiendo que  $Var_{t-1}(r_{mt}) = h_t^2$ , podríamos escribir que la relación rentabilidad/riesgo viene definida por la expresión:

$$y_t = \delta h_t^2 + \varepsilon_t$$

donde  $E[y_t] = \delta h_t^2$ ,  $\delta > 0$ , es decir, el exceso de rentabilidad medio exigido al mercado por unidad de riesgo será mayor cuanto mayor sea la aversión al riesgo;  $\varepsilon_t$  es un error de

<sup>52</sup> Ya que habitualmente se distinguen dos componentes en el cálculo de la prima de riesgo de un activo: el precio del riesgo y la volatilidad de la rentabilidad, definiremos CRR como el coeficiente de remuneración del riesgo. Es decir, CRR será interpretado como la remuneración en términos de prima de riesgo de la volatilidad de las rentabilidades o, también, precio de la volatilidad.

<sup>53</sup> De forma general, podemos decir que el riesgo asumido por un inversor puede caracterizarse por la varianza del rendimiento de la cartera, y también que la prima exigida para un activo con riesgo puede relacionarse con la volatilidad.

predicción que se distribuye  $N(0, h_t^2)$ , siendo  $h_t^2$  una varianza heterocedástica en el tiempo y condicionada a la información disponible en  $t-1$ . La estimación del coeficiente CRR, así como la prima de riesgo de una cartera agregada, han sido ejercicios que se han llevado a cabo en diferentes ocasiones para la economía española. Por citar algunos de los trabajos que aparecen en la literatura española sobre el riesgo en el mercado bursátil, destacaríamos los referidos al coeficiente de aversión al riesgo (CAR)<sup>54</sup> como, por ejemplo, Alonso, Rubio y Tusell (1988 y 1990), Mora (1992), Martínez (1994), Pérez-Rodríguez (1995), Ayuso (1996), Rubio (1996); mientras que analizando tanto la prima de riesgo como el precio de la volatilidad, destacaríamos los trabajos de Alcalá, Bachiller y Olave (1993), Alonso y Ayuso (1997a), Sáez y Pérez-Rodríguez (1999)<sup>55</sup>; donde, y en general, el supuesto fundamental en todos ellos es que el CRR son constantes en el tiempo.

En el contexto del CAPM para el mercado cambiario, y entendiendo que la inversión en depósitos extranjeros se considera como un caso particular de la inversión en cualquier activo financiero, existen diversos enfoques. Destacan, por un lado, los modelos que relacionan la prima de riesgo directamente con la volatilidad del tipo de cambio al contado, por otro, aquellos que la explican en términos de un entorno de valoración de activos de capital internacional, y por último, aquellos que incluyen explícitamente el coeficiente de aversión relativa al riesgo (CAR).

La aproximación que proponemos para explicar la prima de riesgo se basa en el tercer enfoque. Por ejemplo, partiendo del modelo propuesto por Hansen y Hodrick (1983), quienes suponen que el exceso de rendimiento cambiario (en términos de la diferencia entre el valor esperado condicionado del tipo de cambio y el tipo de cambio a plazos), este puede escribirse como:

---

<sup>54</sup> Sin embargo, podemos comprobar cómo los resultados son bastante heterogéneos, no sólo porque se utilizasen diversos métodos de estimación sino porque se analizaban diferentes periodos muestrales.

<sup>55</sup> También, podríamos destacar que la heterogeneidad de los estudios que analizan las primas de riesgo y el CAR no es exclusiva de los mercados de valores. Así, por ejemplo, sucede lo mismo en los tipos de interés: mercados monetarios y de deuda [Freixas y Novales (1990), Ayuso y de la Torre (1991), Ayuso, Novales y de la Torre (1992), Flores de Frutos (1995) y Pérez-Rodríguez, Sáez y Murillo (1997)], o en los tipos de cambio [Ledesma, Navarro, Pérez-Rodríguez y Sosvilla (1999a)] y la política monetaria y tipos de interés en Pérez-Rodríguez, Ledesma, Navarro y Sosvilla (2001).

$$\begin{aligned}
 E_{t-1}(er_t^c) &= E_{t-1}(s_t) - f_t \\
 &= -\frac{1}{2}Var_{t-1}(s_t) - Cov_{t-1}(s_t, \pi_t) + \kappa Cov_{t-1}(s_t, \Delta c_t)
 \end{aligned}$$

siendo  $E_{t-1}(er_t^c)$  la expectativa del exceso de rendimiento cambiario;  $E_{t-1}(s_t)$  el tipo de cambio al contado futuro esperado en  $t-1$ ;  $f_t$  el tipo de cambio a plazos;  $\pi_t$  la tasa de inflación;  $\Delta c_t$  la variación logarítmica del consumo;  $Var_{t-1}(\cdot)$  y  $Cov_{t-1}(\cdot)$  son la varianza y covarianza condicional a la información existente; y  $\kappa$  el coeficiente de aversión al riesgo que es constante.

A partir de este modelo, diversos autores, entre ellos Baillie y Bollerslev (1990), han considerado una simplificación del modelo ICAPM con CAR. Concretamente, han supuesto que dado que las series de la tasa de inflación y variación logarítmica del consumo son bastante suaves, puede asumirse que las covarianzas entre estas series y el logaritmo del tipo de cambio al contado son poco relevantes, con lo que la prima de riesgo puede expresarse como una función de la variabilidad condicional del tipo de cambio al contado.

Atendiendo a esta simplificación, el modelo que proponemos estudiar es un modelo uniecuacional que asume que el exceso de rendimiento cambiario esperado es proporcional a la volatilidad condicional, la cual será medida por la raíz cuadrada de la varianza condicional. Por tanto, la prima de riesgo se puede escribir como:

$$er_t^c = \delta h_t + \varepsilon_t$$

donde  $er_t^c$  es el exceso de rendimiento cambiario observado;  $h_t$  es la raíz cuadrada de la varianza condicional;  $\delta$  es el precio del riesgo; y  $\varepsilon_t$  es un error de predicción.

Algunos estudios realizados en este sentido son los de Domowitz y Hakkio (1985), Lim y McNelis (1998) y Tai (2001). Domowitz y Hakkio (1985) aplican un modelo GARCH-M univariante para detectar primas de riesgo en monedas europeas. Emplean el siguiente modelo, no encontrando evidencia a favor de las mismas:

$$er_t^c = a_0 + \delta h_t^2 + b_1 er_{t-1}^c + b_2 er_{t-2}^c + b_3 er_{t-3}^c + b_4 er_{t-4}^c + \varepsilon_t$$

$$h_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2$$

donde:  $\varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim N(0, h_t^2)$ . Análogamente, y con fines comparativos, Tai (2001) estima el mismo modelo con datos semanales desde 1978 hasta 1998, con datos del sudeste asiático, (en concreto, para el yen japonés, el dólar de Hong Kong, el dólar de Singapur y el ringgit de Malasia). Tampoco encuentra evidencia a favor de la existencia de primas de riesgo significativas.

Por otro lado, Lim y McNelis (1998) estiman el exceso de rendimiento de la libra irlandesa y la peseta española con respecto al marco, con datos mensuales, empleando el siguiente modelo GARCH-M uniecuacional (donde  $j$  representa a cada moneda):

$$er_{jt}^c = \delta h_t + b_1 er_{j,t-1}^c + \varepsilon_t$$

$$h_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2$$

mostrando los resultados de este estudio la existencia de precio del riesgo y procesos GARCH que son significativos.

Por otro lado, también podemos destacar los estudios de McCurdy y Morgan (1987, 1988 y 1989), quienes trabajan con periodicidad semanal, obteniendo resultados en los que los coeficientes de los modelos ARCH en media no son significativos.

### 3. Coeficiente de remuneración al riesgo constante y primas de riesgo.

En este epígrafe se realiza la estimación de la prima de riesgo de la peseta, la libra y el yen respecto al dólar, a partir de dos grupos de modelos. El primero de ellos relaciona el exceso de rendimiento cambiario con la volatilidad condicional de los mismos (en términos de desviación típica). En este contexto se utilizan diversos modelos uniecuacionales de tipo ARCH-M, como por ejemplo, los empleados por McCurdy y Morgan (1988, 1991) y Hsieh (1989), entre otros. El segundo modelo relaciona la variación de los tipos de cambio con la volatilidad condicional (en términos de varianza condicional), usando el modelo multiecuacional de Malliaropulos (1995).

Ambas versiones suponen una visión alternativa de la medición del riesgo. Esto es así porque el primer modelo asume que el riesgo es medido por la varianza condicional de los excesos de rendimiento cambiario, mientras que el segundo enfoque asume que el riesgo es medido por la volatilidad de las rentabilidades de los tipos de cambio.

### 3.1. Modelos de tipo GARCH-M.

En este epígrafe se consideran diversos modelos de tipo ARCH-M para estimar el riesgo, utilizándose, además, varias funciones de verosimilitud para el error condicional del modelo. Particularmente, se utiliza la función normal condicional, t-Student y la distribución generalizada del error (GED)<sup>56</sup>.

Concretamente, la relación rentabilidad-riesgo del exceso de rendimiento cambiario que estudiamos a partir de los modelos de varianza condicional heterocedástica, con media condicional no nula, viene definida por la siguiente expresión:

$$er_{j4,t}^c = \delta h_t + \varepsilon_t \quad (4.1)$$

donde  $j$  representa la moneda [ $j=1$  (si peseta/dólar),  $2$  (si libra/dólar),  $3$  (si yen/dólar)];  $\delta$  es el coeficiente de remuneración del riesgo;  $h_t^2$  es una varianza heterocedástica en el tiempo y condicionada a la información disponible en  $t-1$ ; y  $\varepsilon_t$  es un error de predicción que se distribuye  $N(0, h_t^2)$ .

En el caso que nos ocupa, y para cada moneda, se ha realizado este análisis aplicando diversas especificaciones de los modelos ARCH-M o en media, y a su vez cada una de éstas se ha estimado empleando distintas funciones para la densidad del error con el fin de contrastar cuál de las posibles especificaciones se ajusta mejor a los datos.

<sup>56</sup> Todos los modelos estimados en este Capítulo, así como a lo largo de esta Tesis Doctoral, han sido programados y ejecutados en WINRATS v.4.31 de RATS for Windows (ESTIMA).

Entre las distintas versiones de los modelos ARCH-M empleados en este estudio, se encuentran diversos modelos explicados en el Capítulo 2, epígrafe 3. Así, se han considerado el modelo simétrico GARCH(1,1)-M, y cuatro modelos que consideran la existencia de comportamientos asimétricos en la volatilidad condicional. Los modelos asimétricos utilizados son el de Glosten, Jagannathan y Runkle [GJR(1,1)-M]; el modelo EGARCH(1,1)-M o exponencial generalizado; el GARCH asimétrico no lineal [NAGARCH(1,1)-M] propuesto por Engle y Ng (1993) y el modelo GARCH-M cuadrático de Sentana (1995) [QGARCH(1,1)-M].

En cuanto al comportamiento asumido para la distribución condicionada de los errores, se ha considerado además de la distribución normal, la distribución de densidad t-Student y la distribución exponencial generalizada (GED). Formalmente, se realiza la estimación del modelo (4.1) conjuntamente con las siguientes especificaciones de los modelos ARCH. Estas son:

a) Modelo GARCH(1,1)-M:

$$h_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}^2$$

donde los signos de los coeficientes deben ser estrictamente positivos:  $\omega > 0, \alpha_1 > 0$  y  $\beta_1 > 0$ .

b) Modelo GJR(1,1)-M:

$$h_t^2 = \omega + \beta_1 h_{t-1}^2 + \alpha_1 \varepsilon_t + \gamma S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1}^2$$

donde  $S_{t-1}^-$  es una variable ficticia tal que

$$S_{t-1}^- = 1, \text{ si } \varepsilon_{t-1} < 0$$

$$S_{t-1}^- = 0, \text{ si } \varepsilon_{t-1} \geq 0$$

y cuyas restricciones son:  $\omega > 0, \beta_1 \geq 0, \alpha_1 \leq 1$  y  $\gamma > 0$ .

c) Modelo EGARCH(1,1)-M:

$$\log h_t^2 = \omega + \beta_1 \log h_{t-1}^2 + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{h_{t-1}} + \alpha_1 \left[ \frac{|\varepsilon_{t-1}|}{h_{t-1}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right],$$

donde  $\omega < 0$ ,  $0 \leq \beta_1 \leq 1$ ,  $0 \leq \alpha_1 \leq 1$ , y  $\gamma < 0$ .

d) Modelo NAGARCH(1,1)-M:

$$h_t^2 = \omega + \beta_1 h_{t-1}^2 + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1} + \gamma h_{t-1})^2$$

donde  $\omega > 0$ ,  $0 \leq \beta_1$ ,  $\alpha_1 \leq 1$  y  $\gamma < 0$ .

e) Modelo QGARCH(1,1)-M:

$$h_t^2 = \omega + \alpha_1 (\varepsilon_{t-1} - \gamma)^2 + \beta_1 h_{t-1}^2$$

donde  $\gamma > 0$ .

La justificación de la utilización de diversos modelos asimétricos se debe a las diferentes relaciones funcionales que pueden expresarse entre  $h_t$  y  $\varepsilon_{t-1}$  (o curva de impacto de las noticias). Por ejemplo, en el modelo estándar GARCH(1,1),  $h_t$  es una parábola en  $\varepsilon_{t-1}$ , que tiene un mínimo en  $\varepsilon_{t-1} = 0$ . En el modelo QGARCH, la introducción del parámetro  $\gamma$  mueve horizontalmente la parábola, y el mínimo se encuentra en  $\varepsilon_{t-1} = \gamma$ . Esto produce asimetría porque si, por ejemplo,  $\gamma > 0$ , entonces  $h_t^2 = h(-\varepsilon_{t-1})$  excede a  $h_t^2 = h(\varepsilon_{t-1})$  para  $\varepsilon_{t-1} > 0$ . En el modelo NAGARCH el mínimo de  $h_t$  se alcanza en  $-\gamma h_{t-1}$ . No obstante, existen otras especificaciones propuestas en Engle y Ng(1993), que no son utilizadas, pues consideramos que éstas son bastante significativas.

Finalmente, atendiendo a las cuestiones propias de la implementación de los algoritmos de optimización numérica, debemos comentar que el criterio de convergencia se determinó en  $1.0 \times 10^{-4}$  para los cambios en el valor de los coeficientes. Por otro lado, el método numérico de optimización elegido es el BHHH, y los valores iniciales, que varían entre los modelos, son obtenidos a través de la aplicación previa del algoritmo del Simplex que obtiene una rápida y buena aproximación de los mismos. Luego, estos valores iniciales son sustituidos en la función de verosimilitud condicionada para estimar el modelo mediante el procedimiento iterativo citado. Además, se ha controlado también el proceso de convergencia de la estimación, a través

del número de iteraciones y subiteraciones del algoritmo, procurando una mayor eficacia de la misma.

A continuación procederemos a comentar e interpretar los resultados obtenidos para cada moneda, en un ejercicio que implica la búsqueda de un modelo que se encuentre libre de error de especificación.

### **3.1.1. Caso de la peseta con respecto al dólar.**

A continuación se desarrolla la estimación conjunta del modelo (4.1) con las diferentes expresiones de la varianza condicional antes referidas, así como las diferentes funciones de verosimilitud empleadas en la estimación (presentadas en el Capítulo 2, epígrafe 3.7.1), para el caso de la peseta/dólar.

La especificación del modelo (4.1) está justificada empíricamente en la medida que los resultados de los contrastes de autocorrelación de Ljung-Box (LBQ) para las series de excesos de rendimiento (que aparecen en el Capítulo 3, epígrafe 3.2.2) muestran la inexistencia de estructuras autocorrelacionadas en las mismas, mientras que sí se observa la presencia de estructuras autocorrelacionadas en sus cuadrados (contraste de no linealidad). Estos aspectos implican la existencia de una nula o escasa estructura regular en la media y la presencia de volatilidad condicional.

Pues bien, atendiendo a estos hechos, realizamos la estimación del modelo (4.1) junto a diversos modelos de volatilidad condicional. Las tablas 4.1 y 4.2 muestran los resultados de la estimación de los mismos para toda la muestra (o periodo completo, que abarca desde 1 de enero de 1996 hasta 12 de enero de 2001). Además, en la tabla 4.3 se muestran diversos estadísticos y contrastes de los residuos estandarizados y no estandarizados de los modelos estimados.

El contenido de las tablas 4.1. y 4.2 comprende los resultados de las estimaciones de los coeficientes de los modelos, diversos contrastes de especificación incorrecta o mala especificación (descritos en el Capítulo 2, epígrafe 3.8), contrastes de determinadas hipótesis de interés y criterios de información. Concretamente, en términos de los contrastes de especificación incorrecta, destacamos el contraste de no existencia de efectos de dispersión (AN) que se distribuye asintóticamente como una  $N(0,1)$ ; los contrastes ofrecidos por Engle y Ng(1993) basados en la distinción entre

shocks negativos y positivos de los errores y en la curva de impacto de las noticias, tales como  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  y F. Concretamente,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  contrastan la significación de  $b$  en las regresiones auxiliares:  $z_t^2 = a + bS_{t-1}^- + u_t$ ,  $z_t^2 = a + bS_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + u_t$  y  $z_t^2 = a + bS_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + u_t$ , respectivamente. El contraste F lo es de la hipótesis conjunta  $b_1 = b_2 = b_3 = 0$  en el modelo  $z_t^2 = a + b_1 S_{t-1}^- + b_2 S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + b_3 S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + u_t$ .  $P_1$  es el contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert, que contrasta  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$  en la regresión auxiliar  $\varepsilon_t^2 = \alpha + \beta h_t^2 + v_t$ . En términos de los contrastes de ciertas hipótesis de interés, destacamos entre paréntesis, y en general, los valores correspondientes al estadístico t-Student de los parámetros bajo la hipótesis nula de que éstos no sean significativos; además de los contrastes de hipótesis sobre determinados valores de  $\nu$ , tanto para la distribución del error que es t-Student como para la GED. Concretamente, se ha realizado el contraste de significación individual de la hipótesis nula:  $H_0: \nu=2$  frente a la hipótesis alternativa  $H_1: \nu > 2$  para la t-Student, y de la misma hipótesis nula frente a  $H_1: \nu < 2$  en el caso GED. Finalmente, cabe destacar los criterios de información de Akaike (AIC) y de información Bayesiana de Schwarz (SBIC), respectivamente.

En cuanto al contenido de la tabla 4.3, que sólo presenta los resultados para el periodo completo, se muestran los estadísticos de asimetría y curtosis de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y no estandarizados ( $\varepsilon_t$ ), el contraste de normalidad de Jarque-Bera (JB) para los residuos, que se distribuye como una  $\chi_2^2$  bajo la hipótesis nula, y el contraste de no autocorrelación de Ljung-Box para los residuos estandarizados,  $LBQ(k)$ ,  $k=1,10,20$ , y para los residuos estandarizados al cuadrado,  $LBQ_2(k)$ ,  $k=1,10,20$  que se distribuyen como una  $\chi_k^2$ .

Pues bien, atendiendo a los resultados de las diferentes estimaciones para el periodo completo, y como paso previo antes de realizar las interpretaciones sobre los coeficientes, podemos analizar cuál es la especificación del logaritmo de verosimilitud de los errores que resulta más adecuada para ajustar la conducta de la volatilidad condicional en cada modelo. Cabe destacar que los valores de los órdenes de los polinomios de retardos de los modelos de tipo ARCH-M utilizados en cada caso son iguales a  $p=1$  y  $q=1$ , ya que estos órdenes son los que verifican un menor valor en los

criterios de información de Akaike (AIC) y de información Bayesiana de Schwarz (SBIC).

A continuación, comentamos cada modelo por separado, desarrollando las características más relevantes en términos de significación de los coeficientes, estacionariedad de la varianza condicional y contrastes de mala especificación de los residuos de los modelos estimados<sup>57</sup>.

a) Modelo GARCH(1,1)-M. En la versión Normal, y atendiendo a los resultados de la tabla 4.1, este modelo presenta coeficientes significativos al 5%, la varianza es estacionaria ( $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ ), y se encuentra correctamente especificado, en tanto que la hipótesis de no existencia de excesos de dispersión no se rechaza (AN); los contrastes de sesgo de signo  $t_2$ ,  $t_3$  y conjunto (F) no rechazan la hipótesis nula al 1% (aunque sólo  $t_1$  rechaza la correcta especificación); y los residuos estandarizados tienen excesos de curtosis menores que los residuos sin estandarizar, así como que no presentan estructura según el contraste de Ljung-Box (LBQ y LBQ<sub>2</sub>) que se encuentra en la tabla 4.3. En cuanto a la versión t-Student,  $\omega$  y  $\alpha_1$  no son significativos al 5% ni al 10%, por lo tanto descartamos la utilización de esta especificación. En cuanto a la versión GED, todos los parámetros resultan significativos, siendo la varianza condicional estacionaria y estando el modelo correctamente especificado según los resultados de la mayoría de los criterios aludidos con anterioridad, excepto  $t_1$ . Cabe decir que en todos los casos, el contraste de consistencia  $P_1$  rechaza la hipótesis de insesgadez de la varianza condicional, tal y como sucede en muchos trabajos empíricos [véase Pagan y Schwert (1990) y Acosta, Fernández y Pérez-Rodríguez (2002)]; y, además, el contraste de Jarque-Bera (JB) de los residuos estandarizados no es Normal en ningún caso<sup>58</sup>.

Finalmente, para decidir qué función del logaritmo de verosimilitud representa adecuadamente al modelo, evaluamos la hipótesis nula,  $H_0: \nu=2$ , frente a la hipótesis

<sup>57</sup> Recordamos, que en nuestro caso, consideramos que un modelo está correctamente especificado cuando los residuos estandarizados del modelo no presentan estructura. Esto supone que los contrastes de signo y LBQ no rechazan las hipótesis nulas que analizan.

<sup>58</sup> Este resultado, como veremos, es muy común en la estimación de este tipo de modelos a lo largo de la Tesis, pues existe un exceso de curtosis bastante relevante. Por ello, Hsieh (1989) recomienda comprobar que el exceso de curtosis de los residuos es mayor que el exceso de curtosis de los residuos estandarizados, para así determinar que el modelo puede estar correctamente especificado.

alternativa,  $H_1: \nu < 2$  en el modelo GED, encontrando que se rechaza la hipótesis de normalidad, pues el valor del estadístico es -9.20 y el valor crítico al 5% es -1.6406.

b) Modelo GJR(1,1)-M. En este modelo (véase la tabla 4.1), resultan significativos todos los coeficientes de la versión Normal, mientras que en las versiones t-Student y GED, el coeficiente  $\gamma$  de asimetría es no significativo al 10%, haciendo que estos resultados sean rechazados. En la versión Normal, además, se cumple que la varianza es estacionaria y que dicho modelo está correctamente especificado (véase también la tabla 4.3), excepto en los contrastes  $t_1$ ,  $P_1$  y JB.

c) Modelo EGARCH(1,1)-M. En este modelo (véase la tabla 4.1), resultan significativos todos los coeficientes de la versión Normal al 5%, salvo el coeficiente  $\gamma$  de asimetría que es significativo al 10%. Sin embargo, éste no cumple las restricciones de negatividad impuestas para el coeficiente  $\gamma$ , pues debe ser negativo. En las versiones t-Student y GED, el coeficiente  $\gamma$  de asimetría no es significativo al 10%, haciendo que estos resultados también sean rechazados. En la versión Normal se cumple que la varianza es estacionaria y que dicho modelo está correctamente especificado atendiendo a la mayoría de contrastes (véase la tabla 4.3), excepto en los referentes a  $t_1$ ,  $P_1$  y JB. Por lo tanto, el modelo EGARCH queda descartado del análisis.

d) Modelo NAGARCH(1,1)-M. En la versión Normal (véase la tabla 4.2) el coeficiente  $\delta$  es significativo al 10%, y el resto de parámetros lo son al 5%. La varianza condicional es estacionaria y el modelo puede considerarse correctamente especificado atendiendo a los resultados de la mayoría de contrastes al 5%, salvo  $P_1$  y JB ( $t_1$  no se rechaza al 1%). En la versión t-Student todos los coeficientes son significativos al 5%, excepto  $\gamma$  que lo es al 10%. También la varianza es estacionaria y podemos considerar que el modelo está correctamente especificado atendiendo a los resultados de los contrastes de mala especificación (cabe mencionar que  $t_1$  no se rechaza al 1%), salvo  $P_1$  y JB.

Finalmente, para decidir qué especificación de la función del logaritmo de verosimilitud es más adecuada, evaluamos la hipótesis nula de normalidad,  $H_0: \nu = 2$ ,

frente a la hipótesis alternativa  $H_1: \nu > 2$  pues la alternativa es una t-Student. En este caso, el estadístico es igual a 3.1216 y el valor crítico es igual a 1.6406, con lo cual se rechaza la hipótesis de normalidad. Por lo tanto, la especificación del logaritmo de verosimilitud elegida es t-Student.

e) Modelo QGARCH(1,1)-M. En la versión Normal (véase la tabla 4.2) el coeficiente  $\delta$  es significativo al 10%, y el resto de parámetros lo son al 5%. La varianza condicional es estacionaria y el modelo también puede considerarse correctamente especificado atendiendo a los resultados de la mayoría de contrastes al 5%, salvo  $P_1$  y JB. En la versión t-Student  $\omega$ ,  $\alpha_1$  y  $\gamma$  no son significativos al 10%, por lo que este modelo se descarta para su análisis. En la versión GED, todos los coeficientes son significativos al 5%, la varianza es estacionaria y podemos considerar que el modelo está correctamente especificado a la luz de los resultados de los contrastes de mala especificación (al 5%), excepto  $P_1$  y JB. Por último, con la finalidad de tomar una decisión sobre qué especificación de la función del logaritmo de verosimilitud es más adecuada, evaluamos la hipótesis nula de normalidad,  $H_0: \nu = 2$ , frente a la hipótesis alternativa  $H_1: \nu < 2$  pues la alternativa es una GED. En este caso, el estadístico es igual a -9.03 y el valor crítico es igual a -1.6406, con lo cual se rechaza la hipótesis de normalidad. Por lo tanto, la especificación del logaritmo de verosimilitud elegida es GED.

En resumen, podemos decir que los modelos que consideramos están correctamente especificados son el GARCH(1,1)-M bajo GED, GJR(1,1)-M bajo Normalidad, NAGARCH(1,1)-M bajo t-Student y QGARCH(1,1)-M bajo GED. No obstante, debido a la diversidad de formas del logaritmo de verosimilitud que son aceptadas empíricamente, y puesto que las densidades condicionales son diferentes, no podemos seleccionar de forma concreta qué modelo de entre los arriba referidos es mejor<sup>59</sup>. Por ello, se realizará el análisis de todos ellos conjuntamente, haciendo énfasis

<sup>59</sup> Concretamente, los únicos modelos comparables son el modelo GARCH y QGARCH bajo GED, donde el valor del logaritmo de dichas funciones es igual a 1885.1 y 1884.85, respectivamente. Dado que tales valores son muy similares podemos considerar que el modelo GARCH es preferible al QGARCH, en tanto que el criterio de razón de verosimilitudes es igual a 0.5, que es claramente inferior al valor crítico de una Chi cuadrado con 1 grado de libertad al 5% de nivel de significación, que es igual a 3.84. Por otro lado, cabe matizar que para poder realizar una comparación de las densidades condicionales, podrían utilizarse contrastes de modelos no anidados específicamente diseñados, realizar una comparación de la

en la interpretación de los parámetros de interés. En este sentido, el coeficiente de remuneración del riesgo  $\delta$  es siempre positivo y significativo estadísticamente al 5% de nivel de significación. El rango en el cual se encuentra comprendido dicho coeficiente varía entre los modelos dentro del intervalo [0.055, 0.064]. Por otro lado, cabe destacar el fuerte carácter inercial de la volatilidad, dada la significatividad de  $\beta_1$ , y los valores de los parámetros estimados, que varían entre 0.65 y 0.86 en los modelos seleccionados. Estos resultados permiten concluir que existe una prima de riesgo significativa en el periodo completo de estudio.

La evolución temporal de la prima de riesgo estimada en el periodo completo (es decir, el producto  $\delta h_t$ ), aparece en la figura 4.1. Como puede observarse, las estimaciones de la prima de riesgo son muy similares en todos los casos. Cabe destacar un cambio en el comportamiento de la volatilidad entre el primer y el segundo periodo de la muestra. Se observa un claro incremento de la misma a partir del año 1999. Este resultado parece aportar información relevante sobre la evolución del exceso de rendimiento del tipo de cambio peseta/dólar. Además, se aprecia en los últimos meses de la muestra un incremento relevante de la prima. En general, hay que tener en cuenta que el periodo de estudio se caracteriza por ser una etapa relativamente estable en el ámbito global de la economía. De ahí que no se aprecien variaciones muy relevantes de los valores de dicha prima estimada relacionadas con eventos económicos concretos y puntuales.

Una vez se ha analizado el periodo completo para todos los modelos, se analizan dos subperiodos muestrales. El primero abarca desde el 1 de enero de 1996 hasta el 31 de diciembre de 1998, mientras que el segundo abarca desde el 1 de enero de 1999 hasta el 12 de enero de 2001. Los resultados completos aparecen en el Anexo 1. La mayoría de los resultados no son satisfactorios desde el punto de vista de la significación de los coeficientes y del cumplimiento de las restricciones de los parámetros en los modelos de varianza condicional. No obstante, considerando los cuatro modelos seleccionados en el periodo completo (y a efectos meramente

---

predicción extramuestral entre los modelos, o especificar una densidad que anide a todas las distribuciones. Ninguno de estos casos fue tenido en cuenta, si bien la distribución GED permite la comparación con la distribución normal para determinados valores de  $\nu$ , pero la contrastación de una *t*-Student resulta más compleja en dicho entorno.

ilustrativos) hemos construido una nueva tabla que contiene los resultados de las estimaciones de dichos modelos para los subperiodos evaluados, sobre las que realizaremos algunos comentarios. La tabla 4.4 muestra dichos resultados, a partir de la cual podemos decir lo siguiente. En el primer subperiodo, el modelo QGARCH(1,1)-M estimado bajo la distribución GED es el único que posee todos los coeficientes significativos al 10%, aunque algunos lo son al 5%; y cumple las restricciones básicas de signo en los parámetros de la varianza condicional. Así, por ejemplo, el coeficiente  $\delta$  es igual a 0.051, mientras que el coeficiente de asimetría  $\gamma$  refleja que parece existir una respuesta asimétrica de la volatilidad ante las buenas y malas noticias en el periodo anterior a la existencia del euro. Sin embargo, en el segundo subperiodo todos los modelos tienen al menos un coeficiente no significativo estadísticamente. Dicho esto, los comentarios que puedan hacerse sobre el coeficiente del precio del riesgo están claramente condicionados por la irrelevancia de los modelos estimados en el segundo subperiodo. No obstante, podemos advertir que la magnitud del coeficiente  $\delta$  crece en el segundo subperiodo en todos los modelos estimados con respecto al valor que alcanza en el primero.

En este sentido, cabe destacar que un estudio recursivo puede aportar información relevante que enriquezca los resultados obtenidos hasta el momento, permitiendo analizar, de manera más concreta, la evolución del coeficiente de remuneración del riesgo. Esto será realizado en el Capítulo 6.

**Tabla 4.1.** Estimaciones máximo verosímiles para el exceso de rendimiento de la peseta respecto al dólar para los modelos GARCH, GJR y EGARCH, considerando diferentes funciones de densidad del error: Normal, t-Student y GED. Periodo completo.

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$t_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC
<b>GARCH(1,1)-M</b>														
<b>Normal</b>	0.0610 (2.24)	7.47E-06 (4.59)	0.1109 (4.68)	0.6926 (12.66)			-0.0853	4.2670	-0.421	-2.0347	3.0654	935.7	-9.1858	-9.1701
<b>t-Student</b>	0.0071 (2.22)	3.06E-06 (0.20)	2.5622 (1.48)	0.9726 (77.14)		2.009 (340.9) (2.6E-5)	-167.872	0.0520	-0.0198	-0.016	2.2899	2071485	-8.4992	-8.4795
<b>GED</b>	0.0642 (2.61)	6.95E-06 (3.53)	0.1241 (3.58)	0.6977 (10.67)		1.2974 (16.99) (-9.20)	-0.1603	4.2074	-0.133	-2.294	2.3748	961.8	-7.3943	-7.3746
<b>GJR(1,1)-M</b>														
<b>Normal</b>	0.055 (1.97)	8.19E-06 (4.94)	0.0733 (2.73)	0.6723 (12.29)	0.076 (1.98)		-0.076	3.0757	0.7565	-0.878	1.9869	-90.0850	-9.1863	-9.166
<b>t-Student</b>	0.066 (2.59)	6.96E-06 (3.85)	0.0998 (2.39)	0.6984 (12.06)	0.065 (1.18)	5.7670 (4.79) (3.129)	-0.543	3.1961	0.9153	-1.462	1.7594	-79.0763	-8.527	-8.5038
<b>GED</b>	0.082 (3.31)	7.8E-06 (3.8)	0.0840 (2.02)	0.6733 (10.11)	0.059 (0.97)	1.2989 (16.75) (-9.045)	-0.151	3.2214	1.0753	-1.116	1.8640	-78.5563	-7.394	-7.3705
<b>EGARCH(1,1)-M</b>														
<b>Normal</b>	0.0595 (2.15)	-1.33158 (-4.12)	0.1798 (5.21)	0.8691 (27.5)	0.2107 (1.79)		-0.389	3.1919	0.6643	-1.113	1.6406	683.2	-8.5366	-8.5130
<b>t-Student</b>	0.067 (2.63)	-1.26 (-3.43)	0.208 (4.25)	0.874 (24.2)	0.174 (1.169)	6.08 (4.65)	-0.389	3.191	0.664	-1.13	1.64	701.1	-8.536	-8.513
<b>GED</b>	0.0628 (2.52)	-1.38985 (-3.17)	0.1997 (3.9)	0.8632 (20.1)	0.2192 (1.32)	1.4741 (16.89) (-6.027)	-0.081	3.3317	0.7665	-0.857	1.8407	612.9	-7.4028	-7.3792

**Nota:** Entre paréntesis figuran los valores correspondientes al estadístico t-Student de los parámetros. El asterisco se corresponde con el valor del estadístico bajo la hipótesis nula de que  $\nu=2$ . Los valores críticos correspondientes a los contrastes de una y dos colas al 5% son, respectivamente,  $\pm 1.6406$  y  $\pm 1.9618$ . El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica, F, es 2.6117 para un nivel del 5% y 3.796 para un nivel de 1%. El valor crítico para el contraste  $P_1$  es 5.99 al 5%.

**Tabla 4.2.** Estimaciones máximo verosímiles para el exceso de rendimiento de la peseta respecto al dólar para los modelos NAGARCH y QGARCH, considerando diferentes funciones de densidad del error: Normal, t-Student y GED. Periodo completo.

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$t_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC
<b>NAGARCH(1,1)-M</b>														
<b>Normal</b>	0.049 (1.76)	8.36E-06 (5.19)	0.1085 (4.53)	0.6533 (11.67)	-0.415 (-2.66)		-0.0753	2.1656	1.3792	-0.254	1.6494	1691	-9.1887	-9.169
<b>t-Student</b>	0.061 (2.41)	7.12E-06 (3.99)	0.1315 (3.8)	0.6820 (11.41)	-0.325 (-1.8)	5.8152 (4.76) (3.1216)	-0.5315	2.4007	1.6117	-0.832	1.6094	1931.8	-8.5291	-8.5055
<b>GED</b>	0.057 (2.32)	7.92E-06 (3.95)	0.1229 (3.49)	0.6545 (9.46)	-0.391 (-1.88)	16.7483 (1.3) (1.1457)	-0.1518	1.9888	1.7513	-0.456	1.3621	1705	-7.396	-7.3724
<b>QGARCH(1,1)-M</b>														
<b>Normal</b>	0.049 (1.77)	8.13E-06 (5)	0.1085 (4.52)	0.6566 (12.13)	0.0027 (2.69)		-0.0702	1.9597	1.4951	-0.135	1.5676	1550.5	-9.1889	-9.1692
<b>t-Student</b>	0.007 (2.24)	1.64E-06 (0.1)	2.5176 (1.46)	0.9731 (76.04)	-0.001 (-0.52)	2.0099 (339.5) (1.6655)	-168.42	0.0557	-0.029	-0.017	2.0585	4172007	-8.4979	-8.4743
<b>GED</b>	0.057 (2.32)	7.61E-06 (3.74)	0.1232 (3.47)	0.6586 (9.96)	0.0026 (2)	1.3002 (16.73) (-9.03)	-0.1450	1.7523	1.9405	-0.275	1.3355	1566.5	-7.3963	-7.3727

**Nota:** Entre paréntesis figuran los valores correspondientes al estadístico t-Student de los parámetros. El asterisco se corresponde con el valor del estadístico bajo la hipótesis nula de que  $\nu=2$ . Los valores críticos correspondientes a los contrastes de una y dos colas al 5% son, respectivamente,  $\pm 1.6406$  y  $\pm 1.9618$ . El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica, F, es 2.6117 para un nivel del 5% y 3.796 para un nivel de 1%. El valor crítico para el contraste  $P_1$  es 5.99 al 5%.

**Tabla 4.3.** Análisis de los residuos estandarizados y no estandarizados para los excesos de rendimiento de la peseta con respecto al dólar. Periodo completo.

Residuos	AS	K	JB	LBQ(1)	LBQ(10)	LBQ(20)	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)
<b>GARCH(1,1)-M</b>									
<b>Normal</b>	$\varepsilon_t$	-0.167034	4.128472	75.77					
	$z_t$	-0.163649	4.053449	66.57	3.68 [0.055]	5.06 [0.887]	13.47 [0.856]	1.471 [0.225]	11.09 [0.35]
<b>t-Student</b>	$\varepsilon_t$	-0.169222	4.13225	76.40					
	$z_t$	-0.163471	4.023826	63.19	4.65 [0.031]	5.99 [0.815]	15.57 [0.743]	2.27 [0.13]	18.69 [0.044]
<b>GED</b>	$\varepsilon_t$	-0.16799	4.128894	75.89					
	$z_t$	-0.165285	4.071819	68.82	3.46 [0.063]	4.77 [0.9]	13.18 [0.869]	2.07 [0.15]	10.56 [0.393]
<b>EGARCH(1,1)-M</b>									
<b>Normal</b>	$\varepsilon_t$	-0.168374	4.128614	75.88					
	$z_t$	-0.156983	3.996372	59.70	3.09 [0.079]	4.50 [0.92]	13.54 [0.85]	0.72 [0.39]	5.86 [0.82]
<b>t-Student</b>	$\varepsilon_t$	-0.170012	4.129295	76.09					
	$z_t$	-0.156562	4.021575	62.45	2.83 [0.09]	4.17 [0.93]	13.21 [0.86]	1.29 [0.256]	5.62 [0.84]
<b>GED</b>	$\varepsilon_t$	-0.169184	4.128983	75.99					
	$z_t$	-0.157036	4.009183	61.11	2.94 [0.086]	4.33 [0.93]	13.39 [0.86]	1.19 [0.275]	6.05 [0.81]
<b>GJR(1,1)-M</b>									
<b>Normal</b>	$\varepsilon_t$	-0.166891	4.127375	75.62					
	$z_t$	-0.164243	4.017014	62.48	3.69 [0.065]	5.16 [0.88]	14.01 [0.83]	1.86 [0.17]	11.59 [0.31]
<b>t-Student</b>	$\varepsilon_t$	-0.169007	4.128015	75.86					
	$z_t$	-0.165201	4.058305	67.24	3.3 [0.069]	4.60 [0.91]	13.42 [0.85]	2.58 [0.10]	11.16 [0.34]
<b>GED</b>	$\varepsilon_t$	-0.167947	4.127685	75.74					
	$z_t$	-0.165117	4.033792	64.43	3.48 [0.062]	4.88 [0.89]	13.74 [0.84]	1.86 [0.17]	11.59 [0.31]
<b>NAGARCH(1,1)-M</b>									
<b>Normal</b>	$\varepsilon_t$	-0.166929	4.128454	75.76					
	$z_t$	-0.160442	4.003917	60.77	3.45 [0.063]	4.96 [0.89]	14.03 [0.829]	2.09 [0.14]	12.25 [0.27]
<b>t-Student</b>	$\varepsilon_t$	-0.169229	4.129196	76.02					
	$z_t$	-0.16079	4.049823	65.95	3.07 [0.08]	4.41 [0.92]	13.48 [0.85]	3.07 [0.08]	10.56 [0.39]
<b>GED</b>	$\varepsilon_t$	-0.168275	4.128991	75.92					
	$z_t$	-0.160628	4.024886	63.11	3.23 [0.07]	4.66 [0.91]	13.75 [0.84]	2.85 [0.09]	11.68 [0.3]
<b>QGARCH(1,1)-M</b>									
<b>Normal</b>	$\varepsilon_t$	-0.166898	4.128828	75.80					
	$z_t$	-0.159553	4.002438	60.54	3.53 [0.06]	5.08 [0.88]	14.10 [0.82]	2.09 [0.14]	13.22 [0.21]
<b>GED</b>	$\varepsilon_t$	-0.168257	4.129505	75.99					
	$z_t$	-0.159565	4.023748	62.90	3.30 [0.069]	4.78 [0.90]	13.83 [0.84]	2.87 [0.09]	12.46 [0.255]

**Nota:** Para cada modelo se presentan estadísticos de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y sin estandarizar ( $\varepsilon_t$ ). LBQ(j), LBQ<sub>2</sub>(j), para j=1,10,20 son los estadísticos del contraste de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado, respectivamente. Entre corchetes aparecen los p-valores.

**Figura 4.1.** Evolución de la prima de riesgo para el exceso de rendimiento de la peseta respecto al dólar, suponiendo que  $\delta$  es constante.

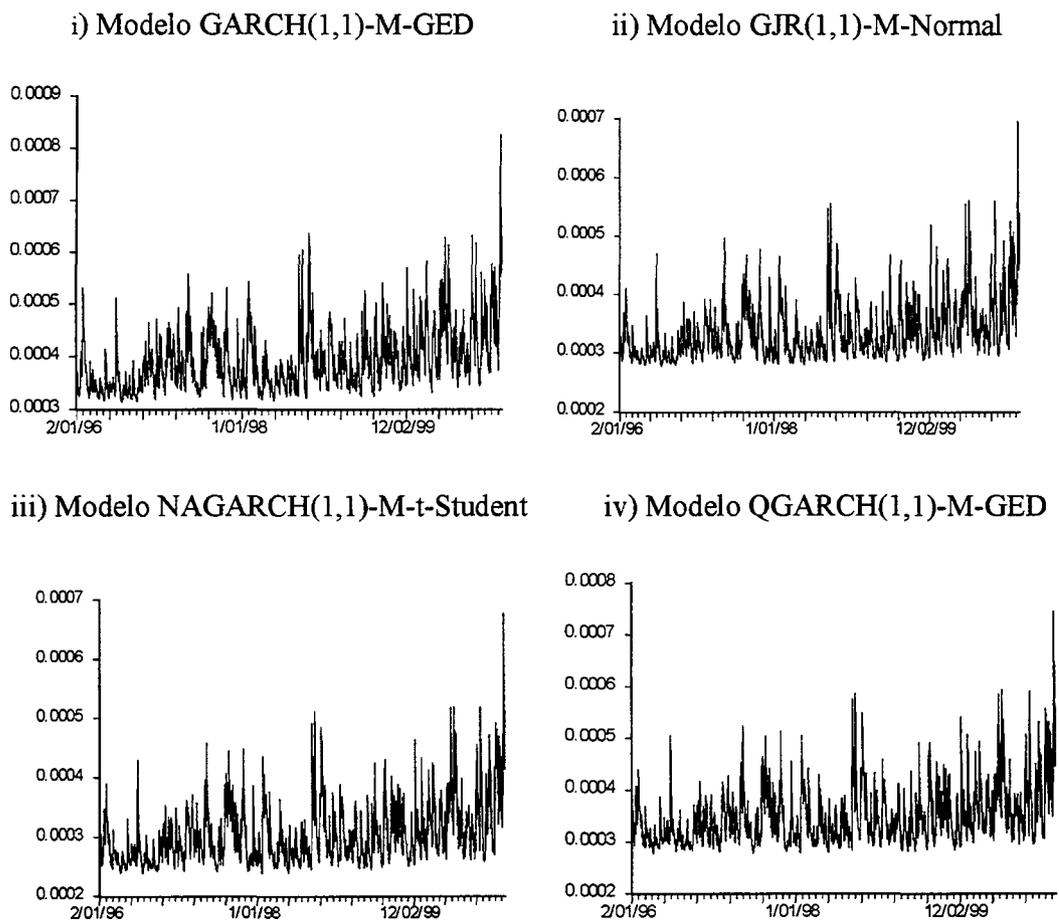


Tabla 4.4. Estimaciones por subperiodos para la peseta/dólar de los modelos elegidos.

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$t_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC
<b>Antes del euro: 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>														
<b>GARCH-M-GED</b>	0.0559 (1.77)	2.57E-05 (5.34)	0.1129 (1.69)	0.0026 (0.02)		1.2701 (13.46)	-0.0282	3.5105	-1.983	-1.885	1.0175	2.68	-7.6726	-7.6174
<b>GJR-M-Normal</b>	0.039 (1.08)	2.54E-05 (9.67)	0.0538 (1.07)	-0.0015 (-0.02)	0.144 (1.98)		0.0128	1.9239	-0.108	-0.155	0.6057	-4.7682	-9.459	-9.4037
<b>NAGARCH-M-t-Student</b>	0.042 (1.29)	1.24E-05 (3.96)	0.1738 (2.72)	0.4078 (3.16)	-0.356 (-1.49)	5.6646 (3.78)	-0.4121	1.5123	0.8066	-0.803	0.5698	782.7	-8.8074	-8.7411
<b>QGARCH-M-GED</b>	0.051 (1.62)	1.27E-05 (3.19)	0.1555 (2.35)	0.3797 (2.49)	0.003 (1.63)	1.2702 (12.91)	-0.1081	0.9732	1.0698	-0.104	0.4593	584.2	-7.6785	-7.6122
<b>Después del euro: 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>														
<b>GARCH-M-GED</b>	0.075 (1.79)	4.98E-05 (10.93)	0.0245 (0.67)	-0.016 (-166)		1.50924 (9.73)	0.0277	1.4838	0.1856	0.4011	1.9089	0.262	-7.0813	-7.0411
<b>GJR-M-Normal</b>	0.068 (1.55)	5.04E-05 (14.28)	0.0504 (1.33)	-0.016 (-315)	-0.0656 (-1.16)		-0.02	2.2241	-0.9618	-0.6962	1.5982	-0.48199	-8.9029	-8.8626
<b>NAGARCH-M-t-Student</b>	0.082 (1.97)	2.60E-05 (1.93)	0.0335 (0.84)	0.3925 (1.4)	-1.3075 (-0.86)	8.05573 (2.08)	-0.21349	0.289	1.5628	1.8679	2.6697	306.2	-8.2022	-8.1538
<b>QGARCH-M-GED</b>	0.076 (1.83)	4.66E-05 (11.18)	0.0448 (1.05)	-0.015 (-169)	0.0015 (0.27)	1.53861 (10.01)	0.58662	1.2846	0.7919	0.2268	1.441	0.34	-7.0767	-7.0284

Nota: Entre paréntesis figuran los valores correspondientes al estadístico t-Student de los parámetros. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica, F, es 2.6117 para un nivel del 5% y 3.796 para un nivel de 1%. El valor crítico para el contraste  $P_1$  es 5.99 al 5%.

### 3.1.2. Caso de la libra con respecto al dólar.

En este epígrafe se desarrolla la estimación conjunta del modelo (4.1) con las diferentes expresiones de la varianza condicional para el caso de la libra/dólar. También, la especificación del modelo (4.1) está justificada empíricamente en la medida que los resultados de los contrastes de autocorrelación de Ljung-Box para las series de excesos de rendimiento del Capítulo 3, epígrafe 3.2.2, muestran la inexistencia de estructuras de autocorrelación en las mismas así como la presencia de estructuras autocorrelacionadas en sus cuadrados. Por lo tanto, también, puede considerarse que existe una nula estructura regular en la media y la presencia de volatilidad condicional.

De la misma manera que en el epígrafe anterior (3.1.1), realizamos la estimación del modelo (4.1) junto a diversos modelos de volatilidad condicional. La tabla 4.5 muestra los resultados de la estimación de los mismos para toda la muestra, y la tabla 4.6 muestra diversos estadísticos y contrastes de los residuos estandarizados y no estandarizados de los modelos estimados.

También, en esta ocasión, cabe destacar, que los valores de los órdenes de los polinomios de retardos de los modelos de tipo ARCH-M son iguales a  $p=1$  y  $q=1$ , considerando a los criterios AIC y SBIC.

Atendiendo a los resultados de dichas tablas, y siguiendo la estructura del epígrafe anterior, procedemos a comentar cada modelo por separado.

a) Modelo GARCH(1,1)-M. En la versión Normal, y atendiendo a los resultados de la tabla 4.5, este modelo presenta coeficientes significativos al 5%, la varianza es estacionaria, pero consideramos que no se encuentra correctamente especificado, dado que se rechazan las hipótesis nulas de los contrastes individuales de sesgo de signo  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  y el conjunto, F, si bien en los resultados de la tabla 4.6 los residuos estandarizados no presentan estructura utilizando el criterio de Ljung-Box. En cuanto a la versión t-Student, los coeficientes son significativos y se cumple el criterio de varianza condicional estacionaria, pero los contrastes individuales de sesgo de signo  $t_1$ ,  $t_2$  y  $t_3$  rechazan las hipótesis nulas, aunque el contraste conjunto no rechaza la hipótesis nula al 1%. En cuanto a la versión GED, todos los parámetros resultan significativos, la varianza condicional estacionaria, pero también consideramos que el modelo está incorrectamente especificado atendiendo a los mismos criterios antes mencionados.

b) Modelo NAGARCH(1,1)-M. En este modelo (véase la tabla 4.5), el coeficiente  $\delta$  no es significativo, por lo que lo descartamos. En la versión t-Student y GED, todos los coeficientes son significativos y cumplen las restricciones. Además, las hipótesis nulas de los contrastes de sesgo de signo no se rechazan en ningún caso y los residuos estandarizados no presentan estructura. Cabe mencionar que  $P_1$  rechaza la hipótesis de insesgadez de las estimaciones y también el contraste JB rechaza la normalidad de los residuos.

Finalmente, evaluamos la hipótesis nula de normalidad,  $H_0: \nu = 2$ , frente a la hipótesis alternativa  $H_1: \nu > 2$  para la versión t-Student (véase la tabla 4.5). En este caso, el estadístico es igual a 3.86 y el valor crítico es igual a 1.6406, con lo cual se rechaza la hipótesis de normalidad. Por otro lado, en el caso de la versión GED, el estadístico es -11.87, también rechazándose el supuesto de normalidad de los errores. Sin embargo, la distinción entre GED y t-Student es difícil llevarla a cabo por cuanto no podemos realizar un contraste específico entre las dos alternativas de modelización. En tal caso, consideramos que ambas especificaciones pueden ser adecuadas.

c) Modelo QGARCH(1,1)-M. En la tabla 4.2 no aparece la distribución Normal puesto que el algoritmo utilizado no alcanza la convergencia después de 300 iteraciones. En cuanto a las versiones t-Student y GED, debemos comentar que todos los coeficientes son significativos al nivel del 5%, la varianza condicional es estacionaria y el modelo también puede considerarse correctamente especificado atendiendo a los resultados de la mayoría de contrastes al 5% (véase también la tabla 4.6), salvo  $P_1$  y JB. Por último, al igual que en el caso del modelo NAGARCH, se rechaza la hipótesis de normalidad de la función condicionada del error, pues los valores de los estadísticos son iguales a 3.83 y -11.85, para la t-Student y GED, respectivamente.

En resumen, podemos decir que los modelos que están correctamente especificados son el NAGARCH(1,1)-M y QGARCH(1,1)-M, ambos bajo distribuciones del error t-Student y GED. No obstante, dado que estos modelos no están anidados (incluso considerando la misma distribución del error), no podemos distinguir qué estructura de la varianza condicional es la mejor. Por tanto, también, en este caso, tenemos dificultades para seleccionar un único modelo.

Por otro lado, la interpretación del coeficiente de remuneración del riesgo  $\delta$  (que es siempre positivo y significativo estadísticamente al 5% de nivel de significación), posee un

rango de variación entre [0.062, 0.074]. Estos resultados permiten concluir que existe una prima de riesgo significativa en el periodo completo de estudio.

La evolución temporal de la prima de riesgo estimada aparece en la figura 4.2. Como puede observarse, las estimaciones de la prima de riesgo también son muy similares en todos los casos, obteniéndose unas correlaciones superiores al 99% entre los dos modelos NAGARCH(1,1)-M y los dos modelos QGARCH(1,1)-M. Si comparamos la evolución de esta serie con el caso de la peseta, se observa que su comportamiento es muy diferente al experimentado por el exceso de rendimiento de la peseta respecto al dólar. En el caso de la libra, no se aprecia un incremento de la volatilidad a lo largo del tiempo. Durante la fecha correspondiente al 8 de octubre de 1998 y los días siguientes, se aprecia un incremento significativo de la volatilidad. En el caso de la peseta, se aprecia también un aumento de la misma, que sufre un cierto retardo. Puede observarse que las primas de riesgo estimadas a partir del exceso de rentabilidad de la peseta respecto al dólar experimentan también un incremento durante los días 12 de octubre de 1998 y siguientes, aunque tiene mayor magnitud en el caso de la libra.

Al igual que en el caso de la peseta/dólar, analizamos todos los modelos en los mismos dos subperiodos muestrales. Los resultados completos aparecen en el Anexo 2. En esta ocasión, la mayoría de los resultados son satisfactorios, desde el punto de vista de la significación de los coeficientes y del cumplimiento de las restricciones de los parámetros en los modelos de varianza condicional, en el primer periodo muestral aunque no en el segundo, donde el precio del riesgo (fundamentalmente) no es significativo.

A continuación, en la tabla 4.7 se muestran los resultados por subperiodos, correspondientes a los modelos seleccionados. En este sentido, podemos decir lo siguiente. En el primer subperiodo, las cuatro especificaciones seleccionadas poseen coeficientes significativos y no se rechazan las hipótesis de los contrastes de sesgo de signo. En este subperiodo el rango de variación de  $\delta$  oscila entre [0.054, 0.1056]. Por otro lado, en el segundo subperiodo, los modelos que tienen parámetros significativos en la varianza condicional y que cumplen las restricciones de signo son el modelo NAGARCH y QGARCH, ambos bajo la t-Student. En este caso, el coeficiente  $\delta$  no es significativo, y además, es igual en ambas estimaciones siendo su valor 0.04. Si atendemos a este resultado, aún no siendo significativo y considerando cautelosamente sus implicaciones, podemos decir que para el caso de la libra/dólar el coeficiente de remuneración del riesgo ha disminuido tras la entrada del euro.

**Tabla 4.5.** Estimaciones máximo verosímiles para el exceso de rendimiento de la libra respecto al dólar, de los modelos GARCH, NAGARCH y QGARCH en media, considerando diferentes funciones de densidad del error: Normal, t-Student y GED. Periodo completo.

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$t_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC
<b>GARCH(1,1)-M</b>														
<b>Normal</b>	0.0846 (3.078)	9E-06 (6.768)	0.1836 (9.809)	0.6665 (19.484)			-0.0853	7.4976	-4.9137	-6.8004	4.9058	158.5	-8.7935	-8.7777
<b>t-Stud.</b>	0.09234 (3.888)	7E-06 (4.003)	0.1573 (4.678)	0.7384 (16.895)		4.3986 (7.1) (3.872)	-0.6391	7.1751	-5.4929	-6.2354	3.6527	262	-8.1888	-8.1691
<b>GED</b>	0.0813 (3.479)	8E-06 (3.955)	0.1615 (4.959)	0.7092 (13.908)		1.2061 (20.215) (-13.31)	0.0236	7.7876	-5.5095	-6.7853	3.7857	210.9	-7.0391	-7.0194
<b>NAGARCH(1,1)-M</b>														
<b>Normal</b>	0.0400 (1.382)	1E-05 (8.331)	0.2020 (8.503)	0.4686 (10.694)	-0.749 (-8.0)		-0.0453	2.4902	0.6175	-1.7182	0.7877	140.1	-8.827	-8.8072
<b>t-Stud.</b>	0.0731 (2.973)	1E-05 (5.051)	0.1779 (4.315)	0.5463 (8.47)	-0.731 (-4.1)	4.8324 (6.599) (3.868)	-0.4385	2.8865	-0.3953	-2.0340	0.5677	172.3	-8.2057	-8.182
<b>GED</b>	0.0623 (2.565)	1E-05 (5.184)	0.1839 (4.717)	0.5188 (7.976)	-0.736 (-4.4)	1.2515 (19.845) (-11.87)	0.0360	2.9087	0.0154	-2.0539	0.6178	151.1	-7.0576	-7.0339
<b>QGARCH(1,1)-M</b>														
<b>t-Stud.</b>	0.0745 (3.041)	7E-06 (3.114)	0.1834 (4.447)	0.6394 (11.615)	0.0048 (4.5)	4.7694 (6.607) (3.836)	-0.4640	3.2010	-0.943	-2.665	0.6494	137.5	-8.2046	-8.1795
<b>GED</b>	0.0640 (2.649)	7E-06 (3.203)	0.1880 (4.919)	0.6212 (11.23)	0.0048 (4.46)	1.2469 (19.795) (-11.95)	0.03959	3.2755	-0.5814	-2.7946	0.6906	121.54	-7.0566	-7.033

**Nota:** Entre paréntesis figuran los valores correspondientes al estadístico t-Student de los parámetros. El asterisco se corresponde con el valor del estadístico bajo la hipótesis nula de que  $\nu=2$ . Los valores críticos correspondientes a los contrastes de una y dos colas al 5% son, respectivamente,  $\pm 1.6406$  y  $\pm 1.9618$ . El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica, F, es 2.6117 para un nivel del 5% y 3.796 para un nivel de 1%. El valor crítico para el contraste  $P_1$  es 5.99 al 5%.

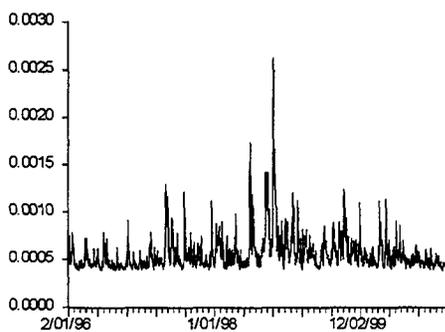
**Tabla 4.6.** Análisis de los residuos estandarizados y no estandarizados de los modelos especificados para los excesos de rendimiento de la libra respecto al dólar. Estimación completa asumiendo coeficiente de remuneración del riesgo constante.

Residuos		AS	K	JB	LBQ(1)	LBQ(10)	LBQ(20)	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)
<b>GARCH(1,1)-M</b>										
<b>Normal</b>	$\varepsilon_t$	-0.90	8.80	2022.9						
	$z_t$	-0.64	5.43	413.9	0.63 [0.42]	9.18 [0.51]	19.75 [0.47]	0.11 [0.73]	3.56 [0.96]	15.37 [0.75]
<b>t-Student</b>	$\varepsilon_t$	-0.91	8.79	2019						
	$z_t$	-0.67	5.58	464.4	0.56 [0.45]	9.09 [0.52]	20.04 [0.45]	0.02 [0.88]	2.76 [0.98]	13.17 [0.87]
<b>GED</b>	$\varepsilon_t$	-0.90	8.78	2010.1						
	$z_t$	-0.66	5.52	443.7	0.59 [0.44]	9.13 [0.51]	19.93 [0.46]	0.003 [0.95]	2.99 [0.98]	14.04 [0.82]
<b>NAGARCH(1,1)-M</b>										
<b>Normal</b>	$\varepsilon_t$	-0.88	8.76	1992.51						
	$z_t$	-0.51	5.11	304.024	1.13 [0.28]	10.11 [0.43]	19.44 [0.49]	0.79 [0.37]	5.55 [0.85]	22.1 [0.33]
<b>t-Student</b>	$\varepsilon_t$	-0.91	8.82	2040.06						
	$z_t$	-0.54	5.20	329.577	1.21 [0.27]	9.94 [0.44]	19.43 [0.49]	0.24 [0.62]	3.58 [0.96]	17.71 [0.6]
<b>GED</b>	$\varepsilon_t$	-0.90	8.80	2025.21						
	$z_t$	-0.53	5.16	318.687	1.17 [0.27]	9.97 [0.44]	19.37 [0.49]	0.48 [0.48]	4.24 [0.93]	19.17 [0.51]
<b>QGARCH(1,1)-M</b>										
<b>t-Student</b>	$\varepsilon_t$	-0.91	8.82	2035.48						
	$z_t$	-0.54	5.18	324.317	1.18 [0.27]	10.04 [0.43]	19.92 [0.46]	0.14 [0.7]	3.3 [0.97]	18.26 [0.57]
<b>GED</b>	$\varepsilon_t$	-0.90	8.80	2021.61						
	$z_t$	-0.53	5.15	315.599	1.17 [0.28]	10.02 [0.43]	19.8 [0.47]	0.34 [0.55]	3.77 [0.95]	19.32 [0.5]

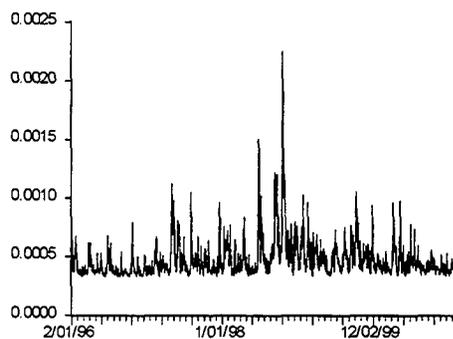
Nota: Para cada modelo se presentan estadísticos de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y sin estandarizar ( $\varepsilon_t$ ). LBQ(j), LBQ<sub>2</sub>(j), para  $j=1,10,20$  son los estadísticos del contraste de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado, respectivamente. Entre corchetes aparecen los  $p$ -valores

**Figura 4.2.** Evolución de la prima de riesgo para el exceso de rendimiento de la libra respecto al dólar, suponiendo que  $\delta$  es constante.

