

**UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA**

**DEPARTAMENTO DE FÍSICA**



**TESIS DOCTORAL**

**VARIABILIDAD DE LA TEMPERATURA SUPERFICIAL  
DEL MAR EN EL SURESTE DEL ATLÁNTICO NORTE**

**RAFAEL BORGES MÉNDEZ**

Las Palmas de Gran Canaria, junio de 2000

10/2000-01  
UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA  
UNIDAD DE TERCER CICLO Y POSTGRADO

Reunido el día de la fecha, el Tribunal nombrado por el Excmo. Sr. Rector Magfco. de esta Universidad, el/a aspirante expuso esta TESIS DOCTORAL.  
Terminada la lectura y contestadas por el/a Doctorando/a las objeciones formuladas por los señores miembros del Tribunal, éste calificó dicho trabajo con la nota de SOBRESALIENTE CUM LAUDE

Las Palmas de Gran Canaria, a 24 de noviembre de 2000.

El/a Presidente/a: Dr. D. Gregorio Parrilla Barreña,

El/a Secretario/a: Dr.D. Pablo Sangrá Inciarte,

El/a Vocal: Dra. Dña. Alicia Lavin Montero,

El/a Vocal: Dr.D. José Luis Pelegrí Llopart,

El/a Vocal: Dr.D. Javier Arístegui Ruiz,

El Doctorando: D.Rafael Borges Mendez,



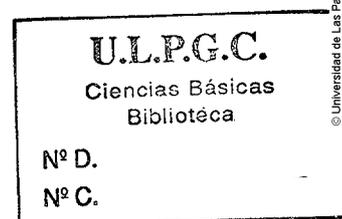
UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

DOCTORADO EN FÍSICA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

PROGRAMA DE OCEANOGRAFÍA FÍSICA Y FÍSICA APLICADA

VARIABILIDAD DE LA TEMPERATURA SUPERFICIAL DEL  
MAR EN EL SURESTE DEL ATLÁNTICO NORTE



*Tesis Doctoral presentada por Rafael Borges Méndez  
Dirigida por el Dr. Alonso Hernández Guerra*

El director

El doctorando

Fdo.: Alonso Hernández Guerra

Fdo.: Rafael Borges Méndez

Las Palmas de Gran Canaria, Junio del 2000



*A RUTH, CLAUDIA Y MIS PADRES*



# Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado con la aportación de muchas personas sin cuya colaboración no se habría podido llevar a cabo. En primer lugar deseo expresar mi más profunda gratitud al Dr. Alonso Hernández Guerra por su apoyo científico, paciencia, por los medios puestos a mi alcance y sobre todo por la amistad que compartimos.

Deseo dar las gracias a todas las personas que con su amabilidad, destreza y ayuda me resolvieron los problemas surgidos con el diseño y la informática. Mi agradecimiento a Pino Toledo, Absalón González, Andry Ratsimandresy y Ángel Rodríguez.

Mi agradecimiento al Dr. Francisco Garzón del Instituto Astrofísico de Canarias (IAC) y al Dr. Joaquín Trapero del Centro Superior de Investigaciones Científicas (CSIC), por cederme el material necesario para el desarrollo matemático de parte de este trabajo.

Mi agradecimiento a los compañeros del Departamento de Física de los que de forma discontinua he aprendido hasta de sus conversaciones cotidianas.

Las imágenes de satélite que he utilizado en este estudio han sido cedidas por el Dr. Leo Nykjaer del Joint Research Centre de Ispra (Italia).

Este trabajo ha sido posible gracias a los proyectos de investigación CANIGO (MAST-CT96-0060) financiado por la Unión Europea y PI 1998/066 financiado por el Gobierno Autónomo de Canarias.

Mis gracias y agradecimientos a mis padres y hermanos por el apoyo que siempre he encontrado en ellos, y de forma muy especial a mi esposa Ruth por su ayuda, amistad, amor, estímulo, ánimo y comprensión en todo momento. Quiero también expresar mi cariño hacia mi hija Claudia por toda la alegría que sólo ella es capaz de transmitirme.





# Índice

## Estructura y resumen

xi

## 1 Antecedentes

1.1	Introducción	1
1.2	Imágenes de satélite	4
1.3	Aplicaciones de las imágenes de satélite en oceanografía	5
1.4	Aplicaciones de las imágenes NOAA	7
1.5	Oceanografía de la zona	9
1.5.1	Introducción	9
1.5.2	Corrientes que componen la recirculación del Giro Subtropical del Atlántico Norte	10
1.5.3	El afloramiento costero	18
1.5.4	Actividad a mesoescala	21

## 2 Datos

2.1	Introducción	27
2.2	Características generales del sensor AVHRR	31
2.3	Tipos de datos	33
2.4	Procesado de los datos del AVHRR	33
2.5	Corrección atmosférica de los datos del sensor AVHRR	37
2.6	Otras perturbaciones de los datos del sensor AVHRR	48

2.6.1 Nubes	48
2.6.2 Dispersión por aerosoles	49
2.6.3 Reflectancia de la superficie del mar	51
2.6.4 Efectos superficiales	51
2.7 Otros datos utilizados	53
2.7.1 Introducción	53
2.7.2 Datos ECMWF	53
2.7.3 Datos COADS	54

### **3 Procedimiento matemático para la obtención de periodicidades en series temporales no equiespaciadas**

3.1 Introducción	57
3.2 Definición y obtención de la expresión del periodograma	59
3.2.1 Análisis espectral por mínimos cuadrados	59
3.2.2 Definición del periodograma por medio del poder espectral	64
3.3 Expresión modificada del periodograma atendiendo a parámetros estadísticos	65
3.4 Normalización del periodograma	68
3.5 Definición de parámetros auxiliares	72
3.6 Ventajas e inconvenientes de la utilización del periodograma	75
3.7 Aplicaciones a simulaciones	78
3.7.1 Determinación de periodicidades en series simuladas con múltiples señales	79
3.7.2 Efecto del ruido	81
3.7.3 Efecto de la pérdida de datos	84
3.7.4 Efecto conjunto del ruido y la pérdida de datos	87
3.7.5 Efecto de la tendencia en las series	90
3.7.6 Efecto de la pérdida de intervalos temporales de datos	94
3.7.7 Principales conclusiones	97

## 4 Períodos dominantes de las magnitudes físicas

4.1	Introducción	99
4.2	Características generales de las series temporales	100
4.2.1	Periodograma	110
4.2.2	Ajuste de la frecuencia anual	123
4.3	Características generales de las series de residuos	138
4.3.1	Periodograma	142
4.3.2	Ajuste de la frecuencia semianual	152
4.3.3	Análisis espectral de las series temporales de parámetros atmosféricos ECMWF. Determinación de variabilidades semianuales	161
4.3.3.1	Variabilidad de las series del módulo de la tensión del viento	163
4.3.3.2	Variabilidad de las series de la componente u de la tensión del viento	168
4.3.3.3	Variabilidad de las series de la componente v de la tensión del viento	174
4.3.3.4	Variabilidad de las series de presión atmosférica	179
4.3.3.5	Variabilidad de las series de la componente z del rotacional de la tensión del viento	185
4.4	Características generales de las series de residuos de los residuos	195
4.4.1	Periodograma	198
4.4.2	Ajuste de la frecuencia de cuatro años	205
4.4.3	Análisis espectral de las series temporales de parámetros atmosféricos COADS. Determinación de variabilidades de cuatro años	208
4.4.3.1	Variabilidad de las series del módulo de la tensión del viento	210
4.4.3.2	Variabilidad de las series de la componente v de la tensión del viento	214

4.4.3.3 Variabilidad de las series de la componente u de la tensión del viento	219
4.4.3.4 Variabilidad de las series de presión atmosférica	223
4.5 Análisis de las series de residuos de tercer orden	232
4.6 Comparación de resultados con datos COADS de temperatura superficial del mar	233
<b>Conclusiones y principales aportaciones</b>	255
<b>Áreas de futuras investigaciones</b>	261
<b>Referencias</b>	263
<b>Apéndice A Parámetros estadísticos y matemáticos</b>	
A.1 Variables estadísticas	275
A.2 Polinomios de ajuste	276
A.3 Ajuste de mínimos cuadrados por regresión múltiple de tres coeficientes	277
A.4 Coeficiente de determinación $r^2$	278
A.5 Determinación de correlaciones	280
<b>Apéndice B Determinación de rotacionales de la tensión del viento</b>	
B.1 Cálculo de la tensión del viento	281
B.2 Definición del rotacional	281
B.3 Cálculo de derivadas de funciones numéricas por extrapolación al límite	282
B.4 Interpolación por splines	287

## Estructura y resumen de este trabajo

El objetivo de este trabajo es el estudio de las variabilidades de las magnitudes físicas características de la superficie del mar, así como de su interacción y forzamientos con las variables atmosféricas. Para ello se han seleccionado tres bases de datos que permiten un estudio sinóptico de la superficie del océano; del sensor remoto *Advanced Very High Resolution Radiometer* (AVHRR), los históricos *Comprehensive Ocean Atmosphere Data Set* (COADS) y los atmosféricos del *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts* (ECMWF).

En el primer capítulo introducimos las características principales de las imágenes de satélite, así como sus aplicaciones en oceanografía. Además, describimos los sensores utilizados con mayor frecuencia indicando bajo que condiciones y a que tipo de fenómenos son los datos que suministran.

También hacemos una descripción de las principales características oceanográficas de la región. Nos ceñimos a los fenómenos superficiales por ser los únicos de los que se puede extraer información a partir de las imágenes de satélite. La estructura de esta descripción se organiza en función de la escala espacial de los fenómenos. Esto nos lleva a analizar las corrientes, los afloramientos y los fenómenos a mesoescala. No obstante, la oceanografía de la región no la abordamos con profundidad por haber sido descrita en otros trabajos de este Departamento.

En el capítulo 2 exponemos tras una breve descripción del sensor AVHRR, el método seguido para el procesamiento de los datos suministrado por este sensor hasta la obtención de la temperatura superficial del mar. Analizamos también los

problemas que pueden aparecer una vez realizada corrección atmosférica, tales como la presencia de aerosoles en la atmósfera, la presencia de nubes o los efectos superficiales. También describimos en este capítulo segundo las principales características de otros datos utilizados en este trabajo (COADS y ECMWF).

El capítulo 3 lo dedicamos al análisis del método que permite la determinación de variabilidades en series temporales, atendiendo de forma especial el caso de las no equiespaciadas. Para establecer la eficiencia del método se propone un conjunto de aplicaciones a series de diversa índole que permiten delimitar sus prestaciones.

El capítulo 4 aborda el estudio de la variabilidad en la temperatura superficial del mar a partir de series temporales elaboradas de imágenes del sensor AVHRR. Tras una serie de pruebas y cálculos de parámetros preliminares se le aplica un primer estadístico que permite a priori determinar la presencia de variabilidades (el test de Durbin-Watson). Esto nos lleva a realizar el análisis espectral por medio del periodograma, que detecta de forma generalizada la presencia del armónico anual asociado a la estacionalidad.

El armónico anual detectado lo ajustamos por medio de una función armónica sinusoidal y lo extraemos de las series, con lo que obtenemos el conjunto de series de residuos.

Las series de residuos son tratadas con el mismo procedimiento detectando en ellas la presencia de otro armónico de período semianual. La presencia de este segundo armónico no está generalizada, puesto que sólo se presenta en la zona central de la región.

Hemos determinado la forma en la que interfieren los dos armónicos para determinar sus efectos climáticos. En toda la zona en la que coexisten los dos armónicos la inferencia es del tipo centrada en los valores medios, con máximos y mínimos casi estables pero acelerando el tránsito en una de las caras de la sinusoide

y retardando el otro. A nivel climático supone un ligero aumento de las temperaturas mínimas invernales, un tránsito desde el invierno al verano rápido y un otoño más duradero por el retardo en el tránsito verano invierno.

La presencia de este segundo armónico no es sencilla de explicar en términos físicos, en principio no existe un campo de fuerzas al que atribuir directamente el origen de esta segunda periodicidad. Tras una intensa búsqueda en la literatura llegamos a la conclusión de que este segundo armónico debe estar relacionado con efectos de propiedades atmosféricas.

Para determinar la posible correlación entre la variabilidad semianual en la temperatura superficial y las variables atmosféricas, se ha recurrido a los datos ECMWF. Realizamos el análisis espectral de series temporales de presión atmosférica, módulo de la tensión del viento y las componentes  $u$  y  $v$  de la tensión del viento. Ninguna de estas magnitudes presenta variabilidad semianual con la misma distribución que el armónico de igual frecuencia en la temperatura superficial del mar.

Existe una magnitud atmosférica derivada que puede estar tras esta variabilidad, es la componente  $z$  del rotacional de la tensión del viento con efectos asociados al bombeo de Ekman. El cálculo los valores de esta magnitud es bastante complejo pues exige, por la vía clásica, el cálculo de derivadas direccionales de funciones numéricas implícitas. Estas derivadas las realizamos por el método numérico de extrapolación al límite, auxiliado por splines bidimensionales. Con ello, se obtienen las series de esta nueva magnitud que analizamos en frecuencias. La componente semianual de esta magnitud presenta una distribución análoga al mismo armónico de la temperatura superficial, por lo que parece que estar en el origen de esta variabilidad.

Otro resultado interesante en la presencia de una periodicidad de 25-30 días en las series de la componente  $z$  del rotacional de la tensión del viento desde el sur

de Gran Canaria hasta el sur de El Hierro, asociada a fenómenos a mesoescala como el desprendimiento de remolinos al sur de las Islas Canaria.

El armónico semianual se ajusta a una función armónica sinusoidal y se extrae de los residuos, obteniendo un conjunto de series de residuos de los residuos. A estas series se les aplica el mismo procedimiento y se detecta otra señal armónica de período 4 años. Como la zona en la que se detecta esta señal no aparece bien delimitada aumentamos la resolución espacial y construimos una submalla de lado  $0.5^\circ$  en longitud y latitud. Con ella repetimos el proceso y obtenemos las series de residuos de los residuos hasta determinar en su análisis espectral la distribución espacial de este tercer armónico. Lo localizamos al noreste de la Isla de Lanzarote, al sur de las Islas Canarias y en torno a Cabo Verde.

La inferencia de los tres armónicos en las zonas en las que coexisten se traduce en aspectos climáticos en años con veranos más calurosos e inviernos suaves, seguidas a los dos años de veranos suaves e inviernos más fríos.

El origen de este tercer armónico es bastante complicado de explicar en términos físicos. Según la literatura, esta frecuencia no parece estar relacionada con el fenómeno de El Niño, ni con la NAO, ni con variabilidades interanuales en la circulación, tampoco con la generación de ondas de Rossby. Para determinar si alguna magnitud atmosférica está tras esta variabilidad, analizamos en frecuencia series temporales de parámetros atmosféricos COADS. Seleccionamos esta base por estar extendidas a un período temporal lo suficiente largo como para contener armónicos interanuales, lo que no ocurre con la versión que disponemos de los ECMFW.

Como resultado del análisis no encontramos correlaciones entre el armónico detectado y los de mismo período en las magnitudes atmosféricas.

El origen parece estar asociado a las variabilidades de 4 años detectadas en el Atlántico Tropical por el proyecto PIRATA.

El armónico de período 4 años lo extraemos de las series de residuos de los residuos obteniendo las series de residuos de tercer orden. A este nuevo conjunto de series le aplicamos el análisis no detectándose en ellas nuevas periodicidades.

Para finalizar este capítulo, comparamos la variabilidad de los datos de temperatura superficial del sensor AVHRR con los históricos COADS. Destaca la coincidencia en el armónico anual, la diferente distribución geográfica del armónico semianual y la presencia del armónico de 4 años en las mismas zonas salvo al noreste de Lanzarote que no aparece en los históricos y sin embargo presenta una zona con su presencia al sur de la Islas Cabo Verde.

# Capítulo 1

## Antecedentes

### 1.1 Introducción

El objeto de este trabajo es el estudio de las variabilidades de las magnitudes físicas características de la superficie del mar, así como de su interacción y forzamientos con las variables atmosféricas.

Entre los conjuntos de datos disponibles hemos seleccionado dos bases que permiten un estudio sinóptico de la superficie del océano: los datos del sensor remoto *Advanced Very High Resolution Radiometer* (AVHRR) y los históricos de medidas directas realizadas por mercantes a lo largo de 135 años conocidos como *Comprehensive Ocean Atmosphere Data Set* (COADS). Esta elección se fundamenta en el objetivo de analizar las variabilidades temporales dominantes en la región.

Es preciso, por lo tanto, reducir las escenas de datos al formato de series temporales. Esto implica, la construcción, a partir de todas las imágenes disponibles, de series temporales que representan el comportamiento de una magnitud dada, para cada punto de la región.

Esta estrategia genera un conjunto descomunal de series por la infinidad de puntos que existen en regiones tan amplias. Para solucionar este problema, las localizaciones para las que extraemos las series se seleccionan siguiendo un patrón o

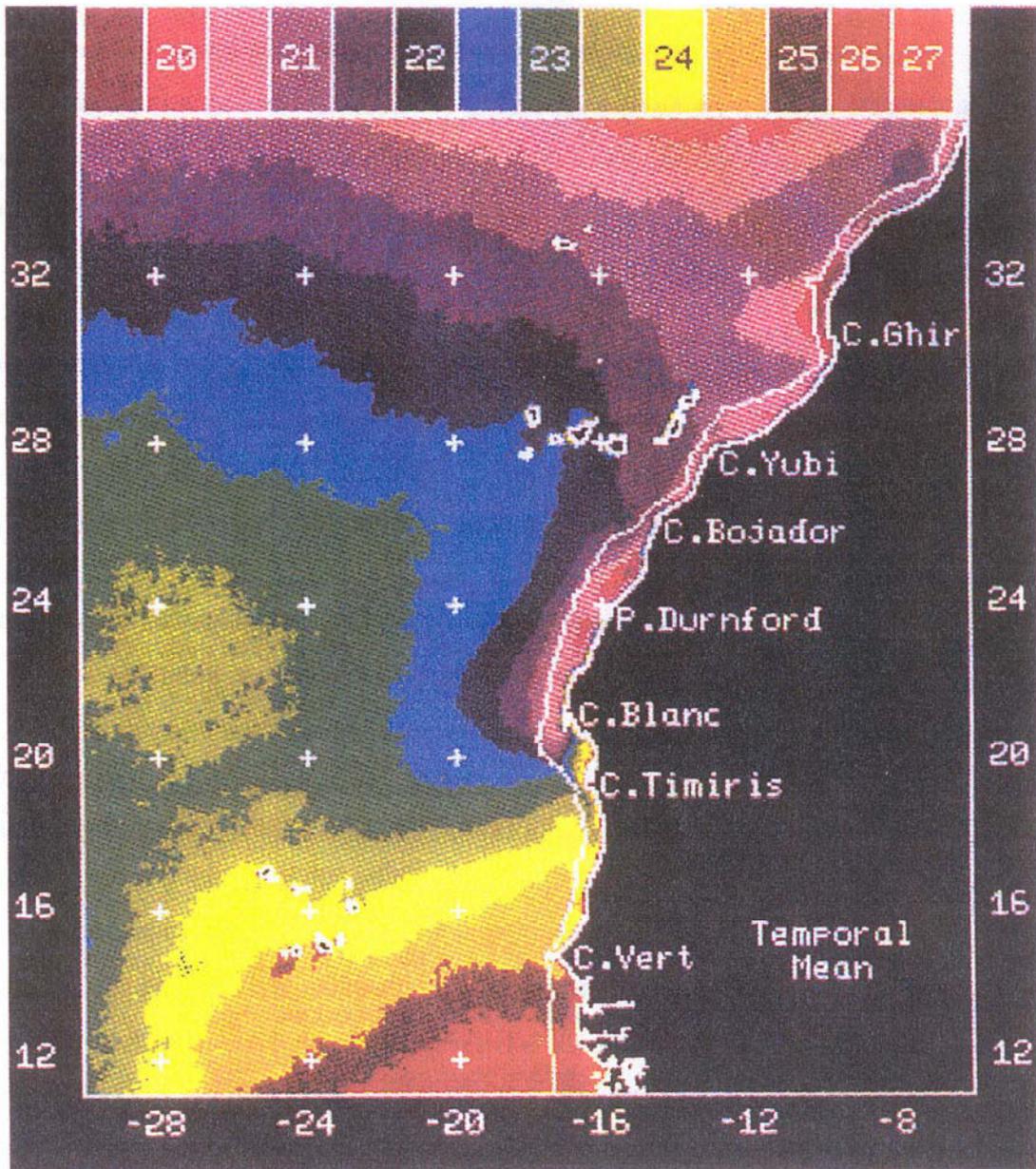
mallas regulares, cuyo lado determina la resolución espacial del estudio. Normalmente la malla es de 1° en longitud y latitud, aunque es posible operar con otras resoluciones siempre que las bases de datos las soporten.

Una vez seleccionada la malla y extraídas las series temporales abordamos el análisis de las variabilidades. Este se realiza siguiendo diferentes métodos espectrales en función de las características de las series. La interpretación de los resultados será global, en forma de escenas bidimensionales extendidas a la región.

Los siguientes apartados hacen una breve introducción al campo de la teledetección, centrada en las características y aplicaciones oceanográficas de las escenas captadas por los sensores remotos instalados en satélites.

La región oceanográfica de este estudio corresponde al Sureste del Atlántico Norte (figura 1.1). Las principales características de la oceanografía de la región se comentan en el apartado 1.5. En él, abordamos la dinámica de la región junto con los principales fenómenos oceanográficos relevantes presentes en ella.

Sin embargo, como nos centramos en el estudio de las variabilidades de las magnitudes superficiales, no profundizaremos en ciertas características oceánicas ya descritas en otros trabajos de investigación de este Departamento, tales como los afloramientos, fenómenos a mesoescala o corrientes.



**Figura 1.1** – Región oceanográfica del Sureste del Atlántico Norte. Imagen de Temperatura Superficial del Mar (TSM) que representa el promedio temporal obtenido a partir de todas las escenas disponibles para el período 1981-1989 (Hernández-Guerra & Nykjaer, 1997).

## 1.2 Imágenes de satélite

Con el nacimiento de una nueva tecnología, la teledetección, los sensores instalados en los satélites artificiales en órbitas alrededor de la Tierra han aportado los procedimientos para un estudio del océano desconocido hasta entonces. Esta nueva tecnología presenta una serie de ventajas e inconvenientes frente al método tradicional de investigación oceanográfica.

Las ventajas vienen determinadas por el hecho de poder efectuar una observación sinóptica, lo que permite la obtención de una visión global de grandes zonas del océano en intervalos temporales pequeños. Además, la observación reiterada por parte del satélite proporciona datos oceanográficos con alta frecuencia, lo que permite estudiar la variabilidad de las magnitudes físicas superficiales, especialmente en regiones oceanográficas poco conocidas en las que no se realizan campañas o estas han sido escasas y esporádicas.

Este es nuestro caso, ya que en la zona oceanográfica bajo estudio, el Sureste del Atlántico Norte, las campañas llevadas a cabo se centraron en las aguas que rodean a las Islas Canarias, y a lo largo de la costa Africana. Las aguas que rodean a las Islas Canarias han sido estudiadas y tienen proyectos de investigación financiados por el Gobierno Autónomo de Canarias (GAC), la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT) y la Unión Europea (UE). Las investigaciones realizadas a lo largo de la costa Africana fueron llevadas a cabo en los años 70 por el proyecto internacional denominado *Cooperative Investigacion of the North Eastern Central Atlantic* (CINECA) que se centró fundamentalmente en afloramiento costero. Recientemente ha concluido el proyecto internacional denominado *Canary Azores Gibraltar Observacions* (CANIGO) financiado por la Unión Europea en el que se ha estudiado la región de Canarias, Azores y Gibraltar.

Los inconvenientes principales que presenta esta tecnología se deben de un lado a que la información que proporciona es de la capa superficial del mar y de otro

lado, la atmósfera interfiere con la señal procedente del océano alterándola e introduciéndole ruido. Además, ante la presencia de nubes, los sensores en el visible e infrarrojo no son útiles para estudios oceanográficos.

### **1.3 Aplicaciones de las imágenes de satélite en oceanografía**

La aparición de la teledetección abre una nueva puerta al estudio de regiones oceanográficas en las que no se dispone de otros medios para su estudio por el elevado coste de las campañas oceanográficas. Sin embargo, las escenas de los primeros sensores ofrecían baja resolución unida a una escasa precisión.

La situación actual de los estudios de teledetección ofrece una visión diferente al de sus orígenes, puesto que dos hechos han cambiado el panorama inicial: La sofisticación de los sensores instalados en satélites en órbitas alrededor de la Tierra y el desarrollo de algoritmos que permiten convertir la señal procedente del océano en magnitudes físicas oceanográficas.

El rápido progreso y evolución de los sensores de alta resolución durante la época de los setenta culminó con el lanzamiento al espacio de dos sensores el CZCS (Coastal Zone Color Scanner) y el AVHRR (Advanced Very High Resolution Radiometer) que cambiaron el panorama dentro de este campo. Es necesario indicar que cometeríamos un grave error si consideramos que la teledetección sustituye al método tradicional de observación, ya que simplemente ofrece un conjunto de medidas complementarias que permiten tener una visión más general de los datos obtenidos por el método tradicional.

Los principales sensores instalados en satélites utilizados en oceanografía detectan alguna de las siguientes propiedades del mar: temperatura, color, pendiente o rugosidad. Por ello cualquier magnitud oceanográfica que queramos medir debe de

producir una variación en una de estas cuatro propiedades de forma que con el tratamiento adecuado se puedan obtener los valores del parámetro a calcular.

La tabla 1.1 muestra los principales sensores con la zona del espectro en la que trabajan y el tipo de sensor que utilizan. El análisis detallado de las características técnicas y prestaciones se desarrollará en el capítulo 2.

Abreviatura	Nombre del sensor	Espectro E. M.	Activo/pasivo
ALT	Altimeter	Microondas	Activo
ATSR	Along Track Scanning Radiom.	I.R. cercano y Térmico	Pasivo
AVHRR	Advanced Very High Resolution Radiom.	Visible, I.R. cercano y térmico	Pasivo
CZCS	Coastal Zone Color Scanner	Visible, I.R. térmico	Pasivo
SeaWifs	SeaWifs	Visible	Pasivo
SAR	Synthetic Aperture Radar	Microondas	Activo
SASS	Scatterometer	Microondas	Activo

**Tabla 1.1** – Sensores e intervalos del espectro en el que operan.

El sensor AVHRR y el ATSR/M se utilizan para medir la temperatura superficial del mar. Los datos utilizados en este estudio han sido captados por el

sensor AVHRR. Parte del segundo capítulo de este trabajo se dedica al procesado de los datos de satélite con las correcciones necesarias que permiten, a partir de la radiancia medida por el sensor remoto, obtener la temperatura superficial del mar.

El sensor CZCS y en la actualidad el SeaWifs se emplean para medir el color del océano, lo que permite conocer las concentraciones de diversos tipos de pigmentos, especialmente el clorofílico en la superficie del mar.

El altímetro se emplea para medir la pendiente absoluta de la superficie del mar, lo que permite conocer las corrientes de balance geostrofico. También permite este sensor conocer la rugosidad de la superficie del mar producida por los vientos, con ello se puede estimar la velocidad del viento y la altura de onda significativa.

El escaterómetro se emplea para medir la rugosidad de la superficie del mar, lo que permite obtener la velocidad del viento y su dirección por disponer de antenas alineadas de forma diferente.

El radar de abertura sintética se emplea para medir la rugosidad de la superficie del mar con el objeto de estimar las ondas superficiales del océano. Ofrece la posibilidad de estudiar ondas internas ya que puede detectar procesos dinámicos que deben su existencia a gradientes de densidad vertical.

## 1.4 Aplicaciones de las imágenes NOAA

Desde la obtención de las primeras escenas de los sensores remotos instalados en satélites, se presentó la necesidad de analizarlas para extraer de ellas la mejor información posible.

Sin embargo, en teledetección se trabaja con series de datos enormes pero incompletas, debido a factores tan diversos como la disponibilidad de

instrumentación, las inclemencias meteorológicas, el ciclo solar que restringe las observaciones a parte del día, además de otros factores de tipo económicos, ya que la observación continuada es impensable por su alto coste. Esto hace que las observaciones equiespaciadas sean muy difíciles de obtener.

Actualmente las imágenes de satélite se analizan por medio de diferentes métodos que se pueden agrupar en dos grandes familias.

La primera familia se puede definir como análisis de imagen. Estudia las escenas globalmente intentando detectar estructuras a mesoescala en ellas. Para ello se recurre a técnicas diversas, desde la simple inspección visual hasta complejas técnicas matemáticas de filtrado. Estos pueden ser diversos, tales como los métodos de cálculos de variabilidad, el método de las correlaciones cruzadas máximas, las redes neuronales o cálculos de transformadas de Fourier bidimensionales o tridimensionales.

La segunda familia se puede denominar de análisis de series temporales. En este grupo la información de las escenas de satélite se extrae en forma de series asociadas a puntos significativos siempre que se disponga de un número de escenas representativo. Una vez construidas las series es necesario procesarlas, para lo que existen diversos métodos de análisis matemático, en función de la estructura y naturaleza de las series. Si atendemos a este criterio, las series temporales se pueden clasificar en equiespaciadas y no equiespaciadas.

El tratamiento de las series temporales equiespaciadas, y en el caso de detección de señales, se dispone de diversos métodos para su análisis como pueden ser los siguientes: El ajuste directo si se conoce previamente el comportamiento de la serie, ajuste que puede realizarse por mínimos cuadrados, inferencias bayesianas o inversión estocástica. También se pueden aplicar cálculos de regresiones a funciones matemáticas de ajuste de diversa naturaleza. En el caso de desconocer la periodicidad de la señal, se puede aplicar los métodos de Fourier (FFT, Poder Espectral o Máxima Entropía). Otra alternativa es aplicar métodos estadísticos para

obtener variabilidades significativas, siendo el cálculo de los EOF (funciones empíricas ortogonales) el más robusto para este tipo de series, ya que los autovectores obtenidos que presenten varianzas elevadas están asociadas a fenómenos físicos, mientras que si las varianzas son bajas no se pueden asociar a fenómenos físicos y se consideran como ruido.

El tratamiento de series temporales no equiespaciadas es más complejo y delicado, especialmente a la hora de interpretar los resultados. Los métodos habituales, si se conoce el comportamiento de las series con antelación, consisten en ajustarlas directamente a funciones diversas por cualquier método. Otra estrategia común consiste en completar la serie por medio de interpolaciones-extrapolaciones, recurrir a ajustes locales para determinar los valores desconocidos, aplicar métodos estadísticos para estimar esos valores, recurrir a series históricas y hacer las estimaciones de los mismos, o promediar las imágenes a intervalos de tiempo superiores. Hay que considerar que con esta estrategia se puede producir un exceso de filtrado en la señal con lo que conlleva a la hora de interpretar los resultados. Debido a esto y cuando no se conoce el comportamiento de la señal previamente, el análisis del periodograma se presenta como la única técnica que permite la búsqueda de periodicidades en estas series. En el capítulo tres de este trabajo se desarrolla este método, y se analizan las principales prestaciones y limitaciones.

## **1.5 Oceanografía de la zona**

### **1.5.1 introducción**

La descripción oceanográfica general del Sureste del Atlántico Norte estará limitada por el objeto de este trabajo que es la aplicación de los parámetros geofísicos obtenidos del sensor AVHRR. Por ello nos ceñiremos al estudio de la capa superficial del mar, puesto que es la única de la que se puede extraer información por medio de las escenas captadas por este sensor.

Los límites comprenden un área cuya latitud va desde 10°N hasta 36°N, y cuya longitud se extiende desde 7°W hasta 29°W, zona conocida en oceanografía como Cuenca de Canarias, que se analiza a continuación atendiendo a los procesos dinámicos que tienen lugar en ella: las corrientes que forman la recirculación del giro subtropical, los afloramientos costeros y las estructuras a mesoescala asociadas a la dinámica oceanográfica de la región.

### **1.5.2 Corrientes que componen la recirculación del giro subtropical del Atlántico Norte**

En las cuencas oceánicas subtropicales (15°N-40°N) se genera un conjunto de corrientes superficiales denominadas giros subtropicales relacionadas con los vientos dominantes de la zona, que giran en sentido horario.

Parte de este conjunto de corrientes es conocido desde los primeros viajes a América, puesto que la corriente favorecía el transporte de las naves hasta el nuevo continente. Hoy en día, permite a la náutica deportiva ganar las costas del continente americano con suma facilidad si se compara con el salto por otras rutas del Atlántico.

El sistema no es homogéneo y presenta una gran variabilidad, de modo que se comprimen contra los bordes occidentales de las cuencas, con transportes de agua hacia el norte a través de intensas corrientes en franjas de mar relativamente estrechas, mientras que los bordes orientales tienen lugar a lo largo de amplias extensiones de océano, por lo que su balance energético hace que las corrientes sean lentas, con transporte variable y con poca definición (figura 1.2).

El Giro Subtropical del Atlántico Norte comienza en el Estrecho de Florida con la denominada Corriente de Florida y fluye hacia el Norte a lo largo de la costa este de los Estados Unidos, zona en la que se estrecha e intensifica. Esta corriente se

separa de la costa cerca de cabo Hatteras y fluye hacia el este en dos brazos principales: uno gira hacia el norte y alimenta la corriente Noratlántica y otra avanza hacia el este. Esta rama vuelve a bifurcarse, con una rama que recircula de forma meridional hacia el mar de los Sargazos y otra que continúa hacia el este alimentando la Corriente de las Azores

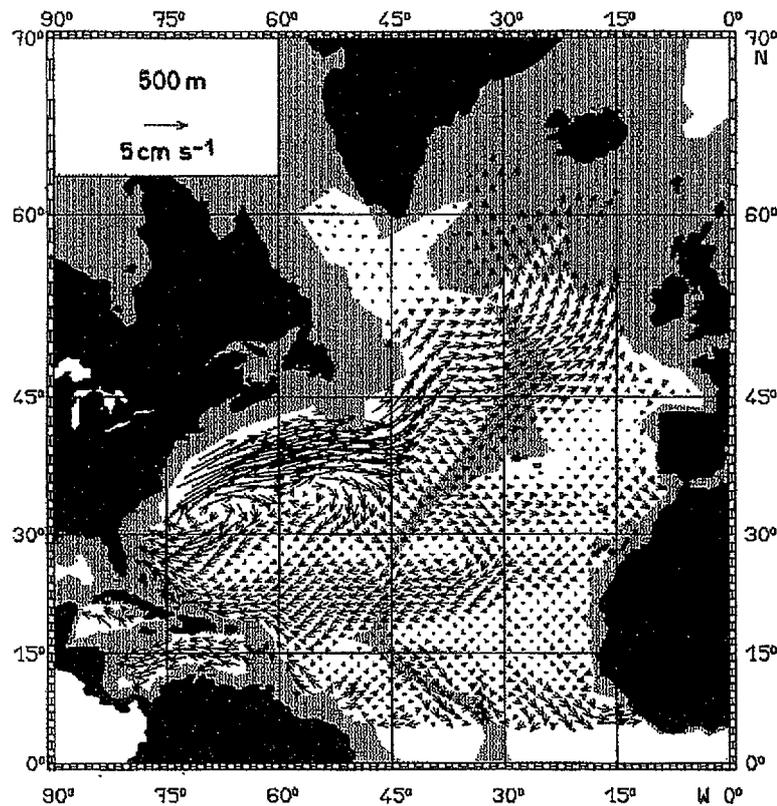


Figura 1.2 – Corriente a 500m (Olberts *et al.*, 1985)

El sistema de corrientes que componen la recirculación del giro subtropical del Sureste del Atlántico Norte viene definido por la Corriente de Azores al norte de la región. Una parte de esa corriente llega al continente y gira hacia el sur, desciende paralela a la costa y alimenta a la Corriente de Canarias. Esta corriente al llegar a los 20°N de latitud cambia de dirección y alimenta a la Corriente Norecuatorial, que avanza zonalmente en sentido este-oeste en el sur de la región. Esta corriente cruza el Atlántico, entra en el Caribe, penetra en el Golfo de Méjico y alimenta la

corriente de Florida, que sale por el estrecho de Florida y comienza nuevamente la circulación hacia el norte y este.

La distribución espacial de este giro subtropical está sometida a cambios estacionales que afectan a la forma y no al volumen de agua que transporta (figura 1.3). En invierno el giro sufre una expansión hacia el norte y sur con una compresión este-oeste, de forma que se aleja de la costa si se compara con la situación en verano (Stramma y Siedler, 1988; Klein y Siedler, 1989; Barton, 1995; Siedler y Onken, 1996).

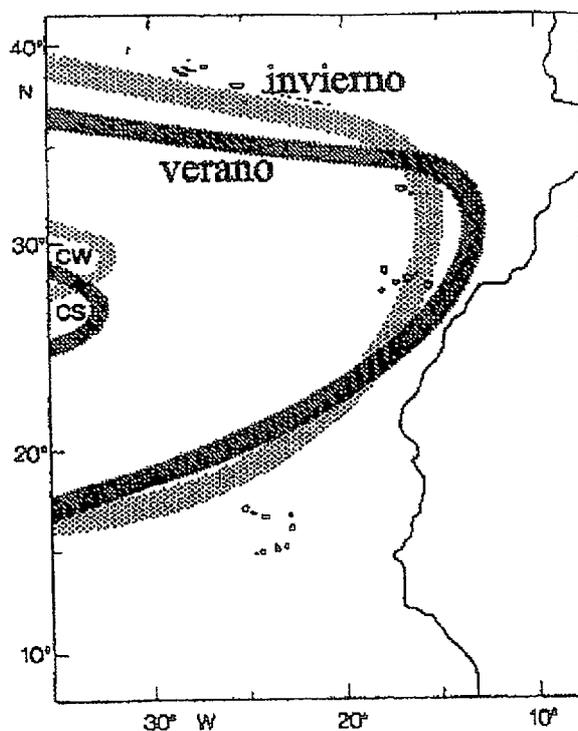


Figura 1.3 – Variabilidad estacional del Giro Subtropical.

Stramma y Siedler (1988) proponen una relación entre estas variaciones estacionales y las de los campos de vientos. Mittelstaedt (1991) presenta los resultados de un modelo numérico de circulación forzada por el campo de vientos. Estos resultados reflejan la coincidencia entre el desplazamiento del centro del

sistema de vientos anticiclónicos y los límites del Giro Subtropical, de forma especial en la zona septentrional del Giro Subtropical. La figura 1.4 muestra la tensión media del viento superficial en los períodos Febrero, Marzo y Abril para la imagen de la izquierda, y Agosto, Septiembre y Octubre para la de la derecha. En ellas se manifiesta el desplazamiento del sistema de vientos anticiclónicos con las estaciones.

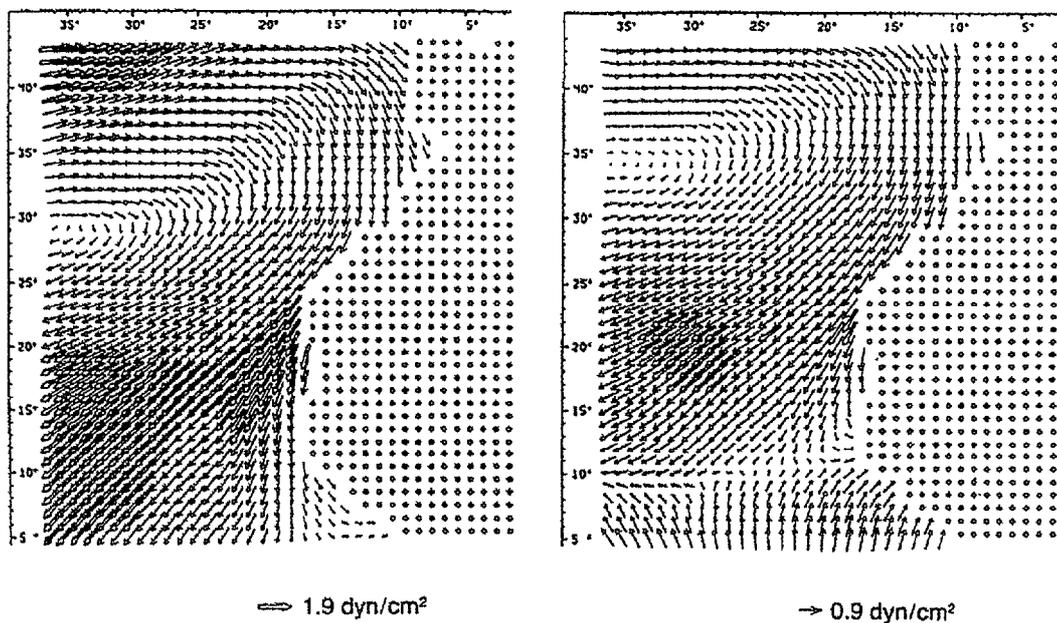


Figura 1.4 – Variación estacional de la tensión media del viento en la superficie del mar (Mittelstaedt, 1991)

Con cálculos sobre datos históricos (Stramma, 1984; Olbers *et al.*, 1985) y modelos numéricos (Klein, 1991) se establece el modelo básico de circulación en la zona. Por medio de medidas directas de corrientes y campañas oceanográficas (Müeller y Siedler, 1992; Käse y Siedler, 1982; Käse *et al.*, 1986; Fiekas *et al.*, 1992) se determina una fuerte variabilidad espacial y temporal en las corrientes de la región.

### *La corriente de las Azores*

El descubrimiento de la Corriente de Azores, una corriente intensa y profunda que se desarrollaba al sur de las Islas Azores (Käse y Siedler, 1982), hace que de forma inmediata se plantee su posible conexión con la Corriente del Golfo, lo que supondría que parte del giro subtropical del Atlántico Norte se encuentra en la Cuenca de Canarias. Esta corriente que se localiza entre los paralelos 32° N y 37° N, discurre serpenteando en una estrecha franja (Käse y Siedler, 1982; Gould, 1985; Käse *et al.*, 1986, Stramma y Müller, 1989). La franja por la que discurre la Corriente de Azores (figura 1.5) se encuentra entre la costa del continente africano y la región de transición de la Corriente del Golfo y la Corriente Noratlántica localizada sobre los 40° N y 50° W.

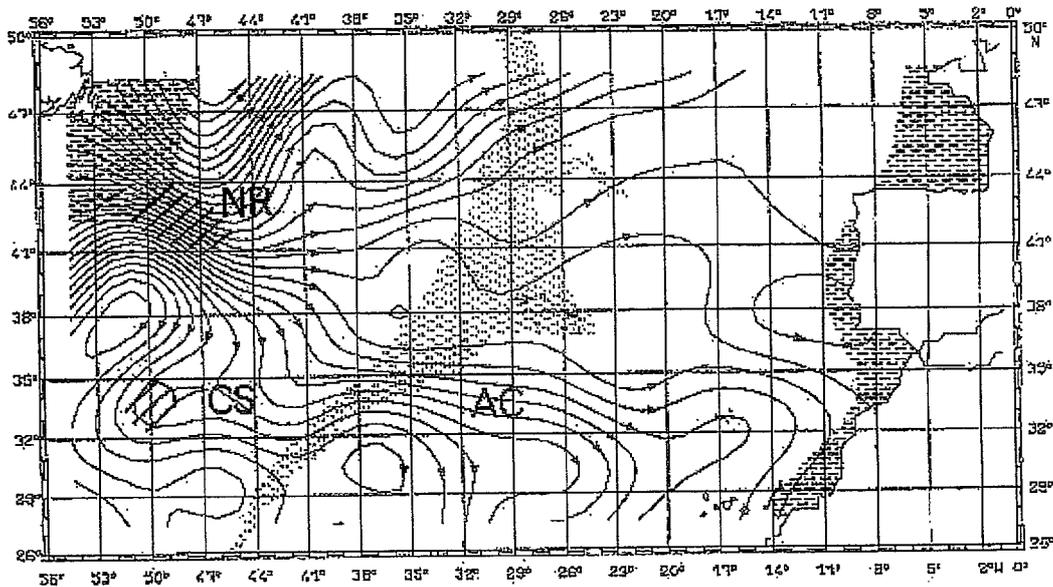


Figura 1.5 – Transporte medio anual en la capa de 0-800 m (Klein y Siedler, 1989). (El incremento es de  $1.5 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$ ).

A la longitud de 35°W la corriente de las Azores transporta hacia el Este unos  $11 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$ . (Stramma, 1984), cuya mayor parte gira recirculando hacia el sur en varias ramas, las más occidentales alimentan de forma directa a la Corriente

Norecuatorial, y la más oriental alimenta a la Corriente de Canarias, que al separarse de la costa también alimenta a la Corriente Norecuatorial.

### *La corriente de Canarias*

El límite superior de la corriente de las Azores que transporta el flujo de agua hacia el este, al aproximarse al continente se ve forzado a circular en dirección suroeste por la acción de los vientos dominantes y de la costa. Una porción del volumen que transporta,  $11 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{s}$  (Stramma, 1984), gira hacia el sur en la Cuenca de Canarias alimentando a la Corriente de Canarias (figura 1.6), una corriente fría, con circulación débil y cuya baja temperatura superficial está afectada por entradas de agua costera aflorada.

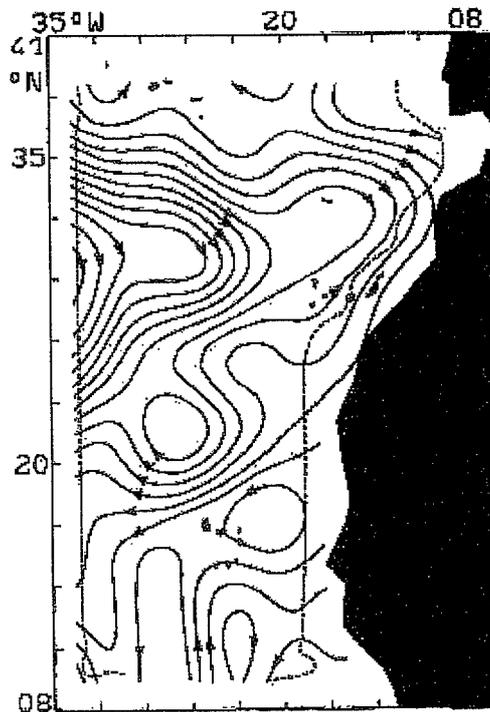


Figura 1.6 – Transporte de volumen integrado de 0 a 800 m. (Stramma 1984), cada línea representa  $10^6 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Pese al acuerdo que existe entre todos los autores de que sobre las Islas Canarias incide un flujo que proviene del norte, existen claras divergencias a la hora de definir el origen, la intensidad y la estructura de la Corriente de Canarias, principalmente por la fuerte variabilidad detectada, de forma especial en la zona del Archipiélago. Al comparar valores de velocidades geostroficadas medias anuales de diversos autores encontramos las siguientes discrepancias:  $0.7 \text{ ms}^{-1}$  para Fedosev, (1970);  $0.01 \text{ ms}^{-1}$  para Stramma *et al.*, (1984);  $0.15 \text{ ms}^{-1}$  para Molina, (1976); o inferiores a  $0.35 \text{ ms}^{-1}$  para Molina y Laatzén, (1986). Las diferencias de estos resultados pueden deberse a las diferentes resoluciones y suavizado espacial o bien a la fuerte variabilidad en la Corriente de Canarias.

Este hecho se constata con medidas directas con correntímetros por Müller *et al.* (1990) que muestran que la corriente es fuertemente fluctuante en magnitud y dirección en períodos de uno a tres meses, alcanzando velocidades en torno a  $0.20 \text{ ms}^{-1}$ . Además, parece no existir una relación entre los resultados de unos correntímetros con otros.

Con el aumento de las medidas directas en diferentes zonas de la región se puede aceptar que las velocidades medias del flujo de la Corriente de Canarias incidente sobre el Archipiélago son poco intensas con velocidades que pueden alcanzar los  $0.3 \text{ ms}^{-1}$

### *La corriente Norecuatorial*

La corriente de Canarias se despega de la costa y avanza hacia el oeste a una latitud comprendida entre los  $19^{\circ}\text{N}$  y  $24^{\circ}\text{N}$  y alimenta a la Corriente Norecuatorial que domina la zona sur de la región. La corriente de Canarias y la corriente Norecuatorial con la que confluye presentan su flujo principal en los 200 primeros metros (Fiekas *et al.*, 1992). La zona de conexión entre ambas corrientes presenta una zona frontal denominada Zona Frontal de Cabo Verde (Zenk *et al.*,

1991), siendo su escala energética muy inferior y de diferente origen que la Zona Frontal de las Azores (Müller y Siedler, 1992).

El transporte asociado con la Corriente Norecuatorial es somero, poco intenso y posee una importante componente ageostrófica debido a la influencia directa de los vientos alisios (transporte de Ekman). La figura 1.7 muestra una representación esquemática del transporte geostrófico en el Este del Atlántico de Siedler y Onken, (1996). En ella se aprecia la Corriente de las Azores y dos ramas que recirculan hacia la Corriente Norecuatorial, la tercera corresponde a la Corriente de Canarias que discurre muy próxima a la costa africana de la que recibe la influencia del afloramiento costero.

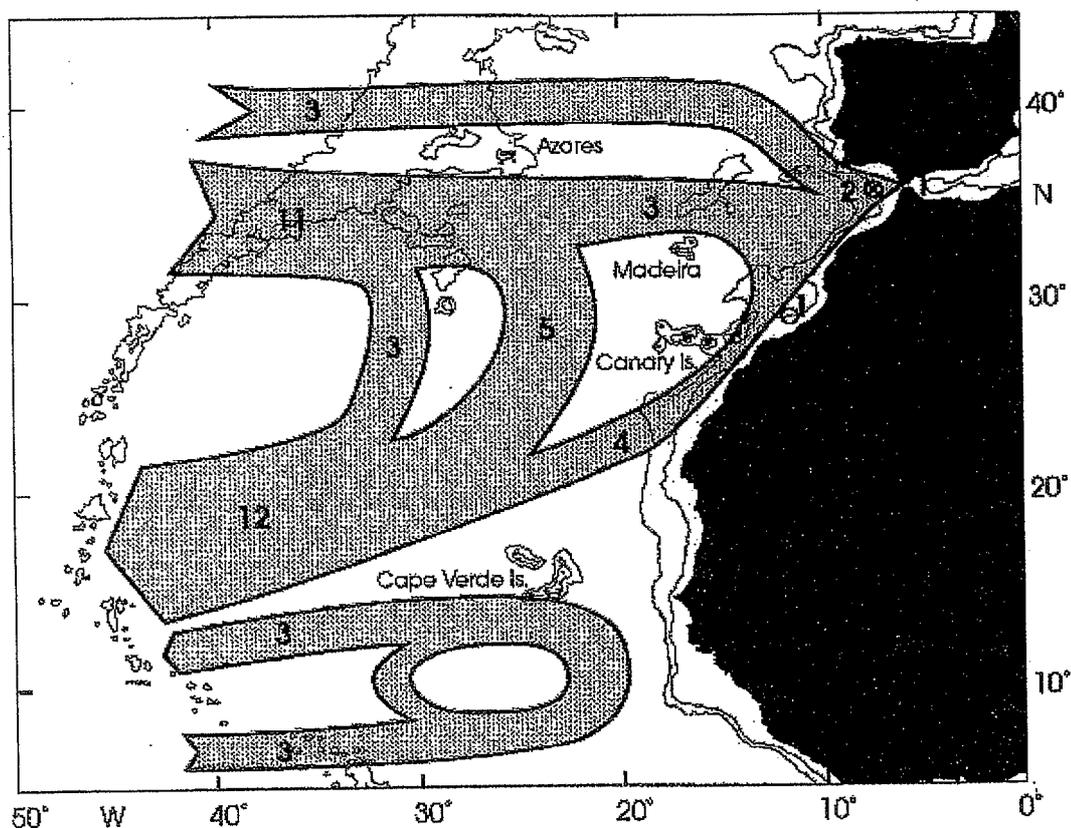


Figura 1.7 – Presentación esquemática del transporte geostrófico en el Sureste del Atlántico Norte (Siedler y Onken, 1996).

### 1.5.3 El afloramiento costero

El efecto del viento en la superficie del océano es producir corrientes por causa de la fricción aire-agua en la interfase de dos medios de propiedades físicas diferentes. Este efecto se aprecia en la capa superficial denominada como capa de Ekman. El transporte en esta capa forma un ángulo de  $90^\circ$  (a la derecha en el hemisferio Norte) con respecto a la dirección en la que sopla el viento. Este fenómeno se conoce como transporte de Ekman.

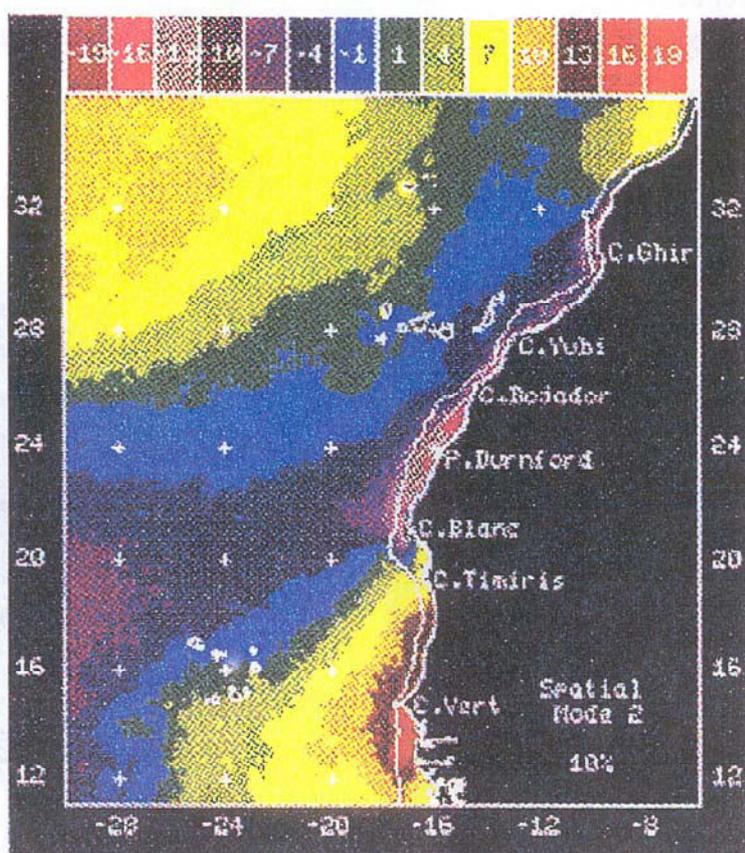
Las zonas más propicias para la aparición de los afloramientos son los bordes occidentales de los continentes, ya que en ellos, los vientos dominantes soplan hacia el Ecuador, condiciones por lo tanto idóneas para su desarrollo.

El afloramiento costero se produce cuando un viento que sopla a lo largo de una costa situada a su izquierda genera un transporte de Ekman que se dirige hacia el interior del océano en el Hemisferio Norte. Por conservación de la masa, el volumen de agua desplazado tiene que ser sustituida, con lo que se obliga al agua de la capa inferior a subir para reemplazarla.

El agua aflorada debido a su baja temperatura y su alto contenido en nutrientes presenta unas características físicas diferentes de las del agua superficial. Las aguas afloradas que presentan temperaturas que oscilan entre los  $15^\circ\text{C}$  y los  $17^\circ\text{C}$  en nuestra región de estudio, aparecen de forma general en la banda más próxima a la costa, aunque en función de las condiciones del viento dominante y la geometría de la plataforma, el agua más fría puede aparecer en la mitad o borde de la plataforma.

La figura 1.8 muestra la intensidad del afloramiento costero a partir del análisis por medio de los EOF realizado por Hernández-Guerra y Nykjaer, (1997). Los valores de las amplitudes mayores indican las zonas donde el afloramiento se intensifica.

Las primeras observaciones oceanográficas de interés en el área del Sureste del Atlántico Norte proceden del programa CINECA desarrollado durante los años 1970-1977. Este programa se centró principalmente en el afloramiento del Noreste del Atlántico, fundamentalmente en la zona de Cabo Blanco, y trató de forma más superficial la Corriente de Canarias y el Afloramiento Canario-Sahariano. Durante este período, el uso de la teledetección fue muy limitado ya que en esa época la teledetección estaba en sus inicios.

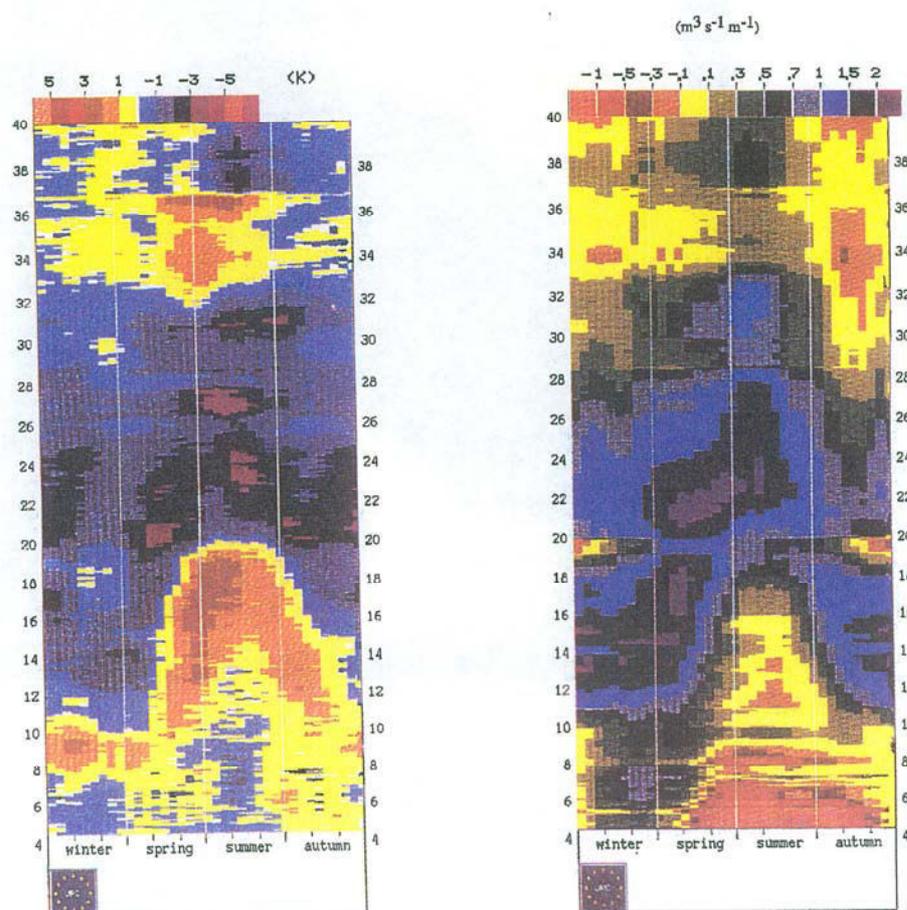


**Figura 1.8** – Imagen que muestra las zonas de intensificación del afloramiento (Hernández-Guerra y Nykjaer, 1997).

En el estudio de los afloramientos se ha desarrollado una serie de índices a partir de bases históricas de datos de velocidad de viento y de temperatura superficial del mar (Speth y Detlefsen, 1982; Nykjaer y Van Camp, 1994). Los

índices de afloramiento se calculan por medio de diferencias de temperaturas superficiales entre aguas costeras y oceánicas o por medio del transporte de Ekman a partir de los datos de viento.

Estos índices permiten describir las características generales a gran escala del afloramiento costero. Con ambos índices, se observa que el afloramiento se desarrolla en invierno y primavera al sur de 20° N. Entre 20° N y 25°N se produce durante todo el año aunque con mayor intensidad en primavera y otoño. Al norte de 25°N el afloramiento ocurre por lo general en verano y comienzos de otoño (figura 1.9). Pese a ello, pueden producirse afloramientos locales de unos días de duración en cualquier punto de la costa en cualquier tiempo.



**Figura 1.9** – Imagen de los índices de afloramiento. La imagen de la izquierda corresponde al índice definido a partir de la TSM, mientras que la de la derecha corresponde al índice definido a partir del transporte Ekman (Nykjaer y Van Camp, 1994).

Hay regiones peculiares con respecto al afloramiento a lo largo de la costa. Un ejemplo de ello son los cabos prominentes, que afectan tanto a los vientos locales como a la circulación costera y por lo tanto al afloramiento costero. La zona de mayor intensidad del afloramiento se presenta a sotavento de los cabos.

En el área de estudio se detectan tres lugares donde el afloramiento aparece intensificado. Uno se encuentra en las inmediaciones de Cabo Ghir, otro al sur de Cabo Bojador y el tercero en cabo Blanco. Este hecho queda reflejado en imágenes de temperatura superficial del mar, como puede ser la figura 1.1. En ella se observan las tres zonas en las que el afloramiento aparece intensificado, lo que es indicativo de la intensidad de los mismos por su presencia en una imagen promedio.

Como el objeto de este trabajo no es el estudio del Afloramiento del Noroeste de África, podemos remitirnos a los trabajos de Johnson *et al.*, (1975), Mittelstaedt (1983), Van Camp y Nykjaer, (1988) y Van Camp *et al.*, (1991), Nykjaer y Van Camp (1994) para una descripción en detalle del mismo.

#### **1.5.4 Actividad a mesoescala**

El régimen del flujo oceánico tiene un fuerte carácter turbulento de modo que en él se produce una amplia serie de procesos de diferentes escalas espacio-temporales. Los fenómenos que constituyen la variabilidad a mesoescala del océano son los que presentan escalas temporales de uno a tres meses y escalas espaciales del orden de la centena de kilómetros (Wooster *et al.*, 1976; Viehoff, 1989; Klein y Lien-Hua, 1990, Tejera, 1996; Wang, 1997,).

Para tener una visión completa de la dinámica de la región de estudio es preciso considerar los fenómenos a mesoescala pues en determinadas regiones del océano la energía asociada a ellos puede ser bastante superior a la energía del flujo medio de la corriente (Wunsch, 1981).

Las principales estructuras a mesoescala detectadas en la cuenca de Canarias son los remolinos asociados a las islas (figura 1.10), estelas de agua caliente (figura 1.11); afloramientos, plumas, filamentos (figuras 1.12 y 1.13) y remolinos asociados con la costa y zona de transición costera (Flament *et al.*, 1985; Aristegui *et al.*, 1997; García, 1998).

Las dos zonas frontales de la región, el frente de las Azores y el Frente de Cabo Verde, son tipos de fronteras entre masas de agua propicias para que se desarrollen procesos a mesoescala originados en inestabilidades baroclinas y/o barotrópicas, pese al carácter claramente diferenciado entre las dos.

Estudios realizados en la Corriente de las Azores han puesto de manifiesto que presenta un intenso serpenteo (Figuras 1.5 y 1.6), y numerosos remolinos a mesoescala a ambos lados. El origen de estos serpenteos parece estar relacionado con el confinamiento de ondas de Rossby baroclinicas entre la dorsal Atlántica y la costa (Siedler *et al.*, 1985), originadas por el forzamiento con los vientos alisios altamente variables en la zona (Krauss y Wüßber, 1982).

El sistema Corriente de Canarias-Corriente Norecuatorial presenta también un intenso serpenteo detectado por Zenk *et al.*, (1991) que podría dar lugar al campo de remolinos observado en esta área por Fiekas *et al.*, (1992). Estos remolinos parecen estar asociados a la propagación de ondas de Rossby baroclinicas a través de la zona frontal (Spall, 1990).

La variabilidad espacial y temporal del campo de vientos costeros, las irregularidades de la costa y de la topografía del fondo, así como la interacción entre las aguas oceánicas y costeras, generan un conjunto amplio de estructuras a mesoescala en la zona costera.

Estas estructuras características de los bordes orientales de los giros subtropicales (Mittelstaedt, 1991) incluyen la generación de afloramientos costeros,

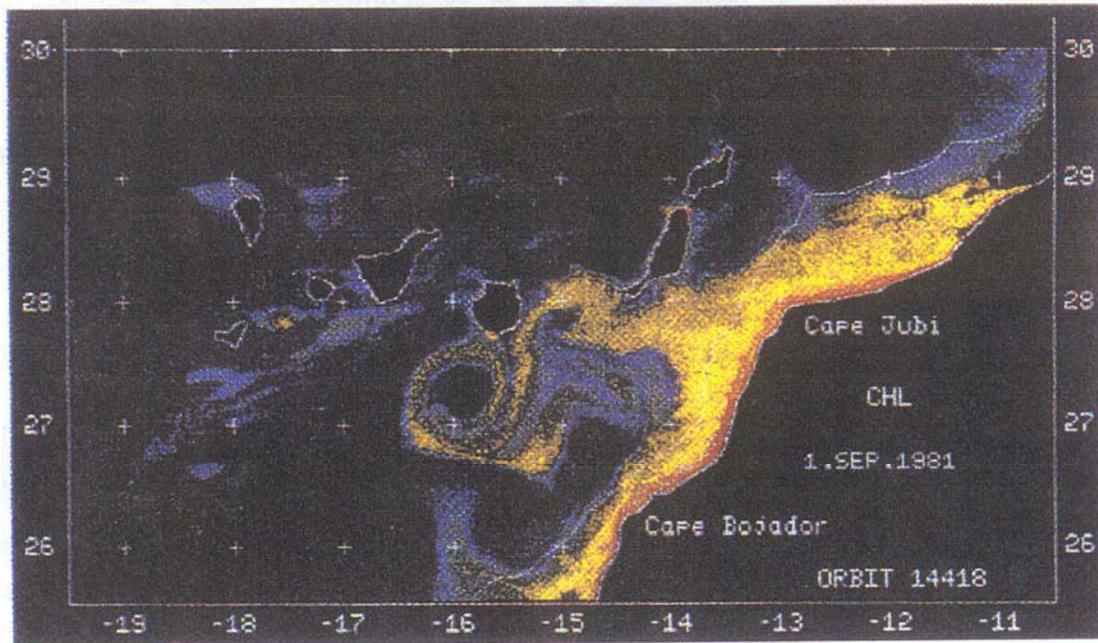
plumas y filamentos de agua fría desde la costa hacia el océano abierto y la generación de frentes y remolinos, especialmente en la zona de transición costera.

La señal superficial de estos procesos y su evolución temporal puede inferirse a través de la variabilidad en las temperaturas superficiales, como de las concentraciones de pigmento clorofílico obtenidos a partir de sensores remotos (Hernández-Guerra, 1990; Van Camp *et al.* 1991; García, 1998).

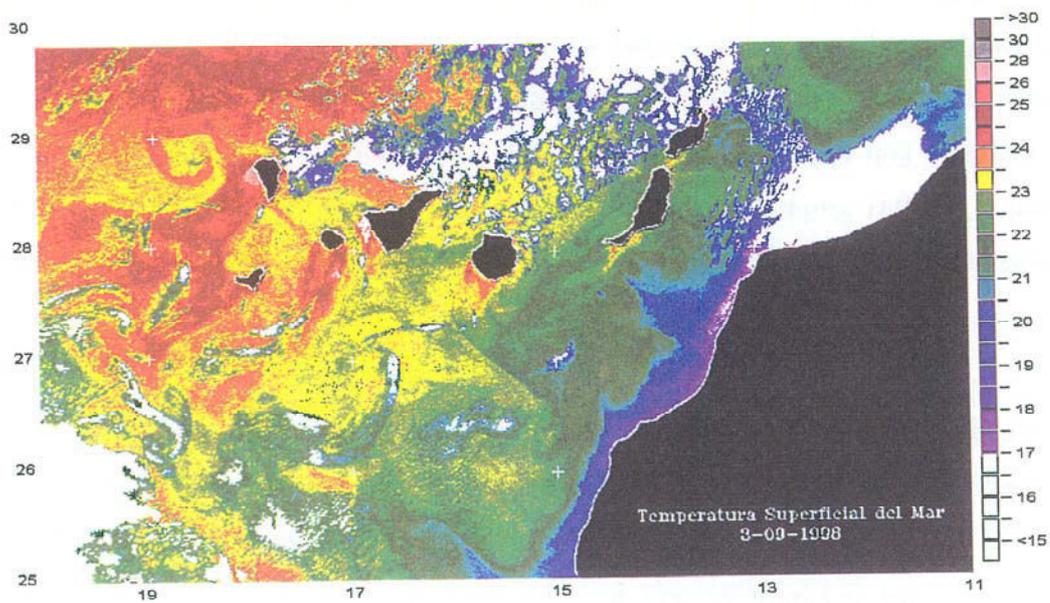
La presencia de las islas Canarias obstaculiza el flujo de la Corriente de Canarias perturbándolo, lo que genera remolinos ciclónicos y anticiclónicos al sur de las islas (figura 1.10). Esto es debido a que las Islas Canarias representan una barrera topográfica para las corrientes y vientos dominantes en la zona, por lo que en sus aguas se desarrolla una intensa actividad a mesoescala, principalmente remolinos y estelas.

Hernández-Guerra *et al.*, (1993), Arístegui *et al.*, (1994), Arístegui *et al.* (1997), Hernández-Guerra y Nykjaer, (1997), Pacheco y Hernández-Guerra, (1999) ponen de manifiesto esa actividad al analizar de manera sinóptica la superficie del mar por medio de la distribución del pigmento clorofílico en el entorno de las Islas Canarias o con el análisis de la variabilidad de la temperatura superficial del mar. Sangrá, (1995) estudia los mecanismos involucrados en la génesis y evolución de estos remolinos a través de un modelo numérico cuasigeostrófico.

La confirmación de que las estructuras superficiales están presentes en la columna de agua se obtuvo al analizar estaciones hidrográficas al sur de Gran Canaria, en donde se detecta un intenso desplazamiento de las isoterms hacia la superficie (figura 1.14). Este fenómeno está asociado a la presencia de remolinos ciclónicos que se han observado con frecuencia en campañas desarrolladas al sur de Gran Canaria



**Figura 1.10** - Imagen de Concentración de Pigmento Clorofílico de Pacheco y Hernández-Guerra, (1999) de un remolino anticiclónico desprendido al sur de Gran Canaria trazado por las aguas afloradas de un filamento desprendido de Cabo Jubi. La variabilidad temporal de estas estructuras es de aproximadamente de un mes dependiendo de las condiciones dominantes.



**Figura 1.11** - Imagen de TSM de estelas al sur de las Islas Canarias.

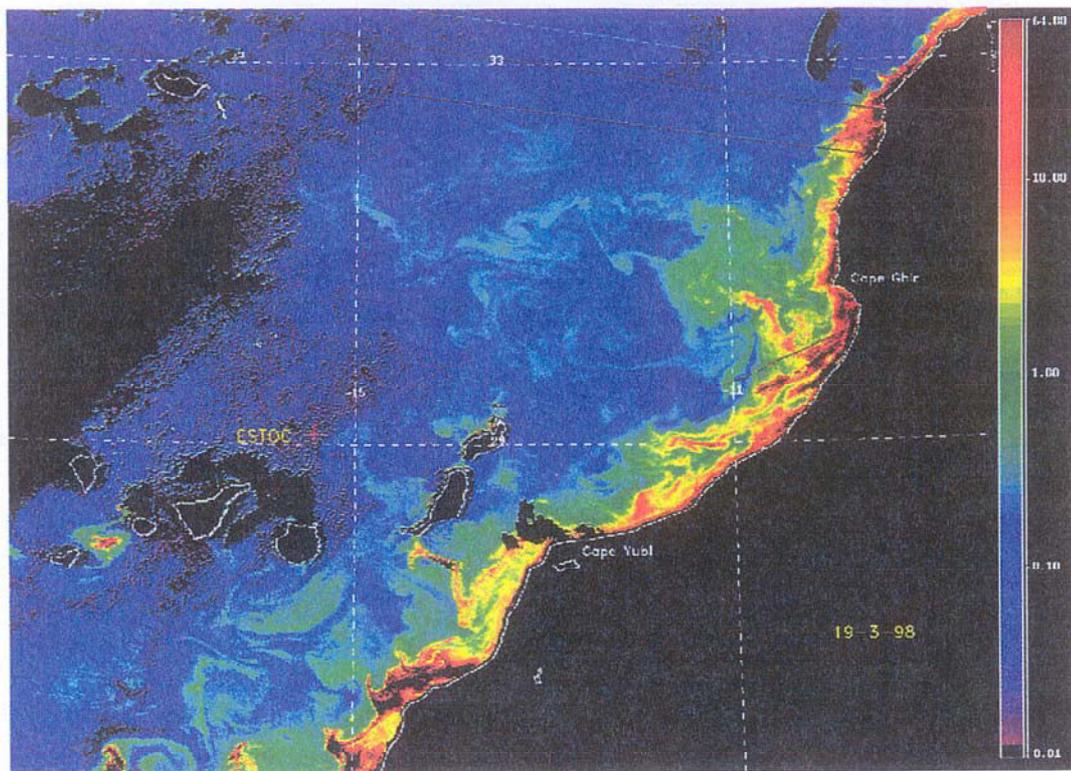


Figura 1.12 - Imagen de Concentración de Pigmento Clorofílico de un gigantesco filamento que se desprende hacia el océano en Cabo Ghir.

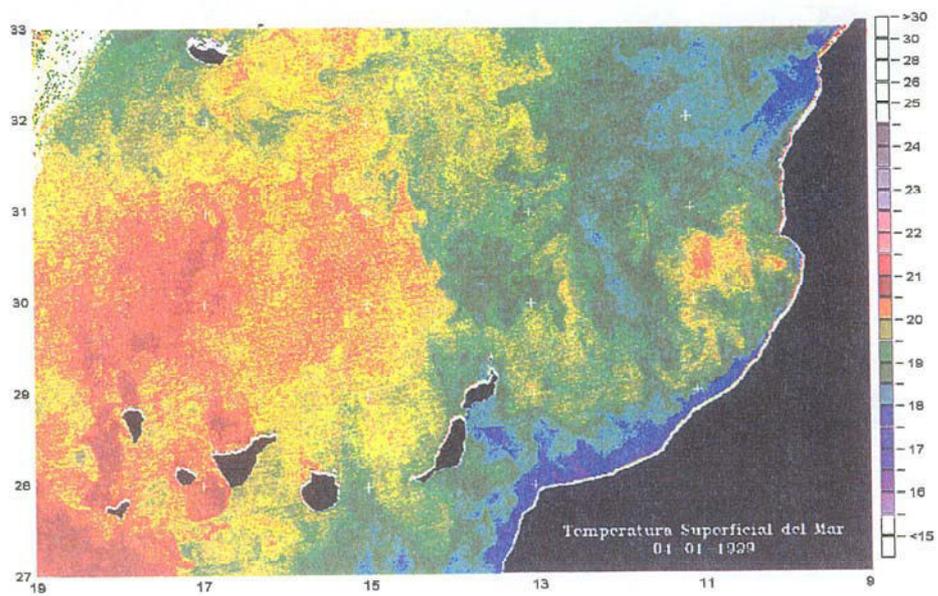


Figura 1.13 - Imagen de TSM del filamento de Cabo Ghir.

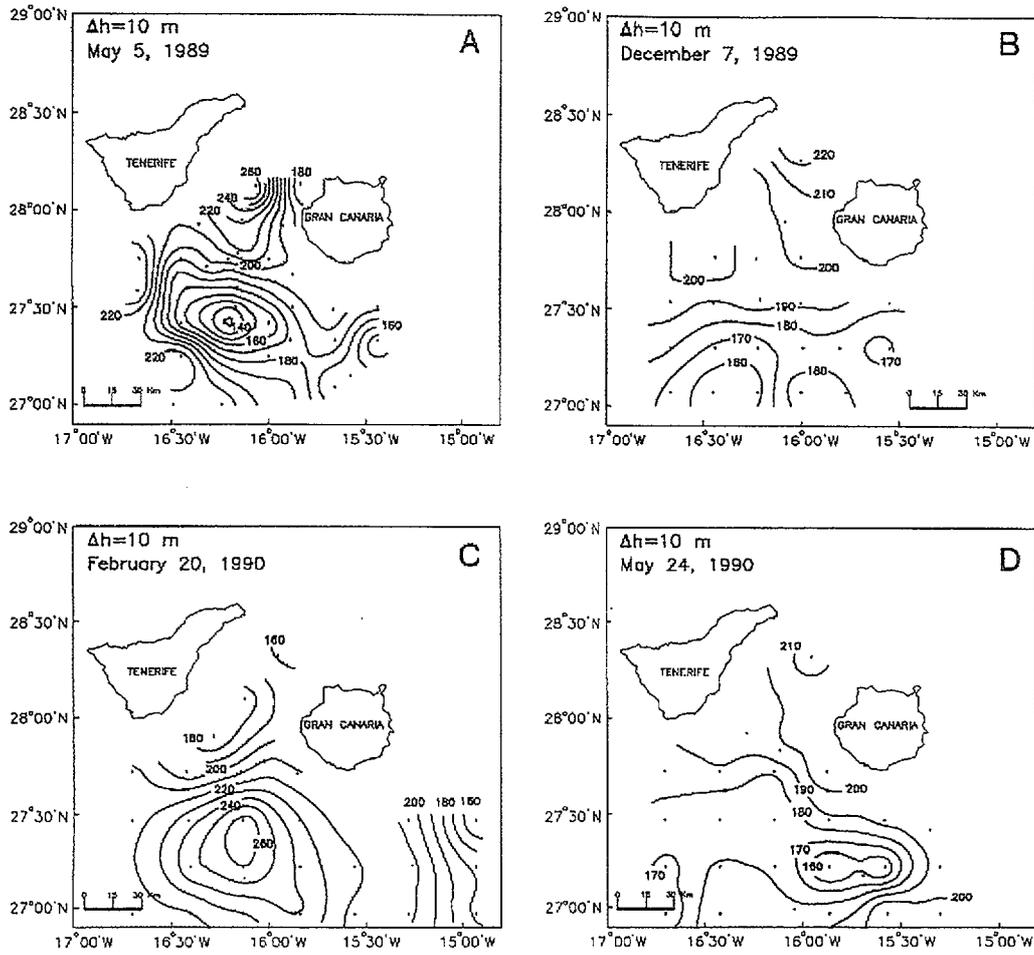


Figura 1.14 - Diagrama con la profundidad de la isoterma de 16°C a partir de muestreos con AXBT (De Aristegui *et al.*, 1994).

# Capítulo 2

## Datos

### 2.1 Introducción.

En este capítulo se describen las principales características de los datos que provienen del sensor remoto conocido como *Advanced Very High Resolution Radiometer* (AVHRR), a partir del cual se extrae información de la temperatura superficial del mar (TSM) y una breve descripción de otros tipos de datos que se han utilizado en este trabajo de investigación.

El sensor AVHRR es uno de los sensores instalados a bordo de la serie de satélites NOAA y TIROS administrados por la *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA). Diseñado inicialmente para la observación meteorológica ha encontrado amplias aplicaciones en otras áreas como la oceanografía, glaciología, hidrología, agricultura o gestión de recursos naturales.

La observación desde el espacio de la superficie de la Tierra se ha desarrollado en función del tipo de información que se precisa recolectar. Por ello, los diferentes sensores se deben ubicar en satélites cuyos parámetros orbitales sean los adecuados en función del tipo de estudio. Esto hace necesario el describir de forma breve las principales características de las órbitas de los satélites destinados a este tipo de observación.

La mayor parte de los satélites de observación Terrestre describen una órbita elíptica de excentricidad muy ligera con el centro de la Tierra en uno de sus focos, que a efectos prácticos puede considerarse circular. Esta órbita la mantienen la mayor parte de su vida como combinación de la velocidad tangencial de puesta en órbita y de la fuerza de gravedad de la Tierra.

Las órbitas de los satélites se encuentran afectadas por una serie de perturbaciones que son: a) El abombamiento ecuatorial de la Tierra con el aumento de la fuerza gravitatoria en el ecuador, que provoca un desplazamiento de su órbita perpendicular a su trayectoria al pasar por dicha región, b) la fricción atmosférica del satélite con las capas externas de la atmósfera, que produce una pérdida de altitud de satélite y por lo tanto la disminución de su vida útil, c) la presión de radiación solar que depende de la posición y tamaño del satélite, produce un desplazamiento de la órbita y d) la pérdida de excentricidad de la órbita debido a la forma de pera de la Tierra con mayor masa en el hemisferio sur provocando una atracción gravitatoria diferencial sobre el satélite, con lo que se produce a largo plazo la conversión de la órbita elíptica a esférica.

Estos efectos deben considerarse a la hora de tratar estas imágenes ya que afectan directamente a la precisión de las mismas, afectando también indirectamente a la resolución.

Los satélites en órbita a la Tierra se pueden clasificar en dos grandes grupos según la altura de sus órbitas, satélites de órbita baja y satélites de órbita alta. Se consideran satélites de órbita baja a los que están a una altura entre 700 y 1500 Km mientras que los satélites de órbita alta están a una altura de miles de kilómetros, en torno a 36000 Km.

En los satélites de órbita baja, la inclinación de la órbita determina la latitud de la superficie terrestre que sobrevuela el satélite y por tanto que puede explorar. La zona que pueden observar depende del tipo de sensor pero siempre se limita a una estrecha franja alrededor de la trayectoria del satélite.

Las órbitas bajas se pueden agrupar en tres grandes grupos en función de la mencionada inclinación: a) órbita polar de inclinación  $90^\circ$  que permite sobrevolar las regiones polares, b) órbita oblicua con inclinación de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , por lo que no es posible sobrevolar ciertas latitudes en función de la inclinación de la órbita, y c) órbita ecuatorial con inclinación de  $0^\circ$ .

Los satélites con sensores dedicados a la observación oceanográfica viajan en órbitas bajas para poder barrer en sus giros la mayor parte de la superficie del océano. Sin embargo, la órbita más utilizada es la geosíncrona que es una órbita alta, en ella el satélite se desplaza a la misma velocidad angular de rotación terrestre, permaneciendo sobre una estrecha franja de longitud.

Esta órbita es muy utilizada por los satélites de comunicaciones y meteorológicos por la gran cobertura que presentan para los primeros como por la repetitividad de las observaciones realizadas de los segundos para una zona delimitada.

Los sensores que viajan en los satélites recogen la radiación electromagnética reflejada o emitida por la superficie del planeta para transformarlas en señales que pueden ser registradas para posteriormente ser analizadas. Los sensores se clasifican tradicionalmente en dos grandes grupos, activos y pasivos. Los sensores pasivos captan la radiación emitida o retrodispersada por los cuerpos, mientras que los sensores activos emiten su propia radiación sobre los objetos terrestres y la vuelven a captar una vez reflejada en estos.

La resolución de un sensor es un concepto fundamental en teledetección ya que de él depende la utilización posterior de las señales captadas. Este término se analiza desde cuatro ámbitos diferentes dando lugar a cuatro tipos de resoluciones: espectral, radiométrica, temporal y espacial.

La resolución espectral hace referencia a las bandas espectrales en las que opera el sensor y a los anchos respectivos, dato este necesario a la hora de seleccionar un sensor para su utilización en una aplicación determinada.

La resolución radiométrica está determinada por los niveles discretos en los que queda dividida la señal eléctrica, en alusión al número de valores digitales en los que se divide la radiación recogida después de convertirla en señal eléctrica.

La resolución temporal indica el intervalo de tiempo con el que se realiza la toma de datos sobre una misma zona y depende del tiempo que el satélite tarda en sobrevolar la misma zona.

La resolución espacial hace referencia a la finura del detalle exhibida en la imagen, describiendo el tamaño mínimo de los objetos sobre la superficie que pueden ser diferenciados por el sensor. Debe existir un equilibrio entre la resolución espacial y la información que busquemos en la imagen, ya que resoluciones espaciales altas permiten observaciones detalladas pero en pequeñas áreas de estudio, perdiéndose la visión sinóptica. Por el contrario, resoluciones espaciales bajas permiten observar grandes regiones pero con menor información por promediarse diferentes zonas en cada pixel.

El sensor AVHRR instalado en los satélites NOAA presenta una serie de ventajas con respecto a otros sensores instalados en otros satélites como el TM en los Landsat, el HCMR en el HCMM, el VISSR en el GOES, el CZCS en el Nimbus-7, etc. Estas son:

- Posee un sistema de recolección de datos que permite retransmitirlos de lugares inaccesibles a estaciones de tierra (el sistema ARGOS).
- Los satélites NOAA constituyen una serie operacional de satélites, de forma que NOAA mantiene simultáneamente un par de satélites en órbita, cuando uno de ellos falla hay otro listo para su lanzamiento.

- El sensor AVHRR tiene una banda en el infrarrojo cercano que permite una mejor corrección atmosférica durante la noche. Algunos sensores AVHRR van equipados con dos bandas en el infrarrojo térmico con lo que se mejora la corrección atmosférica en general.
- El AVHRR es un sensor con una gran resolución espacial y una óptima calibración.

En los siguientes apartados de este capítulo se describen las principales características del sensor AVHRR. A continuación se describe el tipo de datos capturados por el AVHRR. Posteriormente se analiza la calibración necesaria para obtener la temperatura de brillo. Por último se describe la corrección atmosférica de los datos para así obtener la temperatura superficial del mar.

## 2.2 Características generales del sensor AVHRR.

Los satélites NOAA en los que se encuentran instalados los sensores AVHRR se mueven en órbitas bajas, de forma que al día barren con sus sensores la superficie del planeta en varias ocasiones. Las características orbitales de los satélites NOAA se muestran en la tabla 2.1

---

*Tipo de órbita:* Heliosíncrona casi circumpolar  
*Altitud:* 855 Km.  
*Inclinación de la órbita:* 99°  
*Período orbital:* 101-102 minutos.

---

**Tabla 2.1** – Características orbitales de los satélites NOAA.

Las características espectrales del AVHRR aparecen reflejadas en la tabla 2.2. Inicialmente el sensor disponía de las primeras cuatro bandas de la tabla, sin embargo, los satélites NOAA impares disponen del sensor AVHRR/2 que cuenta con cinco.

Las bandas 3, 4 y 5 que se encuentran en el infrarrojo con un dispositivo a bordo para su calibración son las utilizadas para estimar la temperatura superficial del mar y de las nubes. Las bandas 1 y 2, calibradas antes de la puesta en órbita del satélite, se encuentran en el visible y se utilizan para detectar nieve y hielo, control de la vegetación, la separación de tierra de mar y la detección de nubes.

Banda	Longitud de onda ( $\mu\text{m}$ )	Relación S/R
1	0.58 – 0.68	3/1 a 0.5% de albedo
2	0.72 – 1.10	3/1 a 0.5% de albedo
3	3.55 – 3.93	0.12K <sup>(*)</sup> a 300K
4	10.3 – 11.3	0.12K <sup>(*)</sup> a 300K
5	11.5 – 12.5	0.12K <sup>(*)</sup> a 300K

**Tabla 2.2** – Características espectrales del sensor AVHRR (\*Indica la diferencia de temperatura equivalente a ruido a 300 K).

En la Tierra no existen regiones libres de la observación del AVHRR debido al área de barrido del sensor y sus características orbitales. Es más, se pueden obtener hasta cuatro imágenes diarias de una misma zona al disponer de forma simultánea con dos satélites en órbita. Los parámetros de visión los presentamos en la tabla 2.3.

*Resolución espacial:* 1,1 Km x 1,1 Km al nadir aumentando hasta 2,5 Km x 7,0 Km en ángulos de barrido máximo.

*Ancho de franja total:* 2580 Km.

*IFOV:* 1,4 mrad x 1,4 mrad

*Ángulo de barrido:* 55,4° a cada lado del nadir

**Tabla 2.3** – Parámetros de visión del AVHRR.

## 2.3 Tipos de datos

Los datos del sensor AVHRR pueden ser transmitidos de dos formas diferentes: datos transmitidos en tiempo real directamente desde el satélite a una estación receptora al alcance de este y datos registrados a bordo mientras el satélite está fuera del alcance de las estaciones y transmitirlos posteriormente a una estación de la NOAA.

Los datos transmitidos en tiempo real podemos clasificarlos como: datos HRPT (*High Resolution Picture Transmission*), datos digitales de alta resolución espacial (1.1 Km) con todas las bandas, y datos APT (*Automatic Picture Transmission*), datos analógicos de baja resolución espacial (4 Km) con bandas seleccionadas. De igual forma los datos registrados a bordo podemos diferenciar entre los LAC (*Local Area Coverage*) datos digitales de alta resolución espacial (1.1 Km) y los GAC (*Global Area Coverage*), datos digitales en todas las bandas con una resolución de 4 Km.

En este trabajo analizamos 3770 escenas GAC obtenidas desde el 1 de junio de 1981 hasta el 30 de diciembre de 1990. Para analizar la variabilidad de la temperatura superficial del mar, construimos series temporales a partir de las escenas de este sensor, proceso que se describe en el capítulo 4.

## 2.4 Procesado de los datos del AVHRR

El principal motivo por el que se utiliza el sensor AVHRR para el estudio de la Temperatura Superficial del Mar se encuentra en la relación entre el agua del mar y la radiación electromagnética en el infrarrojo. Si se considera el océano como un cuerpo negro de temperatura 300 K, la radiancia de la superficie del océano presenta un máximo en 10  $\mu\text{m}$  y por tanto un sensor que opere en ese rango de longitudes de onda, como el AVHRR, es el adecuado para determinar la TSM.

Además, el agua del mar en el infrarrojo tiene un coeficiente de absorción elevado, así para la longitud de onda de  $10\ \mu\text{m}$  el 70 % de la radiancia es absorbida por los primeros micrómetros superficiales de agua. Con ello se comprueba que el agua del océano en el infrarrojo es un pobre reflector, lo que supone que la señal recibida por el AVHRR proviene de la radiación emitida por la capa más superficial del mar.

La calibración geofísica consiste en obtener la TSM a partir de la radiancia emitida por la superficie del mar y captada por el sensor AVHRR. La figura 2.1 presenta las principales partes del proceso que se explica a continuación.

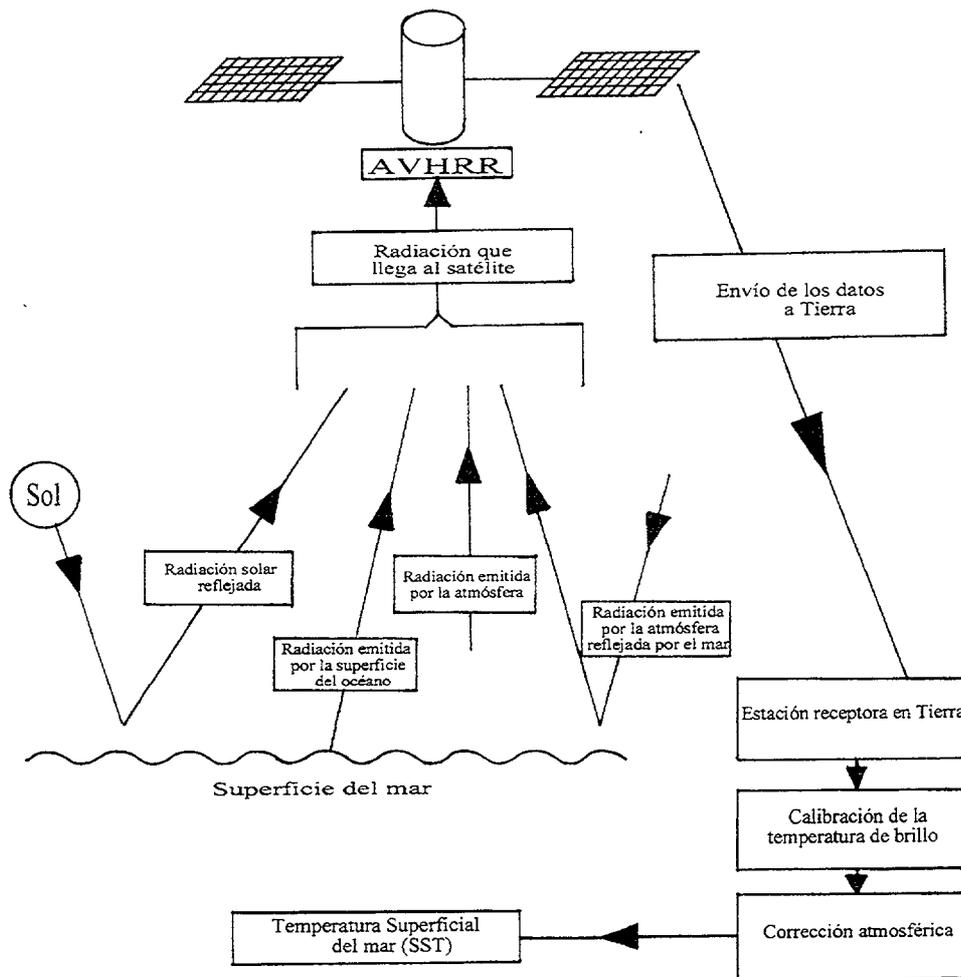


Figura 2.1 – Proceso para la obtención de la TSM.

Los canales infrarrojos del AVHRR son los involucrados en la obtención de la TSM, puesto que la radiación emitida por la superficie del mar para temperaturas normales está en la banda de 3-15  $\mu\text{m}$  con el máximo de radiación en 9,3-10,7  $\mu\text{m}$ . En esta banda el efecto atmosférico es mayor para las bandas de absorción y reemisión del ozono (centrada en 9,6  $\mu\text{m}$ ), vapor de agua (centrada sobre 6,3  $\mu\text{m}$ ), y dióxido de carbono (centrada sobre 4,3 y 15  $\mu\text{m}$ ) y es mínimo para las bandas donde están centrados los canales del AVHRR, 3,5-4  $\mu\text{m}$ , 8-9  $\mu\text{m}$  y 10-13  $\mu\text{m}$ . En ellas, la absorción es principalmente debida al vapor de agua, siendo la banda de 3,5-4  $\mu\text{m}$  la menos afectada por vapor de agua (Figura 2.2).

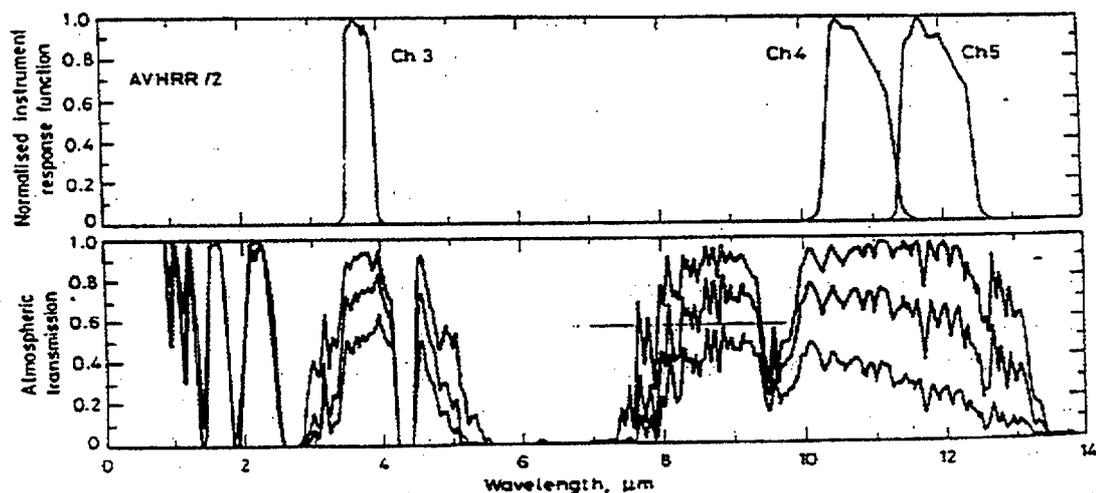


Figura 2.2 – Transmisión atmosférica espectral teórica para cantidades diferentes de vapor de agua junto a las 3 bandas del infrarrojo del sensor AVHRR/2, (Llewellyn-Jones *et al.*, 1984)

La calibración geofísica es un proceso crítico y su validez depende de lo buena que sea la calibración del sensor. Esta consiste en convertir los valores digitales iniciales de 10 bits en valores de radiancia, que es lo que realmente mide el sensor. Para ello, utiliza dos puntos de calibración. Uno es un cuerpo negro, a bordo del satélite, cuya temperatura viene dada a través de cuatro termómetros de resistencia de paladio, y el otro es el espacio profundo que se toma como punto de referencia de radiancia nula. Si asumimos que los valores digitales registrados por el

sensor y las radiancias observadas están relacionadas linealmente, se tiene para cada pixel de cada banda:

$$L = P \cdot VD + O \quad (2.1)$$

donde L es la radiancia del pixel, VD es el valor digital de 10 bits registrado por el sensor y los parámetros P y O son la pendiente y la ordenada en el origen, que se calculan a partir de dos medidas de calibración.

$$P = \frac{L_{CN} - L_{EP}}{VD_{CN} - VD_{EP}} \quad (2.2)$$

$$O = L_{EP} - P \cdot VD_{EP} \quad (2.3)$$

donde:  $L_{CN}$  es la radiancia medida por el sensor cuando observa el cuerpo negro,  $L_{EP}$  es la radiancia medida por el sensor cuando observa el espacio profundo,  $VD_{CN}$  es el valor digital correspondiente al cuerpo negro y  $VD_{EP}$  es el valor digital correspondiente al espacio profundo.

Los valores de radiancia para cada pixel pueden interpretarse en términos de temperatura de brillo, utilizando la inversa de la función de Planck a partir de la radiancia para cada banda y cada pixel:

$$T_B(L, K) = \frac{K \cdot C_2}{\ln\left(\frac{C_1}{L} \cdot K^3 + 1\right)} \quad (2.4)$$

donde  $T_B$  es la temperatura de brillo, L es la radiancia medida por el sensor obtenida por la ecuación (2.1), K es el número de onda central ( $\text{cm}^{-1}$ ) y  $C_1$  y  $C_2$  son constantes de valor:

$$C_1 = 2hc^2 = 1.1910659 \times 10^{-5} \text{ mW m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ cm}^{-4}$$

$$C_2 = hc/k^3 = 1.438833 \text{ cm K}$$

El número de onda central de cada banda es específico para cada satélite y está suministrado por NOAA. Se utiliza para poder invertir la función de Planck y está calculado para tres intervalos de temperatura. En este trabajo hemos utilizado el del intervalo de temperatura 275-320 K (2° - 47°C) correspondiente con los valores de TSM observados en el área de estudio.

