

**UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA**

**DEPARTAMENTO DE FÍSICA**



**TESIS DOCTORAL**

**MEZCLA DIAPICNA EN SISTEMAS FRONTALES**

**ÁNGEL RODRÍGUEZ SANTANA**

Las Palmas de Gran Canaria, a 31 de Octubre de 1997

19/1997-98  
UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA  
UNIDAD DE TERCER CICLO Y POSTGRADO



Reunido el día de la fecha, el Tribunal nombrado por el Excmo. Sr. Rector Magfco. de esta Universidad, el/a aspirante expuso esta TESIS DOCTORAL.

Terminada la lectura y contestadas por el/a Doctorando/a las objeciones formuladas por los señores miembros del Tribunal, éste calificó dicho trabajo con la nota de APTO CUM LAUDE por unanimidad

Las Palmas de Gran Canaria a 9 de diciembre de 1997.

El/a Presidente/a: Dr.D.José Manuel Redondo Apraiz,

El/a Secretario/a: Dr. D. Antonio Martínez Marrero,

El/a Vocal: Dr.D. Damià Gomis Bosch,

El/a Vocal: Dr.D. Alonso Hernández Guerra,

El/a Vocal: Dr. D. Emilio García Ladona,

El/a Doctorando/a: D. Angel Rodríguez Santana,

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
LAS PALMAS DE G. CANARIA
N.º Documento <u>385.574</u>
N.º Copia <u>536.418</u>

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

DOCTORADO EN FÍSICA  
PROGRAMA DE OCEANOGRAFÍA FÍSICA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

## MEZCLA DIAPICNA EN SISTEMAS FRONTALES

Tesis Doctoral presentada por D. Angel Rodríguez Santana , dirigida por el Dr. José Luis Pelegrí Llopart y codirigida por el Dr. Pablo Sangrà Inciarte.

El Director

El Codirector

El Doctorando

Fdo: Dr. José L. Pelegrí Llopart

Fdo: Dr. Pablo Sangrà Inciarte

Fdo: Ángel Rodríguez Santana

Las Palmas de Gran Canaria, a 31 de octubre de 1997

**A MIS PADRES**

# Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado bajo la dirección del doctor Jose Luís Pelegrí Llopart al que considero y consideraré siempre mi maestro. Le agradezco la oportunidad que me brindó al proponerme este trabajo tan apasionante y como sabiamente ha ido guiándome y apoyándome para que alcanzase el objetivo que ahora se ha hecho realidad. Quisiera también agradecerle su alta disposición a atender en cualquier momento todas las dudas que me fueron surgiendo y su afán por resolverlas al instante. Mi más profunda gratitud, admiración y amistad.

Quisiera agradecer a mi codirector, el doctor Pablo Sangrà Inciarte, su constante seguimiento en proveerme, a lo largo de la elaboración de este trabajo, de todo aquello que fui necesitando, desde proporcionarme los conocimientos necesarios para que pudiera realizar las partes de este trabajo referentes a la estimación espacial y modelización numérica como el apoyo moral y confianza en mis posibilidades, esto último tan importante como los conocimientos científicos.

Gran parte de este trabajo se ha podido realizar gracias a los datos proporcionados por el doctor John Bane de la Universidad de Carolina del Norte, Estados Unidos. Desde aquí mi agradecimiento por su actitud desinteresada tanto en la de proveernos de inmejorables datos experimentales para poder realizar el estudio que nos habíamos propuesto como por haber resuelto cualquier duda que nos ha ido surgiendo sobre la instrumentación utilizada en la adquisición de los mismos. No quiero dejar de mencionar al doctor Larry Atkinson de la Universidad de Old Dominion, Norfolk, Virginia, Estados Unidos, por enviarnos con suma rapidez datos experimentales necesarios para determinar la fiabilidad de los resultados experimentales que habíamos obtenido.

Quisiera expresar mi más profundo agradecimiento a todos los compañeros del Departamento de Física por la amistad y solidaridad que me han proporcionado en todos estos años sin la cual no hubiera podido culminar este trabajo. En especial me gustaría nombrar a: Alicia Tejera, Alonso Hernández, Ana Antoranz, Andry Ratsimandresy, Antonio Martínez, Germán Rodríguez, Luis García, Mercedes Pacheco, Pablo Martel, Salvador Galván y Santiago Matos por la ayuda que me prestaron en los momentos más difíciles.

A mi mujer, Ángeles, no sólo quiero expresarle mi más sentido agradecimiento por su apoyo incondicional en la realización de este trabajo, el cual abarca desde el ámbito científico al moral, sino agradecerle el hecho que en algún momento de su vida haya decidido compartirla conmigo.

Quisiera terminar mencionando mi agradecimiento tanto a mi hermana como a mis padres. A mi hermana por su ayuda moral en la consecución de este trabajo y por esa complicidad que sólo los hermanos pueden establecer. Y a mis padres por ser los verdaderamente culpables que haya realizado este trabajo. No sólo les debo la existencia sino la posibilidad de haber podido formarme tanto desde el punto de vista académico como humano.

# Índice

<b>RESUMEN</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 1: MEZCLA DIAPICNA</b>	<b>3</b>
1.1 MEZCLA EPIPICNA Y DIAPICNA	3
1.2 CINEMÁTICA DE LA MEZCLA DIAPICNA	6
1.3 DINÁMICA DE LA MEZCLA DIAPICNA	15
<i>1.3.1 La ecuación de energía cinética turbulenta</i>	15
<i>1.3.2 Mezcla diapicna generada por el viento</i>	17
<i>1.3.3 Mezcla generada por cizalladura interna</i>	20
<i>1.3.4 Mezcla diapicna generada por otras fuentes</i>	23
1.4 SISTEMAS FRONTALES OCEÁNICOS Y ATMOSFÉRICOS	25
1.5 CINEMÁTICA DE LA FRONTOGÉNESIS	29
1.6 MODELO FRONTAL CUASIGEOSTRÓFICO	31
1.7 MODELO FRONTAL EN COORDENADAS ISOPICNAS	35

<b>CAPÍTULO 2: MEZCLA DIAPICNA EN MEANDROS DE LA CORRIENTE DEL GOLFO</b>	<b>39</b>
2.1 INTRODUCCIÓN	39
2.2 ANTECEDENTES	40
2.3 ANÁLISIS DE LOS DATOS	43
2.4 ANÁLISIS DE ERRORES	46
2.4.1 <i>Estimación</i>	47
2.4.2 <i>Propagación de los errores</i>	51
2.5 RESULTADOS	54
2.5.1 <i>Distribución en la superficie isopícnica de 26,34</i>	55
2.5.2 <i>Distribuciones en secciones</i>	68
2.6 CONCLUSIONES	77
<b>CAPÍTULO 3: MODELO DE FRONTOGÉNESIS CON MEZCLA DIAPICNA</b>	<b>79</b>
3.1 INTRODUCCIÓN	79
3.2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	81
3.3 FORMULACIÓN NUMÉRICA	85
3.3.1 <i>Caracterización del dominio</i>	85
3.3.2 <i>Condiciones iniciales</i>	87
3.3.3 <i>Cálculo numérico de las magnitudes</i>	88
3.3.4 <i>Evolución temporal</i>	90
3.3.5 <i>Filtros y condiciones de contorno</i>	91
3.4 RESULTADOS	92
3.4.1 <i>Gráficas de distribuciones</i>	92
3.4.2 <i>Gráficas de perfiles</i>	99
3.5 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	105
3.6 APLICABILIDAD DEL MODELO	107
<b>CAPÍTULO 4: CONCLUSIONES</b>	<b>109</b>
4.1 CONCLUSIONES	109
4.2 LÍNEAS DE TRABAJO FUTURO	111
<b>REFERENCIAS</b>	<b>114</b>

# Resumen

El objetivo fundamental de este trabajo es el estudio de la importancia de los procesos de mezcla diapicna por cizalladura en sistemas frontales oceánicos. Para ello se ha dividido el estudio en tres partes.

En una primera parte se revisan los fundamentos teóricos y observacionales de diversos procesos de mezcla diapicna en el océano. El mayor énfasis se pone en el análisis y parametrización de los procesos de mezcla diapicna cuyo origen es la generación de inestabilidades a través de la cizalladura diapicna. En esta primera parte también se analizan los fundamentos cinemáticos y dinámicos de la frontogénesis y se revisan las ecuaciones de movimiento en coordenadas isopicnas para el caso de mezcla diapicna significativa.

En la segunda parte se procede a estudiar un caso oceánico de sistema frontal mediante el análisis de datos históricos. Este caso corresponde a la Corriente de Golfo en una zona donde se aprecia el tránsito de meandros de dimensiones considerables, y de la cual se han obtenido datos de temperatura y profundidad en una malla de aproximadamente 50 estaciones de AXBT (“Aircraft-Deployed Expendable Bathythermograph”) repetida en cinco días diferentes. El análisis de estos datos muestra que la región ciclónica de la Corriente del Golfo está caracterizada por la presencia de zonas verticalmente bien estratificadas y que durante el paso de los meandros el sistema frontal de la Corriente del Golfo sufre un proceso de frontogénesis que conlleva la intensificación de la cizalladura diapicna. Aquellas zonas donde estos dos efectos se superponen están caracterizadas por valores bajos, incluso subcríticos, del número de gradiente de Richardson y son probablemente dinámicamente inestables. El coeficiente de difusión turbulenta de la

densidad se parametriza en función de este número, lo cual permite determinar la intensidad de los procesos de mezcla diapicna (a través de la tendencia de la densidad y la divergencia/convergencia diapicna). En este análisis se presta atención especial a las fuentes de error en la estimación de las diversas variables dependientes a partir del campo de temperaturas. Los resultados del análisis de los datos muestran que la presencia de los meandros induce condiciones subcríticas que acentúan considerablemente los procesos de mezcla diapicna, con la intensificación máxima probablemente cerca de las crestas y entre una cresta y el siguiente valle.

En la tercera parte se desarrolla un modelo dinámico bidimensional en coordenadas isopicnas que simula un sistema frontal inicial sujeto a un campo de deformación pura que intensifica la pendiente de las isopicnas. El balance de momento en el sistema frontal es geostrófico pero se permite la existencia de tendencias de densidad no nulas. El modelo utiliza un sistema de coordenadas que se mueve con el campo de deformación, de manera que en la ecuación de conservación de masa el único término significativo es la divergencia/convergencia diapicna. El sistema inicial es dinámicamente estable, con valores supercríticos del número de gradiente de Richardson en todos los puntos, pero a medida que pasa el tiempo el campo de deformación ocasiona un aumento en la cizalladura diapicna de tal forma que localmente se alcanzan valores subcríticos y se intensifica notablemente la mezcla diapicna. Los valores subcríticos mínimos ocasionan convergencia de masa y un aumento en la separación de las isopicnas, mientras que en las zonas adyacentes se produce divergencia de masa y una reducción en esta separación. El resultado es la producción de perfiles de profundidad-densidad tipo escalera. Los resultados obtenidos se comparan cualitativamente con las observaciones realizadas de los procesos de mezcla durante el paso de meandros en la Corriente del Golfo dando una buena concordancia.

La conclusión fundamental del trabajo es que la mezcla diapicna inducida por cizalladura es probablemente un proceso de notable importancia en sistemas con características frontales, que se intensifica durante periodos frontogénicos. En estas situaciones los procesos de mezcla diapicna deben tener importantes consecuencias dinámicas, en cuanto a la evolución del propio frente debido a la transferencia de masa y momento, y cinemáticas, en cuanto a la transferencia de diversas propiedades importantes en procesos biogeoquímicos.

## Capítulo 1

# Mezcla diapicna

### 1.1 Mezcla epipicna y diapicna

La visión clásica de la mezcla descansa en la descomposición en componentes horizontales y verticales de los flujos turbulentos de calor, salinidad y momento. Estas componentes, por analogía con los procesos de difusión molecular, son directamente proporcionales a los gradientes de la propiedad transportada en la dirección de la componente. Las constantes de proporcionalidad serían los respectivos coeficientes turbulentos horizontal y vertical. Para el caso de la componente vertical del flujo turbulento de densidad,  $F_z \equiv \overline{\rho' w'}$ , éste es expresado en términos del coeficiente turbulento vertical para la densidad,  $K_v$ :

$$F_z = -K_v \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} \quad (1.1)$$

Esta expresión tiene un valor conceptual muy importante y ha sido utilizada con frecuencia para modelar la transferencia vertical de masa en el océano. Sin embargo, cabe tener en cuenta la posibilidad de movimientos turbulentos y no turbulentos a lo largo de las isopícnas (movimientos epipícnos) que pueden producir efectos comparables a los procesos de mezcla vertical (Welander, 1959, 1971). Con el fin de poder discernir y cuantificar la importancia de estos diversos procesos, sería conveniente buscar un sistema de referencia donde poder

expresar el flujo turbulento de masa desde una isopicna hacia otra. La solución se encuentra en un sistema de coordenadas isopicnas en el cual podamos calcular las componentes diapicnas y epipicnas del flujo. Estos flujos serán independientes tanto del desplazamiento vertical de las isopicnas como de la componente vertical del movimiento del fluido debido a movimientos epipicnos en zonas donde las isopicnas posean considerable pendiente. Estos aspectos se clarificarán en la siguiente Sección. Antes de entrar en ellos pasaremos a discutir algunos conceptos relacionados con los procesos de mezcla diapicna.

El fenómeno de *intrusión* (“entrainment”) significa la incorporación de fluido no turbulento dentro de un flujo turbulento (Morton, Taylor y Turner, 1956). Fueron Turner y Kraus (1967) los que aplicaron el concepto de intrusión a los modelos de capas de mezcla en el océano. Ellos pudieron medir la tasa de intrusión en experimentos de laboratorio realizados con una malla oscilante que producía turbulencia, resultando en la intrusión de fluido a través de una interface brusca de densidad. Con estos experimentos querían reproducir la turbulencia producida en la superficie del mar por el efecto de cizalladura ocasionada por el viento. Sin embargo, esta analogía sólo es válida cuando la interface se encuentra a determinadas distancias de la superficie y el viento sea la única fuente de turbulencia (Csanady, 1990).

El concepto de intrusión puede ser generalizado a flujos continuamente estratificados donde la transferencia tiene lugar entre capas isopicnas (Csanady, 1990). Los conceptos de velocidades diapicnas y dianeutras fueron introducidos por McDougall (1984, 1987), las cuales serían velocidades en la dirección normal a las isopicnas y a las superficies neutras, respectivamente. Las superficies neutras serían aquellas definidas por las trayectorias de los elementos de fluido que en ausencia de difusión molecular mantienen su salinidad constante mientras que la temperatura cambia adiabáticamente (McDougall, 1984, 1987; Gregg, 1987). McDougall (1984, 1987) mostró que en ocasiones las superficies isopicnas y las superficies neutras pueden diferir considerablemente, analizando con detenimiento la importancia de estas diferencias. En este trabajo se estudiarán zonas con alta estratificación y cercanas a la superficie de referencia (superficie del océano) para el cálculo de la densidad potencial. Esto supone que las diferencias entre superficies neutras e isopicnas sean pequeñas (McDougall, 1987; Pelegrí y Csanady, 1994), lo que supondrá que sean ignoradas a lo largo del trabajo. En trabajos posteriores McDougall (1988) estimó que las diferencias entre la velocidad diapicna en la dirección vertical y su valor en la dirección normal a las isopicnas es, en la mayoría de

los casos, despreciable. La ventaja de esta última es que corresponde con la velocidad que surge de forma natural en los estudios que utilicen coordenadas isopícnas, la cual hemos denominado velocidad diapícnica.

En el sistema de referencia isopícnico la velocidad de intrusión y la velocidad diapícnica son equivalentes. Como la velocidad de intrusión normalmente se utiliza para flujos con dos capas, en este trabajo utilizaremos el término de velocidad diapícnica. En coordenadas isopícnas, donde la densidad potencial se usa como coordenada vertical, la velocidad diapícnica se relaciona directamente con la derivada material (tendencia) de la densidad. Por lo tanto, el marco natural de referencia para el estudio de la mezcla diapícnica será el de las coordenadas isopícnas, en el cual desarrollaremos las relaciones cinemáticas y dinámicas dominantes.

Hay que distinguir entre la intrusión, donde la transferencia de masa es en una sola dirección, y la *tasa de intercambio*, la cual considera transferencia de masa en las dos direcciones. Ambos procesos se dan entre la termoclina y las capas superficiales, siendo la intrusión y la tasa de intercambio importantes en la transferencia de propiedades activas y pasivas. Pelegrí y Csanady (1991) han utilizado dos secciones a 24° N y 36° N perpendiculares a la Corriente del Golfo para estimar la intrusión y tasa de intercambio entre la termoclina y las capas superficiales. Estos autores obtuvieron valores medios del orden de  $10^{-5}$  m/s para ambas velocidades, lo que explica el exceso en los nutrientes observados en las capas superficiales y las anomalías de concentración existentes en el centro de la corriente. En la Figura 1.1 se ilustra el fenómeno de intrusión,  $W$ , y el de tasa de intercambio,  $E$ . Cabe destacar, sin embargo, que una interpretación alternativa de los valores antes comentados sería el de velocidades diapícnas medias de  $W + E$  hacia capas superficiales y de  $E - W$  hacia la termoclina.

En la siguiente Sección desarrollaremos la teoría en coordenadas isopícnas que nos permita estimar la intensidad de los procesos diapícnos de transferencia de masa.

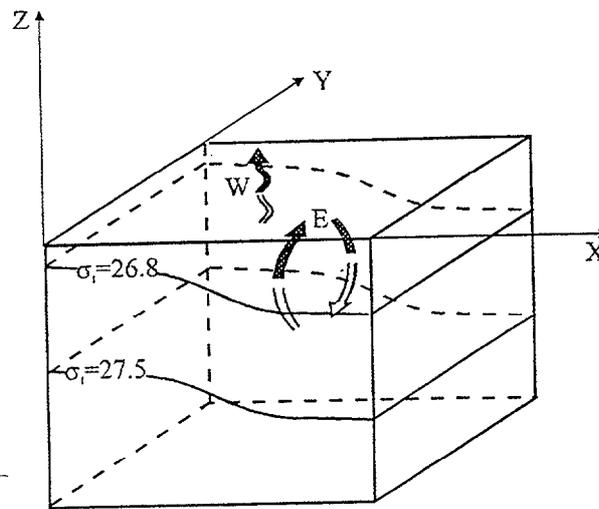


Figura 1.1: Ilustración de los fenómenos de intrusión, W, y de tasa de intercambio, E, entre superficies isopícnas (adaptada Pelegrí y Csanady (1991))

## 1.2 Cinemática de la mezcla diapícnica

La *tendencia de la densidad* instantánea,  $w_\rho$ , se define en el sistema de coordenadas cartesiano  $(x, y, z)$  de la siguiente forma:

$$w_\rho \equiv \frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + u \frac{\partial\rho}{\partial x} + v \frac{\partial\rho}{\partial y} + w \frac{\partial\rho}{\partial z} \quad (1.2)$$

donde  $u$ ,  $v$  y  $w$  son las componentes cartesianas de la velocidad de tal forma que el operador  $D/Dt$  permite calcular la tasa instantánea de cambio material (tendencia instantánea) de la densidad en el sistema cartesiano.

La ecuación de conservación de masa en el mismo sistema de coordenadas nos lleva a la expresión:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial(u\rho)}{\partial x} + \frac{\partial(v\rho)}{\partial y} + \frac{\partial(w\rho)}{\partial z} = 0 \quad (1.3)$$

Si consideramos el fluido incompresible concluimos que la ecuación (1.2) es equivalente a  $w_p = 0$ . En la práctica, sin embargo, existirán procesos de mezcla turbulenta que modifiquen la densidad media de un elemento de fluido en el tiempo. Para analizar este caso consideraremos que los procesos de mezcla tienen escalas temporales mucho menores que los tiempos que caracterizan a los desplazamientos significativos de la corriente. En este contexto descomponemos el campo de densidades,  $\rho$ , como la suma de un campo  $\rho'$  que depende de los movimientos rápidos turbulentos y un campo  $\tilde{\rho}$  que lo podemos considerar como la media temporal de  $\rho$  en un tiempo suficientemente grande. De esta forma  $\tilde{\rho}$  depende de los cambios lentos a los que se somete el campo de densidades, pudiendo interpretarse como una media estocástica de un gran número de realizaciones de  $\rho$  si aplicamos una hipótesis de ergodicidad local al intervalo temporal escogido para la estimación de  $\tilde{\rho}$ .

Realizamos la misma descomposición en fluctuaciones rápidas y lentas para los campos de velocidades, de forma que nos quedan las siguientes expresiones:

$$\rho = \tilde{\rho} + \rho' \quad , \quad u = \tilde{u} + u' \quad , \quad v = \tilde{v} + v' \quad , \quad w = \tilde{w} + w' \quad (1.4)$$

Aplicando a la ecuación de conservación de masa (1.3) la media sobre un tiempo suficientemente largo obtenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial y} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial z} = - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u' \rho'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v' \rho'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w' \rho'}) \right] \quad (1.5)$$

Podemos definir la tendencia de densidad media,  $\tilde{w}_\rho$ , en forma análoga a la definición de la tendencia de densidad instantánea:

$$\tilde{w}_\rho \equiv \frac{D\tilde{\rho}}{Dt} = \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial y} + \tilde{w} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial z} \quad (1.6)$$

donde  $D/Dt$  es el operador que expresa la derivada material (o tendencia) media en coordenadas cartesianas.

El flujo de densidad de Reynolds,  $\tilde{\mathbf{F}}$ , se define a través de la correlación entre las fluctuaciones de la densidad y velocidades:

$$\tilde{\mathbf{F}} \equiv (\tilde{F}_x, \tilde{F}_y, \tilde{F}_z) \equiv (\overline{u' \rho'}, \overline{v' \rho'}, \overline{w' \rho'}) \quad (1.7)$$

Llegamos entonces de la expresión (1.5) a la importante relación entre la tendencia de la densidad media y el flujo de densidad de Reynolds:

$$\tilde{w}_\rho = -\nabla \cdot \tilde{\mathbf{F}} \quad (1.8)$$

Esta última ecuación nos permite estimar la tendencia de la densidad media si conocemos la distribución de flujos de densidad de Reynolds. La evaluación de estos flujos dependerá de la naturaleza del proceso que produce la mezcla diapicna. Las inestabilidades inducidas por cizalladura en la termoclina serán los procesos que destacaremos en este trabajo para la producción de mezcla, lo cual influirá en la parametrización de  $\tilde{\mathbf{F}}$ .

Para relacionar la velocidad diapicna con la tendencia de la densidad expresaremos la velocidad vertical,  $w$ , en el sistema de coordenadas isopicanas:

$$w = \frac{Dz}{Dt} = \frac{\partial z}{\partial t} + u \frac{\partial z}{\partial x} + v \frac{\partial z}{\partial y} + w_\rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \quad (1.9)$$

donde el operador  $D/Dt$  expresa el cambio material en el sistema de coordenadas isopicanas considerando la profundidad  $z$  de las isopicanas como una función  $z(t, x, y, \rho)$ . Realizamos la descomposición de  $z$  como la suma de un campo de fluctuación rápida  $z'$ , debida a la turbulencia, y un campo  $\tilde{z}$  como el promedio temporal de  $z$ , siguiendo el mismo proceso efectuado para la demás magnitudes. Obtenemos entonces la siguiente expresión:

$$\tilde{w} \equiv \frac{D\tilde{z}}{Dt} = \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial y} + \tilde{w}_\rho \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \rho} = \frac{d\tilde{z}}{dt} + \tilde{w}_\rho \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \rho} = \frac{d\tilde{z}}{dt} + \tilde{w}_d \quad (1.10)$$

Las contribuciones a la velocidad vertical media las podemos resumir en los dos sumandos del último miembro de la ecuación (1.10). El primero,  $d\tilde{z}/dt$ , es el resultado de

los movimientos verticales locales de la isopicnas medias más la componente vertical del movimiento a lo largo de estas superficies. El segundo,  $\tilde{w}_d$ , es la velocidad diapicna media, la cual se relaciona con la tendencia de la densidad media:  $\tilde{w}_d \equiv \tilde{w}_p (\partial \tilde{z} / \partial \tilde{\rho}) \equiv \tilde{w}_p \tilde{J}$ . En esta última relación  $\tilde{J}$  es el jacobiano medio de la transformación entre los sistemas de coordenadas cartesianas e isopicnas. La velocidad diapicna está relacionada entonces con la tendencia media de la densidad a través del jacobiano medio de la transformación. Esta velocidad se podría interpretar físicamente como el ritmo de cambio material de los desplazamientos a través de las isopicnas en un sistema de referencia de densidades medias. Ya comentamos en los apartados anteriores que la velocidad diapicna coincide con la velocidad de intrusión usada comúnmente en los modelos de capa de mezcla.

A partir de ahora, excepto cuando se indique lo contrario, las superficies de densidad y las velocidades diapicnas corresponderán a los valores medios. De esta forma omitiremos las tildes para estas magnitudes con el objeto de escribir las expresiones con mayor claridad. Como nuestro análisis será en coordenadas isopicnas, los gradientes verticales isopicnos y los gradientes a lo largo de una isopicna serán denominados como gradientes diapicno y epipicno, respectivamente.

Para la estimación de la tendencia de la densidad utilizaremos la expresión (1.8) donde ésta se relaciona con la divergencia del flujo de Reynolds. Como  $F$  es perpendicular a las isopicnas y éstas presentan una pequeña pendiente, podemos aproximar  $F$  por su componente vertical,  $F_z = \overline{w' \rho'}$ . En el caso que la convergencia o divergencia del flujo vertical sea mucho mayor que la convergencia o divergencia del flujo horizontal, podremos aproximar su divergencia por la derivada vertical,  $\nabla \cdot F \approx \partial F_z / \partial z$ . Se demostrará al final de esta sección que ésta es una buena aproximación para la zona de estudio tratada en el Capítulo 2.

Realizamos la parametrización de  $F_z$  en función del coeficiente vertical de difusión turbulenta de densidad,  $K_v$ , y el gradiente vertical de la densidad (ver, por ejemplo, Pelegrí y Csanady (1994), aunque cabe destacar que McDougall (1988) encontró una expresión que contiene otros términos adicionales que en ciertas circunstancias pueden ser significativos):

$$F_z = -K_v \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\frac{K_v}{J} \quad (1.11)$$

La expresión para  $w_\rho$  será entonces:

$$w_\rho \approx -\frac{\partial F_z}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( -\frac{K_v}{J} \right) = \frac{1}{J} \frac{\partial K_v}{\partial z} + K_v \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} \quad (1.12)$$

Esta ecuación muestra que  $w_\rho$  se estima a través de la suma de dos términos. El primero toma en cuenta la variación vertical de  $K_v$  ocasionando una tendencia de la densidad en la dirección de disminución de  $K_v$ . Como  $J$  es una cantidad negativa (estudiamos sólo el caso de fluidos con la densidad aumentando con la profundidad) esto corresponde a una velocidad diapirica en la dirección de aumento de  $K_v$  (Pelegri y Csanady, 1994; Csanady, 1990). Esto concuerda con los resultados empíricos obtenidos por Turner (1973, 1986) en donde la intrusión tiene lugar en la dirección de incremento de la turbulencia caracterizada en este caso por  $K_v$ . El segundo término expresa la contribución debida a la continuidad de la transferencia de masa vertical tomando  $K_v$  constante en el caso en que  $J$  varíe con la profundidad.

Para estimar  $w_\rho$  en coordenadas isopicnas utilizamos el jacobiano de la transformación y expresamos la ecuación (1.12) de la siguiente forma:

$$w_\rho \approx \frac{1}{J^2} \frac{\partial K_v}{\partial \rho} - \frac{K_v}{J^3} \frac{\partial J}{\partial \rho} \quad (1.13)$$

Asumiendo que la mezcla es el resultado de eventos inestables inducidos por cizalladura del campo de velocidades geostrófico, podemos parametrizar  $K_v$  como una función del número de gradiente de Richardson,  $Ri$ :

$$Ri = -\frac{g \frac{\partial \rho}{\partial z}}{\rho \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2} \quad (1.14)$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $v$  es la velocidad de la corriente. Utilizando el jacobiano de la transformación,  $J$ , podemos representar  $Ri$  en coordenadas isopicnas. Si

consideramos el caso en que la velocidad se encuentra en balance geostrófico podemos utilizar la ecuación de viento térmico en coordenadas isopícnas:  $\rho f \partial v / \partial \rho = g \partial z / \partial x$ , para obtener la siguiente expresión:

$$Ri = \frac{gJ}{\rho \left( \frac{\partial v}{\partial \rho} \right)^2} = \frac{f^2 j}{\rho \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2} \quad (1.15)$$

En la primera igualdad denominaremos al cociente  $\partial v / \partial \rho$  *cizalladura diapícnica* mientras que en la segunda igualdad aparece el término  $j$  que denominaremos *índice de separación* entre isopícnas (Pelegrí y Csanady, 1994). El índice de separación  $j$  no es más que el producto  $\rho J$  y puede ser interpretado como la distancia sobre la cual el gradiente de densidad local debería actuar para producir un cambio total de densidad desde cero hasta  $\rho$ . Tanto  $J$  como  $j$  serán números negativos en ausencia de inversiones en densidad. Nosotros los trataremos como números positivos en los cálculos de magnitudes derivados a partir de ellos, con lo cual  $Ri$  será un número positivo en (1.14) y (1.15).

Elegir una parametrización para  $K_v$  como una función de  $Ri$  no es tarea sencilla. Desde la primera parametrización propuesta por Munk y Anderson (1948) han habido numerosas variaciones como las de Pacanowski y Philander (1981), Ueda et al. (1981), Turner (1986) y Pelegrí y Csanady (1994). Todas ellas coinciden en la dependencia inversa del coeficiente  $K_v$  con  $Ri$ . Peters et al (1988) usaron medidas simultáneas de cizalladura y microestructura en la corriente Ecuatorial para obtener dos regímenes para  $K_v(Ri)$ . En este último caso se obtiene una función tipo Munk-Anderson para altos  $Ri$  y una función cuya dependencia sería  $K_v \sim Ri^{-9}$  para  $Ri$  bajos. Ésta última dependencia está de acuerdo con la condición teórica del desarrollo rápido de la mezcla en condiciones críticas. En la Figura 1.2 mostramos las diferentes formas de la función de  $K_v(Ri)$  según Pacanowski y Philander (1981), Peters et al. (1988) y Pelegrí y Csanady (1994).

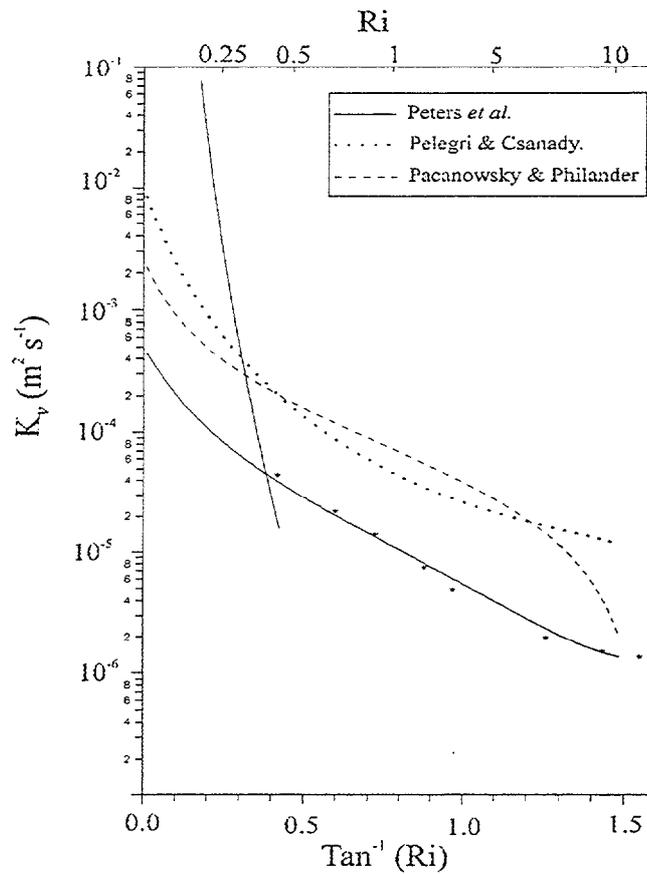


Figura 1.2: En esta figura se representa  $K_v$  en  $m^2/s$  frente a  $Ri$  según las diferentes parametrizaciones. Con línea continua se representa la de Peters et al (1988), con puntos la de Pelegri y Csanady (1994) y con trazos discontinuos la de Pacanowski y Philander (1981).

Para los cálculos que se realicen en el Capítulo 2 se utilizará una parametrización tipo Munk-Anderson para  $Ri > 0.33$  y una tipo Peters et al. (1988) para  $Ri \leq 0.33$ , quedándonos las siguientes expresiones para  $K_v$ :

$$K_v = \begin{cases} 1.1 \times 10^{-8} Ri^{-9.2} & , Ri \leq 0.33 \\ 2.6 \times 10^{-3} (1 + 10 Ri)^{-3/2} & , Ri > 0.33 \end{cases} \quad (1.16)$$

Esta selección produce una transición relativamente suave entre los regímenes bajos y altos de  $Ri$ , la cual tiene lugar a  $Ri = 0.33$ . Con estas expresiones para  $K_v$  podemos realizar el cálculo  $w_p$  a partir de la ecuación (1.13).

Hay que tener en cuenta que la estimación de  $w_p$  se ha realizado considerando la aproximación  $\nabla \cdot \mathbf{F} \approx \partial F_z / \partial z$ , lo que implica la siguiente desigualdad donde  $x$  es una coordenada en un dirección horizontal arbitraria:

$$\left| \frac{\partial}{\partial z} \left( K_v \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \right| \gg \left| \frac{\partial}{\partial x} \left( K_h \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \right| \quad (1.17)$$

En esta expresión  $K_h$  es el coeficiente de difusión turbulenta horizontal para la densidad. Valores típicos de  $K_h$  y  $K_v$  en la termoclina superior permanente son de  $3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  y  $1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , respectivamente (Ledwell et al., 1993). Para un cambio de densidad de  $1 \text{ Kg m}^{-3}$ , la escala horizontal sería de  $10^6 \text{ m}$  y la vertical de  $10^3 \text{ m}$ . Si sustituimos estos valores en los dos términos de la expresión (1.17) obtenemos que ambos serían del mismo orden ( $10^{-11} \text{ Kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ ) indicando que en la termoclina permanente la desigualdad (1.17) no se cumple y que la tendencia de la densidad podría ser controlada tanto por la convergencia/divergencia horizontal como por la vertical.

La desigualdad (1.17) si se cumple para zonas como los meandros en la Corriente del Golfo que estudiaremos en el Capítulo 2, lo que demostraremos a continuación. En estas regiones las isopícnas están altamente comprimidas y con pendientes que mantienen altos valores de cizalladura diapícnica. La relación (1.15) muestra que bajo estas condiciones  $Ri$  podría ser subcrítico, lo que significaría que capas bien estratificadas podrían ser dinámicamente inestables. Un valor típico para  $j$  en estas zonas es de  $10^5 \text{ m}$  que corresponde a escalas de densidad y profundidad de  $0.1 \text{ Kg m}^{-3}$  y  $10 \text{ m}$ , respectivamente. El valor de  $K_v$  para valores de  $Ri$  cercanos al valor crítico corresponderá a  $4 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , como se aprecia en la Figura 1.2. Con estos coeficientes obtenemos un valor para  $\partial F_z / \partial z$  de  $4 \times 10^{-7} \text{ Kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ , con valores aún mayores en regiones de  $Ri$  subcrítico debido a la dependencia  $K_v \sim Ri^{-9}$ .

El valor anterior de divergencia/convergencia vertical debe ser comparado con los valores de divergencia/convergencia horizontal en estas regiones. Para los valores típicos de  $K_h$  en estas zonas podemos utilizar el estimado por Ledwell *et al.* (1993), que utilizando gradientes horizontales de la densidad de  $0.6 \text{ Kg m}^{-3}$  sobre  $20 \text{ Km}$  conduce a  $\partial F_x / \partial x \approx 4 \times 10^{-9} \text{ Kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ . Una estimación similar podría ser obtenida usando gradientes horizontales medios de densidad de  $0.8 \text{ Kg m}^{-3}$  sobre  $200 \text{ Km}$  y un coeficiente  $K_h$  de  $250 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  calculado a

partir de distribuciones de propiedades escalares (Bower et al., 1985; Csanady y Hamilton, 1988). Estos valores darían como resultado que  $\partial F_x / \partial x$  fuera del orden de  $5 \times 10^{-9} \text{ Kg m}^{-3}$ , demostrando que ambas estimaciones serían del mismo orden y mucho menores que la obtenida para la convergencia/divergencia vertical de la densidad. Por lo tanto, la desigualdad (1.17) es válida para la región estudiada en el Capítulo 2 y podemos entonces derivar la tendencia de la densidad considerando sólo el gradiente vertical de la componente vertical de la divergencia de flujo de densidad turbulento de Reynolds,  $F_z$  (ecuación 1.12).

Estimando  $w_p$  a partir de (1.13) podríamos calcular la convergencia diapicna,  $\partial w_p / \partial \rho$ , sobre una determinada malla de puntos. La intensidad de la tendencia de la densidad revela el grado de intercambio de masa entre isopicnas adyacentes, mientras que la convergencia diapicna controla la separación entre las isopicnas. Esto se pone de manifiesto a través de la ecuación de conservación de masa en coordenadas isopicnas:

$$\frac{\partial J}{\partial t} + \frac{\partial(Ju)}{\partial x} + \frac{\partial(Jv)}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho J w_p)}{\partial \rho} = C \quad (1.18)$$

donde  $C$  es el resultado de los flujos de Reynolds horizontales de masa. Esta ecuación puede ser rescrita de la siguiente forma:

$$\frac{Dj}{Dt} = -j \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - j \frac{\partial w_p}{\partial \rho} + \rho C \quad (1.19)$$

donde  $D/Dt$  es el operador derivada material en coordenadas isopicnas y el término  $\partial u / \partial x + \partial v / \partial y$  corresponde a la convergencia epipicna. En las zonas de convergencia diapicna dominante, como el caso que nos va a ocupar en el Capítulo 2, se pueden despreciar tanto el término  $C$  como el epipicno quedando la expresión reducida a:

$$\frac{1}{j} \frac{Dj}{Dt} \approx - \frac{\partial w_p}{\partial \rho} \quad (1.20)$$

lo que implica que la separación entre dos isopicnas adyacentes se incrementará con la convergencia diapicna,  $\partial w_p / \partial \rho < 0$  y disminuirá con la divergencia diapicna,  $\partial w_p / \partial \rho > 0$ .