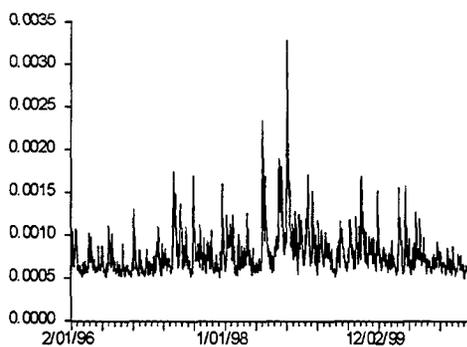
i) Modelo NAGARCH(1,1)-M-t-Student



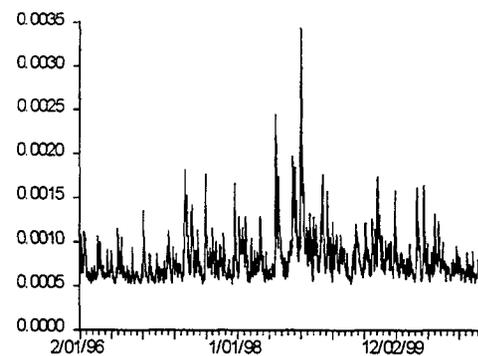
ii) Modelo NAGARCH(1,1)-M-GED



iii) Modelo QGARCH(1,1)-M-t-Student



iv) Modelo QGARCH(1,1)-M-GED



**Tabla 4.7.** Estimaciones máximo verosímiles para el exceso de rendimiento de la libra respecto al dólar por superyodos. Modelos NAGARCH y QGARCH considerando las funciones de densidad del error t-Student y GED.

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$T_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC	
<b>Antes del euro: Periodo 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>															
<b>NAGARCH-M-t-Student</b>	0.099 (3.156)	1.27E-05 (4.423)	0.2574 (3.903)	0.4735 (5.75)	-0.635 (-3.71)	4.4772 (5.1311)	-0.5147	3.1421	-0.5068	-2.2651	0.6614		152	-8.1959	-8.1602
<b>NAGARCH-M-GED</b>	0.1011 (3.324)	1.35E-05 (4.678)	0.2678 (4.309)	0.4175 (4.77)	-0.659 (-3.97)	1.2086 (15.033)	-0.0107	2.7751	0.0707	-2.0414	0.5687		133.4	-7.0537	-7.018
<b>QGARCH-M-t-Student</b>	0.1019 (3.277)	8.17E-06 (2.9)	0.2639 (3.933)	0.5816 (8.283)	0.0039 (3.53)	4.3596 (5.13)	-0.5755	3.3762	-1.309	-3.141	0.7686		90.108	-8.1913	-8.135
<b>QGARCH-M-GED</b>	0.1056 (3.476)	8.28E-06 (2.948)	0.2728 (4.408)	0.5435 (7.545)	0.0040 (3.84)	1.1998 (14.916)	-0.01076	3.4550	-0.7783	3.1032	0.758		71.4	-8.1933	-8.1576
<b>Después del euro: Periodo 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>															
<b>NAGARCH-M-t-Student</b>	0.0316 (0.711)	1.381E-05 (3.539)	0.0551 (1.786)	0.5685 (5.891)	-1.3863 (-1.929)		-0.0553	1.0574	0.8279	-0.1391	0.9316		670	-8.855	-8.8013
<b>NAGARCH-M-GED</b>	0.0401 (1.003)	1.172E-05 (2.894)	0.0697 (1.571)	0.6210 (5.606)	-1.1014 (-1.497)	5.5736 (4.0816)	-0.2743	1.0447	1.1286	-0.5086	0.8818		627	-8.2167	-8.2085
<b>QGARCH-M-t-Student</b>	0.0109 (0.281)	5.006E-05 (4.187)	0.0865 (4.187)	-0.024 (-0.12)	-0.3023 (-0.529)	1.2737 (12.466)	0.1300	1.9772	-0.7732	-0.6067	0.6223		1.94	-7.0414	-6.0978
<b>QGARCH-M-GED</b>	0.0095 (0.244)	4.8E-05 (4.039)	0.0889 (1.438)	-0.0162 (-0.092)	0.0040 (0.835)	1.2799 (11.927)	0.1492	1.3740	-0.0535	-0.0040	0.5145		1.45	-7.0425	-6.9799

**Nota:** Entre paréntesis figuran los valores correspondientes al estadístico t-Student de los parámetros. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica, F, es 2.6117 para un nivel del 5% y 3.796 para un nivel de 1%. El valor crítico para el contrastes  $P_1$  es 5.99 al 5%.

### 3.1.3. Caso del yen con respecto al dólar.

En este epígrafe se desarrolla la estimación conjunta del modelo (4.1) con las diferentes expresiones de la varianza condicional para el caso del yen/dólar. En este caso, dicha especificación está justificada atendiendo a los resultados del Capítulo 3, epígrafe 3.2.2, que muestran la inexistencia de estructuras autocorrelacionadas en los excesos de rendimiento así como la presencia de estructuras en sus cuadrados. Asimismo, puede considerarse que existe una nula estructura regular en la media y la presencia de volatilidad condicional.

Cabe destacar que los valores de los órdenes de los polinomios de retardos de los modelos de tipo ARCH-M son iguales a  $p=1$  y  $q=1$ , considerando a los criterios AIC y SBIC. Sin embargo, dado que el comportamiento de esta moneda es completamente diferente al de la peseta y la libra, los modelos estimados para el yen resultaron ser inapropiados para modelizar el comportamiento de su exceso de rendimiento. En la mayoría de los casos estos modelos no alcanzaban la convergencia, a pesar de haber introducido *dummies* que recogieran comportamientos anómalos. Por ello, presentaremos de forma resumida los resultados más coherentes obtenidos para estos datos. Hay que decir que en ningún caso el coeficiente de remuneración del riesgo resultó significativo. Además, la volatilidad condicional era prácticamente nula, con lo que la prima de riesgo puede considerarse no relevante.

La tabla 4.8 muestra los resultados de la estimación de los modelos para toda la muestra, y la tabla 4.9 muestra diversos estadísticos y contrastes de los residuos estandarizados y no estandarizados del modelo EGARCH(1,1)-M estimado. Atendiendo a los resultados de dichas tablas, podemos decir que tanto en la versión Normal como GED, este modelo se caracteriza porque los coeficientes  $\omega$ ,  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  son significativos [indicando que la varianza cumple la condición de estacionariedad ( $\beta_1 < 1$ )], y el coeficiente de asimetría ( $\gamma$ ) no lo es al 1%. Además, el coeficiente de remuneración del riesgo no es significativo al 1%, y los contrastes de incorrecta especificación de la tabla 4.9, basados en los residuos estandarizados, rechazan la hipótesis nula.

**Tabla 4.8.** Estimaciones máximo verosímiles para el exceso de rendimiento del yen/dólar del modelo EGARCH(1,1)-M, considerando diferentes funciones de densidad del error: Normal y GED. Periodo completo y subperiodos.

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$t_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC
<b>EGARCH(1,1)-M</b>														
<b>Periodo completo</b>														
<b>Normal</b>	0.0040 (0.16)	-2.3400 (-3.57)	0.1400 (4.2)	0.7700 (12.6)	0.1100 (0.71)		-0.0165	0.3122	-0.1883	-2.4005	0.6502	566	-9.6568	-9.637
<b>GED</b>	0.0048 (0.195)	-1.9800 (-2.98)	0.1700 (3.26)	0.8100 (13.03)	0.0420 (0.022)	1.2900 (18)	0.0052	0.4880	0.1080	-3.0863	0.7878	780	-7.871	-7.847
<b>Antes del euro: Periodo 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>														
<b>Normal</b>	-0.028 (-0.7372)	-7.962 (-3.672)	0.1704 (3.267)	0.2601 (1.2937)	0.317 (2)		0.0088	-1.142	0.8525	0.3809	0.1423	1.07	-9.735	-9.706
<b>GED</b>	-0.007 (-0.229)	-5.876 (-2.345)	0.2181 (2.361)	0.4536 (1.953)	0.2081 (0.6703)	1.1798 (14.9)	0.0222	-1.127	1.2049	-0.283	0.1928	14.65	-7.977	-7.9415
<b>Después del euro: Periodo 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>														
<b>Normal</b>	0.041 (0.976)	-15.4381 (-7.724)	0.00156 (0.646)	-0.46148 (-2.43)	58.84 (0.649)		0.03288	-0.0557	0.18552	0.08792	0.23431	0.76	-9.5465	-9.50628

**Nota:** Entre paréntesis figuran los valores correspondientes al estadístico t-Student de los parámetros. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica, F, es 2.6117 para un nivel del 5% y 3.796 para un nivel de 1%. El valor crítico para el contraste  $P_1$  es 5.99 al 5%.

**Tabla 4.9.** Análisis de los residuos estandarizados y no estandarizados de los modelos especificados para los excesos de rendimiento de la libra respecto al dólar. Estimación completa asumiendo coeficiente de remuneración del riesgo constante.

Residuos	AS	K	JB	LBQ(1)	LBQ(10)	LBQ(20)	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)
<b>EGARCH(1,1)-M</b>									
<b>Normal</b>	$\varepsilon_t$	0.022	4.30	93.5959					
	$z_t$	0.013	4.52	127.326	0.005 [0.94]	7.16 [0.71]	16.48 [0.68]	1.63 [0.2]	43.02 [0]
<b>GED</b>	$\varepsilon_t$	0.022	4.30	93.5945					
	$z_t$	0.016	4.51	125.964	0 [0.997]	7.13 [0.71]	16.52 [0.68]	1.63 [0.2]	43.02 [0]

Nota: Para cada modelo se presentan estadísticos de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y sin estandarizar ( $\varepsilon_t$ ). LBQ(j), LBQ<sub>2</sub>(j), para j=1,10,20 son los estadísticos del contraste de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado, respectivamente. Entre corchetes aparecen los p-valores.

### 3.2. Modelo de Malliaropulos (VAR-GARCH-M).

En esta subsección se analiza el modelo de Malliaropulos (1995) para estimar la prima de riesgo. En éste se considera que la prima está relacionada con la varianza condicional de las rentabilidades cambiarias<sup>60</sup>. Por lo tanto, este escenario es diferente al analizado en el epígrafe 3.1, donde la prima de riesgo se construye a partir de la desviación típica de la varianza condicional de los excesos de rendimiento.

Con este modelo pretendemos varias cosas. Primero, analizar la descomposición de la prima de riesgo entre el CRR y la volatilidad condicional. Y, segundo, relacionar la expectativa de depreciación de la peseta respecto al dólar con la de la libra/dólar, e incluso con la del yen/dólar, a través de un modelo de correlaciones condicionales que son variables temporalmente. Con ello, deseamos estudiar si las depreciaciones esperadas de la peseta respecto al dólar están relacionadas con depreciaciones más

<sup>60</sup> Este modelo también es aplicado por Ledesma, Navarro, Pérez-Rodríguez y Sosvilla (2001). Estos analizan también la presencia de no linealidades en los tipos de cambio de las monedas centrales del SME respecto al marco alemán, mediante la modelización GARCH en media multiecuacional. El tipo de cambio de referencia empleado por estos autores es el florín/marco. Además, trabajan con datos diarios y analizan el periodo que va desde el 1 de enero de 1978 hasta el 8 de mayo de 1997. Estos encuentran que las varianzas condicionadas no son estacionarias, formulando un modelo VAR(1)-IGARCH(1,1), con correlación condicionada constante. Obtienen un coeficiente para las varianzas y covarianzas condicionadas ( $\gamma$ ) no significativo para la muestra completa, y que únicamente resulta significativo en la segunda submuestra estimada (a partir del 2 de agosto de 1993). En cuanto a la estimación de la elasticidad condicional, los resultados muestran que ésta es menor que uno, sugiriendo que apreciaciones esperadas del florín respecto al marco están asociadas con apreciaciones más pequeñas del resto de

pequeñas o más grandes de la libra respecto al dólar, y/o del yen/dólar, y además, éstas varían en el tiempo.

En orden a estudiar el impacto de la entrada en vigor del euro sobre el riesgo cambiario, analizaremos el periodo muestral anterior y posterior a la entrada del mismo, e intentaremos detectar si existen diferencias significativas en los coeficientes estimados y en la elasticidad condicional.

Los modelos estudiados son tres. El primero, considera las variaciones del tipo de cambio de la peseta/dólar con las de la libra/dólar. El segundo, considera las variaciones del tipo de cambio peseta/dólar con las del yen/dólar. Y, por último, el tercer modelo relaciona las variaciones de los tres tipos de cambio considerados. A su vez, cada modelo se ha estimado considerando una especificación de la matriz de varianzas y covarianzas condicionales como la propuesta por BEKK, en dos versiones, una no diagonal y otra que supone que las matrices de coeficientes son diagonales. La función de densidad condicional propuesta es la Normal<sup>61</sup>. El algoritmo de optimización numérico empleado ha sido el BHHH, aunque también se ha intentado realizar una aproximación de las segundas derivadas a través del algoritmo propuesto por Broyden, Fletcher, Goldfarb y Shanno, que proporciona una estimación consistente y robusta asintóticamente de la matriz de varianzas y covarianzas de los parámetros del proceso.

El modelo estimado para el caso de la peseta/dólar frente a la libra/dólar o el yen/dólar es:

$$\begin{aligned}\Delta s_{1t} &= \gamma_1 h_{11,t} + \beta_1 \Delta s_{1,t-1} + \delta_{11} D_{11,t} + \delta_{12} D_{12,t} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta s_{it} &= \gamma_i h_{i,t} + \beta_i \Delta s_{i,t-1} + \delta_{i1} D_{i1,t} + \delta_{i2} D_{i2,t} + \varepsilon_{it}; \quad i = 2,3\end{aligned}\quad (4.2)$$

donde  $\Delta s_{1t}$  es la variación logarítmica de la peseta/dólar;  $\Delta s_{it}$  es la variación logarítmica de la libra/dólar o del yen/dólar según  $i=2$  o  $i=3$ , respectivamente;  $\gamma_i$  es el precio del riesgo por unidad de varianza (para el caso de la peseta/dólar);  $D_{11,t}$  y  $D_{i,t}$  son variables ficticias que toman valor 1 para aquellas observaciones que se encuentren por debajo de

---

monedas consideradas respecto al marco. Además, se observa que la elasticidad condicional incrementa su valor después de la ampliación de las bandas, indicando una mejora en el grado de credibilidad.

<sup>61</sup> Alternativamente, los modelos se han estimado empleando una función de densidad t-Student. No obstante, los resultados obtenidos con la función de densidad normal resultan mucho más satisfactorios.

tres desviaciones típicas de la endógena, mientras que  $D_{12,t}$  y  $D_{i2,t}$  recogen aquellas observaciones cuyo valor excede más de tres desviaciones típicas<sup>62</sup>. Se asume que

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{it} \end{bmatrix} / \psi_{t-1} \sim N(0, \Omega_t),$$

donde la matriz de varianzas y covarianzas condicionada adopta

la forma propuesta por BEKK, siendo ésta igual a:

$$\Omega_t = C'C + A' \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} A + G' \Omega_{t-1} G \tag{4.3}$$

y, desarrollando cada uno de los componentes de las matrices tenemos que:

$$\Omega_t = \begin{pmatrix} h_{1t}^2 & h_{1i,t} \\ h_{1i,t} & h_{it}^2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{1i} \\ 0 & c_{ii} \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{1i} \\ a_{i1} & a_{ii} \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{1i} \\ g_{i1} & g_{ii} \end{pmatrix}$$

donde  $h_{1t}^2$  y  $h_{it}^2$  son las varianzas condicionadas de las variaciones logarítmicas de peseta/dólar y de la  $i$ -ésima moneda respecto al dólar, respectivamente y  $h_{1i,t}$  es la covarianza condicionada entre la variación logarítmica de la peseta/dólar y de la  $i$ -ésima moneda frente al dólar.

Una versión restringida de la matriz de varianzas y covarianzas condicionadas definida en (4.3) es la que considera la diagonalidad de las matrices  $A$  y  $G$ , estando éstas definidas para el estudio conjunto de la peseta/dólar frente a la libra/dólar o el yen/dólar de la siguiente forma:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{ii} \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & g_{ii} \end{pmatrix}$$

<sup>62</sup> No obstante, somos conscientes de que la utilización de variables ficticias para representar observaciones atípicas en modelos de varianza condicional es algo arriesgado. Dado que la varianza condicional evoluciona en el tiempo, los criterios habituales para definir un valor atípico no están claros. Es posible que muchas de esas observaciones no sean realmente atípicas sino provocadas por momentos de alta volatilidad. Además, se están modelizando todas ellas con dos variables ficticias, lo que no parece muy adecuado, dado que si realmente fueran datos atípicos, no tienen porqué tener todos ellos la misma influencia. Aún así, hemos considerado y asumido este riesgo, por cuestiones relacionadas con la estimación del modelo VAR-GARCH. Este aspecto ha sido también extendido al caso del modelo ICAPM del Capítulo 5.

Por otro lado, el modelo conjunto para las tres monedas consideradas vendrá especificado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\Delta s_{1t} &= \gamma_1 h_{11,t} + \beta_1 \Delta s_{1,t-1} + \delta_{11} D_{11,t} + \delta_{12} D_{12,t} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta s_{2t} &= \gamma_1 h_{12,t} + \beta_2 \Delta s_{2,t-1} + \delta_{21} D_{21,t} + \delta_{22} D_{22,t} + \varepsilon_{2t} \\ \Delta s_{3t} &= \gamma_1 h_{13,t} + \beta_3 \Delta s_{3,t-1} + \delta_{31} D_{31,t} + \delta_{32} D_{32,t} + \varepsilon_{3t}\end{aligned}$$

donde, la matriz de varianzas y covarianzas condicionada adopta la forma propuesta por BEKK, siendo (4.2) especificada en esta ocasión como:

$$\Omega_t = \begin{pmatrix} h_{1t}^2 & h_{12,t} & h_{13,t} \\ h_{12,t} & h_{2t}^2 & h_{23,t} \\ h_{12,t} & h_{23,t} & h_{3t}^2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ 0 & c_{22} & c_{23} \\ 0 & 0 & c_{33} \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} g_{21} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}$$

A continuación expndremos cada uno de los modelos enunciados con anterioridad.

### 3.2.1. Caso de la peseta y libra con respecto dólar.

A continuación se desarrollará la estimación conjunta para el caso de la peseta/dólar y libra/dólar, a partir del modelo especificado en (4.2) y (4.3).

Los resultados de la estimación realizada para las versiones no diagonal y diagonal de la matriz de varianzas y covarianzas, conjuntamente con los resultados de los contrastes de mala especificación, se muestran en las tablas 4.10, 4.11 y 4.12 para el modelo no diagonal. El caso diagonal aparece en el Anexo 3.

En dichas tablas se incluye la distinción entre el periodo completo y los dos subperiodos analizados que distinguen el antes y después de la entrada del euro. El contenido de la tabla 4.10 comprende los resultados de las estimaciones de los coeficientes de los modelos multiecuacionales VAR-GARCH-M, así como los coeficientes de la especificación de la varianza condicional de tipo BEKK para  $K=1$ <sup>63</sup>.

<sup>63</sup> Esta impone fácilmente las restricciones de positividad de la varianza frente a otras alternativas como la especificación vectorial y diagonal, y además, permite la relevancia de los efectos cruzados de los errores así como las varianzas condicionales desfasadas de cada variable. No obstante, la elección de  $K=1$  como

Por otro lado, en la tabla 4.11, aparecen contrastes de especificación incorrecta, así como los valores propios, el logaritmo de verosimilitud y los criterios de información AIC y SBIC. Así, por ejemplo,  $AN_i$  es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2$ , correspondiendo a las ecuaciones primera y segunda del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_{ij}$  y  $F_j$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. Los valores críticos correspondientes a los contrastes bilaterales  $t_{ij}$  al 5% son aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%;  $P_{ij}$ ,  $i,j=1,2$ , es el contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert ( $P_{12}=P_{21}$ ) cuya hipótesis nula es  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$  en la regresión auxiliar  $\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt} = \alpha + \beta h_{ij,t} + \nu_t$ , y cuyo valor crítico es 5.99 para una  $\chi^2_2$ ;  $\lambda_i$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ ; AIC y SBIC son los criterios de información de Akaike y de información Bayesiana de Schwarz, respectivamente.

Finalmente, el contenido de la tabla 4.12 contiene los mismos resultados para los estadísticos de asimetría y curtosis de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y no estandarizados ( $\varepsilon_t$ ), el contraste de normalidad de los residuos de Jarque-Bera (JB) que se distribuye como una  $\chi^2_2$  bajo la hipótesis nula, y el contraste de no autocorrelación de Ljung-Box para los residuos al cuadrado estandarizados,  $LBQ_2(k)$ ,  $k=1,10,20$ , que se distribuye como una  $\chi^2_k$ .

Cabe destacar, que los modelos ajustados son de tipo VAR(1) restringido (en el sentido de que únicamente se permite que cada variable se relacione con su propio pasado y no con el pasado de las demás), donde la varianza condicional multiecuacional es de tipo GARCH(1,1)-M, atendiendo a los criterios de AIC y SBIC.

---

orden de generalidad del proceso no está exenta de críticas. Estas se deben a la imposición de restricciones innecesarias o poco deseables en la práctica, tanto dentro como entre las ecuaciones de las varianzas y covarianzas condicionales entre las rentabilidades cambiarias, además, de no poseer un sentido económico claro. No obstante, reespecificando nuestro modelo atendiendo a las proposiciones 2.2. y 2.3 de Engle y Kroner (1995), con las que se eliminan todas las restricciones innecesarias así como otras representaciones equivalentes, los resultados obtenidos no cambian excesivamente.

A continuación, comentamos las características más relevantes en términos de significación de los coeficientes, estacionariedad de la varianza y covarianza condicional y de los contrastes de mala especificación de los residuos de los modelos estimados.

Las estimaciones de los coeficientes se obtienen con el algoritmo BHHH. Cabe resaltar que también se realizaron estimaciones de los modelos utilizando el algoritmo BFGS, tanto del modelo con matriz diagonal como no diagonal. Sin embargo, en estos casos se obtuvo que las estimaciones de la varianza condicional no eran estacionarias.

A nivel general, el precio del riesgo ( $\gamma_1$ ) resulta significativo para el periodo completo tanto en el modelo con matriz diagonal como en el modelo no restringido (véase también el Anexo 3 para tener una idea de la estimación). El valor del coeficiente es de 9.4 para el modelo no restringido y 10.4 para el diagonal. El coeficiente de la rentabilidad cambiaria desfasada un periodo de la peseta/dólar es significativo y negativo, indicando cierta reversión a la media, mientras que el correspondiente a la libra/dólar no lo es, aunque su signo también es negativo. Los coeficientes de las variables ficticias toman valores similares y son significativos. Sin embargo, los elementos de las matrices  $G$  y  $A$  son más significativos en el modelo no restringido. Con el fin de optar por el mejor modelo, se ha realizado el contraste de la razón de verosimilitud para contrastar la validez de las restricciones impuestas en el modelo diagonal. El estadístico obtenido toma el valor 51.92, de modo que dado el valor crítico correspondiente al 5%,  $\chi_4^2 = 9.49$ , se rechaza la validez de las restricciones. Por tanto, los elementos que se encuentran fuera de la diagonal principal de las matrices  $G$  y  $A$  aportan información significativa al modelo. Si además comparamos los criterios de información de Akaike y de información Bayesiana de Schwarz de ambos modelos, se llega a la misma conclusión: el modelo no restringido es mejor que el diagonal<sup>64</sup>.

Por tanto, considerando que el modelo que mejores propiedades presenta para el caso que nos ocupa es el modelo no restringido estimado mediante el algoritmo BHHH, procederemos a analizar el mismo para el periodo completo.

---

<sup>64</sup> Alternativamente, se ha estimado el modelo no diagonal pero imponiendo simetría en las matrices  $A$  y  $G$ , tal como propone Malliaropulos (1995). Se ha realizado un contraste de razón de verosimilitud frente al modelo no restringido, rechazándose el mismo. Además, los criterios de información de Akaike e información Bayesiana de Schwarz también señalan el modelo no restringido como estadísticamente más adecuado en términos de la parsimoniedad.

**Tabla 4.10.** Estimaciones máximo verosímiles para el modelo propuesto por Malliaropulos en el caso del tipo de cambio libra/dólar frente a peseta/dólar. El modelo

propuesto es: 
$$\begin{aligned} \Delta s_{1t} &= \gamma_1 h_{11,t} + \beta_1 \Delta s_{1,t-1} + \delta_{11} D_{11,t} + \delta_{12} D_{12,t} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta s_{2t} &= \gamma_2 h_{22,t} + \beta_2 \Delta s_{2,t-1} + \delta_{21} D_{21,t} + \delta_{22} D_{22,t} + \varepsilon_{2t} \end{aligned}$$

donde la matriz de varianzas y covarianzas condicionada adopta la forma propuesta por BEKK, siendo:  $\Omega_t = C'C + A'\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}A + G'\Omega_{t-1}G$

donde: 
$$\Omega_t = \begin{pmatrix} h_{11,t}^2 & h_{12,t} \\ h_{12,t} & h_{22,t}^2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}$$

	Periodo Completo		1ª muestra		2ª muestra	
	Coef.	t-St.	Coef.	t-St.	Coef.	t-St.
$\gamma_1$	9.405	(1.85)	9.35	(1.36)	6.832	(0.98)
$\beta_1$	-0.066	(-2.64)	-0.07	(-1.97)	-0.060	(-1.46)
$\beta_2$	-0.022	(-0.87)	-0.005	(-0.15)	-0.057	(-1.25)
$\delta_{11}$	0.017	(3.78)	0.020	(0.23)	0.017	(1.87)
$\delta_{12}$	-0.014	(-4.45)	-0.018	(-1.86)	-0.014	(-2.50)
$\delta_{21}$	0.014	(6.73)	0.015	(7.50)	0.013	(1.67)
$\delta_{22}$	-0.015	(-1.67)	-0.016	(-2.91)	-0.015	(-2.38)
$c_{11}$	0.0006	(0.09)	0.001	(0.73)	0.005	(2.27)
$c_{12}$	-0.002	(-0.06)	-0.001	(-0.3)	0.002	(0.73)
$c_{22}$	0.0015	(0.02)	3.40E-05	(1.85)	2.9E-5	(8.01)
$g_{11}$	0.287	(0.188)	0.5830	(6.72)	0.795	(2.10)
$g_{12}$	-0.617	(-5.56)	-0.3622	(-4.53)	0.346	(0.70)
$g_{21}$	1.2209	(6.25)	0.665	(6.71)	-0.373	(-0.61)
$g_{22}$	0.8672	(5.61)	1.02	(12.6)	-0.999	(-6.14)
$a_{11}$	0.207	(4.21)	0.219	(4.01)	0.067	(0.93)
$a_{12}$	0.184	(5.1)	0.064	(1.53)	0.189	(3.10)
$a_{21}$	-0.293	(-4.32)	-0.2102	(-3.13)	-0.287	(-1.83)
$a_{22}$	0.049	(1.24)	0.2104	(4.99)	-0.101	(-1.06)

**Tabla 4.11.** Contrastes de especificación incorrecta, valores propios, logaritmo de verosimilitud y criterios de información.

	Periodo Completo	1ª muestra	2ª muestra
AN <sub>1</sub>	-0.895	-0.899	-0.203
t <sub>11</sub>	2.238	2.875	1.2007
t <sub>21</sub>	-0.407	-1.672	1.155
t <sub>31</sub>	-0.744	-0.867	-1.676
F <sub>1</sub>	0.223	0.276	0.741
P <sub>11</sub>	3	0.13	0.341
AN <sub>2</sub>	-0.806	-0.841	-0.897
t <sub>12</sub>	-0.695	0.022	-1.337
t <sub>22</sub>	-1.696	-1.624	0.194
t <sub>32</sub>	-1.01	-0.155	-1.570
F <sub>2</sub>	0.33	0.133	1.05
P <sub>22</sub>	2.21	2.08	0.98
P <sub>12</sub>	3.24	0.73	0.43
λ <sub>1</sub>	0.847	0.909	0.859
λ <sub>2</sub>	0.843	0.899	0.711
λ <sub>3</sub>	0.4107	0.482	0.617
λ <sub>4</sub>	0.4107	0.482	0.511
logL	12698.6	7686.95	5045.4
Aic	-19.3301	-19.638	-18.935
Sbic	-19.259	-19.531	-18.79

Nota: AN<sub>i</sub> es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2$ , correspondiendo a las ecuaciones primera y segunda del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_{ij}$  y  $F_j$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. El valor crítico correspondiente a los contrastes bilaterales  $t_{ij}$  al 5% es aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%;  $P_{ij}$ ,  $i,j=1,2$ , es el contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert ( $P_{12}=P_{21}$ ) cuya hipótesis nula es  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$  en la regresión auxiliar  $\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt} = \alpha + \beta h_{i,j,t} + \nu_t$ , y cuyo valor crítico al 5% es 5.99 para una  $\chi^2_2$ ;  $\lambda_i$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ ; AIC y SBIC son los criterios de información de Akaike y de información Bayesiana de Schwarz, respectivamente.

**Tabla 4.12.** Análisis de los residuos estandarizados y no estandarizados del modelo no diagonal estimados mediante BHHH para la libra/dólar y peseta/dólar.

Ecuación		AS	K	JB	LBQ(1)	LBQ(10)	LBQ(20)	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)
<b>Periodo completo</b>										
$\Delta S_{1t}$	$\varepsilon_t$	-0.124	3.472	15.55 [0.00042]						
	$z_t$	-0.127	3.481	16.23 [0.00029]	0.07 [0.78]	3.09 [0.97]	9.85 [0.97]	1.02 [0.312]	11.92 [0.29]	25.2 [0.194]
$\Delta S_{2t}$	$\varepsilon_t$	-0.057	3.534	16.333 [0.00028]						
	$z_t$	-0.086	3.4906	14.806 [0.0006]	0.018 [0.89]	5.96 [0.81]	17.37 [0.62]	0.1411 [0.70]	9.82 [0.456]	15.84 [0.72]
<b>Antes del euro: Periodo 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>										
$\Delta S_{1t}$	$\varepsilon_t$	-0.054	3.684	15.655 [0.00039]						
	$z_t$	-0.049	3.6769	15.23 [0.00049]	0.024 [0.87]	3.81 [0.95]	13.35 [0.86]	0.033 [0.85]	4.15 [0.94]	11.19 [0.94]
$\Delta S_{2t}$	$\varepsilon_t$	-0.146	3.6518	16.615 [0.00025]						
	$z_t$	-0.153	3.6059	15.03 [0.0005]	0.027 [0.88]	2.15 [0.99]	12.14 [0.91]	3.39 [0.065]	9.33 [0.5]	16.76 [0.66]
<b>Después del euro: Periodo 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>										
$\Delta S_{1t}$	$\varepsilon_t$	-0.187	3.063	3.1865 [0.203]						
	$z_t$	-0.187	3.089	3.3015 [0.1919]	0.37 [0.54]	4.84 [0.9]	16.04 [0.71]	3.32 [0.06]	11.06 [0.353]	21.53 [0.36]
$\Delta S_{2t}$	$\varepsilon_t$	-0.003	3.3018	2.0164 [0.3648]						
	$z_t$	-0.057	3.279	2.0246 [0.3633]	0.19 [0.65]	6.56 [0.76]	16.09 [0.71]	1.18 [0.27]	9.32 [0.5]	17.904 [0.59]

**Nota:** Para cada modelo se presentan estadísticos de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y sin estandarizar ( $\varepsilon_t$ ). LBQ(j), LBQ<sub>2</sub>(j), para  $j=1,10,20$  son los estadísticos del contraste de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado, respectivamente. Entre corchetes aparecen los  $p$ -valores.

Puede observarse que el precio del riesgo toma el valor 9.4 en el periodo completo y resulta significativamente distinto de cero para los niveles de confianza convencionales. El hecho de que el signo de  $\gamma$  sea positivo y que además  $h_{12,t}$  también sea positiva para todo el periodo indica que se espera que las monedas se deprecien frente al dólar. Ello se deduce de que la expectativa de depreciación de cada moneda (o prima de riesgo) se define como:

$$E[\Delta s_{1t}] = \gamma_1 h_{11,t} \text{ y } E[\Delta s_{2t}] = \gamma_1 h_{12,t}$$

En cuanto a las rentabilidades cambiarias retardadas un periodo incluidas en las ecuaciones del modelo, éstas resultan significativas para la peseta/dólar, no siéndolo para la libra/dólar. Las variables ficticias creadas para captar observaciones anómalas

resultan significativas, excepto  $\delta_{22}$ . Los elementos correspondientes a la matriz de constantes de las varianzas y covarianzas condicionales resultan no significativos. Por otro lado, los elementos de las matrices  $G$  y  $A$  resultan significativos, excepto  $g_{11}$  y  $a_{22}$  y presentan signos correctos, es decir,  $a_{ii}$  y  $g_{ii}$  son positivos, no admitiendo otras especificaciones equivalentes. Los valores de los elementos de la diagonal principal de  $G$  son  $g_{11} = 0.28$  y  $g_{22} = 0.86$ , indicando que para el caso de la libra/dólar existe una persistencia de *shocks* en la varianza condicional relativamente alta.

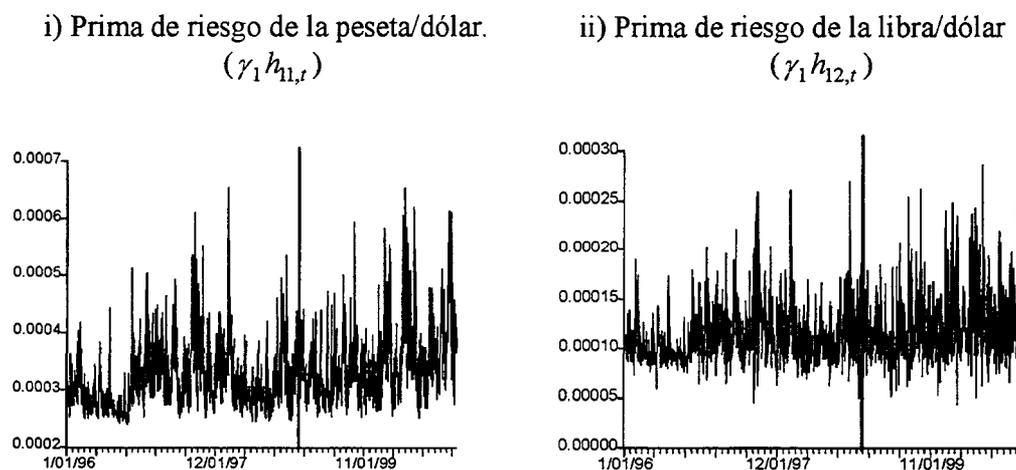
Los contrastes del modelo (que aparecen en la tabla 4.11 y 4.12) parecen bastante aceptables, no rechazándose la hipótesis de no existencia de excesos de dispersión ( $AN_1$  y  $AN_2$ ). Por otro lado, en ningún caso se rechazan las hipótesis nulas que caracterizan los contrastes de sesgo de signo ofrecidos por Engle y Ng (1993) ( $t_{ij}$ ), así como sus contrastes conjuntos ( $F_1$  y  $F_2$ ). En cuanto al contraste de consistencia de Pagan y Schwert, únicamente  $P_{11}$  se rechaza al 5%, aunque no puede rechazarse al 1%. Por último, los valores propios cumplen las condiciones de estacionariedad para el modelo que estamos estudiando en la estimación del periodo completo, siendo todos ellos estrictamente menores que la unidad. Finalmente, cabe destacar que los residuos estandarizados no presentan estructura, dado que el valor del estadístico LBQ no permite rechazar la hipótesis nula de no autocorrelación. No obstante, sigue sin producirse la normalidad de dichos residuos atendiendo al contraste JB.

Por otro lado, al realizar un análisis comparativo entre el primer y segundo periodo muestral, se observa que en ambas submuestras el precio del riesgo ( $\gamma$ ) deja de ser significativo, decreciendo el valor del coeficiente (ya que pasa de valer 9.35 a 6.8), disminuyendo también el estadístico t-Student. Cabe destacar, también, que existen diferencias significativas en las estimaciones de los coeficientes correspondientes a las matrices  $A$  y  $G$  entre la primera y la segunda muestra. En general, estos coeficientes pierden significatividad en la segunda muestra. El comportamiento inercial de la volatilidad aumenta de valor para  $h_{11}$ , mientras que para  $h_{22}$  pasa de tomar valor 1.02 en la primera muestra a (-0.99) en la segunda. Finalmente, en términos de los contrastes definidos en la tabla 4.12, únicamente en el segundo periodo muestral no se rechaza la normalidad de los residuos. Además, los residuos estandarizados no presentan estructura significativa, sus excesos de curtosis son algo menores que los de los no estandarizados para el primer periodo muestral. Sin embargo, en la muestra completa,

estandarizados para el primer periodo muestral. Sin embargo, en la muestra completa, en la ecuación de la libra/dólar, el exceso de curtosis para el residuo estandarizado es algo superior al no estandarizado, lo que indica que cabe cuestionarse la correcta especificación del modelo. No obstante, el modelo ha captado gran parte de la volatilidad condicional existente, de forma que los contrastes de Ljung-Box correspondientes a los residuos estandarizados al cuadrado muestran resultados no significativos (véase tabla 4.12).

Una vez analizados los resultados de los coeficientes del modelo propuesto, se procede a representar en la figura 4.3 las estimaciones de las primas de riesgo obtenidas en la estimación completa de la muestra.

**Figura 4.3.** Evolución de las primas de riesgo. Modelo no diagonal.

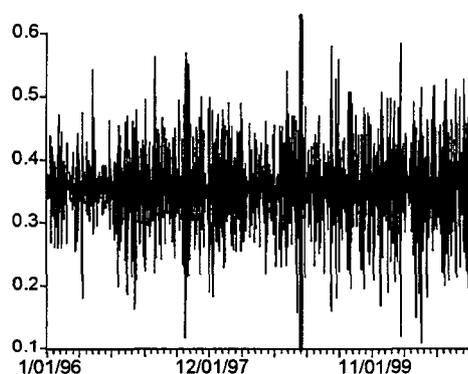


**Nota:** La línea vertical representa la fecha de entrada del euro, es decir, el 1 de enero de 1999.

Tal y como hemos comentado en el análisis descriptivo realizado en Capítulo 3 para los excesos de rendimiento, hay que considerar que el periodo muestral se caracteriza, en general, por su estabilidad en el ámbito mundial, por lo que no se reflejan acontecimientos económicos significativos en la evolución de las primas de riesgo. En cuanto a los gráficos mostrados en la figura 4.3, la prima de riesgo para la peseta/dólar muestra una pequeña tendencia creciente (como en el caso del modelo uniecuacional del epígrafe 3.1.1), mientras que en el caso de la libra se detecta una mayor oscilación en

los valores de la misma al final del periodo muestral. No obstante, la prima en la libra es claramente inferior a la de la peseta, puesto que para ésta varía entre  $[0.00026, 0.00065]$  y para la libra entre  $[0.00, 0.00026]$ . Hasta ahora, hemos comentado cuestiones relacionadas con el precio de la volatilidad y la prima de riesgo. A continuación, analizaremos gráficamente la evolución de la elasticidad condicional de la libra/dólar respecto a la peseta/dólar. La figura 4.4 muestra esta relación. Cabe resaltar, que su valor medio es 0.354 y su desviación estándar 0.067. Por otro lado, la elasticidad condicional es siempre positiva y menor que la unidad, con lo cual las depreciaciones de la peseta con respecto al dólar están asociadas con depreciaciones más pequeñas proporcionalmente de la libra respecto al dólar, con lo que la libra se apreciaría con respecto a la peseta.

**Figura 4.4.** Evolución de la elasticidad condicional de la libra/dólar respecto a la peseta/dólar.



**Nota:** La línea vertical representa la fecha de entrada del euro, es decir, el 1 de enero de 1999.

En definitiva, puede interpretarse que no existe evidencia clara de una mayor asociación de movimientos comunes en el mercado cambiario de la libra y la peseta respecto al dólar. En este sentido, la introducción del euro no ha incrementado significativamente la credibilidad en el entorno europeo.

### 3.2.2. Caso de la peseta y yen con respecto al dólar.

En este epígrafe se desarrolla la estimación conjunta del modelo (4.2) y (4.3) para el caso de la peseta/dólar y yen/dólar.

En este caso, sólo se muestran los resultados de la estimación realizada para la versión no diagonal de la matriz de varianzas y covarianzas, conjuntamente con los resultados de los contrastes de mala especificación. Estos aparecen en las tablas 4.13, 4.14 y 4.15. Cabe destacar que los modelos ajustados también son de tipo VAR(1) restringidos con especificación de la varianza condicional de tipo GARCH(1,1)-M, atendiendo a los criterios de AIC y SBIC.

A continuación, comentamos las características más relevantes en términos de significación de los coeficientes, estacionariedad de la varianza y covarianza condicional y de los contrastes de mala especificación de los residuos de los modelos estimados.

El modelo de Malliaropulos (1995) para estas monedas presenta muchos problemas en cuanto a su estimación e interpretación al relacionar monedas como la peseta y el yen, ya que, en este caso, parte de la hipótesis de que las variaciones esperadas en el tipo de cambio del yen/dólar están relacionadas con las variaciones esperadas de la peseta/dólar, y dicha hipótesis es difícil de mantener entre dos mercados cambiarios tan ajenos. No obstante, se ha realizado dicha estimación con el fin de comprobar si pueden establecerse conclusiones coherentes en los resultados.

Por otro lado, se ha encontrado en la estimación del periodo completo del modelo, en sus distintas versiones, que las varianzas condicionadas no son estacionarias. En este caso, quizás, procedería formular un modelo IGARCH o FIGARCH, pues estos podrían recoger el carácter integrado de la serie de rentabilidades de los tipos de cambio, tanto en su versión integrada como fraccionalmente integrada de las volatilidades condicionadas. No obstante, este análisis presenta muchas dificultades dados los tamaños muestrales de las series con las que trabajamos, por lo que se analizará el modelo que mejores propiedades presenta en su estimación. De este modo, en la tabla 4.13 se muestran los resultados de la estimación del modelo con matriz de varianzas y covarianzas no diagonal y estimación mediante el algoritmo de optimización BHHH, tanto para el periodo muestral completo como para cada submuestra, así como los resultados de los contrastes en la tabla 4.14 y 4.15.

Atendiendo a los resultados de ambas tablas, puede observarse que los valores propios uno y dos, correspondientes a la estimación completa, indican que las ecuaciones de varianza estimada están próximas a la integrabilidad en varianza, pues

son cercanos a la unidad, no resultando ser el modelo estacionario en varianza condicionada. Sin embargo, la estimación por subperiodos sí muestra que la varianza es estacionaria. Por ello, nos centraremos en la interpretación de los resultados por subperiodos.

El precio del riesgo resulta significativo en el primer periodo muestral, perdiendo significatividad en el segundo. Además, cuantitativamente reduce su valor. Al tener el signo positivo, y ser las covarianzas condicionadas positivas tanto en la primera como la segunda submuestra, tanto el yen como la peseta presentan según el modelo expectativas de depreciación respecto al dólar. Sin embargo, esta conclusión no resulta coherente para el caso del yen, ya que en el segundo periodo muestral, el yen se ha revalorizado con respecto al dólar.

El precio del riesgo decrece en la segunda muestra, pasando de tomar un valor igual a 14.3 y siendo significativo, a valer 10.5, perdiendo significatividad. En cuanto a los coeficientes correspondientes a los elementos de la diagonal de la matriz  $G$ , únicamente es significativo  $g_{22}$  en la primera muestra, mostrando una cierta persistencia en la volatilidad condicional, puesto que toma el valor 0.85. Por otro lado, los elementos  $a_{11}$  y  $a_{22}$  correspondientes a la matriz  $A$  son significativos en la primera muestra dejando de serlo en la segunda. En general, puede decirse que los coeficientes estimados en la primera muestra resultan más significativos que en la segunda. Además,  $a_{ii}$  y  $g_{ii}$  tienen signo positivo en la primera muestra, indicando este hecho que no existen especificaciones o estructuras que puedan ser observacionalmente equivalentes, mientras que este hecho no se verifica en la segunda muestra.

Los contrastes de especificación que acompañan al modelo (véase primero la tabla 4.14), en general, corroboran la correcta especificación del mismo, no rechazándose en ningún caso el contraste de Pagan y Schwert. Por otro lado, en la tabla 4.15, una vez analizados los coeficientes y los contrastes de especificación correspondientes, procedemos a realizar un análisis de los residuos estandarizados para estudiar sus propiedades.

En general, los excesos de curtosis se reducen con los residuos estandarizados. Únicamente, esto no sucede con los residuos correspondientes a la ecuación de la variación del tipo de cambio peseta/dólar en la segunda muestra. No obstante, en la primera muestra se rechaza el contraste de normalidad, mientras que no puede

rechazarse a un nivel de significación del 1% en la segunda muestra. Los residuos estandarizados no rechazan la hipótesis de no autocorrelación, sin embargo, al analizar los residuos estandarizados al cuadrado, se observa cómo éstos presentan ciertos síntomas de estructura. Este resultado indica que existe comportamiento no lineal en la evolución de los tipos de cambio que no ha sido captado por el modelo.

**Tabla 4.13.** Estimaciones máximo verosímiles para el modelo propuesto por Malliaropulos en el caso del tipo de cambio yen/dólar frente a peseta/dólar. El modelo propuesto es:

$$\begin{aligned} \Delta s_{1t} &= \gamma_1 h_{11,t} + \beta_1 \Delta s_{1,t-1} + \delta_{11} D_{11,t} + \delta_{12} D_{12,t} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta s_{3t} &= \gamma_1 h_{12,t} + \beta_2 \Delta s_{3,t-1} + \delta_{21} D_{21,t} + \delta_{22} D_{22,t} + \varepsilon_{2t} \end{aligned}$$

donde la matriz de varianzas y covarianzas condicionada adopta la forma propuesta por BEKK, siendo:  $\Omega_t = C'C + A' \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} A + G' \Omega_{t-1} G$

$$\Omega_t = \begin{pmatrix} h_{1t}^2 & h_{12,t} \\ h_{12,t} & h_{2t}^2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}$$

	Periodo completo		1ª muestra		2ª muestra	
	Coef.	t-St.	Coef.	t-St.	Coef.	t-St.
$\gamma_1$	9.901	(1.939)	14.398	(2.081)	10.577	(1.486)
$\beta_1$	-0.103	(-4.238)	-9.6E-2	(-2.939)	-0.058	(-1.427)
$\beta_2$	-1.2E-2	(-0.569)	-3.2E-3	(-0.123)	-0.026	(-0.854)
$\delta_{11}$	2.38E-2	(5.444)	1.60E-2	(3.152)	0.022	(2.176)
$\delta_{12}$	-1.9E-2	(-3.859)	-1.7E-2	(-3.678)	-0.022	(-1.709)
$\delta_{21}$	2.76E-2	(5.197)	2.84E-2	(3.974)	0.027	(2.753)
$\delta_{22}$	-2.9E-2	(-21.24)	-2.9E-2	(-13.61)	-0.027	(-3.310)
$c_{11}$	6.56E-4	(4.690)	4.50E-3	(3.223)	6.02E-3	(2.327)
$c_{12}$	5.14E-4	(2.247)	3.26E-3	(2.548)	1.04E-3	(0.064)
$c_{22}$	2.76E-6	(0.000)	2.67E-5	(2E-4)	1.63E-4	(2.3E-4)
$g_{11}$	-0.984	(-191)	5.43E-1	(1.234)	0.181	(0.092)
$g_{12}$	-1.9E-4	(-0.025)	-4.4E-1	(-0.830)	0.903	(0.380)
$g_{21}$	3.85E-3	(1.042)	-7.2E-2	(-1.315)	-0.378	(-0.374)
$g_{22}$	-0.989	(-270.5)	8.56E-1	(13.26)	0.284	(0.203)
$a_{11}$	0.140	(6.281)	1.04E-1	(1.125)	-0.051	(-0.330)
$a_{12}$	-0.044	(-1.497)	2.93E-1	(2.950)	0.217	(2.183)
$a_{21}$	-0.078	(-4.523)	5.38E-3	(0.086)	-0.050	(-0.353)
$a_{22}$	-0.117	(-5.591)	0.230	(2.998)	0.028	(0.195)

**Tabla 4.14.** Contrastes de especificación incorrecta, valores propios, logaritmo de verosimilitud y criterios de información.

	Periodo completo	1ª muestra	2ª muestra
AN <sub>1</sub>	-0.103	-0.502	-0.109
t <sub>11</sub>	2.616	1.712	1.294
t <sub>21</sub>	-0.720	-2.191	1.208
t <sub>31</sub>	-1.675	0.297	-1.638
F <sub>1</sub>	0.221	0.209	0.748
P <sub>11</sub>	0.21	4.56	1.07
AN <sub>2</sub>	-0.906	-0.724	-0.604
t <sub>12</sub>	3.230	2.788	1.982
t <sub>22</sub>	-1.412	-0.474	-0.882
t <sub>32</sub>	-2.663	-2.931	-0.609
F <sub>2</sub>	1.275	1.074	0.354
P <sub>22</sub>	1.69	1.59	0.36
P <sub>12</sub>	0.08	5.07	2.62
λ <sub>1</sub>	0.993	0.902	0.406
λ <sub>2</sub>	0.993	0.468	0.403
λ <sub>3</sub>	0.953	0.456	0.296
λ <sub>4</sub>	0.953	0.244	0.296
logL	12118.0251	7297.0890	4809.5192
Aic	-18.44	-11.09	-7.304
Sbic	-18.37	-11.025	-7.233

Nota: AN<sub>i</sub> es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2$ , correspondiendo a las ecuaciones primera y segunda del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_{ij}$  y  $F_j$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. El valor crítico correspondiente a los contrastes bilaterales  $t_{ij}$  al 5% es aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%;  $P_{ij}$ ,  $i,j=1,2$ , es el contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert ( $P_{12}=P_{21}$ ) cuya hipótesis nula es  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$  en la regresión auxiliar  $\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt} = \alpha + \beta h_{ij,t} + \nu_t$ , y cuyo valor crítico al 5% es 5.99 para una  $\chi^2_2$ ;  $\lambda_i$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ ; AIC y SBIC son los criterios de información de Akaike y de información Bayesiana de Schwarz, respectivamente.

**Tabla 4.15.** Análisis de los residuos estandarizados y no estandarizados del modelo no diagonal estimados mediante BHHH para el yen/dólar y peseta/dólar.

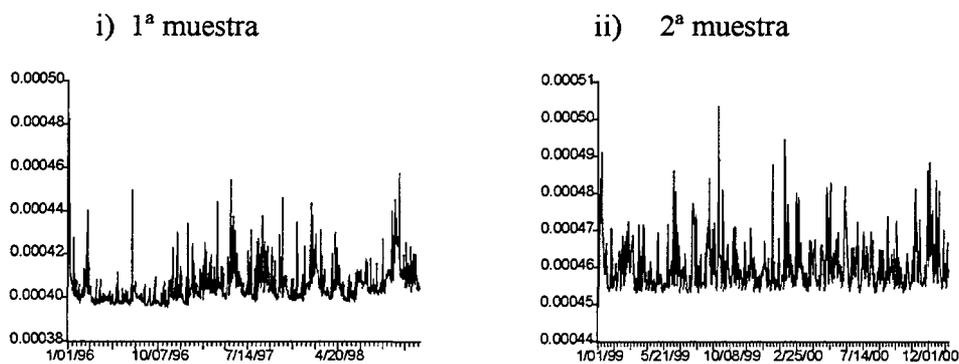
Ecuación		AS	K	JB	LBQ(1)	LBQ(10)	LBQ(20)	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)
<b>Periodo completo</b>										
$\Delta S_{1t}$	$\varepsilon_t$	-0.126	3.527	18.74 [0.00008]						
	$z_t$	-0.09	3.467	13.75 [0.001]	1.58 [0.2]	5.22 [0.87]	13.4 [0.85]	0.488 [0.48]	5.211 [0.87]	11.84 [0.92]
$\Delta S_{2t}$	$\varepsilon_t$	-0.295	4.181	95.36 [0]						
	$z_t$	-0.254	3.97	65.86 [0]	0.003 [0.95]	13.02 [0.22]	25.67 [0.17]	1.036 [0.309]	6.19 [0.799]	24.93 [0.204]
<b>Antes del euro: Periodo 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>										
$\Delta S_{1t}$	$\varepsilon_t$	-0.042	3.68	15.327 [0.00046]						
	$z_t$	-0.04	3.678	15.178 [0.00050]	0.47 [0.49]	4.72 [0.9]	14.7 [0.79]	0.734 [0.391]	23.193 [0.01]	30.92 [0.012]
$\Delta S_{2t}$	$\varepsilon_t$	-0.4813	4.482	101.702 [0]						
	$z_t$	-0.397	3.969	51.087 [0]	0.005 [0.94]	16.4 [0.08]	23.5 [0.26]	1.318 [0.25]	7.67 [0.66]	31.78 [0.046]
<b>Después del euro: Periodo 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>										
$\Delta S_{1t}$	$\varepsilon_t$	-0.201	3.139	4.021 [0.13]						
	$z_t$	-0.204	3.154	4.235 [0.12]	0.007 [0.93]	2.7 [0.98]	11.55 [0.93]	3.37 [0.06]	14.82 [0.138]	24.99 [0.2]
$\Delta S_{2t}$	$\varepsilon_t$	0.036	3.64	9.209 [0.01]						
	$z_t$	0.052	3.59	8.067 [0.017]	0.21 [0.64]	8.47 [0.58]	27.53 [0.12]	0.128 [0.72]	20.802 [0.023]	31.414 [0.05]

**Nota:** Para cada modelo se presentan estadísticos de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y sin estandarizar ( $\varepsilon_t$ ). LBQ(j), LBQ<sub>2</sub>(j), para j=1,10,20 son los estadísticos del contraste de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado, respectivamente. Entre corchetes aparecen los p-valores.

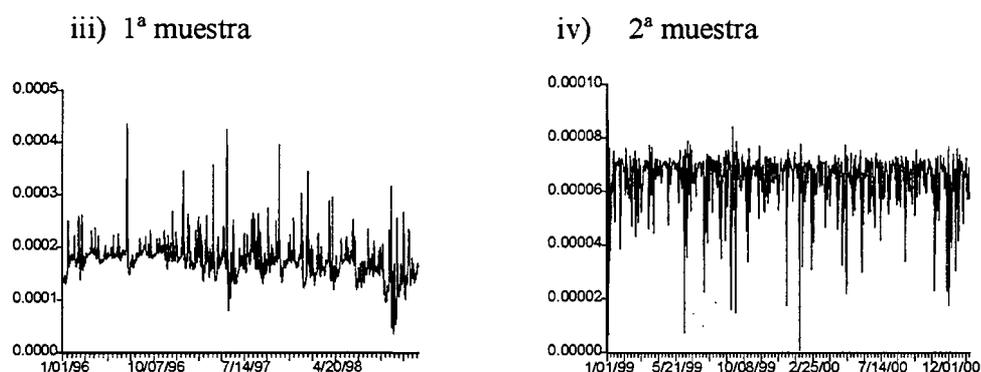
A continuación, se representan en la figura 4.5 las primas de riesgo para la peseta/dólar y el yen/dólar según el modelo especificado, y distinguiendo los dos subperiodos de análisis.

**Figura 4.5.** Evolución de las primas de riesgo. Matriz de varianzas y covarianzas no diagonal y estimación BHHH.

A) Prima de riesgo de la peseta/dólar



B) Prima de riesgo del yen/dólar

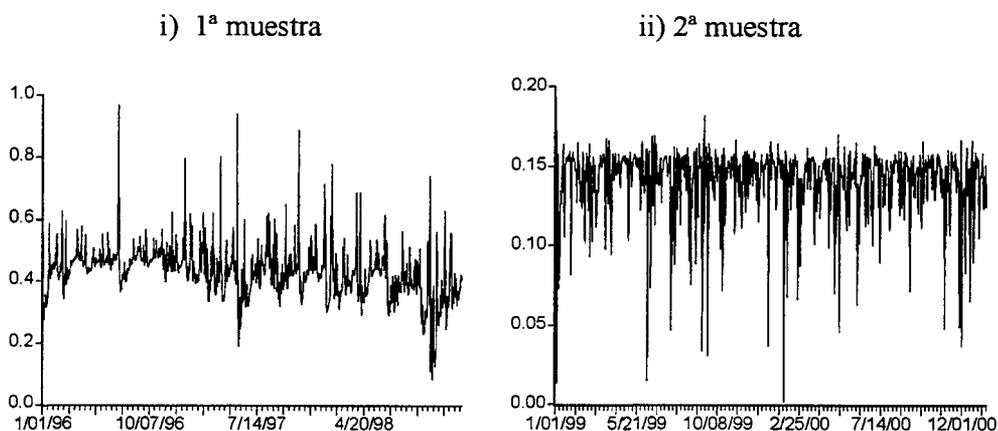


Las conclusiones generales que pueden desprenderse de la evolución de dichas primas son las siguientes. En primer lugar, parece que los resultados obtenidos para la prima de riesgo de la peseta/dólar no coinciden con los obtenidos para la misma en el modelo anterior en el que se relacionaba la peseta/dólar con la libra/dólar. Destacamos el hecho del escaso valor que presenta la prima de riesgo para el yen/dólar, que resulta claramente inferior a las estimaciones obtenidas para las primas de riesgo de la peseta/dólar (tanto en este modelo como el presentado en el epígrafe anterior) y de la libra/dólar. Además, en la segunda muestra, dicha prima se reduce aún más (la media toma valor 0.00175 en la primera muestra, mientras que en la segunda su valor es  $6.44E-5$ ).

Otro resultado que se deduce del modelo propuesto por Malliaropulos (1995) es la elasticidad condicional del yen/dólar respecto a la peseta/dólar. En la figura 4.6

destaca cómo se ha reducido significativamente su valor en la segunda muestra. El valor medio de la elasticidad condicional en la primera muestra es 0.43, mientras que en la segunda se reduce hasta 0.139. Este hecho tiene la siguiente interpretación: en ambos casos, depreciaciones de la peseta frente al dólar vienen asociadas con depreciaciones menos que proporcionales del yen frente al dólar. Por lo que el yen se apreciaría frente a la peseta. Pero además, dado que en la segunda muestra se reduce el valor de dicha elasticidad, a partir de la entrada del euro, ante depreciaciones de la peseta frente al dólar, el yen se aprecia más frente a la peseta (y por tanto, análogamente, frente al euro). Por tanto, desde la entrada del euro, éste se ha debilitado con respecto al yen, ante depreciaciones de ambas monedas frente al dólar.

**Figura 4.6.** Evolución de la elasticidad condicional del yen/dólar respecto a la peseta/dólar.



### 3.2.3. Caso de la peseta, libra y yen con respecto al dólar.

En este epígrafe se estima conjuntamente la libra/dólar y el yen/dólar frente a la peseta/dólar. Para ello, recordamos que el modelo que se plantea es:

$$\Delta s_{it} = \gamma_1 h_{ii,t} + \beta_i \Delta s_{i,t-1} + \delta_{i1} D_{1,t} + \delta_{i2} D_{2,t} + \varepsilon_{it} \quad \forall i=1,2,3.$$

$$\Omega_t = C'C + A' \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} A + G'\Omega_{t-1}G$$

Este modelo se estima empleando la matriz de varianzas y covarianzas condicionada no restringida (es decir, el modelo no diagonal, cuyos resultados de interés aparecen en las tablas 4.16, 4.17 y 4.18). Debemos resaltar que también se estimó una versión diagonal, para compararla con el modelo no diagonal. Sus resultados aparecen en el Anexo 4. La estimación de estos modelos se realizó por máxima verosimilitud empleando el algoritmo BHHH, tanto para el periodo completo como para los dos subperiodos.

Atendiendo a la comparación entre los dos modelos, y utilizando el criterio de razón de verosimilitudes, se ha contrastado la nulidad de los coeficientes que se encuentran fuera de la diagonal de las matrices  $A$  y  $G$ . De este modo se obtiene que el estadístico correspondiente al contraste es 22.7, y dado que el número de restricciones es 12, el valor crítico correspondiente a una distribución Chi-cuadrado de 12 grados de libertad con un nivel de significación del 5% es 21.02, con lo que se rechaza la hipótesis que plantea la nulidad de los elementos de fuera de la diagonal principal de  $A$  y  $G$  (aunque la hipótesis nula del contraste no se rechaza al 1%). Por lo tanto, y atendiendo al criterio del 5%, se ha preferido considerar el modelo no diagonal, ya que, además, el modelo no diagonal posee menos coeficientes significativos, si bien el parámetro que representa al precio del riesgo sí lo es.

Sin embargo, los resultados de esta modelización deben tomarse con mucha cautela por cuanto existen muchos coeficientes estimados que no son significativos. Así, por ejemplo, en términos del análisis del periodo completo, el modelo no diagonal proporciona un coeficiente para el precio del riesgo igual a 6.17, no resultando significativo. En cuanto a los elementos correspondientes a las matrices  $G$  y  $A$ , en general, pocos parámetros resultan significativos, por lo que poco puede advertirse acerca de la estructura general de la matriz de varianzas y covarianzas que sea realmente interesante. No obstante, cabe destacar, que los elementos  $c_{ii}$ ,  $g_{ii}$  y  $a_{ii} \forall i=1,2,3$  son positivos, pudiéndose justificar que no existan otras matrices  $A$ ,  $G$  y  $C$  que admitan otras especificaciones equivalentes. Además, y aunque los resultados de la tabla 4.17 pueden ser coherentes en la medida que los contrastes de signo conjunto no rechazan la hipótesis nula al 5%, o que los valores propios son menores que la unidad; los resultados de la tabla 4.18 muestran que aunque no se rechaza la hipótesis de no autocorrelación de los residuos estandarizados, existe cierta estructura en las autocorrelaciones de los residuos estandarizados al cuadrado para la primera y tercera

ecuación, lo cual es indicativo de la existencia de comportamientos de volatilidad condicional residuales no captados por el modelo propuesto. Además, la normalidad de los residuos se rechaza.

Al analizar las estimaciones de las submuestras, se observa que los resultados varían significativamente. Por un lado, se incumplen las condiciones que garantizan una única especificación para las matrices  $C$ ,  $A$  y  $G$ , ya que ciertos elementos de las diagonales de dichas matrices son negativos. Por otro lado, coeficientes que eran significativos en la muestra completa dejan de serlo en las submuestras y viceversa. Los contrastes, en general, muestran una correcta especificación del modelo para la muestra completa. La primera submuestra, sin embargo, presenta rechazo de varios de los contrastes de especificación realizados, por lo que parece que el modelo no está correctamente especificado. La segunda muestra, por el contrario, no rechaza ninguno de los contrastes ofrecidos.