La temperatura de brillo verdadera se obtienen a partir de la temperatura de brillo con una serie de correcciones debido a que el sensor no tiene una respuesta lineal en radiancia. Estos términos de corrección, que son específicos para cada satélite y para cada banda, los suministra NOAA y se obtienen por medio de experimentos elaborados previamente a la puesta en órbita del sensor (Brown *et al.*, 1985; Wienred *et al.*, 1990; Stein-Ross *et al.*, 1992) Esta corrección para cada banda y para cada pixel se obtiene mediante la expresión:

$$T_{BV} = T_B + \delta T \quad (2.5)$$

donde  $T_{BV}$  es la temperatura de brillo verdadera,  $T_B$  es la temperatura de brillo obtenida por la expresión (2.4) y  $\delta T$  es el término de corrección.

La temperatura de brillo verdadera calculada por la expresión (2.5) puede utilizarse directamente como indicador de las características de la temperatura. Sin embargo, si se está interesado en conocer la temperatura absoluta resulta imprescindible eliminar la contribución atmosférica de los valores de  $T_{BV}$ , proceso que se describe en el siguiente apartado.

## 2.5 Corrección atmosférica de los datos del sensor AVHRR

Una vez que hemos calculado la temperatura de brillo verdadera hemos de restar la contribución atmosférica debida principalmente al vapor de agua. Esa contribución se puede eliminar haciendo uso de la ecuación de transferencia

radiativa (ETR) y su aplicación a las condiciones de la atmósfera en el rango infrarrojo.

Para llevar a cabo esta corrección recurrimos al método multibanda por ser el que mayor auge ha obtenido desde su implantación. El fundamento de este método, propuesto por Anding y Kauth, (1970) y justificado teóricamente por McMillin, (1975) y McMillin y Crosby, (1984), consiste en encontrar dos bandas diferentes tales que el mismo proceso físico causante de la absorción y reemisión atmosférica se produzca en ambas, siendo el efecto atmosférico en una banda un pequeño aumento del efecto en la otra banda seleccionada.

Una medida simultánea de la radiancia en cada una de las bandas debería de proveer los datos necesarios para estimar el valor del efecto atmosférico y obtener, a partir de ahí, el valor de la temperatura superficial del mar. En pasos posteriores se discute la elección adecuada de las bandas para poder aplicar el método de corrección.

La justificación formal de este método se obtiene manipulando la ecuación de transferencia radiativa, que describe los cambios experimentados por la radiancia cuando atraviesa un elemento de volumen del medio.

La magnitud física que tiene en cuenta la dirección en la que se propagan las ondas electromagnéticas y su potencia asociada, es la radiancia  $L(\lambda, \theta, \varphi)$ . Ésta se define como:

$$L(\lambda, \theta, \varphi) = \frac{P(\lambda, \theta, \varphi)}{A \cdot \Delta\Omega \cdot \Delta\lambda} \quad (2.6)$$

siendo ' $P(\lambda, \theta, \varphi)$ ' la potencia de la señal electromagnética que llega al sensor en la dirección determinada por los ángulos polar y cenital ( $\theta, \varphi$ ), ' $A$ ' es el área física del sensor, ' $\Delta\Omega$ ' es el ángulo sólido definido por el campo de visión y ' $\Delta\lambda$ ' es el conjunto de longitudes de onda que es capaz de resolver el sensor. La figura 2.3 muestra la definición de las coordenadas.

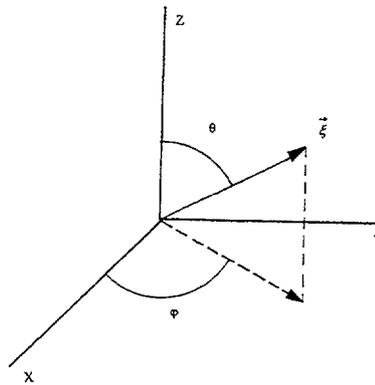


Figura 2.3 – Definición de coordenadas.

La propagación de esta radiancia a través de la atmósfera se puede determinar por medio de la ecuación de transferencia radiativa independiente del tiempo, porque se puede suponer que la variación de los parámetros atmosféricos y oceánicos es insignificante en comparación con el tiempo que tarda la radiación en cruzar la atmósfera. La forma de esta ecuación para un elemento de volumen del medio viene dada por:

$$\frac{dL(\lambda, x, y, z, \theta, \varphi)}{ds} = -c(\lambda, x, y, z, \theta, \varphi) \cdot L(\lambda, x, y, z, \theta, \varphi) + L_{Ty}(\lambda, x, y, z, \theta, \varphi) + L_F(\lambda, x, y, z, \theta, \varphi) \quad (2.7)$$

Los diferentes términos de la ecuación de transferencia radiativa simbolizan lo siguiente:  $L(\lambda, x, y, z, \theta, \varphi)$  es la radiancia espectral a la longitud de onda  $\lambda$ , en la posición  $(x, y, z)$  viajando en la dirección especificada por los ángulos cenital y acimutal  $\theta$  y  $\varphi$ .  $ds$  es la distancia recorrida.  $c(\lambda, x, y, z, \theta, \varphi)$  es el coeficiente de atenuación volúmico espectral en la dirección  $(\theta, \varphi)$  a la longitud de onda  $\lambda$  en la posición  $(x, y, z)$ , suma de los coeficientes de absorción  $a(\lambda, x, y, z)$  y de dispersión volúmicos,  $b(\lambda, x, y, z)$ .  $L_{Ty}(\lambda, x, y, z, \theta, \varphi)$  se conoce como la función trayectoria que describe el aumento de radiancia debido a la dispersión en el elemento de volumen.  $L_F(\lambda, x, y, z, \theta, \varphi)$  es una función fuente que describe la emisión interna de radiancia dentro del elemento de volumen.

Para ángulos cenitales pequeños (menores que  $75^\circ$ ) la atmósfera se puede considerar estructurada en capas plano paralelas homogéneas, con propiedades ópticas independientes de la posición horizontal e isotrópica, por ser los coeficientes de absorción, dispersión y atenuación independientes de la dirección. Con ello la expresión (2.7) nos conduce a:

$$\frac{dL(\lambda, z, \theta, \varphi)}{ds} = -c(\lambda, z) \cdot L(\lambda, z, \theta, \varphi) + L_{Ty}(\lambda, z, \theta, \varphi) + L_F(\lambda, z, \theta, \varphi) \quad (2.8)$$

Que expresa el cambio de radiancia 'L' a la longitud de onda ' $\lambda$ ', a una altura 'z', viajando en la dirección  $(\theta, \varphi)$ . Supone una pérdida en la radiancia proporcional a la radiancia incidente y una ganancia en radiancia debida a la dispersión y emisión interna en el elemento de volumen.

Para obtener la temperatura superficial del mar desde un sensor remoto en longitudes de onda del infrarrojo se deben considerar los siguientes supuestos: 1º) La atmósfera está en equilibrio térmico local (Goody y Yung, 1989), es decir, la temperatura local no cambia cuando la radiancia es transmitida a través de la atmósfera. 2º) Se ignoran los efectos de dispersión de aerosoles en el proceso de absorción reemisión por el que se transfiere la radiancia, puesto que en las longitudes de onda entre 3 y 14  $\mu\text{m}$ , el espesor óptico del aerosol es normalmente un orden de magnitud menor que en las longitudes de onda del visible, por lo que si trabajamos en condiciones libres de nubes este supuesto parece razonable. Con ello la expresión (2.8) pierde su dependencia del término de dispersión  $L_{Ty}$ .

$$\frac{dL(\lambda, z, \theta, \varphi)}{ds} = -c(\lambda, z) \cdot L(\lambda, z, \theta, \varphi) + L_F(\lambda, z, \theta, \varphi) \quad (2.9)$$

El término de emisión puede calcularse, en las condiciones descritas, a partir de la ley de Planck:

$$B(\lambda, T(z)) = \frac{2 \cdot h \cdot c^2}{\lambda^5 \cdot (e^{hc/\lambda KT} - 1)} \quad (2.10)$$

donde:  $B(\lambda, T(z))$  es la irradiancia espectral de un cuerpo negro a la longitud de onda  $\lambda$ , temperatura  $T$  y altura  $z$  en la atmósfera. Para obtener la radiancia se ha de dividir por  $\pi$  ya que el cuerpo negro es una superficie Lambertiana.  $T$  es la temperatura absoluta en (K).  $h$  es la constante de Planck de valor  $6,625 \times 10^{-34}$  Js.  $K$  es la constante de Boltzman de valor  $1,380 \times 10^{-23}$  JK<sup>-1</sup> y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío de valor  $2,997 \times 10^8$  ms<sup>-1</sup>.

Con esto, la ecuación de transferencia radiativa se transforma en:

$$\frac{dL(\lambda, z, \theta, \varphi)}{ds} = -c(\lambda, z) \cdot L(\lambda, z, \theta, \varphi) + \frac{B(\lambda, T(z))}{\pi} \quad (2.11)$$

Esta expresión corresponde a una ecuación diferencial de primer orden. Para resolverla se recurre a condiciones iniciales para la base y parte superior de la atmósfera a la hora de determinar los límites de integración. Además, para continuar con la nomenclatura general de la bibliografía, hay que introducir dos cambios: 1°) La dependencia con la longitud de onda y el azimut se omiten por simplicidad, y 2°) para las coordenadas verticales utilizaremos la presión 'p' por 'z', de manera que en la base de la atmósfera vale 'ps' y en la parte superior vale cero.

Si se introducen los cambios indicados en la expresión (2.11) y, además, como esta expresión debe formularse con respecto a la radiancia que llega a la parte superior de la atmósfera desde la inferior por estar el sensor fuera de la atmósfera, debemos integrar la expresión (2.11) desde la base a la parte superior de la atmósfera:

$$L_T(0, \theta) = L(p_s, \theta) \cdot t(p_s, \theta) + \int_{(p_s, \theta)}^{\uparrow} \frac{B(T(p))}{\pi} dt(p, \theta) \quad (2.12)$$

donde:  $t(p_s, \theta)$  es la transmitancia desde la base a la parte superior de la atmósfera en la dirección  $\theta$ . En esta ecuación el término de la izquierda representa la radiancia en la parte superior de la atmósfera que es medida por el sensor. El primer término de la derecha es la radiancia que proviene de la superficie del mar y es la que deseamos

conocer. El segundo término de la derecha es la radiancia emitida por los diferentes niveles de la atmósfera y transmitida a la parte superior de la atmósfera.

El término de la radiancia que proviene de la superficie del mar en la ecuación (2.12) puede ser expresado en función de tres términos.

$$L(p_s, \theta) \cdot t(p_s, \theta) = L_{ES}(0, \theta) + L_{EAR}(0, \theta) + L_{ESR}(0, \theta) \quad (2.13)$$

donde  $L_{ES}(0, \theta)$  es la radiancia emitida por la superficie del mar y transmitida a la parte superior de la atmósfera.  $L_{EAR}(0, \theta)$  es la radiancia emitida hacia abajo por la atmósfera, reflejada por la superficie del mar y transmitida hacia la parte superior de la atmósfera y  $L_{ESR}(0, \theta)$  es la radiancia solar directa reflejada por la superficie del mar y transmitida a la parte superior de la atmósfera.

La radiancia total que llega al sensor AVHRR, se puede expresar como:

$$L_T(0, \theta) = L_{ES}(0, \theta) + L_{EAR}(0, \theta) + L_{ESR}(0, \theta) + L_{CA}(0, \theta) \quad (2.14)$$

donde el término  $L_{CA}(0, \theta)$  es la contribución directa de la atmósfera y corresponde al término integral de la expresión (2.12).

La radiancia emitida por la superficie del mar y transmitida a la parte superior de la atmósfera se puede expresar como:

$$L_{ES}(0, \theta) = e(\theta) \cdot \frac{B(T_s)}{\pi} \cdot t(p_s, \theta) \quad (2.15)$$

donde  $e(\theta)$  es la emisividad de la superficie del mar y  $T_s$  es la temperatura superficial del mar (K). La superficie del mar se considera un cuerpo negro, es decir,  $e(\theta)=1$ . Sin embargo, la emisividad del mar en promedio es de 0,9926 y 0,9891 para las bandas 4 y 5 del AVHRR por lo que se comete un error al considerar la superficie del mar como un cuerpo negro, que es de 0,3 K (Dalu, 1985).

La radiancia atmosférica reflejada al igual que la radiancia del sol reflejada pueden despreciarse (Maul, 1985) por ser términos mucho más pequeños que la radiancia emitida por la superficie del mar en el intervalo 10-12  $\mu\text{m}$ . Sin embargo en la banda 3 del AVHRR, situada en la longitud de onda 3,7  $\mu\text{m}$  no puede decirse lo mismo ya el brillo del sol puede ser del mismo orden de magnitud que la radiancia emitida por la superficie del mar (Takashima y Takayama 1981). Con esto la ecuación (2.12) puede escribirse de la siguiente forma.

$$L_T(0, \theta) = \frac{B(T_S)}{\pi} t(p_S, \theta) + \int_{(p_S, \theta)} \frac{B(T(p))}{\pi} dt(p, \theta) \quad (2.16)$$

Para obtener la temperatura superficial del mar a partir de esta ecuación, es necesario conocer la transmitancia y la distribución de temperatura de la atmósfera, tanto a nivel horizontal como vertical. Dato este complicado de obtener para una imagen de un sensor remoto que cubre un área geográfica tan grande con variaciones espaciales en las propiedades atmosféricas. Para solventar esta dificultad se ha desarrollado un método alternativo basado en los datos obtenidos por el sensor. Para desarrollar este método se aplica el teorema del valor medio a la expresión (2.16), por lo que resulta.

$$L_T(0, \theta) = \frac{B(T_S)}{\pi} t(p_S, \theta) + \frac{B(T_M)}{\pi} (1 - t(p_S, \theta)) \quad (2.17)$$

donde  $B(T_M)$  es la irradiancia para una temperatura de la atmósfera media  $T_M$ , su valor se determina por medio de:

$$B(T_M) = \frac{\int_{(p_S, \theta)} B(T(p)) \cdot dt(p, \theta)}{\int_{(p_S, \theta)} dt(p, \theta)} \quad (2.18)$$

Si arreglamos la expresión (2.17) resulta:

$$\frac{B(T_S)}{\pi} - L_T(0, \theta) = (1 - t(p_S, \theta)) \left( \frac{B(T_S)}{\pi} - \frac{B(T_M)}{\pi} \right) \quad (2.19)$$

La radiancia medida por el satélite,  $L_T(0, \theta)$ , es igual a la radiancia emitida por un cuerpo negro con una temperatura específica llamada temperatura de brillo  $T_B$ :

$$L_T(0, \theta) = \frac{B(T_B)}{\pi} \quad (2.20)$$

$$\frac{B(T_S)}{\pi} - \frac{B(T_B)}{\pi} = (1 - t(p_s, \theta)) \left( \frac{B(T_S)}{\pi} - \frac{B(T_M)}{\pi} \right) \quad (2.21)$$

Desarrollando  $B(T)$  en series de Taylor alrededor de los valores  $T_S$ ,  $T_B$  y  $T_A$ , tomando los términos lineales y con el supuesto de que en la región del espectro de 10 a 13  $\mu\text{m}$  la dependencia de  $\partial B(T)/\partial T$  con la temperatura es pequeña (McMillin 1975), esta ecuación resulta:

$$\left( \frac{\partial B(T)}{\partial T} \right)_{T_S} (T_S - T_B) = (1 - t(p_s, \theta)) \left( \frac{\partial B(T)}{\partial T} \right)_{T_S} (T_S - T_A) \quad (2.22)$$

Al simplificar se tiene:

$$(T_S - T_B) = (1 - t(p_s, \theta)) (T_S - T_A) \quad (2.23)$$

La absorción atmosférica en la región del espectro electromagnético donde están situadas las bandas del infrarrojo del AVHRR se debe principalmente al vapor de agua. Con ello, el término de transmitancia de la expresión (2.23) puede escribirse como:

$$t(p_s, \theta) = e^{-k_w \cdot w(\theta)} \quad (2.24)$$

donde  $k_w$  es el coeficiente de absorción del vapor de agua y  $w(\theta)$  es la cantidad de vapor de agua a lo largo del camino óptico, siendo  $\theta$  el ángulo de visión.

En condiciones libres de nubes, la absorción en el infrarrojo es pequeña por lo que la expresión (2.24) se puede aproximar como (Prabhakara *et al.*, 1974; McMillin, 1975):

$$t(p_s, \theta) = 1 - k_w \cdot w(\theta) \quad (2.25)$$

Para obtener la corrección atmosférica, es necesario disponer de dos medidas con cantidades diferentes de absorción y valores iguales de  $T_A$ . Para ello medimos en dos longitudes de onda diferentes. Si lo aplicamos a la expresión (2.23) introduciendo la (2.25), se obtiene:

$$(T_S - T_B(\lambda_1)) = (T_S - T_A(\lambda_1)) \cdot k_w(\lambda_1) \cdot w(\theta) \quad (2.26)$$

$$(T_S - T_B(\lambda_2)) = (T_S - T_A(\lambda_2)) \cdot k_w(\lambda_2) \cdot w(\theta) \quad (2.27)$$

Si las longitudes de onda  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  son lo suficiente próximas, se puede suponer que las temperaturas atmosféricas medias son similares. McMillin (1971) encontró un par de longitudes de onda en la región del infrarrojo (10-12  $\mu\text{m}$ ) en los que los valores de  $T_A$  son iguales, Prabhakara *et al* (1974) confirma, que la diferencia es inferior a 1 K. Con ello:

$$T_S - T_A(\lambda_1) = T_S - T_A(\lambda_2) \quad (2.28)$$

Si combinamos las tres últimas ecuaciones, se obtiene:

$$T_S = T_B(\lambda_1) + \frac{k_w(\lambda_1)}{k_w(\lambda_2) + k_w(\lambda_1)} \cdot (T_B(\lambda_1) - T_B(\lambda_2)) \quad (2.29)$$

Expresión en la que los términos del coeficiente de absorción del vapor de agua se pueden agrupar, resulta entonces:

$$T_S = T_B(\lambda_1) + a \cdot (T_B(\lambda_1) - T_B(\lambda_2)) \quad (2.30)$$

donde:

$$a = k_w(\lambda_1) / [k_w(\lambda_2) + k_w(\lambda_1)] \quad (2.31)$$

Esta expresión representa los primeros términos de la siguiente expresión general, truncada en el primer orden debido a las aproximaciones efectuadas:

$$T_S - T_B(\lambda_1) = a_0 + a_1\Delta T + a_2\Delta T^2 + a_3\Delta T^3 + \dots + a_n\Delta T^n \quad (2.32)$$

donde el incremento se toma como:

$$\Delta T = T_B(\lambda_1) - T_B(\lambda_2) \quad (2.33)$$

Para llevar este resultado a la práctica, NOAA ha escogido las bandas de longitudes de onda 10,3  $\mu\text{m}$  y 11,5  $\mu\text{m}$  en las que la atmósfera es casi transparente y su efecto es diferente en cada banda (Prabhakara *et al.*, 1974; McMillin, 1975 y Deschamps y Phulpin, 1980) y los algoritmos que permiten calcular la temperatura superficial del mar consisten en calcular las temperaturas de brillo verdaderas en las dos bandas de 10,3  $\mu\text{m}$  y 11,5  $\mu\text{m}$  por separado (bandas 4 y 5 del AVHRR), y presuponer que la temperatura superficial del mar se obtiene a partir de una expresión similar a la (2.30). Los coeficientes se determinan a partir de ajustes a medidas in situ:

$$T_S = a_0 T_1 + a_1 (T_1 - T_2) + a_2 \quad (2.34)$$

donde  $T_S$  es la temperatura superficial del mar,  $T_1$  y  $T_2$  son las temperaturas de brillo verdaderas obtenidas por medio de la expresión (2.5) para las dos bandas situadas en el infrarrojo térmico del sensor, y los coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  son constantes cuyo valor se determina a partir del ajuste a medidas in situ.

Autores	Expresión de corrección
Pichel y Banks (1982)	$T=1,035T_4+3-046(T_4-T_5)+1,11$
McClain <i>et al.</i> (1983)	$T=1,0351+T_4+3,046(T_4-T_5)-283,93$
Bowers <i>et at.</i> (1984)	$T=T_4+1,43(T_4-T_5)+1,11$
Strong y McClain (1984)	$T=1,0346T_4+2,58(T_4-T_5)+283,21$
Castangé <i>et al.</i> (1986)	$T=T_4+2(T_4-T_5)+0.5$
Yokoyama y Tanba (1988)	$T=1,173T_4+0,87(T_4-T_5)-1,88$

**Tabla 2.4** – Correcciones atmosféricas por medio del método multibanda para datos diurnos.

La expresión (2.34) permite la obtención de temperaturas superficiales con errores inferiores a 1K si los comparamos con medidas in situ. La tabla 2.4 muestra algunas expresiones obtenidas con datos diurnos.

Deschamps y Phulpin, (1980); Barton, (1985), Ho *et al.*, (1986), Svejksky, (1988) y otros autores han demostrado teóricamente la ventaja que supone hacer uso de un algoritmo que contenga señales registradas por cada una de las bandas infrarrojas. Apuntan que mejores resultados se obtienen con una expresión que contenga temperaturas de brillo verdaderas de las tres bandas espectrales del infrarrojo. El problema es que este tipo de expresiones sólo es aplicable a medidas nocturnas, debido a la reflexión solar que afecta a la banda del infrarrojo cercano. De esta forma, la expresión (2.34) puede tener cualquier combinación de las tres bandas en el infrarrojo del AVHRR. La tabla 2.5 presenta alguna de las expresiones con tres bandas.

Autores	Expresión de corrección
Pichel y Banks (1982)	$T=1,602T_4+1,0385(T_3-T_5)+0,05$
McClain <i>et al.</i> (1983)	$T=1,0527T_4+2,6272(T_3-T_5)-283,23$
Bowers <i>et at.</i> (1984)	$T=T_4+1,67(T_4-T_5)-0,35(T_4-T_3)+0,64$

**Tabla 2.5** – Correcciones atmosféricas por medio del método multibanda para datos nocturnos con tres bandas.

Los coeficientes de la expresión (2.34) como los ejemplos de las tablas 2.4 y 2.5 dependen del lugar en el que se han realizado las medidas in situ. No existe una expresión universal y debe obtenerse una expresión para cada área de interés. Esto conlleva hacer un gran número de medidas in situ del área de interés para conseguir un ajuste óptimo. Además, se presentan una serie de inconvenientes de tipo práctico como: 1º) Existe una gran dificultad para hacer simultáneamente las medidas in situ y las de satélite. 2º) Las medidas in situ son puntuales, mientras que las del sensor son un promedio sobre una superficie de 1 km<sup>2</sup> para cada pixel. 3º)

Las medidas in situ corresponden a una capa de 1 a 10 m de profundidad por las del sensor que corresponden a unas micras superficiales.

La expresión utilizada en este trabajo es la de Castangé *et al.*, (1986), elaborada por el *Centre de Météorologie Spatiale* (CMS) de Lannion en Francia. Los coeficientes los obtienen a partir del ajuste de la expresión a medidas in situ realizadas en un tiempo inferior a una hora con respecto al paso del satélite, a 1 m de profundidad en el Atlántico Norte (35-53° N, 1-21° W). La región de nuestro estudio se encuentra un poco al sur, aún así, hemos utilizado esta expresión por no existir otra más cercana al área de estudio. Le Borgne *et al.*, (1988) contrastaron esta expresión con medidas in situ realizadas por boyas y barcos oceanográficos obtenidas con  $\pm 1$  hora respecto al paso del satélite, obteniendo una desviación estándar de 0,42° C.

## 2.6 Otras perturbaciones de los datos del sensor AVHRR

Una vez realizada la corrección atmosférica de los datos del sensor AVHRR, pueden aparecer una serie de problemas adicionales considerados como procesos de segundo orden sobre el modelo de corrección atmosférica utilizado.

### 2.6.1 Nubes

El cálculo de la temperatura superficial del mar presenta su mayor limitación en la presencia de nubes (figura 2.4). Las grandes nubes son masas de vapor de agua frías y se detectan con facilidad. Sin embargo, la presencia de nubes de tamaño menor que un pixel o bien nubes bajas con temperaturas ligeramente inferior que la TSM, da lugar a que la temperatura detectada sea mezcla de la temperatura de la nube y de la TSM. Este efecto no se puede corregir, lo que ha

provocado el que se desarrollen métodos de detección de nubes (Kelly, 1985; McClain, 1985; Saunders y Kriebel, 1988)

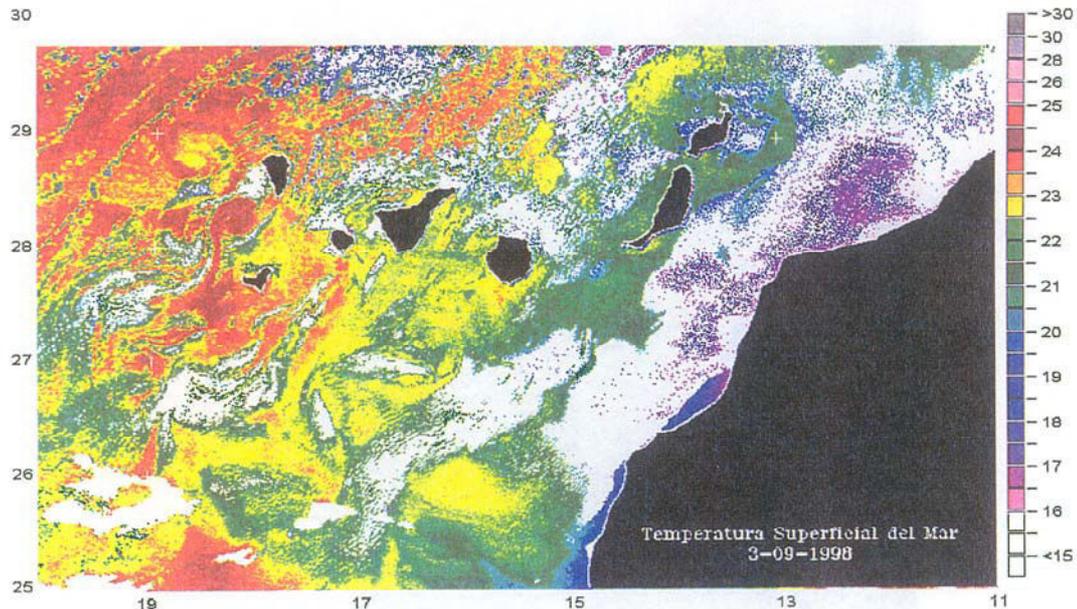


Figura 2.4 – Imagen de TSM contaminada por nubes.

## 2.6.2 Dispersión por aerosoles

La dispersión por aerosoles en la atmósfera es un efecto que disminuye con la longitud de onda y resulta insignificante a  $11\mu\text{m}$  para una atmósfera libre de nubes. En condiciones normales, el error que se comete al no tener en cuenta los aerosoles es del orden de 0,1 K debido a la concentración de estos sobre el océano (Dalu y Liberti, 1988, Stowe y Fleming, 1980).

Sin embargo, existen ocasiones en las que la carga de aerosoles sobre el océano es grande. Estas grandes cantidades de aerosoles pueden ser debidas a una erupción volcánica (Griggs, 1985) o bien, en la región de este estudio, cuando las tormentas transportan polvo sahariano hacia el océano (figura 2.5). En estos casos el error en la TSM puede ser de varios grados (Volz, 1973; Schmitt *et al.*, 1988; May

*et al.*, 1992). La figura 2.6 presenta una escena típica de temperatura superficial del mar contaminada por aerosoles.

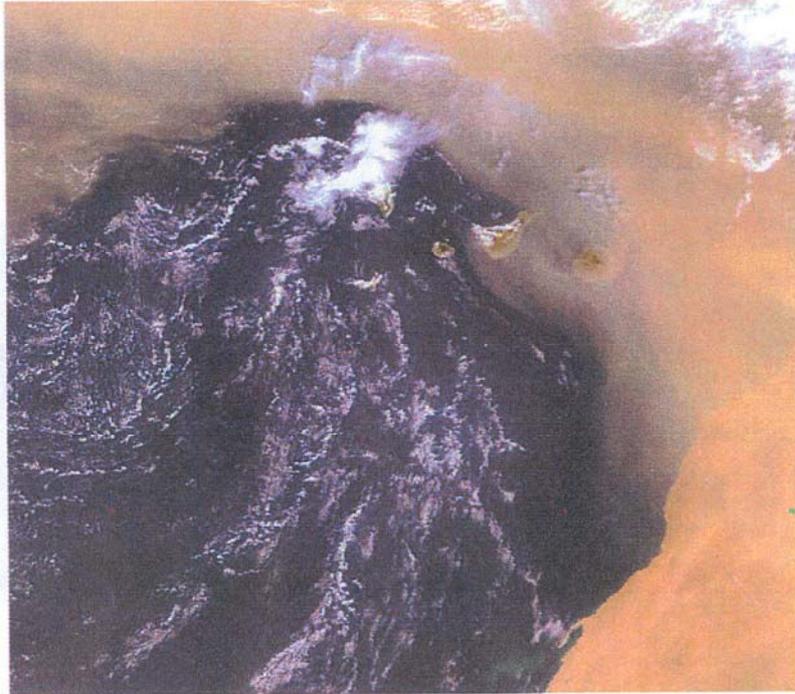


Figura 2.5 – Imagen contaminada con polvo sahariano.

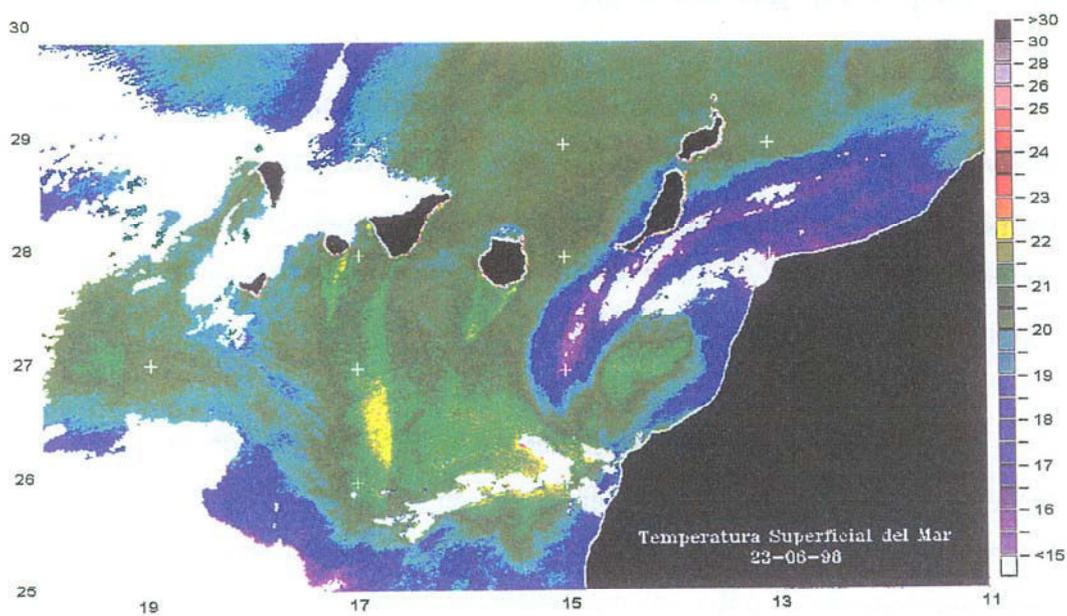


Figura 2.6 – Imagen de TSM contaminada por aerosoles.

### 2.6.3 Reflectancia de la superficie del mar

Al realizar la corrección atmosférica se asumió que el coeficiente de emisividad de la superficie del mar era la unidad, lo que implica que la reflectancia de la superficie del mar es nula. Los errores cometidos por este efecto pueden llegar a los 0,3 K (Dalu, 1985), similares al ruido instrumental estimado para el AVHRR en 0,15 K.

La estimación de este término de error es difícil, puesto que la emisividad de la superficie del océano depende de las condiciones de la superficie del mar en cada punto del océano, de las condiciones de observación, de las condiciones atmosféricas y del propio valor de la TSM (Masuda *et al.*, 1985).

### 2.6.4 Efectos superficiales

Los efectos superficiales que influyen en la temperatura superficial del mar son principalmente dos. El primero se produce en condiciones normales de viento y corresponde a una situación que se presenta la mayor parte de los días del año. El sensor mide la temperatura de la capa superficial del océano (10  $\mu\text{m}$ , Maul 1985). La temperatura del océano y del aire, son diferentes y en la interfase deben igualarse, por lo que resulta que la temperatura de la capa superior del océano sea inferior a la de las capas más profundas, entre 0,1 y 0,5 K (Grasa, 1976; Katsaros, 1979; Schluessel *et al.*, 1987; Hepplewhite, 1989; Coppin *et al.*, 1991).

El otro efecto se produce cuando las condiciones dominantes son las opuestas, es decir, ausencia de viento (figura 2.7). Sin viento, la superficie del mar está en calma y las condiciones de mezcla en las capas superficiales producida por el viento pueden ser insuficientes para transportar el calor absorbido cerca de la superficie a la totalidad de la capa de mezcla (Kaiser, 1978; Deschamps y Frouin, 1984; Lynn y Svejksky, 1984; Cornillon y Stramma, 1985; Stramma *et al.*, 1986;

Fairall *et al.*, 1996). La consecuencia es que la temperatura medida por el sensor es superior a la de las capas inferiores. Los valores típicos de este calentamiento son de unas décimas de grado, aunque en ocasiones se han observado escenas con fuertes diferencias de temperatura entre la piel del océano y la capa de mezcla.

Una vez finalizada la corrección atmosférica y comprobada la ausencia de los efectos de segundo orden en la corrección atmosférica, los datos del sensor AVHRR se procesan en función del tipo de estudio que se pretenda realizar. Como el objeto de este trabajo es analizar variabilidades, reducimos los datos originales en forma de mosaicos a series temporales. El conjunto de series temporales de la región precisa un análisis espectral adecuado que permita conocer las periodicidades dominantes. El capítulo 3 de este trabajo lo dedicamos al método de análisis espectral de las series temporales, prestando especial atención al efecto de las diferentes perturbaciones que afectan a las series en los espectros de frecuencias.

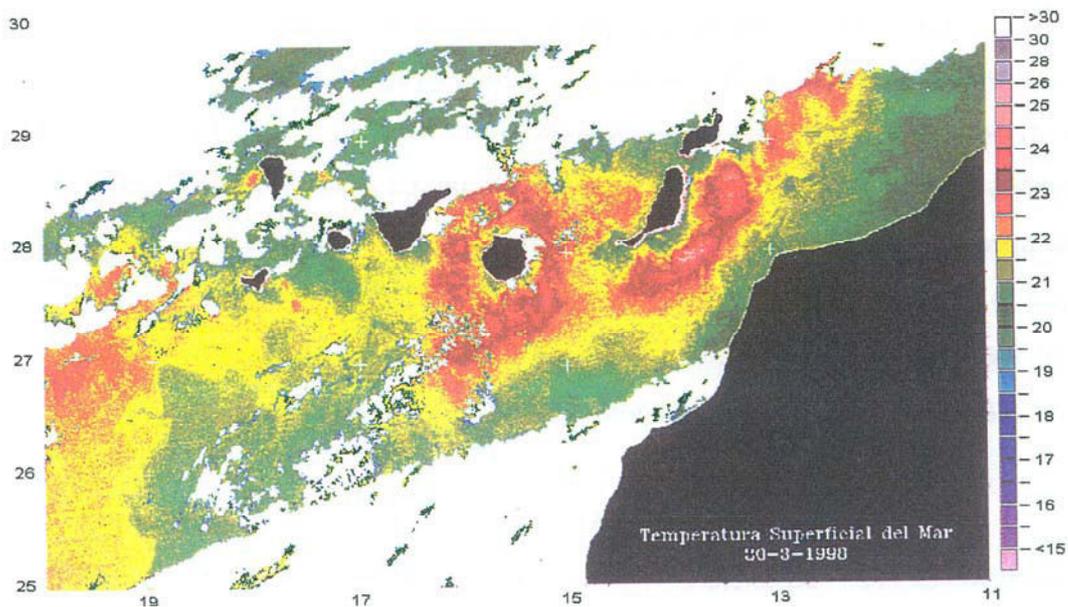


Figura 2.7 – Imagen de TSM afectada por calentamiento en zonas con ausencia de viento.

## 2.7 Otros datos utilizados

### 2.7.1 Introducción

En este trabajo se han utilizado otros tipos de datos con dos objetivos: 1) Buscar la interpretación de determinados resultados como forzamientos de otros campos de fuerzas, con lo que utilizamos los datos del *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts* (ECMWF) y los datos atmosféricos de la base *Comprehensive Ocean Atmosphere Data Set* (COADS) y 2) contrastar los resultados obtenidos del sensor AVHRR con datos procedentes de otras climatologías, específicamente los datos de temperatura superficial del mar COADS.

### 2.7.2 Datos ECMWF

Los datos que analizaremos se han obtenido a 10 metros de la superficie del nivel del mar, la resolución espacial es de  $1.875^\circ$  en longitud y latitud antes de Mayo de 1985 y  $1.125^\circ$  desde Mayo de 1985 en adelante.

Para el estudio de las magnitudes atmosféricas y su posible forzamiento con la temperatura superficial del mar analizaremos el periodo de tiempo comprendido entre Mayo de 1985 y Diciembre de 1991, por ser el intervalo de mayor resolución espacial que coincide con la extensión temporal de las series de temperatura superficial del mar.

Disponemos de un total de 1845 escenas diarias de cada magnitud, a partir de las cuales se construyen series temporales que analizaremos por medio de diversos métodos espectrales en busca de las frecuencias dominantes.

### 2.7.3 Datos COADS

La serie histórica de datos (COADS) son el resultado de observaciones globales de más de 70 millones de registros realizados por buques mercantes en el ámbito global desde el año 1854 hasta el año 1990, en la versión que disponemos, aunque esta base está aumentando cada día.

Estos datos presentan una resolución espacial de  $1^\circ \times 1^\circ$  en longitud y latitud. Los valores asignados a cada par longitud latitud corresponden a registros recolectados de todas las fuentes para un cuadrado de  $1^\circ \times 1^\circ$  en longitud y latitud durante el mes. La media de esos valores se le asigna a la coordenada suroeste del cuadrado.

La resolución temporal es de 1 mes, aunque existen otras versiones de estos datos con resoluciones de 1 día, a costa de enormes irregularidades salvo en las zonas de las grandes rutas marítimas transitadas a diario por decenas de buques. Así y todo, se debe destacar que la principal característica de esta base es la gran irregularidad de la misma.

Existen zonas con un mínimo de datos, especialmente en los registros del siglo pasado. También existen enormes intervalos temporales sin datos. Por ejemplo, en la zona de este estudio, en los años de la Segunda Guerra Mundial comprendidos entre 1940 y 1945, no existen datos por el temor de los mercantes de la época al ataque de los submarinos alemanes.

La figura 2.8 muestra el número de registros disponibles por cada año en la zona de nuestro estudio. Los máximos corresponden a la década de los 70 coincidiendo con el cierre del canal de Suez, esto supuso el desvío del tráfico marítimo a la ruta que rodea el continente Africano, lo que originó la época de mayor tránsito marítimo en el Sureste del Atlántico Norte. A principios de los 90 los valores son similares a los de principio de siglo como consecuencia del aumento de capacidad de los buques que hace disminuir las frecuencias de los viajes. Los mínimos corresponden al siglo

pasado. En este siglo, los mínimos se encuentran en los períodos 1917-1920 y 1940-1945, correspondientes a las guerras mundiales.

Con el fin de estudiar los posibles forzamientos entre las magnitudes oceanográficas y las atmosféricas, estudiaremos el comportamiento de las series de los diversos parámetros atmosféricos de las series histórica COADS. Las características generales de estos datos en cuanto a longitud, resolución, formatos, estructuras y precisión, son las mismas que las de las temperaturas superficiales. En el capítulo 4 se aborda el estudio a nivel del mar de las componentes u y v de la tensión de viento, el módulo de la tensión de viento y la presión atmosférica. Estos datos se suministran en el formato de mosaicos mensuales que transformaremos en series temporales.

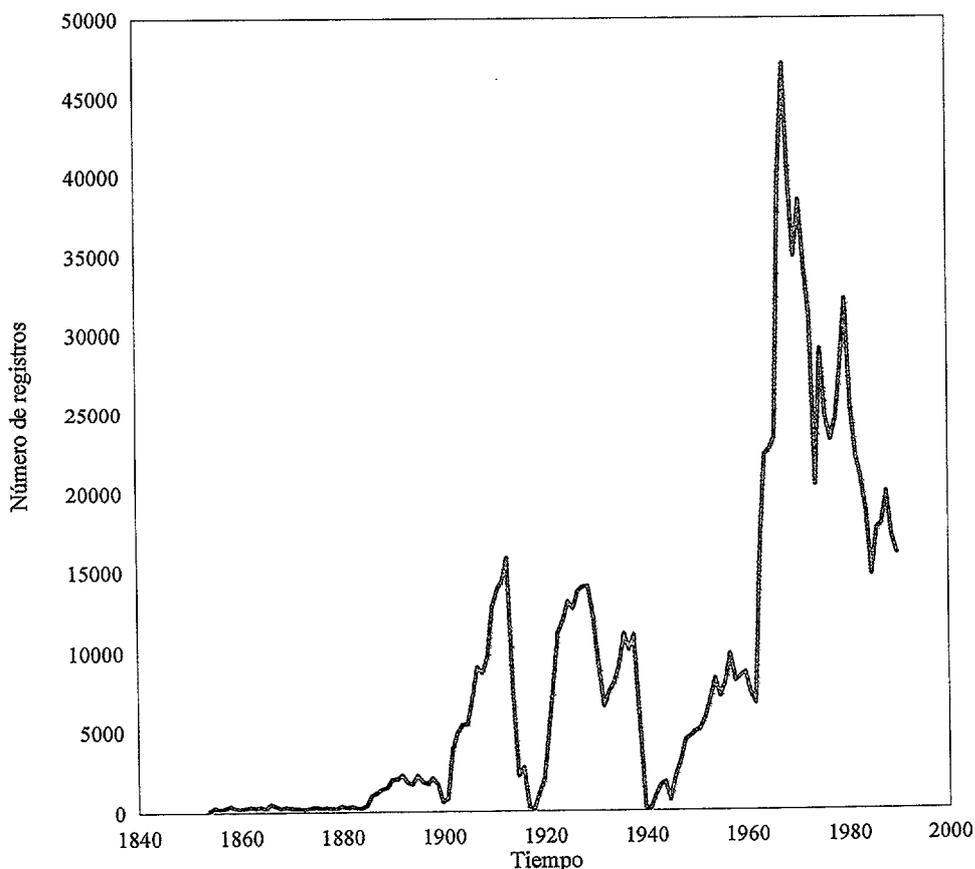


Figura 2.8 – Número de registros de temperaturas anuales en la región de este estudio

El estudio de los espectros de frecuencias de los diferentes tipos de datos se abordan en función de las características generales de los mismos. En el capítulo 3 se desarrollan los diferentes métodos espectrales que se utilizarán en este trabajo.

# Capítulo 3

## Procedimiento matemático para la obtención de periodicidades en series temporales no equiespaciadas.

### 3.1 Introducción.

Como ya se indicó en el capítulo primero, el análisis del periodograma surge para dar solución al problema de la búsqueda de periodicidades en conjuntos incompletos, es decir, no equiespaciados de datos que dependen del tiempo. Para ellos, ofrece una buena aproximación del espectro de frecuencias, con una buena relación señal ruido.

En esencia, el fundamento de esta técnica consiste en el ajuste de los datos de la serie temporal a funciones armónicas por el método de mínimos cuadrados, aunque también son aplicables otros métodos para este ajuste. Para cada frecuencia, se obtienen los residuos de la serie, como diferencia entre el valor real y el valor estimado por la función de ajuste.

Una vez calculadas todas las sumas de residuos, se comparan los valores de ellas para cada frecuencia del ajuste, de manera que la frecuencia que presenta una menor suma de residuos es la frecuencia que mejor representa la periodicidad de esos datos.

Para determinar la significabilidad de esta frecuencia, se calculan los intervalos de confianza o niveles de significabilidad, de forma que si el espectro obtenido supera estos niveles, se puede considerar que esa frecuencia está contenida en los datos.

La base de esta nueva técnica coincide con el análisis del espectro por mínimos cuadrados propuesta por Barning, (1963). Este sistema proporciona una buena medida de las contribuciones de las diferentes frecuencias a la respuesta espectral de la señal, y se presenta como una extensión natural de los métodos de Fourier para series de datos no equiespaciados, reduciéndose al cálculo del poder espectral de Fourier si se aplica a un conjunto equiespaciado. La definición real del periodograma se desarrolla a partir de los cálculos del poder espectral de las señales, atendiendo a argumentos de tipo estadístico.

Los principales campos en los que se aplica el periodograma son: medicina, análisis de imagen, biología, economía y estadística. Sin embargo, la mayoría de las aplicaciones se hacen a series equiespaciadas ya que permite calcular el espectro de directamente a partir de los datos. En oceanografía existen bastantes trabajos en esta misma línea.

A lo largo del capítulo, se realiza una descripción teórica el método del espectro de mínimos cuadrados y se comprueba que coincide, bajo ciertas condiciones, con la definición clásica del periodograma. Se desarrollan una serie de mejoras hasta llegar a las expresiones que definen el periodograma clásico, modificadas de forma adecuada hasta llegar a una expresión formal que minimiza la presencia de ruido. De esta forma se consigue un espectro de la señal con el efecto del ruido controlado. Una vez desarrollado el método matemático, se realiza una serie de pruebas para validar su rendimiento frente a series de diversa índole, tanto reales como simuladas, así como el rendimiento frente a series contaminadas con ruidos o tendencias significativas.

## **3.2 Definición y obtención de la expresión del periodograma.**

La definición de esta herramienta matemática, extensión natural de los métodos de Fourier para conjuntos no equiespaciados, se obtiene a partir de dos conceptos matemáticos de naturaleza bien diferente; el análisis espectral por mínimos cuadrados y el análisis del poder espectral de la señal por medio de la transformada de Fourier.

### **3.2.1 Análisis espectral por mínimos cuadrados.**

La formulación del espectro de mínimos cuadrados para series temporales no equiespaciadas, desarrollada por Lomb, (1976) y Ferraz-Mello, (1980), parte de la idea de Barning, (1963) comentada en la introducción de este capítulo. Se aplica el método a un conjunto de observaciones  $y_j$ , con  $j=1,2,\dots,N_0$ , de media cero y obtenidos en un tiempo  $t_j$ , que cumplen, para que el estudio sea coherente, las condiciones de un proceso estocástico basado en las siguientes consideraciones matemáticas:

$y_j(t); t \in G$ , es un proceso estacionario homogéneo tal que:

- $G$  es un grupo abeliano compacto local.
- $E\{y_j\} = \text{constante}$
- $E\{y_j^2\} = \text{finito}$

Con esto, se construye el espectro de mínimos cuadrados para el conjunto de observaciones que cumplen las condiciones anteriores, a partir de una función arbitraria de ajuste. Esta función puede ser de diversos tipos: 1) funciones polinómicas de diferentes grados, si se desean ajustar señales de baja periodicidad; 2) combinaciones de polinomios con funciones armónicas, para ajustes muy finos de datos de variabilidad muy irregular; 3) funciones empíricas ortogonales, para datos

con múltiples periodicidades; y 4) funciones armónicas sinusoidales, para datos con variabilidades periódicas bien definidas.

Este último caso es el que se aplica a datos de teledetección, ya que las series temporales de este campo presentan dichas características. Pese a las diversas posibilidades para desarrollar este método, se elige una función de ajuste armónica general de la forma siguiente:

$$y_j = a \cos(wt_j) + b \operatorname{sen}(wt_j) + R_j \quad (3.2.1.1)$$

En esta función 'R<sub>j</sub>' representa los residuos o errores de la medida, independientes, de media cero y varianza estimable. Los términos 'a' y 'b' corresponden a los parámetros del ajuste, cuyos valores hay que determinar, mientras que 'w' es la frecuencia. Sin embargo, en series temporales del campo de la teledetección, los datos se ajustan a una función con un solo armónico. En este caso, los parámetros de ajuste son amplitudes, fases e incluso valores medios de las series, si estas son de media no nula. Este tipo de funciones de ajuste se muestra en la expresión:

$$y_j = T_{\text{media}} + A \operatorname{sen}(wt_j + \varphi_0) \quad (3.2.1.2)$$

Para aplicar el método a un conjunto de datos, se calculan los residuos de las series como diferencia del valor real del dato menos el valor estimado por la función de ajuste:

$$R_j = \{y_j - \{a \cos(wt_j) + b \operatorname{sen}(wt_j)\}\} \quad (3.2.1.3)$$

Calculamos la suma total de residuos R<sub>j</sub><sup>2</sup> para cada frecuencia y se aplica la condición de mínimo. En este caso, como la función de ajuste depende de dos amplitudes 'a' y 'b', estos son los parámetros respecto a los que se deriva la suma de los cuadrados de los residuos. La condición de mínimo se cumple si dicha derivada es nula:

$$\sum_{j=1}^{N_0} R_j^2 \quad (3.2.1.4)$$

$$\frac{d}{da} \left[ \sum_{j=1}^{N_0} R_j^2 \right] = 0 \quad (3.2.1.5)$$

$$\frac{d}{db} \left[ \sum_{j=1}^{N_0} R_j^2 \right] = 0 \quad (3.2.1.6)$$

Con este procedimiento se obtiene un sistema de ecuaciones extenso, lo que dificulta su manipulación matemática. Para simplificar las expresiones se precisa, por tanto, recurrir a una notación matricial reducida y definir una serie de coeficientes auxiliares:

$$cc = \sum_{j=1}^{N_0} \cos^2(wt_j) \quad (3.2.1.7)$$

$$ss = \sum_{j=1}^{N_0} \text{sen}^2(wt_j) \quad (3.2.1.8)$$

$$cs = \sum_{j=1}^{N_0} \cos(wt_j) \text{sen}(wt_j) \quad (3.2.1.9)$$

$$yc = \sum_{j=1}^{N_0} y_j \cos(wt_j) \quad (3.2.1.10)$$

$$ys = \sum_{j=1}^{N_0} y_j \text{sen}(wt_j) \quad (3.2.1.11)$$

Con estos coeficientes el sistema de ecuaciones a solucionar se expresa en la notación matricial reducida de la forma:

$$\begin{pmatrix} cc & cs \\ cs & ss \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} yc \\ ys \end{pmatrix} \quad (3.2.1.12)$$

La resolución del sistema matricial que se ha obtenido es:

$$\begin{pmatrix} cc & cs \\ cs & ss \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} cc & cs \\ cs & ss \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cc & cs \\ cs & ss \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} yc \\ ys \end{pmatrix} \quad (3.2.1.13)$$

Si se hace la reducción del sistema:

$$R(w) = (yc \ ys) \begin{pmatrix} cc & cs \\ cs & ss \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} yc \\ ys \end{pmatrix} \quad (3.2.1.14)$$

$$R(w) = (yc \ ys) \begin{pmatrix} \frac{ss}{D} & \frac{-cs}{D} \\ \frac{-cs}{D} & \frac{cc}{D} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} yc \\ ys \end{pmatrix} \quad (3.2.1.15)$$

Donde 'D' es el determinante de la matriz, expresado como:

$$D = cc \ ss - cs^2 \quad (3.2.1.16)$$

La descripción del espectro de mínimos cuadrados puede simplificarse si 'R(w)' se expresa de la forma 'A<sup>2</sup> + B<sup>2</sup>'. Esto se consigue ajustando los datos a la siguiente función modificada en lugar de la expresión (3.2.1.1):

$$y_j = a \cos(w(t_j - \mu)) + b \sin(w(t_j - \mu)) \quad (3.2.1.17)$$

Si se elige el parámetro 'μ', tal que el término 'cs' es igual a cero, la ecuación de reducción del sistema se expresa:

$$R(w) = (yc \ ys) \begin{pmatrix} \frac{1}{cc} & 0 \\ 0 & \frac{1}{ss} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} yc \\ ys \end{pmatrix} \quad (3.2.1.18)$$

En este caso, el determinante de la matriz es 'D = cc ss' y los términos 'cc' y 'ss' están redefinidos, ya que 'μ' aparece en las expresiones de los coeficientes auxiliares (3.2.1.7), (3.2.1.8), (3.2.1.9), (3.2.1.10) y (3.2.1.11). Con ello R(w) queda:

$$R(w) = \left( \frac{1}{\sqrt{cc}} yc \right)^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{ss}} ys \right)^2 \quad (3.2.1.19)$$

$$R(w) = C^2(w) + S^2(w) \tag{3.2.1.20}$$

'R(w)' expresado de esta forma compacta permite calcular el espectro de mínimos cuadrados. La expresión está sin normalizar y es similar a la fórmula usual del periodograma. Es más, la expresión del periodograma clásico que se calculará vía poder espectral es una aproximación de esta fórmula exacta. Para ello, basta aplicar la condición 'cc = ss = n/2' que se cumple aproximadamente. Con esto se puede convertir la expresión en:

$$R(w) = \left( \sqrt{\frac{2}{n}} y_c \right)^2 + \left( \sqrt{\frac{2}{n}} y_s \right)^2 \tag{3.2.1.21}$$

Expresión utilizada de forma habitual en el cálculo de periodogramas. A partir de esta expresión, se pueden desarrollar funciones espectrales normalizadas que permiten calcular el poder espectral, dentro de un cierto rango de variabilidad. Con ello, se puede tener una referencia clara de la respuesta espectral de la señal. Estas funciones espectrales normalizadas pueden definirse por expresiones del tipo:

$$P(w) = \left( \frac{C^2(w) + S^2(w)}{TN} \right) \tag{3.2.1.22}$$

Donde el término de normalización es en este caso:

$$TN = \sum_{j=1}^{N_0} y_j^2 \tag{3.2.1.23}$$

Puede ocurrir que la señal esté contaminada por algún tipo de ruido, lo que podría tener influencia en la aparición de fenómenos de *aliasis*, así como afectar a la altura de los picos del espectro y, por tanto, a la significabilidad de los mismos. Sin embargo, con el proceso de normalización correcto, estos fenómenos quedan minimizados.

### 3.2.2 Definición del periodograma por medio del poder espectral.

Para obtener la definición clásica del periodograma es necesario recurrir a un elemento básico del análisis espectral, la transformada discreta de Fourier. Esta se define para el conjunto discreto de datos siguientes:

$$y_j = y(t_j), \quad \text{con } j = 1, \dots, N_0 \quad (3.2.2.1)$$

como:

$$FT_y(w) = \sum_{j=1}^{N_0} y(t_j) \exp(-iwt_j) \quad (3.2.2.2)$$

El periodograma se define convencionalmente por medio de la expresión:

$$P_y(w) = \frac{1}{N_0} |FT_y(w)|^2 \quad (3.2.2.3)$$

$$P_y(w) = \frac{1}{N_0} \left| \sum_{j=1}^{N_0} y(t_j) \exp(-iwt_j) \right|^2 \quad (3.2.2.4)$$

$$P_y(w) = \frac{1}{N_0} \left[ \left( \sum_{j=1}^{N_0} y_j \cos(wt_j) \right)^2 + \left( \sum_{j=1}^{N_0} y_j \sin(wt_j) \right)^2 \right] \quad (3.2.2.5)$$

Las ecuaciones (3.2.2.3), (3.2.2.4) y (3.2.2.5) se conocen como Periodograma Clásico. Su expresión es formalmente análoga a la que permite calcular el espectro de mínimos cuadrados (3.2.1.22). Puede evaluarse para cualquier valor de la frecuencia. La razón para utilizar estas expresiones del periodograma es que si  $y_j$  contiene una componente sinusoidal de frecuencia  $w_0$ , cuando  $w$  se aproxime a  $w_0$  y, más concretamente, cuando  $w = w_0$ , los factores  $y_j$  y  $\exp(-iwt_j)$  están en fase y hace que sus contribuciones en la ecuación del periodograma sean aditivas, por lo que se obtiene una suma significativa. Para otros valores de la frecuencia  $w$ , los términos en la suma son aleatoriamente positivos y negativos, y su resultado es la cancelación de la mayor parte de las contribuciones, con lo que se obtiene un valor pequeño para la suma. Esta expresión del periodograma, que puede evaluarse en cualquier frecuencia, se ha

calculado solamente en un conjunto especial de  $N=N_0/2$  frecuencias equiespaciadas, definidas por:

$$w_n = \frac{2\pi n}{T}, \quad \text{con } n = -\frac{N_0}{2}, \dots, \frac{N_0}{2} \quad (3.2.2.6)$$

En la expresión anterior, conocida por relación de Nyquist, ‘T’ es el intervalo de tiempo total del conjunto de datos. La importancia de este conjunto de frecuencias se debe a que la transformada discreta de Fourier calculada en ellas contiene toda la información significativa del conjunto de datos. Además, si los datos son reales, el periodograma es simétrico ‘ $P(-w) = P(w)$ ’ y toda la información está contenida en las frecuencias positivas.

### **3.3 Expresión modificada del periodograma atendiendo a argumentos estadísticos.**

La forma convencional de obtener la expresión correcta del periodograma consiste en la utilización de argumentos de tipo estadístico, que se basan en la siguiente generalización de la transformada de Fourier:

$$FT_y(w) = \left(\frac{N_0}{2}\right) \sum_{j=1}^{N_0} y_j [A \cos(wt_j) + B \text{sen}(wt_j)] \quad (3.3.1)$$

‘A’ y ‘B’ son funciones desconocidas de la frecuencia, que pueden depender del muestreo de los datos, pero no tienen dependencia ni de los datos ni de los índices de los sumatorios. El periodograma correspondiente a esta función es la expresión general (3.2.2.3)

$$P_y(w) = \frac{A^2}{2} \left(\sum_{j=1}^{N_0} y_j \cos(wt_j)\right)^2 + \frac{B^2}{2} \left(\sum_{j=1}^{N_0} y_j \text{sen}(wt_j)\right)^2 \quad (3.3.2)$$

Si ‘ $A = B = (2/N_0)^{1/2}$ ’, ambas ecuaciones se reducen a la definición clásica del periodograma según las expresiones (3.2.2.3) (3.2.2.4) ó (3.2.2.5). Sin embargo, esta

reducción no es única, ya que existen otras elecciones para 'A' y 'B', las cuales reducen a la misma expresión. Por esto se deben imponer condiciones adicionales para determinar 'A' y 'B', en particular, la condición de que la distribución estadística del periodograma generalizado sea lo más cerrada posible, como en el caso de datos equiespaciados. Si se considera el caso particular en el que  $y_j$  sea ruido puro independiente y con distribución normal, media cero y varianza constante, definimos los términos:

$$C(w) = A \sum_{j=1}^{N_0} y_j \cos(wt_j) \quad (3.3.3)$$

$$S(w) = B \sum_{j=1}^{N_0} y_j \sin(wt_j) \quad (3.3.4)$$

Ambos son una combinación lineal de variables aleatorias de distribución normal, ya que A, B,  $\sin(wt_j)$  y  $\cos(wt_j)$  son coeficientes constantes y por lo tanto, se comportan como variables normales. Una combinación lineal de variables normales tiene también una distribución normal (Parzen, 1962). Las medias de 'C' y 'S' son:

$$\langle C \rangle = 0 \quad (3.3.5)$$

$$\langle S \rangle = 0 \quad (3.3.6)$$

Las varianzas de cada término son:

$$\sigma_C^2 = \langle C^2(w) \rangle = A^2 \sum_{j=1}^{N_0} \sum_{k=1}^{N_0} \langle y_j y_k \rangle \cos(wt_j) \cos(wt_k) = B^2 N_0 \sigma_0^2 \sum_{j=1}^{N_0} \cos^2(wt_j) \quad (3.3.7)$$

$$\sigma_S^2 = \langle S^2(w) \rangle = B^2 \sum_{j=1}^{N_0} \sum_{k=1}^{N_0} \langle y_j y_k \rangle \sin(wt_j) \sin(wt_k) = B^2 N_0 \sigma_0^2 \sum_{j=1}^{N_0} \sin^2(wt_j) \quad (3.3.8)$$

En las dos expresiones anteriores, los índices ‘j’ y ‘k’ no pueden ser iguales, debido a que las observaciones son independientes en el tiempo. Si se introducen los coeficientes ‘C(w)’ y ‘S(w)’ en la expresión del periodograma, se obtiene la siguiente expresión para este:

$$P_y(w) = \frac{1}{2} [C^2(w) + S^2(w)] \quad (3.3.9)$$

Así definido, el periodograma es la suma de cuadrados de dos funciones de media cero y distribución normal bien conocida. La suma de cuadrados de dos variables normales responde a una distribución exponencial (Papoulis, 1965), siempre que cumpla la condición de que las varianzas de ambas variables coincidan. Con ello, la ecuación que define al periodograma corresponde a una distribución estadística exponencial:

$$P_y(w) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{w}{2\sigma^2}\right) \quad (3.3.10)$$

Si las varianzas no coinciden, la distribución no es la exponencial, aunque la elección de los términos ‘A’ y ‘B’ de la suma de cuadrados según las expresiones siguientes hace que las varianzas coincidan:

$$A(w) = M(w) \left( \sum_{j=1}^{N_0} \cos^2(wt_j) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.3.11)$$

$$B(w) = M(w) \left( \sum_{j=1}^{N_0} \text{sen}^2(wt_j) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.3.12)$$

M(w) puede ser cualquier función y, en concreto se toma el valor 1 para que la distribución del periodograma sea normal, tanto si se trata de datos equiespaciados como si no lo son. Si se introducen estos coeficientes en la ecuación del periodograma, obtenemos:

$$P_y(\omega) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\left( \sum_{j=1}^{N_0} y_j \cos(\omega t_j) \right)^2}{\sum_{j=1}^{N_0} \cos^2(\omega t_j)} + \frac{\left( \sum_{j=1}^{N_0} y_j \sin(\omega t_j) \right)^2}{\sum_{j=1}^{N_0} \sin^2(\omega t_j)} \right] \quad (3.3.13)$$

Expresión muy similar a la utilizada en los cálculos computacionales, a falta de su correcta normalización.

### 3.4 Normalización del periodograma.

Scargle, (1982), basándose en argumentos de tipo estadístico, estudia la distribución estadística del periodograma. Esta es simple y bien conocida en el caso equiespaciado. El resultado más importante que ofrece en su estudio es que si la señal es un ruido normal de tipo Gausiano de distribución exponencial, su periodograma también presenta una distribución exponencial. Se presenta a continuación una expresión del periodograma con la misma distribución exponencial ya estudiada, expresión (3.3.13), conocida por periodograma de Scargle:

$$P_y(\omega) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\left( \sum_{j=1}^{N_0} y_j \cos(\omega(t_j - \mu)) \right)^2}{\sum_{j=1}^{N_0} \cos^2(\omega(t_j - \mu))} + \frac{\left( \sum_{j=1}^{N_0} y_j \sin(\omega(t_j - \mu)) \right)^2}{\sum_{j=1}^{N_0} \sin^2(\omega(t_j - \mu))} \right] \quad (3.4.1)$$

En esta expresión ' $\mu$ ' está definido por la expresión siguiente, que hace al periodograma invariante frente a las traslaciones del origen de tiempos:

$$\tan(2\pi\mu) = \left\{ \frac{\sum_{j=1}^{N_0} \sin(2\omega t_j)}{\sum_{j=1}^{N_0} \cos(2\omega t_j)} \right\} \quad (3.4.2)$$

Esta expresión es preferible por varias razones. Primero, porque tiene un comportamiento estadístico más simple. Segundo, porque si se considera la señal como ruido puro, presenta una distribución exponencial que nos va a permitir determinar la significabilidad de la señal, ya que permite calcular los intervalos de confianza. Tercero, por ser equivalente a la reducción de suma de cuadrados, en el ajuste por mínimos cuadrados de ondas sinusoidales de los datos. Cuarto, porque el término ‘ $\mu$ ’ lo hace invariante frente a desplazamientos de la serie respecto al origen de tiempos.

Horne y Baliunas, (1986) analizan si la normalización del periodograma de Scargle, (1982) por medio de la varianza del ruido es la correcta. La incertidumbre se origina en el análisis estadístico de la función normalizada de Scargle, (1982), que no es exactamente gaussiana en el caso de que la señal sea ruido puro. El periodograma tiene la distribución deseada  $e^{-x}$  cuando se normaliza por la varianza total de los datos:

$$P_n(w) = \frac{P_y(w)}{\sigma^2} \tag{3.4.3}$$

La normalización indicada (3.4.3) genera la expresión:

$$P_y(w) = \frac{1}{2\sigma^2} \left[ \frac{\left( \sum_{j=1}^{N_0} y_j \cos(w(t_j - \mu)) \right)^2}{\sum_{j=1}^{N_0} \cos^2(w(t_j - \mu))} + \frac{\left( \sum_{j=1}^{N_0} y_j \sen(w(t_j - \mu)) \right)^2}{\sum_{j=1}^{N_0} \sen^2(w(t_j - \mu))} \right] \tag{3.4.4}$$

Otras funciones de distribución para los datos  $y_j$  dan diferentes funciones de distribución para ‘C’ y ‘S’ (3.3.3) y (3.3.4), lo que genera consecuentemente diferentes distribuciones para ‘ $P_y(w)$ ’. Hay dos razones por las que sólo la normalización por la varianza total de los datos es la única que puede normalizar correctamente el periodograma. La primera es que sólo esta normalización produce el comportamiento estadístico correcto del periodograma, ya que otras normalizaciones no producen la deseada distribución exponencial. La segunda es que invalida las

estimaciones de los niveles de significación, porque para determinarlos se precisa de un comportamiento estadístico correcto.

La ecuación que define el periodograma presenta dos problemas, uno de tipo estadístico y otro de *aliasis*. Ambos se originan por trabajar en el dominio de frecuencias y son comunes de prácticamente todos los métodos espectrales

El problema estadístico se produce por ser la función ' $P_y(w)$ ' muy ruidosa cuando los datos están contaminados ligeramente con ruido. El valor de este ruido no disminuye en amplitud al aumentar el número de datos, esto hace que la ecuación del periodograma sea utilizada siempre para cálculos computacionales, salvo en casos analíticos muy simples en los que carece de interés.

La experiencia muestra que con señales ruidosas se obtiene un espectro erróneo, que no mejora al alargar el intervalo de tiempo total de la serie, ni al disminuir el intervalo de muestreo entre dos valores consecutivos de la serie. Sin embargo, al adquirir más datos, la presencia de ruido permanece elevada, mientras que la relación señal-ruido aumenta. Esta relación ofrece una medida fiable de la significabilidad de los resultados obtenidos. Esto se demuestra fácilmente y se comprobará para un proceso de tipo armónico, que obedece a una expresión matemática de la forma:

$$y(t_j) = a \sin(w_0 t_j + \varphi) + r_j \quad \text{con } j = 1, \dots, N_0 \quad (3.4.5)$$

Si se introduce en la expresión que nos permite calcular el periodograma o respuesta espectral de la señal a la frecuencia dada, obtenemos:

$$P_y = N_0 \left( \frac{a}{2} \right)^2 \quad (3.4.6)$$

Debido a los errores observacionales, la respuesta espectral del ruido coincide con la varianza:

$$P_r = \langle r^2 \rangle = \sigma_0^2 \quad (3.4.7)$$

La relación señal-ruido para este caso es:

$$S/R = \frac{P_y}{P_r} = N_0 \left( \frac{a}{2\sigma_0} \right)^2 \quad (3.4.8)$$

Expresión cuyo valor aumenta proporcionalmente con el número de observaciones ' $N_0$ '. A pesar de lo ruidosa que es, en general, esta función es una técnica adecuada para el tratamiento de señales similares a las que hemos indicado anteriormente. Una consecuencia de este análisis es que el ruido aleatorio de tipo Gaussiano que contamina la señal tiene un espectro continuo, mientras que las señales periódicas lo tienen discreto. Esto explica, en parte, que las técnicas que operan en el dominio de frecuencias sean las adecuadas para las señales periódicas, mientras que las técnicas basadas en el dominio temporal son las mejores para el tratamiento de señales aleatorias.

El segundo problema es el *aliasis*: para una señal sinusoidal a una frecuencia dada  $w_0$ , los máximos que se manifiestan en forma de picos no sólo aparecen a la frecuencia  $w_0$ , sino también en otras frecuencias. Este problema es intrínseco al análisis de frecuencias, cuando el conjunto de datos tiene longitud finita y toman valores no nulos en los extremos de las series. La aparición de picos de *aliasis* en otras frecuencias tanto altas como bajas es muy sensible al muestreo de la señal. Una buena forma de controlarlo es con variaciones del intervalo de muestreo, o con irregularidades en el mismo. Por este motivo, las señales no equiespaciadas son las mejores candidatas para tratarse con esta técnica, ya que las irregularidades temporales entre medidas hace que el *aliasis* esté controlado. Además, para cualquier tipo de señal, se consigue disminuir el problema del *aliasis* si se calcula el espectro de la misma para frecuencias limitadas por la relación de Nyquist (3.2.2.6)

Ambos problemas, el estadístico y el *aliasis* se solucionan utilizando procedimientos que equivalen al suavizado en el dominio espectral de la señal. Un ejemplo de este procedimiento es multiplicar los datos por una función que va tendiendo a cero al final del intervalo de medidas, proceso denominado *windowing* o

*trapezing* de los datos. Otro camino, con tratamiento análogo, es con la función de autocorrelación. Estos procesos reducen el ruido, ya que, al promediar, suavizan el espectro y, al mismo tiempo, permiten controlar el *aliasis*.

### 3.5 Definición de parámetros auxiliares

Una vez desarrollada la expresión correcta para el cálculo del Periodograma de una serie, se precisa estimar la significabilidad de la señal detectada, como índice de la validez del resultado. Por ello, se desarrollan a la frecuencia del máximo del espectro los niveles de significación de la señal. Para calcular estos niveles, consideramos que la distribución estadística es  $e^{-x}$ , muy usual en cálculos de periodogramas. Así, para una frecuencia dada,  $w_0$ , la probabilidad de que el valor del periodograma normalizado sea del orden de 'z' o superior es:

$$\text{Prob}(P_n(w_0) \geq z) = e^{-z} \quad (3.5.1)$$

Definimos ahora una magnitud auxiliar, precisa para los cálculos de los niveles de significación, denominada número de frecuencias independientes ' $N_i$ '. El origen de este parámetro viene determinado por estar el rango de frecuencias del periodograma limitado por la relación de Nyquist (expresión 3.2.2.6). Esta expresión deriva del análisis de Fourier y nos muestra el rango de frecuencias que pueden considerarse como válidas en el cálculo del espectro. Este conjunto de frecuencias recoge todos los períodos que pueden encontrarse en cada una de las series.

Para estimar ' $N_i$ ', se combinan cada uno de los picos más altos de una serie de periodogramas problemas, con una función de probabilidad que se denomina función de falsa alarma. Esta función, una vez definida, permite calcular el número de frecuencias independientes y la significabilidad de los picos del espectro.

Para calcular la función de falsa alarma, se procede suponiendo que 'z' es el pico más alto en un periodograma con  $N_i$  frecuencias independientes. La probabilidad de que el periodograma, para cada frecuencia independiente, sea más pequeña que 'z', se calcula recurriendo a (3.5.1), definida como:

$$\text{Prob}(P_n(w) < z) = (1 - e^{-z})^{N_i} \quad (3.5.2)$$

La probabilidad de que algún pico sea mas alto que 'z' es:

$$\text{Prob}(P_n(w) > z) = 1 - (1 - e^{-z})^{N_i} \quad (3.5.3)$$

Por tanto, la probabilidad de que un pico de altura 'z' o mayor ocurra se denomina probabilidad de falsa alarma, definida como:

$$F = 1 - (1 - e^{-z})^{N_i} \quad (3.5.4)$$

La función de probabilidad de falsa alarma deriva de la función de probabilidad (3.5.1), que se ajustó a los diferentes picos de una serie de periodogramas modelos con  $N_i$  como parámetro variable. Los valores empíricos de  $N_i$  obtenidos se ajustaron a una parábola, obteniendo los valores de  $N_i$  como una función de  $N_0$  según la siguiente expresión:

$$N_i = -6.362 + 1.193N_0 + 0.00098N_0^2 \quad (3.5.5)$$

La probabilidad de falsa alarma es utilizada para determinar los niveles de significación de las señales detectadas, suponiendo que la señal es ruido puro. Con ello, todo pico del espectro se considerará significativo si supera los intervalos de confianza o niveles de significabilidad. Normalmente se establecen cuatro niveles de significabilidad comunes en toda la bibliografía (Scieremammano, 1979). Estos corresponden a cuatro probabilidades del 50%, 90%, 99% y 99.9%. De manera que, si un pico supera solamente el nivel del 50%, indicaría que existe una probabilidad de ese valor de que ese pico corresponda a esa señal.

Otro parámetro auxiliar es la incertidumbre en la frecuencia de los picos del periodograma. Kovacs, (1981) encontró una expresión para dicha incertidumbre en la frecuencia del máximo obtenido  $w_0$  como:

$$\delta w = \frac{3\pi\sigma_n}{2ATN_0^{1/2}} \quad (3.5.6)$$

En esta expresión, 'A' es la amplitud de la señal,  $\sigma_n$  es la varianza de los datos después de que la señal ha sido extraída y 'T' es el intervalo temporal total de la señal. En este desarrollo, Kovacs, (1981) supone que en los datos hay una señal simple con ruido de tipo gaussiano y datos equiespaciados. En el desarrollo para datos no equiespaciados, el grado de incertidumbre en la frecuencia no cambia de manera destacable, con lo que estas expresiones desarrolladas para datos equiespaciados son aplicables al caso no equiespaciado. Para aplicar esta expresión es necesario buscar una estimación de la varianza del ruido, que es facilitada por Ferraz-Mello, (1981).

$$\sigma_n^2 = \sigma^2 - \frac{I(w_0)}{N} \quad (3.5.7)$$

Para poder determinar este término son necesarios los coeficientes:

$$I(w) = C_1^2 + C_2^2 \quad (3.5.8)$$

$$C_1 = 2N_0^{1/2} \sum_{j=1}^{N_0} y_j \cos(w_0 t_j) \quad (3.5.9)$$

$$C_2 = 2N_0^{1/2} \sum_{j=1}^{N_0} y_j \text{sen}(w_0 t_j) \quad (3.5.10)$$

Una vez finalizado este proceso, ya se puede estimar la varianza del ruido que contamina la señal y, a partir de él, determinar la incertidumbre en la frecuencia de la señal detectada.

### **3.6 Ventajas e inconvenientes de la utilización del periodograma.**

Este método, diseñado para conjuntos no equiespaciados por medio del algoritmo desarrollado en los apartados anteriores, presenta una serie de ventajas e inconvenientes frente a otros métodos de cálculos de periodicidades. Los métodos alternativos forman la familia de los procedimientos de Fourier (Transformada de Fourier, FFT, Poder o Respuesta Espectral y Máxima Entropía). Antes de comparar entre ambos métodos, se debe recordar que, para el caso de conjuntos equiespaciados, el método del periodograma normalizado se conoce comúnmente como cálculo del poder espectral.

#### **Las ventajas de los métodos de Fourier:**

- Métodos muy rápidos a la hora de calcular los espectros, incluso con máquinas de bajo rendimiento como calculadoras.
- En un cálculo se obtienen todas las frecuencias del espectro, lo que ofrece una idea general del espectro de frecuencias de la serie a tratar.
- Hasta hace poco tiempo, el número de datos de la serie debía ser  $2^n$  con 'n' entero. Esto se traducía en una pérdida de datos que no se analizan. Sin embargo, los modernos algoritmos calculan las transformadas para series de cualquier longitud.
- Son métodos muy robustos y prácticamente sin limitaciones de cálculo, lo que los hace ser francamente versátiles, especialmente como pasos intermedios para la determinación de nuevas magnitudes matemáticas.

- Algoritmos ya implementados y mejorados continuamente, por lo que el rendimiento de las subrutinas es difícilmente mejorable.

#### **Los inconvenientes de los métodos de Fourier:**

- El principal inconveniente que presentan y que representa su mayor limitación es que sólo son aplicables a conjuntos o series equiespaciadas. Las series irregulares precisan ser completadas para analizarlas, con lo que eso representa para la correcta interpretación de los resultados.
- Problema del *aliasis*, que es la aparición de una serie de máximos secundarios de tamaño apreciable a ambos lados del máximo principal, lo que afecta al espectro de frecuencias de la señal. Se origina generalmente por la longitud finita de la serie o por no comenzar y finalizar estas en valores nulos. Su efecto se puede controlar utilizando *windonning* apropiados a cada tipo de datos, que no son más que técnicas para llevar los valores extremos de la serie a nulos, sin variar el carácter de la misma. Otra forma de controlar el *aliasis* es producir irregularidades en la serie, pero no es factible ya que, de crearlas, estos métodos no serían aplicables.
- Como su comportamiento estadístico no se conoce de forma general, implica que los niveles de significación no están definidos de la forma que lo están para el periodograma. Esto obliga a la determinación de intervalos de confianza por complejos métodos estadísticos.

#### **Ventajas del análisis del periodograma desarrollado:**

- La principal ventaja es que permite el cálculo del espectro para series no equiespaciadas, tanto temporales como espaciales.

- Por la naturaleza de las series a tratar, genera un espectro prácticamente libre de *aliasis* o con este controlado.
- Presenta una relación señal-ruido alta al aumentar el número de datos.
- Presenta un comportamiento estadístico bien definido, lo que permite la determinación de los niveles de significabilidad como indicador de la validez de la frecuencia del máximo detectado.

#### **Inconvenientes del método del periodograma desarrollado:**

- Sólo se puede valorar la frecuencia del pico máximo detectado, ya que los picos secundarios de los espectros pueden no ser significativos, pues los niveles de significación se estiman para la frecuencia del máximo. Por ello, si se desea buscar una segunda periodicidad en la misma serie, se debe extraer la frecuencia detectada y volver a aplicar el método a los residuos de la serie. Este proceso se debe repetir hasta que no existan más señales.
- Tiempo de computación relativamente elevado en ordenadores de cierta potencia, que se agrava por el hecho de sólo poder calcular una frecuencia por periodograma, como se indicó con anterioridad. Además, cuando se aplica esta técnica en oceanografía, se aplica a cientos de series temporales, por lo que la obtención de resultados globales lleva tiempos de semanas o incluso meses.
- Los algoritmos para el cálculo del periodograma son en general expresiones muy ruidosas. Esto conlleva que se generen espectros erróneos si no se controla la relación señal ruido.

### 3.7 Aplicación a simulaciones.

Con el fin de comprobar el funcionamiento de este método y hacer un análisis de sus prestaciones, se realiza un conjunto de pruebas con señales de diferente tipo, tanto regulares como irregulares. Además, analizaremos la influencia de la pérdida de datos en la significabilidad de la señal. También se comprobará el efecto del ruido en la frecuencia y en la significabilidad de las señales. Las señales propuestas son tanto teóricas como reales. Los periodogramas de todas estas pruebas se presentan con cuatro niveles de significación, correspondientes a las probabilidades del 50%, 90%, 99% y 99,9%.

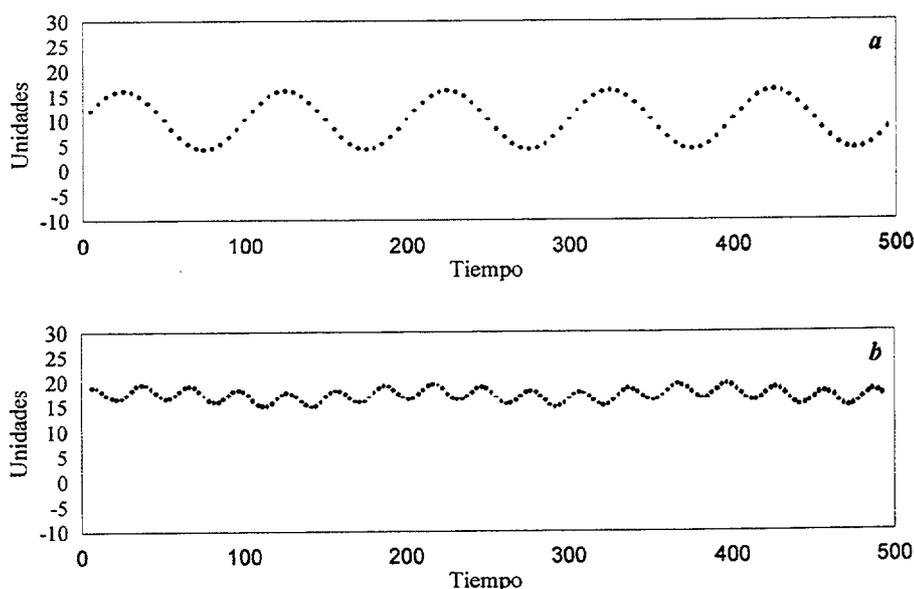
Las aplicaciones realizadas para analizar las prestaciones del método han sido múltiples y de diversa índole, como ya se ha comentado; a modo de resumen, se presentan las que consideramos más importantes, por entender que los datos de este trabajo presentan características similares a las pruebas realizadas. Se analizan los siguientes casos:

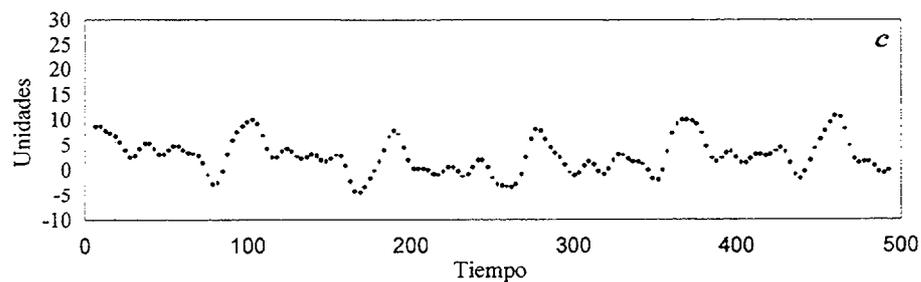
- 3.7.1 Detección de periodicidades en series simuladas equiespaciadas construidas como combinaciones de diversos armónicos.
- 3.7.2 Efecto del ruido.
- 3.7.3 Efecto de la pérdida de datos.
- 3.7.4 Efecto conjunto del ruido y de la pérdida de datos.
- 3.7.5 Efecto de la tendencia en las series.
- 3.7.6 Efecto de la pérdida de intervalos temporales de datos.
- 3.7.7 Principales conclusiones.

### 3.7.1 Detección de periodicidades en series simuladas con múltiples señales.

Este primer apartado se dedica al estudio de la respuesta del método ante series simuladas, equiespaciadas temporalmente de diversas periodicidades. Aplicaremos el periodograma normalizado a tres series temporales simuladas, de una frecuencia (figura 3.1.a) y de múltiples frecuencias (figuras 3.1.b y 3.1.c).

La primera serie se ha generado con una amplitud de 6 unidades, media 10 unidades y período temporal 100 intervalos. La segunda se ha generado aplicando el principio de superposición de ondas armónicas, para ello, se solapan dos armónicos de amplitudes 1.5 y 0.5 unidades y períodos de 30 y 170 intervalos temporales. La tercera serie se genera con el mismo principio pero solapando 7 señales de amplitudes: 1, 3, 1.8, 2.5, 0.5, 0.3, y 2 unidades. Las frecuencias de los armónicos asociadas a las amplitudes anteriores son: 17, 45, 30, 88, 110, 200 y 300 intervalos temporales respectivamente. Los valores medios de esta segunda y tercera simulaciones se han elegido de 17 y 2 unidades para comprobar la independencia del método con respecto a este dato.



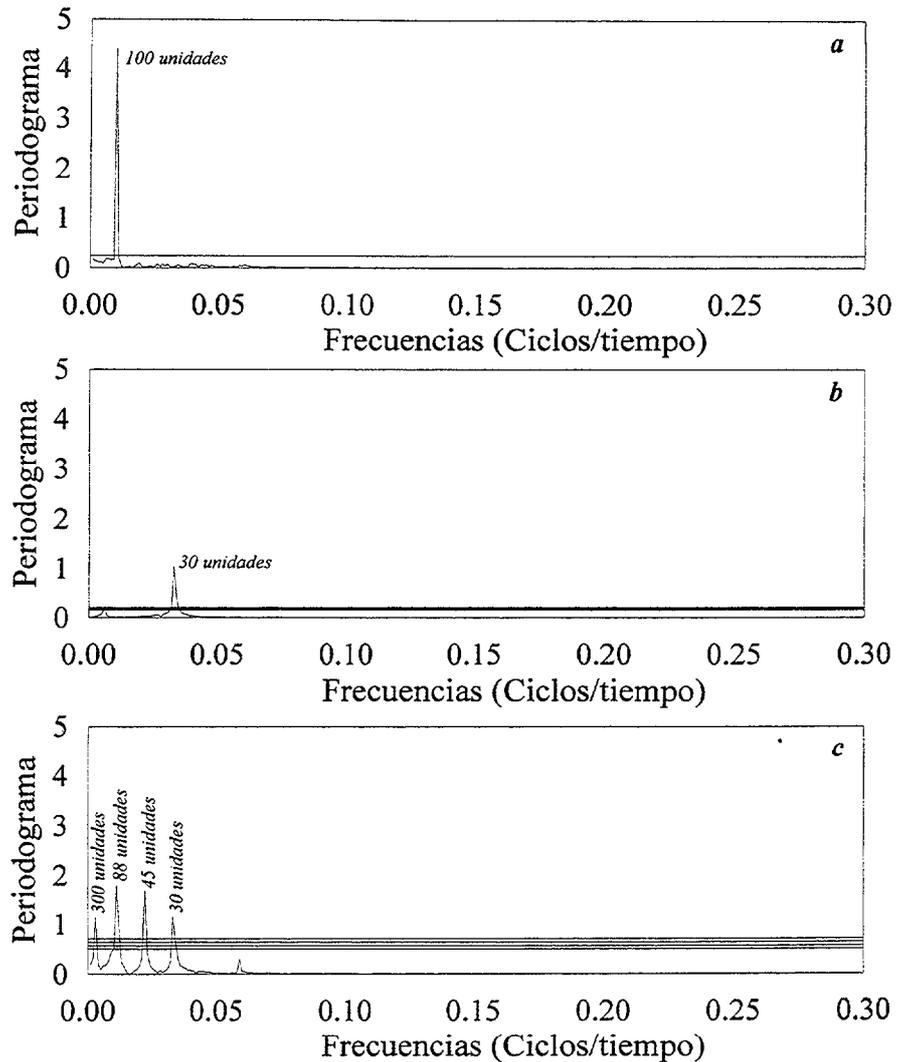


Figuras 3.1.a, b y c – Series simuladas equiespaciadas superposición de 1, 2 y 7 armónicos

En las series de las figuras se representan hasta los 500 valores iniciales para su correcta visualización, aunque las longitudes de las series nunca son inferiores a 1000 datos.

Los periodogramas de estas tres primeras series se presentan en las figuras 3.2.a, 3.2.b y 3.2.c. Los niveles de significación representados corresponden a las cuatro probabilidades ya clásicas del 50, 90, 99 y 99.9% de existencia de señal, comunes en toda la literatura. La frecuencia valorable es la asociada al máximo del espectro que supere los niveles de significación. Toda señal cuyo espectro no presente algún pico que sobrepase los niveles se considera ruido. La definición del periodograma y de los intervalos de confianza hace que sólo sea valorable como señal la frecuencia asociada al pico máximo con significación. Para una mejor visualización se representa la zona del espectro con frecuencias significativas.

Los espectros de frecuencias determinados por el método del periodograma de las tres simulaciones detectan señales significativas dominantes de 100, 30 y 88 intervalos temporales respectivamente, resultados que coinciden con los utilizados en la construcción de las series y que se pueden obtener de forma sencilla vía FFT con idénticos resultados. En el caso de la figura 3.2.a se representa sólo el nivel de significación del 99.9% para una mejor visualización, ya que la potencia de la señal es tan grande que los niveles de significación aparecen prácticamente superpuestos. En la figura 3.2.b se representan los cuatro niveles, aunque debido a que las tres gráficas presentan el mismo escalado, hace que en este caso, aparezcan superpuestos.

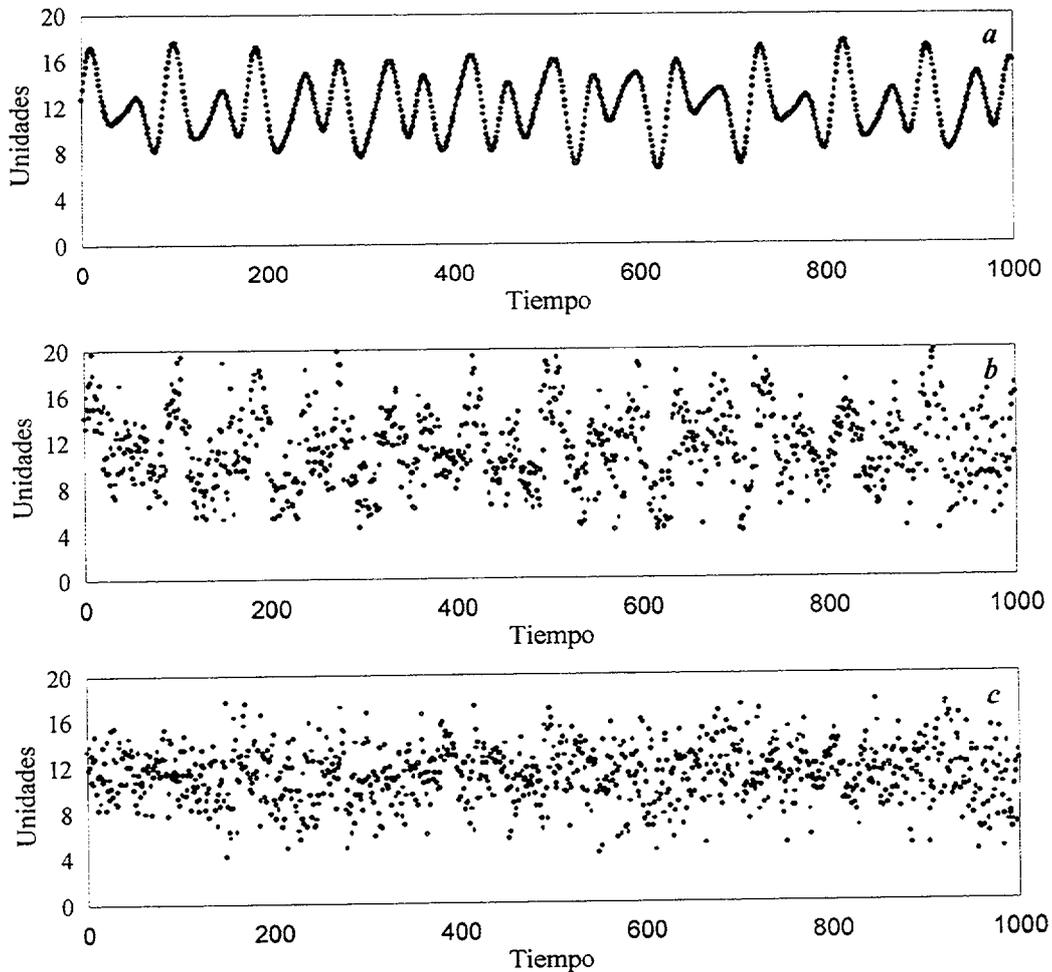


Figuras 3.2.a, b y c – Periodogramas de las simulaciones 3.1.a, b y c.

### 3.7.2 Efecto del ruido.

La segunda aplicación se realiza para determinar el efecto del ruido en los periodogramas de las series. Para ello se generan dos series con las mismas características, combinación de tres armónicos de amplitudes 3, 1 y 1.8 unidades, de períodos 45, 30 y 80 unidades temporales. El valor medio para las dos series es de 12 unidades, pero una de ellas se contamina con ruido. El ruido se obtiene a partir de un generador de números aleatorios centrado en doce y valores normalizados por medio

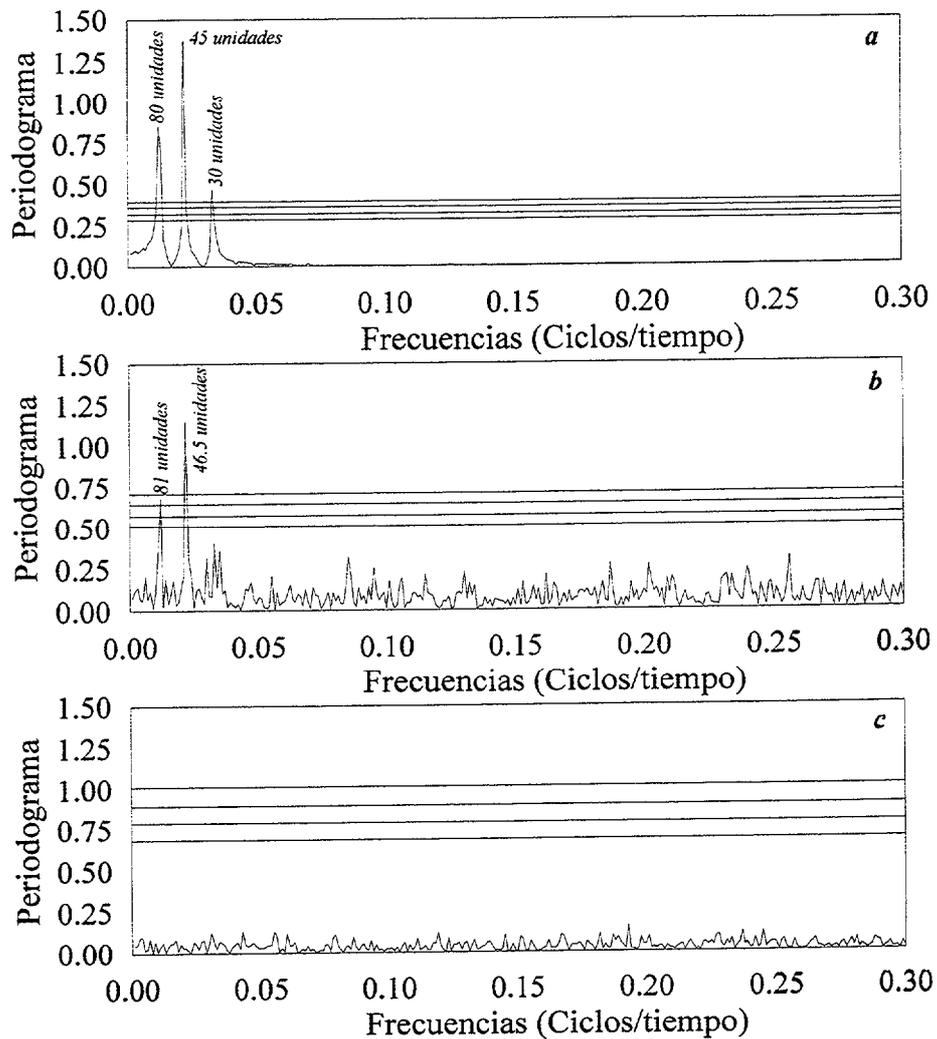
del rango de variación de la señal. La figura 3.3.a representa la serie original, la figura 3.3.b corresponde a la serie contaminada con ruido y la figura 3.3.c a la serie de ruido.



Figuras 3.3.a, b y c – Serie simulada sin ruido, serie contaminada y serie del ruido contaminante.

Los periodogramas correspondientes a estas tres series se muestran en las figuras 3.4.a, 3.4.b y 3.4.c. En el primero, que corresponde a la serie pura, se detecta la señal dominante de 45 unidades temporales con gran significación. Los picos correspondientes a las dos frecuencias restantes aparecen con intensidad aunque no son valorables puesto que los niveles de significación calculados sólo son válidos para el máximo dominante. El segundo corresponde a la serie contaminada con ruido. En él, la señal detectada que domina el espectro es la de 45 unidades temporales, aunque se aprecian diferencias importantes: 1) Se produce una ligera incertidumbre en la

frecuencia que se desplaza hasta las 46.5 unidades. 2) La altura de los máximos disminuye, afectando principalmente a los máximos débiles de poca significación. 3) Los niveles de significación se magnifican, lo que incide en la pérdida de significabilidad de las señales más débiles. La figura 3.4.c corresponde al periodograma de la serie de ruido sin señales detectables. El efecto sobre los niveles de significación se agrava.



**Figuras 3.4.a, b y c** – Periodogramas de la serie sin ruido, con ruido y espectro del ruido.

Estos efectos detectados son muy importantes a la hora de aplicar este método, ya que pueden condicionar los resultados en aquellas series en las que los ruidos contaminan seriamente las series temporales.