En la siguiente Sección trataremos con mayor profundidad la dinámica de la mezcla diapicna de la cual hemos dado algunos breves apuntes en esta Sección de cinemática.

### 1.3 Dinámica de la mezcla diapicna

A continuación trataremos los diversos mecanismos que pueden ser responsables de la mezcla diapicna. Prestaremos especial atención a las inestabilidades inducidas por cizalladura en el interior de un medio estratificado, que es el caso analizado en la Sección anterior.

#### 1.3.1 La ecuación de energía cinética turbulenta.

Un estudio simplificado de la dinámica de las capas superiores del océano se puede realizar con modelos monodimensionales bajo la suposición de homogeneidad horizontal (Kraus, 1977). Esto lleva consigo que los procesos de mezcla vertical dominen tanto frente a los de advección horizontal como a los de mezcla horizontal. Kraus (1977) y Niiler y Kraus (1977) han estudiado la importancia de los términos de mezcla turbulenta a través de la ecuación de energía cinética turbulenta media. Ésta se define por la relación:  $q^2 \equiv \overline{\vec{v}' \cdot \vec{v}'} + \overline{w'^2} = \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}$ , donde  $w'$  son las fluctuaciones de la componente vertical de la velocidad definida en la Sección anterior y  $\vec{v}'$  es el vector de las fluctuaciones de la velocidad horizontal cuyas componentes son  $u'$  y  $v'$ . La ecuación que establece la evolución temporal de la energía cinética turbulenta media será:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (q^2) = - \overline{w' \vec{v}'} \frac{\partial \tilde{\vec{v}}}{\partial z} + \overline{w' b'} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \left( \overline{w' (w'^2 + \vec{v}' \cdot \vec{v}')} + \rho^{-1} \overline{w' p'} \right) - \epsilon \quad (1.21)$$

donde  $p'$  y  $b'$  representan las fluctuaciones de la presión y de la flotabilidad, respectivamente. La flotabilidad instantánea se define a partir de la relación:  $b = g(\rho_o - \rho) / \rho_o$ , donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\rho$  la densidad instantánea y  $\rho_o$  la densidad de referencia. Como la densidad instantánea la podemos descomponer en dos términos:  $\rho = \tilde{\rho} + \rho'$ , del mismo modo

podemos descomponer  $b$  tal que:  $b = \tilde{b} + b'$ . De esta forma, las relaciones entre flotabilidad y densidad serían  $\tilde{b} = g(\rho_o - \tilde{\rho}) / \rho_o$  para el estudio de las variaciones lentas, y  $b' = g\rho' / \rho_o$  para el estudio de las fluctuaciones rápidas.

Analizando cada uno de los términos del segundo miembro de la ecuación (1.21) podemos determinar las fuentes y sumideros de la energía cinética turbulenta. El primer término puede interpretarse como el trabajo realizado por el término  $\overline{w'v'}$  sobre la cizalladura media del flujo. Este término generalmente es positivo representando una ganancia de la energía cinética turbulenta a costa de pérdida en la energía cinética del flujo medio. A este término lo podemos denominar producción de turbulencia por cizalladura.

El segundo término representa el ritmo de trabajo producido por la fuerza de flotabilidad. En una situación estable, con fluido más denso debajo del fluido más ligero, este término sería negativo representando el ritmo de energía cinética turbulenta perdida en la realización del trabajo en contra del gradiente de densidad estable. En la situación inversa de estratificación inestable este término es positivo siendo la fuente principal, en la mayoría de los casos, de la energía cinética turbulenta a expensas de la energía potencial media. Este último caso será estudiado brevemente en el apartado de otras fuentes de mezcla donde se tratará la convección térmica.

El tercer término de la ecuación representa la convergencia del flujo vertical turbulento, el cual transporta la energía de la velocidad turbulenta y las fluctuaciones de la presión. Este término representa, por lo tanto, la redistribución vertical de la energía cinética turbulenta, no contribuyendo a la generación o disipación de energía.

El cuarto y último término denominado con la letra  $\epsilon$  representa la tasa de disipación viscosa de la energía cinética turbulenta. En la estimación de este término se calculan las correlaciones de las derivadas horizontales de las fluctuaciones de la velocidad, de tal forma que los valores medios de los cuadrados y productos no se anulan. En determinadas circunstancias  $\epsilon$  puede ser del mismo orden que los términos de producción de turbulencia (Kundu, 1990).

En la Sección precedente habíamos determinado la cinemática de la mezcla diapicna considerando como término dominante la mezcla vertical en un fluido con un gradiente vertical de densidad media estable. Para el estudio de la dinámica de la mezcla diapicna en este contexto, el término fuente según la ecuación (1.21) sería el debido a la producción de turbulencia a partir de la cizalladura del flujo medio (primer término) y el término sumidero sería aquel que da cuenta del ritmo de energía cinética turbulenta empleado en vencer las fuerzas de flotabilidad impuestas por la estratificación estable (segundo término). Es ésta, por lo tanto, la situación más importante para el estudio que realizamos en los demás Capítulos de este trabajo y será comentada con más detalle en la Sección de mezcla diapicna por cizalladura interior. No obstante, discutiremos brevemente primero la mezcla diapicna inducida por el viento y su influencia en la termoclina superior.

### 1.3.2 Mezcla diapicna generada por el viento

Si estudiamos la acción del viento sobre la superficie del mar sin tener en cuenta la turbulencia y la estratificación, nos encontramos como solución del problema la clásica capa superficial de Ekman. El efecto de la turbulencia consistiría en mejorar la transferencia de momento en la capa a través de la viscosidad turbulenta que reemplazaría a la viscosidad molecular. Al considerar la estratificación imponemos que la turbulencia no sea isotrópica, con su intensidad dependiendo del grado de cizalladura entre las capas y del grado de estratificación entre otros factores. Una consecuencia de la turbulencia generada directa o indirectamente por el viento es la formación de una capa de mezcla en la zona superficial del océano. En esta Sección discutiremos brevemente dos mecanismos que pueden controlar la profundidad de esta capa de mezcla, directamente por la acción del viento en la superficie del océano o indirectamente al ocasionar la existencia de cizalladura en la base de la capa de mezcla.

Podemos distinguir dos regímenes para el cálculo de la tasa de intrusión de flujo desde la termoclina inferior hacia la capa de mezcla:

### Régimen de Turner:

El primero es debido a Turner y sus colaboradores (Turner y Kraus, 1967; Turner, 1973; Thompson y Turner, 1975). En su artículo original Turner y Kraus (1967) llevaron a cabo una serie de experimentos de laboratorio en fluidos con dos capas, sometiendo a la capa superior a una oscilación por medio de una retícula para la producción de energía cinética turbulenta a través de las tensiones producidas por ésta en el fluido. Esta turbulencia causada mecánicamente a alguna distancia de la interface se caracterizaba por una serie de remolinos, los cuales interactuaban con ella captando fluido estacionario de la capa inferior. Se produce entonces la entrada de fluido de la capa inferior sobre la superior con una determinada tasa de intrusión,  $w_E$ . Según los modelos de capa de mezcla, es de esperar que  $w_E$  en el régimen de Turner dependa de la velocidad y longitud de escala de la turbulencia. Otra variable importante es el *salto de flotabilidad*,  $b_s$ , a través de la interface, definido como  $b_s \equiv g(\rho_f - \rho_s) / \rho_o$ , donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\rho_s$  y  $\rho_f$  son las densidades de la capa superficial y de fondo, respectivamente, y  $\rho_o$  la densidad de referencia.

La energía cinética turbulenta transportada desde la zona de producción a la interface es consumida por el flujo de flotabilidad en la interface y la disipación turbulenta, ésta última deducida a partir de la ecuación de energía cinética turbulenta para un caso de generación de turbulencia estacionaria y velocidad media cero (Lumley y Panofsky, 1964). La velocidad de intrusión,  $w_E$ , se calcula a partir de su relación con el flujo de flotabilidad,  $F_B = -w_E b_s$ , con éste expresado en términos del flujo de energía cinética turbulenta mediante las escalas características de velocidad  $v_t$  y longitud  $l$ . Esto nos lleva a la relación empírica:

$$w_E = \frac{E v_t^3}{b_s l} \quad (1.22)$$

donde  $E$  es una constante empírica cuyo valor es aproximadamente 0.03.

La estimación de  $w_E$  depende de los valores escogidos para las escalas de la turbulencia,  $v_t$  y  $l$ . Igualando  $v_t$  a la velocidad de fricción generada por la tensión del viento,  $v^*$ , y relacionando  $l$  con la profundidad de la capa de mezcla  $h$  de la forma  $l = 0.11 h$ , obtenemos la siguiente relación para  $w_E$  (Deardorff, 1983):

$$w_E = \frac{0.32 v^{*3}}{b h} \quad (1.23)$$

Utilizando valores típicos:  $v^* = 0.01 \text{ m s}^{-1}$ ,  $b_s = 2 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$  y  $h = 10 \text{ m}$ , se obtiene que  $w_E$  será del orden de  $1.6 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$  (Csanady, 1990).

#### Régimen PRT:

El valor calculado para  $w_E$  en el régimen de Turner es pequeño debido a que para los cálculos de la velocidad de intrusión no se ha tenido en cuenta la cizalladura en la base de la capa de mezcla. Ya hemos comentado que en la ecuación de energía cinética turbulenta la cizalladura del flujo medio contribuye como una fuente de turbulencia. A este régimen donde se tiene en cuenta la cizalladura lo denominaremos el régimen PRT (Pollard, Rhines y Thompson, 1973). Antes que PRT investigaran sobre el efecto de la cizalladura, Ellison y Turner (1959) llevaron a cabo experimentos de laboratorio en este sentido estableciendo que se llegaba a alcanzar un valor de equilibrio de la profundidad de mezcla. Ellos determinaron que para una moderada cizalladura en la interface formada por una diferencia de velocidades de  $0.3 \text{ m s}^{-1}$ , se obtenía una velocidad de intrusión de  $w_E = 0.024 \text{ m s}^{-1}$ , mucho más grande que considerando sólo el régimen de Turner. PRT estudian en su artículo la evolución de la profundidad de la capa de mezcla generada por el viento utilizando el número de Richardson global  $Ri_o$ , el cual está definido para un sistema de dos capas con un salto de velocidades de  $\Delta v$  de acuerdo a la siguiente relación:

$$Ri_o = \frac{h b_s}{(\Delta v)^2} \quad (1.24)$$

con  $b_s$  y  $h$  manteniendo el mismo significado que en el régimen de Turner. PRT sugieren que los valores de  $\Delta v$  son mayores que las velocidades turbulentas definidas a través de  $v^*$  por la acción del viento. Trabajos posteriores en los que se han utilizado datos de campo sugieren un valor crítico para  $Ri_o$  del orden de 0.6 - 0.7 (Price *et al.*, 1978, 1986)

El mecanismo físico propuesto por Pollard, Rhines y Thompson (1973) para el mantenimiento de la velocidad de intrusión se basa en la transformación de energía cinética en

energía potencial en la base de la capa de mezcla, que coincide con la condición necesaria para el desarrollo de ondas interfaciales inestables en esta discontinuidad. El régimen de PRT es relevante para este trabajo por cuanto esencialmente corresponde al caso discreto (dos capas) del problema de transferencia diapicna de masa y energía inducida por cizalladura.

### 1.3.3 Mezcla generada por cizalladura interna.

En un fluido estratificado estable con cizalladura, lejos de la influencia de la capa de mezcla de la superficie y del fondo, los procesos de mezcla diapicna están gobernados en gran medida por las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz (Thorpe, 1971). Si estudiamos la energía cinética turbulenta media (consideramos sólo por simplicidad la componente  $\tilde{u}$  para la velocidad horizontal) obtenemos de (1.21) la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (q^2) = -\overline{w' u'} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} + \overline{w' b'} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \left( \overline{w' (u'^2 + v'^2 + w'^2)} + \rho^{-1} \overline{w' p'} \right) - \varepsilon \quad (1.25)$$

El flujo de flotabilidad,  $F_B$ , sería igual al término  $\overline{w' b'}$  y lo podemos relacionar con la componente vertical del flujo de densidad turbulenta de Reynolds,  $F_z = \overline{w' \rho'}$ , definido en la Sección de cinemática de la mezcla diapicna, a través de la relación:

$$F_B = \frac{-g F_z}{\rho} = \frac{-g \overline{w' \rho'}}{\rho} \quad (1.26)$$

Para el caso que nos ocupa de estratificación estable  $F_B$  será una cantidad negativa, actuando como un término sumidero de energía cinética turbulenta. El primer término de la ecuación en el segundo miembro, que da cuenta de la interacción entre el tensor de Reynolds y la cizalladura media, será una cantidad positiva por lo que producirá energía cinética turbulenta. El cociente entre estos dos términos define el número de flujo de Richardson,  $R_f$ :

$$R_f = \frac{-\overline{w' b'}}{-w' u' (\partial \tilde{u} / \partial z)} = \frac{-F_B}{-w' u' (\partial \tilde{u} / \partial z)} = \frac{\rho^{-1} g F_z}{-w' u' (\partial \tilde{u} / \partial z)} \quad (1.27)$$

El número de flujo de Richardson crítico idealmente es igual a uno y cumple la condición que la tasa de trabajo realizado por la cizalladura del flujo medio es igual a la transferencia en energía potencial a través del flujo de flotabilidad. Si  $R_f > 1$  entonces el efecto del flujo de flotabilidad es consumir energía turbulenta a un ritmo más rápido de la que es producida por la cizalladura del flujo medio. Sin embargo, debido al término de disipación  $\varepsilon$  en (1.25), el número de flujo de Richardson crítico,  $R_{fcr}$ , es considerablemente menor que uno. Experimentos llevados a cabo por Panosfky y Dutton (1984) determinaron un  $R_{fcr} \approx 0.25$ . Esto significa que si al hacer medidas en el fluido estratificado obtuviéramos un  $R_f$  mayor que 0.25 encontraríamos un decaimiento temporal de la turbulencia. Para un  $R_f$  negativo estaríamos en la situación de fluidos estratificados inestables que comentaremos en el apartado de otras fuentes de mezcla diapirna.

La relación entre  $Ri$  y  $R_f$  la podemos establecer utilizando los coeficientes de difusión turbulenta vertical para la densidad,  $K_v$ , y para el momento,  $K_m$ , obteniendo las siguientes relaciones:

$$\overline{-w' \rho'} = K_v \frac{d\tilde{\rho}}{dz}, \quad \overline{-w' u'} = K_m \frac{d\tilde{u}}{dz} \quad \Rightarrow \quad Ri = \frac{K_m}{K_v} R_f \quad (1.28)$$

donde el cociente  $K_m/K_v$  se denomina número de Prandtl turbulento, el cual determina la eficiencia relativa de los intercambios turbulentos verticales de momento y densidad. Para un medio con estratificación estable el intercambio de propiedades en la dirección vertical se reduce. En este caso, sin embargo, el intercambio de momento se reduce menos que el de densidad ya que también puede llevarse a cabo por medio de ondas internas generadas por las inestabilidades. Esto lleva consigo un número de Prandtl mayor que uno, lo que conduce a la conclusión (ecuación 1.28) que la turbulencia puede permanecer incluso con  $Ri > 0.25$ . Sobre este tema podemos ver los trabajos de Bradshaw y Woods (1978) y Turner (1981).

Cuando la turbulencia es estacionaria y homogénea, la ecuación (1.25) se reduce a un balance entre la producción por cizalladura y la destrucción por el flujo de flotabilidad y por la disipación turbulenta:

$$-\overline{w'u'} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} = -\overline{w'b'} + \varepsilon \quad (1.29)$$

Los procesos de transferencia de densidad debidos a los flujos turbulentos, mantenidos por la cizalladura del campo medio de velocidades, determinarán entonces la morfología de la termoclina. Los primeros trabajos sobre la estructura fina de la termoclina se deben a Woods (1968) y a Grant *et al.* (1968) los cuales observaron en la termoclina una secuencia de capas bien mezcladas (varios metros de grosor) separadas por escalones estratificados que se extendían sobre escalas de decímetros. Estos escalones mostraban inversiones que Woods (1968) identificó como inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. Sucesivamente cada evento de mezcla produciría nuevos escalones por encima y por debajo del escalón inicial. Observaciones posteriores pusieron de manifiesto una estructura más compleja para la termoclina, la cual es debido a la multiplicidad de los mecanismos de mezcla involucrados. Esta estructura de la termoclina está formada por fluctuaciones verticales a escalas mayores que las escalas disipativas y menores que el grosor de la termoclina. Las escalas más importantes se sitúan en el rango comprendido entre unos pocos metros y 20 m. En esta escala las causas más importantes que producen modificaciones reversibles de las estructuras son los esfuerzos producidos por ondas internas, mientras que las deformaciones irreversibles se deben a los procesos de mezcla (Desaubies y Gregg, 1981).

Phillips (1972) sugirió un mecanismo para la formación de la estructura fina de la termoclina. Se basa en que pequeñas perturbaciones en un perfil de densidad bien estratificado crecerían con el tiempo si un incremento local en el gradiente de densidad vertical es acompañado por la disminución del coeficiente vertical de difusión turbulenta de densidad,  $K_v$ . El flujo de densidad turbulento sería entonces más pequeño con el incremento de la estratificación, produciendo divergencia vertical de la densidad donde las perturbaciones de la densidad fueran negativas. De esta forma, estas perturbaciones se convertirían en pasos bien definidos hasta que el flujo de densidad turbulento sea igual en las partes bien mezcladas y en las bien estratificadas resultando una estructura en forma de escalera.

Por otro lado Linden (1979, 1980) realizó experimentos de laboratorio basados en la generación de mezcla diapirica utilizando retículas oscilantes para producir perturbaciones en las interfaces y encontró resultados que corroboran el mecanismo de Phillips. Ivey e Imberger

(1991) han encontrado resultados similares en sus experimentos con retículas oscilantes, definiendo un número de Richardson expresado en términos de la escala de la velocidad turbulenta característica. Experimentos de laboratorio efectuados por Ruddick *et al.* (1989) y Park *et al.* (1994) utilizando mallas de varillas verticales para la generación de la mezcla, han resultado en la formación de escalones de densidad. Cálculos numéricos llevados a cabo por Barenblatt *et al.* (1993) y Kranenburg (1996) corroboran también el mecanismo propuesto por Phillips, con modificaciones en el tiempo finito de evolución de la turbulencia.

Un mecanismo alternativo que reproduce la estructura en escalera de la termoclina, así como la intermitencia de los procesos de mezcla, es el propuesto por Pelegrí y Sangrà (1997). El mecanismo está basado en la generación de zonas críticas debido al acercamiento o cambio de pendiente de las isopicnas durante un proceso de frontogénesis. Esto produce inestabilidades de Kelvin-Helmholtz debido a que  $Ri$  se hace subcrítico, tanto debido a una reducción de  $J$  como a un incremento en la cizalladura diapicna (ecuación 1.15). Utilizando el marco de las coordenadas isopicnas se puede expresar el flujo vertical de densidad como inversamente proporcional al número de  $Ri$  y a la cizalladura diapicna. Para el caso de cizalladura diapicna constante, el flujo vertical de densidad será mayor en las zonas más estratificadas. De esta forma, estas zonas se convertirán en zonas bien mezcladas, formando en la parte superior y en la inferior un aumento de la estratificación que evolucionará hasta producir una estructura tipo escalera. La importancia de este mecanismo radica en identificar claramente a la cizalladura en las interfaces de densidad como el agente de producción de energía cinética turbulenta.

#### 1.3.4 Mezcla diapicna generada por otras fuentes.

En el estudio de la dinámica de la mezcla diapicna hemos analizado la producción de mezcla en fluidos estratificados de forma estable. Según la ecuación de energía cinética turbulenta, en estos casos el flujo de flotabilidad actuaría consumiendo energía turbulenta proporcionada por el término de cizalladura para elevar fluido más denso y descender fluido

más ligero. En el caso de un fluido sometido a procesos que produzcan convección térmica, el flujo de flotabilidad será la mayor fuente para la generación de energía cinética turbulenta. Si nos fijamos en la ecuación (1.25), el término  $F_B = \overline{w'b'}$  sería ahora positivo indicando un flujo de flotabilidad hacia arriba. Un ejemplo de convección térmica se produciría con un enfriamiento de la superficie del océano. De esta forma se generaría fluido más denso sobre fluido más ligero produciendo una estratificación inestable. Este proceso produciría un flujo de flotabilidad positivo en la zona superior de la capa de mezcla e intrusión de agua en las partes inferiores debido al flujo negativo de flotabilidad del fondo. La velocidad de intrusión se estimaría con la siguiente expresión (Caughey, 1982 ; Csanady, 1990):

$$w_E = \frac{0.2 F_{BS}}{b} \quad (1.30)$$

donde  $F_{BS}$  es el flujo de flotabilidad en superficie y  $b$  es el salto de flotabilidad en la interface de la capa de mezcla. De esta ecuación se obtiene que el flujo de flotabilidad justo sobre la interface,  $bw_E$ , es el 20 % del flujo de flotabilidad en superficie. La explicación física descansa en el hecho que el flujo de flotabilidad en superficie es la fuente de energía cinética turbulenta.

Otro proceso de mezcla diapirica es el debido a la doble difusión. Este proceso, sugerido por Stommel et al. (1956) y explicado dinámicamente por Stern (1960), se debe a que el coeficiente de difusividad para la sal en el agua es unas cien veces menor que el coeficiente de difusión (o conductividad) térmica. Como la salinidad y la temperatura realizan contribuciones opuestas al gradiente vertical de la densidad, este proceso puede producir inestabilidades aunque el sistema esté estratificado de forma estable. Para el caso en el cual la temperatura y la sal disminuyan con la profundidad, un elemento de fluido desplazado hacia arriba seguiría subiendo continuamente hacia la superficie. Esto se debe a que este elemento equilibra su temperatura con el medio circundante más rápidamente que el contenido en sal, debido a la diferencia en los coeficientes de difusión. Este proceso causaría que el elemento de fluido desplazado fuera siempre menos denso que el medio y las fuerzas de flotabilidad harían que ascendiera por la columna de agua. Para elementos de fluido desplazados hacia abajo

ocurriría exactamente la situación opuesta. El fenómeno es usualmente descrito como “dedos de sal” debido a la forma en que aparecen estas inestabilidades.

Otro caso interesante de la doble difusión es la posible aparición de inestabilidades oscilantes en aquellas regiones donde la salinidad y la temperatura aumenten con la profundidad, de forma tal que la densidad aumenta con la profundidad. De esta forma, un elemento de fluido que se desplace hacia arriba perderá el calor pero no la sal quedando más denso que el medio que lo rodea, volviendo hacia a su posición inicial y sobrepasándola de forma que se genera una oscilación donde las fuerzas de flotabilidad actúan como fuerzas recuperadoras. Estas oscilaciones producen un número de capas convectivas bien mezcladas en el seno del fluido estratificado, con el perfil de densidad presentando una estructura en forma de escalera (Turner, 1973).

En las siguientes Secciones estudiaremos los sistemas frontales en coordenadas cartesianas haciendo hincapié en la cinemática de la frontogénesis. En la última Sección trataremos las ecuaciones del sistema frontal en balance geostrófico y en coordenadas isopícnas, que proporcionan el marco más apropiado para el estudio de los procesos de transferencia de masa diapícnica.

#### 1.4 Sistemas frontales oceánicos y atmosféricos

La distribución de los campos de masa en el océano es el resultado de su advección y difusión, y su modificación por diversos mecanismos forzantes, tales como los flujos de calor y esfuerzos cortantes producidos por el viento. En algunas ocasiones estas distribuciones se modifican de manera tal que se intensifican notablemente los gradientes de densidad, formando estructuras que denominamos sistemas frontales. Estas estructuras mesoescalares y a gran escala están en términos generales en equilibrio cercano al geostrófico y pueden persistir un tiempo considerablemente largo, lo que los hace rasgos comunes en el océano.

Un sistema frontal es una región donde existen dos escalas de longitud muy diferenciadas. En una dirección perpendicular al frente la escala de longitud es comparable

con el radio interno de deformación de Rossby,  $R$ , mientras que en la otra dirección la escala de longitud es mucho mayor. Otra característica de un frente es la presencia de notables cambios horizontales de flotabilidad y velocidad, pudiendo aumentar considerablemente estos gradientes en un tiempo finito (*frontogénesis*). El radio de deformación,  $R$ , depende de la estratificación y del parámetro de Coriolis, lo que hace a la rotación crucial para la existencia de una zona frontal.

Sea el siguiente caso expresado en la Figura 1.3 (Cushman-Roisin, 1994) donde se considera inicialmente (Figura 1.3a) una capa superior de fluido a una densidad más baja,  $\rho_1$ , que el fluido circundante,  $\rho_0$ . Si el sistema no estuviera sometido a la rotación terrestre, la capa de fluido más ligero con el tiempo se extendería hacia el infinito. Debido a la rotación, sin embargo, se alcanza el estado estacionario de la Figura 1.3b.

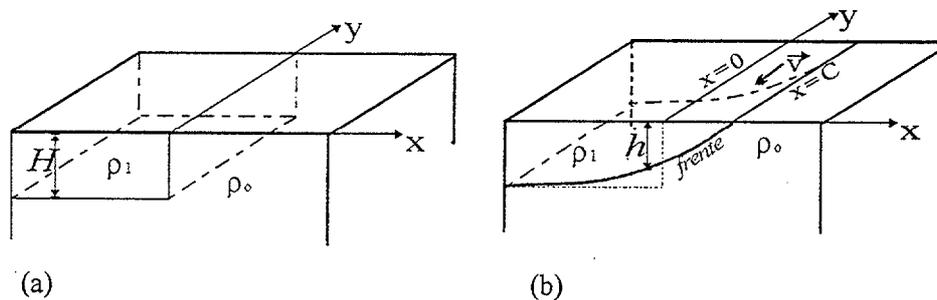


Figura 1.3: Una capa de fluido de densidad  $\rho_1$  sobre un medio de densidad  $\rho_0$  en el estado inicial (a) y en un tiempo posterior tal que se alcanza el ajuste geostrófico (b).

Para estudiar el proceso antes descrito, utilizando la aproximación de balance geostrófico, emplearemos un modelo de gravedad reducida en el plano f (Cushman-Roisin, 1994). En este modelo despreciamos los términos friccionales y consideramos que el movimiento de la capa superior depende de la inclinación de la interface y de la gravedad reducida, la cual viene dada por la relación:  $g' = g\Delta\rho/\rho_0$ . Siguiendo la Figura 1.3a definimos  $\Delta\rho$  como la diferencia entre la densidad del fluido inferior (el medio) y de la capa superior,  $\Delta\rho = \rho_0 - \rho_1$ . Las ecuaciones generales para el modelo de gravedad reducida serían:

$$\frac{Du}{Dt} - fv = -g' \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1.31)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + fu = -g' \frac{\partial h}{\partial y} \quad (1.32)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0 \quad (1.33)$$

donde  $h$  corresponde con el grosor de la capa de fluido de densidad  $\rho_1$ . Estas ecuaciones presentan un sistema no lineal que no puede ser resuelto analíticamente. Para el caso en que no exista variaciones en la dirección  $y$ , suponiendo estado estacionario (una vez que el proceso de ajuste geostrófico haya ocurrido) y despreciando los términos advectivos en la dirección transversal al frente (número de Rossby pequeño), obtenemos las siguientes ecuaciones en balance geostrófico:

$$-fv = -g' \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1.34)$$

$$fu = 0 \quad (1.35)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} = 0 \quad (1.36)$$

Con las mismas aproximaciones la vorticidad potencial tiene la forma::

$$q = \frac{f + \partial v / \partial x}{h} \quad (1.37)$$

El objetivo ahora es conectar el estado inicial con el estado final suponiendo que la vorticidad potencial se conserva. De esta manera partimos de las condiciones iniciales  $v = 0$  y  $h = H$  con vorticidad potencial  $q$  igual a  $f/H$ . En cualquier instante posterior  $q$  debe permanecer constante, dando la siguiente igualdad:

$$\frac{f}{H} = \frac{f + \partial v / \partial x}{h} \quad (1.38)$$

Las ecuaciones de momento (1.34) y (1.35) junto con la ecuación (1.38) cierran el sistema de ecuaciones para el balance geostrófico. Las soluciones para  $h$  y  $v$  calculadas de estas ecuaciones son:

$$h = H \left[ 1 - \exp\left(\frac{x-C}{R}\right) \right] \quad (1.39)$$

$$v = -\sqrt{g'H} \exp\left(\frac{x-C}{R}\right) \quad (1.40)$$

donde  $R$  es el radio interno de deformación de Rossby,  $R = \sqrt{g'H} / f$ , y  $C$  es la coordenada  $x$  que localiza la intersección de la interface de las dos capas con la superficie (Figura 1.3b), la cual es igual a  $R$  al imponer conservación de volumen. Esto significa que la distancia máxima de extensión del agua más ligera corresponde con el radio interno de deformación.

Cambiando las condiciones iniciales se pueden generar varios tipos de frentes en ajuste geostrófico. Ou (1984) utilizó la condición de ajuste geostrófico para un fluido continuamente estratificado y demostró que si las condiciones iniciales están lejos del equilibrio, las discontinuidades en densidad pueden espontáneamente emerger durante el proceso de ajuste. Realizando un estudio energético del balance geostrófico Cushman-Roisin (1994) demuestra que el estado de mínima energía es el estado geostrófico, permaneciendo esta conclusión válida para sistemas multicapa siempre que se mantenga la uniformidad en una dirección horizontal. Este resultado explica porque los flujos geofísicos comúnmente adoptan un balance cercano al geostrófico.

Hoskins y Bretherton (1972) realizaron un análisis dinámico de un sistema frontal atmosférico bajo la aproximación de balance geostrófico. Ellos resolvieron el problema considerando vorticidad potencial uniforme y la aproximación de Boussinesq, despreciando los efectos de fricción superficial. Los resultados de su análisis les llevaron a considerar que el balance geostrófico en la dirección transversal al frente es una aproximación válida. Sin

embargo, la aceleración que se produce en la dirección tangencial al frente puede llegar a ser importante, con lo que el balance geostrófico en esta dirección no sería adecuado.

### 1.5 Cinemática de la frontogénesis

Una descripción cualitativa del proceso de frontogénesis puede ser obtenida a través de un análisis cinemático. Por lo tanto, en esta Sección nos centraremos en estudiar la geometría de los flujos sin hacer referencia a las causas que los producen. Podemos distinguir cuatro mecanismos de deformación básicos responsables de los cambios de los gradientes de densidad en el océano y de la formación de zonas frontales (Holton, 1979): deformación horizontal, cizalladura horizontal, deformación vertical y movimientos verticales diferenciales (Figura 1.4).

Además de estos mecanismos también pueden ser relevantes los procesos de turbulencia y mezcla, los cuales pueden suavizar los gradientes en una región aumentándolos en los bordes de la misma (Hoskins y Bretherton, 1972).

El campo de deformación horizontal es un mecanismo clásico para la frontogénesis postulado por Bergeron (1928). Este campo causa la advección del campo de densidades con un eje de dilatación (el eje X en la Figura 1.4a) y un eje de contracción (el eje Y en la Figura 1.4a). Los campos de velocidades de esta deformación pura pueden ser representados por la función de corriente,  $\psi = -\alpha xy$ , donde  $\alpha$  es una constante. De esta definición se verifica fácilmente que el campo de velocidades es irrotacional y no divergente. Un elemento de fluido advectado sufriría sólo un cambio de forma en el tiempo manteniendo constante el área horizontal. En el caso atmosférico, la deformación horizontal cumple un papel importante en el desarrollo de frentes cálidos.

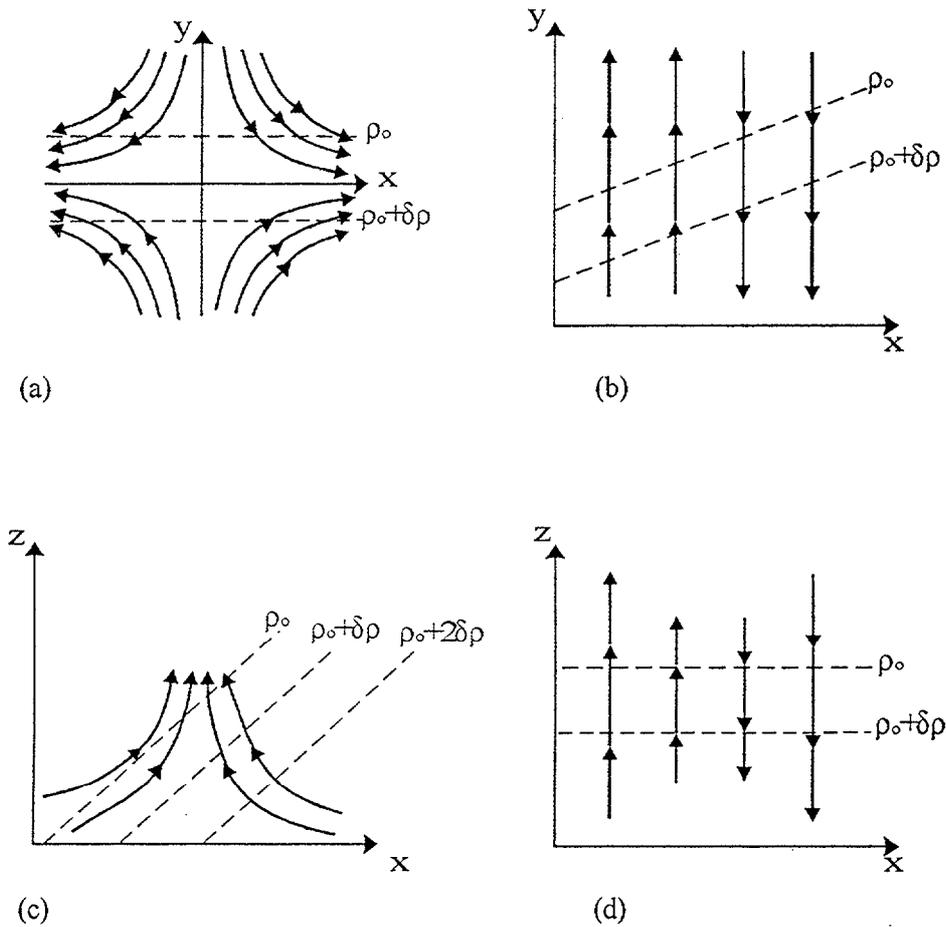


Figura 1.4: a) deformación horizontal, b) cizalladura horizontal, c) deformación vertical, y d) movimientos verticales diferenciales. (Adaptada de Hoskins y Bretherton, 1972; Holton, 1979).

El campo de deformación por cizalladura horizontal produce una alargamiento del elemento de fluido a lo largo del eje de cizalladura (eje Y, Figura 1.4b) y una contracción del elemento a lo largo de la dirección perpendicular al eje de cizalladura (eje X, Figura 1.4b). El resultado provocado por este campo de deformación es la concentración del campo de densidades a lo largo de la línea de máxima cizalladura. Este mecanismo de frontogénesis es importante para la formación de frentes fríos en la atmósfera.

Los mecanismos de deformación horizontal y de cizalladura horizontal usualmente no son los únicos mecanismos de la creación de intensos gradientes durante la frontogénesis (Holton, 1979). La rápida reducción en la escala horizontal con frecuencia se debe al carácter

del campo de deformación vertical asociado con la circulación secundaria en estructuras mesoescalares. Este flujo ageostrófico (Figura 1.4c) se establece para permitir que la aceleración del flujo zonal mantenga el balance geostrófico en los procesos de confluencia, en los que una componente de la deformación horizontal se suma al flujo zonal medio.

Los movimientos verticales diferenciales (Figura 1.4d) tienden a debilitar el frente debido a los cambios adiabáticos de la temperatura (cambios de flotabilidad en el caso oceánico), que producen un calentamiento en la parte fría del frente y un enfriamiento en la parte cálida.

## 1.6 Modelo frontal cuasigeostrófico

Una teoría aproximada para estudiar la interacción entre los cambios de flotabilidad y los campos de velocidades es la teoría cuasigeostrófica. En ella se considera el caso de números de Rossby pequeños y se desarrolla las variables dependientes en series asintóticas en términos de este número (Pedlosky, 1979; Hoskins, 1982). De esta forma consideramos efectos ageostróficos como la aceleración de la velocidad a lo largo del frente, ya comentado en el apartado anterior. En la discusión que sigue del modelo frontal cuasigeostrófico nos centraremos básicamente al desarrollo de Hoskins (1982). Consideremos de nuevo el caso en que el sistema frontal se extiende en la dirección  $y$ . Las ecuaciones para la componente  $y$  del momento y para la flotabilidad son:

$$D_g v_g + f u_a = 0 \tag{1.41}$$

$$D_g b + N^2 w_a = 0$$

dónde el flujo geostrófico viene determinado por las ecuaciones:

$$f u_g = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (1.42)$$

$$f v_g = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

En estas ecuaciones  $u_a = u - u_g$  es el flujo ageostrófico en la dirección  $x$ ,  $b \equiv \partial \Phi / \partial z$ ,  $D_g$  es el operador derivada temporal teniendo en cuenta sólo la velocidad geostrófica ( $D_g = \partial / \partial t + u_g \partial / \partial x + v_g \partial / \partial y$ ),  $N(z)$  es la frecuencia de Brunt-Väisälä (*frecuencia de flotabilidad*) y  $\Phi$  es el campo geopotencial. Sabemos que  $v_g$  y  $b$  están relacionados por la ecuación de viento térmico de la forma:

$$f \frac{\partial v_g}{\partial z} = \frac{\partial b}{\partial x} \quad (1.43)$$

Teniendo en cuenta (1.43), de las ecuaciones (1.41) se derivan las expresiones:

$$D_g \left( \frac{\partial b}{\partial x} \right) = Q_g - N^2 \frac{\partial w_a}{\partial x} \quad (1.44)$$

$$D_g \left( f \frac{\partial v_g}{\partial z} \right) = -Q_g - f^2 \frac{\partial u_a}{\partial z} \quad (1.45)$$

donde  $Q_g$  viene dado por la siguiente relación:

$$Q_g = -\frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial b}{\partial y} \quad (1.46)$$

Estas dos últimas relaciones nos dan información sobre los factores que intervienen en la desestabilización de la ecuación de balance de viento térmico (1.43). El campo de velocidades geostróficas ( $u_g$ ,  $v_g$ ) actúa a través del término  $Q_g$  desajustando el balance de viento térmico al cambiar los dos miembros de la ecuación con cantidades de igual magnitud

pero con signo opuesto. El campo de velocidades ageostróficas ( $u_a, w_a$ ) actúa de forma contraria, tendiendo a mantener el balance de viento térmico.