Tabla 4.16. Estimaciones máximo verosímiles para el modelo propuesto por Malliaropulos en el caso del tipo de cambio libra-dólar y yen-dólar frente a la peseta-dólar. El modelo propuesto es:

$$\begin{aligned} \Delta s_{1t} &= \gamma_1 h_{11,t} + \beta_1 \Delta s_{1,t-1} + \delta_{11} D_{11,t} + \delta_{12} D_{12,t} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta s_{2t} &= \gamma_2 h_{12,t} + \beta_2 \Delta s_{2,t-1} + \delta_{21} D_{21,t} + \delta_{22} D_{22,t} + \varepsilon_{2t} \\ \Delta s_{3t} &= \gamma_3 h_{13,t} + \beta_3 \Delta s_{3,t-1} + \delta_{31} D_{31,t} + \delta_{32} D_{32,t} + \varepsilon_{3t} \end{aligned}$$

donde  $\Omega_t = C'C + A' \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} A + G' \Omega_{t-1} G$ ,

siendo  $\Omega_t = \begin{pmatrix} h_{1t}^2 & h_{12,t} & h_{13,t} \\ h_{12,t} & h_{2t}^2 & h_{23,t} \\ h_{12,t} & h_{23,t} & h_{3t}^2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ 0 & c_{22} & c_{23} \\ 0 & 0 & c_{33} \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} g_{21} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}$

	Periodo completo		1ª muestra		2ª muestra	
	Coef.	t-St.	Coef.	t-St.	Coef.	t-St.
$\gamma_1$	6.178	(1.231)	9.625	(1.276)	2.683	(0.376)
$\delta_{11}$	0.019	(4.432)	0.025	(3.653)	0.017	(2.118)
$\delta_{12}$	-0.015	(-3.974)	-0.015	(-3.484)	-0.015	(-2.274)
$\delta_{21}$	0.014	(4.398)	0.016	(8.039)	0.013	(1.354)
$\delta_{22}$	-0.015	(-1.203)	-0.015	(-4.576)	-0.016	(-3.062)
$\delta_{31}$	0.028	(6.826)	0.029	(4.94)	0.028	(2.688)
$\delta_{32}$	-0.029	(-16.5)	-0.030	(-21.57)	-0.027	(-2.539)
$\beta_1$	-0.066	(-2.725)	-0.112	(-3.426)	-0.051	(-1.340)
$\beta_2$	-0.036	(-1.464)	-0.007	(-0.189)	-0.054	(-1.201)
$\beta_3$	0.004	(0.221)	-0.010	(-0.406)	-0.027	(-0.811)
$c_{11}$	0.005	(2.295)	0.002	(1.131)	0.003	(0.105)
$c_{12}$	0.001	(0.615)	8.19E-4	(0.391)	0.002	(0.154)
$c_{13}$	0.004	(0.632)	6.40E-3	(0.715)	-0.003	(-0.061)
$c_{22}$	0.001	(0.963)	-1.07E-3	(-0.04)	0.003	(0.349)
$c_{23}$	0.002	(0.147)	-1.44E-5	(9.E-4)	0.004	(0.096)
$c_{33}$	9.5E-5	(7E-5)	1.82E-4	(9E-5)	0.001	(0.001)
$g_{11}$	0.340	(0.724)	-0.054	(-0.310)	-0.652	(-0.503)
$g_{12}$	-0.055	(-0.170)	-0.816	(-5.682)	-0.443	(-0.688)
$g_{13}$	-0.977	(-1.922)	-0.174	(-0.715)	0.242	(0.155)
$g_{21}$	-0.064	(-0.334)	-0.855	(-4.488)	0.840	(0.822)
$g_{22}$	0.851	(8.554)	0.154	(0.844)	0.319	(0.485)
$g_{23}$	0.275	(0.668)	0.009	(0.047)	-0.031	(-0.033)
$g_{31}$	0.384	(1.790)	-0.191	(-0.551)	0.687	(0.395)
$g_{32}$	0.163	(0.928)	0.032	(0.101)	0.049	(0.048)
$g_{33}$	0.185	(0.468)	0.397	(0.881)	0.554	(0.527)
$a_{11}$	0.073	(1.080)	0.029	(0.324)	-0.102	(-0.912)
$a_{12}$	-0.170	(-3.774)	0.058	(0.992)	-0.291	(-4.512)
$a_{13}$	0.143	(1.688)	-0.205	(-1.816)	0.076	(0.838)
$a_{21}$	-0.252	(-2.875)	-0.276	(-4.131)	0.214	(1.093)
$a_{22}$	0.026	(0.427)	0.073	(1.381)	0.125	(1.306)
$a_{23}$	0.111	(1.154)	-0.005	(-0.045)	0.003	(0.022)
$a_{31}$	0.008	(0.146)	0.225	(4.175)	0.005	(0.030)
$a_{32}$	-0.019	(-0.505)	0.111	(2.742)	0.050	(0.477)
$a_{33}$	0.104	(1.439)	-0.018	(-0.190)	0.124	(1.102)

**Tabla 4.17.** Contrastes de especificación incorrecta, valores propios, logaritmo de verosimilitud y criterios de información.

	Periodo completo	1 <sup>a</sup> muestra	2 <sup>a</sup> muestra
AN <sub>1</sub>	-0.693	-0.442	-0.972
t <sub>11</sub>	1.739	2.355	0.948
t <sub>21</sub>	-0.849	-2.314	1.060
t <sub>31</sub>	-0.375	0.004	-1.619
F <sub>1</sub>	0.065	0.132	0.352
P <sub>11</sub>	8.06	1.22	2.67
AN <sub>2</sub>	-0.922	-0.616	-0.412
t <sub>12</sub>	-0.877	0.281	-0.929
t <sub>22</sub>	-2.490	-2.618	-0.076
t <sub>32</sub>	-0.722	0.783	-1.293
F <sub>2</sub>	0.271	0.156	0.325
P <sub>22</sub>	9.87	0.80	0.28
AN <sub>3</sub>	-1.317	-0.586	-0.908
t <sub>13</sub>	2.999	2.535	1.874
t <sub>23</sub>	-2.233	-3.012	-0.754
t <sub>33</sub>	-1.755	-1.308	-0.744
F <sub>3</sub>	0.583	0.487	0.161
P <sub>33</sub>	7.43	5.6	0.92
P <sub>12</sub>	3.45	1.36	0.58
P <sub>13</sub>	5.39	0.28	2.8
P <sub>23</sub>	0.18	0.41	4.26
λ <sub>1</sub>	0.806	0.886	0.430
λ <sub>2</sub>	0.238	0.764	0.246
λ <sub>3</sub>	0.238	0.743	0.135
λ <sub>4</sub>	0.203	0.657	0.135
λ <sub>5</sub>	0.12979	0.6709	0.2822
λ <sub>6</sub>	0.0766	0.6709	0.115
logL	18631.1	11232.8	7449.09
Aic	-28.349	-28.678	-27.929
Sbic	-28.215	-28.475	-27.655

Nota: AN<sub>i</sub> es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2,3$  correspondiendo a las ecuaciones primera, segunda y tercera del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_{ij}$  y  $F_j$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2,3$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. El valor crítico correspondiente a los contrastes bilaterales  $t_{ij}$  al 5% es aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%;  $P_{ij}$ ,  $i,j=1,2,3$  es el contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert ( $P_{ij}=P_{ji}$ ) cuya hipótesis nula es  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$  en la regresión auxiliar  $\varepsilon_{it} \varepsilon_{jt} = \alpha + \beta h_{i,j,t} + \nu_t$ , y cuyo valor crítico al 5% es 5.99 para una  $\chi^2_2$ ;  $\lambda_i$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ ; AIC y SBIC son los criterios de información de Akaike y de información Bayesiana de Schwarz, respectivamente.

**Tabla 4.18.** Análisis de los residuos estandarizados y no estandarizados del modelo no diagonal estimado mediante BHHH para la libra/dólar y yen/dólar respecto a la peseta/dólar.

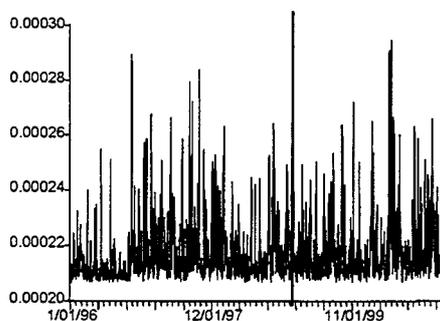
Ecuación	AS	K	JB	LBQ(1)	LBQ(10)	LBQ(20)	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)
<b>Periodo completo</b>									
$\Delta S_{1t}$	$\varepsilon_t$	-0.114	3.47	15.31 [0.00047]					
	$z_t$	-0.114	3.47	15.26 [0.00048]	0.048 [0.82]	3.87 [0.95]	11.36 [0.93]	0.065 [0.798]	36.25 [0]
$\Delta S_{2t}$	$\varepsilon_t$	-0.057	3.54	16.67 [0.00023]					
	$z_t$	-0.095	3.49	15.29 [0.00047]	0.22 [0.63]	6.2 [0.79]	17.3 [0.63]	1.44 [0.229]	18.57 [0.046]
$\Delta S_{3t}$	$\varepsilon_t$	-0.278	4.143	88.474 [0]					
	$z_t$	-0.245	3.95	62.82 [0]	0.12 [0.72]	15.18 [0.12]	28.5 [0.09]	0.004 [0.949]	54.83 [0]
<b>Antes del euro: Periodo 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>									
$\Delta S_{1t}$	$\varepsilon_t$	-0.047	3.67	15.24 [0.00048]					
	$z_t$	-0.038	3.65	14.11 [0.00086]	2 [0.15]	6.79 [0.74]	15.06 [0.77]	0.208 [0.648]	6.37 [0.783]
$\Delta S_{2t}$	$\varepsilon_t$	-0.14	3.652	16.39 [0.000027]					
	$z_t$	-0.16	3.52	12.71 [0.0017]	0.54 [0.46]	5.07 [0.88]	16.35 [0.69]	3.77 [0.052]	9.59 [0.477]
$\Delta S_{3t}$	$\varepsilon_t$	-0.47	4.37	90.54 [0]					
	$z_t$	-0.46	4.304	83.107 [0]	0.009 [0.92]	17.2 [0.07]	26.02 [0.16]	1.102 [0.294]	56.119 [0]
<b>Después del euro: Periodo 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>									
$\Delta S_{1t}$	$\varepsilon_t$	-0.186	3.07	3.19 [0.204]					
	$z_t$	-0.188	3.07	3.288 [0.193]	0.0038 [0.95]	2.14 [0.99]	11.56 [0.93]	3.46 [0.06]	12.278 [0.267]
$\Delta S_{2t}$	$\varepsilon_t$	-0.0024	3.30	2.017 [0.364]					
	$z_t$	-0.07	3.24	1.79 [0.408]	0.23 [0.62]	7.27 [0.69]	16.26 [0.7]	0.583 [0.445]	11.679 [0.307]
$\Delta S_{3t}$	$\varepsilon_t$	0.037	3.64	9.19 [0.01]					
	$z_t$	0.052	3.61	8.62 [0.013]	0.2 [0.65]	8.12 [0.61]	26.9 [0.13]	0.339 [0.56]	20.108 [0.028]

**Nota:** Para cada modelo se presentan estadísticos de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y sin estandarizar ( $\varepsilon_t$ ). LBQ(j), LBQ<sub>2</sub>(j), para j=1,10,20 son los estadísticos del contraste de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado, respectivamente. Entre corchetes aparecen los p-valores.

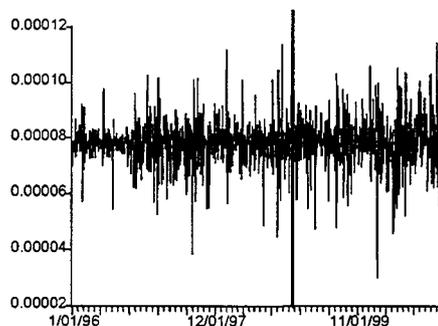
Aunque, como decíamos con anterioridad, debemos valorar los resultados con cierta cautela, podemos comprobar la evolución gráfica de las primas de riesgo estimadas por el modelo. La figura 4.7 muestra dicha evolución.

**Figura 4.7.** Evolución de las primas de riesgo. Modelo no diagonal y estimación BHHH.

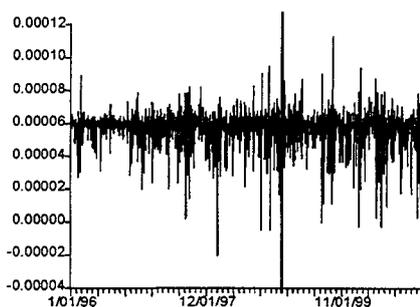
i) Prima de riesgo de la peseta/dólar  
( $\gamma_1 h_{11,t}$ )



ii) Prima de riesgo de la libra/dólar  
( $\gamma_1 h_{12,t}$ )



iii) Prima de riesgo del yen/dólar  
( $\gamma_1 h_{13,t}$ )



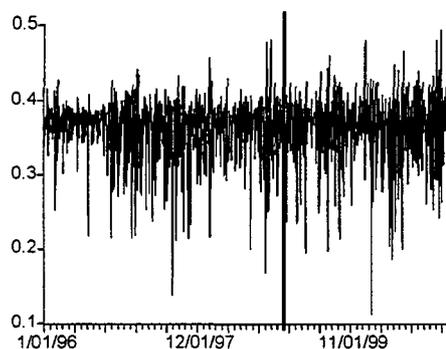
**Nota:** La línea vertical representa la fecha de entrada del euro, es decir, el 1 de enero de 1999.

En esta figura se puede observar cómo las primas son estacionarias.

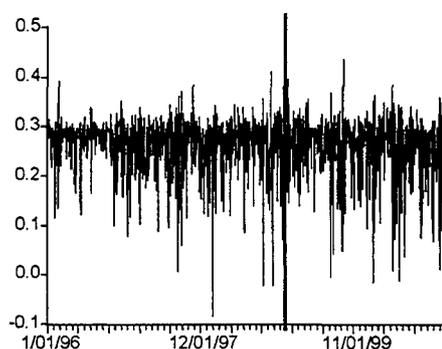
Finalmente, a partir de la estimación del modelo conjunto, se han construido las elasticidades condicionales de la libra/dólar y del yen/dólar con respecto a la peseta/dólar. La evolución gráfica de éstas aparece en la figura 4.8.

**Figura 4.8.** Evolución de las elasticidades condicionadas.

i) Elasticidad condicional de la libra/dólar respecto a la peseta/dólar



ii) Elasticidad condicional del yen/dólar respecto a la peseta/dólar



**Nota:** La línea vertical representa la fecha de entrada del euro, es decir, el 1 de enero de 1999.

Como puede observarse en la figura 4.8, ambas elasticidades condicionadas son estacionarias en media, siendo el valor medio de la misma para la libra/dólar con respecto a la peseta/dólar 0.36, mientras que en el caso del yen/dólar con respecto a la peseta/dólar es de 0.26. Por tanto, podríamos interpretar que depreciaciones de la peseta frente al dólar están asociadas con depreciaciones menos que proporcionales de la libra y del yen frente al dólar. El hecho de que el coeficiente  $\theta_{1t}$  tome mayores valores que  $\theta_{2t}$  indica que existe mayor asociación de movimientos comunes entre la libra y la peseta que entre el yen y la peseta frente al dólar. Al analizar la evolución del gráfico no podemos captar diferencias significativas entre el primer periodo y el segundo, por lo que la introducción del euro no parece aportar en este sentido mayor estabilidad entre las relaciones bilaterales de estas tres monedas frente al dólar.

Si pudiésemos comparar los resultados obtenidos en las estimaciones individuales con la estimación del modelo considerando conjuntamente a la libra y al yen, comprobamos que la elasticidad condicional para la libra/dólar presenta un comportamiento similar en ambos modelos, siendo su valor medio en torno a 0.36 en ambos casos. Sin embargo, las estimaciones obtenidas para el yen difieren significativamente. En la estimación individual se estimó por separado cada submuestra, obteniendo un decrecimiento relevante en el valor medio de la elasticidad condicional entre la primera y la segunda muestra, mientras que el resultado ofrecido por el modelo

conjunto no capta este cambio de comportamiento en la evolución de la elasticidad condicional.

## PRIMAS DE RIESGO, BETA CONDICIONAL, COEFICIENTE DE AVERSIÓN AL RIESGO Y VOLATILIDAD CONDICIONAL

---

### 1. Introducción.

En el presente capítulo trataremos de explicar la evolución de la prima de riesgo cambiario para la peseta/dólar (euro/dólar desde el 1 de enero de 1999), vinculando la evolución del exceso de rendimiento del mercado cambiario con el exceso de rendimiento del mercado bursátil. Utilizaremos, por tanto, los modelos de valoración de activos de capital descritos en el Capítulo 2, distinguiendo a su vez dos enfoques. El primero, que se desarrollará en el epígrafe 2 de este Capítulo, estima la prima de riesgo cambiaria relacionándola con la rentabilidad del mercado bursátil, mediante un coeficiente de proporcionalidad, tal como muestran, por ejemplo, McCurdy y Morgan (1991). La información utilizada es diaria, abarcando desde el 1 enero de 1996 hasta el 12 de enero de 2001.

El segundo enfoque, planteado en el epígrafe 3, estima un modelo de valoración de activos de capital que incorpora la aversión al riesgo que es constante (CAR) y que permite la descomposición de la prima de riesgo en tres componentes. En este último caso, dada la imposibilidad de disponer de datos para la tasa de inflación con frecuencia inferior, ha sido necesario trabajar con una base de datos mensual. Concretamente, el periodo muestral considerado va desde enero de 1977 hasta diciembre del 2000. El

periodo analizado pretende recoger un número suficientemente grande de observaciones como para que los resultados sean fiables. Por otro lado, ha de tenerse en cuenta que la periodicidad mensual generalmente no es capaz de recoger la heterocedasticidad condicional como se consigue al trabajar con frecuencias más altas, tal y como manifiestan Kaminsky y Peruga (1990).

## **2. Riesgo cambiario en el modelo ICAPM. El beta condicional.**

El modelo de valoración de activos de capital intertemporal fue propuesto para valorar la existencia de una prima de riesgo variable en el tiempo en los mercados financieros. Como caso particular, se ha estimado en numerosas ocasiones aplicándolo concretamente al riesgo cambiario. En este sentido, autores como Mark (1988) o McCurdy y Morgan (1991) estiman el modelo de valoración de activos de capital con el objeto de analizar la existencia de primas de riesgo variables en el tiempo en el mercado cambiario. De esta forma se pretende analizar si los componentes predecibles de las desviaciones de la paridad descubierta de intereses pueden atribuirse a primas de riesgo variables en el tiempo, que serán pagadas a los especuladores aversos al riesgo por el hecho de mantener posiciones descubiertas en los mercados cambiarios. En estos modelos se relaciona el exceso de rentabilidad del mercado cambiario con el exceso de rentabilidad del mercado bursátil a través de un coeficiente de proporcionalidad constituido a partir de los segundos momentos condicionales (véase el desarrollo del modelo en el Capítulo 1, epígrafe 4.3.4.1).

A partir del trabajo de McCurdy y Morgan (1991) se han escrito posteriormente múltiples artículos, destacando Malliaropulos (1997) y Lim y McNelis (1998) entre otros. Otros autores, como De Santis y Gerard (1998) proponen una versión alternativa al modelo básico ICAPM, descomponiendo el riesgo total en distintas fuentes de riesgo, encontrando un componente específico de riesgo de mercado y otro inducido por las desviaciones de la paridad del poder de compra. Además, autores como De Santis y Gerard (1998) y Tai (2001) desarrollan la dinámica del precio del riesgo empleando una función exponencial, cuyo argumento depende de ciertas variables explicativas.

El desarrollo exhaustivo de todos los trabajos realizados en el contexto del modelo ICAPM aplicado al riesgo cambiario resultaría muy extenso, por lo que se han

seleccionado los artículos más relevantes dentro de la literatura existente al respecto. En general, puede concluirse, a partir de los resultados ofrecidos hasta el momento, que la modelización de los segundos momentos condicionales no es suficiente a la hora de explicar la dinámica del riesgo cambiario, sino que se requiere además de la modelización de un precio de riesgo variable en el tiempo. La mayoría de los trabajos empíricos muestran la existencia de una prima de riesgo cambiaria significativa y variable en el tiempo para las distintas monedas analizadas, verificando por tanto la existencia de riesgo sistemático o no diversificable, o lo que es lo mismo, corroborando que efectivamente las desviaciones de la paridad descubierta de intereses se deben a una prima de riesgo y no a la irracionalidad de los agentes. No obstante, los trabajos encuentran que el modelo ICAPM no es capaz de captar todos los componentes predecibles del exceso de rentabilidad asociado al tipo de cambio, existiendo factores de riesgo adicionales no recogidos por el modelo.

A partir de las referencias encontradas en la literatura de los modelos ICAPM, se propone en el presente capítulo la estimación de dicho modelo aplicado al caso de la peseta/dólar, libra/dólar y yen/dólar por separado. Con ello se pretende ampliar el análisis del riesgo cambiario realizado en el Capítulo 4, centrándonos en la evolución del riesgo cambiario para la peseta/dólar, no debiendo olvidar que en todo momento el principal objeto de estudio es la comparación de riesgos cambiarios entre las fechas anteriores y posteriores a la implantación del euro. La periodicidad empleada para dicha estimación es diaria, en contraste con los trabajos realizados hasta la fecha para el enfoque ICAPM, los cuales utilizaban, fundamentalmente, datos con periodicidad semanal o mensual. Un aspecto positivo para la modelización de los datos de alta frecuencia es que éstos captan mejor las regularidades empíricas (véase el Capítulo 2, epígrafe 2.1) que caracteriza a las series financieras, como por ejemplo, la volatilidad condicional. Pero, por otro lado, como consecuencia de trabajar con datos diarios, surge un problema común en las series financieras de alta frecuencia, como el hecho de que es usual encontrar que la varianza condicional es no estacionaria o está próxima a la integrabilidad en varianza. Por ejemplo, trabajos como el de McCurdy y Morgan (1991) o Malliaropulos (1997) presentan una elevada persistencia en la volatilidad condicional, si bien los procesos cumplen las condiciones de estacionariedad. Además, estudios como Ledesma, Navarro, Pérez-Rodríguez y Sosvilla (2001), Szilárd Pafka y László

Mátyás (2001) encuentran procesos no estacionarios en volatilidad condicional, y proponen estimaciones alternativas, introduciendo procesos integrados para la varianza condicional y modelos fraccionalmente integrados (FIGARCH), respectivamente. En este sentido, Szilárd Pafka y László Mátyás (2001) proponen la aplicación de los modelos FIGARCH frente a la opción de los modelos IGARCH, dado que las aplicaciones realizadas con modelos IGARCH han resultado ser poco realistas.

A continuación se procederá al desarrollo de los resultados obtenidos en la estimación del ICAPM para la peseta/dólar, libra/dólar y yen/dólar.

El modelo general estimado es el siguiente:

$$\begin{aligned} r_{mw,t} &= \omega_1 + \phi r_{mw,t-1} + \delta_{11} D_{11,t} + \delta_{12} D_{12,t} + \varepsilon_{1t} \\ er_{j4,t}^c &= \omega_2 + \mu \frac{Cov_{t-1}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})}{Var_{t-1}(\varepsilon_{1t})} (r_{mw,t} - \varepsilon_{1t} - r_{jt} + 1) + \delta_{21} D_{21,t} + \delta_{22} D_{22,t} + \varepsilon_{2t} \end{aligned} \quad (5.1)$$

siendo  $\begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} / \psi_{t-1} \sim N(0, \Omega_t)$  y  $\Omega_t$  la matriz de varianzas y covarianzas condicionada de tipo BEKK como la especificada en el Capítulo 4, epígrafe 3.2. De esta forma,  $\Omega_t = C'C + A'\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}A + G'\Omega_{t-1}G$ , donde:

$$\Omega_t = \begin{pmatrix} h_{1t}^2 & h_{12,t} \\ h_{12,t} & h_{2t}^2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}$$

siendo  $r_{mw,t}$  la rentabilidad del índice bursátil mundial Morgan Stanley;  $er_{j4,t}^c$  el exceso de rentabilidad del mercado cambiario de la moneda  $j$ -ésima con respecto al dólar;  $D_{kl}$  para  $k=1,2$  y  $l=1,2$  variables ficticias introducidas que captan aquellas observaciones que se alejan de la media más de tres desviaciones típicas.

La estimación del sistema representado por (5.1) se ha realizado por cuasi máxima verosimilitud, bajo el supuesto de normalidad condicional y empleando los algoritmos BHHH.

## 2.1. Caso de la peseta con respecto al dólar.

En este epígrafe se desarrolla la estimación conjunta del modelo (5.1) y la expresión BEKK para la varianza condicional en el caso de la peseta/dólar.

Cabe resaltar que la estimación del modelo (5.1) presenta problemas de no estacionariedad en la varianza condicional, por lo que se hace necesario imponer ciertas restricciones sobre el comportamiento de algunos coeficientes del modelo. Se ha descartado la utilización del modelo IGARCH, pues resulta poco adecuado para captar la dinámica de la volatilidad condicional dada su simplicidad. En este sentido, la restricción incorporada al modelo (5.1) es  $\mu=1$ , la cual se corresponde con la especificación propuesta por el modelo ICAPM teórico [véase McCurdy y Morgan (1991)]. Esta restricción se comprobó que se cumplía estadísticamente puesto que el criterio de razón de verosimilitudes es igual a 2.5, claramente inferior al valor crítico de una  $\chi_1^2$  que es igual a 3.84 al 5%.

El resultado de la estimación del modelo propuesto se muestra en la tabla 5.1 para el periodo completo y para la segunda submuestra, pues la primera presentó problemas de convergencia del algoritmo para obtener los valores estimados de los coeficientes. Estos resultados se obtienen asumiendo que las matrices  $A$  y  $G$  no son diagonales. Al analizar la estimación utilizando todo el periodo, se observa que los valores propios cumplen las condiciones de estacionariedad, si bien el primero de ellos toma un valor elevado ( $\lambda_1=0.957$ ). Por otro lado, la estimación de la constante  $\omega_1$ , correspondiente a la ecuación de la rentabilidad del mercado bursátil, es positiva y significativa, indicando que mantener una cartera diversificada compensa a los inversores con excesos de rentabilidad en el periodo [tal y como argumenta Malliaropulos (1997)]. En cuanto a la constante correspondiente a la ecuación del exceso de rentabilidad del mercado cambiario ( $\omega_2$ ), se rechaza que tome valor cero al 5%, pero no al 1%. La existencia de constante significativa en el modelo sería una evidencia contraria a la especificación propuesta por el modelo ICAPM, ya que esta constante podría capturar factores de riesgo adicionales no captados por el mismo.

**Tabla 5.1.** Estimaciones máximo verosímiles, contrastes de mala especificación, logaritmo de verosimilitud, valores propios y criterios de información para el modelo ICAPM en el caso del tipo de cambio peseta/dólar. El modelo propuesto es:

$$r_{mw,t} = \omega_1 + \gamma r_{mw,t-1} + \delta_{11} D_{11,t} + \delta_{12} D_{12,t} + \varepsilon_{1t}$$

$$er_{14,t}^c = \omega_2 + \frac{Cov_{t-1}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})}{Var_{t-1}(\varepsilon_{1t})} (r_{mw,t} - \varepsilon_{1t} - r_{1t} + 1) + \delta_{21} D_{21,t} + \delta_{22} D_{22,t} + \varepsilon_{2t}$$

donde la matriz de varianzas y covarianzas condicionada adopta la forma propuesta por BEKK, siendo:  $\Omega_t = C'C + A' \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} A + G' \Omega_{t-1} G$ .

	Periodo completo		2ª muestra			Periodo completo		2ª muestra	
	Coef.	t-St.	Coef.	t-St.					
$\omega_1$	6.143E-04	(2.810)	1.256E-04	(0.354)	AN <sub>1</sub>	-1.363		0.22894	
$\omega_2$	3.089E-04	(1.825)	6.432E-04	(2.215)	t <sub>11</sub>	3.901		1.283	
$\phi$	1.781E-01	(6.540)	0.177	(4.087)	t <sub>21</sub>	-2.836		-0.995	
$\delta_{11}$	2.653E-02	(1.931)	2.896E-02	(1.827)	t <sub>31</sub>	-5.197		-2.57154	
$\delta_{12}$	-2.79E-02	(-12.21)	-3.41E-02	(-2.089)	F <sub>1</sub>	0.793		0.49136	
$\delta_{21}$	2.17E-02	(4.334)	2.014E-02	(2.349)	P <sub>11</sub>	15.92		0.206	
$\delta_{22}$	-2.12E-02	(-2.532)	-2.17E-02	(-2.078)	AN <sub>2</sub>	-0.808		0.06061	
$c_{11}$	2.88E-04	(0.007)	3.757E-03	(1.432)	t <sub>12</sub>	2.092		1.683	
$c_{12}$	4.36E-03	(0.007)	-4.65E-03	(-1.484)	t <sub>22</sub>	-0.713		0.979	
$c_{22}$	3.99E-03	(0.006)	1.889E-03	(0.414)	t <sub>32</sub>	-0.165		-1.74204	
$g_{11}$	9.153E-01	(38.55)	0.823	(2.781)	F <sub>2</sub>	0.204		0.80056	
$g_{12}$	-9.32E-03	(-0.217)	0.269	(0.848)	P <sub>22</sub>	2.04		0.014	
$g_{21}$	2.824E-01	(0.259)	0.201	(0.404)	P <sub>12</sub>	3.88		0.896	
$g_{22}$	5.439E-04	(0.001)	0.518	(0.797)	$\lambda_1$	0.957		0.947	
$a_{11}$	3.554E-01	(9.341)	0.133	(1.440)	$\lambda_2$	0.026		0.39341	
$a_{12}$	-1.72E-02	(-0.490)	-0.056	(-1.733)	$\lambda_3$	0.024		0.33342	
$a_{21}$	-1.15E-02	(-0.141)	0.276	(2.747)	$\lambda_4$	0.007		0.15587	
$a_{22}$	-8.19E-02	(-1.87)	0.042	(0.525)	logL	11940.293		4700.2004	
					Aic	-18.1603		-17.6354	
					Sbic	-18.0893		-17.4904	

Nota: AN<sub>i</sub> es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2$ , correspondiendo a las ecuaciones primera y segunda del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_{ij}$  y  $F_j$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. El valor crítico correspondiente a los contrastes bilaterales  $t_{ij}$  al 5% es aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%;  $P_{ij}$ ,  $i,j=1,2$ , es el contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert ( $P_{12}=P_{21}$ ) cuya hipótesis nula es  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$  en la regresión auxiliar  $\varepsilon_{it} \varepsilon_{jt} = \alpha + \beta h_{ij,t} + \nu_t$ , y cuyo valor crítico al 5% es 5.99 para una  $\chi^2_2$ ;  $\lambda_i$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ ; AIC y SBIC son los criterios de información de Akaike y de información Bayesiana de Schwarz, respectivamente.

El coeficiente de la rentabilidad del mercado bursátil mundial retardada un periodo ( $r_{mw,t-1}$ ) en la primera ecuación es muy significativa, así como lo son también los coeficientes de las variables ficticias que recogen observaciones anómalas. En cuanto a los coeficientes que caracterizan a la matriz de varianzas y covarianzas condicionales, solamente resultan significativos dos de ellos. Por un lado, en la matriz  $G$ , el coeficiente  $g_{11}$  es muy significativo, y presenta signo positivo; además, su valor es muy elevado, mostrando una elevada persistencia de la volatilidad condicional para la rentabilidad del mercado bursátil. En cuanto a los elementos correspondientes a la matriz  $A$ , únicamente son significativos los coeficientes  $a_{11}$  y  $a_{22}$ . Todo ello puede hacer pensar que los resultados obtenidos no son muy satisfactorios en el caso de la peseta/dólar<sup>65</sup>. Sin embargo, que estos coeficientes de la matriz  $A$  sean significativos implica que la covarianza condicional es estadísticamente distinta de cero, pues, en este caso, es igual a  $h_{12,t} = a_{11}a_{22}\varepsilon_{1t-1}\varepsilon_{2t-1}$ .

Por otro lado, los resultados mostrados en la tabla 5.1 sobre los contrastes de especificación incorrecta determinan, en general, la correcta especificación del modelo, aunque los contrastes individuales de sesgo de signo para la primera ecuación  $t_{i1}$  ( $i=1,2,3$ ) rechazan la hipótesis nula.

Idénticos resultados se obtienen para el estudio de los dos subperiodos de análisis. Sin embargo, en este caso, encontramos que en el periodo anterior a la entrada del euro no se alcanza la convergencia de la estimación y, por otro lado, en la etapa posterior a la entrada del euro se producen ciertos cambios en la estimación con respecto al periodo completo. Concretamente, el coeficiente  $\omega_1$  deja de ser significativo. La significación de algunos coeficientes con respecto al periodo completo cambia, como por ejemplo,  $a_{12}$  y  $a_{21}$ , pues éstos son ahora significativos al 10%. Los contrastes de sesgo de signo, por otro lado, ofrecen resultados aceptables, rechazándose únicamente la hipótesis nula del contraste de sesgo de signo,  $t_{31}$ . Por lo tanto, podríamos aludir, en una primera impresión, a que el modelo se encuentra correctamente especificado en la segunda submuestra y que tanto la ecuación de la varianza de la primera ecuación como

<sup>65</sup>Cabe resaltar, que se han realizado diversas estimaciones del modelo (5.1), considerando diversas formas de la matriz de varianzas y covarianzas condicional, pero los resultados han sido infructuosos.

la covarianza entre la primera y la segunda poseen coeficientes significativos, ya que existe una dependencia de la covarianza condicional de los residuos de cada ecuación.

En la tabla 5.3 aparecen los descriptivos y contrastes de normalidad y autocorrelación de los residuos estandarizados y no estandarizados del modelo estimado. En cuanto al periodo completo, los excesos de curtosis de los residuos estandarizados se reducen en las dos ecuaciones con respecto a los no estandarizados. El contraste de Jarque-Bera rechaza la normalidad de los residuos estandarizados. Por otro lado, no se rechaza la hipótesis de no autocorrelación de los residuos estandarizados al 1% en la primera ecuación, y al 5% en la segunda. En cuanto al cuadrado de los residuos estandarizados, la hipótesis de no autocorrelación del contraste de Ljung-Box no se rechaza en ningún caso en la primera ecuación, mientras que en la segunda no se rechaza al 1%, no existiendo evidencia de que exista una estructura no lineal que no sea recogida por el modelo. El análisis del segundo periodo, muestra que los excesos de curtosis se reducen, y no se puede rechazar la hipótesis de normalidad. Cabe mencionar también que si bien los residuos estandarizados no presentan estructura significativa en la segunda submuestra, los residuos al cuadrado presentan estructura significativa para la primera ecuación. Sin embargo, la segunda ecuación presenta residuos al cuadrado sin estructura autocorrelacionada, por lo que cabe esperar una correcta especificación del modelo en este segundo subperiodo.

**Tabla 5.3** Análisis de los residuos estandarizados y no estandarizados del modelo no diagonal con constante en cada ecuación, estimados mediante BHHH para la peseta/dólar.

Ecuación	AS	K	JB	LBQ(1)	LBQ(10)	LBQ(20)	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)
<b>Periodo completo</b>									
$r_{mw,t}$	$\varepsilon_t$	-0.048	3.800	35.57 [0]					
	$Z_t$	-0.146	3.561	21.91 [0.00002]	3.53 [0.06]	20.35 [0.026]	26.9 [0.13]	2.901 [0.089]	9.743 [0.463]
$er_{14,t}^c$	$\varepsilon_t$	-0.013	3.477	16.287 [0.00029]					
	$Z_t$	-0.131	3.460	16.41 [0.00027]	3.82 [0.05]	9.32 [0.5]	17.08 [0.64]	0.043 [0.835]	41.445 [0.01]
<b>Después del euro: Periodo 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>									
$r_{mw,t}$	$\varepsilon_t$	0.087	3.305	2.749 [0.25]					
	$Z_t$	0.071	3.27	2.09 [0.35]	0.7 [0.4]	9.02 [0.53]	19.3 [0.5]	1.75 [0.186]	27.45 [0.002]
$er_{14,t}^c$	$\varepsilon_t$	-0.227	3.09	4.78 [0.09]					
	$Z_t$	-0.213	3.079	4.165 [0.12]	1.07 [0.29]	3.47 [0.96]	15.58 [0.74]	3.43 [0.064]	11.237 [0.339]

*Nota:* Para cada modelo se presentan estadísticos de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y sin estandarizar ( $\varepsilon_t$ ). LBQ(j), LBQ<sub>2</sub>(j), para  $j=1,10,20$  son los estadísticos del contraste de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado, respectivamente. Entre corchetes aparecen los  $p$ -valores.

Para proporcionar más información sobre la estimación del modelo, aparecen en la tabla 5.2 los resultados correspondientes a los logaritmos de verosimilitud de diversos modelos que están caracterizados por ciertas restricciones sobre los coeficientes y que permiten evaluar la adecuación del modelo ICAPM. En primer lugar, consideramos el contraste que valora la existencia de un beta condicional variable en el tiempo frente a la hipótesis de que éste sea constante, cuya hipótesis es  $H_0: \alpha_{ij} = g_{ij} = 0, \forall i, j$ . El valor del estadístico de razón de verosimilitud que compara el modelo general y restringido bajo dicha hipótesis es 98.448, rechazándose la hipótesis nula (pues el valor crítico correspondiente para un nivel de significación del 5% es  $\chi_8^2 = 15.5$ ). Por tanto, podríamos concluir que existe cierta evidencia de un coeficiente beta condicional variable en el tiempo para la peseta, asociado con posiciones descubiertas en dólares. Hay que decir que sería posible hablar de riesgo sistemático variable aunque el beta condicional fuera constante, ya que el mismo se obtiene mediante el producto del beta condicional por el exceso de rendimiento del mercado bursátil, pero en este caso se

corroborar que el beta condicional variable en el tiempo aporta información relevante en la determinación del riesgo sistemático.

En segundo lugar, se realiza el contraste de razón de verosimilitud de la hipótesis  $H_0: \omega_1 = \omega_2 = 0$ . Su estadístico es 87.52 y el valor crítico correspondiente  $\chi_2^2 = 5.99$ . Por lo tanto, se rechaza la hipótesis conjunta de que el modelo no tenga constantes en sus dos ecuaciones.

**Tabla 5.2.** Contrastes de razón de verosimilitud sobre hipótesis del modelo.

Modelo	logL	Estadístico
General	11940.29	
Restricción:		
$a_{ij} = g_{ij} = 0, \forall i, j$	11891.06	98.448 ( $\chi_8^2 = 15.5$ )
Restricción:		
$\omega_1 = \omega_2 = 0$	11896.53	87.52 ( $\chi_2^2 = 5.99$ )

Como conclusión, habría que decir que el beta condicional es distinto de cero en la segunda submuestra, aunque no podemos decir nada de su comportamiento durante el periodo completo, pues el modelo estimado presenta problemas de especificación.

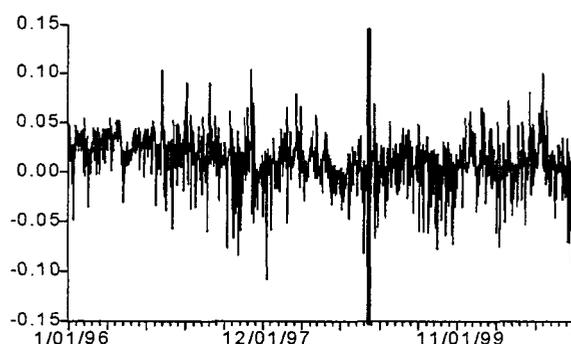
Pues bien, siendo conscientes de que los resultados son pobres, deberíamos ser cautelosos a la hora de realizar interpretaciones económicas. Quizás, éstas deberían realizarse sobre la segunda submuestra, pues parece algo más coherente.

En la figura 5.1 se representa la evolución del beta condicional del modelo estimado. Podemos observar que se detecta una variación de la volatilidad en la serie. Durante el año 1996 el beta condicional estimado resulta mucho menos volátil que en el resto del periodo. Después de la entrada del euro se observa cómo se mantiene e incluso aumenta la volatilidad de la misma. Concretamente, los episodios en los que el beta condicional presenta mayor dispersión pueden identificarse con circunstancias históricas concretas: un primer episodio se detecta entre septiembre y diciembre de 1997, coincidiendo con la crisis del sudeste asiático. Otro episodio corresponde a los meses de septiembre a diciembre de 1998, coincidiendo el mismo con la crisis rusa. Los días posteriores a la entrada del euro también se refleja una mayor volatilidad, si bien este

hecho puede deberse simplemente a una prolongación del efecto producido por la crisis rusa. No obstante, estos episodios de mayor dispersión de los valores del beta condicional se repiten a lo largo del segundo periodo muestral (entre septiembre y noviembre de 1999, entre abril y junio del 2000 y a finales del 2000 y principios del 2001).

Por otro lado, el valor medio estimado de dicho coeficiente es muy reducido (0.0108). En el 75% de los casos el coeficiente tiene signo positivo, y siempre es menor que la unidad. El hecho de que el beta condicional sea menor a la unidad indica que los excesos de rentabilidad esperados en el mercado cambiario son menos volátiles a los esperados en el mercado bursátil. Como consecuencia de esta característica, mantener posiciones abiertas en el mercado cambiario puede ser una estrategia apropiada para diversificar riesgos. Este resultado es coherente con las conclusiones aportadas por Malliaropulos (1997), el cual obtuvo estimaciones de los betas condicionales inferiores a la unidad para todas las monedas analizadas.

**Figura 5.1.** Beta condicional obtenido en la estimación del modelo no diagonal para la peseta/dólar.

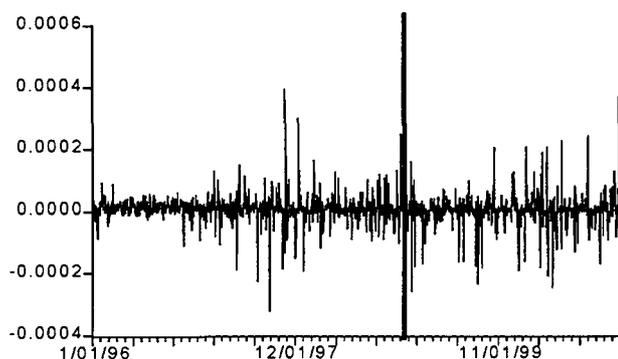


**Nota:** La línea vertical representa la fecha de entrada del euro, es decir, el 1 de enero de 1999.

A continuación, se representa en la figura 5.2 la evolución de la prima de riesgo excluyendo la parte autónoma, estimada por el modelo. Como puede observarse, ésta toma valores muy reducidos a lo largo del periodo muestral, y es estacionaria en media. En este sentido, la prima de riesgo obtenida presenta una evolución similar al exceso de rendimiento cambiario real, ya que éste es claramente estacionario en media. En cuanto a su dispersión, durante el año 1996, es considerablemente menor que en el resto del

periodo analizado, y no se observa un incremento de la dispersión significativo después de la entrada del euro, si bien hay que decir que tampoco se aprecia una reducción de la misma. Por otro lado, parece observarse la existencia de etapas puntuales que acumulan una mayor dispersión.

**Figura 5.2.** Prima de riesgo estimada para la peseta/dólar:



**Nota:** La línea vertical representa la fecha de entrada del euro, es decir, el 1 de enero de 1999. En la representación gráfica de la prima se ha obviado la parte autónoma así como las variables ficticias introducidas en ambas ecuaciones con el objeto de poder observar la evolución de la misma en una escala más apropiada para captar las variaciones que experimenta la prima a lo largo del periodo.

## 2.2. Caso de la libra con respecto al dólar.

A continuación se muestra la estimación del modelo (5.1) junto a la especificación BEKK para la libra/dólar, tanto para el periodo completo como subperiodos.

En el periodo completo, los parámetros son significativos en su mayoría. Como puede observarse en la tabla 5.4, las constantes de cada ecuación  $\omega_1$  y  $\omega_2$  son positivas y significativas, siendo la significatividad de  $\omega_2$  un argumento contrario a la especificación teórica del modelo. El coeficiente de la rentabilidad bursátil retardada es significativo y positivo, así como los coeficientes de las variables ficticias. Por otro lado, la mayor parte de los parámetros que constituyen las varianzas y covarianzas condicionales son significativos, no siéndolo, los coeficientes  $\alpha_{11}$  y las constantes de la ecuación de varianzas y covarianzas. Por otro lado, la estructura BEKK no diagonal

tiene sentido, en tanto que se rechaza la hipótesis nula que supone la constancia del beta condicional, es decir:  $H_0: a_{ij} = g_{ij} = 0, \forall i, j$ , tal como aparece en la tabla 5.5.

El modelo es estacionario en varianza condicional, si bien el valor propio  $\lambda_1$  toma un valor muy cercano a la unidad. El contraste de Pagan y Schwert rechaza la hipótesis nula en  $P_{22}$  y  $P_{12}$ .

Si analizamos los datos por submuestras, cabe destacar que existe un comportamiento muy diferenciado entre el primer y segundo periodo muestral. Mientras que en el primero la mayoría de los coeficientes son significativos, en el segundo ningún coeficiente correspondiente a las matrices que componen la matriz de varianzas y covarianzas condicional resulta significativo, con lo que se deduce que puede no existir evidencia de varianza condicional significativa en el segundo periodo muestral, en contraposición al primero. Además, todos los contrastes de especificación del modelo resultan satisfactorios en la segunda muestra, corroborando la correcta especificación del modelo en este caso.

Un posterior análisis de los residuos para el periodo completo nos muestra en la tabla 5.6 cómo la curtosis del residuo estandarizado se ha reducido en la primera ecuación con respecto al no estandarizado, mientras que, sin embargo, en la segunda ecuación no ha podido reducirse este exceso de curtosis. Los residuos estandarizados no presentan autocorrelación significativa en ninguna ecuación, lo cual indica que el modelo ha captado adecuadamente los segundos momentos condicionales. En la segunda submuestra, en cambio, hay que decir que existe evidencia de volatilidad condicional no captada por el modelo, lo cual, unido a que como se ha comentado previamente, los parámetros correspondientes a los segundos momentos condicionales no resultaron significativos, parece claro que el modelo no ha sido capaz de captar la volatilidad condicional existente.

**Tabla 5.4.** Estimaciones máximo verosímiles para el modelo ICAPM en el caso del tipo de cambio libra/dólar. El modelo propuesto es:

$$r_{mv,t} = \omega_1 + \phi r_{mv,t-1} + \delta_{11}D_{11,t} + \delta_{12}D_{12,t} + \varepsilon_{1t}$$

$$er_{24,t}^c = \omega_2 + \frac{Cov_{t-1}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})}{Var_{t-1}(\varepsilon_{1t})} (r_{mv,t} - \varepsilon_{1t} - r_{jt} + 1) + \delta_{21}D_{21,t} + \delta_{22}D_{22,t} + \varepsilon_{2t}$$

donde la matriz de varianzas y covarianzas condicionada adopta la forma propuesta por BEKK, siendo:  $\Omega_t = C'C + A'\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}A + G'\Omega_{t-1}G$

	Periodo completo		1ª muestra		2ª muestra	
	Coef.	t-St.	Coef.	t-St.	Coef.	t-St.
$\omega_1$	6.81E-4	(3.539)	7.00E-4	(2.682)	8.89E-5	(0.22)
$\omega_2$	4.82E-4	(2.659)	5.70E-4	(2.096)	4.22E-4	(1.3)
$\phi$	0.176	(8.219)	0.197	(6.491)	0.177	(3.972)
$\delta_{11}$	3.00E-2	(4.704)	2.60E-2	(3.239)	2.8E-2	(1.870)
$\delta_{12}$	-3.0E-2	(-14.97)	-3.67E-2	(-14.75)	-3.6E-2	(-2.357)
$\delta_{21}$	2.77E-2	(4.315)	2.83E-2	(4.045)	2.77E-2	(3.292)
$\delta_{22}$	-3.1E02	(-15.81)	-3.46E-2	(-18.88)	-2.7E-2	(-2.448)
$c_{11}$	-2.5E-4	(-0.025)	3.17E-3	(3.354)	5.75-3	(0.610)
$c_{12}$	-1.1E-3	(-0.022)	-3.60E-3	(-1.428)	-4.5E-3	(-0.242)
$c_{22}$	3.93E-4	(0.003)	2.62E-5	(0.000)	1.14E-4	(0.000)
$g_{11}$	0.488	(8.668)	-0.652	(-9.086)	0.715	(0.658)
$g_{12}$	-0.836	(-15.47)	0.370	(4.298)	0.617	(0.438)
$g_{21}$	0.963	(15.30)	-0.520	(-5.14)	-0.078	(-0.037)
$g_{22}$	0.278	(4.983)	-0.687	(-11.69)	-0.075	(-0.041)
$a_{11}$	0.034	(1.148)	0.226	(4.440)	0.120	(0.769)
$a_{12}$	0.261	(12.03)	0.304	(5.996)	-0.016	(-0.103)
$a_{21}$	-0.076	(-2.954)	-0.362	(-5.893)	-0.033	(-0.181)
$a_{22}$	0.055	(2.656)	0.194	(3.501)	-0.152	(-0.978)

**Tabla 5.4 (continuación).** Contrastes de mala especificación, logaritmo de verosimilitud, valores propios y criterios de información para el modelo ICAPM en el caso del tipo de cambio libra/dólar.

	Periodo completo	1ª muestra	2ª muestra
AN <sub>1</sub>	-0.146	-1.360	-0.369
t <sub>11</sub>	4.711	3.621	1.290
t <sub>21</sub>	-6.158	-4.176	-1.339
t <sub>31</sub>	-4.065	-3.011	-2.112
F <sub>1</sub>	1.022	0.582	0.388
P <sub>11</sub>	0.059	2.71	0.478
AN <sub>2</sub>	-0.602	-1.867	-0.941
t <sub>12</sub>	2.870	1.594	1.999
t <sub>22</sub>	-1.703	-0.876	-1.593
t <sub>32</sub>	-2.914	-0.657	-0.738
F <sub>2</sub>	1.066	1.384	0.332
P <sub>22</sub>	14.29	8.71	0.949
P <sub>12</sub>	18.77	9.4	3.33
λ <sub>1</sub>	0.984	0.795	0.435
λ <sub>2</sub>	0.962	0.794	0.025
λ <sub>3</sub>	0.676	0.189	0.024
λ <sub>4</sub>	0.676	0.189	0.024
logL	11757.9865	7069.2444	4678.7009
Aic	-17.896	-18.0569	-17.5506
Sbic	-17.8252	-17.9495	-17.4057

Nota: AN<sub>i</sub> es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2$ , correspondiendo a las ecuaciones primera y segunda del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_{ij}$  y  $F_j$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. El valor crítico correspondiente a los contrastes bilaterales  $t_{ij}$  al 5% es aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%;  $P_{ij}$ ,  $i,j=1,2$ , es el contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert ( $P_{12}=P_{21}$ ) cuya hipótesis nula es  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$  en la regresión auxiliar  $\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt} = \alpha + \beta h_{i,j,t} + \nu_t$ , y cuyo valor crítico al 5% es 5.99 para una  $\chi^2_2$ ;  $\lambda_i$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ ; AIC y SBIC son los criterios de información de Akaike y de información Bayesiana de Schwarz, respectivamente.

**Tabla 5.5.** Contrastes de razón de verosimilitud sobre hipótesis del modelo.

Modelo	logL	Estadístico
General	11757.98	
Restricción:		
$a_{ij} = g_{ij} = 0, \forall i, j$	11667.264	181.43 ( $\chi^2_8 = 15.5$ )
Restricción:		
$\omega_1 = \omega_2 = 0$	11721.63	72.7 ( $\chi^2_2 = 5.99$ )

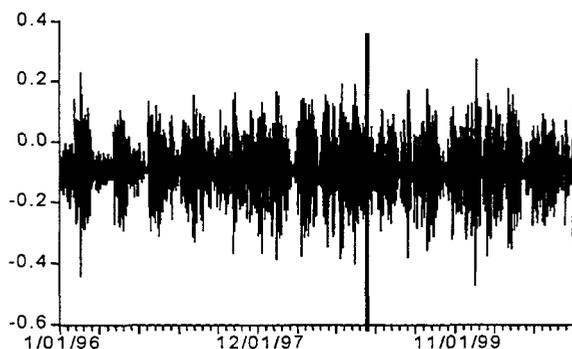
**Tabla 5.6.** Análisis de los residuos estandarizados y no estandarizados del modelo no diagonal estimados mediante BHHH para la libra/dólar.

Ecuación	AS	K	JB	LBQ(1)	LBQ(10)	LBQ(20)	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)
<b>Periodo Completo</b>									
$r_{mw,t}$	$\varepsilon_t$	-0.044	3.78	34.42 [0]					
	$Z_t$	-0.0766	3.46	12.9 [0.0015]	1.75 [0.18]	18.08 [0.05]	26.11 [0.16]	1.82 [0.176]	15.19 [0.125]
$er_{24,t}^c$	$\varepsilon_t$	-0.295	4.07	81.87 [0]					
	$Z_t$	-0.26	4.12	83.59 [0]	0.48 [0.48]	9.29 [0.5]	23.5 [0.26]	0.219 [0.639]	7.32 [0.69]
<b>Antes del euro: Periodo 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>									
$r_{mw,t}$	$\varepsilon_t$	-0.158	4.25	54.98 [0]					
	$Z_t$	-0.18	3.74	22.31 [0]	1.43 [0.23]	15.62 [0.11]	25.9 [0.16]	0.0353 [0.85]	39.32 [0]
$er_{24,t}^c$	$\varepsilon_t$	-0.43	4.11	64.64 [0]					
	$Z_t$	-0.322	3.7	29.9 [0]	0.009 [0.92]	15.9 [0.1]	23.8 [0.24]	0.0095 [0.922]	15.91 [0.102]
<b>Después del euro: Periodo 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>									
$r_{mw,t}$	$\varepsilon_t$	0.083	3.304	2.67 [0.26]					
	$Z_t$	0.073	3.29	2.36 [0.30]	0.55 [0.45]	9.06 [0.52]	18.6 [0.54]	0.986 [0.32]	26.053 [0.004]
$er_{24,t}^c$	$\varepsilon_t$	-0.02	3.808	14.5 [0.0007]					
	$Z_t$	-0.0039	3.78	13.56 [0.0011]	0.018 [0.89]	9.89 [0.45]	30.7 [0.05]	0.004 [0.949]	26.52 [0.003]

**Nota:** Para cada modelo se presentan estadísticos de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y sin estandarizar ( $\varepsilon_t$ ). LBQ(j), LBQ<sub>2</sub>(j), para j=1,10,20 son los estadísticos del contraste de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado, respectivamente. Entre corchetes aparecen los p-valores.

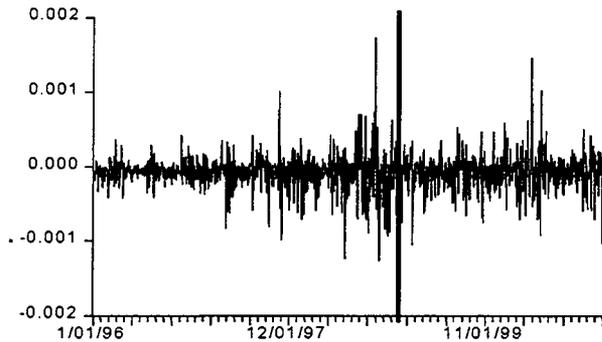
A continuación, representamos en la figura 5.3 el beta condicional estimado para el periodo completo.

**Figura 5.3.** Beta condicional del modelo ICAPM. Estimación completa para la libra/dólar.



**Nota:** La línea vertical representa la fecha de entrada del euro, es decir, el 1 de enero de 1999.

En este caso, el beta condicional toma valores negativos en el 78.2% de los casos, si bien siempre toma valores inferiores a la unidad en valor absoluto, con lo cual los excesos de rendimiento en el mercado bursátil están asociados menos que proporcionalmente con excesos de rendimiento en el mercado cambiario. Además, el valor medio muestral del beta condicional es  $-0.091$ , siendo estacionario en media. En el caso de la libra/dólar no se aprecia una variación significativa en la dispersión del beta condicional a lo largo del periodo muestral. A continuación, se representa en la figura 5.4 la prima de riesgo estimada para la libra/dólar, eliminando la parte autónoma de la misma. La prima de riesgo, al igual que en el caso de la peseta/dólar, toma valores muy pequeños y es estacionaria en media. En los meses de septiembre y octubre de 1998 destaca una etapa de mayor dispersión, como consecuencia de las crisis bursátiles de ese periodo provocadas por las tensiones financieras de las bolsas de Asia.

**Figura 5.4.** Prima de riesgo estimada para la libra/dólar:

**Nota:** La línea vertical representa la fecha de entrada del euro, es decir, el 1 de enero de 1999. En la representación gráfica de la prima se ha obviado la parte autónoma así como las variables ficticias introducidas en ambas ecuaciones con el objeto de poder observar la evolución de la misma en una escala más apropiada para captar las variaciones que experimenta la prima a lo largo del periodo.

### 2.3. Caso del yen con respecto al dólar.

En este epígrafe aparecen los resultados de la estimación del modelo (5.1) conjuntamente con la especificación BEKK para el caso del yen/dólar, tanto para el periodo completo como por subperiodos.

Los resultados de la estimación se muestran en la tabla 5.7 junto con algunos contrastes de mala especificación. Tal y como puede observarse, en el periodo completo, muchos de los coeficientes resultan significativos. La constante  $\omega_1$  es significativa al 10% y  $\omega_2$  no resulta significativa, siendo la no significatividad de  $\omega_2$  un argumento a favor de la especificación teórica del modelo. El coeficiente de la rentabilidad bursátil retardada es significativo y positivo, así como los coeficientes de las variables ficticias. Por otro lado, los coeficientes de la matriz de varianzas y covarianzas condicional  $g_{12}$ ,  $g_{21}$ ,  $a_{12}$  y  $a_{22}$  son significativos al 5%. El modelo es estacionario en varianza condicional siendo todos los valores propios inferiores a la unidad. Los contrastes de mala especificación indican un rechazo de las hipótesis de sesgo de signo para la primera ecuación y un rechazo del contraste de Pagan-Schwert, salvo  $P_{11}$  que no se rechazaría al 1%.

Por otro lado, la estructura BEKK no diagonal también tiene sentido, en tanto que se rechaza la hipótesis nula que supone la constancia del beta condicional, es decir:  $H_0: a_{ij} = g_{ij} = 0, \forall i, j$ , tal como aparece en la tabla 5.8.

El modelo es estacionario en varianza condicional.

En el análisis por submuestras podemos decir brevemente lo siguiente. Primero, que no existen diferencias relevantes entre ellas, presentando un número importante de coeficientes significativos. Por otro lado, los contrastes de especificación, en general, se comportan satisfactoriamente.

Finalmente, en cuanto al análisis del comportamiento de los residuos estandarizados del modelo que aparecen en la tabla 5.9, se muestra que en el periodo completo no consigue reducirse el exceso de curtosis del residuo estandarizado frente al no estandarizado, para la segunda ecuación, existiendo por tanto cierta evidencia de incorrección en la especificación del modelo propuesto. Sin embargo, los contrastes de no autocorrelación basados en los residuos estandarizados no rechazan la hipótesis nula al 5%, y los basados en los cuadrados de los residuos estandarizados no rechazan las hipótesis de no autocorrelación al 1% de nivel de significación, tanto en el periodo completo como en las distintas submuestras.

**Tabla 5.7.** Estimaciones máximo verosímiles para el modelo ICAPM en el caso del tipo de cambio yen/dólar. El modelo propuesto es:

$$r_{mw,t} = \omega_1 + \phi r_{mw,t-1} + \delta_{11} D_{11,t} + \delta_{12} D_{12,t} + \varepsilon_{1t}$$

$$er_{34,t}^c = \omega_2 + \frac{Cov_{t-1}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})}{Var_{t-1}(\varepsilon_{1t})} (r_{mw,t} - \varepsilon_{1t} - r_{3t} + 1) + \delta_{21} D_{21,t} + \delta_{22} D_{22,t} + \varepsilon_{2t}$$

donde la matriz de varianzas y covarianzas condicionada adopta la forma propuesta por BEKK, siendo:  $\Omega_t = C'C + A'\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}A + G'\Omega_{t-1}G$ .

	Periodo completo		1ª muestra		2ª muestra	
	Coef.	t-St.	Coef.	t-St.	Coef.	t-St.
$\omega_1$	3.68E-4	(1.878)	7.46E-4	(3.268)	2.82E-4	(0.757)
$\omega_2$	-1.0E-4	(-0.779)	-8.84E-5	(-0.523)	2.26E-4	(1.028)
$\phi$	0.180	(8.077)	1.97E-1	(6.432)	1.94E-1	(4.394)
$\delta_{11}$	2.76E-2	83.295	2.31E-2	(1.715)	2.91E-2	(1.050)
$\delta_{12}$	-3.5E-2	(-8.664)	-3.24E-2	(-12.52)	-3.3E-2	(-2.175)
$\delta_{21}$	1.73E-2	(5.937)	1.89E-2	(4.619)	1.48E-2	(1.028)
$\delta_{22}$	-1.9E-2	(-8.430)	-1.89E-2	(-3.781)	-1.9E-2	(-0.176)
$\alpha_{11}$	1.01E-4	(0.002)	2.13E-4	(0.041)	4.70E-3	(4.321)
$\alpha_{12}$	2.76E-4	(0.002)	3.28E-3	(0.034)	-5.7E-4	(-0.412)
$\alpha_{22}$	1.96E-3	(0.113)	1.24E-3	(0.005)	2.59E-5	(0.000)
$g_{11}$	2.88E-2	(0.376)	-9.68E-1	(-116)	0.731	(7.397)
$g_{12}$	-0.553	(-8.739)	3.44E-4	(0.014)	0.223	(2.799)
$g_{21}$	1.529	(9.030)	-0.214	(-0.598)	-0.314	(-1.530)
$g_{22}$	-0.005	(-0.076)	0.502	(3.988)	0.899	(8.214)
$a_{11}$	0.121	(4.270)	0.219	(7.159)	-0.208	(-2.971)
$a_{12}$	0.205	(8.649)	0.092	(2.792)	0.112	(2.657)
$a_{21}$	0.046	(0.874)	-0.008	(-0.098)	-0.458	(-3.908)
$a_{22}$	0.078	(2.489)	0.307	(4.825)	-0.007	(-0.125)

**Tabla 5.7 (continuación).** Contrastes de mala especificación, logaritmo de verosimilitud, valores propios y criterios de información para el modelo ICAPM en el caso del tipo de cambio yen/dólar.