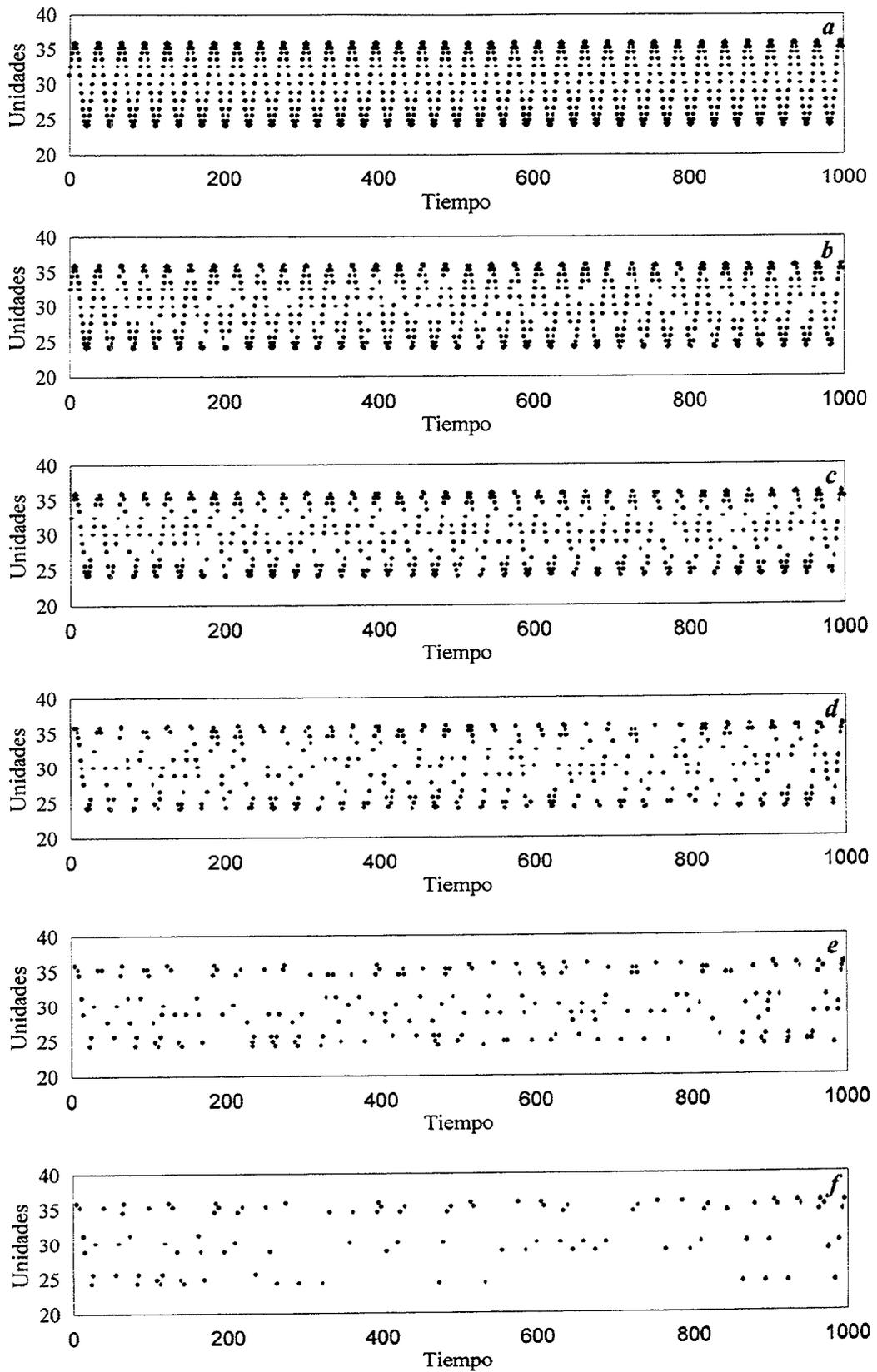
### 3.7.3 Efecto de la pérdida de datos.

Para determinar el efecto de la pérdida de datos en el periodograma de una serie temporal se generan varias series de características diferentes, que sometemos a diversos grados de pérdidas de datos. Como ejemplo se muestra una serie simulada de media 50 unidades, período 60 unidades y amplitud 10 unidades. La longitud original de la serie es de 1000 datos y de ella se obtienen cinco series derivadas, que se han obtenido al eliminar de la serie original 200, 400, 600, 800 y 900 datos de forma aleatoria. Para eliminar los datos se ha recurrido a un generador de números aleatorios de rango 0 – 1000. Estas seis series se muestran en las figuras 3.5.a, 3.5.b, 3.5.c, 3.5.d, 3.5.e y 3.5.f.

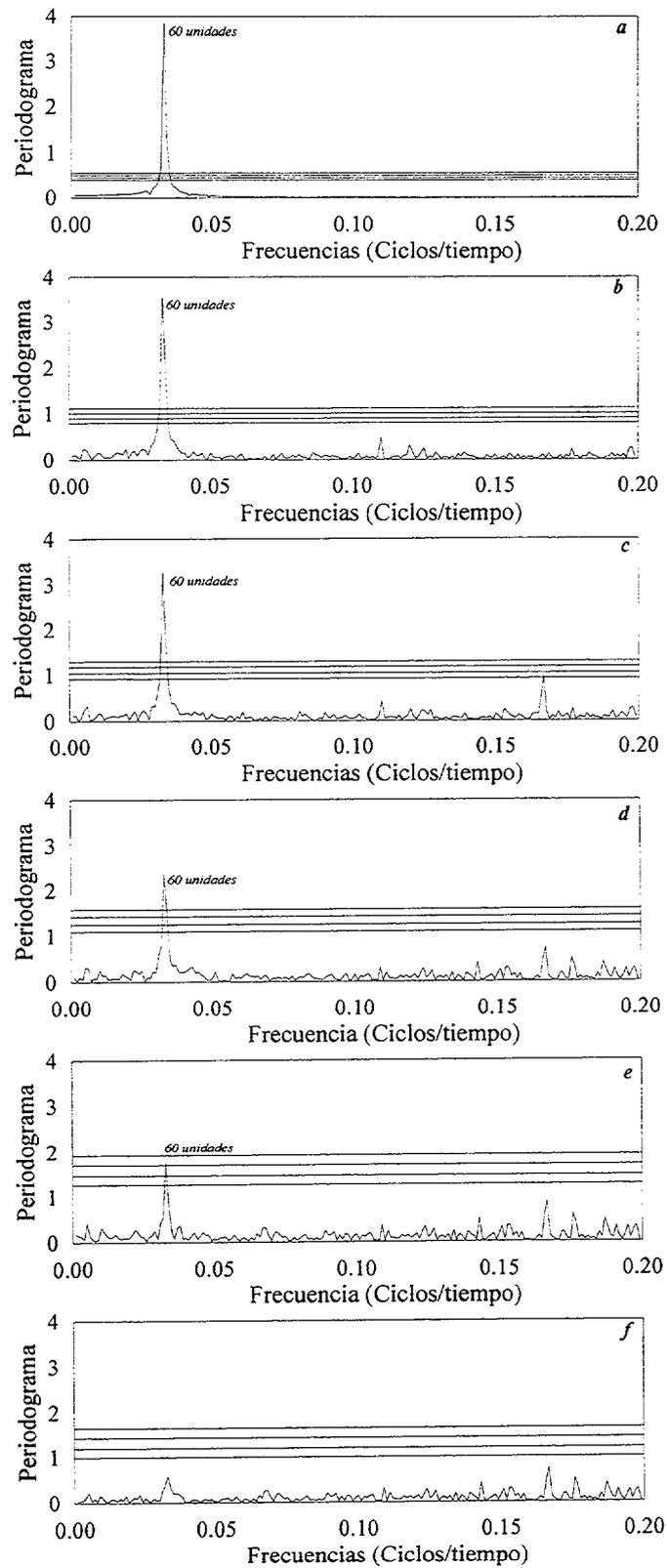
Los periodogramas correspondientes a cada una de estas series se muestran en las figuras 3.6.a, 3.6.b, 3.6.c, 3.6.d, 3.6.e y 3.6.f. Los niveles de significación representados son los tradicionales asociados a las probabilidades de presencia de señal del 99.9%, 99%, 90% y 50%. En alguna figura se superponen por efecto visual puesto que el tamaño de las imágenes hace que no exista en apariencia espacio entre ellos (figura 3.6.a)

Si se analizan detenidamente los seis periodogramas resultantes, se observa que el principal efecto de la pérdida de datos en los espectros se manifiesta en una pérdida de significabilidad de la señal, al aumentar el número de nulos y un incremento en la altura de los niveles de significación, que afecta al espectro con una pérdida de significabilidad de la señal detectada.

Sin embargo, sorprende el hecho de que con una pérdida de datos tan significativa como es el caso de la figura 3.5.e, situada en un 80% de nulos, detecta la señal con significación del 90%. El valor límite de pérdida de datos para las diversas pruebas realizadas se sitúa en el 88% del total, es decir, que con un 12% de los datos detecta la señal si es pura sin ruido.



Figuras 3.5.a, b, c, d, e y f – Series simuladas de 1000, 800, 600, 400, 200 y 100 valores.

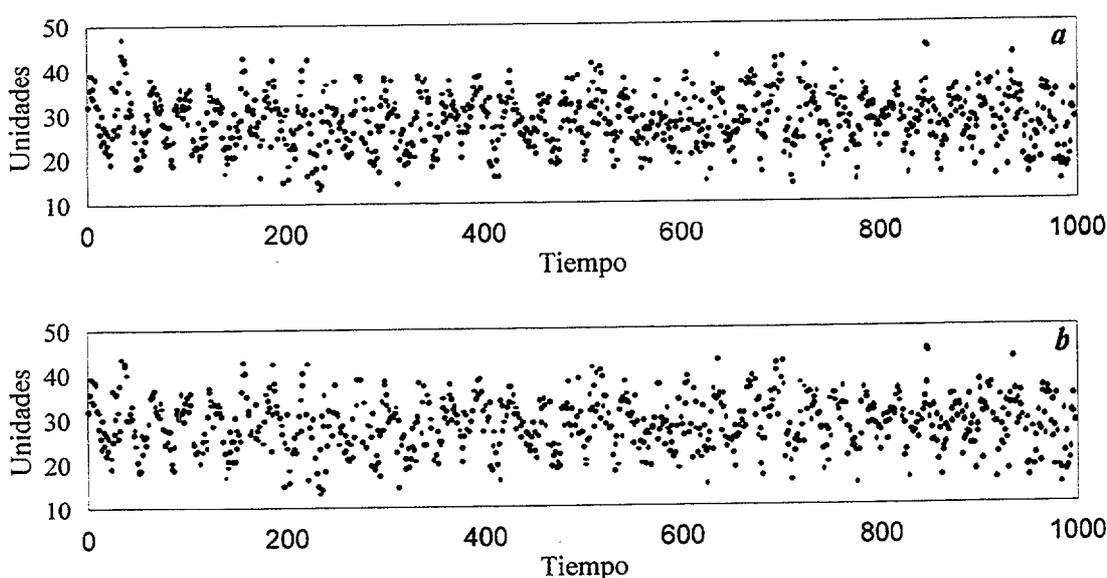


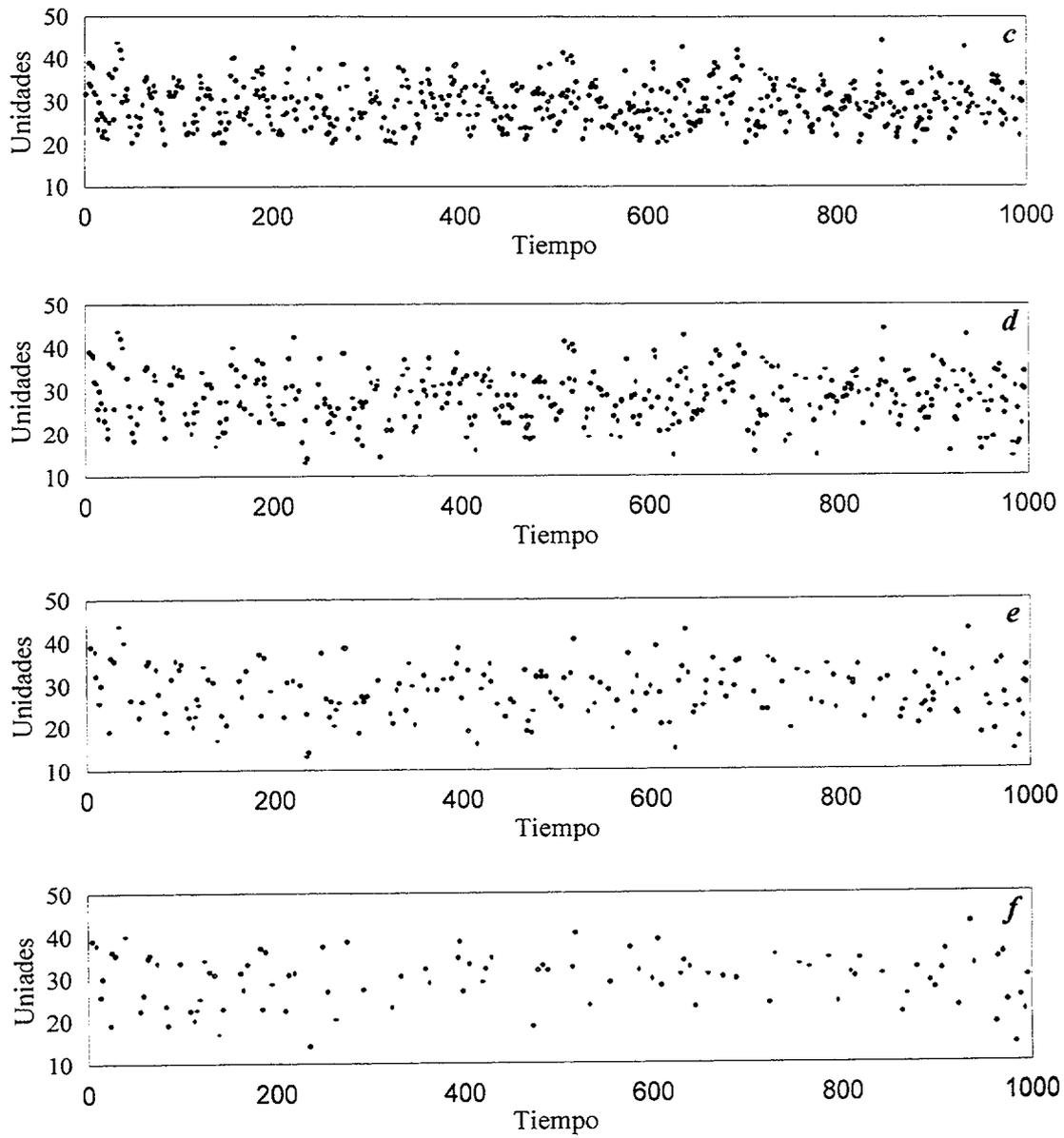
Figuras 3.6.a, b, c, d, e y f – Periodogramas de las simulaciones con pérdida de datos.

### 3.7.4 Efecto conjunto del ruido y de la pérdida de datos.

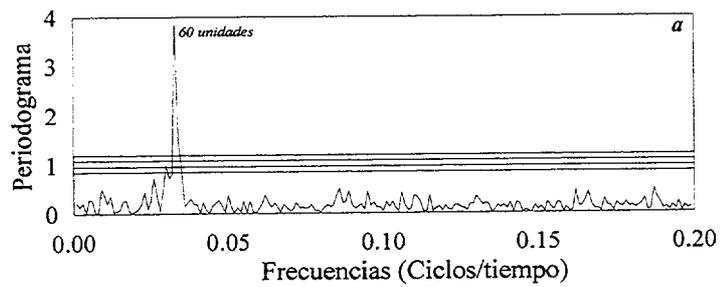
Repetimos el proceso para el análisis del efecto sobre los periodogramas de pérdida de datos y ruido, ya que esta es la situación más parecida a las series reales. Para ello, se crean diversas series y eliminamos en ellas diferente número de datos. Como ejemplo, se muestran las series simuladas del apartado anterior contaminadas con ruido aleatorio, así se puede realizar una comparativa de resultados. Las series resultantes se muestran en las figuras 3.7.a, 3.7.b, 3.7.c, 3.7.d, 3.7.e y 3.7.f, los periodogramas asociados se muestran en las figuras 3.8.a, 3.8.b, 3.8.c, 3.8.d, 3.8.e y 3.8.f.

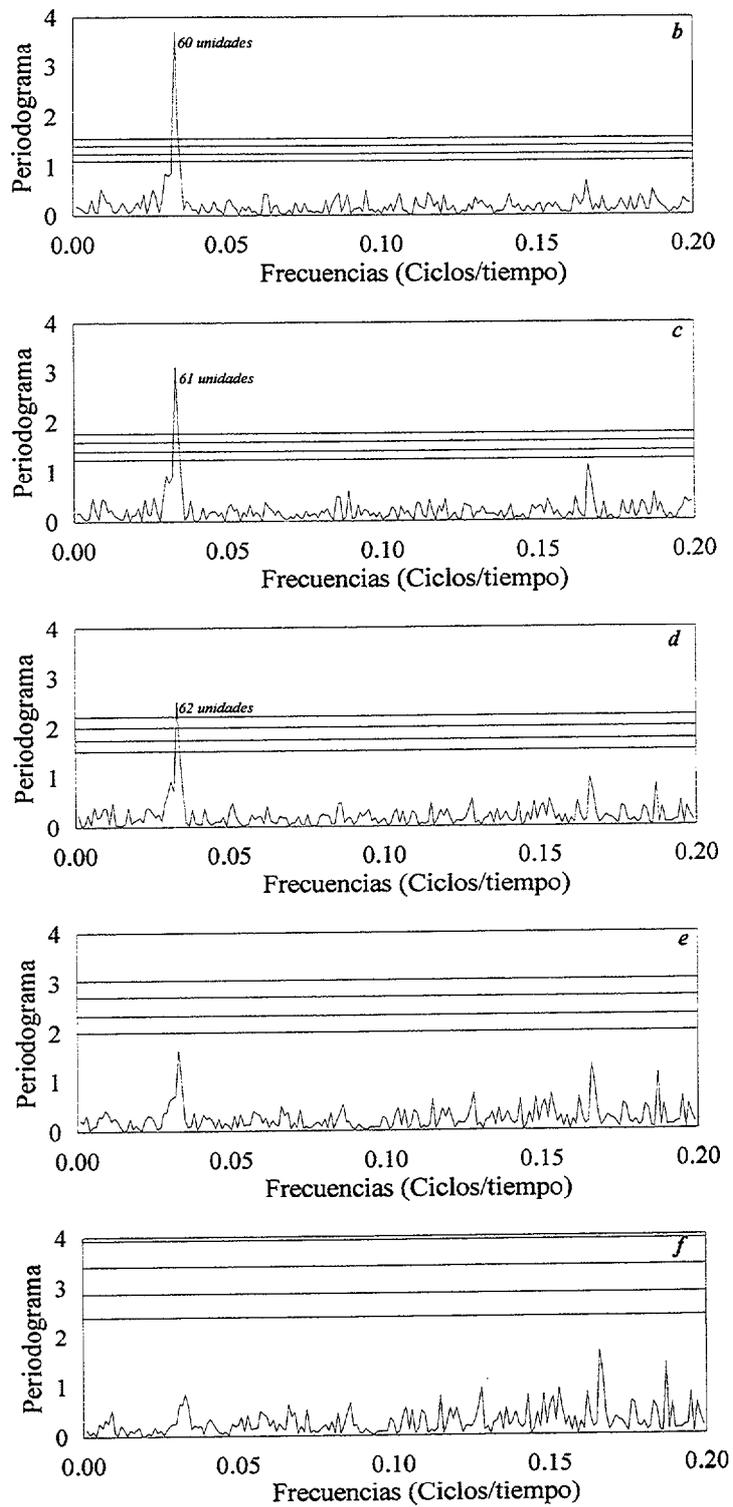
En esta prueba se observa que se mezclan los efectos de la pérdida de datos y la contaminación por ruido, que se manifiesta principalmente en la altura de los niveles de significación que aumenta significativamente en comparación con el caso sin ruido. Esto conlleva una disminución en la significabilidad de las señales detectadas, que se observa en la serie 3.7.e con 200 datos no nulos, que en el caso sin ruido era significativa y al contaminarla deja de serlo. El límite de pérdida de datos contaminados que permite detectar señal con significación se encuentra en un 28% de promedio en el conjunto de pruebas realizadas.





Figuras 3.7.a, b, c, d, e y f—Series simuladas irregulares con ruido.





Figuras 3.8.a, b, c, d, e y f – Periodogramas de las simulaciones irregulares con ruido.

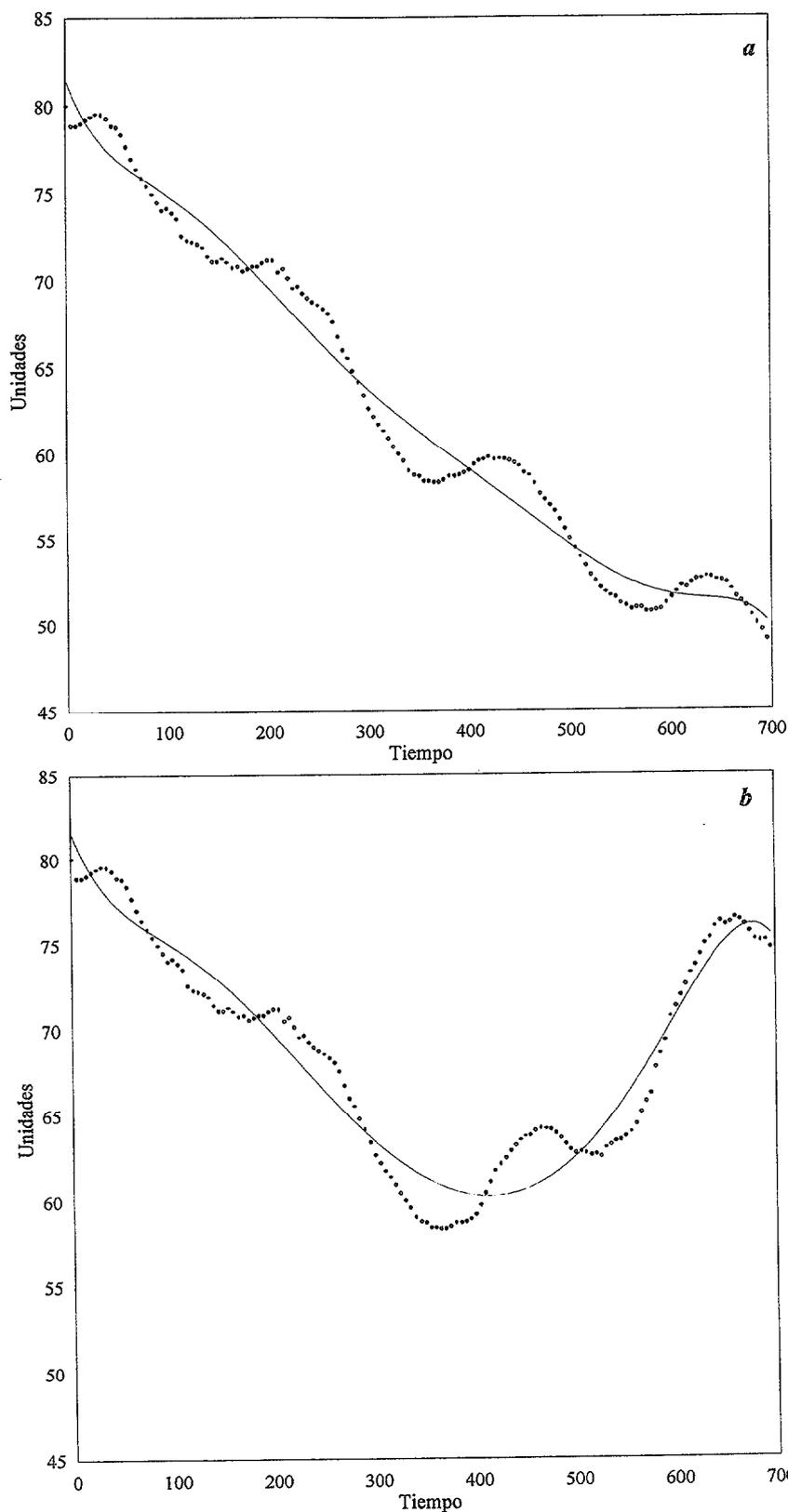
### 3.7.5 Efecto de la tendencia en las series.

Esta aplicación se desarrolla para determinar el efecto de las tendencias en los periodogramas de las series. Este fenómeno afecta en mayor o menor medida a todo tipo de series temporales, por lo que se considera preciso comprobar el método frente a este fenómeno.

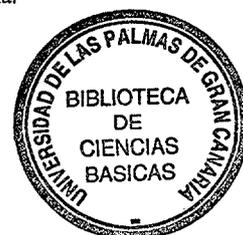
El origen de las tendencias que afectan a las series temporales puede deberse a diferentes causas, siendo las más habituales:

- La presencia de señales de periodo superior a la longitud temporal de la serie, lo que conlleva el no poder detectarlas por el análisis de frecuencias clásico. Se precisaría aumentar el número de registros de la serie para comprobar si realmente es una nueva señal.
- Presencia de autocorrelaciones en los valores de las series que origina que los datos no sean independientes. Por lo tanto, cuanto más larga sea la serie más se agrava el problema. Se precisaría corregir de este fenómeno para eliminarlas.
- Otro posible origen es la descalibración del sensor de toma de datos, lo que origina que todas las series tomadas con ese sensor presentaran el mismo efecto.

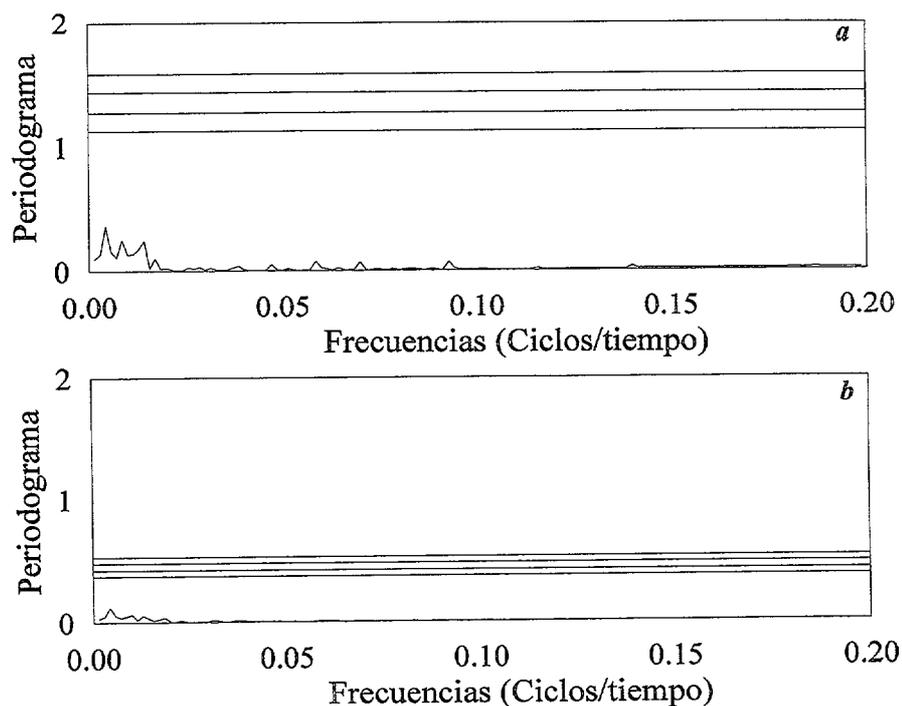
Independientemente de la causa que las origina, es preciso conocer como afectan a los periodogramas, especialmente en el caso de que sean acusadas. Para ello, se crean dos series simuladas basadas en una misma señal de amplitud 2.5 unidades, media 0 y período 200 unidades. La primera serie se construye con la señal anterior contaminada con ruido y una tendencia decreciente (figura 3.9.a). La segunda con la misma señal, pero con una tendencia que decrece en la primera mitad de la serie y crece en la segunda mitad (figura 3.9.b).



Figuras 3.9.a y b – Series simuladas combinaciones de señal armónica más tendencia.



Los periodogramas correspondientes a las dos series se muestran en las figuras 3.10.a y 3.10.b, en ellos se pone de manifiesto la pérdida total de significabilidad, puesto que en ellos no se detecta la señal armónica. Si se extrae la tendencia el resultado es detección con total significabilidad.



Figuras 3.10.a y b – Periodogramas de las series simuladas con tendencias.

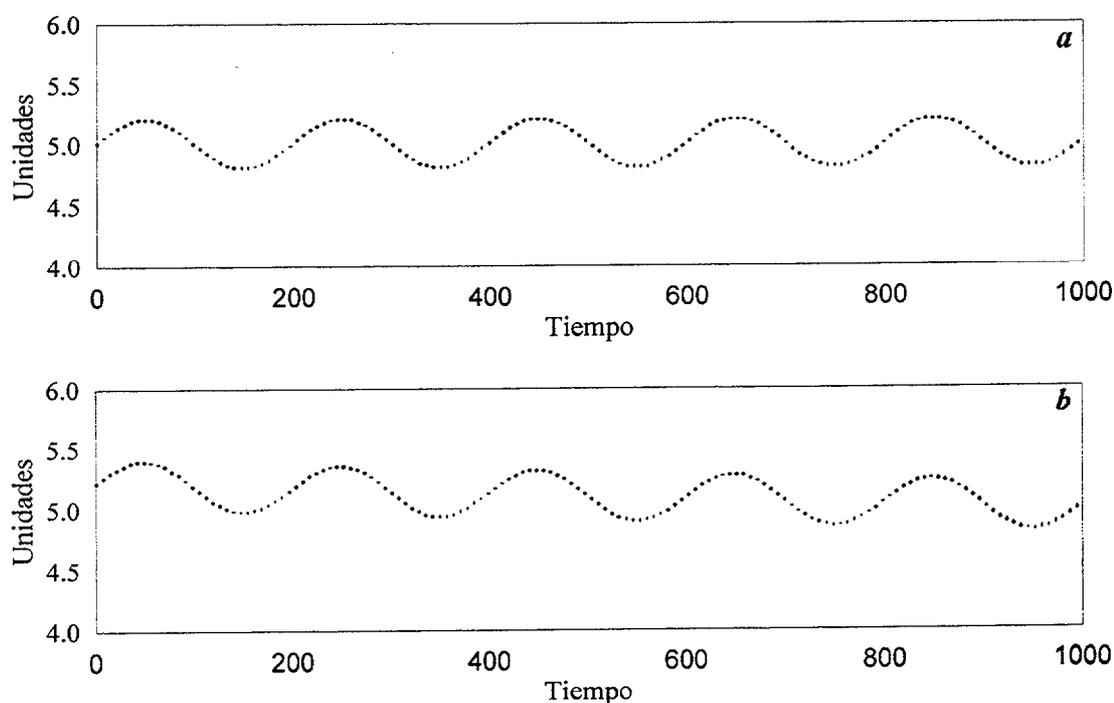
El capítulo de pruebas de series con tendencias ha sido bastante amplio, entre el conjunto de pruebas adicionales destacamos las simulaciones con tendencias de:

- a) Series que contienen diversas frecuencias.
- b) Series de una frecuencia contaminada con ruidos
- c) Series de una frecuencia no equiespaciada.
- d) Series combinaciones de los tres tipos anteriores.

En todos los casos, los resultados han sido similares a los del ejemplo ilustrado en este capítulo, es decir, periodogramas sin señales significativas. Si a las

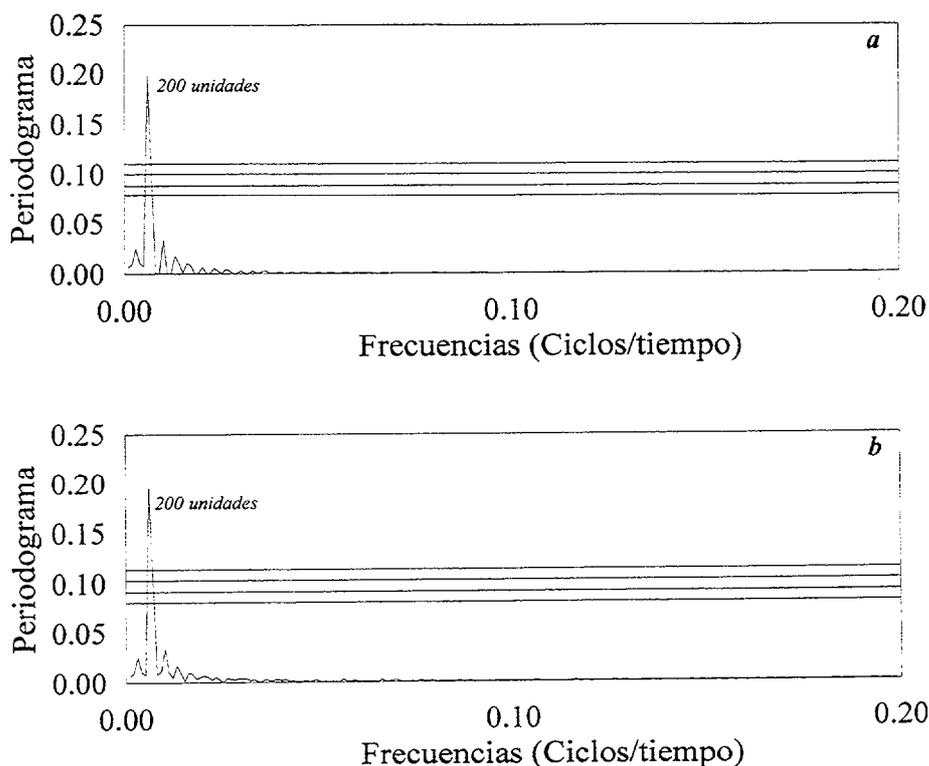
series anteriores se le extrae la tendencia por medio de un polinomio de grado elevado (normalmente de 6 a 10) el resultado es la plena detección de las señales correspondientes.

Sin embargo, si las tendencias son muy suaves, el método funciona a la perfección con el efecto de una ligera pérdida de significabilidad. Para demostrarlo, se muestra el ejemplo de una serie simulada de periodo 200 unidades, media 5 y amplitud 0.2 (figura 3.11.a) y la misma serie con una tendencia suave (figura 3.11.b).



**Figuras 3.11.a y b** – Serie simulada sin tendencia y con tendencia suave.

Los periodogramas correspondientes a estas dos series se muestran en las figuras 3.12.a y 3.12.b. Comparando ambas figuras, se detectan como principales diferencias una pérdida de significación del 4%, unido a una ligera variación en las alturas de los niveles de significación. Con ello queda demostrado que las tendencias suaves no tienen efectos significativos en los periodogramas.



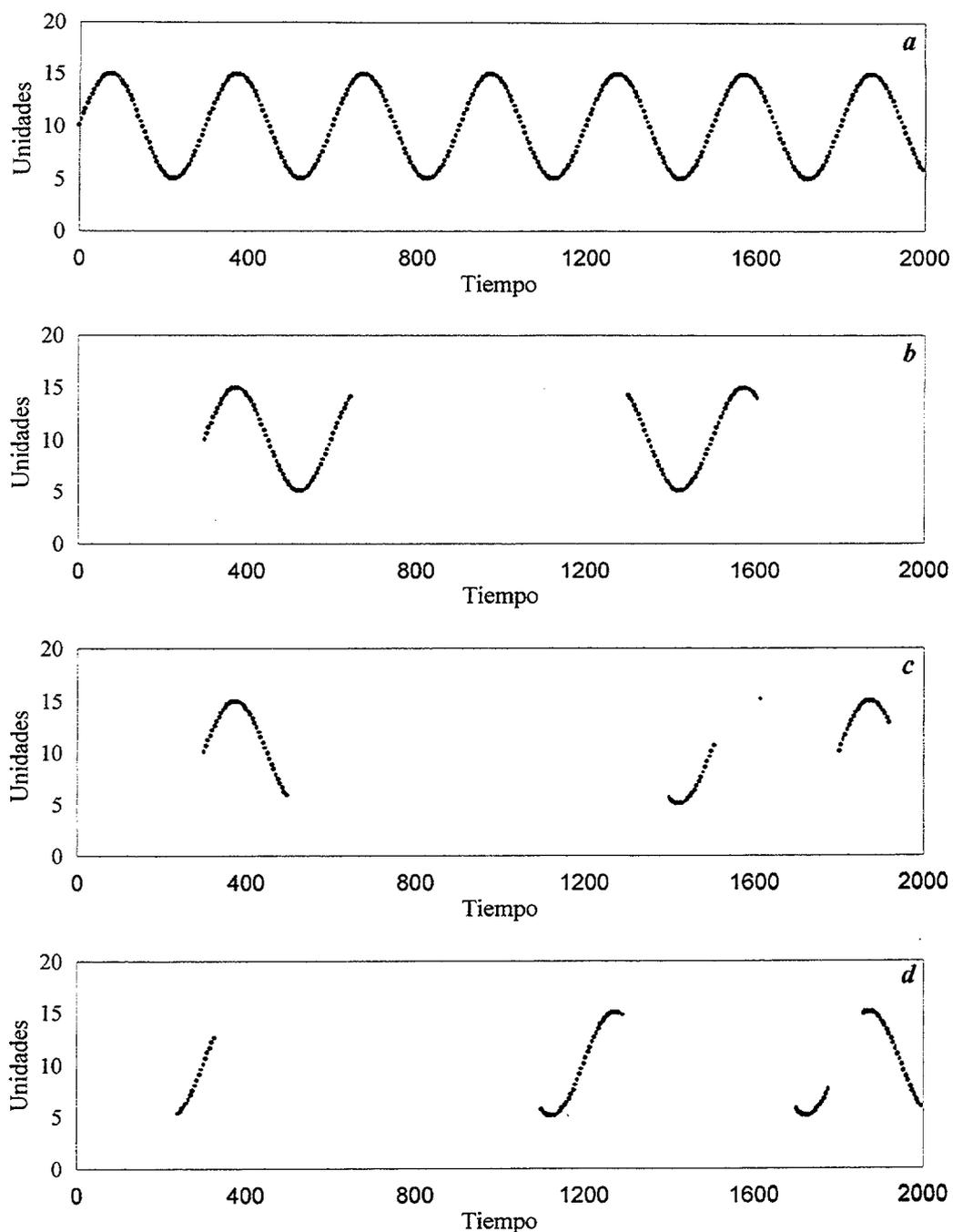
Figuras 3.12.a y b – Periodogramas de la serie simulada sin y con tendencia suave.

### 3.7.6 Efecto de la pérdida de intervalos temporales de datos.

En este apartado se analiza el efecto de los intervalos temporales sin datos en los periodogramas de las series. Este efecto es importante tenerlo controlado para el caso de señales recolectadas a bloques, con grandes intervalos temporales sin datos.

Para controlar el efecto que producen en el periodograma de las series se presenta el ejemplo de la figura 3.13.a que muestra una serie con señal de amplitud 5 unidades, media 10 unidades y periodo de 300 unidades.

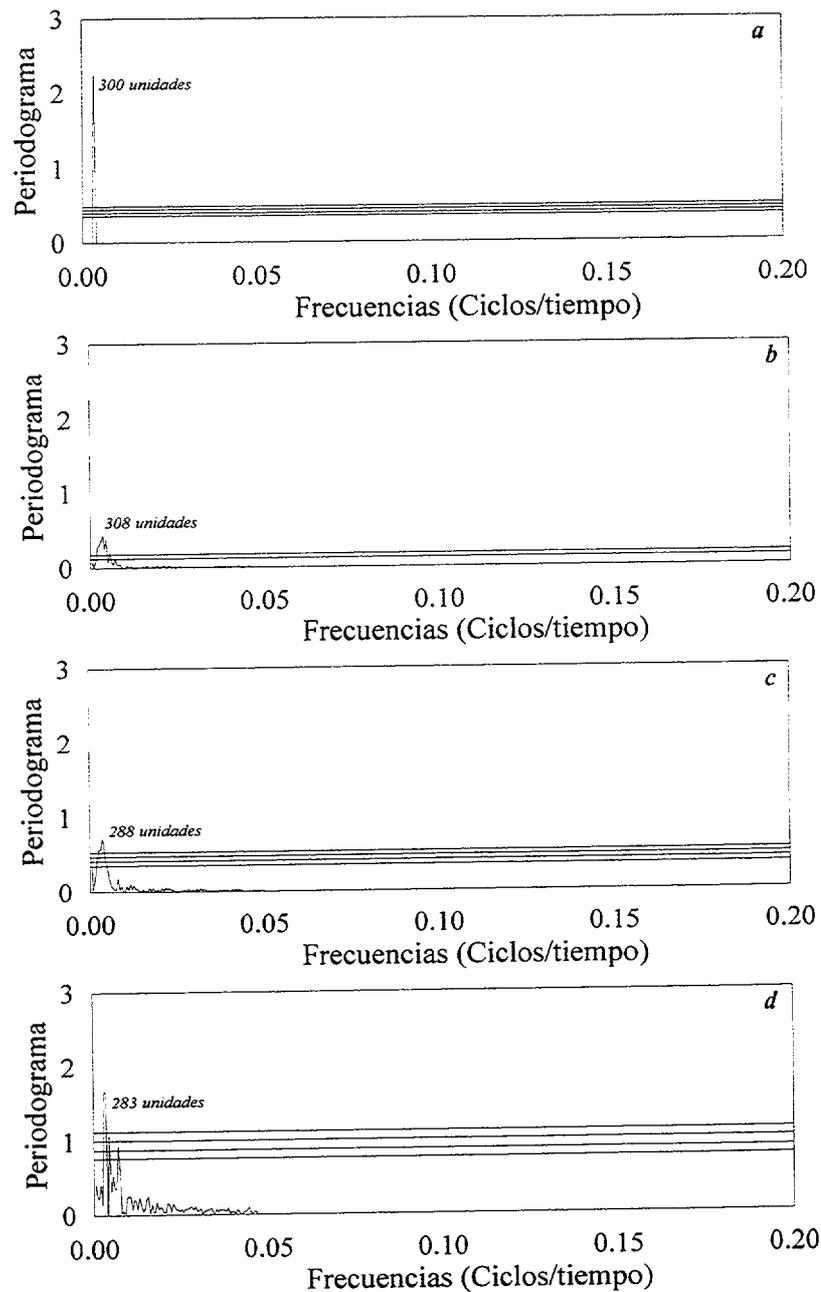
A esta serie se le han eliminado datos en bloque aleatoriamente, de forma que los resultados son tres series a trozos discontinuas que se muestran en las figuras 3.13.b, 3.13.c y 3.13.d.



Figuras 3.13.a, b, c y d – Serie original y series a bloques derivadas de ella.

Los periodogramas de estas series se muestran en las figuras 3.14.a, 3.14.b, 3.14.c y 3.14.d. Las frecuencias sufren incertidumbres en torno a 15 días respecto a la dominante en la serie original. Las mayores diferencias están en la significabilidad, la incertidumbre en la frecuencia detectada y la aparición de alas en el pico del máximo.

Sin embargo, se considera este resultado importante ya que con trazas de la serie original la detecta con significabilidad. Con series de este tipo hay que interpretar los resultados cuidadosamente, puesto que si los intervalos sin datos son muy grandes y centrados en las mismas zonas de las series, los resultados pueden ser erróneos.



Figuras 3.14.a,b,c y d – Periodogramas de la serie simulada y su derivada a bloques.

Se realizaron pruebas similares mezclando este efecto con la mezcla de señales, presencia de ruidos y tendencias ligeras. Los resultados fueron similares al ilustrado aunque al mezclar efectos, la tolerancia a la pérdida de bloques de señal es menor.

### **3.7.7 Principales conclusiones.**

Las principales conclusiones tras el conjunto de pruebas son:

- 1) Por cada cálculo del periodograma, sólo se puede valorar la señal dominante que sobrepase los límites de significabilidad.
- 2) Para valorar señales secundarias, que también sobrepasen los límites de confianza, es necesario realizar la extracción de la señal dominante y aplicar el método a la serie de residuos. Esto se debe a que los niveles de significabilidad se calculan para la señal dominante y por lo tanto, no se pueden valorar con ellos otras señales.
- 3) El ruido que contamina las series afecta a la significabilidad de los máximos ya que los hace disminuir en función de la potencia del ruido y aumenta la altura de los niveles de significación. También genera ligeras incertidumbres en la frecuencia del máximo detectado.
- 4) La pérdida aleatoria de datos produce una disminución en la significabilidad de la señal y en consecuencia un aumento en la altura de los niveles de significación.
- 5) Las tendencias presentes en las series, sólo afectan a los periodogramas si son importantes con la pérdida total de significabilidad. En los casos de que sean ligeras sus efectos son una leve pérdida de significabilidad.

- 6) Las señales con grandes intervalos temporales sin datos son analizables con los resultados de pérdida de significabilidad de los resultados en función del tamaño y número de intervalos, y las incertidumbres que presentan las señales detectadas.
  
- 7) El efecto de las autocorrelaciones de los datos de las series en los periodogramas se manifiesta en incertidumbres en las frecuencias de las señales detectadas. Influye directamente en los tests estadísticos utilizados para determinar la validez de los ajustes realizados.

# Capítulo 4

## Períodos dominantes de las magnitudes físicas.

### 4.1 Introducción

Las series temporales de temperatura superficial del mar de este trabajo se han obtenido a partir de imágenes tomadas con los radiómetros de alta resolución instalados en los satélites de la serie NOAA. La serie de imágenes disponible se extiende desde el 10 de julio de 1981 hasta el 1 de enero de 1992. Se encuentran extendidas en un intervalo temporal de 10,5 años con un total de 3770 imágenes diarias.

En la construcción de las series temporales se han promediando las imágenes cada cinco días, de forma que a cada píxel de la composición se le asigna el valor máximo para ese píxel en todas las imágenes disponibles en esos días. De esta forma, se han elaborado un total de 754 imágenes a partir de las cuales elaboraremos las series temporales de temperaturas con una resolución espacial de 4x4 km.

Este promedio de las imágenes de temperatura superficial se realiza por tres motivos que ya se han comentado en el capítulo dos, pero que recordamos:

El primero es disminuir las posibles perturbaciones de las nubes que cubren el cielo del Atlántico gran número de días al año, lo que ocasiona que gran parte de las

imágenes diarias estén incompletas. Como consecuencia de este promedio, se pierde resolución temporal, pero aporta la ventaja de que, al promediar a cinco días las escenas, se realiza un filtrado que elimina irregularidades que sólo aportarían ruido a la magnitud detectada.

El segundo motivo es que las imágenes diarias están incompletas debido a dos factores, la posición del satélite y la esfericidad de la Tierra. Esto motiva que a la mayor parte de las escenas de satélite les falten secciones para los que no se dispone de valor para la magnitud medida.

El tercer motivo que genera distorsiones en nuestras series temporales es la dispersión por partículas suspendidas en la atmósfera. Este fenómeno que es típico de esta zona en condiciones de viento del este y sureste, transporta estos aerosoles desde el desierto del Sahara próximo. Sin embargo, estas condiciones de viento se dan unas pocas semanas al año, ya que esta zona está sometida rigurosamente al régimen de vientos alisios que determinan en buena medida la climatología de la zona.

## 4.2 Características generales de las series temporales

Las series temporales de temperatura se han extraído de estas 754 escenas elaboradas como composiciones cada cinco días. Para barrer de forma homogénea toda la región, se creó una malla de  $1^\circ \times 1^\circ$  en longitud y latitud, de manera que las series se han construido tomando todos los valores de las temperaturas de las escenas promediadas en las coordenadas de los nodos de la malla. La distribución de series grado a grado forma una ventana bidimensional, utilizada de forma habitual en el análisis de la superficie terrestre y oceánica.

La zona del Atlántico Norte sobre la que se creó la malla de puntos tabulares comprende la región extendida entre los  $10^\circ$  a  $36^\circ$  de latitud norte y los  $7^\circ$  a  $29^\circ$  de

longitud oeste. De esta forma, se han creado un total de 430 series temporales. La figura 4.1 muestra la región oceanográfica estudiada, con los puntos para los que hemos extraído las series temporales. Para ilustrar este estudio se han seleccionado ocho localizaciones señaladas en la figura 4.1, que consideramos características, como señalamos a continuación, de la oceanografía de la región a las que haremos referencia a lo largo de este capítulo.

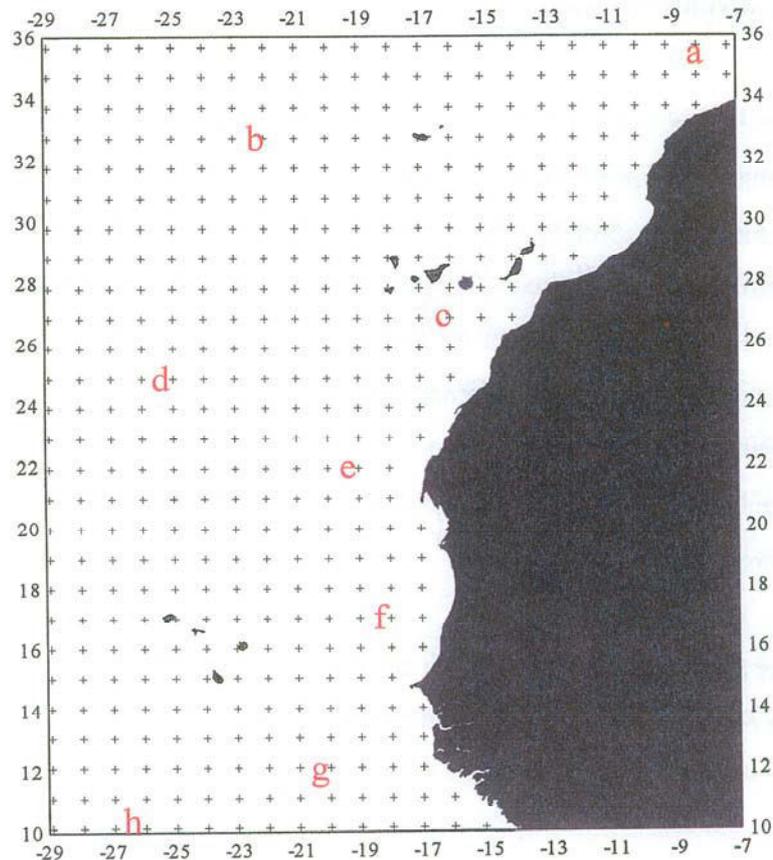


Figura 4.1 – Localización geográfica de las series temporales.

La figura 4.2 muestra las series temporales típicas de la región, correspondientes a ocho localizaciones que se consideran características. Una inspección visual muestra el carácter estacional de estas, en función de la longitud y sobre todo la latitud.

Las figuras 4.2.a y 4.2.b corresponden a series de la zona norte de la región de estudio, la primera corresponde al océano abierto y la segunda a las aguas

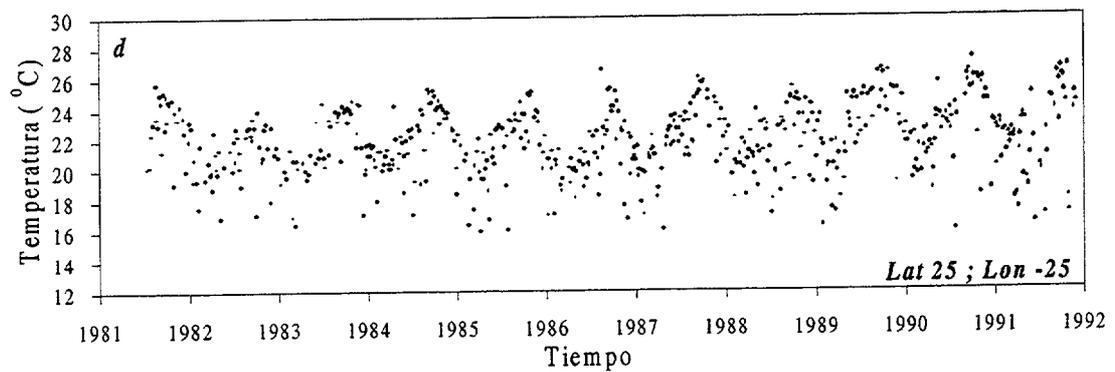
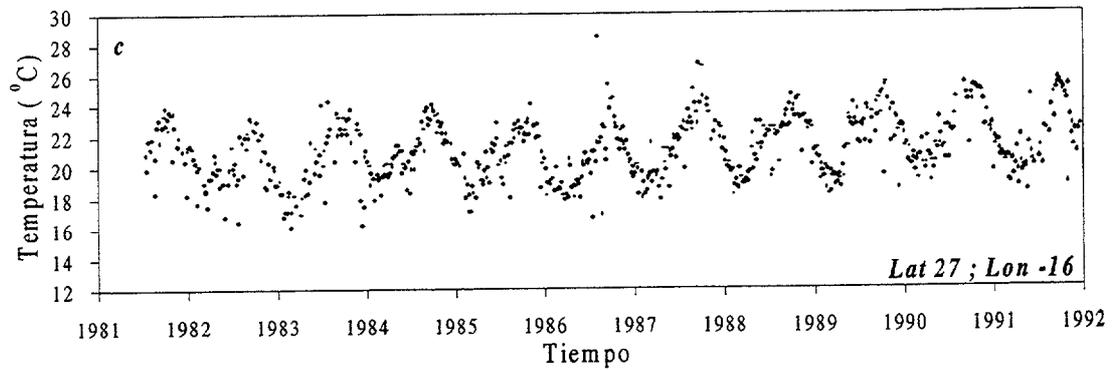
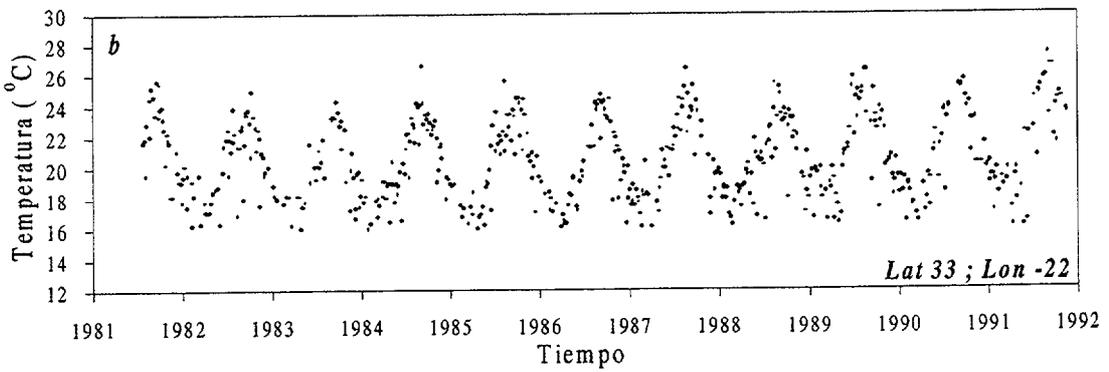
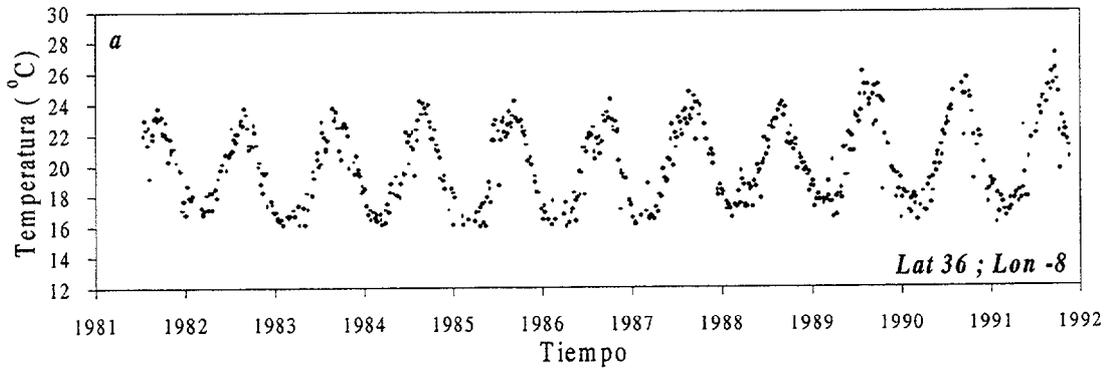
costeras. En un primer análisis visual, se detecta en ellas una clara tendencia estacional, ya que en esa zona el contraste entre el invierno y el verano es más acusado, por lo que los valores extremos oscilan entre los 8 y 10 °C de invierno a verano. Las series de la zona costera frente a las costas de Marruecos presentan el mejor carácter estacional y un buen número de datos no nulos, mientras que en la misma zona, pero en el interior del océano, el carácter estacional es bien definido, aunque en invierno los datos tienen mayor dispersión.

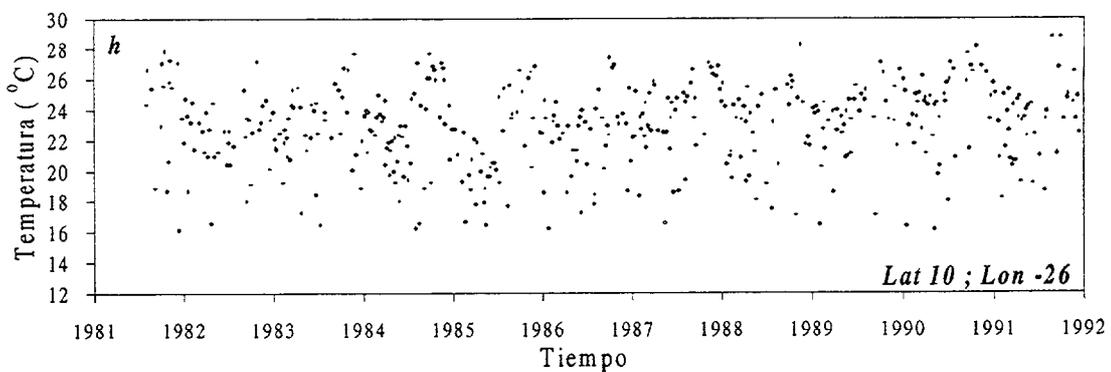
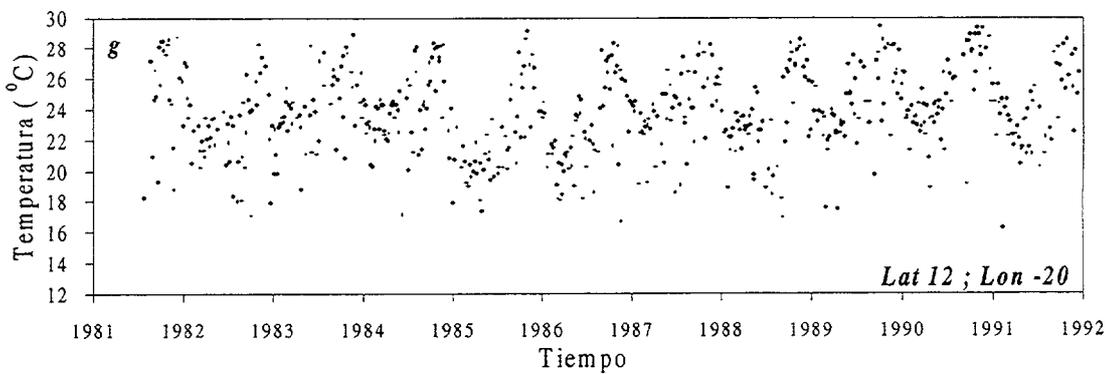
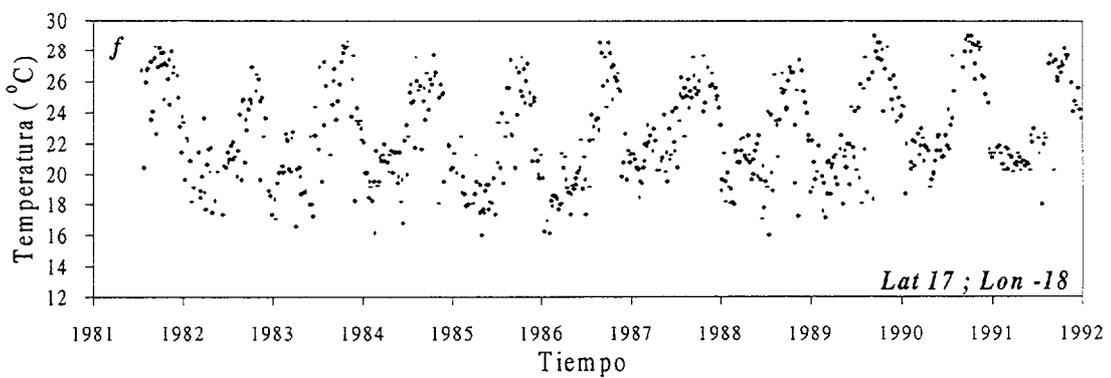
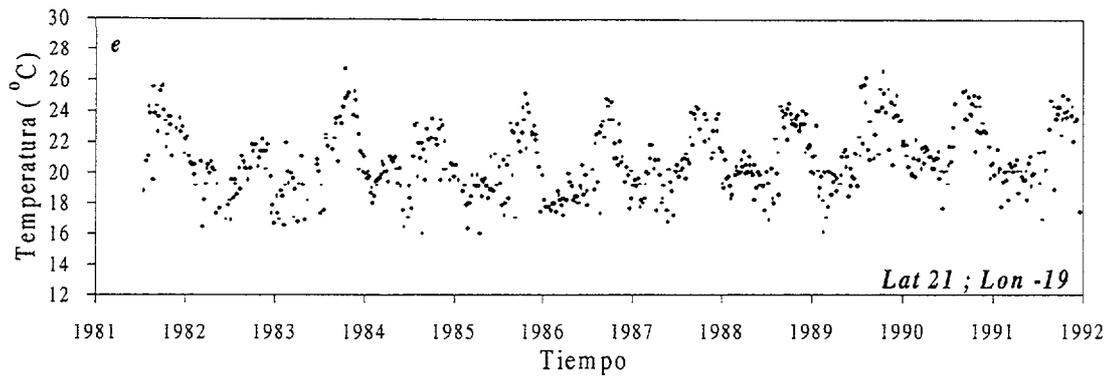
Las figuras 4.2.c, 4.2.d y 4.2.e representan la zona central de la región al sur de la Islas Canarias, la primera en el océano abierto y las otras dos a zonas costeras. La 4.2.e se encuentra situada en donde se desarrolla el gigantesco filamento de afloramiento de Cabo Blanco (Gabric *et al.*, 1993; Hernández-Guerrea y Nykjaer, 1997) En ellas la amplitud de la oscilación es menos acentuada, lo que indica que el carácter estacional está menos remarcado, especialmente en el invierno. Destaca en ellas y principalmente en la serie e, una gran anomalía en el verano de 1982 que prácticamente no existe el ciclo estacional en la temperatura superficial del mar y que posteriormente se discute.

Las figuras 4.2.f, 4.2.g y 4.2.h corresponden a localizaciones al sur de la región: la primera en la zona centro-sur de la región, la segunda en la zona costera y la última al océano abierto. Todas las series del sur presentan un bajo carácter estacional, con variaciones verano-invierno menos acentuadas, debido a que en estas aguas están más cerca del trópico, por lo que el contraste verano invierno es menos significativo, lo que se refleja en series más planas.

De forma general, las series situadas en la zona sur presentan una media de temperatura superior en varios grados a las localizaciones de la zona norte, ya que la zona sur recibe una mayor radiación solar, por tratarse de aguas más cercanas al trópico. También se aprecia en las series próximas a la costa Africana, un contraste verano-invierno ligeramente superior, si las comparamos con las situadas en la misma latitud pero hacia el océano abierto. Otra característica importante de las series de la zona sur es que presentan una menor definición del ciclo estacional, llegando incluso a

perderse prácticamente en el análisis visual. Además, los valores de temperatura presentan la mayor oscilación entre medidas consecutivas si se compara con las series del resto de la región.





Figuras 4.2.a, b, c, d, e, f, g y h – Series temporales características de la región.

La figura 4.3 muestra la estructura de los datos disponibles para cada una de las localizaciones. El número de datos disponibles para cada una de las series de temperatura superficial del mar varía entre 680 como máximo y 430 como mínimo. Si consideramos que el total de escenas disponibles es de 754 supone que disponemos en las series entre un 47% y 90% del total de datos

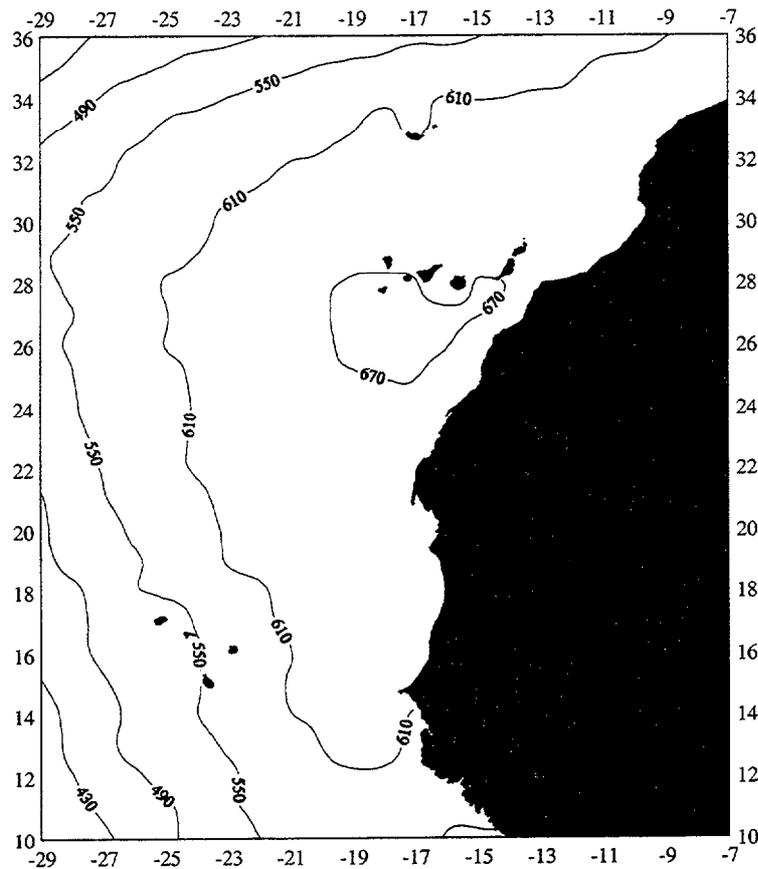


Figura 4.3 – Número de temperaturas disponibles en las series.

El mínimo de datos disponibles en las series temporales se presenta en el suroeste y noroeste de la región. En esas zonas, el número de datos disminuye hasta 430 por localización. La zona suroeste de la región está altamente influenciada por la climatología subtropical, con regímenes de nubosidad intensos que la transitan, normalmente en dirección hacia el interior del océano. La zona del noroeste de la

región está sometida a un intenso tránsito de borrascas Atlánticas en dirección a Europa que circulan por el margen superior del anticiclón de las Azores.

Un 90% de las series presentan un porcentaje de datos superior al 70% del total, porcentaje más que aceptable para aplicar el método del periodograma, como se comprobó en el apartado (3.7.3) al analizar el efecto de la pérdida de datos en la detección de periodicidades. La distribución en la figura tiene un ligero comportamiento meridional, con los valores menores en el océano abierto y los mayores en la zona más próxima a la costa, que se transforma en zonal al norte de la región.

El número de frecuencias independientes es el parámetro auxiliar que utilizamos para determinar los niveles de significación, cálculo realizado mediante la expresión (3.5.5). En la región de estudio, la distribución de este parámetro se muestra en la figura 4.4 que presenta una distribución análoga a la figura 4.3, ya que el número de frecuencias independientes depende directamente del número de datos. Por eso es lógico que disminuya hacia el océano abierto, con el máximo situado entre el sur de las Islas Canarias y la costa del continente y mínimos en la zona suroeste y noroeste de la región.

Los valores estimados para esta magnitud oscilan entre los 1300 (coincide con la zona para la que disponemos de mayor número de temperaturas, 680) y 700 (asociadas a la zona del suroeste con un número de temperaturas disponibles alrededor de las 430).

Las medias de las series de temperaturas superficiales del mar durante el periodo 1981-1991 se muestran en la figura 4.5, que representa la estructura de temperaturas de la zona a gran escala. La distribución general es de tipo zonal, con las aguas más cálidas en la zona sur y valores para las medias entre 23 y 24°C. Las aguas frías se presentan situadas en la zona norte de la región, con valores en torno a los 19°C.

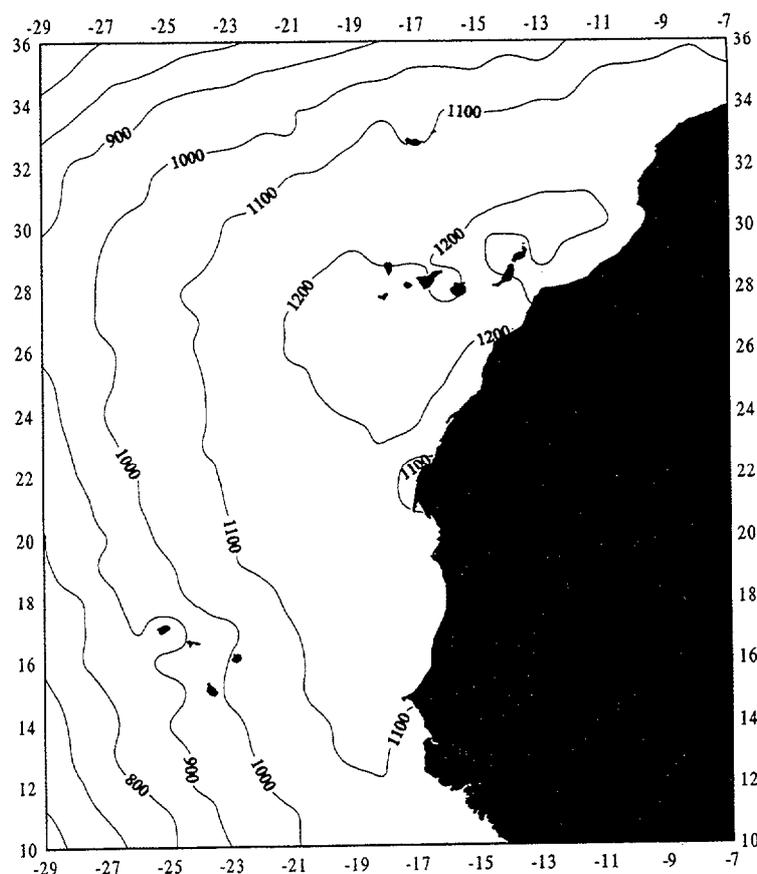


Figura 4.4 – Número de frecuencias independientes.

En la figura se detecta una gran zona comprendida entre Cabo Ghir y las Islas Canarias hasta el sur de Cabo Blanco, en la que se rompe la distribución zonal. Este fenómeno se origina por la irrupción de aguas frías del afloramiento, generado por el régimen de vientos alisios que dominan la zona, lo que provoca la bien conocida aparición de aguas profundas de baja temperatura.

La zona de Cabo Blanco está caracterizada por un fuerte gradiente en las temperaturas medias, originado por la confluencia de las aguas frías del afloramiento, con valores de  $19.5^{\circ}\text{C}$ , y aguas cálidas al sur del Giro Subtropical, con valores superiores a  $24^{\circ}\text{C}$ .

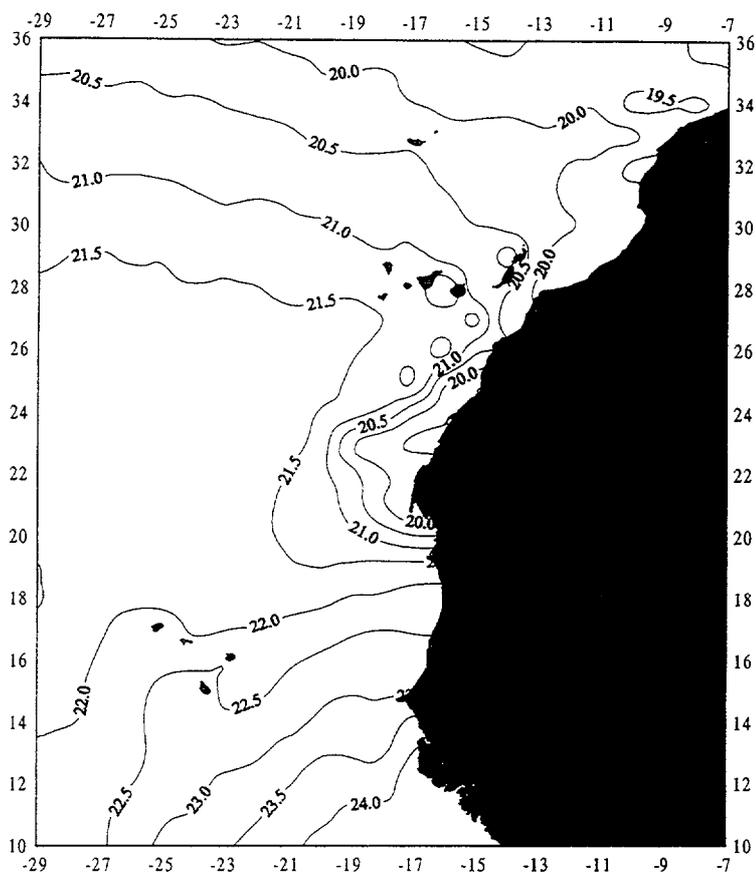


Figura 4.5 – Distribución de las temperaturas medias de las series.

Otro parámetro importante para determinar el comportamiento estadístico de la temperatura superficial del mar es la varianza de las temperaturas (A.1).

Una vez realizados en todas las series temporales los cálculos, obtenemos una distribución para la varianza que se muestra en la figura 4.6. Si partimos de la interpretación matemática de este concepto como una medida de la dispersión de los datos de la serie, se puede analizar el comportamiento de este parámetro como un indicador de la presencia de variabilidades en las series temporales.

Los valores característicos de la varianza para las temperaturas de la región presentan un valor promedio comprendido entre 2 y 3. Los valores mínimos en la zona

correspondiente al afloramiento, con valores inferiores a 2, y los valores máximos frente a la costa de Mauritania, con valores alrededor de 4. Esta diferencia de valores se explica debido a que entre 20 y 23 °N el afloramiento es permanente y al hecho de que al sur de Cabo Blanco existe una circulación de agua cálida estacional hacia el Norte (Wooster *et al.*, 1976)

De forma global, la distribución presenta una estructura zonal en latitudes superiores a los 26° norte, mientras que, al sur de esta zona, la distribución es radial, centrada en Cabo Blanco.

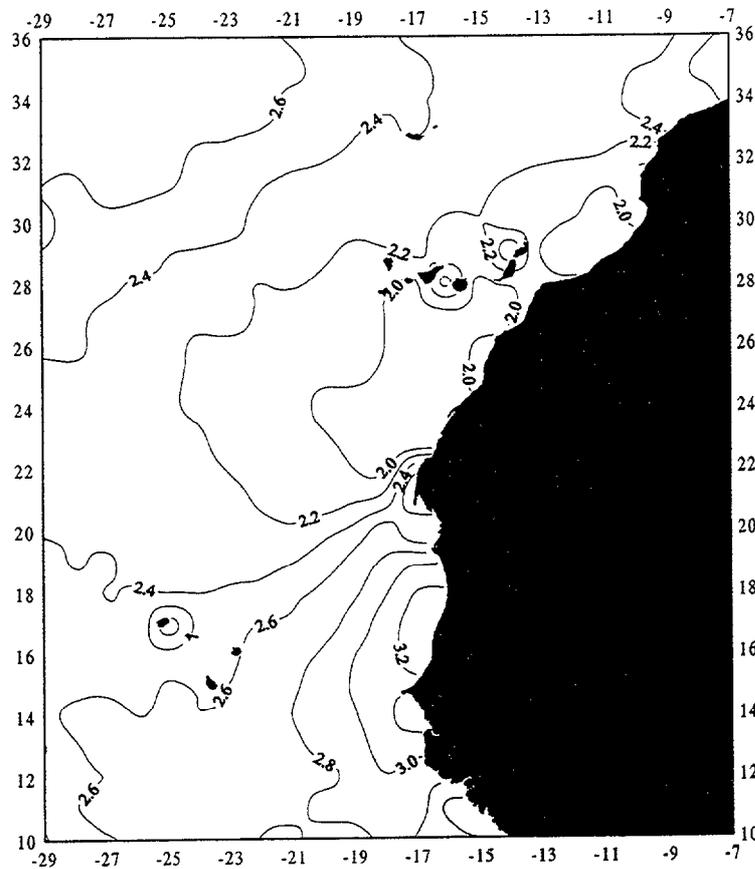


Figura 4.6 – Varianza de las temperaturas de las series.

Una vez analizadas las características generales de las series de temperatura superficial del mar, introducimos un parámetro estadístico, el test de Durbin-Watson (A.3), que permite determinar la posible presencia de correlaciones en las series. Este problema se presenta al analizar series temporales y efectuar regresiones sobre ellas.

Puede ocurrir que existan variables independientes no consideradas en el proceso, lo que origina que los residuos no se comporten como variables aleatorias independientes.

Este parámetro se interpreta como un indicador de la presencia de periodicidades contenidas en cualquier tipo de serie numérica, ya que si las correlaciones existen, implican que los datos están relacionados y su variabilidad es no aleatoria.

Como la presencia de señales periódicas en las series temporales de temperatura superficial del mar es evidente, el resultado del test debe reflejar la presencia de importantes correlaciones en todas las series a estudio. Las 430 series de temperatura superficial del mar presentaron un valor para el test de Durbin-Watson inferior a la unidad (A.4), o sea, todas presentan correlaciones. Esto se interpreta por la presencia en todas las series de variables dependientes, es decir, en todas las series existen señales de tipo periódico que hacen que los datos no sean independientes entre sí.

Una vez analizadas las características generales de las series, aplicamos el análisis del periodograma normalizado para determinar las periodicidades dominantes que determinan la variabilidad de la temperatura superficial del mar en la región oceanográfica de este estudio.

### 4.2.1 Periodograma

Como paso previo a la aplicación del periodograma normalizado (expresión 3.4.4), debemos realizar una serie de comprobaciones previas y posteriores, para determinar la validez de los resultados, ya que este método es sensible a una serie de factores externos que pueden distorsionar los resultados.

En el capítulo 3 se discutió, al aplicar el método a simulaciones, el comportamiento de éste frente a la pérdida de datos, la mezcla de señales, la existencia de intervalos temporales sin datos y la existencia de tendencias en las series. Por lo tanto, antes de aplicarlo a las series de la región, se debe analizar la naturaleza de estas, frente a los cuatro factores que inciden en los resultados del método.

La pérdida de datos influye en los periodogramas de las series con un efecto sobre la significabilidad de los picos de señal detectados. Esa pérdida se refleja en los espectros al disminuir en altura de los máximos y de forma simultánea produce un aumento en los niveles de significación, lo que se traduce en un debilitamiento de la señal detectada.

Como se comprobó en el apartado 3.7.3, la ausencia de datos que tolera el método, de manera que la señal continúe siendo significativa, está en un 80% para series libres de ruido, lo que significa que cada 5 datos se pueden perder 4. En nuestras series, la pérdida está cifrada como máximo en un 43% de los datos en las zonas suroeste y noroeste de la región, lo que nos lleva a la conclusión que los resultados son válidos con respecto a este factor.

La mezcla de señales periódicas en una serie temporal se refleja en el periodograma de la serie en la única significabilidad del pico máximo del espectro y en el enmascaramiento de picos secundarios por parte de la señal principal (apartado 3.7.1). Como los máximos secundarios no se pueden valorar directamente sino tras volver a aplicar el método a la serie, una vez extraída la señal detectada, este factor tampoco incide en los resultados, ya que al aplicar el periodograma, sólo valoraremos la señal dominante. Para otras señales presentes, aplicaremos el método a los residuos de la serie con la señal dominante extraída.

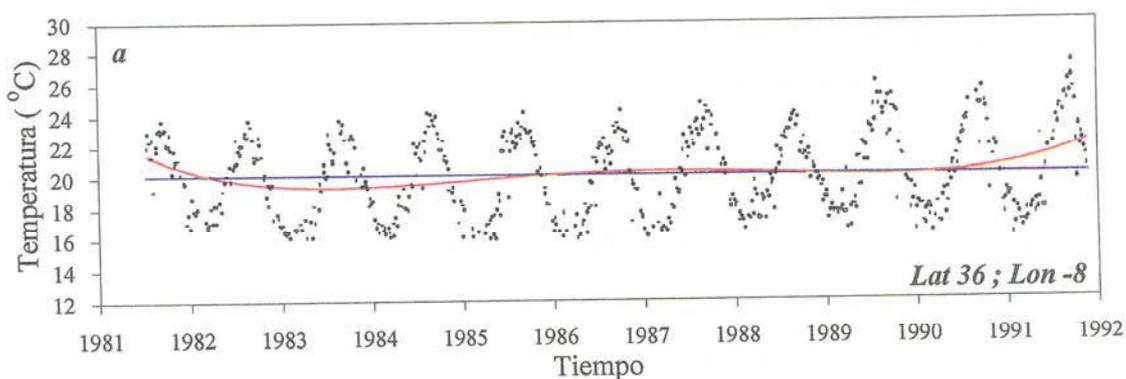
La existencia de intervalos temporales, en los que se carece de valores para la magnitud física de las series, afecta al periodograma como una pérdida de significabilidad de las señales detectadas y crea incertidumbres en la frecuencia del máximo dominante. Este fenómeno no se produce de forma significativa, ya que el

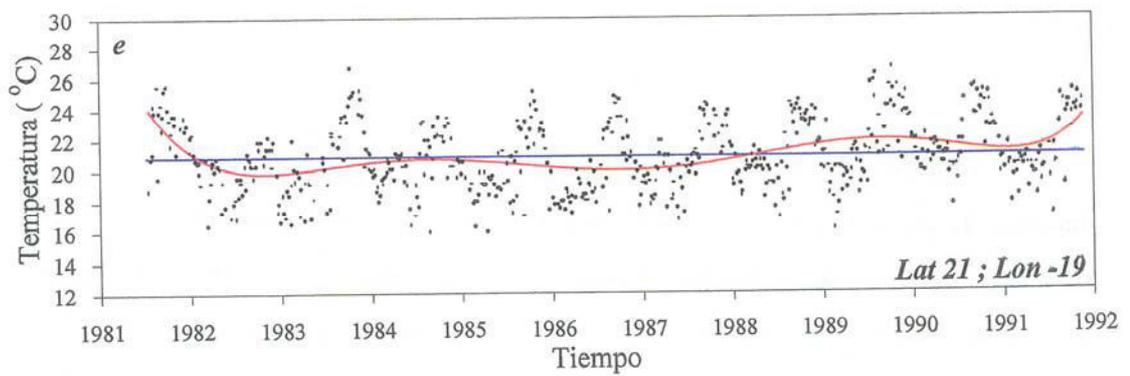
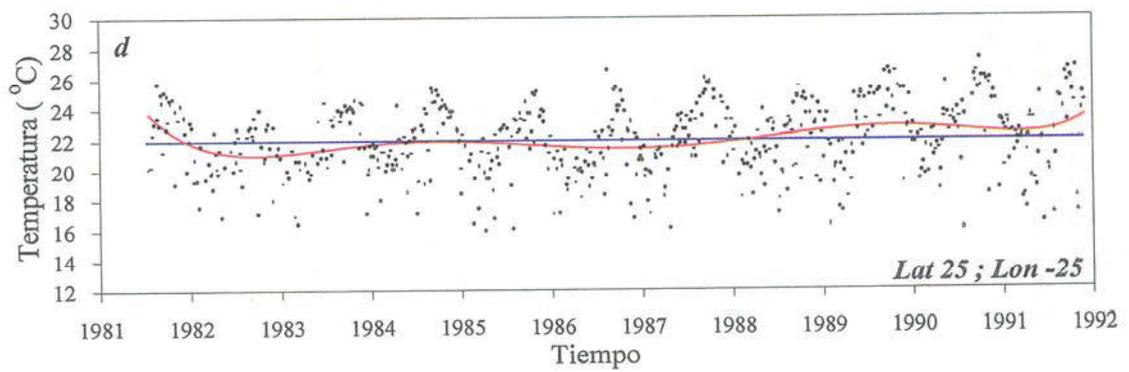
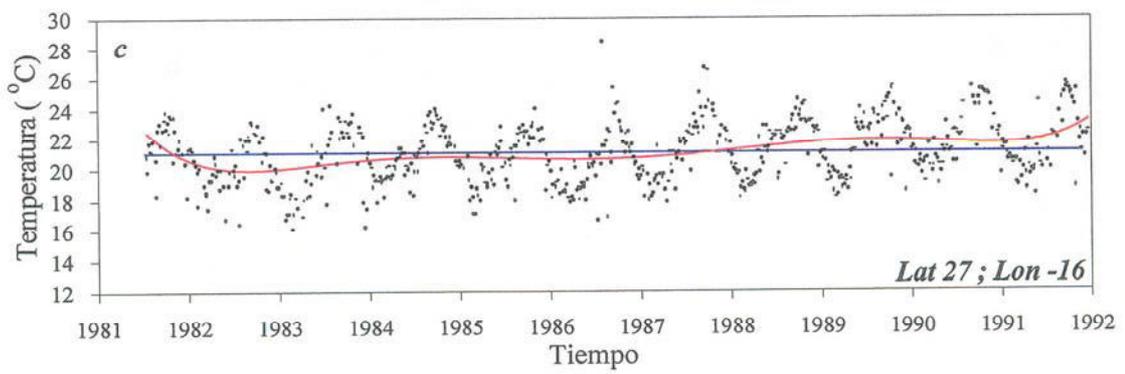
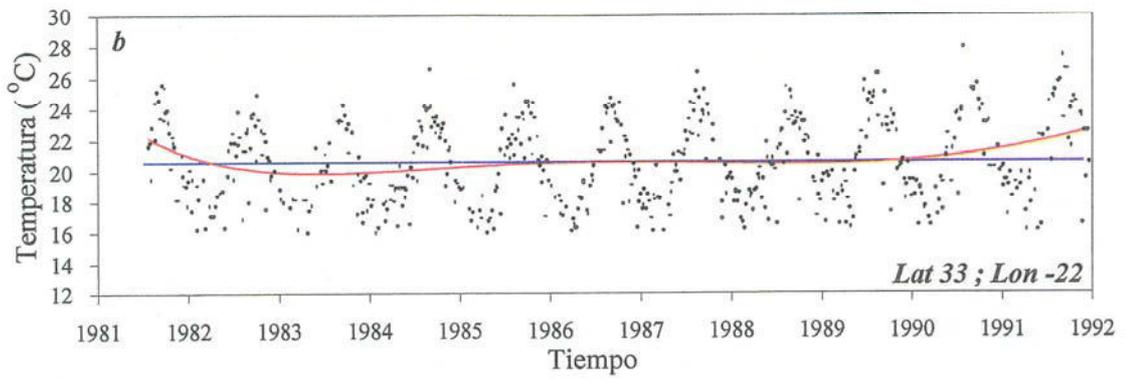
intervalo mayor detectado en las 430 series corresponde a un grupo de 10 datos consecutivos sin valor para la temperatura. Este intervalo es insignificante si lo comparamos con las simulaciones del apartado 3.7.6, en las que con una señal a bloques con intervalos del orden del 20% de los datos se continúa con significabilidad en la señal del máximo. Este fenómeno tampoco afecta a los resultados de las series que estudiamos.

La existencia de tendencias en las series afectan a la significabilidad de las señales detectadas y genera una incertidumbre en las frecuencias de los máximos siempre que sean acusadas, como se estudió en el apartado 3.7.5. Estas tendencias pueden tener un origen diverso, desde la existencia de autocorrelaciones en los datos, a la pérdida de calibración en los sensores de medida o a la existencia de señales de periodos superiores al intervalo temporal de las series.

Para determinar la posible presencia de tendencias en las series de temperatura de la región, ajustamos los datos de la serie a un polinomio de orden superior (A.5) (Novelli *et al.*, 1994).

El ajuste de las tendencias se realiza por medio de un polinomio: en este trabajo seleccionamos el de grado 8. Con él se calculan las tendencias para todas las series, se comprueba que el tipo de estas es muy suave y coincide en la mayor parte de ellas con los valores medios de los datos. En la figura 4.7 se representan las ocho series significativas en la oceanografía de la región con sus correspondientes medias (línea azul) y tendencias (línea roja).





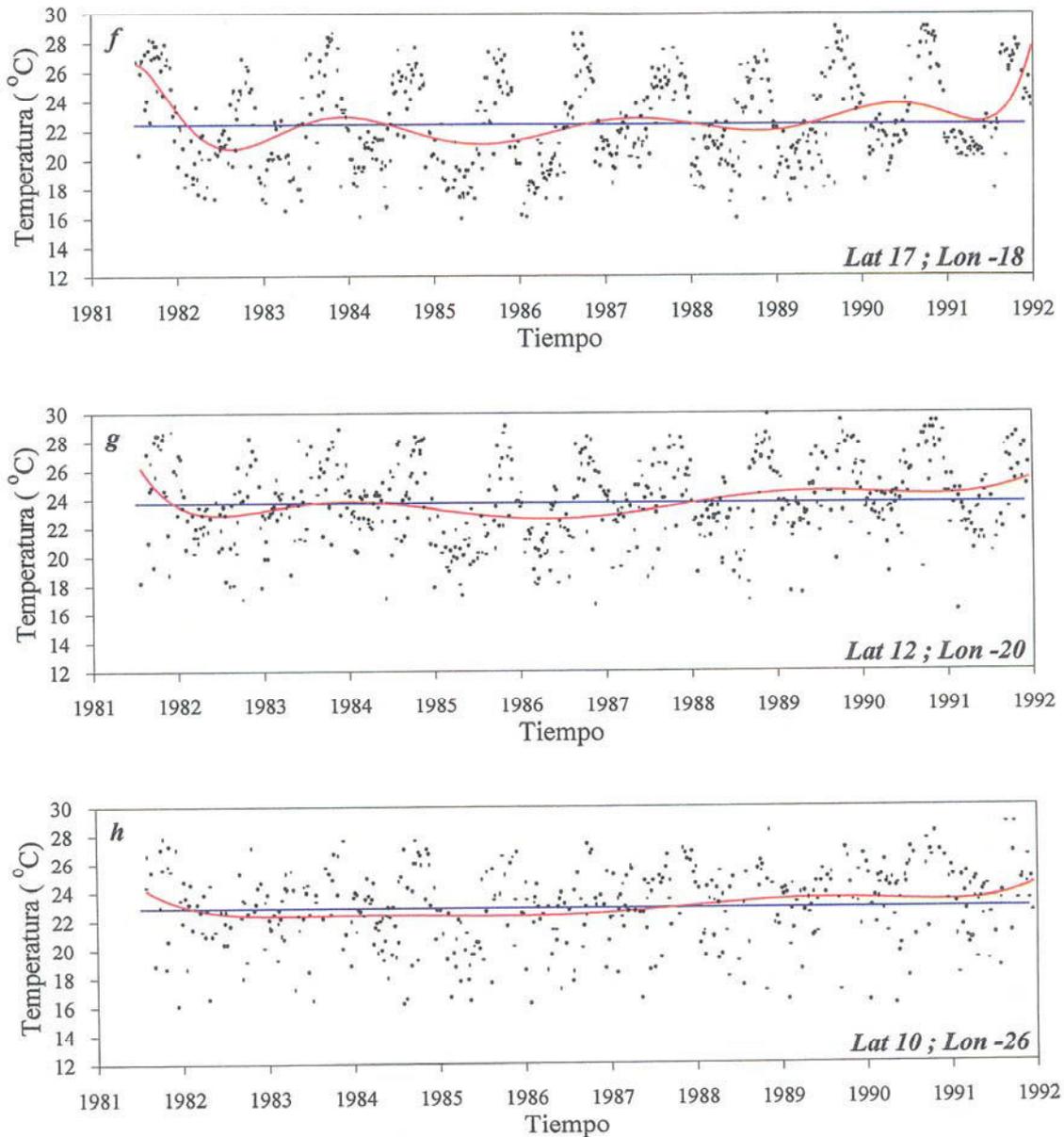


Figura 4.7.a, b, c, d, e, f, g y h – Medias y tendencias de las series temporales características.

Los efectos de las tendencias presentes se pueden despreciar a efectos de cálculos de periodogramas, ya que, para que su efecto sea apreciable, las tendencias presentes deben ser acusadas. En el caso de las series que se muestran en la figura 4.7, estas presentan una tendencia general que es característica de todas las series de la región: 1) Presentan dos alas en los extremos hacia tendencias positivas originadas por la estructura de las series, ya que en esas zonas sólo existen valores positivos, por lo

que no se pueden valorar como efecto de los datos. 2) El intervalo correspondiente a los años 1982 hasta 1986 presenta una tendencia negativa, en 1987 coincide con la media y en los años 1988 hasta 1991 es positiva. Dentro de estos intervalos se pueden presentar variaciones con máximos secundarios.

La interpretación de esta característica se debe a que los años iniciales de las series presentan una estacionalidad menos acentuada, comparada con los últimos años, tal como se puede apreciar en las series situadas al norte de la región frente a las de la zona sur.

El año 1982 presenta una gran anomalía, por ocurrir en ese año el mayor evento del fenómeno del Niño. El efecto de este fenómeno se refleja en las series en la disminución de las temperaturas del verano de ese año, hasta el punto, que para determinadas series ese año no existió el ciclo estacional en la temperatura superficial del mar. Como ya se comentó las series situadas al sur de la región presentan este efecto, especialmente en la figura 4.2.e.

La existencia de este tipo de tendencias hace que nos planteemos analizar si realmente los años iniciales de las series son más fríos que los finales. Para ello, determinamos la temperatura media anual de todas las escenas disponibles, cuya estructura debe representar la estructura promedio de las tendencias existentes, figura 4.8.a. En esta figura se observa que, efectivamente, tiene la misma estructura que las tendencias de las series de temperatura superficial, un ascenso progresivo de las medias que no necesariamente se debe interpretar como un calentamiento de la superficie del océano.

Si descartamos el calentamiento del océano, el origen de esta distribución de las tendencias puede estar motivada por dos tipos de fenómenos:

El primero es la presencia de oscilaciones de períodos de décadas. Diversos autores han detectado la presencia de oscilaciones en la temperatura superficial del mar. Ghil y Vautard, (1991), Siedler y Finke, (1992) detectan una serie de oscilaciones

de 21,16 y 5 años. La oscilación interanual de 5 años la relaciona con aspectos globales del fenómeno de El Niño, mientras que las de décadas las asocia a cambios en la circulación del océano extratropical.

El segundo, es la presencia de anomalías de largo período en la temperatura superficial, con lo que explicaría la presencia de las tendencias en determinadas series, pero nunca de forma generalizada en toda la región. Donald y Bezdek, (1996) analizaron estas anomalías en la región de estudio entre los años 1948-1992. Constataron la presencia de irregularidades recurrentes por décadas en diferentes áreas de la región. Dichas anomalías se centran sobre los giros subártico y subtropical, así como en las zonas de frontera este a lo largo de la costa. En ese mismo trabajo no se pudo justificar esas anomalías como intercambios de calor entre la atmósfera y el océano

Para contrastar la tendencia en nuestros datos, recurrimos a la serie de datos históricos COADS (*Comprehensive Ocean Atmosphere Data Set*). Tal como se comentó en el capítulo 2, los datos COADS son suministrados por aproximadamente 70 millones de barcos mercantes desde 1854 hasta 1990. Además, esta base se ha ampliado con datos de campos de boyas, de estaciones de medidas permanentes, campañas oceanográficas y otro tipo de medidas *in situ*.

Con los datos históricos de la zona de este trabajo realizamos un primer estudio para analizar el comportamiento de los valores medios y la tendencia presente. La figura 4.8.c muestra el valor medio anual para toda la región de la temperatura superficial del mar desde el año 1854 hasta 1990, con un valor medio de 19.57 °C representado por la línea azul. La línea continua roja muestra la tendencia general de las medias.

Para poder comparar directamente con los datos de satélite, la figura 4.8.b representa las medias anuales COADS restringidas al intervalo temporal 1981-1990 por ser del que disponemos de escenas del AVHRR. Esta figura presenta el mismo aspecto general con la diferencia de presentar un valor medio inferior de 0.7 °C en este

intervalo temporal, mientras que la diferencia es de  $1.7^{\circ}\text{C}$  si lo comparamos con el total de medias de los datos históricos. Este hecho, que sorprende en principio, tiene una explicación en la estructura de los datos COADS, como se explicará en el apartado 4.6 en el que se comparan los resultados con otras climatologías.