Usando este desarrollo sobre la dinámica de la frontogénesis podemos extraer una visión más clara de este proceso. En el caso de la Figura 1.5 aparece un gradiente positivo de  $b$  con respecto a  $x$ , el cual se encuentra en balance con la cizalladura vertical positiva de  $v_g$ . Supongamos que el campo de velocidades geostrófico tiende a incrementar  $\partial b/\partial x$  a través de un valor de  $Q_g$  positivo, tal como muestra la convergencia representada en la Figura 1.5b. Los valores de  $Q_g$  positivos harían decrecer la cizalladura vertical  $\partial v_g/\partial z$  según (1.45), de forma que el balance de viento térmico (1.43) debería mantenerse a través de movimientos ageostróficos ( $\partial w_a/\partial x$  positivo y  $\partial u_a/\partial z$  negativo). De las ecuaciones (1.41) se obtiene la influencia de los valores negativos y positivos de  $u_a$  y  $w_a$  en el incremento y decrecimiento de  $b$  y  $v_g$ .

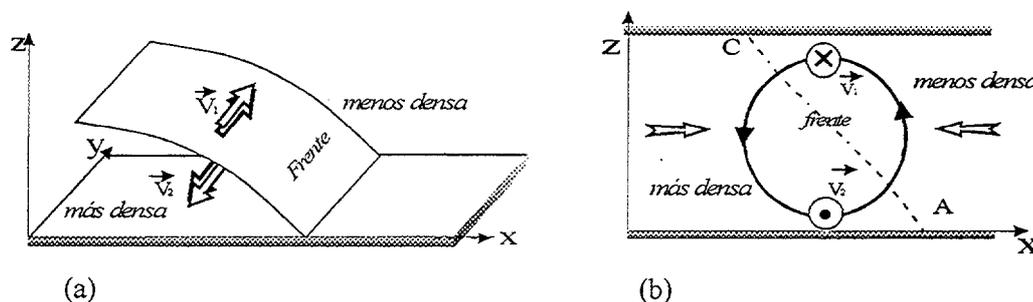


Figura 1.5: Sistema frontal que cumple la relación de viento térmico (a), sometido a un proceso de frontogénesis generado por convergencia a gran escala (señalada con flechas) en la dirección  $x$  (b). La circulación ageostrófica circular resultante es mostrada en (b). Las figuras (a) y (b) han sido adaptadas de Cushman-Roisin (1994) y Hoskins (1982) respectivamente.

Los trabajos realizados por Stone (1966), Williams y Plotkin (1968) y Williams (1968) se basan en modelos de deformación simple bajo la hipótesis de la teoría cuasigeostrófica. Los resultados obtenidos muestran el crecimiento de los gradientes, especialmente cerca de los contornos sólidos, mientras que lejos de éstos el campo de flujo

ageostrófico impide que la escala de longitud horizontal del campo  $b$  sea inferior al radio externo de deformación de Rossby.

La teoría cuasigeostrófica sugiere cualitativamente otros resultados, tales como la intensificación de la pendiente del sistema frontal (de A a C en la Figura 1.5) y la formación de intensos frentes superficiales. Además, explicita la importancia de los contornos ya que sin ellos los campos ageostróficos actuarían de forma que no permitirían la formación de grandes gradientes.

Una teoría de frontogénesis menos restrictiva que la teoría cuasigeostrófica es la teoría semigeostrófica. En ella se tiene en cuenta la advección producida por el campo ageostrófico dando lugar a las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\frac{Dv_g}{Dt} + fu_a &= 0 \\ \frac{Db}{Dt} &= 0\end{aligned}\tag{1.47}$$

donde el operador  $D/Dt$  es la derivada material temporal total teniendo en cuenta también la advección geostrófica:  $D/Dt = \partial/\partial t + (u_g + u_a)\partial/\partial x + (v_g + v_a)\partial/\partial y + w_a\partial/\partial z$ .

Las teorías descritas proporcionan una idea adecuada de los principales mecanismos de frontogénesis en la atmósfera y el océano. En estas teorías no aparecen explícitos los procesos de mezcla aunque si están implícitos en la existencia de las velocidades ageostróficas que modifican (pero no transportan) el campo de densidades. En estas teorías también aparece claramente la existencia de intensa cizalladura diapicna en zonas altamente comprimidas en el campo de densidades que, tal como discutimos en Secciones anteriores, serían responsables de los procesos de mezcla diapicna y podrían sostener el campo de velocidades ageostróficas.

Nuestro objetivo en la siguiente Sección será examinar la intensidad de la tendencia de la densidad en sistemas frontogénicos y obtener una primera valoración de la importancia de

los procesos de mezcla inducida por cizalladura diapirica, tanto en la transferencia de masa en la dirección vertical como en la deformación que localmente ocasionan en la estructura del sistema frontal.

### 1.7 Modelo frontal en coordenadas isopícnas

Después del desarrollo realizado en las Secciones anteriores sobre la cinemática y dinámica de la frontogénesis, enfocamos ahora nuestro interés en la incorporación de los procesos de transferencia diapirica en la dinámica del sistema frontal. Esto lo vamos a realizar transformando las ecuaciones de momento y de conservación de masa del sistema de coordenadas cartesianas al sistema de coordenadas isopícnas. Ya hemos comentado en la Sección 1.2 como la profundidad  $z$  pasaba de ser una coordenada independiente en el sistema cartesiano a ser una función de  $z(t,x,y,\rho)$  en el sistema de coordenadas isopícnas, con la densidad potencial  $\rho$  ahora como coordenada independiente. El jacobiano de la transformación sería la magnitud  $J$  definida como  $\partial z / \partial \rho$ , magnitud ya introducida en la Sección 1.2.

Escribamos primero las expresiones generales de transformación de las derivadas de una función arbitraria  $r(t,x,y,\rho(x,y,z,t))$  de coordenadas cartesianas a coordenadas isopícnas (Dutton, 1986; Cushman-Roisin, 1994):

$$\left. \frac{\partial r}{\partial t} \right|_z = \left. \frac{\partial r}{\partial t} \right|_\rho + \left. \frac{\partial r}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_z \quad (1.48)$$

$$\left. \frac{\partial r}{\partial x} \right|_z = \left. \frac{\partial r}{\partial x} \right|_\rho + \left. \frac{\partial r}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right|_z \quad (1.49)$$

$$\left. \frac{\partial r}{\partial y} \right|_z = \left. \frac{\partial r}{\partial y} \right|_\rho + \left. \frac{\partial r}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right|_z \quad (1.50)$$

$$\frac{\partial r}{\partial z} = \frac{\partial r}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{1}{J} \frac{\partial r}{\partial \rho} \quad (1.51)$$

La interpretación geométrica de la ecuación (1.49) la podemos realizar considerando las derivadas de la función  $r$  como cocientes de incrementos entre puntos muy cercanos, los cuales son representados en la Figura 1.6. Las expresiones que dan lugar las derivadas de la ecuación (1.49) serían:

$$\left. \frac{\partial r}{\partial x} \right|_z \rightarrow \frac{r(B) - r(A)}{\Delta x} \quad (1.52)$$

$$\left. \frac{\partial r}{\partial x} \right|_p + \left. \frac{\partial r}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right|_z \rightarrow \frac{r(C) - r(A)}{\Delta x} + \frac{r(B) - r(C)}{\Delta \rho} \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \quad (1.53)$$

poniendo de manifiesto la igualdad entre la expresión (1.52) y (1.53) tal como indica (1.49).

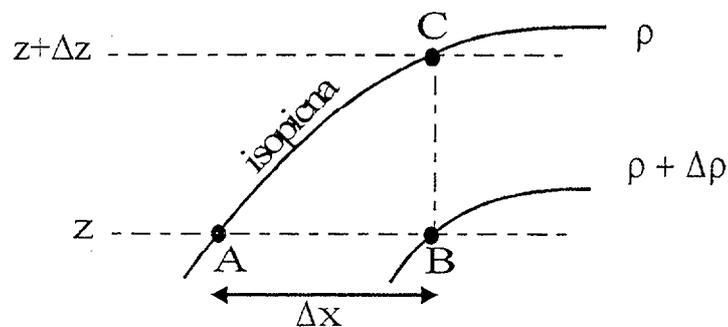


Figura 1.6: Representación de dos superficies isopicas  $\rho$  y  $\rho + \Delta \rho$  en el sistema  $(z, x)$  para la interpretación de la ecuación (1.49).

Con las relaciones (1.48) a (1.51) podemos transformar las ecuaciones horizontales de momento del sistema de coordenadas cartesianas al sistema de coordenadas isopicas, obteniéndose las siguientes ecuaciones (Dutton, 1986; Pelegrí y Csanady, 1994):

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{x,y,\rho} + u \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{t,y,\rho} + v \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{t,x,\rho} + w_\rho \left. \frac{\partial u}{\partial \rho} \right|_{t,x,y} - f v = - \left. \frac{\partial \phi_m}{\partial x} \right|_{t,y,\rho} + A \quad (1.54)$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_{x,y,\rho} + u \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{t,y,\rho} + v \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{t,x,\rho} + w_\rho \left. \frac{\partial v}{\partial \rho} \right|_{t,x,y} + f u = - \left. \frac{\partial \phi_m}{\partial y} \right|_{t,x,\rho} + B \quad (1.55)$$

donde  $w_\rho$  es la tendencia de la densidad definida en la ecuación (1.6),  $A$  y  $B$  son las componentes horizontales resultantes de todos las fuerzas disipativas, y  $\phi_m$  es un potencial definido como:

$$\phi_m = \frac{p}{\rho} + gz \quad (1.56)$$

que denominaremos potencial de Montgomery (Montgomery, 1937). Además de estas ecuaciones tendríamos en la dirección vertical el balance hidrostático:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{t,x,y} = -\rho J g \quad (1.57)$$

La ecuación de conservación de masa desarrollada en la Sección 1.2 se expresaría con la siguiente ecuación:

$$\frac{Dj}{Dt} = -j \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - j \frac{\partial w_\rho}{\partial \rho} + \rho C \quad (1.58)$$

donde  $C$  es el resultado del flujo de masa de Reynolds horizontal,  $j$  el índice de separación y el operador  $D/Dt$  expresa el cambio material en el sistema de coordenadas isopínicas. Esta última ecuación muestra que  $j$  cambia debido a la convergencia o divergencia del flujo en las direcciones epipínicas y diapínicas.

Si despreciamos los flujos de masa de Reynolds horizontales,  $C$ , y las componentes horizontales de todas las fuerzas disipativas,  $A$  y  $B$ , las ecuaciones (1.54), (1.55), (1.57) y (1.58) las podríamos expresar de la siguiente manera (Pelegrí y Csanady, 1994):

$$\frac{du}{dt} + w_p \frac{\partial u}{\partial p} - f v = -\frac{\partial \phi_m}{\partial x} \quad (1.59)$$

$$\frac{dv}{dt} + w_p \frac{\partial v}{\partial p} + f u = -\frac{\partial \phi_m}{\partial y} \quad (1.60)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = -\rho J g \quad (1.61)$$

$$\frac{Dj}{Dt} = -j \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - j \frac{\partial w_p}{\partial p} \quad (1.62)$$

donde el operador  $d/dt$  calcula la derivada material a lo largo de las isopicnas ( $\rho$  constante). Estas ecuaciones en coordenadas isopicnas nos permiten realizar el estudio de un sistema frontal considerando la mezcla diapicna. En el Capítulo 3 desarrollaremos un modelo de frontogénesis con mezcla diapicna y utilizaremos este sistema de ecuaciones considerando la acción de un campo de deformación pura sobre un sistema frontal en balance geostrófico.

## Capítulo 2

# Mezcla diapicna en meandros de la corriente del Golfo



### 2.1 Introducción

Hemos realizado el estudio de la mezcla diapicna en meandros de la Corriente del Golfo con datos proporcionados por John Bane de la Universidad de Carolina del Norte, Estados Unidos. Estos datos consisten en 28 secciones de AXBT (“Aircraft-Deployed Expendable Bathythermograph”) localizadas al norte de Blake Plateau, entre 31°- 35° N y 79°- 75° O, y obtenidas en 5 vuelos durante un período de ocho días en el mes de febrero de 1979. Con estas medidas de profundidad y temperatura, y utilizando una curva T-S estándar para la zona (Armi y Bray, 1982) hemos obtenido las densidades potenciales. Realizamos la transformación de coordenadas cartesianas a coordenadas isopicnas y estudiamos en este marco el índice de separación entre las isopicnas,  $j = \rho \partial z / \partial \rho$ , el gradiente diapicno de la velocidad geostrofica,  $\partial v / \partial \rho$ , y el número de gradiente de Richardson,  $Ri$ .

Como vimos en el primer Capítulo, hemos postulado que la tendencia de la densidad,  $w_p = D\rho / Dt$ , es el resultado de inestabilidades de pequeña escala relacionadas con valores cercanos al número crítico de  $Ri$  ( $Ri = 0.25$ ). Esto nos permite estimar su valor con las parametrizaciones ya comentadas en el Capítulo 1. La convergencia o divergencia diapicna,

$\partial w_p / \partial \rho$ , se calcula a través de la distribución de  $w_p$  y se representa sobre superficies isopícnas y en secciones normales a la costa. Los resultados muestran que el paso de meandros produce valores bajos de  $j$  tanto en las capas superiores de la termoclina como en los filamentos ciclónicos de la corriente. Se obtienen valores altos de la tendencia de la densidad y de la convergencia/divergencia diapícnica coincidentes con valores bajos de  $j$ , caracterizándose zonas de alta estratificación con inestabilidades dinámicas debidas a un número de  $Ri$  cercano al crítico.

## 2.2 Antecedentes

A pesar de que Stommel (1965, p. 116) había propuesto la existencia de mezcla diapícnica intensa dentro de las capas superiores de la termoclina en la Corriente del Golfo, hasta ahora han sido muy pocos los estudios realizados sobre este fenómeno. Todavía causa más sorpresa el hecho que la Corriente del Golfo presenta similitudes estructurales con otras corrientes oceánicas y atmosféricas donde la turbulencia inducida por cizalladura es sustancial, tal como hemos visto en el Capítulo 1. Ejemplos de éstas son la Corriente Ecuatorial (Peters et al., 1988), la corriente de afloramiento (Kundu y Beardsley, 1991), (Pelegri y Richman, 1993, 1994) y la corriente de chorro polar (Keyser y Shapiro, 1986).

Uno de los pocos estudios sobre mezcla diapícnica dentro de la Corriente del Golfo es debido a Gregg y Sanford (1980), quienes calcularon los números de Richardson en esta corriente utilizando perfiles de temperatura y velocidad sometidos a un suavizado con un muestreo de 50 m en la vertical. Ellos obtuvieron valores tan bajos como  $Ri = 2$  y sugirieron que la mezcla diapícnica era posible. Sin embargo, debido a la existencia de estructuras de densidad en forma de escaleras y altos números de Cox, no le dieron tanta importancia frente al proceso de doble difusión. Otros estudios sobre la mezcla diapícnica entre aguas del talud/plataforma y la Corriente del Golfo obtuvieron estimaciones para  $Ri$  concluyendo que el proceso de doble difusión era más importante que el de mezcla diapícnica inducida por cizalladura. Hay que tener en cuenta, sin embargo, que todos ellos fueron realizados con un muestreo vertical superior a 10 m.

Un aspecto a tener en cuenta es el efecto del suavizado en los datos de densidad y velocidad para los cálculos de  $Ri$  en regiones bien estratificadas, análisis realizado en los trabajos de Miller y Evans (1985) y Padman y Jones (1985). En ellos se muestra que los gradientes verticales de la densidad y de la velocidad son muy sensibles a la elección de la escala vertical, y como el suavizado sobre distancias tan pequeñas (sobre los 10 m) causa un considerable incremento en la estimación de  $Ri$ .

Otros estudios de mezcla inducida por cizalladura los encontramos en los trabajos de Miller y Evans (1985) y Schmitt *et al.* (1986) donde se estudia la posibilidad de este tipo de mezcla en anillos fríos y cálidos formados por meandros de la Corriente del Golfo. Schmitt *et al.* (1986) utilizaron un suavizado vertical a gran escala (sobre los 300 m) para el cálculo de  $Ri$  obteniendo valores cercanos a uno. Ellos reconocieron que el proceso de suavizado incrementó los valores de  $Ri$  y sugirieron que la turbulencia producida por cizalladura podría ser un mecanismo importante para la mezcla. Miller y Evans (1985) hicieron un cuidadoso análisis sobre los efectos del suavizado en el cálculo de  $Ri$  y encontraron que su aplicación sobre distancias verticales de 1 a 10 m puede causar que  $Ri$  pase de ser subcrítico a supercrítico. Ellos eligieron un intervalo de 2 m como compromiso entre obtener altos valores de cizalladura y reducir la contaminación de la turbulencia de pequeña escala. Con este suavizado calcularon valores medios de  $Ri$  sobre capas de 100 m de espesor dentro del domo frío de un anillo en la Corriente del Golfo, obteniendo valores generalmente por debajo de uno y a menudo incluso debajo de 0.25. La existencia de valores de  $Ri$  bajos en los anillos de la Corriente del Golfo, los cuales tienen su origen en los meandros que forma esta Corriente, dan la posibilidad que se encuentren valores bajos en los propios meandros.

Pelegrí y Csanady (1991, 1994) obtuvieron resultados que indicaban la presencia de mezcla diapicna en las capas superiores de la termoclina de la Corriente del Golfo. Ellos examinaron los balances de agua y nutrientes para varias capas isopícnicas de esta corriente concluyendo que el agua es intercambiada entre las capas superiores de la termoclina y las capas superficiales. Pelegrí y Csanady (1994) observaron la existencia de buena correspondencia entre regiones de altos valores de convergencia diapicna y regiones con anomalías en la estratificación y en la vorticidad potencial, en concordancia con diversos argumentos teóricos. Postularon que la mezcla diapicna es la consecuencia de valores bajos de  $j$  (alta estratificación) producidos por la frontogénesis en algunas fases de los meandros.

Más recientemente, Pelegrí *et al.* (1996) han discutido sobre la importancia de la mezcla diapicna en estas zonas. Una evidencia significativa es la coincidencia de mezcla diapicna intensa con anomalías en la concentración de los nutrientes en el núcleo de la corriente. Ellos proponen que este intercambio, repetido en el tiempo y en el espacio, es responsable del flujo diapicno de nutrientes entre la termoclina y las capas superficiales observado por Pelegrí y Csanady (1991), capaz de mantener la productividad dentro de las capas superficiales. Lohrenz *et al.* (1993) han encontrado episodios de productividad en las crestas de los meandros y sugieren que ello podría ser causado por la inyección de nutrientes debido a la mezcla inducida por cizalladura.

Iselin (1950), Rossby (1951) y Newton (1959, 1961) reconocieron la existencia de paralelismos estructurales y dinámicos entre la Corriente del Golfo y la corriente atmosférica polar de chorro. Newton (1978) puntualizó las similitudes de la convergencia/divergencia y movimientos verticales asociados con los meandros en ambos sistemas, las cuales han sido verificadas (Bower, 1989; Bower y Rossby, 1989). Otras similitudes se encuentran en la asimetría entre las crestas y los valles de los meandros en los dos sistemas, produciéndose la frontogénesis e incremento de la cizalladura entre una cresta y el siguiente valle (Palmen y Newton, 1969; Newton, 1978). Estas y otras analogías entre sistemas oceánicos y atmosféricos todavía requieren más investigación. Las zonas frontales de la corriente de chorro polar, por ejemplo, son estables estáticamente pero las observaciones sugieren la presencia de inestabilidades por cizalladura, siendo plausible que tengan su homólogo en la Corriente del Golfo.

En los siguientes apartados analizaremos la calidad de los datos y los resultados obtenidos. De esta forma, intentamos responder cómo y dónde podría tener lugar la mezcla diapicna. Particularmente examinaremos la hipótesis de Pelegrí y Csanady (1991, 1994) la cual defiende que la mezcla diapicna se debe a episodios inestables asociados con altos valores de cizalladura diapicna, los cuales tienen lugar durante las fases de frontogénesis producidas por meandros en la Corriente del Golfo.

### 2.3 Análisis de los datos

Hemos utilizado un conjunto de perfiles de temperatura frente a profundidad tomados en la Corriente del Golfo a su paso por el Blake Plateau. Estos datos previamente han sido utilizados para estudiar la generación, estructura, dinámica y características energéticas de los meandros que forma la Corriente del Golfo en esta región (Bane *et al.*, 1981; Brooks y Bane, 1981, 1983; Hood y Bane, 1983; Chew *et al.*, 1985; Luther y Bane, 1985).

Un atributo excelente de este conjunto de datos es la rapidez del muestreo por medio de un total de cinco vuelos, realizados cada uno con una duración aproximada de cuatro horas en los días 9, 11, 14, 15 y 17 de febrero de 1979. El número de secciones de AXBT por vuelo varía entre cuatro y siete para un total de 28 secciones correspondientes a 250 estaciones. Aunque las secciones durante los diferentes vuelos no están exactamente localizadas en la misma posición, se encuentran lo suficientemente cerca para identificarlas con la misma letra: A, C, E, G, I, K y M desde el Norte hacia el Sur. En la Figura 2.1 podemos ver la zona de estudio y las secciones:

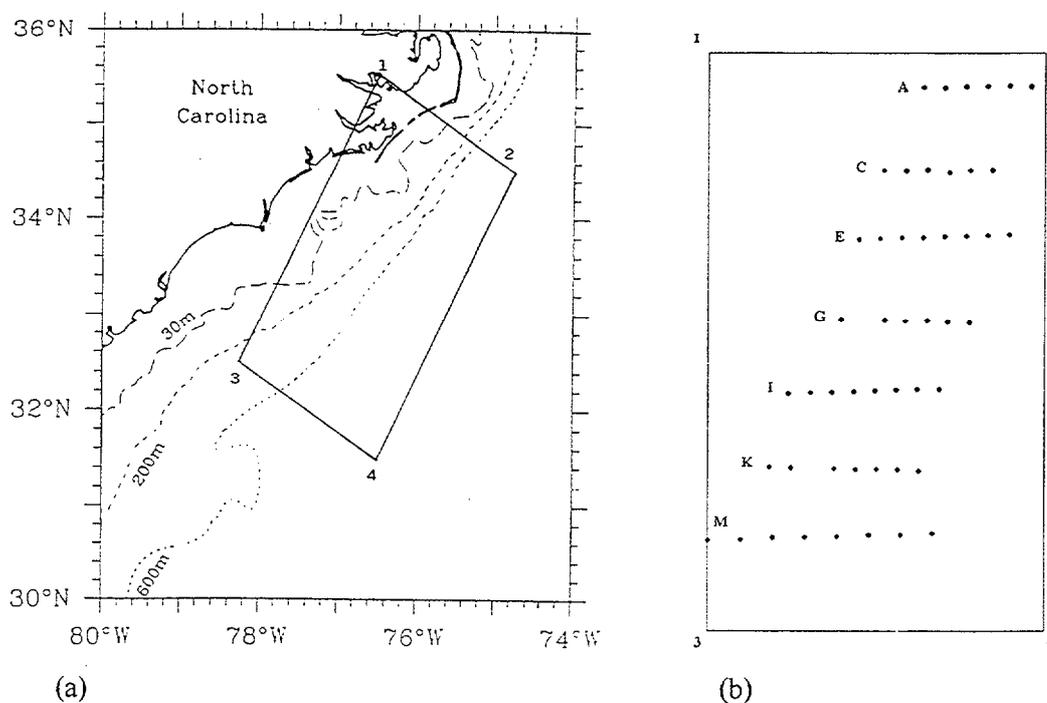
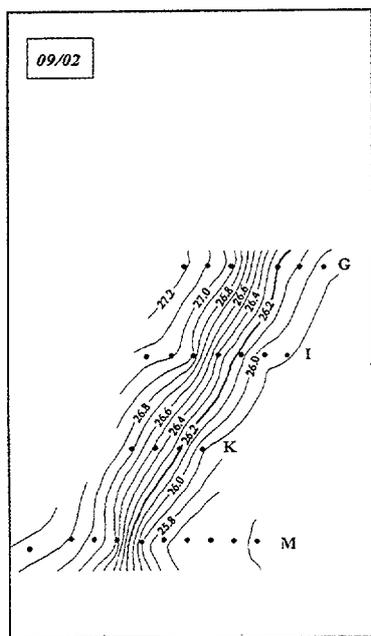


Figura 2.1. (a) Margen Continental del Sudeste de los Estados Unidos mostrando la región de estudio en un recuadro. (b) Región de estudio con las localizaciones aproximadas de las secciones de AXBTs después de haberla rotado (30°) y amplificado en la dirección transversal a la corriente.

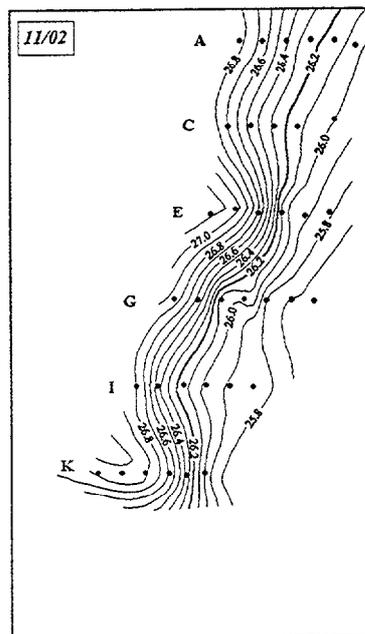
De los datos iniciales de temperatura se han calculado salinidades utilizando un algoritmo recursivo de Bryden (1973) para la temperatura potencial así como el algoritmo de Armi y Bray (1982) para la relación entre la salinidad y la temperatura potencial para el Océano Atlántico Oeste. El algoritmo de Bryden permite obtener una primera estimación de la temperatura potencial a partir de los valores de temperatura y presión junto con una elección inicial de la salinidad. El algoritmo de Armi y Bray nos proporciona una estimación de la salinidad de la primera estimación de temperatura potencial. El procedimiento se repite hasta que se obtiene convergencia tanto en la temperatura potencial como en los valores de salinidad. La densidad potencial,  $\rho$ , es entonces calculada y expresada a través del coeficiente  $\sigma_\theta$ , donde  $\sigma_\theta = \rho - 1000$  con  $\rho$  evaluada en el sistema MKS. De esta manera podemos obtener la representación estándar de isóneas de densidad sobre superficies horizontales y verticales. En la Figura 2.2 podemos ver la representación de  $\sigma_\theta$  a la profundidad de  $z = 200$  m para los cinco vuelos.

Una propiedad importante para las aguas de la termoclina superior del Blake Plateau es que la relación T-S es idéntica para las aguas del Mar de Los Sargazos (Sargasso Sea) y de la Corriente del Golfo (Richards y Redfield, 1955; Atkinson, 1983). Esto no se cumple para el norte del Cabo Hatteras donde se encuentran aguas del Talud (“Slope Water”), con numerosas intrusiones termohalinas. Alguna variabilidad en la relación T-S podría aparecer en nuestra área de estudio debido a la presencia de agua Antártica Intermedia a lo largo del eje principal de la Corriente del Golfo (Atkinson, 1983). Sin embargo, ésta aparece a profundidades mayores (sobre los 500 m) que el máximo de profundidad de nuestros datos.

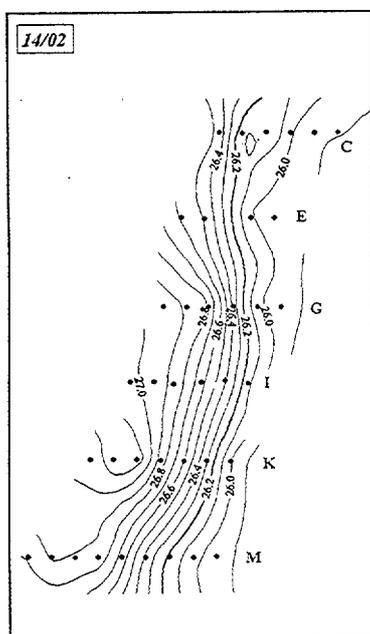
La densidad potencial ha sido interpolada con respecto a los valores de profundidad en intervalos de 0.01 de  $\sigma_\theta$  para el rango  $26.2 \leq \sigma_\theta \leq 27.2$ . La elección de este rango se debe a que cubre la mayoría de los datos obtenidos en las estaciones. Si en alguna estación no se cubre este rango entonces sólo hemos realizado la interpolación en el rango disponible. El método de interpolación que hemos utilizado se basa en los splines cúbicos sometidos a un factor de tensión. Este factor ha sido elegido para eliminar todas las inversiones de profundidad en la densidad potencial, mientras que al mismo tiempo se intentaba mantener el suavizado al mínimo orden posible para no incrementar excesivamente los valores de  $R_i$  (Miller y Evans, 1985).



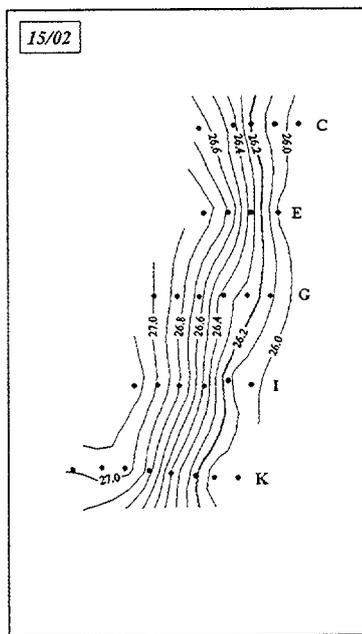
(a)



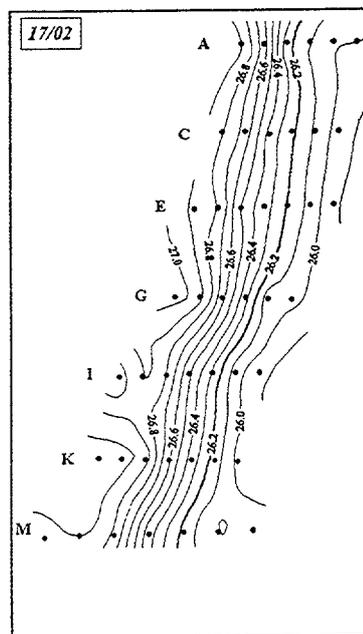
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 2.2. Distribuciones de  $\sigma_\theta$  a 200 m de profundidad para los días 9 (a), 11 (b), 14 (c), 15 (d) y 17 (e) de febrero.

La resolución vertical de los datos de AXBT es de 4 m desde la superficie hasta los 200 m de profundidad, y de 10 m desde los 200 m de profundidad hasta el último dato de la estación. Con esta resolución vertical el número de datos dentro de un intervalo de 0.1 de  $\sigma_\theta$  se establece entre 2 y más de 20. La selección de interpolar en intervalos de 0.01 de  $\sigma_\theta$  ha sido realizada para alcanzar un compromiso adecuado entre la resolución vertical y la precisión. Esta elección no es crítica debido al suavizado vertical del conjunto de datos.

Un aspecto importante en nuestro análisis será la elección de un estimador espacial para la realización de las interpolaciones de las diferentes magnitudes sobre superficies isopicnas o sobre secciones transversales a la corriente. El método de estimación escogido se basa en la interpolación sobre una malla regular usando las técnicas de krigeado (ej. Lancaster y Salkauskas, 1986). El krigeado proporciona una estimación para el error de interpolación que ayuda a elaborar el mapa de isolíneas óptimo. Para mejorar el procedimiento de interpolación sobre niveles de profundidad o superficies isopicnas, hemos rotado previamente el conjunto de datos originales en un ángulo de 30°, tal que las secciones de AXBT estén en la dirección de un eje de la malla. La Figura 2.1b muestra la región rotada y ampliada en la dirección transversal a la corriente para una mejor visualización. Esta región será utilizada para las representaciones de las cantidades sobre niveles de igual profundidad, Figura 2.2, como sobre superficies isopicnas, Figuras 2.4 a 2.10.

## 2.4 Análisis de errores

En el apartado anterior hemos realizado la descripción de los datos que poseemos y las técnicas que hemos utilizado para el cálculo de las magnitudes de interés. También hemos comentado los métodos de representación de los resultados obtenidos. Sin embargo, debido a la complejidad de las fuentes de error de los datos, hemos separado de la Sección de análisis de los datos la referente al análisis de los errores asociados, tanto para las magnitudes directas como para las indirectas.

### 2.4.1. Estimación

En este apartado analizaremos los errores potenciales de los datos de AXBT y los errores asociados a las cantidades inferidas a partir de éstos. Hay varias fuentes de error las cuales podemos agrupar de la siguiente forma:

#### a) Precisión y resolución en profundidad y temperatura

La precisión en la determinación de la profundidad depende del conocimiento del ritmo de caída de las sondas AXBT a lo largo de la columna de agua. Esta precisión varía de un fabricante a otro, encontrándose valores típicos de  $\pm 2\%$  a  $\pm 5\%$ . Para la temperatura se ha estimado su precisión en el rango de 0.05 a 0.56 °C. En cuanto a la resolución se obtienen valores de 0.1 m en profundidad y 0.01 °C en temperatura.

Las sondas utilizadas fueron fabricadas por Hermes Electronics (John Bane, comunicación personal). Esta compañía, sin embargo, ha dejado de producir este tipo de instrumentos sin haber publicado un trabajo de calibración. De todas formas, las sondas obtuvieron calificación militar estándar con un ritmo de caída de  $z = 1.52 t$ , donde  $t$  es el tiempo de caída en el agua en segundos y  $z$  la profundidad en metros.

Existen varios estudios sobre unidades manufacturadas por otras compañías (Sessions *et al.*, 1976; Bane y Sessions, 1984; Boyd y Linzell, 1993), y aunque están de acuerdo con las especificaciones navales, son de diferente diseño a las unidades Hermes y no podemos extrapolar la información de calibración que proporciona estos trabajos. No obstante, aplicaremos un error en la profundidad de  $\pm 2\%$  y en la temperatura de 0.2 °C.

#### b) Posición de la estación

La posición de la estación fue obtenida a través del Sistema Inercial de Navegación del avión. Este sistema produce una deriva máxima de 4 Km/h (John Bane, comunicación personal). Esto significa que el error máximo en la posición absoluta es debida al tiempo de vuelo desde

el despegue del avión, mientras que el error relativo en la diferencia de posición de dos AXBTs consecutivos (máximo error relativo) depende del tiempo de vuelo transcurrido entre dos estaciones.

Los vuelos realizados por el avión siguen las secciones de una a otra consecutivamente. De esta forma, la diferencia temporal media entre dos estaciones de la misma sección es de 2 minutos, representando un error máximo relativo de 130 m. Este es el error que debemos tener en cuenta en los cálculos referentes a la pendiente de la isopícnica y las cantidades que dependen de ella.

El tiempo máximo de diferencia entre dos estaciones de dos secciones adyacentes es de una hora obteniéndose un error relativo de 4 Km. La función de este error es la de modificar las posiciones relativas de las estaciones para secciones adyacentes, afectando a las distribuciones de las propiedades sobre superficies isopícnas. Sin embargo, 4 Km es una cantidad lo suficientemente pequeña comparada con la distancia entre las dos secciones adyacentes (sobre 50 Km) para que no cause alteraciones significantes en la morfología de las distribuciones.

### c) No unicidad de la relación $\theta$ -S

Denominamos  $\theta$  la temperatura potencial y S la salinidad. Una única relación  $\theta$ -S para nuestra área de estudio permitiría obtener un valor único de S (y por lo tanto de  $\rho$ ) dado un valor de  $\theta$ . Debido a la variabilidad producida posiblemente por las intrusiones termohalinas no obtenemos una relación de unicidad entre estas dos magnitudes. Esto produce que dado un valor de  $\theta$  habría una incertidumbre en el valor de S causando un error en la estimación de  $\rho$ .

Para estimar el valor de este error en  $\rho$  hemos analizado un conjunto de datos de CTD proporcionados por Larry Atkinson de la Old Dominion University, correspondientes a 25 estaciones realizadas en Septiembre de 1980 sobre nuestra área de interés, las cuales corresponden con las tres secciones situadas más al norte de la Figura 1 de Atkinson (1983). En la Figura 2.3a mostramos el diagrama  $\sigma_\theta$ - $\theta$  obtenido donde se representa en trazo grueso continuo la curva empírica calculada usando el algoritmo de Armi y Bray (1982). Podemos

observar el buen ajuste de esta curva a los datos con zonas de mayor dispersión, del orden de 0.05 en  $\sigma_\theta$ , correspondientes a las capas más superficiales. Ésta podría ser una estimación del error buscado, pero pensamos que sería un valor sobrestimado en base a la justificación del siguiente párrafo.

Denominamos  $\Delta\rho$  a la diferencia de densidades entre dos puntos separados por una distancia vertical  $\Delta z$ , calculados a partir de la relación real entre  $S$  y  $\theta$  para cada estación. Llamamos  $\Delta\hat{\rho}$  a la diferencia de densidad entre los mismos puntos calculada a través de  $\theta$  real y  $S$  inferida por el algoritmo de Armi-Bray. El valor absoluto de la diferencia de estas dos cantidades:  $\delta\rho = |\Delta\hat{\rho} - \Delta\rho|$ , lo podemos considerar como el verdadero error en densidad producido en nuestros cálculos. Analizando los datos de CTD no suavizados con una distancia vertical de  $\Delta z = 10$  m, siendo esta del mismo orden que la distancia vertical entre nuestros datos de AXBT y que el tamaño vertical de la estructura fina en la Corriente del Golfo (Gregg y Sanford, 1980; Pelegrí y Csanady, 1994), obtuvimos que el 55% de los datos tenían un  $\delta\rho$  por debajo de 0.01 en  $\sigma_\theta$  y un 85% por debajo de 0.02 en  $\sigma_\theta$ , siendo el error medio de 0.011 en  $\sigma_\theta$ . Si repetimos los cálculos con un  $\Delta z = 5$  m encontramos valores similares: 60% con un  $\delta\rho$  por debajo de 0.01 en  $\sigma_\theta$  y 85 % con un  $\delta\rho$  por debajo de 0.02 en  $\sigma_\theta$  siendo el error medio de 0.010 en  $\sigma_\theta$ .