	Periodo completo	1* muestra	2* muestra
AN <sub>1</sub>	-0.428	-0.127	-0.395
t <sub>11</sub>	4.410	4.069	1.332
t <sub>21</sub>	-5.981	-4.184	-0.667
t <sub>31</sub>	-3.353	-4.061	-2.776
F <sub>1</sub>	0.943	0.555	0.623
P <sub>11</sub>	2.48	3.39	1.09
AN <sub>2</sub>	-1.011	-0.595	-0.861
t <sub>12</sub>	-1.178	0.313	-0.251
t <sub>22</sub>	-0.790	-1.103	0.333
t <sub>32</sub>	-0.378	-0.206	-1.528
F <sub>2</sub>	0.213	0.057	0.476
P <sub>22</sub>	34.5	1.6	1.39
P <sub>12</sub>	11.5	1.11	5.58
λ <sub>1</sub>	0.914	0.990	0.815
λ <sub>2</sub>	0.892	0.418	0.780
λ <sub>3</sub>	0.845	0.417	0.554
λ <sub>4</sub>	0.827	0.339	0.554
logL	12224.12	7430.5486	4855.62
Aic	-18.6068	-18.9821	-18.2208
Sbic	-18.5358	-18.8747	-18.0758

Nota: AN<sub>i</sub> es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2$ , correspondiendo a las ecuaciones primera y segunda del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_{ij}$  y  $F_j$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. El valor crítico correspondiente a los contrastes bilaterales  $t_{ij}$  al 5% es aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%;  $P_{ij}$ ,  $ij=1,2$ , es el contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert ( $P_{12}=P_{21}$ ) cuya hipótesis nula es  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$  en la regresión auxiliar  $\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt} = \alpha + \beta h_{ij,t} + v_t$ , y cuyo valor crítico al 5% es 5.99 para una  $\chi^2_2$ ;  $\lambda_i$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ ; AIC y SBIC son los criterios de información de Akaike y de información Bayesiana de Schwarz, respectivamente.

**Tabla 5.8.** Contrastes de razón de verosimilitud sobre hipótesis del modelo.

Modelo	logL	Estadístico
General	12224.11	
Restricción:		
$a_{ij} = g_{ij} = 0, \forall i, j$	12184.1056	80.02 ( $\chi^2_8=15.5$ )
Restricción:		
$\omega_1 = \omega_2 = 0$	12200.502	47.216 ( $\chi^2_2=5.99$ )

**Tabla 5.9.** Análisis de los residuos estandarizados y no estandarizados del modelo no diagonal estimados mediante BHHH para el yen/dólar.

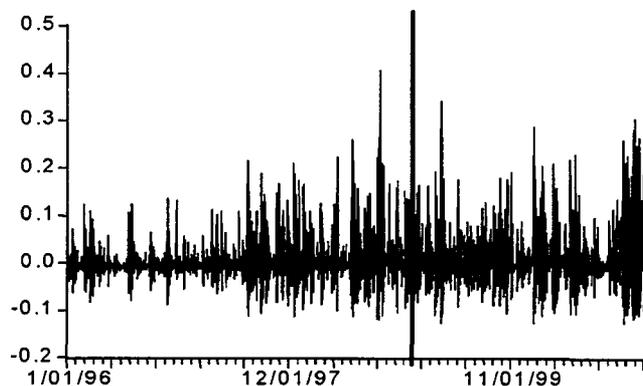
Ecuación	AS	K	JB	LBQ(1)	LBQ(10)	LBQ(20)	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)
<b>Periodo Completo</b>									
$r_{mw,t}$	$\varepsilon_t$	-0.0499	3.794	35.135 [0]					
	$Z_t$	-0.0966	3.529	17.37 [0.00016]	2.27 [0.13]	17.15 [0.07]	22.6 [0.3]	0.523 [0.469]	19.676 [0.032]
$er_{34,t}^c$	$\varepsilon_t$	-0.039	3.517	14.99 [0.00055]					
	$Z_t$	-0.084	3.680	26.94 [0.000001]	1.73 [0.18]	6.61 [0.76]	17.27 [0.63]	0.0283 [0.866]	17.59 [0.062]
<b>Antes del euro: Periodo 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>									
$r_{mw,t}$	$\varepsilon_t$	-0.1687	4.288	57.906 [0]					
	$Z_t$	-0.24798	3.791	28.48 [0]	0.98 [0.32]	18.12 [0.05]	23.27 [0.27]	0.2287 [0.632]	6.08 [0.808]
$er_{34,t}^c$	$\varepsilon_t$	-0.082	3.698	16.78 [0.00022]					
	$Z_t$	-0.088	3.623	13.708 [0.001]	1.62 [0.2]	7.34 [0.69]	18.29 [0.56]	0.0414 [0.839]	13.541 [0.195]
<b>Después del euro: Periodo 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>									
$r_{mw,t}$	$\varepsilon_t$	0.095	3.311	2.959 [0.227]					
	$Z_t$	0.024	3.253	1.476 [0.478]	0.56 [0.45]	9.92 [0.44]	20.65 [0.41]	2.4129 [0.12]	18.42 [0.048]
$er_{34,t}^c$	$\varepsilon_t$	-0.01	3.261	1.534 [0.464]					
	$Z_t$	-0.05	3.191	1.034 [0.596]	1.5 [0.21]	7.29 [0.69]	17.4 [0.62]	0.827 [0.363]	5.535 [0.853]

**Nota:** Para cada modelo se presentan estadísticos de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y sin estandarizar ( $\varepsilon_t$ ). LBQ(j), LBQ<sub>2</sub>(j), para  $j=1,10,20$  son los estadísticos del contraste de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado, respectivamente. Entre corchetes aparecen los p-valores.

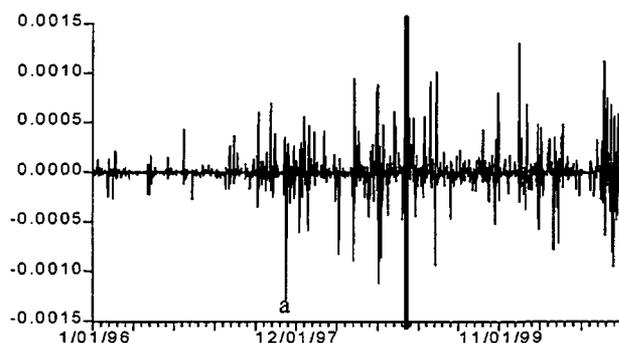
Una vez hemos analizado las características del modelo estimado para el periodo completo y en cada una de las submuestras, presentamos la evolución del beta condicional estimado a partir de los resultados del periodo completo. Estos se observan en figura 5.5.

El beta condicional para el yen/dólar toma valores positivos en un 49% de los casos y su media es de 0.0117, siendo estacionario en media. Sin embargo, en el gráfico se aprecia cómo la dispersión del beta condicional crece a lo largo del periodo muestral. Según este resultado, podríamos decir que se detecta un incremento del beta condicional en el caso del yen respecto al dólar. Por último, al analizar la prima de riesgo estimada, puede observarse en la figura 5.6 un incremento en la dispersión de la misma, siendo posible identificar ciertos acontecimientos históricos, como es el caso del cierre de la Bolsa de Nueva York el 27 de octubre de 1997 (este hecho se corresponde con el momento que aparece referido con una “a” en dicho gráfico). Análogamente a los resultados obtenidos para el caso de las otras monedas, la prima de riesgo toma valores cercanos a cero, por lo que la prima de riesgo estimada para el yen sólo es capaz de captar un pequeño porcentaje de las variaciones reales del exceso de rendimiento cambiario.

**Figura 5.5.** Beta condicional obtenido en la estimación del modelo no diagonal para el yen/dólar.



**Nota:** La línea vertical representa la fecha de entrada del euro, es decir, el 1 de enero de 1999.

**Figura 5.6.** Prima de riesgo estimada para el yen/dólar:

**Nota:** La línea vertical representa la fecha de entrada del euro, es decir, el 1 de enero de 1999. En la representación gráfica de la prima se ha obviado la parte autónoma así como las variables ficticias introducidas en ambas ecuaciones con el objeto de poder observar la evolución de la misma en una escala más apropiada para captar las variaciones que experimenta la prima a lo largo del periodo.

## 2.4. Factores explicativos del beta condicional.

Con el objeto de analizar qué variables pueden estar relacionadas con la evolución que ha seguido el beta condicional de la peseta/dólar correspondiente al modelo ICAPM (que vincula los rendimientos del mercado cambiario con los del mercado bursátil), se han realizado distintas estimaciones para diferentes modelos en los que dicha variable se modela frente a aquellas que *a priori* podrían explicar parte del comportamiento de tal coeficiente estimado<sup>66</sup>. Estas variables podrían ser el tipo de cambio de la peseta con respecto al dólar, el índice bursátil para España y los tipos de interés a tres meses para España y Estados Unidos.

Tras varias posibles especificaciones estimadas, el modelo que mejores propiedades presenta incluye como variables explicativas la diferencia del índice bursátil para España y la diferencia entre los tipos de interés trimestrales entre España y Estados Unidos. A continuación, en la tabla 5.10, se realiza un análisis de raíces

<sup>66</sup> Este análisis se realiza en una línea similar a Tai (2000), si bien, el estudio se realiza después de estimado el beta condicional, puesto que en general, las variables consideradas, no resultaron significativas en el modelo ICAPM.

unitarias para el beta condicional estimado, así como para las variables explicativas del modelo a estimar.

**Tabla 5.10.** Contrastes de raíces unitarias convencionales para el beta condicional del modelo ICAPM correspondiente a la peseta/dólar, así como para la diferencia del índice bursátil mundial, y la diferencia entre los tipos de interés de España y de USA.

	ADF(p=4)		PP(l=6)		KPSS(l=6)	
	Constante	Cons. y tend.	Constante	Cons. y tend.	$\eta_{\mu}$	$\eta_{\varepsilon}$
$\beta_t$	-9.86557	-11.212	-31.02076	-32.42342	0.5197	0.0715
$i_{1t} - i_{4t}$	-3.90056	0.135	-4.12476	0.144917	15.558	3.5264
$\Delta I_{wt}$	-16.517	-16.534	-29.2268	-29.22545	0.1141	0.0684
1%	<b>-3.4382</b>	<b>-3.9702</b>	<b>-3.4382</b>	<b>-3.9702</b>	<b>0.739</b>	<b>0.216</b>
5%	<b>-2.8642</b>	<b>-3.4157</b>	<b>-2.8642</b>	<b>-3.4157</b>	<b>0.463</b>	<b>0.146</b>

*Nota:* Valores críticos de los contrastes ADF y PP obtenidos de MacKinnon (1991). Valores críticos del contraste KPSS obtenidos de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992). El número de retardos  $p$  elegido es 4, mientras que el punto de truncamiento  $l$  se ha calculado a través de la expresión  $l = \text{floor} \left[ (T/100)^{1/4} \right]$ , siendo *floor* el número entero más pequeño.

Los resultados obtenidos muestran que el beta condicional es integrado de orden cero  $I(0)$ , así como la variación del índice bursátil mundial, atendiendo a los contrastes ADF, PP y KPSS. La diferencia entre los tipos de interés de España y USA presenta resultados distintos según se consideren los contrastes ADF y PP con constante o con constante y tendencia. En el primer caso, se rechaza la hipótesis nula de que  $i_{1t} - i_{4t}$  es al menos  $I(1)$ , indicando, por tanto, que será  $I(0)$ . Sin embargo, si consideramos los contrastes con constante y tendencia, no puede rechazarse esta hipótesis. En lo que respecta al contraste KPSS, este refuerza la idea de que  $i_{1t} - i_{4t}$  es  $I(1)$ .

En este sentido, procederemos a estimar un modelo que relaciona el beta condicional con diversas variables explicativas. Hay que decir que las posibles relaciones entre  $\Delta I_{wt}$  e  $i_{1t} - i_{4t}$  con el beta condicional son discutibles, dado que el beta condicional es una variable no observable.

Tras realizar diversas pruebas, se ha estimado el modelo considerando una especificación ARMA(1,1) para las perturbaciones del modelo. Asimismo, dado que el modelo presentaba síntomas de heterocedasticidad y autocorrelación, se ha optado por realizar la estimación robusta y consistente de Newey-West, de la matriz de varianzas y

covarianzas ante dicho problema. Los resultados obtenidos en la estimación se presentan en la tabla 5.11. Por un lado, puede observarse que el coeficiente de determinación del modelo es relativamente bajo, siendo de 0.328 para la estimación del periodo completo. Dado el carácter inobservable del beta condicional, resulta difícil encontrar variables que expliquen su variabilidad. Por un lado, vemos que el coeficiente de la variación del índice bursátil para España mantiene su signo negativo tanto en el periodo completo como en cada uno de los dos subperiodos considerados. Además, este coeficiente es significativo en el periodo completo y en la segunda submuestra. Por otro lado, el coeficiente de la diferencia entre los tipos de interés de España y USA presenta signo positivo y resulta significativo para el periodo completo y la primera muestra. En la segunda muestra cambia de signo, pero deja de ser significativo. Las variables ficticias consideradas para eliminar el efecto de observaciones anómalas mantienen su significatividad en todos los casos. Cabe destacar el elevado valor que presentan los coeficientes correspondientes al término autorregresivo ( $\phi_1 = 0.934$  para el periodo completo). Sin embargo, se rechaza la hipótesis de que  $\phi_1 = 1$ , con lo que el proceso es estacionario.

Por otro lado, los contrastes realizados corroboran el buen comportamiento de los residuos. En ningún caso se rechaza el contraste de Ljung-Box, no existiendo evidencia de autocorrelación. Además, no se rechaza el contraste ARCH( $p$ ) en ningún caso, no observándose síntomas de posible heterocedasticidad. Tampoco se rechaza el contraste de heterocedasticidad de White. No obstante, los residuos no se distribuyen normalmente, siendo su distribución leptocúrtica.

Por tanto, a la vista de los resultados, podemos decir que hemos encontrado que existe una relación negativa y significativa entre la variación del índice bursátil mundial y el beta condicional, mientras que se observa una relación positiva y significativa entre la diferencia de tipos de interés entre España y EEUU, si bien hay que considerar que estas variables sólo son capaces de explicar una proporción relativamente baja de la variabilidad que presenta el beta condicional para la peseta/dólar previamente estimado a partir del modelo de valoración de activos de capital (ICAPM).

**Tabla 5.11.** Estimación de la tendencia de  $\beta_t$  para la peseta/dólar. El modelo estimado es:  
 $\beta_t = \delta_0 + \delta_1 \Delta I_{wt} + \delta_2 (i_{1t} - i_{4t}) + \delta_3 D_{1t} + \delta_4 D_{2t} + v_t; v_t = u_t + \theta_1 u_{t-1} + \phi_1 v_{t-1}$ .

$\delta_0$	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_4$	$\theta_1$	$\phi_1$	R <sup>2</sup>	LBQ(1)	LBQ(5)	LBQ(10)	LBQ(20)	ARCH(1)	ARCH(5)	JB	K	Contraste de White
<b>Periodo Completo</b>																
0.015 (9.35)	-0.0001 (-2.45)	0.0046 (5.4)	-0.085 (-18.98)	0.073 (21.38)	-0.828 (-24.3)	0.934 (43.8) (-3.14)*	0.328	0.03 [0.79]	2.007 [0.57]	10.67 [0.22]	15.32 [0.64]	0.043 [0.83]	0.324 [1.62]	490 [0]	5.44	10.06 [0.12]
<b>Antes del euro: Periodo 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>																
0.014 (8.14)	-5.9E-5 (-0.71)	0.0057 (5.12)	-0.095 (-15.54)	0.074 (15.42)	-0.812 (-16.8)	0.928 (32.775) (-2.544)	0.367	4.0E-6 [0.98]	3.54 [0.315]	12.69 [0.123]	19.636 [0.354]	0.869 [0.35]	5.74 [0.33]	436.55 [0]	6.07	7.63 [0.266]
<b>Después del euro: Periodo 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>																
0.0053 (0.42)	-0.0002 (-2.47)	-0.00027 (-0.053)	-0.078 (-21.08)	0.071 (15.36)	-0.84 (-16.0)	0.93 (25.67) (-1.932)*	0.226	0.0386 [0.97]	0.6121 [0.894]	5.67 [0.68]	13.4 [0.765]	1.007 [0.31]	4.51 [0.47]	124.07 [0]	4.004	3.63 [0.72]

**Nota:** Resultados de la estimación del modelo robusta y consistente de Newey-West de la matriz de varianzas y covarianzas ante heterocedasticidad y autocorrelación.  $\beta_t$  corresponde al beta condicional de la peseta/dólar estimado a partir del modelo ICAPM.  $D_{jt}$  donde  $j=1,2$  son variables ficticias correspondientes a aquellas observaciones que superen 3 desviaciones típicas la endógena del modelo. Los términos entre paréntesis corresponden al estadístico del contraste cuya hipótesis nula es la nulidad del coeficiente considerado. Los términos entre paréntesis con asterisco corresponden al estadístico del contraste cuya hipótesis nula es que el coeficiente considerado tome valor 1.

### 3. Riesgo cambiario en el modelo CAR. El coeficiente de aversión al riesgo.

#### 3.1. Coeficiente de aversión al riesgo constante.

El análisis del coeficiente de aversión al riesgo de los agentes inversores es una cuestión de interés cuando queremos estudiar la existencia de prima de riesgo de mercado, de modo que si los agentes son neutrales al riesgo, no exigirán una prima por el hecho de invertir en un activo arriesgado. Por tanto, a partir del modelo de valoración de activos propuesto por Ayuso y Restoy (1996), los cuales siguen a Hansen y Hodrick (1983), en este epígrafe analizaremos si existe o no coeficiente de aversión al riesgo significativo para los agentes inversores de España, Gran Bretaña y Japón en el caso en que invierten en dólares. El modelo objeto de análisis se ha desarrollado en el Capítulo 1, epígrafe 3.3.4. El parámetro de aversión al riesgo aparece en la función de utilidad del modelo y se incorpora en la función a maximizar. Las condiciones de primer orden junto con el supuesto de distribución lognormal de la tasa marginal de sustitución intertemporal en el conjunto de información disponible proporcionan la siguiente expresión para el exceso de rentabilidad del mercado cambiario:

$$E_{t-1}[er_{ct}] = -\frac{Var_{t-1}(er_{ct})}{2} + (1 - \kappa)Cov_{t-1}(er_{ct}, \pi_t) + \kappa Cov_{t-1}(er_{ct}, r_{mt}) \quad (5.2)$$

Consideramos de interés tratar de estimar, por un lado, el coeficiente de aversión al riesgo, y por otro, poder explicar el riesgo cambiario a partir de la descomposición de tres componentes del mismo.

Ayuso y Restoy (1996) realizan un estudio a partir de la estimación del modelo (5.2) aplicando el procedimiento de estimación por el método generalizado de los momentos. El objeto de su análisis es diferente al nuestro, en el sentido de que ellos tratan de captar si la prima de riesgo entre monedas pertenecientes al sistema tiende a reducirse por el hecho de pertenecer al mismo, corroborando esta hipótesis los resultados obtenidos, y comprobando que las primas entre monedas que fluctúan

libremente son siempre mucho mayores. En el caso que nos ocupa analizaremos la evolución de las primas de riesgo de la peseta, libra y yen frente al dólar, y estudiaremos, por ejemplo, si los momentos de crisis de la peseta en el SME (desde septiembre de 1992 a agosto de 1993) han afectado a la prima de riesgo con respecto al dólar o si la entrada o salida de la libra del SME (octubre de 1990 y septiembre de 1992, respectivamente) ha tenido repercusión en la prima frente al dólar. En este sentido, Ayuso y Restoy (1996) realizan estimaciones por submuestras, incluyendo distintos subperiodos en cada una, y encuentran que las primas de riesgo del dólar y del yen frente al marco no varían a lo largo de la muestra, es decir, que no se ven afectadas por la etapa de crisis del SME, mientras que Gran Bretaña incrementa su prima de riesgo respecto al marco cuando sale del SME. En cuanto a referencias anteriores sobre estimaciones de coeficientes de aversión al riesgo, muchos autores han encontrado dicho parámetro no significativo, como es el caso de Lewis (1988), Engel y Rodríguez (1988), Kaminsky y Peruga (1990) o Lim y McNelis (1998). Sin embargo, Ayuso y Restoy (1996) encuentran un coeficiente de aversión al riesgo positivo y significativo.

Pues bien, con el objeto de estimar este coeficiente de aversión al riesgo se planteó un modelo análogo al propuesto por Ayuso y Restoy (1996) [véase epígrafe 4.3.4.2 del Capítulo 1], que quedaba formulado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 r_{mw,t} &= \alpha_1 r_{mw,t-1} + \delta_{12} D_{12,t} + \varepsilon_{1t} \\
 \pi_{1t} &= \alpha_2 \pi_{1,t-1} + \delta_{21} D_{21,t} + \varepsilon_{2t} \\
 er_{14,t}^c &= -\frac{1}{2} h_{33,t} + (1 - \kappa) h_{23,t} + \kappa h_{13,t} + \delta_{31} D_{31,t} + \varepsilon_{3t}
 \end{aligned}$$

donde,  $r_{mw,t}$  es la rentabilidad del índice mundial Morgan Stanley;  $\pi_{1t}$  es la tasa de inflación para España;  $er_{14,t}^c$  es el exceso de rendimiento cambiario para España;  $\kappa$  es el coeficiente de aversión al riesgo de la peseta con respecto al dólar y  $D_{ij}$  son las correspondientes ficticias que recogen aquellas observaciones que se alejan de la media más de tres desviaciones típicas.

Sin embargo, un primer problema con el que nos encontramos al aplicar este modelo, es el hecho de que la tasa de inflación española no es una serie estacionaria en

media, por lo que es necesario trabajar con la diferencia de la tasa de inflación<sup>67</sup>. Se estima, por tanto, el siguiente modelo, en el que se han considerado solamente aquellas variables que resultaron significativas:

$$\begin{aligned} r_{mw,t} &= \delta_{12}D_{12,t} + u_{1t} \\ \Delta\pi_{jt} &= \alpha_2\Delta\pi_{j,t-1} + \delta_{21}D_{21,t} + \delta_{22}D_{22,t} + u_{2t} \\ er_{j4,t}^c &= -\frac{1}{2}h_{33,t} + (1-\kappa)h_{23,t} + \kappa h_{13,t} + \delta_{31}D_{31,t} + u_{3t} \end{aligned} \quad (5.3)$$

para  $j=1,2,3$ .

Por otro lado, hemos comprobado que la estimación del modelo (5.3) no presenta residuos con buenas propiedades, puesto que los correspondientes a la segunda y tercera ecuación presentan estructura. Por este motivo, con el fin de procurar que los residuos no posean estructura, se estima otro modelo, en el que en una primera fase se regresan las variables endógenas correspondientes a la segunda y tercera ecuación frente a las variables ficticias y se les añade la estructura que presentaban los residuos. De esta forma, los residuos obtenidos a partir de estas regresiones contendrán únicamente la información correspondiente a la volatilidad condicional existente. A su vez, utilizaremos estos residuos como variables endógenas que corresponden a la segunda y tercera ecuación. Con esto, el modelo estimado será:

$$\begin{aligned} r_{mw,t} &= \omega_1 + \delta_{12}D_{12,t} + \varepsilon_{1t} \\ \hat{u}_{2t} &= \omega_2 + \varepsilon_{2t} \\ \hat{u}_{3t} &= \omega_3 - \frac{1}{2}h_{33,t} + (1-\kappa)h_{23,t} + \kappa h_{13,t} + \varepsilon_{3t} \end{aligned} \quad (5.4)$$

siendo  $\hat{u}_{2t}$  y  $\hat{u}_{3t}$  los residuos filtrados a través de un modelo ARMA.

<sup>67</sup> Se utiliza la variación de la inflación y no la tasa de inflación en el modelo trivariante, puesto que en la estimación de las medias condicionales en este marco, se necesitan series estacionarias. Esta idea ya fue utilizada por Alonso y Ayuso (1997b).

Por otro lado, se considera que  $\begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \end{bmatrix} / \psi_{t-1} \sim N(0, \Omega_t)$ , siendo  $\Omega_t$  la matriz de

varianzas y covarianzas condicionada no restringida que adopta la forma propuesta por BEKK ( $K=1$ ), siendo:  $\Omega_t = C'C + A' \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} A + G' \Omega_{t-1} G$ .

A continuación, realizamos un estudio por separado para cada moneda, utilizando datos mensuales, a diferencia de los estudios que hemos realizado en el Capítulo 4 y parte de este Capítulo 5, en el epígrafe 3.1, y teniendo en cuenta los dos problemas enunciados con anterioridad. En este sentido, el análisis llevado a cabo sólo se realizará para el periodo que abarca desde enero de 1977 hasta diciembre de 2000, no teniéndose en cuenta la división en subperiodos que identifiquen el antes y después de la entrada del euro, por cuanto el segundo subperiodo contendría pocas observaciones para la implementación de los modelos multiecuacionales empleados en nuestro estudio.

### 3.2.1. Caso de la peseta con respecto al dólar.

En este epígrafe se estima el modelo (5.4) conjuntamente con la especificación BEKK para el caso de la peseta/dólar.

En la tabla 5.12 se presentan los resultados obtenidos en la estimación para todo el periodo. En este caso, los residuos de la segunda y tercera ecuación se obtienen de una especificación como:

$$\begin{aligned} \Delta\pi_{1t} &= \delta_{21}D_{21,t} + \delta_{22}D_{22,t} + u_{2t} ; u_{2t} = v_{2t} + \theta_1 v_{2,t-1} \\ er_{14,t}^c &= \delta_{31}D_{31,t} + u_{3t} ; u_{3t} = \phi_1 u_{3,t-1} + v_{3t} \end{aligned}$$

siendo  $v_{2t}$  y  $v_{3t}$  ruido blanco, la diferencia de la tasa de inflación es un MA(1) y el exceso de rendimiento cambiario es un AR(1).

Cabe mencionar que el sistema estimado presenta varianzas y covarianzas estacionarias, ya que todos sus valores propios son claramente inferiores a la unidad.

El coeficiente de aversión al riesgo es positivo, siendo  $\kappa = 0.1349$ . No obstante, no resulta significativo<sup>68</sup>. En este sentido, este resultado está en consonancia con otros estudios empíricos sobre el CAR, como es el caso de Lewis (1988), Engel y Rodríguez (1989), Kaminsky y Peruga (1990) y Lim y McNelis (1998), quienes, como se ha comentado previamente, obtuvieron resultados no significativos para este coeficiente<sup>69</sup>. Por otro lado, sólo la constante  $\omega_1$  correspondiente a la primera ecuación resulta significativa. En cuanto a los parámetros que conforman la matriz de varianzas y covarianzas condicionales, muchos de ellos resultan significativos, y además, dado que  $c_{jj}$ ,  $g_{jj}$  y  $a_{jj}$  son positivos en todos los casos, se garantiza una única estructura para el modelo de varianza condicional. Por otro lado, los coeficientes  $g_{jj}$  toman valores 0.18, 0.38 y 0.251 para  $j=1,2,3$  respectivamente, por lo que no existe persistencia de la volatilidad condicional. Concretamente, los coeficientes significativos correspondientes a las matrices que conforman las varianzas y covarianzas condicionales son:  $c_{22}$ ,  $g_{22}$ ,  $g_{23}$ ,  $g_{31}$ ,  $a_{11}$ ,  $a_{13}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{23}$  y  $a_{32}$ . En cuanto a los contrastes, no se rechaza la hipótesis de no existencia de efectos de dispersión en ningún caso, ni las hipótesis nulas de los contrastes de sesgo conjunto para la varianza heterocedástica, ni las de los contrastes de consistencia de Pagan y Schwert, mientras que se rechazan en algunos casos las hipótesis nulas de los contrastes de sesgo de signo individuales.

Finalmente, los residuos estandarizados y no estandarizados estimados por el modelo, y que aparecen en la tabla 5.15, se caracterizan porque, como puede observarse, en las tres ecuaciones el exceso de curtosis se reduce en los residuos estandarizados con respecto a los no estandarizados. Por otro lado, únicamente la tercera ecuación presenta normalidad en los residuos. En cuanto a las autocorrelaciones simples, los contrastes LBQ y LBQ<sub>2</sub> para los residuos estandarizados y sus cuadrados, respectivamente,

<sup>68</sup> Cabe resaltar, que se realizan diversas estimaciones del modelo (5.1) atendiendo a variaciones del mismo. Sin embargo, los resultados sobre el coeficiente de aversión al riesgo no se modifican.

<sup>69</sup> Cabe destacar que para la economía española el CAR ha sido estimado para distintos periodos y a través de distintos métodos con diferentes valores. Así, por ejemplo, el CAR resulta significativo en Mora (1992) para el periodo 1976-1989, que obtiene un valor de 0.02, o en Ayuso (1996), quien obtiene un valor para 1988-1995 igual a 0.22. Por otro lado, no resulta significativo en Alonso, Rubio y Tusell (1988), para el periodo 1975-1984 con un valor de 0.82. En general, puede consultarse Pérez-Rodríguez (2002).

muestran que no existe estructura en las mismas. Por lo tanto, consideramos que, en general, el modelo estimado está correctamente especificado.

**Tabla 5.12.** Estimaciones máximo verosímiles y contrastes de especificación para el modelo con coeficiente de aversión al riesgo (CAR) para la peseta/dólar. El modelo

$$r_{mv,t} = \omega_1 + \delta_{12}D_{12,t} + \varepsilon_{1t}$$

propuesto es:  $\hat{u}_{2t} = \omega_2 + \varepsilon_{2t}$

$$\hat{u}_{3t} = \omega_3 - \frac{1}{2}h_{33,t} + (1-\kappa)h_{23,t} + \kappa h_{13,t} + \varepsilon_{3t}$$

donde  $\Omega_t = C'C + A'\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}A + G'\Omega_{t-1}G$ , y  $\hat{u}_{2t}$  y  $\hat{u}_{3t}$  son residuos que pertenecen a:

$$\Delta\pi_{1t} = \delta_{21}D_{21,t} + \delta_{22}D_{22,t} + u_{2t}; u_{2t} = v_{2t} + \theta_1v_{2,t-1} \quad y \quad er_{14,t}^c = \delta_{31}D_{31,t} + u_{3t}; u_{3t} = \phi_1u_{3,t-1} + v_{3t}.$$

	Periodo completo		Contrastes	
	Coef.	t-St.		
			AN <sub>1</sub>	-0.3128
$\kappa$	0.135	(0.013)	t <sub>11</sub>	2.0319
$\omega_1$	1.16E-02	(4.800)	t <sub>21</sub>	-0.8922
$\omega_2$	-1.88E-04	(-1.06)	t <sub>31</sub>	-2.4472
$\omega_3$	-1.90E-03	(-0.67)	F <sub>1</sub>	0.0875
$\delta_{12}$	-0.243	(-10.5)	P <sub>11</sub>	0.245
$c_{11}$	0.025	(2.5)	AN <sub>2</sub>	-0.2541
$c_{12}$	6.44E-04	(0.588)	t <sub>12</sub>	3.396
$c_{13}$	-3.01E-03	(-0.14)	t <sub>22</sub>	-2.5574
$c_{22}$	2.01E-03	(2.980)	t <sub>32</sub>	-1.2944
$c_{23}$	9.50E-03	(0.990)	F <sub>2</sub>	0.1279
$c_{33}$	6.66E-06	(0.000)	P <sub>22</sub>	3.49
$g_{11}$	0.187	(0.450)	AN <sub>3</sub>	-0.7299
$g_{12}$	-0.008	(-0.28)	t <sub>13</sub>	0.9752
$g_{13}$	-0.278	(-0.97)	t <sub>23</sub>	-0.7531
$g_{21}$	3.137	(0.736)	t <sub>33</sub>	-0.1873
$g_{22}$	0.380	(1.732)	F <sub>3</sub>	0.0347
$g_{23}$	-6.009	(-2.01)	P <sub>33</sub>	4.21
$g_{31}$	1.011	(2.877)	P <sub>12</sub>	6.19
$g_{32}$	-0.026	(-0.84)	P <sub>13</sub>	1.26
$g_{33}$	0.251	(0.71)	P <sub>23</sub>	10.58
$a_{11}$	0.277	(2.305)	$\lambda_1$	0.5853
$a_{12}$	0.007	(0.970)	$\lambda_2$	0.1789
$a_{13}$	-0.157	(-2.16)	$\lambda_3$	0.1789
$a_{21}$	-2.168	(-1.12)	$\lambda_4$	0.0714
$a_{22}$	0.391	(3.675)	$\lambda_5$	0.0714
$a_{23}$	2.522	(2.640)	$\lambda_6$	0.2831
$a_{31}$	-0.006	(-2E-2)	logL	3232.63
$a_{32}$	-0.024	(-3.1)	Aic	-22.721
$a_{33}$	0.143	(1.56)	Sbic	-22.346

Nota: AN<sub>i</sub> es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2,3$ , correspondiendo a las ecuaciones primera, segunda y tercera del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ; t<sub>ij</sub> y F<sub>j</sub> son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2,3$  del modelo, basados en la distinción entre shocks negativos y positivos. El valor crítico correspondientes a los contrastes bilaterales t<sub>ij</sub> al 5% es aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica F<sub>j</sub> es 2.611 al 5%; P<sub>ij</sub>,  $i,j=1,2,3$ , es el contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert ( $P_{ij}=P_{ji}$ ) cuya hipótesis nula es  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$  en la regresión auxiliar

$\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt} = \alpha + \beta h_{ij,t} + \nu_t$ , y cuyo valor crítico al 5% es 5.99 para una  $\chi^2_2$ ;  $\lambda_t$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ ; AIC y SBIC son los criterios de información de Akaike y de información Bayesiana de Schwarz, respectivamente.

**Tabla 5.13.** Análisis de los residuos estandarizados y no estandarizados del modelo con coeficiente de aversión al riesgo (CAR) estimado mediante BHHH para la peseta/dólar.

Ecuación		AS	K	JB	LBQ(1)	LBQ(10)	LBQ(20)	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)
$r_{mw,t}$	$\varepsilon_t$	-0.2429	3.875	11.78 [0.0027]						
	$Z_t$	-0.2242	3.835	10.566 [0.005]	0.11 [0.73]	16.9 [0.075]	20.7 [0.41]	0.1247 [0.724]	13.255 [0.21]	21.64 [0.36]
$\hat{u}_{2t}$	$\varepsilon_t$	-0.1817	4.7168	36.86 [0]						
	$Z_t$	-0.094	4.7122	34.865 [0]	0 [0.996]	11.73 [0.3]	23.7 [0.25]	0.0194 [0.889]	7.098 [0.21]	8.284 [0.14]
$\hat{u}_{3t}$	$\varepsilon_t$	-0.126	3.3236	1.979 [0.371]						
	$Z_t$	-0.156	3.15955	1.453 [0.483]	0.13 [0.7]	16.2 [0.09]	25.11 [0.19]	0.64 [0.42]	6.51 [0.77]	13.625 [0.849]

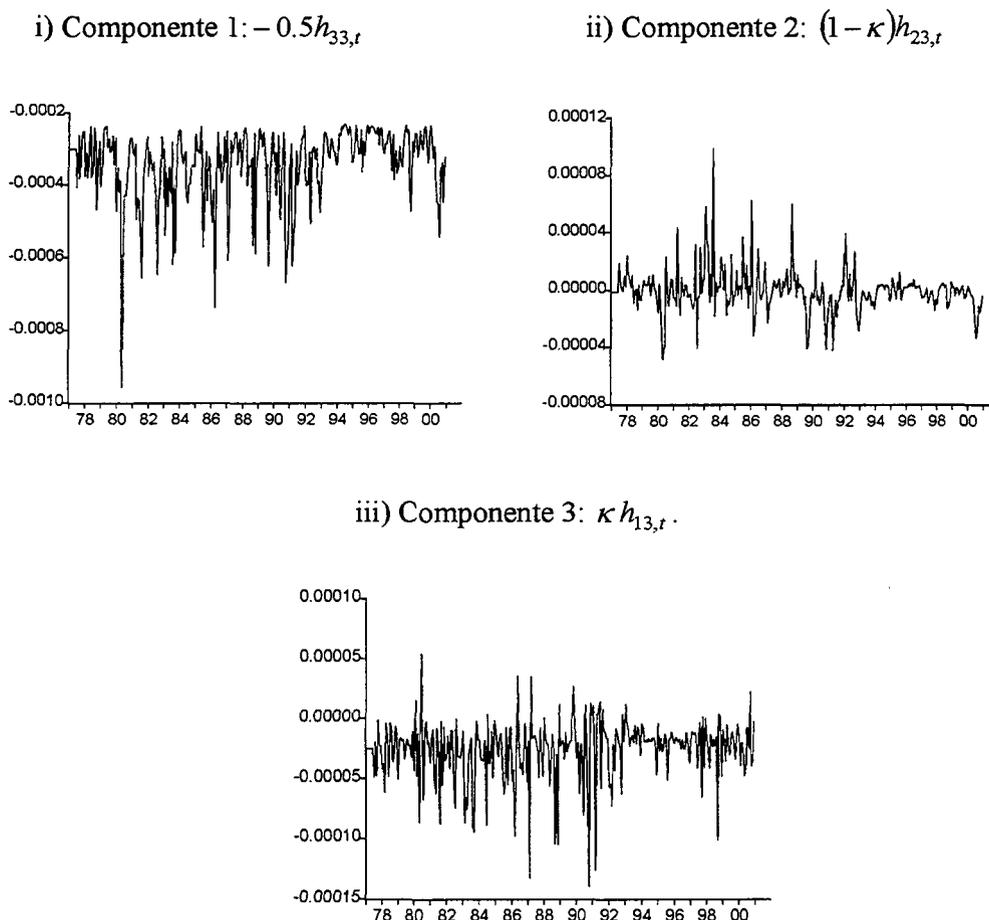
**Nota:** Para cada modelo se presentan estadísticos de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y sin estandarizar ( $\varepsilon_t$ ). LBQ(j), LBQ<sub>2</sub>(j), para  $j=1,10,20$  son los estadísticos del contraste de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado, respectivamente. Entre corchetes aparecen los  $p$ -valores.

En el modelo CAR, la prima de riesgo estimada puede descomponerse en tres factores explicativos. El primer componente es la volatilidad del exceso de rendimiento cambiario; el segundo componente es la covarianza condicional del exceso de rendimiento cambiario con la diferencia de la tasa inflación (tal y como hemos considerado en el modelo empírico), y el tercer componente es la covarianza condicional del exceso de rendimiento cambiario con la rentabilidad de la cartera mundial. Por tanto, en nuestro modelo estimado dicha descomposición atiende a la tercera ecuación del sistema (5.3), la cual es igual a:

$$\hat{u}_{3t} = \omega_3 - \frac{1}{2}h_{33,t} + (1 - \kappa)h_{23,t} + \kappa h_{13,t} + \varepsilon_{3t}$$

La figura 5.7 muestra la evolución temporal de cada uno de los componentes de la prima de riesgo.

**Figura 5.7.** Componentes de la prima de riesgo de la peseta/dólar en el modelo CAR.



Una breve interpretación sobre lo observado en los gráficos es que, cuantitativamente, el componente asociado a la covariabilidad condicional entre la diferencia de inflación y el tipo de cambio es mucho menor en términos absolutos que los otros dos componentes. Concretamente, en media, el segundo componente es casi cero, mientras que los componentes primero y tercero tienen una media de  $-0.000343$  y  $0.000457$ , respectivamente. Por tanto, se deduce que la diferencia de la tasa de inflación no parece afectar de forma relevante a la prima de riesgo cambiario.

En el caso de los componentes asociados a la volatilidad condicional del exceso de rendimiento cambiario, y a la covariabilidad condicional entre la rentabilidad de la cartera mundial y el exceso de rendimiento cambiario, se aprecia una reducción en la

dispersión desde aproximadamente 1992 hasta 1996, si bien la variabilidad de dichos componentes parece aumentar a partir de 1996 hasta el final del periodo muestral.

### 3.1.2. Caso de la libra con respecto al dólar.

En este epígrafe se estima conjuntamente el modelo (5.4) con una especificación de la matriz de covarianzas condicionales de tipos BEKK para la libra/dólar.

En la estimación del modelo CAR para la libra/dólar se ha presentado el mismo problema que para la peseta/dólar, en cuanto al comportamiento de los residuos del modelo estimado. Es decir, si se estimaba el modelo (5.3) directamente, aplicado a la libra/dólar, se obtenían residuos correlacionados, ya que la diferencia de inflación y el exceso de rendimiento cambiario presentan una estructura autocorrelacionada que es significativa. Por ello, se ha realizado un proceso de estimación análogo al del caso de la peseta, en el que se llevan a cabo dos etapas. En la primera, se han estimado las siguientes ecuaciones por MCO:

$$\begin{aligned} \Delta\pi_{2t} &= \delta_{21}D_{21,t} + \delta_{22}D_{22,t} + u_{2t}; u_{2t} = \theta_1v_{2,t-1} + \theta_2v_{2,t-2} + v_{2t} \\ er_{24,t}^c &= \delta_{31}D_{31,t} + \delta_{32}D_{32,t} + u_{3t}; u_{3t} = \phi_1u_{3,t-1} + v_{3t} \end{aligned}$$

siendo  $v_{2t}$  y  $v_{3t}$  ruido blanco, la primera diferencia de la tasa de inflación es un MA(2) y el exceso de rendimiento cambiario es un AR(1). En una segunda etapa se ha estimado por el procedimiento iterativo BFGS el siguiente modelo:

$$\begin{aligned} r_{mv,t} &= \omega_1 + \delta_1D_{12,t} + \varepsilon_{1t} \\ \hat{u}_{2t} &= \omega_2 + \varepsilon_{2t} \\ \hat{u}_{3t} &= \omega_3 - \frac{1}{2}h_{33,t} + (1 - \kappa)h_{23,t} + \kappa h_{13,t} + \varepsilon_{3t} \end{aligned}$$

En la tabla 5.13 aparecen los resultados de la estimación. Por un lado, se obtiene un coeficiente de aversión al riesgo negativo ( $\kappa = -7.801$ ) y no significativo. De las constantes del modelo, únicamente  $\omega_1$  es significativa. En general, el modelo

presenta un número elevado de parámetros significativos correspondientes a las matrices que componen la especificación de la ecuación para las varianzas y covarianzas condicionales. Además, presenta varianza condicional estacionaria, y dados los valores de  $g_{jj}$ , no existe una elevada persistencia de la misma. Por otro lado, los contrastes de especificación son aceptables, ya que la hipótesis de normalidad no se rechaza a través de los contrastes de normalidad ni los de sesgo de signo conjunto. Igualmente, los contrastes de Pagan y Schwert sobre la insesgidez de las estimaciones de la varianza condicional ofrecen resultados estadísticamente aceptables.

**Tabla 5.13.** Estimaciones máximo verosímiles y contrastes de especificación para el modelo con coeficiente de aversión al riesgo (CAR) para la libra/dólar. El modelo

$$r_{mm,t} = \omega_1 + \delta_{12}D_{12,t} + \varepsilon_{1t}$$

propuesto es:  $\hat{u}_{2t} = \omega_2 + \varepsilon_{2t}$

$$\hat{u}_{3t} = \omega_3 - \frac{1}{2}h_{33,t} + (1 - \kappa)h_{23,t} + \kappa h_{13,t} + \varepsilon_{3t}$$

donde  $\Omega_t = C'C + A'\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}A + G'\Omega_{t-1}G$ , y  $u_{2t}$  y  $u_{3t}$  son los residuos de la estimación de:

$$\Delta\pi_{2t} = \delta_{21}D_{21,t} + \delta_{22}D_{22,t} + u_{2t}; u_{2t} = \theta_1v_{2,t-1} + \theta_2v_{2,t-2} + v_{2t} \text{ y } \varepsilon_{24,t}^c = \delta_{31}D_{31,t} + \delta_{32}D_{32,t} + u_{3t}; u_{3t} = \phi_1u_{3,t-1} + v_{3t}$$

	Periodo Completo		Contrastes	
	Coef.	t-St.		
			AN <sub>1</sub>	-0.012
$\kappa$	-7.801	(-0.723)	t <sub>11</sub>	2.181
$\omega_1$	1.2E-02	(5.413)	t <sub>21</sub>	-0.211
$\omega_2$	-2.7E-04	(-1.816)	t <sub>31</sub>	-2.624
$\omega_3$	-3.9E-03	(-1.404)	F <sub>1</sub>	0.114
$\delta_{12}$	-0.238	(-16.953)	P <sub>11</sub>	0.041
$c_{11}$	1.2E-02	(2.56)	AN <sub>2</sub>	-0.057
$c_{12}$	-1.1E-04	(-0.304)	t <sub>12</sub>	-0.611
$c_{13}$	1.4E-02	(4.508)	t <sub>22</sub>	0.007
$c_{22}$	0.00	(-6.5E-6)	t <sub>32</sub>	1.361
$c_{23}$	-9.0E-08	(-3.3E-5)	F <sub>2</sub>	0.057
$c_{33}$	-1.3E-07	(-2.4E-5)	P <sub>22</sub>	1.88
$g_{11}$	-0.389	(-3.735)	AN <sub>3</sub>	0.051
$g_{12}$	0.030	(4.50)	t <sub>13</sub>	0.671
$g_{13}$	0.420	(4.835)	t <sub>23</sub>	-0.585
$g_{21}$	-9.877	(-4.831)	t <sub>33</sub>	0.323
$g_{22}$	0.224	(1.698)	F <sub>3</sub>	0.038
$g_{23}$	-0.590	(-0.562)	P <sub>33</sub>	1.73
$g_{31}$	-0.977	(-5.205)	P <sub>12</sub>	1.68
$g_{32}$	-0.056	(-6.911)	P <sub>13</sub>	1.84
$g_{33}$	0.474	(5.626)	P <sub>23</sub>	0.70
$a_{11}$	-0.255	(-3.276)	$\lambda_1$	0.794
$a_{12}$	-0.007	(-2.034)	$\lambda_2$	0.647
$a_{13}$	0.190	(3.427)	$\lambda_3$	0.647
$a_{21}$	-0.602	(-0.92)	$\lambda_4$	0.666
$a_{22}$	0.108	(1.393)	$\lambda_5$	0.189
$a_{23}$	-2.178	(-2.653)	$\lambda_6$	0.189
$a_{31}$	-0.182	(-1.409)	logL	3283.274
$a_{32}$	0.052	(4.845)	Aic	-22.59
$a_{33}$	0.131	(1.057)	Sbic	-22.23

Nota: AN<sub>i</sub> es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2,3$ , correspondiendo a las ecuaciones primera, segunda y tercera del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ; t<sub>ij</sub> y F<sub>j</sub> son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2,3$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. El valor crítico correspondiente a los contrastes bilaterales t<sub>ij</sub> al 5% es aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica F<sub>j</sub> es 2.611 al 5%; P<sub>ij</sub>,  $i,j=1,2,3$ , es el contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert (P<sub>ij</sub>=P<sub>ji</sub>) cuya hipótesis nula es  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$  en la regresión auxiliar

$\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt} = \alpha + \beta h_{ij,t} + v_{it}$ , y cuyo valor crítico al 5% es 5.99 para una  $\chi^2_2$ ;  $\lambda_i$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ ; AIC y SBIC son los criterios de información de Akaike y de información Bayesiana de Schwarz, respectivamente.

Una vez analizados los coeficientes del modelo, procedemos a analizar los residuos estandarizados y no estandarizados del mismo, que se encuentran en la tabla 5.14. Por un lado, la curtosis se reduce en los residuos estandarizados de la primera y segunda ecuación con respecto a los no estandarizados, si bien éstos siguen presentando una distribución leptocúrtica, con lo que no se acepta el contraste de normalidad. En la tercera ecuación, la curtosis es algo mayor en el residuo estandarizado, no obstante, los residuos presentan una distribución normal. Por otro lado, los contrastes LBQ no rechazan la hipótesis de no autocorrelación, mientras que el contraste LQB<sub>2</sub> rechaza la hipótesis nula en la tercera ecuación para  $k=20$ , no apreciándose autocorrelación significativa en el resto de los casos, con lo que existe evidencia de que la mayor parte de la posible estructura de volatilidad condicional existente, ha sido captada por el modelo.

**Tabla 5.14.** Análisis de los residuos estandarizados y no estandarizados del modelo con coeficiente de aversión al riesgo (CAR) estimado mediante BFGS para la libra/dólar.

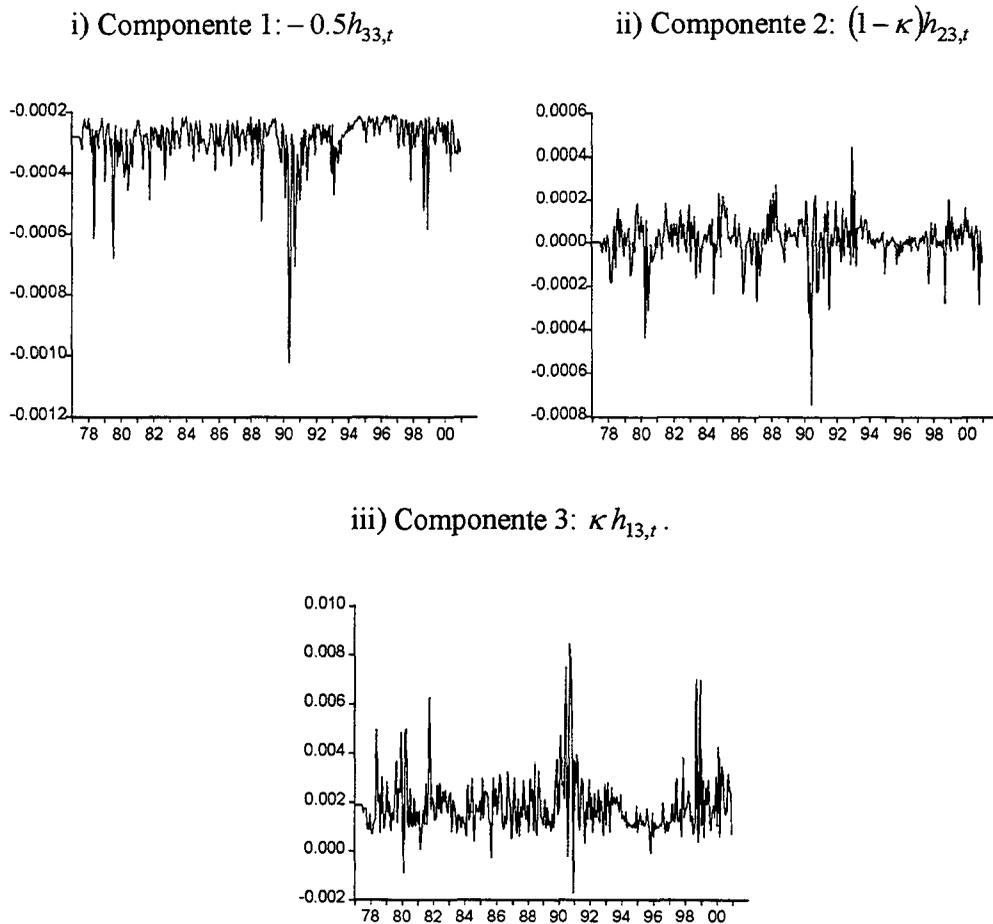
Ecuación		AS	K	JB	LBQ(1)	LBQ(10)	LBQ(20)	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)
$r_{mv,t}$	$\varepsilon_t$	-0.2415	3.872	11.69 [0.0028]						
	$z_t$	-0.1705	3.785	8.61 [0.0134]	0.049 [0.82]	21.04 [0.02]	25.03 [0.2]	1.233 [0.267]	8.443 [0.586]	19.024 [0.52]
$\hat{u}_{2t}$	$\varepsilon_t$	0.5364	7.199	220.699 [0]						
	$z_t$	-0.00085	4.791	37.69 [0]	0.1 [0.74]	5.89 [0.82]	24.9 [0.2]	0.0486 [0.826]	16.62 [0.083]	29.306 [0.082]
$\hat{u}_{3t}$	$\varepsilon_t$	-0.00836	3.093	0.1068 [0.94]						
	$z_t$	-0.0366	3.187	0.474 [0.788]	0.24 [0.61]	6.88 [0.73]	17.6 [0.61]	0.242 [0.62]	11.536 [0.317]	39.514 [0.006]

**Nota:** Para cada modelo se presentan estadísticos de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y sin estandarizar ( $\varepsilon_t$ ). LBQ(j), LBQ<sub>2</sub>(j), para  $j=1,10,20$  son los estadísticos del contraste de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado, respectivamente. Entre corchetes aparecen los  $p$ -valores.

A continuación presentamos la descomposición de la prima de riesgo obtenida para la libra/dólar, en la figura 5.8. En este caso, el componente asociado a la covariabilidad entre la rentabilidad de la cartera mundial y el exceso de rendimiento cambiario  $\kappa h_{13}$  es el que presenta un mayor valor y determina el mayor peso de la prima. Hay que destacar un claro periodo en el que se presenta una variación relevante en todos los componentes de la prima: en los meses de septiembre y octubre de 1990 se

produce un incremento significativo de la misma. Este hecho puede estar asociado a la entrada en el SME de la libra, que se corresponde justamente con octubre de 1990. Según ésto, parece deducirse que la entrada de la libra en el sistema supuso un incremento de la prima de riesgo de ésta frente al dólar. Al menos, parece claro que existe una mayor variabilidad de la prima en este momento. Por otro lado, si nos centramos en el componente de mayor peso, es decir, el asociado a la covariabilidad entre la rentabilidad mundial y el tipo de cambio, existe una etapa de mayor estabilidad, que corresponde con los años 1993-1997. Se observa que la salida de la libra del SME produjo una reducción en la prima de riesgo cambiario frente al dólar. Sin embargo, a partir de 1998 se aprecia un incremento de la misma tanto en su valor medio como en su dispersión.

**Figura 5.8.** Componentes de la prima de riesgo de la libra/dólar en el modelo CAR.



### 3.1.3. Caso del yen con respecto al dólar.

En este epígrafe se estima el modelo (5.4) junto a la especificación de la matriz de covarianzas condicional de tipo BEKK. Recordaremos que el modelo estimado para el yen/dólar es el siguiente:

$$\begin{aligned}r_{mv,t} &= \omega_1 + \delta_1 D_{12,t} + \varepsilon_{1t} \\ \hat{u}_{2t} &= \omega_2 + \varepsilon_{2t} \\ \hat{u}_{3t} &= \omega_3 - \frac{1}{2} h_{33,t} + (1 - \kappa) h_{23,t} + \kappa h_{13,t} + \varepsilon_{3t}\end{aligned}$$

donde  $\hat{u}_{2t}$  y  $\hat{u}_{3t}$  se han obtenido a partir de las estimaciones MCO de las siguientes regresiones:

$$\begin{aligned}\Delta \pi_{3t} &= u_{2t} ; u_{2t} = \theta_1 v_{2,t-1} + v_{2t} \\ er_{34,t}^c &= \delta_{31} D_{31,t} + u_{3t} ; u_{3t} = \theta_1 v_{3,t-1} + v_{3t}\end{aligned}$$

siendo  $v_{2t}$  y  $v_{3t}$  ruido blanco.

El modelo ha sido estimado por el procedimiento iterativo BFGS, y tal como figura en la tabla 5.15, los resultados de la estimación ofrecen un elevado número de parámetros significativos para la matriz de varianzas y covarianzas condicional. Además, el modelo es estacionario en varianza condicional, y los contrastes de especificación del mismo, permiten afirmar que el modelo está correctamente especificado. Concretamente, no se rechazan las hipótesis nula de los contrastes de excesos de dispersión para los residuos de cada ecuación, ni los contrastes de sesgo de signo. Igualmente, sólo se rechaza la hipótesis nula del contraste de consistencia de Pagan y Schwert en el caso  $P_{23}$ .

Por otro lado, el coeficiente de aversión al riesgo tiene signo positivo y presenta un valor bastante elevado ( $\kappa=15.867$ ).

**Tabla 5.15.** Estimaciones máximo verosímiles y contrastes de especificación para el modelo con coeficiente de aversión al riesgo (CAR) para el yen/dólar. El modelo

$$r_{mw,t} = \omega_1 + \delta_1 D_{12,t} + \varepsilon_{1t}$$

propuesto es:  $\hat{u}_{2t} = \omega_2 + \varepsilon_{2t}$

$$\hat{u}_{3t} = \omega_3 - \frac{1}{2} h_{33,t} + (1 - \kappa) h_{23,t} + \kappa h_{13,t} + \varepsilon_{3t}$$

donde  $\Omega_t = C'C + A'\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}A + G'\Omega_{t-1}G$ , y  $u_{2t}$  y  $u_{3t}$  son los respectivos residuos correspondientes a la estimación de:  $\Delta\pi_{3t} = u_{2t}$ ;  $u_{2t} = \theta_1 v_{2,t-1} + v_{2t}$  y  $er_{34,t}^c = \delta_{31} D_{31,t} + u_{3t}$ ;  $u_{3t} = \theta_1 v_{3,t-1} + v_{3t}$ .

Periodo completo			Contrastes	
	Coef.	t-St.		
			AN <sub>1</sub>	0.068
$\kappa$	15.867	(1.584)	t <sub>11</sub>	0.760
$\omega_1$	1.14E-02	(5.979)	t <sub>21</sub>	-2.084
$\omega_2$	-3.15E-04	(-1.750)	t <sub>31</sub>	-2.170
$\omega_3$	4.49E-03	(1.142)	F <sub>1</sub>	0.137
$\delta_{12}$	-0.231	(-12.63)	P <sub>11</sub>	1.14
$c_{11}$	-4.35E-03	(-0.981)	AN <sub>2</sub>	-0.102
$c_{12}$	1.87E-03	(2.069)	t <sub>12</sub>	0.195
$c_{13}$	6.08E-03	(0.447)	t <sub>22</sub>	0.532
$c_{22}$	-6.77E-04	(-0.417)	t <sub>32</sub>	1.660
$c_{23}$	-1.16E-02	(-1.711)	F <sub>2</sub>	0.040
$c_{33}$	-2.60E-04	(-0.006)	P <sub>12</sub>	5.56
$g_{11}$	-0.439	(-7.239)	AN <sub>3</sub>	-0.076
$g_{12}$	0.026	(1.793)	t <sub>13</sub>	0.995
$g_{13}$	-0.400	(-5.366)	t <sub>23</sub>	1.003
$g_{21}$	-4.387	(-2.396)	t <sub>33</sub>	-0.848
$g_{22}$	-0.573	(-5.212)	F <sub>3</sub>	0.142
$g_{23}$	2.275	(2.675)	P <sub>13</sub>	2.04
$g_{31}$	0.932	(5.447)	P <sub>14</sub>	3.704
$g_{32}$	0.014	(1.239)	P <sub>15</sub>	2.708
$g_{33}$	-0.639	(-4.314)	P <sub>16</sub>	15.16
$a_{11}$	-0.013	(-0.179)	$\lambda_1$	0.905
$a_{12}$	-1.15E-03	(-0.110)	$\lambda_2$	0.102
$a_{13}$	0.281	(5.043)	$\lambda_3$	0.102
$a_{21}$	-1.904	(-2.020)	$\lambda_4$	0.804
$a_{22}$	0.370	(1.554)	$\lambda_5$	0.284
$a_{23}$	2.017	(4.073)	$\lambda_6$	0.284
$a_{31}$	0.035	(0.382)	logL	2931.603
$a_{32}$	0.037	(3.079)	Aic	-22.32
$a_{33}$	0.239	(2.909)	Sbic	-21.93

Nota: AN<sub>i</sub> es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2,3$ , correspondiendo a las ecuaciones primera, segunda y tercera del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ; t<sub>ij</sub> y F<sub>j</sub> son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2,3$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. El valor crítico correspondientes a los contrastes bilaterales t<sub>ij</sub> al 5% es aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica F<sub>j</sub> es 2.611 al 5%; P<sub>ij</sub>,  $i,j=1,2,3$ , es el contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert ( $P_{ij}=P_{ji}$ ) cuya hipótesis nula es  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$  en la regresión auxiliar

$\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt} = \alpha + \beta h_{ij,t} + v_t$ , y cuyo valor crítico al 5% es 5.99 para una  $\chi^2_2$ ;  $\lambda_i$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ ; AIC y SBIC son los criterios de información de Akaike y de información Bayesiana de Schwarz, respectivamente.

El análisis de los residuos se presenta en la tabla 5.16 y muestra que los residuos estandarizados correspondientes a la primera y la tercera ecuación siguen una distribución normal, y su curtosis es menor que la de los no estandarizados, corroborando el buen comportamiento de los mismos. Sin embargo, existen problemas en la modelización de la segunda ecuación, ya que la curtosis de los residuos estandarizados es superior a la de los no estandarizados, y no siguen una distribución normal. Por otro lado, si analizamos las correlaciones de los residuos y de sus cuadrados, parece que el modelo ha captado la estructura de volatilidad condicional existente en las series, dado que no se rechaza la hipótesis propuesta por el contraste de Ljung-Box en ninguno de los casos.

**Tabla 5.16.** Análisis de los residuos estandarizados y no estandarizados del modelo con coeficiente de aversión al riesgo (CAR) estimado mediante BFGS para el yen/dólar.

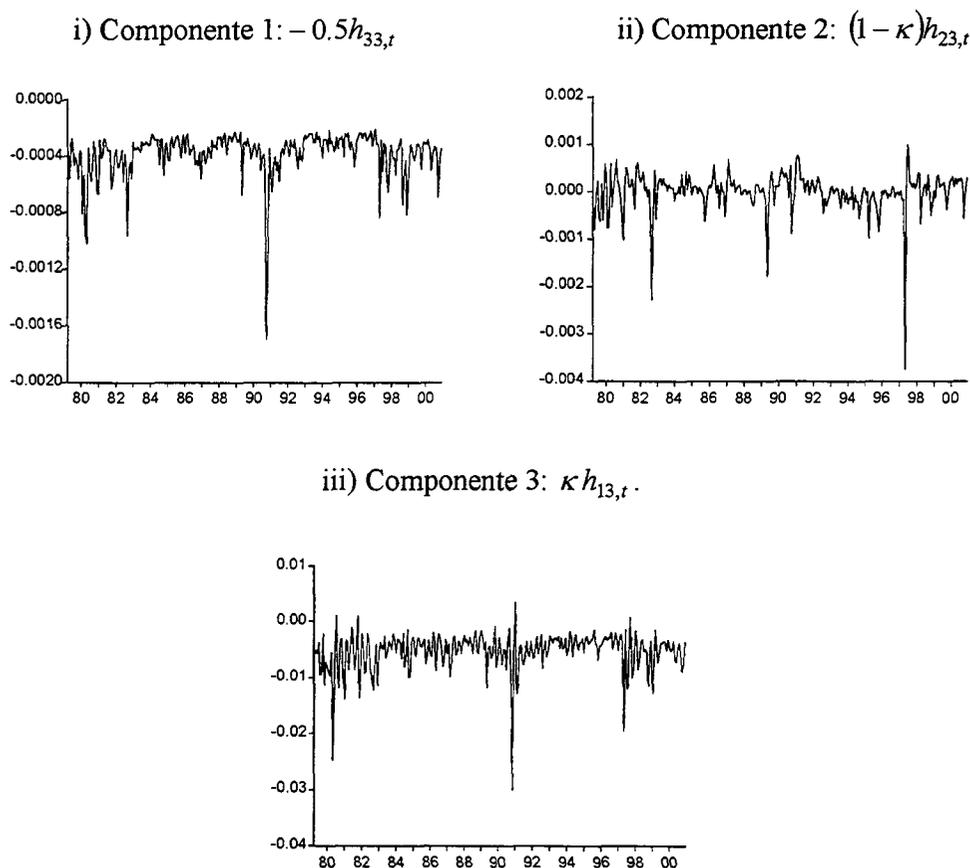
Ecuación		AS	K	JB	LBQ(1)	LBQ(10)	LBQ(20)	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)
$r_{mw,t}$	$\varepsilon_t$	-0.277	3.82	10.732 [0.0046]						
	$Z_t$	-0.269	3.565	6.631 [0.0363]	0.0008 [0.97]	14.52 [0.15]	16.9 [0.65]	0.332 [0.564]	9.47 [0.488]	15.46 [0.749]
$\hat{u}_{2t}$	$\varepsilon_t$	0.4411	5.099	56.396 [0]						
	$Z_t$	0.645	6.48	150.106 [0]	1.8 [0.17]	8.82 [0.54]	13.55 [0.85]	0.0054 [0.94]	1.351 [0.99]	4.33 [1]
$\hat{u}_{3t}$	$\varepsilon_t$	-0.338	3.19	5.374 [0.068]						
	$Z_t$	-0.3831	3.081	6.457 [0.039]	0.008 [0.92]	10.32 [0.41]	24.17 [0.23]	0.4603 [0.497]	15.226 [0.124]	23.149 [0.282]

**Nota:** Para cada modelo se presentan estadísticos de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y sin estandarizar ( $\varepsilon_t$ ). LBQ(j), LBQ<sub>2</sub>(j), para j=1,10,20 son los estadísticos del contraste de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado, respectivamente. Entre corchetes aparecen los p-valores.