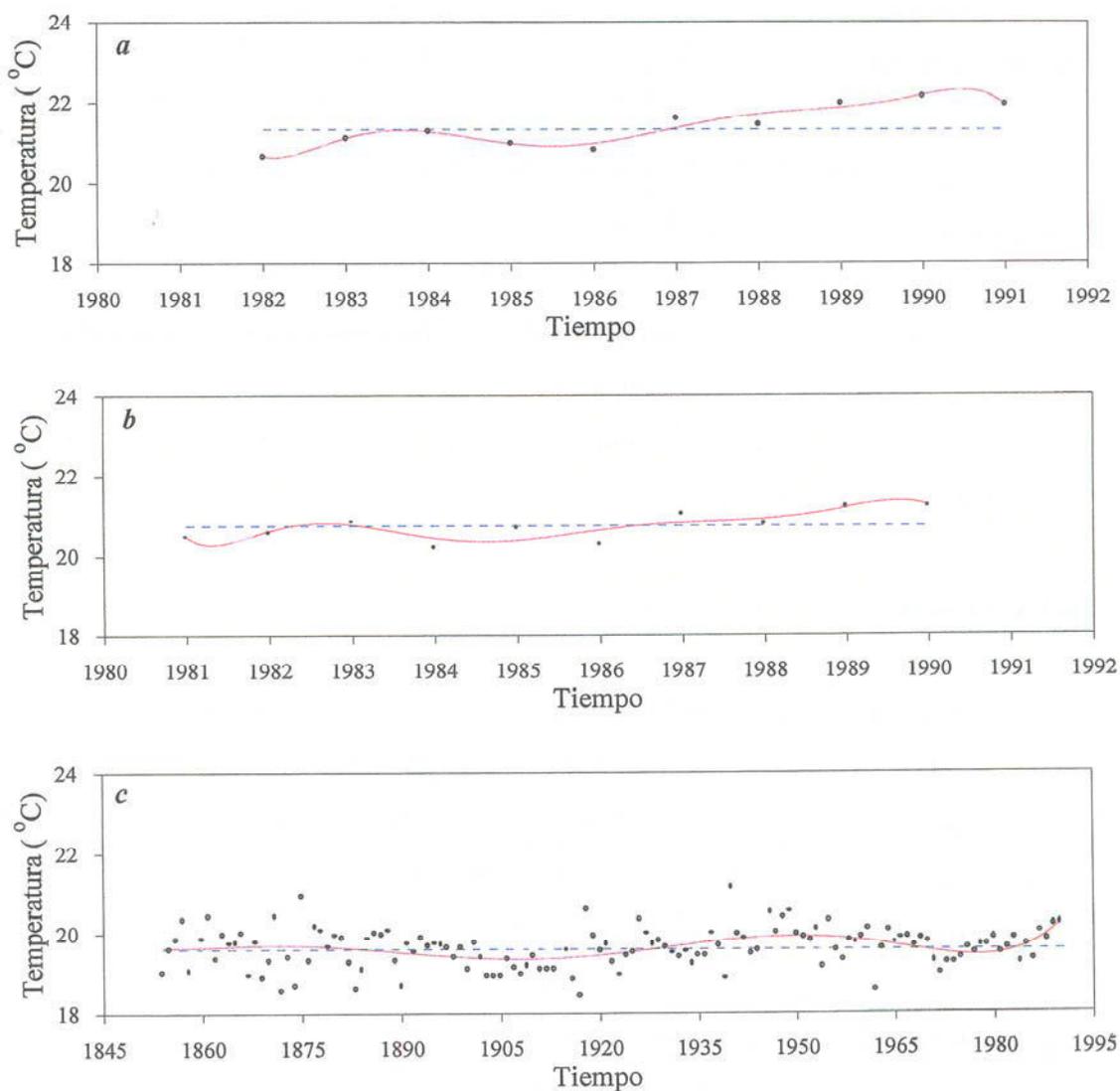


Figura 4.8.a, b y c – Representación de las medias anuales, media total y tendencias de los datos AVHRR y COADS. Las figuras a y b para el período 1981 - 1991, mientras que la c para el período 1854 - 1990.

El número de datos disponibles en la serie histórica oscila de los 44 del año 1854 hasta los 47063 del año 1969, por un mínimo de 180000 valores para las medias

de la figura 4.8.a. Además su distribución espacial y temporal no es homogénea, lo que implica una influencia de las rutas de los mercantes en estas medias. El grueso de datos en esta zona está asociado al tránsito del Estrecho de Gibraltar y a la ruta Canarias-Península.

Como se comprueba en la figura 4.8.b, las tendencias de nuestros datos (figura 4.8.a) también se observa en los datos COADS. Las dos figuras presentan distribuciones similares, más suavizada en los históricos. Los años de inicio y final no coinciden porque del AVHRR el 1981 está incompleto y la versión de los COADS que disponemos se extiende hasta 1990.

Calculamos el coeficiente de correlación entre ambas figuras y resultó ser de 77.0 lo que indica que las dos distribuciones tienen el mismo patrón de variación. Este resultado lo consideramos muy importante porque justifica la utilización de los datos de AVHRR pese a existir datos de medidas directas. Además, la resolución espacial de los datos de satélite es de 4x4 Km frente a 1° x1° de los COADS y la resolución temporal es de 5 días frente a 1 mes.

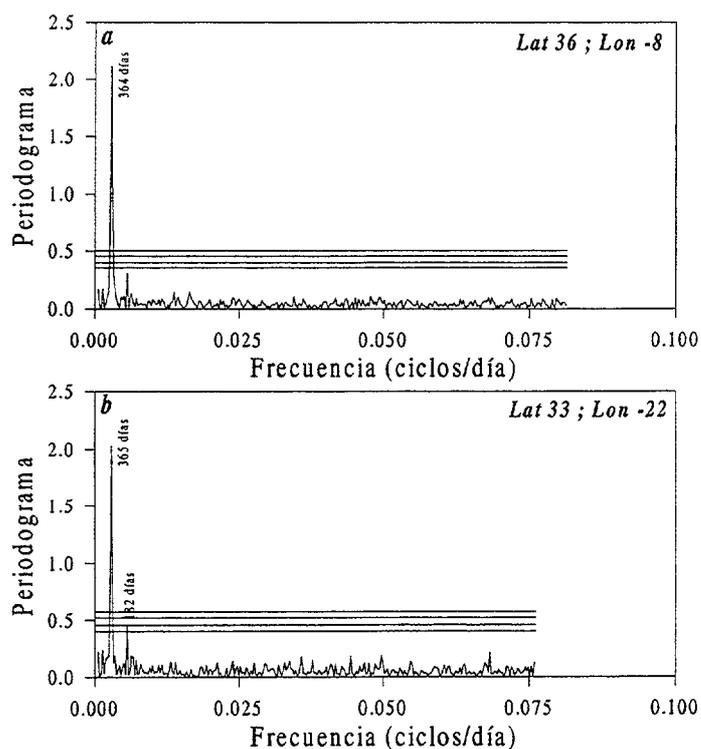
Una vez realizadas las comprobaciones previas que garantizan la validez de los resultados, calculamos los periodogramas de las series con sus correspondientes niveles de significación. Los niveles se han calculado para cuatro probabilidades tradicionales en la literatura del 50%, 90%, 99% y 99,9%. Se debe recordar que sólo se puede valorar la señal asociada al pico máximo del periodograma, debido a que los picos secundarios pueden ser de ruido o señales cuya periodicidad tiene una significabilidad que no se puede valorar con los niveles de significación calculados para la frecuencia del pico máximo del periodograma.

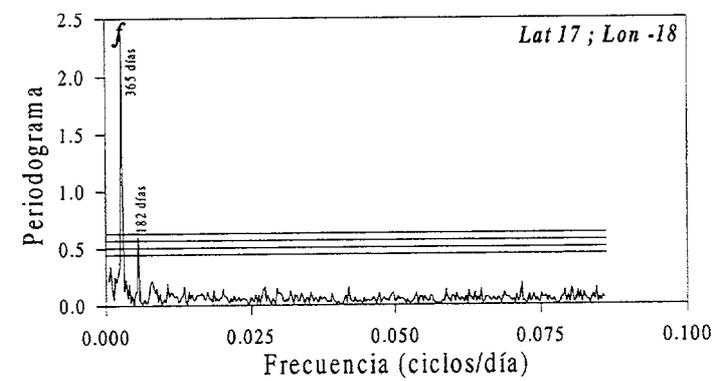
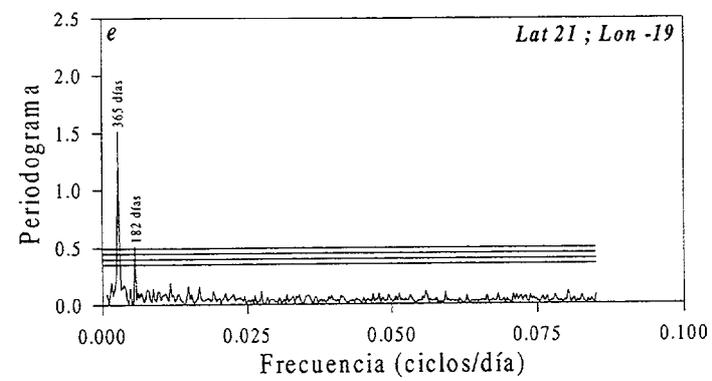
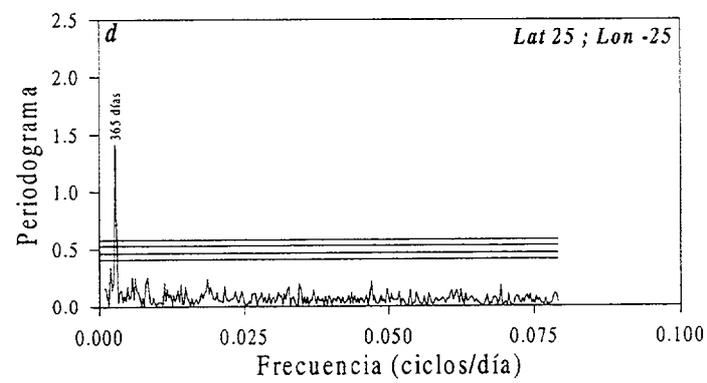
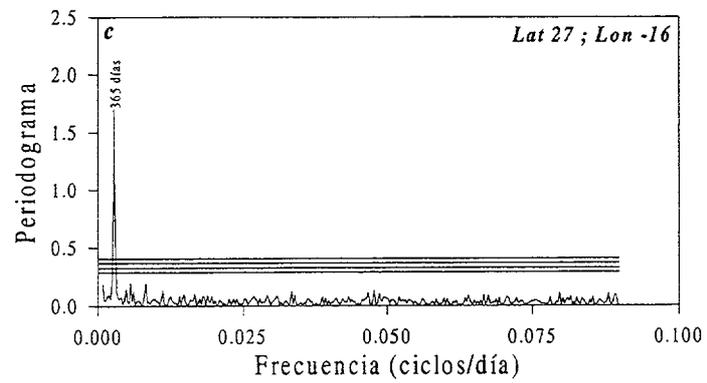
Para determinar las periodicidades de los picos secundarios, se debe extraer la señal dominante y luego volver a aplicar el método. Como se comprobó en el apartado 3.7.1, la mezcla de señales en una serie hace que interfieran unas con otras, de manera que señales presentes en una serie puede que no aparezcan en el primer cálculo del

periodograma, pero sí en sucesivos cálculos, al realizar las extracciones de las señales ya detectadas.

Los periodogramas de las series de la región presentan una señal dominante de período anual en 429 de las 430 series temporales, salvo en una serie en la zona de Cabo Blanco con período dominante de frecuencia semianual del mismo orden que la anual. La significabilidad de los picos del espectro está por encima del nivel del 99,9% en toda la región salvo en la zona suroeste, en la que la significabilidad es del 90%. La figura 4.9 muestra los periodogramas de las series representativas de la región de estudio.

Los periodogramas de la zona norte están caracterizados por un pico máximo intenso de período anual. Los periodogramas de la zona centro de la región presentan el máximo anual y la aparición de picos secundarios no valorables, según nos aproximamos a la costa. La zona sur presenta periodogramas con máximos anuales débiles que sobrepasan ligeramente el nivel de significación del 90%, pero con picos secundarios del nivel del máximo, que se acentúan de forma general al desplazarnos hacia la costa.





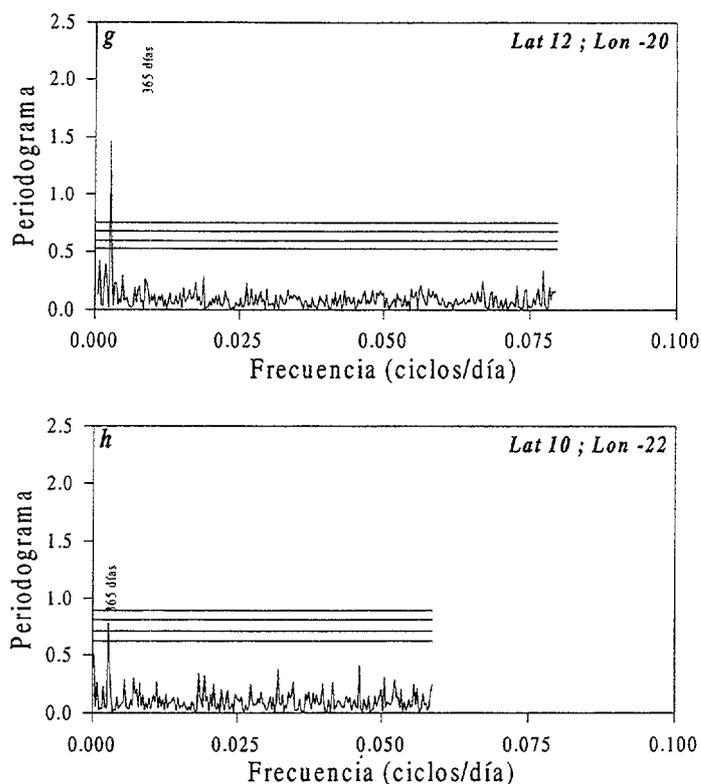


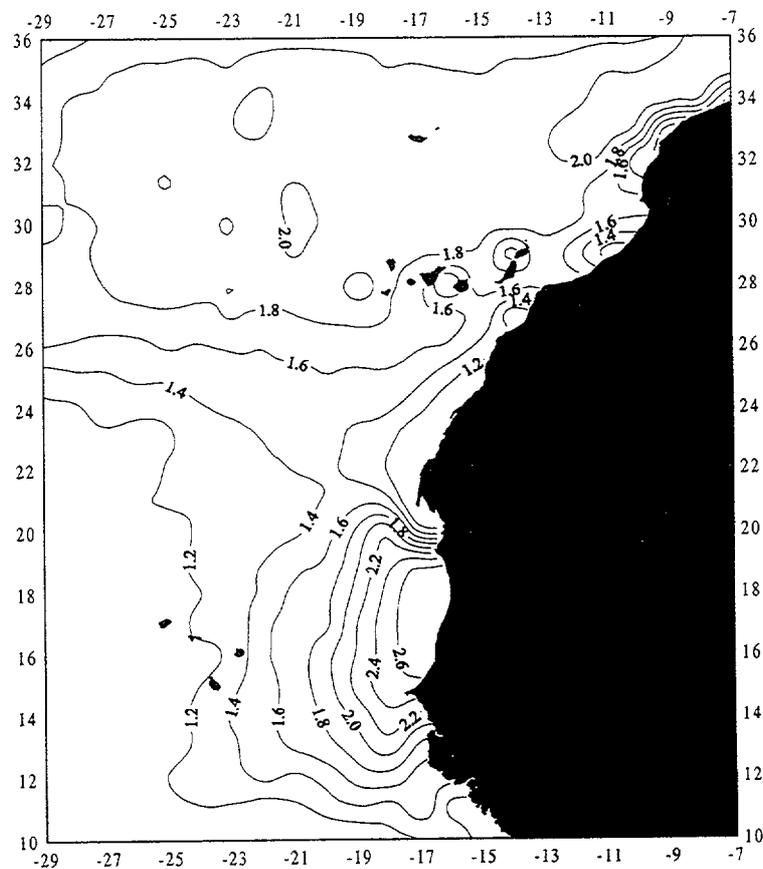
Figura 4.9.a, b, c, d, e, f, g y h – Periodogramas de las series características de la región.

En general, las localizaciones al norte presentan periodogramas con picos intensos que corresponden a una región donde la estacionalidad domina la climatología; en la zona centro de la región se detectan otras señales acompañando a la anual; y en la zona sur, con picos anuales débiles, muestra la clara influencia subtropical de la zona, con pérdida de la estacionalidad y temperaturas con menor amplitud de variación.

La altura de los máximos de los periodogramas calculados, asociados a la periodicidad anual, se ha representado en la figura 4.10. En ella se observa que los máximos más intensos se localizan en la zona norte de la región con distribución zonal y en la costa de Mauritania-Senegal con distribución cuasi-meridional. En estas dos zonas la periodicidad asociada a la estacionalidad está más acentuada por diferentes motivos; Los máximos de la zona norte se explican por el gran contraste de temperaturas entre inviernos más fríos y veranos más calurosos, lo que origina que el

ciclo anual tenga una gran amplitud. La justificación de los máximos de la zona de Mauritania se debe a la irrupción de en verano de un flujo de agua caliente descrito por Wooster *et al.*, 1976.

Por el contrario, la zona suroeste de la región presenta los valores mínimos en los picos asociados a la frecuencia anual, por corresponder a aguas subtropicales en las que la estacionalidad pierde preponderancia.



**Figura 4.10** – Alturas de los máximos de los periodogramas asociados a la señal anual.

Una vez determinada la periodicidad dominante en la región, realizamos los ajustes de las series a funciones armónicas para obtener los parámetros asociados, que presentamos en el siguiente apartado.

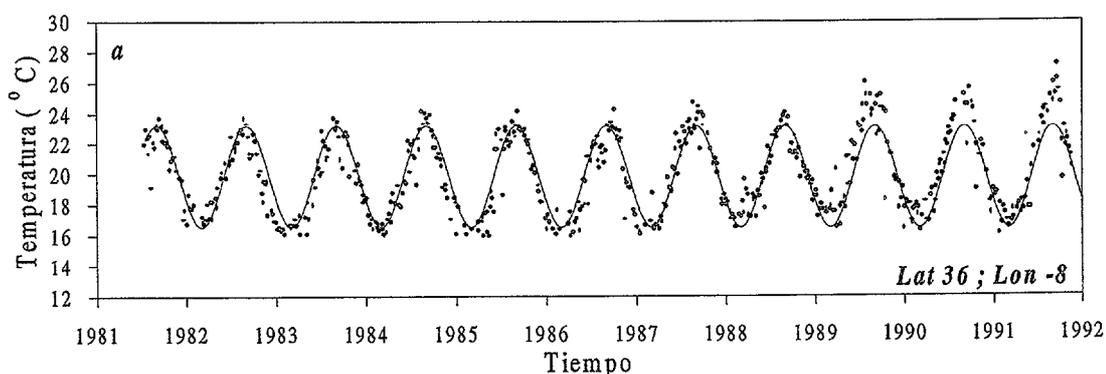
### 4.2.2 Ajuste de la frecuencia anual.

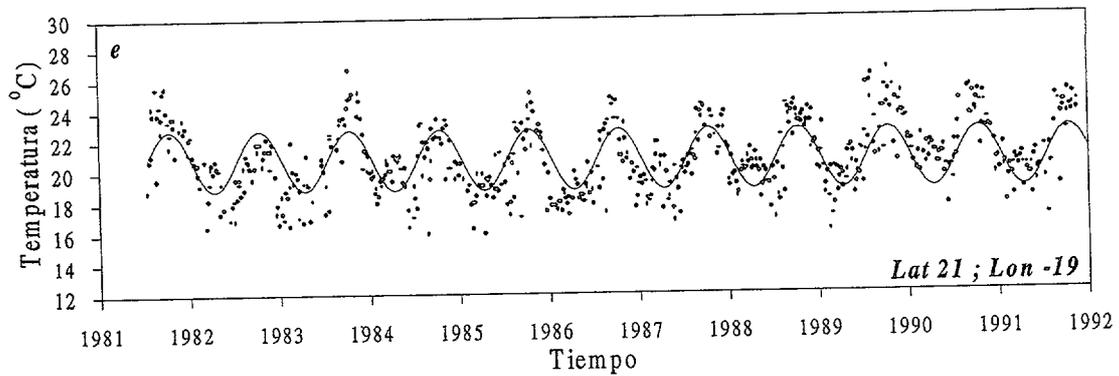
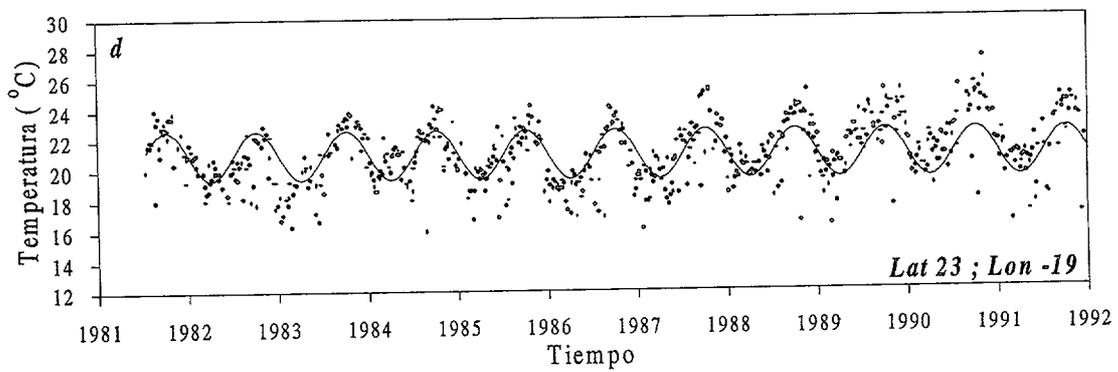
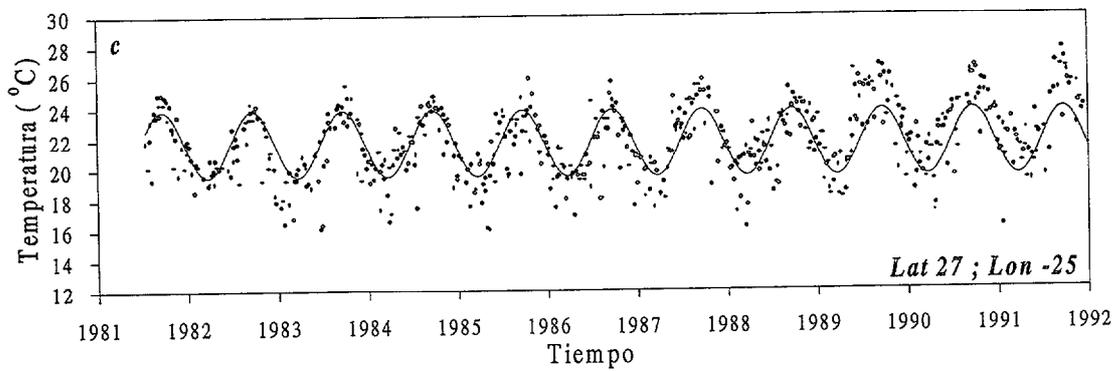
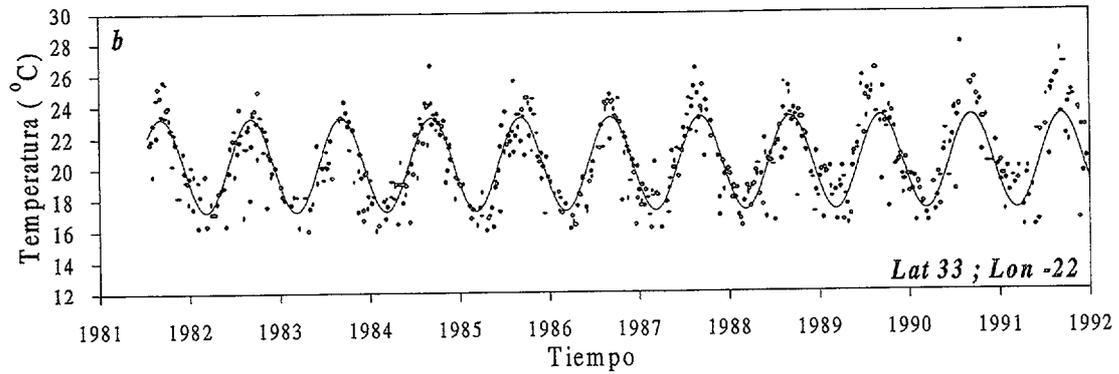
Una vez detectada la presencia de una señal de frecuencia anual en las series temporales, realizamos el ajuste de estas a funciones armónicas sinusoidales como la indicada en la ecuación 3.2.1.2. Para realizar el ajuste se toman como parámetros independientes la temperatura media de las series, la amplitud y la fase.

El ajuste ha sido realizado a la frecuencia que corresponde a la periodicidad anual detectada por el método de mínimos cuadrados (apéndice A.3). Para ello aplicamos la función de ajuste a cada serie, dejando como variables independientes los parámetros de los que depende la función de ajuste.

Para determinar el valor de estos parámetros, calculamos los residuos de las series como diferencia entre el valor real de temperatura menos el valor estimado por la función de ajuste. La suma de residuos al cuadrado de la serie la derivamos respecto a los parámetros del ajuste. Obtenemos un sistema de ecuaciones extenso que se resuelve por regresión múltiple de tres coeficientes para todos los datos de cada serie, cuya solución determina los valores de los parámetros buscados.

La figura 4.11 muestra las series características de la región con la función de ajuste calculada para la frecuencia anual asociada a ellas (línea continua). Un análisis visual de las series junto a sus funciones de ajuste permite comprobar que las series del norte presentan una mayor amplitud y estacionalidad que las localizadas al sur de la región, en las que ambas disminuyen (Colebrook, 1979).





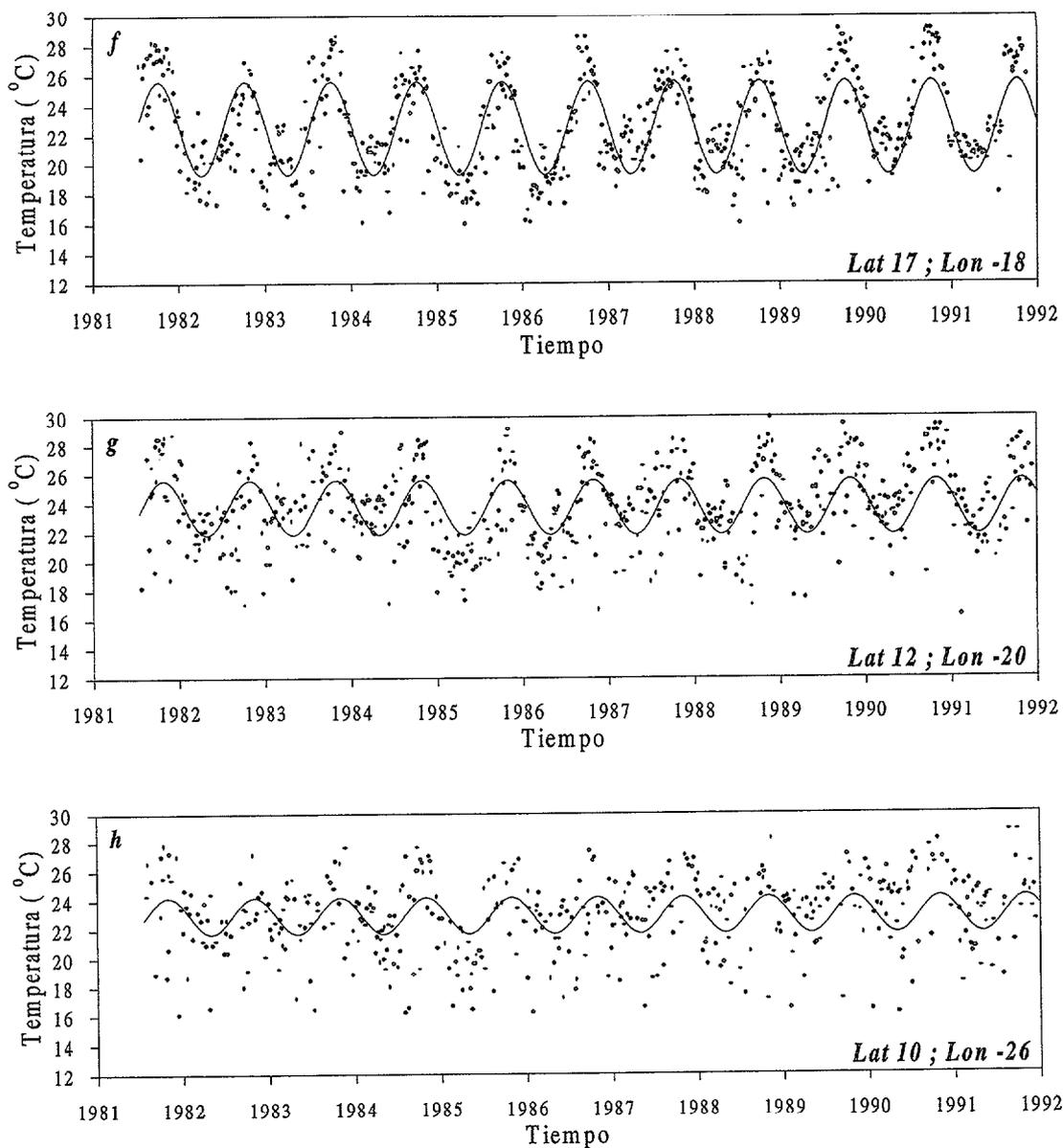


Figura 4.11.a, b, c, d, e, f, g y h – Series características de la región y las funciones de ajuste anual asociadas.

La distribución de las temperaturas medias, obtenidas a partir del ajuste de las series a un modelo sinusoidal de frecuencia anual, se muestra en la figura 4.12. Esta figura presenta una distribución análoga a las medias de las temperaturas (figura 4.5). Las diferencias entre ambas figuras se explican porque en la figura 4.12 los datos se han ajustado a una única frecuencia para la cual se determina el valor medio. De esta forma, las posibles contribuciones de otras frecuencias están mezcladas con los

residuos o ruidos que contaminan los datos. Por el contrario, en las medias reales (figura 4.5) los cálculos son independientes de las posibles frecuencias contenidas en los datos de las series.

El norte de la región es la zona con mayores diferencias entre las medias reales y las medias estimadas por el ajuste, con una diferencia entorno a  $0.5^{\circ}\text{C}$ , coincidiendo ambas figuras en la zona sur. Como este valor está en el límite de precisión de las escenas de satélite es por lo podemos considerar que ambas distribuciones coinciden.

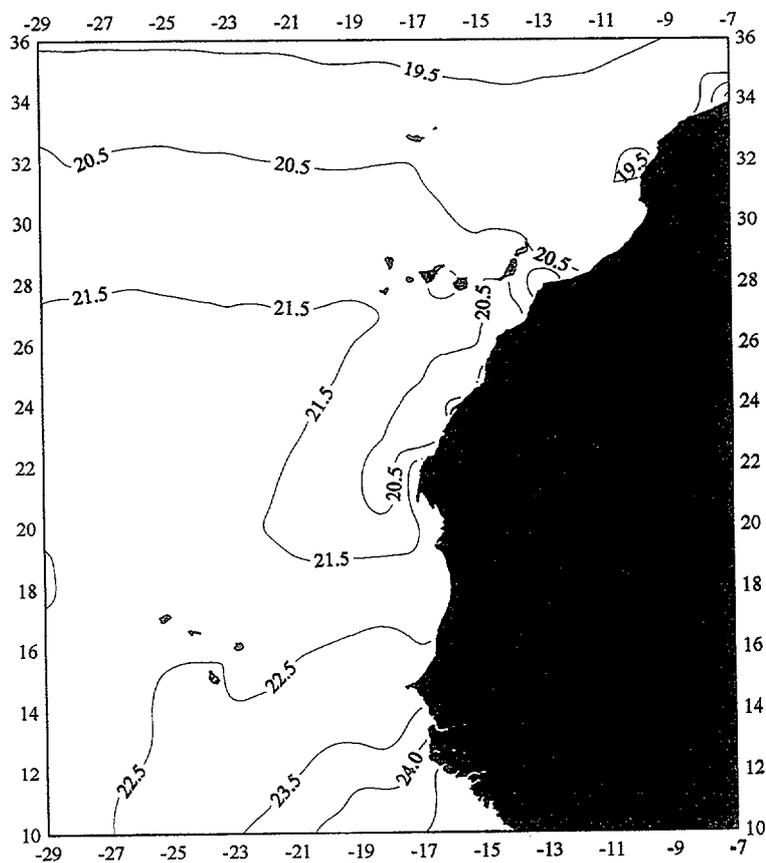


Figura 4.12 – Temperaturas medias estimadas por la función de ajuste.

La amplitud de la señal anual se muestra en la figura 4.13. A diferencia que en otros autores, Provost *et al.*, (1992) y Podestá *et al.*, (1991) que consideran la amplitud como la diferencia entre el valor máximo y mínimo estimados, en este trabajo la

consideramos como la separación de los valores extremos de la función de ajuste con respecto al valor medio de la serie, ya que de esta forma, dicho parámetro contiene el significado físico que lo define, tal como en Wyrcki, (1965) y Levitus, (1986).

De forma global, la amplitud presenta tendencia decreciente al disminuir la latitud, con una distribución tipo zonal, salvo la peculiar estructura que se genera en la zona comprendida entre la costa de Mauritania y las Islas Cabo Verde ya explicada por la irrupción en verano de un flujo de agua caliente. También es de destacar la disminución en amplitud que se experimenta de forma generalizada a lo largo de la costa de África, por ser las zonas en las que se generan los afloramientos costeros.

La zona de la plataforma continental es la segunda de mínimos en la amplitud, en Cabo Ghir, Cabo Juby y la zona entre Cabo Bojador y Cabo Blanco, donde el afloramiento caracteriza la oceanografía de la región: la presencia de vientos alisios paralelos a la costa provoca el ascenso de aguas profundas frías, ricas en nutrientes. Estas aguas frías contrarrestan el carácter estacional de la zona, con lo que la amplitud en la zona para el armónico anual está alrededor de 1°C. Estos resultados contrastan con los de Hernández-Guerra y Nykjaer, (1997) que determinan las zonas con afloramientos más intensos por medio de EOF y coinciden con las zonas de mínimos en la amplitud del ciclo anual

Los valores máximos, en torno a los 3.3°C ocurren en dos zonas, frente a la costa de Mauritania y en el área norte de la región. Pese a presentar valores similares, las razones por la que en ambas zonas se producen los máximos de amplitud son completamente diferentes.

El valor máximo de la amplitud que se produce en la zona norte se origina por el contraste en las temperaturas de la región respecto a su valor medio, tanto en invierno como en verano. Sin embargo, el valor máximo que se produce en la costa de Mauritania se origina por la irrupción de agua caliente en verano, tal como se ha explicado con anterioridad, lo que origina que la diferencia de temperatura entre invierno y verano se acentúe.

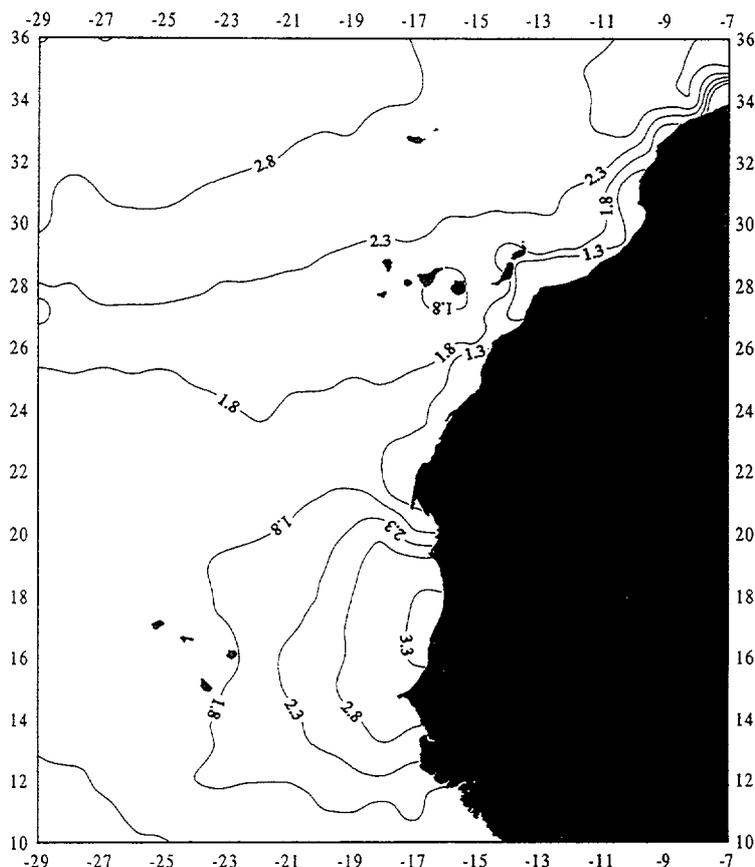


Figura 4.13 – Amplitud del armónico anual.

Este fenómeno caracteriza la climatología de la zona. Levitus, (1986) estudió la oceanografía de la zona con series de datos mensuales de otras climatologías, en su caso, datos COADS y *National Oceanographic Data Center* (NODC). La zona comprendida entre Cabo Blanco y Cabo Verde presenta un máximo en torno a 4 °C, con una distribución análoga a la que hemos obtenido en la figura 4.13, pero con los valores extremos más contrastados. En cambio, en la zona sur, obtiene una amplitud inferior en medio grado.

La distribución de la figura 4.13 es similar a la obtenida en la figura 4.10, con las alturas de los máximos de los periodogramas de las series. Esta similitud se produce por la propia definición del periodograma utilizada en los cálculos, ya que al estar correctamente normalizada, la altura de los máximos está en función de las amplitudes de las señales contenidas en los datos.

De forma general, al aumentar la latitud, los contrastes entre las temperaturas anuales e invernales están más acentuados, motivo por el cual la amplitud del armónico anual es máxima en la zona norte. Dicho de otra manera, la estacionalidad está más acentuada en las regiones de latitud alta, con contrastes entre máximas y mínimas acentuados. En las bajas latitudes, la estacionalidad llega a perder la preponderancia frente al armónico semianual, como ocurre en el Océano Pacífico Tropical (Levitus, 1986).

La fase es un parámetro que se introduce en la función de ajuste para corregir los desplazamientos de esta respecto al origen de tiempos, es decir, cuando en el instante inicial la función no toma el valor nulo. La figura 4.14 muestra la distribución de las fases del armónico anual.

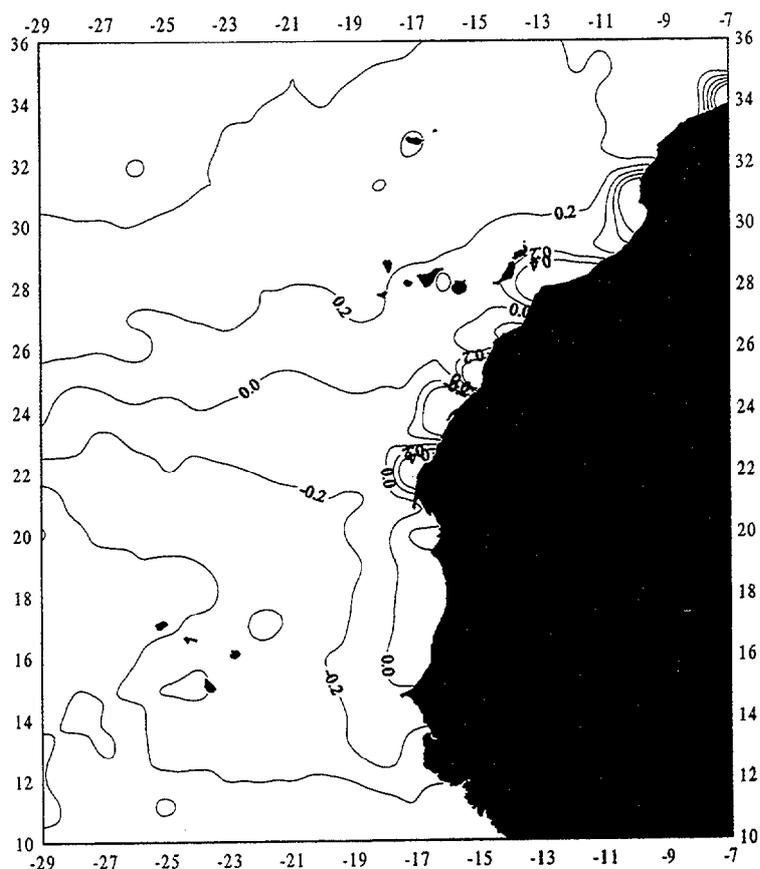


Figura 4.14 – Fase del ajuste anual expresada en radianes.

La fase del armónico anual nos permite determinar el día en que ocurre el máximo y mínimo del ciclo anual de temperatura. La figura 4.14 muestra una tendencia general con fases negativas en la zona sur, aumentando en valor con la latitud norte. La isolínea de fase cero comienza entre Cabo Yubi y Cabo Bojador y cruza la figura hacia el interior del océano. La distribución en la zona norte de la región presenta un carácter zonal, pero, la zona sur presenta el giro característico frente a la costa de Mauritania ya comentado de figuras anteriores originado por la irrupción de aguas cálidas en verano, de manera que en esa zona el comportamiento es localmente meridional.

La zona en la que el cambio de fase presenta una variación más acentuada es la correspondiente al sur de Cabo Verde. Coincide en la zona de océano abierto con la zona de mínima amplitud del armónico anual. La variación es aproximadamente de 0.4 radianes en unos 2° en latitud. Levitus, (1986) obtiene resultados análogos para este parámetro con los datos de otras climatologías citadas con anterioridad. Este parámetro expresado en grados presenta valores alrededor de 340° en la zona sur y 20° grados en la zona norte. A partir de estos valores, se puede calcular el día del año para el cuál se obtiene el máximo y el mínimo de temperatura, según la función de ajuste de la temperatura superficial.

El día del año en el que se predice que ocurra el máximo de las temperaturas superficiales se muestra en la figura 4.15. El máximo anual de la temperatura superficial ocurre en la zona sur de las Islas Cabo Verde a finales de septiembre. Al aumentar la latitud, esta fecha se va desplazando hacia el verano. Al norte de los 23° de latitud el máximo se produce a principios de Septiembre.

Esta dispersión en la fecha del máximo no es sencilla de explicar, ya que en principio debería de producirse en una estrecha franja de 15 a 20 días para toda la región. El rango de casi 35 días duplica el habitual, lo que indica la posible presencia de otros fenómenos, como la presencia de otras señales en las series temporales que interfieren con la señal anual, desplazando los máximos y mínimos, la advección,

afloramientos costeros o los procesos de mezcla de las aguas frías de la Corriente de Canarias con las del giro Subtropical.

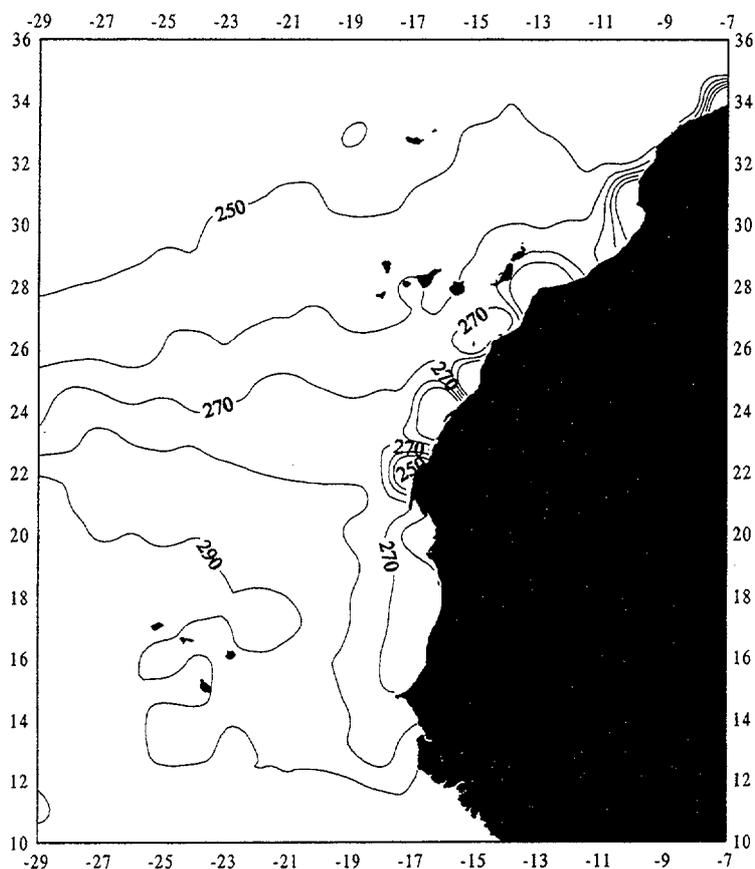


Figura 4.15 – Día del máximo según el ajuste anual

El día del año en el que se produce el mínimo de la temperatura superficial, según la función de ajuste, se muestra en la figura 4.16. El mínimo ocurre en la zona norte a principios de marzo, desplazándose hacia la primavera al disminuir la latitud; en la zona de Cabo Verde se presenta a principios de abril.

Las figuras 4.14, 4.15 y 4.16 presentan una distribución similar, ya que los días en los que se producen el máximo y el mínimo de la temperatura dependen de la fase del ajuste. Los valores reales de estos días de las series varían según el año, pero por lo general la diferencia entre un año y otro, oscila entre 10 y 25 días, salvo datos anómalos. Esta diferencia se puede explicar por el hecho de ajustar la función de ajuste a una sola frecuencia.

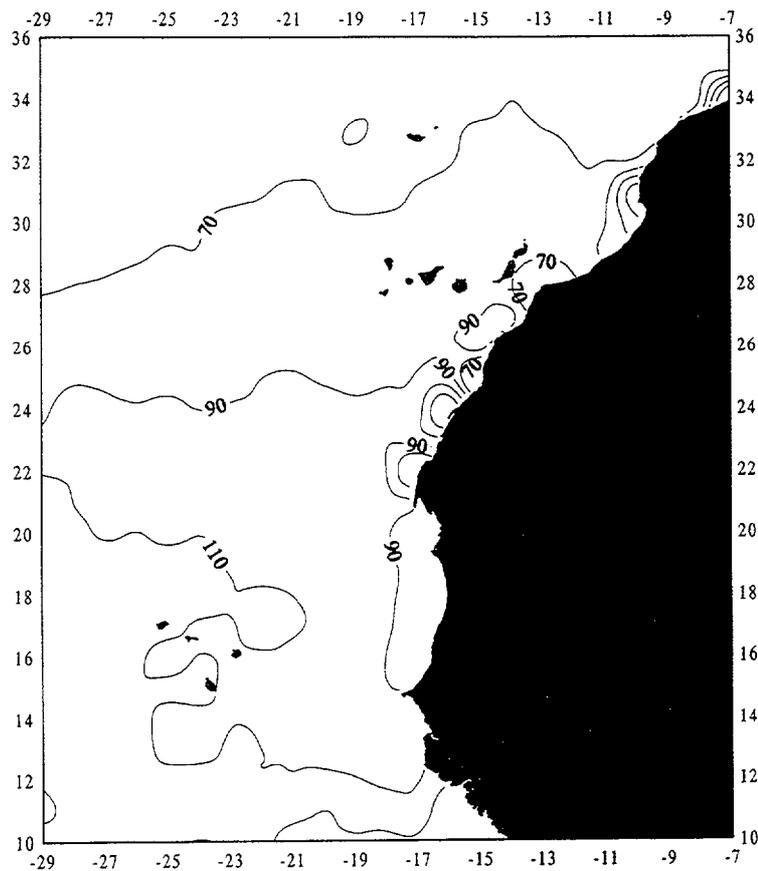


Figura 4.16 – Día del mínimo según el ajuste anual

Para controlar la validez del ajuste anual, recurrimos, entre la amplia gama de estadísticos disponibles, al coeficiente de determinación  $r^2$  (A.18). El motivo de decantarnos por éste radica en que sus valores en tantos por cientos representan el porcentaje de la varianza total que corresponde al armónico anual.

En la práctica, el coeficiente de determinación  $r^2$  no toma los valores extremos (A.19), sino los comprendidos entre esos límites. La proximidad de este coeficiente al valor 1 es un indicador de ajustes muy buenos.

La figura 4.17 muestra la distribución de este coeficiente en toda la zona de este estudio para el ajuste anual. El cálculo de este coeficiente se ha realizado directamente entre las series y la función de ajuste, sin filtrados, manteniendo los

intervalos presentes en las series y respetando todos los valores, incluso aquellos que se saben anómalos por el gran contraste que presentan con los circundantes.

En el análisis de la figura se comprueba el carácter zonal en la variación del coeficiente: los valores máximos, por encima del 80% los encontramos en el norte de la región, lo que es indicador del fuerte carácter estacional de las series temporales de temperatura superficial de esa zona; por el contrario, los valores mínimos se encuentran en la zona sur de la región, alrededor del 40%, lo que muestra una pobre estacionalidad de las series en esa zona.

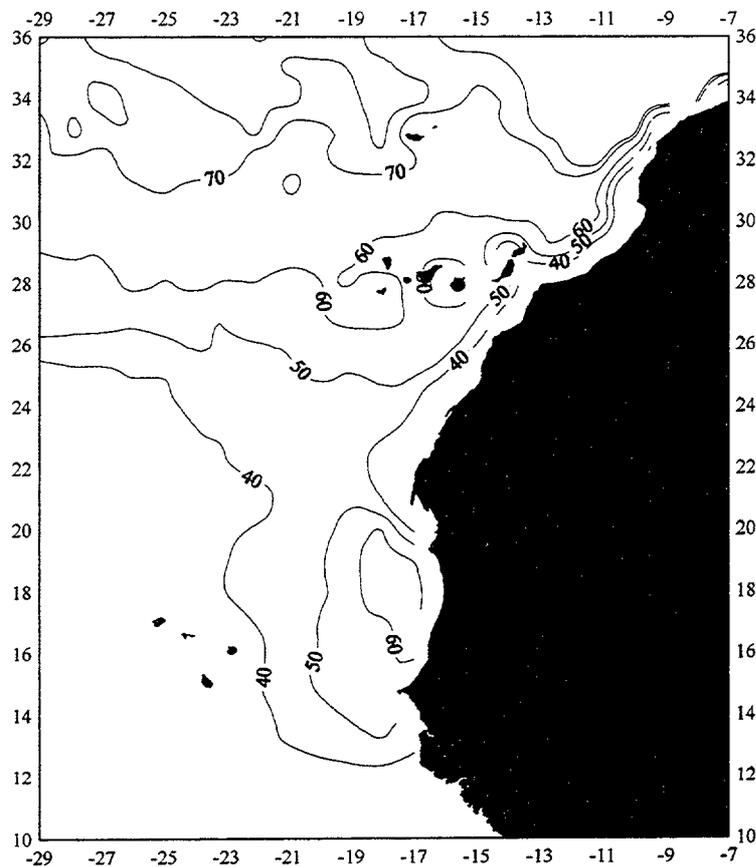


Figura 4.17 – Coeficiente de determinación  $r^2$  expresado en porcentaje.

Los valores mínimos se pueden explicar recurriendo a dos argumentos de naturaleza bien diferente:

1) La zona sur es el área de estudio con menor número de datos disponibles (figura 4.3). Sin embargo, este motivo no tiene porqué influir en el coeficiente de determinación, ya que en el océano abierto de la zona norte los datos disponibles presentan una pérdida similar y, sin embargo, el ajuste está por encima del 70% en esa zona.

2) Esta zona está influenciada por la climatología subtropical, que está caracterizada por una disminución del contraste verano-invierno, con la presencia de temperaturas con valores medios cálidos y poca variabilidad a lo largo de todo el año. Además, es posible que la presencia de fenómenos a mesoescala introduzca variabilidades en la temperatura superficial del mar que no están directamente relacionados con el ciclo estacional. Estos motivos parecen las causas de los bajos resultados obtenidos para el coeficiente de determinación en el sur de la región.

La estructura comprendida entre Cabo Blanco y Cabo Verde se mantiene en esta figura, en las que se destaca la estacionalidad de las series frente a las del entorno.

Una vez realizado el ajuste anual, se obtiene un conjunto de series temporales nuevas, series de residuos. Estas series se obtienen como diferencia entre los valores reales de las series originales, menos los valores estimados por la función de ajuste (expresión 3.2.1.3). Al obtener estas series, asumimos que los residuos obtenidos a partir de la regresión de la función de ajuste son estadísticamente independientes o no correlacionados. En series temporales geofísicas, asumir esa independencia es inapropiado, ya que los términos de error están habitualmente correlacionados positivamente sobre el tiempo. Este fenómeno se conoce de forma habitual en el análisis estadístico como autocorrelación y genera un sobremuestreo inherente (Chelton, 1983).

La presencia de autocorrelaciones hace que el número efectivo de realizaciones, y de grados efectivos de libertad, puedan ser considerablemente menores que el número total de observaciones. Como consecuencia, se infravalora la varianza de los residuos o se puede sobrevalorar la varianza de los datos. El test de

significabilidad y los intervalos de confianza para los coeficientes de la regresión no son estrictamente aplicables (Neter *et al.*,1985).

Para cuantificar los efectos de las autocorrelaciones se repitieron las regresiones de ajuste usando intervalos temporales, para los que las series temporales pueden asumirse como independientes (apéndice A.5). En el cálculo de las escalas de tiempo integradas, obtenemos valores comprendidos entre 80 y 210 días. Submuestreamos las series originales de temperatura superficial del mar, manteniendo sólo las observaciones que corresponden a la escala de tiempo correspondiente a cada serie. Este submuestreo reduce el número de observaciones en promedio hasta aproximadamente un 8% del número de datos originales de las series temporales.

Los valores del coeficiente de determinación  $r^2$  para diversas series representativas de las 430 de este estudio se muestran en la tabla 4.1, en la que se representan los coeficientes en porcentaje de varianza calculados para las series completas y las submuestreadas.

Localizaciones de las series.	Coeficiente de determinación $r^2$ en porcentaje de varianza	
	Series completas	Series submuestreadas.
Océano norte interior	62.83	63.73
Costa norte de Marruecos.	76.17	72.51
Zona sur de las Canarias.	56.52	60.16
Norte de Islas Cabo Verde.	33.31	31.23
Zona de Cabo Blanco.	52.15	55.29
Zona de Cabo Verde	50.34	57.92
Zona sur de Islas C. Verde.	31.38	29.2

Tabla 4.1- Coeficiente de determinación para las series temporales y las series submuestreadas.

Si analizamos los resultados, se aprecia que el coeficiente de determinación no disminuye de forma apreciable, como se comprueba en las series segunda, cuarta y séptima de la tabla 4.1. Otras 193 series muestran este mismo comportamiento. En las restantes series aumenta, probablemente porque al submuestrear la serie se eliminan temperaturas anómalas. Esto nos lleva a pensar que los resultados no se modifican de forma drástica al trabajar con las series completas al no ser significativos los efectos de la autocorrelaciones en los resultados. Por ello, no se considera necesario corregir de este efecto las series temporales de temperatura de este estudio.

Una vez realizada esta prueba preliminar con los valores de las temperaturas superficiales del mar, realizamos el análisis de correlaciones a las series de residuos por medio del test de Durbin-Watson (A.3).

Como las series de residuos presentan el mismo número de valores no nulos que las series de temperaturas, los límites de validez del test serán los mismos que en el caso anual, ya que mantenemos la misma probabilidad del 99.99%. Los resultados se muestran en la figura 4.18.

Las zonas sombreadas corresponden a correlaciones positivas, es decir, series de residuos con datos no independientes, lo que se traduce en la presencia de señales periódicas significativas. Un total de 245 series presentan este tipo de características.

Las zonas sin sombrear, correspondientes a 185 series libres de correlaciones según el test de Durbin-Watson. Dentro de este conjunto, se diferencian dos grandes grupos: 1) Un grupo de 98 series sin correlaciones que no superan los límites de confianza del test, lo que es un indicador de la ausencia de otras señales periódicas. Por lo tanto, los residuos de estas series se pueden considerar como ruidos independientes, con el carácter de variables aleatorias. 2) Otro grupo de 87 series para las que el test de Durbin-Watson es inconcluso, con lo que es necesario aplicar otros procedimientos para determinar la posible presencia de señales. Este resultado lo contrastaremos en el apartado 4.3, cuando realizamos un estudio detallado de las series de residuos, ya que este análisis es meramente cualitativo.

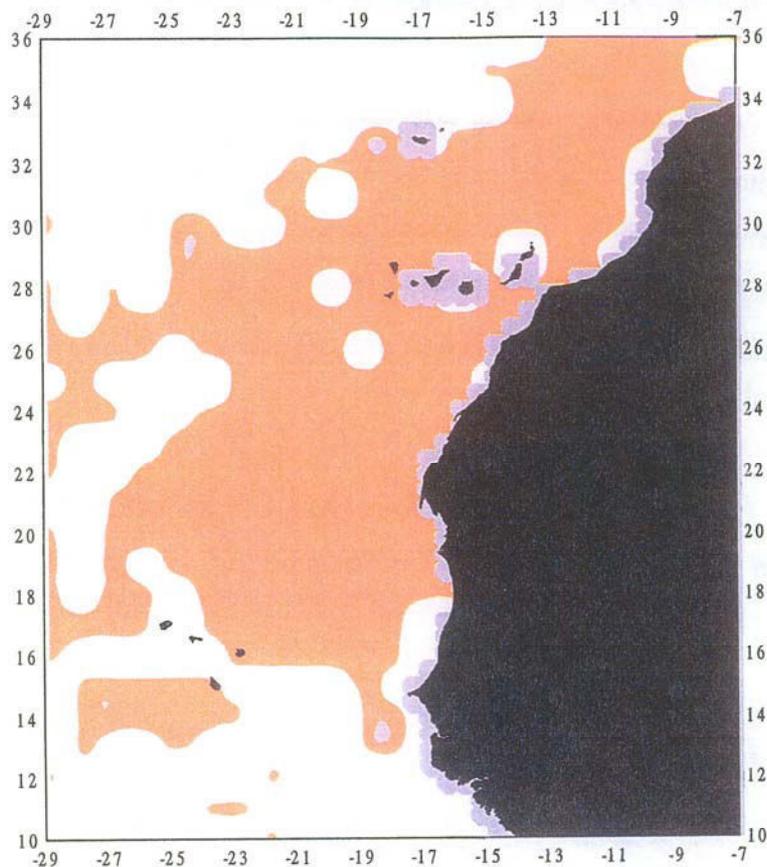


Figura 4.18 – Zonas con residuos correlacionados positivamente.

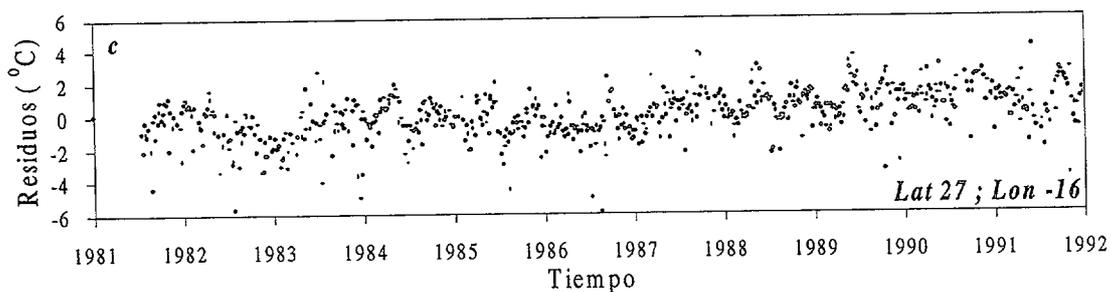
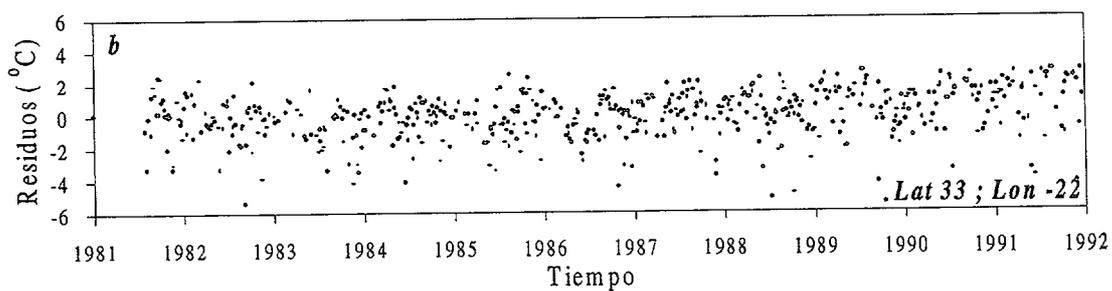
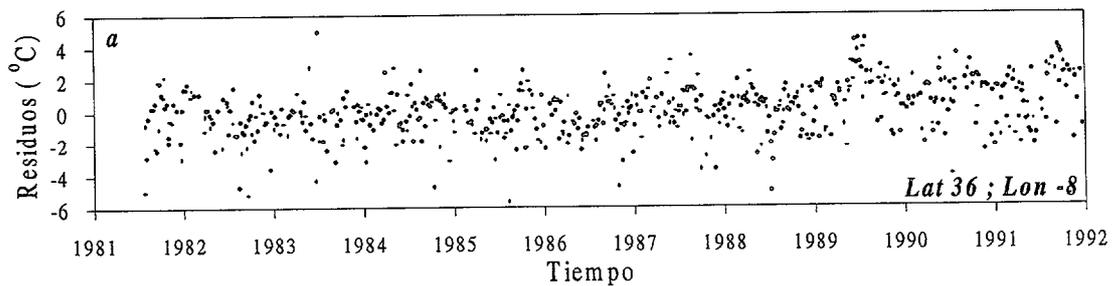
En el siguiente apartado, aplicaremos el método del periodograma a las series de residuos, para determinar la presencia de nuevas periodicidades. Según el análisis anterior, un 58% de las series de residuos presentan correlaciones positivas, lo que implica variabilidades con periodicidades que determinaremos.

Para el 20% de series de residuos con valores del test de Durbin-Watson inconclusos, romperemos esa indeterminación al comprobar la existencia o no de señales en ellas.

### 4.3 Características generales de las series de residuos.

Una vez detectado el armónico anual y extraído de las series temporales, disponemos de un conjunto de series de residuos que analizaremos en este apartado. Estas series derivan de las series de temperatura superficial del mar. Por lo tanto mantienen parte de las características generales de estas. La distribución de las series de residuos de la temperatura superficial del mar presenta la misma estructura que la figura 4.1.

Las figuras 4.19.a, 4.19.b, 4.19.c, 4.19.d, 4.19.e, 4.19.f, 4.19.g y 4.19.h muestran las series de residuos correspondientes a las zonas características de la región.



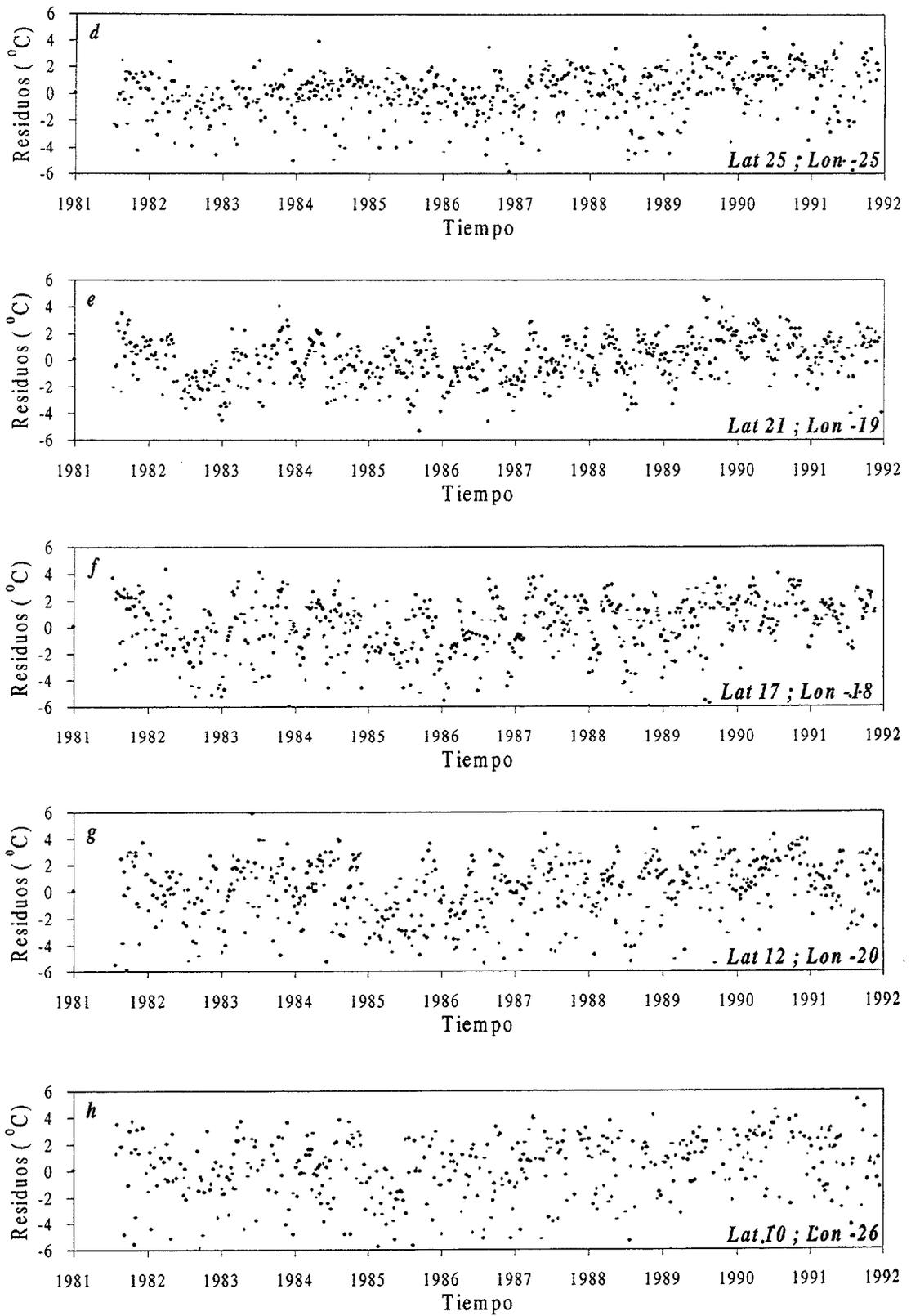


Figura 4.19.a, b, c, d, e, f, g y h – Series de residuos características de la región.

Una inspección visual permite intuir la presencia de otras oscilaciones periódicas, de forma especial al observar los máximos. Unido a estas posibles periodicidades existe un importante ruido de fondo, junto a las irregularidades presentes en las mismas.

Las irregularidades se originan en el carácter no equiespaciado de las series, herencia de las series originales. El número de residuos disponible por localización presenta la misma estructura que la figura 4.3. El número máximo de residuos se encuentra al sur de las Islas Canarias y supera los 680 valores, mientras que los mínimos se presentan en el océano abierto de la zona norte y sur de la región con un número de datos alrededor de los 430 valores.

El número de frecuencias independientes, necesario para el cálculo de los niveles de significación, lo determinamos según la expresión 3.5.5 para cada serie de residuos. La distribución de este parámetro no se muestra ya que deriva directamente del número de datos de las series de residuos, por lo que tienen la distribución y estructura análoga que el caso de las series de temperatura. La figura 4.4 presenta el número de frecuencias independientes para las series de temperatura superficial del mar, coincidiendo para el caso de las series de residuos. Los valores máximos superan las 1300 frecuencias independientes en la zona sur de las Islas Canarias. Los valores mínimos se encuentran alrededor de las 700 frecuencias independientes en el suroeste y el noroeste de la región.

Los valores medios de las series de residuos se calculan para las localizaciones y presentan valores del orden de  $10^{-5}$  °C, tanto positivos como negativos. Como este valor se encuentra varios órdenes de magnitud por debajo de la precisión de las escenas del sensor AVHRR, se puede considerar que el valor medio de las series de residuos es cero. El error que se comete al asumir esta aproximación es despreciable.

Otro parámetro que es importante analizar para conocer el comportamiento estadístico de las series es la varianza de los residuos. Para determinar el valor de

este parámetro, le aplicamos las expresiones A.1 y A.2 a las series de residuos. La figura 4.20 presenta la distribución de la varianza en la región.

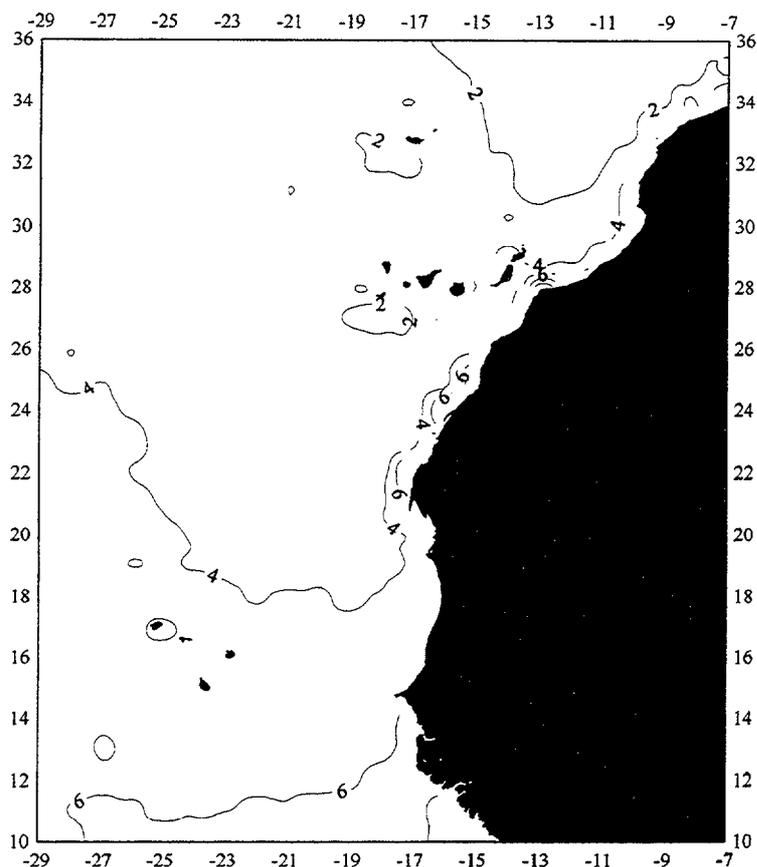


Figura 4.20 – Distribución de la varianza de los residuos

Como se observa en la figura, la distribución es diferente a la varianza de las temperaturas figura 4.6. Esta diferencia se observa en los valores máximos, que son el doble que los correspondientes a las varianzas de las temperaturas, y en la distribución geográfica de la magnitud, con un comportamiento zonal, sin la estructura peculiar de la zona de la costa de Mauritania.

Los valores mínimos se presentan en la zona norte de la región en la que el ajuste anual es muy bueno por la alta estacionalidad, con lo que los residuos son

pequeños. Los valores máximos se presentan en la zona sur en la que la estacionalidad pierde preponderancia y el ajuste es anual es limitado, con lo que la dispersión de los residuos es grande. Otro factor que influye en esta dispersión de los residuos se produce al no estar los datos de las series filtrados, lo que indica una alta presencia de ruido en ellos, incluso la presencia de valores erróneos con diferencias de 8 grados con los adyacentes.

Otro parámetro estadístico interesante en el análisis de series temporales es la desviación típica de los datos. Como lo obtenemos a partir de la varianza de los residuos, presenta una distribución con una estructura análoga a la figura 4.20.

Una vez analizadas las características generales de las series de residuos, le aplicamos nuevamente el análisis del periodograma normalizado para detectar la posible presencia de otras señales periódicas presentes.

### **4.3.1 Periodograma.**

Una vez ajustado el armónico anual y extraído de las series temporales, disponemos de un conjunto de series de residuos nuevo que se han analizado en el apartado anterior cuyo espectro estudiaremos en este.

Para analizar el espectro de frecuencias de estas series aplicamos el método del periodograma normalizado, ya que las series de residuos siguen conservando el carácter no equiespaciado de las series originales de temperatura superficial del mar.

Recordamos que es necesario realizar una serie de comprobaciones previas y posteriores en las series para determinar el grado de validez de los resultados. Las comprobaciones previas son aquellas que afectan a la significabilidad y desplazamientos de frecuencias de los máximos detectados. En el capítulo 3 se analizaron los factores que se deben considerar, se resumen en: la pérdida de datos,

la mezcla de señales, la existencia de intervalos temporales sin datos y la existencia de tendencias significativas en las series.

La pérdida de datos acentuada influye en la disminución de significabilidad de las señales detectadas. Las series de residuos presentan el mismo número de datos no nulos que las series originales. Como se comprobó en el apartado 3.7.3 la pérdida de datos que tolera el método, de manera que la señal sigue siendo significativa, se sitúa alrededor del 80% para series libres de ruido. En estas series la pérdida máxima se cifra en un 43% de los datos al suroeste y noroeste de la región, por lo que volvemos a considerar las significabilidades detectadas como válidas con respecto a este factor.

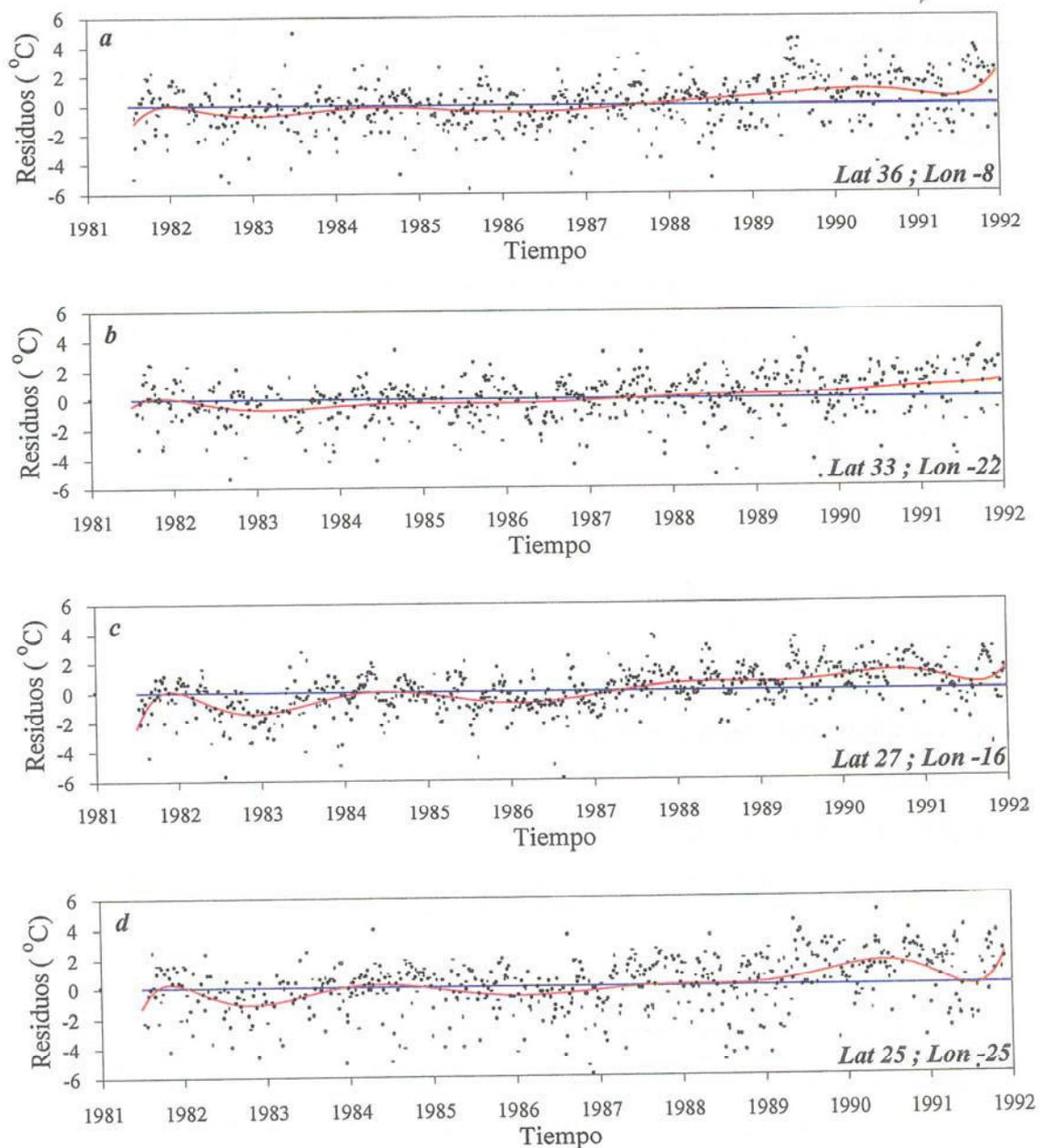
El efecto de la mezcla de señales afecta a los periodogramas en el enmascaramiento de los picos secundarios (apartado 3.7.1), lo que no afecta al análisis realizado porque en cada cálculo del periodograma valoramos sólo la señal más importante detectada. Las señales secundarias se analizan en sucesivas aplicaciones del método a las series filtradas de las que se ha extraído la señal dominante.

La presencia de intervalos temporales sin datos afecta al método en la pérdida de significabilidad de la señal detectada y la introducción de incertidumbres en las frecuencias. Este fenómeno tampoco afecta a las series de residuos ya que los mayores intervalos corresponden a un grupo de 10 datos consecutivos. Este intervalo es insignificante frente a las simulaciones del apartado 3.7.6. En ellas, los intervalos son del 20% del total de los datos y la señal se detecta con significabilidad. Consideramos que este fenómeno tampoco afecta a los resultados de las series de residuos.

Por último, la existencia de tendencias afecta a la significabilidad y crea incertidumbres en las frecuencias (apartado 3.7.5). Para determinar si las tendencias de los residuos afectan a los resultados de los periodogramas recurrimos nuevamente a un polinomio de grado 8 (A.5) y realizamos el cálculo de las 430 series temporales

de residuos. Los resultados obtenidos presentan tendencias muy suaves con ligeros incrementos, similares a las obtenidas para las series de temperatura superficial del mar.

Las figuras 4.21.a, b, c d, e, f, g y h muestran las series de las zonas características de la región con sus correspondientes tendencias y valores medios.



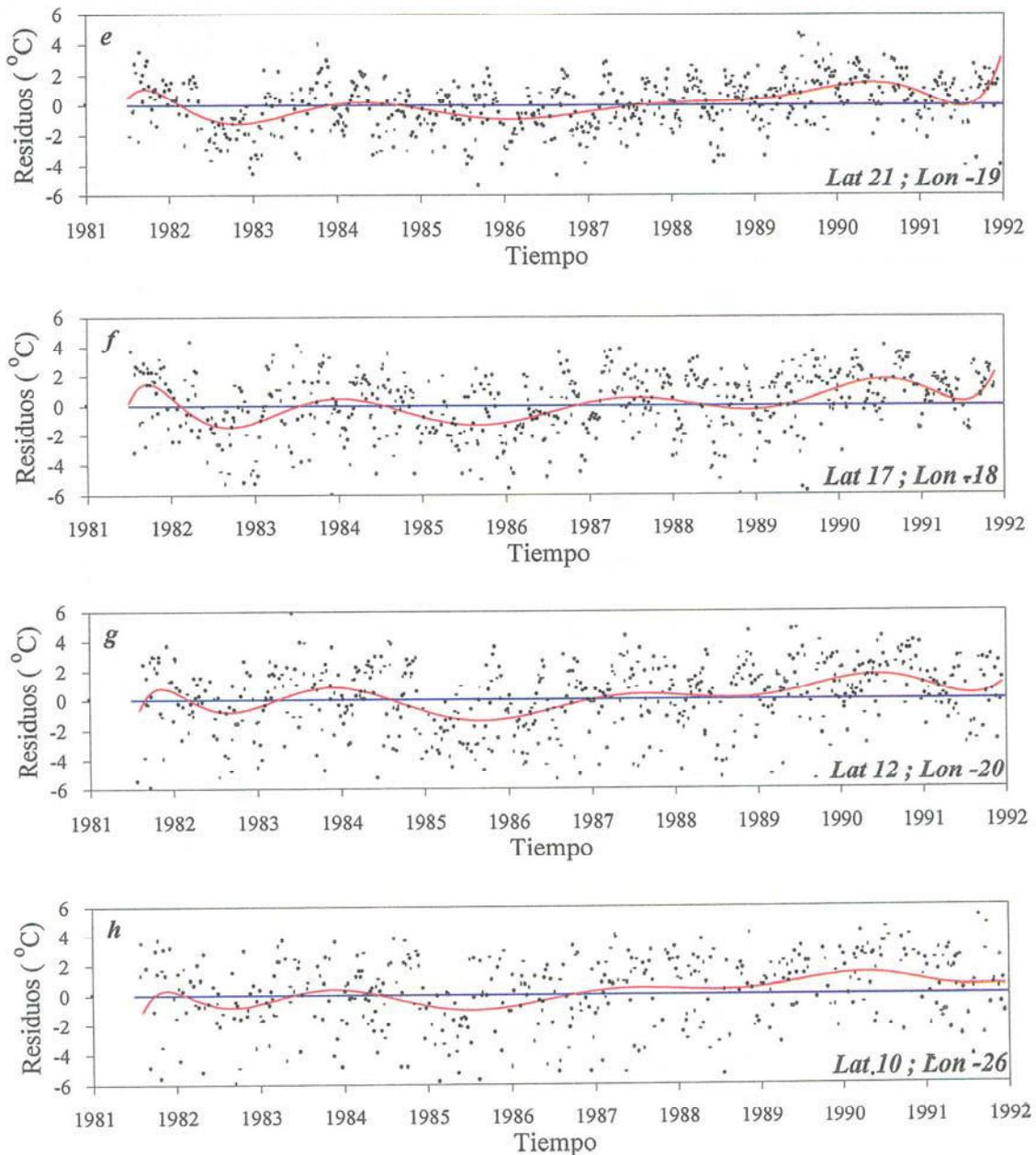
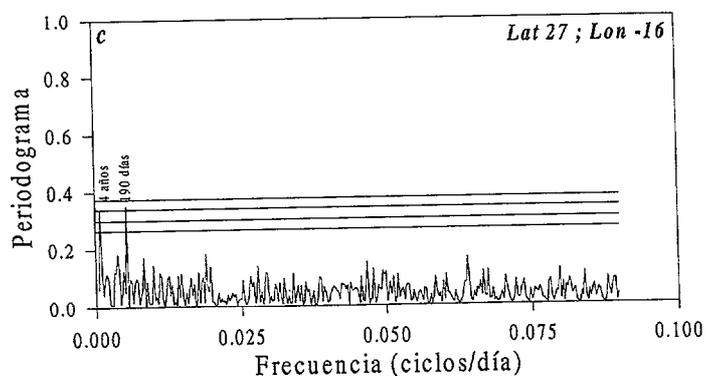
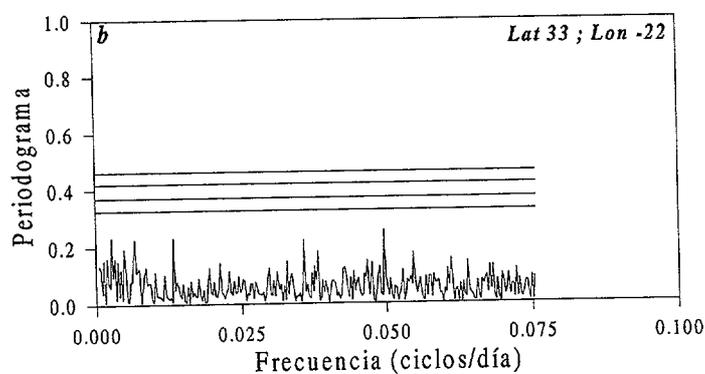
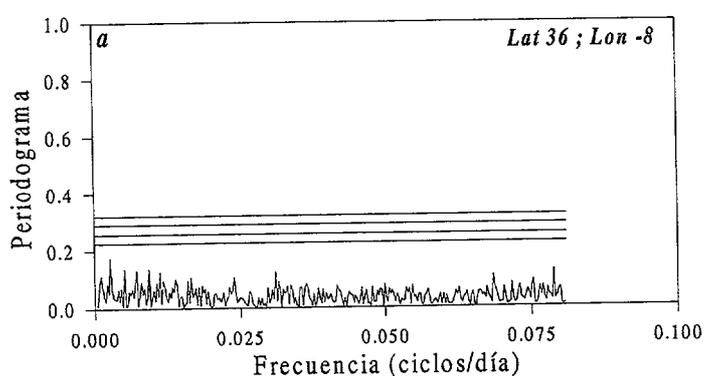
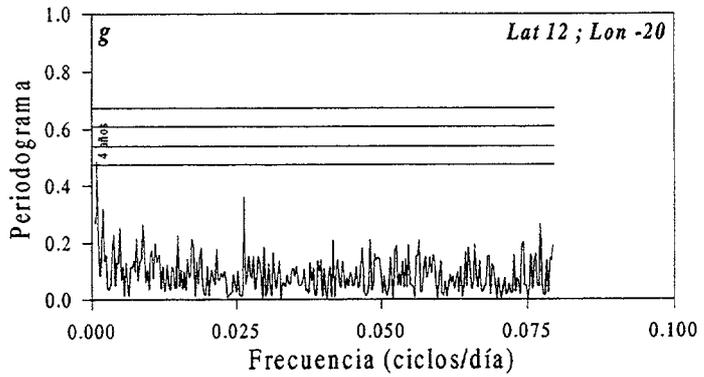
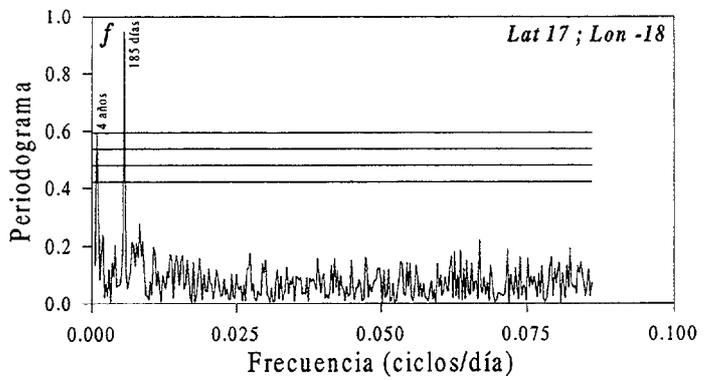
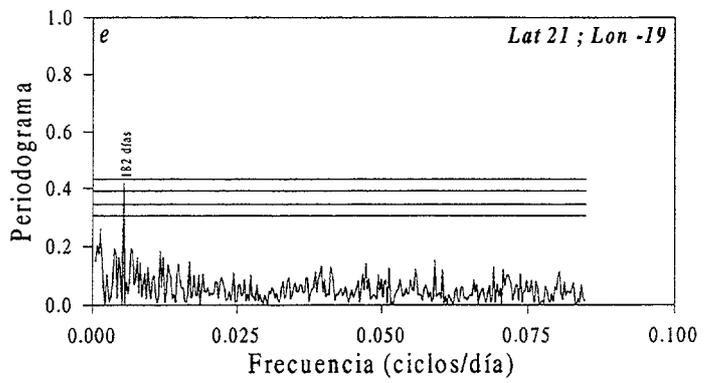
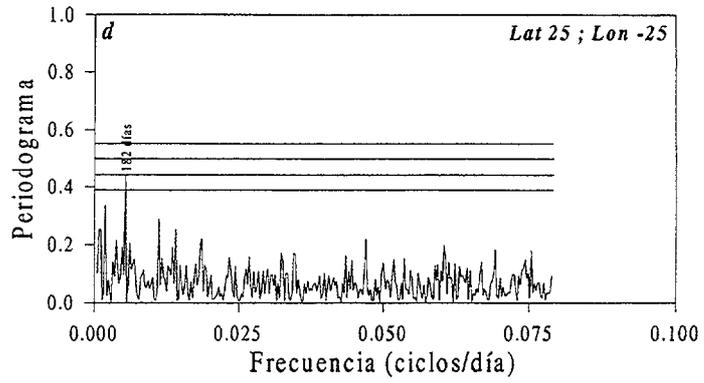


Figura 4.21.a, b, c, d, e, f, g y h – Series de residuos con sus medias y tendencias.

Una vez realizadas las comprobaciones previas que garantizan la fiabilidad de los resultados, aplicamos el periodograma a las 430 series de residuos. Del total de series, 198 presentan señales con significabilidad a considerar, lo que representa un 47% del total de series. El resto de series presentan periodogramas con señales que no superan los niveles de significabilidad determinados para cada serie de residuos, por lo

que no las consideramos. Las figuras 4.22.a, 4.22.b, 4.22.c, 4.22.d, 4.22.e, 4.22.f, 4.22.g y 4.22.h presentan los periodogramas de los residuos de las series características de la región. Los niveles de significación representados son los clásicos en la literatura y están asociados a las probabilidades de presencia de señal del 99.9%, del 99%, de 90% y del 50%. La significación de los máximos detectados varía en función de la localización geográfica de la serie.





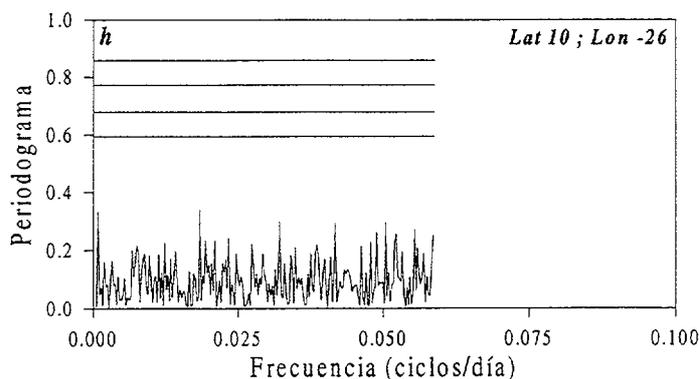


Figura 4.22.a, b, c, d, e, f, g y h – Periodogramas de las series de residuos características de la región.

De forma general, los periodogramas con señales significativas presentan dos tipos de señales: una señal con periodicidad de seis meses en 191 localizaciones y otra señal de cuatro años en 7 localizaciones. La figura 4.23 muestra la distribución de las series con las señales detectadas.

Destaca la presencia de la señal semianual en casi la mitad de las series de la región. Tenemos que destacar que diferentes estudios de series temporales de temperatura superficial del mar presuponen la existencia de este segundo armónico en todas las series de otras climatologías, tal como se aprecia en los trabajos de Levitus, (1986), Podesta *et al.*, (1991), Stramma *et al.*, (1986) o Wyrтки, (1965). Sin embargo, trabajos posteriores como el de Provost *et al.* (1992) demuestran que la señal de periodicidad semianual no está presente en toda la superficie del océano.

En el caso de Provost *et al.*, (1992), se analizan 159 series temporales de temperatura superficial del mar con una extensión de tres años. En el análisis de los residuos detecta la presencia de la componente semianual en 81 de las series, lo que representa el 50% de las localizaciones; el resto se lo reparten series sin otras señales y series con periodicidades inferiores a la semianual, periodicidades entre la semianual y la anual, y periodicidades interanuales.

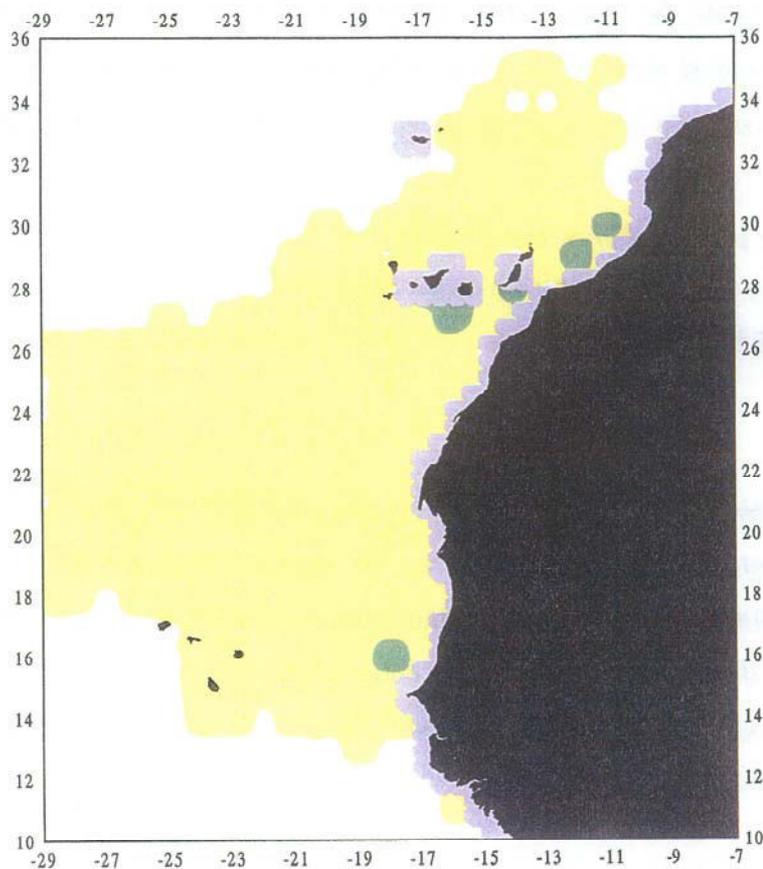


Figura 4.23 – Zonas con la señal semianual (amarillo) y de cuatro años (verde).

En la región de este estudio, el 44% de las series presenta una periodicidad semianual, resultado este que confirma la no-aplicabilidad de los ajustes directos de dos frecuencias a las series de temperatura superficial del mar sin el previo análisis espectral de las mismas, lo que origina resultados no válidos y conclusiones erróneas.

Si analizamos la figura 4.23 se aprecia que la zona en las que se detecta la señal semianual, se extiende en una franja continua de unos 1000Km de ancho paralela a la costa africana desde Cabo Ghir hasta Cabo Verde. Esta franja se abre hacia el interior del océano entre la zona sur de las Islas Canarias y Cabo Blanco.

La señal de cuatro años aparece de forma dispersa en tres áreas muy concretas: desde el norte de la isla de Lanzarote hasta Cabo Ghir, al sur de las Islas Canarias y la zona de la costa de Mauritania en las proximidades de Cabo Verde.

Los periodogramas con periodicidad de cuatro años presentan a la vez una componente semianual del mismo orden que la señal detectada pero no valorable hasta extraer la señal, sin embargo es un indicador de su probable presencia cuando se repita el proceso.

Existen dos grandes zonas sin la presencia de otras señales: las series localizadas en la zona nornoroeste en las que la estacionalidad está fuertemente remarcada, con lo que sus residuos están centrados alrededor de la media y las series de la franja sur de la región comprendida entre la costa de Mauritania y el sur de las Islas Cabo Verde con climatología subtropical. En estas últimas los residuos presentan una mayor dispersión.

Un hecho importante que destacamos es la similitud existente entre las figura 4.18 y la 4.23. La primera, representa la presencia de correlaciones en las series de residuos, es decir, series en las que los residuos no son independientes y contienen algún tipo de señal periódica. La segunda presenta las series en las que se ha comprobado la presencia de periodicidades por el análisis del periodograma. Este resultado parece confirmar la validez del análisis de correlaciones en las series temporales como un indicador de la presencia de señales periódicas en las mismas.

De forma general, se puede considerar que la segunda señal dominante en la oceanografía de la región es la señal semianual, aunque no de forma generalizada. Esta señal presenta diferentes niveles de significación: las localizaciones situadas hacia el océano abierto presentan significaciones bajas, superando sólo el nivel del 50%; la máxima significabilidad se presenta en la zona de la costa de Mauritania, superando la mayoría el nivel del 99,9%. En este efecto se refleja la pérdida de datos al alejarnos de la costa, como se muestra en la figura 4.3, ya que eleva el nivel de los intervalos de confianza y hace disminuir la altura de los picos.

Las alturas de los picos de los periodogramas correspondientes a esta segunda señal, se muestran en la figura 4.24. De forma general, debe presentar una distribución análoga a la amplitud del segundo armónico como comprobaremos al realizar el ajuste de dicho armónico. Como ya se ha comentado, los picos del espectro presenten alturas proporcionales a las amplitudes de las señales contenidas en las series al normalizarlos.

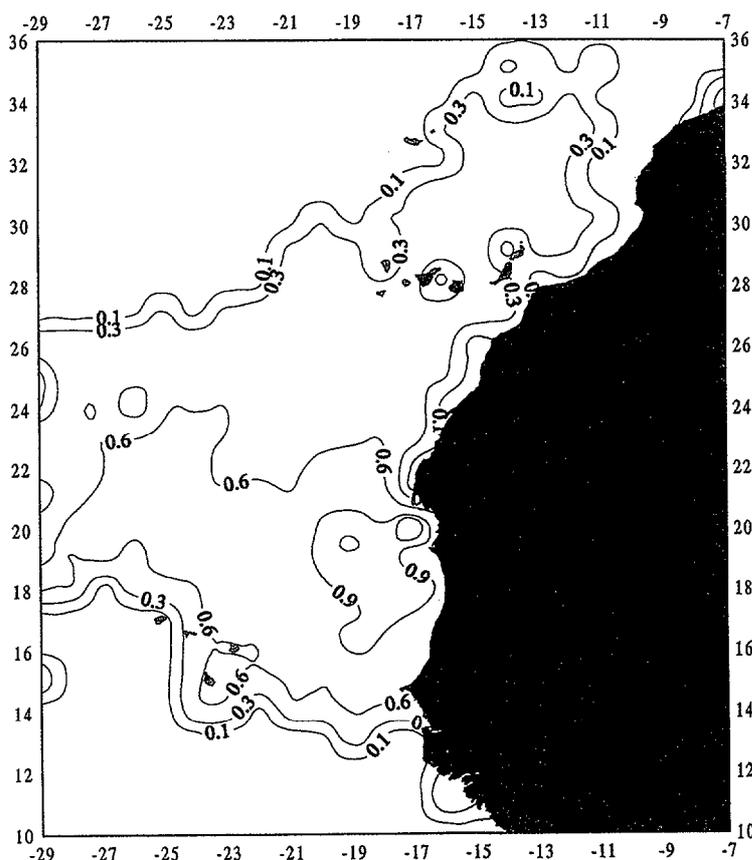


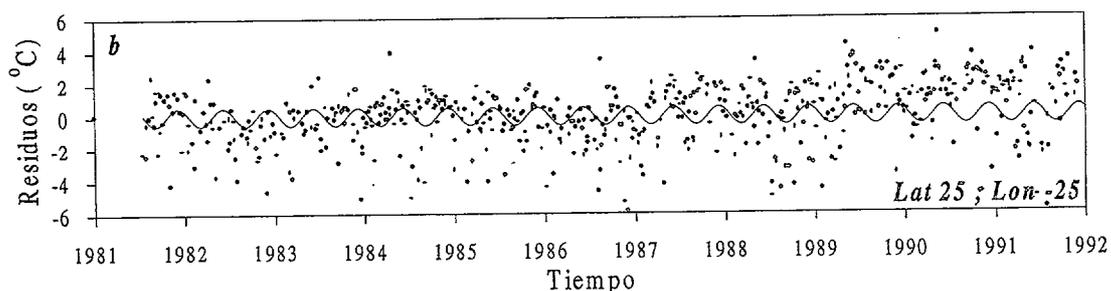
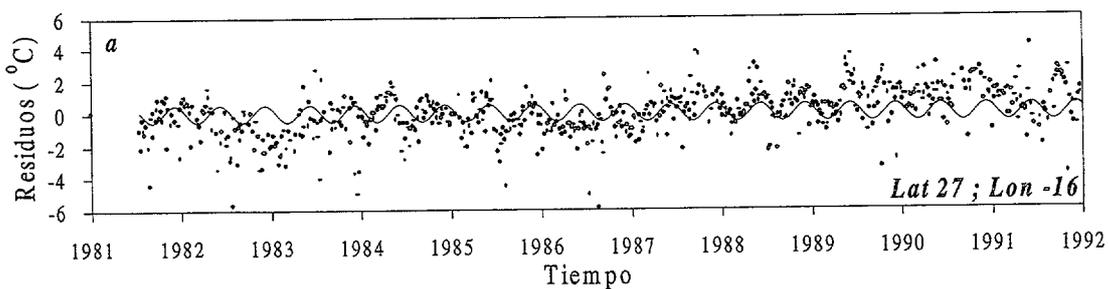
Figura 4.24 – Altura de los picos máximos semianuales.