Los valores propuestos son más pequeños que los inferidos por la Figura 2.3a pero todavía no tienen en cuenta los efectos del suavizado vertical y la baja resolución vertical de los datos de AXBT analizados. Para reproducir estos efectos hemos realizado los cálculos anteriores para  $\Delta z = 10$  m suavizando previamente los datos de CTD con un filtro sobre los diez metros. La Figura 2.3b muestra los resultados obtenidos: 85% de los datos con un  $\delta\rho$  por debajo de 0.01 en  $\sigma_\theta$  mientras que el 96% tuvieron un  $\delta\rho$  por debajo de 0.02 en  $\sigma_\theta$ , siendo el error medio de 0.007 en  $\sigma_\theta$ . La razón de estos valores más pequeños para  $\delta\rho$  implica que la pendiente de la curva  $\sigma_\theta(\theta)$  obtenida a partir de las estaciones de CTD es muy similar a la pendiente de la curva obtenida por el algoritmo de Armi-Bray.

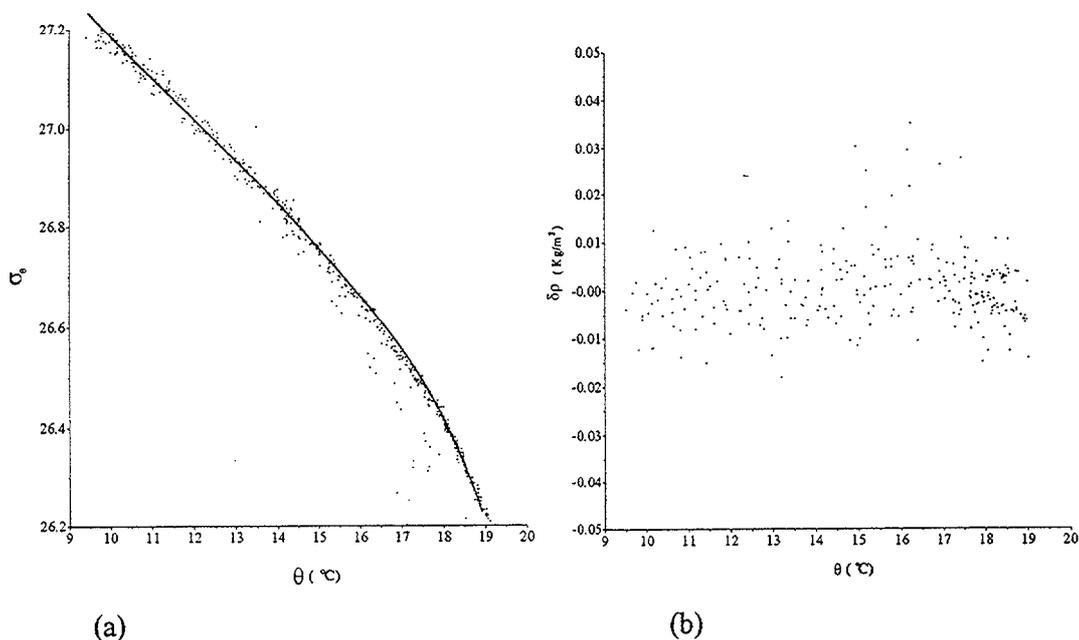


Figura 2.3: (a) diagrama  $\sigma_t$ - $\theta$  de las 25 estaciones de CTD en nuestra área de estudio, que corresponden con las tres más al norte en la Figura 1 de Atkinson (1983). La curva en trazo grueso continuo es la curva empírica obtenida con el algoritmo de Armi-Bray (1982). (b) Campo de errores  $\delta\rho$  calculados para el mismo conjunto de datos.

#### d) Desplazamientos isopicnos no geostroficicos

En un estudio cerca del cabo Hatteras, Johns *et al.* (1989) determinaron que los desplazamientos verticales medios debidos a ondas internas de marea varían entre los 2 m lejos de la costa y los 6 m cerca del borde norte de la Corriente del Golfo. Estos desplazamientos son consistentes con el pequeño tamaño de las fluctuaciones de la corriente de marea en el norte del Blake Plateau, los cuales acorde al trabajo de Brooks y Bane (1981) representan sólo el 10% de la varianza en la componente a lo largo de la corriente. Estos resultados sugieren que las fluctuaciones en la profundidad de las isopicnas debidas a mareas internas deberían ser pequeñas comparadas con los desplazamientos entre estaciones adyacentes. El cálculo del error por este efecto se puede estimar como la fracción del desplazamiento vertical medio debido a mareas baroclinas dividido por la diferencia de profundidades medias de una isopicna en dos estaciones adyacentes, dando como resultado

general  $\delta z/\Delta z \approx (5 \text{ m} / 50 \text{ m}) = 0.1$ . Hay que tener en cuenta que este error afectará al cálculo de  $\partial z/\partial x$  y no al de  $j$ .

### e) Errores indirectos

Están relacionados con el cálculo de  $\partial z/\partial x$  a lo largo de las superficies que no son exactamente isopicnas debido al efecto de los errores antes mencionados. Denotamos como  $\hat{\rho}$  la superficie isopicna con este error y  $\rho$  la superficie isopicna verdadera. La relación entre la pendiente de las isopicnas y la pendiente de las superficies de  $\hat{\rho}$  constante sería:

$$\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\hat{\rho}} = \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\rho} + \frac{\partial z}{\partial \hat{\rho}} \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial x} \Big|_{\rho} \quad (2.1)$$

Esto muestra que el error en la pendiente de las isopicnas debe ser incrementado con el segundo término de la expresión (2.1).

## 2.4.2 Propagación de los errores

Los errores máximos en las propiedades que determinan la mezcla pueden estimarse a través de una propagación de incertidumbres estándar (véase, por ejemplo, Sánchez del Río, 1989). Con este procedimiento obtenemos las siguientes expresiones para los errores en el índice de separación,  $\delta j$ , en la pendiente de la isopicna,  $\delta h$ , y en el número de gradiente de Richardson,  $\delta Ri$ :

$$\delta j = J \left( \frac{\delta \rho}{2} + \rho \frac{\delta z}{\Delta z} + \rho \frac{\delta \rho}{\Delta \rho} \right) \quad (2.2)$$

$$\delta h = h \left( \frac{\delta z}{\Delta z} + \frac{\delta x}{\Delta x} \right) + \delta h_a + \delta h_i \quad (2.3)$$

$$\delta Ri = \frac{f^2}{gh^2} \delta j + \frac{2f^2 j}{gh^3} \delta h \quad (2.4)$$

Por conveniencia hemos introducido aquí la pendiente de una isopicna,  $h \equiv \partial z / \partial x$ , que está relacionada con la cizalladura diapicna,  $s \equiv \partial v / \partial \rho$ , a través de la ecuación del viento térmico:  $\rho f s = g h$ , donde  $f$  es el parámetro de Coriolis y  $g$  la aceleración de la gravedad.

En las expresiones anteriormente citadas  $\Delta z$ ,  $\Delta \rho$  y  $\Delta x$  representan los cambios en  $z$ ,  $\rho$  y  $x$ , respectivamente, utilizados para evaluar  $j$  y  $\partial v / \partial \rho$  de los datos (todas las otras cantidades relevantes son derivadas de estas dos), mientras que  $\delta z$ ,  $\delta \rho$  y  $\delta x$  en las ecuaciones (2.2) y (2.3) corresponden a errores de campo involucrados en las medidas de los cambios de  $z$ ,  $\rho$  y  $x$ , respectivamente. Finalmente,  $\delta h_a$  se determina a partir de los errores debidos a los desplazamientos isopícnos ageostróficos y  $\delta h_i$  a través de los debidos al efecto indirecto.

El error  $\delta \rho$  será el resultado aditivo de las limitaciones en la resolución de la temperatura y en la variabilidad de la relación  $\theta$ -S. El error medio debido a la variabilidad en la relación  $\theta$ -S fue estimado en la Sección 2.4.1 con un valor de  $0.007 \text{ Kg/m}^3$ . El error debido a la resolución en temperatura podría ser estimado con una aproximación lineal para la densidad en función de la temperatura y la salinidad, y para la salinidad en función de la temperatura. De esta forma, obtenemos  $\delta \rho \approx C \delta T$ , con  $C = 0.3 \text{ Kg K}^{-1} \text{ m}^3$ . El valor de  $\delta T$  estimado de  $0.01^\circ\text{C}$  se refiere sólo a una estación de AXBT. Por esta razón, escogemos el valor de  $\delta T$  igual a  $0.02^\circ\text{C}$ , ya que es el error asociado a la diferencia entre mediciones contiguas de temperatura. Se obtiene, por lo tanto, un  $\delta \rho = 0.006 \text{ Kg/m}^3$ . Finalmente, sumando los dos efectos obtenemos un  $\delta \rho = 0.013 \text{ Kg/m}^3$ .

El error  $\delta z$  depende de la variable que queramos evaluar:  $\delta j$  es calculado desde una sola estación de AXBT, mientras que  $\delta h$  lo es desde dos estaciones adyacentes de AXBT. En el primer caso el error es estimado con  $\delta z = 0.04 \Delta z$  y en el segundo es aproximado por  $\delta z = 0.04 \bar{z} + 5 \text{ m}$ , con  $\bar{z}$  representando la profundidad media a lo largo de una isopicna para dos estaciones adyacentes de AXBT, y  $5 \text{ m}$  correspondiente al desplazamiento medio de la isopicna causado por mareas internas. En ambos casos el coeficiente  $0.04$  corresponde a dos veces la precisión en el ritmo de caída de las sondas.

En cuanto al error en la posición, estimamos que su valor se encuentra sobre los 130 m, lo que causa que la cantidad  $\delta x/\Delta x$  sea pequeña (sobre 0.01 debido al cociente entre 130 m y 12 Km).

Con todas las consideraciones que hemos citado anteriormente podemos escribir las siguientes aproximaciones para los errores de  $\delta j$ ,  $\delta s$  y  $\delta Ri$ :

$$\delta j = j \left( \frac{\delta \rho}{2\rho} + \frac{\delta z}{\Delta z} + \frac{\delta \rho}{\Delta \rho} \right) \equiv \delta j_1 + \delta j_2 + \delta j_3 \quad (2.5)$$

$$\delta s = s \left( \frac{\delta \rho}{2\rho} + \frac{\delta z}{\Delta z} + \frac{\delta \rho}{\Delta \rho} + \frac{\delta x}{\Delta x} \right) \equiv \delta s_1 + \delta s_2 + \delta s_3 + \delta s_4 \quad (2.6)$$

$$\delta Ri = Ri \left( \frac{\delta j}{j} + \frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{2\delta s}{s} \right) \equiv \delta Ri_1 + \delta Ri_2 + \delta Ri_3 \quad (2.7)$$

con las siguientes definiciones:  $\delta j_1 \equiv j \delta \rho / 2\rho < 10^{-5} j$ ,  $\delta j_2 \equiv j \delta z / \Delta z \approx 0.04j$ ,  $\delta j_3 \equiv j \delta \rho / \Delta \rho$ ,  $\delta s_1 \equiv s \delta \rho / \rho \approx 10^{-5} s$ ,  $\delta s_2 \equiv s \delta z / \Delta z \approx 0.04 s (\bar{z} / \Delta z + 0.1)$ ,  $\delta s_3 \equiv s \delta \rho / \Delta \rho$ ,  $\delta s_4 \equiv s \delta x / \Delta x \approx 0.01 s$ ,  $\delta Ri_1 \equiv Ri \delta j / j$ ,  $\delta Ri_2 \equiv Ri \delta \rho / \rho$  y  $\delta Ri_3 \equiv 2 Ri \delta s / s$ . Los coeficientes previos aplicados a todas las cantidades están expresados en el Sistema Internacional.

La principal contribución a  $\delta j$  es  $\delta j_3$ . Este término puede ser estimado a través de la relación  $(J \delta \rho) / (\Delta z) = (j \delta \rho) / (\rho \Delta z)$ . Eligiendo un  $\Delta z = 10$  m como la distancia vertical sobre la cual los datos AXBT son aproximadamente independientes y usando  $\delta \rho \approx 0.01 \text{ Kg/m}^3$  obtenemos  $\delta \rho / \Delta \rho = 10^{-6} j$ . Ya que  $j$  varía entre  $5 \times 10^4$  m y  $5 \times 10^5$  m,  $\delta \rho / \Delta \rho$  variará entre 0.05 y 0.5.

La principal contribución a  $\delta s$  será el término  $\delta s_2$  debido a que depende de la fracción  $\bar{z} / \Delta z$ , siendo ésta potencialmente importante con el aumento de la profundidad y para isopícnas de poca pendiente. La principal contribución a  $\delta Ri$  es  $\delta Ri_3$ , siendo dos veces el error en  $s$ .

Del análisis anterior podemos extraer la conclusión que la principal fuente de error para  $j$  está relacionada con la variabilidad en la relación  $\theta$ -S mientras que para  $s$  y  $Ri$  está relacionada con el error en el ritmo de caída de las sondas AXBT y en la variabilidad en la relación  $\theta$ -S. Una consideración adicional tiene que ver con que las cantidades  $K_v$ ,  $w_p$  y  $\partial w_p / \partial \rho$  son funciones de  $Ri$ , lo que causa errores relativos mucho mayores para ellas.

Además de los errores expuestos tenemos que añadir las limitaciones intrínsecas relacionadas con la resolución horizontal y suavizado vertical de los datos, al igual que las incertidumbres en la parametrización de  $K_v$ . Con todas estas consideraciones, nuestro análisis de las distribuciones sobre superficies isopícnas y secciones verticales deberían tomarse como cualitativas, fijándonos más en las estructuras espaciales y temporales que en los números absolutos.

## 2.5 Resultados

John Bane y colaboradores (1981) presentaron en su trabajo las distribuciones de temperatura superficial para todos los días de campaña (9, 11, 14, 15 y 17 de febrero de 1979) así como a profundidades de 100 m, 250 m y 350 m para el día 11 de febrero de 1979 (Figura 4, Bane *et al.*, 1981). Estas distribuciones de temperatura claramente muestran la progresión de dos meandros de gran amplitud a través de la región, los cuales recibieron los nombres de Bert y Ernie. Estos meandros tenían asociados filamentos de agua cálida que salían desde la cresta hacia el lado ciclónico de la corriente. En estos casos un domo de agua fría se formaba entre los filamentos y el núcleo de la Corriente, generalmente en el valle de los meandros. Los filamentos, sin embargo, son menos evidentes con el aumento de la profundidad y desaparecen totalmente en profundidades de 250 m.

En la Figura 2.2 se puede apreciar la distribución de  $\sigma_\theta$  a 200 m para los cinco días de estudio y se observa que los filamentos no son visibles en esta profundidad. Una característica a tener en cuenta es la apariencia más suavizada de los meandros debido al efecto compensatorio de la salinidad sobre la densidad, ya que ésta decrece generalmente con la profundidad en esta zona. El meandro Ernie es visible durante el 11 de febrero con su valle

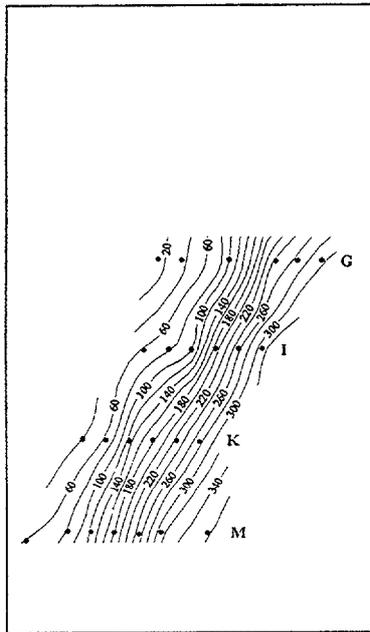
sobre la sección K y su cresta entre las secciones I y G. El meandro Bert tendría el valle sobre la sección E y la cresta entre la C y la A. El 14 de febrero la cresta del meandro Ernie se ha desplazado y se localiza entre las secciones E y C y el valle entre la G y la E.

Estudiaremos a continuación los resultados de las distribuciones de  $z$ ,  $j$ ,  $\partial v / \partial \rho$ ,  $Ri$ ,  $w_p$  y  $\partial w_p / \partial \rho$  en la superficie isopicna de  $\sigma_\theta = 26.34$ . Esta superficie isopicna ha sido elegida después de examinar las distribuciones en diversas secciones verticales con el objetivo que reflejase adecuadamente el efecto de los meandros. De las 28 secciones que hemos estudiado presentaremos en este trabajo las tres más representativas para comparar la influencia de los meandros en los procesos de mezcla diapicna.

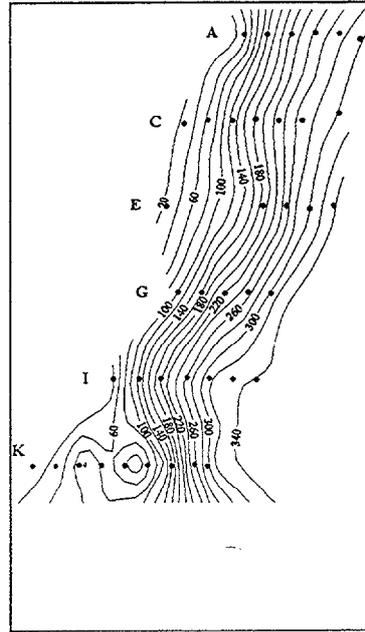
### 2.5.1 Distribuciones en la superficie isopicna de 26.34

En la Figura 2.4 se muestra las distribuciones de  $z$  para los cinco días de estudio. Para el día 9 (Figura 2.4a) no se aprecia con claridad la existencia de meandros en la zona de mediciones. Sin embargo, en la Figura 2.4b perteneciente al día 11, se observa como los meandros Bert y Ernie tienen sus crestas cerca de las secciones C e I con sus valles entre las secciones E y G y cerca de la sección K, respectivamente. La menor profundidad de la superficie isopicna en la parte central de la sección K es indicativa del domo de agua fría, mientras que la mayor profundidad cerca de la costa es indicativa de un filamento que emana desde la cresta del meandro Ernie.

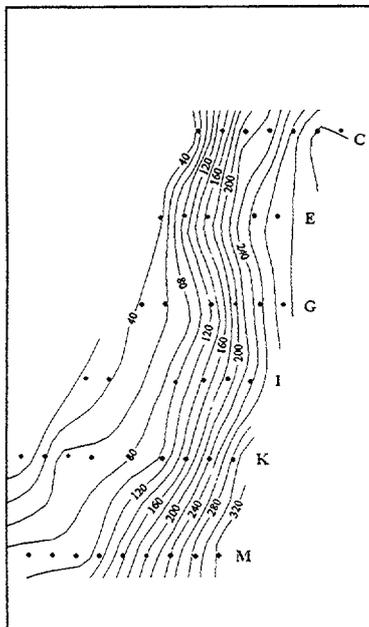
En la Figura 2.4c, correspondiente al día 14, apreciamos como el meandro Ernie tiene la cresta entre las secciones E y C, y el valle entre las secciones G e I. Se observa como el filamento asociado a la cresta se extiende hacia al sur, desde la sección E a la M en la zona cercana a la costa, produciendo una suavización en la pendiente de la superficie isopicna. Para el día 15, Figura 2.4d, se observa una ligera señal del valle del meandro Ernie en la sección E y lo que pudiera ser un pequeño meandro con una cresta en la sección G y valle en la I. En la Figura 2.4e, día 17, ya no se aprecia el meandro Ernie pero se insinúan dos pequeños meandros, uno con la cresta entre las secciones C y E con valle en G, y otro con la cresta en I y valle en K.



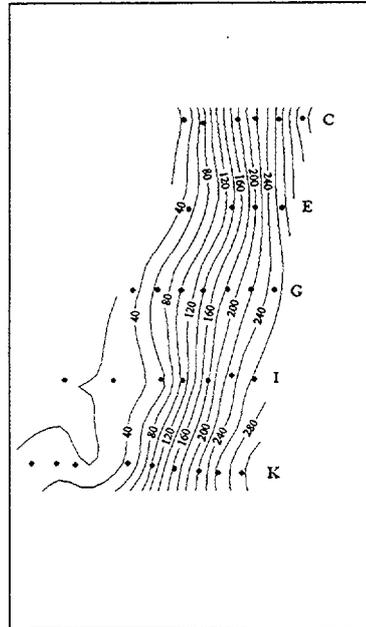
(a)



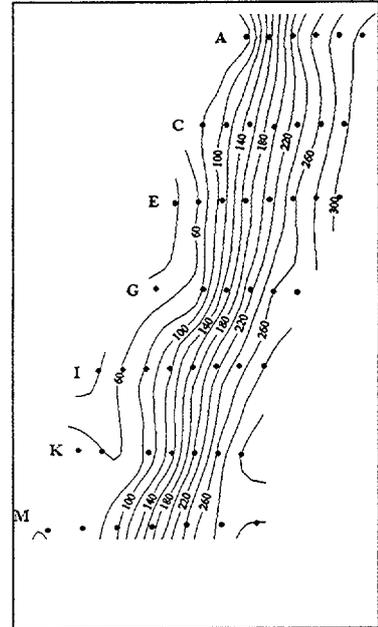
(b)



(c)



(d)



(e)

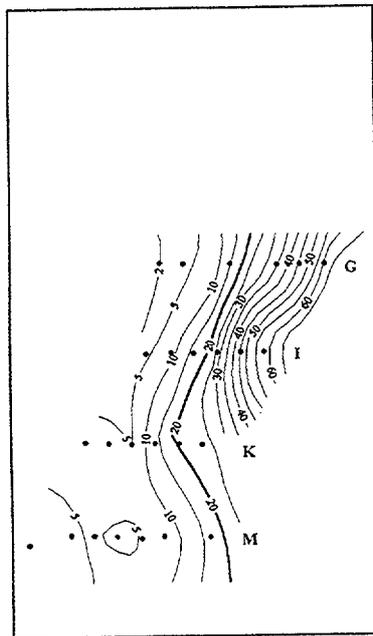
Figura 2.4: Distribuciones de la profundidad  $z$  a  $\sigma_\theta = 26.34$  para los días 9 (a), 11 (b), 14 (c), 15 (d) y 17 (e) de febrero.

Concluimos que uno de los efectos de las crestas y valles de los meandros conjuntamente con los filamentos asociados, puede ser el inducir cambios en la pendiente de la superficie isopicna. En la zona cercana a los valles es donde parecen ocurrir las mayores pendientes, en concordancia con la idea ya comentada en Secciones anteriores sobre que algunas fases de los meandros producen un proceso de frontogénesis.

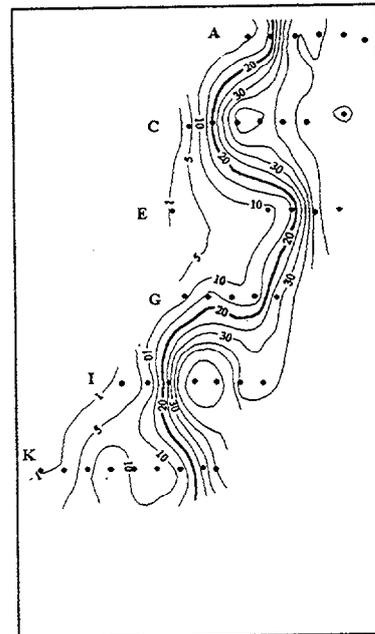
La distribución del índice de separación  $j$  sobre la superficie isopicna es un indicativo mucho mejor para descubrir la presencia de los meandros y filamentos en la región. Un valor adecuado para representar la localización de estas estructuras es  $j = 20 \times 10^4$  m (significa que superficies isopícnicas separadas 0.1 en  $\sigma_\theta$  están distanciadas en la vertical aproximadamente 20 m).

En la Figura 2.5 se muestran las distribuciones de  $j$  para los cinco días de estudio donde la isolínea de  $j = 20 \times 10^4$  m viene representada por una línea gruesa y aparecerá a trazos en las representaciones de las demás magnitudes. Se observa en la Figura 2.5 como para el 9 de Febrero (Figura 2.5a) la cresta del meandro Bert se encuentra entre las secciones K e I. Para el día 11 (Figura 2.5b) se presenta la cresta del meandro Bert desplazada a la sección C con su valle entre la sección E, y la cresta de Ernie ya aparece entre las secciones I y G con el valle cercano a la sección K. La isolínea de  $j = 20 \times 10^4$  m dibuja perfectamente los meandros para este día indicando su gran amplitud asociada. Para el 14 de Febrero (Figura 2.5c) el meandro Bert ya ha salido de la región de estudio mientras se aprecia que la cresta de Ernie que se ha propagado a una zona intermedia entre las secciones C y E, como habíamos notado ya en los contornos de  $z$ . La zona afectada por el filamento se caracteriza por  $j$  pequeños indicando que las isopícnas se hallan comprimidas.

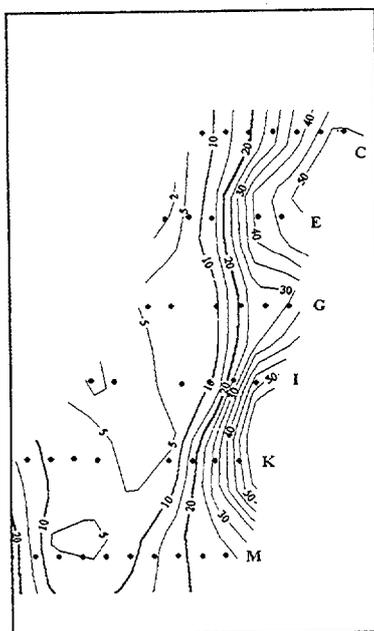
El 15 de Febrero (Figura 2.5d) el valle de Ernie se localiza cerca de la sección E sin una señal muy clara en las distribución de  $j$ . Si se observa, sin embargo, la pequeña oscilación comentada para la Figura 2.3d con cresta entre las secciones G e I, y valle en la sección I. Finalmente, para el día 17 (Figura 2.5e) los grandes meandros han dejado la región de estudio, quedando la zona influenciada por dos pequeños meandros con crestas en las secciones E e I y valles en las secciones G y K. La señal es clara para la isolínea de  $j = 10 \times 10^4$  m.



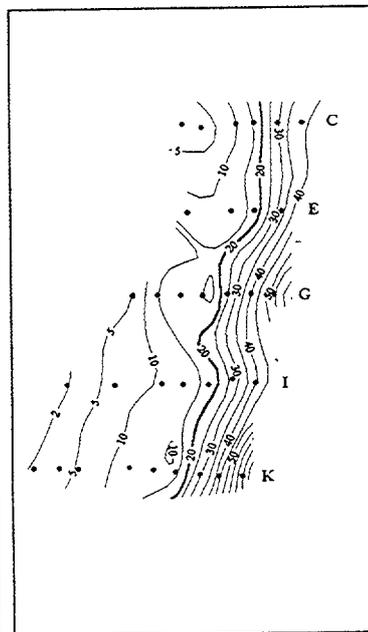
(a)



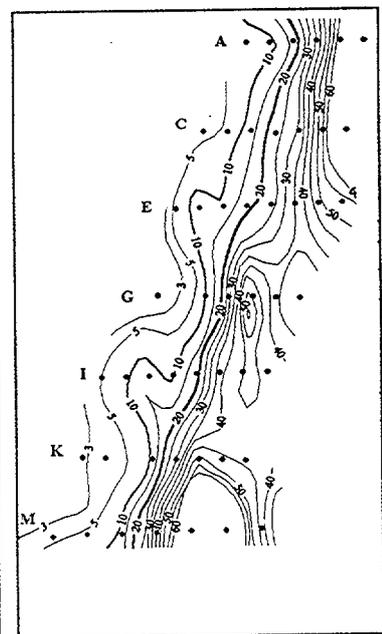
(b)



(c)



(d)



(e)

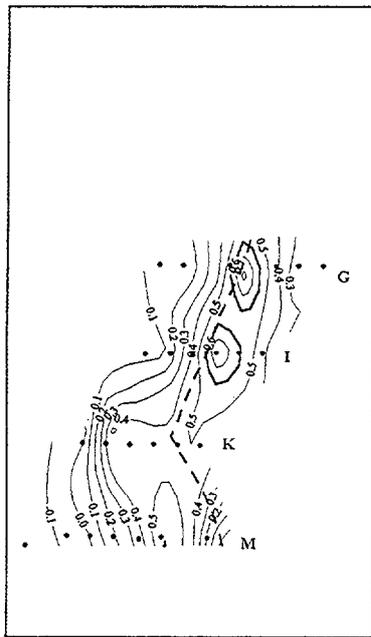
Figura 2.5: Distribuciones de  $j$  en  $10^4$  m sobre la superficie  $\sigma_\theta=26.34$  para los días 9 (a), 11 (b), 14 (c), 15 (d) y 17 (e) de febrero. La línea con trazo grueso corresponde con  $j = 20 \times 10^4$  m.

La Figura 2.5 nos enseña que las distribuciones de  $j$  marcan de forma clara las zonas frontales y sus evoluciones en forma de meandros. Esto se debe a que este tipo de estructuras presenta gran variabilidad en cuanto a la separación de las isopícnas a lo largo del eje transversal al frente. Los meandros no hacen más que intensificar esta variabilidad. Las zonas de  $j$  pequeños pueden llegar a ser zonas inestables si la cizalladura diapícnica es lo suficientemente alta.

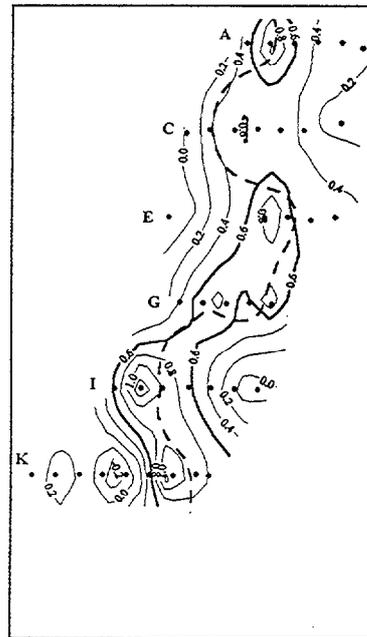
Las estimaciones de la cizalladura diapícnica,  $\partial v / \partial \rho$ , para los cinco días son representadas en las Figura 2.6. En estas Figuras la isolínea de  $0.6 \text{ m}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$  es señalada con trazo grueso continuo mientras que la isolínea de  $j = 20 \times 10^4 \text{ m}$  es marcada con trazo grueso discontinuo. La superposición de la isolínea de  $j$  nos sirve para distinguir la evolución de los grandes meandros Bert y Ernie en las distribuciones de  $\partial v / \partial \rho$ .

De forma general observamos que los mayores valores de cizalladura diapícnica se encuentran asociados con las fases de los meandros. Recordamos que la cizalladura diapícnica está relacionada con  $\partial z / \partial x$  a través de la relación de viento térmico (Capítulo 1). De la Figura 2.3, que representa las distribuciones de  $z$ , ya observábamos como los meandros intensificaban la pendiente de la superficie isopícnica. De esta forma, se aprecian valores superiores a  $0.6 \text{ m}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$  sobre una gran extensión que recoge la influencia de los dos meandros, con valores máximos cercanos a  $1.2 \text{ m}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Para el día 9 (Figura 2.6a) se distingue una amplia zona de valores medios comprendida entre el valle y la cresta del meandro Bert con dos zonas de mayor cizalladura diapícnica en la cabecera del meandro. En la Figura 2.6b, correspondiente al día 11, podemos observar valores altos en el valle y cresta del meandro Ernie y valle del meandro Bert con alguna actividad en la cresta. Se pueden apreciar valores negativos cerca del valle de Ernie, correspondientes a un cambio de pendiente de la superficie isopícnica que podremos apreciar mejor cuando analicemos el transecto K.

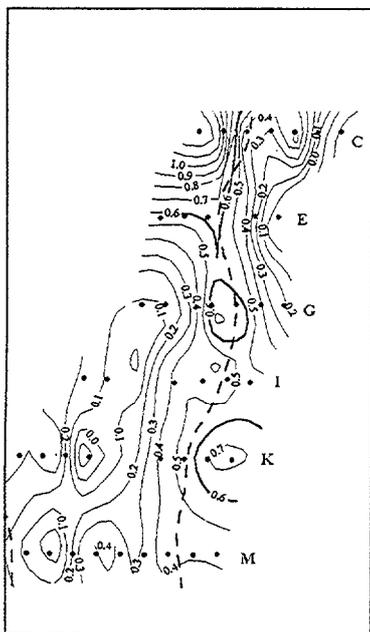
En las Figuras 2.6c y 2.6d, días 14 y 15 respectivamente, se observan los mayores valores justo en la zona de influencia del meandro Ernie, primeramente con la cresta y valle entre los transectos C, E y G y después con el valle entre los transectos C y E.



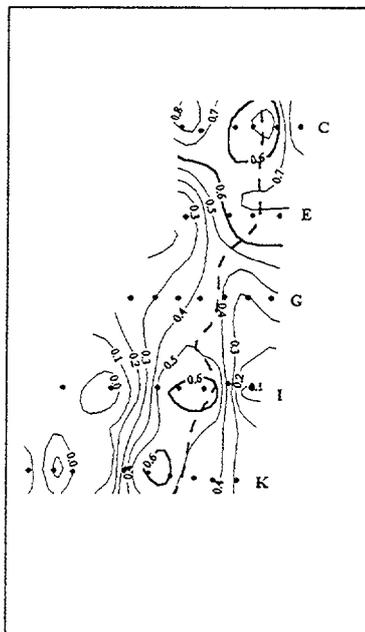
(a)



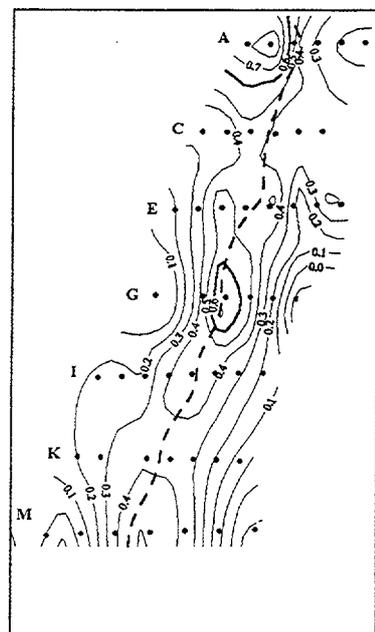
(b)



(c)



(d)



(e)

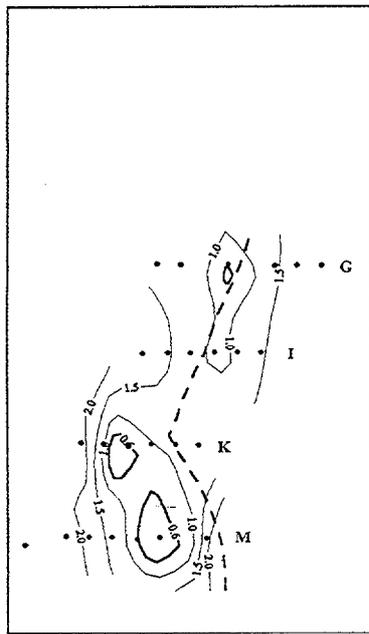
Figura 2.6: Distribuciones  $\partial v / \partial \rho$  sobre la superficie  $\sigma_{\theta}=26.34$  para los días 9 (a), 11 (b), 14 (c), 15 (d) y 17 (e). La isolinea de trazo grueso continuo representa el valor de  $\partial v / \partial \rho = 0.6 \text{ m}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$  y la de trazo grueso discontinua corresponde con  $j = 20 \times 10^4 \text{ m}$ .

La Figura 2.6e, día 17, muestra que la ausencia de grandes meandros restringe la zona de altos valores marcadas por la isolínea de  $0.6 \text{ m}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Los valores máximos para este día llegan hasta  $0.8 \text{ m}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Sin embargo, hay que indicar que estos máximos tienen lugar en zonas con  $j$  relativamente altos debido a la relación  $\partial v / \partial \rho = J \partial v / \partial z$ .

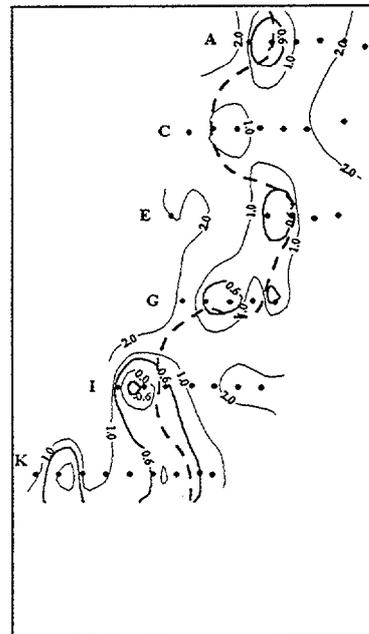
Para detectar las zonas de posibles inestabilidades causantes de los procesos de mezcla diapicna debemos representar la distribución del número de gradiente de Richardson,  $Ri$ , para la superficie isopicna. En muchos sentidos su distribución refleja la distribución de la cizalladura diapicna debido a la dependencia cuadrática de  $Ri$  con ella, aunque hay que tener en cuenta el importante papel que juega el índice de separación  $j$ .

En la Figura 2.7 mostramos la distribución del logaritmo de  $Ri$ , con las isolíneas de  $-0.6$  ( $Ri = 0.25$ ) y  $0.6$  ( $Ri = 4$ ) representadas con líneas de trazo grueso continuo. Las Figuras 2.7a, 2.7b y 2.7c muestran la existencia de valores de  $\log(Ri)$  menores de  $0.6$  sobre zonas amplias, coincidiendo principalmente con la cresta y filamento del meandro Ernie y con el valle del meandro Bert. En particular, podemos ver que el mínimo absoluto, más bajo que el valor subcrítico  $Ri = 0.25$ , se obtiene en la cresta del meandro Ernie debido a la contribución de valores bajos de  $j$  y altos de  $\partial v / \partial \rho$ . Es en esta zona donde se esperaría que la actividad de los procesos de mezcla diapicna puedan llegar a ser dominantes.

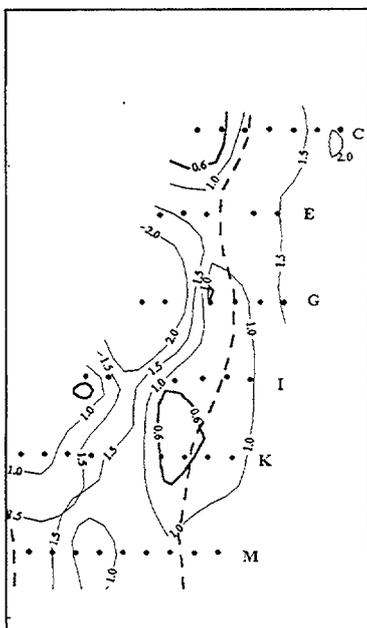
Las Figuras 2.7d y 2.7e sugieren moderada estabilidad dinámica con el valor de  $\log(Ri)$  cerca de  $1$  y con pequeñas zonas de valores más bajos que  $0.6$ . Estas zonas parecen deberse a que el meandro Ernie todavía no ha abandonado la región para el día 15 en el caso de la Figura 2.7d, y a pequeñas oscilaciones para el día 17 correspondiente a la Figura 2.7e.