Una vez analizadas las propiedades estadísticas del modelo, procedemos a estudiar los componentes de la prima de riesgo obtenida. Como puede observarse en la figura 5.9 el componente asociado a la covariabilidad entre la rentabilidad mundial y el tipo de cambio es el más relevante en términos absolutos, siendo negativo en la mayoría de las observaciones dada la relación negativa que presenta la covarianza condicional en este caso. En este componente destacan ciertos periodos: julio de 1980, noviembre de 1990 y julio de 1997. Cabe comentar que durante el verano de 1997 se aprecia una mayor oscilación de la prima que puede estar ocasionada por la crisis sufrida en el

sudeste asiático en ese periodo. Por otro lado, al igual que ocurre para la peseta y la libra, se aprecia un periodo de mayor estabilidad de la prima durante los años 1992-1996, incrementándose su dispersión a partir de esta fecha.

**Figura 5.9.** Componentes de la prima de riesgo del yen/dólar en el modelo CAR.



## COEFICIENTES DE REMUNERACIÓN Y AVERSIÓN AL RIESGO VARIABLES EN EL TIEMPO

---

### 1. Introducción.

En los Capítulos 4 y 5 se ha realizado el estudio de diferentes modelizaciones empíricas y teóricas de los excesos de rendimiento, así como de las rentabilidades cambiarias, siguiendo la literatura teórica y aplicada sobre los tipos de cambio para analizar el riesgo cambiario y el efecto del euro.

La idea de este capítulo es estudiar la posibilidad de que el CRR (analizado en el Capítulo 4, epígrafe 3), tanto en la versión uniecuacional de tipo GARCH-M (véase el epígrafe 3.1) como VAR-GARCH-M multiecuacional (véase el epígrafe 3.2), así como el CAR (analizado en el Capítulo 5, epígrafe 3), sea variable en el tiempo para todas las monedas consideradas en este estudio.

La forma de hacerlo es a través de la estimación recursiva de los mejores modelos ya considerados en dichos capítulos con el fin de evaluar la variabilidad temporal de tales coeficientes.

La organización de este capítulo es la siguiente. En el epígrafe 2, se proporciona una justificación de la variabilidad del CRR y CAR. En el epígrafe 3 se analiza la probabilidad de los regímenes de alta volatilidad, que permitirá justificar la presencia de periodos más volátiles después de la entrada del euro. En el epígrafe 4, se analiza el CRR variable en el tiempo (que denominaremos CRRV) y las primas de riesgo

atendiendo a las diferentes estimaciones que proporcionan los modelos uniecuacionales GARCH-M y el modelo multiecuacional VAR-GARCH-M en la versión de Malliaropulos (1995). Además, se analizarán también los factores explicativos de la tendencia del precio del riesgo estimado para la peseta/dólar en ambos modelos. Finalmente, en el epígrafe 5, se estudia la variabilidad temporal del CAR (que denominaremos CARV).

## 2. Una justificación de la variabilidad del CRR y CAR.

La estimación del CAR, o la que caracteriza al CRR, así como la prima de riesgo de una cartera agregada, han sido ejercicios que se han llevado a cabo en diferentes ocasiones para la economía española. Por citar algunos de los trabajos que aparecen en la literatura española sobre el riesgo en el mercado bursátil, destacaríamos como estudios sobre el CAR a Alonso, Rubio y Tusell (1988 y 1990), Mora (1992), Martínez (1994), Pérez-Rodríguez (1995), Ayuso (1996), Rubio (1996); mientras que analizando tanto la prima de riesgo como el precio de la volatilidad, destacaríamos los trabajos de Alcalá, Bachiller y Olave (1993), Alonso y Ayuso (1997a), Sáez y Pérez-Rodríguez (1999); donde, y en general, el supuesto fundamental en todos ellos es que tanto el CAR como el CRR son constantes en el tiempo.

Sin embargo, son escasos los trabajos para la economía española que, estudiando la prima de riesgo de mercado, analizan la posibilidad de que la remuneración del riesgo varíe en el tiempo (en adelante, describiremos a este coeficiente como CRRV). Algunos trabajos en el caso de rendimientos bursátiles son Alonso y Restoy (1995) y Pérez-Rodríguez (2002). Alonso y Restoy (1995) utilizan como denominador común el estudio de Chou, Engle y Kane (1992)<sup>70</sup>, y analizan la relación entre las primas de riesgo agregadas y la volatilidad global en el mercado español de renta variable,

---

<sup>70</sup> Chou, Engle y Kane (1992) midieron la aversión al riesgo variable en el tiempo para la economía americana (utilizando el índice del mercado de activos desde 1928 hasta 1987), pues entienden que el exceso de rentabilidad que se exige al mercado por unidad de riesgo es mayor cuanto mayor es la aversión al riesgo. Su importante avance en la caracterización del riesgo fue la consideración de que la prima de riesgo podría descomponerse en dos componentes claramente diferenciados: el precio del riesgo y la volatilidad condicional, los cuales podrían variar en el tiempo.

demostrando que dicha relación es positiva y no sistemática, mostrándose una gran variación en el periodo comprendido entre 1974 y 1992.

En el caso que nos ocupa, y al igual que en el caso bursátil, se plantea la posibilidad de que el precio del riesgo cambiario y el coeficiente de aversión al riesgo también puedan variar en el tiempo. Consideramos que este análisis puede resultar de interés, siendo ésta una de las aportaciones ofrecidas en la presente Tesis, dado que hasta la fecha no existen trabajos, al menos, para el conocimiento del autor, que estudien la posibilidad de que el CRR y CAR puedan variar en el tiempo.

### 2.1. Razones por las que pueden variar el CRR o el CAR en el tiempo.

El coeficiente CRRV se puede interpretar como la variación del riesgo percibido, el precio de la volatilidad o la remuneración del riesgo que es variable en el tiempo. Entiéndase que el riesgo percibido puede ser igual al producto de la volatilidad en términos de desviación típica por una constante de proporcionalidad que varía con el tiempo. Así, podríamos escribir que:  $\text{riesgo percibido} = \delta_t h_t$ . También, bajo determinadas condiciones e hipótesis, su interpretación puede restringirse al concepto de aversión al riesgo. En este sentido, y utilizando el contexto del modelo CAPM clásico, proponemos un análisis de dicha inestabilidad mediante un procedimiento de estimación recursivo, que estima tanto el precio del riesgo como los parámetros de la volatilidad condicional. De esta forma, guardamos la esencia y continuamos con la tradición de Chou, Engle y Kane (1992). Se presenta, por tanto, una visión alternativa al trabajo de Alonso y Restoy (1995) y Pérez-Rodríguez (2002) sobre el estudio de la inestabilidad estructural que caracteriza al precio o remuneración del riesgo, pero aplicado al mercado cambiario.

A continuación, comentaremos el interés y las razones que pueden argumentar la variabilidad en el tiempo del CRR y CAR, y que son perfectamente válidas tanto en el entorno del mercado bursátil como en el cambiario.

El CRR puede ser variable en el tiempo por diferentes motivos.

Primero, porque exista un cambio estructural en las preferencias de los individuos o la distribución de la riqueza.

Segundo, porque la aversión al riesgo pueda ser inestable entre diferentes periodos de tiempo [véase French, Schwert y Stambaugh (1987)]. En este sentido, cabría señalar que la existencia de cambios de régimen o estructura en la ecuación estimada produce inestabilidades paramétricas. Estas inestabilidades podrían provocar una especificación incorrecta e inadecuada interpretación de los resultados obtenidos si no se tuviese en cuenta en la modelización.

Tercero, porque las reglas de formación de las expectativas de los agentes cambien. El proceso de aprendizaje debería incorporar la renovación del valor de las expectativas con la nueva información, pero también la revisión de las propias reglas de formación de las expectativas. La existencia de un proceso de aprendizaje supone que los agentes aprovechan la nueva información que reciben no sólo para calcular los nuevos valores esperados de las variables, sino también para revisar las reglas de formación de las expectativas racionales (cuando la nueva información se refiere al proceso). Los agentes forman sus previsiones sobre la política monetaria tomando expectativas matemáticas condicionales del proceso que gobierna dicha política. Así, sería razonable que los parámetros cambiasen en el tiempo conforme llega nueva información, adaptándose de forma gradual a cada régimen, haciendo operativo de esta forma el aprendizaje<sup>71</sup>.

Y cuarto, porque la hipótesis de expectativas formadas por los agentes sobre el tipo de cambio con la información disponible en el periodo anterior,  $E_{t-1}(s_t)$ , pueda adoptar diferentes esquemas, haciendo que los agentes formen expectativas distintas sobre un mismo fenómeno, incluso con diferente información. Por ejemplo, en primer lugar, podría formarse de acuerdo a un proceso adaptativo (es decir, un individuo revisa sus expectativas cada periodo a través de una proporción del error observado más reciente). En segundo lugar, podría formarse según una expectativa racional. Esta hipótesis distingue la versión fuerte (aquella en la que los agentes tienen conocimiento completo del sistema económico; es decir, conocen toda la información disponible, por lo que no necesitan formar expectativas<sup>72</sup>), de la versión menos fuerte (racionalidad

---

<sup>71</sup> Véase Marcet y Sargent (1988, 1989a, 1989b) y Woodford (1990), entre otros.

<sup>72</sup> Este conocimiento incluye la forma funcional, los parámetros y el proceso exógeno del sistema.

débil), donde se supone que las expectativas de los agentes son una medida correcta, pero no hacen supuestos específicos sobre cómo los agentes llegan a formar estas expectativas [Feige y Pearce (1976)]. En este último contexto se supone que los agentes utilizan únicamente un modelo univariante para formar estas expectativas. En tercer lugar, se podría considerar una clase de mecanismos que, no conteniendo toda la información, son capaces de adaptar los cambios de régimen e incorporar el proceso de aprendizaje por parte de los agentes. La cuestión del aprendizaje es importante en el contexto de expectativas racionales. Dicho aprendizaje puede ser modelizado atendiendo a modelos de aprendizaje racional [supuesto fuerte, por ejemplo, los modelos de Friedman (1975), Townsed (1978) y Bray y Krepps (1990)], donde se hace el supuesto de que los agentes conocen la estructura del modelo, aunque algunos de los parámetros son desconocidos, o alternativamente, considerando modelos de aprendizaje racional limitados [supuesto débil, por ejemplo, Bray y Savin, (1986)], donde se realiza el supuesto de que los agentes utilizan reglas razonables de aprendizaje para formar expectativas, y donde estas reglas permanecen constantes en el tiempo. Sin embargo, si se tiene en cuenta la crítica de Lucas, se aprecia que la conducta de los parámetros en las reglas de aprendizaje desempeña un importante papel en la forma que adopte el equilibrio del sistema económico analizado.

### 3. Probabilidad de régimen de alta volatilidad.

Antes de la entrada del euro, la volatilidad estimada para los tipos de cambio así como la de los excesos de rendimiento descendió, quizás fruto del proceso de integración monetaria llevado a cabo por los países miembros del SME que hizo converger real y monetariamente a sus economías<sup>73</sup>. No obstante, después de la entrada del euro, en enero de 1999, se produjo un ligero repunte del precio del riesgo así como de la prima, que aunque en magnitudes próximas a cero, presentaba una volatilidad ligeramente superior. Esto también puede corroborarse en el coeficiente beta

---

<sup>73</sup> Esto se ha demostrado en las diferentes estimaciones que de estos términos se han realizado a través de los modelos GARCH-M y VAR-GARCH-M usando la peseta/dólar (véanse los epígrafes 3.1 y 3.2 del Capítulo 4).

condicional del euro/dólar, quien presenta un incremento de la dispersión en dicho periodo.

En este sentido, si el precio del riesgo se incrementó y existió una mayor dispersión en la prima de riesgo estimada, consideramos que resulta de interés estudiar cuál fue el régimen de volatilidad que dominó después de la entrada del euro. Con ello pretendemos contrastar conclusiones a partir de un enfoque diferente. Para responder a esta pregunta, se utilizará una metodología econométrica que permite analizar la posible existencia de cambios de régimen en la volatilidad<sup>74</sup> con la información de los tipos de cambio diarios. El modelo que se empleará proporcionará una idea de la inestabilidad presente en la volatilidad de los rendimientos cambiarios o primeras diferencias<sup>75</sup>.

### 3.1. Un modelo de regímenes cambiantes para la volatilidad.

En los modelos markovianos la dinámica de la serie depende de la realización de un número finito de estados discretos, y en él, los cambios dependen del estado en que se encuentra el sistema económico. Los modelos de cambios markovianos se han popularizado en los estudios de la producción industrial, los tipos de interés, los precios de los activos o en las tasas de desempleo. Estos modelos se adoptan genéricamente para representar características específicas de las series temporales económicas, tales como la asimetría de la actividad económica [Hamilton (1989)], la existencia de distribuciones mixtas con colas gruesas [Neftçi (1984)], el agrupamiento de la volatilidad y la reversión a la media en los precios de los activos [Turner, Startz y Nelson (1989)] o en los tipos de interés [Hamilton (1988)]. En general, el proceso de Markov supone que el proceso puede cambiar aleatoriamente y abruptamente de un

---

<sup>74</sup> El análisis que se realizará a continuación, no ha pretendido calcular la probabilidad de depreciación de la moneda, puesto que nuestro interés está exclusivamente relacionado con la estimación de la probabilidad en los regímenes de baja, media y alta volatilidad de los rendimientos cambiarios.

<sup>75</sup> La inestabilidad de un modelo se define a veces como un cambio de un régimen a otro en la ecuación de regresión. Sin embargo, en muchas ocasiones los investigadores tienen poca información sobre los momentos del tiempo en que los parámetros cambian, y de esta manera se necesitan hacer inferencias sobre tales acontecimientos desconocidos de cambio así como la significación de los parámetros cambiantes. Por ejemplo, Goldfeld y Quandt (1973) permiten cambios independientes del estado, e introducen la dependencia mediante cambios markovianos. Hamilton (1989) desarrolla un modelo que es una extensión de Goldfeld y Quandt (1973), basándose en un cambio estructural de los parámetros de un proceso autorregresivo, el cual sigue un régimen cambiante markoviano dependiente del estado.

régimen a otro. En nuestro caso, se pretende la modelización de los *shocks* transitorios mediante un modelo empírico que represente la dinámica a corto plazo en los precios de los activos tanto en la media como en la varianza. Sin embargo, este proceso no recoge los cambios que experimenta la varianza de dichos estados. En este sentido, consideramos el modelo empírico para las rentabilidades con heterocedasticidad markoviana para dos-tres regímenes o estados, definido por Turner, Startz y Nelson (1989, TSN). Estos autores introducen un modelo para el mercado de activos en el que los rendimientos (por ejemplo, los excesos de rentabilidad) están caracterizados por una mezcla de dos densidades normales. Suponiendo que el mercado cambia entre dos estados; que éstos están caracterizados por las varianzas de sus densidades, las cuales representan a un estado de baja y elevada varianza y que el estado es generado por un proceso de Markov de primer orden, su modelo permite que la varianza condicional sea una función estocástica de la varianza de periodos previos. Este modelo se escribe de la siguiente manera:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

siendo  $\mu$  una constante, y donde la varianza es igual a:

$$\sigma_t^2 = \sigma_1^2 S_{1t} + \sigma_2^2 S_{2t} + \sigma_3^2 S_{3t}$$

siendo  $\sigma_i^2$  la varianza del régimen  $i=1,2,3$ , donde  $\sigma_1^2 < \sigma_2^2 < \sigma_3^2$ ; y  $S_{kt} = 1$  si  $S_t = k$ ,  $k=1,2,3$  y  $S_{kt} = 0$  en caso contrario. Además,  $P[S_t = j/S_{t-1} = i] = p_{ij}$ , con  $i,j=1,2,3$  y

$\sum_{j=1}^3 p_{ij} = 1$ . En este modelo, la volatilidad depende del estado en que se encuentra la

economía, y  $p_{ij}$  son las probabilidades de transición del estado  $i$  al estado  $j$ . Este modelo permite decrecer más rápidamente a la volatilidad. La estimación de ambos modelos se realiza por máxima verosimilitud. El logaritmo de verosimilitud está definido por:

$$\log L(\theta) = \sum_{t=1}^T \ln \left\{ \sum_{S_t=1}^J \sum_{S_{t-1}=1}^J f(r_t/S_t, S_{t-1}, \psi_{t-1}) \Pr[S_t, S_{t-1}/\psi_{t-1}] \right\}$$

donde  $J$  es el número de estados de la naturaleza,  $f(\cdot)$  es la función de densidad condicional de las rentabilidades a los estados  $S_t, S_{t-1}$  y al conjunto de información  $\psi_{t-1}$  y  $\Pr[S_t, S_{t-1}/\psi_{t-1}]$  son las ponderaciones o probabilidades. Precisamente, la obtención de  $\Pr[\cdot]$  necesita de la aplicación de un filtro que calcula las probabilidades y luego las actualiza. Este filtro puede ser bien el derivado por Hamilton o el definido por Kim<sup>76</sup>.

### 3.2. Análisis empírico.

La estimación del modelo TSN para las primeras diferencias de los tipos de cambio (o rendimientos cambiarios) proporciona los siguientes resultados que aparecen en la tabla 6.1.

**Tabla 6.1.** Modelo TSN. Estimaciones MV utilizando el algoritmo BFGS.

	$P_{11}$	$P_{12}$	$P_{21}$	$P_{22}$	$P_{31}$	$P_{32}$	$\sigma_1^2$	$\sigma_2^2$	$\sigma_3^2$	LogL
$S_{1t}$	0.9220 (0.056)	0.0779 (0.055)	0.0537 (0.038)	0.9463 (0.039)	--	--	1.4e-05 (3.0E-06)	0.00005 (4.0E-06)	--	-4874.2
$S_{2t}$	0.9252 (0.024)	0.0748 (0.024)	0.0621 (0.023)	0.9379 (0.024)	--	--	9.0E-06 (1.0E-6)	2.4E-05 (3.0E-06)	--	-5193.5
$S_{3t}$	0.9113 (0.066)	0.0886 (0.066)	0.2078 (0.105)	0.7737 (0.199)	0.0003 (1E-4)	0.0847 (0.041)	0.00026 (3E-5)	0.00009 (2E-5)	0.0003 (9E-5)	-4632.1

Nota: Entre paréntesis aparecen los errores estándar asintóticos.

Los resultados muestran la significación de dos regímenes para la peseta/dólar y libra/dólar, mientras que tres regímenes para el yen/dólar. En este modelo, y para todos los tipos de cambio considerados, las probabilidades de transición indican que existe una alta probabilidad en la transición del régimen de baja volatilidad a otro de baja volatilidad (por ejemplo, para el caso de la peseta/dólar,  $p_{11}=0.9220$ ) y también en el paso de un régimen de alta volatilidad a otro de alta volatilidad (por ejemplo, para la peseta/dólar,  $p_{22}=0.9463$ ), siendo menores en las transiciones cruzadas de los estados.

<sup>76</sup> Para una panorámica de la estimación de este tipo de modelos véase Kim y Nelson (1999), págs. 65-66.

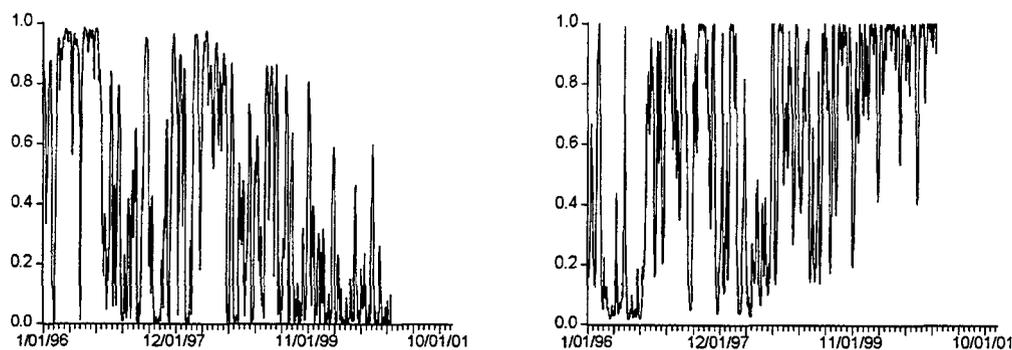
**Tabla 6.2.** Contrastes sobre los residuos estandarizados del modelo para cada tipo de cambio.

	$\Delta S_{1t}$	$\Delta S_{2t}$	$\Delta S_{3t}$
Media	0.005	0.002	0.005
Desviación	0.989	0.987	0.985
LBQ(1)	5.8942 [0.015]	0.1013 [0.750]	0.0008 [0.978]
LBQ(5)	6.7159 [0.243]	2.6157 [0.759]	4.2918 [0.508]
LBQ(10)	7.7455 [0.654]	7.0529 [0.720]	11.886 [0.293]
LBQ(20)	15.929 [0.721]	15.906 [0.722]	21.226 [0.384]

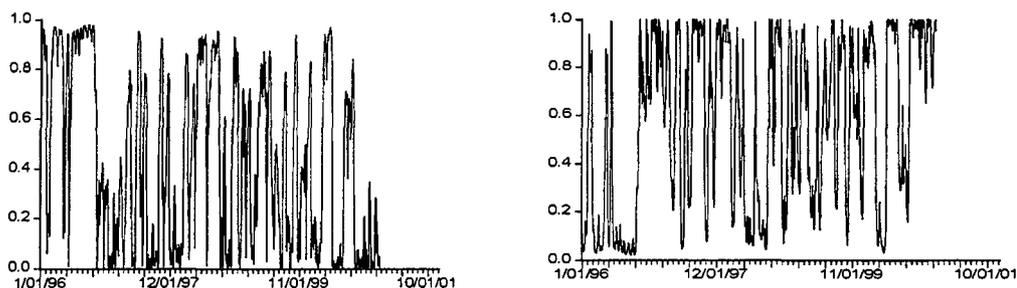
**Nota:** Entre corchetes aparecen los *p*-valores.

En cuanto a los contrastes sobre los residuos de los modelos (véase la tabla 6.2), los residuos estandarizados de cada uno de los modelos analizados se distribuyen Normal con media nula y varianza muy próxima a la unidad; mostrando, además, un claro comportamiento de ruido blanco, atendiendo a los resultados del contraste de Ljung-Box [LB(*k*), *k*=1,5,10 y 20]. Así, por ejemplo, los *p*-valores correspondientes al estadístico LBQ para cada *k*, en el caso de la peseta/dólar, son 0.015, 0.243, 0.654 y 0.721, respectivamente.

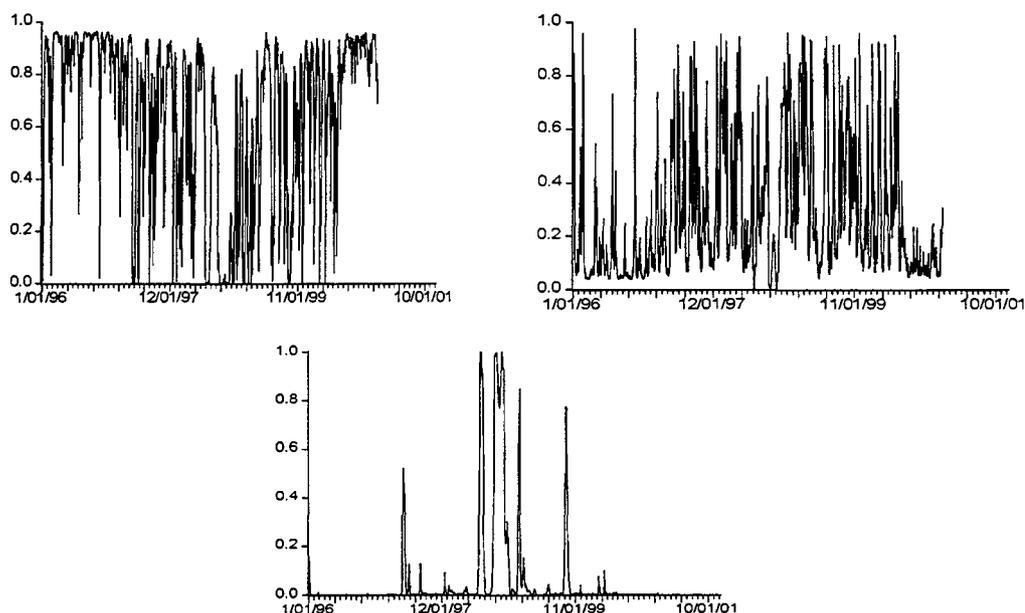
**Figura 6.1 .** Evolución de las probabilidades alisadas (*smoothed*) de los regímenes de baja volatilidad y elevada volatilidad para el tipo de cambio de la peseta/dólar.



**Figura 6.2.** Evolución de las probabilidades alisadas (*smoothed*) de los regímenes de baja volatilidad y elevada volatilidad para el tipo de cambio de la libra/dólar.



**Figura 6.3.** Evolución de las probabilidades alisadas (*smoothed*) de los regímenes de baja, media y elevada volatilidad para el tipo de cambio yen/dólar.



Las figuras 6.1, 6.2 y 6.3 muestran la evolución temporal de las probabilidades alisadas de cada régimen o estado para cada tipo de cambio. Concretamente, y para la peseta/dólar y libra/dólar el primer régimen caracteriza a un estado de baja volatilidad mientras que el segundo estado caracteriza a un régimen de alta volatilidad. En el caso del yen/dólar, los regímenes son de baja, media y alta volatilidad. Por otro lado, para tener una impresión de cuáles fueron los regímenes dominantes se han calculado las probabilidades medianas, puesto que las distribuciones de cada una de ellas son

asimétricas. La tabla 6.3 muestra la mediana y desviación para el periodo completo, antes y después del euro. En este sentido, y para el periodo completo, puede decirse que el régimen mediano para la peseta/dólar y libra dólar son de alta volatilidad (medianas iguales a 0.67 y 0.63); mientras que el régimen dominante para el yen/dólar es el de baja volatilidad (mediana igual a 0.80).

**Tabla 6.3.** Mediana y desviación típica de las probabilidades. Periodo completo, antes y después del euro.

Volatilidad	Periodo completo		Antes del euro		Después del euro	
	Mediana	Desviación	Mediana	Desviación	Mediana	Desviación
<b>Peseta/dólar</b>						
Baja	0.33	0.35	0.62	0.34	0.10	0.25
Alta	0.67	0.35	0.38	0.34	0.90	0.25
<b>Libra/dólar</b>						
Baja	0.37	0.35	0.50	0.36	0.23	0.31
Alta	0.63	0.35	0.50	0.36	0.77	0.31
<b>Yen/dólar</b>						
Baja	0.80	0.31	0.80	0.66	0.80	0.29
Media	0.18	0.25	0.17	0.26	0.19	0.25
Alta	0.02	0.20	0.03	0.08	0.01	0.11

Sin embargo, cuando sólo consideramos el periodo posterior a la entrada del euro en enero de 1999, las probabilidades medianas para la peseta/dólar y libra/dólar en el régimen de alta volatilidad son 0.90 y 0.77, mientras que para el yen/dólar sigue manteniéndose en torno a 0.80 en el régimen de baja volatilidad, que domina claramente a los otros dos. De todo ello puede concluirse que en el caso de la peseta y libra contra el dólar, las probabilidades medianas crecieron después de la entrada del euro, mientras que en el caso del yen no cambian, lo que demuestra su escasa relación con las monedas europeas.

#### **4. Coeficiente de remuneración al riesgo variable y primas de riesgo.**

##### **4.1. Modelos recursivos de tipo GARCH-M. Estimación cuasi-máximo verosímil.**

Con la finalidad de analizar si el coeficiente de remuneración del riesgo varía en el tiempo (es decir, si se encuentra evidencia de la inestabilidad temporal o la

percepción de que también el precio del riesgo varía en el tiempo), diseñamos un procedimiento recursivo que actualiza las estimaciones de los parámetros periodo a periodo. Las estimaciones recursivas utilizan como valores iniciales de los parámetros a los obtenidos en la última recursión para la  $i$ -ésima iteración. Esto es importante porque actualiza periodo a periodo las estimaciones, ganándose eficiencia en la misma. El método recursivo que aplicamos está basado en una adaptación recursiva del método de Engle (1982), y es una hipótesis plausible ya que la maximización de la verosimilitud muestral es también una forma de aprendizaje.

La estimación recursiva se basa en que tanto el coeficiente de remuneración del riesgo como la volatilidad condicional se re-estiman añadiendo siempre una observación adicional en el entorno de la máxima verosimilitud. Así, por ejemplo, la expresión general del modelo estimado es:  $er_{j4,r}^c = \delta_r h_r + \varepsilon_r$ ,  $r = 215, 216, \dots, 1315$ , y si la volatilidad condicional es un GARCH(1,1), entonces la expresión de la volatilidad condicional es  $h_r^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{r-1}^2 + \beta h_{r-1}^2$ ,  $r = 215, \dots, 1315$ . El tamaño muestral de partida consta de 215 observaciones<sup>77</sup>. Esto es, la primera muestra que se estima contiene información del periodo que abarca desde el 1 de enero de 1996 hasta el 25 de octubre del mismo año ( $r=215$ ). La segunda muestra arranca desde el 1 de enero de 1996 y acaba el 26 de octubre de 1996 ( $r=216$ ), y así sucesivamente. El total de estimaciones que se obtendrán es 1001, y se corresponden con el periodo que abarca desde el 25 de octubre de 1996 hasta el 12 de enero del 2001.

Bajo esta idea general se han empleado recursivamente los algoritmos de estimación de Bendt, Hall, Hall y Hausman, y el de Broyden, Fletcher, Goldfarb y Shanno, utilizándolos para obtener estimaciones de los parámetros de interés:  $\delta$ ,  $\omega$ ,  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma$  y  $\nu$ . Además, se han obtenido también recursivamente los contrastes individuales de los parámetros a estimar, y los contrastes de especificación obtenidos anteriormente en la estimación completa, para cada uno de los modelos de tipo GARCH(1,1)-M especificados y, en cada caso, para cada una de las funciones de densidad del error consideradas.

<sup>77</sup> Hemos optado por este tamaño porque consideramos que es un número suficiente de observaciones para mostrar la eficacia o ineficacia de la estimación cuando utilizamos tamaños muestrales reducidos. También deberíamos comentar que las imprecisiones de la estimación desaparecen a partir de un tamaño

#### 4.1.1. Caso de la peseta con respecto al dólar

En este epígrafe se muestra la evolución recursiva del CRRV en el caso de la peseta/dólar para aquellos modelos que han sido seleccionados en el Capítulo 4, epígrafe 3.1.1, y en el Anexo 5, aparecen los contrastes para la estimación recursiva AN,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  y F.

Las figuras 6.4 y 6.5 muestran la evolución del CRRV, el estadístico t-Student asociado al mismo, y de la prima de riesgo para los modelos GARCH(1,1)-M-GED, GJR(1,1)-M-Normal, NAGARCH(1,1)-M-t-Student y QGARCH(1,1)-M-GED, obtenidos recursivamente<sup>78</sup>.

Puede observarse, en general, cómo el comportamiento del coeficiente de remuneración del riesgo es muy similar en todos los modelos presentados. Existe un claro comportamiento diferenciado entre los dos periodos analizados para el CRRV (tal y como se demostró en el Capítulo 4, epígrafe 3.1.1 para el CRR, analizando los dos subperiodos). En el primer periodo se observa un decrecimiento del CRRV antes de la entrada del euro, mientras que en el segundo periodo, se observa una ligera tendencia creciente (por ejemplo, en el modelo GARCH(1,1)-M-GED el primer periodo presenta una caída del 16.8% mientras que en el segundo periodo el crecimiento es del 15.8%).

En cuanto al estadístico t-Student correspondiente al coeficiente de remuneración del riesgo, se observa una creciente significatividad del CRRV en la etapa posterior a la entrada del euro (la cual difiere entre los modelos seleccionados), mostrándose más significativo en el modelo GARCH(1,1)-M-GED. Este hecho puede interpretarse como un síntoma de cierta inestabilidad en el entorno del euro.

Finalmente, junto a la mayor significatividad del CRRV en la etapa post-euro, hay que considerar que el comportamiento de la prima de riesgo presenta un cambio estructural entre ambos periodos. En la primera parte de la muestra experimenta una

---

de muestra superior a 95 observaciones. Esto significa que los resultados son adecuados estadísticamente cuando las muestras contienen información a partir del 25 de octubre de 1996. .

<sup>78</sup> Debemos comentar que se han obtenido de forma recursiva todos los parámetros del modelo, el logaritmo de verosimilitud, los criterios de información así como los contrastes de hipótesis sobre la correcta especificación del modelo. No obstante, dada la extensión de los mismos, se ha optado por

tendencia decreciente, mientras que a partir del 1 de enero de 1999, muestra un crecimiento que se acentúa al final del periodo de estudio.

Dicho esto, parece que los resultados obtenidos apoyan la hipótesis de que claramente existe un cambio en el comportamiento del riesgo de la peseta con respecto al dólar, y que este cambio coincide con la implantación del euro. Al contrario de las expectativas creadas por los agentes durante el periodo analizado, el cual se caracteriza por un entorno de estabilidad económica y financiera a nivel mundial en términos generales, la implantación del euro ha supuesto un incremento en el riesgo cambiario del mismo con respecto al dólar. Dado que la prima de riesgo se define como el producto del precio del riesgo por su volatilidad condicionada, la tendencia creciente de la prima de riesgo viene dada en su mayor parte por el carácter creciente de la volatilidad condicionada en el segundo periodo muestral. Por tanto, parece ser que en esta segunda etapa aumenta el riesgo.

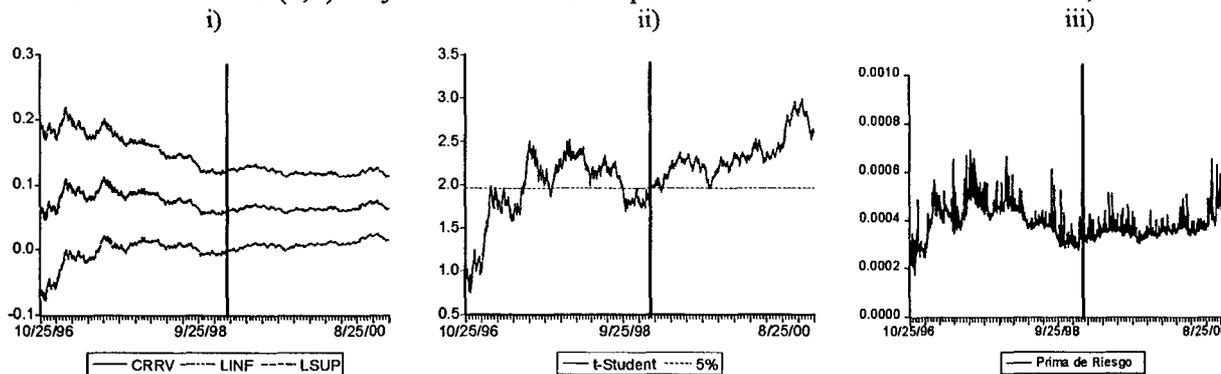
Con ello, dado que el modelo analizado puede ser interpretado como una versión simplificada del modelo de valoración de activos de capital que sirve para contrastar la validez del mismo, el hecho de que  $\delta$  no sea constante a lo largo del periodo muestral mostraría cierto incumplimiento del modelo CAPM.

---

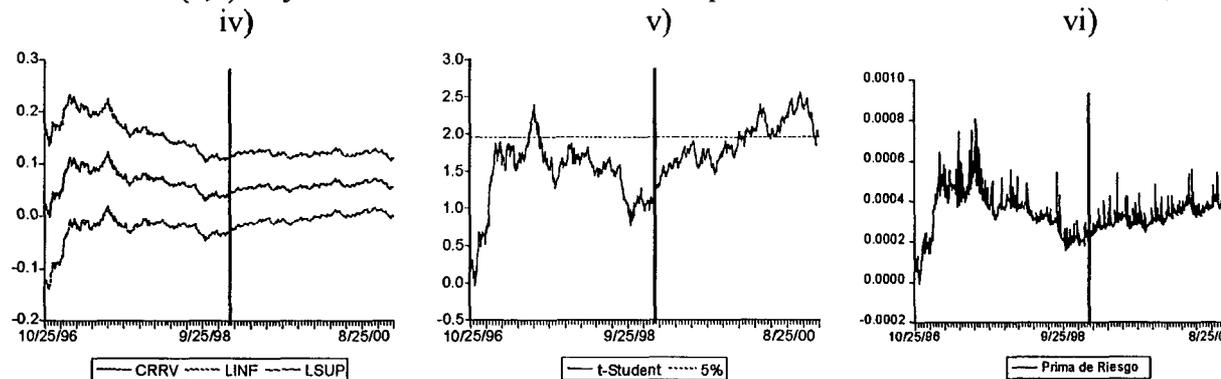
presentar en los Anexos 5 y 6 los estadísticos recursivos de los contrastes AN,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  y F para las estimaciones uniecuacionales de la peseta y la libra para cada modelo considerado.

Figura 6.4. CRRV, t-Student y prima de riesgo.

Estimación GARCH(1,1)-M y distribución GED para los errores. Periodo 25-10-1996; 12-1-2001.



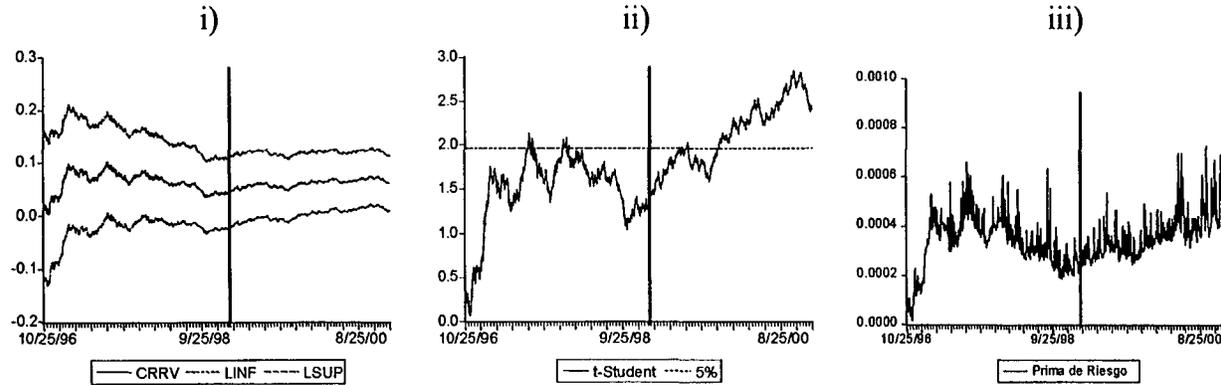
Estimación GJR(1,1)-M y distribución normal condicional para los errores. Periodo 25-10-1996; 12-1-2001.



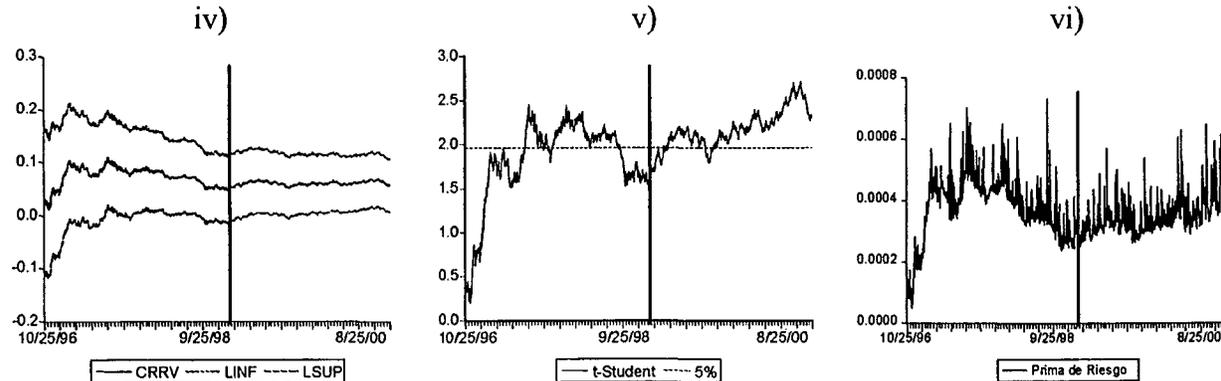
**Nota:** CRRV es el coeficiente de remuneración al riesgo variable; LINF es el límite inferior del intervalo de confianza del parámetro estimado; LSUP es el límite superior; t-Student es el cociente entre el parámetro estimado y el error estándar recursivo bajo la hipótesis nula de parámetro no significativo estadísticamente; 5% es el valor crítico de la distribución t-Student al 5% de significación. Los contrastes son de dos colas. La línea vertical corresponde con la entrada del euro: 1-1-1999.

Figura 6.5. CRRV, t-Student y prima de riesgo.

Estimación NAGARCH(1,1)-M y distribución t-Student para los errores. Periodo 25-10-1996; 12-1-2001.



Estimación QGARCH(1,1)-M y distribución GED para los errores. Periodo 25-10-1996; 12-1-2001.



**Nota:** CRRV es el coeficiente de remuneración al riesgo variable; LINF es el límite inferior del intervalo de confianza del parámetro estimado; LSUP es el límite superior; t-Student es el cociente entre el parámetro estimado y el error estándar recursivo bajo la hipótesis nula de parámetro no significativo estadísticamente; 5% es el valor crítico de la distribución t-Student al 5% de significación. Los contrastes son de dos colas. La línea vertical corresponde con la entrada del euro: 1-1-1999.

Por último, y con el objetivo de comparar los resultados de la estimación recursiva con los obtenidos en la muestra completa (Capítulo 4, epígrafe 3.1.1), presentamos en la tabla 6.4 los descriptivos de las primas de riesgo obtenidas para cada modelo seleccionado, así como los descriptivos del exceso de rendimiento de la peseta con respecto al dólar.

**Tabla 6.4.** Descriptivos de los excesos de rendimiento de la peseta respecto al dólar y las primas de riesgo predichas, según sea  $\delta$  constante o variable en el tiempo.

	Media	Mediana	Máx	Mín	Desv típ	AS	K	JB
<b>Exceso de Rendimiento de la peseta respecto al dólar</b>								
	0.000323	0.000382	0.02515	-0.02438	0.006424	-0.18005	3.88934	42.2321
<b>Primas obtenidas con <math>\delta</math> constante en el tiempo</b>								
GARCH(1,1)-M								
GED	0.0004	0.000385	0.000826	0.000316	6.12E-05	1.561912	7.310181	1299.911
GJR(1,1)-M								
Normal	0.00034	0.000326	0.000696	0.00028	5.04E-05	1.818543	8.132839	1815.477
NAGARCH(1,1)-M								
t-Student	0.000391	0.000374	0.000854	3.00E-04	6.77E-05	1.593155	7.184748	1269.118
QGARCH(1,1)-M								
GED	0.000357	0.000341	0.000751	0.00028	5.87E-05	1.587499	6.90656	1162.556
<b>Primas obtenidas con <math>\delta</math> variable en el tiempo</b>								
GARCH(1,1)-M								
GED	0.000394	0.000377	0.000811	0.000174	7.83E-05	0.945176	4.928465	334.5394
GJR(1,1)-M								
Normal	0.000392	0.000371	0.000847	-1.38E-05	0.000127	0.450921	3.659244	57.24831
NAGARCH(1,1)-M								
t-Student	0.000396	0.000388	0.000843	2.22E-05	1.19E-04	0.271514	3.691247	35.4477
QGARCH(1,1)-M								
GED	0.000417	0.000404	0.000852	6.80E-05	0.00011	0.515481	4.031607	97.58055

Puede observarse cómo las primas de riesgo estimadas con  $\delta$  constante presentan una acentuada asimetría a la izquierda que no se corresponde con el comportamiento del exceso de rendimiento de la peseta con respecto al dólar. En este sentido, las primas obtenidas con estimación recursiva se acercan más a la distribución de la variable a estudiar. Además, las primas con  $\delta$  constante son mucho más leptocúrticas que las obtenidas con  $\delta$  variable. Por otro lado, las desviaciones típicas son siempre mayores en las estimaciones recursivas. En definitiva, las primas estimadas son ligeramente similares en media, si bien en el resto de características difieren de forma más acusada.

#### **4.1.2. Caso de la libra con respecto al dólar.**

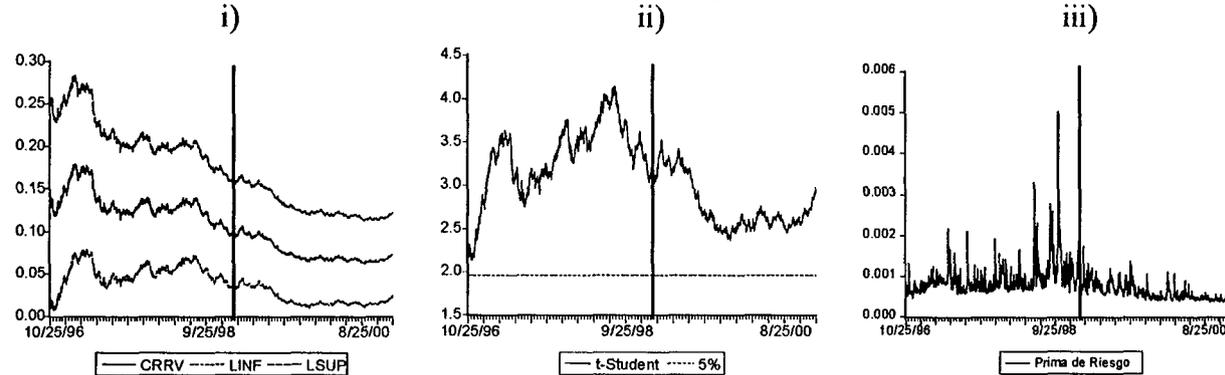
En este epígrafe se muestra la evolución recursiva del CRRV en el caso de la libra/dólar para aquellos modelos que han sido seleccionados en el Capítulo 4, epígrafe 3.1.2., y en el Anexo 6, aparecen los contrastes para la estimación recursiva AN,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  y F.

Las figuras 6.6 y 6.7 muestran la evolución del CRRV, el estadístico t-Student asociado al mismo, y de la prima de riesgo para los modelos NAGARCH(1,1)-M-t-Student, NAGARCH(1,1)-M-t-GED, QGARCH(1,1)-M-t-Student y QGARCH(1,1)-M-GED, obtenidos recursivamente.

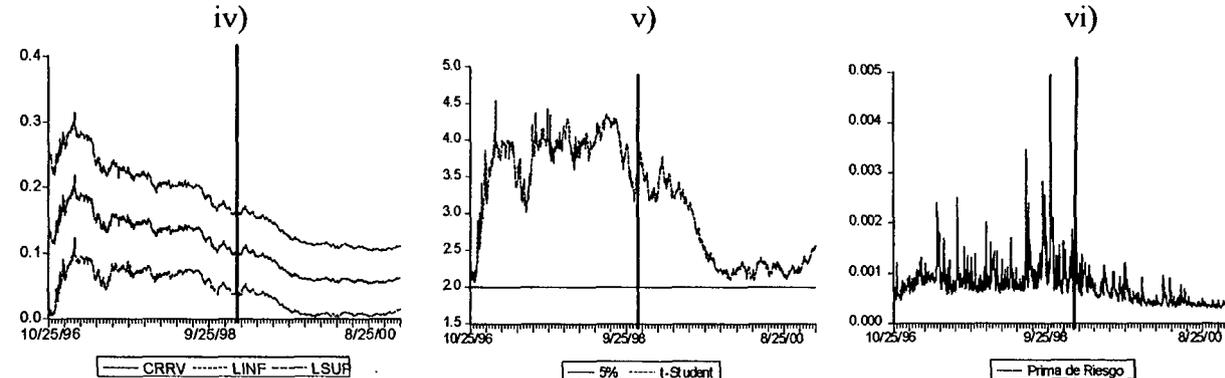
En general, puede observarse una tendencia decreciente para los valores del CRRV sobre todo a partir de la entrada del euro. En cuanto a su significación estadística, el valor del ratio t-Student correspondiente a la hipótesis de significación individual de dicho coeficiente se reduce en todos los casos en la última parte del periodo muestral. Por otro lado, también existe una tendencia decreciente en la prima de riesgo de la libra respecto al dólar.

Figura 6.6. CRRV, t-Student y prima de riesgo.

Estimación NAGARCH(1,1)-M y distribución t-Student para los errores. Periodo 25-10-1996; 12-1-2001.



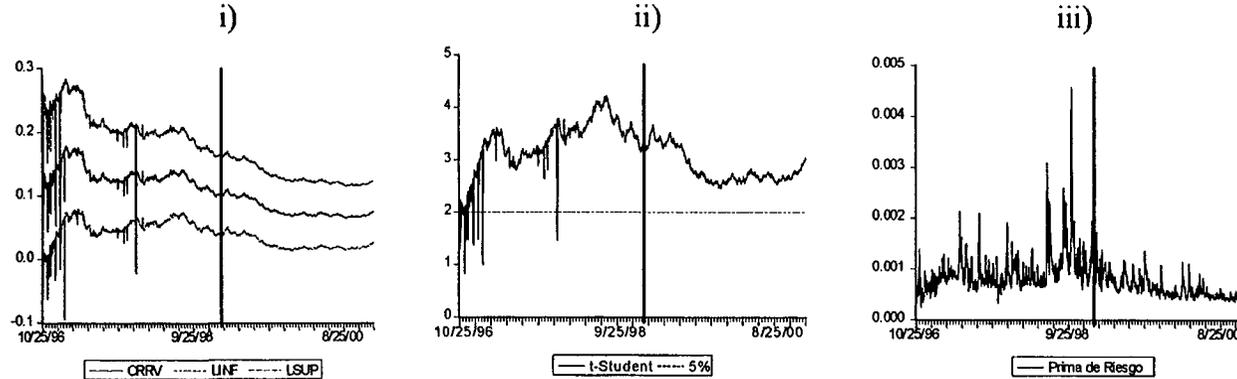
Estimación NAGARCH(1,1)-M y distribución GED para los errores. Periodo 25-10-1996; 12-1-2001.



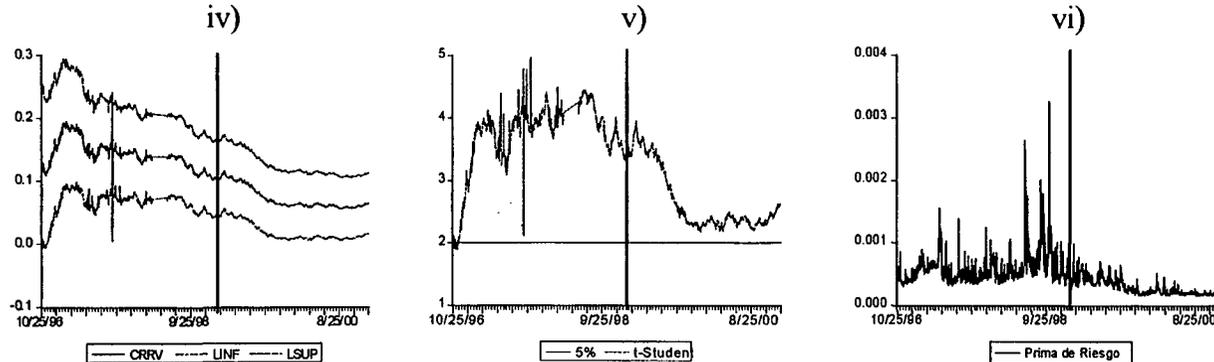
**Nota:** CRRV es el coeficiente de remuneración al riesgo variable; LINF es el límite inferior del intervalo de confianza del parámetro estimado; LSUP es el límite superior; t-Student es el cociente entre el parámetro estimado y el error estándar recursivo bajo la hipótesis nula de parámetro no significativo estadísticamente; 5% es el valor crítico de la distribución t-Student al 5% de significación. Los contrastes son de dos colas. La línea vertical corresponde con la entrada del euro: 1-1-1999.

Figura 6.7. CRRV, t-Student y prima de riesgo.

Estimación QGARCH(1,1)-M y distribución t-Student para los errores. Periodo 25-10-1996; 12-1-2001.



Estimación QGARCH(1,1)-M y distribución GED para los errores. Periodo 25-10-1996; 12-1-2001.



**Nota:** CRRV es el coeficiente de remuneración al riesgo variable; LINF es el límite inferior del intervalo de confianza del parámetro estimado; LSUP es el límite superior; t-Student es el cociente entre el parámetro estimado y el error estándar recursivo bajo la hipótesis nula de parámetro no significativo estadísticamente; 5% es el valor crítico de la distribución t-Student al 5% de significación. Los contrastes son de dos colas. La línea vertical corresponde con la entrada del euro: 1-1-1999.

A continuación, se comparan los resultados obtenidos considerando el coeficiente de remuneración del riesgo constante y variable. La tabla 6.5 muestra los estadísticos descriptivos correspondientes al exceso de rendimiento, a la prima obtenida con  $\delta$  constante, y a la obtenida con  $\delta$  variable en el tiempo.

**Tabla 6.5.** Descriptivos de los excesos de rendimiento de la libra respecto al dólar y las primas de riesgo predichas, según sea  $\delta$  constante o variable en el tiempo.

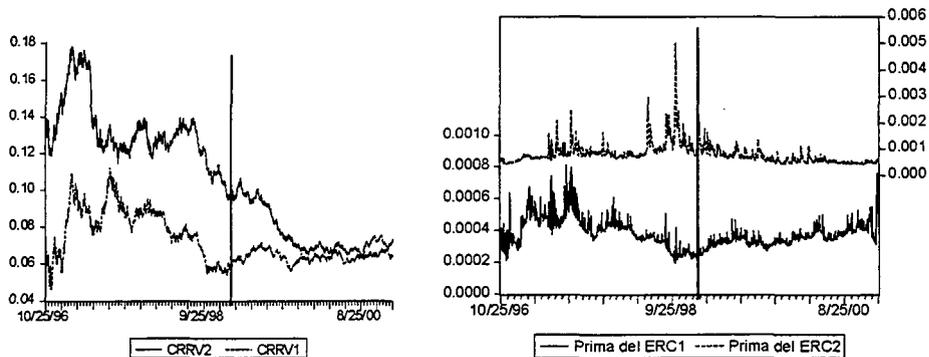
	Media	Mediana	Máx	Mín	Desv típ	AS	K	JB
<b>Exceso de Rendimiento de la libra respecto al dólar</b>								
	4.93E-05	3.74E-05	0.022345	-0.019019	0.005058	0.028319	4.057801	51.47871
<b>Primas obtenidas con <math>\delta</math> constante en el tiempo</b>								
NAGARCH(1,1)-M	0.000662	0.000601	0.002532	0.00046	0.000202	3.406754	21.50619	17840.93
t-Student								
NARCH(1,1)-M	0.000633	0.000575	0.0023	0.000434	0.000191	3.256606	19.66329	14684
GED								
QGARCH(1,1)-M	0.000311	0.000276	0.001484	0.000209	0.000117	4.041712	30.1684	36858.89
t-Student								
QGARCH(1,1)-M	0.000577	0.000515	0.002629	0.000383	0.000213	3.806414	26.94825	28968.86
GED								
<b>Primas obtenidas con <math>\delta</math> variable en el tiempo</b>								
NAGARCH(1,1)-M	0.000806	0.000712	0.005008	0.000415	0.0004	3.804328	28.31196	32047.69
t-Student								
NARCH(1,1)-M	0.000907	0.000884	0.00474	0.000415	0.000402	3.024594	21.3647	17150.59
GED								
QGARCH(1,1)-M	0.000454	0.000409	0.003252	0.000157	0.000294	3.710506	28.02212	31249.05
t-Student								
QGARCH(1,1)-M	0.000763	0.000706	0.004943	0.000297	0.000432	3.634131	27.80061	30639.82
GED								

Se observa que no existe una diferencia relevante entre las primas obtenidas suponiendo  $\delta$  constante y variable en el tiempo. Los valores medios de las primas obtenidos en la estimación recursiva parecen algo superiores a los estimados con  $\delta$  constante. Por otro lado, las distribuciones de las primas presentan un comportamiento asimétrico hacia la izquierda, y fuertemente leptocúrtico. Sus distribuciones están muy alejadas de la presentada por el exceso de rendimiento de la libra respecto al dólar. Esto también demuestra las diferencias entre dichas primas.

Por último, dado el interés en conocer el comportamiento del CRRV en el caso de la peseta/dólar y la libra/dólar, por ser la economía británica cercana al entorno euro, se compara detalladamente la evolución de las primas de riesgo del exceso de rendimiento de la peseta y la libra respecto al dólar. Este análisis se ha llevado a cabo seleccionando el modelo que presente un CRRV más significativo durante un mayor número de periodos. Así, en el caso de la peseta elegimos el GARCH(1,1)-M-GED

mientras que el caso de la libra seleccionamos el NAGARCH(1,1)-M-t-Student. La figura 6.8 presenta gráficamente el CRRV de ambas monedas, las primas de riesgo recursivas, las volatilidades condicionadas de los excesos de rendimiento de la peseta y la libra respecto al dólar.

**Figura 6.8.** CRRV y primas de riesgo recursivas para la la peseta y la libra respecto al dólar.



**Nota:** CRRV1 Y CRRV2 son los coeficientes de remuneración al riesgo variables para la peseta y libra, respectivamente. La línea vertical corresponde con la entrada del euro: 1-1-1999.

Como puede apreciarse, el coeficiente de remuneración del riesgo entre ambas monedas ha experimentado un proceso de acercamiento. Parece existir una tendencia a la convergencia, que se manifiesta más claramente a partir de la entrada del euro, si bien el decrecimiento se observa desde mucho antes. Por otro lado, la volatilidad condicionada del exceso de rendimiento de la libra respecto al dólar ha tenido un comportamiento mucho más variable que la peseta. Las primas de riesgo, obtenidas mediante los productos de los riesgos ( $h_t$ ) por los precios de los riesgos ( $\delta_t$ ) para cada moneda, muestran un comportamiento diferenciado a lo largo de la serie. Sin embargo, vuelve a manifestarse una tendencia a la convergencia entre las primas de ambas monedas. Según se aprecia en estos gráficos, podríamos deducir que la entrada del euro no parece haber reducido el riesgo frente al dólar, pero existen indicios que apuntan hacia una tendencia a la convergencia entre el riesgo de la libra y la peseta (y por ende, las monedas que forman parte de la Unión Europea) frente al dólar.

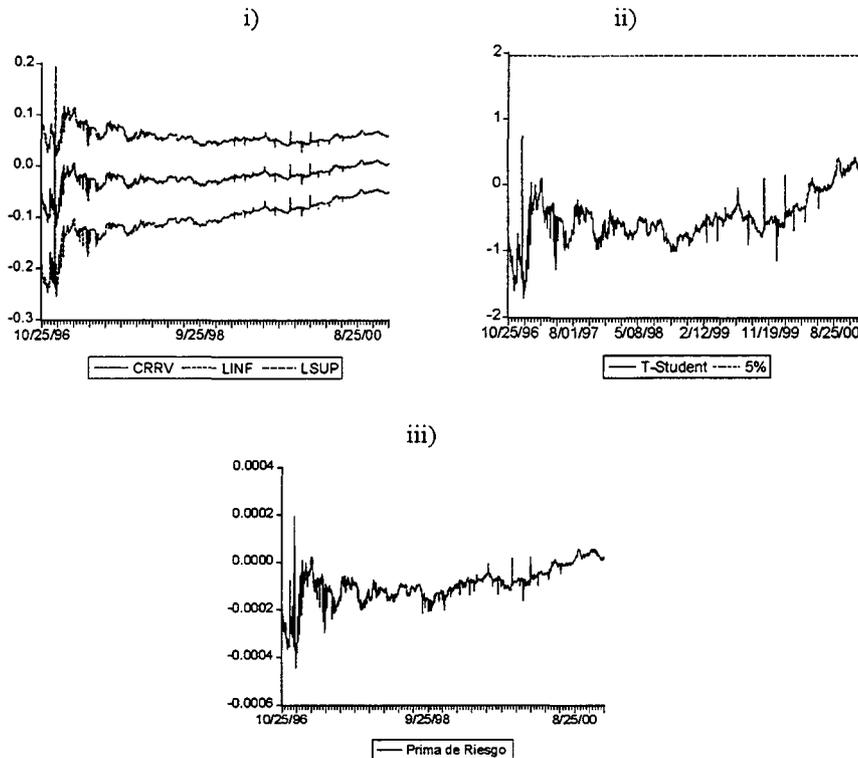
### **4.1.3. Caso del yen con respecto al dólar.**

Aunque en el Capítulo 4, epígrafe 3.1.3, se mostró que no existía ningún modelo de volatilidad condicional adecuado estadísticamente, de entre la variada diversidad de modelos estudiados para medir el riesgo en el caso del yen para el periodo completo se ha realizado en este epígrafe un breve análisis, meramente ilustrativo, del comportamiento del CRRV, t-Student y primas de riesgo.

La figura 6.9 muestra las estimaciones obtenidas a partir del modelo EGARCH(1,1)-M con función de densidad normal. En este caso, se observa que el CRRV es no significativo (según el estadístico t-Student) para todo el periodo, aunque el coeficiente presenta un crecimiento desde el primer periodo muestral (anterior a la entrada del euro) que continúa durante el periodo posterior a la entrada en vigor del euro. Por otro lado, la prima de riesgo es negativa durante todo el periodo. De todo ello, cabe decir que tales primas de riesgo pueden considerarse nulas, y que la entrada del euro no afecta a la relación entre el yen y el dólar.

Figura 6.9. CRRV, t-Student y prima de riesgo.