Las mayores alturas se presentan, como ya se comentó, en la zona de la costa de Mauritania. Sin embargo, es importante destacar el fuerte gradiente que experimenta esta magnitud en la zona de Cabo Verde. En esa zona, la diferencia de altura de los máximos oscila entre alturas medias de 0.2 al norte de Cabo Verde y valores superiores a la unidad un grado en latitud al sur.

### 4.3.2 Ajuste de la frecuencia semianual.

Una vez detectada las series que presentan una segunda frecuencia periódica, unido a su distribución geográfica, ajustamos las series de residuos a una función armónica de frecuencia semianual como la indicada en la ecuación 3.2.1.2. Para realizar el ajuste volvemos a tomar como parámetros independientes la media de los residuos, la amplitud y la fase. El ajuste lo realizamos como en el caso de la frecuencia anual, calculando los residuos en función de los parámetros independientes; con posterioridad se calcula la suma de cuadrados de los residuos (A.8) y les aplicamos las condiciones de mínimo según las expresiones (A.9), (A.10) y (A.11). Con este proceso determinamos los parámetros del ajuste correspondiente a esta segunda señal.

Las figuras 4.25.a, 4.25.b, 4.25.c y 4.25.d muestran las series de residuos características de la región con señal semianual presente y las funciones de ajuste semianual calculadas para ellas. De forma general, se observa que el ajuste es mejor en aquellas zonas en las que la significabilidad de la señal semianual es superior al nivel de significabilidad asociado a la probabilidad de presencia de señal del 99.99%, sin embargo para las zonas con significabilidad inferior los ajustes son buenos.



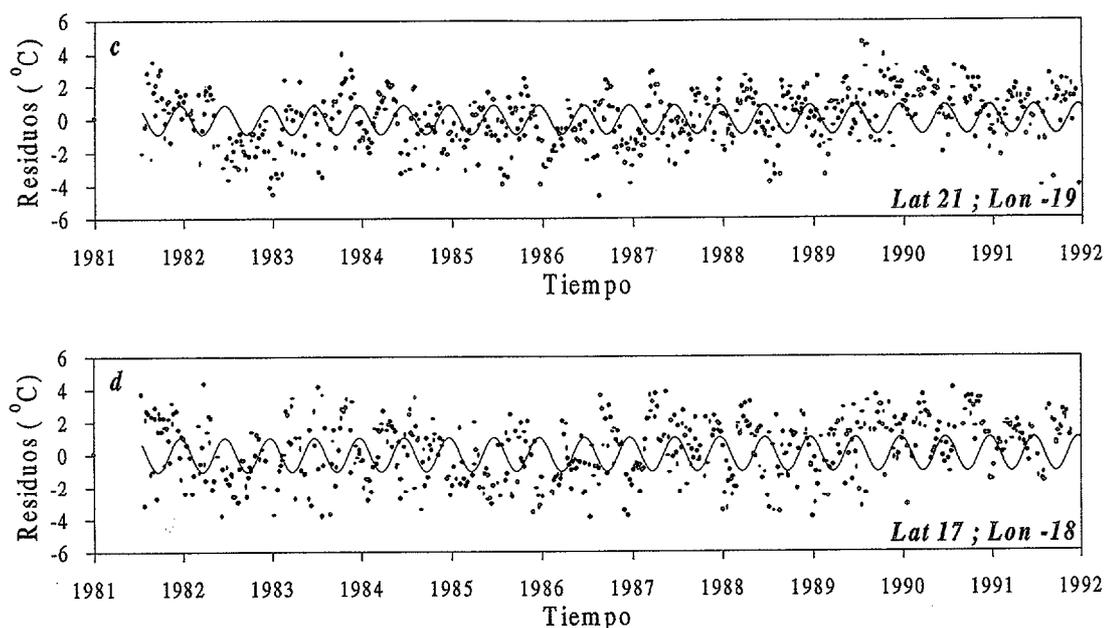


Figura 4.25.a, b, c y d – Series de residuos con la función de ajuste semianual en las cuatro series características de la oceanografía de la región que presentan señal semianual..

La distribución de las medias de los residuos, a partir del ajuste, presenta valores similares a los reales y están centrados en cero. Los valores característicos son del orden de  $10^{-5}$  °C, tanto positivos como negativos. Por este motivo, se puede considerar nulo el valor medio de las series de residuos ya que este valor es varios órdenes de magnitud inferior a la precisión de las escenas de satélite, tanto en los valores reales como en los valores calculados por medio de la función de ajuste armónica a la frecuencia semianual.

Las amplitudes del periodo semianual para las zonas en las que existe esta señal se muestra en la figura 4.26. Si analizamos su distribución observamos que los valores máximos se presentan en la costa de Mauritania, disminuye de forma progresiva al aumentar la latitud y de forma brusca al disminuir esta. Los valores máximos se presentan en la zona al sur de Cabo Blanco con valores en torno a 1.3° C, lo que supone una gran importancia de este armónico en la oceanografía de esa zona. La distribución de esta figura es similar a la 4.24, que representa las alturas de los picos del periodograma correspondientes a la frecuencia semianual, puesto que,

como ya hemos comentado, las alturas de los máximos son del mismo orden que las amplitudes de las señales contenidas en los datos.

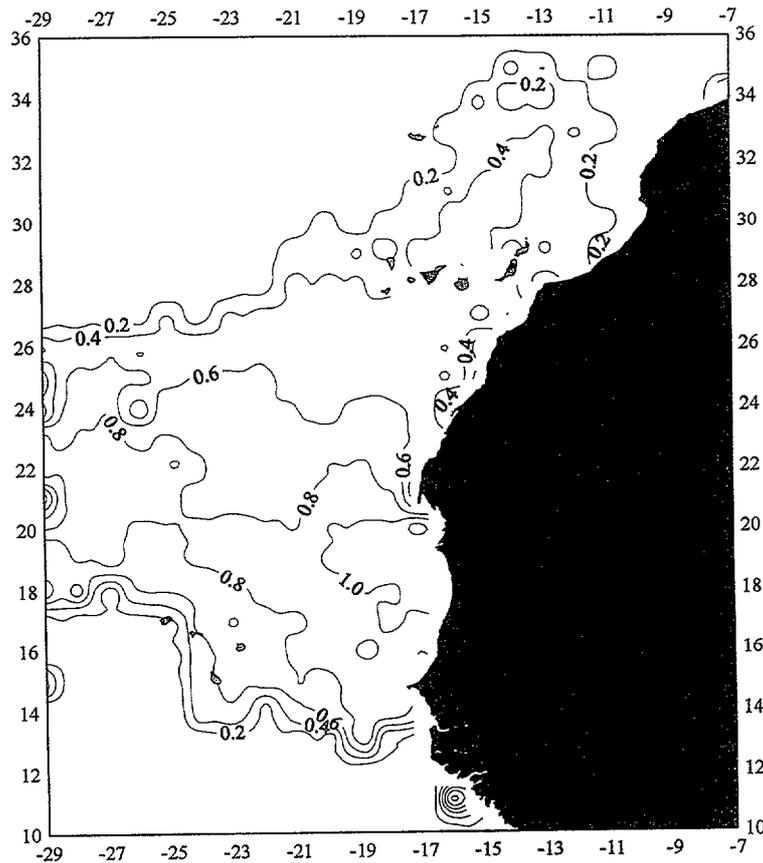


Figura 4.26 – Amplitud del armónico semianual.

La fase del ajuste semianual es un parámetro que permite controlar los desplazamientos de la función de ajuste de la segunda frecuencia respecto al origen de tiempos. La fase semianual se muestra en la figura 4.27, su representación se ha realizado en días y la distribución es más regular que la fase de la componente anual.

El valor de la fase, en la zona en la que hemos detectado el segundo armónico, permanece estable alrededor de los 25 días. El valor mínimo de 15 días se presenta en dos zonas bien diferenciadas: 1) La zona norte del afloramiento costero comprendida

ente el sur de Cabo Ghir y el norte de Cabo Blanco. 2) La zona límite de señal semianual en la que la fase cae bruscamente a cero, pero el valor dominante del límite es 15 días.

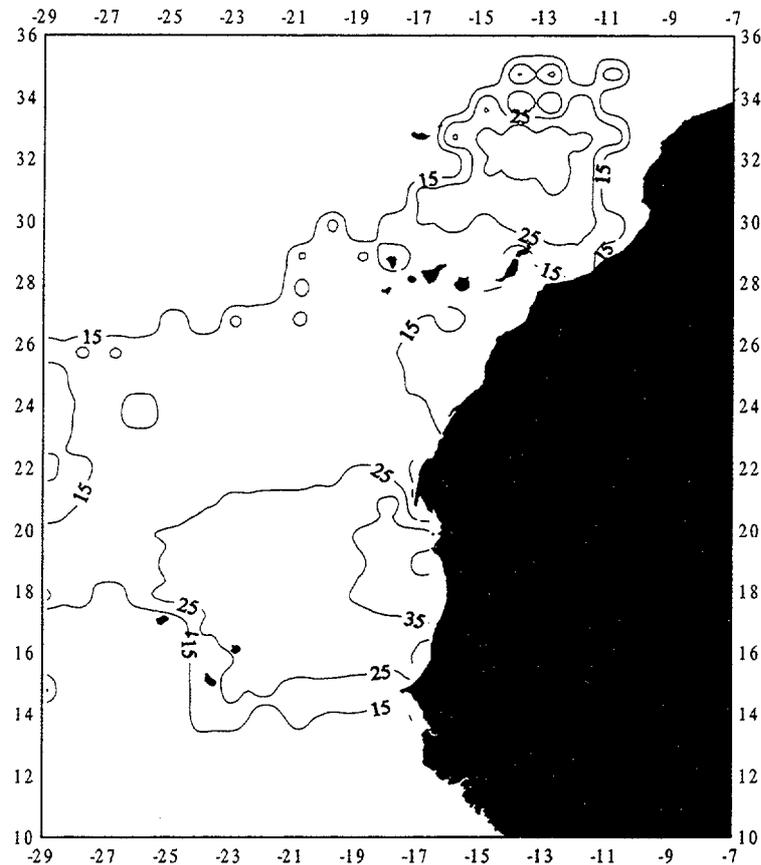


Figura 4.27 – Fase del armónico semianual expresada en días.

Los máximos de la fase del ajuste del segundo armónico para la zona norte de la región se presentan en torno al 5 de Marzo para el primero y el 5 de Septiembre para el segundo. Estas fechas se desplazan progresivamente al disminuir el valor de la fase en la zona de Cabo Blanco hasta el 20 de febrero y 20 de agosto.

Los valores mínimos de la fase del ajuste semianual se presentan sobre el 5 de Junio y 5 de Diciembre, desplazándose hasta el 20 de Mayo y 20 de Noviembre según nos aproximamos hacia la zona de Cabo Blanco.

Un fenómeno importante que debemos calibrar es el acoplamiento de las fases de los dos armónicos detectados en las series de temperatura superficial del mar. Al realizar el ajuste de la frecuencia anual, se obtuvo un patrón de fases asociados a esa periodicidad representado en la figura 4.14. Para la zona de la región con presencia de frecuencia semianual la distribución de las fases se muestra en la figura 4.27. Analizando las diferencias de fases se puede determinar la forma en la que interfieren las dos señales.

Para determinar la interferencia de los dos armónicos de diferentes frecuencias creamos una serie de simulaciones que reflejan de forma general este efecto; la figura 4.28 muestra varias simulaciones en las que se visualiza el tipo de interferencia que existe entre los armónicos. Según sean las fases, estas interferencias pueden ser: 1) Constructivas de máximos si las amplitudes se suman, lo que provocaría veranos más calurosos e inviernos más suaves (4.28.a). 2) Constructivas de mínimos si las amplitudes se restan, lo que ocasiona veranos suaves e inviernos más fríos (4.28.b). 3) Centradas en los valores medios, si los efectos mantienen los valores extremos con ligeras variaciones y acortan una cara de la senoide y extienden la otra (4.28.c y 4.28.d).

Las series de la región que contienen ciclo anual y semianual presentan un tipo de interferencia similar a la figura 4.28.c en la mayor parte de esa zona. Esto viene a significar que en ella los valores extremos de las temperaturas se ven ligeramente afectados por la interferencia entre los dos armónicos; la interferencia afecta a la primavera que se acorta y al otoño que se extiende. En otras palabras, el tránsito de temperaturas entre el mínimo invernal al máximo de verano es mucho más rápido que el tránsito del máximo del verano al mínimo del invierno si lo comparamos con el resto de series en las que sólo existe el armónico anual.

La figura 4.29 muestra la interferencia de los dos armónicos para diversas zonas de la región de estudio. Recordar que este fenómeno se manifiesta sólo en la región en las que coexisten los dos armónicos detectados, es decir, la indicada en la figura 4.23.

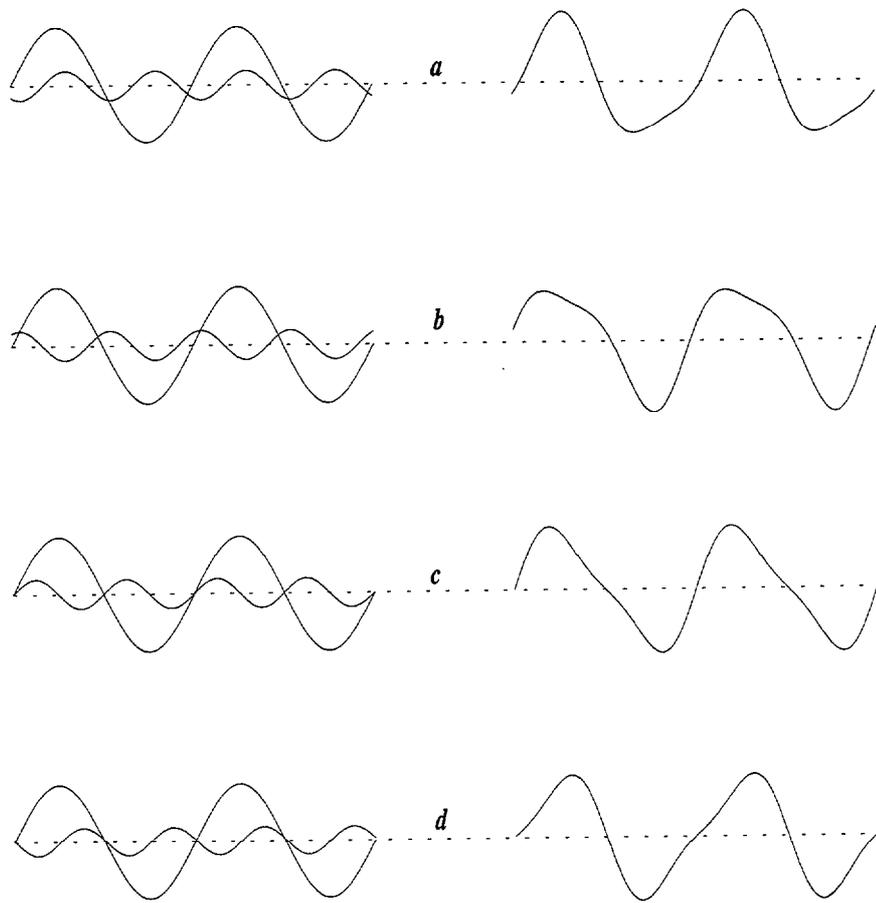
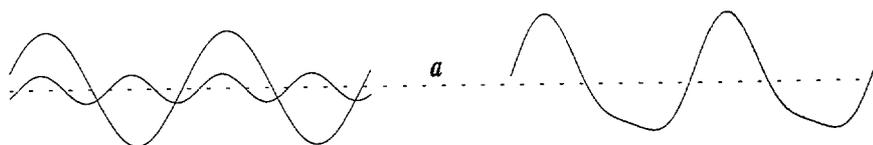


Figura 4.28.a, b, c y d- Simulaciones de interferencias en función de las diferencias de fases.

La figura 4.29.a corresponde al sur de las Islas Canarias, la 4.29.b al océano abierto al suroeste de las Islas Canarias, la 4.29.c a la zona de Cabo Blanco y la 4.29.d corresponde a la zona norte de Cabo Verde.



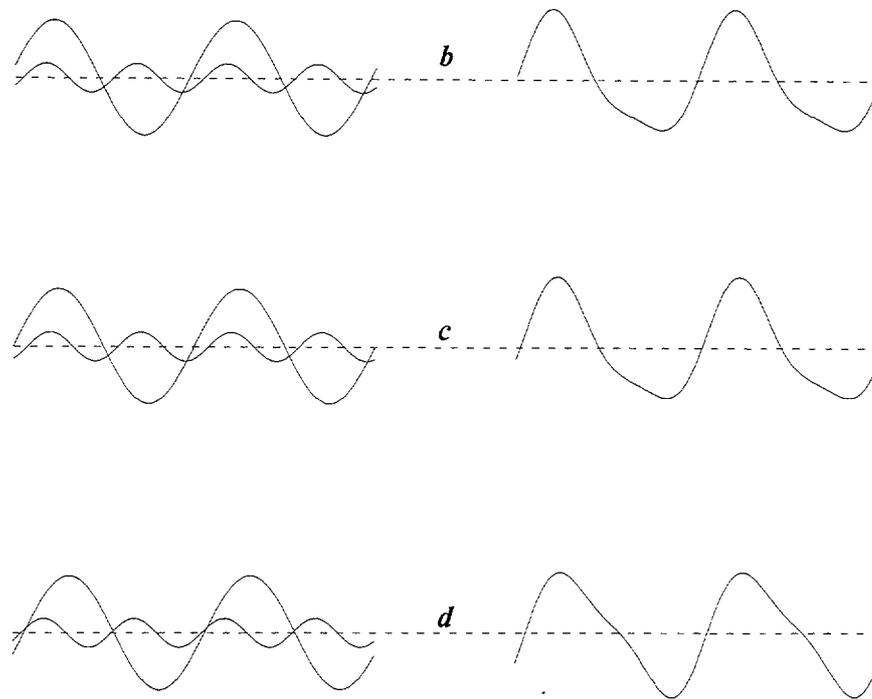


Figura 4.29.a, b, c y d – Interferencia de los dos armónicos para series de la zona.

Para completar el análisis del ajuste semianual se calcula el coeficiente de determinación  $r^2$  para esta frecuencia (expresión A.18). Con ello determinamos el porcentaje de la varianza contenida por esta segunda señal.

La figura 4.30 muestra los valores de este parámetro estadístico. Los valores inferiores a 2.5% de la varianza se consideran ruido (Levitus, 1986). Este valor se obtiene en la zona en la que no existe señal semianual, mientras que los valores con porcentajes de varianza superiores a este valor los localizamos en la zona de periodicidad semianual. Este límite inferior se presenta en el límite de la zona (figura 4.23). Los valores máximos los localizamos en las inmediaciones de Cabo Blanco con porcentajes próximos al 18% de la varianza. Estos valores indican

la importancia del armónico semianual en la climatología de la zona comprendida entre Cabo Blanco y Cabo Verde.

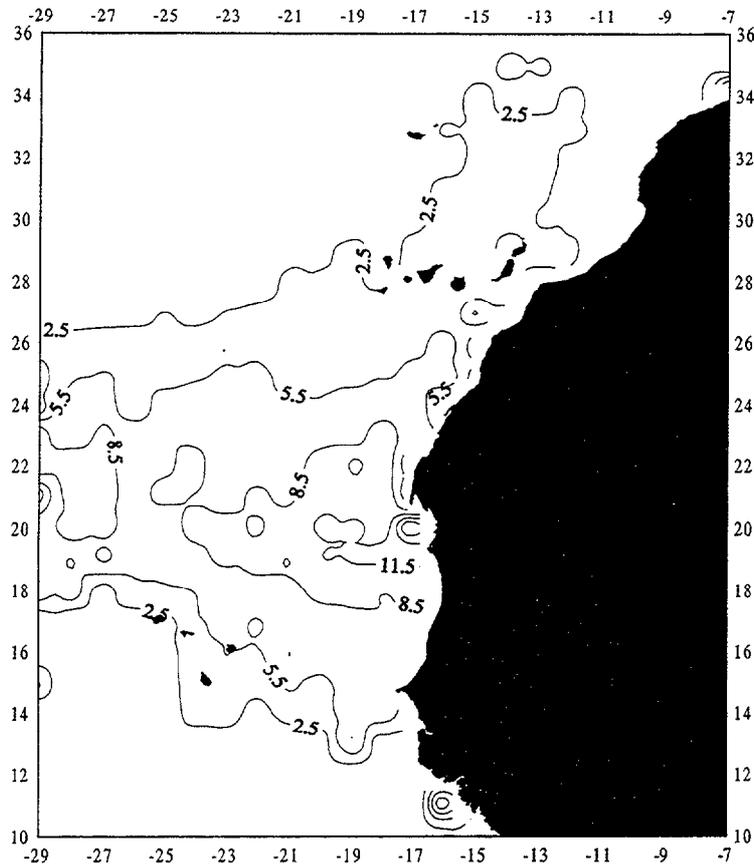


Figura 4.30 – Coeficiente  $r^2$  para el ajuste semianual.

Una vez realizado el ajuste semianual, se pueden obtener las series de residuos de los residuos como diferencia entre los residuos de las series de temperatura y la función de ajuste semianual. Asumimos que son estadísticamente independientes aunque puede ocurrir que estén autocorrelacionados sobre el tiempo, con lo cual, los valores del coeficiente de determinación  $r^2$  pueden estar sobrevalorados.

Esto se justifica por la presencia de autocorrelaciones, que hace que el número efectivo de realizaciones y de grados de libertad puede ser menor que el

número de datos. Como consecuencia se sobrevalora la varianza de los residuos y se infravalora la varianza de los residuos de los residuos.

Para cuantificar el efecto de las autocorrelaciones, aplicamos a las series de residuos el procedimiento desarrollado en el apéndice A.5, calculamos el intervalo para submuestrear las series de forma que en ese intervalo se encuentren libres de autocorrelaciones. Los valores de los intervalos calculados oscilan entre 60 y 250 días, lo que reduce las longitudes de las series originales hasta un promedio del 10% de los datos. Para esas series submuestreadas ajustamos la frecuencia semianual y calculamos el coeficiente de determinación  $r^2$ . Si los valores de este coeficiente disminuyen de forma generalizada indicaría la presencia de las autocorrelaciones. La tabla 4.2 muestra los valores de este coeficiente para diversas series representativas de las 430 disponibles en la región.

Localizaciones de las series.	Coeficiente de determinación $r^2$ en porcentaje de varianza	
	Series completas	Series submuestreadas.
Zona sur de las Islas Madeira	5.73	7.86
Costa norte de Marruecos.	7.01	5.46
Zona sur de las Canarias.	12.42	11.83
Norte de Islas Cabo Verde.	10.72	11.31
Zona de Cabo Blanco.	15.46	12.27
Zona de Cabo Verde	7.27	8.78
Zona este de I. C. Verde.	6.21	9.67

Tabla 4.2- Coeficiente de determinación para las series de residuos y los residuos submuestreados.

Al observar los valores obtenidos, se aprecia que el coeficiente de determinación disminuye de forma apreciable en tres de los ejemplos. Otras 86 series muestran este comportamiento. En las otras cuatro aumenta, debido fundamentalmente al eliminar datos anómalos con el submuestreo. Otras 84 series muestran este comportamiento. Un grupo de 16 series ofrece resultados no concluyentes. El análisis de estos valores nos lleva a pensar que los resultados no se modifican de forma drástica al trabajar con las series completas, ya que no son significativos los efectos de las autocorrelaciones en los residuos. Por lo tanto, no se considera necesario corregir las series de este factor.

### **4.3.3 Análisis espectral de series temporales de parámetros atmosféricos ECMWF. Determinación de variabilidades semianuales.**

La interpretación del origen de este segundo armónico, semianual, presente en parte de las series de la región, no es sencilla de explicar en términos físicos. En principio no existe un campo de fuerzas al que atribuir directamente el origen de esta segunda periodicidad. Realizando un intensa y exhaustiva búsqueda en la literatura disponible, se llega a la conclusión que este segundo armónico debe estar relacionado con efectos de propiedades atmosféricas.

El camino seguido por la mayoría de autores se basa en analizar los siguientes fenómenos atmosféricos o sus componentes. El módulo de la tensión del viento es el primer candidato al que se recurre para intentar buscar una interpretación de la componente semianual. La segunda posibilidad es analizar las componentes  $u$  y  $v$  de la tensión del viento. La tercera vía es analizar los campos de presiones en la búsqueda de esa interpretación.

En estas líneas de trabajo, diversos autores han encontrado periodicidades semianuales en la presión como Chih y Wallace, (1976) en el ámbito atmosférico

global, especialmente en el hemisferio sur; Van Loon *et al.*, (1972), Van Loon y Rogers, (1983/a), Van Loon y Rogers, (1983/b) y Large, (1988) que detectan ondas en la atmósfera del hemisferio sur de frecuencias semianuales; Horel, (1982) que analiza vientos y magnitudes derivadas en el océano Pacífico encontrando periodicidades similares; Daly, (1978) que estudia la respuesta de la temperatura superficial a los procesos de forzamiento atmosféricos. Pese a todos estos estudios, no se ha descifrado de forma general qué magnitud o propiedad derivada es la responsable de la aparición del segundo armónico en la temperatura superficial del mar. Las correlaciones entre atmósfera y armónico semianual varían según los autores, para intentar buscar la posible correlación entre la variabilidad de las magnitudes atmosféricas y el océano en la región de este estudio, se ha recurrido a los datos atmosféricos del ECMWF.

El fin que buscamos al analizar los datos atmosféricos es detectar periodicidades semianuales. Por ello, el tratamiento de estos datos lo realizamos por el mismo procedimiento que las escenas de satélite, es decir, por medio de series temporales. Se construyen un total de 410 series temporales formando una ventana bidimensional con una malla cada  $1.125^\circ \times 1.125^\circ$  en longitud y latitud. La ventana creada es ligeramente superior que la de temperatura superficial del mar y sólo una parte de las series de viento coincide en longitud y latitud con las correspondientes series de temperatura. Este hecho no es trascendente para el estudio global que pretendemos realizar ya que no vamos a realizar correlaciones directamente entre series. Las series generadas inicialmente corresponden al módulo de la tensión del viento, las componentes u y v de la tensión del viento y la presión atmosférica. Con lo que disponemos de cuatro conjuntos de 410 localizaciones cada uno, con una extensión temporal para cada serie de 1845 días.

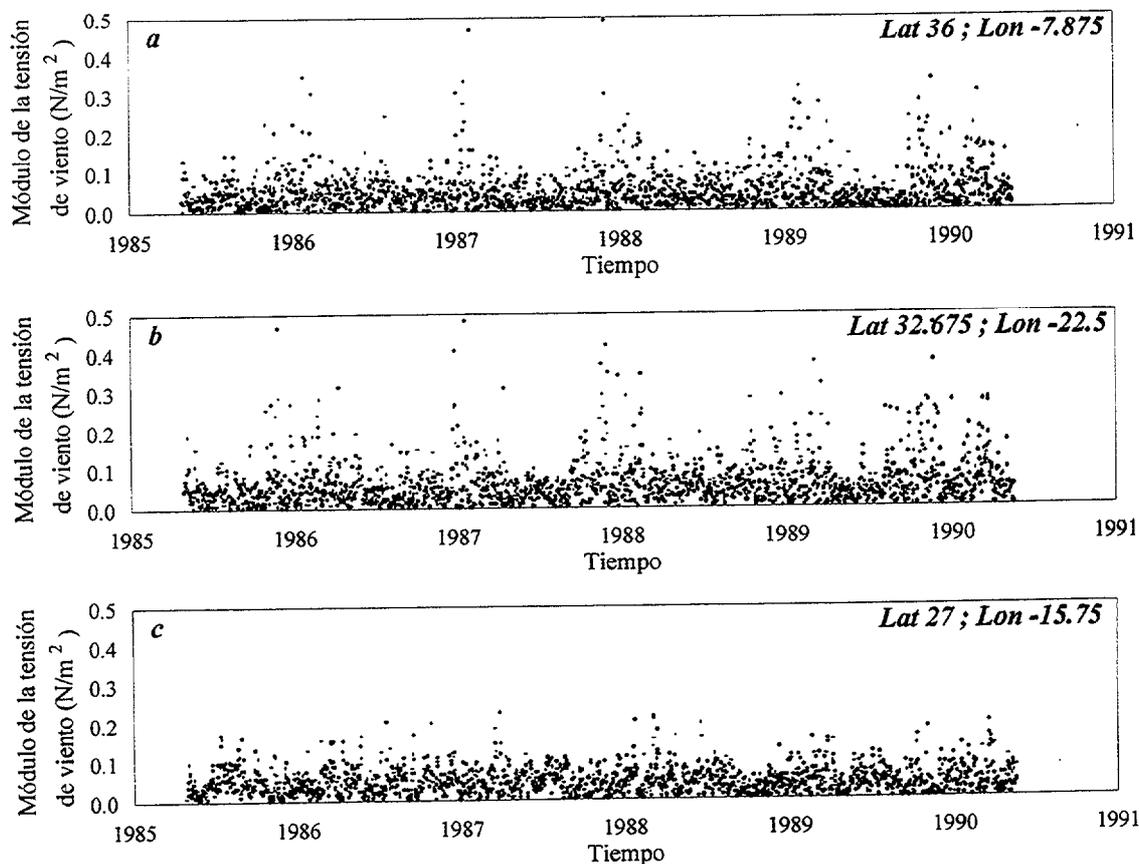
Las series temporales de estas cuatro magnitudes físicas atmosféricas se analizan previamente de correlaciones por medio del test de Durbin-Watson (expresión A.3). Al aplicar el método obtenemos valores para el estadístico 'D' del orden de  $10^{-1}$  en el 95% las series, muy inferiores al límite de confianza del test asociado a una probabilidad del 99.99% que es superior a la unidad. Esto refleja la

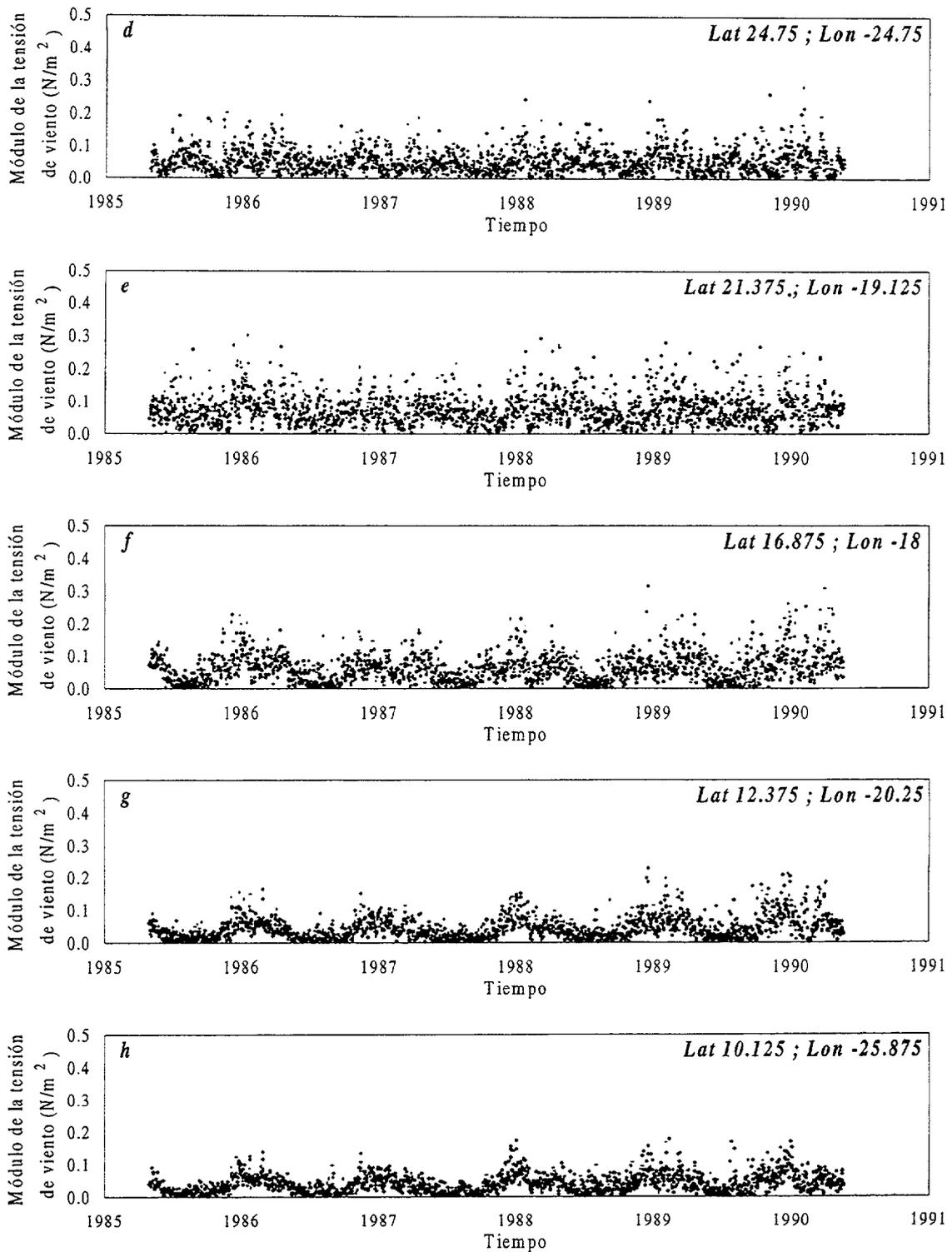
presencia de importantes correlaciones en todas las series, es decir, los datos no son independientes sino que su variabilidad está condicionada por algún tipo de señal.

#### 4.3.3.1 Variabilidad de las series del módulo de la tensión del viento.

Los valores de la tensión del viento se han calculado a partir de los datos de viento por medio de la expresión B.1, obteniendo con ella las escenas diarias de esta magnitud para toda la región. Las series temporales se extraen de estas escenas.

Las series características de esta magnitud atmosférica se muestran en las figuras 4.31.a, 4.31.b, 4.31.c, 4.31.d, 4.31.e, 4.31.f, 4.31.g y 4.31.h, cuyas posiciones son muy próximas a las series de temperatura superficial del mar. Una simple inspección visual, permite comprobar el carácter irregular de las series de la zona norte, mientras que al descender en latitud aparece el carácter estacional, acentuándose en la zona sur de la región.





Figuras 4.31.a, b, c, d, e, f, g y h – Series características del módulo de la tensión del viento.

Los valores máximos de esta magnitud corresponden por lo general con la primavera, mientras que los mínimos se presentan en otoño. Las series de la zona

norte presentan menor variabilidad debido a la presencia probable de variabilidades de corto período. La distribución a gran escala de este parámetro se puede observar en la figura 4.32, presenta la distribución de los valores medios del módulo de la tensión del viento para toda la región. Destaca en ella los valores mínimos centrados sobre las Islas Salvajes y los máximos en la zona de Cabo Blanco.

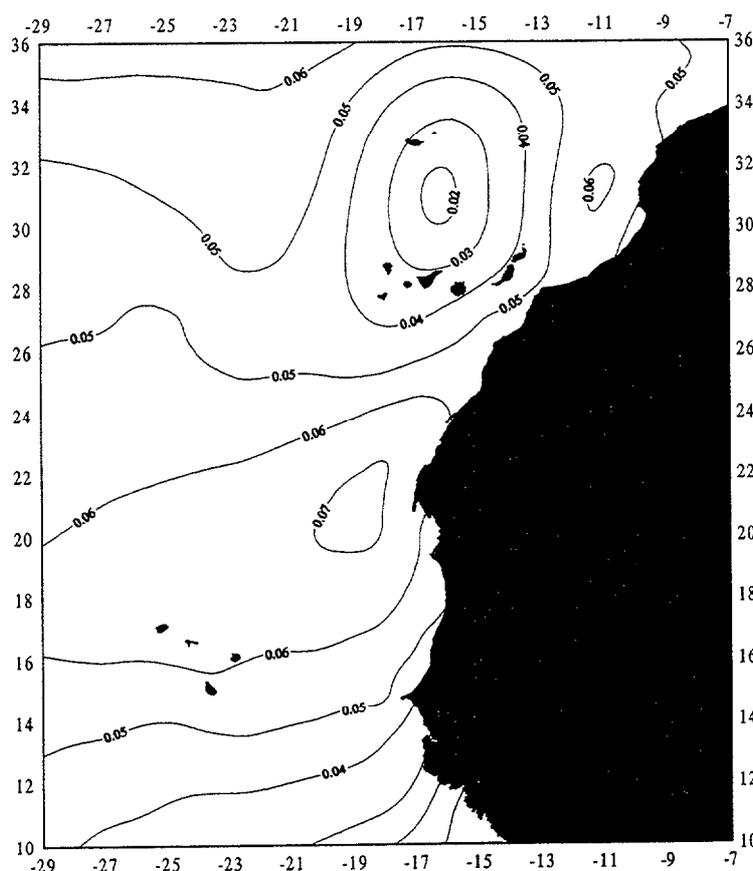
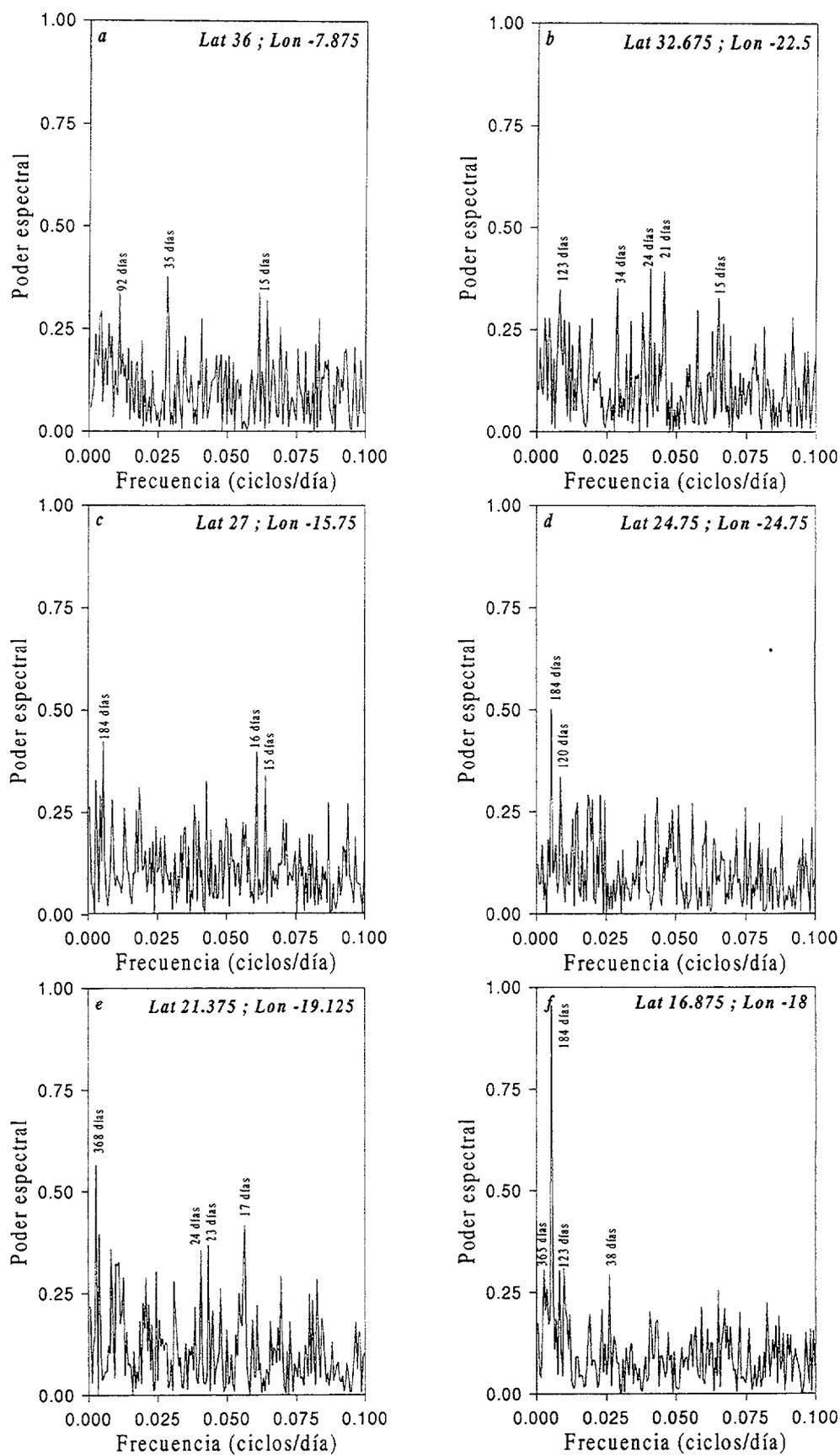
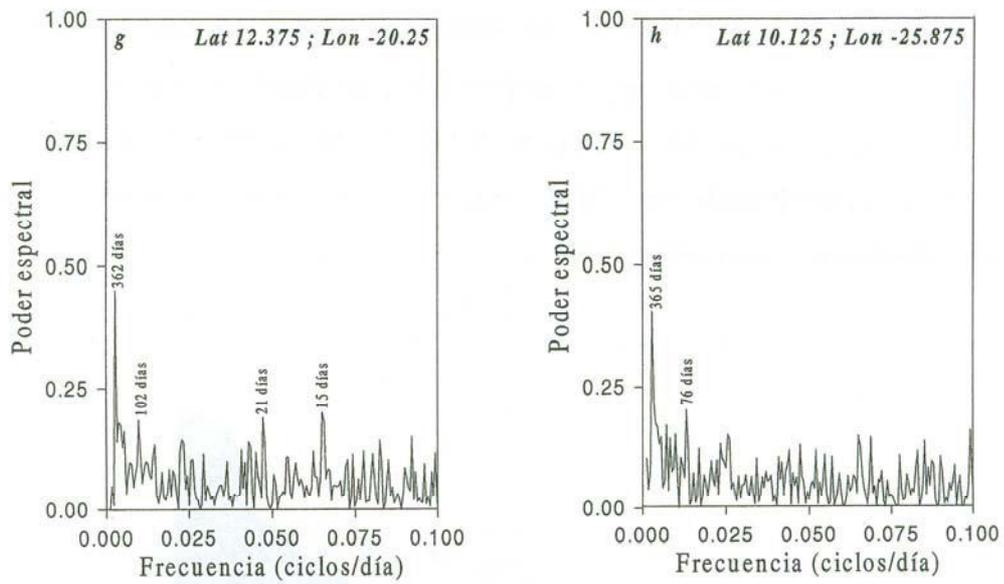


Figura 4.32 – Valores medios del módulo de la tensión del viento.

El análisis espectral de esta magnitud atmosférica se realiza vía Poder Espectral, por tratarse de series equiespaciadas y así poder obtener el espectro en un solo cálculo. Las figuras 4.33.a, 4.33.b, 4.33.c, 4.33.d, 4.33.e, 4.33.f, 4.33.g y 4.33.h, presentan los espectros de las series seleccionadas del módulo de la tensión del viento características de la región.





Figuras 4.33.a, b, c, d, e, f, g y h – Poder espectral de las series características del módulo de la tensión del viento.

La figura 4.34 representa la frecuencia dominante en el espectro de las series del módulo de la tensión del viento en la región.

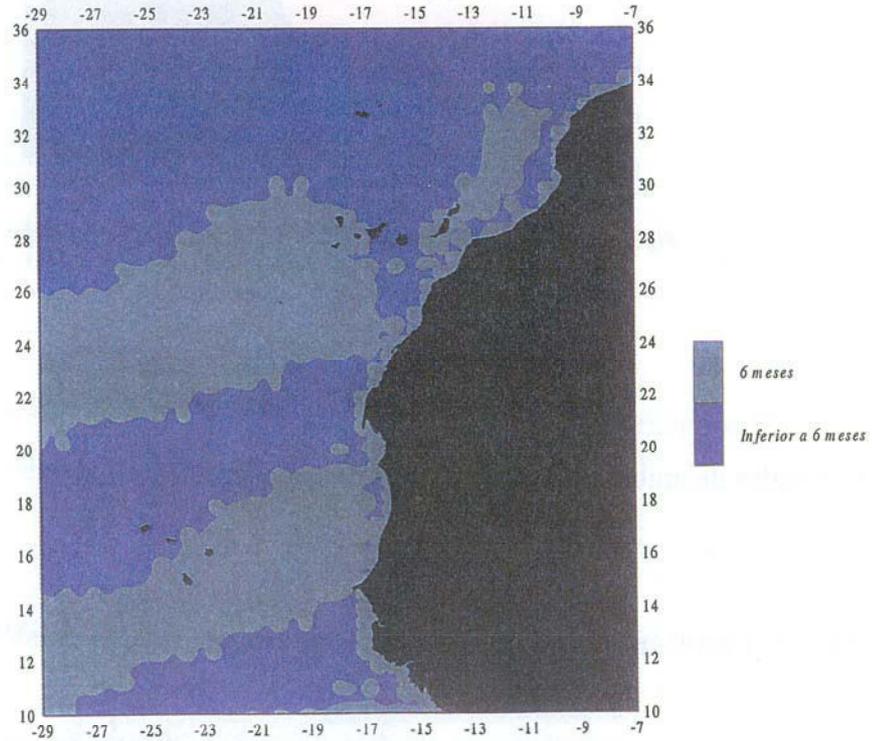
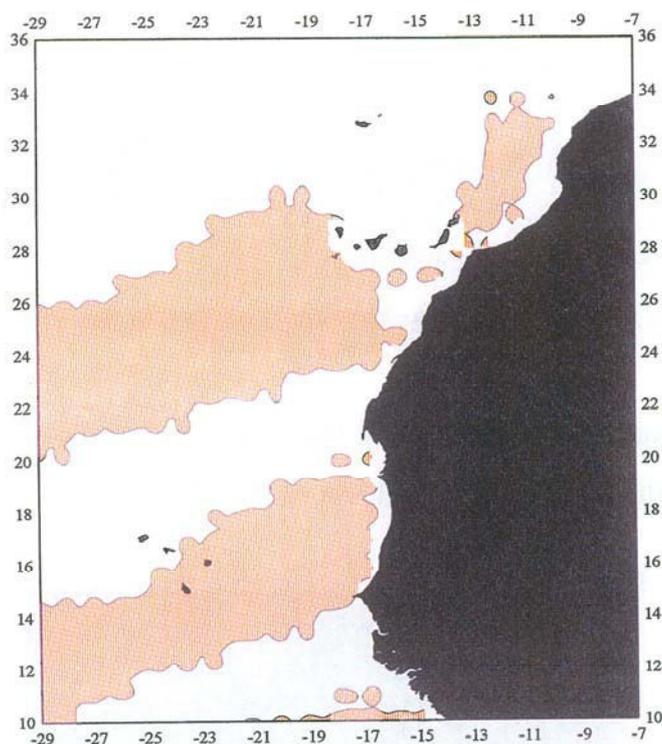


Figura 4.34 – Períodos dominantes en los espectros de las series del módulo de la tensión del viento.

Como quiera que el fin de este análisis es buscar una posible correlación entre la frecuencia semianual en la temperatura superficial del mar y esta misma frecuencia para las series del módulo de la tensión del viento, se representa en la figura 4.35 la distribución espacial de series que presentan frecuencia semianual entre los 4 máximos dominantes en el espectro.



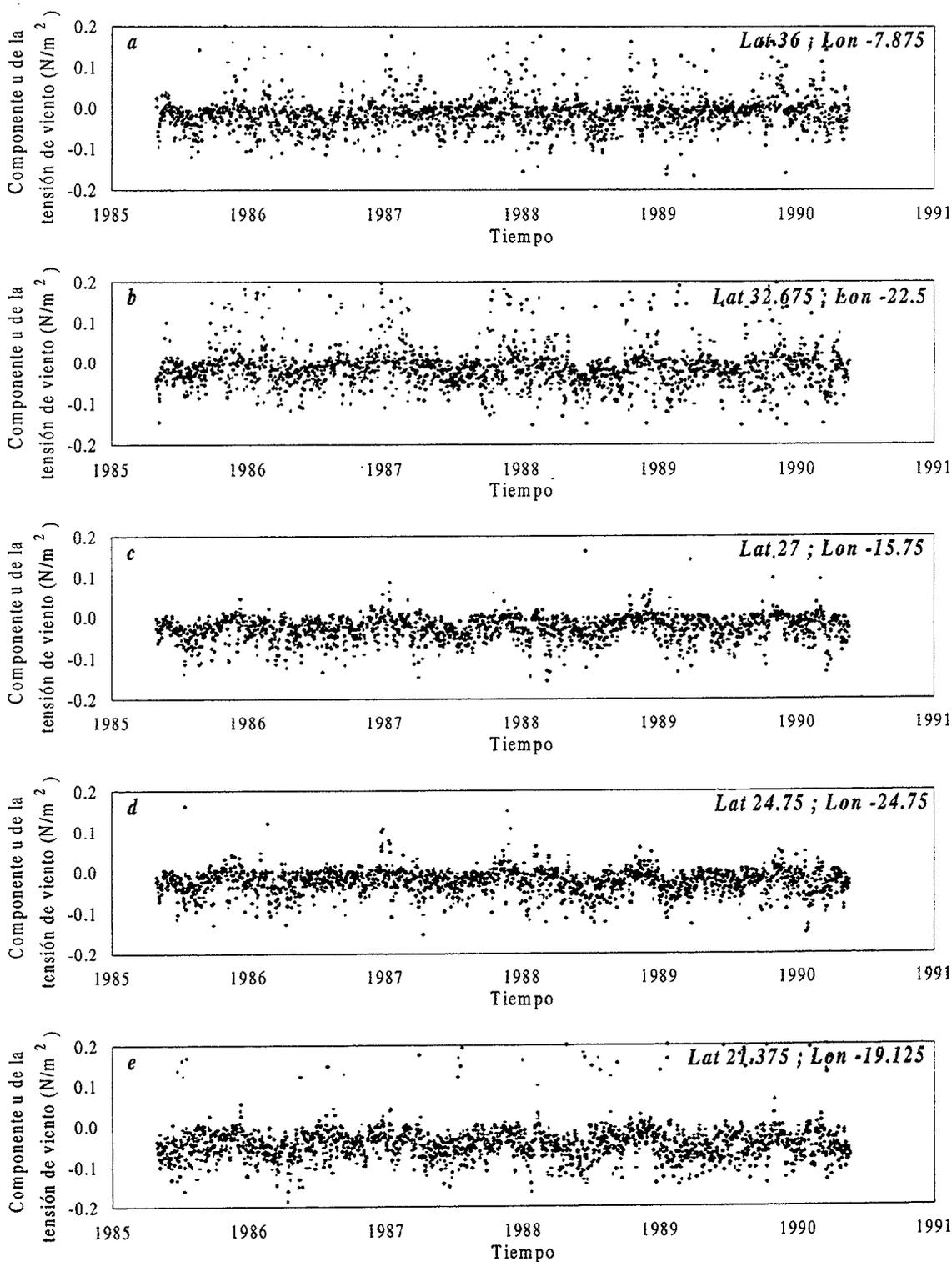
**Figura 4.35** – Distribución del período semianual entre los 4 máximos dominantes en los espectros de las series del módulo de la tensión del viento.

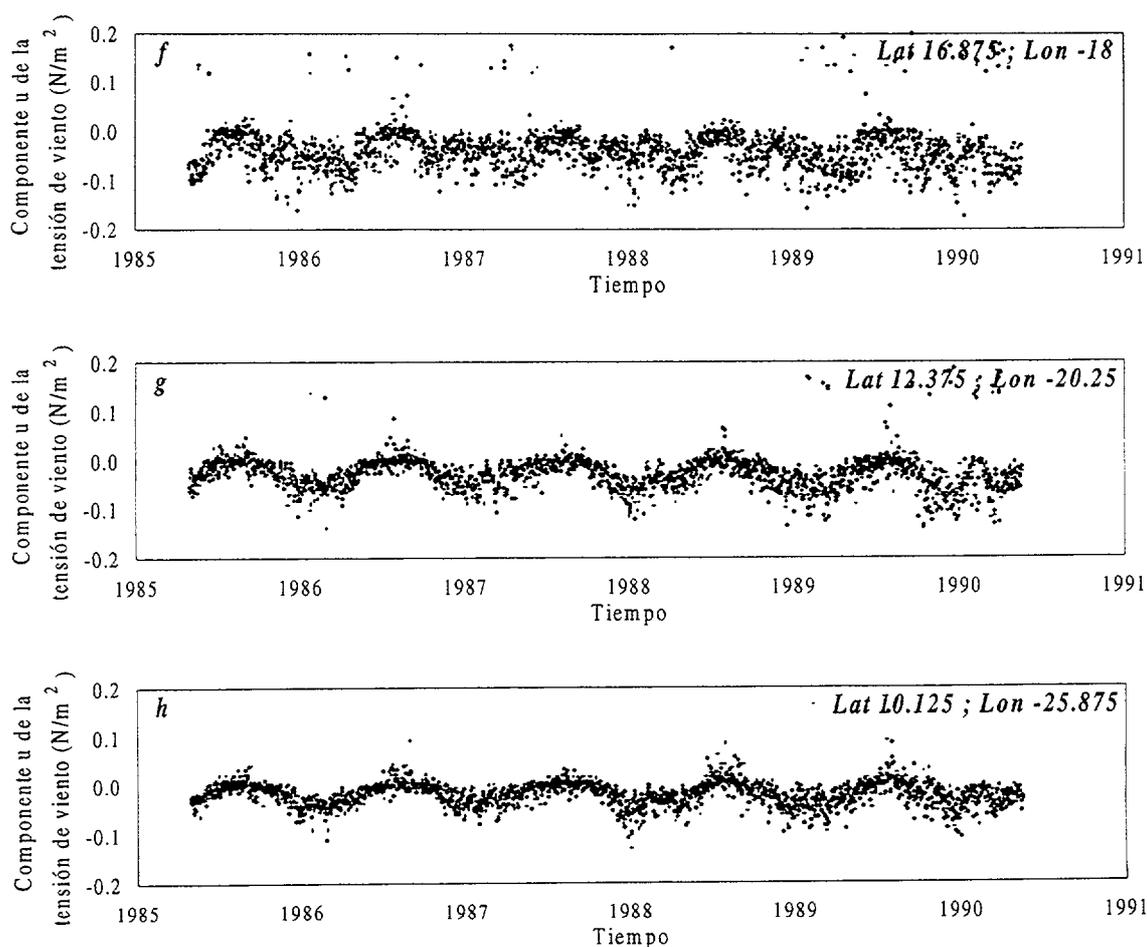
Si comparamos la figura 4.35 con la 4.23 se constata que entre los períodos semianuales de ambas magnitudes no parece existir relación alguna.

#### 4.3.3.2 Variabilidad de las series de la componente u de la tensión del viento.

Las series características de esta magnitud atmosférica se muestran en las figuras 4.36.a, 4.36.b, 4.36.c, 4.36.d, 4.36.e, 4.36.f, 4.36.g y 4.36.h. Una inspección visual, permite comprobar el carácter estacional aparente de las series de parte de la

región, aunque más débil en latitudes altas. También destaca la fuerte presencia de un segundo armónico en las series de la zona sur que infiere constructivamente con el anual, de ahí la forma específica de las series de esa zona.





Figuras 4.36.a, b, c, d, e, f, g y h – Series características de la componente u de la tensión del viento.

La distribución a gran escala de este parámetro se puede observar en la figura 4.37, presenta la distribución de los valores medios de la componente u de la tensión del viento para toda la región. Destaca en ella la ausencia de valores positivos salvo en los límites norte y sur de la región. Los valores negativos decrecen desde el norte y sur hacia el centro de la imagen, extendiéndose estos desde Cabo Blanco hasta la zona norte de las Islas de Cabo Verde

Los espectros de esta componente de la tensión del viento se calculan nuevamente vía Poder Espectral por tratarse de conjuntos regulares. Los espectros de las series características de esta magnitud atmosférica se muestran en las figuras 4.38.a, 4.38.b, 4.38.c, 4.38.d, 4.38.e, 4.38.f, 4.38.g y 4.38.h.

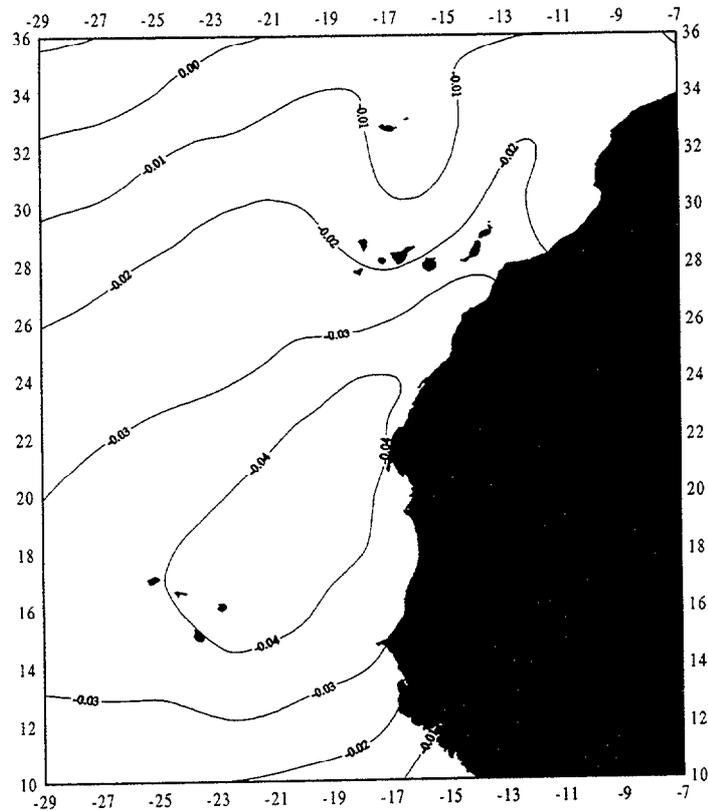
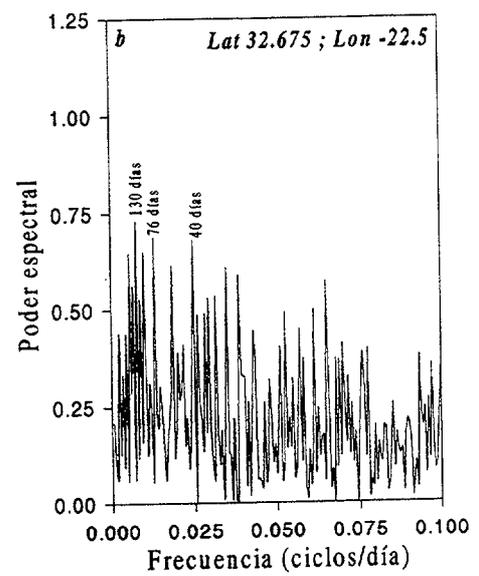
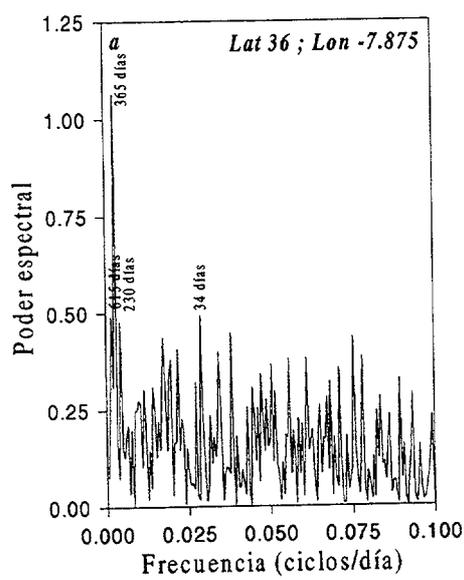
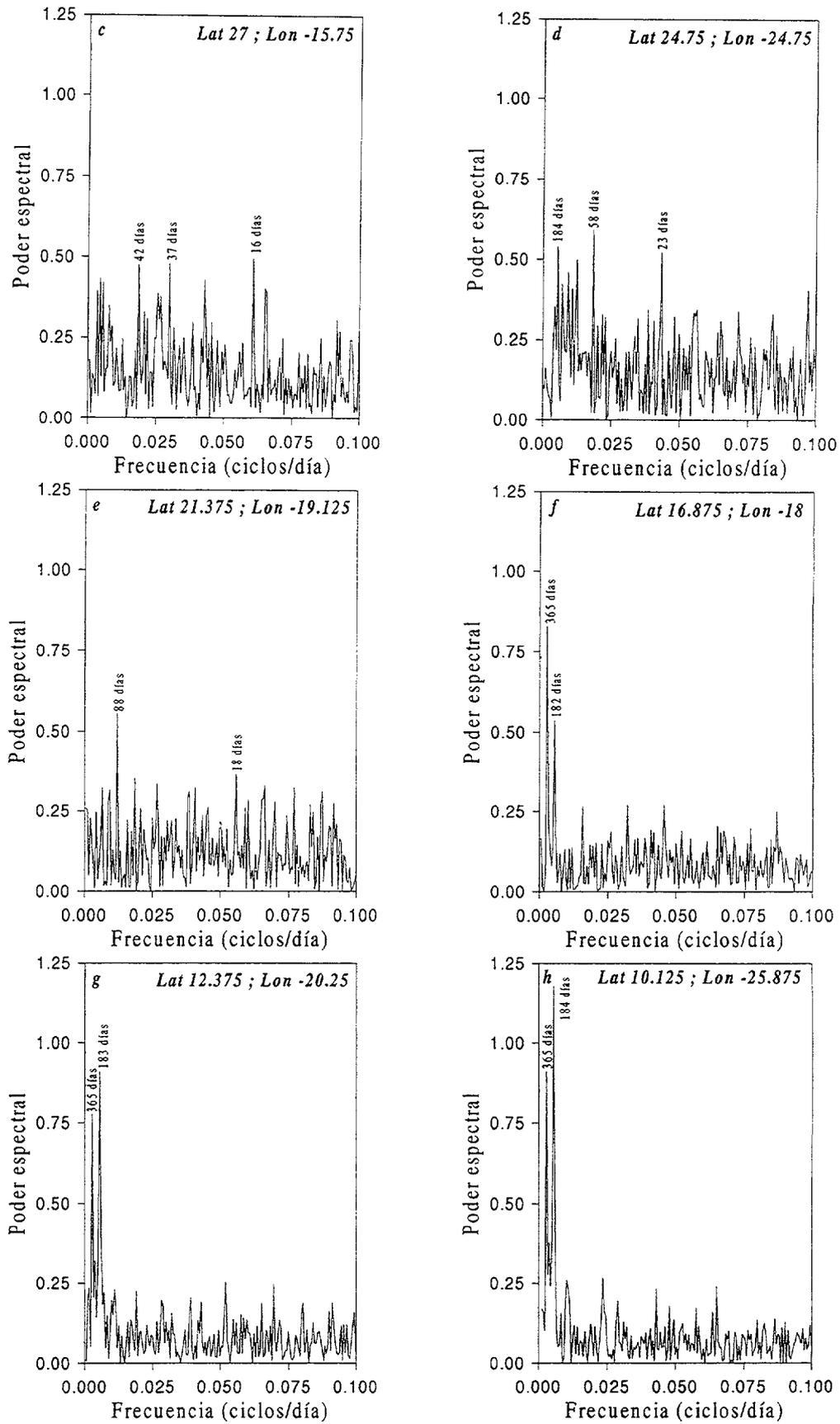


Figura 4.37 – Valores medios de la componente u de la tensión del viento.





Figuras 4.38.a, b, c, d, e, f, g y h - Poder espectral de las series de la componente u de la tensión del viento.

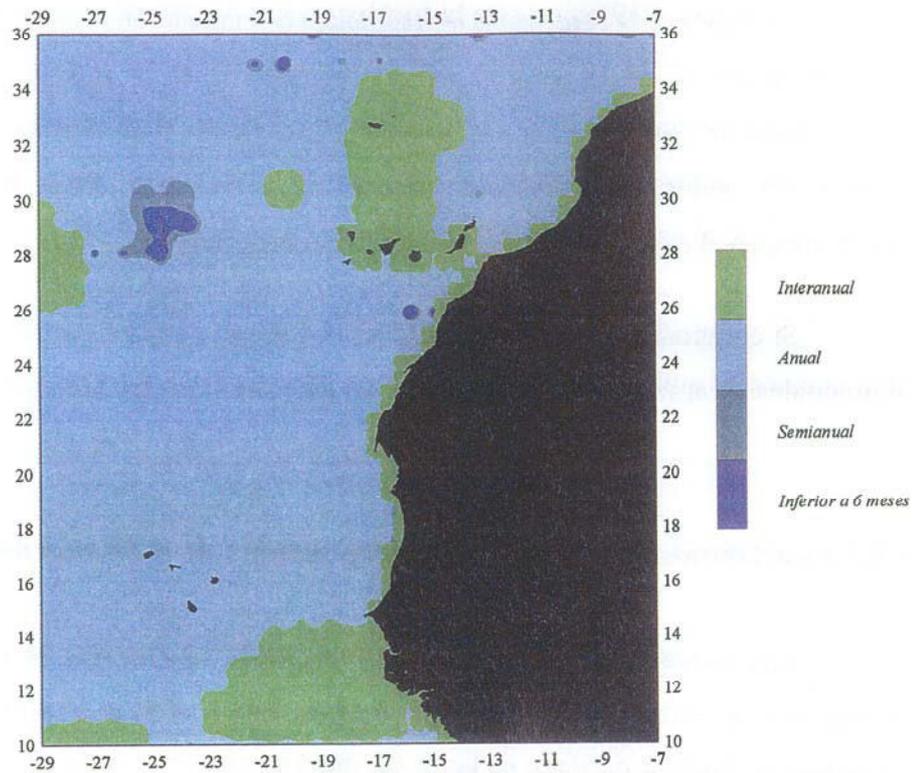


Figura 4.39 – Períodos dominantes en la componente  $u$  de la tensión del viento

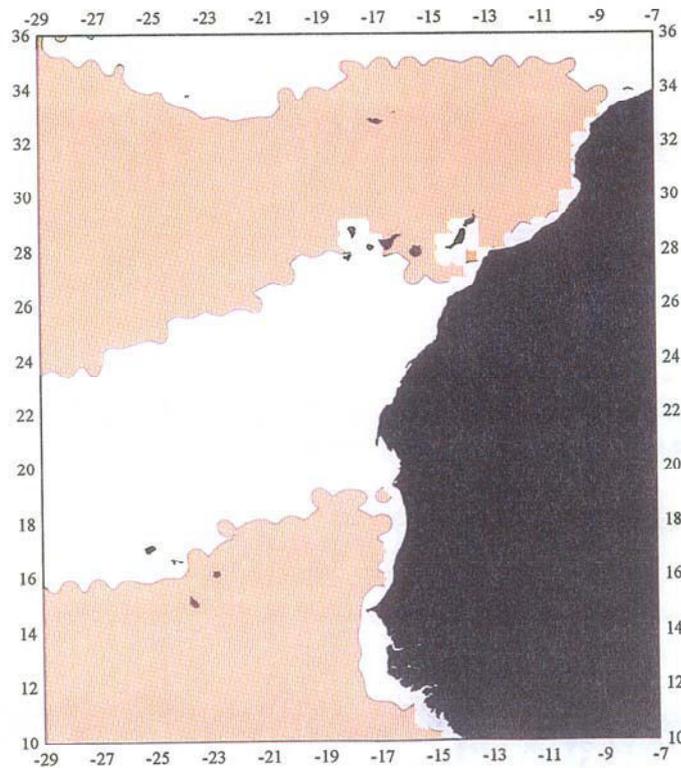


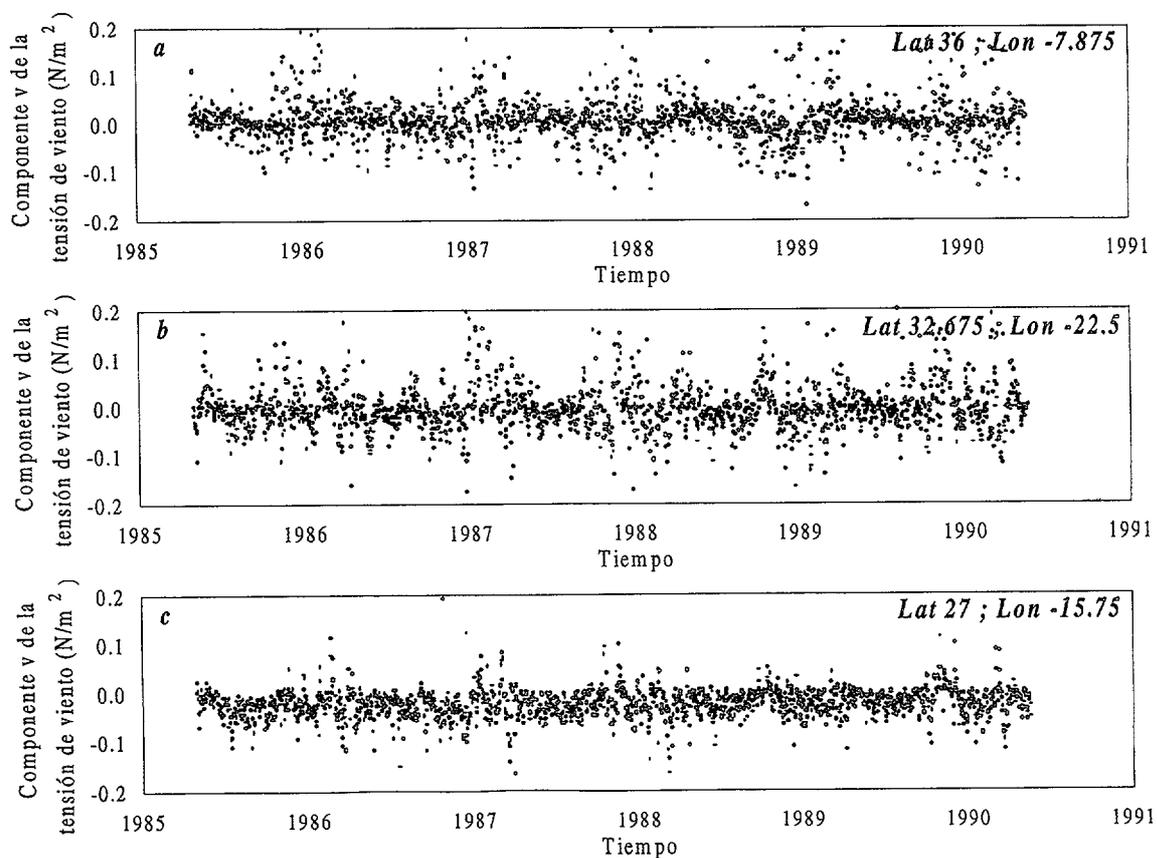
Figura 4.40 – Distribución del período semianual entre los 4 máximos dominantes de los espectros de la componente  $u$  de la tensión del viento.

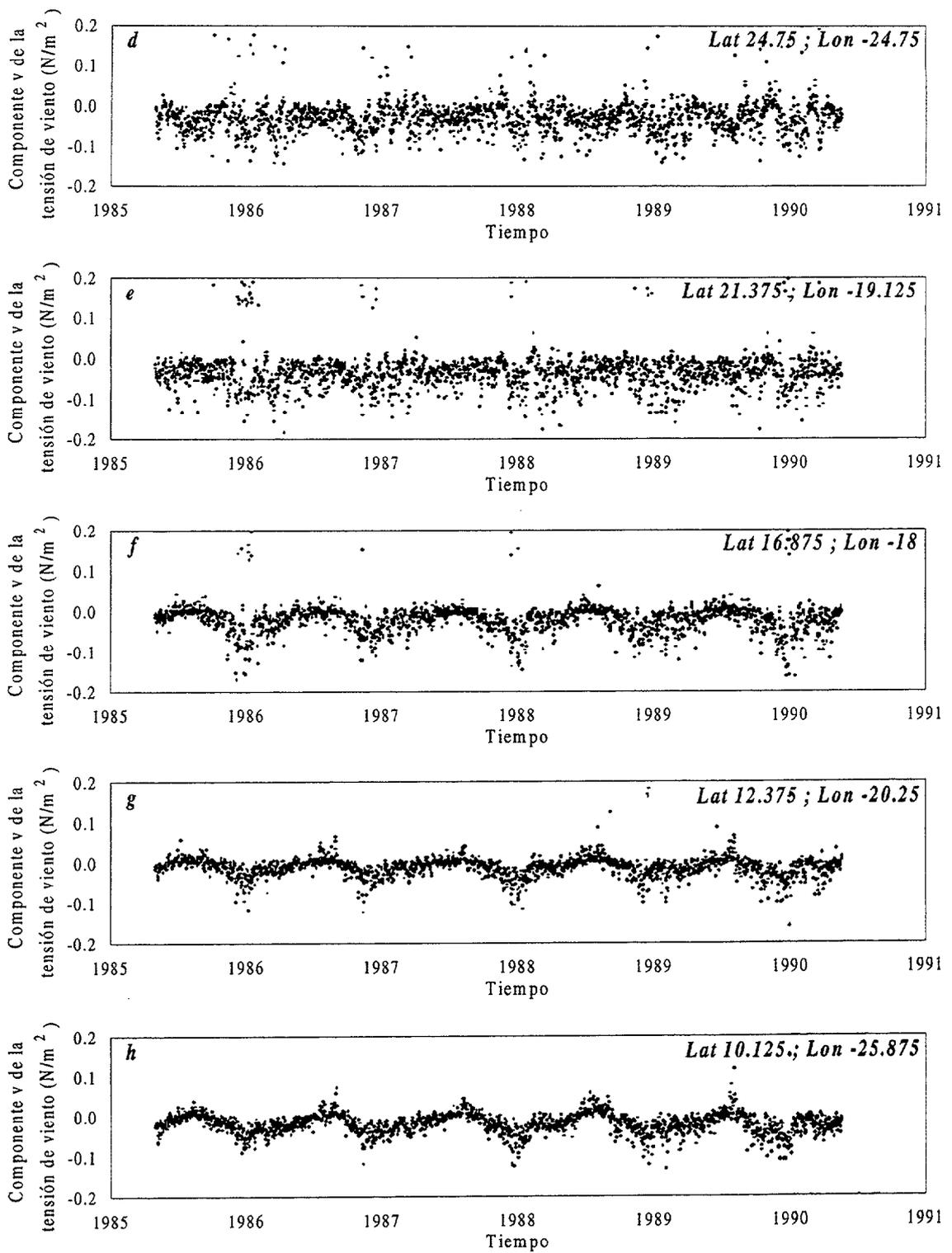
La figura 4.39 representa la frecuencia dominante en el espectro de las series de componente u de la tensión del viento para toda la región, las frecuencias representadas se indican en la escala adjunta. La figura 4.40 muestra la distribución espacial de series que presentan frecuencia semianual, entre los 4 máximos dominantes en el espectro de las series de esta componente.

Si comparamos la figura 4.40 con la 4.23 se constata que entre los períodos semianuales de ambas magnitudes tampoco parece existir relación alguna.

### 4.3.3.3 Variabilidad de las series de componente v de la tensión del viento.

Las series características de esta magnitud atmosférica se muestran en las figuras 4.41.a, 4.41.b, 4.41.c, 4.41.d, 4.41.e, 4.41.f, 4.41.g y 4.41.h. El carácter estacional no aparece definido en las series de la región salvo en la zona sur.





Figuras 4.41.a, b, c, d, e, f, g y h – Series características de la componente v de la tensión del viento.

La distribución a gran escala de esta magnitud se puede observar en la figura 4.42, presenta la distribución de los valores medios de la componente v de la tensión

del viento para toda la región. Destaca en ella la ausencia de valores positivos salvo en los límites norte y sur de la región. Los valores negativos decrecen desde el norte y sur con distribución es zonal en la mitad norte de la región.

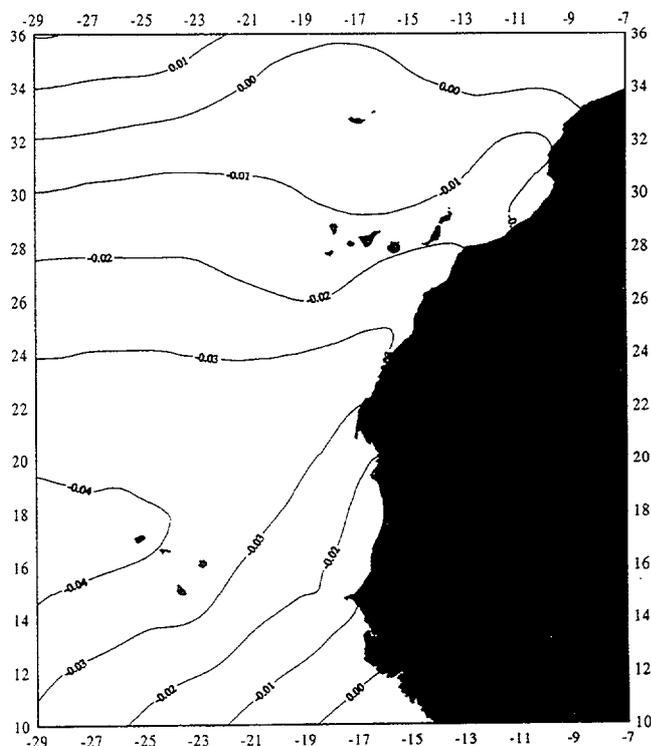
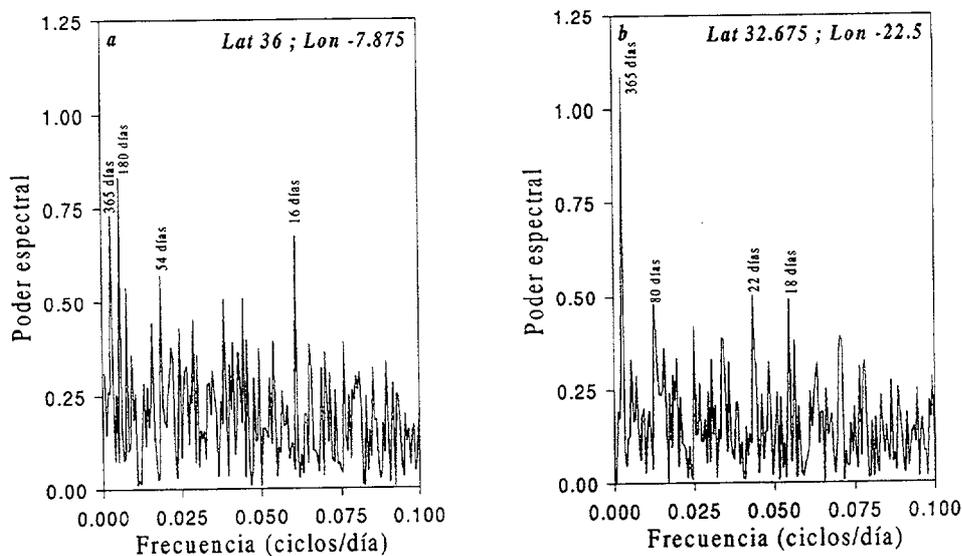
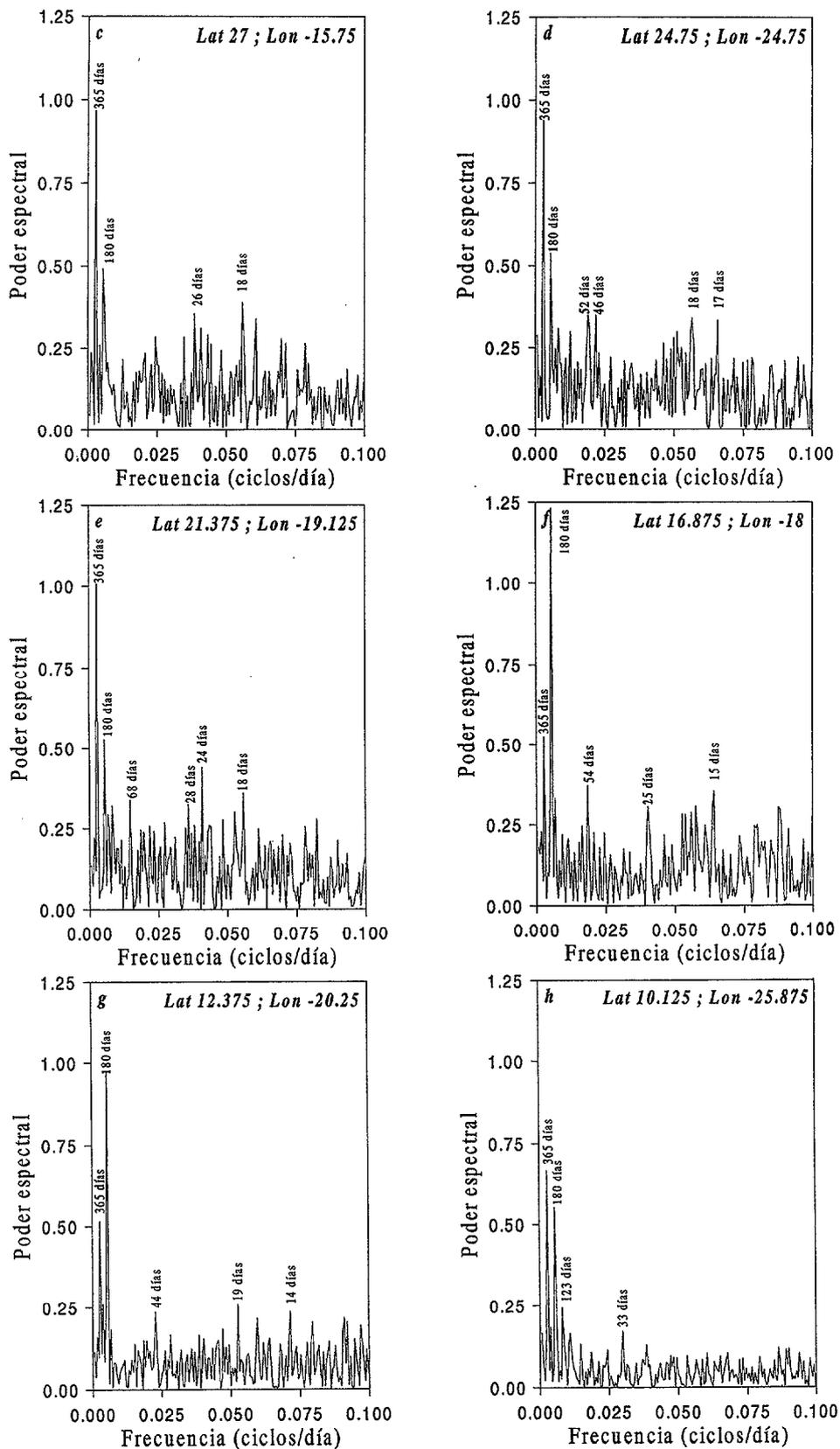


Figura 4.42 – Valores medios de la componente v de la tensión del viento.

Los espectros de las series características de esta magnitud atmosférica se muestran en las figuras 4.43.a, 4.43.b, 4.43.c, 4.43.d, 4.43.e, 4.43.f, 4.43.g y 4.43.h.





Figuras 4.43.a, b, c, d, e, f, g y h – Poder espectral de las series características de la componente v de la tensión del viento.

Los cálculos se han realizado también vía Poder Espectral por tratarse de conjuntos equiespaciados. Destaca en ellos la presencia generalizada de los armónicos anual y semianual mezclados con otros de período corto. La figura 4.44 representa la frecuencia dominante en el espectro de las series de componente v de la tensión del viento para toda la región.

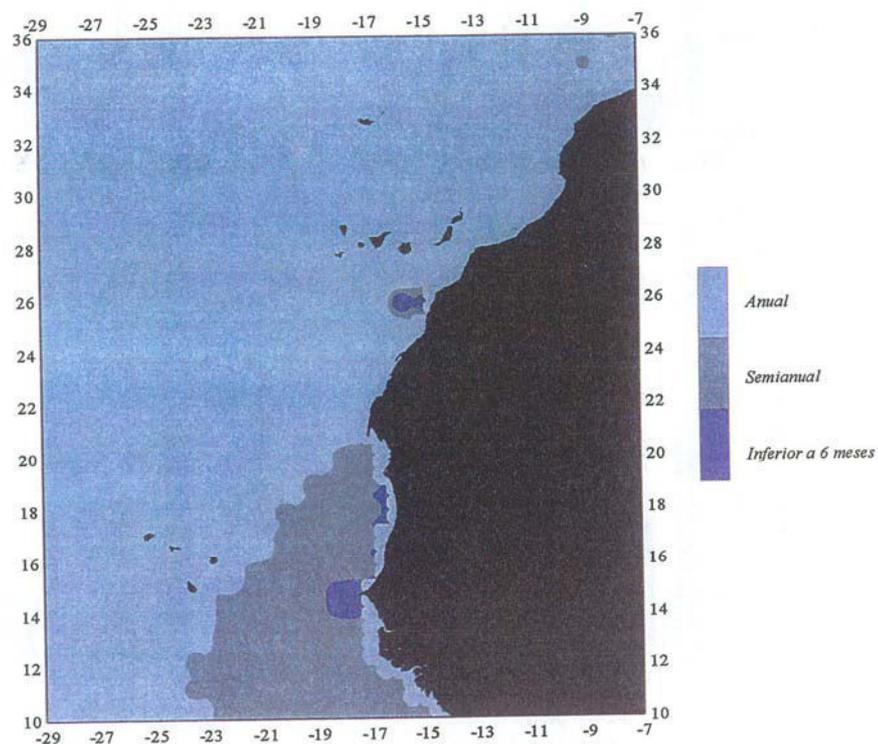


Figura 4.44 – Períodos dominantes en la componente v de la tensión del viento

La figura 4.45 muestra la distribución espacial de series que presentan frecuencia semianual, entre los 4 máximos dominantes en el espectro de las series de esta magnitud.

Si comparamos la figura 4.45 con la 4.23 se constata que entre los períodos semianuales de ambas magnitudes no parece existir relación alguna que nos permita establecer una relación entre sus variabilidades.

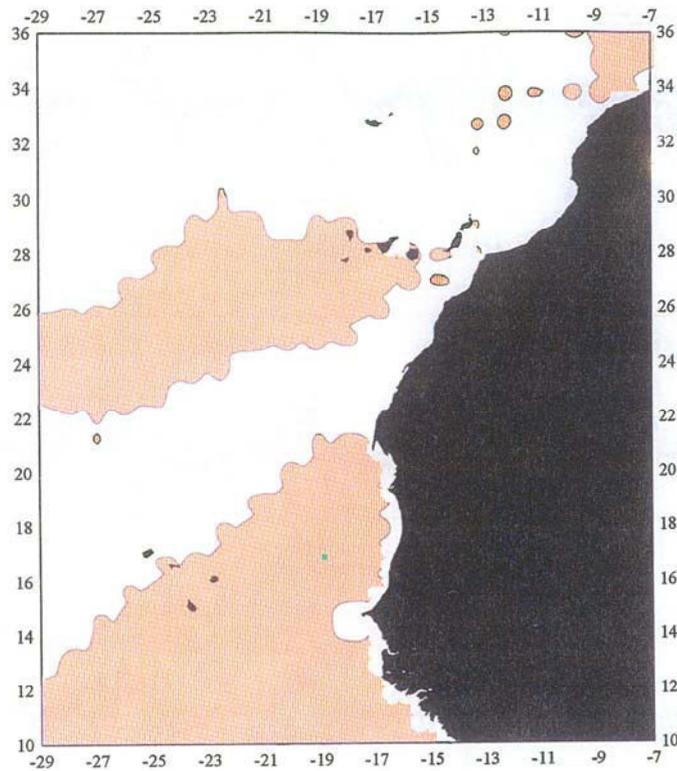
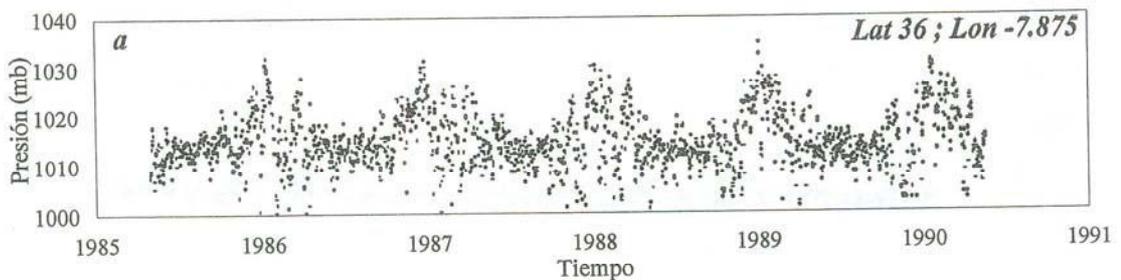
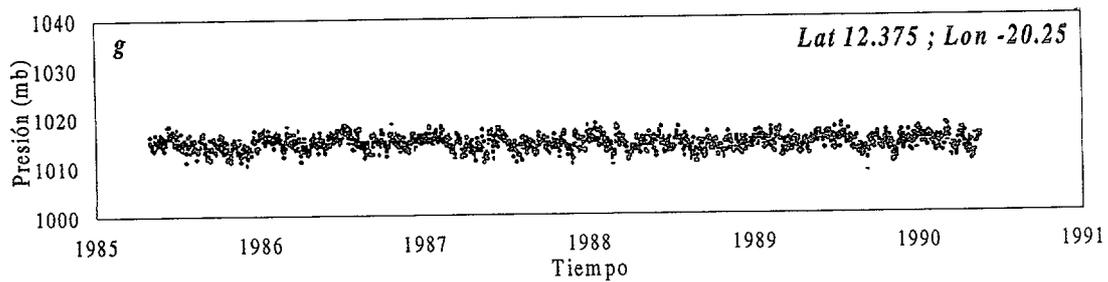
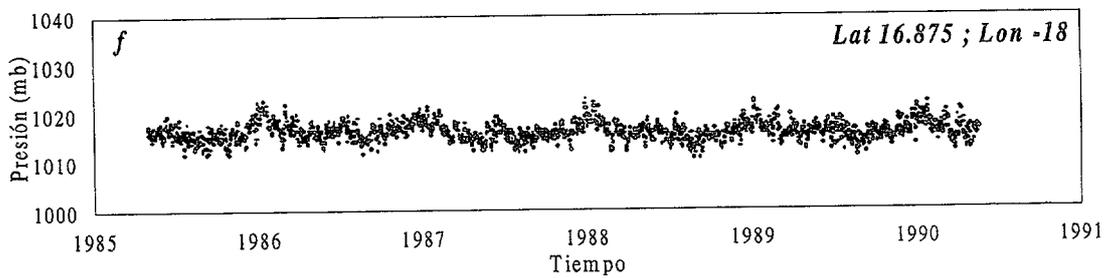
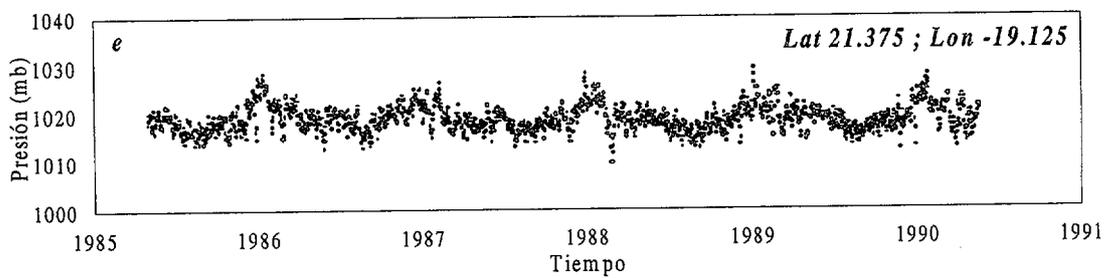
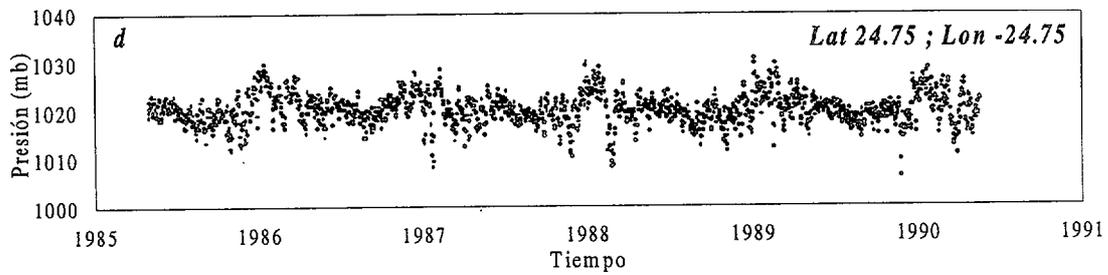
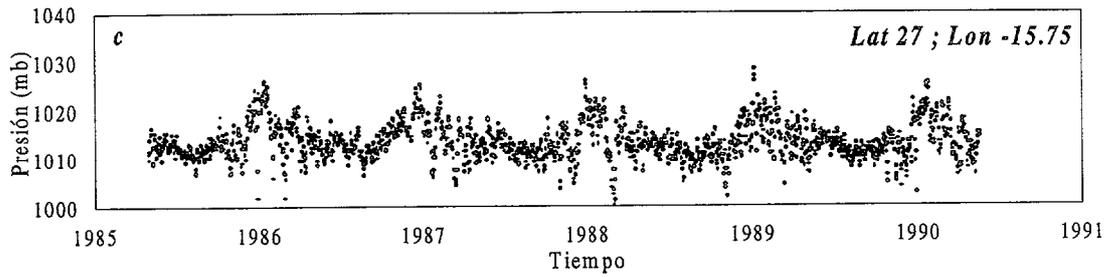
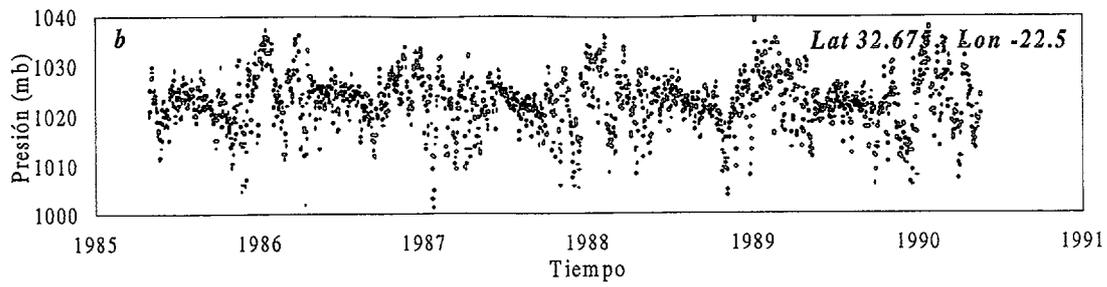


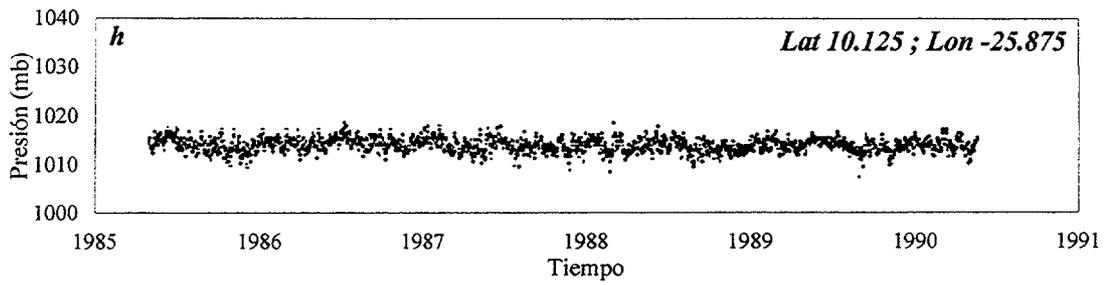
Figura 4.45 – Distribución del período semianual entre los 4 máximos dominantes de los espectros de la componente v de la tensión del viento.

#### 4.3.3.4 Variabilidad de las series de presión atmosférica.

Las series características de la presión atmosférica se muestran en las figuras 4.46.a, 4.46.b, 4.46.c, 4.46.d, 4.46.e, 4.46.f, 4.46.g y 4.46.h. El carácter estacional parece de manifiesto en las series de la región, en este caso en las latitudes altas y se va perdiendo al descender esta.