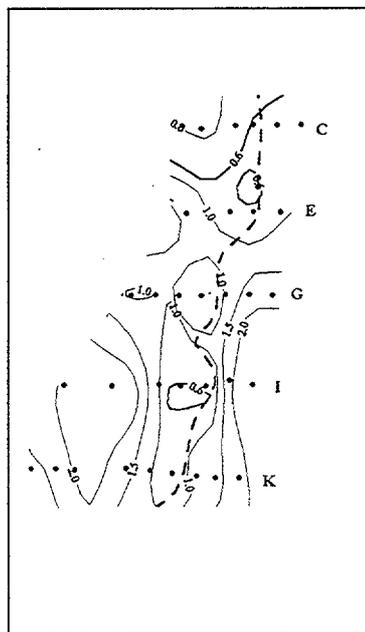
(a)



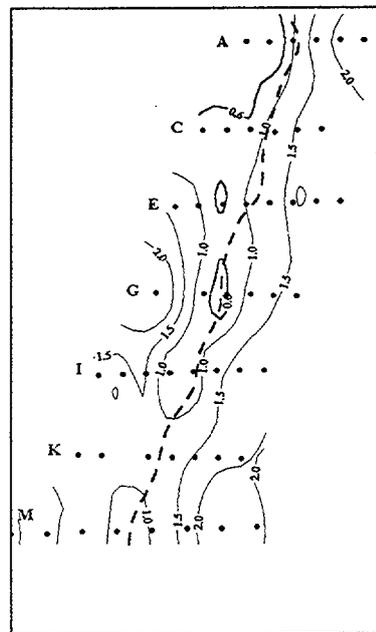
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 2.7: Se muestran las distribuciones del  $\log(Ri)$  sobre la superficie  $\sigma_\theta=26.34$  para los días 9 (a), 11 (b), 14 (c), 15 (d), 17 (e) de febrero.

La fiabilidad de las distribuciones representadas hasta ahora ( $z$ ,  $j$ ,  $\partial v/\partial \rho$  y  $Ri$ ) sobre la superficie isopícnica de  $\sigma_\theta = 26.34$  se ha analizado en términos de los errores relativos máximos asociados a estas cantidades, de acuerdo al desarrollo de la Sección 2.4.2 de este Capítulo. Los errores en el índice de separación  $j$ ,  $\delta j$ , son en la mayoría de la zona de estudio más pequeños que  $0.1j$ . Para la cizalladura diapícnica,  $s = \partial v/\partial \rho$ , los máximos errores relativos pueden llegar a ser apreciables debido al término  $\delta s_2$  (ecuación 2.6), que aumentará con la profundidad de la isopícnica y disminuirá con su pendiente. Esto ocasiona que la mayor contribución al error en  $Ri$  sea debido al error en  $s$ , estimado en el término  $\delta Ri_3$ .

En la Figura 2.8 presentamos la distribución de los errores relativos máximos en la cizalladura diapícnica,  $\delta s/s$ , y en el número de gradiente de Richardson,  $\delta Ri/Ri$ , sobre la superficie isopícnica  $\sigma_\theta = 26.34$  para el día 11 de febrero.

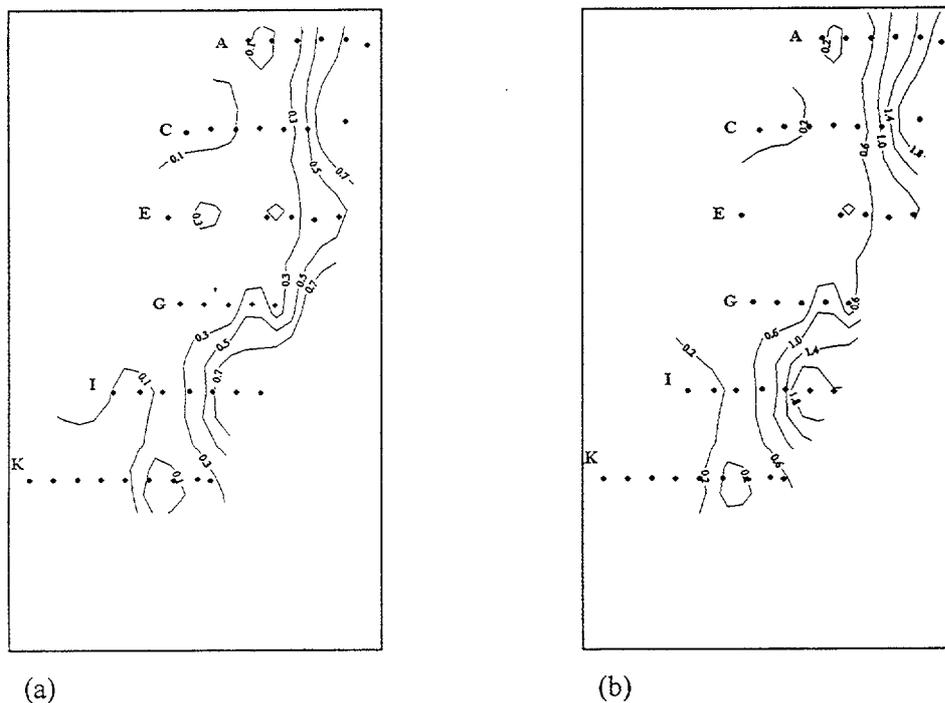


Figura 2.8: Distribuciones sobre la superficie isopícnica de  $\sigma_\theta = 26.34$  de: (a) los errores relativos máximos para la cizalladura diapícnica  $\delta s/s$  y (b) los errores relativos máximos para el número de gradiente de Richardson  $\delta Ri/Ri$ .

En la Figura 2.8a se muestra que  $\delta s$  se encuentra entre  $0.1s$  y  $0.3s$  en la mayoría del dominio. Sin embargo, se alcanzan valores máximos de  $0.7s$  en las regiones lejos de la costa donde la superficie isopícnica es profunda y bastante plana. En la Figura 2.8b se representa la distribución de  $\delta Ri$  con errores típicos entre  $0.2Ri$  y  $0.6Ri$  en la mayoría del dominio. Los valores de los errores relativos  $\delta Ri/Ri$  mayores que  $0.6$  están restringidos a la porción de la superficie isopícnica más lejana de la costa y más profunda.

La conclusión principal que se puede extraer es que aunque los valores de los errores relativos máximos son significativos, no afectan cualitativamente a las estructuras extraídas de las zonas de actividad de los meandros, ya que las zonas de errores relativos máximos tienen lugar en las regiones más profundas.

La tendencia de la densidad,  $w_p$ , es calculada a través de la parametrización descrita en el Capítulo 1, cuyos resultados son presentados en la Figura 2.9. Los valores máximos de la tendencia de la densidad tienen lugar sobre la cresta del meandro Ernie y su filamento durante el 11 de febrero (Figura 2.9b). Esto indica una alta variabilidad vertical de la componente vertical del flujo de densidad de Reynolds  $F_z$  (ecuación 1.12). El resultado es la intensa transferencia de masa y nutrientes a través de esta superficie isopícnica en estas zonas.

Para los demás días también obtenemos valores localmente altos de  $w_p$ : día 9 en el valle del meandro Bert (Figura 2.9a); día 14 en la zona de la cresta del meandro Ernie y en zonas de influencia de los filamentos cercanas a la costa (Figura 2.9c); día 15 (Figura 2.9d) en la región influenciada por el filamento del meandro Ernie sobre la sección C; y día 17 con menor actividad en regiones afectadas por las pequeñas oscilaciones (Figura 2.9e).

Se pone de manifiesto a la vista de esta Figura que los meandros intensifican los procesos de transferencia diapícnica de masa. Esto lo llevan a cabo al producir frontogénesis sobre el sistema frontal, posiblemente a través de la deformación horizontal y de la cizalladura de las isopícnas (Sección 1.7).

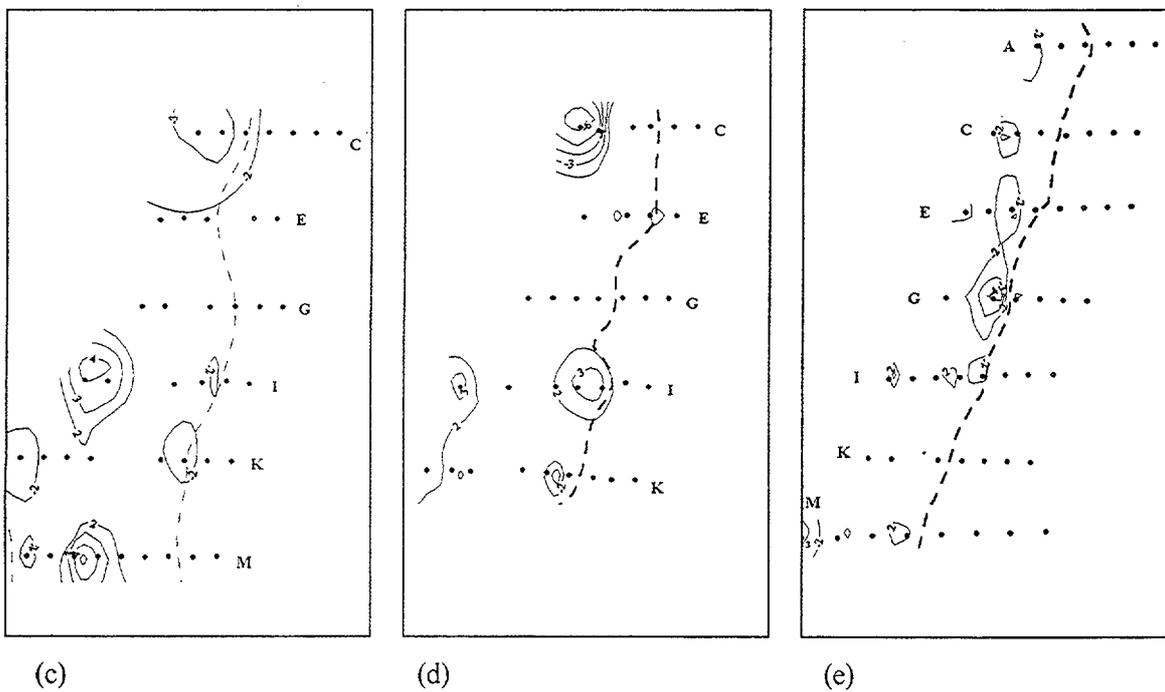
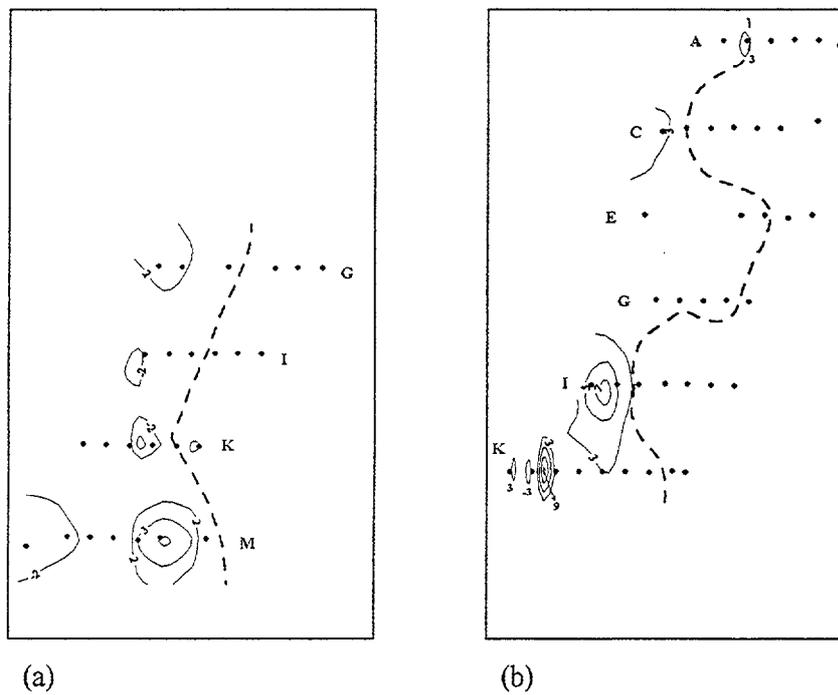


Figura 2.9 : Distribuciones de  $w_p$  sobre la superficie  $\sigma_0 = 26.34$ . Se representan valores  $n$  tal que  $w_p = \text{sgn}(n) 10^{n+10} \text{ Kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$  para los días 9 (a), 11 (b), 14 (c), 15 (d), 17 (e) de febrero.

La velocidad diapicna depende de la tendencia de la densidad a través de la relación  $w_d = J w_\rho$  como ya hemos visto en el Capítulo 1. Esto implica que estará modulada por la estratificación obteniéndose valores más altos si las zonas con altos valores de  $w_\rho$  coinciden con zonas de  $J$  no muy bajos. De esta forma, los filamentos al ser zonas de alta estratificación poseen velocidades diapicnas más pequeñas que zonas menos estratificadas con el mismo valor de  $w_\rho$ .

En la Figura 2.10 representamos la distribución de la convergencia o divergencia diapicna,  $\partial w_\rho / \partial \rho$ , sobre la superficie isopicna de 26.34. La magnitud  $\partial w_\rho / \partial \rho$  está relacionada con la variación temporal del índice de separación  $j$  según la ecuación (1.20) para zonas con mezcla diapicna dominante. Para el día 9 (Figura 2.10a) encontramos valores relativamente altos de convergencia para la cresta del meandro Bert. Durante el día 11 (Figura 2.10b) se obtienen valores altos de convergencia diapicna en la zona de la cresta y filamento asociados al meandro Ernie. Los días 14 y 15 (Figuras 2.10c y 2.10d) los procesos de convergencia diapicna se concentran más en las zonas influenciadas por los filamentos. Las zonas de divergencia diapicna obtenidas para el día 17 (Figura 2.10e) están aparentemente asociadas a las oscilaciones que afectan a la corriente este día.

Las zonas de convergencia para esta superficie de densidad producirán un aumento en  $j$ , ecuación (1.20), cambiando la distribución vertical de densidades. El proceso de frontogénesis producido por el meandro se verá reducido por estos procesos de mezcla diapicna. Considerando el fenómeno desde el punto de vista energético, el aumento de cizalladura diapicna producido en la frontogénesis posibilita la fuente de energía cinética suficiente para producir el cambio en energía potencial asociado a los fenómenos de mezcla diapicna. Este fenómeno será discutido más en detalle en el Capítulo 3 donde desarrollaremos un modelo de frontogénesis con mezcla diapicna. En este modelo la mezcla diapicna será considerada el proceso dominante en el cambio del índice de separación,  $j$ , como es el caso del filamento y cresta del meandro Ernie para el día 11.

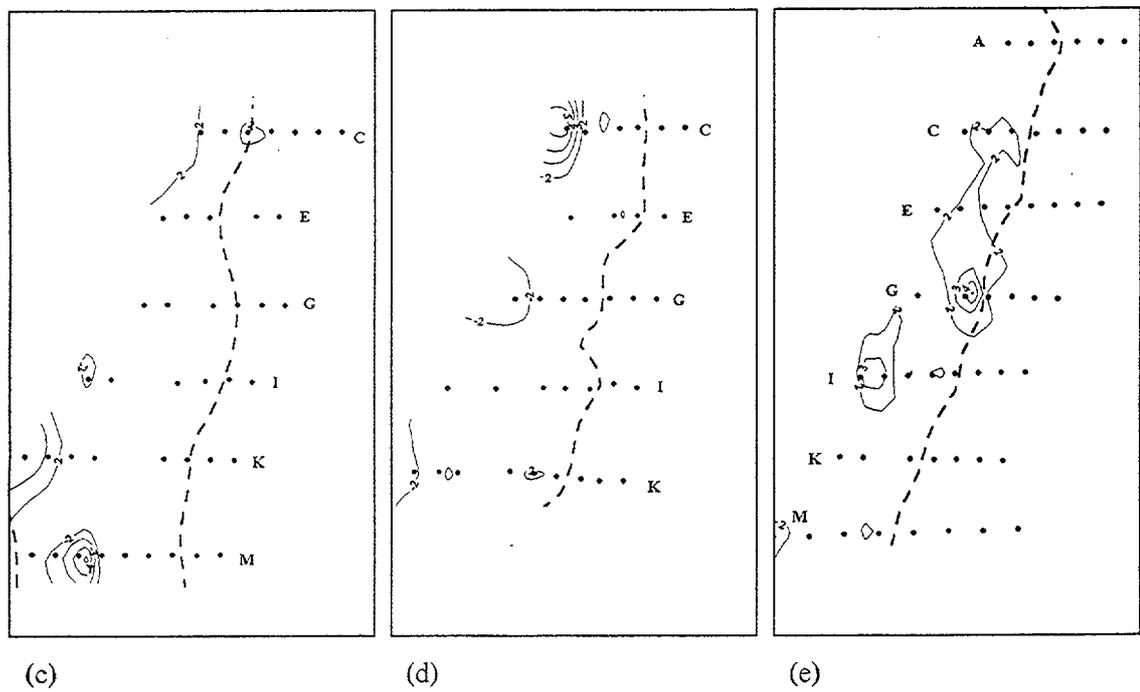
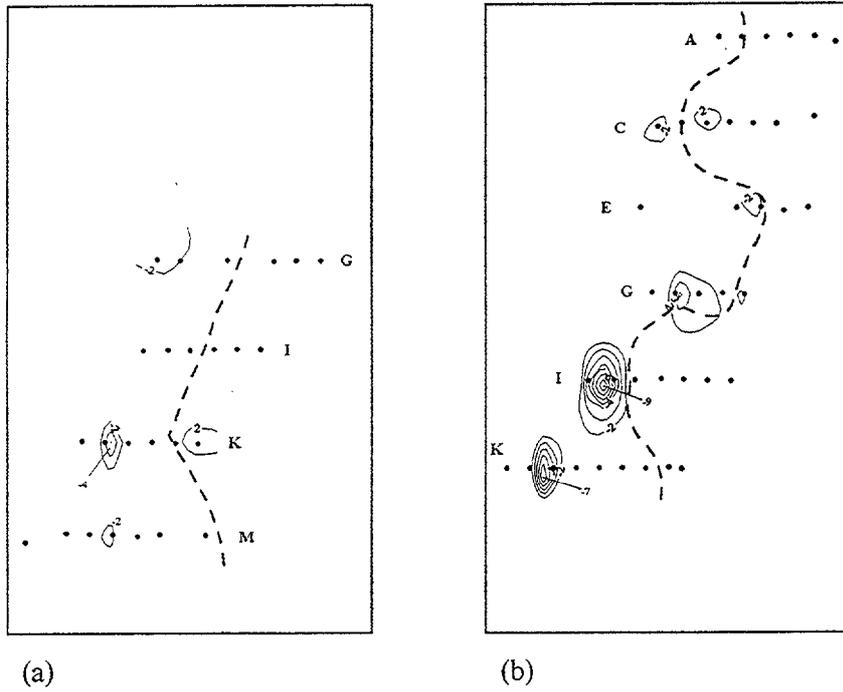


Figura 2.10: Distribuciones de  $\partial w_p / \partial \rho$  sobre la superficie  $\sigma_\theta = 26.34$ . Se representan valores  $n$  tal que  $\partial w_p / \partial \rho = \text{sgn}(n) 10^{|n|-8} \text{ s}^{-1}$  para los días 9 (a), 11 (b), 14 (c), 15 (d), 17 (e) de febrero.

Como hemos visto desde la Figura 2.4 a la 2.10, en el día 11 se produce la mayor actividad de procesos diapícnos debido a la presencia de los dos meandros, con principal atención en el meandro Ernie. Para tener una visión espacial completa de los resultados, a continuación presentamos las distribuciones de las magnitudes de interés sobre las secciones K e I del día 11 y K del día 17. De todas las secciones estudiadas, éstas nos parecen las más interesantes al corresponder a dos situaciones opuestas en cuanto a la actividad de meandros se refiere. Seguiremos utilizando el marco de las coordenadas isopícnas donde la coordenada vertical será la densidad potencial.

### 2.5.2. Distribuciones en secciones

De las secciones escogidas, K e I para el día 11 y K para el día 17, presentamos en primer lugar la distribución vertical de las superficies isopícnas. Estas figuras describen de una manera clara la estructura vertical del sistema frontal asociado a la Corriente del Golfo. Posteriormente se analizarán las magnitudes características que hemos venido utilizando para los procesos diapícnos:  $z$ ,  $j$ ,  $\partial v / \partial \rho$ ,  $Ri$ ,  $w_p$  y  $\partial w_p / \partial \rho$ . La comparación de sus distribuciones en coordenadas isopícnas nos mostrará la influencia de los meandros en este tipo de procesos. Para realizar esta comparación se han representado todas las distribuciones a la misma escala señalando aquellas isolíneas más significativas. La coordenada  $x$  representa la distancia en Km de cada estación a la costa en la dirección del transecto.

Las estaciones son especificadas en las distribuciones de  $\sigma_\theta$  y  $z$  con un número en la parte superior de la gráfica. La localización de las medidas realizadas para cada una de ellas se representa por medio de puntos en la gráfica de  $\sigma_\theta$ . Se observa un muestreo cada cuatro metros hasta la profundidad de 200 m a partir de la cual aumenta a 10 m. En las gráficas para  $z$  se muestran los puntos espaciados 0.01 en  $\sigma_\theta$  donde se han realizado las interpolaciones. Como se observará, no siempre las estaciones tienen valores de  $z$  para el rango establecido de  $\sigma_\theta$  (26.2 - 27.2). Esto ocasiona que aparezcan zonas blanqueadas tanto en las gráficas de  $z$  como en las de las demás magnitudes. En estas zonas no se han representado valores para evitar el aumento del error en la estimación espacial, debido a la falta de cobertura de datos. En el análisis de datos (Sección 2.4) comentamos la utilización del krigado como estimador para la determinación de un error en la interpolación que nos permita describir las estructuras

con cierta confianza. En las zonas con buena cobertura, los errores asociados a las magnitudes son los que determinan su fiabilidad, tal como comentamos en la Sección 2.4.

En la Figura 2.11 se representan las distribuciones de densidad potencial. En las Figuras 2.12, 2.13 y 2.14 presentamos las distribuciones de las demás propiedades. La isolínea de  $j = 20 \times 10^4$  m es marcada con trazo grueso continuo en los apartados (b) de la Figura 2.12, mientras que se representa con trazo grueso discontinuo en los demás apartados. En el apartado (c) la isolínea  $\partial v / \partial p = 0.6 \text{ m}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$  es representada con trazo grueso continuo, de la misma forma que en el apartado (d) las isolíneas  $\log(Ri)$  iguales a 0.6 y -0.6, las cuales corresponden aproximadamente a  $Ri$  iguales a 4 y 0.25, respectivamente.

Las Figuras 2.11a y 2.11b corresponden a las secciones K e I, las cuales se sitúan aproximadamente en el valle y la cresta del meandro Ernie para el día 11 de febrero. En ellas se aprecia de forma clara la influencia del valle y la cresta del meandro en la intensificación de la zona frontal asociada con la Corriente del Golfo entre las estaciones 090 y 083. En la Figura 2.11c, correspondiente a la sección K del 17 de Febrero, se aprecia que las pendientes de las isopicnas han disminuido notablemente. Ya hemos comentado en las Figuras correspondientes a las distribuciones sobre la superficie isopicna de 26.34 que para el 17 de febrero no se apreciaban meandros de gran amplitud sino pequeñas oscilaciones, estando situado el transecto K aproximadamente en el valle de una de ellas.

Otra característica común a las Figuras 2.11a y 2.11c es la existencia de un remolino ciclónico asociado a la corriente, observado ya en las distribuciones de  $z$ ,  $j$  y  $\partial v / \partial p$  para el día 11 (Figuras 2.4b, 2.5b y 2.6b). Para el día 17 esta estructura desaparece totalmente sobre la superficie isopicna 26.34. Estos remolinos ciclónicos son denominados remolinos frontales (Glen y Ebbesmeyer, 1994) y han sido estudiados en detalle durante el experimento FRED (Frontal Eddy Dynamics), llevado a cabo con una variedad de medidas (AXBTs, XBTs, boyas Argos, imágenes AVHRR) a lo largo de seis meses del año 1987. De este experimento se determinó que el período más frecuente de la formación de estas estructuras es de 5 días (Glen y Ebbesmeyer, 1994).



La Figura 2.11b, correspondiente a la zona de cresta del meandro Ernie, nos muestra como el sistema frontal es advechado hacia la costa por el campo de deformación impuesto por el meandro. Este fenómeno se observa claramente a  $z = 200$  m en la Figura 2.2b. De la cresta del meandro se desprende un filamento de agua cálida que aparece en la Figura 2.11a entre las estaciones 093 y 091. Este filamento produce un aumento de la estratificación y, por lo tanto, una disminución de  $j$ . En la Figura 2.5 ya apreciábamos zonas de  $j$  pequeños producidas por los filamentos.

La Figura 2.12 muestra las distribuciones de  $z$  y  $j$  entre las isopicnas 26.2 y 27.2 para los tres transectos. Para la sección K del día 11, la estructura altamente estratificada del filamento es observada en la Figura 2.12a con un bajo valor del gradiente de  $z$  frente a la densidad. Esto conlleva los valores bajos de  $j$  para esta zona descritos en la Figura 2.12b. Algunos valores bajos de  $j$  (por debajo de  $10^5$  m) no están asociados al filamento sino al sistema frontal de la Corriente del Golfo entre las estaciones 086 y 087 como podemos apreciar en esta figura. Se observa también entre estas estaciones un alto gradiente de  $z$  frente a  $x$  (Figura 2.12a).

Para la zona de la cresta correspondiente a la sección I del día 11 (Figuras 2.12c y 2.12d) nos encontramos con una alto gradiente de  $z$  frente a  $x$  y valores bajos de  $j$  a lo largo de todo el intervalo de densidades en la zona de localización del frente.

El día 17 (Figura 2.12e y 2.12f) muestra gradientes de  $z$  frente a  $x$  (estaciones 407 y 408) mucho menores que aquellas que se observaron en la sección K del día 11 (estaciones 086 y 087). También se observan valores bajos de  $j$  en  $\sigma_\theta$  superiores a 26.6 en la zona de la estructura ciclónica, aunque superiores a los que se alcanzan en la sección K del día 11 donde el filamento causa una gran influencia.

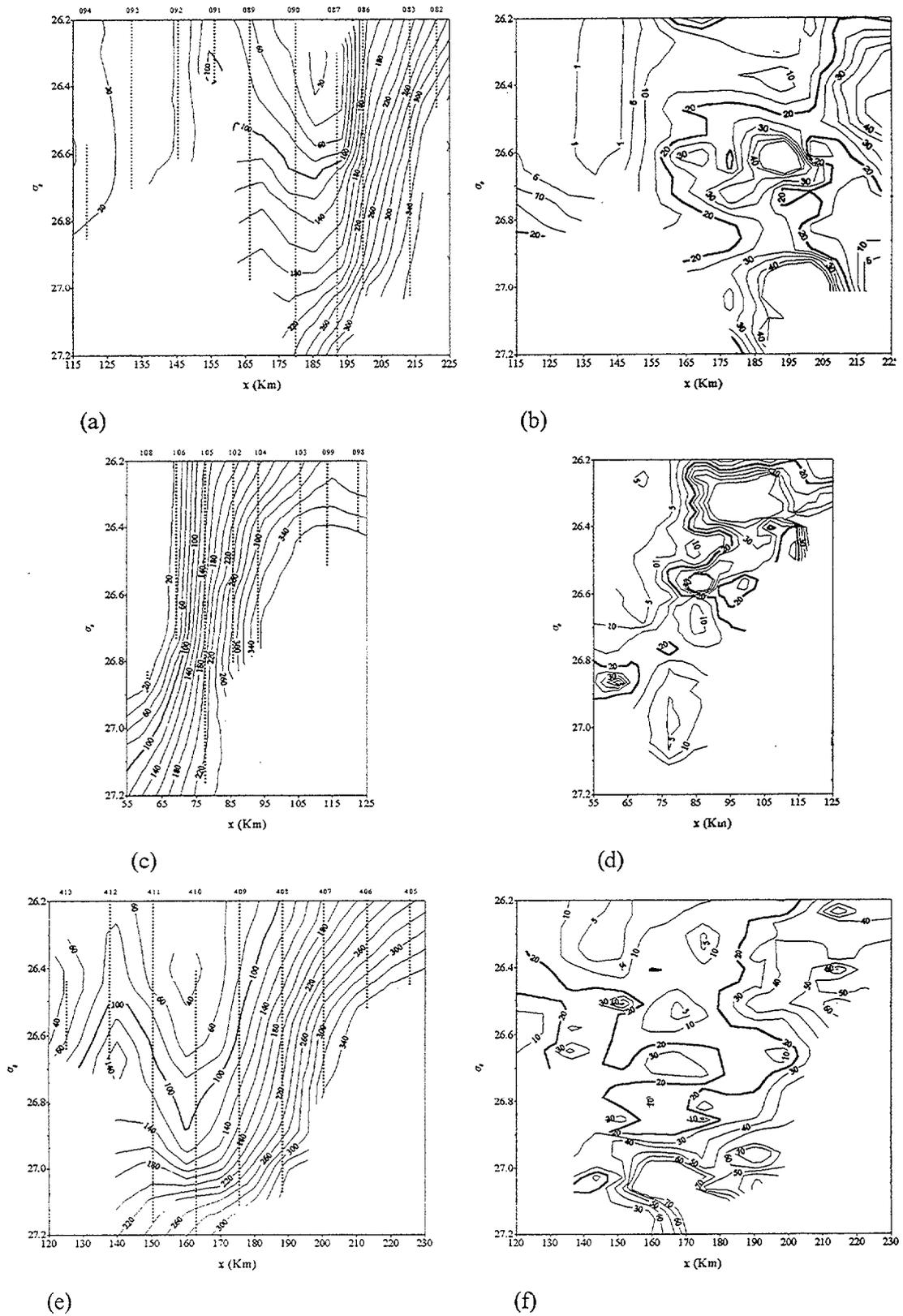


Figura 2.12: Distribuciones de  $z$  (m), profundidad, y  $j$  (en  $10^4$  m), índice de separación, sobre la sección K del día 11 (a, b), la sección I del día 11 (c, d) y la sección K del día 17 (e, f).

A continuación podemos calcular las distribuciones de la cizalladura diapicna,  $\partial v / \partial \rho$ , y del logaritmo de número de gradiente de Richardson,  $\log(Ri)$ , en coordenadas isopicnas para el intervalo 26.2-27.2 de  $\sigma_\theta$ . La isolínea de  $j = 20 \times 10^4$  m se representa con trazos discontinuos mientras que los valores de  $\partial v / \partial \rho$  igual a  $0.6 \text{ Kg}^{-1} \text{ m}^4 \text{ s}^{-1}$  y  $\log(Ri)$  iguales a 0.6 ( $Ri = 4$ ) y - 0.6 ( $Ri = 0.25$ ) se representan con trazo grueso continuo. En base a la ecuación de viento térmico en coordenadas isopicnas es de esperar valores altos de cizalladura diapicna en las zonas de mayor gradiente de  $z$  frente a  $x$  para  $\sigma_\theta$  constante. Si las zonas con valores pequeños de  $j$  coinciden con altos valores de  $\partial v / \partial \rho$  se producirán valores de  $Ri$  subcríticos indicando la generación de inestabilidades. En la Figura 2.13 mostraremos las distribuciones de cizalladura diapicna y  $Ri$  para descubrir la localización de tales regiones y determinar cual es la influencia de los meandros.

Para la sección K del día 11 (Figura 2.13a) podemos apreciar una región con los valores máximos de cizalladura diapicna ( $1.5 - 2 \text{ Kg}^{-1} \text{ m}^4 \text{ s}^{-1}$ ) localizada en el lado ciclónico del valle del meandro entre las estaciones 087 y 083. También se alcanzan valores relativamente altos en la zona del filamento entre las estaciones 092 y 091, mientras que los valores bajos se localizan en la zona central (entre el filamento y el núcleo de la corriente) y cerca de la costa. La distribución de  $Ri$  para esta sección obedece al efecto combinado de  $j$  y  $\partial v / \partial \rho$ . De esta forma, los valores subcríticos de  $Ri$  son observados en la región del filamento donde se obtienen los valores más bajos de  $j$  y valores moderados de  $\partial v / \partial \rho$ . También se obtienen mínimos secundarios de  $Ri$  en el lado ciclónico del valle del meandro donde se localiza los valores de  $\partial v / \partial \rho$  máximos y valores relativamente bajos de  $j$ . Por lo tanto estas dos zonas son las candidatas a presentar altos valores de la tendencia de la densidad  $w_\rho$ .

La sección I del día 11 (Figura 2.13c) correspondiente a la cresta del meandro presenta valores máximos de  $\partial v / \partial \rho$  coincidentes con valores mínimos de  $j$ . Esto ocasiona la existencia de una amplia zona de valores pequeños de  $Ri$  (Figura 2.13d), alcanzándose en algunas densidades valores subcríticos. Para la sección K del día 17 (Figura 2.13e) se observan que los máximos valores de  $\partial v / \partial \rho$  son bastantes más bajos. Además, las regiones de  $j$  mínimos no son coincidentes con los  $\partial v / \partial \rho$  máximos dando una distribución de  $Ri$  con valores mínimos en la zona frontal pero sin llegar a valores subcríticos (Figura 2.13f).



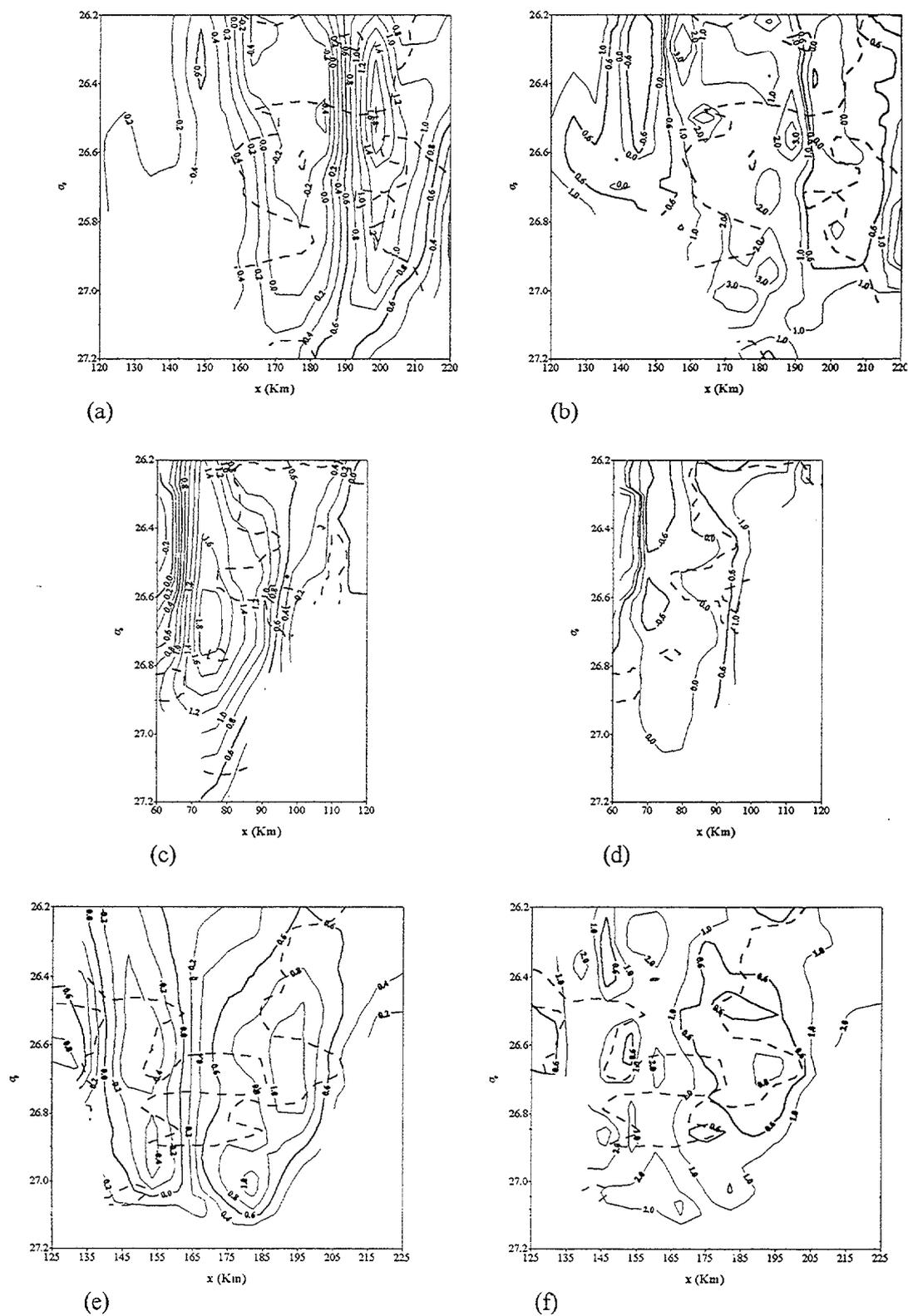


Figura 2.13: Distribuciones de  $\partial v / \partial \rho$  ( m<sup>4</sup> Kg<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup> ) y  $\log(Ri)$  para el transecto K (a, b) e I (c, d) del día 11 y K (e, f) del 17.

La influencia de los meandros se traduce de esta forma en un aumento de los valores de  $\partial v/\partial \rho$  de tal forma que sean coincidentes con valores de  $j$  pequeños, generando zonas de  $Ri$  subcríticos. Las distribuciones de la tendencia de la densidad,  $w_\rho$ , y de convergencia y divergencia diapicna,  $\partial w_\rho/\partial \rho$ , deberán tener en cuenta las distribuciones de  $Ri$  y  $j$  como mostrábamos en el Capítulo 1 (ecuación 1.13).

En la Figura 2.14 se representan  $w_\rho$  y  $\partial w_\rho/\partial \rho$  para los tres transectos. Con trazos discontinuos finos se representan los valores positivos y con trazo continuo fino los valores negativos. Como en las figuras anteriores, en trazo grueso discontinuo se señala la isolínea de  $j = 20 \times 10^4 \text{ m}$ .