Estimaciones EGARCH(1,1)-M- Normal para los errores.  
 Periodo 25-10-1996; 12-1-2001.



Nota: CRRV es el coeficiente de remuneración al riesgo variable; LINF es el límite inferior del intervalo de confianza del parámetro estimado; LSUP es el límite superior; t-Student es el cociente entre el parámetro estimado y el error estándar recursivo bajo la hipótesis nula de parámetro no significativo estadísticamente; 5% es el valor crítico de la distribución t-Student al 5% de significación. Los contrastes son de dos colas.

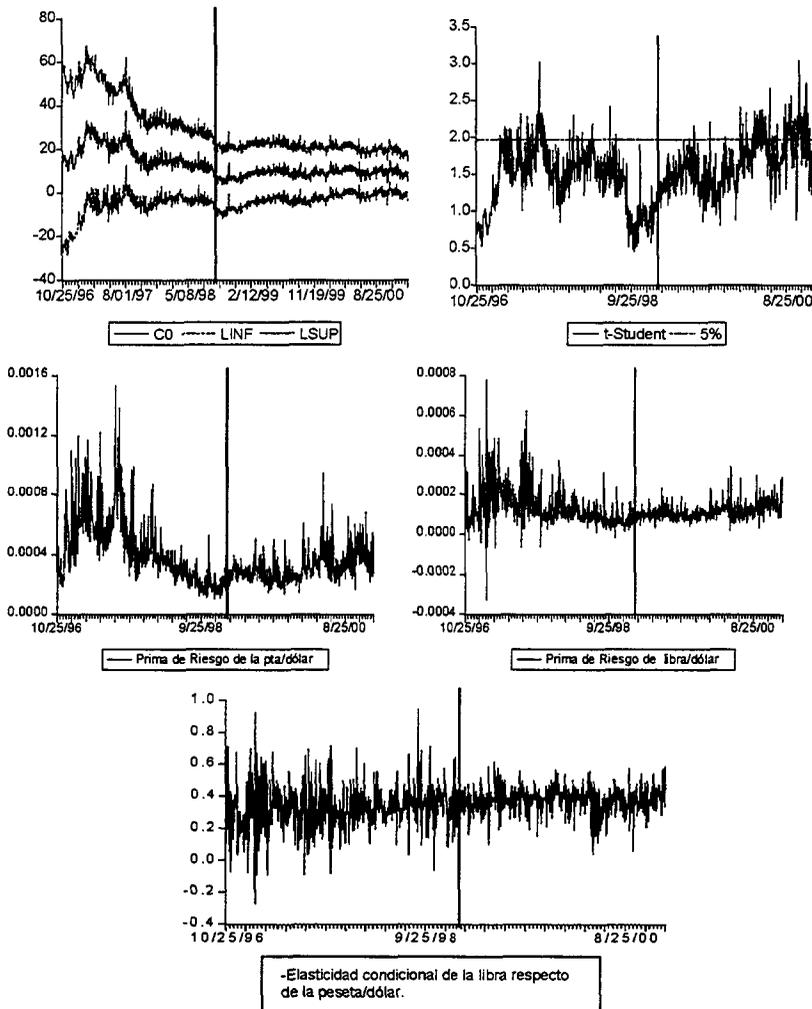
## 4.2. Modelo de Malliaropulos. Estimación cuasi-máximo versoímil.

### 4.2.1. Caso de la peseta y libra con respecto al dólar.

En este epígrafe se muestra la estimación recursiva del modelo presentado en el Capítulo 4, epígrafe 3.2.1. Por lo tanto, tiene la misma estructura que el empleado en la estimación del periodo completo, con la excepción de que se ha obviado la introducción de las variables ficticias que captan observaciones anómalas, dada las dificultades técnicas y no superadas, derivadas de la inclusión de las mismas. En la figura 6.10 se representa la evolución del precio del riesgo  $\gamma$ , su correspondiente estadístico t-Student a

lo largo del periodo muestral estimado con el algoritmo BHHH, la prima de riesgo y el beta condicional. Además, debemos mencionar que los contrastes de mala especificación planteados para el modelo recursivo (AN y F) no rechazan la hipótesis nula en ningún caso, aportando evidencia a favor de la correcta especificación del mismo. Estos resultados se muestran en el Anexo 7.

**Figura 6.10.** Evolución del precio del riesgo ( $\gamma = C0$ ), t-Student, primas y elasticidad condicional. Algoritmo BHHH.



**Nota:** LINF es el límite inferior del intervalo de confianza del parámetro estimado; LSUP es el límite superior; t-Student es el cociente entre el parámetro estimado y el error estándar recursivo bajo la hipótesis nula de parámetro no significativo estadísticamente; 5% es el valor crítico de la distribución t-Student al 5% de significación. Los contrastes son de dos colas. La línea vertical corresponde con la entrada del euro: 1-1-1999.

Cabe resaltar que la evolución del precio del riesgo y de su estadístico t-Student es muy similar a la obtenida en las estimaciones uniecuacionales del precio del riesgo para el exceso de rendimiento de la peseta/dólar (véanse figuras 6.4 y 6.5). No obstante, hay que considerar que el modelo de Malliaropulos no es directamente comparable con los modelos uniecuacionales estimados en el epígrafe 4.1 de este Capítulo, por dos motivos. El primero es que la variable a explicar no es el exceso de rendimiento del mercado cambiario ( $er_{jt}^c$ ), sino que es la variación logarítmica de los tipos de cambio (o rentabilidades cambiarias). Y el segundo es que en los modelos uniecuacionales se considera que la prima de riesgo está relacionada con la desviación condicional, mientras que en el modelo de Malliaropulos la prima está en función de las varianzas y covarianzas condicionadas de las rentabilidades. Aún así, ambos modelos tratan de valorar el CRRV.

En cuanto al valor del coeficiente  $\gamma$  (CRRV), existe un comportamiento diferenciado entre los dos periodos muestrales analizados: el antes y después de la entrada del euro. Dicho valor presenta un comportamiento aparentemente más estable después de la entrada del euro, aunque presenta una ligera tendencia decreciente (antes de la entrada del euro, el CRRV decrece un 68.7%, mientras que la variación porcentual desde la entrada del euro es de un -23.5%, si bien hay que considerar que el último dato estimado presenta una cifra muy inferior al CRRV estimado medio de los últimos datos del periodo muestral). Además, como puede observarse, la significatividad del coeficiente crece a lo largo del segundo periodo muestral, resultando significativo durante la etapa posterior a la entrada del euro.

Por otro lado, la prima de riesgo de la peseta/dólar obtenida mediante la estimación recursiva presenta una mayor dispersión en los periodos que se encuentran al principio de la muestra, y su tendencia cambia con la entrada del euro, experimentando un leve crecimiento, y manifestando una mayor dispersión de nuevo al final del segundo periodo muestral. La prima de riesgo correspondiente a la libra/dólar difiere, sin embargo, de la obtenida en los modelos uniecuacionales GARCH-M recursivos, ya que viene definida por la covariabilidad condicional entre la peseta/dólar y la libra/dólar.

Por último, el beta condicional obtenido recursivamente muestra también una evolución diferente a la obtenida en la estimación completa, ya que presenta una mayor dispersión al principio de la muestra, con una ligera tendencia creciente. Este hecho

indica una mayor asociación de movimientos comunes entre la peseta y la libra a partir de la entrada del euro.

#### 4.2.2. Caso de la peseta y yen con respecto al dólar.

En este epígrafe se analiza la recursividad del modelo de Malliaropulos para el yen/dólar con respecto a la peseta/dólar. El modelo utilizado es análogo al presentado en el epígrafe 3.2.2.

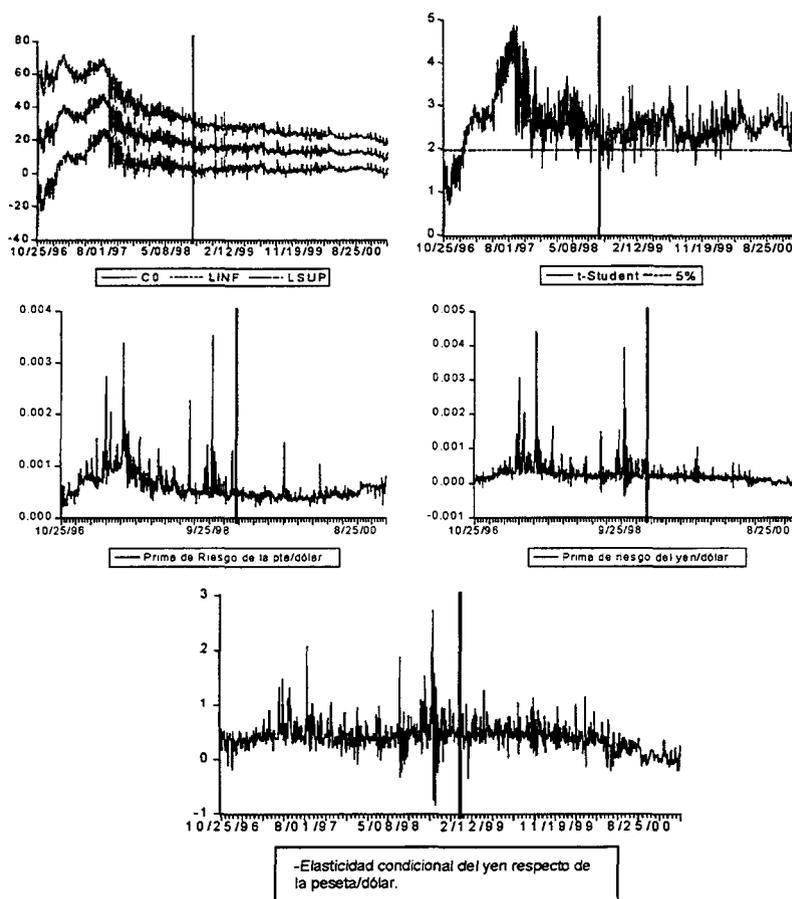
En la figura 6.11 se presenta la evolución del precio del riesgo, el estadístico t-Student, las primas de riesgo y la elasticidad condicional recursiva. Cabe mencionar, tal y como puede observarse en el Anexo 7, los contrastes de mala especificación realizados para el modelo recursivo (fundamentalmente, los contrastes AN y F), no rechazan la hipótesis nula en ningún caso, aportando evidencia a favor de la correcta especificación del mismo.

El análisis de la evolución del precio del riesgo permite concluir que éste se estabiliza en el segundo periodo muestral de forma relevante, aunque disminuye (un 41.4% desde la entrada del euro). Hay que resaltar que esta pauta es común en todos los análisis que sobre distintas definiciones del precio del riesgo se han realizado mediante estimaciones recursivas en el presente capítulo. Además, dicho coeficiente resulta significativamente distinto de cero para la mayor parte de las estimaciones realizadas.

Al estudiar las primas de riesgo, la correspondiente a la peseta/dólar presenta la misma pauta obtenida en el modelo del epígrafe 4.2.1, mientras que para el caso del yen/dólar se aprecia una menor dispersión de los datos en el segundo periodo muestral, así como un leve decrecimiento de la misma. Por último, el gráfico de la elasticidad condicional del yen con respecto de la peseta/dólar, presenta una menor dispersión y un decrecimiento de la misma en el segundo periodo muestral, tomando valores incluso negativos al final de la muestra. Según esto, existe una menor asociación de movimientos comunes entre el yen y la peseta después de la entrada del euro. De hecho, la relación entre variaciones esperadas de ambos tipos de cambio no resulta significativa, al tratarse de monedas que circulan en mercados con poca vinculación. Por tanto, depreciaciones de la peseta con respecto al dólar están vinculadas con variaciones

(depreciaciones o incluso apreciaciones) del yen respecto al dólar que tienden a reducirse en términos absolutos al final del periodo muestral.

**Figura 6.11.** Evolución del precio del riesgo ( $\gamma = C0$ ), t-Student, primas y elasticidad condicional. Algoritmo BHHH.



**Nota:** LINF es el límite inferior del intervalo de confianza del parámetro estimado; LSUP es el límite superior; t-Student es el cociente entre el parámetro estimado y el error estándar recursivo bajo la hipótesis nula de parámetro no significativo estadísticamente; 5% es el valor crítico de la distribución t-Student al 5% de significación. Los contrastes son de dos colas. La línea vertical corresponde con la entrada del euro: 1-1-1999.

En los gráficos correspondientes a las primas y a la elasticidad condicional se detectan una serie de observaciones claramente alejadas de la media, que están asociadas a los acontecimientos de la crisis asiática del verano de 1997.

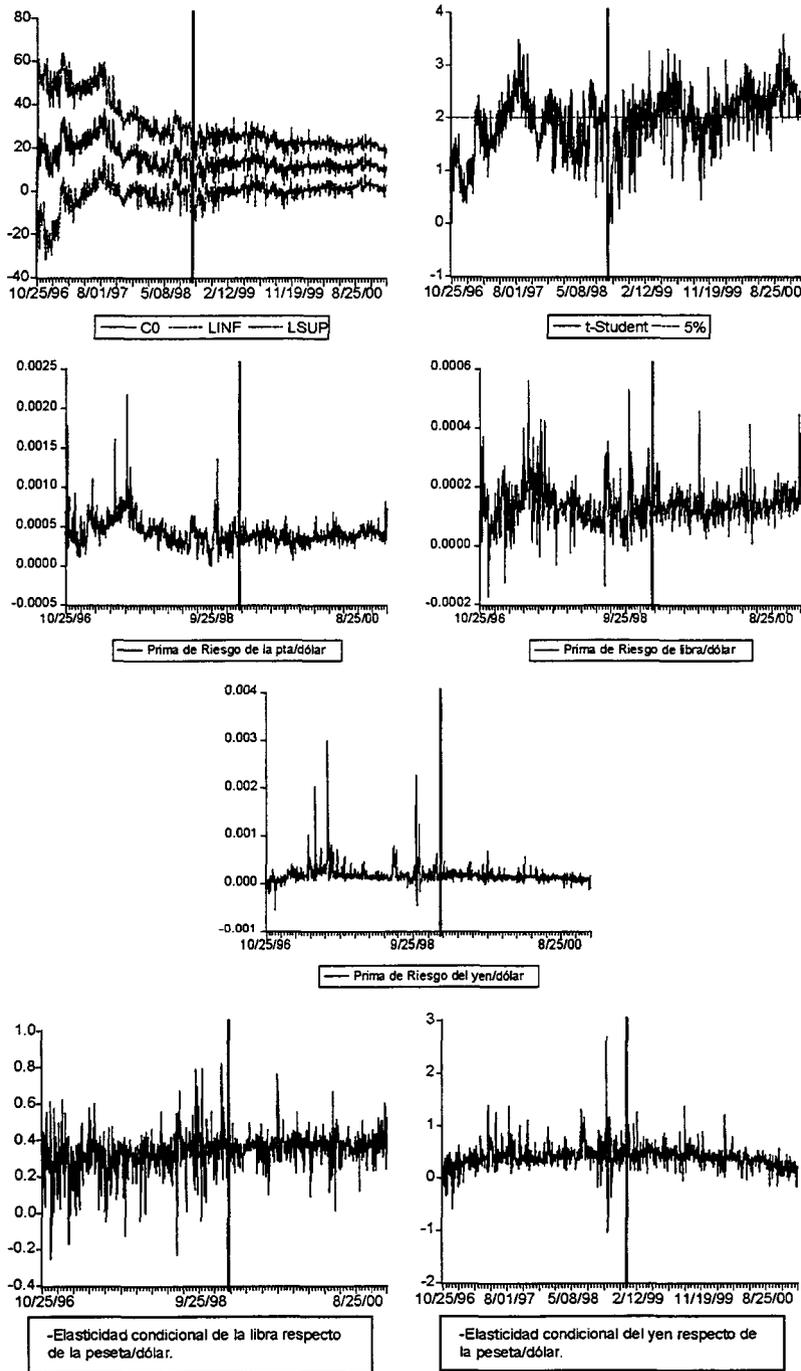
#### 4.2.3. Caso de la peseta, libra y yen con respecto al dólar.

En este epígrafe se muestra la estimación recursiva del modelo conjunto de Malliaropulos para la peseta, libra y yen respecto al dólar.

La figura 6.12 muestra la evolución temporal del CRRV, la t-Student, las primas y la elasticidad condicional. Aunque en el análisis del periodo completo (Capítulo 4, epígrafe 3.2.3), el precio de riesgo resultaba no significativo, la estimación recursiva del modelo propuesto demuestra que dicho precio es ahora significativo para muchos periodos. También cabe mencionar que los contrastes de mala especificación realizados para el modelo recursivo (tanto de excesos de dispersión (AN) como los de sesgo de signo conjunto) no rechazan la hipótesis nula en ningún caso, aportando evidencia a favor de la correcta especificación del modelo recursivo. Dichos gráficos se muestran en el Anexo 7. Por otro lado, se observa cómo el coeficiente  $\gamma_{1t}$  se estabiliza después de la entrada del euro.

En cuanto a las primas de riesgo obtenidas para cada moneda, así como las elasticidades condicionales, puede decirse que presentan una evolución a lo largo del periodo similar a los resultados ofrecidos por las estimaciones realizadas por pares de monedas.

**Figura 6.12.** Evolución del precio del riesgo ( $\gamma = C0$ ), t-Student, primas y elasticidad condicional. Algoritmo BHHH.



**Nota:** LINF es el límite inferior del intervalo de confianza del parámetro estimado; LSUP es el límite superior; t-Student es el cociente entre el parámetro estimado y el error estándar recursivo bajo la hipótesis nula de parámetro no significativo estadísticamente; 5% es el valor crítico de la distribución t-Student al 5% de significación. Los contrastes son de dos colas. La línea vertical corresponde con la entrada del euro: 1-1-1999.

### 4.3. Factores explicativos de la tendencia del precio del riesgo estimado para la peseta/dólar.

Asumiendo que los modelos estimados pueden considerarse libres de errores de especificación, tal y como se ha comentado en los epígrafes precedentes (epígrafes 4.1 y 4.2), dedicamos éste a proporcionar una idea de cuáles podrían ser los factores que explican la tendencia observada en la estimación recursiva del coeficiente de remuneración del riesgo (CRRV) para el caso de la peseta/dólar, y durante todo el periodo muestral.

Para ello, se estudiarán dos situaciones. Ambas, están relacionadas con el primer grupo de los modelos estimados, es decir, aquel que sólo utiliza información del mercado cambiario, que es estrictamente empírico y que supone la descomposición de la prima de riesgo entre precio y volatilidad. Así, la primera situación está referida al precio del riesgo estimado recursivamente en el modelo que determina cómo el exceso de rendimiento está explicado por el riesgo o incertidumbre (medida en unidades de desviación típica condicionada a la información existente a través del modelo uniecuacional GARCH-M-GED)<sup>79</sup>, y que hemos denominado  $\delta_t$ . La segunda, está referida a la estimación recursiva del coeficiente de remuneración del riesgo, atendiendo a la relación entre el tipo de cambio peseta/dólar y libra/dólar en el modelo de Malliaropulos (1995), y que a diferencia de la anterior, se mide en términos de las unidades de varianza condicional,  $\gamma_{1t}$ , en un contexto multiecuacional del tipo VAR-GARCH-M<sup>80</sup>.

A continuación, se describirán las propiedades estadísticas de las variables no observadas que han sido estimadas y que se refieren al coeficiente de remuneración del riesgo variable en el tiempo (CRRV), para luego realizar un análisis de los factores que pueden explicar la conducta tendencial del CRRV.

---

<sup>79</sup> La elección de este modelo no es arbitraria, pues es seleccionado por ser el que posee durante más periodos de tiempo el CRR significativo en la estimación recursiva. Este hecho pretende facilitar el análisis y evitar múltiples estimaciones.

<sup>80</sup> En este caso, se elige dicha estimación por cuanto es la más fiable estadísticamente, dada la significación de dicho coeficiente en este modelo para el periodo muestral analizado. Por lo tanto,

### 4.3.1. Estudio de la integrabilidad de las series de precios de riesgo.

Brevemente se analizará si las series de precios estimadas recursivamente son estacionarias o no estacionarias. Para ello se emplean los contrastes ADF, PP y KPSS ya utilizados en la descripción de los datos usados en este trabajo. La tabla 6.6 muestra dichos resultados.

Atendiendo a los resultados obtenidos, puede decirse lo siguiente. Utilizando los contrastes de raíz unitaria ADF y PP cuya hipótesis nula es  $I(1)$  frente a  $I(0)$ , tanto para el proceso generador de datos con constante como para el proceso generador con constante y tendencia determinista, los precios del riesgo (CRRV) estimados recursivamente son  $I(1)$  al nivel de significación de 5%, tanto para  $\delta_t$  obtenido del modelo GARCH-M uniecuacional como para el coeficiente recursivo  $\gamma_{1t}$  obtenido a partir del modelo multiecuacional de Malliaropulos (1995). Por otro lado, utilizando el contraste KPSS, los resultados obtenidos indican que se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, los precios son  $I(1)$ .

**Tabla 6.6.** Contrastes de raíces unitarias convencionales para los precios de riesgo de la peseta/dólar.

	ADF( $p=4$ )		PP( $l=6$ )		KPSS( $l=6$ )	
	Constante	Cons. y tend.	Constante	Cons. y tend.	$\eta_\mu$	$\eta_\tau$
$\delta_t$	-2.0619	-2.6133	-2.1898	-2.7229	7.5792	1.8408
$\gamma_{1t}$	-2.1821	-3.2782	-1.6574	-3.0330	9.3056	1.8898
1%	<b>-3.4391</b>	<b>-3.9715</b>	<b>-3.4391</b>	<b>-3.9715</b>	<b>0.739</b>	<b>0.216</b>
5%	<b>-2.8646</b>	<b>-3.4163</b>	<b>-2.8646</b>	<b>-3.4163</b>	<b>0.463</b>	<b>0.146</b>

Nota: Valores críticos de los contrastes ADF y PP obtenidos de MacKinnon (1991). Valores críticos del contraste KPSS obtenidos de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992). El número de retardos  $p$  elegido es 4, mientras que el punto de truncamiento  $l$  se ha calculado a través de la expresión  $l = \text{floor}\left[\left(T/100\right)^{1/4}\right]$ , siendo *floor* el número entero más pequeño.

descartamos el análisis del coeficiente de remuneración del riesgo estimado para el caso de la peseta/dólar y yen/dólar o el conjunto entre peseta/dólar, libra/dólar y yen/dólar.

#### **4.3.2. Estudio de la relación de equilibrio a largo plazo entre el precio del riesgo para la peseta/dólar, los tipos de cambio, índices bursátiles y tipos de interés.**

Una vez que se ha demostrado que las series de interés son  $I(1)$ , el siguiente paso es aplicar técnicas econométricas que permitan estudiar la relación entre variables no estacionarias. La metodología de cointegración entre variables no estacionarias permitirá relacionar dichos precios con otras series temporales que puedan explicar su comportamiento a largo plazo.

Sin embargo, antes de pasar a analizar dichas relaciones, introduciremos brevemente cómo se realizará el estudio de la cointegración.

##### **4.3.2.1. La cointegración multiecuacional.**

Cuando se relacionan más de dos variables en un modelo que permite obtener relaciones a largo plazo entre dichas variables puede existir más de un vector de cointegración. Por este motivo, el supuesto subyacente del método bietápico de Engle y Granger (1987) de existencia de un único vector de cointegración es demasiado restrictivo y poco realista. Además, otro problema en la estimación en dos etapas de Engle y Granger es que los errores cometidos en una fase se trasladan a la siguiente. Finalmente, está el problema de la normalización asociada a la estimación de mínimos cuadrados.

Precisamente estos problemas son superados por los métodos de estimación de sistemas, donde no aparece (en general) el problema de la normalización y el número de vectores de cointegración no se fija *a priori*, sino que se determina por el curso de la estimación. Entre estos métodos de estimación de sistemas se encuentra el procedimiento de Johansen (1988). El método de cointegración de Johansen (1988) está basado en una estimación máximo verosímil del modelo en el entorno de la modelización vectorial autorregresiva (VAR), la cual supone un tratamiento conjunto y endógeno de toda la información referente a cada una de las variables de interés. A continuación, describiremos el procedimiento a un nivel muy básico, puesto que es una

metodología suficientemente conocida y aplicada en la práctica de la investigación empírica<sup>81</sup>.

El procedimiento de Johansen es una extensión del contraste de Dickey-Fuller al contexto del VAR multivariante. Concretamente, se extiende el proceso autorregresivo univariante de primer orden a un proceso VAR(1) de  $m$ -variables. De esta forma, podemos escribir que:

$$Y_t = BY_{t-1} + U_t,$$

donde  $Y_t$  es un vector de variables de orden  $(m \times 1)$  que son  $I(1)$ ,  $U_t$  es un vector de errores gaussianos de orden  $(m \times 1)$  y  $B$  es una matriz  $(m \times m)$  de parámetros desconocidos. Cuando se generaliza este proceso a un proceso autorregresivo de más elevado orden, por ejemplo de  $p$ -ésimo orden, podemos escribir que:

$$Y_t = B_1Y_{t-1} + \dots + B_pY_{t-p} + U_t$$

donde  $B_i, i=1, \dots, p$  son matrices de parámetros desconocidos de orden  $(m \times m)$ .

Pues bien, si este proceso fuese presentado en forma de un mecanismo de corrección del error [véase Johansen (1988)], podríamos escribir finalmente el modelo vectorial de corrección de error (VECM) como:

$$\Delta Y_t = \sum_{i=1}^{p-1} \Phi_i \Delta Y_{t-i} + \Phi Y_{t-1} + U_t$$

donde  $\Phi_i = -\sum_{j=i+1}^p B_j$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden  $(m \times m)$  y  $\Phi = -\left( I - \sum_{i=1}^p B_i \right)$ .

El contraste de cointegración propuesto por Johansen se basa en el rango de la matriz  $\Phi$ , de orden  $(m \times m)$ . El Teorema de Representación de Granger afirma que si la matriz de coeficientes  $\Phi$  tiene rango reducido,  $r < m$ , entonces existen dos matrices de orden  $m \times r$ , cada una con rango  $r$ , tal que puede escribirse  $\Phi = \alpha\beta'$ , siendo  $\alpha$  la

<sup>81</sup> Para una panorámica de este tipo de metodologías, véase Maddala y Kim (1998).

velocidad de ajuste hacia el equilibrio, que es una matriz  $(m \times r)$  que tiene la interpretación de la matriz de términos de corrección del error y  $\beta$  es una matriz  $(m \times r)$  de coeficientes de largo plazo o matriz de coeficientes de los vectores de cointegración, tales que  $\beta'Y_{t-1}$  representan las variables cointegradas ( $r \leq m-1$ ), los cuales aseguran que  $Y_t$  converge hacia el equilibrio de largo plazo. Así, cada columna de  $\beta$  es un vector de cointegración. Si las variables contenidas en  $Y_t$  son  $I(1)$ , entonces  $\Delta Y_t$  serán  $I(0)$ .

El número de vectores de cointegración puede obtenerse observando la significación de las raíces características de  $\Phi$ . El rango de dicha matriz es el mismo que el número de las raíces características que son diferentes de cero. Si el rango de  $\Phi$  es cero, esto significa que todas las raíces características son cero, y por lo tanto, las variables no están cointegradas. Los estadísticos empleados para evaluar el número de vectores de cointegración son el estadístico de la traza y el del máximo valor propio. Ambos están basados en la razón de verosimilitudes. El primer estadístico:

$$\lambda_{traza} = -T \sum_{i=r+1}^m \log(1 - \hat{\lambda}_i), \quad r = 0, 1, \dots, m-1, \text{ donde } T \text{ es el tamaño de la muestra y } \hat{\lambda}_i \text{ son}$$

los valores estimados de las raíces características o valores propios de la matriz  $\Phi$ , tiene como hipótesis nula que existen al menos  $r$  vectores de cointegración, esto es, el rango de  $\Phi$  es menor o igual a  $r$ , y la hipótesis alternativa es que existen más de  $r$  vectores de cointegración. El segundo estadístico:  $\lambda_{\max} = -T \log(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$ , asume que el rango es  $r$  contra la alternativa de que el rango es  $r+1$ . Johansen y Juselius (1990) proporcionan los valores críticos de ambos estadísticos, basándose en la simulación de Monte Carlo, al igual que Osterwald-Lenum (1992).

Finalmente, cabe destacar que sobre el VECM pueden aplicarse diferentes componentes deterministas, tales como la constante, la tendencia o variables ficticias estacionales. Johansen (1995) considera cinco situaciones en las que los componentes deterministas pueden incorporarse a las ecuaciones de cointegración. Particularmente, en series financieras tales como los tipos de cambio, se utilizan modelos donde las series contenidas en  $Y_t$  no tienen tendencias deterministas, pero la ecuación de cointegración tiene constantes. Este es el escenario en el que estimaremos los diversos modelos de cointegración.

#### 4.3.2.2. Análisis empírico.

En nuestro caso,  $Y_t$  será un vector de variables formado por el logaritmo del precio del riesgo ( $\log P_t$ , el cual hace tanto referencia al logaritmo del precio  $\delta_t$  estimado en el GARCH-M-GED como al logaritmo de  $\gamma_t$  estimado en el modelo de Malliaropulos, y exclusivamente referido al caso de la peseta/dólar – libra/dólar), el logaritmo del tipo de cambio peseta/dólar (euro/dólar desde el 1 de enero de 1999, y que denominamos  $\log S_t$ ), el logaritmo del índice bursátil de España ( $\log I_{1t}$ ), y el logaritmo del tipo de interés de tres meses de España y USA ( $\log i_t$  y  $\log i_t^*$ ). Finalmente, destacamos que, por cuanto el modelo considerado utilizará las variables en logaritmos, permitirá comentar cuestiones relativas a los conceptos de elasticidad precio del riesgo frente a los tipos de cambio, la elasticidad precio del riesgo frente al índice bursátil y la elasticidad precio del riesgo frente a los tipos de interés, en los que cabe establecer *a priori* ciertos comportamientos de sus signos. Todas las variables son  $I(1)$ .

En nuestro caso,  $Y_t = [\log(P_t) \log(S_t) \log(I_{1t}) \log(i_t) \log(i_t^*)]'$ , los coeficientes de largo plazo son  $\beta_{ij}$ ,  $i=1,2,\dots,5$ ,  $j=1,2,3,4$ , los cuales son parámetros desconocidos (por lo tanto, la matriz  $\beta$  es de orden  $5 \times 4$ ), y asumimos que  $u_t$  es un término de perturbación gaussiano.

Cabe mencionar que esta relación es puramente empírica y no está documentada teóricamente. El ejercicio que se realizará utiliza una variable no observable (que es previamente estimada mediante técnicas econométricas sofisticadas y condicionadas por el comportamiento de la volatilidad o varianza condicional de los excesos de rendimiento cambiarios utilizando modelos de tipo GARCH en media y VAR-GARCH-M sólo con los rendimientos cambiarios), y es una especificación tentativa para explicar el grado de relación entre el coeficiente de remuneración al riesgo y variables financieras, además de permitir determinar si existe una relación a largo plazo.

A continuación, proporcionaremos una ilustración de la metodología de Johansen paso a paso. En primer lugar, determinaremos la elección de la longitud del modelo VAR. Para ello se utilizan los criterios de información de Akaike (AIC) y Schwarz (SBIC), así como el criterio de razón de verosimilitudes que analizan la

hipótesis nula  $H_0: VAR(p)$  frente a la alternativa  $H_a: VAR(p+1)$ , distribuyéndose como  $\chi_q^2$ , siendo  $q$  el número de restricciones. En general, el número de restricciones será igual a 25, en cada caso. La tabla 6.7 muestra dichos estadísticos para los dos casos analizados.

**Tabla 6.7.** Criterios de elección para seleccionar el orden del modelo VAR.

Orden (p)	AIC	SBIC	$H_0$ $VAR(p)$	$H_a$ $VAR(p+1)$	RV	p-valor
<b>Precio de riesgo estimado a través del modelo GARCH-M para la peseta/dólar, <math>\delta_t</math></b>						
1	-32.72	-32.59	1	2	104.4	[0.00]
2	-32.80	-32.55	2	3	8	[0.99]
3	-32.78	-32.42	3	4	42.4	[0.02]
4	<b>-32.83</b>	-32.35	4	5	<b>0.2</b>	<b>[1.00]</b>
5	-32.81	-32.22	5	6	9.2	[0.99]
6	-32.80	-32.10	6	7	24.6	[0.48]
7	-32.77	-31.95	7	8	6.6	[0.99]
8	-32.75	-31.81	8	9	9.2	[0.99]
9	-32.74	-31.69	9	10	14.4	[0.95]
10	-32.74	-31.57	10	11	54.4	[0.00]
11	-32.77	-31.49	11	12	4	[0.99]
12	-32.76	-31.36	--	--	--	--
<b>Precio de riesgo estimado por VAR-GARCH-M para la peseta/dólar, <math>\gamma_{1t}</math></b>						
1	-28.33	-28.19	1	2	306.4	[0.00]
2	-28.59	-28.34	2	3	104.6	[0.00]
3	-28.67	-28.30	3	4	128.7	[0.00]
4	<b>-28.78</b>	-28.28	4	5	<b>29.1</b>	[0.26]
5	-28.77	-28.18	5	6	18.6	[0.89]
6	-28.77	-28.06	6	7	9.20	[0.99]
7	-28.74	-27.92	7	8	0.80	[1.00]
8	-28.72	-27.78	8	9	8.09	[0.99]
9	-28.71	-27.66	9	10	14.92	[0.94]
10	-28.71	-27.54	10	11	5.23	[0.99]
11	-28.69	-27.41	11	12	21.26	[0.67]
12	-28.69	-27.29	--	--	--	--

En cuanto a  $\delta_t$ , y atendiendo a los resultados de la tabla 6.7, observamos que el menor AIC coincide con  $p=4$ , mientras que el criterio de razón de verosimilitudes para  $p=4$  rechaza la hipótesis nula al 5% de nivel de significación (aunque no al 1%). Para el caso de  $\gamma_t$ , el menor AIC se encuentra en  $p=4$ , y según el criterio de razón de verosimilitudes, no se rechaza  $p=4$ . Cabe advertir que utilizando el criterio SBIC, la

decisión sobre el valor  $p$  adecuado no coincide ni con el criterio AIC ni con la razón de verosimilitudes.

Pues bien, asumiendo que ambos modelos son VAR(4), el siguiente paso es realizar el contraste de cointegración de la traza. Omitimos el relacionado con el máximo valor propio. La tabla 6.8 muestra estos resultados para ambos casos. De los resultados de dicha tabla se desprende que, a través del contraste de razón de verosimilitudes basado en el estadístico de la traza, existe una ecuación de cointegración al nivel de significación del 5% para  $\delta_t$  y dos al nivel del 5% para el caso de  $\gamma_{1t}$ , aunque sólo una al nivel del 1%. Por lo tanto, de acuerdo a dicho estadístico, sabemos que las variables del modelo propuesto poseen, al menos, una relación de cointegración.

**Tabla 6.8.** Contraste de cointegración de Johansen basado en la traza.

Hipótesis nula	Hipótesis Alternativa	Estadístico de la traza	Valores críticos 5%	Valores críticos 1%
$\delta_t$				
$r = 0$	$r \geq 1$	71.08800*	68.52	76.07
$r \leq 1$	$r \geq 2$	38.02282	47.21	54.46
$r \leq 2$	$r \geq 3$	23.22893	29.68	35.65
$r \leq 3$	$r \geq 4$	11.49404	15.41	20.04
$r \leq 4$	$r = 5$	3.125265	3.76	6.65
$\gamma_{1t}$				
$r = 0$	$r \geq 1$	80.81163*	68.52	76.07
$r \leq 1$	$r \geq 2$	51.28616*	47.21	54.46
$r \leq 2$	$r \geq 3$	24.30970	29.68	35.65
$r \leq 3$	$r \geq 4$	11.91903	15.41	20.04
$r \leq 4$	$r = 5$	0.723246	3.76	6.65

**Nota:** \* Denota rechazo de la hipótesis nula al 5%. Los valores propios estimados a partir de la matriz  $\Phi$  en orden descendente son: 0.029718, 0.013407, 0.010650, 0.007607 y 0.002847 para el modelo en que se explica  $\delta_t$ , y 0.026580, 0.024313, 0.011242, 0.010163, 0.000660 para  $\gamma_t$ . En el caso de  $\gamma_t$ , los resultados se obtienen mediante la inclusión de una variable ficticia que toma el valor 1 para el periodo posterior a 1/1/1999 en el proceso VAR. Los valores críticos son obtenidos de Osterwald-Lenum (1992).

La tabla 6.9 muestra la estimación máximo verosímil de los coeficientes de largo plazo.

Los resultados obtenidos en dicho cuadro son bastante ilustrativos. Por un lado, los signos se mantienen para las mismas variables en los dos escenarios analizados. Por otro lado, todos los coeficientes estimados para el vector de cointegración son

significativos en el caso de  $\gamma_{1t}$  pero no en el de  $\delta_t$ . Así, por ejemplo, para  $\delta_t$  solamente son significativos los coeficientes de los tipos de interés, mientras que para  $\gamma_{1t}$  resultan significativos todos los coeficientes. Y, finalmente, cabe destacar que después de analizar gráficamente el residuo estimado  $\hat{u}_t$  y realizar diversos contrastes sobre los residuos de cointegración, solamente el primer vector de coeficientes que caracteriza a  $\gamma_{1t}$  es estacionario<sup>82</sup>. Por todo ello, cabe concluir que sólo existe cointegración en el caso de  $\gamma_{1t}$ .

**Tabla 6.9.** Coeficientes de largo plazo estimados y normalizados y seleccionados al nivel de significación del 5%.

Vector	$p$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\mu$	Log L
$\delta_t$								
1	4	-1.0000	0.6932 (1.38)	-0.3022 (0.54)	1.5230 (0.70)	-4.6222 (2.16)	1.477	18093.82
$\gamma_{1t}$								
1	4	-1.0000	3.0549 (1.18)	-1.035 (0.44)	1.0212 (0.50)	-3.929 (1.47)	1.5714	15880.05

**Nota:** Entre paréntesis aparecen los errores estándar asintóticos. En el caso de  $\gamma_{1t}$ , los resultados se obtienen mediante la inclusión de una variable ficticia que toma el valor 1 para el periodo posterior a 1/1/1999 en el proceso VAR. Aunque en el caso de  $\gamma_{1t}$  se detectan dos vectores de cointegración, sólo se ha puesto el que resulta estacionario, que es el primero de ellos.

Así, atendiendo a este hecho, la interpretación de los resultados de los coeficientes estimados de manera estadísticamente significativa es la siguiente para el modelo VAR-GARCH-M, que presenta cointegración. La elasticidad precio del riesgo-tipo de cambio es positiva y significativa; la elasticidad del precio del riesgo-índice bursátil de España es negativa y significativa; la elasticidad precio-tipo de interés de España es positiva, mientras que la del precio-tipo de interés de USA es negativa.

Por lo tanto, como conclusión final de este epígrafe, atendiendo al análisis del precio del riesgo estimado en el modelo VAR-GARCH-M [Malliaropulos (1995)] para la peseta y libra con respecto al dólar, puede decirse que la tendencia del precio del

<sup>82</sup> Cabe destacar que no existen contrastes para los residuos de este modelo, por lo que se desconocen las distribuciones asintóticas de los estadísticos. Por ello, el análisis de la estacionariedad sólo se realiza de manera gráfica.

riesgo estimado, o coeficiente de remuneración del riesgo, se relaciona con las variables que afectan al exceso de rendimiento cambiario, además de la evolución del índice de la cartera mundial, y que esta relación se mantiene a largo plazo.

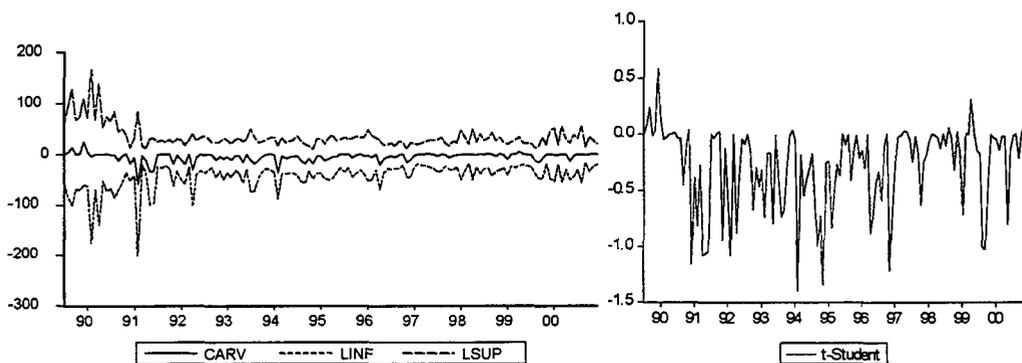
## 5. Coeficiente de aversión al riesgo variable.

### 5.1. Caso de la peseta con respecto al dólar.

En este epígrafe se realiza la estimación recursiva del modelo CAR (CARV) del Capítulo 5, epígrafe 3.1.1. El procedimiento recursivo se ha iniciado a partir de la observación 151, que corresponde con julio de 1989, tratando de dejar un número suficiente de observaciones para poder realizar una estimación más fiable. No obstante, existe un problema de insuficiencia de datos, ya que el número total de observaciones de la muestra es de 288, por lo que las interpretaciones han de realizarse con mucha precaución. En cuanto a las propiedades del modelo, se ha encontrado que en las últimas estimaciones el primer valor propio toma valores cercanos a la unidad, estando el modelo próximo a la no estacionariedad en varianza. Se han realizado además contrastes de especificación, no rechazándose en ningún caso la hipótesis nula del contraste AN ni las hipótesis en los contrastes conjuntos de sesgo de signo.

La figura 6.13 muestra la evolución del CARV y la t-Student bajo la hipótesis de no significación individual de dicho coeficiente. Este no es significativo en todos los casos, y sólo toma valores positivos un 21% de las veces. No obstante, analizaremos brevemente su evolución.

**Figura 6.13.** CARV y t-Student.



En la tabla 6.10 se muestran las medias y desviaciones típicas del CARV para distintos subperiodos considerados, observándose un incremento en la dispersión del coeficiente a partir de 1999 con respecto al año anterior. En este sentido, puede observarse una reducción de la variabilidad de dicho coeficiente a lo largo de la muestra, si bien hay que tener en cuenta que a partir del año 1999 presenta un ligero incremento en su variabilidad. Es posible que dicha reacción coincida con la entrada del euro, aunque tal afirmación puede resultar arriesgada.

**Tabla 6.10.** Media y desviaciones típicas del CARV para la peseta/dólar.

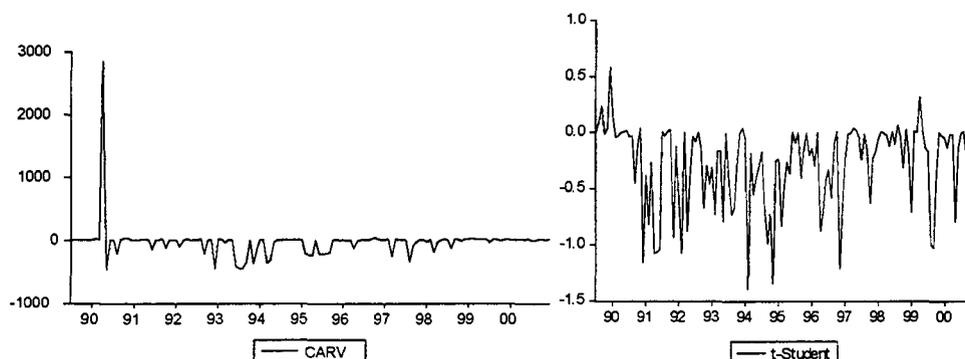
	Estimación completa	Hasta 1996	1996-1997	1998	Desde 1999
Media	-5.271	-6.888	-4.565	-0.975	-2.87
Desv. Típica	9.391	11.444	5.638	1.519	5.352

## 5.2. Caso de la libra con respecto al dólar.

En este epígrafe se realiza la estimación del CARV para el modelo estimado en el Capítulo 5, epígrafe 3.1.2.

La figura 6.14 muestra la evolución del CARV y de la t-Student. Los resultados obtenidos para el primero muestran elevados valores en términos absolutos, además de no ser significativo en todo el periodo. Particularmente, en la mayoría de los casos, este coeficiente toma valores negativos. Cabe destacar, como principal observación anómala, la correspondiente a abril de 1990, que toma un valor muy elevado y con signo positivo. Este salto podría recoger el hecho de que la Bolsa de Tokio alcanzó mínimos históricos en este mes, afectando a las bolsas mundiales.

Figura 6.14. CARV y t-Student.



La reducción en la dispersión del CARV se aprecia claramente en la tabla 6.10, donde se muestran las medias y desviaciones típicas muestrales del coeficiente estimado para los distintos subperiodos considerados.

Tabla 6.10. Media y desviaciones típicas del CARV para la libra/dólar.

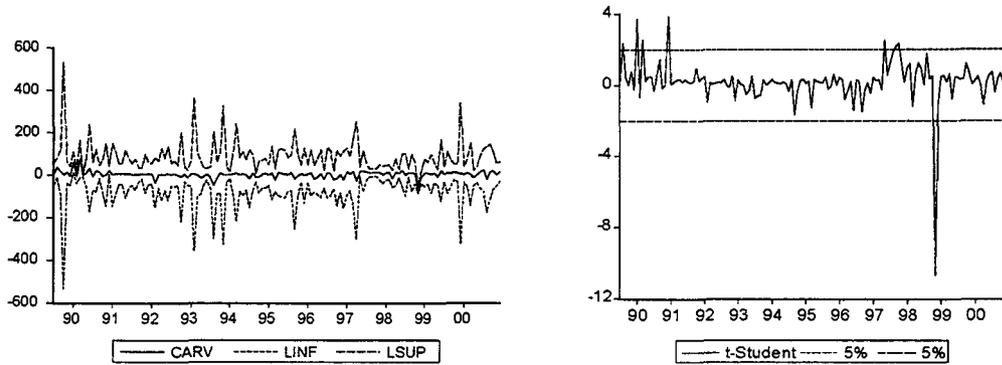
	Estimación completa	Hasta 1996	1996-1997	1998	Desde 1999
Media	-24.8	-35.29	-27.1143	-24.9643	-11.706
Desv. Típica	274.76	361.42	91.4146	66.3715	12.2815

### 5.3. Caso del yen con respecto al dólar.

En este epígrafe se realiza la estimación del CARV para el modelo estimado en el Capítulo 5, epígrafe 3.1.2.

La figura 6.15 muestra la evolución del CARV y de la t-Student. Los resultados ofrecidos por la estimación recursiva para el CARV en el caso del yen/dólar muestran un valor positivo de dicho coeficiente en la mayoría de los casos, aunque también no resultan significativos. Además, se observa una ligera tendencia al incremento del valor de dicho coeficiente a lo largo de la muestra.

Figura 6.15. CARV y t-Student.



En cuanto a la dispersión, así como en el caso de la peseta o la libra se observaba una reducción de la volatilidad, en el caso del yen no se aprecian cambios relevantes en la volatilidad del coeficiente de aversión al riesgo.

Finalmente, en la tabla 6.11 se muestra un breve análisis descriptivo por subperiodos, mostrándose un incremento de dicho coeficiente en la etapa post-euro.

Tabla 6.11. Media y desviaciones típicas del CARV para la libra/dólar.

	Estimación completa	Hasta 1996	1996-1997	1998	Desde 1999
Media	4.1800	4.1158	2.9961	0.5395	7.3927
Desv. Típica	15.808	16.016	14.619	24.354	10.639

## CONCLUSIONES

---

El objetivo de esta Tesis Doctoral ha sido la realización de un análisis empírico del comportamiento del riesgo cambiario para la peseta/dólar (que a partir del 1 de enero de 1999 se denomina euro/dólar), y por ende, de la divisa del resto de los países que pertenecieron al SME y cumplieron los criterios de convergencia hasta la plena integración económica y monetaria. También, este análisis se ha llevado a cabo para la divisa británica y japonesa respecto al dólar, en un intento de analizar si la entrada del euro ha provocado o tenido algún efecto exógeno sobre la relación de dichas monedas con respecto al dólar. El periodo de estudio abarca desde la última fase de pertenencia al SME (1996-1998) hasta el periodo subsiguiente que caracteriza a los primeros años de funcionamiento del euro (1999-2001). La finalidad no es otra que conocer el comportamiento del riesgo antes y después de esa fecha crítica.

Por este motivo, se han examinado diferentes medidas de riesgo cambiario para el tipo de cambio de la peseta/dólar, libra/dólar y yen/dólar desde 1996 hasta 2001, utilizando datos diarios; y para el periodo 1977 hasta 2001, utilizando datos mensuales. Aunque la principal medida de riesgo analizada ha sido la prima de riesgo, también se ha analizado el concepto de la elasticidad condicional entre monedas. El concepto de prima de riesgo utilizado se analiza en dos contextos: uno, que podemos considerar es estrictamente empírico, y otro, que proviene del marco teórico que está relacionado con los modelos de activos de capital internacional. En general, la prima de riesgo se considera que está relacionada con la varianza condicional de los excesos de rendimiento, la cual se aproxima mediante una extensa variedad de modelos de tipo ARCH. No obstante, también se han estudiado diversos conceptos de interés económico, como son el coeficiente de remuneración del riesgo (CRR), el beta

condicional o riesgo sistemático y el coeficiente de aversión al riesgo de un agente representativo de la economía (CAR).

Los grupos de modelos empleados en esta Tesis Doctoral han sido dos.

El primer grupo considera la descomposición de la prima de riesgo entre precio y volatilidad condicional, y se ha analizado desde dos perspectivas: una uniecuacional y otra multiecuacional. Estos han permitido analizar las primas de riesgo desde diversas perspectivas y escenarios. Por ejemplo, se ha analizado la descomposición de la prima de riesgo entre precio y volatilidad condicional, obteniéndose estimaciones del coeficiente de remuneración del riesgo para todo el periodo, para el antes y después de la entrada del euro y también de forma recursiva.

El segundo grupo de modelos utiliza el marco teórico de los modelos de activos de capital internacional. En este caso, también se utilizan dos tipos de modelos dentro de este grupo. Uno de ellos, relaciona la prima de riesgo con el concepto de beta condicional, que expresa la relación de proporcionalidad existente entre los excesos de rendimiento de los mercados cambiario y bursátil, el cual se obtiene bajo determinadas condiciones del modelo ICAPM. El otro, se refiere a un modelo que permite descomponer la prima de riesgo en tres componentes que están relacionados con el coeficiente de aversión al riesgo, y cuyo entorno teórico está basado en determinadas condiciones sobre el modelo ICAPM que conducen a una versión denominada CAR.

Dentro de la metodología econométrica empleada, destacan la modelización uniecuacional y multiecuacional GARCH, así como la modelización recursiva para detectar la inestabilidad paramétrica y evaluar la dinámica de algunos parámetros de interés en la medición del riesgo cambiario (como son el coeficiente de remuneración del riesgo y coeficiente de aversión al riesgo de un agente económico con unas determinadas preferencias o función de utilidad).

En el caso de los modelos uniecuacionales, se utilizan diversas aproximaciones de la varianza condicional atendiendo al impacto de los *shocks* de rentabilidad sobre la

volatilidad condicional en la idea de representar diferentes formas de la curva de impacto de las noticias (estos modelos son, por ejemplo, los modelos simétricos como el GARCH y los modelos asimétricos como el GJR, EGARCH, NAGARCH y QGARCH). También, se consideran diversas funciones de verosimilitud como la normal condicional, t-Student y GED, en un intento de captar de manera más adecuada el grado de apuntamiento o leptocurtosis que muestran las distribuciones empíricas de la rentabilidad y excesos de rendimiento cambiarios analizados en esta Tesis Doctoral. Y, por último, se consideran diversos algoritmos numéricos para la estimación máximo verosímil, como son el BHHH y el BFGS, que se diferencian en el tratamiento de la matriz Hessiana que sirve para construir la inversa de la matriz de información, y por ende, la aproximación asintótica de la matriz de varianzas y covarianzas de los parámetros estimados de los modelos GARCH.

En el caso de los modelos multiecuacionales, se considera la implementación de una estructura general para la matriz de varianzas y covarianzas condicional, como es la forma BEKK. Además, se utilizan diversas especificaciones de la misma, las cuales se relacionan con la incorporación de ciertas restricciones sobre los coeficientes. Algunas de estas restricciones son la diagonalidad de las matrices de parámetros e incluso la consideración de que no existan efectos ARCH, es decir, que la varianza sea constante en el tiempo. En lo que respecta a la estimación, también son empleados los algoritmos citados anteriormente.

Así, en términos de los modelos de volatilidad condicional, podemos decir que el estudio econométrico realizado ha sido una búsqueda de aquel modelo que se encontrase libre de error de especificación, desde la aplicación de una extensa variedad de modelos de volatilidad condicional, funciones de densidad del error para estimar los coeficientes de dichos modelos, y contrastes de mala especificación para la volatilidad condicional. Con ello, se ha pretendido estimar y explicar convenientemente la evolución temporal del riesgo cambiario desde un punto de vista estadístico.

Por otro lado, atendiendo a la utilización de otras metodologías para explicar ciertas cuestiones de interés, cabe resaltar que se ha realizado una modelización de regímenes cambiantes de la varianza en el entorno de los modelos Markovianos, los cuales permiten cambios abruptos en la volatilidad, para determinar la existencia de

regímenes de volatilidad alta y baja en los tipos de cambio de las tres divisas analizadas respecto al dólar. Finalmente, cabe mencionar la aplicación de la metodología de la cointegración multiecuacional para explicar las relaciones a largo plazo de los precios de riesgo de la peseta/dólar estimados de forma recursiva tanto en los modelos de volatilidad condicional uniecuacional como multiecuacional.

A partir de las modelizaciones alternativas realizadas para la estimación del riesgo cambiario, se comentarán, a continuación, las conclusiones más relevantes de esta Tesis Doctoral atendiendo a las cuestiones relativas a la evaluación económica del efecto que ha producido la entrada del euro sobre el riesgo cambiario de las tres monedas estudiadas respecto al dólar. En este sentido, podemos destacar las siguientes apreciaciones, considerando las monedas analizadas y los diversos conceptos para medir el riesgo (como por ejemplo, el coeficiente de remuneración del riesgo, la prima de riesgo, la elasticidad condicional, el beta condicional y el coeficiente de aversión al riesgo):

a) *El caso de la peseta/dólar o euro/dólar desde el uno de enero de 1999.*

i) La prima de riesgo de la peseta/dólar se ha incrementado desde la entrada del euro. Este resultado se aprecia más claramente a partir de los modelos GARCH-M uniecuacionales que descomponen la prima de riesgo en el CRR y la volatilidad condicional. Por un lado, en la estimación del modelo considerando toda la muestra, el CRR es positivo y significativo, con lo cual la prima de riesgo estimada es significativamente distinta de cero. Por otro lado, al diferenciar entre el subperiodo anterior y el posterior a la entrada del euro, el CRR es mayor después de esta fecha. En estos términos, podríamos decir que el riesgo de la peseta/dólar aumenta tras la entrada del euro. Además, este resultado es refutado a partir de la estimación recursiva del modelo, ya que el CRRV experimenta un cambio de tendencia tras la entrada del euro. Mientras que antes del 1 de enero de 1999 el CRRV era decreciente, a partir de esa fecha, se observa un crecimiento del mismo, a la vez que se reduce su dispersión. La

evolución que ha seguido la prima de riesgo estimada a partir de este modelo viene dada por el comportamiento del CRRV, manifestando análogamente un crecimiento en la etapa posterior al euro. Por último, respecto de la estimación recursiva, podemos decir que el CRRV presenta tendencia, y que esta tendencia está explicada por una relación a largo plazo entre dicho precio de riesgo estimado recursivamente para la peseta/dólar y el tipo de cambio de dicha moneda, el índice bursátil y los tipos de interés a tres meses de España y USA. Todo ello justificaría la existencia de correcciones ante desequilibrios transitorios producidos en el corto plazo en alguna de las variables del sistema.

ii) Los resultados obtenidos sobre la prima de riesgo de la peseta/dólar a partir del modelo propuesto por Malliaropulos (1995) son cualitativamente similares a los obtenidos a partir de las estimaciones uniecuacionales. En este caso, tanto el precio del riesgo como la prima obtenida recursivamente reflejan un crecimiento después de la entrada del euro.

Este modelo permite también obtener la elasticidad condicional estimada de la libra/dólar frente a la peseta/dólar, que es positiva, estacionaria y menor que la unidad en términos absolutos, implicando estas propiedades que depreciaciones de la peseta con respecto al dólar están asociadas con depreciaciones más pequeñas proporcionalmente de la libra respecto al dólar, con lo que la libra se aprecia con respecto a la peseta. En general, puede interpretarse que no existe evidencia clara de una mayor asociación de movimientos comunes en el mercado cambiario de la libra y la peseta respecto al dólar. En este sentido, la introducción del euro no ha incrementado significativamente la credibilidad en el entorno europeo.

iii) La prima de riesgo obtenida en el contexto de los modelos ICAPM es muy reducida, obteniéndose en este caso un resultado cualitativamente diferente al de los modelos anteriormente citados. La prima de riesgo estimada a partir del modelo ICAPM se define como el producto del beta condicional por el exceso de rendimiento del mercado bursátil. En el caso de la peseta/dólar, la estimación del beta condicional es

alternante en signo. Este muestra que la contribución marginal del activo 1 (peseta/dólar) al riesgo total de la cartera de referencia (que es eficiente en el sentido media-varianza) es tanto positiva como negativa, si bien en un porcentaje elevado de casos presenta signo positivo, significando que excesos de rendimiento bursátiles están asociados con excesos de rendimiento de la peseta/dólar en la mayoría de los casos.

Por otro lado, se ha encontrado que este coeficiente está relacionado negativamente con las variaciones del índice bursátil mundial, y positivamente con los diferenciales de tipos de interés entre España y USA.

iv) No se ha encontrado evidencia de aversión al riesgo significativa en los agentes, ya que el coeficiente de aversión al riesgo estimado a partir del modelo CAR no es estadísticamente significativo. No obstante, el valor estimado por máxima verosimilitud de este coeficiente se encuentra dentro del intervalo de valores estimados en múltiples estudios para la economía española, con diferentes métodos de estimación y para distintos periodos muestrales.

Este resultado podría inducir a pensar que el agente representativo de la economía no es averso al riesgo, y que, por tanto, la prima de riesgo sea nula, lo cual claramente está en contradicción con los resultados anteriormente obtenidos que indican la existencia de un precio de riesgo y una volatilidad condicional significativa. Además, es difícil justificar que los inversores españoles no sean aversos al riesgo, porque en todo mercado de riesgo no nulo se ofrece una remuneración al riesgo, ya que, de lo contrario, dicho mercado dejaría de funcionar por ausencia de demanda y los inversores potenciales preferirían invertir en activos sin riesgo. Quizás, por ello, puede que sea más consistente argumentar que si el coeficiente de aversión al riesgo es cero, es que no existe una relación como la postulada por el modelo CAR. Por este motivo, quizás debería hacerse un estudio de especificaciones de las preferencias del agente representativo que sean distintas a la utilizada en esta Tesis Doctoral. En cuanto a la prima de riesgo estimada en este modelo, cabe resaltar que bajo los supuestos empleados (fundamentalmente, que las tasas de consumo privado están correlacionadas con las rentabilidades de la cartera mundial de referencia, y que se utiliza la variación de

la tasa de inflación, en vez de la tasa de inflación por ser ésta no estacionaria) y atendiendo a los resultados de la estimación, en la que el coeficiente CAR estimado por máxima verosimilitud no es significativo, deberíamos argumentar que la prima de riesgo es nula. No obstante, sostener esta conclusión resulta demasiado estricto, puesto que sólo se ha utilizado una única especificación de las preferencias para el agente representativo de la economía. En cualquier caso, podemos destacar en este nivel podría ser que, si existió una prima de riesgo, ésta estuvo próxima a cero.

v) Con carácter complementario, se ha obtenido a partir de un modelo de cambios de régimen que para los rendimientos cambiarios de la peseta/dólar el régimen dominante antes de la entrada del euro era de baja volatilidad, mientras que el régimen dominante después de esta fecha, es claramente de alta volatilidad.

Por lo tanto, se puede concluir que la entrada del euro ha tenido como efecto un incremento del riesgo cambiario, el cual se observa tanto en la prima estimada para el periodo completo de análisis como recursivamente.

b) *El caso de la libra/dólar.*

i) Existe un proceso de “convergencia en riesgo” entre la peseta/dólar y la libra/dólar, la cual se acentúa como consecuencia de la puesta en funcionamiento del euro.

ii) Para esta moneda, contrariamente a lo sucedido para la peseta/dólar, se observa un decrecimiento de la prima de riesgo. Concretamente, a partir de los modelos GARCH-M uniecuacionales, se obtiene un coeficiente de remuneración del riesgo significativo considerando la muestra completa. Sin embargo, al realizar un análisis por submuestras, el CRR resulta significativo antes de la entrada del euro y deja de serlo después de esta fecha. Por otro lado, el análisis recursivo de este coeficiente, y por

tanto, teniendo en cuenta el aprendizaje del modelo, muestra un claro decrecimiento y una fuerte significación estadística en todos los modelos de volatilidad condicional considerados durante todo el periodo. Por ello, cabría concluir que el coeficiente de remuneración al riesgo tiende a decrecer y no es estadísticamente nulo. La prima de riesgo obtenida recursivamente muestra un decrecimiento claro y una menor dispersión después de la entrada del euro. En este sentido, contrariamente a lo ocurrido para la peseta/dólar, la entrada del euro está asociada a un decrecimiento de la prima de riesgo de la libra con respecto al dólar.

iii) La elasticidad condicional de la libra/dólar, utilizando el modelo bivalente con la peseta, indica que la libra se apreciará con respecto a la peseta, tal y como se comentó previamente. La prima de riesgo estimada recursivamente a partir del modelo VAR-GARCH-M reduce su dispersión a lo largo del periodo, si bien a finales del año 2000 se observa un incremento de la misma. No obstante, estos resultados no son comparables con la prima estimada a partir de los modelos uniecuacionales, dado que están implicadas distintas variables.

iv) Los resultados de la estimación del beta condicional indican que éste es alternante en signo, si bien dominan los valores negativos, a diferencia del caso de la peseta. La prima de riesgo obtenida como producto del beta condicional y del exceso de rendimiento bursátil resulta prácticamente nula, y tiene signo negativo en un porcentaje elevado de casos.

v) No existe evidencia de aversión al riesgo significativa en los agentes, puesto que el coeficiente de aversión al riesgo estimado no resulta significativo. No obstante, el modelo de volatilidad condicional de correlaciones variables temporalmente sí que lo es, siendo la interpretación dada a estos resultados análoga a la de la peseta.

c) *El caso del yen/dólar.*

Los resultados obtenidos para el yen son menos claros que los obtenidos para las anteriores monedas. No obstante, podemos comentar lo siguiente, a pesar de que los modelos de varianza condicional considerados presentan diversos problemas de estimación:

i) El precio del riesgo puede considerarse nulo al ser estadísticamente no significativo, y las primas de riesgo estimadas están próximas a cero o son nulas también desde el punto de vista estadístico.

ii) Se observa que la elasticidad condicional estimada reduce considerablemente su valor después de la entrada del euro, con lo cual, ante depreciaciones de la peseta frente al dólar, el yen se aprecia más frente a la peseta después del 1 de enero de 1999, y por tanto, análogamente, frente al euro.

iii) No existe evidencia de aversión al riesgo significativa por parte de los agentes.

iv) A partir del modelo de cambios de régimen planteado para esta moneda, se obtiene que no existen variaciones en cuanto al régimen dominante antes y después de la entrada del euro, siendo en ambos casos dominante el de baja volatilidad. Este resultado corrobora la escasa vinculación que tiene el mercado cambiario del yen con el entorno euro.