Figuras 4.46.a, b, c, d, e, f, g y h – Series características de presión.

La distribución a gran escala de esta magnitud se puede observar en la figura 4.47, presenta la distribución de los valores medios de la presión atmosférica para toda la región. Destacan en ella dos zonas de mínimos, la primera centrada entre Gran Canaria y Tenerife y la segunda centrada sobre las Islas Cabo Verde. Los valores máximos se presentan en el norte de la región disminuyendo con la latitud.

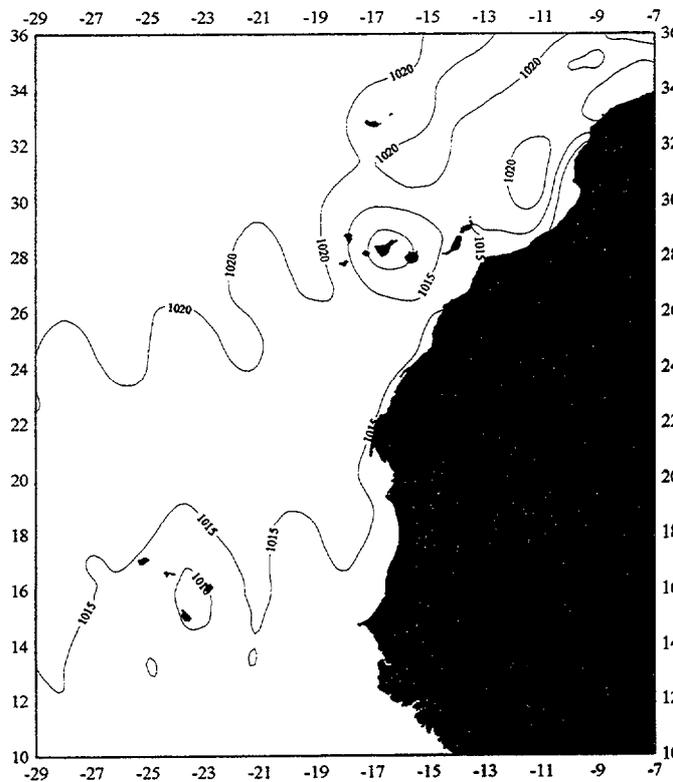
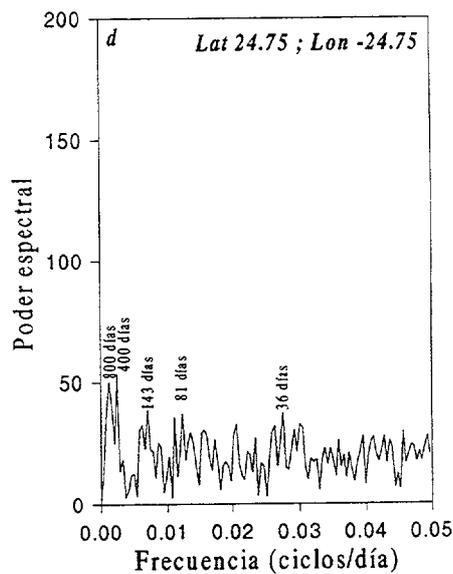
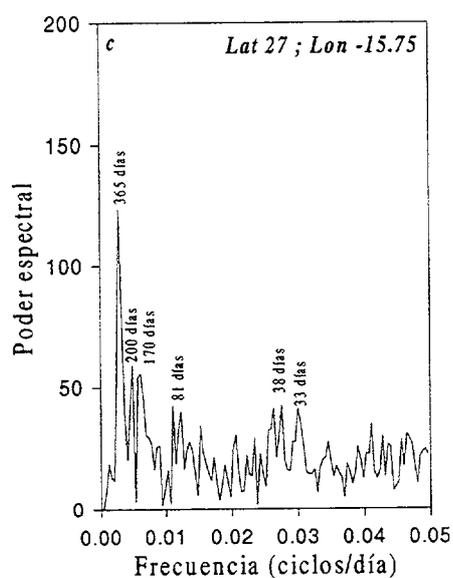
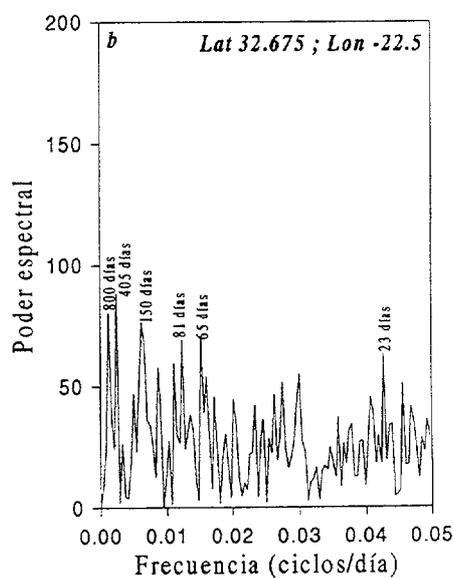
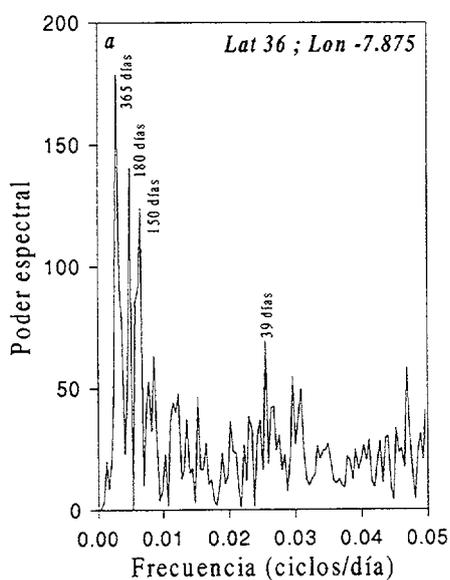
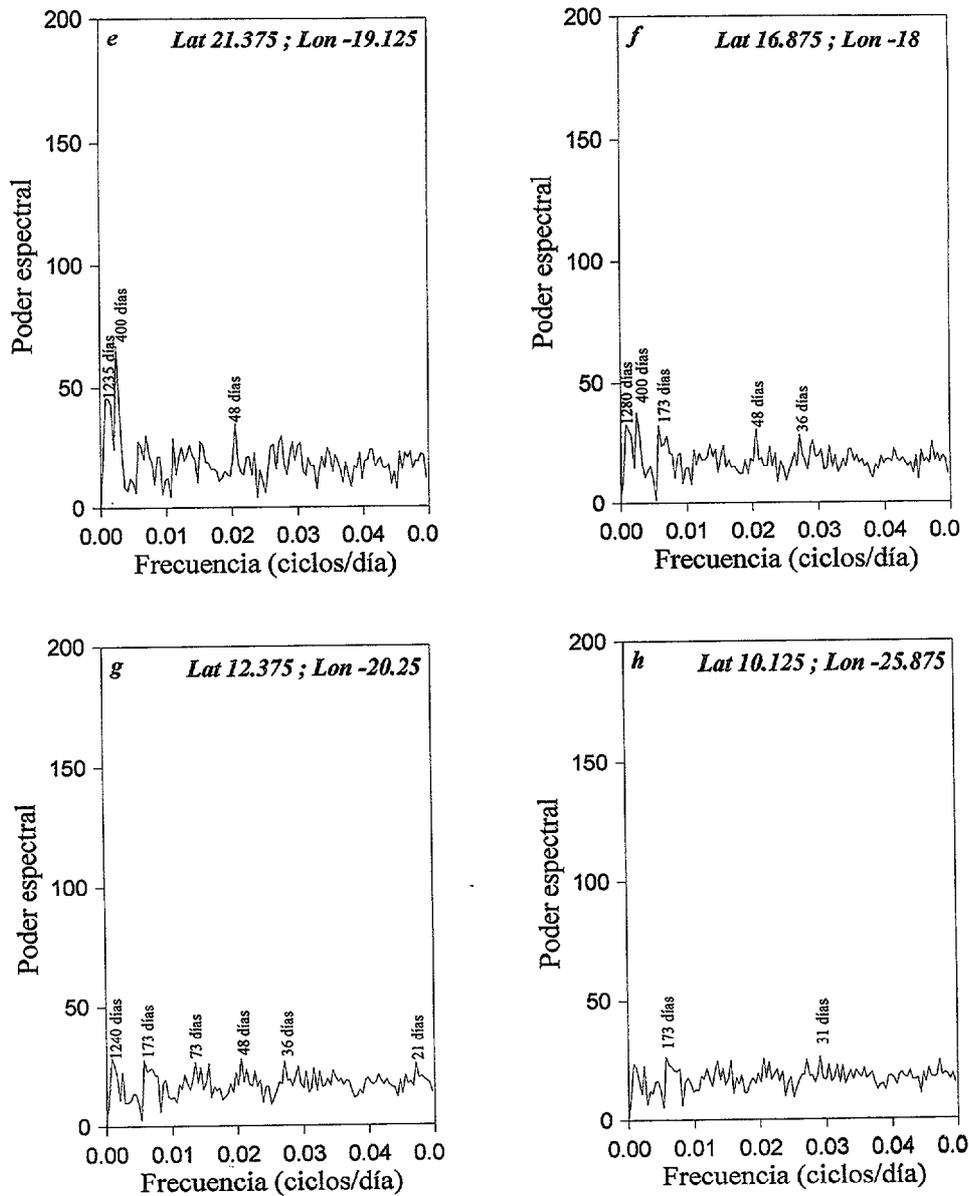


Figura 4.47 – Valores medios de la presión atmosférica en la región.

Los espectros de las series de presión atmosférica se calculan nuevamente vía Poder Espectral por tratarse también de series regulares. Los espectros de las series características de esta magnitud atmosférica se muestran en las figuras 4.48.a, 4.48.b, 4.48.c, 4.48.d, 4.48.e, 4.48.f, 4.48.g y 4.48.h. Destaca en ellos la debilidad de los espectros de la zona sur en la que prácticamente no existen señales significativas debido a la poca variabilidad de la presión.





Figuras 4.48.a, b, c, d, e, f, g y h – Poder espectral de las series características de presión.

La figura 4.49 representa la frecuencia dominante en el espectro de las series de presión, mientras que la figura 4.50 muestra la distribución espacial de series que presentan frecuencia semianual, entre los 4 máximos dominantes en el espectro de las series de presión. En el caso de la presión atmosférica, tampoco parece existir una relación entre los armónicos semianuales de la temperatura superficial del mar y de esta magnitud, (Figuras 4.23 y 4.50).

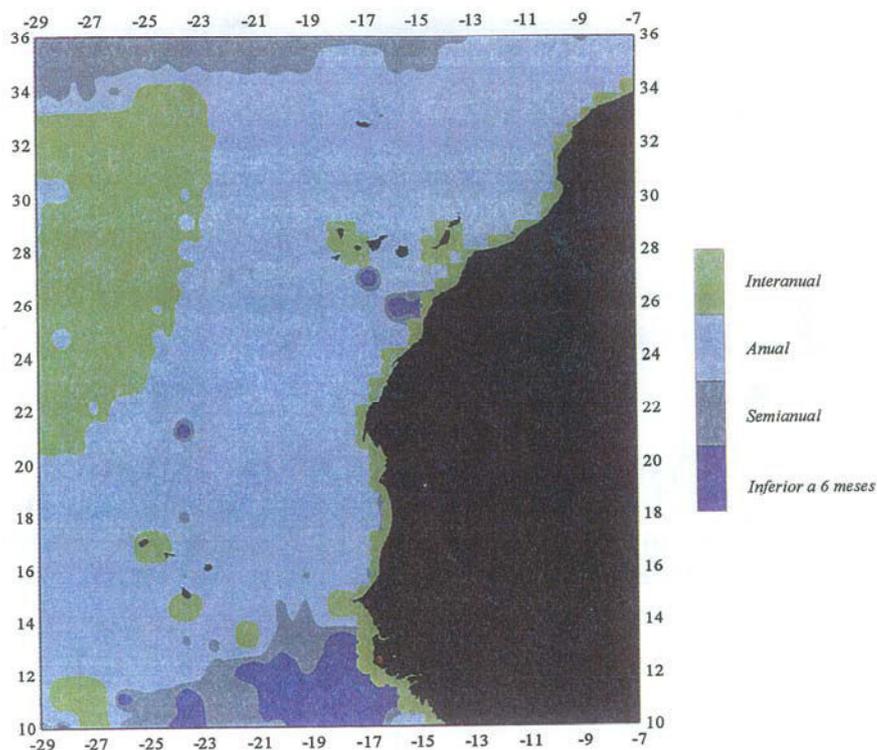


Figura 4.49 – Períodos dominantes en los espectros de presión.

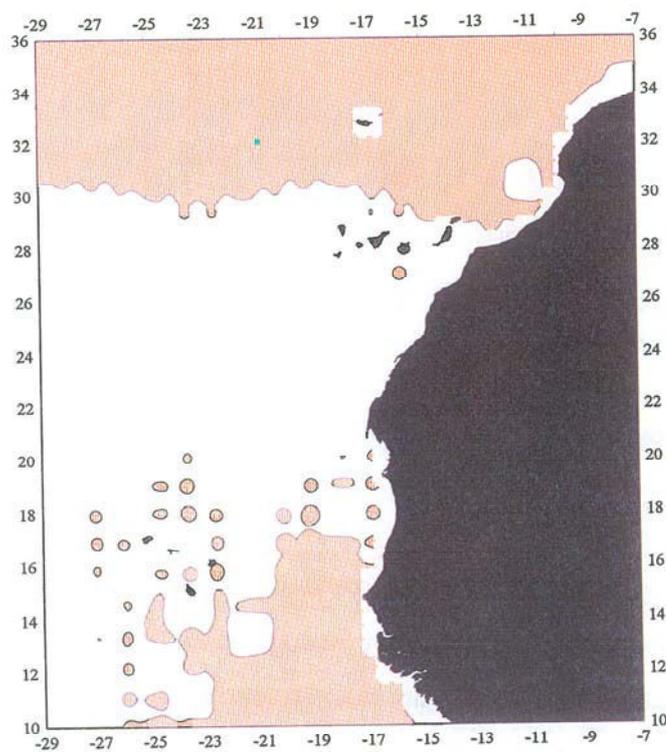


Figura 4.50 – Distribución del período semianual entre los 4 máximos dominantes de los espectros de presión.

#### 4.3.3.5 Variabilidad de las series de componente z del rotacional de la tensión del viento.

Una nueva variable atmosférica derivada, que puede estar tras el origen del armónico semianual en la temperatura superficial del mar es la componente 'z' del rotacional de la tensión del viento por ser proporcional al bombeo de Ekman (Barnier, 1986). Este fenómeno puede facilitar el calentamiento enfriamiento de la capa superficial, por lo que analizaremos su espectro de frecuencias buscando las periodicidades que lo domina.

Para el cálculo del espectro de frecuencias de esta nueva magnitud, se deben construir las series temporales características de ellas. Para su elaboración se recurre a la definición matemática del rotacional de un campo vectorial (B.4), en este caso de la tensión del viento.

El cálculo de este término presenta una serie de dificultades matemáticas que lo hacen complejo. Estos problemas son:

1) El cálculo de derivadas parciales de funciones numéricas. Este problema se puede solucionar con alguno de los diferentes métodos de diferenciación numérica. Pero estos métodos, por lo general se desarrollan para funciones explícitas de las que se conoce la función matemática que las gobierna.

2) Al aplicar los métodos numéricos habituales perdemos gran parte de la resolución espacial de esta magnitud, puesto que las derivadas dependen de los valores próximos y estos se encuentran cada  $1.125^\circ$ . Para calcular una derivada con precisión se necesitarían 5 valores inferiores y superiores, con lo que obtendríamos como resultado un máximo 4 ó 5 valores por cada latitud y longitud, puesto que en los límites de la región sólo disponemos de valores por un extremo.

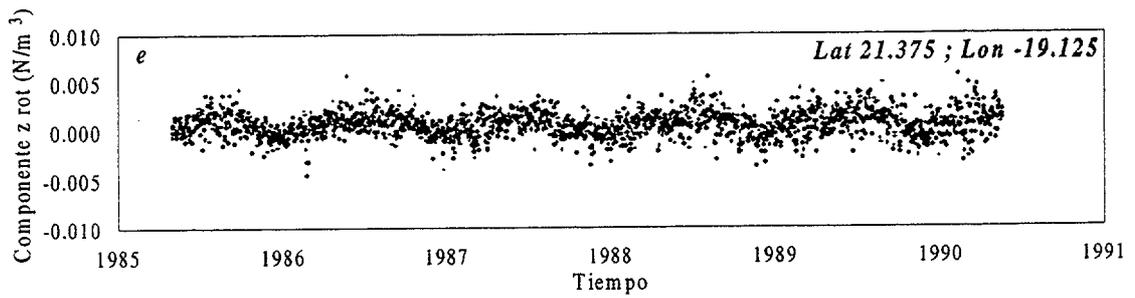
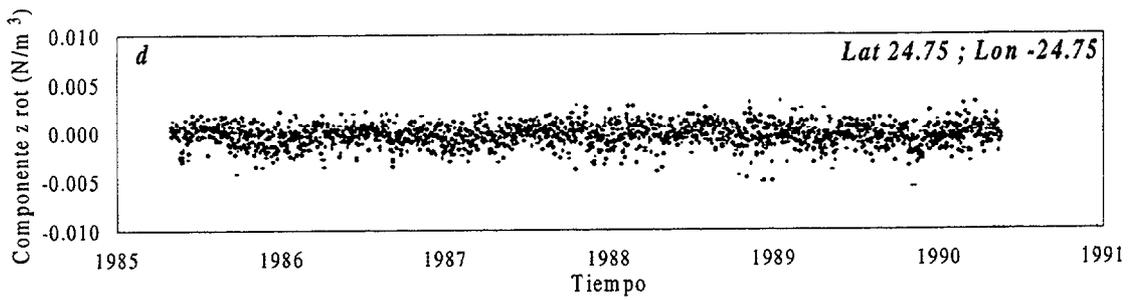
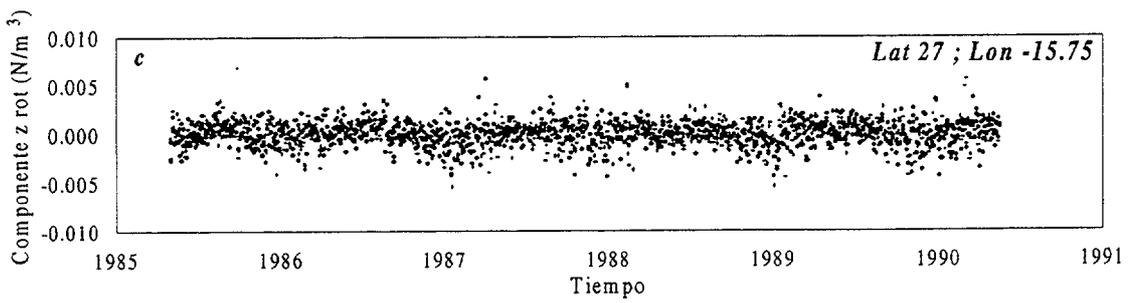
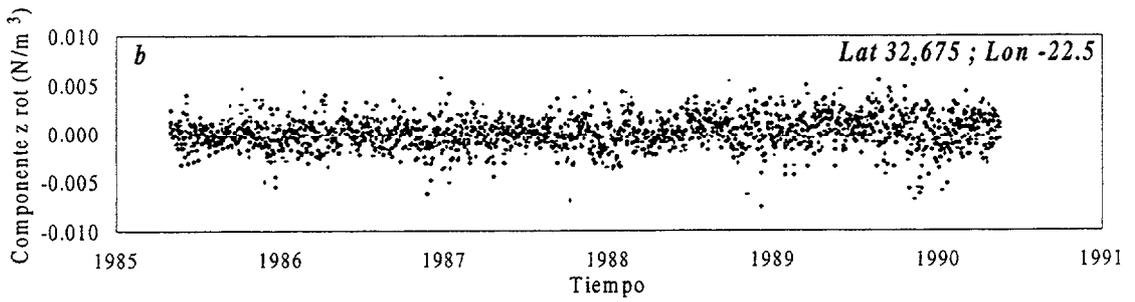
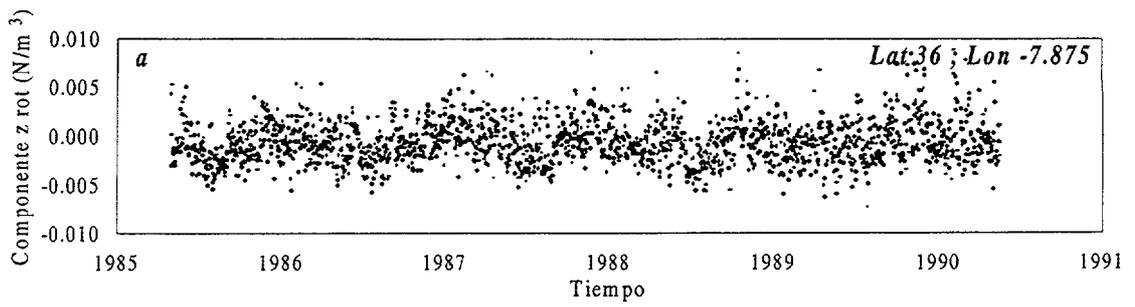
3) Pese a la pérdida de resolución espacial encontramos un último problema que es la precisión de los valores, debido a que la definición de derivada lleva

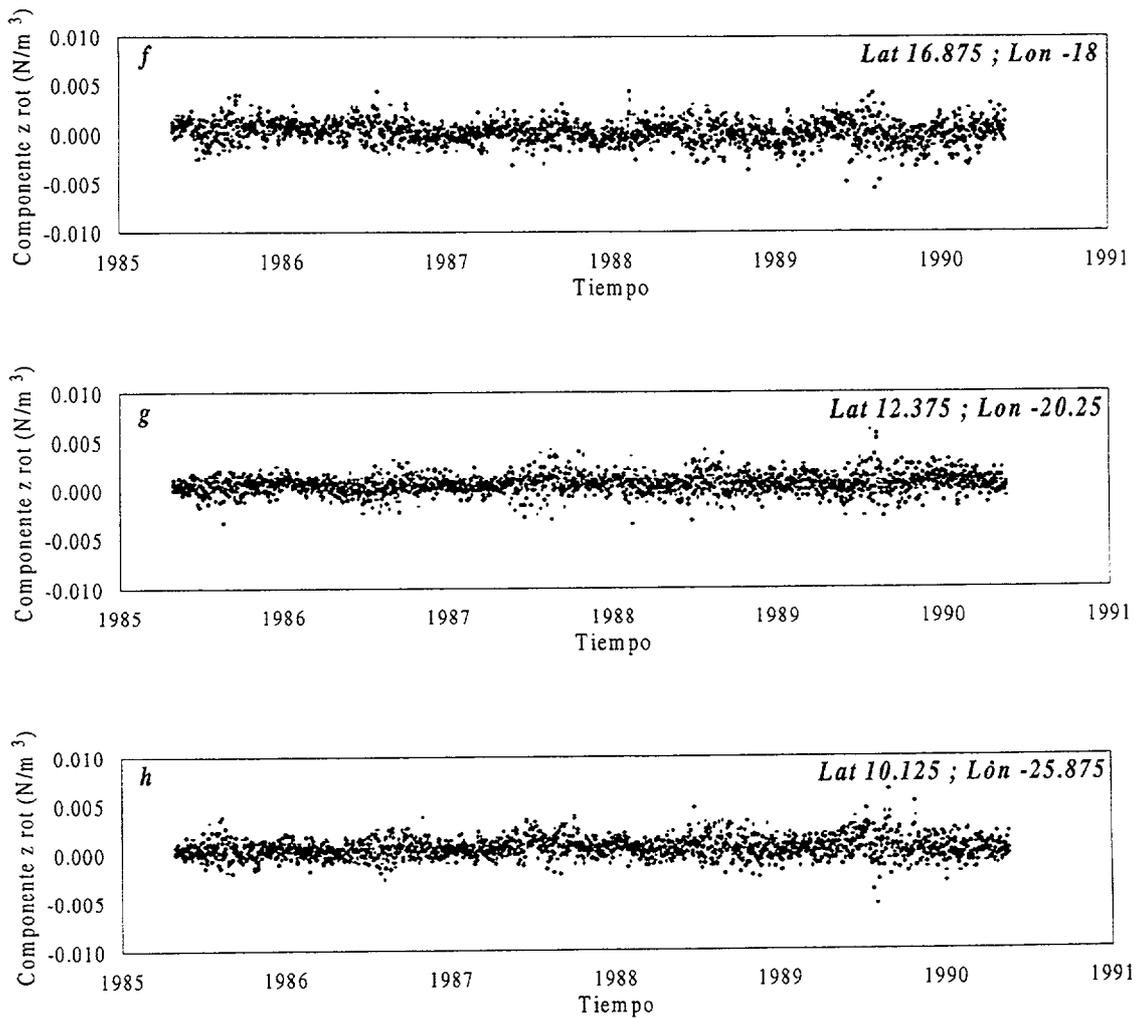
implícita como criterio de validez el que la distancia entre los datos sea muy pequeña. Esto no ocurre con este planteamiento por lo que la obtención de esta magnitud no puede hacerse de forma convencional.

El cálculo de la componente z del rotacional de la tensión del viento lo realizamos por medio del siguiente procedimiento para evitar los problemas de la vía clásica. Con el método numérico de extrapolación al límite (apéndice B.3), se calculan las derivadas con varios órdenes de precisión. Este método requiere valores muy próximos en un entorno de los puntos para los que calculamos la magnitud derivada, estos, los calculamos por interpolación con *splines* bicúbicos (apéndice B.4). La precisión de los resultados la controlamos en función de la distancia entre los valores interpolados 'h' y el criterio de validez del mecanismo de interpolación al límite.

Para aplicar este procedimiento a las escenas de la tensión del viento calculamos la componente z de rotacional de cada día (expresión B.7) en función de las derivadas parciales de las componentes u y v. Las derivadas precisan valores muy próximos en un entorno de las componentes u y v, los determinamos por medio de la interpolación bidimensional con *splines* (expresión B.31). Este método nos permite obtener valores muy próximos a los reales tanto en longitud como latitud. Con ello, ya podemos disponer de valores muy próximos a cualquiera de los puntos tabulares de la región, lo que nos permite aplicar la extrapolación al límite y determinar un total de 1845 escenas diarias de la componente z del rotacional de la tensión del viento extendidas en el intervalo temporal del 1 de mayo de 1985 al 1 de enero de 1992.

Para determinar el espectro de frecuencias de esta magnitud derivada, extraemos de las escenas diarias de la componente z del rotacional un total de 410 series temporales equiespaciadas, localizadas en la región sobre una malla de  $1.125^\circ$  x  $1.125^\circ$  en latitud y longitud. Las figuras 4.51.a, 4.51.b, 4.51.c, 4.51.d, 4.51.e, 4.51.f, 4.51.g y 4.51.h muestran series de la componente z del rotacional correspondientes a las localizaciones características de la región utilizadas en este trabajo.





Figuras 4.51.a, b, c, d, e, f, g y h – Series de la componente z del rotacional de la tensión del viento características de la región

La distribución a gran escala de esta magnitud se puede observar en la figura 4.52, presenta la distribución de los valores medios de la componente z del rotacional de la tensión del viento para toda la región. Destaca en ella la distribución de los valores máximos al noreste de la Isla de Lanzarote y los mínimos al noroeste de la Isla de La Palma, una segunda zona de valores máximos se localiza al sur de las Islas Cabo Verde. La alternancia entre zonas de valores positivos y negativos hace que aparezcan varias isolíneas de valor cero.

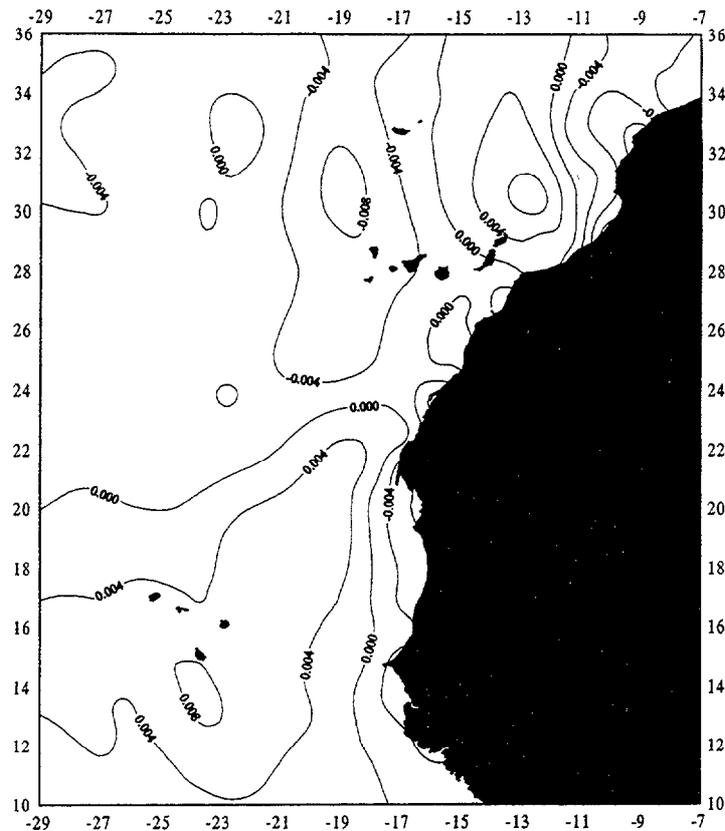
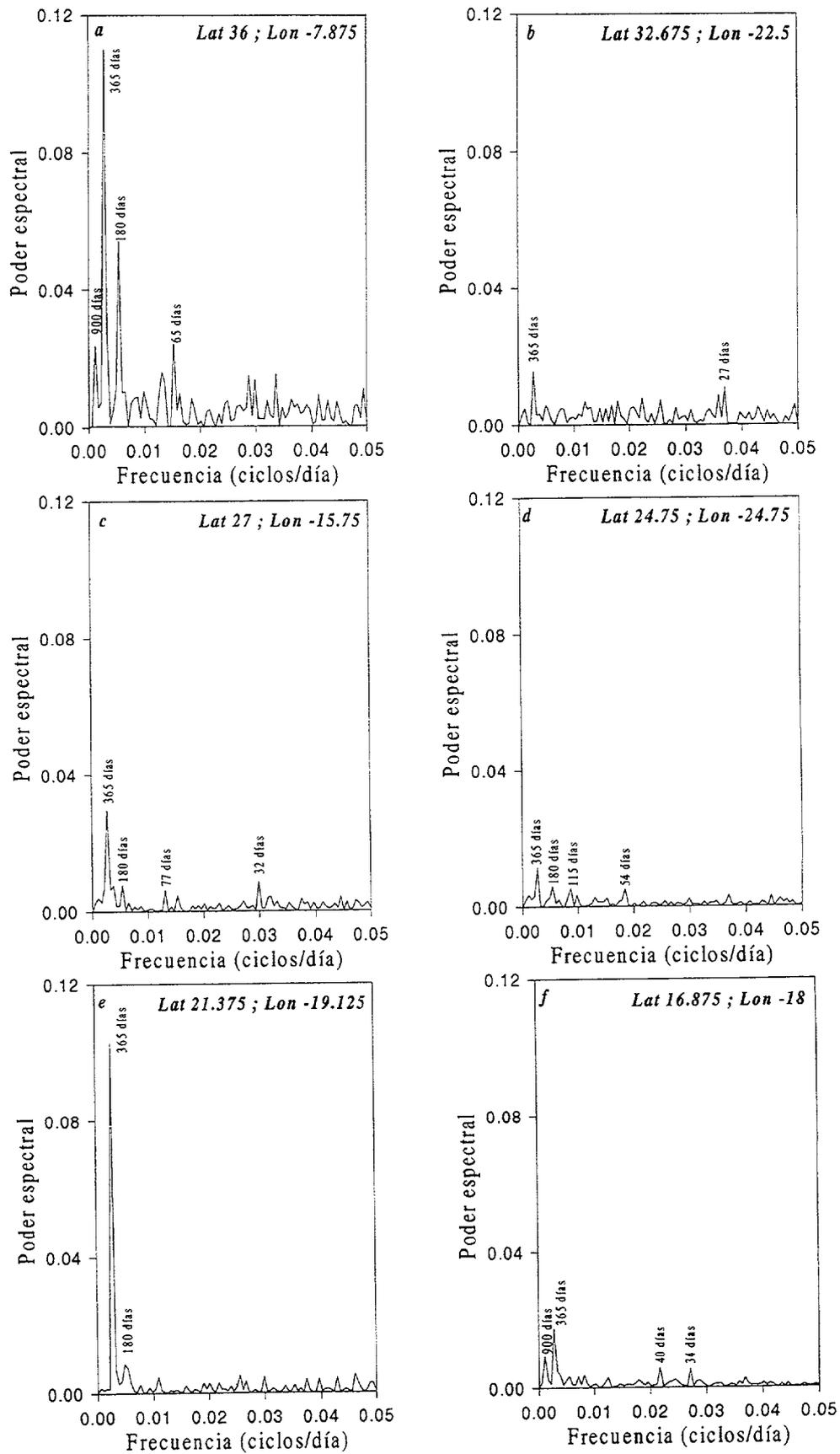
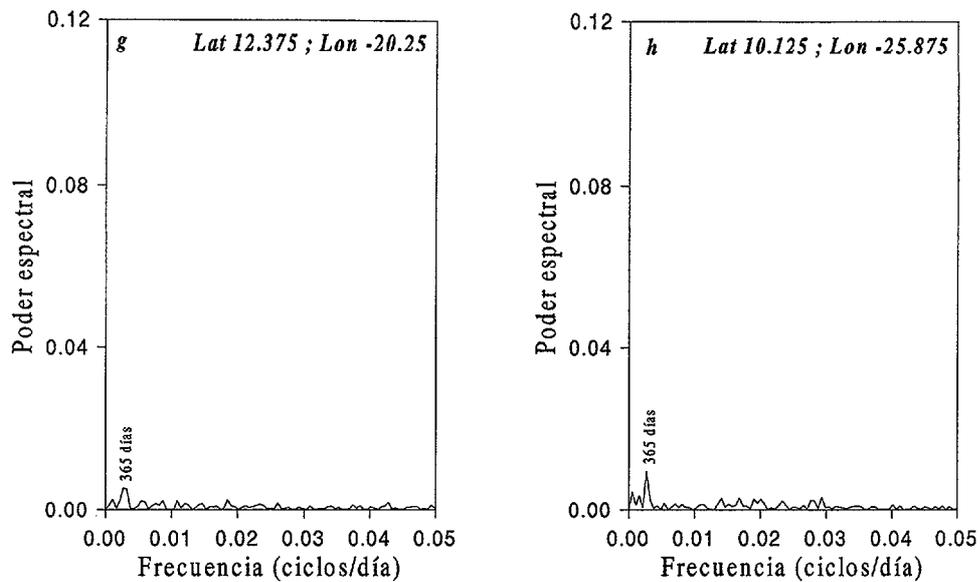


Figura 4.52 – Valores medios de la componente z del rotacional de la tensión del viento en la región.

Como paso previo al cálculo del espectro de frecuencias, aplicamos el test de Durbin-Watson (A.3) para determinar si en estas series existen correlaciones que indiquen la presencia de señales periódicas. El test presenta correlaciones positivas en 312 de las series de componente z de rotacional, en 3 series no existen correlaciones y en las 95 restantes es inconcluso. El espectro de la componente z del rotacional lo calculamos vía poder espectral, puesto que al derivar esta magnitud de otras equiespaciadas, sus series también lo son. Las figuras 4.53.a, 4.53.b, 4.53.c, 4.53.d, 4.53.e, 4.53.f, 4.53.g y 4.53.h, muestran los espectros de las series de la componente z del rotacional correspondientes a las localizaciones características de la región utilizadas en este trabajo.





Figuras 4.53.a, b, c, d, e, f, g, y h – Poder espectral de las series características de la componente z del rotacional de la tensión del viento

Destaca en estos espectros la gran variabilidad de periodicidades presentes, hay series que presentan múltiples periodicidades y otras en las que existe sólo un período.

La figura 4.54 representa los períodos de las frecuencias dominantes en el espectro, mientras que la figura 4.55 representa la zona geográfica con frecuencia semianual en la componente z del rotacional, presente entre los cuatro máximos principales del poder espectral.

Si comparamos la figura 4.55 de la frecuencia semianual en la componente z del rotacional de la tensión del viento con la figura 4.23 de la frecuencia semianual en la temperatura superficial del mar, se comprueba que las distribuciones guardan similitud. Con ello, parece que las variaciones de la componente z del rotacional están en el origen de las oscilaciones semianuales de la temperatura superficial del mar.

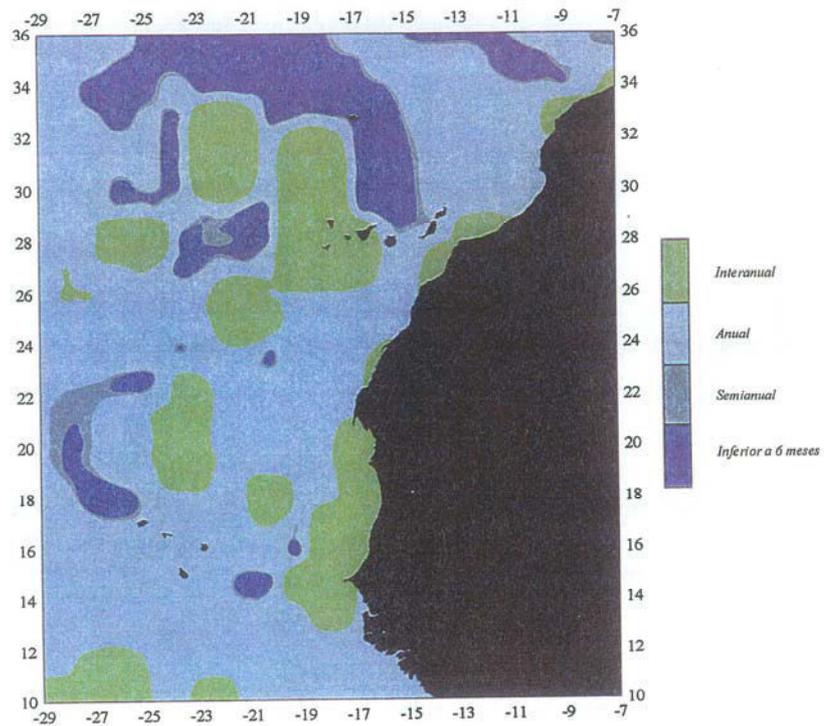


Figura 4.54 – Períodos dominantes en los espectros de la componente z del rotacional de la tensión del viento.

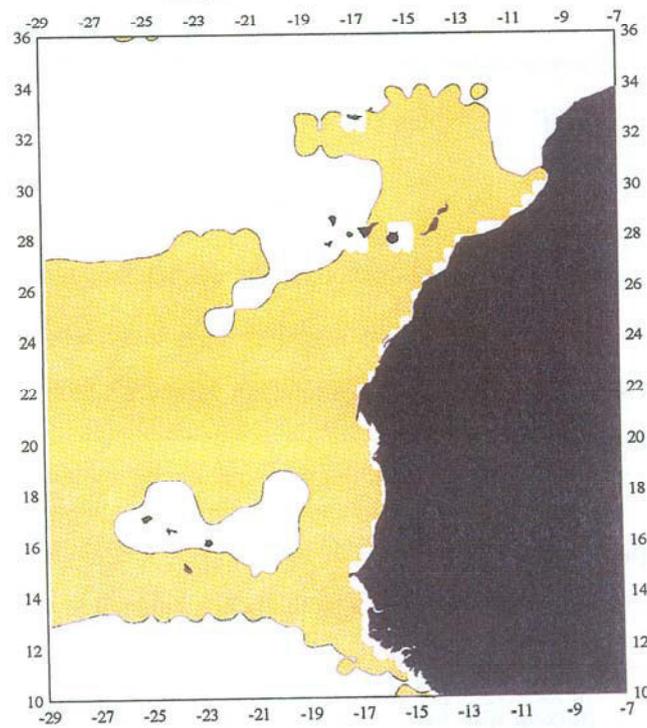
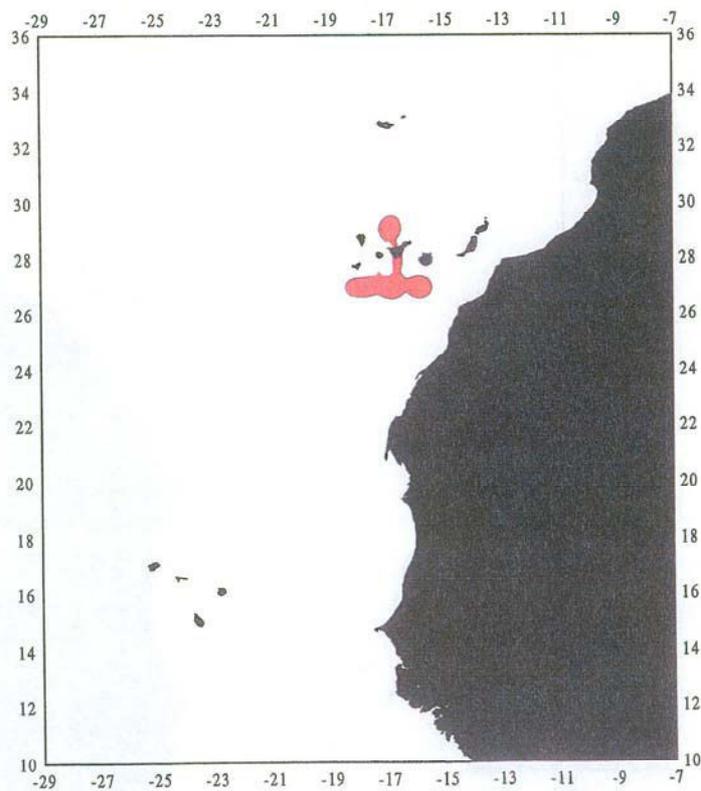


Figura 4.55 – Distribución del período semianual entre los 4 máximos dominantes de los espectros de la componente z del rotacional de la tensión, del viento.

Por último, un resultado interesante, que sorprende de la componente z del rotacional de la tensión del viento, es la presencia de una señal del mismo orden que la del máximo dominante, de periodicidad comprendida entre los 25 y 30. Se extiende en una franja de unos 200Km desde el sur de la isla de Gran Canaria hasta la isla de El Hierro (figura 4.56).

La existencia de esta frecuencia parece estar relacionada con la existencia de remolinos que se generan a sotavento de las islas y se desprenden en la dirección sur. La presencia de estas estructuras ya se comentaron en el capítulo 1 de este trabajo y han sido estudiadas ampliamente en otros trabajos de este Departamento. La figura 4.57 presenta una imagen de concentración de clorofila con la presencia de estas estructuras.



**Figura 4.56** – Distribución de las series de rotacionales de la tensión del viento con períodos dominantes de 25 a 30 días.

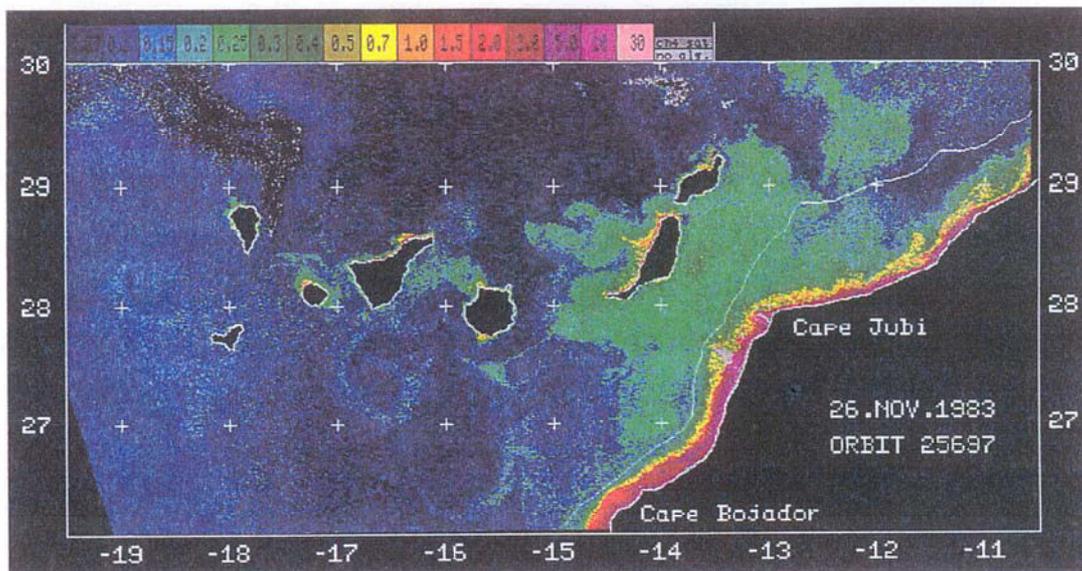


Figura 4.57– Imagen de CPC del 26 de Noviembre de 1983 (órbita 25697) con remolinos generados al sur de las Islas Canarias (Hernández-Guerra *et al.*, 1993).

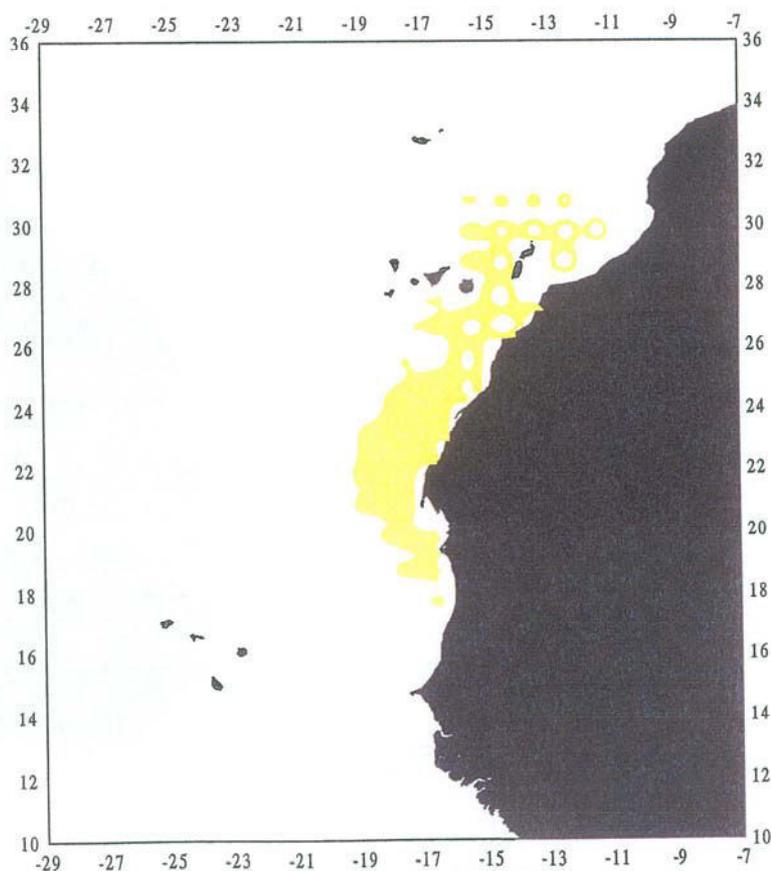


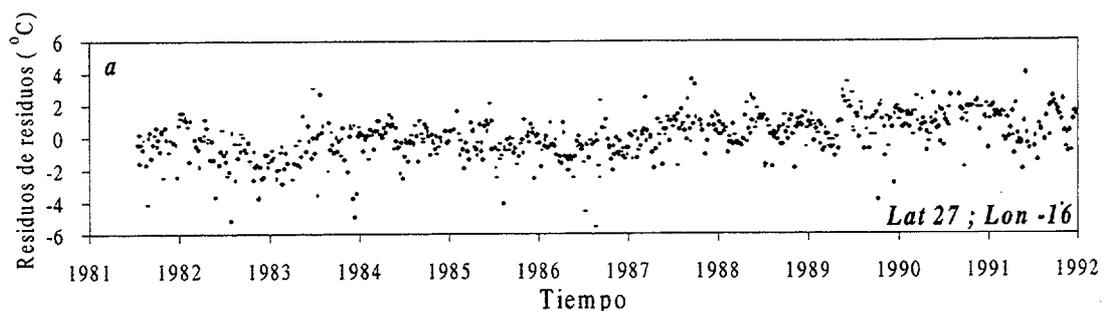
Figura 4.58 – Zona con la presencia de correlaciones en las series de residuos de residuos.

Para finalizar con el análisis de la frecuencia semianual presente en las series de temperatura superficial del mar, creamos un nuevo conjunto de series temporales de residuos de los que se ha extraído la frecuencia anual y semianual (residuos de residuos). Para analizarlos en la búsqueda de otras periodicidades, se aplica el método del periodograma por conservar estas series el carácter irregular.

Como paso previo, aplicamos el test de Durbin-Watson (A.3) a estas series para detectar correlaciones como indicadores de presencia de dependencias entre los datos. La figura 4.58 muestra la zona en la que el test detecta la presencia de correlaciones, las localizaciones en las que se manifiesta como inconcluso no se muestran, puesto que al aplicar el periodograma se rompe esa indeterminación.

#### 4.4 Características generales de las series de residuos de los residuos.

Las series de residuos de los residuos se han obtenido de extraer los armónicos anual y semianual de las series temporales de temperatura superficial del mar. Estas series tienen una estructura similar a la de las series originales y de residuos, son un total de 191 con la presencia de los dos armónicos. Su distribución geográfica coincide con la de la figura 4.23, localizadas en los nudos de una malla de ancho  $1^\circ \times 1^\circ$  en longitud y latitud. Las figuras 4.59.a, 4.59.b, 4.59.c y 4.59.d muestran las cuatro localizaciones características utilizadas en este estudio en las que existe una segunda componente semianual



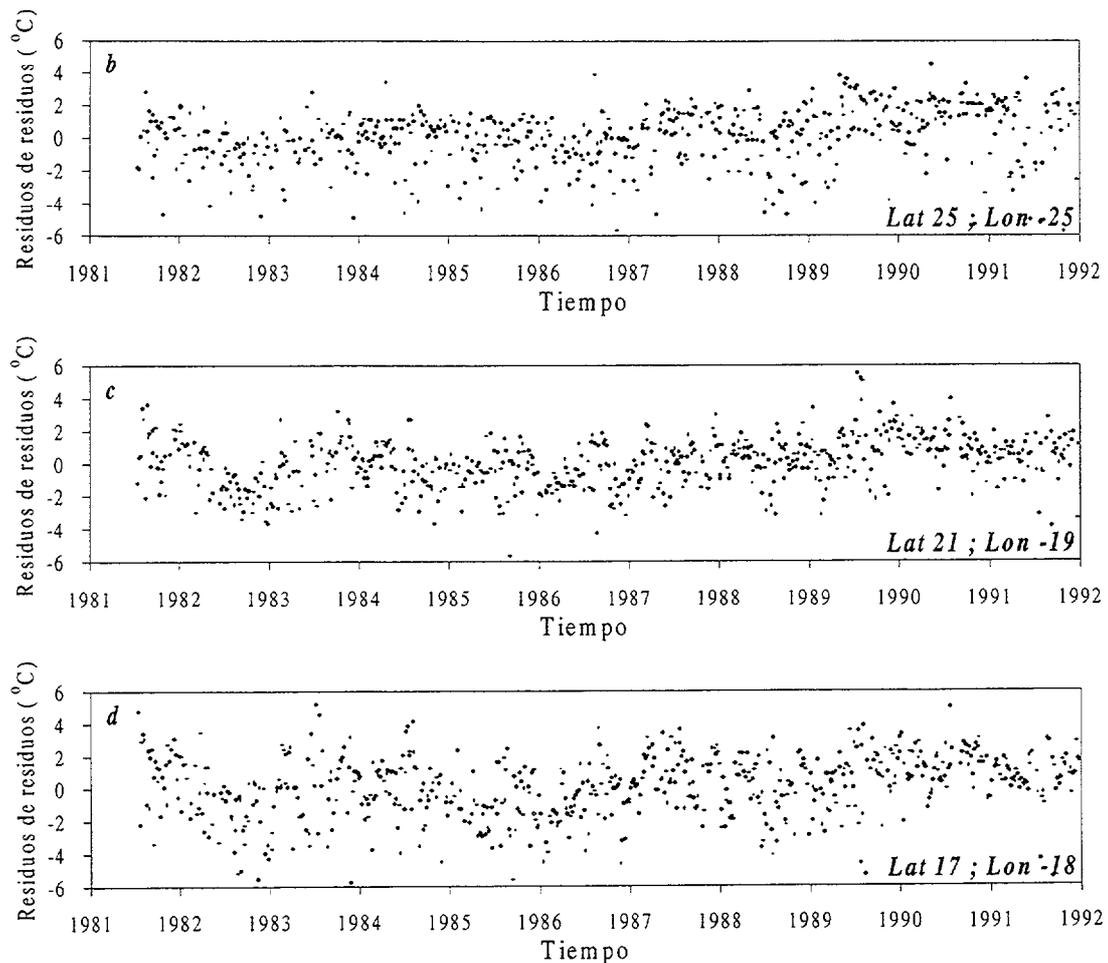


Figura 4.59.a, b, c y d – Series de residuos de residuos de las localizaciones características de la región

El carácter no equiespaciado de estas series es herencia de las series originales. El número de datos disponibles coincide con el de las series originales de las mismas localizaciones (figura 4.3), valor que oscila entre los 680 valores al sur de las Islas Canarias como máximo hasta los 520 del océano abierto como mínimo.

Calculamos el número de frecuencias independientes, necesario para el cálculo de los niveles de significación, por medio de la expresión 3.5.5 para cada serie de residuos de residuos. El cálculo de este parámetro coincide con el valor para las series originales por derivar este parámetro del número de datos disponibles. Su distribución también coincide con el de las series originales para la misma localización

(figura 4.4). Los valores de este parámetro fluctúan entre 1300 al sur de las Islas Canarias y los 900 en el océano abierto.

Los valores medios de todas estas series están centrados en cero. Los valores calculados son del orden de  $10^{-7}$  °C tanto positivos como negativos. Como estos valores son varios órdenes de magnitud inferiores a la precisión de los datos se puede considerar como cero el valor medio de las series sin que con ello se introduzca un error significativo.

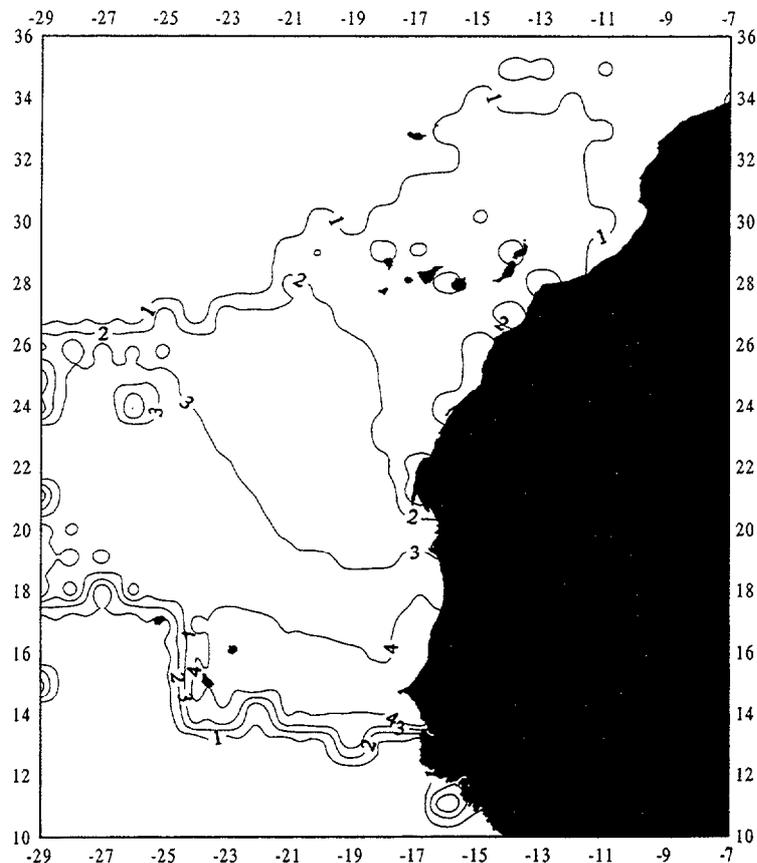


Figura 4.60 – Varianza de las series de residuos de los residuos.

Un parámetro estadístico importante en el análisis del comportamiento estadístico de las series temporales es la varianza, cálculo realizado por medio de las expresiones A.1 y A.2. Este valor se toma como una medida de la dispersión de los

datos de las series. La figura 4.60 representa la distribución de este parámetro en la zona limitada a este análisis. Los valores máximos de la varianza se presentan en la zona sur, mientras que los mínimos se dan en la zona norte de las Islas Canarias. La distribución a gran escala aumenta al desplazarnos desde el noroeste al suroeste.

Una vez analizadas las características generales de las series de los residuos de los residuos, le aplicamos nuevamente el análisis del periodograma normalizado para detectar la posible presencia de otras señales periódicas.

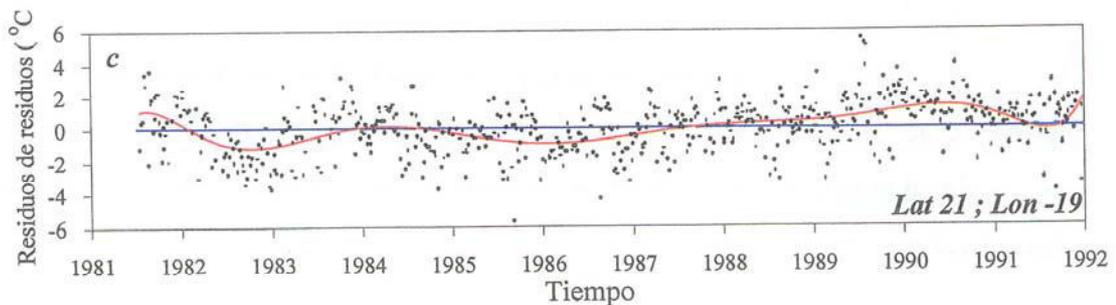
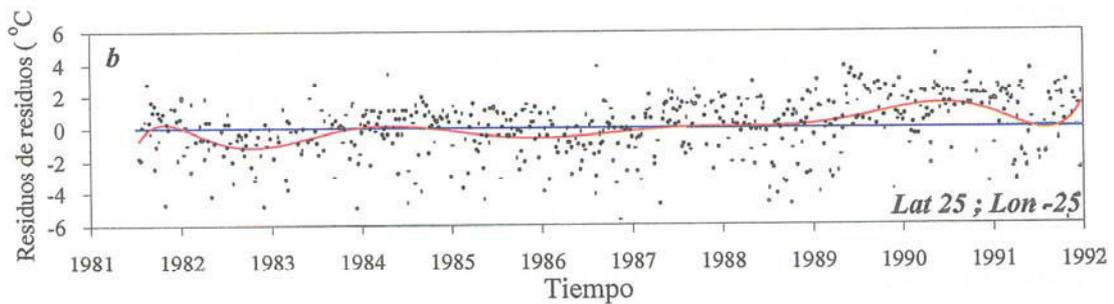
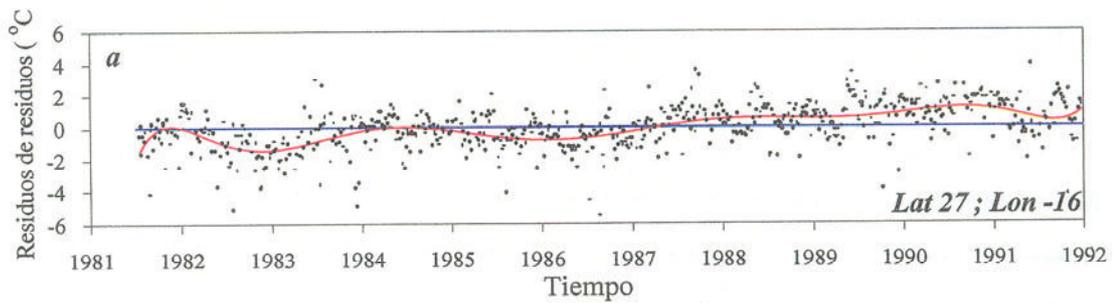
#### 4.4.1 Periodograma

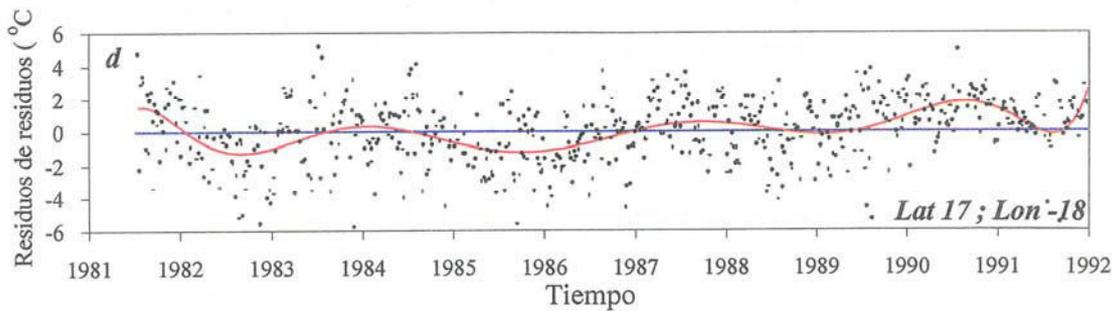
Una vez extraídos los armónicos anual y semianual de las series de temperatura superficial del mar, disponemos de un conjunto de 191 series de residuos de residuos analizadas de forma general en le apartado anterior, cuyo espectro estudiaremos en este. El espectro de estas series lo determinaremos por el análisis del periodograma normalizado, puesto que estas series conservan el carácter no equiespaciado de las series originales de las que derivan. Para aplicar este método es necesario realizar una serie de comprobaciones previas y posteriores para calibrar la validez de los resultados. Estas comprobaciones se desarrollaron en el capítulo 3 y afectan principalmente a la significabilidad de los máximos y a la incertidumbre de las frecuencias de los máximos.

Los factores a analizar son: 1) La pérdida de datos, que es el primer factor que se debe valorar y que en todas estas series es inferior al 30% del total de datos, valor este inferior a los límites de aplicabilidad del método (apartado 3.7.3). 2) La mezcla de señales, que afecta al periodograma con el enmascaramiento de las periodicidades débiles y que tampoco afecta en este caso, puesto que sólo se puede valorar la señal dominante del espectro calculado (apartado 3.7.1). 3) La existencia de intervalos temporales sin datos, que afecta a los espectros introduciendo incertidumbres en las frecuencias, y que tampoco afecta a estas series ya que los intervalos existentes son de

10 datos como máximo, y este valor está muy por debajo del límite que soporta el método (apartado 3.7.6). 4) Por último, la presencia de tendencias, que afecta a la significabilidad de los máximos y crea incertidumbres en las frecuencias, y que tampoco afecta a estas series debido a que el carácter de las tendencias es suave y no tiene influencia significativa en los resultados (apartado 3.7.5).

Las figuras 4.61.a, 4.61.b, 4.61.c y 4.61.d muestran las series características con los valores medios y las tendencias calculadas por medio de un polinomio de grado superior (expresión A.5). Las tendencias presentan el mismo comportamiento que las asociadas a las temperaturas y a los residuos, con valores negativos los primeros años que pasan a positivos en los últimos del intervalo.





Figuras 4.61.a, b, c y d - Series de residuos de residuos con medias y tendencias.

Una vez realizadas las comprobaciones previas, aplicamos el periodograma normalizado a las 191 series de residuos de residuos. Los niveles de significación son los tradicionales de la literatura y están asociados a las probabilidades de presencia de la señal del 99.9%, 99%, 90% y 50%.

La figura 4.62 muestra las periodicidades detectadas en el espectro del periodograma. La significabilidad mínima requerida es del 90% de probabilidad de presencia de señal, debido al riesgo de las distorsiones producidas por el ruido presente y debido a las modulaciones de las señales extraídas que pueden afectar a las frecuencias que sólo superen el nivel de significación del 50%. La frecuencia dominante en el espectro de los residuos de los residuos es la de 4 años. Esta periodicidad ya se detectó como dominante en los residuos con significación similar a la de la señal semianual. Ahora aparece en una serie de localizaciones vecinas a las detectadas entonces (figura 4.23). En esta figura se representan las series con señales de 4 años de la figura 4.23 más las adicionales que han aparecido en este cálculo del espectro.

La significabilidad del 99.9% está presente en la zona sur de las Islas Canarias y Cabo Verde, mientras que el área situada el noroeste de la isla de Lanzarote presenta una significabilidad del 99%. Se han descartado las series con significabilidades inferiores al 90%.

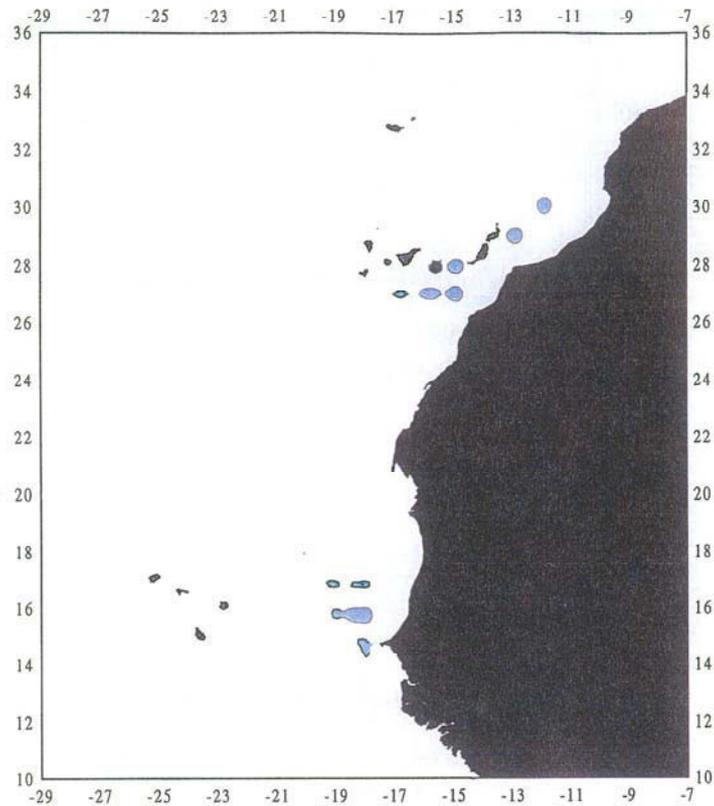
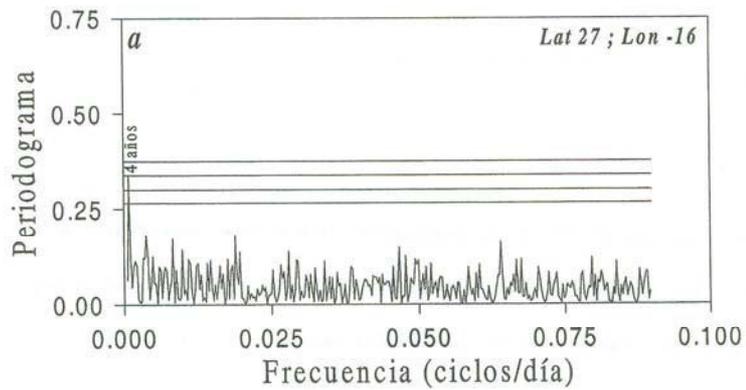
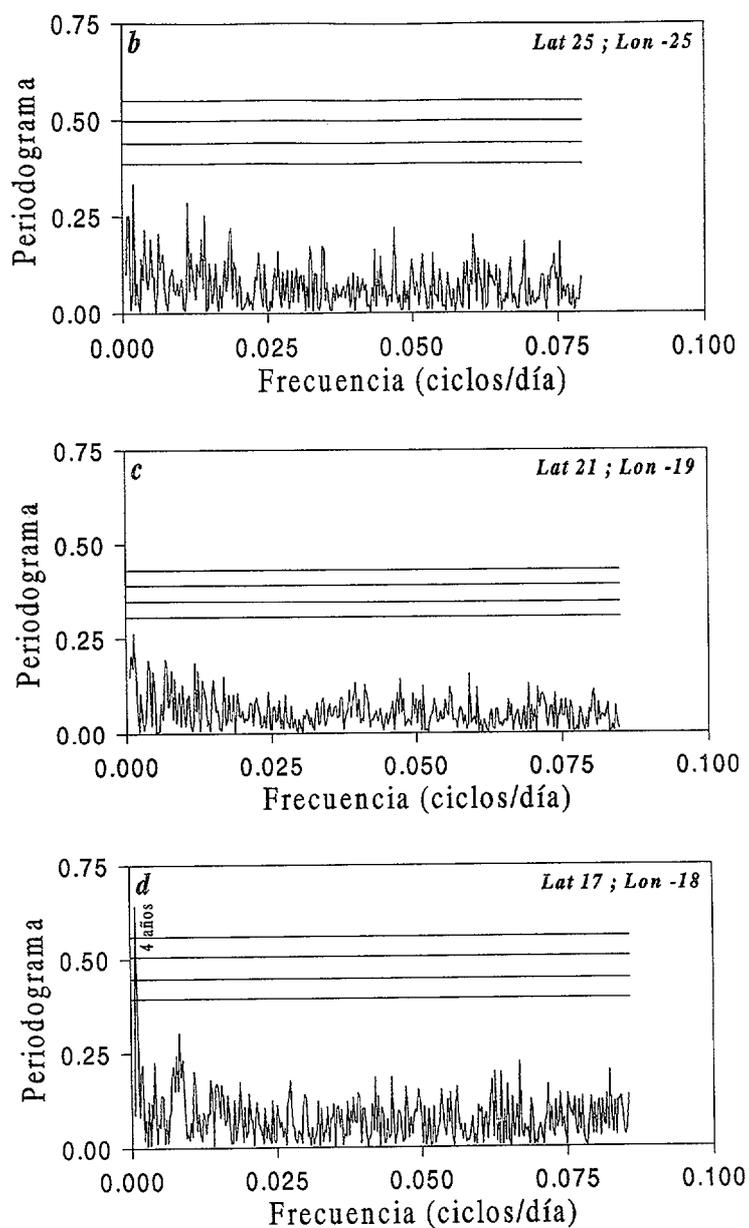


Figura 4.62 – Zonas con señal de período 4 años.

Las figuras 4.63.a, 4.63.b, 4.63.c y 4.63.d presentan los periodogramas con los correspondientes niveles de significación de las zonas características de la región.





Figuras 4.63.a, b, c y d – Periodogramas característicos de los de residuos de residuos.

Una vez comprobada la presencia del tercer armónico en una zona dispersa, comprobamos la existencia de series adyacentes de igual periodicidad pero sin significabilidad suficiente. Ante el hecho de que la resolución espacial con la que trabajamos sea insuficiente, nos planteamos aumentar la resolución de nuestra malla

para delimitar lo más detalladamente posible las zonas en las que se manifiesta este armónico.

La zona en las que aumentamos la resolución son aquellas en las que existen indicios de este nuevo armónico. La figura 4.64 muestra estas zonas en las que el ancho de malla lo tomaremos cada  $0.5^\circ \times 0.5^\circ$  en latitud y longitud. Consideramos este valor como suficiente puesto que con él, cada serie original se encuentra rodeada de 8 series nuevas.

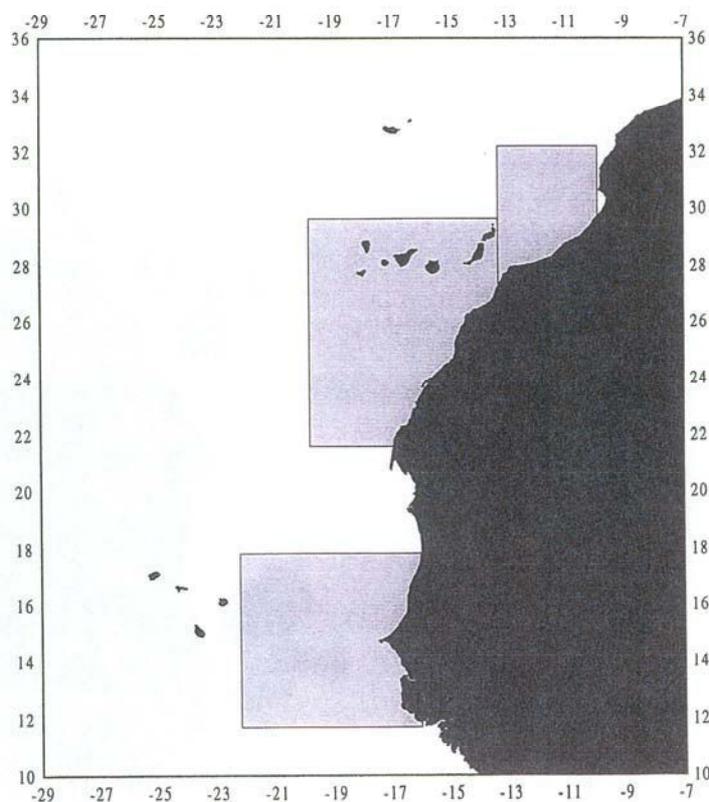


Figura 4.64 – Zonas en las que se ha aumentado la resolución espacial.

Una vez determinadas las nuevas zonas, se realizan las extracciones de las nuevas series de las imágenes diarias de temperatura superficial del mar. El total de nuevas series generadas asciende a 112. A este nuevo conjunto le aplicamos todo el proceso matemático hasta obtener las series de residuos de residuos derivadas de ellas,

realizando todos los procedimientos descritos en este capítulo. Una vez calculadas las series de residuos de residuos le aplicamos el periodograma y con los resultados obtenidos delimitamos la zona en la que detectamos el período de 4 años (figura 4.65).

Un total de 48 series presentan periodicidades con significabilidad. La señal de 4 años se presenta en 46, de ellas, 13 superan el nivel del 99.9%, 14 el del 99% y 19 el del 90%. Dos series presentan periodicidades de 300 y 600 días.

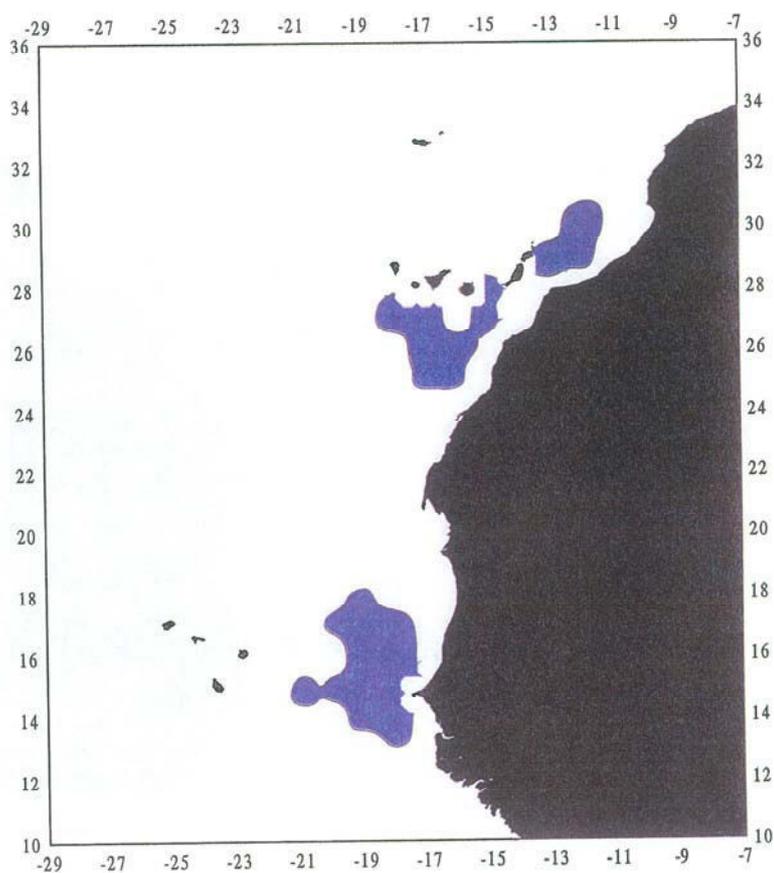


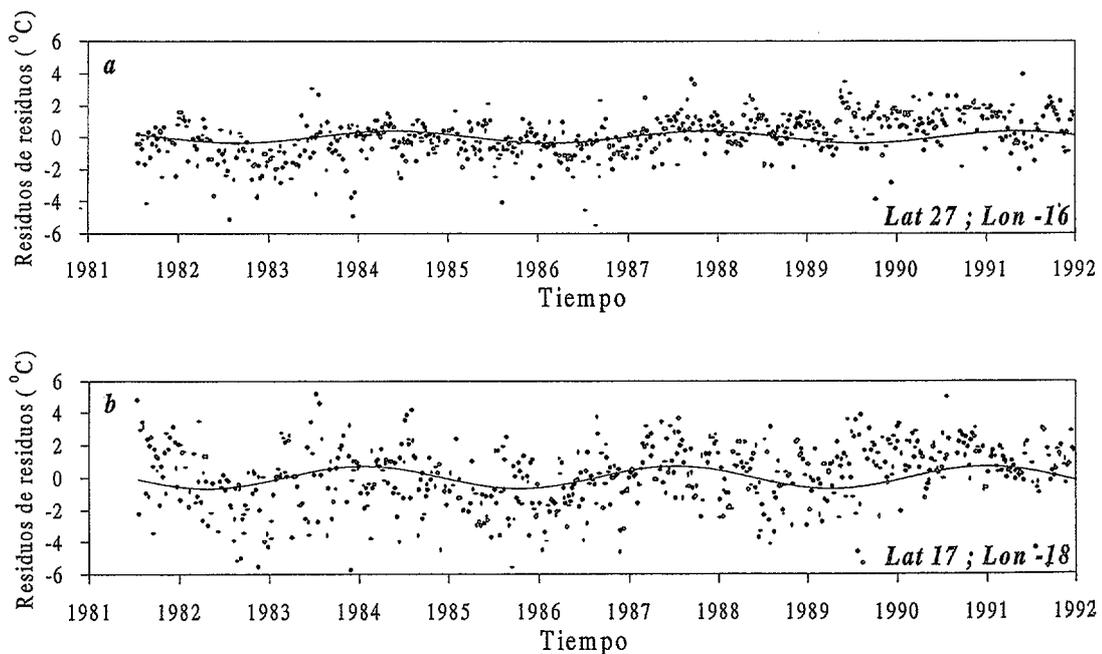
Figura 4.65 – Zona con señal de 4 años.

Al analizar la figura con el perfil definitivo de la región con periodicidad de 4 años, se observa que existen tres zonas en las que se manifiesta: La primera corresponde a una franja desde el norte de la isla de Lanzarote que se extiende en dirección noroeste hasta la altura de Cabo Ghir. La segunda se localiza al sur de las Islas Canarias y se extiende paralela a la costa hasta la zona sur de Cabo Bojador. La

tercera zona se encuentra centrada en Cabo Verde. Las tres zonas tienen en común el hecho de estar paralelas a la costa a una distancia de esta de 100 km. Estas zonas coinciden con lo que se denomina zona de transición entre las aguas de la plataforma continental y las aguas oceánicas.

#### 4.4.2 Ajuste de la frecuencia de cuatro años.

Una vez delimitada la zona en la que se detecta la presencia de la señal de periodo 4 años, se ajustan las series de residuos de residuos a una función armónica de frecuencia 4 años como la indicada en la expresión A.6. Para realizar el ajuste se toman como parámetros independientes el valor medio, la amplitud y la fase. El ajuste lo realizamos por la regresión múltiple de estos tres coeficientes (expresiones A.9, A.10 y A.11). Las figuras 4.66.a y b muestran las dos series características, que presentan en el periodograma la señal correspondiente a la periodicidad de 4 años, además se representa la función de ajuste de ese mismo período.



Figuras 4.66.a y b - Series de residuos de residuos con las funciones de ajuste asociadas.

Los valores medios calculados por medio de la función de ajuste son del orden de  $10^{-7}$  °C, del mismo orden de magnitud que los valores reales. Como valor medio de las series de residuos de residuos se toma el valor cero ya que esta aproximación es varios órdenes de magnitud inferior que la precisión de los datos.

La amplitud de este tercer armónico varía según la localización geográfica. El sector localizado al noroeste de la Isla de Lanzarote presenta las amplitudes menores, los valores para esa zona oscilan entre 0.25° C y 0.3° C. El sector situado al sur de las Islas Canarias presenta las amplitudes intermedias con valores que oscilan entre 0.3°C para la zona orientada hacia el interior del océano y 0.5° C para la zona orientada hacia la costa. El tercer sector situado frente a Cabo Verde presenta las amplitudes máximas con valores máximos comprendidos entre 0.4° C en la zona orientada hacia el interior del océano y 0.6° C de la zona orientada hacia la costa.

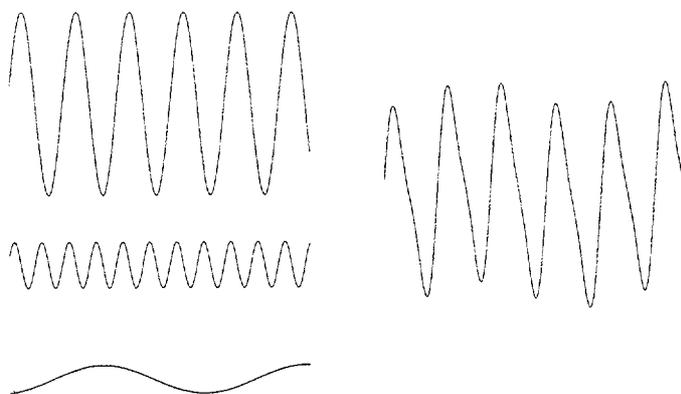
La fase del tercer armónico varía según la localización de forma parecida a la amplitud. La zona noroeste de la Isla de Lanzarote presenta valores para las fases comprendidos entre  $-1.1$  y  $-1.3$  radianes, para la zona sur de las Islas Canarias esta oscilación está comprendida entre  $-1$  y  $-1.5$  radianes, mientras que para la zona de Cabo Verde esta oscilación está comprendida entre  $-0.6$  y  $-0.9$  radianes.

La fase nos indica si el armónico se encuentra desplazado respecto al origen de tiempos y permite calcular el instante de tiempo para el que toma los valores máximos y mínimos.

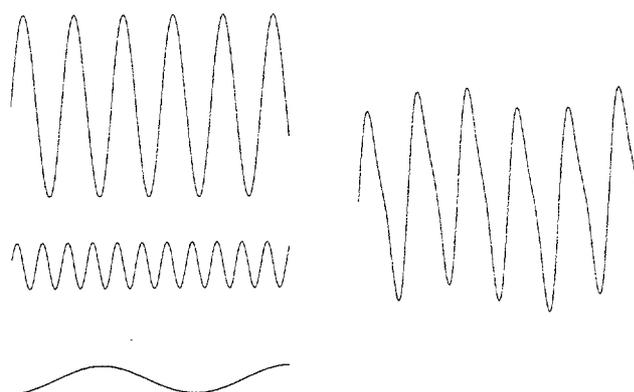
La zona con fases del orden de  $-0.6$  radianes el primer máximo se produce al segundo año de iniciarse la serie, para fases del orden de  $-0.9$  radianes el primer máximo se produce a los 2 años y 3 meses, para fases del orden de  $-1.2$  radianes el primer máximo se produce a los 2 años y 6 meses y para fases del orden de  $-1.5$  radianes a los tres años.

Para ilustrar de forma gráfica el efecto de este tercer armónico, las figuras 4.67.a, 4.67.b y 4.67.c muestran el solapamiento de tres armónicos para diferentes

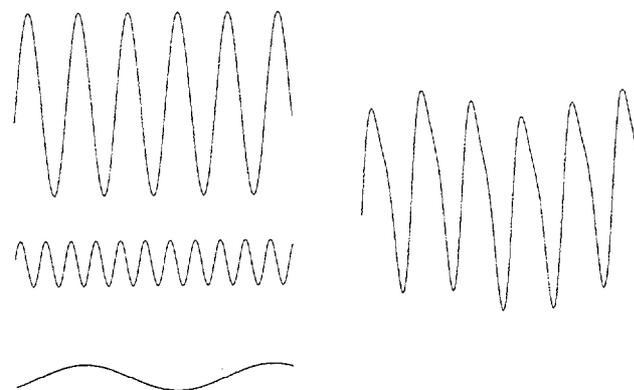
valores de las fases de localizaciones situadas en: La figura 4.67.a al noroeste de Lanzarote, la 4.67.b al sur de Las Islas Canarias y la 4.67.c de la zona de Cabo Verde.



**Figura 4.67.a** – Efecto de la superposición de los tres armónicos en el sector al noroeste de Lanzarote



**Figura 4.67.b** – Efecto de la superposición de los tres armónicos en el sector al sur de las Canarias.



**Figura 4.67.c** – Efecto de la superposición de los tres armónicos en el sector de Cabo Verde.

El principal efecto de la combinación de los tres armónicos se manifiesta en una un aumento de las temperaturas máximas cada cuarto años y una disminución de las mínimas dos años después del máximo. Este efecto se aprecia ligeramente en las series de las figuras 4.2.c y 4.2.f, debido al escalado de las gráficas, sin embargo, en sus series de residuos de residuos se aprecia mejor (figuras 4.59.a y 4.59.d).

El coeficiente de determinación  $r^2$  se ha calculado para las series que presentan el tercer armónico, los valores oscilan entre el 6% de la varianza para el sector del noreste de Lanzarote al 9% del sector de la zona de Cabo Verde. Estos valores, pese a ser pequeños, representan una contribución significativa de esta señal al valor final de la temperatura.

El análisis de autocorrelaciones también se ha realizado para las series con presencia del tercer armónico. El resultado presenta valores para el coeficiente de determinación mayores y menores a los de la serie temporal completa, lo que indica que las autocorrelaciones pueden despreciarse. Este resultado es previsible ya que la serie de residuos de la que deriva esta serie de residuos de residuos estaba libre de ellas.

#### **4.4.3 Análisis espectral de series temporales de parámetros atmosféricos COADS. Determinación de variabilidades de cuatro años.**

El origen de este tercer armónico en estas zonas no es sencillo de explicar en términos físicos, en principio, y tras una primera búsqueda bibliográfica de señales de periodo semejante en diferentes magnitudes oceánicas, se determina la posibilidad de que el origen se encuentre en causas relacionadas con parámetros atmosféricos de variabilidad interanual.

Para comprobarlo, se deberían estudiar las variabilidades interanuales de las diferentes magnitudes atmosféricas. Como la periodicidad que deseamos analizar es de

4 años, se precisa una base de datos atmosféricos extendida a un período de tiempo largo. Los datos atmosféricos del ECMWF no tienen la longitud adecuada para el análisis propuesto, por lo que el análisis de series ampliadas de esta base de datos o el análisis de parámetros atmosféricos de otras climatologías puede revelar si existe el forzamiento entre las magnitudes oceánicas y atmosféricas.

Una base más adecuada para estudiar estas variabilidades, es la serie histórica COADS que también facilita valores de diferentes parámetros atmosféricos medidos a nivel del mar. Entre los parámetros disponibles se encuentran: las componentes  $u$  y  $v$  del viento, la velocidad escalar de viento y la presión atmosférica. Analizamos la tensión del viento y sus componentes calculadas por medio de la expresión B.1 y la presión atmosférica

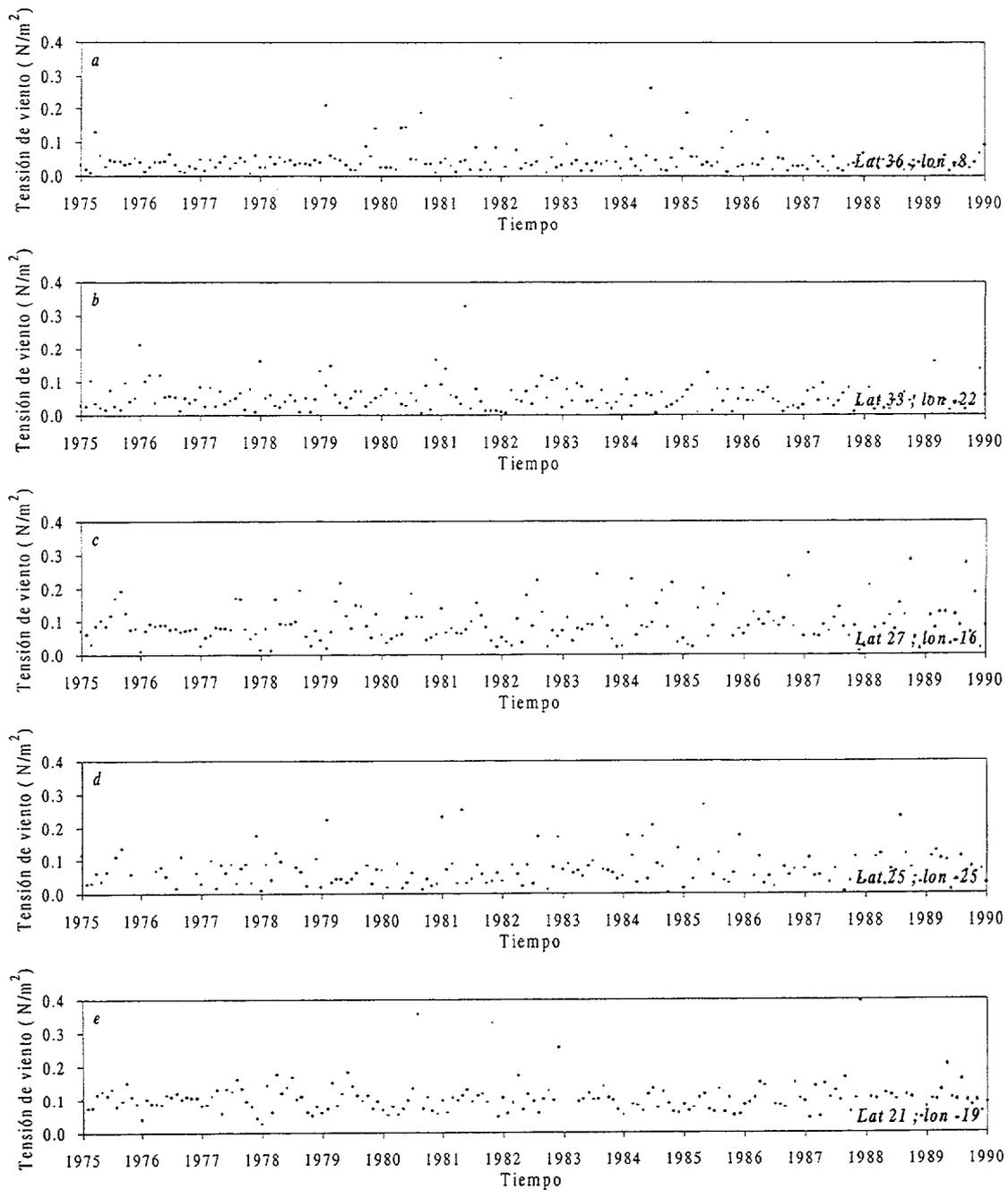
Se ha realizado la extracción de las series temporales de estos cuatro parámetros correspondientes a la región de estudio, obteniéndose un total de 430 series para cada parámetro formando una malla de  $1^\circ \times 1^\circ$  en longitud y latitud. La distribución espacial de estas series es la misma que la de las series temporales objetos de este trabajo mostradas en la figura 4.1.

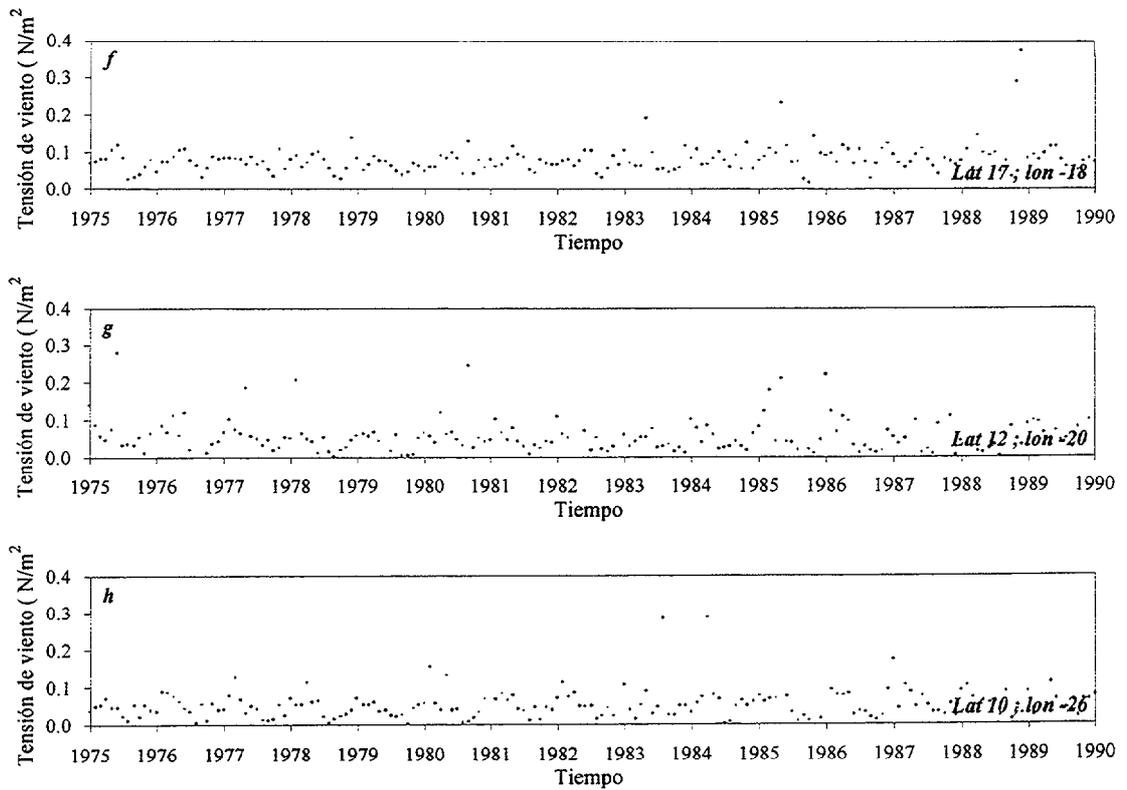
La resolución espacial de estas series es de  $1^\circ$  y la temporal de un mes (apartado 2.7.3). Pese a ser bajas son suficientes para estudiar la variabilidad de esos parámetros atmosféricos, puesto que se realiza un estudio no individual, sino global de toda la región con el fin de determinar si alguno de ellos está en el origen del armónico de período 4 años.

Para realizar el análisis espectral de estas series, se recurre al cálculo del poder espectral, puesto que las series son cuasi-regulares desde el año 1950. Las irregularidades presentes se han solventado con interpolaciones tridimensionales, tanto en longitud, latitud y tiempo, respecto al punto con valor nulo. Para presentar los resultados de estas magnitudes recurrimos a las ocho localizaciones características indicadas en la figura 4.1.

#### 4.4.3.1 Variabilidad de las series del módulo de la tensión del viento.

Las series correspondientes a este parámetro de los ocho puntos característicos de la región de este estudio se muestran en las figuras 4.68.a, 4.68.b, 4.68.c, 4.68.d, 4.68.e, 4.68.f, 4.68.g y 4.68.h. Para una mejor visualización se represente desde el año 1975.





Figuras 4.68.a, b, c, d, e, f, g y h – Series COADS características del módulo de la tensión del viento.