Se observa que el máximo de actividad se encuentra en la zona del filamento (Figuras 2.14a y 2.14b) y en el lado ciclónico de la cresta del meandro (Figuras 2.14c y 2.14d). En las Figuras 2.14e y 2.14f se obtienen valores más pequeños de mezcla diapicna debido a la ausencia de grandes meandros para el día 17. Una característica interesante es el carácter de la distribución de la tendencia de la densidad con valores alternantes positivos y negativos, representando flujos netos de masa diapicna hacia abajo y hacia arriba, respectivamente. La existencia de varios máximos y mínimos en la tendencia de la densidad marca el mismo carácter al gradiente diapicno de esta magnitud,  $\partial w_\rho/\partial \rho$ , produciendo valores negativos (convergencia diapicna) y positivos (divergencia diapicna) alternantes.

A continuación discutimos algunas conclusiones derivadas de los resultados obtenidos tanto en la superficie isopicna de 26.34 como en las secciones transversales a la corriente.

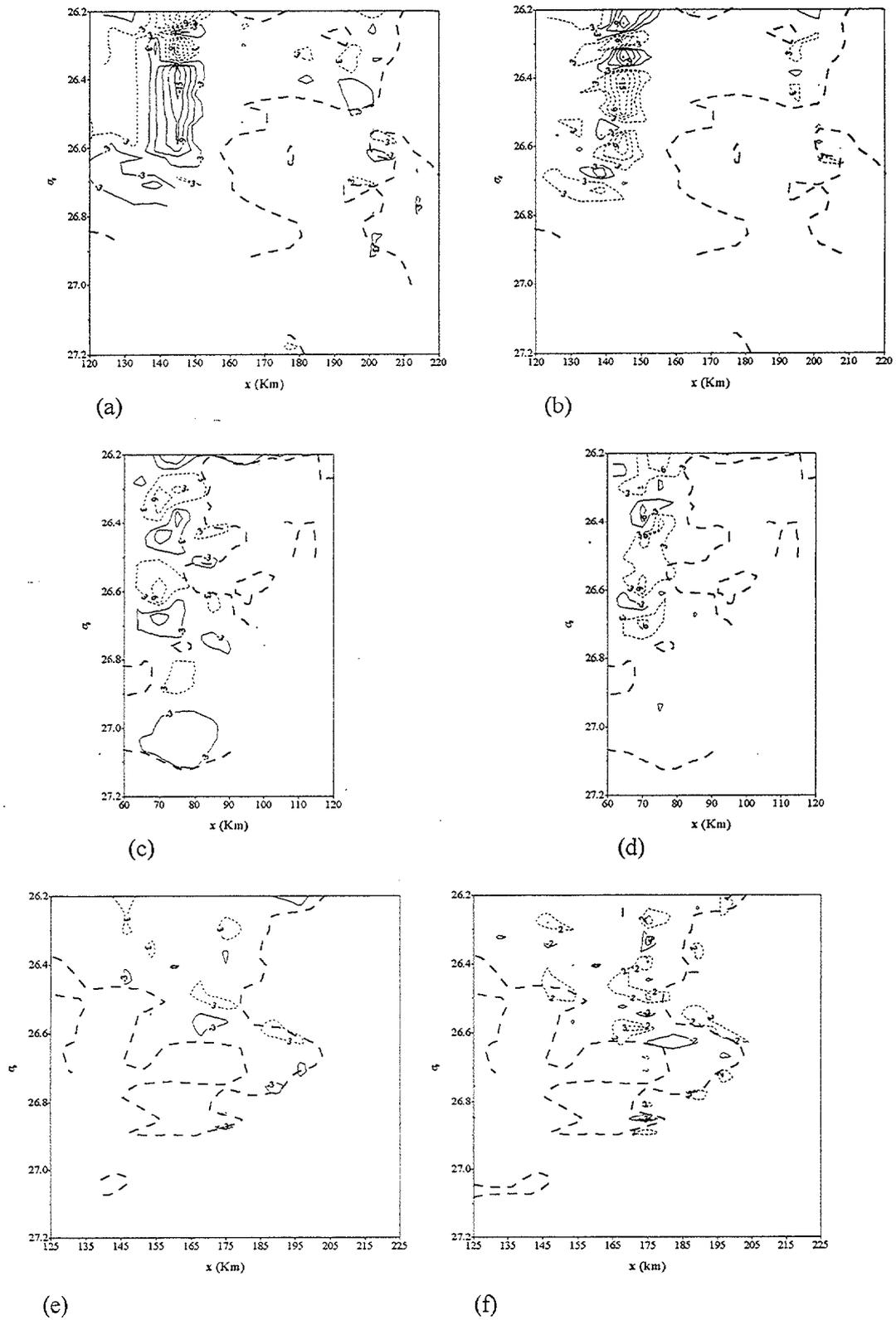


Figura 2.14: Distribuciones de  $w_p$  y  $\partial w_p / \partial p$ . Se representan valores  $n$  tal que  $w_p = \text{sgn}(n) 10^{n-10} \text{ Kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$  y  $\partial w_p / \partial p = \text{sgn}(n) 10^{n-8} \text{ s}^{-1}$  para el transectos K (a, b) e I (c, d) del día 11 y K (e, f) del día 17, respectivamente. Con trazo grueso discontinuo la isolínea  $j=20 \times 10^4 \text{ m}$ .

## 2.6 Conclusiones

Nuestros cálculos apoyan la hipótesis de la existencia de intensa mezcla diapicna tanto en capas superficiales como en la termoclina superior de la Corriente del Golfo, asociada con episodios de frontogénesis que tienen lugar durante el paso de meandros. Las condiciones que favorecen la mezcla son una alta compresión de las isopicnas en la vertical y un aumento relativo de la cizalladura diapicna. Estas regiones estáticamente estables se vuelven dinámicamente inestables causando números de gradientes de Richardson pequeños y altos valores de tendencia de densidad y de convergencia/divergencia diapicna. Este estudio se ha limitado a considerar para la mezcla diapicna las inestabilidades inducidas por la cizalladura del flujo geostrófico. La contribución a la mezcla debido a otras fuentes, como las mareas baroclínicas y las ondas internas, podrían ser importantes pero escapan al alcance de este estudio.

Hay que tener en cuenta dos aclaraciones importantes:

a) La tendencia de la densidad está directamente relacionada con la velocidad diapicna y de esta forma con la velocidad de intrusión (“entrainment”) a través del jacobiano  $\partial z / \partial \rho$ , pero difiere de la velocidad vertical epipicna.

b) Se podría haber realizado el estudio en coordenadas cartesianas pero creemos que el sistema de coordenadas isopicno presenta ventajas conceptuales y prácticas frente al primero. El principal beneficio conceptual es que nos permite diferenciar claramente entre mezcla epipicna y diapicna frente a la dificultad en las estimaciones de la intensidad de mezcla horizontal y vertical, y los procesos que la producen. Las ventajas prácticas radican en la estimación directa de los cambios de densidad y de la divergencia/convergencia diapicna. En cualquier caso, pensamos que trabajar en el marco de las coordenadas isopicnas introduce grandes ventajas respecto al sistema clásico.

La principal limitación de nuestros resultados se encuentra en el carácter intermitente y en forma de parches que poseen los procesos de mezcla, lo cual requiere una buena resolución espacio-temporal en las medidas. Este carácter está probablemente asociado a dos factores: la frontogénesis principal, que tiene lugar cerca de la cresta de los meandros, y la

producción de frontogénesis secundaria en los bordes de la región original de mezcla. El conjunto de datos que nosotros hemos utilizado es probablemente adecuado en lo que respecta a la resolución vertical, pero sólo algo satisfactorio en cuanto a poder representar las estructuras horizontales y la evolución temporal de la mezcla. Otras limitaciones descansan en la precisión de los datos de AXBT. En cualquier caso, nuestros resultados sugieren claramente que los procesos de mezcla diapicna inducida por cizalladura son procesos importantes en la Corriente del Golfo sometida a la acción de los meandros.

En el siguiente Capítulo analizaremos un modelo de frontogénesis en coordenadas isopícnas causado por un campo de deformación no divergente. Intentaremos en la medida que el modelo nos lo permita, simular el efecto de un meandro sobre una distribución inicial de densidades. Con este modelo podremos analizar con detenimiento la evolución espacio-temporal de la mezcla y su interacción con la distribución de densidades.



## Capítulo 3

# Modelo de frontogénesis con mezcla diapicna

### 3.1 Introducción

Nuestro propósito principal con el planteamiento y desarrollo de un modelo de frontogénesis con mezcla diapicna es el estudio del rol dinámico que la mezcla diapicna puede llegar a desempeñar en los sistemas frontales. La formulación teórica del modelo se basa en el análisis que hemos llevado a cabo en el Capítulo 1. En ese Capítulo estudiamos la mezcla diapicna en el marco de las coordenadas isopicnas, tanto desde el punto de vista cinemático como dinámico, enfocando nuestro interés en la mezcla inducida por cizalladura. A continuación determinamos que la cinemática de los procesos de frontogénesis puede describirse a través de campos de deformación, los cuales causan cambios en la distribución del campo de flotabilidad y, por consiguiente, en el campo de densidades. También analizamos brevemente las ecuaciones de balance en coordenadas isopicnas, las cuales serán el punto de partida en las simplificaciones correspondientes al caso de balance geostrofico.

El desarrollo del modelo surge en gran medida motivado por el análisis realizado en el Capítulo 2 correspondiente al estudio de los procesos de mezcla en el sistema frontal de la Corriente del Golfo cerca de la costa de Carolina del Norte (Estados Unidos). En este estudio

mostramos como la intensa cizalladura diapicna de la velocidad geostrófica, calculada a través de la ecuación de viento térmico en coordenadas isopícnas, operando en zonas de alta estratificación caracterizadas por valores bajos del jacobiano,  $J$ , generaba zonas subcríticas del número de gradiente de Richardson,  $Ri$  (ecuación 1.15). Estas zonas subcríticas de  $Ri$  ocasionan alta mezcla diapicna, calculada a través de la parametrización del coeficiente de difusión turbulenta vertical,  $K_v$  (ecuación 1.16).

A partir del análisis sobre superficies isopícnas y por secciones pudimos observar que algunas fases de los meandros en la Corriente del Golfo constituyen el campo de deformación necesario para aumentar la cizalladura diapicna y así bajar el número de gradiente de Richardson,  $Ri$ , a valores subcríticos, generando amplias zonas con significativa mezcla diapicna. La cuantificación de la intensidad de la mezcla, sin embargo, la veíamos limitada por los errores de las magnitudes de interés debido a las observaciones directas realizadas con AXBT.

Con el modelo que proponemos de frontogénesis con mezcla diapicna pretendemos analizar la evolución espacio-temporal de la intensidad de los procesos diapícnos. En la medida que sea posible compararemos los resultados con el estudio experimental llevado a cabo en la Corriente del Golfo. El modelo se basa en el planteamiento de un sistema frontal caracterizado por una distribución vertical de densidades potenciales sometida a frontogénesis por un campo de deformación pura. Bajo la aproximación geostrófica utilizamos la ecuación de viento térmico con el objetivo de determinar la cizalladura diapicna a partir de la pendiente de las isopícnas. Valores altos de cizalladura inducen mezcla diapicna con mayor intensidad si coinciden con valores bajos de  $j$ , es decir, con zonas altamente estratificadas.

El papel del campo de deformación es aumentar los valores de cizalladura diapicna, los cuales disminuirán  $Ri$  hasta que los procesos de mezcla inducidos sean lo suficientemente intensos para localmente modificar la estructura de densidades. Para estudiar esta correspondencia biyectiva entre la mezcla y las distribuciones de densidad, es necesario plantear las ecuaciones de conservación de momento y masa. Su resolución a lo largo del tiempo determina esta relación en cada fase del proceso de frontogénesis. Para nuestro análisis utilizaremos uno de los casos más simples de frontogénesis correspondiente a una deformación horizontal pura.

### 3.2 Fundamentación teórica

Planteamos las ecuaciones en el sistema de coordenadas isopícnas  $(x, y, \rho)$  de forma que  $x$  es la dirección transversal al frente,  $y$  es la dirección a lo largo del frente y  $\rho$  la densidad potencial tomada como coordenada vertical. Consideramos el sistema frontal en balance geostrófico en la dirección transversal al frente (ver Sección 1.7, Capítulo 1), donde retenemos las componentes horizontales de la fuerza de Coriolis y el gradiente transversal del potencial de Montgomery,  $\phi_m$ :

$$f v = \frac{\partial \phi_m}{\partial x} \quad (3.1)$$

$$u = 0 \quad (3.2)$$

siendo  $v$  y  $u$  las componentes de la velocidad a lo largo del frente y en la dirección transversal, respectivamente, y  $\phi_m$  es el potencial de Montgomery y viene dado por la ecuación (1.56).

El campo de velocidades horizontales geostróficos representado por las ecuaciones (3.1) y (3.2) será independiente de la coordenada  $y$  (dirección a lo largo del frente) pero dependerá de las coordenadas horizontal  $x$  y vertical  $\rho$ . Será, por lo tanto, un campo de velocidades baroclino en coordenadas isopícnas dado por el vector  $\mathbf{v} = (0, v, w_\rho)$ . En esta representación hemos incluido la tendencia de la densidad  $w_\rho$  que también será función de  $x$  y de  $\rho$ .

Adicionalmente al campo de velocidades baroclino, el sistema frontal está sometido a un campo de deformación pura cuyo campo de velocidades viene dado por  $\mathbf{v}_d = (u_d, v_d, 0)$  constituyendo un campo barotrópico. La función de corriente  $\Psi$ , según lo expuesto en la Sección 1.5, viene dada por  $\Psi = -\gamma xy$ , siendo  $\gamma$  un coeficiente constante de deformación. Las componentes de la velocidad tendrán entonces las siguientes expresiones:

$$u_d = -\gamma x \quad (3.3)$$

$$v_d = \gamma y \quad (3.4)$$

determinando de esta forma que el campo  $v_d$  sea no divergente:

$$\frac{\partial u_d}{\partial x} + \frac{\partial v_d}{\partial x} = 0 \quad (3.5)$$

El campo de deformación así definido variará la forma de los elementos de fluido que son advectados pero mantendrá su área horizontal.

El campo de velocidad total de un elemento de fluido,  $v_t$ , será la suma del campo baroclino y barotrópico, cuyas componentes en coordenadas isopícnas vienen dadas por:

$$u_t = u_d \quad , \quad v_t = v + v_d \quad , \quad w_t = w_\rho \quad (3.6)$$

Es este campo de velocidad total el que debe tomarse para la ecuación de conservación de masa aplicada al elemento de volumen,  $dV$ , expresado en coordenadas isopícnas,  $dV = dx dy J d\rho$ :

$$\frac{\partial(u_t \rho J d\rho dy)}{\partial x} dx + \frac{\partial(v_t \rho J d\rho dx)}{\partial y} dy + \frac{\partial(w_\rho \rho J dx dy)}{\partial \rho} d\rho = - \frac{\partial(\rho J d\rho dy dx)}{\partial t} \quad (3.7)$$

Eliminando  $dx dy d\rho$  obtenemos:

$$\frac{\partial(u_t \rho J)}{\partial x} + \frac{\partial(v_t \rho J)}{\partial y} + \frac{\partial(w_\rho \rho J)}{\partial \rho} = - \frac{\partial(\rho J)}{\partial t} \quad (3.8)$$

Como  $j = \rho J$  entonces nos queda la ecuación de conservación de masa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial(u_t j)}{\partial x} + \frac{\partial(v_t j)}{\partial y} + \frac{\partial(w_\rho j)}{\partial \rho} = - \frac{\partial j}{\partial t} \quad (3.9)$$

Podemos simplificar esta ecuación debido a que  $j$  y  $v$  son independientes de  $y$ , y el campo de deformación es no divergente:

$$\frac{\partial j}{\partial t} = -u_d \frac{\partial j}{\partial x} - \frac{\partial(w_\rho j)}{\partial \rho} \quad (3.10)$$

Resolviendo esta ecuación tendríamos  $j$  como una función de  $t$ ,  $x$ , y  $\rho$ . Si definimos la coordenada  $x'$  como una coordenada lagrangiana que identifica al elemento de fluido a partir de su posición inicial, podemos relacionarla con la coordenada  $x$  de la siguiente forma:

$$u_d = \frac{dx}{dt} = -\gamma x \Rightarrow x = x_o \exp(-\gamma t) \Rightarrow x = x' \exp(-\gamma t) \quad (3.11)$$

donde debido a la definición dada anteriormente de  $x'$  esta cumple la igualdad  $x' = x(t=0) = x_o$ . De esta forma, para cada elemento de fluido la coordenada  $x'$  no cambiará a lo largo del tiempo en el proceso de deformación. Para transformar la ecuación (3.10) al nuevo sistema cuasi-lagrangiano  $(t, x'(x, t), \rho)$  sabemos que  $j$  es una función  $j(x(x', t), t, \rho)$ , por lo que se obtiene el siguiente desarrollo:

$$\left. \frac{\partial j}{\partial t} \right|_{x', \rho} = \left. \frac{\partial j}{\partial t} \right|_{x, \rho} + \left. \frac{\partial j}{\partial x} \right|_{\rho, t} \left. \frac{\partial x}{\partial t} \right|_{x'} = \left. \frac{\partial j}{\partial t} \right|_{x, \rho} - \gamma x' \exp(-\gamma t) \left. \frac{\partial j}{\partial x} \right|_{\rho, t} = \left. \frac{\partial j}{\partial t} \right|_{x, \rho} - \gamma x \left. \frac{\partial j}{\partial x} \right|_{\rho, t}$$

deduciéndose la siguiente expresión:

$$\left. \frac{\partial j}{\partial t} \right|_{x', \rho} = \left. \frac{\partial j}{\partial t} \right|_{x, \rho} + u_d \left. \frac{\partial j}{\partial x} \right|_{\rho, t} \quad (3.12)$$

Si evaluamos ahora la derivada de la magnitud  $w_\rho j$  con respecto a  $\rho$  nos queda:

$$\left. \frac{\partial(w_\rho j)}{\partial \rho} \right|_{x', t} = \left. \frac{\partial(w_\rho j)}{\partial \rho} \right|_{x, t} + \left. \frac{\partial(w_\rho j)}{\partial x} \right|_{\rho, t} \left. \frac{\partial x}{\partial \rho} \right|_{x'} = \left. \frac{\partial(w_\rho j)}{\partial \rho} \right|_{x, t} \quad (3.13)$$

debido a que  $\partial x/\partial \rho$  es igual a cero porque las coordenadas  $x$  y  $\rho$  son independientes en el sistema de coordenadas isopícnas. Sustituyendo (3.12) y (3.13) en (3.10) se obtiene la siguiente relación en el sistema  $(t, x', \rho)$ :

$$\frac{\partial j}{\partial t} = - \frac{\partial(w_\rho j)}{\partial \rho} \quad (3.14)$$

La ecuación de conservación de masa (3.14) nos indica que el índice de separación de las isopícnas,  $j$ , para un sistema de referencia lagrangiano que viaje con el campo de deformación, sólo cambiaría debido a la variación de  $jw_\rho$  con respecto a  $\rho$ . Esto es consistente con un campo de deformación pura que no produce variaciones de volumen en los elementos de fluido que va advectando.

Nuestro modelo se basaría en la resolución de (3.14) en cada paso temporal a partir del campo inicial de  $w_\rho$  que calcularíamos a través de las distribuciones del coeficiente  $K_v$  y del jacobiano  $J$ , siempre en coordenadas isopícnas (ecuación 1.13). La distribución inicial de  $K_v$  vendrá determinada por la distribución de  $Ri$ , calculada a partir de la distribución inicial de densidades y de cizalladura diapícnica. El valor de  $K_v$  a utilizar para tiempos posteriores se determina por medio de una ecuación tipo Langevin:

$$\frac{\partial K_t}{\partial t} \tau = -K_t + K_f \quad (3.15)$$

donde  $K_f$  es el coeficiente  $K_v$  evaluado en el instante  $t$  actual y  $K_t$  sería el coeficiente  $K_v$  en un instante  $t-\tau$  anterior donde  $\tau$  corresponde con la escala temporal característica de la turbulencia. La justificación física de esta ecuación reside en su capacidad de guardar una cierta memoria temporal del campo de turbulencia (Barenblatt et al, 1993; Kranenburg, 1996; Pelegrí y Sangrá, 1997), al tomar en cuenta el decaimiento propio del coeficiente de difusión mientras es continuamente forzado por las condiciones presentes de estratificación y cizalladura. Nosotros hemos estimado  $\tau$  a través de la frecuencia de flotabilidad,  $N$ , considerando que el período natural del flujo vertical de densidad sea del orden de  $N^{-1}$ . Esto está de acuerdo con el significado físico de  $N$ , en cuanto que un elemento de fluido sometido a una perturbación vertical se verá forzado a oscilar con frecuencia  $N$ . Los trabajos

experimentales de Gregg (1987) y numéricos de Holt (1992) corroboran esta hipótesis dando como resultado  $\tau \approx N^{-1}$ . La determinación de  $\tau$  la realizaremos en cada paso temporal a partir de la distribución de  $j$  mediante la relación  $\tau = N^{-1} = (j/g)^{1/2}$ . El coeficiente  $K_t$  será finalmente utilizado para el cálculo de  $w_p$ , teniendo en cuenta de esta forma la inercia temporal de la turbulencia.

Cada paso temporal va cambiando la distribución de  $j$ , lo cual hace variar a su vez la distribución de  $w_p$ , produciendo un proceso de retroalimentación que será comentado en la Sección 3.4. En la siguiente Sección explicaremos la formulación numérica que se ha llevado a cabo para la resolución de la ecuación (3.14) a partir de las ecuaciones que en cada paso dan lugar a  $w_p$ . El modelo planteado es un modelo bidimensional debido a la homogeneidad de los campos en la dirección a lo largo del frente.

### 3.3 Formulación numérica

El método utilizado para la integración temporal y cálculo de derivadas es el de las diferencias finitas. Se han utilizado diferencias centradas con respecto al tiempo (“leapfrog”) y con respecto al espacio isopícnico para la zona interior. En el borde superior e inferior se han utilizado diferencias hacia delante y hacia detrás, respectivamente.

#### 3.3.1. Caracterización del dominio

La malla utilizada consiste en 61 puntos en la dirección de la densidad potencial equiespaciados con un  $\Delta\rho = 0.025 \text{ Kg/m}^3$  entre  $1026.2 \text{ Kg/m}^3$  y  $1027.7 \text{ Kg/m}^3$ . La dirección horizontal está constituida por 201 puntos equiespaciados con un  $\Delta x_0 = 2 \text{ km}$  abarcando un intervalo entre  $-200 \text{ Km}$  y  $200 \text{ Km}$ . En la siguiente Figura se representa la malla del modelo:

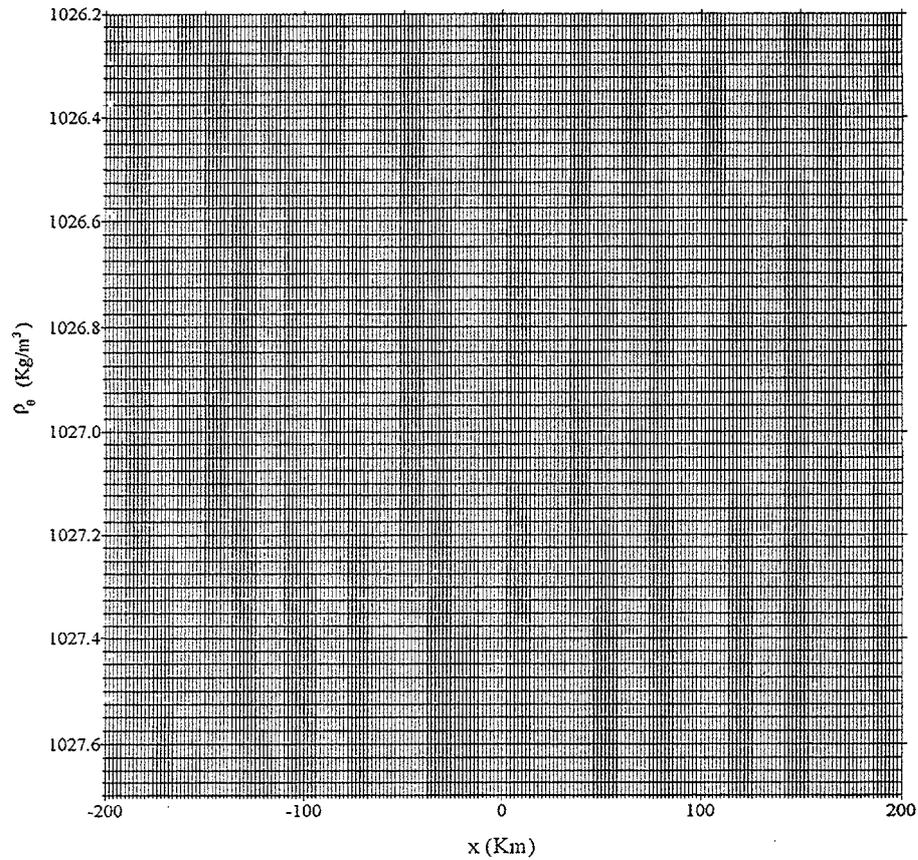


Figura 3.1: Malla del modelo donde se representan los nodos ( $61 \times 201 = 12261$  nodos) donde se evaluarán las diferentes magnitudes.

Debido a la utilización de la coordenada  $x'$  para la aplicación de la ecuación (3.14), introducimos un paso de malla variable con el tiempo en la dirección horizontal, tal que evalúe el efecto del campo de deformación reduciendo la distancia entre los elementos de fluido:

$$\Delta x' = \Delta x_0 \exp(-\gamma t) \tag{3.16}$$

donde  $\gamma = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  es el coeficiente de deformación y  $\Delta x_0$  es el equiespaciado inicial que corresponde a 2 km. Por criterios de estabilidad computacional el cociente entre el paso temporal y espacial no debe superar cierto valor que depende de las características del modelo (Roache, 1982). Para mantener este cociente por debajo de este valor a lo largo de la integración numérica, hemos adoptado un paso temporal variable de la forma:

$$\Delta t' = \Delta t_0 \exp(-\gamma t') \quad (3.17)$$

siendo  $\Delta t_0$  el paso de tiempo inicial (que cumple con el criterio de estabilidad) y  $t'$  el tiempo calculado a partir de  $t' = (n-1)\Delta t_0$ , donde  $n$  es el número de pasos temporales. La diferencia entre  $t'$  y  $t$  es que este último se corresponde con la sumatoria de los pasos temporales y determina el valor real del tiempo del modelo. De esta manera se obtiene un valor de  $t'$  siempre mayor que  $t$  determinando que el cociente entre  $\Delta t'$  y  $\Delta x'$  ( $\Delta t'/\Delta x'$ ) permanecerá con un valor inferior al valor inicial,  $\Delta t_0/\Delta x_0$ , en todo el proceso de deformación.

### 3.3.2 Condiciones iniciales

El cálculo inicial de la distribución del índice de separación,  $j$ , y de la tendencia de la densidad,  $w_p$ , se realiza con una distribución de densidades cuya profundidad  $z$  viene determinada para cada isopicna en función de la coordenada  $x$ :

$$z(x, \rho) = z_2 + z_m (\tanh(e \cdot x) + 1) \quad (3.18)$$

donde  $z_m = (z_1 - z_2) / 2$ , con  $z_1$  y  $z_2$  obtenidos conforme a las siguientes ecuaciones:

$$z_1 = d_1 + a_1 \tanh^{-1}(\arg_1) \quad , \quad z_2 = d_2 + a_2 \tanh^{-1}(\arg_2) \quad (3.19)$$

Los argumentos se calculan a través de las siguientes expresiones:

$$\arg_1 = b_1 (\Delta \rho \cdot m - c_1) \quad , \quad \arg_2 = b_2 (\Delta \rho \cdot m - c_2) \quad (3.20)$$

Los parámetros  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $d_1$  y  $d_2$  son iguales para todas las isopicnas. El parámetro  $m$  identifica cada isopicna, desde la 1026.2 Kg/m<sup>3</sup> con  $m = 0$  a la 1027.7 Kg/m<sup>3</sup> con  $m = 60$ . De esta forma obtenemos para cada una un valor diferente de  $z_1$  y  $z_2$ , los cuales determinan los valores de contorno del campo  $z(x, \rho)$ . El parámetro  $e$  controla la pendiente de la tangente hiperbólica y consecuentemente la pendiente de la isopicna. En la Tabla 3.1 resumimos los valores escogidos para los diferentes parámetros en el sistema de unidades convenientes para que cada  $z$  sea expresado en metros.

a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	e
150.0	378.0	1.25	0.625	0.8	0.0	975.0	0.0	1.25 × 10 <sup>-5</sup>

Tabla 3.1

### 3.3.3 Cálculo numérico de las magnitudes

Calculamos la distribución de  $j$  inicial utilizando diferencias finitas, tomando el subíndice  $i$  en la dirección horizontal y el subíndice  $m$  en la dirección de la densidad potencial, siendo  $n_x + 1 = 201$  el número total de nodos en la dirección horizontal y  $n_d + 1 = 61$  el número total de nodos en la dirección de la densidad potencial:

$$\text{Interior: } j_{i,m+1} = \rho_{i,m+1} ((z_{i,m+2} - z_{i,m}) / (2\Delta\rho)) \quad i = 0, n_x, \quad m = 0, n_d - 2$$

$$\begin{aligned} \text{Bordes: } j_{i,0} &= \rho_{i,0} ((z_{i,1} - z_{i,0}) / (\Delta\rho)) \\ j_{i,n_d} &= \rho_{i,n_d} ((z_{i,n_d} - z_{i,n_d-1}) / (\Delta\rho)) \end{aligned} \quad i = 0, n_x$$

Cabe destacar que en este cálculo de  $j$  los valores son siempre positivos. Esto no ofrece ningún problema siempre y cuando lo tengamos en cuenta al calcular las demás magnitudes y dar su interpretación física, como ya hemos realizado en el Capítulo 2.

Para el cálculo numérico de las diversas variables sobre todo el dominio, en cada instante de tiempo, utilizaremos el procedimiento que se discute a continuación. La cizalladura diapirica la calculamos con el campo de  $z$  a través del cálculo de las pendientes de las isopiricas,  $h = \partial z / \partial x$ :

$$\text{Interior: } h_{i+1,m} = (z_{i+2,m} - z_{i,m}) / (2\Delta x') \quad i = 0, n_x - 2, \quad m = 0, n_d$$

$$\begin{aligned} h_{0,m} &= (z_{1,m} - z_{0,m}) / (\Delta x') & m = 0, nd \\ \text{Bordes:} & & \\ h_{nx,m} &= (z_{nx,m} - z_{nx-1,m}) / (\Delta x') \end{aligned}$$

donde  $\Delta x'$  es el paso de malla en la dirección horizontal con un valor inicial  $\Delta x_0 = 2$  km. Con los valores de  $h$  y  $j$  se calcula el número de gradiente de Richardson,  $Ri$ , según la relación (1.15). El próximo paso es el cálculo del coeficiente de difusión turbulenta vertical,  $K_t$ , a partir de  $Ri$  con las parametrizaciones definidas en (1.16) y mediante la resolución de la ecuación de Langevin (ver siguiente Sección). Con este coeficiente podemos calcular la componente vertical del flujo de densidad turbulento  $F_z$  (ecuación 1.11) y la tendencia de la densidad  $w_\rho$  (ecuación 1.13).

Para el cálculo de  $w_\rho$  deben evaluarse las derivadas de  $J$  y  $K_t$  con respecto a la densidad. Para ello utilizaremos diferencias finitas centradas en el interior, y hacia delante y hacia atrás en los bordes. Para el cálculo de  $\partial J / \partial \rho$  se evalúan las siguientes expresiones:

$$\text{Interior:} \quad (\partial J / \partial \rho)_{i,m+1} = (J_{i,m+2} - J_{i,m}) / (2\Delta \rho) \quad i = 0, nx, \quad m = 0, nd-2$$

$$(\partial J / \partial \rho)_{i,0} = (J_{i,1} - J_{i,0}) / (\Delta \rho)$$

$$\text{Bordes:} \quad i = 0, nx$$

$$(\partial J / \partial \rho)_{i,nd} = (J_{i,nd} - J_{i,nd-1}) / (\Delta \rho)$$

Para el cálculo de  $\partial K / \partial \rho$  se utiliza una discretización equivalente. Cabe destacar que al evaluar estas derivadas se ha tenido en cuenta que  $J$  es en realidad una cantidad negativa.

Con el campo de  $w_\rho$  inicial podemos calcular la distribución de  $jw_\rho$  y utilizar exactamente el mismo esquema de diferencias finitas para el cálculo de las derivadas de  $jw_\rho$  frente a  $\rho$ . El campo que estima las diferencias finitas  $\partial(jw_\rho) / \partial \rho$  lo denominaremos  $d(jw_\rho)$ .

### 3.3.4. Evolución temporal

Una vez determinados las variables sobre todo el dominio podemos avanzar en el tiempo siguiendo el procedimiento que ahora se describe. Determinamos  $j$  a partir de la ecuación (3.14) utilizando para el primer paso temporal diferencias hacia delante y a partir del segundo paso diferencias centradas:

$$j_{i,m}^{t+1} = j_{i,m}^t - d(jw_\rho)_{i,m}^t \Delta t' \quad n = 1$$

$$j_{i,m}^{t+2} = j_{i,m}^t - d(jw_\rho)_{i,m}^{t+1} 2\Delta t' \quad n \geq 2$$

En cada paso temporal  $n$  se calcula el nuevo intervalo temporal y espacial:

$$\Delta t' = \Delta t_0 \exp(-\gamma(n-1)\Delta t_0)$$

$$\Delta x' = \Delta x_0 \exp(-\gamma t) \quad , \quad t = t + \Delta t'$$

De esta manera obtenemos para  $n = 0$  un paso de malla horizontal  $\Delta x' = \Delta x_0 = 2$  km, y para  $n = 1$  un intervalo temporal  $\Delta t' = \Delta t_0 = 14$  s y paso de malla horizontal  $\Delta x' = \Delta x_0 \exp(-\gamma \Delta t_0)$ . Para  $n \geq 2$  los intervalos  $\Delta t'$  y  $\Delta x'$  van disminuyendo manteniendo su cociente  $\Delta t' / \Delta x'$  por debajo del cociente inicial para cumplir el criterio de estabilidad numérica ya indicado.

La integración de la ecuación tipo Langevin para la evaluación del coeficiente de difusión turbulenta,  $K_t$ , se realiza considerando un tiempo de relajación  $\tau = N^{-1} = (j/g)^{1/2}$  donde  $g$  es la aceleración de la gravedad tomada con un valor de  $9.8 \text{ ms}^{-2}$  y  $j$  el índice de separación. El esquema en diferencias finitas sería ( $K = K_t$ ):

$$K_{i,m}^{t+1} = K_{i,m}^t + (K_f - K_{i,m}^t) \frac{\Delta t'}{\tau} \quad n = 1$$

$$K_{i,m}^{t+2} = K_{i,m}^t + (K_f - K_{i,m}^{t+1}) \frac{2\Delta t'}{\tau} \quad n \geq 2$$

donde  $K_f$  se calcula a través de la distribución de  $Ri$  en el paso temporal en curso (ecuación 1.16).

### 3.3.5 Filtros y condiciones de contorno

Se han utilizado filtros temporales y espaciales con el objetivo de eliminar las inestabilidades numéricas. El filtro temporal utilizado es un filtro de Asselin (Asselin, 1972), el cual se ha aplicado a la magnitud  $j$  y a  $K_i$  de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$j_{i,m}^{t-1} = j_{i,m}^t + \frac{C}{2} (j_{i,m}^{t+1} - 2j_{i,m}^t + j_{i,m}^{t-1})$$

$$K_{i,m}^{t-1} = K_{i,m}^t + \frac{C}{2} (K_{i,m}^{t+1} - 2K_{i,m}^t + K_{i,m}^{t-1})$$

El cálculo del coeficiente  $C$  lo hemos realizado a través de varias pruebas, escogiendo finalmente el valor de 0.5 para las dos magnitudes como el más adecuado.

En la dirección horizontal hemos filtrado las distribuciones de  $j$  y  $\partial v / \partial \rho$  mientras que en la dirección de la densidad se han filtrado las distribuciones de  $Ri$ ,  $K_f$ ,  $K_i$ ,  $F_z$ ,  $w_p$  y  $d(jw_p)$ . La ventana de filtrado utilizada está formada por los coeficientes (0.25, 0.5, 0.25). De esta manera, las expresiones del cálculo para  $j$  y  $Ri$  serán:

$$j_{i,m}^t = (0.25 j_{i-1,m}^t + 0.5 j_{i,m}^t + 0.25 j_{i+1,m}^t) \quad i = 1, nx-1 \quad , \quad m = 0, nd$$

$$Ri_{i,m}^t = (0.25 Ri_{i,m-1}^t + 0.5 Ri_{i,m}^t + 0.25 Ri_{i,m+1}^t) \quad m = 1, nd-1 \quad , \quad i = 0, nx$$

Con respecto a las condiciones de contorno, para la reconstrucción de las profundidades  $z$  a partir de  $j$  hemos considerado la superficie de densidad potencial  $1027.7 \text{ Kg/m}^3$  fija y la  $1026.2 \text{ Kg/m}^3$  móvil. Esta condición permite definir de forma única la distribución de  $z$  y no condiciona en forma alguna los valores de  $j$  y  $w_p$ . La única limitación de esta condición es que no toma en cuenta posibles desplazamientos verticales de la isopícnica

más profunda, los cuales serán usualmente muy pequeños. Estos desplazamientos llevarían consigo a todo el sistema frontal sin causar ningún tipo de movimiento relativo de una isopícnica respecto a otra.

### 3.4 Resultados

Presentamos los resultados del modelo según las condiciones establecidas en la Sección anterior. Mostraremos primero la distribución de superficies isopínicas inicial en función de  $z$  y  $x$  para posteriormente representar en coordenadas isopínicas las distribuciones de  $j$ ,  $\partial v / \partial \rho$ ,  $Ri$ , y  $w_p$ . Analizaremos estas distribuciones en tiempos donde la actividad de la mezcla diapícnica empieza a ser considerable. Prestaremos especial atención a la evolución temporal del perfil de estas variables y de la componente vertical del flujo de densidad turbulento,  $F_z$ , en la coordenada  $x = 0$  Km.