Por todo ello, puede decirse que la entrada del euro no afectó al riesgo del yen/dólar, tal y como cabría esperar por ser ésta una moneda escasamente relacionada con la economía europea.

En resumen, cabe concluir que para la peseta/dólar, el riesgo de mercado aumentó después de la entrada del euro, tal y como ponen de manifiesto los modelos estimados en el Capítulo 4. Este resultado no implica que no haya merecido la pena la integración monetaria. Simplemente indica que durante los primeros meses de funcionamiento de la Unión Monetaria Europea, el riesgo cambiario pareció incrementarse como consecuencia de la debilidad de nuestra moneda frente al dólar estadounidense. Por otro lado, para la libra/dólar la prima de riesgo tiende a reducirse y hacerse prácticamente nula después de la entrada del euro, mientras que para el caso del yen/dólar el efecto del euro es inexistente.

Para finalizar, podríamos destacar que una extensión futura de esta Tesis Doctoral podría estar encaminada en varias direcciones. Por un lado, la consideración de modelos de espacio de estados multiecuacionales que permitan la estimación del coeficiente de remuneración del riesgo, la volatilidad condicional e incluso el CAR como parámetros cambiantes. Por otro lado, un análisis de la capacidad predictiva de los modelos de varianza condicional considerados. En otro contexto, un análisis de la microestructura del mercado de cambios permitiría estudiar el impacto de las microvariables (fundamentalmente las referidas a la información pública o privada) sobre las variaciones de los tipos de cambio a corto plazo. Y, finalmente, la detección de estructuras relacionadas con los modelos FIGARCH o GARCH fraccionalmente integrados, que permiten la modelización de los procesos de memoria larga para la volatilidad, en la idea de que exista un decrecimiento hiperbólico en la estructura de las autocorrelaciones simples.

## BIBLIOGRAFÍA

---

Acosta, E., Fernández-Rodríguez, F. y Pérez-Rodríguez, J. (2002): "Volatility Bias in the GARCH Model: a Simulation Study". *Documento de trabajo de la ULPGC*, nº 2002/02.

Adler, M. y Dumas, B. (1983): "International Portfolio Choice and Corporation Finance: a Synthesis". *Journal of Finance*, vol. 38, págs. 925-84.

Akhtar, M. A. y Spence-Hilton, R. (1984): "Effects of Exchange Rate Uncertainty on German and U.S. Trade". *Quarterly Review*, (New York: Federal Reserve Bank of New York, Spring) págs. 7-16.

Alcalá, J., Bachiller, A. y Olave, P. (1993): "Prima de riesgo y volatilidad en el mercado de valores español". *Revista de Economía Aplicada*, vol. 1(3), págs. 95-117.

Alonso, A., Rubio, G. y Tusell, F. (1988): "Estimación del coeficiente de aversión relativa al riesgo: propiedades asintóticas de un estimador generalizado de momentos". *Revista Española de Economía*, vol. 5(1-2), págs. 105-118.

Alonso, A., Rubio, G. y Tusell, F. (1990): "Asset Pricing and Risk Aversion in the Spanish Stock Market". *Journal of Banking and Finance*, vol. 14(2), págs. 351-369.

Alonso, F. (1995): "La modelización de la volatilidad del mercado bursátil español". Banco de España. Servicio de Estudios. *Documento de Trabajo* nº 9507.

Alonso, F. y Restoy, F. (1995): "La remuneración de la volatilidad en el mercado español de renta variable". *Moneda y Crédito*, vol. 200, págs. 95-126.

Alonso, F. y Ayuso, J. (1997a): "How Informative are Financial Asset Prices in Spain?". *Documento de Trabajo* nº 9726, Banco de España.

Alonso, F. y Ayuso, J. (1997b): "Primas de riesgo por inflación en España". *Revista de Economía Aplicada*, vol. 4 (12), págs. 5-19.

Andersen, T. y Bollerslev, T. (1997): "Intraday Seasonality and Volatility Persistence in Financial Markets". *Journal of Empirical Finance*, vol. 4, págs. 115-158.

- Asseery, A. y Peel, D.A. (1991): "The Effects of Exchange Rate Volatility on Exports". *Economics Letters*, vol. 37, págs. 173-77.
- Ayuso, J., Dolado, J. y Sosvilla-Rivero, S. (1991): "Eficiencia en el mercado a plazo de la peseta". *Documento de Trabajo*. Banco de España, nº 9120.
- Ayuso, J. y De la Torre, M. (1991): "Riesgo y volatilidad en el mercado interbancario". *Investigaciones Económicas*, vol. 15(1), págs. 89-119.
- Ayuso, J., Novales, A. y De la Torre, M. (1992): "¿Incorporan los tipos interbancarios una evaluación del riesgo?". *Revista Española de Economía*, vol. 9, págs. 304-379.
- Ayuso, J., Dolado, J. y Sosvilla-Rivero, S. (1992): "¿Es el tipo forward un predictor insesgado del tipo spot futuro? El caso del tipo de cambio peseta/dólar reconsiderado". *Revista Española de Economía*, Monográfico "Mercados Financieros Españoles", págs. 111-134.
- Ayuso, J. (1996): "Un análisis empírico de los tipos de interés reales *ex-ante* en España". *Investigaciones Económicas*, vol. 20(3), págs. 321-338.
- Ayuso, J. y Restoy, F. (1996): "Interest Rate Parity and Foreign Exchange Risk Premia in the ERM". *Journal of International Money and Finance*, vol. 15(3), págs. 369-382.
- Baba, Y., Engel, R.F., Kraft, D.F. y Kroner, K.F. (1990): "Multivariate Simultaneous Generalized ARCH". Mimeo, Departamento de Economía, Universidad de California, San Diego.
- Bacchetta, P. y Van Wincoop, E. (2000): "Does Exchange Rate Stability Increase Trade and Welfare?". *American Economic Review*, vol. 90(5), págs. 1093-1109.
- Bailey, M. J., Tavlas, G.S. y Ulan, M. (1986): "Exchange Rate Variability and Trade Performance: Evidence for the Big Seven Industrial Countries". *Weltwirtschaftliches Archiv*, vol. 122, págs. 466-77.
- Bailey, M. J., Tavlas, G.S. y Ulan, M. (1987): "The Impact of Exchange Rate Volatility on Export Growth: Some Theoretical Considerations and Empirical Results". *Journal of Policy Modeling*, vol. 9(1), págs. 225-43.
- Baillie, R.T., Lippens, R.E., MacMahon, P.C. (1983): "Testing Rational Expectations and Efficiency in the Foreign Exchange Market". *Econometrica*, vol. 51(3), págs. 553-63.
- Baillie, R. T. (1989): "Econometric Tests of Rationality and Market Efficiency". *Econometric Reviews*, vol. 8, págs. 151-86.
- Baillie R. T. y Bollerslev, T. (1990): "A Multivariate Generalized ARCH Approach to Modeling Risk Premia in Forward Foreign Exchange Rate Markets". *Journal of International Money and Finance*, vol. 9, págs. 309-324.

Baillie, R., Bollerslev, T. y Mikkelson, H. (1996): "Fractionally Integrated Generalized Autorregresvie Conditional Heteroskedasticity". *Journal of Econometrics*, vol. 74, págs. 3-30.

Bajo, O., Fernández, F. y Sosvilla, S. (1992): "Chaotic Behaviour in Exchange-Rate Series: First Results for the Peseta-US Dollar Case". *Economics Letters*, vol. 39, págs. 207-211.

Bajo, O. Y Sosvilla, S. (1993): "Teorías del tipo de cambio: una panorámica". *Revista de Economía Aplicada*, vol. 1(2), págs. 175-205.

Bajo, O., Sosvilla, S. y Fernández F. (2001): "Asymmetry in the EMS: New Evidence Based on Nonlinear Forecasts". *European Economic Review*, vol. 45(3), págs. 451-473.

Bansal, R., Hsieh, D.A. y Viswanathan, S. (1992): "A New Approach to International Arbitrage Pricing". *Working Paper*, Duke University.

Bekaert, G. y Hodrick, R. (1992): "Characterizing Predictable Components in Excess Returns on Equity and Foreign Exchange Markets". *Journal of Finance*, vol. 47, págs. 467-508.

Belanger, D., Gutierrez, S., Racette, D. y Raynauld, J. (1992): "The Impact of Exchange Rate Variability on Trade Flows. Further Results on Sectoral U.S. Imports from Canada. *North American Journal of Economics and Finance*, vol. 3, págs. 888-92.

Bera, A. y Higgins, M. (1993): "ARCH Models: Properties, Estimation and Testing". *Journal of Economic Surveys*, vol. 7(4), págs. 305-66.

Bertola, G. y Caballero, R. (1991): "Sustainable Intervention Policies and Exchange Rate Dynamics", en Krugman, P. y Miller, M. (eds.), *Exchange rate targets and currency bands*, Cambridge: Cambridge University Press.

Bertola, G. y Svensson, L. (1993): "Stochastic Devaluation Risk and the Empirical Fit of Target-Zone Models", *Review of Economics Studies*, nº 60, págs.689-712.

Bini-Smaghi, L. (1991): "Exchange Rate Variability and Trade: Why is it so Difficult to Find any Relationship". *Applied Economics*, vol. 23, págs. 927-36.

Black, F. (1972): "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing". *Journal of Business*, vol. 45, págs. 444-454.

Black, F. (1976): "Studies in Stock Price Volatility". *American Statistical Association. Proceedings of the 1976 Business Meeting of the Business and Economic Statistics Section*, págs. 177-181.

Bollerslev, T., Engle, R.F. y Wooldridge, J.M. (1988): "A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances". *Journal of Political Economy*, vol. 96, págs. 116-131.

- Bollerslev, T. (1986): "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity". *Journal of Econometrics*, vol. 31, págs. 307-327.
- Bollerslev, T. (1987): "A Conditional Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return". *Review of Economics and Statistics*, vol. 69, págs. 542-547.
- Bollerslev, T. (1988): "A Multivariate Generalized ARCH Model with Constant Conditional Correlations for a Set of Exchange Rates". Northwestern University, Mimeo.
- Bollerslev, T. (1990): "Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: a Multivariate Generalized ARCH Model". *The Review of Economics and Statistics*, vol. 72, págs. 498-505.
- Bollerslev, T. y Wooldridge, J.M. (1992): "Quasi Maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time Covariances". *Econometrics Reviews*, vol. 11(2), págs. 143-172.
- Bollerslev, T., Chou, R.Y. y Kroner, K.F. (1992): "ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence". *Journal of Political Economy*, vol. 96, págs. 5-59.
- Bollerslev, T. y Engle, R.F. (1993): "Common Persistence in Conditional Variances". *Econometrica*, vol. 61(1), págs. 167-187.
- Box, G.E.P., y Cox, D.R. (1964): "An Analysis of Transformations". *Journal of the Royal Statistical Society, Serie B*, vol. 26, págs. 211-243.
- Bray, M.M. y Savin, N.E. (1986): "Rational Expectations Equilibria, Learning and Model Specification". *Econometrica*, vol. 54, págs. 1129-1160.
- Bray, M.M. y Krepps, C. (1990): "Rational Learning and Rational Expectations", en Feiwel (ed.) *Arrow and the Ascent of Modern Economic Theory*, Macmillan, London.
- Breedon, D.T. (1978): "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities", *Journal of Financial Economics*, vol. 7, págs. 265-96.
- Caballero, R. J. and Corbo, V. (1989): "The Effect of Real Exchange Rate Uncertainty on Exports: Empirical Evidence". *The World Bank Economic Review*, vol. 3, págs. 263-278.
- Campbell, J.Y. y Hamao, Y. (1992): "Predictable Stock Returns in the United States and Japan: a Study of Long-Term Capital Market Integration". *Journal of Finance*, vol. 47, págs. 43-70.

- Campbell, J, Lo, A. y Mackinley, A. (1997): "The Econometric of Financial Markets. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Caporale, T. y Doroodian, K. (1994): "Exchange Rate Variability and the Flow of International Trade. *Economics Letters*, vol. 46, págs. 49-54.
- Castro, F. y Novales, A. (1997): "The Joint Dynamic of Spot and Forward Exchange Rates". *Documento de Trabajo*, ICAE, nº 9706.
- Cecen, A. Y Erkal, C (1996): "Distinguishing between Stochastic and Deterministic Behaviour in Foreign Exchange Rate Returns: Further Evidence". *Economics Letters*, vol. 51, págs. 323-329.
- Chan, K.C., Karolyi, G.A. y Stulz, R.M. (1992): "Global Financial Markets and the Risk Premium on U.S. Equity". Working Paper 92-19, College of Business, Ohio State University.
- Charemza, W.W. y Deadman, D.F. (1992): "New Direction in Econometric Practice: General to Specific Modelling, Cointegration and Vector Autoregression". Edward Elgar, Aldershot, Inglaterra, págs. 172-237.
- Chauvet, M. y Potter, S. (1998): "NonLinear Risk". Working Paper Federal Reserve Bank of New York. Octubre.
- Chou, R. Engle, R.F. y Kane, A. (1992): "Measuring Risk Aversion from Excess Returns on a Stock Index". *Journal of Econometrics*, vol. 52, págs. 201-224.
- Chowdhury, A. R. (1993): "Does Exchange Rate Volatility Depress Trade Flows?. Evidence from Error-Correction Models". *The Review of Economics and Statistics*, vol. 75(4), págs. 700-6.
- Clements, M. y Smith, J. (1999): "A Monte Carlo Study of the Forecasting Performance of Empirical SETAR Models". *Journal of Applied Econometrics*, vol. 14, págs. 123-141.
- Cochrane, J. (1988): "How Big is the Random Walk in GNP?". *Journal of Political Economy*, vol. 96, págs. 893-920.
- Collard, J. (1991): "A B-P ANN Commodity Trader". In R.P. Lippmann et al. (eds). *Advances in Neural Information Processing Systems* (Morgan Kaufmann, San Mateo, CA), Págs. 551-556.
- Connor, G. y Korajczyk, R.A. (1991): "Risk and Return in an Equilibrium APT: Application of a New Test Methodology". *Journal of Financial Economics*, vol. 21, págs. 255-89.
- Cooper, I. y Kaplains, E. (1991): "What Explains the Home Bias in Portfolio Investment?" Discussion Paper, London Business School.

Côté, A. (1994): "Exchange Rate Volatility and Trade. A Survey". *Working Paper*, nº 94-5. Banco de Canadá.

Cumby, R. y Obstfeld, M. (1984): "International Interest Rate and Price Level Linkages under Flexible Exchange Rates: a Review of Recent Evidence", en J.F.O. Bilson y R.C. Marston (eds) *Exchange Rate Theory and Practice*, Chicago, IL, University of Chicago Press.

Cumby, R. (1987): "Consumption Risk and International Asset Returns: Some Empirical Evidence". NBER Working Paper 2383, Cambridge, MA.

Cummins, Phillips y Smith (1997): "Corporate Hedging in the Insurance Industry. The Use of Financial Derivatives by Insurers". *North American Actuarial Journal*, vol 1(1), págs. 13-40.

Cushman, D.O. (1983): "The Effects of Real Exchange Rate Risk on International Trade". *Journal of International Economics*, vol. 15, págs. 45-63.

Cushman, D. O. (1986): "Has Exchange Risk Depressed International Trade: The Impact of Third Country Exchange Risk". *Journal of International Money and Finance*, vol. 5, págs. 361-79.

Cushman, D. O. (1988a): "U.S. Bilateral Trade Flows and Exchange Risk During the Floating Period". *Journal of International Economics*, vol. 24, págs. 317-30.

Cushman, D. O. (1998b): "The Impact of Third Country Exchange Risk: A Correction". *Journal of International Money and Finance*, vol. 7, págs. 359-60.

De Grauwe, P. y De Bellefroid (1986): "Long Run Exchange Rate Variability and International Trade". Ch. 8 in S. ARndt and J.D. Richardson (eds), *Real Financial Linkages Among Open Economies*. England , The MIT Press.

De Grauwe, P. (1987): "International Trade and Economic Growth in the European Monetary System". *European Economic Review*, vol. 31, págs. 389-98.

De Grauwe, P. (1988): "Exchange Rate Variability and the Slowdown in the Growth of International Trade". IMF Staff Papers nº. 35, págs. 63-84.

De Grauwe, P. y Van Sante, K. (1990): "Deterministic Chaos in the Foreign Exchange Market", CEPR Discussion Paper 370, London.

De Grauwe, P., Dewachter, H. y Embrechts, M. (1993): *Exchange Rate Theory: Chaotic Models of Foreign Exchange Markets*, Blackwell B., Oxford UK & Cambridge USA.

De Lima, P. (1998): "Non Linearities and Nonstationarities in Stock Return". *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 16(2), págs.227-236.

- De Santis, G. (1991): "Volatility Bounds for Stochastic Discount Factors: Tests and Implications for International Stock Returns". Mimeo, Universidad de Chicago.
- De Santis, G y Gerard, B. (1998): "How Big is the Premium for Currency Risk?". *Journal of Financial Economics*, vol. 49(3), págs. 375-412.
- Diebold, F.X. y Nerlove, M.(1989): "The Dynamics of Exchange Rate Volatility: A Multivariate Latent Factor ARCH Model". *Journal of Applied Econometrics*, vol. 4, págs. 1-21.
- Domowitz, I. y Hakkio, C. (1985): "Conditional Variance and the Risk Premium in the Foreign Exchange Market". *Journal of International Economics*, vol. 19, págs. 47-66.
- Donaldson, R. y Kamstra, M. (1996): "Forecast Combining with Neural Networks". *Journal of Forecasting*, vol. 15, págs. 49-61.
- Dumas, B. y Solnik, B. (1991): "The World Price of Exchange Rate Risk". *The Journal of Finance*, vol. 50, págs. 445-479.
- Dumas, B. (1995): "Partial Equilibrium versus General Equilibrium Models of the International Capital Market". *The Handbook of International Macroeconomics*. Frederick van der Ploeg.
- Eldor, R., Pines, D. y Schwartz, A. (1988): "Home Asset Preference and Productivity Shocks". *Journal of International Economics*, vol. 25, págs. 165-76.
- Engel, C.M. y Rodrigues, A.P. (1988): "Test of International CAPM with Time Varying Covariances". *Journal of Applied Econometrics*, vol. 4, págs. 119-38.
- Engel, C.M. y Rodrigues, A.P. (1989): "Tests of International CAPM with Time Varying Covariances". *Journal of Applied Econometrics*, vol. 4, págs. 119-138.
- Engel, C.M. (1991): "Is Real Exchange Rate Variability Caused by Relative Price Changes? An Empirical Investigation". *Working Paper*, Federal Reserve Bank of Kansas City.
- Engel, C.M., Frankel, J. y Froot, K. (1991): "The Constrained Asset Share Estimation (CASE) Method: Testing Mean-Variance Efficiency of the U.S. Stock Market". *Working Paper*, Massachusetts, Institute of Technology.
- Engel, C.M. (1992): "On the Foreign Exchange Risk Premium in a General Equilibrium Model". *Journal of International Economics*, vol. 32, págs. 305-319.
- Engle, R.F. (1982): "Autoregressive Conditional Heterocedasticity with Estimates of Variance of U.K. Inflation". *Econometrica*, vol. 50, págs. 987-1007.
- Engle, R.F. y Bollerslev, T. (1986): "Modelling the Persistence of Conditional Variances". *Econometric Reviews*, vol. 5, págs. 1-50.

- Engle, R.F. y Granger, C.W.J. (1987): "Cointegration and Error Correction: Representations, Estimation and Testing". *Econometrica*, vol. 55, págs. 252-276.
- Engle, R., Liliens, D. M y Robbins, R.P. (1987): "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model". *Econometrica*, vol. 55, págs. 391-407.
- Engle, R. y González-Rivera, G. (1991): "Semiparametric ARCH Models". *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 9(4), págs. 345-59.
- Engle, R.F., Kane, A. y Noh, J. (1993): "Index-Option Pricing with Stochastic Volatility and the Value of Accurate Variance Forecasts". *NBER Working Paper Series* 4519.
- Engle, R.F. y Ng, V. (1993): "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility". *Journal of Finance*, vol. 48, págs. 1749-1778.
- Engle, R.F. y Kroner, K.F. (1995): "Multivariate Simultaneous Generalized ARCH". *Econometric Theory*, págs. 122-150.
- Engle, R.F. y Russell, J. (1998): "Autoregressive Conditional Duration: A New Model for Irregularly Spaced Data". *Econometrica*, vol. 66(5), págs. 1127-1162.
- Episcopos, A. y Davis, J. (1995): "Predicting Returns on Canadian Exchange Rates with Artificial Neural Networks and Egarch-M Models". *Working Paper*. Clarkson University.
- Fama, E. (1965): "The Behaviour of Stock Market Prices". *Journal of Business*, vol. 38, págs. 34-105.
- Fama, E.F. (1984): "Forward and Spot Exchange Rates", *Journal of Monetary Economics*, vol. 14, págs. 319-38.
- Fama, E.F. y French, K. (1988a): "Permanent and Temporary Components of Stock Prices". *Journal of Political Economy*, vol. 96(2), págs. 246-273.
- Fama, E.F. y French, K. (1988b): "Dividend Yields and Expected Stock Returns". *Journal of Financial Economics*, vol. 22, págs. 3-26.
- Feige, E. L. y Pearce, D.K. (1976): "Economically Rational Expectations: Are Innovations in the Rate of Inflation Independent of Innovations in Measures of Monetary and Fiscal Policy". *Journal of Political Economy*, vol. 84, págs. 499-522.
- Fernández, F., Sosvilla, S. y García, D. (1997): "Using Nearest-Neighbour Predictors to Forecast the Spanish Stock Market". *Investigaciones Económicas*, vol. 21, págs. 75-91.
- Fernández, F. y Sosvilla, S. (1998): "Testing Nonlinear Forecastability in EMS Exchange Rates". *Economic Letters*, vol. 59(1), págs. 49-63.

Fernández, F., Sosvilla, S. y Andrada, J. (1999): "Exchange Rate Forecast with Nearest-Neighbour Forecasts for the Nikkey Index: Evidence from the EMS". *International Journal of Forecasting*, vol. 15, págs. 383-392.

Fernández, F., García, D. y Sosvilla, S. (1999): "Dancing with Bulls and Bears: Nearest Neighbour Forecast for the Nikkei Index". *Japan and the World Economy*, vol. 11, págs. 395-413.

Fernández, F., González, Ch. y Sosvilla, S. (2000): "On the Profitability of Technical Trading Rules based on Artificial Neural Networks: Evidence from the Madrid Stock Market". *Economic Letters*, vol. 69, págs. 89-94.

Ferson, W.E. y Harvey, C.R. (1991): "The Variation of Economic Risk Premiums". *Journal of Political Economy*, vol. 99, págs. 385-415.

Fisher, I.(1930) : *The Theory of Interest*. MacMillan, New York.

Flores de Frutos, R. (1995): "A VARMA Approach to Estimating Term Premia: The Case of the Spanish Interbank Money Market". *Applied Financial Economics*, vol 5, págs. 409-418.

Frankel, J.A. (1982): "In Search of the Exchange Risk Premium: A Six-Currency Test of the Mean-Variance Efficiency". *Journal of International Money and Finance*, vol. 1, págs. 255-74.

Frankel, J. y Rose, A. (1996): "A Panel Project on Purchasing Power Parity: Mean Reversion within and between Countries", *Journal of International Economics*, vol. 40, págs. 209-224.

Franses, P.H. (1998): *Time Series Model for Business and Economic Forecasting*. Cambridge University Press.

Freixas, X. y Novales, A. (1990): "Primas de riesgo y cambio de hábitat". *Documento de Trabajo*, n.º 90-08, FEDEA.

French K., Schwer, G.W. y Stambaugh, (1987): "Expected Stock Return and Volatility". *Journal of Financial Economics*, vol. 19, págs. 3-29.

French, K. y Poterba, J. (1991): "Investor Diversification and International Equity Markets". *American Economic Review*, vol. 81, págs. 222-6.

Frenkel, J. y Levich, R. (1975): "Covered Interest Arbitrage: Unexploited Profits?". *Journal of Political Economy*, vol. 83(2), págs. 325-338.

Frenkel, J. y Levich, R. (1977): "Transaction Costs and Interest Arbitrage: Tranquil versus Turbulent Periods". *Journal of Political Economy*, vol. 85(6), págs. 1209-1226.

- Friedman, B.M. (1975): "Rational Expectations are Really Adaptive After All". *Discussion Paper*, nº 430, Howard Institute of Economic Research, Boston.
- Friend, I., Landskroner, Y. y Losq, E. (1976): "The Demand of Risky Assets under Uncertain Inflation". *Journal of Finance*, vol. 31, págs. 1287-98.
- Gallant, A.R. (1981): "On a Bias in Flexible Function Forms and an Essentially Unbiased Form". *Journal of Econometrics*, vol. 15, págs. 211-244.
- Gallant, A.R. y Nychka, D.W. (1987): "Semi-Nonparametric Maximum Likelihood Estimation". *Econometrica*, vol. 55(2), págs. 363-390.
- Gallant, A.R. y Tauchen, D.W. (1989): "Semi-Nonparametric Estimation of Conditionally Constrained Heterogeneous Processes: Asset Pricing Applications". *Econometrica*, vol. 57, págs. 1091-1120.
- Gámez, c. Y Torres, J.L. (1996): *Teoría monetaria internacional*. McGraw Hill.
- García, R. y Gençay, R. (2000): "Pricing and Hedging Derivative Securities with Neural Networks and a Homogeneity Hint". *Journal of Econometrics*, vol. 94(1-2), págs. 93-115.
- Gençay, R. (1996): "Non-Linear Prediction of Security Return with Moving Average Rules". *Journal of Forecasting*, vol. 15, págs. 165-174.
- Geweke, J. (1986): "Modelling the Persistence of Conditional Variances: A Comment". *Econometric Reviews*, vol. 5, págs. 57-61.
- Gibbons M. R. y Ferson W.E. (1985): "Testing Asset Pricing Models with Changing Expectations and an Unobservable Market Portfolio". *Journal of Financial Economics*, vol. 14, págs. 217-36.
- Giles, C. Lawrence, S. y Tsoi, A. (1997): "Rule Inference for Financial Prediction Using Recurrent Networks". Proceedings of IEEE/IAFE Conference on Computational Intelligence for Financial Engineering (CIFE), IEEE, Piscataway, NJ, págs. 253-259.
- Giovannini, A. y Jorion, P. (1987): "Interest Rates and Risk Premia in the Stock Market and in the Foreign Exchange Market". *Journal of International Money and Finance*, vol. 6, págs. 107-23.
- Giovannini, A. (1988): "Exchange Rates and Traded Goods Prices". *Journal of International Economics*, vol. 24, págs. 45-68.
- Giovannini, A. y Jorion, P. (1989): "Time Variation of Risk and Return in the Foreign Exchange and Stock Markets". *Journal of Finance*, vol. 44, págs. 307-26.

- Glosten, L. R., Jaganathan, R., y Runkle, D. (1993): "On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Normal Excess Return on Stocks". *Journal of Finance*, vol. 48, págs. 1779-1801.
- Goldfeld, S. and Quandt, R. (1973): "A Markov Model for Switching Regression". *Journal of Econometrics*, vol.1, págs. 3-16.
- Gómez, M. y J.G. Montalvo (1997): "A New Indicator to Assess the Credibility of the EMS". *European Economic Review*, vol. 41, págs. 1511-1535.
- Gotur, P. (1985): "Effects of Exchange Rate Volatility on Trade: Some Further Evidence". IMF Staff Papers.
- Granger, C.W.J. (1969): "Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods". *Econometrica*, vol. 37, págs. 424-36.
- Granger, C.W.J. (1982): "Generating Mechanisms; Models, and Causality", en W. Hildenbrand (ed.), Cap. 8, *Advances in Econometrics*, Cambridge: Cambridge University Press, págs. 237-253.
- Granger, C.W.J. (1992): "Forecasting Stock Market Process: Lessons for Forecasters". *International Journal of Forecasting*, vol. 8, págs. 3-13.
- Granger, C.W.J. y Teräsvirta, T. (1993): *Modelling Nonlinear Economic Relationships*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- Gultekin, N.B. y Penati, A. (1989): "Capital Controls and International Capital Market Segmentation: The Evidence from the Japanese and the American Stock Markets". *Journal of Finance*, vol. 44, págs. 849-69.
- Hamao, Y., Masulis, R.W. y Ng, V. (1990): "Correlations in Price Changes and Volatility across International Stock Markets". *Review of Financial Studies*, vol. 3, págs. 281-308.
- Hamilton, J. (1988): "Rational Expectations Econometric Analysis of Changes in Regime: An Investigation of the Term Structure of Interest Rates". *Journal of Economic Dynamic and Control*, vol. 12, págs. 385-432.
- Hamilton, J. (1989): "Analysis of Time Series Subject to Changes in Regime". *Journal of Econometrics*, vol. 45, págs. 39-70.
- Hansen, L.P. (1982): "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators". *Econometrica*, vol. 50, págs. 1029-1054.

- Hansen L.P. y Hodrick, R.J. (1983): "Risk Averse Speculation in the Forward Foreign Exchange Market: an Econometric Analysis of Linear Models". En Jacob, A. Frenkel (ed.) *Exchange Rates and International Macroeconomics*. Chicago IL., University of Chicago Press.
- Hansen, L.P. y Jagannathan, R. (1991): "Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies". *Journal of Political Economy*, vol. 99, págs. 225-62.
- Härdle, W. (1990): "Applied Nonparametric Regression Analysis". New York, Cambridge University Press.
- Harvey, C. (1991): "The World Price of Covariance Risk". *Journal of Finance*, vol. 46, págs. 111-58.
- Haugen, R. (1999): *The Inefficient Stock Market. What Pays Off and Why?*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Hernández, M., Pérez-Rodríguez, J. y Valero, F. (2003). "Efecto euro sobre el cálculo del valor-en-riesgo (var) de las carteras de renta fija". Mimeo. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.
- Higgins, M. L. y Bera, A. K. (1990): "A Class of Nonlinear ARCh Models". *Discussion Papers (Revised)*, University of California, San Diego, Department of Economics.
- Hinich, M. y Paterson, D. (1985): "Evidence of Nonlinearity in Stock Returns". *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 3 págs. 69-77.
- Hodrick, R. J. (1981): "Intertentional Asset Pricing with Time Varying Risk Premia". *Journal of International Economics*, vol. 11(4) , págs. 537-587.
- Hodrick, R.J. y Srivastava, S. (1984): "An Investigation of Risk and Return in Forward Foreign Exchange". *Journal of International Money and Finance*, vol. 3, págs. 5-29
- Hodrick, R.J. y Srivastava, S. (1986): "The Covariation of Risk Premiums and Expected Future Spot Exchange Rates". *Journal of International Money and Finance* 5 (Supplement): S5-S21.
- Hong, C.H. (1988): "The Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic Model: The Process, Estimation and Monte Carlo Experiments". *Discussion Paper*. Department of Economics, University of California, San Diego.
- Hong, E.P. (1991): "The Autocorrelation Structure for the GARCH-M Process". *Economic Letters*, vol. 37(2), págs. 129-132.
- Hooper, P. y Kohlhagen, S. (1978): "The Effect of Exchange Rate Uncertainty on the Price and Volume of International Trade". *Journal of International Economics*, vol. 8, págs. 483-511.

Howell, M. y Cozzini, A. (1990): "International Equity Flows". London, International Equity Research, Salomon Brothers.

Howell, M. y Cozzini, A. (1991): "International Equity Flows". London, International Equity Research, Salomon Brothers.

Hsieh, D.A. (1984): "International Risk Sharing and the Choice of Exchange-Rate Regime". *Journal of International Money and Finance*, vol. 3, iss. 2, págs. 141-51.

Hsieh, D. A. (1989): "Modeling Heterocedasticity in Daily Foreign-Exchange Rates: 1974-1983". *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 7, págs. 307-17.

Hsieh, D. A. (1991): "Using non Linear Methods to Search for Risk Premia in Currency Futures". Mimeo, Fuqua School of Business, Duke University.

Hsieh, D.A. (1991): "Chaos and Nonlinear Dynamics: Applications to Financial Markets". *Journal of Finance*, vol. 46, págs. 1839-1878.

Johansen, S. (1988): "Statistical Analysis of Cointegration Vectors". *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 12, págs. 231-254.

Johansen, S. and Juselius, K. (1990). "Maximum Likelihood Estimation and Inferences on Cointegration with applications to the demand for money". *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 52, págs. 169-210.

Johansen, S. y Juselius, K. (1992): "Testing Structural Hypotheses in a Multivariate Cointegration Analysis of the PPP and the UIP for UK". *Journal of Econometrics*, vol. 53, págs. 211-244.

Johansen, S. (1995). *Likelihood-based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*. Oxford University Press.

Jorion, P. (1996): "Does Real Interest Parity Hold at Longer Maturities?", *Journal of International Economic*, vol. 40, págs. 105-126.

Jorion, P. (1997): *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Derivatives Risk*. McGraw Hill. USA.

Kaminsky, G. L. y Peruga, R. (1990): "Can Time-Varying Risk Premium Explain Excess Returns in the Forward Market for Foreign Exchange?". *Journal of International Economics*, vol. 28, págs. 47-70.

Kenen, P. y Rodrik, D. (1986): "Measuring and Analysing the Effects of Short-Term Volatility on Real Exchange Rates". *Review of Economics and Statistics (Notes)*, págs. 311-15.

- Kim, M., Nelson, C. y Startz, R. (1991): "Mean Reversion in Stock Prices?. A Reappraisal of the Empirical Evidence". *Review of Economic Studies*, vol. 58 (3), págs. 515-528.
- Kim, C. y Nelson, C. (1999). *State-Space Models with Regime Swiching. Classical and Gibbs Sampling Approaches with Applications*. MIT Press, Cambridge. Massachussetts
- Klein, M.W. (1990): "Sectoral Effects of Exchange Rate Volatility on United States Exports". *Journal of International Money and Finance*, vol. 9, págs. 299-308.
- Korajczyk, R. y Viallet. C. (1992): " Equity Risk Premia and the Pricing of Foreign Exchange Risk". *Journal of International Economics*, vol. 33, págs. 199-220.
- Koray, F. y Lastrapes, W. D. (1989): "Real Exchange Rate Volatility and U.S. Bilateral Trade: A VAR Approach". *The Review of Economics and Statistics*, vol. 71, págs.708-12.
- Kroner, K.F. y Lastrapes, W.D. (1993): "The Impact of Exchange Rate Volatility on International Trade: Reduced Form Estimates Using the GARCH-in Mean Model". *Journal of International Money and Finance*, vol. 12, págs. 298-318.
- Krugman, P. (1991): "Target Zones and Exchange Rate Dynamics". *Quarterly Journal of Economics*, vol.106, págs. 669-82.
- Kumar, R, y Dhawan, R. (1991): "Exchange Rate Volatility and Pakistans Exports to the Developed World, 1974-1985". *World Development*, vol. 19, págs. 1225-40
- Kunst, R.M. (1993): "Apparently Stable Increments in Finance Data: Could ARCH Effects be the Cause". *Journal of Statistical Computing Simulation*, vol. 45, págs. 121-127.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P.C.B., Schmidt, P. y Shin, Y. (1992): "Testing the Null Hypothesis of Stationary Against the Alternative of a Unit Root". *Journal of Econometrics*, vol. 54, págs. 159-178.
- Lamoreoux, C.G. y Lastrapes, W.D. (1990): "Persistence in Variance, Structural Change, and the GARCH Model". *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 8, págs. 225-234.
- Ledesma, F., Navarro, M. Pérez Rodríguez, J. y Sosvilla, S. (1997): "Paridad del poder adquisitivo en reconsideración". *Hacienda Pública Española*, vol. 143, págs. 147-169.
- Ledesma, F., Navarro, M. Pérez Rodríguez, J. y Sosvilla, S. (1998): "Purchasing Power Parity and Uncovered Interest Parity. The Case of Spain". *International Advances on Economic Research*, vol. 4, (4), págs. 335-348.

- Ledesma, F., Navarro, M., Pérez Rodríguez, J. y Sosvilla, S. (1999a): "A Study of the Credibility of the Spanish Peseta". *Estudios de Economía Aplicada*, vol. 11, págs. 85-100.
- Ledesma, F., Navarro, M., Pérez-Rodríguez, J. y Sosvilla-Rivero, S. (1999b): "Una aproximación a la credibilidad de la peseta en el Sistema Monetario Europeo". *Moneda y Crédito*, vol. 209, págs. 195-230.
- Ledesma, F., Navarro, M., Pérez-Rodríguez, J. y Sosvilla-Rivero, S. (1999c). "Una aproximación a la Credibilidad del Escudo en el Sistema Monetario Europeo". *Economía*, Janeiro-Maio-Outubro, vol.23, págs. 69-95.
- Ledesma, F., Navarro, M., Pérez-Rodríguez, J. y Sosvilla-Rivero, S. (2000): "On the Credibility of the Irish Poud in the ERM". *The Economic and Social Review*, vol. 31(2), págs. 151-172.
- Ledesma, F., Navarro, M., Pérez-Rodríguez, J. y Sosvilla-Rivero, S. (2001): "Assessing the Credibility of a Target Zone: Evidence from the EMS", *Documento de Trabajo* n°. 2001-04, FEDEA.
- Ledesma, F., Navarro, M. y Pérez-Rodríguez, J. (2001): "Una nota sobre credibilidad y no-linealidad". *Revista Asturiana de Economía*, vol. 22, págs. 107-121.
- Lee, T. K. (1988): "Does Conditional Covariance or Conditional Variance Explain Time Varying Risk Premia in Foreign Exchange Market?" *Economic Letters*, vol. 27, págs.371-373.
- Lee, T.K. y Tse, Y. (1991): "Term Structure of Interest Rates in the Singapore Asian Dollar Market". *Journal of Applied Econometrics*, vol. 6(2), págs. 143-152.
- Lee, J.H. (1991): "A Lagrange Multiplier Test for GARCH Models". *Economic Letters*, vol. 37(3), págs. 265-271.
- Lee, S.W. y Hansen, S.E. (1994): "Asymtotic Theory for the GARCH(1,1) Quasi-Maximum Likelihood Estimator". *Econometric Theory*, vol. 10(1), págs. 29-52.
- Lewis, K (1988): "Inflation Risk and Asset Market Disturbances: The Mean-Variance Modelo Revisited". *Journal of International Money and Finance*, vol. 3, págs. 5-29.
- Lim, G. C. y McNelis, P.D. (1998): "Parameterizing Currency Risk in the EMS: The Irish Pound and Spanish Peseta against the German Mark". In: *Econometric Society European Meeting (ESEM98)*. Berlin.
- Lintner, J. (1965): "The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investment in Stock Portfolios and Capital Budgets". *Review of Economics and Statistics*, vol. 47, págs. 103-24.

- Lintner, J. (1969): "The Aggregation of Investors. Diverse Judgements and Preferences in Perfectly Competitive Security Markets". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 4, Diciembre, págs. 347-400.
- Lo, A. y MacKinley, A. (1988): "Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test". *Review of Financial Studies*, vol. 1, págs. 41-66.
- Lucas, R.E. (1982): "Interest Rates and Currency Prices in a Two-Country World", *Journal of Monetary Economics*, vol. 10, págs. 335-60.
- Lumsdaine, R.L. (1991): "Essays on Time Series Econometrics". Ph. D. Thesis. Harvard University.
- Lumsdaine, R.L. (1995): "Finite-Sample Properties of the Maximum Likelihood Estimator in Garch(1,1) and Igarch(1,1) Modes: A Monte Carlo Investigation", *Journal of Business and Economics Statistics*, vol. 13, págs. 1-10.
- Lupoletti, W.M. y Webb, R.H. (1986): "Defining and Improving the Accuracy of Macroeconomic Forecasts: Contributions from a VAR Model", *Journal of Business*, vol. 59, págs. 263-85.
- MacDonald, R. y Torrance, J. (1988): "Covered Interest Parity and UK Monetary News", *Discussion Papers in Economics*, vol. 29.
- MacDonald, R. y Taylor, M. (1990): "International Parity Conditions", en Courakis, A. y Taylor, M. (eds), *Private Behaviour and Government Policy in Interdependent Economies*, Oxford: Oxford University Press.
- MacDonald, R. (1991): "Long Run Purchasing Power Parity Conditions", en Curakis, A. y Taylor, M. (eds.), *Private Behaviour and Government Policy in Interdependent Economies*, Oxford: Oxford University Press.
- MacKinnon, J.G. (1991): "Critical Values for Cointegrations Tests", en R.F.Engle y C.W.J. Granger (eds.), *Long-run Economic Relationships: Readings in Cointegration*, Oxford University Press, Oxford, págs. 267-287.
- Maddala y Kim (1998): "Unit Roots, Cointegration and Structural Change". Cambridge: Cambridge University Press.
- Malliaropulos, D. (1995): "Conditional Volatility of Exchange Rates and Risk Premia in the EMS". *Applied Economics*, vol. 27, págs. 117-123.
- Malliaropulos, D. (1997): "A Multivariate GARCH Model of Risk Premia in Foreign Exchange Markets". *Economic Modelling*, vol. 14, págs. 61-79.
- Marcet, A. y Sargent, T.J. (1988): "The Fate of Systems with Adaptive Expectations". *American Economic Review*, vol. 78, págs. 168-171.

Marcet, A. y Sargent, T.J. (1989a): "Convergence of Least Squares Learning in Environment with Hidden State Variables and Private Information". *Journal of Political Economy*, vol. 97, págs. 1306-1322.

Marcet, A. y Sargent, T.J. (1989b): "Least Squares Learning and the Dynamics of Hyperinflation", en W.A. Barnett, J. Geweke y K. Shell (eds.), *Economic Complexity: Chaos, Sunspots, Bubbles and Nonlinearity*, Cambridge University Press, Cambridge.

Mark, N.C. (1985): "On Time-Varying Risk Premia in the Foreign Exchange Market: An Econometric Analysis". *Journal of Monetary Economics*, vol. 16, págs. 3-18.

Mark, N.C. (1988): "Time-Varying Betas and Risk Premia in the Pricing of Forward Foreign Exchange Contracts". *Journal of Financial Economics*, vol. 22(2), págs. 335-354.

Markowitz, H. (1959): *Efficient Diversification of Investments*. New York: John Wiley & Sons.

Marston, R. C. (1990): "Pricing to Market in Japanese Manufacturing". *Journal of International Economics*, vol. 10, págs. 335-60.

Martínez, M. (1994): "Restricciones de Cartera y Evaluación de la Gestión de los Fondos de Inversión". Universidad del País Vasco. Facultad CC.EE.. *Documento de Trabajo*, nº.9417.

McCallum, J. (1995): "National Borders Matter". *American Economic Review*, vol. 85, págs. 615-623.

McCurdy, T.H. y Morgan I. G. (1987): "Tests of the Martingale Hypothesis for Foreign Currency Futures with Time Varying Volatility". *International Journal of Forecasting*, vol. 3, págs. 131-148.

McCurdy, T.H. y Morgan I. G. (1988): "Testing the Martingale Hypothesis in Deutsche Mark Futures with Models Specifying the Form of Heteroskedasticity". *Journal of Applied Econometrics*, vol. 3, págs. 187-202.

McCurdy, T.H. y Morgan I. G. (1989): "Evidence of Risk Premia in Foreign Currency Futures Markets". Queens University, Department of Economics, Mimeo.

McCurdy, T.H. y Morgan I. G. (1991): "Tests for a Systematic Risk Component in Deviations from Uncovered Interest Rate Parity". *Review of Economic Studies*, vol. 58, págs. 587-602.

McIvor, R. (1995): "Exchange Rate Variability and Australia's Export Performance". In: 24<sup>th</sup> Conference of Economists. The University of Adelaide.

McKenzie, M. y Brooks, R. (1997): "The Impact of Exchange Rate Volatility on German U.S. Trade Flows". *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, vol. 7, págs. 73-87.

McKenzie, M.D. (1998): "The Impact of Exchange Rate Volatility on Australian Trade Flows". *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, vol. 8, págs. 21-38.

Mora, J. (1992): "Determinantes de la curva de rendimientos: hipótesis expectacional y primas de riesgo". *Revista Española de Economía*. Número monográfico sobre "Mercados Financieros Españoles", págs. 33-55.

Mossin, J. (1966): "Equilibrium in a Capital Asset Market". *Econometrica*, vol. 34, págs. 768-83.

Müller, U., Dacoregna, M. Darsé, R. Olsen, R. Pictet, O. y Weizsäcker, J. (1997): "Volatilities of Different Time Resolutions: Analyzing the Dynamics of Market Components". *Journal of Empirical Finance*, vol. 4, págs. 213-239.

Neftçi, S. (1984): "Are Economic Time Series Asymmetric Over the Business Cycle". *Journal of Political Economy*, vol. 92, págs. 307-328.

Nelson, D.B. (1990a): "ARCH Models as Diffusion Approximations". *Journal of Econometrics*, vol. 45, págs. 7-38.

Nelson, D.B. (1990b): "Stationarity and Persistence in the GARCH(1,1) Model". *Econometric Theory*, vol. 6, págs. 318-334.

Nelson D.B. (1991): "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach". *Econometrica*, vol. 59, págs. 347-370.

Nelson, D.B. (1992): "Filtering and Forecasting with Misspecified ARCH Models: Getting the Right Variance with the Wrong Model". *Journal of Econometrics*, vol. 52, págs. 61-90.

Newey, W.K. y West, K.D. (1987): "A Simple Positive, Semi-Definite Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix". *Econometrica*, vol. 55, págs. 703-708.

Novales, A. Y Gracia-Diez, M. (1993): "Guía para la estimación de modelos ARCH". *Estadística Española*, vol. 35(132), págs. 5-38.

Oh, P. (1996): "Purchasing Power Parity and Unit Root Tests Using Panel Data". *Journal of International Money and Finance*, vol. 15, págs. 405-418.

Osterwald-Lenum, M. (1992). "A Note with Quantiles of the Asymptotic Distribution of the Maximum Likelihood Cointegration Rank Test Statistics". *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 54, págs. 461-472.

- Pagan, A.R. (1987): "Three Econometric Methodologies: A Critical Appraisal". *Journal of Economic Surveys*, vol. 1, págs. 3-24.
- Pagan, A.R. y Schwert, G.W. (1990): "Alternative Models for Conditional Stock Volatility". *Journal of Econometrics*, vol. 45, págs. 267-290.
- Pantula, S. G. (1986): "Modelling the Persistence of Conditional Variances: A Comment". *Econometric Reviews*, vol. 5, págs. 71-73.
- Peree, E. y Steinherr, A. (1989): "Exchange Rate Uncertainty and Foreign Trade". *European Economic Review*, vol. 33, págs. 1241-64.
- Pérez-Rodríguez, J.V. (1993): "IGARCH(p,q) Model and Stable Paretian Distribution". *Applied Economics Association*, Luxemburgo, octubre.
- Pérez-Rodríguez, J. (1995). "Consumo y la estructura temporal de los tipos de interés". *Revista de Economía Aplicada*, vol.3, págs. 41-65.
- Pérez Rodríguez, J., Sáez, M. y Murillo, C. (1995): "Expectativas y volatilidad en el mercado interbancario español". *Economía Aplicada*, vol. 5, págs. 83-107.
- Pérez-Rodríguez, J. y Murillo, C.(1997): "Contrastes de especificación para los modelos de varianza condicionada heterocedástica". *Estudios de Economía Aplicada*, vol. 7, págs. 101-129.
- Pérez-Rodríguez, J., Torra, S. y Borrell, M. (2001): "Predicción de tipos de interés en el mercado interbancario: estructuras lineales, GARCH y redes neuronales artificiales". *Revista Asturiana de Economía*, nº 18, págs. 123-139.
- Pérez-Rodríguez, J., Ledesma, F., Navarro, M. y Sosvilla, S. (2001): "Expectativas, aprendizaje y credibilidad de la política monetaria en España". *Hacienda Pública Española*, vol. 158, págs. 69-103.
- Pérez-Rodríguez, J. (2002): "¿Ha variado la remuneración del riesgo en el mercado de renta variable español?". *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, vol. 31(113), págs. 833-859.
- Poterba, J. y Summers, L. (1988): "Mean Reversion in Stock Prices. Evidence and Implications". *Journal of Financial Economics*, vol. 22, págs. 27-59.
- Pozo, S. (1992): "Conditional Exchange Rate Volatility and the Volume of International Trade: Evidence from the Early 1900's". *The Review of Economics and Statistics*, págs. 325-29.
- Qian, Y. y Varangis, P. (1994): Does Exchange Rate Volatility Hinder Export Growth: Additional Evidence". *Empirical Economics*, págs. 371-96.

- Ratner, M. (1996): "Investigating the Behaviour and Characteristics of the Madrid Stock Exchange". *Journal of Banking & Finance*, vol. 20, págs. 135-149.
- Restoy, F. (1992): "Essays on Intertemporal Asset Pricing". Ph. D. Thesis, Harvard University.
- Rodríguez, S. (1990): "La causalidad en el marco econométrico: la determinación empírica de la causalidad", Tesis Doctoral, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, España.
- Ross, S.A. (1976): "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing". *Journal of Economic Theory*, vol. 13, págs. 341-60.
- Rubio, E. (1996): "Testing the CCAPM on Spanish Data: A New Approach". CEMFI, *Working Paper*, nº 9603.
- Sáez, M. y Pérez-Rodríguez, J.V. (1994): "Modelos autorregresivos para la varianza heterocedástica (ARCH): un Survey". *Estudios de Economía Aplicada*, vol. 2, págs.71-106.
- Sargent, T.J. (1976): "A Classical Macroeconomic Model for the United States". *Journal of Political Economy*, vol. 84, págs. 207-238.
- Scheinkman, J. y Lebaron, B. (1989): "Nonlinear Dynamics and Stock Returns". *Journal of Business*, vol. 62, págs. 311-338.
- Schwert, G.W. (1990): "Shock Volatility and the Crash of 87". *Review of Financial Studies*, vol. 3, págs. 77-102.
- Sentana, E. (1995): "Quadratic ARCH Models". *Review of Economic Studies*, vol. 62, págs. 639-661.
- Sharpe, W. (1964): "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk". *Journal of Finance*, vol. 19 págs. 425-442.
- Shoensmith, G.L. (1992): "Non-Cointegration and Causality: Implications for VAR Modelling". *International Journal of Forecasting*, vol. 8 págs. 187-199.
- Siegel, J. (1972): "Risk, Interest and Forward Exchange". *Quarterly Journal of Economics*, vol. 86, págs. 303-9.
- Silverman, B.W. (1986): *Density estimation for statistics and data analysis*. Chapman and Hall.
- Sims, C.A. (1980): "Macroeconomics and Reality". *Econometrica*, vol. 48, págs. 1-48.
- Sims, C.A. (1982): *Policy Analysis with Econometric Models*. Brookings Papers on Economic Activity, págs. 107-52.

Smithson, Charles W (1998): *Managing Financial Risk; A Guide to Derivative Products, Financial Engineering and Value Maximization*. Third Edition. McGraw Hill, Irwin Library.

Solnik, B. (1974): "An Equilibrium Model of the International Capital Market". *Journal of Economic Theory*, vol. 8, págs. 500-24.

Stockman, A. C., y Tesar, L. (1995): "Tastes and Technology in a Two Country Model of the Business Cycle: Explaining International Comovements". *Working Paper*, págs. 16-90. University of California, Santa Bárbara.

Svensson, L. (1991): "The Term Structure of Interest Rate Differentials in a Target Zone", *Journal of Economics Perspectives*, vol. 6(4), págs. 119-44.

Swanson, N. y White, H. (1995): "A Model-Selection Approach to Assessing the Information in the Term Structure Using Linear Models and Artificial Neural Networks". *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 13(3), págs. 265-275.

Szilárd Pafka y Laszló Mátyás (2001): "Multivariate Diagonal FIGARCH: Specification, Estimation and Application to Modelling Exchange Rates Volatility". Universidad de Praga.

Tai, c. (2001): "A Multivariate GARCH in Mean Approach to Testing Uncovered Interest Parity: Evidence from Asia-Pacific Foreign Exchange Markets". *The Quarterly Review of Economics and Finance*, vol. 41, págs. 441-460.

Taylor, M. (1992): "Dollar-sterling Exchange Rate in the 1920's: Purchasing Power Parity and the Norman Conquest of \$4.86", *Applied Economics*, vol. 24, págs. 803-811.

Tesar, L.L. y Werner, I. M. (1992): "Home Bias and the Globalization of Securities Markets". *Working Paper*, Graduate School of Business, Stanford University.

Tesar, L. (1993): "International Risk-Sharing and Non-Traded Goods". *Journal of International Economics*, vol. 35(1-2), págs. 69-89.

Thursby, M.C. y Thursby, J.G. (1985): "The Uncertainty Effects of Floating Exchange Rates, Trade and the U.S. Economy". Cambridge, Ballinger Publishing Co., págs. 153-166.

Thursby, M.C. y Thursby, J.G. (1987): "Bilateral Trade Flows, the Linde Hypothesis and Exchange Risk". *The Review of Economics and Statistics*, vol. 69, págs. 488-95.

Townsend, R.M. (1978): "Market Anticipation, Rational Expectation and Bayesian Analysis". *International Economic Reviews*, vol. 19, págs. 481-494.

Turner, C., Startz, R. and Nelson, C. (1989): "A Markov Model of Heterokedasticity, Risk, and Learning in the Stock Market". *Journal of Financial Economics*, 25, 3-22.

- Weber, A. (1991). "EMS Credibility". *Economic Policy*, abril, págs. 58-102.
- Wei, S. (1996): "Intra-National versus International Trade: How Stubborn are Nations in Global Integration". *NBER, Working Paper* nº 5531.
- Weiss, A. (1986): "ARCH and Bilinear Time Series Models: Comparison and Combination". *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 4(1), págs. 59-70.
- Wheatley, S.M. (1988): "Some Tests of International Equity Market Integration". *Journal of Financial Economics*, vol. 21, págs. 177-212.
- White, H. (1988): "Economic Prediction Using Neural Networks: The Case of IBM Daily Stock Returns". Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, San Diego, California.
- Woodford, M. (1990): "Learning to Believe in Sunspots". *Econometrica*, vol. 58, págs. 277-308.
- Zakoian J. M. (1990): "Threshold Heteroskedastic Models". Mimeo, CREST, INSEE, Paris.

## ANEXOS

---

## **ANEXO 1**

# **ESTIMACIONES MÁXIMO VEROSÍMILES PARA EL EXCESO DE RENDIMIENTO DE LA PESETA RESPECTO AL DÓLAR CONSIDERANDO DIFERENTES FUNCIONES DE DENSIDAD DEL ERROR.**

---

**Tabla A1.1. GARCH(1,1)-M.**

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$t_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC	
<b>GARCH(1,1)-M</b>															
<b>Antes del euro: 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>															
<b>Normal</b>	0.0459 (1.30)	2.59E-05 (7.52)	0.1058 (2.39)	-0.0022 (-0.02)			0.0162	3.4408	-2.150	-1.884	1.2578	2.08	-9.4531	-9.4089	
<b>t-Student</b>	0.0068 (1.17)	9.75E-05 (0.66)	4.5610 (0.72)	0.8853 (13.7)		2.0127 (115.34)	-112.110	0.0584	-0.037	-0.024	1.2903	1293635	-8.7646	-8.7094	
<b>GED</b>	0.0559 (1.77)	2.57E-05 (5.34)	0.1129 (1.69)	0.0026 (0.02)			1.2701	-0.0282	3.5105	-1.983	-1.885	1.0175	2.68	-7.6726	-7.6174
<b>Después del euro: 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>															
<b>Normal</b>	0.111 (37.99)	3.74E-04 (8.79)	-0.5892 (-8.58)	-0.124 (-8.8)			-12.5611	-0.94	-1.782	7.7229	45.771	4738	-7.8793	-7.8471	
<b>t-Student</b>	0.083 (1.98)	3.41E-05 (2.17)	0.0211 (0.55)	0.3 (0.97)		8.78674 (1.99)	-0.1363	1.5747	0.1076	0.6239	2.5875	120.6	-8.2038	-8.1636	
<b>GED</b>	0.075 (1.79)	4.98E-05 (10.93)	0.0245 (0.67)	-0.016 (-166)		1.50924 (9.73)	0.0277	1.4838	0.1856	0.4011	1.9089	0.262	-7.0813	-7.0411	

**Tabla A1.2. GJR(1,1)-M.**

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$t_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC
<b>GJR(1,1)-M</b>														
<b>Antes del euro: 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>														
<b>Normal</b>	0.039 (1.08)	2.54E-05 (9.67)	0.0538 (1.07)	-0.0015 (-0.02)	0.1439 (1.98)		0.0128	1.9239	-0.108	-0.155	0.6057	-4.7682	-9.459	-9.4037
<b>t-Student</b>	0.045 (0.17)	2.615E-5 (0)	0.081 (0.28)	0.0024 (0.98)	0.073 (0.48)	5.83 (1.7E-4)	-0.269	2.58	-1.02	-1.004	0.54	4.52	-8.77	-8.73
<b>GED</b>	0.111 (3.53)	2.54E-05 (6.46)	0.0666 (0.81)	0.0044 (0.04)	0.1110 (2.08)	1.2744 (13.02)	-0.037	2.2143	-0.447	-0.499	0.5163	-4.4602	-7.676	-7.6103
<b>Después del euro: 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>														
<b>Normal</b>	0.068 (1.55)	5.04E-05 (14.28)	0.0504 (1.33)	-0.016 (-315)	-0.0656 (-1.16)		-0.02	2.2241	-0.9618	-0.6962	1.5982	-0.48199	-8.9029	-8.8626
<b>t-Student</b>	0.083 (1.97)	3.73E-05 (2.22)	0.0298 (0.65)	0.2414 (74.6)	-0.0259 (-0.34)	9.124 (1.95)	-0.113	1.8486	-0.3318	0.239	1.8737	-9.96776	-8.20	-8.1519
<b>GED</b>	-0.03 (-0.7)	5.05E-05 (10.84)	0.0244 (0.63)	-0.016 (-10.8)	0.0712 (0.96)	1.523 (9.85)	0.034	1.7885	-0.4935	0.1835	1.4463	-0.41282	-7.078	-7.0298

**Nota:** Entre paréntesis figuran los valores correspondientes al estadístico t-Student de los parámetros. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica, F, es 2.6117 para un nivel del 5% y 3.796 para un nivel de 1%. El valor crítico para el contraste  $P_1$  es 5.99 al 5%.

**Tabla A1.3. EGARCH(1,1)-M.**

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$t_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC
<b>EGARCH(1,1)-M</b>														
<b>Antes del euro: 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>														
<b>Normal</b>	0.0444 (1.23)	-3.65388 (-3.58)	0.2066 (3.1)	0.6508 (6.68)	0.4978 (1.95)		-0.005	1.5706	0.4379	0.1217	0.7087	91.5	-9.47	-9.4147
<b>t-Student</b>	0.0484 (1.46)	-3.27002 (-2.8)	0.2524 (2.82)	0.6861 (6.14)	0.3429 (1.39)	5.9052 (3.72)	-0.296	1.9039	0.4730	-0.631	0.6522	129.3	-8.816	-8.7497
<b>GED</b>	0.0556 (1.75)	-3.45481 (5.23)	0.2315 (2.42)	0.6696 (5.24)	0.4346 (1.4)	1.2846 (16.75)	-0.059	1.7327	0.6540	-0.112	0.6817	109.2	-7.685	-7.6195
<b>Después del euro: 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>														
<b>Normal</b>	0.066 (1.53)	-3.31 (-1.81)	0.077 (1.25)	0.66 (3.61)	0.744 (1.03)		-0.007	0.776	1.248	1.19	2.83	61.86	-8.9	-8.86
<b>t-Student</b>	0.011 (2.57)	-0.10438 (-1.62)	-0.1759 (-1.51)	1.0036 (3.15)	-0.0577 (-0.04)	2.01242 (734)	-159.232	0.0292	0.0015	0.0047	3.9832	1328329	-8.1427	-8.0944
<b>GED</b>	0.074 (1.78)	-3.1962 (-1.41)	0.0609 (0.70)	0.6776 (2.96)	1.2193 (0.67)	1.48696 (9.92)	-0.00809	0.5852	1.411	1.6983	2.7472	80.7	-7.0645	-7.0162

**Tabla A1.4. NAGARCH(1,1)-M.**

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$t_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC
<b>NAGARCH(1,1)-M</b>														
<b>Antes del euro: 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>														
<b>Normal</b>	0.034 (0.95)	1.76E-05 (3.64)	0.1423 (3.13)	0.2199 (1.74)	-0.493 (-2.24)		-0.0234	1.2664	0.7095	-0.069	0.5853	240.4	-9.4605	-9.4052
<b>t-Student</b>	0.042 (1.29)	1.24E-05 (3.96)	0.1738 (2.72)	0.4078 (3.16)	-0.356 (-1.49)	5.6646 (3.78)	-0.4121	1.5123	0.8066	-0.803	0.5698	782.7	-8.8074	-8.7411
<b>GED</b>	0.057 (2.32)	7.92E-06 (4.87)	0.1229 (3.5)	0.6545 (9.46)	-0.391 (-1.88)	1.3010 (16.74)	-0.1518	1.9888	1.7513	-0.456	1.3621	2.83	-4.5585	-4.4922
<b>Después del euro: 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>														
<b>Normal</b>	0.065 (1.49)	3.67E-05 (2.73)	0.042 (1.39)	0.2157 (69.5)	-0.3867 (-0.61)		0.00307	1.1493	0.8332	0.5846	2.3252	66.53	-8.8829	-8.8427
<b>t-Student</b>	0.082 (1.97)	2.60E-05 (1.93)	0.0335 (0.84)	0.3925 (1.4)	-1.3075 (-0.86)	8.05573 (2.08)	-0.21349	0.289	1.5628	1.8679	2.6697	306.2	-8.2022	-8.1538
<b>GED</b>	No converge													

**Nota:** Entre paréntesis figuran los valores correspondientes al estadístico t-Student de los parámetros. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica, F, es 2.6117 para un nivel del 5% y 3.796 para un nivel de 1%. El valor crítico para el contraste  $P_1$  es 5.99 al 5%.