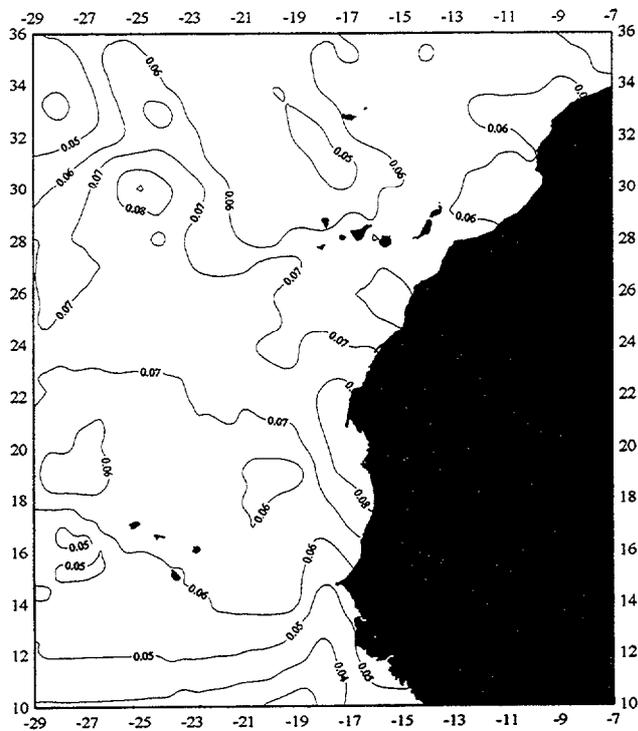
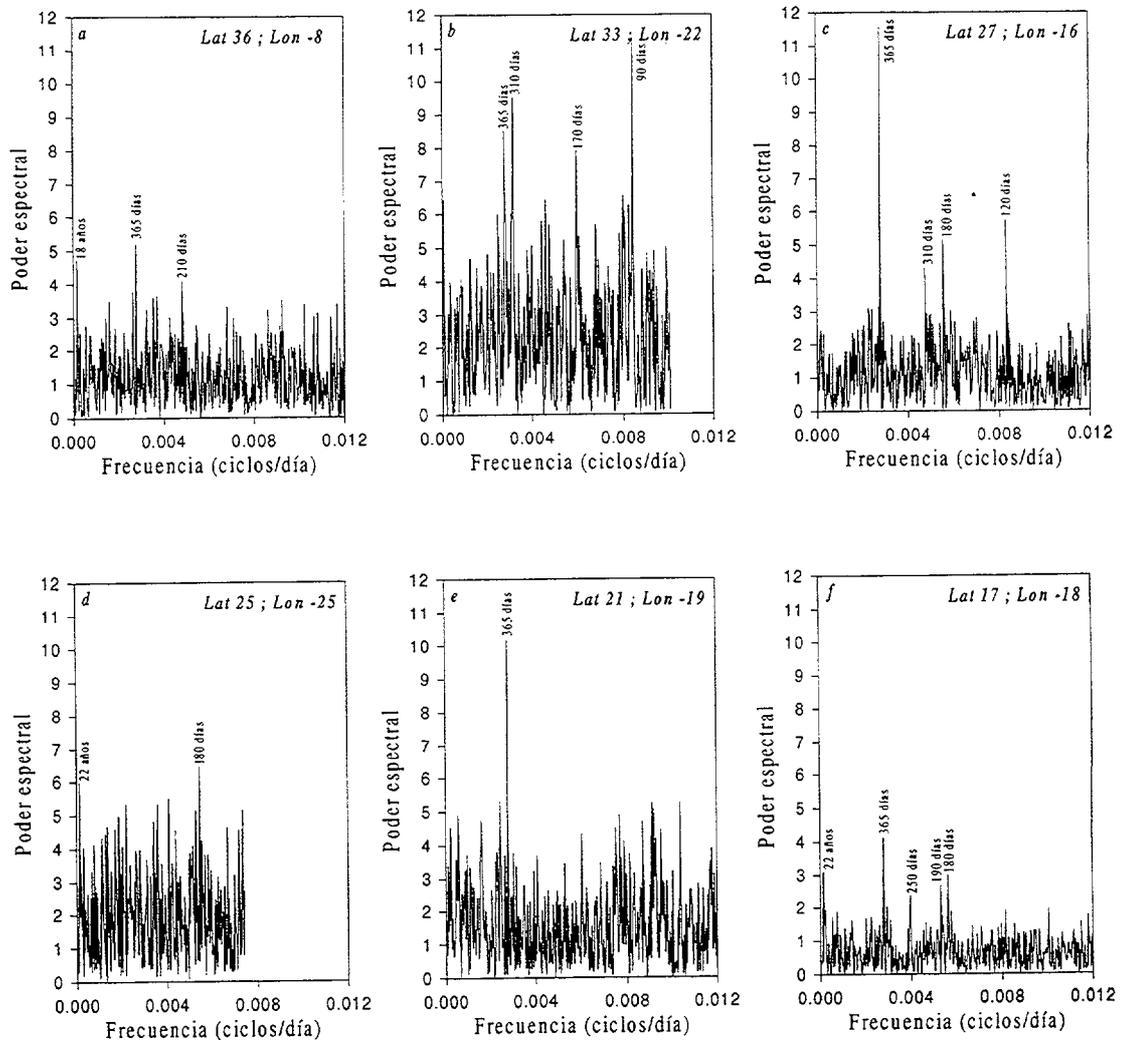
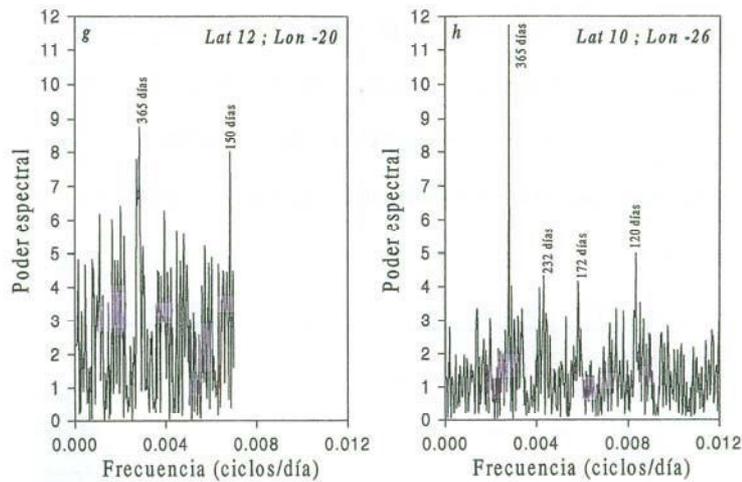


Figura 4.69 – Distribución de las medias de las series del módulo de la tensión del viento COADS, (en  $N/m^2$ ).

La distribución a gran escala de este parámetro se puede observar en la figura 4.69, que representa la distribución de los valores medios del módulo de la tensión del viento. La distribución es un tanto irregular con dos zonas de máximos definidos, una centrada en Cabo Blanco y otra al oeste de las Islas Canarias.

Los poderes espectrales correspondientes a las series características, con las frecuencias que dominan los espectros se muestran en las figuras 4.70.a, 4.70.b, 4.70.c, 4.70.d, 4.70.e, 4.70.f, 4.70.g y 4.70.h.





Figuras 4.70.a, b, c, d, e, f, g y h – Espectros características de las series del módulo de la tensión del viento (COADS).

La figura 4.71 presenta el valor del máximo de los espectros del módulo de la tensión del viento en la región, lo que permite conocer la periodicidad dominante. Los espectros de esta magnitud se caracterizan por la gran variabilidad en cuanto a la frecuencia dominante, las componentes de frecuencia interanual están dominadas por períodos 20 años.

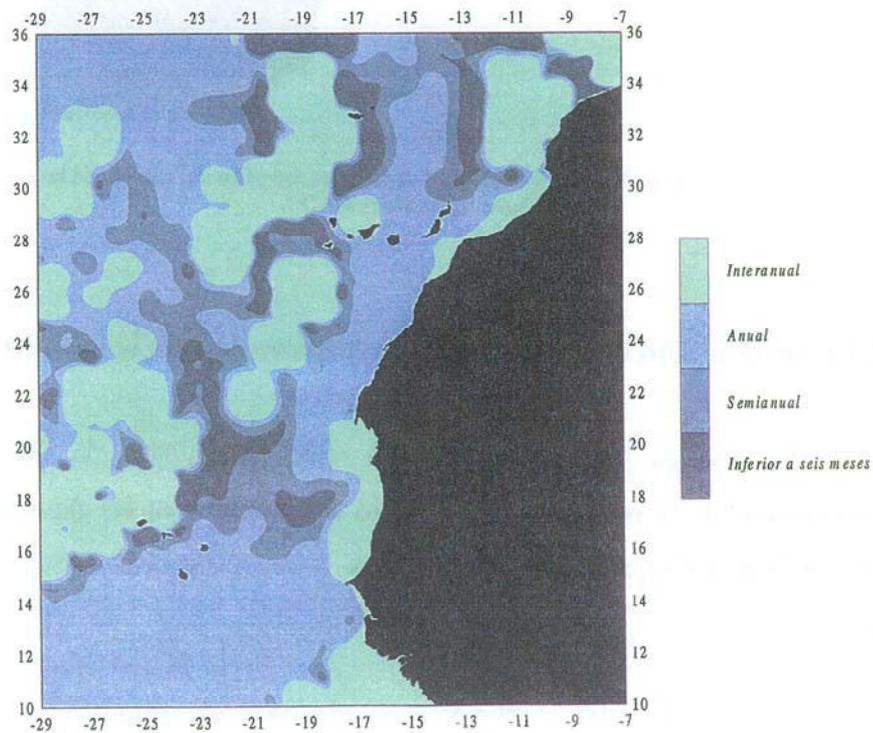


Figura 4.71 – Periodos dominantes en los espectros del módulo de la tensión de viento (COADS)

La figura 4.72 presenta las zonas en la que existe periodicidad de 4 años entre los 4 máximos más importante del espectro. Si se compara con la figura 4.65 en la que se muestra la distribución geográfica de la periodicidad de 4 años en la temperatura superficial del mar, se constata que esta magnitud no parece ser la causa física de este armónico.

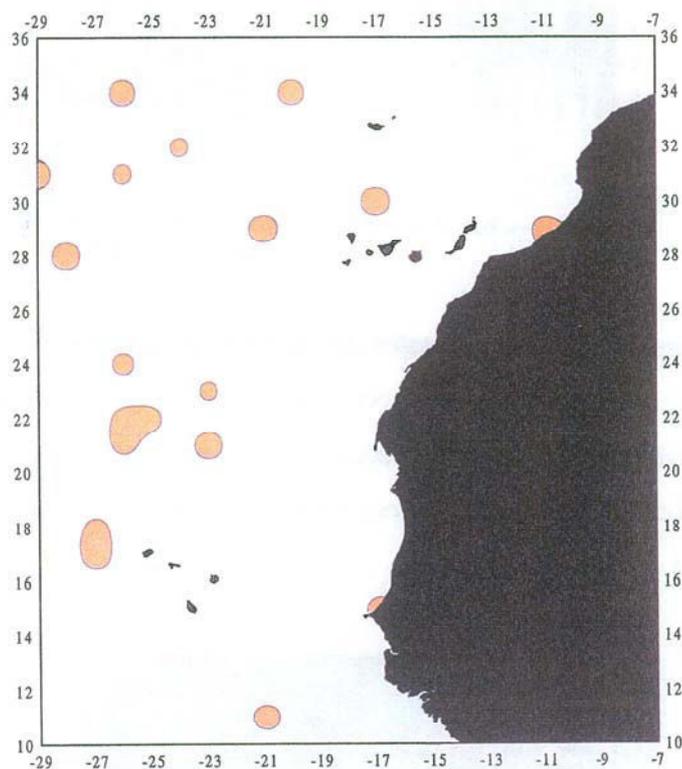
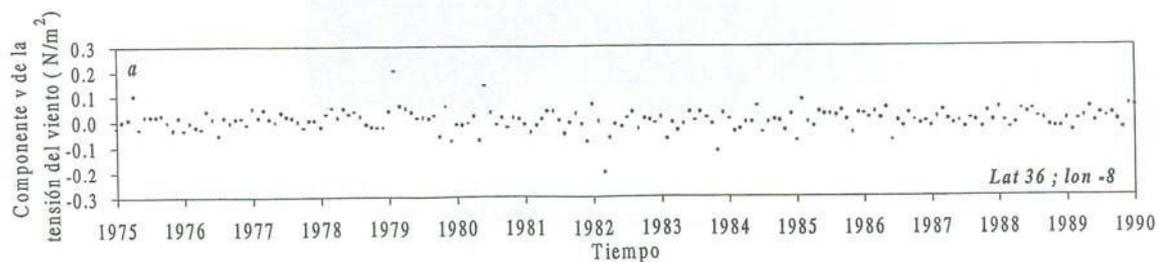
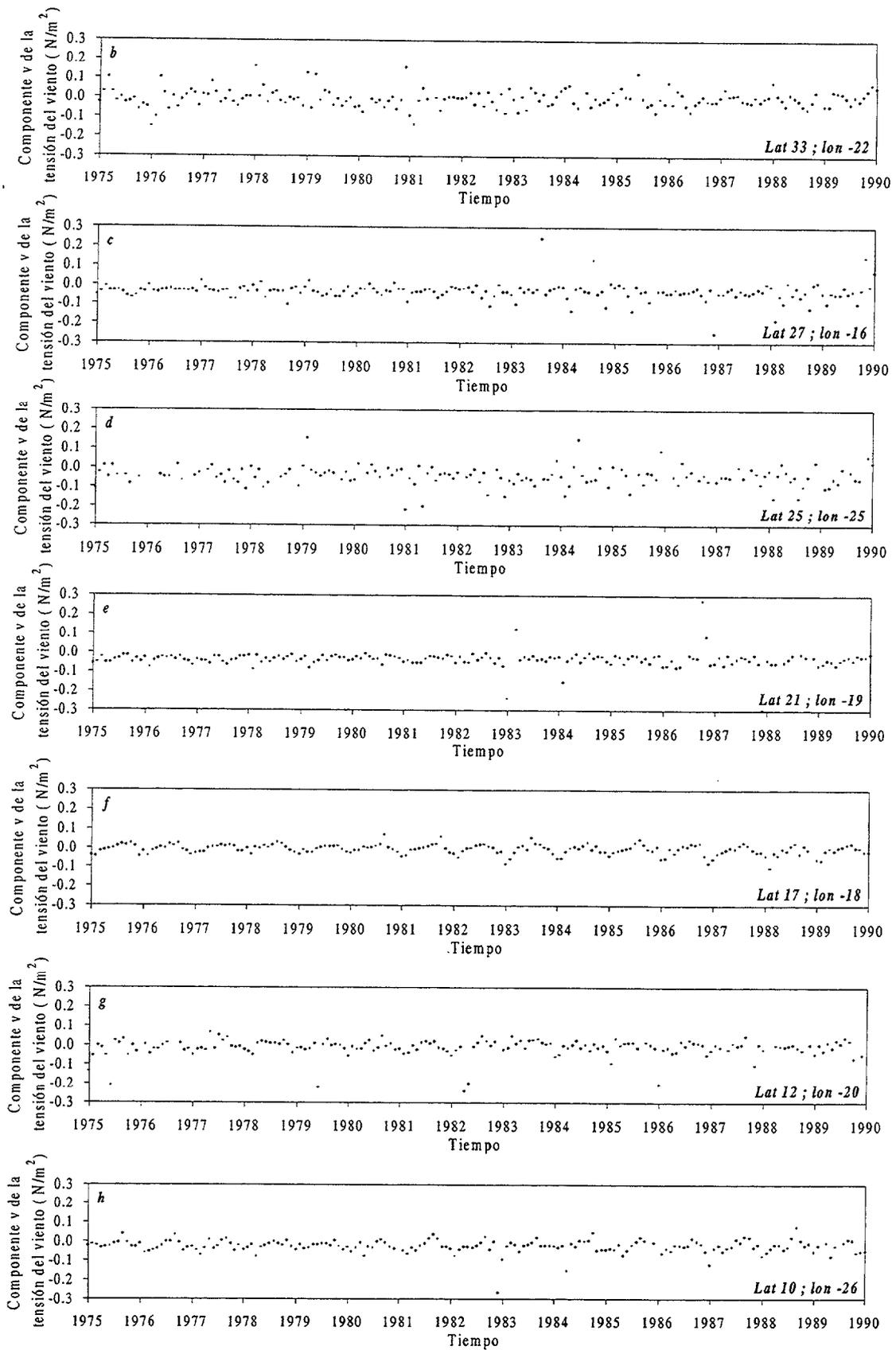


Figura 4.72 – Periodo de 4 años en los espectros del módulo de la tensión del viento (COADS)

#### 4.4.3.2 Variabilidad de las series de la componente v de la tensión del viento.

Las series correspondientes a este parámetro de los ocho puntos característicos de la región de este estudio se muestran en las figuras 4.73.a, 4.73.b, 4.73.c, 4.73.d, 4.73.e, 4.73.f, 4.73.g y 4.73.h.





Figuras 4.73.a, b, c, d, e, f, g y h – Series COADS características de la componente v de la tensión del viento.

La distribución a gran escala de este parámetro se puede observar en la figura 4.74, que representa la distribución de los valores medios de la componente v de la tensión de viento para toda la región. Dominan los valores negativos salvo en el límite norte y al sur de Cabo Blanco.

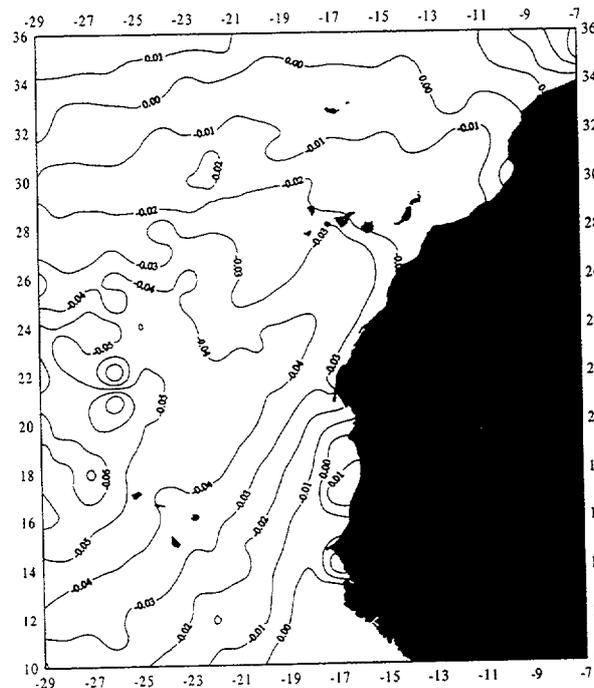
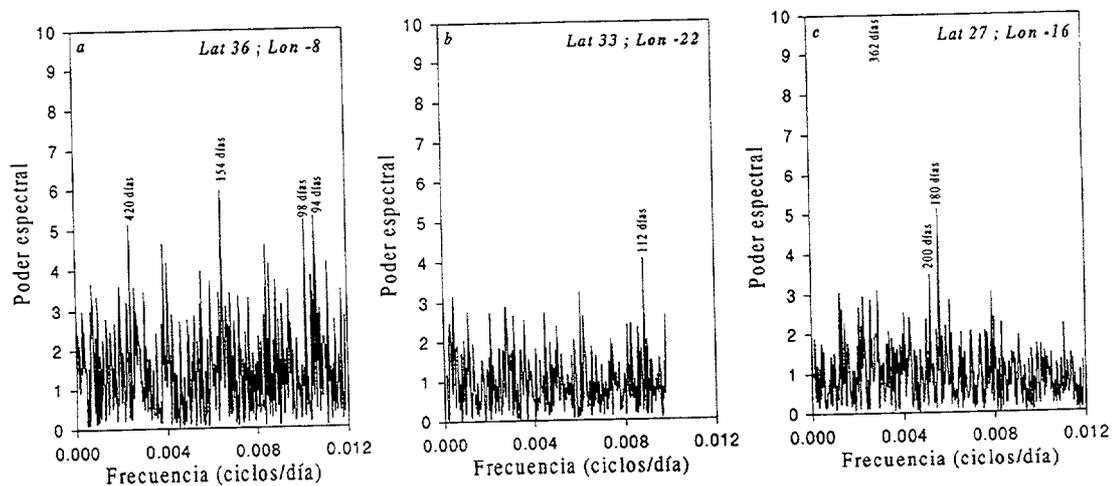
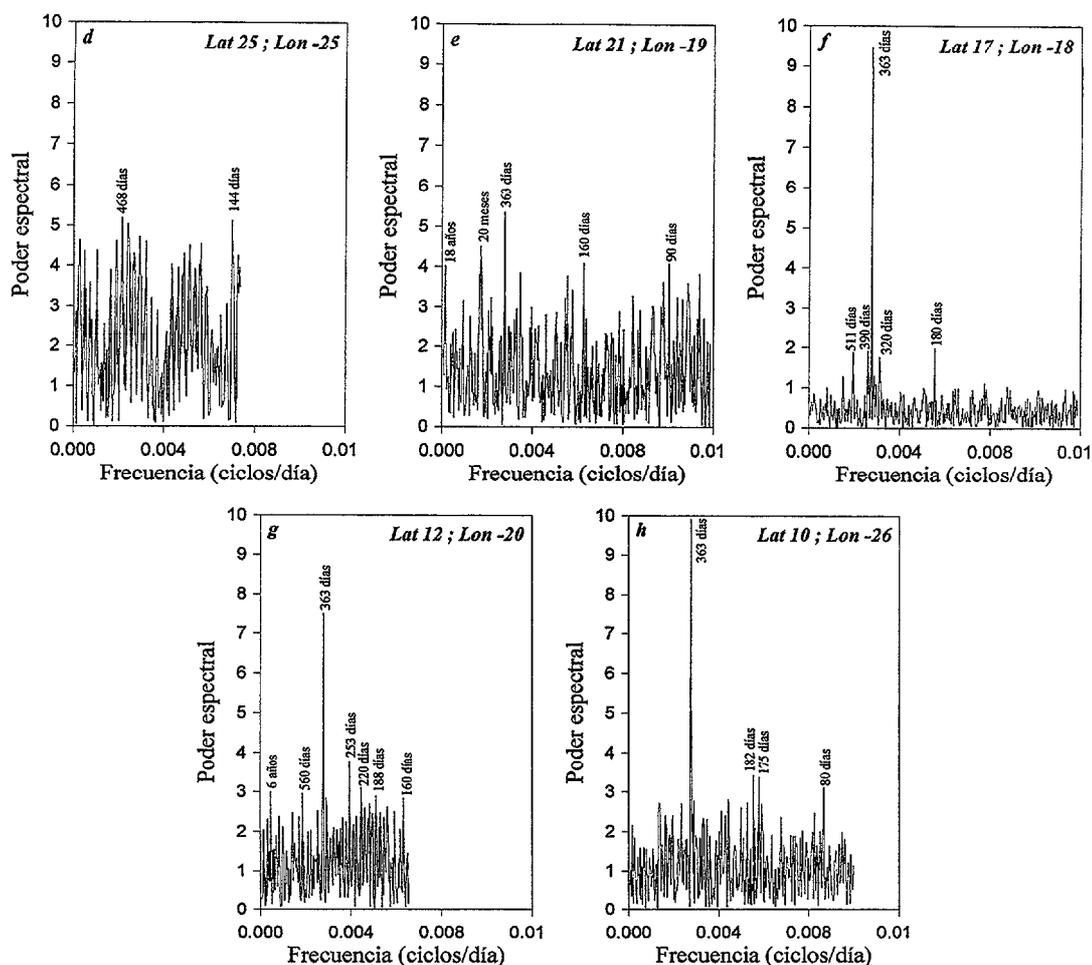


Figura 4.74 – Distribución de las medias de las series de la componente v de la tensión del viento COADS, (en  $N/m^2$ ).

Los espectros correspondientes se muestran en las figuras 4.75.a, 4.75.b, 4.75.c, 4.75.d, 4.75.e, 4.75.f, 4.75.g y 4.75.h. Se muestran las zonas de los espectros en las que existen máximos significativos con sus períodos dominantes.





Figuras 4.75.a, b, c, d, e, f, g y h – Espectros característicos de la componente v de la tensión del viento (COADS).

La figura 4.76 presenta el valor del máximo de los espectros de la componente v de la tensión del viento en la región, lo que permite conocer la periodicidad dominante. Los espectros de esta magnitud presentan una gran variabilidad en cuanto a la frecuencia dominante.

La figura 4.77 presenta las zonas en la que existe periodicidad de 4 años entre los 4 máximos más importante del espectro. Si se compara la figura 4.77 con la 4.65 se comprueba que la variabilidad de 4 años en la temperatura superficial del mar no está relacionada con la misma variabilidad en la componente v de la tensión de viento.

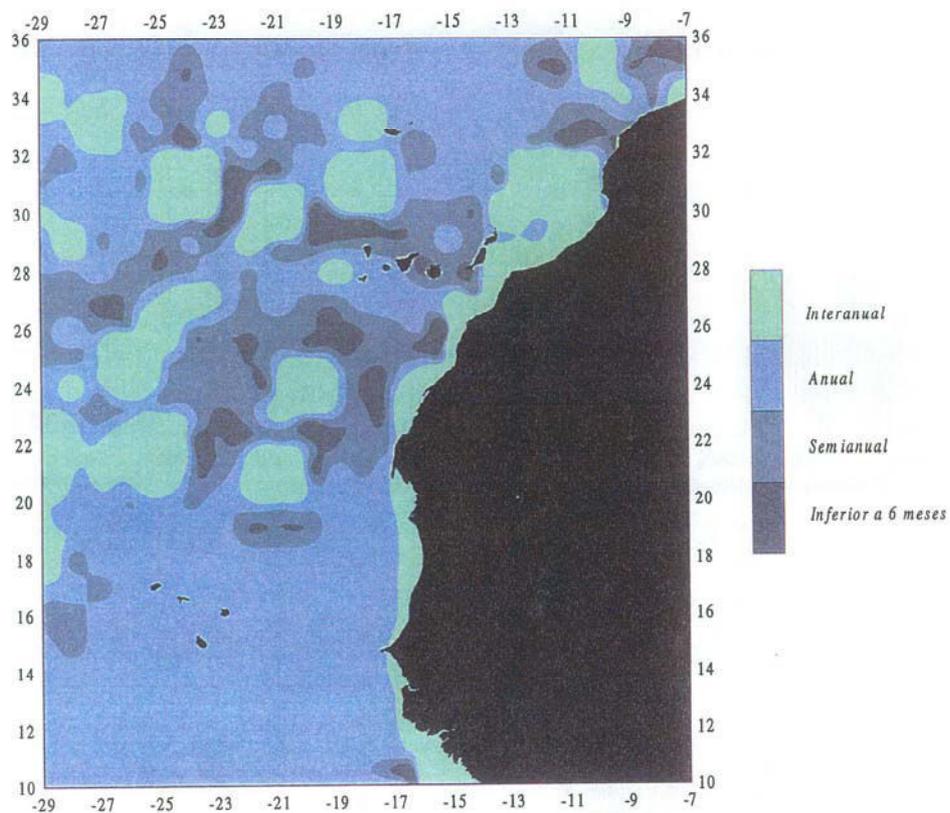


Figura 4.76 – Periodos dominantes en los espectros de la componente v de la tensión del viento (COADS)

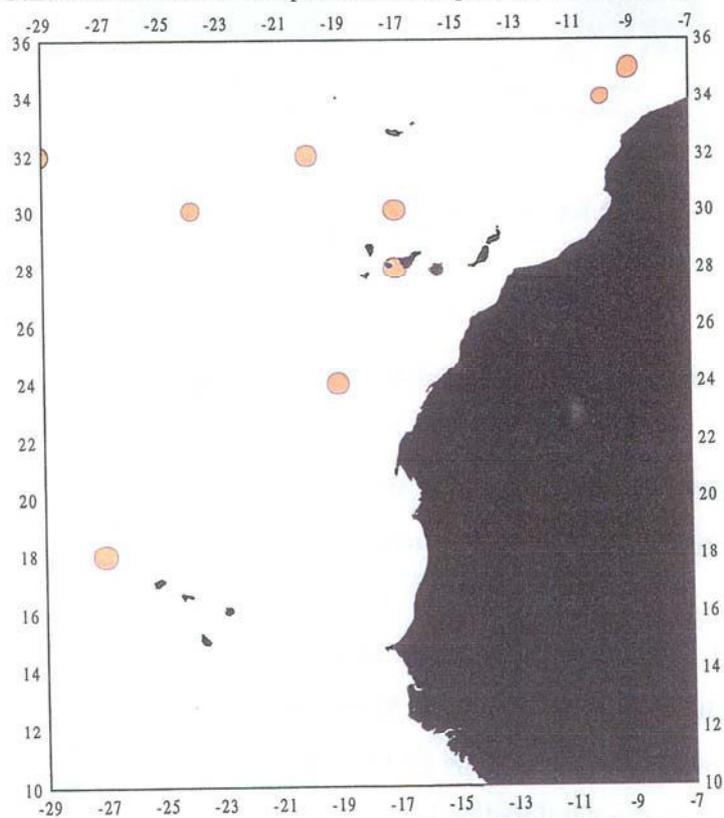
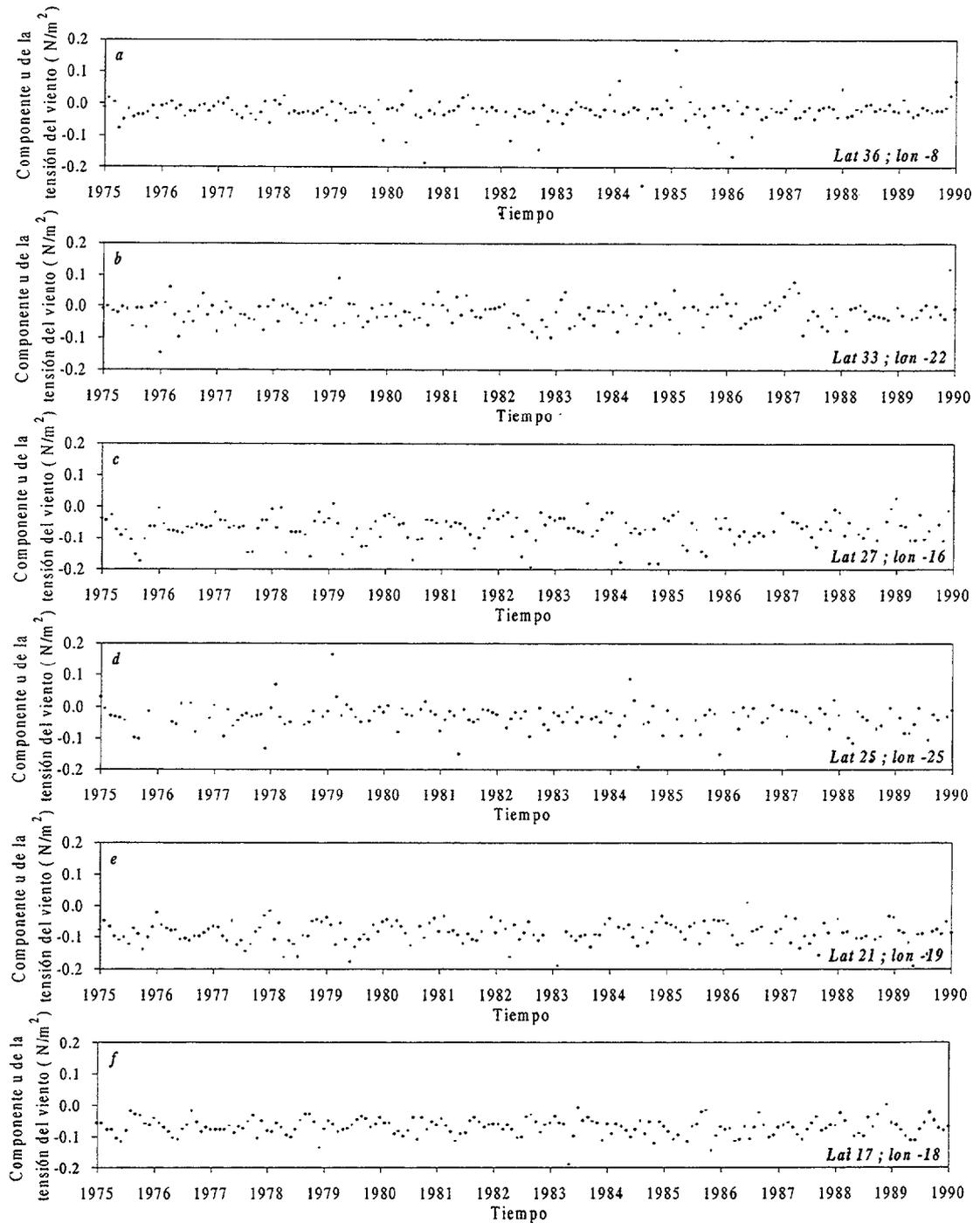
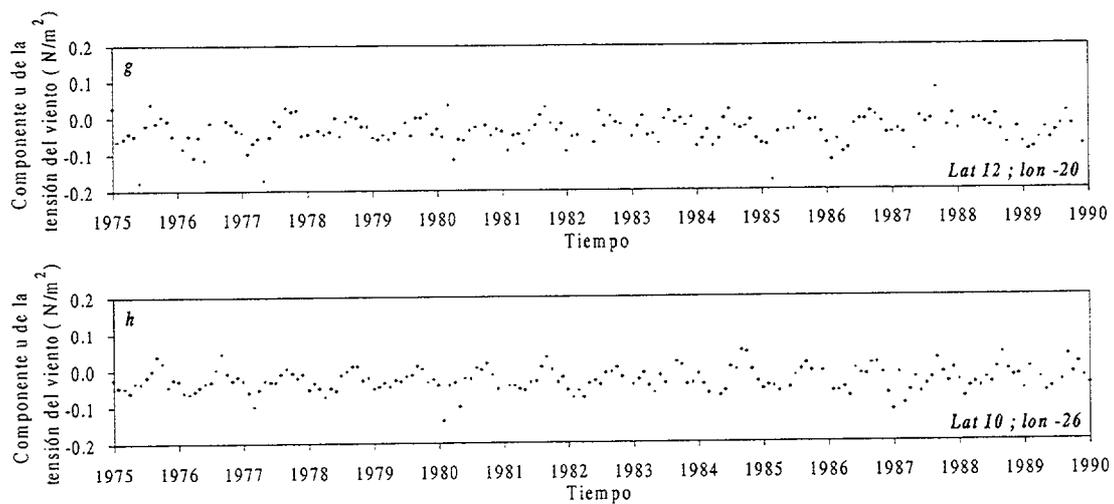


Figura 4.77 – Periodo de 4 años en los espectros de la componente v de la tensión del viento (COADS)

### 4.4.3.3 Variabilidad de las series de la componente u de la tensión del viento.

Las series correspondientes a este parámetro de los ocho puntos característicos de la región de este estudio se muestran en las figuras 4.78.a, 4.78.b, 4.78.c, 4.78.d, 4.78.e, 4.78.f, 4.78.g y 4.78.h.





Figuras 4.78.a, b, c, d, e, f, g y h – Series COADS características de la componente  $u$  de la tensión del viento.

La distribución a gran escala de este parámetro se puede observar en la figura 4.79, que representa la distribución de los valores medios de la componente  $u$  de la tensión de viento, dominan los valores negativos con mínimos en torno a Cabo Ghir, Cabo Blanco y Cabo Verde.

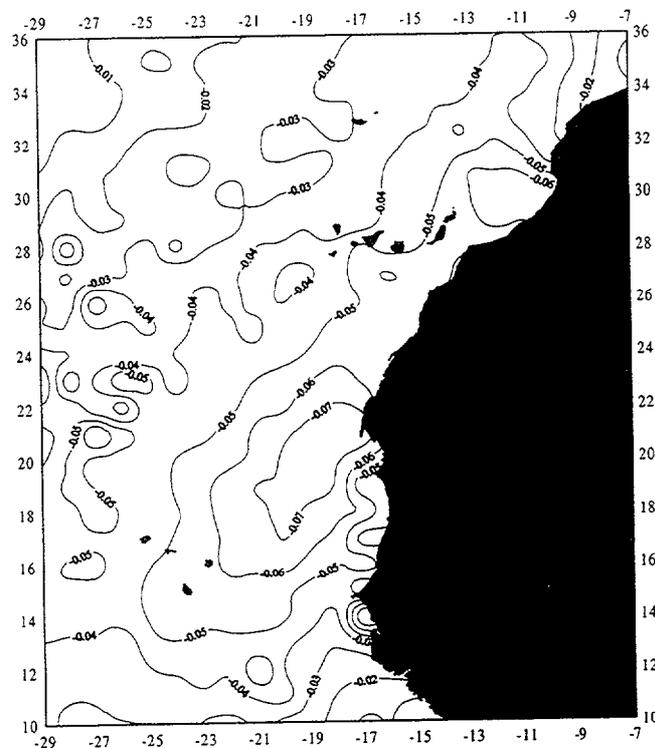
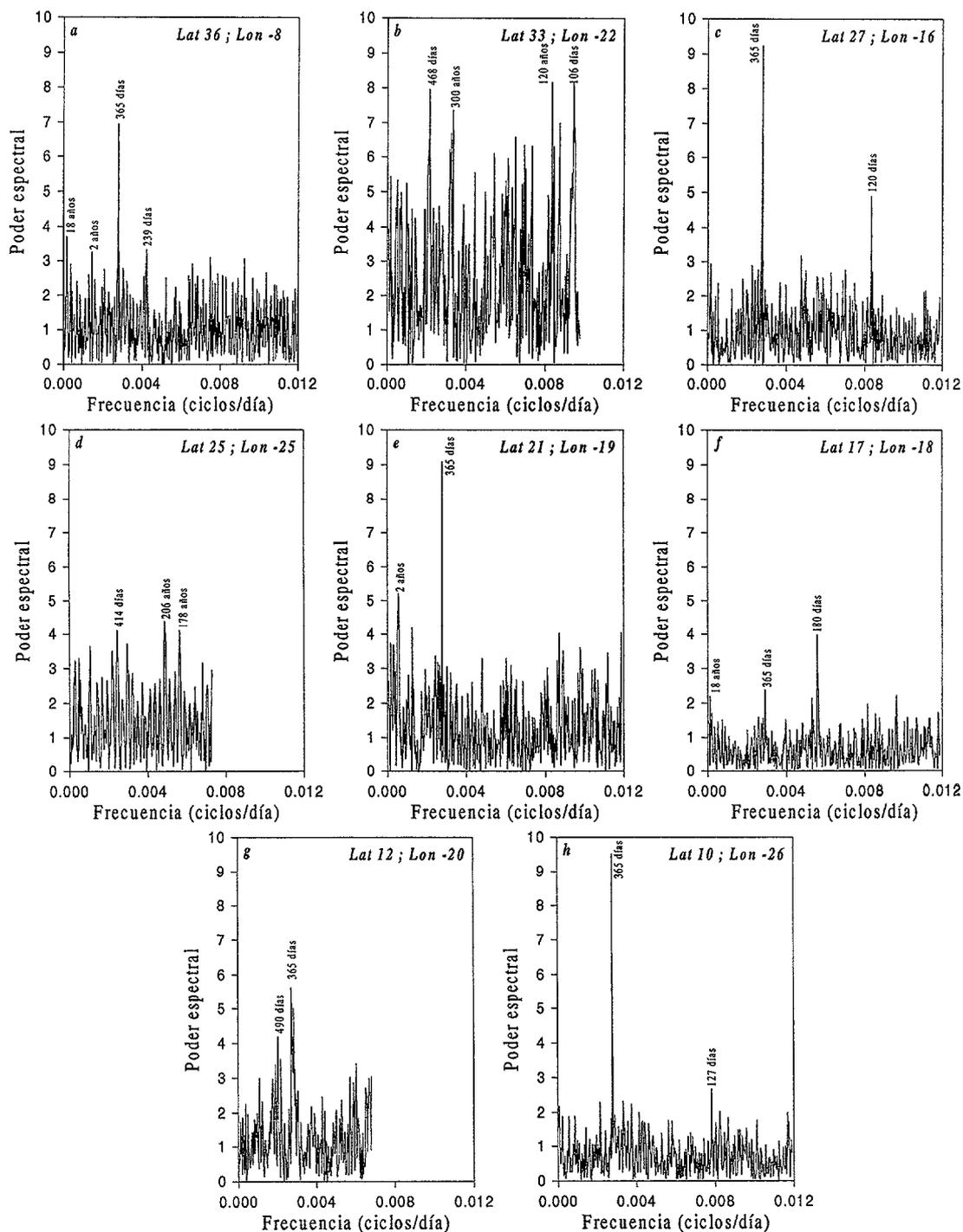


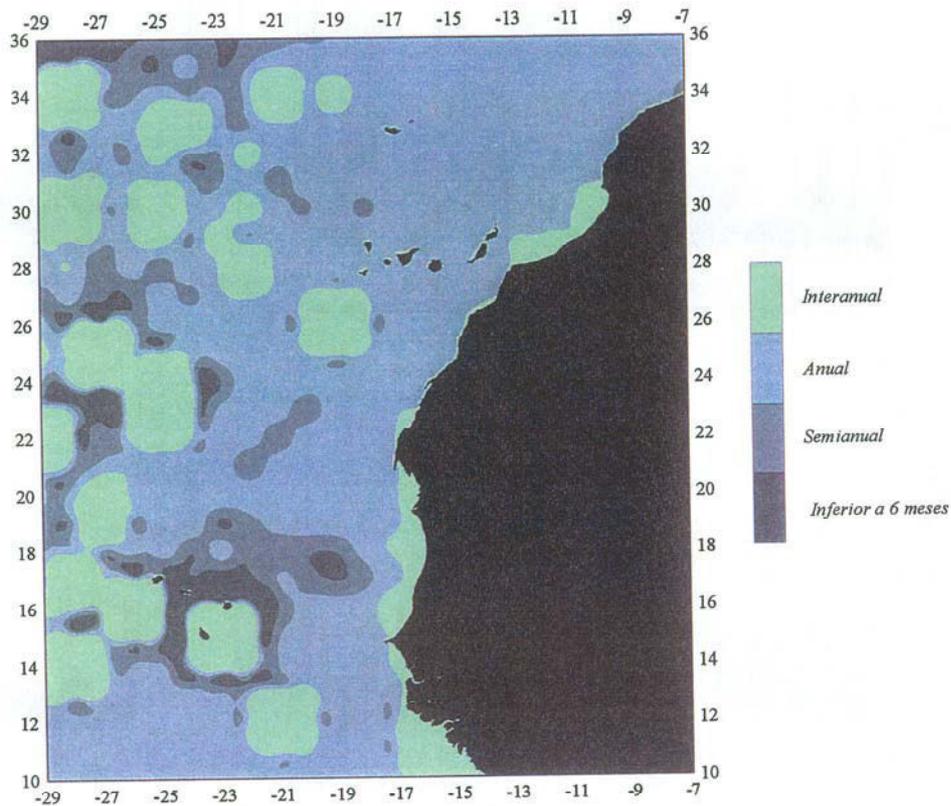
Figura 4.79 – Distribución de las medias de las series de la componente  $u$  de la tensión del viento COADS, (en  $N/m^2$ ).

Los espectros correspondientes se muestran en las figuras 4.80.a, 4.80.b, 4.80.c, 4.80.d, 4.80.e, 4.80.f, 4.80.g y 4.80.h. Se muestran las zonas de los espectros en las que existen máximos significativos con sus períodos dominantes.



Figuras 4.80.a, b, c, d, e, f, g y h- Espectros característicos de la componente u de la tensión del viento (COADS).

La figura 4.81 presenta el valor del máximo en los espectros de la componente u de la tensión del viento en la región, lo que permite conocer la periodicidad dominante. Los espectros de esta magnitud presentan una gran variabilidad en cuanto a la frecuencia dominante a partir de los  $-18^\circ$  de longitud.



**Figura 4.81** – Periodos dominantes en los espectros de la componente u de la tensión del viento (COADS)

La figura 4.82 presenta las zonas en la que existe periodicidad de 4 años entre los 4 máximos más importantes del espectro.

Si se compara la figura 4.82 con la 4.65 se comprueba que la variabilidad de 4 años en la temperatura superficial del mar no está relacionada con la misma variabilidad en la componente u de la tensión de viento.

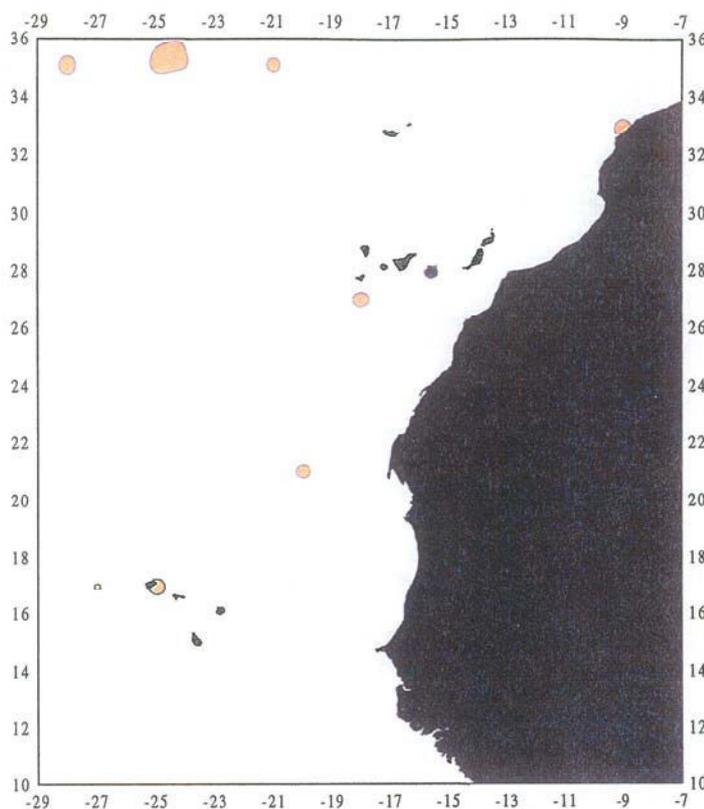
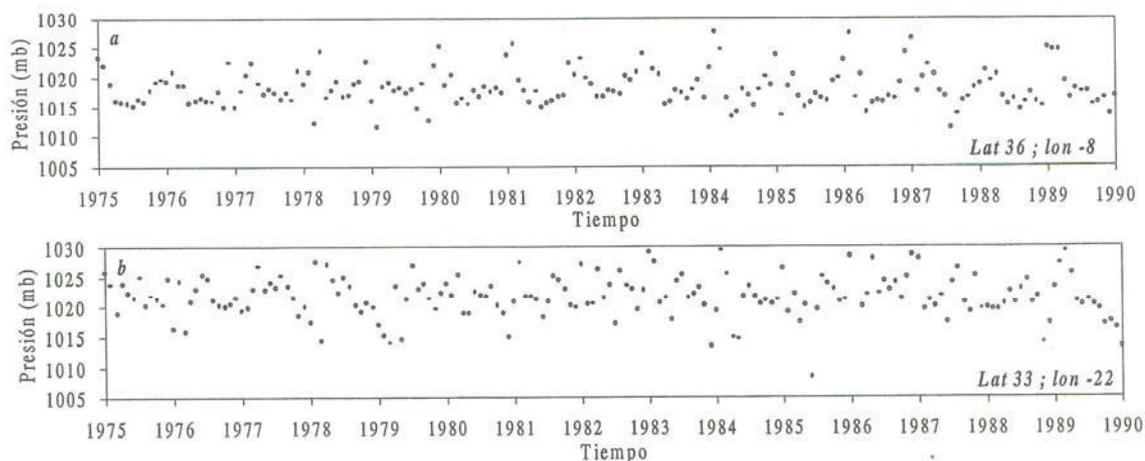
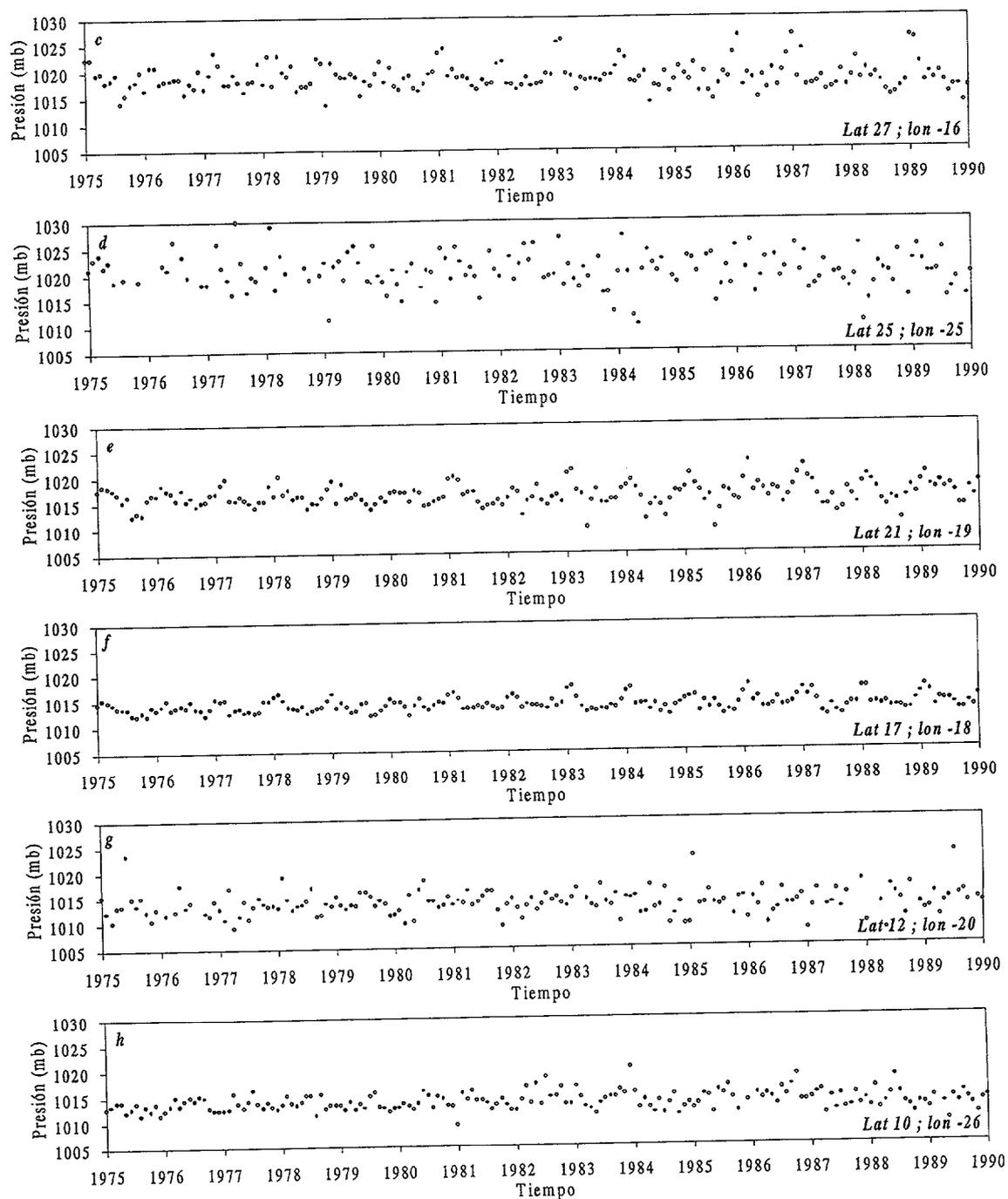


Figura 4.82 – Periodo de 4 años en los espectros de la componente u de la tensión del viento (COADS).

#### 4.4.3.4 Variabilidad de las series de presión atmosférica.

Las series correspondientes a este parámetro de los ocho puntos característicos de la región de este estudio se muestran en las figuras 4.83.a, 4.83.b, 4.83.c, 4.83.d, 4.83.e, 4.83.f, 4.83.g y 4.83.h.





Figuras 4.83.a, b, c, d, e, f, g y h – Series COADS características de la presión atmosférica.

La distribución a gran escala de este parámetro se puede observar en la figura 4.84, representa la distribución de los valores medios de la presión atmosférica. Los valores varían desde los mínimos del sureste a los máximos en el noroeste.

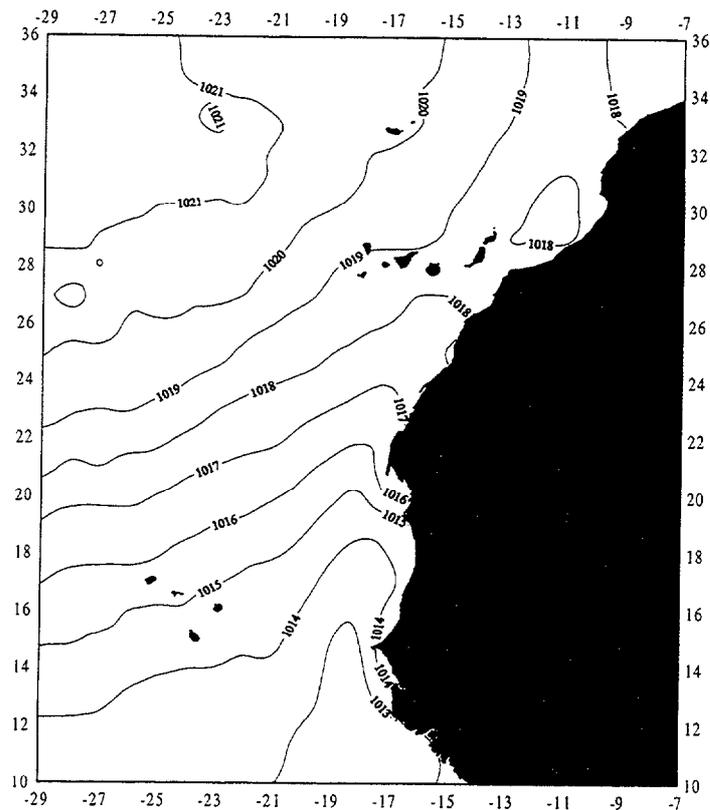
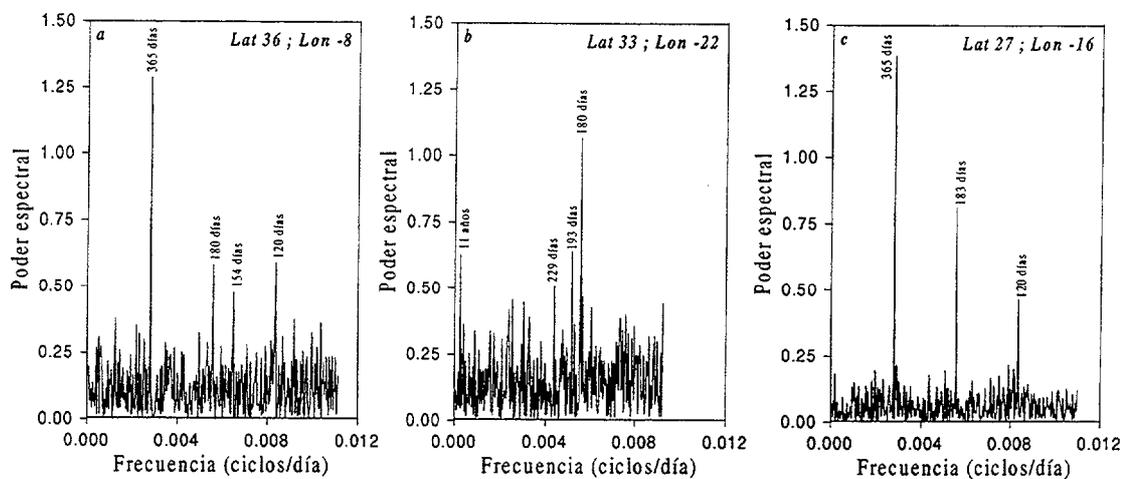
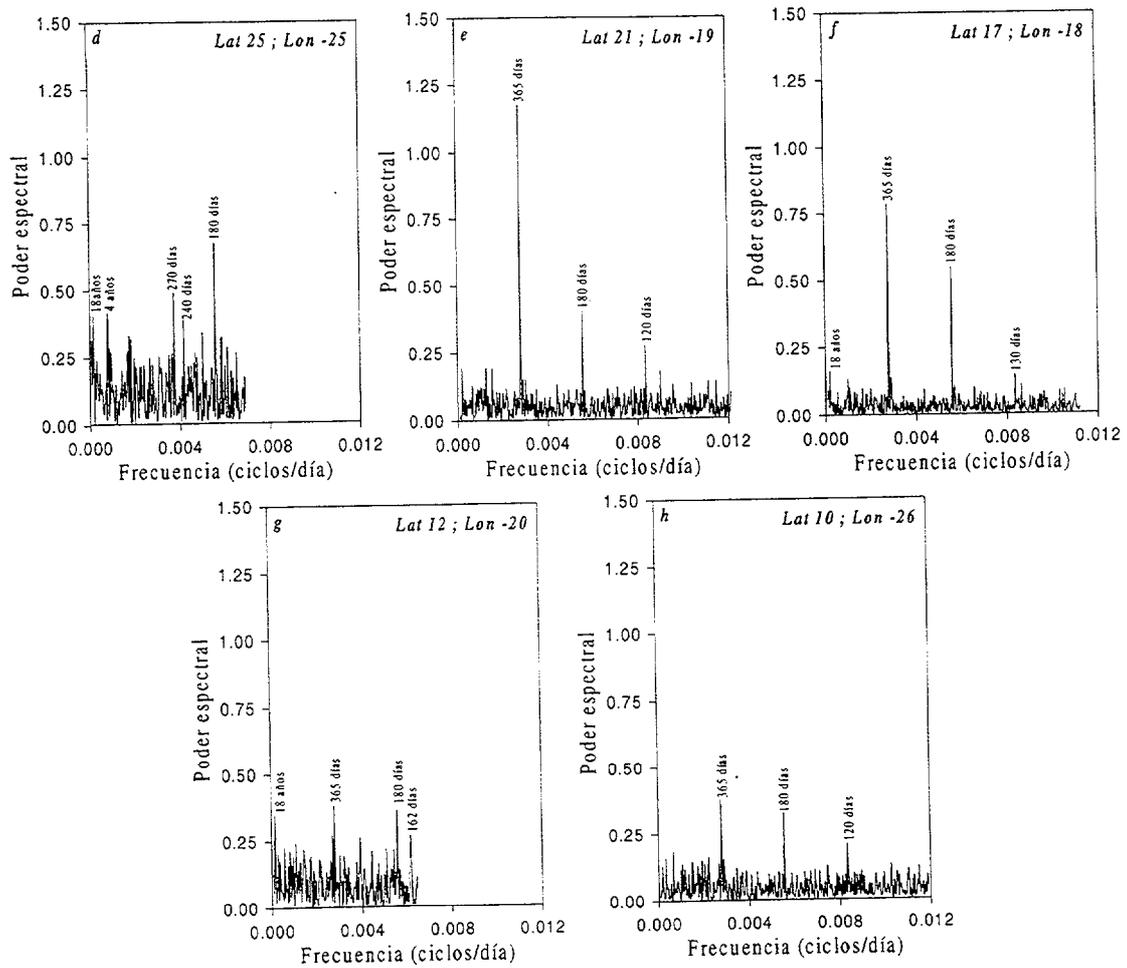


Figura 4.84 – Distribución de las medias de las series de presión atmosférica (en mb).

Los espectros correspondientes con las frecuencias dominantes se muestran en las figuras 4.85.a, 4.85.b, 4.85.c, 4.85.d, 4.85.e, 4.85.f, 4.85.g y 4.85.h.





Figuras 4.85.a, b, c, d, e, f, g y h – Espectros característicos de la presión atmosférica (COADS).

La figura 4.86 presenta el valor del máximo de los espectros de la presión atmosférica en la región, lo que permite conocer la periodicidad dominante. Los espectros de esta magnitud se caracterizan por la gran variabilidad en cuanto a la frecuencia dominante, sin embargo destaca la frecuencia semianual en amplias zonas de la región.

La figura 4.87 presenta las zonas en la que existe periodicidad de 4 años entre los 4 máximos más importante del espectro. Si se compara la figura 4.87 con la figura 4.65 en la que se muestra la distribución geográfica de la periodicidad de 4 años en la temperatura superficial del mar, se constata que esta magnitud tampoco parece ser la causa física de este armónico.

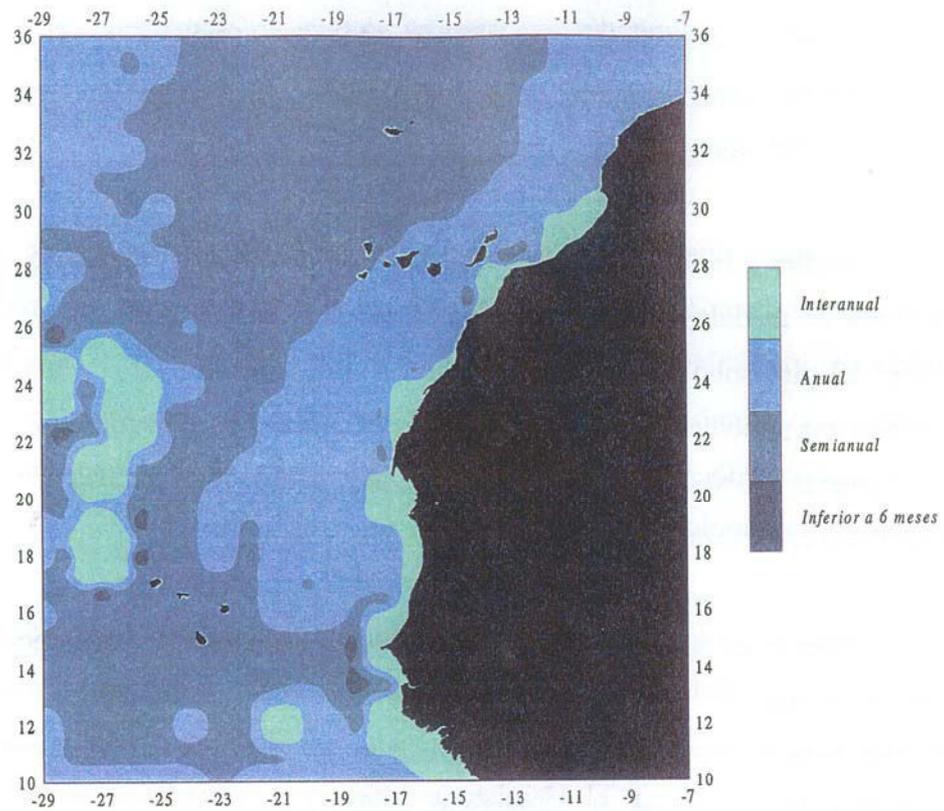


Figura 4.86 – Periodos dominantes en los espectros de la presión atmosférica (COADS)

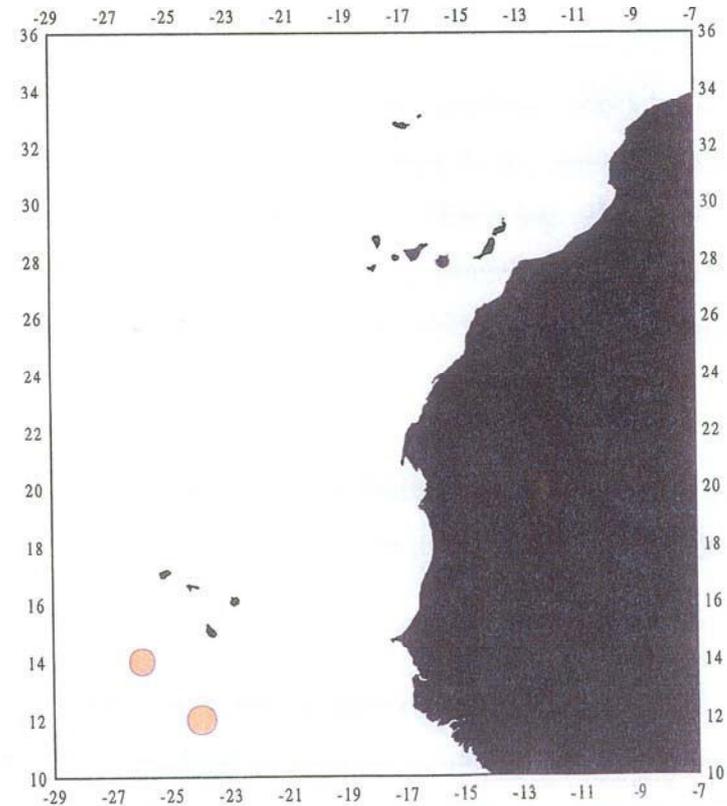


Figura 4.87 – Periodo de 4 años en los espectros de la presión atmosférica (COADS)

Como las magnitudes atmosféricas no parecen estar tras la causa física de la variabilidad de 4 años, hemos buscado otras reseñas en la bibliografía relacionadas con esta variabilidad, que son:

Siedler y Finke (1992) analizan series temporales de valores de corriente en estaciones de medida permanente, situadas en el Atlántico Norte. El objetivo es el análisis del giro subtropical en el Atlántico Norte. Una serie de 9 años de longitud encuentra una periodicidad de cuatro 3-4 años en una estación localizada al norte de las Islas Canarias (33N, 22W), que modelizan por medio de la propagación de ondas baroclinas y barotópicas.

Plaut *et al.* (1995) analizan variabilidades interanuales y interdecadales en la temperatura superficial para series históricas del centro de Inglaterra. En el análisis espectral detecta una periodicidad interanual de 5.2 años, que asocia a cambios en la circulación del viento en el Hemisferio Norte y a variaciones en la circulación termohalina.

Ghil y Vautard (1991) analizan series de temperatura superficiales a nivel global en los últimos 135 años. En el espectro de frecuencias detecta dos tipos de variabilidades, una de décadas que puede estar asociada a cambios en la circulación extratropical del océano y otra interanual con períodos de 9, 6 y 4 años, relacionada con aspectos globales de El Niño. También detectan una tendencia al calentamiento de  $0.005^{\circ}\text{C}$  por año.

Kawamura (1994) analiza la variabilidad de interanual de la temperatura superficial del mar del Pacífico Occidental, encuentra oscilaciones de 2-5 años que los correlaciona con los eventos de El Niño.

Lukas y Santiago-Mandujano (1996) analizan la temperatura del agua profunda del océano por medio de series temporales de datos CTD. Su estudio se centra en la zona de Hawaii en un intervalo temporal de 6 años. El espectro de

frecuencias de las series presenta una variabilidad de 2-3 años, periodicidad que las asocian a ondas de Rossby baroclínicas interanuales generadas en el Pacífico Norte.

Yang y Zhang (1994) analizan las relaciones entre las bajas presiones anómalas, temperatura superficial del mar y el fenómeno de El Niño en la zona del este de Asia desde 1951 hasta 1987. Detectan una periodicidad significativa de 3-4 años.

Chen *et al.* (1991) analizan las oscilaciones interanuales de la temperatura superficial en series históricas sobre China. Detectan una oscilación de 3.5 años en diversas estaciones a lo largo del país y la asocian a señales del mismo período en la temperatura superficial del mar en el Pacífico Ecuatorial Oeste.

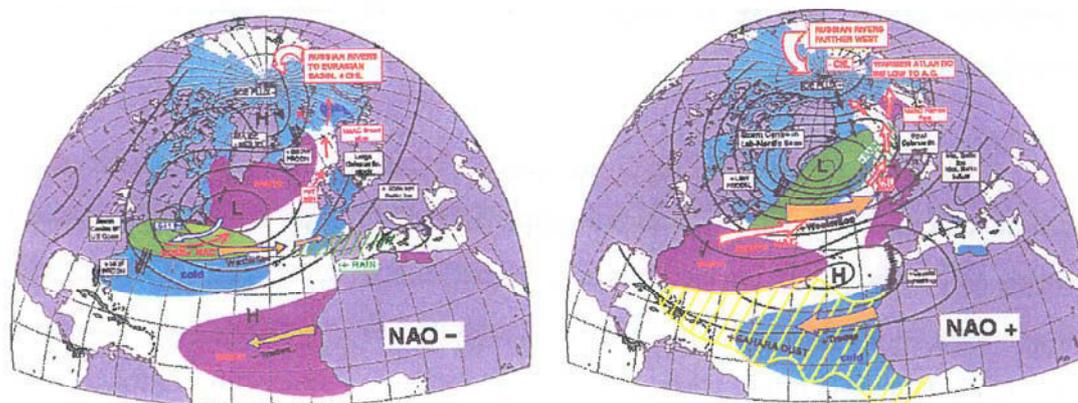
Otros autores han detectado la presencia de variabilidades interanuales de período 3-4 años en magnitudes diversas como altas presiones, flujos de calor, lluvias de otoño etc. Estos estudios intentan correlacionar físicamente este tipo de oscilación con aspectos globales del fenómeno de El Niño. Sin embargo, no se ha explicado el mecanismo por el que se produce el forzamiento de estas magnitudes sobre la temperatura.

El fenómeno de El Niño no parece estar en la causa que origina la periodicidad de 4 años en la temperatura superficial del mar en esta región, aunque los efectos de este fenómeno en alguna series de temperatura superficial son apreciables a simple vista en las figuras 4.2.d y 4.2.e el verano de 1982 no existió en la temperatura superficial del mar (Enfield y Mayer, 1997). El fenómeno de El Niño se manifiesta en las magnitudes oceánicas y origina cambios que se manifiestan en las magnitudes físicas atmosféricas producto de los forzamientos océano-atmósfera. Como hemos comprobado, no parecen existir esos forzamientos entre las magnitudes atmosféricas estudiadas y la temperatura superficial del mar, al menos para esta periodicidad.

Una vía posible para explicar la aparición de esta periodicidad interanual, en zonas tan delimitadas, son las ondas de Rossby, que son el centro de todas las modernas teorías de la circulación oceánica a gran escala.

Las ondas de Rossby son el mecanismo por el que la influencia de las aguas subtropicales se transmite a las medias y altas latitudes oceánicas. Estas ondas deben su existencia a la variación del parámetro de Coriolis con la latitud y se observan fácilmente en la atmósfera como grandes meandros en las medias latitudes. Sin embargo, las ondas de Rossby oceánicas son más difíciles de detectar por sus pequeños efectos sobre la superficie del mar: las amplitudes son pequeñas (del orden de 10 cm o menores), velocidad de propagación lenta (10 cm/s) y longitudes de onda de cientos o miles de kilómetros. Para su estudio se precisan series históricas de datos de altímetros situados en satélites capaces de medir la altura de la superficie del mar.

Otra posible causa que explique la presencia de la periodicidad de 4 años es la *North Atlantic Oscillation* (NAO). La NAO se define como la diferencia de presión normalizada entre la presión medida en una estación meteorológica de Las Islas Azores y otra estación en Islandia (Hurrell, 1995), ambos puntos geográficos están atmosféricamente caracterizados por las altas presiones sobre las Azores y las bajas presiones sobre Islandia (figuras 4.88.a y 4.88.b).



Figuras 4.88.a y b – Efectos atmosféricos de la NAO en el Atlántico Norte, (Jones *et al.*, 1997)

Estos índices han permitido estudiar el comportamiento histórico de esta oscilación, detectándose en ellos una variación interanual (figura 4.89). Esta variación tiene una importancia fundamental en la evolución climática sobre el continente europeo. Sin embargo, sus efectos están centrados en el continente y el Atlántico Norte,

quedando la zona de nuestro estudio en su límite inferior. Además la periodicidad de la NAO no coincide con la de 4 años en la temperatura superficial del mar. Es más, de tener influencia en la zona, esta estaría generalizada en toda la región y no sólo en áreas muy delimitadas, por lo que tampoco parece ser la causa de la periodicidad detectada.

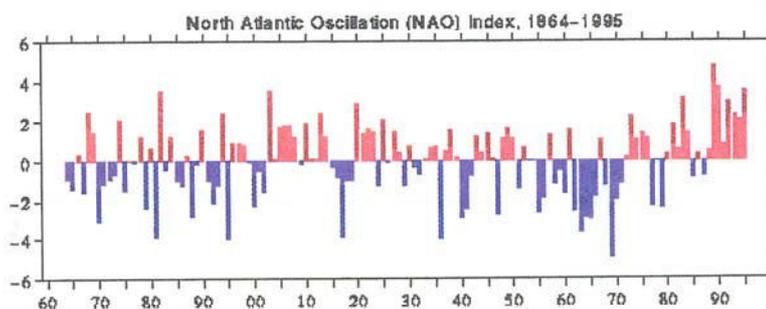


Figura 4.89 – Índice de variación de la NAO en mb. (Hurrell, 1995)

Otros estudios centrados en el Atlántico Subtropical, como el *Pilot Research Moored Array in the Tropical Atlantic* (PIRATA), cuyo objetivo es estudiar en términos anuales e interanuales las interacciones atmósfera-océano y su impacto en la variabilidad del clima y la oceanografía de la zona. Resultados de este estudio, han puesto de manifiesto la existencia de oscilaciones de período 4 años en la zona. Este resultado sí que puede estar en la línea de una posible explicación del período de 4 años detectado en este trabajo, en el sentido de una posible propagación en dirección norte de esa oscilación tropical, de manera que sus efectos se extienden a latitudes más altas. Esta posible explicación se abordará en futuros trabajos.

Como punto final en el análisis de los residuos de los residuos, se aplica el test de Durbin-Watson (A.3) para detectar la presencia de correlaciones en las series de residuos que se han generado al extraer la señal de 4 años a los residuos de los residuos. A estas series las denominaremos residuos de tercer orden.

El test se aplica a las 48 series que presentaban periodicidades en los residuos de los residuos. El resultado muestra que 11 series de residuos de tercer orden

presentan correlaciones positivas, en 6 es inconcluso y en 30 es negativo, es decir, que en 11 series pueden seguir existiendo otras periodicidades significativas. Las series con correlaciones positivas se encuentran distribuidas de la siguiente forma: 7 en el sector al noroeste de la Isla de Lanzarote, 2 en el sector sur de las Islas Canarias y 2 en el sector de Cabo Verde. En el apartado 4.5 analizaremos estas series para detectar la posible presencia en ellas de otras señales periódicas.

#### **4.5 Análisis de las series de residuos de tercer orden.**

Las series de residuos de tercer orden, que derivan de series con presencia de señales de 4 años presentan correlaciones positivas en un total de 11 de las 48 series. En este apartado aplicaremos análisis del periodograma normalizado a estas 48 series para determinar si existen periodicidades dominantes en ellas.

Las características generales de estas series que son similares a las de las series de residuos de residuos de las que derivan. Presentan valores medios, números de datos, frecuencias independientes, varianzas, desviaciones típicas, intervalos, tendencias y distribuciones del mismo orden que las series predecesoras. Por este motivo se puede aplicar el método del periodograma ya que se garantiza con esos valores la coherencia de los resultados. Tras aplicar el método a las 48 series, se detecta periodicidades con significación en solamente una serie, la situada en (28N, 19W). Esta serie es una de las 11 que presentan correlaciones positivas según el test de Durbin-Watson, las otras 10 no presentan periodicidades significativas. Sin embargo, la periodicidad detectada es de 428 días que probablemente se deba a una modulación de la frecuencia anual, que no se filtró por completo al extraer el armónico anual.

En el siguiente capítulo se comparan los resultados de este estudio, con los procedentes de otra climatología mensual de medidas históricas de temperatura superficial del mar.

## 4.6 Comparación de resultados con datos COADS de temperatura superficial del mar.

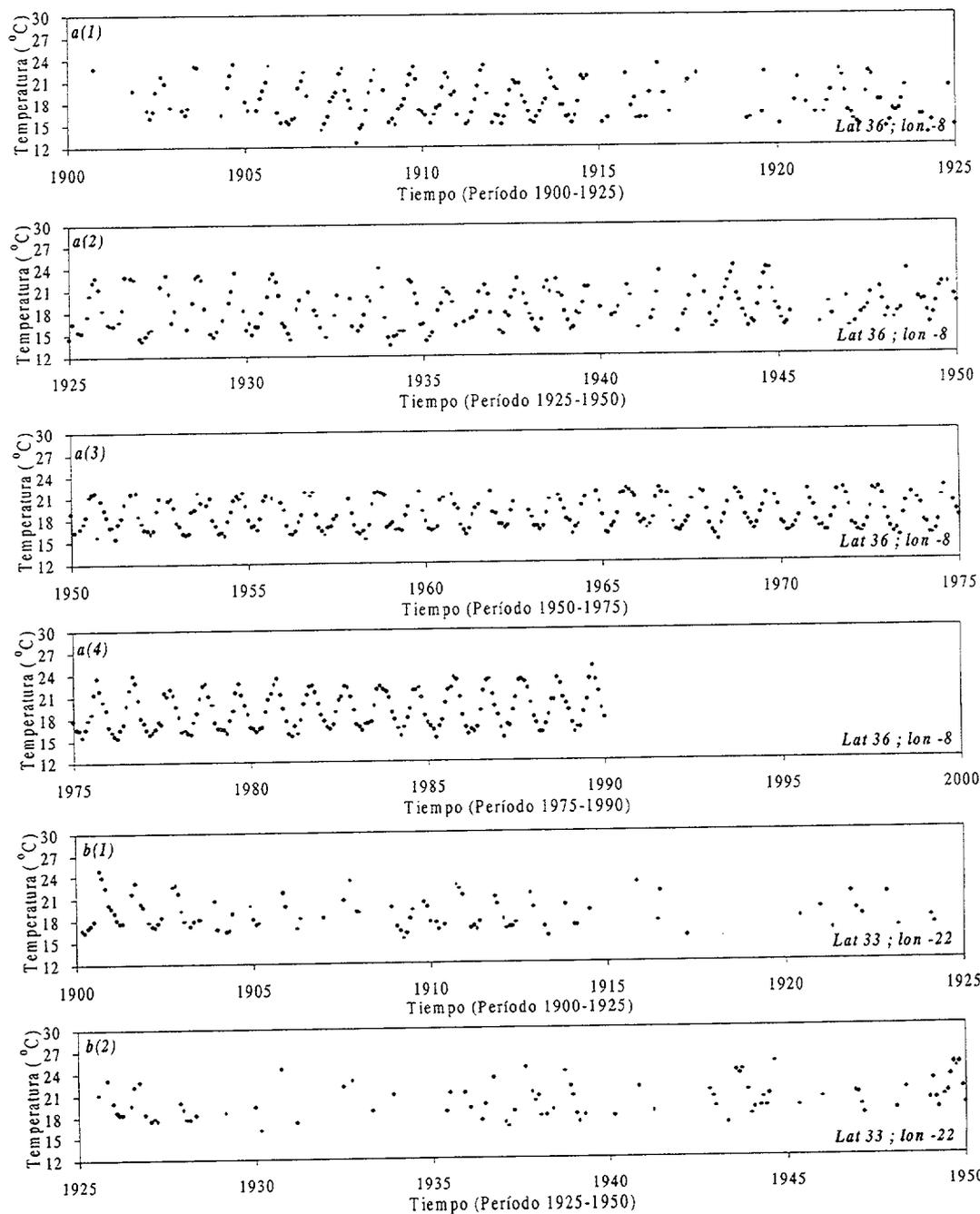
En este apartado vamos a comparar los resultados obtenidos de nuestro análisis de la temperatura superficial del mar con los resultados procedentes de datos de otras climatologías. Para ello disponemos de la serie histórica de datos COADS. Estos datos son el resultado de observaciones realizados por buques mercantes en el ámbito global desde al años 1854 hasta el año 1990. Las características generales de los datos de esta base se han comentado en el apartado 2.7.3. En este apartado analizaremos la zona correspondiente al Sureste del Atlántico Norte, para la que disponemos de datos de satélite ya que el objetivo es comparar las variabilidades de ambas climatologías. Los datos los analizaremos en forma de series temporales con la misma malla elegida para la temperatura superficial del mar (figura 4.1). La longitud de las series extraídas es de 135 años con un máximo de 1620 datos. De esta forma obtenemos un total de 414 series.

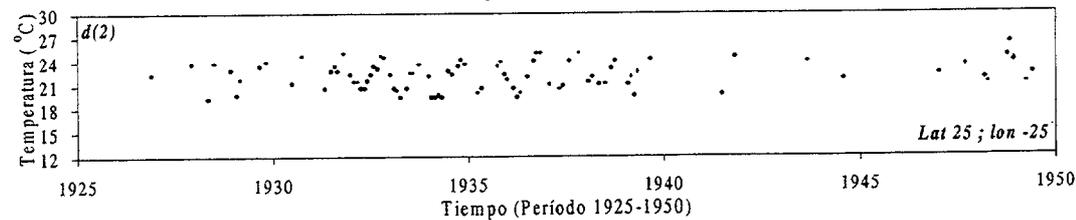
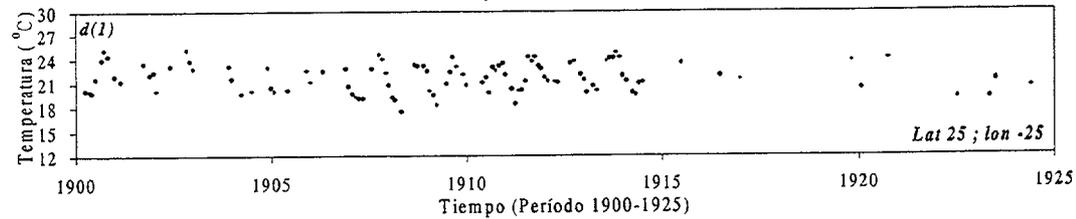
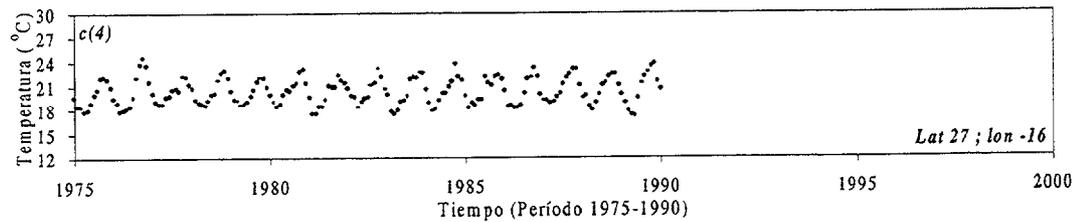
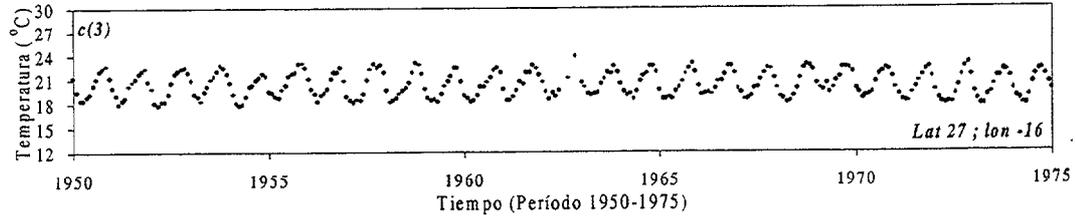
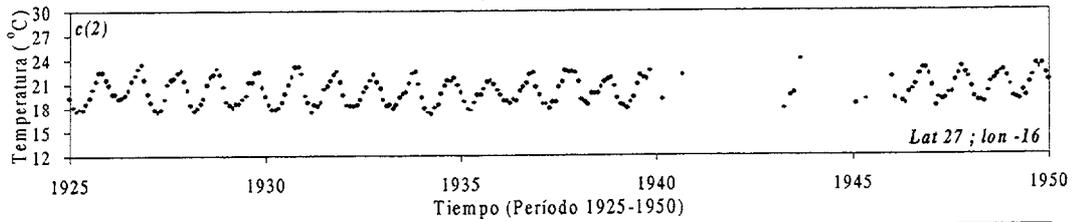
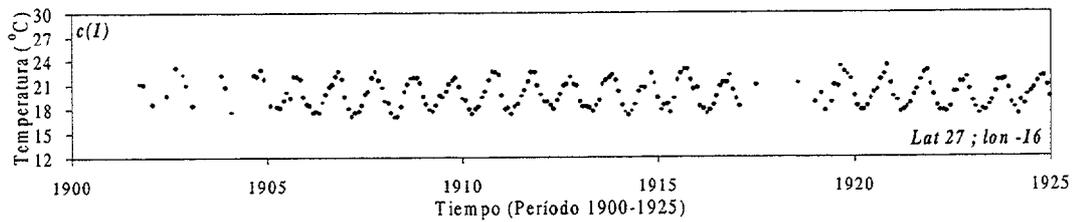
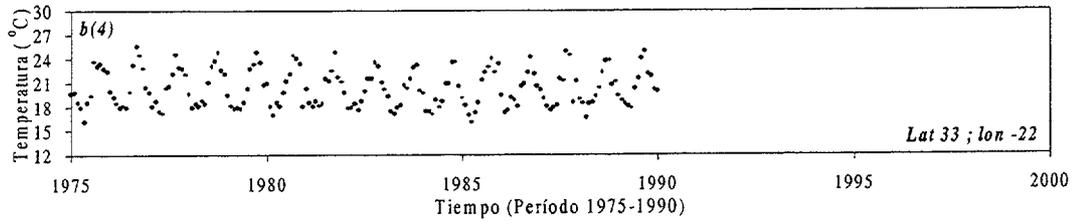
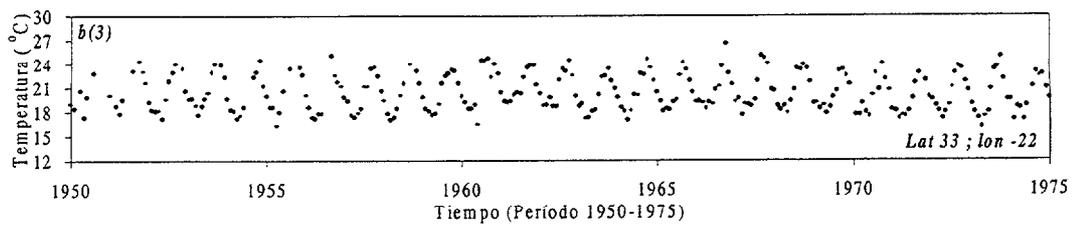
Antes del análisis de estas series debemos destacar la principal característica de ellas, que es la gran irregularidad de las mismas. Existen zonas con un mínimo de datos, especialmente en los registros del siglo pasado. También existen enormes intervalos temporales sin datos. Por ejemplo, los años de la Segunda Guerra Mundial, comprendidos entre 1940 y 1945, no existen datos por el temor de los mercantes de la época al ataque de los submarinos alemanes.

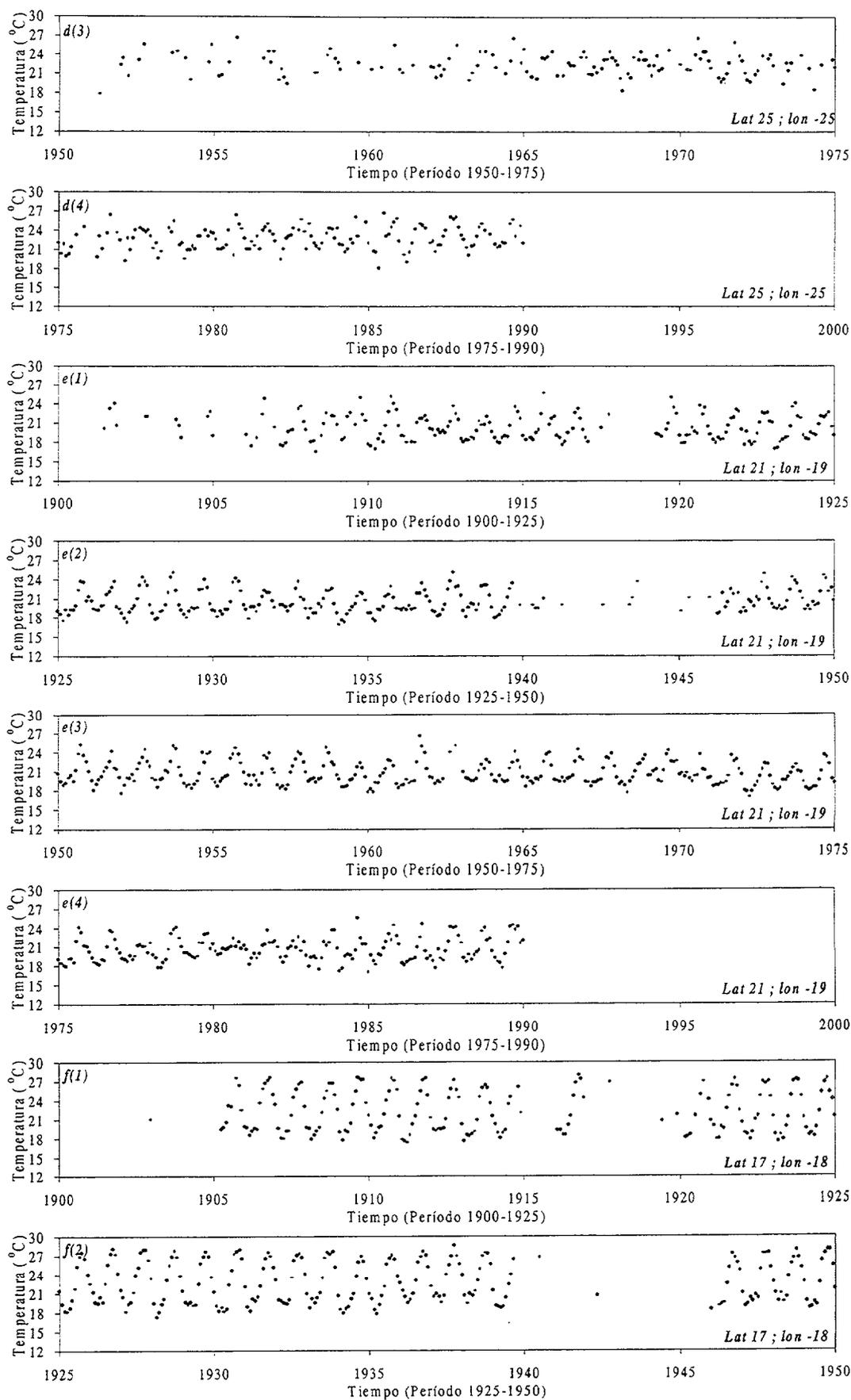
El análisis espectral, es, por los tanto, bastante delicado. De forma general, la mayor parte de los autores analizan las décadas más recientes por la dificultad del cálculo del espectro de frecuencias con tantas irregularidades. Las series presentan una acumulación de datos en los años del siglo XX, mientras que los años del siglo XIX son de valores nulos.

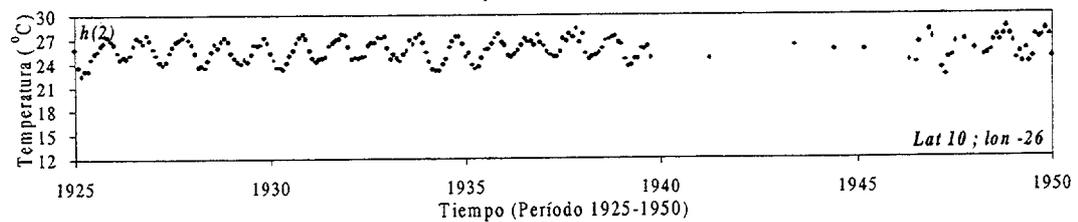
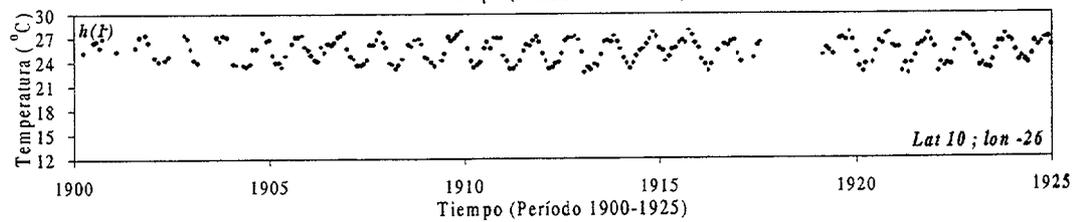
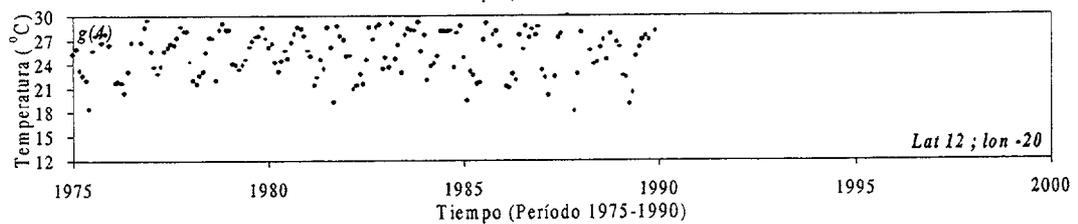
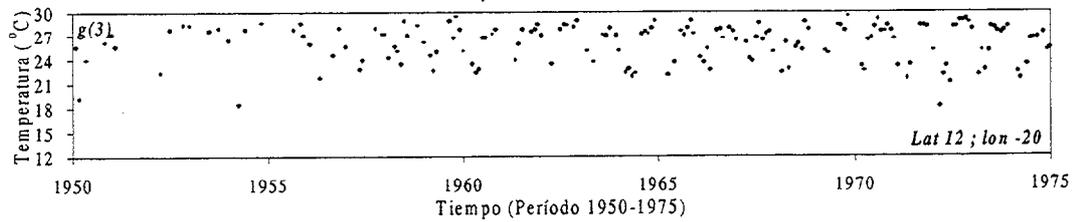
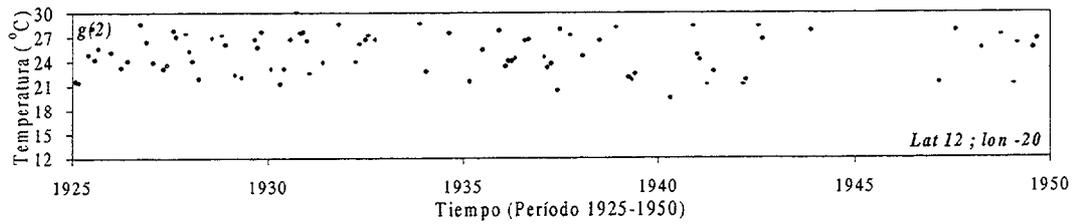
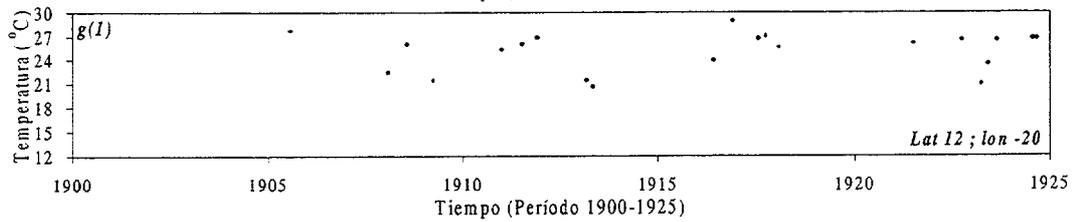
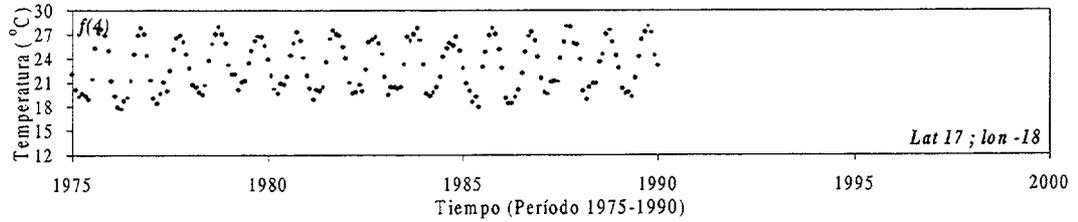
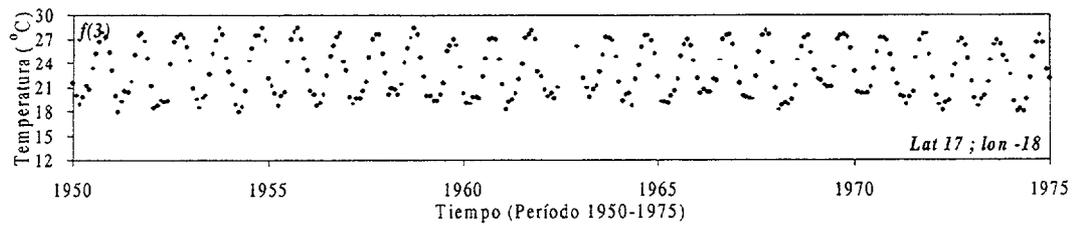
Las figuras 4.90.a(1, 2, 3 y 4), 4.90.b(1, 2, 3 y 4), 4.90.c(1, 2, 3 y 4), 4.90.d(1, 2, 3 y 4), 4.90.e(1, 2, 3 y 4), 4.90.f(1, 2, 3 y 4), 4.90.g(1, 2, 3 y 4), 4.90.h(1, 2, 3 y 4)

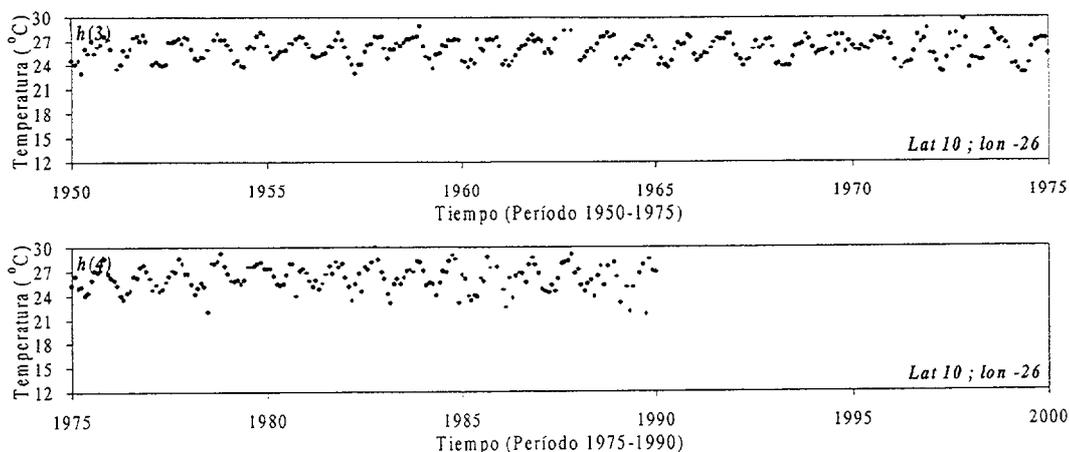
corresponden a series COADS de temperatura superficial del mar, asociadas a los ocho puntos característicos de la región de estudio. Para una mejor visualización, se prescinden de los datos del siglo XIX. Los datos del siglo XX se presentan desglosados en cuatro figuras para cada localización, con ello, se consigue una mejor visualización dado lo inmenso de las series.











**Figuras 4.90.**a(1, 2, 3 y 4), b(1, 2, 3 y 4), c(1, 2, 3 y 4), d(1, 2, 3 y 4), e(1, 2, 3 y 4), f(1, 2, 3 y 4), g(1, 2, 3 y 4), y h(1, 2, 3 y 4) – Series de datos COADS características de la región correspondientes a las ocho localizaciones características seleccionadas.

Estas series se ha elaborado con un número de registros comprendidos entre los 16167 y los 84766. Las zonas próximas a las rutas comerciales de la marina mercante presentarán series con menor número de irregularidades, mientras que las que están lejos de esas rutas presentan mayores irregularidades.

Las series tienen carácter equiespaciado desde aproximadamente el año 1965; por este motivo, la mayor parte de los trabajos realizados a partir de esta base de datos se desarrollan de los años 1950 a 1990. En este trabajo se han extraído las series completas desde el año 1854, aunque se analizarán en el intervalo 1900-1990.