#### 3.4.1 Gráficas de distribuciones

La distribución inicial de isopínicas en la Figura 3.2 muestra el sistema frontal objeto de la deformación. De las 61 superficies isopínicas entre  $1026.2$  y  $1027.7 \text{ Kg/m}^3$ , sólo hemos representado 16 con un equiespaciado de  $0.1 \text{ Kg/m}^3$ .

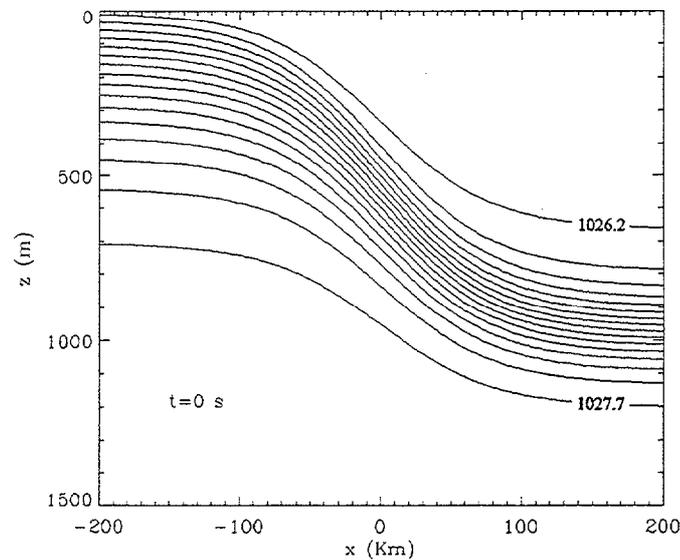


Figura 3.2: Superficies isopicnas para el tiempo  $t = 0$  s entre  $1026.2$  y  $1027.7$   $\text{kg/m}^3$ , equiespaciadas  $0.1$   $\text{Kg/m}^3$ , en función de la profundidad,  $z$ , y la coordenada  $x$  (dirección transversal al frente).

Las distribuciones iniciales de  $j$ ,  $\partial v / \partial \rho$ ,  $Ri$  y  $w_p$  en coordenadas isopicnas se muestran en la Figura 3.3. Observamos una zona de valores relativamente bajos de  $j$  (menores que  $26 \times 10^4$  m) cuyos límites dependen de la coordenada  $x$ . Así en  $x = -200$  Km está entre  $1026.2$  y  $1026.6$   $\text{Kg/m}^3$ , entre  $1026.6$  y  $1027.0$   $\text{Kg/m}^3$  en la zona central y entre  $1026.6$  y  $1027.4$   $\text{Kg/m}^3$  en  $x = 200$  Km. Las zonas de valores más altos de cizalladura diapicna,  $\partial v / \partial \rho$ , se localizan en la zona central, entre  $-30$  y  $30$  Km y entre  $1026.2$  y  $1027.4$   $\text{Kg/m}^3$ , con cantidades que oscilan entre  $2$  y  $2.5$   $\text{m}^4 \text{s}^{-1} \text{Kg}^{-1}$ .

Las regiones con valores bajos de  $Ri$  vienen más influenciadas por las zonas con valores altos de  $\partial v / \partial \rho$  que por las zonas con valores bajos de  $j$ , debido a la dependencia cuadrática inversa de  $Ri$  con  $\partial v / \partial \rho$ . De esta forma, se localizan valores del  $\log(Ri)$  inferiores a  $-0.2$  ( $Ri < 0.63$ ) pero superiores a  $-0.4$  ( $Ri > 0.4$ ) entre  $-40$  y  $40$  Km y entre  $1026.35$  y  $1027.2$   $\text{Kg/m}^3$ . Hemos generado por lo tanto un sistema frontal que no muestra inicialmente zonas subcríticas de  $Ri$  ( $Ri < 0.25$ ) dejando que sea el proceso de frontogénesis el que las produzca. Con estas condiciones podremos observar el papel del campo de deformación en la intensificación de la mezcla diapicna.

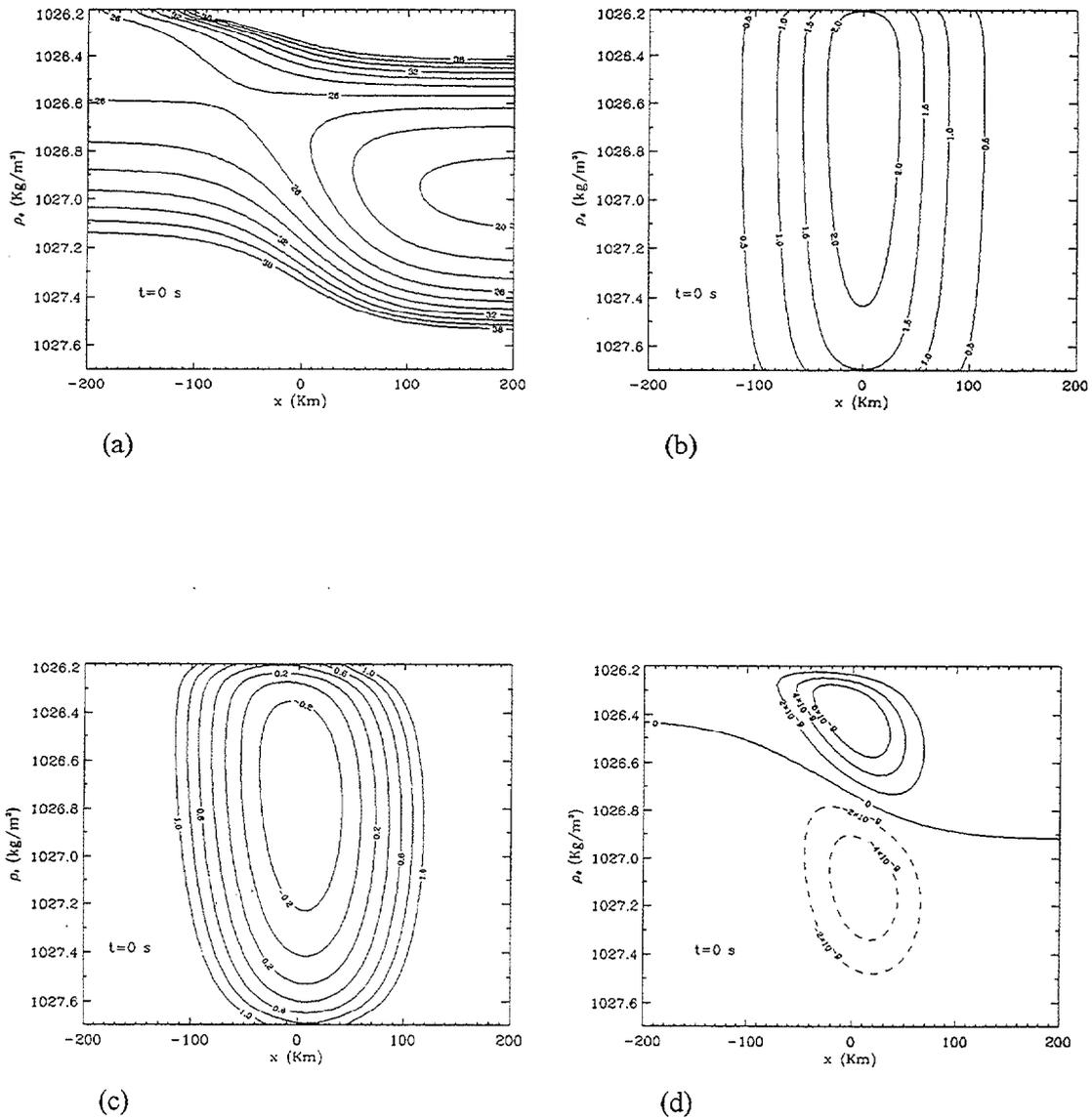


Figura 3.3: Distribuciones para  $t = 0$  s de: a)  $j/10^4$  en  $m$ , b)  $\partial v/\partial \rho$  en  $m^4 kg^{-1} s^{-1}$ , c)  $\log(Ri)$  y d)  $w_\rho$  en  $kg m^{-3} s^{-1}$  donde con trazo discontinuo se representan los valores negativos y con trazo continuo los positivos.

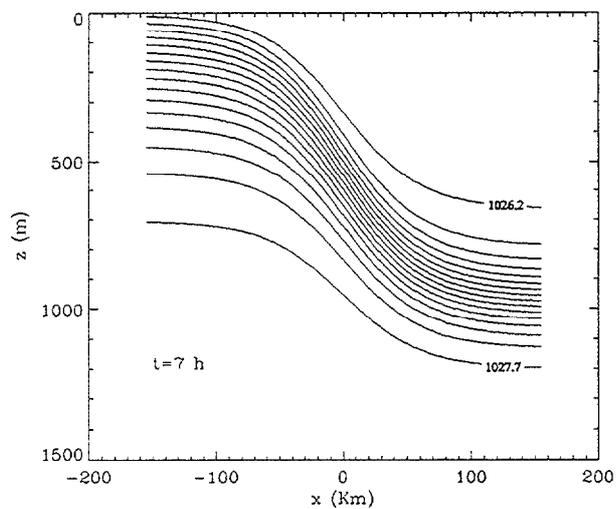
La tendencia de la densidad (Figura 3.3d), muestra zonas positivas con valores máximos de  $7 \times 10^{-9} \text{ Kg m}^{-3} s^{-1}$  y zonas negativas con valores absolutos máximos sobre  $5 \times 10^{-9} \text{ Kg m}^{-3} s^{-1}$ . Esta distribución inicial da lugar a convergencia diapirica ( $\partial w_\rho/\partial \rho < 0$ ) en la zona central, entre las densidades  $1026.5$  y  $1027.0 \text{ Kg/m}^3$ . En la parte superior e inferior a

esta zona encontraríamos regiones de divergencia ( $\partial w_p / \partial \rho > 0$ ). La intensidad de la convergencia y divergencia en la zona central es baja, por lo que no modificará apreciablemente la distribución de  $j$  y consecuentemente tampoco la distribución de las isopicnas. Veremos como a lo largo del proceso de deformación, al ir alcanzándose valores más bajos de  $Ri$  debido al aumento de la cizalladura diapicna, la intensidad de la mezcla irá aumentando.

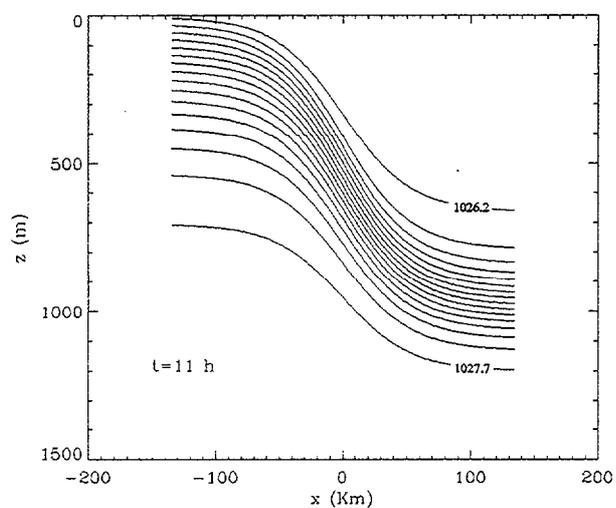
En la Figura 3.4 mostramos las superficies isopicnas cuando han transcurrido 7 y 11 horas en el sistema de coordenadas  $(x, z)$ . Hemos mantenido fijos los límites de la gráfica con el propósito de una mejor visualización de la deformación del sistema frontal. Se aprecia a las 7 horas como las superficies isopicnas han aumentado sus pendientes debido al proceso de frontogénesis que ahora ha comprimido la dimensión transversal al frente en aproximadamente 90 km. A las 11 horas sigue aumentando las pendientes en la zona central reduciéndose ahora el frente en 130 Km desde el instante inicial.

Las demás magnitudes  $j$ ,  $\partial v / \partial \rho$ ,  $Ri$  y  $w_p$  son representadas en la Figura 3.5 en el sistema de coordenadas isopicnas  $(x, \rho)$  para  $t = 7$  horas y en la Figura 3.6 para  $t = 11$  horas. En la Figura 3.5a las distribuciones de  $j$  se han modificado debido principalmente al efecto advectivo del campo de deformación. Podemos observar que en la Figura 3.5b ya se alcanzan valores suficientemente altos de cizalladura diapicna (mayores que  $3 \text{ m}^4 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ) en la zona central entre las densidades  $1026.4$  y  $1026.9 \text{ Kg/m}^3$ , para originar una zona de  $Ri$  subcríticos, menores que  $0.25$ , para  $x = 0 \text{ Km}$  y densidades cercanas a  $1026.7 \text{ Kg/m}^3$  (Figura 3.5c).

Es importante enfatizar que se han alcanzado valores subcríticos debido a la intensificación de la cizalladura diapicna, lo que implica que se dispone de energía cinética media suficiente para el desarrollo de las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. Las distribuciones de la tendencia de la densidad,  $w_p$ , muestran valores absolutos máximos de  $1.5 \times 10^{-7} \text{ Kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ , tanto negativos como positivos (Figura 3.5d). Los positivos están comprendidos entre las densidades  $1026.4$  y  $1026.75 \text{ Kg/m}^3$  mientras que los negativos en valor absoluto se encuentran entre  $1026.75$  y  $1027.1 \text{ Kg/m}^3$ . Esta distribución produce en la zona central, cerca de la densidad  $1027.75 \text{ Kg/m}^3$ , valores máximos de convergencia diapicna que coinciden con la localización de los mínimos de  $Ri$ .



(a)



(b)

Figura 3.4: Distribuciones de isopicnas en el sistema de coordenadas  $(x,z)$  entre 1026.2 y 1027.7  $\text{Kg/m}^3$  para (a)  $t = 7$  horas y (b)  $t = 11$  horas.

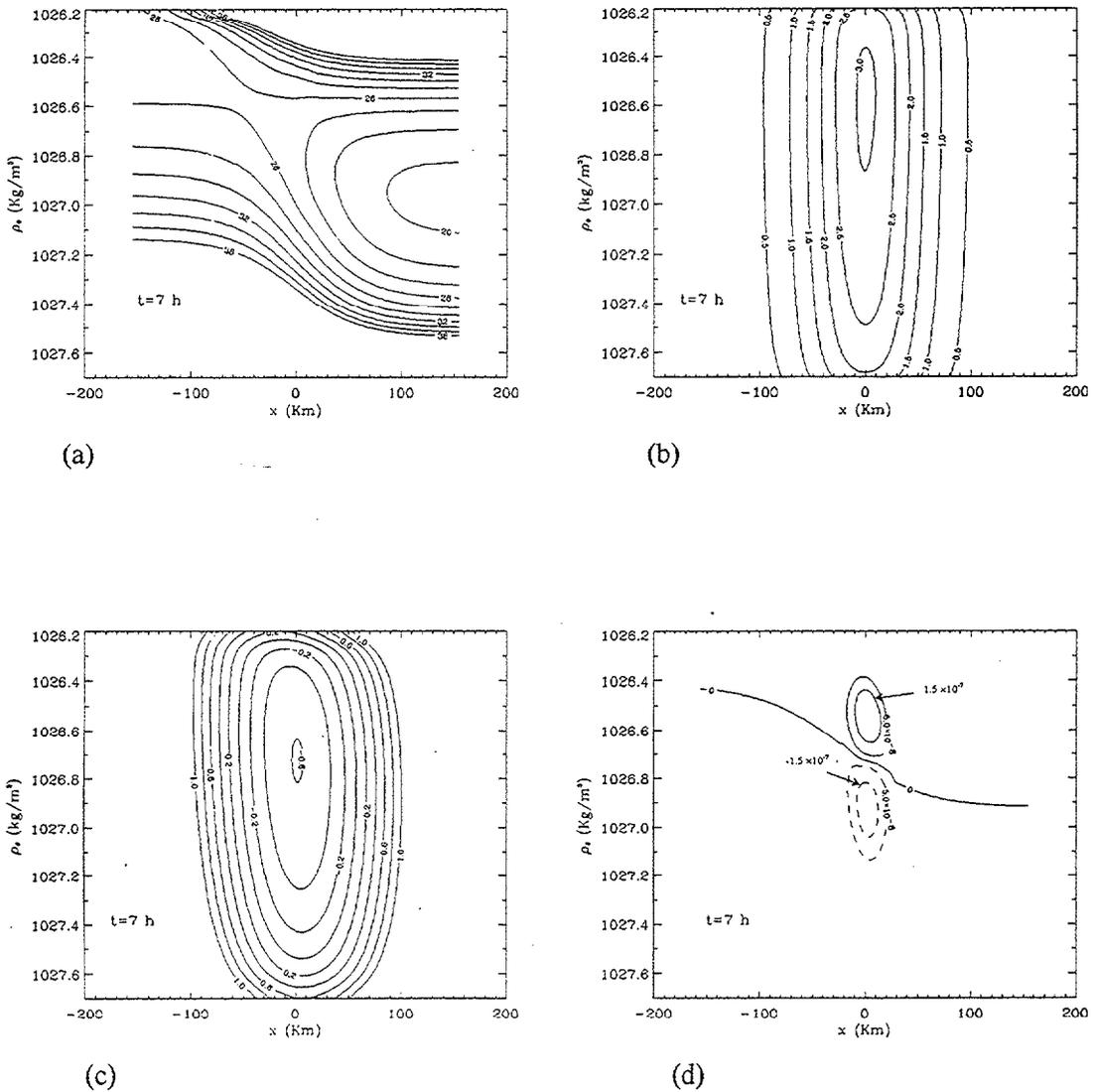


Figura 3.5: Distribuciones para  $t = 7$  horas de a)  $j/10^4 \text{ m}$ , b)  $\partial v / \partial \rho$  en  $\text{Kg}^{-1} \text{m}^4 \text{s}^{-1}$ , c)  $\log(Ri)$  y d)  $w_p$  en  $\text{Kg m}^{-3} \text{s}^{-1}$  representándose los valores negativos con trazo discontinuo y los positivos con trazo continuo.

En la Figura 3.6 presentamos las distribuciones para el instante  $t = 11$  horas. Las distribuciones de  $j$  (Figura 3.6a) ahora ya presentan modificaciones atribuibles a los procesos de mezcla, reflejadas por la presencia de zonas anómalas en la parte central, entre los  $-40$  y  $40 \text{ Km}$  y entre  $1026.5$  y  $1027.1 \text{ Kg/m}^3$ . La cizalladura diapícnica ya alcanza valores del orden de  $3.5 \text{ m}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$  entre  $1026.4$  y  $1026.8 \text{ Kg/m}^3$  para  $x = 0 \text{ Km}$ . La zona con valores de  $Ri$  subcríticos se ha extendido al rango entre las densidades  $1026.4$  y  $1027.2 \text{ Kg/m}^3$ , generando

valores absolutos superiores a  $6 \times 10^{-7} \text{ Kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$  para la tendencia de la densidad, tanto en valores positivos como negativos. La zona de máxima convergencia diapicna asociada a esta distribución se encuentra entre las densidades 1026.7 y 1026.8  $\text{Kg/m}^3$ , donde se localizan los valores mínimos de  $Ri$ . El sistema frontal se ha comprimido lo suficiente para que la mezcla diapicna sea lo suficientemente intensa y modifique las distribuciones de  $j$ , y de esta forma las separaciones entre las isopicnas.

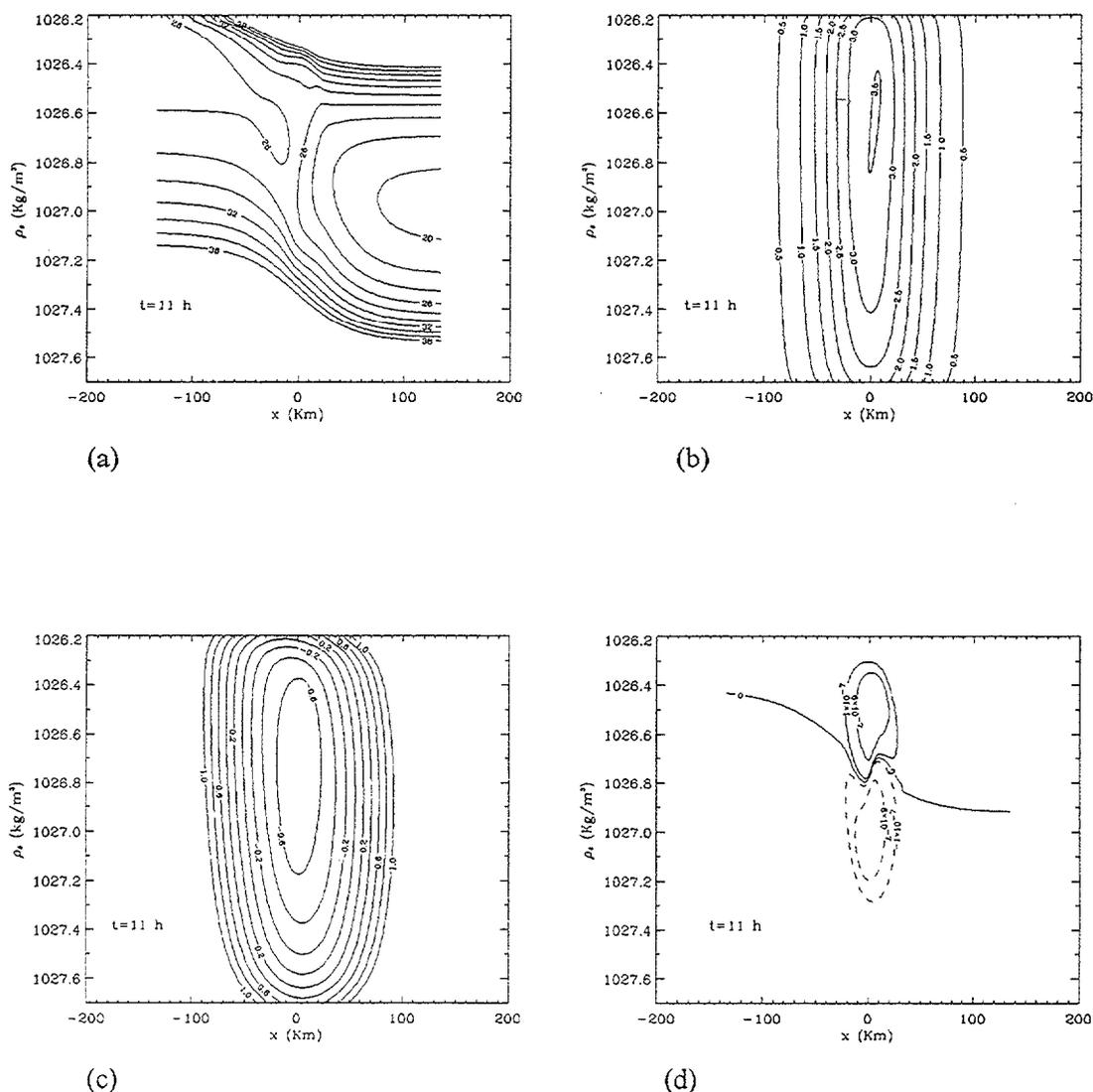


Figura 3.6: Distribuciones para  $t = 11$  horas de a)  $j/10^4 \text{ m}$ , b)  $\partial v / \partial \rho$  en  $\text{Kg}^{-1} \text{ m}^4 \text{ s}^{-1}$ , c)  $\log(Ri)$  y d)  $w_p$  en  $\text{Kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$  representándose los valores negativos con trazo discontinuo y los positivos con trazo continuo.

Debido a la presencia continua del campo de deformación, las zonas de convergencia diapicna seguirán aumentando, lo cual ocasionará un incremento en el índice  $j$  (ecuación 3.14). Eventualmente, el aumento local de  $j$  podría ser lo suficientemente alto como para balancear el efecto de la cizalladura diapicna en la determinación de  $Ri$ , de forma que disminuya la intensidad de la convergencia. El estudio de la estructura vertical/isopicna será más fácil a partir del análisis de los perfiles de las magnitudes estudiadas en esta Sección junto con la componente vertical del flujo de densidad turbulento,  $F_z$ . Los perfiles analizados corresponden a la parte central, en  $x = 0$  Km, donde se localiza las zonas de mayor intensidad de mezcla diapicna.

### 3.4.2 Gráficas de perfiles

Los perfiles de densidad con respecto a  $z$  para una coordenada  $x$  fija nos permiten evaluar de una forma más clara la importancia de la mezcla diapicna a lo largo del tiempo de modelización. En la Sección anterior hemos visto que la mezcla diapicna es más intensa en localizaciones cercanas a  $x = 0$  Km, por lo que estudiaremos la evolución temporal del perfil de  $\rho_\theta$ ,  $j$ ,  $\partial v/\partial \rho$ ,  $Ri$ ,  $F_z$  y  $w_\rho$  en  $x = 0$  Km, utilizando indistintamente el símbolo  $\rho_\theta$  o  $\rho$  para referirnos a la densidad potencial.

En la Figura 3.7a mostramos el perfil inicial de  $\rho_\theta$  para  $x = 0$  Km, el cual se caracteriza por una zona de mayor estratificación entre las profundidades de 500 a 700 m correspondiente al intervalo de densidades entre 1026.5 y 1027.3 Kg/m<sup>3</sup>. Esto queda reflejado en el perfil inicial de  $j$  presentado en la Figura 3.7b donde observamos una zona de valores relativamente bajos (sobre  $24 \times 10^4$  m) en este rango de densidades. En la Figura 3.7c se muestra el perfil de  $\partial v/\partial \rho$  con valores máximos de  $2.4 \text{ m}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$  entre 1026.5 y 1026.7 Kg/m<sup>3</sup>. El perfil de  $Ri$  (Figura 3.7d) vendrá condicionado por los perfiles de  $j$  y  $\partial v/\partial \rho$ , obteniéndose un valor mínimo cercano a 0.4 ( $\log(Ri) \approx -0.4$ ) para la densidad 1027.7 Kg/m<sup>3</sup>. En esta densidad es donde se obtienen valores altos de cizalladura diapicna coincidentes con valores bajos del índice de separación.

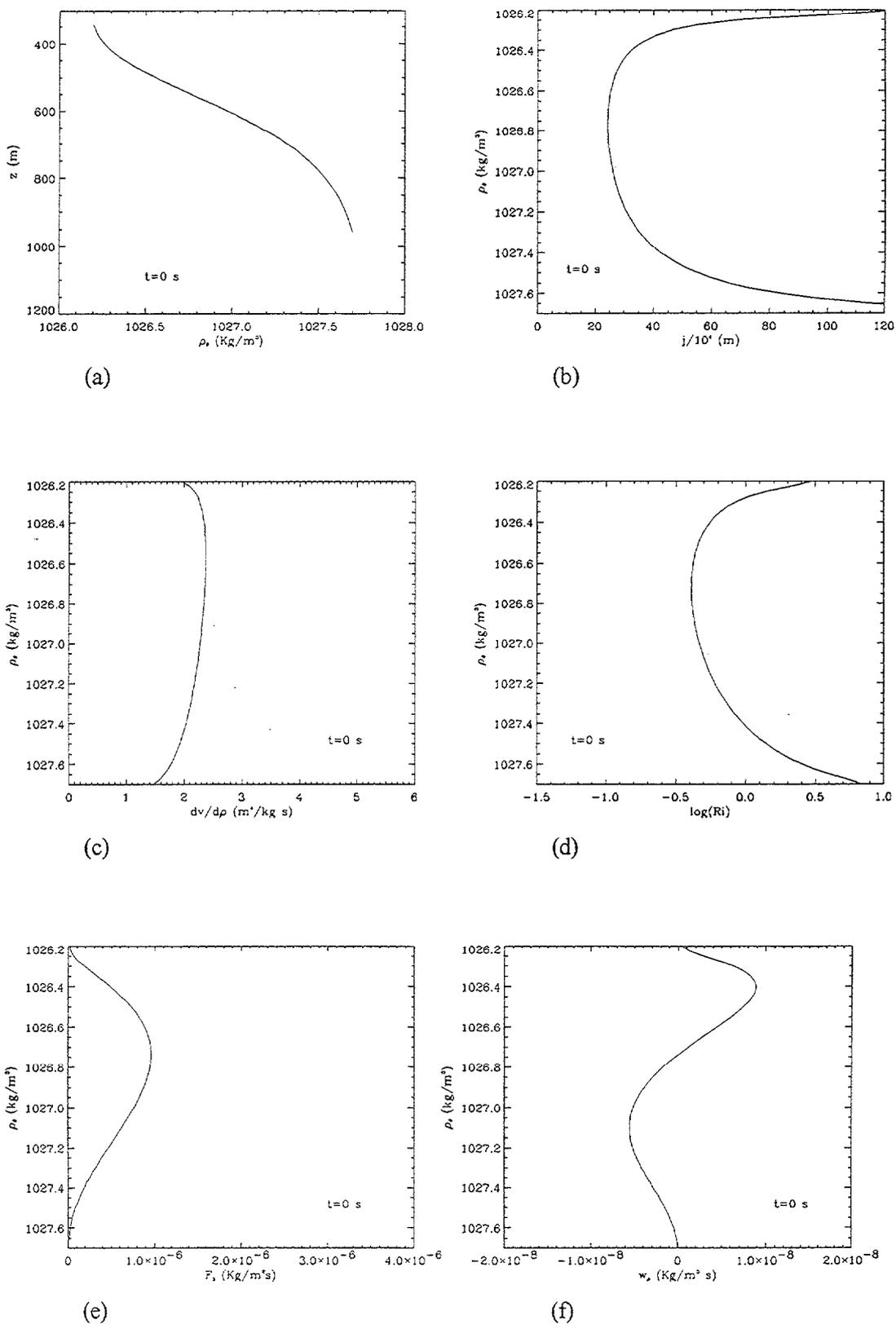


Figura 3.7 : Perfiles iniciales en  $x = 0$  Km de: (a)  $\rho_\theta$  en Kg/m<sup>3</sup>, (b)  $j/10^4$  m, (c)  $\partial v/\partial p$  en m<sup>2</sup>Kg<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>, (d)  $\log(Ri)$ , (e)  $F_z$  en Kg m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup> y (f)  $w_\rho$  en Kg m<sup>-3</sup> s<sup>-1</sup>.

La componente vertical del flujo de densidad turbulento (Figura 3.7e) encuentra su valor máximo cercano a  $10^{-6} \text{ Kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$  en la densidad de  $1027.7 \text{ Kg/m}^3$ , tal como era de esperar a partir del perfil de  $Ri$ . Los valores del gradiente diapicno de  $F_z$ ,  $\partial F_z / \partial \rho$ , son positivos entre  $1026.2$  y  $1026.7 \text{ Kg/m}^3$  y negativos a partir de esta última densidad hasta  $1027.7 \text{ Kg/m}^3$ . Si a partir de la ecuación (1.12) relacionamos la tendencia de la densidad con la pendiente de  $F_z$ , nos queda la siguiente relación:

$$w_\rho = \frac{1}{J} \frac{\partial F_z}{\partial \rho} \quad (3.21)$$

De esta forma, obtendríamos valores positivos de  $w_\rho$  entre  $1026.2$  y  $1026.75 \text{ Kg/m}^3$  y negativos entre  $1026.75$  y  $1027.7 \text{ Kg/m}^3$ , tal como se aprecia en la Figura 3.7f. El valor máximo positivo de  $w_\rho$  sería de  $9 \times 10^{-7} \text{ Kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$  a  $1026.4 \text{ Kg/m}^3$  y el valor negativo máximo en valor absoluto estaría cercano a  $6 \times 10^{-7} \text{ Kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$  sobre la densidad  $1027.1 \text{ Kg/m}^3$ . Estos dos valores máximos coinciden con los valores máximos de las pendientes en la Figura 3.7e.

Las zonas de convergencia diapicna ( $\partial w_\rho / \partial \rho < 0$ ) las encontramos entre las densidades  $1026.4$  y  $1027.1 \text{ Kg/m}^3$ , donde la curva del perfil de  $w_\rho$  tiene pendiente negativa. Las zonas de divergencia se localizan entre  $1026.2$  y  $1026.4 \text{ Kg/m}^3$  y entre  $1027.1$  y  $1027.7 \text{ Kg/m}^3$ . A partir del análisis de las distribuciones en  $(x, \rho)$  es de esperar que la zona de convergencia produzca cambios temporales apreciables en la distribución de  $j$ , ecuación (3.14), y a su vez los cambios en  $j$  condicionen la zona de convergencia. Haremos a continuación el estudio para tiempos posteriores a las 11 horas, después de haber alcanzado una amplia zona central de valores subcríticos de  $Ri$  (Figura 3.6c).

En la Figura 3.8 analizamos los perfiles de  $\rho_\theta$ ,  $j$  y  $\partial v / \partial \rho$  para  $t = 12$  horas con línea continua, a  $t = 12.5$  horas con puntos y a  $t = 12.6$  horas con línea a trazos. Podemos observar que para  $t = 12$  horas el perfil de densidad apenas sufre modificaciones en comparación con  $t = 0$  h (Figura 3.7a). Sin embargo, en los siguientes pasos temporales representados en esta Figura 3.8 se forma un escalón en el perfil, el cual podemos apreciar claramente aumentando la zona entre  $1026.3$  y  $1027.1 \text{ Kg/m}^3$  (Figura 3.8b). A continuación justificaremos la formación de esta estructura a través del análisis de las demás magnitudes. Primero, al analizar el perfil de  $j$  en la Figura 3.8c observamos como el aumento de  $j$  cerca de la densidad

de  $1027.8 \text{ Kg/m}^3$  ocasiona la formación de una zona menos estratificada en la región cercana a esta densidad (Figura 3.8b). Por otro lado, la evolución de valores bajos de  $j$  cerca de las densidades  $1026.6$  y  $1026.95 \text{ Kg/m}^3$  producen zonas altamente estratificadas, las cuales también son observadas en la Figura 3.8b.

La cizalladura diapicna (Figura 3.8d), va aumentando en la zona cercana a  $1026.8 \text{ Kg/m}^3$  pasando de  $3.8 \text{ m}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$  en  $t = 12 \text{ h}$  a  $5.3 \text{ m}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$  en  $t = 12.5 \text{ h}$  y finalmente a  $7.5 \text{ m}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$  a las  $t = 12.6 \text{ h}$ . Por el contrario, se observan dos zonas de evolución opuesta en las isopicnas  $1026.6$  y  $1026.95 \text{ Kg/m}^3$ , con valores mínimos en  $t = 12.6 \text{ h}$  de  $1.8$  y  $2 \text{ m}^4 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$ , respectivamente. El papel de  $\partial v / \partial \rho$  es el de disminuir  $Ri$  en la zona cercana a  $1026.8 \text{ Kg/m}^3$  a pesar del aumento de  $j$ . De igual manera,  $\partial v / \partial \rho$  domina la tendencia de  $Ri$  aumentándolo en las mismas zonas en las que  $j$  disminuye.

El perfil para  $Ri$  (Figura 3.9a) muestra un valor mínimo de  $\log(Ri) = -1$  ( $Ri = 0.1$ ) en  $1026.8 \text{ Kg/m}^3$ , con valores mínimos secundarios cerca de  $1026.4$  y  $1027.15 \text{ Kg/m}^3$  con  $\log(Ri) = -0.65$  ( $Ri \approx 0.22$ ). La evolución de los valores mínimos de  $Ri$  hacen que el perfil de  $F_z$  evolucione con valores máximos en  $1026.8 \text{ Kg/m}^3$ , hasta un valor de  $8.5 \times 10^{-3} \text{ Kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$  a  $t = 12.6 \text{ h}$ . El aumento tan pronunciado (sobre  $6 \times 10^{-3} \text{ Kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ) de  $F_z$  entre  $t = 12.5 \text{ h}$  y  $12.6 \text{ h}$  es debido al régimen de números subcríticos para  $Ri$  durante este período (ecuación 1.16). El perfil de  $F_z$  posee pendiente positiva para densidades por debajo de  $1026.8 \text{ Kg/m}^3$  y negativa para densidades mayores. Esto produce para los tres pasos temporales (Figura 3.9c) valores positivos de  $w_p$  por debajo de esta densidad y negativos por encima. La evolución temporal muestra el aumento en valor absoluto de los valores positivos y negativos de  $w_p$ . Esto produce un continuo aumento de la convergencia diapicna en la zona cercana a la densidad  $1026.8 \text{ Kg/m}^3$ , ocasionando una zona poco estratificada en las inmediaciones de esta densidad (Figura 3.8b). Las zonas altamente estratificadas se corresponden con densidades donde la tendencia de la densidad muestra pendientes positivas (divergencia diapicna).

Estos resultados muestran que los procesos de mezcla diapicna por cizalladura son responsables de la formación de escalones en los perfiles de densidad, con un grosor sobre los cien metros para el ejemplo analizado (Figura 3.8b). Los resultados del modelo parecen confirmar el mecanismo de formación de zonas de mezcla propuesto por Pelegrí y Sangrà

(1997), siendo en nuestro caso la cizalladura diapirica la que domina la evolución de la mezcla en zonas inicialmente bien estratificadas.