**Tabla A1.5. QGARCH(1,1)-M.**

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$t_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC
<b>QGARCH(1,1)-M</b>														
<b>Antes del euro: 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>														
<b>Normal</b>	0.033 (0.94)	1.68E-05 (4.87)	0.1397 (3.07)	0.2444 (1.94)	0.0029 (2.37)		-0.0213	1.0491	0.8277	0.1427	0.5532	221.9	-9.461	-9.4058
<b>t-Student</b>	0.006 (0.77)	0.000162 (0.43)	5.7894 (0.43)	0.7588 (6.87)	0.0025 (1.55)	2.0169 (51.14)	-96.688	0.0356	0.0084	-0.01	0.5218	784	-8.7701	-8.7038
<b>GED</b>	0.051 (1.62)	1.27E-05 (3.19)	0.1555 (2.35)	0.3797 (2.49)	0.0026 (1.63)	1.2702 (12.91)	-0.1081	0.9732	1.0698	-0.104	0.4593	584.2	-7.6785	-7.6122
<b>Después del euro: 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>														
<b>Normal</b>	0.064 (1.47)	3.23E-05 (2.24)	0.0454 (1.54)	0.2927 (1.02)	0.004 (0.93)		-0.00794	0.8653	1.1435	0.8084	2.3882	116.9	-8.883	-8.8428
<b>t-Student</b>	0.082 (1.95)	2.09E-05 (1.60)	0.036 (0.9)	0.4667 (1.94)	0.0108 (0.92)	7.97623 (2.09)	-0.22499	0.0043	1.8602	2.1029	2.8564	332	-8.2028	-8.1545
<b>GED</b>	0.076 (1.83)	4.66E-05 (11.18)	0.0448 (1.05)	-0.015 (-169)	0.0015 (0.27)	1.53861 (10.01)	0.58662	1.2846	0.7919	0.2268	1.441	0.34	-7.0767	-7.0284

**Nota:** Entre paréntesis figuran los valores correspondientes al estadístico t-Student de los parámetros. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica, F, es 2.6117 para un nivel del 5% y 3.796 para un nivel de 1%. El valor crítico para el contraste  $P_1$  es 5.99 al 5%.

## **ANEXO 2**

# **ESTIMACIONES MÁXIMO VEROSÍMILES PARA EL EXCESO DE RENDIMIENTO DE LA LIBRA RESPECTO AL DÓLAR CONSIDERANDO DIFERENTES FUNCIONES DE DENSIDAD DEL ERROR.**

---

**Tabla A2.1.** Estimaciones máximo verosímiles para el exceso de rendimiento de la libra respecto al dólar, del modelo GARCH(1,1)-M, considerando diferentes funciones de densidad del error: Normal, t-Student y GED.

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$t_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC
<b>GARCH(1,1)-M</b>														
<b>Antes del euro: Periodo 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>														
<b>Normal</b>	0.1156 (3.231)	9.49E-06 (6.259)	0.2567 (9.084)	0.6154 (16.16)			-0.0962	7.7689	-4.4102	-6.5755	4.9254	92.16	-8.7692	-8.7454
<b>t-Stud.</b>	0.1224 (4.09)	8.04E-06 (3.295)	0.2343 (3.911)	0.6848 (11.762)		3.8873 (5.709)	-0.8678	7.0505	-4.6726	-5.7390	3.5033	143.9	-8.1774	-8.147
<b>GED</b>	0.1307 (4.517)	8.4E-06 (3.447)	0.2305 (4.395)	0.6504 (10.024)		1.1397 (15.414)	-0.0512	7.6921	-4.8465	-6.3951	3.4750	105.7	-7.033	-7.0032
<b>Después del euro: Periodo 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>														
<b>Normal</b>	0.0249 (0.554)	5.028E-05 (5.78)	0.0905 (2.613)	-0.016 (-0.11)			0.0256	2.7027	-1.4630	-1.4341	1.5844	92.16	-8.8244	-8.781
<b>t-Stud.</b>	0.0392 (1.003)	5.123E-05 (3.682)	0.0972 (1.56)	-0.016 (-0.07)		5.0366 (4.08)	-0.2457	2.5242	-1.2461	-1.4083	1.0915	143.9	-8.196	-8.1428
<b>GED</b>	0.0224 (0.5701)	1.071E-05 (2.775)	0.0593 (1.574)	0.7254 (8.621)		1.3142 (12.46)	0.0103	3.0583	-1.1386	-2.3782	1.7726	670	-7.057	-7.005

**Tabla A2.2.** Estimaciones máximo verosímiles para el exceso de rendimiento de la libra respecto al dólar, del modelo NAGARCH(1,1)-M, considerando diferentes funciones de densidad del error: Normal, t-Student y GED.

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$t_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC
<b>NAGARCH(1,1)-M</b>														
<b>Antes del euro: Periodo 1-1-1996 hasta 1-12-1998</b>														
<b>Normal</b>	0.0548 (1.435)	1.67E-05 (8.702)	0.3118 (8.104)	0.3020 (5.249)	-0.747 (-8.08)		-0.0305	1.5855	1.3761	-1.0100	0.6530	180.6	-8.8174	-8.7877
<b>t-Stud.</b>	0.099 (3.156)	1.27E-05 (4.423)	0.2574 (3.903)	0.4735 (5.75)	-0.635 (-3.71)	4.4772 (5.1311)	-0.5147	3.1421	-0.5068	-2.2651	0.6614	152	-8.1959	-8.1602
<b>GED</b>	0.1011 (3.324)	1.35E-05 (4.678)	0.2678 (4.309)	0.4175 (4.77)	-0.659 (-3.97)	1.2086 (15.033)	-0.0107	2.7751	0.0707	-2.0414	0.5687	133.4	-7.0537	-7.018
<b>Después del euro: Periodo 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>														
<b>Normal</b>	0.0316 (0.7109)	1.381E-05 (3.539)	0.0551 (1.786)	0.5685 (5.891)	-1.3863 (-1.929)		-0.0553	1.0574	0.8279	-0.1391	0.9316	670	-8.855	-8.80139
<b>t-Stud.</b>	0.0401 (1.003)	1.172E-05 (2.894)	0.0697 (1.571)	0.6210 (5.606)	-1.1014 (-1.497)	5.5736 (4.0816)	-0.2743	1.0447	1.1286	-0.5086	0.8818	627	-8.2167	-8.2085
<b>GED</b>	0.0109 (0.2815)	5.006E-05 (4.187)	0.0865 (4.187)	-0.024 (-0.12)	-0.3023 (-0.529)	1.2737 (12.466)	0.1300	1.9772	-0.7732	-0.6067	0.6223	1.94	-7.0414	-6.0978

**Nota:** Entre paréntesis figuran los valores correspondientes al estadístico t-Student de los parámetros. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica, F, es 2.6117 para un nivel del 5% y 3.796 para un nivel de 1%. El valor crítico para el contraste  $P_1$  es 5.99 al 5%.

**Tabla A2.3.** Estimaciones máximo verosímiles para el exceso de rendimiento de la libra respecto al dólar, del modelo QGARCH(1,1)-M, considerando diferentes funciones de densidad del error: Normal, t-Student y GED.

	$\delta$	$\omega$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma$	$\nu$	AN	$t_1$	$t_2$	$t_3$	F	$P_1$	AIC	SBIC
<b>QGARCH(1,1)-M</b>														
<b>Antes del euro: Periodo 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>														
<b>t-Stud.</b>	0.1019 (3.277)	8.17E-06 (2.9)	0.2639 (3.933)	0.5816 (8.283)	0.0039 (3.53)	4.3596 (5.13)	-0.5755	3.3762	-1.309	-3.141	0.7686	90.108	-8.1913	-8.135
<b>GED</b>	0.1056 (3.476)	8.28E-06 (2.948)	0.2728 (4.408)	0.5435 (7.545)	0.0040 (3.84)	1.1998 (14.916)	-0.01076	3.4550	-0.7783	3.1032	0.758	71.4	-8.1933	-8.1576
<b>Después del euro: Periodo 1-1-1999 hasta 12-1-2001</b>														
<b>t-Stud.</b>	0.0401 (1.004)	5.8E-06 (1.318)	0.0694 (1.658)	0.7310 (10.358)	0.0081 (1.597)	5.6005 (3.877)	-0.2830	1.0254	1.1727	-0.6013	0.8974	692.1	-8.217	-8.153
<b>GED</b>	0.0095 (0.244)	4.8E-05 (4.039)	0.0889 (1.438)	-0.0162 (-0.092)	0.0040 (0.835)	1.2799 (11.927)	0.1492	1.3740	-0.0535	-0.0040	0.5145	1.45	-7.0425	-6.9799

**Nota:** Entre paréntesis figuran los valores correspondientes al estadístico t-Student de los parámetros. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica, F, es 2.6117 para un nivel del 5% y 3.796 para un nivel de 1%. El valor crítico para el contraste  $P_1$  es 5.99 al 5%.

## **ANEXO 3**

# **ESTIMACIÓN CMV Y CONTRASTE DE MALA ESPECIFICACIÓN DEL MODELO DE MALLIAROPULOS, EN LA ESPECIFICACIÓN VAR- GARCH(1,1)-M-BEKK DIAGONAL, PARA LA PESETA Y LIBRA RESPECTO AL DÓLAR.**

---

**Tabla A3.1.** Estimaciones máximo verosímiles para el modelo propuesto por Malliaropulos en el caso del tipo de cambio libra-dólar frente a la peseta-dólar. El modelo propuesto es:

$$\Delta s_{1t} = \gamma_1 h_{11,t} + \beta_1 \Delta s_{1,t-1} + \delta_{11} D_{11,t} + \delta_{12} D_{12,t} + \varepsilon_{1t}$$

$$\Delta s_{2t} = \gamma_2 h_{12,t} + \beta_2 \Delta s_{2,t-1} + \delta_{21} D_{21,t} + \delta_{22} D_{22,t} + \varepsilon_{2t}$$

donde:  $\Omega_t = C'C + A' \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} A + G' \Omega_{t-1} G$

siendo:  $\Omega_t = \begin{pmatrix} h_{11,t}^2 & h_{12,t} \\ h_{12,t} & h_{22,t}^2 \end{pmatrix}$ ;  $C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{pmatrix}$ ;  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix}$ ;  $G = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 \\ 0 & g_{22} \end{pmatrix}$

	Periodo		1ª muestra		2ª muestra			
	Completo		Coef.	t-St.	Coef.	t-St.	Coef.	t-St.
$\gamma_1$	10.096	(2.044)	9.398	(1.341)	10.089	(1.428)		
$\beta_1$	-0.070	(-2.950)	-0.082	(-2.42)	-6.2E-2	(-1.591)		
$\beta_2$	-0.026	(-0.945)	0.004	(0.093)	-6.2E-2	(-1.432)		
$\delta_{11}$	0.017	(3.086)	0.020	(0.680)	1.6E-2	(1.680)		
$\delta_{12}$	-0.016	(-3.558)	-0.019	(-2.48)	-1.4E-2	(-2.163)		
$\delta_{21}$	0.015	(7.407)	0.016	(9.791)	1.3E-2	(1.463)		
$\delta_{22}$	-0.015	(-1.695)	-0.017	(-2.53)	-1.4E-2	(-0.503)		
$c_{11}$	3.7E-3	(5E-2)	4.77E-3	(3.235)	5.79E-3	(0.898)		
$c_{12}$	4E-3	(4.8E-2)	2.28E-3	(1.329)	3.75E-3	(0.494)		
$c_{22}$	3.1E-4	(3E-4)	1.51E-5	(6.8E-5)	9.85E-5	(2.3E-4)		
$g_{11}$	-0.761	(-0.078)	0.366	(0.509)	0.486	(0.277)		
$g_{22}$	0.371	(1.097)	-0.778	(-9.51)	-0.650	(-0.381)		
$a_{11}$	-0.017	(-0.258)	0.132	(1.742)	-0.084	(-0.502)		
$a_{22}$	0.273	(5.979)	0.346	(7.679)	0.100	(0.849)		

**Tabla A3.2.** Contrastes de especificación incorrecta, valores propios, logaritmo de verosimilitud y criterios de información.

	Periodo Completo	1 <sup>a</sup> muestra	2 <sup>a</sup> muestra
AN <sub>1</sub>	-0.156	0.016	-0.109
t <sub>11</sub>	2.004	1.832	1.088
t <sub>21</sub>	-1.045	-2.018	1.046
t <sub>31</sub>	-0.293	0.012	-1.694
F <sub>1</sub>	0.211	0.218	0.864
P <sub>11</sub>	6.79	0.59	2.43
AN <sub>2</sub>	-0.100	-0.173	-0.404
t <sub>12</sub>	-0.945	-0.178	-0.811
t <sub>22</sub>	-0.691	-0.472	-0.298
t <sub>32</sub>	-1.818	-0.796	-1.589
F <sub>2</sub>	0.454	0.089	0.974
P <sub>22</sub>	0.269	0.63	0.24
P <sub>12</sub>	0.362	0.55	3.4
λ <sub>1</sub>	0.580	0.724	0.432
λ <sub>2</sub>	0.287	0.239	0.324
λ <sub>3</sub>	0.287	0.239	0.324
λ <sub>4</sub>	0.212	0.152	0.243
logL	12672.264	7667.5139	5036.9453 9
Aic	-19.296	-19.599	-19.0624
Sbic	-19.241	-19.515	-18.949

Nota: AN<sub>i</sub> es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2$ , correspondiendo a las ecuaciones primera y segunda del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_{ij}$  y  $F_j$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. El valor crítico correspondiente a los contrastes bilaterales  $t_{ij}$  al 5% es aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%;  $P_{ij}$ ,  $i,j=1,2$ , es el contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert ( $P_{12}=P_{21}$ ) cuya hipótesis nula es  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$  en la regresión auxiliar  $\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt} = \alpha + \beta h_{ij,t} + u_t$ , y cuyo valor crítico al 5% es 5.99 para una  $\chi^2_2$ ;  $\lambda_i$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ ; AIC y SBIC son los criterios de información de Akaike y de información Bayesiana de Schwarz, respectivamente.

## **ANEXO 4**

# **ESTIMACIÓN CMV Y CONTRASTE DE MALA ESPECIFICACIÓN DEL MODELO DE MALLIAROPULOS, EN LA ESPECIFICACIÓN VAR- GARCH(1,1)-M-BEKK DIAGONAL, PARA LA PESETA, LIBRA Y YEN RESPECTO AL DÓLAR.**

---

**Tabla A4.1.** Estimaciones máximo verosímiles y contrastes para el modelo propuesto por Malliaropulos en el caso del tipo de cambio libra-dólar y yen-dólar frente a la peseta-dólar. El modelo propuesto es:

$$\begin{aligned}\Delta s_{1t} &= \gamma_1 h_{11,t} + \beta_1 \Delta s_{1,t-1} + \delta_{11} D_{11,t} + \delta_{12} D_{12,t} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta s_{2t} &= \gamma_1 h_{12,t} + \beta_2 \Delta s_{2,t-1} + \delta_{21} D_{21,t} + \delta_{22} D_{22,t} + \varepsilon_{2t} \\ \Delta s_{3t} &= \gamma_1 h_{13,t} + \beta_3 \Delta s_{3,t-1} + \delta_{31} D_{31,t} + \delta_{32} D_{32,t} + \varepsilon_{3t}\end{aligned}$$

donde la matriz de varianzas y covarianzas condicional adopta la forma propuesta por BEKK, siendo:  $\Omega_t = C'C + A' \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} A + G' \Omega_{t-1} G$  donde las matrices A y G son diagonales:

$$\Omega_t = \begin{pmatrix} h_{1t}^2 & h_{12,t} & h_{13,t} \\ h_{12,t} & h_{2t}^2 & h_{23,t} \\ h_{12,t} & h_{23,t} & h_{3t}^2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ 0 & c_{22} & c_{23} \\ 0 & 0 & c_{33} \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} g_{21} & 0 & 0 \\ 0 & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g_{33} \end{pmatrix}$$

	Periodo completo		1ª Muestra	
	Coef.	t-St.	Coef.	t-St.
$\gamma_1$	10.876	(2.153)	9.375	(1.265)
$\delta_{11}$	1.89E-2	(3.845)	1.99E-2	(2.333)
$\delta_{12}$	-1.6E-2	(-4.139)	1.58E-2	(-4.124)
$\delta_{21}$	1.52E-2	(9.851)	1.69E-2	(10.126)
$\delta_{22}$	-1.5E-2	(-1.845)	1.67E-2	(-1.733)
$\delta_{31}$	2.81E-2	(7.030)	2.85E-2	(5.463)
$\delta_{32}$	-3.05E-2	(-28.98)	3.05E-2	(-18.24)
$\beta_1$	-7.9E-2	(-3.466)	0.103	(-3.056)
$\beta_2$	-1.61E-2	(-0.560)	1.03E-2	(-0.258)
$\beta_3$	-6.44E-3	(-0.346)	1.29E-3	(-0.049)
$c_{11}$	5.77E-3	(1.853)	1.75E-3	(3.661)
$c_{12}$	2.35E-3	(0.319)	1.77E-3	(3.318)
$c_{13}$	1.66E-3	(0.699)	7.15E-4	(6.172)
$c_{22}$	1.36E-4	(1.1E-3)	2.26E-3	(6.010)
$c_{23}$	-8.2E-4	(9.1E-4)	1.91E-4	(1.213)
$c_{33}$	6.27E-3	(5.3E-2)	4.78E-6	(0)
$g_{11}$	-0.148	(-4E-2)	0.925	(24.37)
$g_{22}$	0.822	(11.742)	0.653	(6.50)
$g_{33}$	0.251	(0.300)	0.985	(133.2)
$a_{11}$	-0.030	(-0.510)	0.178	(4.790)
$a_{22}$	0.260	(6.545)	0.376	(7.437)
$a_{33}$	-0.117	(-2.180)	0.136	(-4.851)

Nota: el segundo periodo muestral no converge.

**Tabla A4.2.** Contrastes de especificación incorrecta, valores propios, logaritmo de verosimilitud y criterios de información.

	Periodo completo	1ª muestra
AN <sub>1</sub>	-0.197	-0.218
t <sub>11</sub>	2.103	2.014
t <sub>21</sub>	-1.013	-1.636
t <sub>31</sub>	-0.346	-0.374
F <sub>1</sub>	0.140	0.116
P <sub>11</sub>	1.03	2.41
AN <sub>2</sub>	2.103	-0.241
t <sub>12</sub>	-0.844	-0.417
t <sub>22</sub>	-0.789	-0.130
t <sub>32</sub>	-1.761	-0.969
F <sub>2</sub>	0.276	0.075
P <sub>22</sub>	0.12	1.14
AN <sub>3</sub>	-0.245	-0.432
t <sub>13</sub>	2.524	2.577
t <sub>23</sub>	-2.573	-1.244
t <sub>33</sub>	-1.292	-2.154
F <sub>3</sub>	0.807	0.876
P <sub>33</sub>	8.04	2.75
P <sub>12</sub>	0.66	1.73
P <sub>13</sub>	1.65	2.12
P <sub>23</sub>	2.18	0.21
λ <sub>1</sub>	0.743	0.989
λ <sub>2</sub>	0.176	0.888
λ <sub>3</sub>	0.176	0.887
λ <sub>4</sub>	0.130	0.887
λ <sub>5</sub>	0.129	0.6709
λ <sub>6</sub>	0.0766	0.6709
logL	18619.3	11253.7
Aic	-28.350	-28.762
Sbic	-28.263	-28.631

Nota: AN<sub>i</sub> es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2,3$  correspondiendo a las ecuaciones primera, segunda y tercera del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_{ij}$  y  $F_j$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2,3$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. El valor crítico correspondiente a los contrastes bilaterales  $t_{ij}$  al 5% es aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%;  $P_{ij}$ ,  $i,j=1,2,3$  es el contraste de consistencia de la estimación de Pagan y Schwert ( $P_{ij}=P_{ji}$ ) cuya hipótesis nula es  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$  en la regresión auxiliar

$\varepsilon_{it} \varepsilon_{jt} = \alpha + \beta h_{ij,t} + v_t$ , y cuyo valor crítico al 5% es 5.99 para una  $\chi^2_2$ ;  $\lambda_i$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ ; AIC y SBIC son los criterios de información de Akaike y de información Bayesiana de Schwarz, respectivamente.

**Tabla A4.3.** Análisis de los residuos estandarizados y no estandarizados del modelo diagonal estimado mediante BHHH para la libra/dólar y yen/dólar con respecto a la peseta/dólar.

Ecuación		AS	K	JB	LBQ(1)	LBQ(10)	LBQ(20)	LBQ <sub>2</sub> (1)	LBQ <sub>2</sub> (10)	LBQ <sub>2</sub> (20)
<b>Periodo completo</b>										
$\Delta S_{1t}$	$\varepsilon_t$	-0.11	3.49	16.23 [0.0003]						
	$z_t$	-0.11	3.47	15.17 [0.0005]	0.40 [0.52]	3.69 [0.96]	11.9 [0.91]	0.92 [0.33]	4.73 [0.9]	12.8 [0.88]
$\Delta S_{2t}$	$\varepsilon_t$	-0.051	3.53	16.14 [0.0003]						
	$z_t$	-0.079	3.508	15.52 [0.0004]	0.0004 [0.98]	5.2 [0.87]	15.9 [0.71]	0.0029 [0.95]	4.44 [0.92]	10.34 [0.96]
$\Delta S_{3t}$	$\varepsilon_t$	-0.278	4.08	80.7 [0]						
	$z_t$	-0.254	3.9	58.4 [0]	0.015 [0.9]	12.5 [0.25]	25.3 [0.19]	0.29 [0.58]	15.03 [0.13]	44.3 [0.001]
<b>Antes del euro: Periodo 1-1-1996 hasta 31-12-1998</b>										
$\Delta S_{1t}$	$\varepsilon_t$	-0.044	3.68	15.66 [0.0003]						
	$z_t$	-0.041	3.7	16.2 [0.0003]	1.2 [0.27]	5.02 [0.88]	15 [0.77]	0.02 [0.87]	6.04 [0.81]	16.9 [0.65]
$\Delta S_{2t}$	$\varepsilon_t$	-0.14	3.66	16.9 [0.0002]						
	$z_t$	-0.13	3.49	10.37 [0.005]	0.52 [0.46]	4.96 [0.89]	17.01 [0.65]	0.14 [0.71]	6.95 [0.73]	18.2 [0.57]
$\Delta S_{3t}$	$\varepsilon_t$	-0.46	4.06	85.81 [0]						
	$z_t$	-0.41	4.33	59.3 [0]	0.17 [0.67]	14.9 [0.13]	22.5 [0.36]	0.35 [0.55]	7.6 [0.66]	25.6 [0.17]

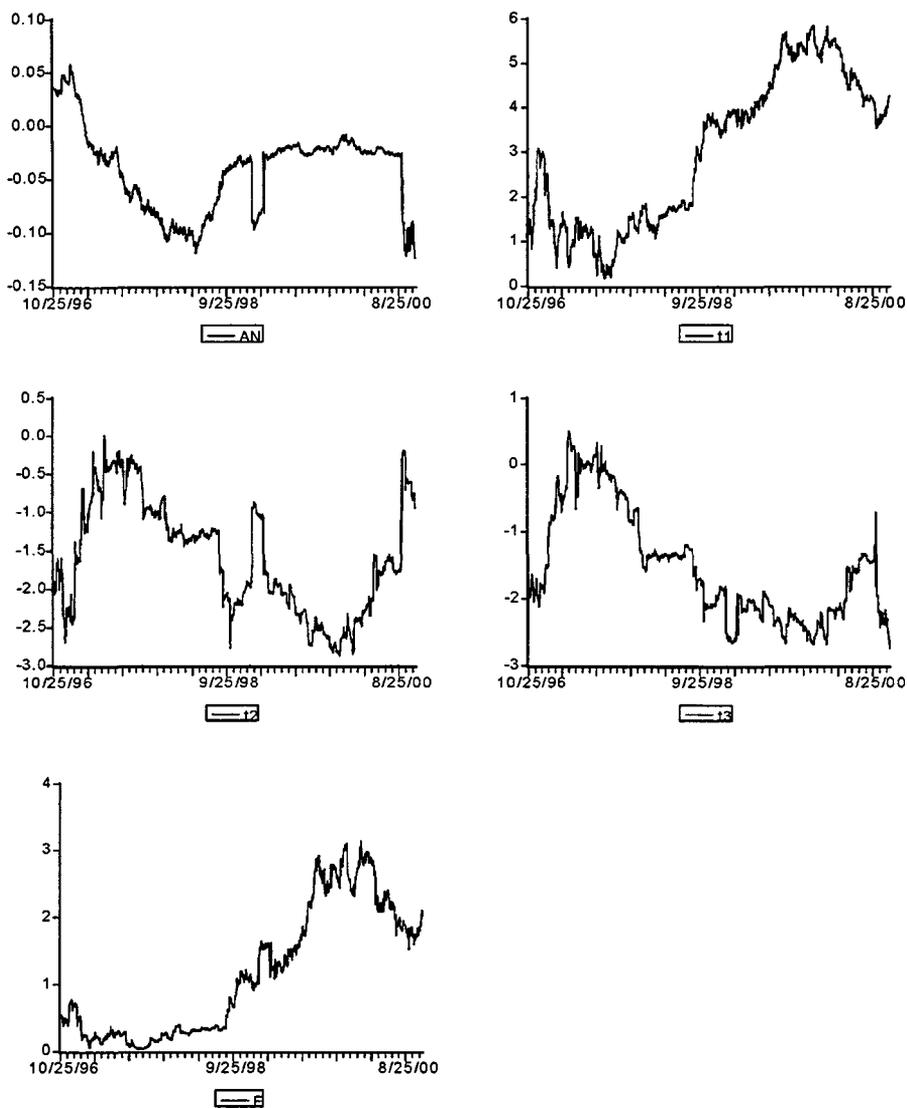
**Nota:** Para cada modelo se presentan estadísticos de los residuos estandarizados ( $z_t$ ) y sin estandarizar ( $\varepsilon_t$ ). LBQ(j), LBQ<sub>2</sub>(j), para  $j=1,10,20$  son los estadísticos del contraste de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados y los residuos estandarizados al cuadrado, respectivamente. Entre corchetes aparecen los P-valores.

## **ANEXO 5**

# **CONTRASTES CORRESPONDIENTES A LA ESTIMACIÓN RECURSIVA PARA LA PESETA/DÓLAR.**

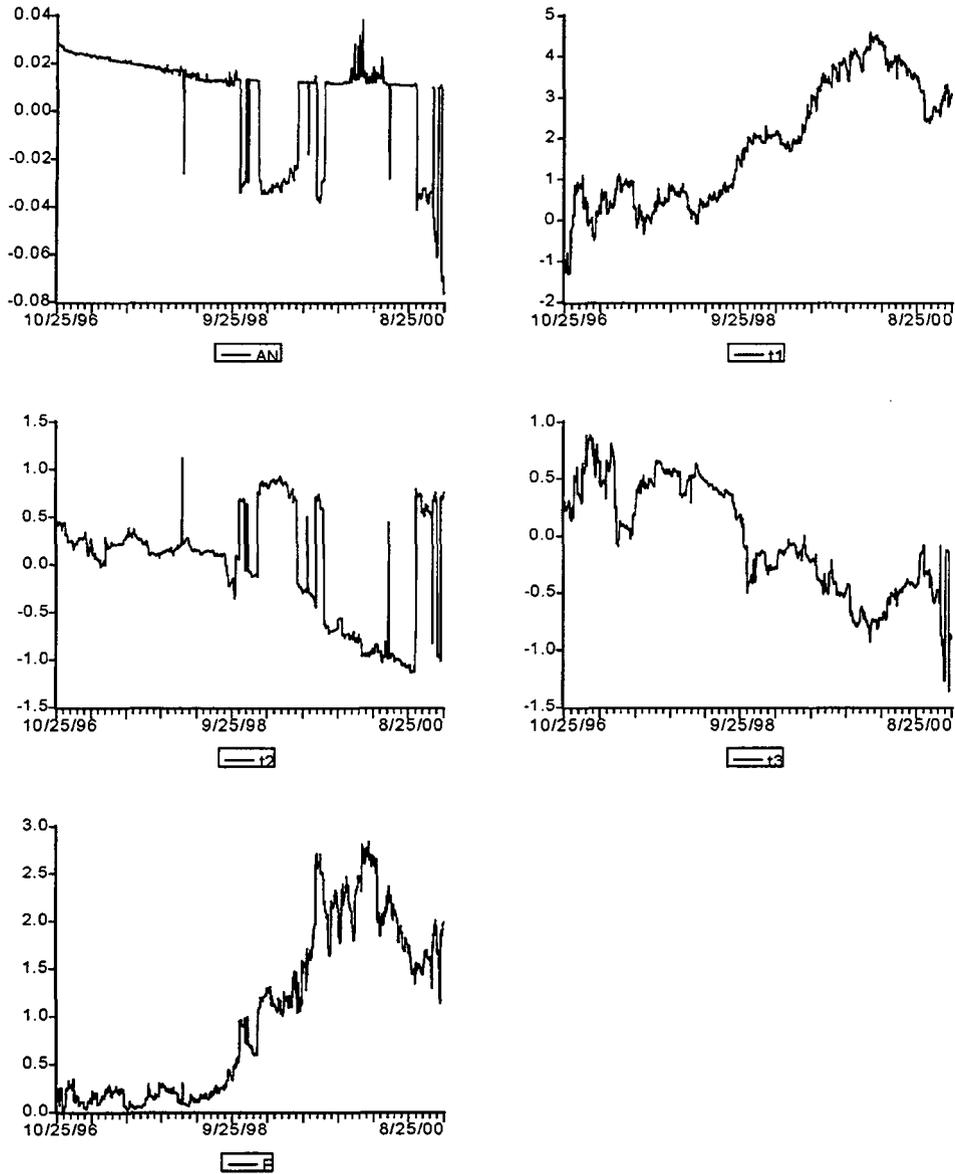
---

**Figura A5.1. Estimación GARCH(1,1)-M-GED.**



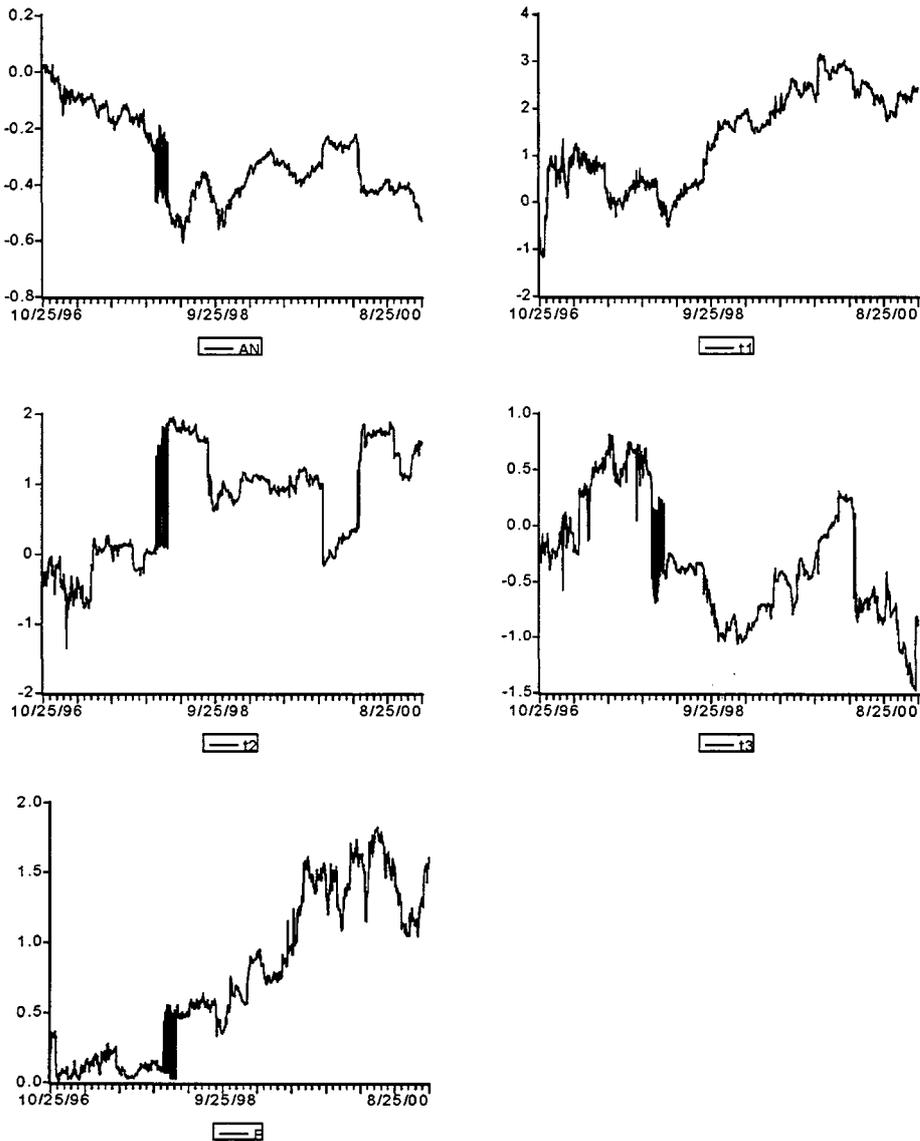
Nota: AN es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_i$  y  $F$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para  $i=1,2,3$ , basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. Los valores críticos correspondientes a los contrastes bilaterales  $t_i$  al 5% son aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%.

**Figura A5.2.** Estimación GJR(1,1)-M-Normal.



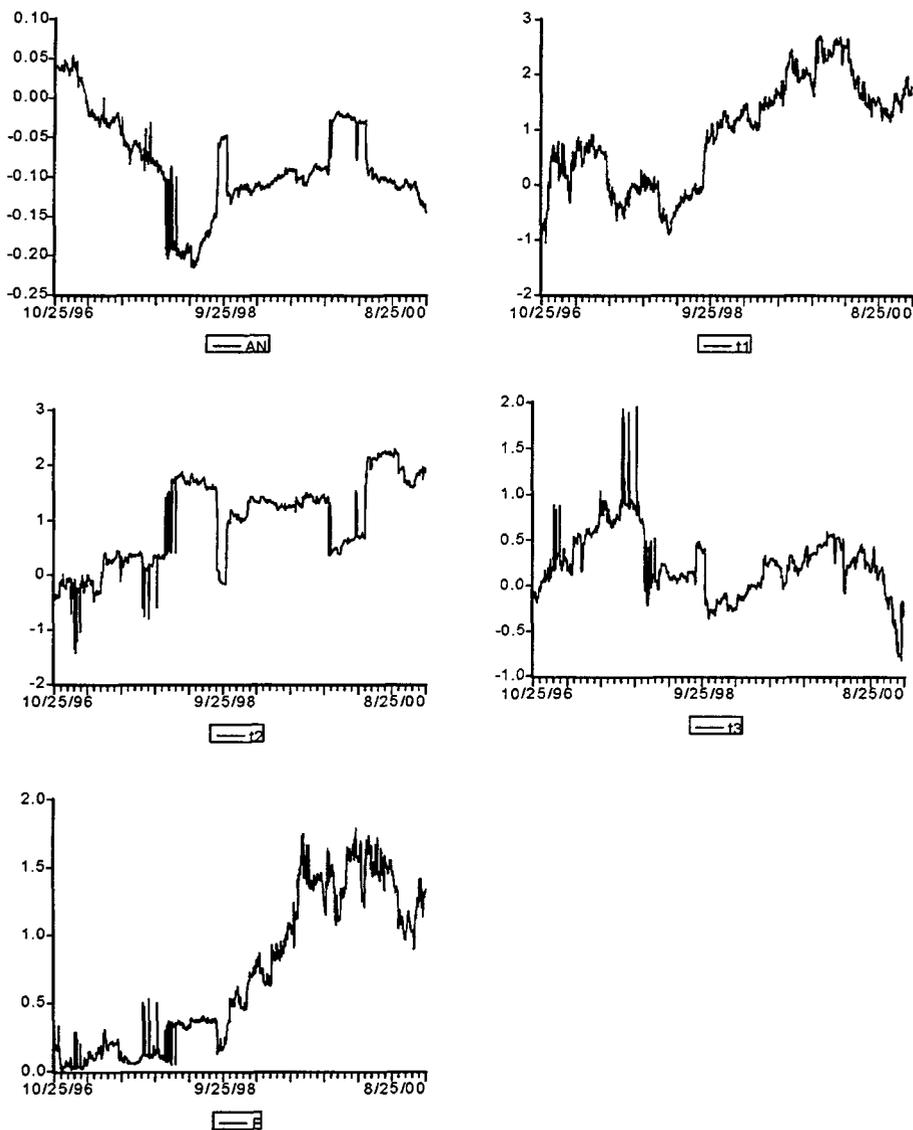
Nota: AN es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_i$  y  $F$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para  $i=1,2,3$ , basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. Los valores críticos correspondientes a los contrastes bilaterales  $t_i$  al 5% son aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%.

**Figura A5.3.** Estimación NAGARCH(1,1)-M-t-Student.



Nota: AN es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_i$  y  $F$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para  $i=1,2,3$ , basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. Los valores críticos correspondientes a los contrastes bilaterales  $t_i$  al 5% son aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F$  es 2.611 al 5%.

**Figura A5.4. Estimación QGARCH(1,1)-M-GED.**



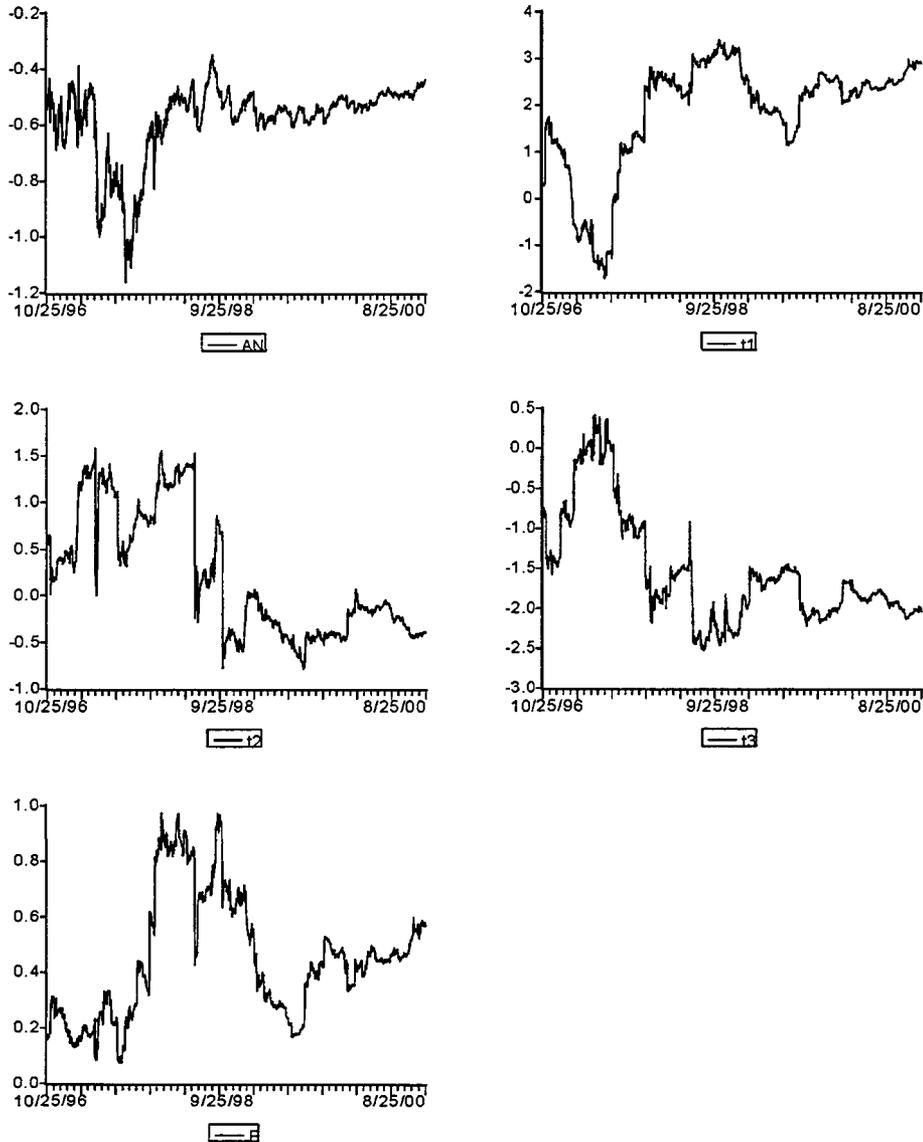
Nota: AN es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_i$  y  $F$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para  $i=1,2,3$ , basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. Los valores críticos correspondientes a los contrastes bilaterales  $t_i$  al 5% son aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%.

## **ANEXO 6**

# **CONTRASTES CORRESPONDIENTES A LA ESTIMACIÓN RECURSIVA PARA LA LIBRA/DÓLAR.**

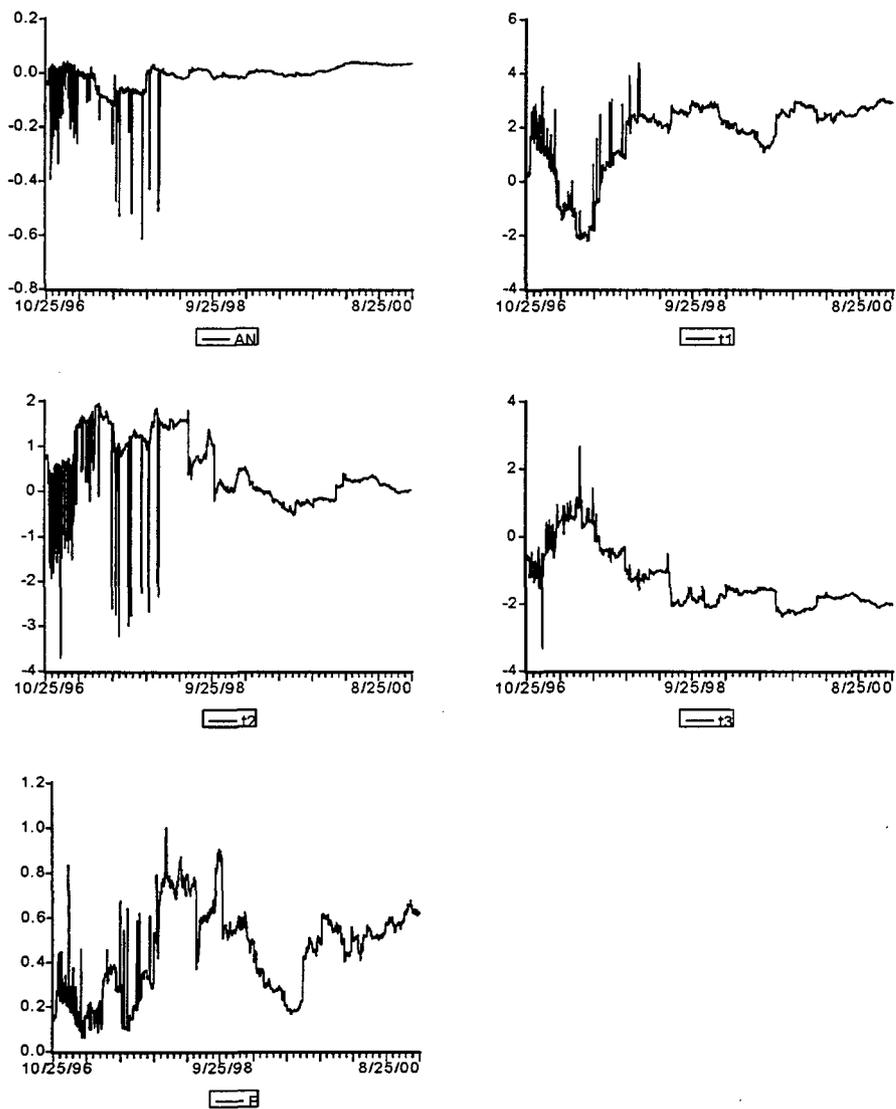
---

**Figura A6.1** Estimación NAGARCH(1,1)-M-t-Student



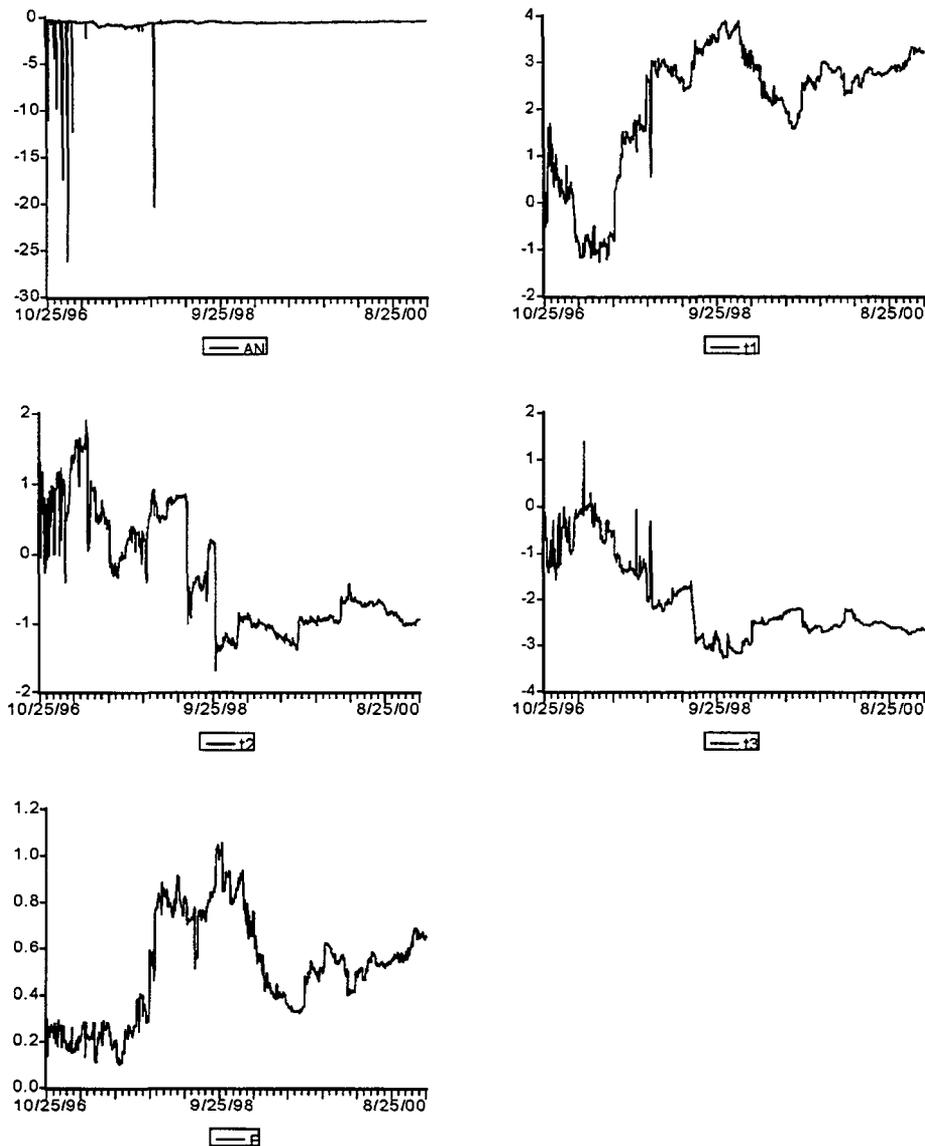
Nota: AN es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_i$  y  $F$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para  $i=1,2,3$ , basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. Los valores críticos correspondientes a los contrastes bilaterales  $t_i$  al 5% son aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%.

Figura A6.2. Estimación NAGARCH(1,1)-M-GED.



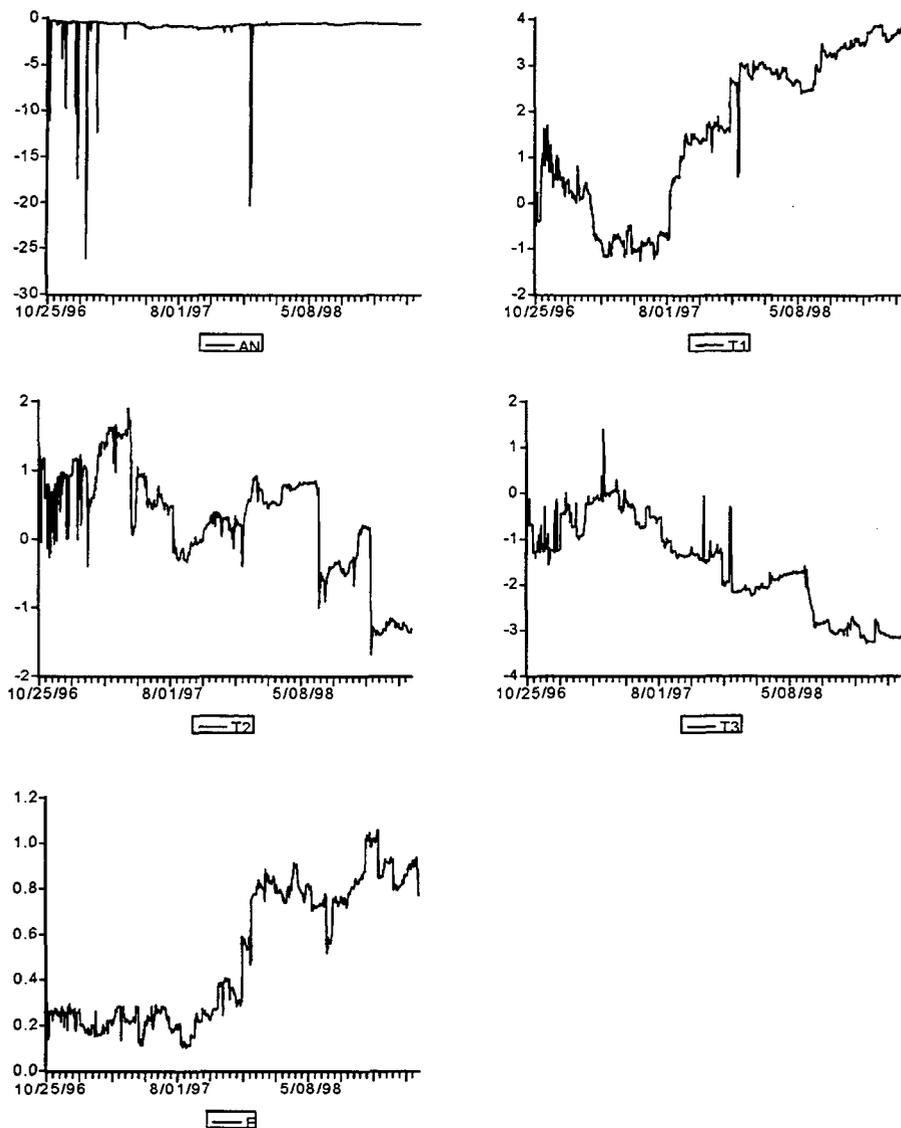
Nota: AN es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_i$  y  $F$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para  $i=1,2,3$ , basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. Los valores críticos correspondientes a los contrastes bilaterales  $t_i$  al 5% son aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%.

**Figura A6.3. Estimación QGARCH(1,1)-M-t-Student.**



Nota: AN es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_i$  y  $F$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para  $i=1,2,3$ , basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. Los valores críticos correspondientes a los contrastes bilaterales  $t_i$  al 5% son aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%.

**Figura A6.4. Estimación QGARCH(1,1)-M-GED.**



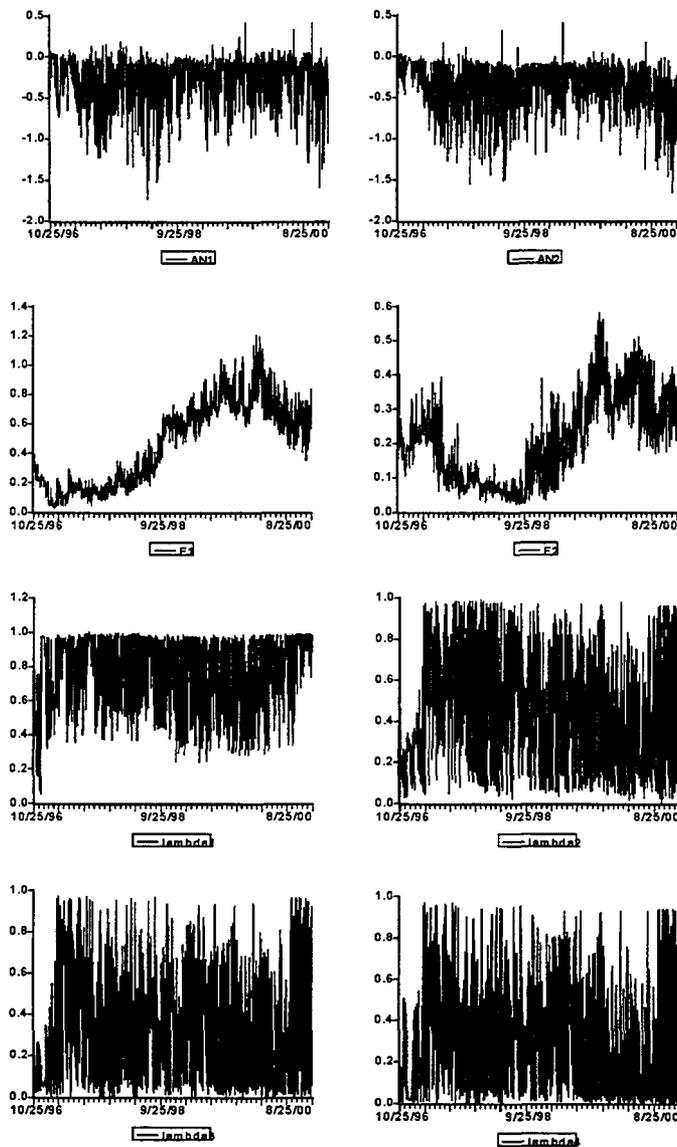
Nota: AN es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $t_i$  y  $F$  son los contrastes ofrecidos por Engle y Ng (1993) para  $i=1,2,3$ , basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. Los valores críticos correspondientes a los contrastes bilaterales  $t_i$  al 5% son aproximadamente, 1.962. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_i$  es 2.611 al 5%.

## **ANEXO 7**

# **CONTRASTES CORRESPONDIENTES A LA ESTIMACIÓN RECURSIVA PARA EL MODELO PROPUESTO POR MALLIAROPULOS.**

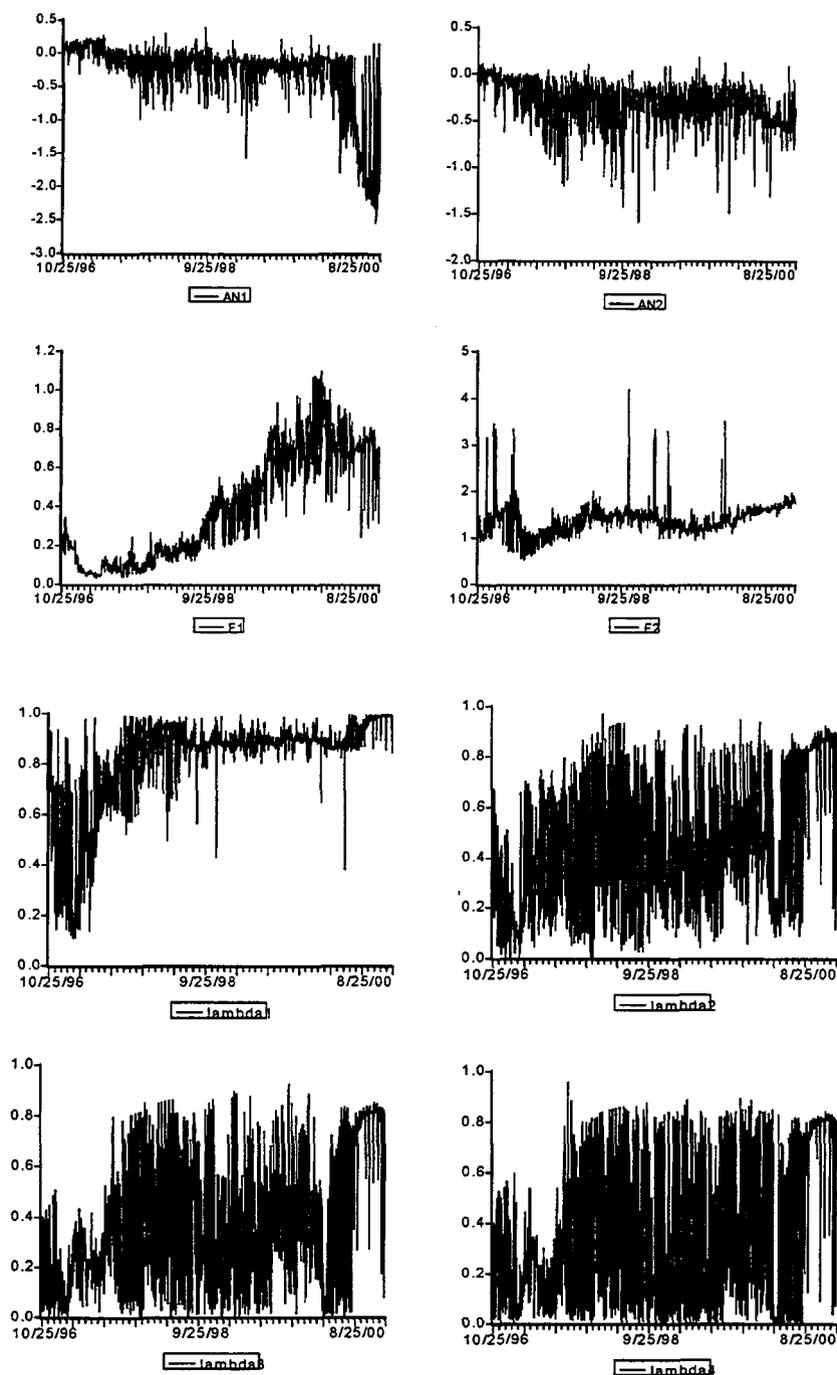
---

Figura A7.1. Tipo de cambio libra/dólar frente a peseta/dólar.



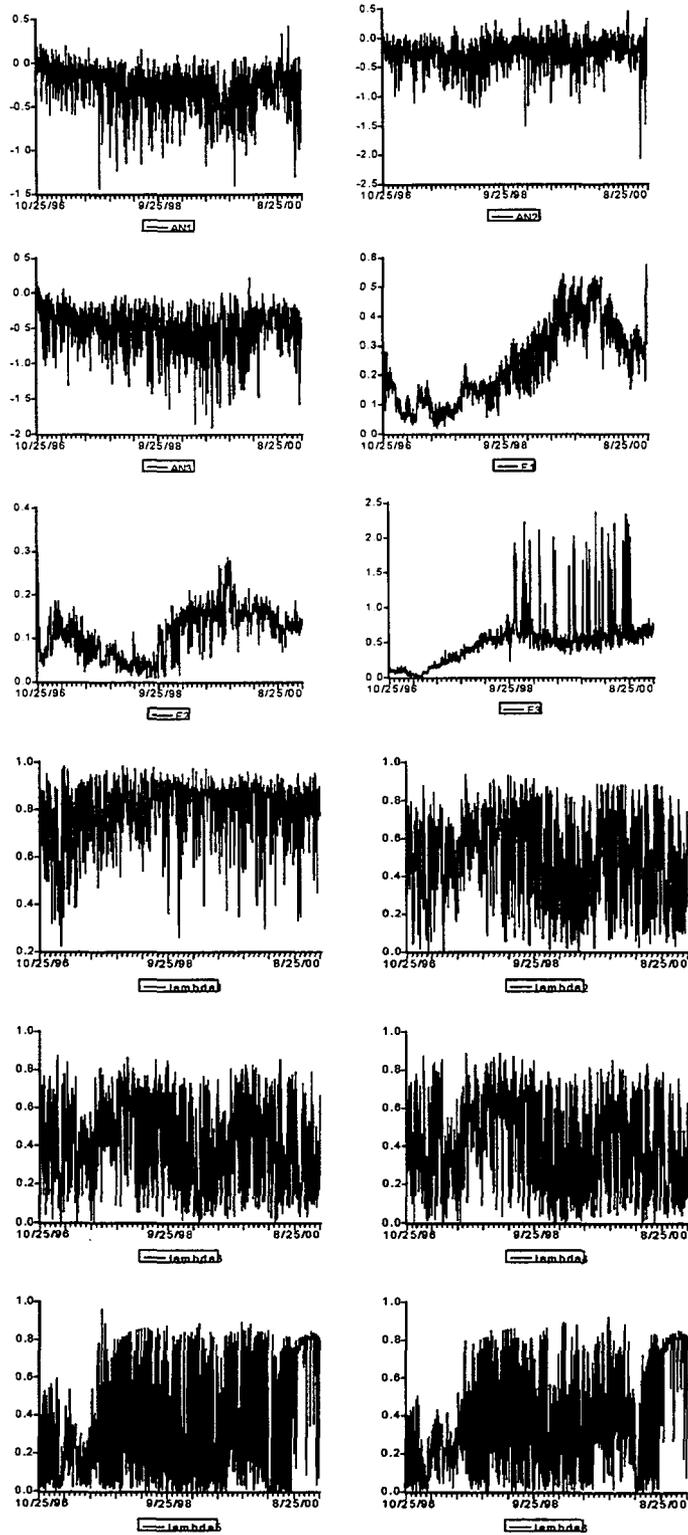
Nota:  $AN_i$  es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2$ , correspondiendo a las ecuaciones primera y segunda del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $F_j$  son los contrastes conjuntos de sesgo de signo ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%;  $\lambda_{i,j}$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ .

Figura A7.2. Tipo de cambio yen/dólar frente a peseta/dólar.



Nota:  $AN_i$  es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2$ , correspondiendo a las ecuaciones primera y segunda del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ;  $F_j$  son los contrastes conjuntos de sesgo de signo ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica  $F_j$  es 2.611 al 5%;  $Lambda$ , son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ .

Figura A7.3. Tipo de cambio yen/dólar y libra/dólar frente a peseta/dólar.



Nota: AN<sub>i</sub> es el estadístico correspondiente al contraste de no existencia de efectos de dispersión para  $i=1,2,3$ , correspondiendo a las ecuaciones primera, segunda y tercera del modelo, distribuyéndose asintóticamente como una  $N(0,1)$ ; F<sub>j</sub> son los contrastes de sesgo de signo conjuntos ofrecidos por Engle y Ng (1993) para cada ecuación  $j=1,2,3$  del modelo, basados en la distinción entre *shocks* negativos y positivos. El valor crítico correspondiente al contraste conjunto de especificación para la varianza heterocedástica F<sub>j</sub> es 2.611 al 5%;  $\lambda_{bda_i}$  son los valores propios correspondientes a la matriz  $A \otimes A + G \otimes G$ .