El análisis previo que se debe realizar abarca el conocimiento de parámetros principalmente de tipo estadísticos, como son el número de datos disponibles (figura 4.91), el número de frecuencias independientes (figura 4.92), los valores medios de las series (figura 4.93) y la varianza (figura 4.94)

Los dos primeros de estos parámetros presentan distribuciones que no dependen de la variabilidad del parámetro físico de las series, sino de cómo se han obtenido. El número de datos disponibles (figura 4.91) presenta una distribución diferente al caso de las series de imágenes de satélite (figura 4.3). En este caso, los

valores son más homogéneos con una amplia franja que cruza la región de noreste a suroeste con valores alrededor de los 900 datos, la zona de mínimos se encuentra situada al noroeste con valores en torno a 700 datos. Esto contrasta con las series de satélite con una mayor heterogeneidad en la distribución y con un gran contraste entre valores máximos y mínimos. Estos comentarios son extensibles para el número de frecuencias independientes, este parámetro se ha calculado por medio de la expresión 3.5.5. La figura 4.92 presenta su distribución para el caso de los datos COADS mientras que la figura 4.4 representa los valores de las series de imágenes de satélite

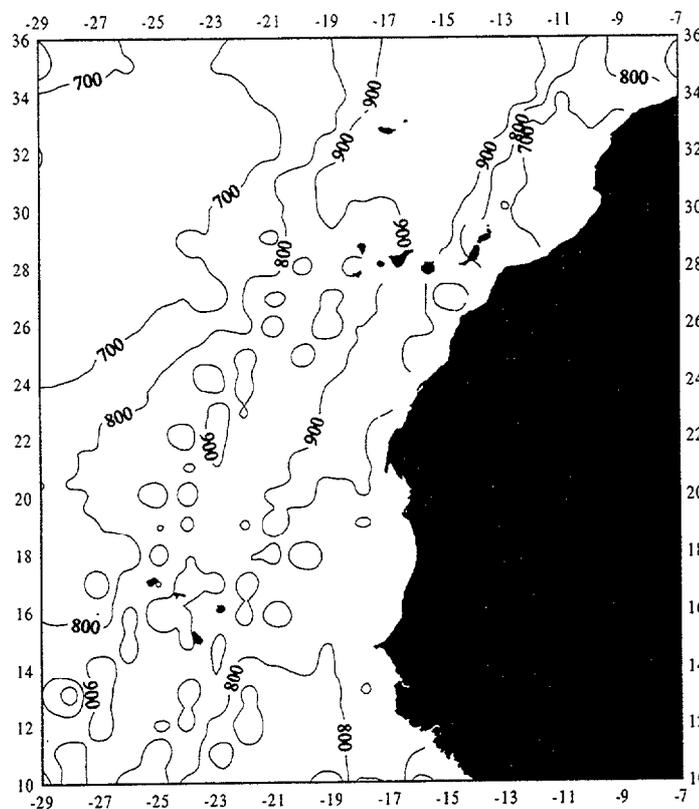


Figura 4.91 – Número de datos disponibles.

Los valores de las temperaturas medias se han representado en la figura 4.93, que presenta la misma distribución que en el caso de este parámetro obtenido de las series de satélite (figura 4.5). Sin embargo existe un detalle importante propio de la climatología COADS que debemos comentar.

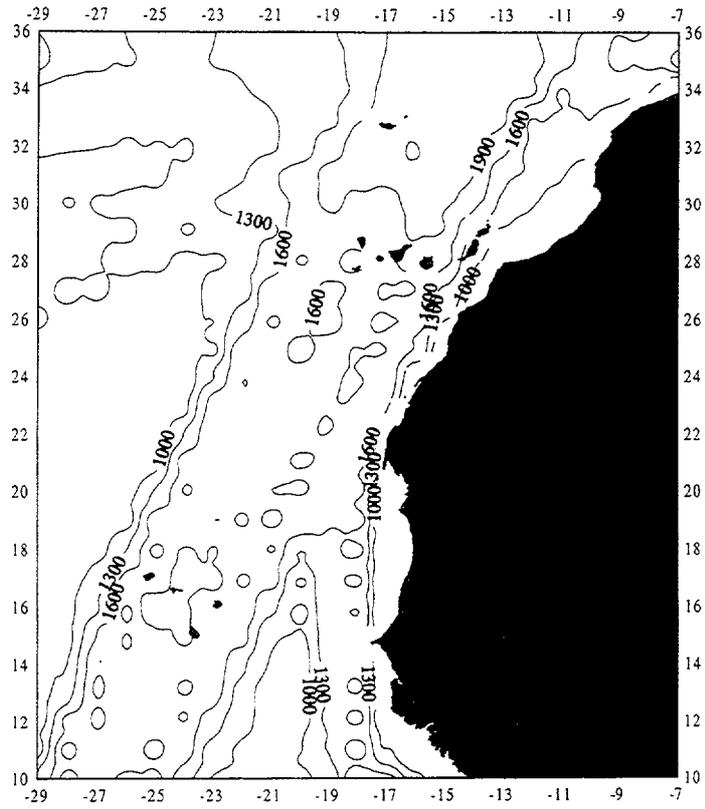


Figura 4.92 – Número de frecuencias independientes asociadas a los datos.

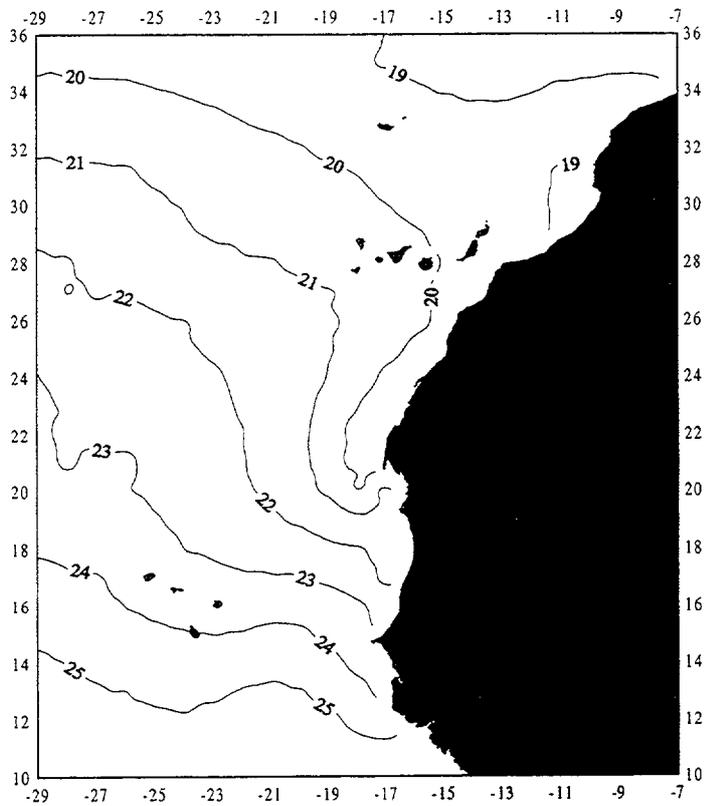


Figura 4.93 – Distribución de las temperaturas medias.

La diferencia estriba en que los valores medios de las series de datos COADS son en medias anuales  $0.7^{\circ}\text{C}$  menores que la correspondiente del AVHRR. Esto se debe a que la imagen de satélite ofrece información de la capa superficial del mar, la llamada capa de piel, mientras que las medidas de los datos COADS se toma de una capa de mezcla de unos 10 m de profundidad. Además, los COADS recogen variabilidades de largo período que se manifiestan en valores de temperaturas menores, por extenderse a un período temporal mayor. La figura 4.93 correlaciona completamente con la figura 1.1 obtenida por Hernández-Guerra y Nykjaer, (1997) al analizar una climatología de imágenes de satélite en medias mensuales.

La varianza de las series que se muestra en la figura 4.94, se ha calculado con las expresiones A.1 y A.2. La estructura general de la distribución de este parámetro es análoga al caso de series de satélite (figura 4.6), aunque, los valores para la climatología COADS son mucho mayores, debido al mayor número de datos y al tratarse de series tan largas en el tiempo presentan mayores variabilidades que se reflejan en este parámetro.

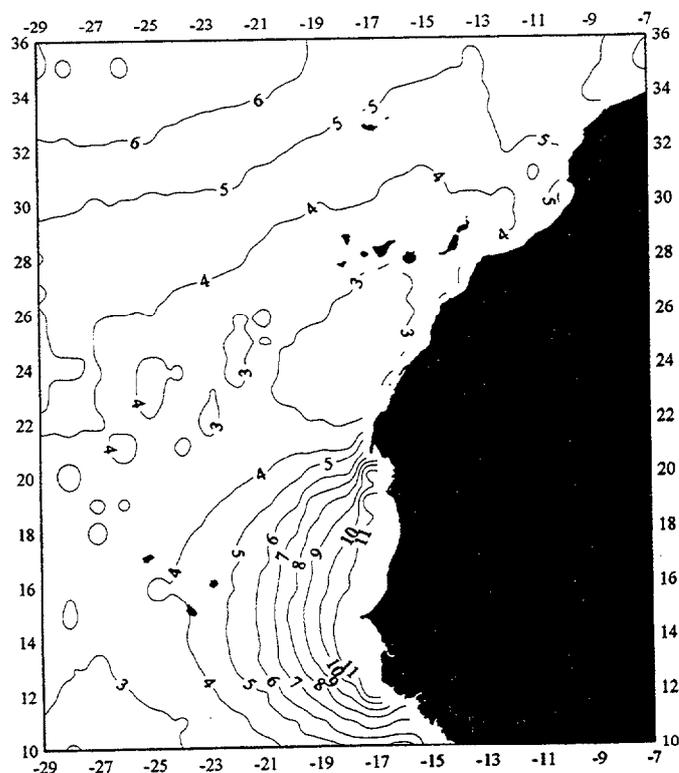


Figura 4.94 – Distribución de la varianza de las series.



Destaca en la figura 4.94 la peculiar estructura de la costa Mauritana ya recurrente en otras magnitudes físicas de la zona. La desviación típica que es otro parámetro interesante en el estudio de las series no se ha representado por presentar una distribución análoga a la varianza.

Otro factor que se debe controlar es la posible existencia de tendencias en las series. Para comprobar este efecto, se analizan individualmente las series ajustando las tendencias a un polinomio de grado superior (A.5), tras este análisis. Se observa que la tendencia general en la mayoría de estas es similar a la presentada en la figura 4.8.c.

Por último en este análisis previo de las series de datos COADS, se ha calculado el test de Durbin-Watson (A.3) como indicador de la presencia de correlaciones, y por lo tanto de señales con periodicidades bien definidas (Mayer y Weisberg, 1993). Los resultados no pueden ser más concluyentes, puesto que, para todas las series se detectan correlaciones positivas, con valores para el test de Durbin-Watson dos ordenes de magnitud inferior en cada serie que el límite inferior del test. Este resultado indica la existencia mas que probable de múltiples señales periódicas en cuyo análisis nos centramos.

Una vez realizados los análisis previos de las series se plantea un dilema importante, el método de análisis de las mismas. En principio este tipo de series son ideales para el análisis del periodograma. Sin embargo, los estudios realizados por otros autores con esta base de datos revelan la existencia de múltiples frecuencias significativas. Esto supone encontrarnos con la principal limitación de este método, que como se comentó en el apartado 3.6 es la de sólo poder valorar la frecuencia máxima por cada cálculo. Esto nos lleva a tener que realizar múltiples aplicaciones del periodograma, extraer la señal correspondiente y nuevamente repetir el proceso.

El problema anterior provoca que se agrave el segundo inconveniente del método, que es el tiempo de computación y de espacio en la memoria de los ordenadores. El tiempo de cálculo de un periodograma depende de la longitud de la serie a tratar y en cada cálculo se generan una serie de ficheros necesarios para la

generación de residuos y resultados. Todo este proceso se debe extender a las series de toda la región y luego repetirlo por cada frecuencia detectada. Así, el problema de este tratamiento es bastante complejo con máquinas normales.

Para simplificar el proceso, una alternativa seguida por algunos autores como Levitus, (1986) o Podestá *et al.*, (1991) consiste en extraer directamente de las series temporales los armónicos anual y semianual por medio del ajuste por mínimos cuadrados en regresión múltiple de seis coeficientes. De esta forma se obtienen los parámetros característicos de los dos primeros armónicos y se obtiene una serie de residuos que debe contener las frecuencias restantes.

El principal problema de este método es que presupone la existencia de los dos armónicos en toda la región con lo que eso implica a la hora de interpretar los resultados, especialmente después de haber realizado el análisis del armónico semianual y comprobar que no existe en todas las series de satélite de la región. Por ello y pese a lo complejo de los cálculos, optamos por seguir el método del periodograma con el que se analizaron las series de satélite. En el periodograma de cada serie domina la frecuencia anual. Este armónico anual se ajusta a las series y los parámetros del ajuste se describen a continuación.

Las temperaturas medias calculadas por la función de ajuste no se representan por obtenerse valores similares a las medias reales representadas en la figura 4.93. La diferencia es de décimas de grado, lo que es un buen indicador de la validez del ajuste.

La figura 4.95 representa la distribución de la amplitud del armónico anual, la estructura de este parámetro es similar a la del mismo para datos de satélite (figura 4.13). La principal diferencia la encontramos en los valores de las amplitudes que son por lo general  $0.7^{\circ}$  C mayores para las series históricas. También se aclara la duda existente en los resultados de satélite próximos a la costa por la influencia que esta puede tener en las imágenes. La base histórica posee gran cantidad de registros de la costa por tratarse de uno de los bancos de pesca más importantes del mundo, y hace

que la transite un gran número de pesqueros y que los resultados de la amplitud del primer armónico en esta zona confirmen los de las imágenes de satélite en esa franja.

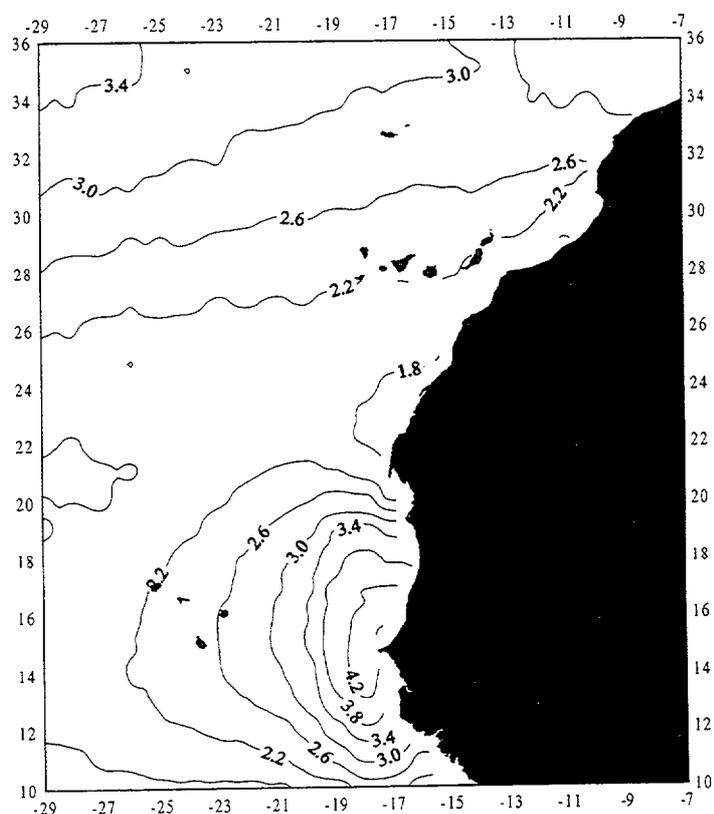


Figura 4.95 – Amplitud del armónico anual.

La fase del primer armónico que se presenta en la figura 4.96, es el parámetro que nos indica lo desplazada que está la serie con respecto al origen de tiempos. Nos permite predecir el día del año en el que se estima que ocurre el máximo y mínimo del armónico anual. En general, presenta una distribución análoga a la calculada del ajuste de las series de satélite (figura 4.14). El máximo del primer armónico aparece en Septiembre y la dispersión en la fecha es menor que en el caso de las temperaturas de satélite, es decir, el máximo ocurre en una estrecha franja de unos 20 días para toda la región.

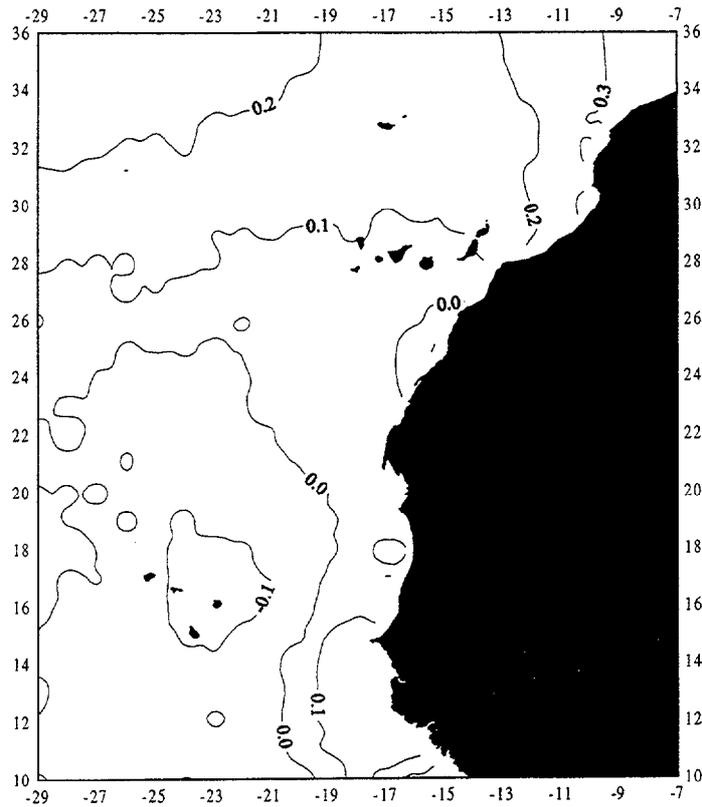


Figura 4.96 – Fase del armónico anual expresada en radianes.

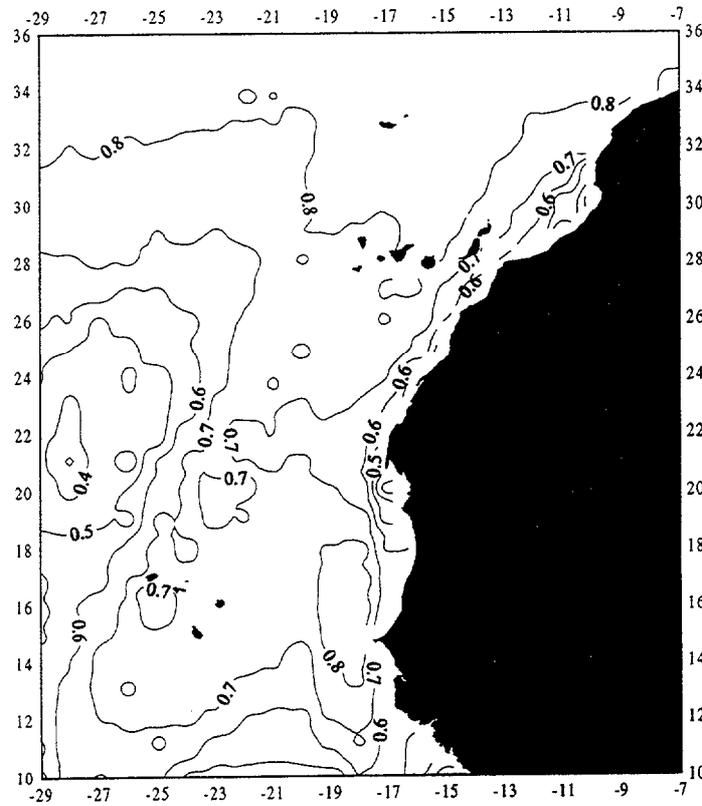


Figura 4.97 – Coeficiente de determinación  $r^2$  del ajuste anual.

Los valores del coeficiente de determinación  $r^2$  que nos permite valorar el porcentaje de varianza del armónico anual se ha calculado por medio de la expresión A.18. Su distribución se presenta en la figura 4.97 y manifiesta una serie de diferencias con al correspondiente de imágenes de satélite (figura 4.17). Las principales se encuentran en la zona sur que en el caso de las imágenes de satélite ronda en 40% de la varianza, mientras que en los datos COADS es casi el doble.

La causa de esta discrepancia la encontramos en el número de datos de las series que en el caso de satélite presentan un mínimo en esa zona, mientras que la serie histórica presenta valores máximos. Algo similar ocurre a lo largo de la costa africana, en la que los resultados históricos superan a los de satélite. En el resto de la zona existe una buena concordancia entre los resultados.

A los residuos del armónico anual aplicamos el test de Durbin-Watson para determinar la presencia de correlaciones como indicador de la existencia de otras señales. Los resultados del test son concluyentes ya que en 89% de las series están presentes, aunque no se pueda asegurar a que frecuencias están asociadas esas correlaciones. Existe, sin embargo, un pequeño grupo 18 series con residuos sin señales significativas (figura 4.98). Esto confirma lo arriesgado que es presuponer la existencia de otros armónicos diferentes del anual sin ser previamente detectados por medio del espectro de frecuencias.

Este grupo de series con correlaciones negativas que implica la posible no presencia de otras señales en ellas, se encuentran al noroeste de las Islas Cabo Verde, su localización coincide con la zona de peor varianza, amplitud y coeficiente de determinación del ajuste anual de los datos históricos (figuras 4.94, 4.95 y 4.97). Sin embargo, la presencia de correlaciones negativas en estas series puede estar motivado por ser la zona con menor número de datos.

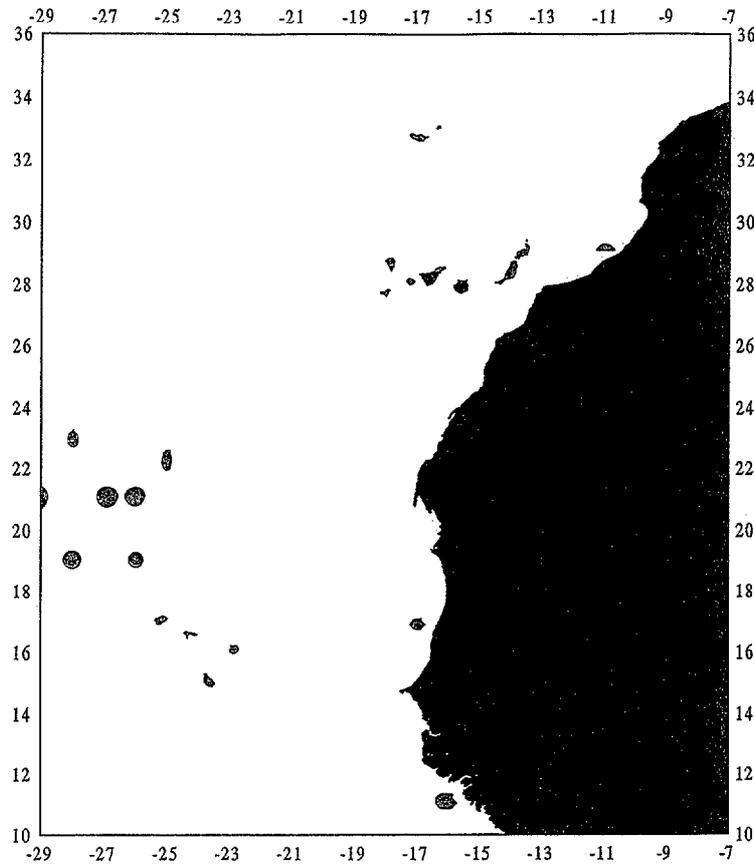


Figura 4.98 –Zonas con correlaciones negativas.

Antes de aplicar el periodograma a las series de residuos, realizamos las comprobaciones previas al método, especialmente de tendencias. Las características generales de las tendencias de los residuos son análogas a las de las series originales por lo que no afectan a la significabilidad de los resultados. En este momento, aplicamos el método detectando la presencia del armónico semianual en gran parte de las series de la región (figura 4.99), pero no generalizada. Este armónico se ajusta por mínimos cuadrados en las series en las que se ha detectado su presencia.

El valor de la temperatura media real de las series de residuos y el calculado por la función de ajuste son del orden de  $10^{-5}$ , valor que se puede considerar cero sin cometer ningún error significativo.

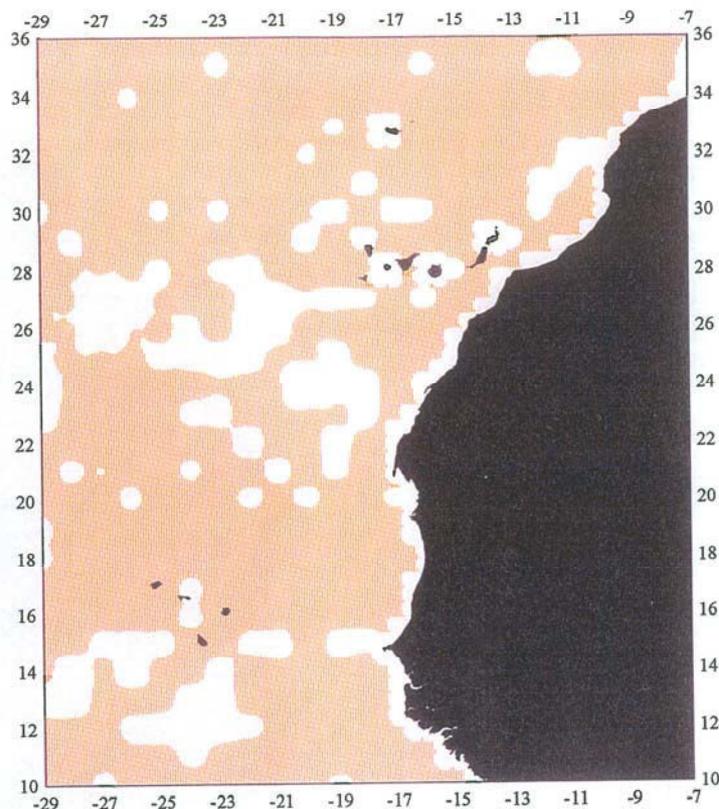


Figura 4.99 – Zona con presencia del armónico semianual.

La figura 4.100 presenta la distribución de la amplitud del armónico semianual. La distribución es similar a la de este parámetro calculado de imágenes de satélite en las zonas en que ambas figuras coinciden (figura 4.26).

La principal diferencia entre la amplitud del armónico semianual de las series del AVHRR y las COADS la encontramos en la diferente distribución, ya que en las COADS, se extiende por el 85% de la región frente a un 45% en el caso de imágenes de satélite. Sin embargo, los valores de satélite son superiores en promedio que los históricos. Esto se explica por el hecho de que los valores de satélite están menos filtrados que los históricos, que al promediarse a meses pierden parte de la información.

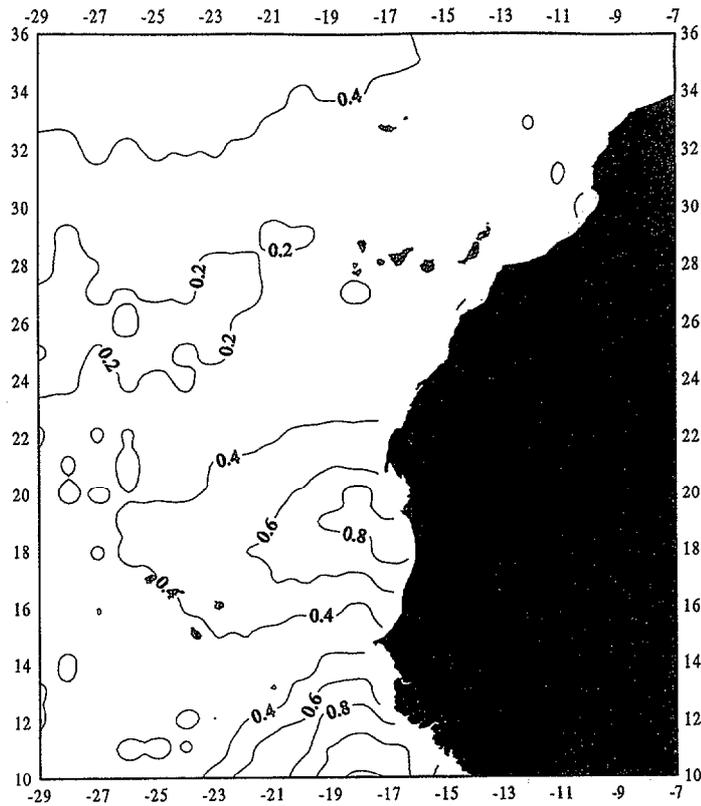


Figura 4.100 – Amplitud del armónico semianual.

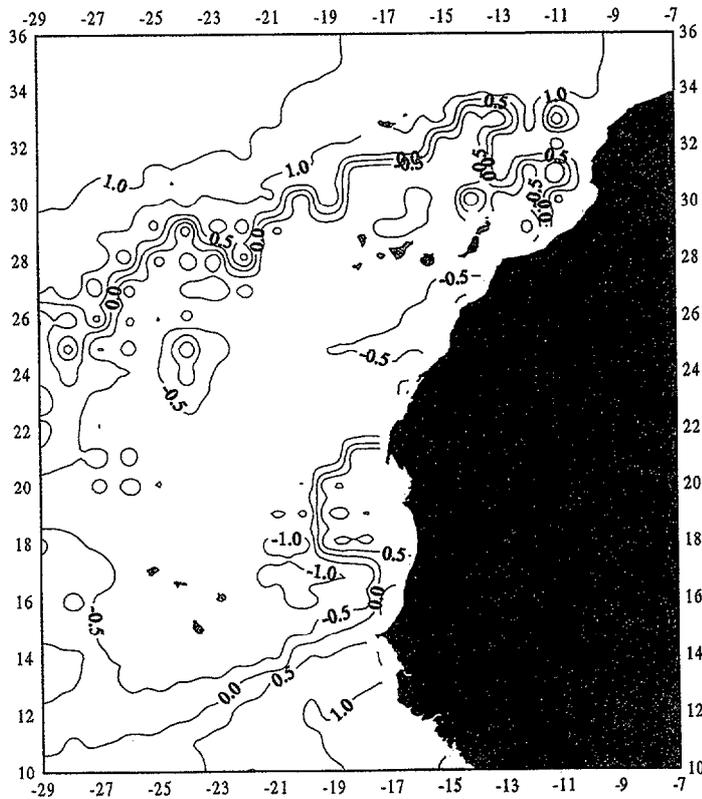


Figura 4.101 – Fase del armónico semianual.

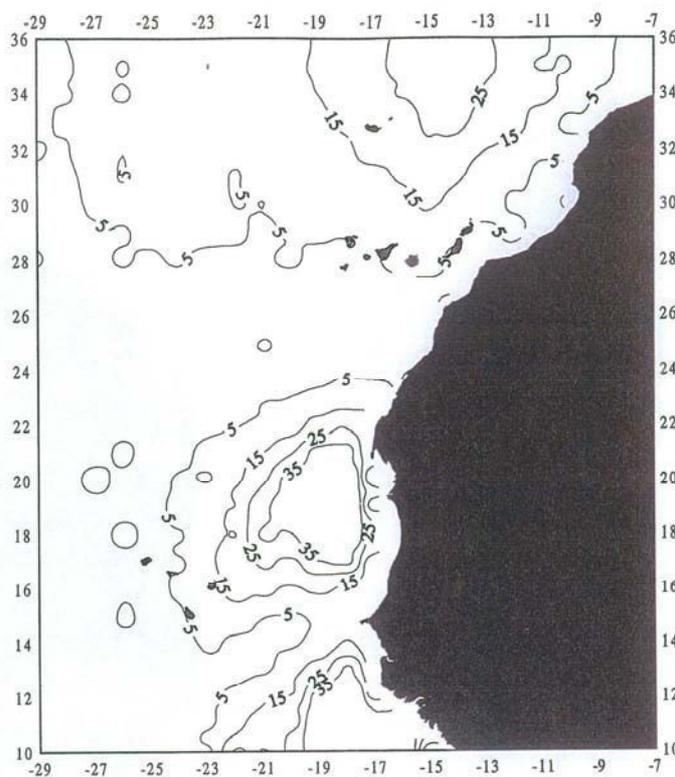


Figura 4.102 – Coeficiente de determinación  $r^2$  para el ajuste semianual.

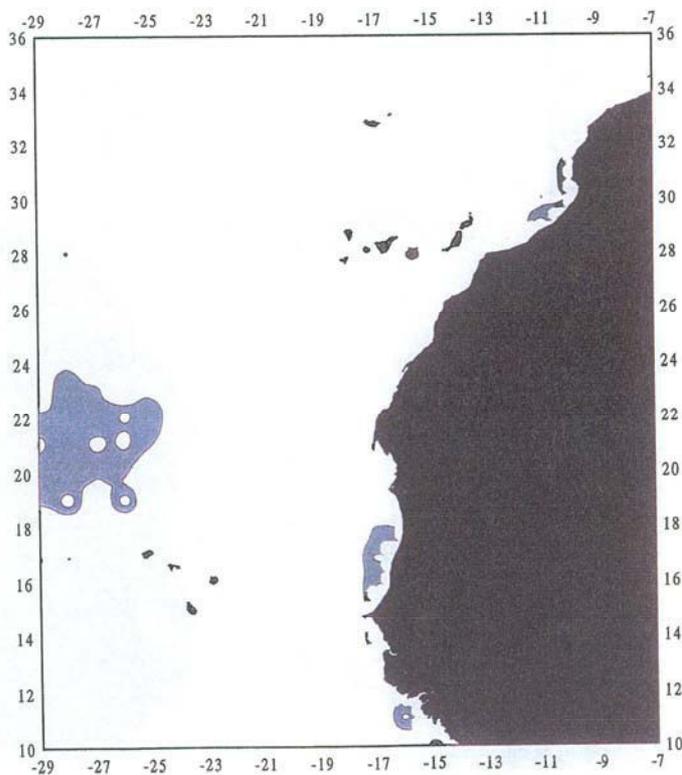


Figura 4.103 – Test de Durbin-Watson para los residuos de residuos.

El coeficiente de correlación del armónico semianual  $r^2$  se muestra en la figura 4.102. Presenta una gran uniformidad salvo en tres zonas en las que toma valores superiores. Este hecho se interpreta por tener una mayor importancia del segundo armónico en esas zonas.

Al finalizar el análisis de los residuos obtenemos las series de residuos de los residuos. Estas series deben contener las frecuencias interanuales de la temperatura superficial del mar descritas por otros autores. Antes de entrar en su análisis, aplicamos el test de Durbin-Watson (expresión A.3) para determinar el nivel de correlaciones en estas series.

La figura 4.103 presenta la distribución de este parámetro. Las zonas sombreadas son las que presentan correlaciones negativas, es decir, zonas en las que los datos parecen no están correlacionados y que coinciden con las de menor número de datos.

El análisis de los residuos de los residuos lo realizamos con el fin de comprobar si en los datos de esta climatología se encuentra la señal de 4 años junto con su distribución geográfica.

Este estudio sí que presenta una gran complejidad comentada al inicio de este capítulo ya que las series contienen múltiples frecuencias interanuales (Selvam y Joshi, 1995). Aplicar el método del periodograma se hace complejo al tener que extraer sólo la frecuencia dominante por cada cálculo del espectro, con lo que el proceso puede extenderse a más de 10 periodogramas. Además, los procedimientos de filtrado para realizar las extracciones de las señales detectadas pierden eficiencia al tratarse de señales con amplitudes muy pequeñas.

Una vía alternativa, seguida por muchos autores en el análisis de esta climatología, es tomar un intervalo temporal en las series con el menor número de irregularidades e interpolar los registros sin valores. Otros autores crean funciones de modelado con las que suplen las irregularidades.

El periodo de tiempo en el que centramos el estudio es el comprendido entre 1950 y 1990, el número de irregularidades oscilan entre 30 y 90 valores para un total de 480 datos por serie. Hemos elegido un intervalo de 40 años para estudiar en profundidad el período de 4 años. Como el número de irregularidades en este período es moderado realizamos un estudio paralelo entre el método de las interpolaciones y otro basado en funciones de modelado.

Para aplicar el primero recurrimos a la interpolación en tres dimensiones por el método de *splines* ya utilizado de forma satisfactoria en el apartado 4.3.3.5, (B.31). Para determinar un valor interpolamos en el tiempo tomando los valores de la serie para otros tiempos y en el espacio para una malla de 5x5 series centrada en el punto a interpolar. El segundo método se fundamenta en la idea estadística de corrección de correlaciones, en la que el proceso se realiza añadiendo nuevas variables conocidas al conjunto problema. El efecto de esta variable no se considera a la hora de interpretar los resultados como tampoco las posibles inferencias entre estas variables y las existentes en el conjunto. Generamos la variable independiente en forma de un armónico de frecuencia conocida y amplitud mínima, que se pueden asignar a las irregularidades o a toda la serie ya que los resultados prácticamente no difieren, tampoco varían si añadimos una función constante en lugar de la armónica.

Al aplicar estos procedimientos obtenemos dos conjuntos de series temporales de una extensión considerablemente menor pero equiespaciadas. El espectro de frecuencias lo calculamos por medio del cálculo del poder espectral vía Máxima Entropía. Este procedimiento permite obtener un espectro suavizado y de esta forma minimizar los efectos de las implementaciones realizadas en las series.

Una vez realizados los cálculos, comprobamos que la principal diferencia entre ambos espectros es la aparición de la periodicidad añadida por el segundo método y alturas ligeramente mayores para las mismas frecuencias en este. Los espectros coinciden de forma general en las periodicidades detectadas.

Sin embargo, hay que tener cuidado a la hora de valorar los resultados ya que se trata de aproximaciones al espectro real. Además, la significabilidad de las frecuencias detectadas no es fiable por intervenir en su cálculo los valores añadidos. No obstante, permite tener una idea global de las periodicidades interanuales.

La mayor parte de las series presentan señales significativas cuyas periodicidades dominantes se pueden agrupar en: 1) Señales interdecadales de período 20, 18 y 13 años generalizadas en toda la región. 2) Señales de períodos 10, 6-5 y 4 años en grandes zonas. 3) Señales con períodos 1.5 a 8 años se distribuyen de forma irregular en zonas delimitadas.

Las dos frecuencias dominantes no las podemos correlacionar con las series de las imágenes de satélite, porque la extensión de estas, no es lo suficiente amplia. Sin embargo, sí que podemos delimitar la zona en la que se detecta la señal de 4 años para comprobar si coincide con la distribución de la otra climatología (Figura 4.104).

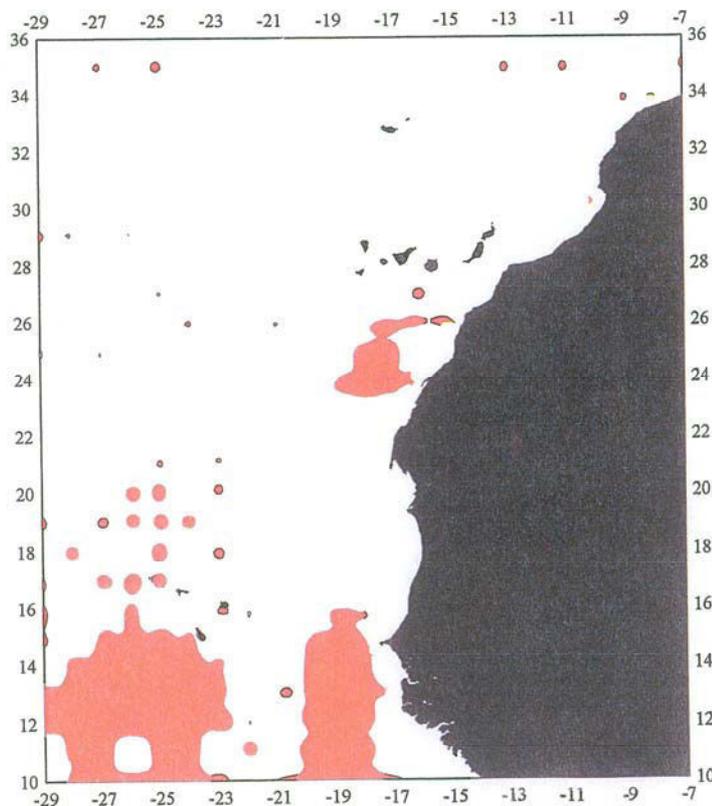


Figura 4.104 – Distribución del armónico de 4 años en las series de datos COADS.

Si comparamos la figura 4.104 que muestra dicha distribución con la figura 4.65, observamos: 1) La zona situada al sur de las Islas Canarias coincide aunque su extensión es menor en el caso de los datos COADS. 2) La zona de Cabo Verde aparece con definición similar pero más extendida hacia el sur. 3) La zona situada al noreste de la Isla de Lanzarote no aparece en la climatología histórica. 4) Al sur de las Islas Cabo Verde aparece este armónico que no se manifiestan en el caso de las series del AVHRR, probablemente por coincidir con la zona de menos datos de satélite (figura 4.3) y ser máximos los COADS (figura 4.91).

# Conclusiones y principales aportaciones.

A continuación se exponen de forma abreviada aquellas conclusiones de este trabajo que merecen destacarse, así como las principales aportaciones realizadas.

1. El principal logro de este trabajo es la aplicación de técnicas cuantitativas, en su mayoría desarrolladas en el campo de la astrofísica, a las series temporales derivadas de los datos obtenidos con sensores remotos instalados en satélites de aplicación oceanográfica. El resultado de aplicar estos métodos ha permitido el análisis de diferentes variables de interés oceanográfico y al mismo tiempo ha servido de ayuda para la interpretación de las series y por tanto, de la oceanografía de la región.
2. Este estudio se enfoca hacia el estudio sinóptico de diversas magnitudes oceánicas superficiales a partir del análisis de series temporales en puntos significativos de toda la región.
3. Con el objeto de describir el área de estudio, se han elaborado series temporales de temperatura superficial del mar a partir del conjunto de escenas AVHRR disponibles del período 1981-1991. Del conjunto de serie originales se obtienen otros derivados como los residuos y residuos de residuos. Su análisis detallado ha permitido extraer las siguientes conclusiones de tipo matemático:
  - 3.1 Hemos determinado el grado de pérdida de datos que soportan las serie temporales para que el análisis aplicado se mantenga con validez: Con valores de pérdida del 80% de los datos de las series, el procedimiento detecta periodicidades con significabilidad, incluso en series con intervalos sin datos.

- 3.2 Hemos aplicado el test estadístico de Durbin-Watson como indicador a priori de la presencia de señales periódicas en las series temporales. Este procedimiento se aplicó satisfactoriamente a series de magnitudes oceanográficas con un elevado grado de predicción de presencia de correlaciones, lo que conlleva dependencia en la variabilidad de los datos. Sin embargo, este test no es determinista, con lo que la frecuencia de la señal detectada debe calcularse por métodos espectrales. La ventaja de utilizar este estadístico radica en la rapidez de su computación, lo que representa un indicativo para realizar o no la búsqueda de periodicidades en conjuntos de series temporales que por métodos espectrales pueden llevar horas e incluso días.
- 3.3 Hemos aplicado técnicas de derivación numérica a funciones y magnitudes oceanográficas implícitas, junto con la interpolación bidimensional para la obtención de rotacionales de la tensión del viento. Los resultados de esta magnitud son análogos en orden de magnitud a los obtenidos por métodos indirectos de otros autores.
- 3.4 Hemos comprobado el efecto de las autocorrelaciones en el conjunto de series temporales que se han analizado. De forma absoluta se pueden despreciar este efecto típico de las series temporales pues los diferentes procedimientos para su detección así lo aconsejan, sin embargo. De todas formas, hemos corregido diversas series de este efecto y los resultados se mantienen casi idénticos, lo que reafirma la minimización de su efecto.
4. Las principales conclusiones y aportaciones físicas que extraemos del análisis del conjunto de series tratadas se resumen en:
- 4.1 Hemos comprobado la baja estacionalidad de la temperatura superficial del mar en la zona sur de los 16° de latitud debido a la influencia de la climatología subtropical. En esa zona el armónico anual es apenas

significativo, llegando en series localizadas en latitudes inferiores a los 10°N a perderse.

- 4.2 Hemos determinado el perfil geográfico de la región en la que se manifiesta el armónico semianual en la temperatura superficial del mar. Según nuestros resultados, este armónico no se encuentra generalizado en toda la región, como mantienen diversos autores, sino que su presencia no se detecta en extensas zonas.
- 4.3 Hemos determinado la interferencia entre el armónico anual y semianual, destacando como resultado el efecto de suavizar el invierno aumentando su temperatura y extender la transición verano-invierno y disminuir la transición invierno-verano. Esto significa una primavera más corta, en términos climatológicos, con una rápida irrupción del verano y un otoño más extendido.
- 4.4 Hemos determinado el posible mecanismo de forzamiento atmósfera-océano que origina la distribución del armónico semianual, correlacionamos este armónico con diferentes magnitudes atmosféricas. Como resultado destacable se presenta la alta correlación que se presenta entre las distribuciones de la componente z del rotacional de la tensión del viento y el armónico semianual.
- 4.5 Hemos determinado la existencia de una señal en la componente z del rotacional de la tensión del viento de periodicidad comprendida entre 20 y 30 días al sur de las Islas Canarias. Esta señal parece estar relacionada con la generación de remolinos al sur de las Islas Canarias debido al bombeo de Ekman.
- 4.6 Hemos realizado un minucioso estudio de las series históricas COADS de parámetros atmosféricos determinando su variabilidad a lo largo de los últimos 40 años para la región de estudio. Destaca en este análisis una serie de armónicos con variabilidades de décadas a meses. Como se recoge en la

bibliografía, los armónicos de periodicidades en torno a 20 años están relacionados con cambios en la circulación del giro subtropical; las periodicidades alrededor de 11 años están relacionados con cambios en el ciclo de manchas solares; las periodicidades interanuales están relacionadas con la generación de ondas de Rossby y los eventos de El Niño y La Niña; las periodicidades anuales asociadas a la estacionalidad; las periodicidades semianuales asociadas a magnitudes atmosféricas y las periodicidades de días a meses asociadas a fenómenos a mesoescala.

4.7 Hemos analizado las tendencias globales de las series climatológicas de temperatura comparándolas con las de las series de temperatura de satélite en el intervalo 1981-1991. La variabilidad es idéntica salvo la diferencia de  $0.7^{\circ}\text{C}$  inferior de los datos COADS, motivado por el hecho de estar tomados desde barcos que no miden exactamente la temperatura superficial sino la de una capa de mezcla de unos 10 metros. Además, también influye la diferencia de longitudes de las series, puesto que las del sensor AVHRR son de 10 años, las históricas es de más de un siglo, con lo que reflejan tendencias y señales de largo período que influyen en las medias.

4.8 Las tendencias presentan un incremento en  $0.63^{\circ}\text{C}$  en diez años. Este resultado tiene una doble lectura: Por un lado, se puede interpretar como un calentamiento de la superficie del océano, aunque resulta desproporcionado para el intervalo tan corto de tiempo; por otro, parece estar relacionado con variaciones de décadas presente en la temperatura superficial. El último aspecto se observa al analizar la tendencia en los últimos 135 años de los datos históricos, con la presencia de episodios similares al descrito en la década de los ochenta.

5. Hemos realizado una correlación entre los resultados de las series temporales de datos de satélite con datos históricos oceanográficos de otras climatologías, con resultados análogos. La correlación de ambos tipos de datos es del 77.0%,

indicando una similitud en la variabilidad de ambas climatologías. Destaca la importancia de las imágenes de satélite cuando se precisa realizar modificaciones en la resolución tanto temporal como espacial.

6. En los apartados precedentes se han analizado alrededor de 20000 series temporales con un total de más de 250 millones de registros de diversas magnitudes físicas oceanográficas basadas en diversas climatologías.
7. Se ha comprobado que las imágenes de satélite son un buen instrumento para la observación sinóptica del océano, superando en rendimiento a climatologías basadas en datos in situ en cuestiones como la resolución espacial y temporal. Sin embargo, tienen una serie de limitaciones ya comentadas en el capítulo 2 que las hace ser un complemento ideal a otros métodos de captación de datos oceanográficos.
8. A parte de las señales dominantes, la anual y semianual, la mayor parte de las series históricas COADS presentan señales significativas cuyas periodicidades dominantes se pueden agrupar en: 1) Señales interdecadales de período 20 y 13 años generalizadas en toda la región. 2) Señales de períodos 10, 6-5 y 4 años en grandes zonas. 3) Señales con períodos 1.5 a 8 años se distribuyen de forma irregular en zonas delimitadas.



# Áreas de futuras investigaciones.

Como resultado de este trabajo han surgido nuevos interrogantes y líneas de actuación que pueden servir de base para futuros trabajos de investigación. Destacamos las que se suponen como más significativas:

1. *Desarrollo y aplicación de técnicas de análisis de las series temporales.* Alguno de los métodos y procedimientos empleados para extraer información de las series temporales son susceptibles de mejoras posteriores, lo que permitirá un análisis más fino en series de gran irregularidad.
2. *Ampliación de la longitud de las series temporales de temperatura superficial del mar.* Con la mejora en los mecanismos de recepción de imágenes de satélite realizada en el Departamento de Física y el Departamento de Señales y Comunicaciones de la ULPGC, se puede disponer de hasta cuatro imágenes diarias, bajo condiciones atmosféricas óptimas, lo que posibilita extender el intervalo temporal de las series desde el año 1981 hasta el instante actual. Esto permitiría el análisis de eventos de naturaleza interanual con períodos cercanos a la década. También posibilitará el aumento de la resolución temporal lo que permitirá detectar variabilidades asociadas a fenómenos de alta frecuencia como los de mesoescala.
3. *Análisis de los posibles forzamientos entre el rotacional de la tensión del viento y fenómenos a mesoescala.* Tras la correlación que parece existir entre la periodicidad de 25~30 días del rotacional de la tensión del viento y el desprendimiento de remolinos al sur de las Islas Canarias, nos planteamos un estudio minucioso de las altas frecuencias del rotacional de la tensión del viento, puesto que en resultados intermedios detectamos armónicos de período 5~9 días

en partes de la zona de transición costera lo que puede representar un forzamiento atmósfera-océano entre los remolinos y filamentos que se generan en esa zona y la capa inferior de la atmósfera.

4. *Analizar datos del altímetro para generar series temporales e intentar localizar focos emisores de ondas de Rossby como mecanismo generador de la variabilidad de 4 años en la temperatura superficial del mar.* La representación tiempo-longitud a diferentes latitudes de los datos de altímetro, filtrados de forma adecuada, permite visualizar el tránsito de estas ondas a lo largo del océano así como determinar los posibles focos. Como el tiempo que tardan las ondas de Rossby en cruzar el océano para las latitudes en las que encontramos la señal de cuatro años es del orden de años, se precisa disponer de datos del altímetro de unos 4~5 años consecutivos. Con ello se puede determinar si la zona problema se comporta como un foco emisor de estas ondas.
  
5. *Analizar los resultados del proyecto PIRATA en lo que respecta a la variabilidad de 4 años detectada en el Atlántico Tropical.* Con ello se puede intentar establecer una relación entre esa variabilidad y la detectada en este trabajo de igual período, unido a los posibles mecanismos de propagación de las mismas.

## Referencias

- ANDING, D. & R. KAUTH, 1970. "Estimation of sea surface temperature from space", *Remote Sensing of Environment*, **1**, 217-200.
- ARISTEGUI, J., P. SANGRÁ, S. HERNÁNDEZ-LEON, M. CANTÓN, A. HERNÁNDEZ-GUERRA & J. L. KERLING, 1994. "Island-induced eddies in the Canary Islands", *Deep-Sea Research*, **41**, 1509-1525.
- ARISTEGUI, J., P. TETT, A. HERNÁNDEZ-GUERRA, G. BASTERRETXEA, M. F. MONTERO, K. WILD, P. SANGRÁ, S. HERNÁNDEZ-LEÓN, M. CANTÓN, J. A. GARCÍA-BRAUN, M. PACHECO & E. D. BARTON, 1997. "The influence of island-generated eddies on chlorophyll distribution: a study of mesoscale variation around Gran Canaria", *Deep-Sea Research*, **44**, 71-96.
- BACKUS, G. E., 1988. "Bayesian inference in geomagnetism", *Geophysical Journal*, **92**, 125-142.
- BARNIER, B., 1986. "Investigation of seasonal variability of the winds stress curl over the North Atlantic Ocean by means empirical orthogonal function analysis", *Journal of Geophysical Research*, **91**, 863-868.
- BARNING, F. J. M., 1963. Bull. Astronomy Institute. Neth, **17**, 22.
- BARTON, I. J., 1985. "Transmission model and ground-truth investigation of satellite-derived sea surface temperature", *Journal of Climate and Applied Meteorology*, **24**, 508-516.
- BARTON, I. J., 1995. "Satellite-derived sea surface temperatures: current status", *Journal of Geophysical Research*, **100**, 8777-8790.
- BOWERS, D.G., CROOK P. J. E. & SIMPSON J. H., 1984. "An evaluation of sea surface temperature estimates from the AVHRR" Paper presented at a conference on Remote Sensing and the atmosphere convened in Liverpool by the Remote Sensing Society, 15-17 December.
- BRINK, K. H., 1983. "The near-surface dynamics of coastal upwelling", *Progress in Oceanography*, **12**, 223-257.

- BROWN, O.B., J. W. BROWN & R. H. EVANS, 1985. "Calibration of Advanced Very High Resolution Radiometer infrared observations", *Journal of Geophysical Research*, **90**, 11667-11677.
- CASTAGNE, N., P. LE BORGNE, J. LE VOURCH & J. P. OLRÉY, 1986. "Operational measurement of sea surface temperatures at CMS Lannion from NOAA-7 AVHRR data", *International Journal of Remote Sensing*, **7**, 953-984.
- CHIH-PING, F. H. & J. M. WALLACE, 1976. "The global distribution of the annual and semiannual cycles in sea level pressure", *Monthly weather review*, **104**, 1597-1601.
- CHELTON, D. B., 1983. "Effects of sampling errors in statistical estimation", *Deep Sea Research*, **30**, 1083-1103.
- CHELTON, D. B. & M. SCHLAX, 1996. "Global observations of oceanic Rossby waves", *Science*, **272**, 234-238.
- CHEN, L., D. CHEN, R. SHEN & Y. XIA, 1991. "The interannual oscillation of temperature in China and its relation to the interannual oscillation of the air-sea system", *Journal Troposphere Meteorology*, **7**, 323-331.
- COLEBROOK, J. M. & A. H. TAYLOR, 1979. "Year to year changes in sea-surface temperature, North Atlantic and North Sea, 1948 to 1974", *Deep-Sea Research*, **26**, 825-850.
- COPPIN, P. A., E. F. BRADLEY, I. J. BARTON & J. S. GODFREY, 1991. "Simultaneous observations of the sea surface temperature in the western equatorial Pacific ocean by bulk, radiative and satellite methods", *Journal of Geophysical Research*, **96**, 3401-3409.
- CORNILLON, P. & I. STRAMMA, 1985. "The distribution of diurnal sea surface warming events in the western Sargasso Sea", *Journal of Geophysical Research*, **90**, 11811-11815.
- DALU, G., 1985. "Emittance effect on the remotely sensed sea surface temperature", *International Journal of Remote Sensing*, **6**, 733-740.
- DALU, G. & L. LIBERTI, 1988. "Validation problems for remotely sensed sea surface temperature", *Il Nuovo Cimento*, **11**, 589-607.
- DALY, A.W., 1978. "The response of North Atlantic sea surface temperature to atmospheric forcing processes", *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **104**, 363-382.

- DESCHAMPS, P. Y. & T. PHULPIN, 1980. "Atmospheric correction on infrared measurements of sea surface temperature using channels at 3.7, 11 and 12  $\mu\text{m}$ ", *Boundary-Layer Meteorology*, **18**, 131-143.
- DESCHAMPS, P. Y. & R. FROUIN, 1984. "Large diurnal heating of the sea surface observed by the HCMR experiment", *Journal of Physical Oceanography*, **14**, 177-184.
- DONALD, V. H. & H. F. BEZDEK, 1996. "On the nature of decadal anomalies in North Atlantic sea surface temperature", *Journal of Geophysical Research*, **101**, 8749-8758.
- ENFIELD, D.B. & D. A. MAYER, 1997. "Tropical Atlantic sea surface temperature variability and its relation to the El Niño-Southern oscillation", *Journal of Geophysical Research*, **102**, 929-945.
- FAIRALL, C. W., E. F. BRADLEY, J. S. GODFREY, G. A. WICK, J. B. EDSON & G. S. YOUNG, 1996. "Cool-skin and warm-layer effects on sea surface temperature", *Journal of Geophysical Research*, **101**, 1295-1308.
- FEDOSEEV, A., 1970. "Geostrophic circulation of surface waters on the shelf of Northwest Africa", *Rapports et Procès-Verbeaux des Réunions, Conseil International pour l'Exploration de la Mer*, **159**, 30-37.
- FERRAZ-MELLO, S., 1981. "Estimation of periods from unequally spaced observations", *The Astrophysical Journal*, **86**, 619-624.
- FIEKAS, V., J. ELKEN, T. J. MÜLLER, A. AITSAM & W. ZENK, 1992. "A view of the Canary Basin thermocline circulation in winter", *Journal of Geophysical Research*, **97**, 12495-12510.
- FLAMENT, P., L. ARMI & L. WASHBURN, 1985. "The evolving structure of an upwelling filament", *Journal of Geophysical Research*, **90**, 11765-11778.
- GABRIC, A. J., L. GARCÍA, L. V. CAMP, L. NYKJAER, W. EIFLER & W. SCHRIMPF, 1993. "Offshore export of shelf production in the Cape Blanc (Mauritania) giant filament as derived from coastal zone color scanner imagery", *Journal of Geophysical Research*, **98**, 4697-4712.
- GARCÍA, L., 1998. "Descripción y análisis cuantitativo mediante series de imágenes de satélite de la dinámica de las aguas superficiales del Noroeste de Africa", Tesis Doctoral, Universidad de las Palmas de Gran Canaria.
- GHIL, M. & R. VAUTARD, 1991. "Interdecadal oscillations and the warming trend in global temperature time series", *Nature*, **350**, 324-327.

- GOODY, R. M. & Y. L. YUNG, 1989. "Atmospheric Radiation", Oxford University Press.
- GOULD, W. J., 1985. "Physical oceanography of the Azores Front", *Progress in Oceanography*, **14**, 167-190.
- GRASSL, H., 1976. "The dependence of the measured cool skin of the ocean on wind stress and total heat flux", *Boundary-Layer Meteorology*, **10**, 465.
- GRIGG, M., 1985. "A method to correct satellite measurements of sea surface temperature for the effects of atmospheric aerosols", *Journal of Geophysical Research*, **90**, 12951-12959.
- HAGEN, E., CH. ZÜLICHE & R. FEISTEL, 1996. "Near-surface structures in the Cape Ghir filament off Morocco", *Oceanologica Acta*, **19**, 577-598.
- HANSEN, D. & H. BEZDEK, 1996. "On the nature of decadal anomalies in North Atlantic sea surface temperature", *Journal of Geophysical Research*, **101**, 8749-8758.
- HEPPLEWHITE, C. L., 1989. "Remote observation of the sea surface and atmosphere. The oceanic skin effect", *International Journal of Remote Sensing*, **14**, 1431-1437.
- HERNÁNDEZ-GUERRA, A., 1990. "Estructuras oceánicas observadas en las aguas que rodean las Islas Canarias mediante escenas de los sensores AVHRR y CZCS", Tesis Doctoral, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.
- HERNÁNDEZ-GUERRA, A., J. ARISTEGUI, M. CANTON & L. NYKJAER, 1993. "Phitopankton pigment patterns in the Canary Islands area as determined using coastal colour scanner data", *International Journal of Remote Sensing*, **14**, 1431-1437.
- HERNÁNDEZ-GUERRA, A. & L. NYKJAER, 1997. "Sea surface temperature variability off north-west Africa: 1981-1989", *International Journal of Remote Sensing*, **18**, 2539-2558.
- HO, D., A. ASEM & P. Y. DESCHAMPS, 1986. "Atmospheric correction for the sea surface temperature using NOAA-7 AVHRR and METEOSAT-2 infrared data", *International Journal of Remote Sensing*, **7**, 1323-1333.
- HOREL, J. D., 1982. "On the annual cycle of the Tropical Pacific Atmosphere and Ocean", *Monthly Weather Review*, **110**, 1863-1878.
- HORNE, J. H., & S. L. BALIUNAS, 1986. "A prescription for period analysis of unevenly sampled time series", *The Astrophysical Journal*, **302**, 757-763.

- HURRELL, J. W., 1995. "Decadal trends in the North Atlantic Oscillation and relationships to regional temperature and precipitation", *Science*, **269**, 676-679.
- JOHNSON, D. R., D. BARTON, P. HUGHES & C. N. K. MOOERS, 1975. "Circulation in the Canary Current upwelling region off Cabo Bojador in August 1972", *Deep-Sea Research*, **22**, 547-558.
- JONES, P. D., T. JONSSON & D. WHEELER, 1997. "Extension to the North Atlantic Oscillation using early instrumental pressure observations from Gibraltar and South-West Iceland.", *International Journal of Climatologia*, **17**, 1433-1450.
- KAISER, J. A. C., 1978. "Heat balance of the upper ocean under light winds", *Journal of Physical Oceanography*, **8**, 1-12.
- KÄSE, R. H. & G. SIEDLER, 1982. "Meandering of the subtropical southeast of the Azores", *Nature*, **300**, 245-246.
- KÄSE, R. H., J. F. PRICE, P. L. RICHARDSON & W. ZENK, 1986. "A quasi-synoptic survey of the thermocline circulation and water mass distribution within the Canary Basin", *Journal of Geophysical Research*, **91**, 9739-9748.
- KATSAROS, K. B., 1980. "The aqueous boundary layer", *Boundary-layer Meteorology*, **18**, 107-127.
- KAWAMURA, R., 1994. "A rotated EOF analysis of global sea surface temperature variability with interannual and interdecadal scales", *Journal of Physical Oceanography*, **24**, 707-715.
- KELLY, K. A., 1985. "Separating clouds from ocean in infrared images". *Remote Sensing of Environment*, **17**, 67-83.
- KLEIN, B. & G. SIEDLER, 1989. "On the origin of the Azores Current", *Journal of Geophysical Research*, **94**, 6159-6168.
- KLEIN, P. & B. LIEN-HUA, 1990. "The mesoscale variability of sea surface temperature: An analytical and numerical model", *Journal of Marine Research*, **48**, 729-763.
- KRAUSS, W. & C. WUEBBER 1982. "Response of the North Atlantic to annual wind variation along the eastern coast", *Deep-Sea Research*, **29**, 851-868.
- KOVACS, G. 1981, "Random variables in science", *Ap. Space Science*, **78**, 175.

- LARGE, W. G. & S. POND, 1981. "Open ocean momentum flux measurements in moderate and strong winds", *Journal of Physical Oceanography*, **11**, 324-336.
- LARGE, W. G. & H. VAN LOON, 1988. "Large scale, low frequency variability of the 1979 FGGE surface buoy drifts and winds over the Southern Hemisphere", *Journal of Physical Oceanography*, **19**, 216-232.
- LE BORGNE, P., J. LE VOURCH & A. MARSOUIN, 1988. "Sea surface parameters inferred from meteorological satellite data at CMS, Lannion. New products and projects", *International Journal of Remote Sensing*, **9**, 1819-1834.
- LEVITUS, S., 1986. "A comparison of the annual cycle of two sea surface temperature climatologies of the world ocean", *Journal of Physical Oceanography*, **17**, 197-214.
- LYNN, R. J. & J. SVEJKOUSKY., 1984. "Remotely sensed sea surface temperature variability off California during a Santa Ana clearing", *Journal of Geophysical Research*, **89**, 8151-8162.
- LLEWELLYN-JONES, D. T., P. J. MINNETT, R. W. SAUNDERS & A. M. ZAVODY, 1984. "Satellite multichannel infrared measurements of sea surface temperature of the North East Atlantic Ocean using AVHRR/2", *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **110**, 613-631.
- LOMB, N. R., 1976. "Last-squares frequency analysis of unequally spaced data", *Astrophysics and Space Science*, **39**, 447-462.
- LUKAS, R. & F. SANTIAGO-MANDUJANO, 1996. "Interannual variability of Pacific deep and bottom warwes observed in the Hawaii ocean time series", *Deep-Sea Research*, **43**, 243-255.
- MASUDA, K., T. TAKASHIMA & Y. TAKAYAMA, 1988. "Emissivity of pure water and sea waters for the model sea surface in the infrared window regions", *Remote Sensing of Environment*, **24**, 313-329.
- MALU, G. A., 1985. "Introduction to satellite oceanography", Martinus Nijhoff Publishers.
- MARTEL, F. & C. WUNSCH, 1992. "The North Atlantic Circulation in the Early 1980s-An estimate from inversion finite-difference model", *Journal of Physical Oceanography*, **23**, 898-924.
- MAY, D. A., L. L. STOWE, J. D. HAWKINS & E. P. McCLAIN, 1992. "A correction for saharan dust effects on sea surface temperature measurements", *Journal of Geophysical Research*, **97**, 3611-3619.

- MAYER, D. & R. WEISBERG, 1993. "A description of COADS surface meteorological fields and the implied sverdrup transport for the Atlantic Ocean from 30° S to 60° N", *Journal of Physical Oceanography*, **23**, 2201-2221.
- McLAIN, E. P., W. G. PICHEL & C. C. WALTON. 1985. "Comparative performance of AVHRR-based multichannel sea surface temperature", *Journal of Geophysical Research*, **90**, 11587-11601.
- McLAIN, CH. R. & J. FIRESTONE, 1993. "An investigation of Ekman upwelling in the North Atlantic", *Journal of Geophysical Research*, **98**, 12327-12339.
- McMILLIN, L. M., 1971. "A method of determining surface temperatures from measurements of spectral radiance at two wavelengths", Ph. D. dissertation, Iowa State University, United States.
- McMILLIN, L. M., 1975. "Estimation of sea surface temperatures from two infrared window measurements with different absorption", *Journal of Geophysical Research*, **80**, 5113-5117.
- McMILLIN, L. M. & D. S. CROSBY, 1984. "Theory and validation of the multiple window sea surface temperature technique". *Journal of Geophysical Research*, **89**, 3655-3661.
- MITTELSTAEDT, E., 1983. "The upwelling area off northwest Africa – A description of phenomena related to coastal upwelling", *Progress in Oceanography*, **12**, 223-257.
- MITTELSTAEDT, E., 1991. "The ocean boundary along the northwest African coast: Circulation and oceanographic properties at the sea surface", *Progress in Oceanography*, **26**, 307-355.
- MOLINA R., 1976. "Consideraciones sobre la corriente de Canarias", II Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica, Comunicaciones, vol.3, 1567-1588.
- MOLINA R. & F. L. LAATZEN, 1986. "Hidrología en la región comprendida entre las Islas Canarias orientales, Marruecos y las Islas Madeira. Campaña 'Norcanarias I'. *Boletín del Instituto Español de Oceanografía*, **3**, 1-16.
- MOLINARI, R. L. & E. JOHNS, 1994. "Upper layer temperature structure of the western tropical Atlantic", *Journal of Geophysical Research*, **99**, 18225-18233.
- MOREL, A., 1980. "In-water and remote measurements of ocean color", *Bound-Layer Meteorology*, **18**, 177-201.

- MORRIS, M., D. ROEMMICH & B. CORNUELLE, 1995. "Observations of variability in the South Pacific Subtropical gyre", *Journal of Physical Oceanography*, **26**, 2359-2380.
- MÜLLER, T. J., J. XU, O. LLINAS & E. PÉREZ-MARTELL., 1990. "Hydrographic and current observations in the North-East Atlantic Ocean – Data Report F. S. POLARSTEN Cruise ANT IV/Ib, F. S. POSEIDON Cruise 124, B. O. TALIARTE Cruise XIV", September to December 1985. Ber. Inst. f. Meeres
- MÜLLER, T. J. & G. SIEDLER, 1992. "Multi-year current time series in the eastern North Atlantic Ocean", *Journal of Marine Research*, **50**, 63-98.
- NETER, J., W. WASSERMAN & M. H. KUNTER, 1985. "Applied linear statistical models", Second Edition, Irwin, Homewood, 1127 pp.
- NOVELLI, P. C., K.A. MASARE, P. P. TANS & P. M. LANG, 1994. "Recent changes in atmospheric carbon monoxide", *Science*, **263**, 1587-1590.
- NYKJAER, L. & L. V. CAMP, 1994. "Seasonal and interannual variability of coastal upwelling along northwest Africa and Portugal from 1981 to 1991", *Journal of Geophysical Research*, **99**, 14197-14207.
- OLBERS D. J., M. WENZEL & J. WILLEBRAND, 1985. "The inference of North Atlantic circulation patterns from climatological hydrographic data", *Rev. Geophysics*, **23**, 313-356.
- PACHECO M. M. & A. HERNÁNDEZ-GUERRA., 1999. "Seasonal variability of recurrent phytoplankton pigment patterns in the Canary Islands area", *International Journal of Remote Sensing*, **7**, 1405-1418.
- PAPULIS, A., 1965, "Probability, Random Variables and Stochastic Processes", (New York: McGraw-Hill).
- PARZEN, E., 1962. "Stochastic Processes", (San Francisco: Holden-Day).
- PICHEL, W. & B. A. BANKS, 1982. "Reliability of operational sea surface temperature derived from NOAA satellite infrared data. In: 'Interpreting Ocean In-situ Structures from Satellite and aircraft Infrared Derived Sea Surface Temperatures", Joint Oceanographic Assembly Workshop, Halifax Nova Scotia, August 9-12.
- PIERREHUMBERT, R. T., 1996. "Anomalous scaling of high cloud variability in the tropical Pacific", *Geophysics Research*, **23**, 1095-1098.

- PLAUT, G., M. GHIL & R. VAUTARD, 1995. "Interannual and interdecadal variability in 335 years of Central England Temperatures", *Science*, **268**, 710-713.
- PODESTÁ, G. P., O. B. BROWN & R. H. EVANS, 1991. "The annual cycle of satellite-derived sea surface temperature in the Southwestern Atlantic Ocean", *Journal of Climate*, **4**, 457-467.
- PRESS, W. H., S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING & B. B. FANNERY, 1992", Numerical Recipes in Fortran", Second Edition, University of Cambridge, 963 pp.
- PRABHAKARA, C., G. DALU & V. G. KUNDE, 1974. "Estimation of sea surface temperature from remote sensing in the 11 to 13  $\mu\text{m}$  window-region", *Journal of Geophysical Research*, **79**, 5039-5044.
- PROVOST, CH., O. GARCIA & V. GARÇON, 1992. "Analysis of satellite sea surface temperature time series in the Brazil-Malvinas Current Confluence Region: Dominance of the annual and semiannual periods", *Journal of Geophysical Research*, **97**, 17841-17858.
- ROY, C. & R. MENDELSSHN, 1995. "Comprehensive ocean data extraction: Useres guide"
- SANGRÁ, P., 1995. "Perturbación de un flujo geofísico por un obstáculo: Aplicación a la isla de Gran Canaria", Tesis Doctoral, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.
- SAUNDERS, R. W. & K. T. KRIEBEL, 1988. "An improved method for detecting clear sky and cloud radiances from AVHRR data", *International Journal of Remote Sensing*, **9**, 123-150.
- SCARGLE, J. D., 1982. "Studies in astronomical time series analysis in statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data", *The Astrophysical Journal*, **263**, 835-853.
- SCHMITT R., B. SCHREIBER & I. LEVIN, 1988. "Effects of long-range transport on atmospheric trace constituents at the Baseline Station Tenerife (Canary Islands)", *Journal of Atmospheric Chemistry*, **7**, 335-351.
- SCIREMAMMANO, F. Jr., 1979. "A suggestion for the presentation of correlations and their significance levels", *Journal of Physical Oceanography*, **9**, 1273-1276.

- SCHLUESSEL, P., H. Y. SHIN, W. J. EMERY & H. GRASSL, 1987. "Comparison of satellite-derived sea surface temperature with in situ skin measurements", *Journal of Geophysical Research*, **92**, 2859-2874.
- SELVAM, A. M. & R. R. JOSHI, 1995. "Universal spectrum for interannual variability in COADS global air and sea-surface temperatures", *International Journal of Climatologic*, **15**, 613-623.
- SIEDLER, G., W. ZENK & W.J. EMERY, 1985. "Strong current events related to a Subtropical Front in the Northeast Atlantic", *Journal of Physical Oceanography*, **15**, 885-897.
- SIEDLER, G. & M. FINKE, 1992. "Long-period changes in the Eastern North Atlantic and their simulation by propagating waves", *Journal of Geophysical Research*, **98**, 2393-2406.
- SIEDLER, G. & R. ONKEN, 1996. "Eastern Recirculation", *The warmwatersphere of the North Atlantic Ocean*, 339-363.
- SPALL, M. A., 1990. "Circulation in the Canary Basin: a model/data analysis", *Journal of Geophysical Research*, **95**, 9611-9628.
- SPETH, P. & H. DETLEFSEN, 1982. "Meteorological influences on upwelling off Northwest Africa, the Canary Current: studies of an upwelling system", *Rapports et Procès-Verbaux des Réunions, Conseil International pour l'Exploration de la Mer*, **180**.
- STEIN-ROSS, D. A., M. L. STEIN-ROSS & S. CLIFT, 1992. "Radiance calibrations for Advance Very High Resolution Radiometer infrared channels", *Journal of Geophysical Research*, **97**, 5551-5568.
- STOWE, L. L. & H. E. FLEMING, 1980. "The error in satellite retrieved temperature profiles due to the effects of atmospheric aerosol particles", *Remote Sensing of Environment*, **9**, 57-64.
- STRAMMA, L., 1984. "Geostrophic transport in the warm water sphere of the eastern subtropical North Atlantic", *Journal of Marine Research*, **42**, 537-558.
- STRAMMA, L., P. CORNILLON, R. A. WELLER, J. F. PRICE & M. G. BRISCOE, 1986. "Large diurnal sea surface temperature variability: satellite and in-situ measurements", *Journal of Physical Oceanography*, **16**, 827-837.
- STRAMMA, L. & G. SIEDLER, 1988. "Seasonal Changes in the North Atlantic subtropical gyre", *Journal of Geophysical Research*, **93**, 8111-8118.

- STRAMMA, L. & T. J. MÜLLER, 1989. "Some observations of the Azores Current and the North Ecuatorial Current", *Journal of Geophysical Research*, **94**, 3181-3186.
- STRONG, A. E. & E. P. McCLAIN, 1984. "Improved ocean surface temperatures from space. Comparison with drifting buoys", *Bulletin American Meteorological Society*, **65**, 138-142.
- SVEJKOVSKY, J., 1988. "Sea surface flow estimation from Advanced Very High Resolution Radiometer and Coastal Zone Scanner satellite imagery: A verification study", *Journal of Geophysical Research*, **93**, 6735-6743.
- TAKASHIMA T. & Y. TAKAYAMA, 1981. "Estimation of sea surface measurements from remote sensing in the 3.5  $\mu\text{m}$  window region", *Journal Meteorological Society of Japan*, **59**, 876-890.
- TEJERA, A., 1996. "Estudio de estructuras oceanográficas mesoescalares en la Cuenca de Canarias mediante los altímetros de los satélites Geosat, ERS-1 y Topex/Poseidon", Tesis Doctoral, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.
- VAN CAMP, L. & L. NYKJAER, 1988. "Remote sensing of the Northwest African upwellin area", JRC special publication no. I.88.24, Joint Research Centre, Ispra Establishment, Italy.
- VAN CAMP, L., L. NYKJAER, E. MITTELSTAEDT & P. SCHLITTENHARDT, 1991. "Upwelling and boundary circulation off Northwest Africa as epicted by infrared and visible satellite observations", *Progres in Oceanography*, **26**, 357-402.
- VAN LOON, H., K. LABITZKE & R. L. JENNE, 1972. "Half-yearly wave in the stratosphere", *Journal of Geophysical Research*, **77**, 3846-3855.
- VAN LOON, H. & J.C. ROGERS, 1983/a. "Interannual variations in the half-yearly cycle of pressure gradients and zonal wind at sea level on the Southern Hemisphere", *Tellus*, **36A**, 76-86.
- VAN LOON, H. & J.C. ROGERS, 1983/b. "The yearly wave in pressure and zonal geostrophic wind at sea level on the southern hemisphere and its interannual variability". *Tellus*, **36A**, 348-354.
- VIEHOFF, T., 1989. "Mesooscale variability of sea surface temperature in the North Atlantic", *International Journal of Remote Sensing*, **10**, 771-785.
- VOLZ, F. E., 1993. "Infrared optical constants of ammonium sulfate, sahara dust, volcanic pumice and flyash", *Applied Optics*, **12**, 564-568.

- WANG, D. P., 1997. "Effects of small-scale wind on coastal upwelling with applications to Point Conception", *Journal of Geophysical Research*, **102**, 15555-15566.
- WEINREB, M. P., G. HAMILTON, S. BROWN & R. J. KOCZOR, 1990. "Nonlinearty corrections in calibration of Advanced Very High Resolution Radiometer infrared channels", *Journal of Geophysical Research*, **95**, 7318-7388.
- WUNSCH, C., 1981. "Low frecuency variability of the sea. Evolution of physical Oceanography", cap 11. MIT press, Cambridge, Massachusetts.
- WYRTKI, K., 1965. "The annual and semiannual variation of sea surface temperature in the North Pacific Ocean", *Limnology and Oceanography*, **10**, 307-313.
- WOOSTER, W. S., A. BAKUN & D. R. McLAIN, 1976. "The seasonal upwellin cycle along the esatern boundary of the North Atlantic", *Journal of Marine Research*, **34**, 131-141.
- YANG, G. & Y. ZHANG, 1994. "The relationship between anomalus trough over East Asia and El Niño", *Quarterly Journal of the Royal Meteoorological Society*, **5**, 114-118.
- YOKOYAMA, R. & S. TANBA, 1988. "Estimation of sea surface temperature via AVHRR of NOAA-9 comparison with fixed buoy data", *International Journal of Remote Sensing*, **16**, 227-238.
- ZENK, W., B. KLEIN & M. SCHRÖEDER, 1991. "Cape Verde frontal zone", *Deep-Sea Research*, **38**, 5505-5530.

# Apéndice A

## Parámetros estadísticos y matemáticos.

### A.1 Variables estadísticas

En el análisis de series temporales es preciso conocer los comportamientos estadísticos de las diferentes magnitudes físicas a estudio.

#### Varianza

Entre las diferentes variables estadísticas existentes, tiene especial importancia la varianza. Si partimos de la interpretación de este concepto como una medida de la dispersión de los datos de la serie, determinamos el valor de este parámetro mediante la expresión:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (T_j - \bar{T})^2}{N-1} \quad (\text{A1})$$

La temperatura media en la expresión anterior se determina de forma convencional según la relación:

$$\bar{T} = \frac{\sum_{j=1}^N T_j}{N} \quad (\text{A.2})$$

### Test de Durbin-Watson

El test de Durbin-Watson es una herramienta de tipo estadístico desarrollada en el análisis de varianza que permite determinar la presencia de correlaciones entre los datos. La presencia de correlaciones viene a significar que los datos no son independientes entre sí, es decir, que no tienen el carácter de variable aleatoria, sino que cada valor depende de los anteriores. Su definición se realiza por medio del parámetro estadístico 'D' como:

$$D = \frac{\sum_{j=1}^N (s_j - s_{j-1})^2}{\sum_{j=1}^N s_j^2} \quad (\text{A.3})$$

donde  $s_j$  son los datos de las series. Pese a no existir un procedimiento exacto, el test de Durbin-Watson obtiene un límite inferior y otro superior para el estadístico D, que se emplea como criterio de decisión.

Los valores para los límites de validez del estadístico se encuentran en la literatura del análisis de varianza (Neter *et al.*, 1985). Estos límites están tabulados en función del número de datos de la serie. Para las series de este trabajo, el límite inferior y superior del test con una probabilidad del 99,99% de validez resultaron ser:

$$\begin{aligned} \text{Si } D < 1.5 & \text{ Existen correlaciones en las series} \\ \text{Si } D > 1.58 & \text{ No existen correlaciones en las series} \\ \text{Si } 1.5 \leq D \leq 1.58 & \text{ El test es inconcluso} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

### A.2 Polinomios de ajuste.

Para determinar la presencia de tendencias en cualquier tipo de series temporales se recurre a ajustes con polinomios de grado elevado

$$f(t) = a_1 + a_2 t + a_3 t^2 + \dots + a_n t^{n-1} \quad (\text{A.5})$$

El grado de estos polinomios se escoge en función del tipo de serie, pero por lo general está comprendido entre 6 y 10.

### A.3 Ajuste de mínimos cuadrados por regresión múltiple de tres coeficientes.

El ajuste de datos de series temporales a funciones armónicas a la frecuencia detectada por medio del análisis del periodograma (A.6) ha sido realizado por el método de mínimos cuadrados por regresión múltiple de tres coeficientes. Para ello se aplica la función de ajuste a cada serie, dejando como variables independientes los parámetros de los que depende la función de ajuste (amplitudes, valores medios y fases).

$$y_j = MEDIA + AMPLITUD \times \text{sen}(FRECUENCIA \times t_j + FASE) + R_j \quad (\text{A.6})$$

Para determinar el valor de estos parámetros, calculamos los residuos de las series como diferencia entre el valor real de temperatura menos el valor estimado por la función de ajuste, expresión (A.7).

$$R_j = \left\{ y_j - \left\{ MEDIA + AMPLITUD \times \text{sen}(FRECUENCIA \times t_j + FASE) \right\} \right\} \quad (\text{A.7})$$

Calculamos la suma total de residuos al cuadrado  $R_j^2$  para la frecuencia correspondiente a la periodicidad de la serie.

$$\sum_{j=1}^{N_0} R_j^2 \quad (\text{A.8})$$

Derivamos la suma de residuos al cuadrado de la serie (A.8) respecto a los parámetros del ajuste (expresiones A.9, A.10 y A.11).

$$\frac{d}{dT_{\text{media}}} \left[ \sum_{j=1}^{N_0} R_j^2 \right] = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{d}{dA} \left[ \sum_{j=1}^{N_0} R_j^2 \right] = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{d}{d\phi_0} \left[ \sum_{j=1}^{N_0} R_j^2 \right] = 0 \quad (\text{A.11})$$

Obtenemos un sistema de ecuaciones extenso en el que las incógnitas son los parámetros del ajuste buscados. Se resuelve por regresión múltiple de tres coeficientes para todos los datos de cada serie. Este ajuste se puede realizar por técnicas de tipo estadístico como las inferencias bayesianas o inversión estocástica (Backus, 1988).

#### A.4 Coeficiente de determinación $r^2$

Este coeficiente se desarrolla dentro de una técnica alternativa al análisis de regresiones clásico, el análisis de varianza (Neter *et al.*, 1985). La idea básica de cualquier test estadístico consiste en dar una medida de la diferencia entre el valor real y la función de ajuste calculada para esos datos. El mayor o menor tamaño de esa diferencia incidirá en lo buena o mala que sea la función de ajuste.

El fundamento matemático de este método es la separación estadística en suma de cuadrados y grados de libertad, asociados con la respuesta de los datos empleados. Para un conjunto de datos respuesta de algún fenómeno de cualquier naturaleza:

$$y_j \text{ con } j = 1, \dots, N \quad (\text{A.12})$$

se puede hacer un primer ajuste de esos datos al valor medio del conjunto. La variación de esos datos se puede medir entonces como diferencia entre el valor real menos la media. La suma de todas estas variaciones al cuadrado proporciona una medida de la variación total de toda la serie:

$$\text{SCVM} = \sum_{j=1}^N (y_j - y_{\text{media}})^2 \quad (\text{A.13})$$

Si el término SCVM es nulo, implica que todos los datos son iguales, mientras que los valores grandes dan una medida de lo que se alejan de la media. A continuación ajustamos los datos a una función adecuada a su naturaleza. Las variaciones respecto a la función de ajuste las podemos representar como la diferencia entre el valor real y el valor calculado por la función de ajuste. La suma de cuadrados de todas las variaciones ofrece de nuevo una medida de la variación total de la serie respecto a la función de ajuste:

$$\text{SCVA} = \sum_{j=1}^N (y_j - \hat{y}_j)^2 \quad (\text{A.14})$$

Este valor que representa una suma de cuadrados de residuos, ya es indicativa por sí mismo de la validez de ajuste. Se puede definir una nueva suma como diferencia entre la función de ajuste y la media de los datos:

$$\text{SCVAM} = \sum_{j=1}^N (\hat{y}_j - y_{\text{media}})^2 \quad (\text{A.15})$$

Con este término la variación inicial respecto al valor medio se puede expresar como suma de dos desviaciones:

$$y - y_{\text{media}} = (\hat{y}_j - y_{\text{media}}) + (y_j - \hat{y}_j) \quad (\text{A.16})$$

con lo que la variación A.13 se puede expresar como suma de las variaciones A.14 y A.15. El término cruzado que se obtiene al elevar al cuadrado la expresión A.16 se demuestra, de forma fácil, que es nulo:

$$SCVM = SCVA + SCVAM \quad (A.17)$$

El coeficiente de determinación  $r^2$  se define a partir de las variaciones anteriores como:

$$r^2 = \frac{SCVM - SCVA}{SCVM} = \frac{SCVAM}{SCVM} = 1 - \frac{SCVA}{SCVM} \quad (A.18)$$

Como  $0 \leq SCVA \leq SCVM$  entonces:

$$0 \leq r^2 \leq 1 \quad (A.19)$$

Se pueden presentar dos casos extremos que ponen de manifiesto los límites de variación del coeficiente: 1) SCVA nulo, indica que todos los datos de la serie coinciden con los generados por la función de ajuste, lo que produce un coeficiente de determinación  $r^2=1$ . 2) SCVA=SCVM indica que no existe relación entre los datos de la serie y el ajuste para la variable independiente utilizada, por tanto  $r^2=0$ .

## A.5 Determinación de autocorrelaciones

Para cuantificar los efectos de las autocorrelaciones en cualquier tipo de serie temporal, deben calcularse los ajustes usando intervalos temporales, para los que las series temporales pueden asumirse como independientes. El cálculo de los intervalos se realiza determinando el parámetro 'A', que representa el intervalo temporal para el que la función de autocorrelación se invierte de signo (Podesta *et al.*, 1991)

La función de autocorrelación se modeló por medio de la expresión  $\exp[-(t/A)^2]$ , donde t es el tiempo en días. La escala integrada de tiempo se define como la integral entre  $+\infty$  y  $-\infty$  de la función de autocorrelación. En la práctica, esta integral se aproxima por  $2A\pi^{0.5}$ . Este método es menos afectado por ruido que otros basados en la integración directa (Sciremammano, 1979 y Chelton, 1983).

# Apéndice B

## Determinación de rotacionales de la tensión del viento

### B.1 Cálculo de la tensión del viento

El cálculo de la tensión del viento a partir de los datos de este se realiza por medio de la expresión:

$$\vec{\tau} = \rho_a C_d |\vec{v}| \vec{v} \quad (\text{B.1})$$

Donde  $\rho_a$  es la densidad del aire (asumida como constante de valor  $1\text{Kg/m}^3$ ).

$\vec{v}$  representa el vector velocidad y su módulo.

$C_d$  es el coeficiente empírico de arrastre cuyos valores fueron determinados por Large y Pond (1981):

$$C_d = \left\{ \begin{array}{ll} 1.14 \times 10^{-3} & \text{si } |\vec{v}| \leq 10 \text{ m/s} \\ (0.49 + 0.065|\vec{v}|) \times 10^{-3} & \text{si } |\vec{v}| > 10 \text{ m/s} \end{array} \right\} \quad (\text{B.2})$$

### B.2 Definición de rotacional.

La definición matemática del rotacional de un campo vectorial (expresión B.3), viene dada por el determinante de la expresión B.4:

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k} \quad (\text{B.3})$$

$$\text{rot } \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Si se desarrolla el determinante se obtiene el vector rotacional del campo vectorial (expresión B.5)

$$\text{rot } \vec{A} = \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \vec{k} \quad (\text{B.5})$$

En este trabajo necesitamos conocer la componente z del rotacional (B.6), que en el caso de la tensión del viento se convierte en la expresión B.7

$$\text{rot } A_z = \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \quad (\text{B.6})$$

$$\text{rot } \tau_z = \left( \frac{\partial \tau_v}{\partial x} - \frac{\partial \tau_u}{\partial y} \right) \quad (\text{B.7})$$

Donde  $\tau_u$  y  $\tau_v$  son las componentes de la tensión del viento cuyos valores se conocen numéricamente por medio de la expresión B.1.

### B.3 Cálculo de derivadas de funciones numéricas por extrapolación al límite.

El método de extrapolación al límite para el cálculo de las derivadas direccionales de funciones numéricas se desarrolla para la aproximación a la primera derivada de una función continua y suave en el punto 'a'.

$$D(f) = f'(a) \quad (\text{B.8})$$

$$D_h(f) = \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h} \tag{B.9}$$

La expresión B.8 corresponde al valor verdadero de la derivada y la B.9 la aproximación a la derivada en función de 'h'. Cumple la condición matemática:

$$D(f) = D_h(f) - \frac{1}{6}h^2 f'''(\xi) \tag{B.10}$$

Para algún  $\xi$  con  $|\xi - a| < |h|$ . Ya que  $\xi(h) \rightarrow a$ , cuando  $h \rightarrow 0$  y  $f'''(x)$  es continua, con lo que  $f'''(\xi) \rightarrow f'''(a)$  cuando  $h \rightarrow 0$ . De modo que:

$$\frac{|f'''(\xi) - f'''(a)|h^2}{6} \tag{B.11}$$

Tiende a cero más rápidamente que  $h^2$ . Con ello la expresión B.10 se transforma en:

$$D(f) = D_h(f) - C_1 h^2 + o(h^2) \tag{B.12}$$

Donde la constante  $C_1 = -f'''(a)/6$  no depende de h. Si sustituimos  $2h$  por  $h$  en la expresión B.12, se obtiene:

$$D(f) = D_{2h}(f) - 4C_1 h^2 + o(h^2) \tag{B.13}$$

Si restamos las expresiones B.12 y la B.13, resulta:

$$0 = D_h(f) - D_{2h}(f) - 3C_1 h^2 + o(h^2) \tag{B.14}$$

O sea:

$$C_1 h^2 = \frac{D_h(f) - D_{2h}(f)}{3} + o(h^2) \tag{B.15}$$

Esta última expresión expresa que, para h suficientemente pequeño, el número computable B.16 es un buen estimativo para la componente dominante del error  $C_1 h^2$  comúnmente desconocida.

$$\frac{D_h(f) - D_{2h}(f)}{3} \tag{B.16}$$

La clave de estas consideraciones en la aproximación al límite se encuentra en el término 'h' suficientemente pequeño. La expresión B.16 no debe aceptarse indiscriminadamente como un estimativo del error. Más bien debe protegerse contra graves errores por una revisión basada en el siguiente argumento: Si  $C_1 h^2$  es en realidad la componente dominante del error y  $o(h^2)$  es pequeño comparado con él, entonces, a partir de B.15 se tiene:

$$C_1 h^2 \approx \frac{D_h(f) - D_{2h}(f)}{3} \quad (\text{B.17})$$

De modo que también:

$$C_1 \left(\frac{h}{2}\right)^2 \approx \frac{D_{h/2}(f) - D_h(f)}{3} \quad (\text{B.18})$$

Por consiguiente:

$$R_h = \frac{D_h(f) - D_{2h}(f)}{D_{h/2}(f) - D_h(f)} \approx \frac{C_1 h^2}{C_1 (h^2/2^2)} = 4 \quad (\text{B.19})$$

Una vez que uno crea que B.16 es un buen estimativo para el error en la expresión de  $D_h(f)$ , y asegurado por verificación que  $R_h \approx 4$ , entonces se puede esperar que:

$$D_h^1(f) = D_h(f) + \frac{D_h(f) - D_{2h}(f)}{3} \quad (\text{B.20})$$

Es una aproximación mucho mejor a  $D(f)$  que  $D_h(f)$ . El término de error es ahora:

$$E_h(f) = -\frac{1}{6} h^2 f'''(\xi) \quad (\text{B.21})$$

Si se desarrollan  $f(a+h)$  y  $f(a-h)$  en función de series de Taylor y se consideran las derivadas de orden superior, se puede repetir el proceso obteniendo aproximaciones de orden superior. La segunda de estas aproximaciones se expresa como:

$$D(f) = D_h^1(f) + C_2 h^4 + o(h^4) \quad \text{con } C_2 = f^{(4)}(a)/30 \quad (\text{B.22})$$

$$D_h^1(f) = \frac{4D_h(f) - D_{2h}(f)}{3} \tag{B.23}$$

Una aproximación mejor se obtiene haciendo  $h=2h$ , con ello:

$$D(f) = D_{2h}^1(f) + 16C_2h^4 + 0(h^4) \tag{B.24}$$

$$D_h^2(f) = D_h^1(f) + \frac{D_h^1(f) - D_{2h}^1(f)}{15} \tag{B.25}$$

Permite obtener una aproximación de orden superior:

$$D(f) = D_h^2(f) + o(h^4) \tag{B.26}$$

$$R_h^1 = \frac{D_h^1(f) - D_{2h}^1(f)}{D_{h/2}^1 - D_h^1(f)} \approx 16 \tag{B.27}$$

Este proceso de obtener una aproximación de orden superior a partir de aproximaciones de orden inferior se denomina extrapolación al límite o de rejilla de tamaño nulo. Un ejemplo simple de aplicación se desarrolla en las tablas B.1, B.2 y B.3 para la función  $f=\text{sen}(x)$  en el punto  $a=1$ . El valor de la derivada en ese punto es  $f'(a)=\text{cos}(1)=0.540302$ . Los resultados óptimos del proceso de extrapolación al límite para la derivada se muestran en negrita.

H	$D_h(f)$	$E_h(f) = D(f) - D_h(f)$	$E_r = E_h(f) * 100 / D(f)$
6.4	0.009839	0.530463	<b>98%</b>
3.2	-0.009856	0.550158	101%
1.6	0.337545	0.202757	37.5%
0.8	0.484486	0.055816	10.33%
0.4	0.526009	0.014293	2.64%
0.2	0.536707	0.003594	0.66%
0.1	0.539402	0.000900	0.17%

**Tabla B.1** – Parámetros de la interpolación al límite: ‘h’, primera aproximación, error y error relativo.

$C_1 h^2 = -f'''(a) * h^2 / 6$	$O(h) = E_h(f) - C_1 h^2$	$C_1 h^2 \approx (D_h - D_{2h}) / 3$	$R_h$
3.688464	-3.158001	-	-
0.922116	-3.371957	-0.065652	-0.57
0.230529	-0.027772	0.115800	2.37
0.057632	-0.001816	0.048980	3.54
0.014408	-0.000115	0.013841	3.88
0.003602	-0.000007	0.003566	<b>3.97</b>
0.000901	-0.0000005	0.000898	-

**Tabla B.2** – Parámetros de la interpolación al límite: términos de error, estimaciones intermedias y criterio de validez.

El análisis de este ejemplo permite comprobar la necesidad de elegir  $h$  muy pequeño para que el resultado de la derivada sea una buena aproximación al valor real. En este caso para  $h=0.2$  se obtienen las mejores aproximaciones a la derivada, el criterio de validez los señala como idóneos y en la tercera aproximación se obtiene el valor real. Otros ejemplos y simulaciones que se realizaron, tanto con funciones analíticas como numéricas de derivadas conocidas, se obtuvo como aproximación suficiente la de orden 2.

$D_h^1(f)$	$R_h^1$	$D_h^2(f)$
-	-	-
-0.075508	-	-
0.453345	6.1	0.488602
0.533466	12.5	0.538807
0.539850	15.1	0.54276
<b>0.540273</b>	<b>15.7</b>	0.540301
0.540300	-	<b>0.540302</b>

**Tabla B.3** – Aproximaciones superiores y criterio correspondiente.

## B.4 Interpolación por splines

Para obtener nuevos valores muy próximos a uno dado en funciones numéricas se recurre a la interpolación bidimensional por *splines* (Press *et al.*, 1992). Este método nos permite obtener valores muy próximos a los reales en cualquier dirección. En esencia este procedimiento de interpolación se basa en la interpolación numérica de Lagrange:

$$y_j = y(x_j), \quad \text{con } j = 1, \dots, N \quad (\text{B.28})$$

$$y = Ay_j + By_{j+1} \quad (\text{B.29})$$

Donde:

$$A = \frac{x_{j+1} - x}{x_{j+1} - x_j} \quad \text{y} \quad B = 1 - A = \frac{x - x_j}{x_{j+1} - x_j} \quad (\text{B.30})$$

La expresión B.29 representa la interpolación lineal que no es más que un caso particular de la interpolación de Lagrange. La interpolación por *splines* se basa en esta, considerando estimaciones de las derivadas de segundo orden de la función. La expresión clásica que permite su determinación viene dada por la expresión:

$$y = Ay_j + By_{j+1} + Cy_j'' + Dy_{j+1}'' \quad (\text{B.31})$$

Los coeficientes C y D se definen como:

$$C = \frac{1}{6} A^2 (x_{j+1} - x_j)^2 \quad \text{y} \quad D = \frac{1}{6} B^2 (x_{j+1} - x_j)^2 \quad (\text{B.32})$$

Con ello, ya podemos disponer de valores muy próximos a cualquiera de los puntos tabulares de la función numérica.