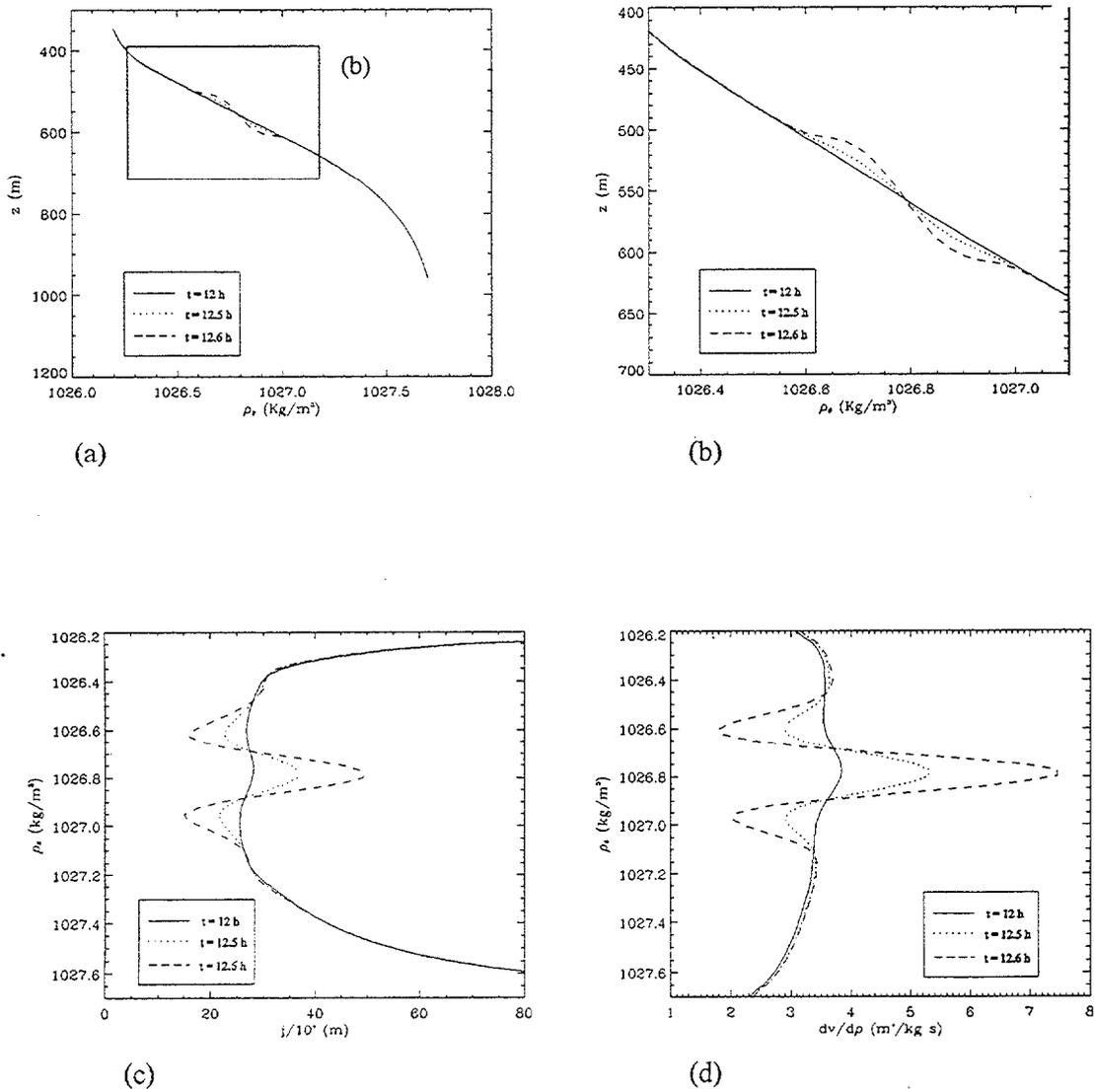
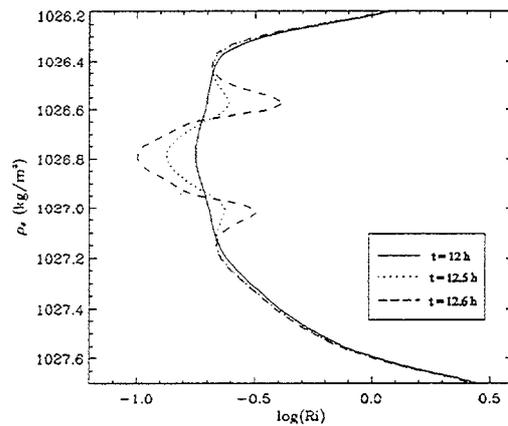
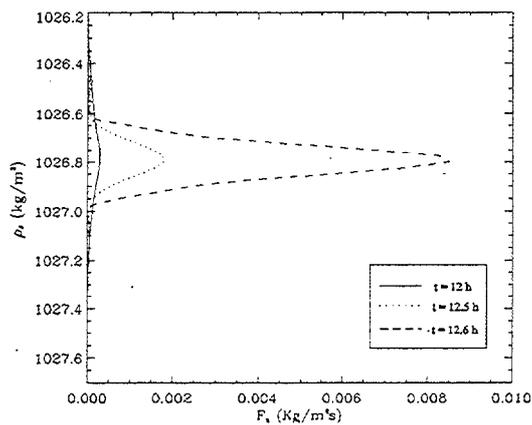


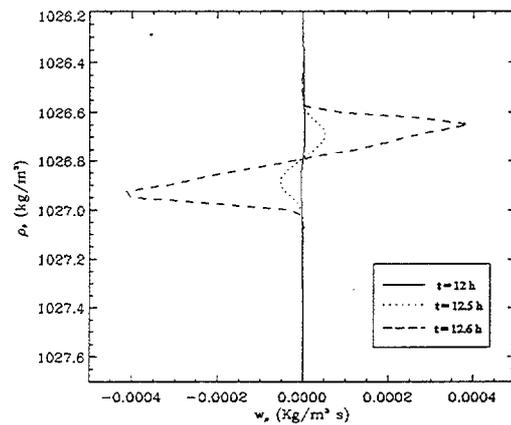
Figura 3.8: Perfiles para  $t = 12$  horas,  $12.5$  h y  $12.6$  h de las magnitudes: (a, b)  $\rho_0$  en Kg/m<sup>3</sup>, (c)  $j/10^4$  en m y (d)  $\partial v/\partial p$  en m<sup>4</sup> Kg<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.9: Perfiles para  $t= 12 \text{ h}$  ,  $12.5 \text{ h}$  y  $12.6 \text{ h}$  de: (a)  $\log(Ri)$ , (b)  $F_z$  en  $\text{Kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$  y (c)  $w_p$  en  $\text{Kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ .

A continuación realizamos un análisis de la sensibilidad del modelo ante los diferentes factores que en él intervienen, con el fin de apreciar la importancia relativa de cada uno de ellos.

### 3.5 Análisis de sensibilidad

Se han llevado a cabo varios análisis de la sensibilidad del modelo frente a diversos factores:

- a) resolución de la malla del dominio numérico,
- b) coeficiente de deformación pura  $\gamma$ ,
- c) memoria de la turbulencia a través de la resolución de la ecuación de Langevin para  $K_v$ ,
- d) condiciones iniciales.

#### a) Resolución de la malla

Se han hecho diversas simulaciones numéricas modificando los pasos en  $\rho$  y en  $x$  (por ejemplo  $\Delta\rho = 0.01 \text{ Kg/m}^3$  y  $\Delta x = 1 \text{ Km}$ ) obteniéndose el mismo resultado físico en las distribuciones de las magnitudes estudiadas. La insensibilidad al paso de la malla en la dirección de la densidad y en la dirección transversal al frente nos asegura que los resultados obtenidos no son debidos a inestabilidades estáticas asociadas a la resolución de la malla (Roache, 1982).

#### b) Coeficiente de deformación pura. $\gamma$

Hemos probado con valores de  $\gamma$  diferentes a  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$  (por ejemplo  $0.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  y  $1.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ) llegando a las mismas condiciones físicas en tiempos superiores para  $\gamma$  menores y en tiempos menores para  $\gamma$  mayores. El valor del coeficiente está relacionado con la naturaleza de la deformación, con lo que concluimos que su influencia se enmarca en la generación de condiciones subcríticas de una forma más rápida o más lenta a través de su efecto sobre la cizalladura diapirica. En la Figura 3.10 presentamos el frente con  $\gamma = 0.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  para  $t =$

12.5 h, obteniéndose resultados similares a los obtenidos para  $\gamma = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  a  $t = 7 \text{ h}$  (Figuras 3.4a y 3.5c).

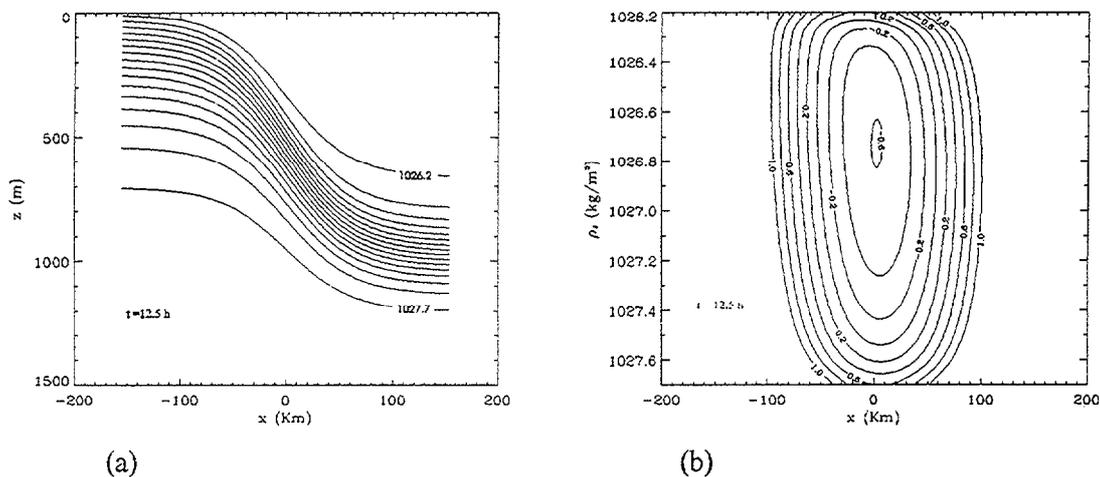


Figura 3.10: Distribuciones para  $t = 12.5$  horas de a)  $\rho_0$  en  $\text{Kg/m}^3$  y b)  $\log(Ri)$

c) Memoria de la turbulencia

En este apartado hemos estudiado como la memoria de la turbulencia afecta la evolución del modelo. En la Sección referente a formulación teórica del modelo discutimos como el papel de la memoria de la turbulencia puede modelarse a través de una ecuación de Langevin para el coeficiente de difusión turbulenta vertical,  $K_v$ . Esta memoria es particularmente importante en aquellos casos en que la cizalladura no aumente continuamente con el tiempo, pues en este caso el incremento en  $j$  podría más fácilmente balancear los valores altos de  $\partial v / \partial \rho$  ocasionando un repunte temporal localizado de los valores de  $Ri$ . Ahora bien, en casos en los cuales la cizalladura diapirica también aumente en zonas de convergencia,  $Ri$  seguirá siendo subcrítico a menos que  $j$  tenga un aumento considerable.

Los resultados de las simulaciones numéricas sin memoria temporal apuntan a un desarrollo más rápido de la intensidad de la tendencia de la densidad, debido a que el coeficiente de difusión vertical aumenta más rápidamente.

#### d) Condiciones iniciales

En la expresión (3.18) planteamos una distribución inicial de la zona frontal  $z(x,\rho)$  donde el parámetro  $e$  condiciona la pendiente de la isopicna. Hemos realizado cambios de este parámetro obteniendo, tal como sería de esperar, que las condiciones subcríticas para  $Ri$  se alcanzan en tiempos menores cuando aumentamos la pendiente inicial con valores altos de  $e$ , y en tiempos mayores cuando la disminuimos con valores bajos de  $e$ . Esto se debe principalmente a la influencia de la cizalladura diapicna en  $Ri$  ya que pendientes más altas producen valores iniciales más altos de  $\partial v/\partial \rho$  y más bajos de  $Ri$ .

### 3.6 Aplicabilidad del modelo

Para examinar la aplicabilidad del modelo podemos comparar sus resultados con aquellos obtenidos en el estudio del sistema frontal de la Corriente del Gofu (Capítulo 2). Si nos fijamos en las tres secciones analizadas en ese Capítulo (transecto K e I para el día 11 y transecto K para el día 17, Figura 2.11) observamos que existen analogías con los resultados obtenidos por el modelo. Los transectos K e I del día 11 muestran el estado del sistema frontal sometido a la deformación del meandro Ernie mientras que para el transecto K del día 17 corresponde a una situación en la cual no existen meandros de gran amplitud que causen deformación (ver Figura 2.4). A continuación resumiremos brevemente estas analogías:

a) En las Figuras 2.11a y 2.11c, correspondientes al transecto K, observamos que el efecto del valle del meandro Ernie es el de comprimir las isopicnas y elevar sus pendientes, alcanzándose valores de cizalladura diapicna mucho mayores para el día 11 que para el día 17 (Figuras 2.13a y 2.13e, respectivamente). En nuestro modelo de un sistema frontal observamos como el campo de deformación impuesto actuando durante 11 horas produce el aumento de las pendientes de las isopicnas (Figuras 3.2 y 3.4) con el incremento correspondiente de los valores de cizalladura diapicna (Figuras 3.3b, 3.5b y 3.6b). Este aumento de la cizalladura diapicna genera zonas de  $Ri$  subcríticos tanto en el modelo como en el sistema frontal (Figura 2.13b para el transecto K).

b) Las diferencias entre los transectos K e I del día 11 estriban en que el primero coincide aproximadamente con el valle del meandro y el segundo con la cresta (Figura 2.4b). El sistema frontal de la Corriente del Golfo se caracteriza por una mayor compresión de las isopícnas entre la cresta y el valle subsiguiente, a semejanza de las perturbaciones del chorro atmosférico subpolar (“jet stream”), Palmén y Newton (1969). En esta zona se obtienen valores altos de cizalladura diapícnica coincidentes con valores bajos de  $j$  dando lugar a  $Ri$  subcríticos (Figura 2.13d).

c) La distribución de valores positivos y negativos alternantes en la tendencia de la densidad en el valle y cresta del meandro Ernie (Figuras 2.14a y 2.14c) guarda considerable similitud a la obtenida con el modelo después de 11 horas de deformación (Figura 3.6d). Los valores máximos positivos y negativos alternantes de la tendencia de la densidad obtenidos a partir de los datos de campo son del orden de  $10^{-4} \text{ Kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$  dando lugar a zonas intensas de convergencia y divergencia diapícnica. De la misma manera, con el modelo se han obtenido una zona central de convergencia y dos zonas de divergencia para  $t = 12.5$  horas (Figura 3.9c) con valores máximos de la tendencia de la densidad también del orden de  $10^{-4} \text{ Kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ .

Concluimos que el modelo aquí desarrollado es capaz de representar cualitativamente la influencia de los meandros en la intensificación de la mezcla diapícnica al actuar estos de forma similar a como lo hace un campo de deformación pura.

## Capítulo 4

# Conclusiones

Resumimos en este capítulo las conclusiones más relevantes alcanzadas en este trabajo, así como todos aquellos aspectos que deberán ser considerados en trabajos posteriores.

### 4.1 Conclusiones

Las conclusiones principales de este trabajo son las siguientes:

1) El análisis de los datos de la Corriente del Golfo muestra que su región ciclónica está caracterizada por la presencia de zonas verticalmente bien estratificadas y por procesos de frontogénesis durante el paso de los meandros que conlleva la intensificación de la cizalladura diapicna. Aquellas zonas donde estos dos efectos se superponen están caracterizadas por valores bajos, incluso subcríticos, del número de gradiente de Richardson y son probablemente dinámicamente inestables. Los resultados del análisis de los datos muestran que la presencia de los meandros induce condiciones subcríticas que acentúan considerablemente los procesos de mezcla diapicna, con la intensificación máxima probablemente cerca de las crestas y entre una cresta y el siguiente valle.

2) Los resultados del modelaje de los procesos de mezcla diapicna en sistemas frontales muestran que durante un proceso frontogénico de deformación pura la cizalladura diapicna aumenta con el tiempo, de tal forma que localmente se alcanzan valores subcríticos del número de gradiente de Richardson. Los valores subcríticos mínimos ocasionan una gran intensificación de la tendencia de densidad, y a su vez producen la existencia de zonas verticalmente adyacentes con convergencia y divergencia de masa. Las zonas de convergencia de masa son responsables del aumento en la separación de las isopicnas, mientras que las zonas con divergencia de masa ocasionan una reducción en esta separación. El resultado es la producción de perfiles de profundidad-densidad tipo escalera. Los resultados obtenidos se comparan cualitativamente con las observaciones realizadas de los procesos de mezcla durante el paso de meandros en la Corriente del Golfo dando buenas correspondencias.

3) La mezcla diapicna inducida por cizalladura es probablemente un proceso de notable importancia en sistemas con características frontales, que se intensifica durante períodos frontogénicos. En estas situaciones, los procesos de mezcla diapicna deben tener importantes consecuencias dinámicas, en cuanto a la evolución del propio frente debido a la transferencia de masa y momento, y cinemáticas, en cuanto a la transferencia de diversas propiedades importantes en procesos biogeoquímicos.

Adicionalmente podemos mencionar una serie de resultados más concretos con aplicaciones de carácter general:

- La utilización del sistema de coordenadas isopicnas permite el estudio de las magnitudes asociadas a los procesos de mezcla diapicna, evitando las ambigüedades teóricas y prácticas asociadas a la determinación de los procesos de mezcla horizontales y verticales.
- Se ha desarrollado una parametrización alternativa para el cálculo del coeficiente de difusión vertical, donde una dependencia del tipo Peters *et al.* (1988) marca el carácter catastrófico que debe tener la mezcla para valores subcríticos del número de gradiente de Richardson, y una dependencia del tipo de Pelegrí y Csanady (1994) permite una transición relativamente suave para valores supercríticos del número de gradiente de Richardson.

- El campo de temperaturas obtenido a partir de datos XBT y AXBT tiene una aplicación potencialmente muy buena para el cálculo de velocidades geostróficas y otras variables relevantes en los procesos de mezcla diapícnica. En este estudio se ha examinado la utilidad del algoritmo de Army y Bray (1982) para determinar la salinidad a partir de datos de temperatura y se han desarrollado diversas expresiones que permiten estimar la magnitud del error en que se incurre en la estimación de diversas variables a partir de datos de XBT y AXBT.
- La transformación de la coordenada transversal al eje del frente a una coordenada que se desplaza con el campo de deformaciones permite la simplificación de la ecuación isopícnica de conservación de masa y facilita la valoración de la importancia de los procesos de mezcla diapícnica durante periodos frontogénicos.
- El modelo bidimensional de mezcla diapícnica produce una zona de mezcla en el perfil densidad-profundidad que se asemeja considerablemente al tipo de estructura fina que se observa a menudo en la termoclina superior del océano. Estos resultados proporcionan una fuerte base dinámica al modelo cinemático de generación de capas de mezcla desarrollado por Pelegrí y Sangrà (1997).

#### 4.2 Líneas de trabajo futuro

Los sistemas frontales oceánicos y atmosféricos han sido usualmente catalogados como zonas que inhiben la transferencia de masa y otras propiedades, activas y pasivas, entre diferentes regiones. El impacto de este concepto es de gran importancia en numerosas aplicaciones. Dos ejemplos para la atmósfera son los estudios de transferencia de radioactividad entre la troposfera y estratosfera, y más recientemente de transferencia de clorofluorometanos. En el océano la importancia es potencialmente muy grande para el estudio del destino final de los residuos industriales y orgánicos vertidos en zonas costeras, los cuales usualmente deben atravesar zonas frontales antes de poder llegar a aguas profundas. La importancia es también muy clara en la transferencia de nutrientes desde aguas profundas hacia la capa fótica. Si la transferencia de masa y nutrientes está restringida entonces la productividad de las aguas superficiales se limita a aquellos casos de afloramiento local en que las aguas de la termoclina

permanente alcanzan la zona trófica, poniendo un límite posiblemente bajo a la riqueza potencial en pesquerías. Y no menos importante, en términos del ciclo biogeoquímico del carbono, puede ser la capacidad de transferencia de carbono orgánico particulado hacia aguas profundas en esas mismas zonas frontales de afloramiento.

Los resultados de este estudio muestran, sin embargo, que en zonas frontales (mesoescalares o a mayor escala) la intensidad de la mezcla diapicna puede ser notable gracias a la producción de inestabilidades por cizalladura diapicna; estos procesos de mezcla favorecerían todos aquellos aspectos mencionados en el párrafo anterior. Con el objetivo de profundizar en el estudio de este proceso tan beneficioso que nos brinda la naturaleza a continuación se mencionan algunos de los esfuerzos que se pretende realizar en un futuro próximo:

- Modificar el campo de deformaciones utilizado en el modelaje del sistema frontal. Un primer esfuerzo consistiría en permitir que el coeficiente de deformación no fuera constante, sino que disminuyese progresivamente en el tiempo, evitando así que el efecto de cizalladura resultase tan dominante. Otra posibilidad sería permitir que el coeficiente de deformación oscilase sinusoidalmente entre valores positivos y negativos. El objetivo perseguido sería el de simular los periodos frontogénicos y frontolíticos (de relajación del frente) que se observan en las distintas fases de los meandros.
- Otra modificación del campo de deformaciones consistiría en utilizar un coeficiente de deformación que dependa de la densidad. Esta deformación diferencial permitiría que algunas zonas alcanzasen una condición subcrítica más rápidamente, sin requerir que gran parte del sistema frontal se torne subcrítico, lo que debería favorecer la producción de estructuras tipo escalera en estas zonas. En este caso es de esperar que el tamaño de los escalones (las zonas mezcladas) fuera menor que el obtenido con el modelo en su forma actual, más semejante a las estructuras observadas en la naturaleza.
- Introducir un trazador pasivo (simplemente mediante la identificación de un grupo de partículas) en una o varias bandas isopicnas y estudiar la evolución temporal de su distribución. Ello permitiría determinar si los nutrientes que se encuentran a cierta profundidad podrían alcanzar la zona trófica mediante el proceso de mezcla intermitente que

nuestro modelo deja entrever. Esta intermitencia estaría asociada a la formación de zonas altamente comprimidas en los escalones del perfil profundidad-densidad, que serían susceptibles a sufrir nuevos procesos de mezcla.

- Adaptar el mecanismo de mezcla aquí desarrollado para estudiar la evolución de la capa de mezcla superficial, y eventualmente también acoplar un modelo biológico que permita estudiar la dependencia de los procesos biológicos con la transferencia intermitente de nutrientes desde la termoclina hacia la capa de mezcla.
- Utilizar datos de otras zonas, tales como datos de las campañas realizadas sobre las estructuras mesoescalares en la zona del archipiélago Canario, con el fin de estimar la intensidad de los procesos de mezcla. En particular, es de gran interés el estudio de los procesos de mezcla en los remolinos ciclónicos y anticiclónicos observados a sotavento de Gran Canaria, examinando las diferencias entre ambos y la posible intensificación del proceso dependiendo de la excentricidad de los mismos.

## Referencias

- Armi, L., and N. A. Bray (1982). A standard analytic curve of potential temperature versus salinity for the western North Atlantic. *Journal of Physical Oceanography*, **12**, 384-387.
- Atkinson, L. P. (1983). Distribution of Antarctic Intermediate Water over the Blake Plateau. *Journal of Geophysical Research*, **88**, 4699-4704.
- Bane, J. M., Jr., D. A. Brooks, and K. R. Lorenson (1981). Synoptic observations of the three-dimensional structure and propagation of Gulf Stream meanders along the Carolina continental margin. *Journal of Geophysical Research*, **86**, 6411-6425.
- Bane, J. M., and M. H. Sessions (1984). A Field Performance Test of the Sippican Deep Aircraft-Deployed Expendable Bathythermograph. *Journal of Geophysical Research*, **89**, 3615-3621.
- Barenblatt, G. I., M. Bertsch, R. dal Passo, V. M. Prostokishin, and M. Ughi (1993). A mathematical model of turbulent heat and mass transfer in stably stratified shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, **253**, 341-358.
- Bergeron, T. (1928). Über die dreidimensional verknüpfende Wetteranalyse. I. *Geophys. Publikasjoner* **5** (No. 6):1-111.

- Bower, S. A., H. T. Rossby, and J. L. Lillibridge (1985). The Gulf Stream - Barrier or blender?. *Journal of Physical Oceanography*, **15**, 24-32.
- Bower, A. S. (1989). Potential vorticity balances and horizontal divergence along particle trajectories in Gulf Stream meanders east of Cape Hatteras. *Journal of Physical Oceanography*, **19**, 1669-1681.
- Bower, A. S., and T. Rossby (1989). Evidence of cross-frontal exchange processes in the Gulf Stream based on isopycnal RAFOS float data. *Journal of Physical Oceanography*, **19**, 1177-1190.
- Boyd, J. D. (1987). Improved Depth and Temperature Conversion Equations for Sippican AXBTs. *Journal of Atmosphere Oceanic Technology*, **4**, 545-551.
- Boyd, J. D., and R. S. Linzell (1993). Evaluation of the Sparton Tight-Tolerance AXBT. *Journal of Atmosphere Oceanic Technology*, **10**, 892-899.
- Bradshaw, P., and J. D. Woods (1978). Geophysical turbulence and buoyant flows. In *Turbulence* (P. Bradshaw, ed). Springer-Verlag, New York.
- Brooks, D. A., and J. M. Bane, Jr. (1981). Gulf Stream fluctuations and meanders over the Onslow Bay upper continental slope. *Journal of Physical Oceanography*, **11**, 247-256.
- Brooks, D. A., and J. M. Bane, Jr. (1983). Gulf Stream meanders off North Carolina during Winter and Summer 1979. *Journal of Geophysical Research*, **88**, 4633-4650.
- Bryden, H. L. (1973). New polynomials for thermal expansion, adiabatic temperature gradient and potential temperature of sea water. *Deep-Sea Research*, **20**, 401-408.
- Caughey, S. J. (1982). Observed characteristics of the atmospheric boundary layer. In *Atmospheric Turbulence and Pollution Modeling*, F. T. M. Nieuwstadt and H. van Dop. eds. Reidel, Dordrecht, pp. 107-158.

- Chew, F., Bane, J. M., Jr., and D. A. Brooks (1985). On vertical motion, divergence, and the thermal wind balance in cold-dome meanders, a diagnostic study. *Journal of Geophysical Research*, **90**, 3173-3183.
- Churchill, J. H., E. R. Levine, D. N. Connors, and P. C. Cornillon (1993). Mixing of shelf, slope and Gulf Stream water over the continental slope of the Middle Atlantic Bight. *Deep-Sea Research*, **40**, 1063-1085.
- Csanady, G. T., and P. Hamilton (1988). Circulation of slopewater. *Continental Shelf Research*, **8**, 565-624.
- Csanady, G. T. (1990). Mixing in coastal regions. In *The Sea: Ocean Engineering Science*, vol. 9, edited by B. Le Mehaute and D. M. Hanes, pp. 593-629, John Wiley, New York.
- Cushman-Roisin, B. (1994). *Introduction to Geophysical Fluid Dynamics*. Prentice-Hall, Inc. New Jersey, 320 pp.
- Deardorff, J. W. (1983). A multi-limit mixed-layer entrainment formulation. *Journal of Physical Oceanography*, **13**, 988-1002.
- Desaubies, Y. J. F., and M. C. Gregg (1981). Reversible and irreversible finestructure. *Journal of Physical Oceanography*, **11**, 541-556.
- Dutton, J. A. (1986). *The Ceaseless Wind*. 579 pp., McGraw-Hill, New York.
- Ellison, T. H., and J. S. Turner (1959). Turbulent entrainment in stratified flows. *Journal of Fluid Mechanics*, **6**, 423-448.
- Glenn, S. M., and C. C. Ebbesmeyer (1994). Observations of Gulf Stream frontal eddies in the vicinity of Cape Hatteras. *Journal of Geophysical Research*, **99**, 5047-5055.
- Grant, H. L., A. Moilliet, and W. M. Vogel (1968). Some observations of the occurrence of turbulence in and above the thermocline. *Journal of Fluid Mechanics*, **33**, 443-448.

- Gregg, M. C., and T. B. Sanford (1980). Signatures of mixing from the Bermuda Slope, the Sargasso Sea and the Gulf Stream. *Journal of Physical Oceanography*, **10**, 105-127.
- Gregg, M. C. (1987). Diapycnal mixing in the thermocline: A review. *Journal of Geophysical Research*, **92**, 5249-5286.
- Holt, S. E., J. R. Koseff, and J. H. Ferziger (1992). A numerical study of the evolution and structure of homogeneous stably stratified sheared turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, **237**, 499-539.
- Holton, J. R. (1979). *An Introduction to Dynamic Meteorology*. Academic Press, New York.
- Hood, C. A., and J. M. Bane, Jr. (1983). Subsurface energetics in the Gulf Stream cyclonic frontal zone off Onslow Bay, North Carolina. *Journal of Geophysical Research*, **88**, 4651-4662.
- Hoskins, B. J., and F. P. Bretherton (1972). Atmospheric frontogenesis models: mathematical formulation and solution. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **29**, 11-37
- Hoskins, B. J. (1982). The mathematical theory of frontogenesis. *Annual Review of Fluid Mechanics*, **14**, 131-151
- Iselin, C. O'D (1950). Some common characteristics of the Gulf Stream and the atmospheric jet stream. *Trans. N. Y. Acad. Sci., Ser II*, **13**, 84-86
- Ivey, G. N., and J. Imberger (1991). On the nature of turbulence in stratified fluid. Part I: The energetics of mixing. *Journal of Physical Oceanography*, **21**, 650-658.
- Johns, E., D. R. Watts, and H. T. Rossby (1989). A test of geostrophy in the Gulf Stream. *Journal of Geophysical Research*, **94**, 3211-3222.
- Keyser, D., and M. A. Shapiro (1986). A review of the structure and dynamics of upper-level frontal zones. *Monthly Weather Review*, **114**, 452-499.

- Kranenburg, C. (1996). On gradient transport turbulence models for stably stratified shear flows. *Dyn. Atmosph. Ocean*, **23**, 205-215.
- Kundu, P. K. (1990). *Fluid Mechanics*. Academic Press, Inc. San Diego. 638 pp.
- Kundu, P. K., and R. C. Beardsley (1991). Evidence of a critical Richardson number in moored measurements during the upwelling season off Northern California. *Journal of Geophysical Research*, **96**, 4855-4868.
- Lancaster, P., and K. Salkauskas (1986). *Curve and Surface Fitting (An Introduction)*. Academic Press, San Diego.
- Ledwell, J. R., A. J. Watson, and C. S. Law (1993). Evidence for slow mixing across the pycnocline from an open-ocean tracer-release experiment. *Nature*, **364**, 701-703.
- Lilliridge, J. L., G. Hitchcock, T. Rossby, E. Lessard, M. Mork, and L. Golmen (1990). Entrainment and mixing of Shelf/Slope waters in the near-surface Gulf Stream. *Journal of Geophysical Research*, **95**, 13065-13087.
- Linden, P. F. (1979). Mixing in stratified fluids. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, **13**, 3-23.
- Linden, P. F. (1980). Mixing across a density interface produced by grid turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, **100**, 691-703.
- Lohrenz, S. E., J. J. Cullen, D. A. Phinney, D. B. Olson, and C. S. Yentsch (1993). Distributions of pigments and primary production in a Gulf Stream meander. *Journal of Geophysical Research*, **98**, 14545-14560.
- Lumley, J. L., and H. A. Panofsky (1964). *The structure of atmospheric turbulence*. Interscience, New York.

- Luther, M. A., and J. M. Bane, Jr. (1985). Mixed instabilities in the Gulf Stream over the continental slope., *Journal of Physical Oceanography*, **15**, 3-23.
- McDougall, T. J. (1984). The relative roles of diapycnal and isopycnal mixing on subsurface water mass conversion. *Journal of Physical Oceanography*, **14**, 1577-1589.
- McDougall, T. J. (1987). Neutral surface. *Journal of Physical Oceanography*, **17**, 1950-1964.
- McDougall, T. J. (1988). Neutral-surface potential vorticity. *Progress in Oceanography*, **20**, 185-221.
- Miller, J. L., and D. L. Evans (1985). Density and velocity fine structure enhancement in oceanic eddies. *Journal of Geophysical Research*, **90**, 4793-4806.
- Montgomery, R. B. (1937). A suggested method for representing gradient flow in isentropic surfaces. *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, **18**, 210-212.
- Morton, B. R., G. I. Taylor, and J. S. Turner (1956). Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources. *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A*, **234**, 1-23.
- Munk, W. H., and E. R. Anderson (1948). Notes on a theory of the thermocline. *Journal of Marine Research*, **7**, 276-295.
- Newton, C. W. (1959). Synoptic comparison of jet stream and Gulf Stream systems, in *The Atmosphere and the Sea in Motion* (pp. 288-304) edited B. Bolin. Rockefeller Institute Press, New York.
- Newton, C. W. (1961). Estimates of vertical motions and meridional heat exchange in Gulf Stream eddies, and a comparison with atmospheric disturbances. *Journal of Geophysical Research*, **66**, 853-870.

- Newton, C. W. (1978). Fronts and wave disturbances in Gulf Stream and atmospheric jet stream. *Journal of Geophysical Research*, **83**, 4697-4706.
- Niiler P. P., and E. B. Kraus (1977). One-dimensional models of the upper layer. In: *Modelling and Prediction of the Upper Layers of the Ocean*, E. B. Kraus, ed Pergamon Press, Oxford, pp. 143-172.
- Ou, H. W. (1984). Geostrophic adjustment: A mechanism for frontogenesis. *Journal of Physical Oceanography*, **14**, 994-1000.
- Pacanowski, R. C., and S. G. H. Philander (1981). Parametrization of vertical mixing in numerical models of tropical oceans. *Journal of Physical Oceanography*, **11**, 1443-1451.
- Padman, L., and I. S. Jones (1985). Richardson number statistics in the seasonal thermocline. *Journal of Physical Oceanography*, **15**, 844-854.
- Palmén, E., and C. W. Newton (1969). *Atmospheric Circulation Systems*. Academic Press, New York.
- Panofsky, H. A., and J. A. Dutton (1984). *Atmospheric Turbulence*. Wiley, New York.
- Park, Y., J. A. Whitehead, and A. Gnanadeskian (1994). Turbulent mixing in stratified fluids: layer formation and energetics. *Journal of Fluid Mechanics*, **279**, 279-311.
- Pedlosky, J. (1979). *Geophysical Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, New York, 624 pp.
- Pelegri, J. L., and G. T. Csanady (1991). Nutrient transport and mixing in the Gulf Stream. *Journal of Geophysical Research*, **96**, 2577-2583.
- Pelegri, J. L., and J. G. Richman (1993). On the role of shear mixing during transient coastal upwelling. *Continental Shelf Research*, **13**, 1363-1400.

- Pelegri, J. L., and J. G. Richman (1994). Correction to "On the role of shear mixing during transient coastal upwelling". *Continental Shelf Research*, **14**, 1645-1646.
- Pelegri, J. L., and G. T. Csanady (1994). Diapycnal mixing in western boundary currents. *Journal of Geophysical Research*, **99**, 18275-18304.
- Pelegri, J. L., G. T. Csanady, and A. Martins (1996). The North Atlantic nutrient stream. *Journal of Oceanography*, **52**, 275-299.
- Pelegri, J. L., and P. Sangrà (1997). A mechanism for layer formation in stratified geophysical flows. *Journal of Geophysical Research*. In Press.
- Peters, H., M. C. Gregg, and J. M. Toole (1988). On the parametrization of equatorial turbulence. *Journal of Geophysical Research*, **93**, 1199-1218.
- Phillips, O. M. (1972). Turbulence in a strongly stratified fluid - Is it Unstable?. *Deep-Sea Research*, **19**, 7-81.
- Pollard, R. T., P. B. Rhines, and R. O. R. Y. Thompson (1973) The deepening of the wind-mixed layer. *Geophysical Fluid Dynamics*, **3**, 381-404.
- Posmentier, E. S. (1977). The generation of salinity finestructure by vertical diffusion. *Journal of Physical Oceanography*, **7**, 298-300.
- Price, J. F., C. N. Mooers, and J. C. Van Leer (1978). Observation and simulation of storm-induced mixed-layer penetration. *Journal of Physical Oceanography*, **8**, 582-599.
- Price, J. F., A. Weller, and R. Pinkel (1986). Diurnal cycling: Observations and models of the upper ocean response to diurnal heating, cooling, and wind mixing. *Journal of Geophysical Research*, **91**, 8411-8427.
- Richards, F. A., and A. C. Redfield (1955). Oxygen-density relationship in the western North Atlantic. *Deep-Sea Research*, **2**, 182-199.

- Roache, P. J. (1982). *Computational Fluid Dynamics*. Hermosa Publishers. 446 pp.
- Rossby, C. G. (1951). On the vertical and horizontal concentration of momentum in air and ocean currents. *Tellus*, **3**, 15-27.
- Ruddick, B. R., and A. S. Bennet (1985). Fine structure and mixing at the edge of a warm core ring. *Journal of Geophysical Research*, **90**, 8943-8951.
- Ruddick, B. R., T. J. McDougall, and J. S. Turner (1989). The formation of layers in a uniformly stirred density gradient. *Deep-Sea Research*, **36**, 597-609.
- Sánchez del Río, C. (1989). *Análisis de Errores*. Ediciones de la Universidad Complutense, S. A., Madrid.
- Schmitt, R. W., R. G. Lueck, and T. M. Joyce (1986). Fine and microstructure at the edge of a warm-core ring. *Deep-Sea Research*, **33**, 1665-1689.
- Sessions, M. H., T. P. Barnett, and W. S. Wilson (1976). The Airborne Expendable Bathythermograph. *Deep-Sea Research*, **23**, 779-782.
- Stern, M. E. (1960). The "salt fountain" and thermocline convection. *Tellus*, **12**, 172-175.
- Stommel, H., A. B. Arons, and D. Blanchard (1956). An Oceanographical curiosity: the perpetual salt fountain. *Deep-Sea Research*, **3**, 152-153.
- Stommel, H. (1965). *The Gulf Stream: a physical and dynamical description*, 2<sup>a</sup> ed. University of California Press, Berkeley, y Cambridge University Press, Londres.
- Stone, P. H. (1966). Frontogenesis by horizontal wind deformation fields. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **23**, 455-465.
- Thompson, S. M., and J. S. Turner (1975). Mixing across an interface due to turbulence generated by an oscillating grid. *Journal of Fluid Mechanics*, **67**, 349-368.

- Thorpe, S. A. (1971). Experiments on the instability of stratified shear flows: miscible fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, **46**, 299-319.
- Turner, J. S., and E. B. Kraus (1967). A one-dimensional model of the seasonal thermocline. I. A laboratory experiment and its interpretation. *Tellus*, **19**, 88-97.
- Turner, J. S. (1973). *Buoyancy Effects in Fluids*. Cambridge University Press, New York, 367 pp.
- Turner, J. S. (1981). Small-scale mixing processes. In *Evolution of Physical Oceanography* (B. A. Warren and C. Wunsch, eds.). MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Turner, J. S. (1986). Turbulent entrainment: The development of the entrainment assumption, and its application to geophysical flows. *Journal of Fluid Mechanics*, **173**, 431-471.
- Ueda, H., S. Mitsumoto, and S. Komori (1981). Buoyancy effects on the turbulent transport processes in the lower atmosphere. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **107**, 561-578.
- Welander, P. (1959). An advective model of the ocean thermocline. *Tellus*, **11**, 309-318.
- Welander, P. (1971). Some exact solutions to the equations describing an ideal fluid thermocline. *Journal of Marine Research*, **29**, 60-68.
- Williams, R. T. (1968). A note on quasi-geostrophic frontogenesis. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **25**, 1157-1159.
- Williams, R. T., and J. Plotkin (1968). Quasi-geostrophic frontogenesis. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **25**, 201-206.
- Woods, J. D. (1968). Wave-induced shear instability in the summer thermocline. *Journal of Fluid Mechanics*, **32**, 791-800.