UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA DEPARTAMENTO DE FÍSICA



TESIS DOCTORAL

ANÁLISIS DE LAS ONDAS GRAVITATORIAS GENERADAS POR EL VIENTO EN AGUAS PROFUNDAS: METODOLOGÍA, CONSIDERACIONES TEÓRICAS Y EVIDENCIAS EXPERIMENTALES

GERMÁN RODRÍGUEZ RODRÍGUEZ

Las Palmas de Gran Canaria, 1995



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE G. C.

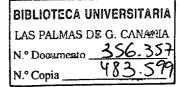
Departamento de Física

ANÁLISIS DE LAS ONDAS GRAVITATORIAS GENERADAS POR EL VIENTO EN AGUAS PROFUNDAS

Metodología, Consideraciones Teóricas y Evidencias Experimentales

Germán Rodríguez Rodríguez

1995



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE G. C.

Doctorado en Física

Departamento de Física Programa de Física y Geología Aplicadas

ANÁLISIS DE LAS ONDAS GRAVITATORIAS GENERADAS POR EL VIENTO EN AGUAS PROFUNDAS

Metodología, Consideraciones Teóricas y Evidencias Experimentales

El Director

El Doctorando

Fdo. Francisco Rubio Royo

Fdo. Germán Rodríguez Rodríguez

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Biblioteca Digital. 2003

A la memoria de mi padre,

A mi madre y mis hermanos,

A Carlitos.

Indice

A	grad	ecimie	ntos	ix		
\mathbf{R}	esun	nen		xi		
1	Introducción					
	1.1	Impor	tancia del estudio del oleaje	2		
	1.2	Objet	ivos de este trabajo	3		
	1.3	Aspec	tos generales sobre el oleaje	5		
		1.3.1	Descripción y análisis del oleaje: Evolución y estado actual	6		
		1.3.2	Caracterización Matemática del Oleaje	9		
2	Descripción Estocástica del Oleaje					
	2.1	El ole	aje como proceso estocástico	20		
	2.2	Mode	los de oleaje	24		
		2.2.1	Modelo lineal de oleaje	25		
		2.2.2	Modelo no lineal de oleaje	29		
3	Me	didas I	Experimentales, Simulación y Análisis de Datos	33		
	3.1	Medid	las experimentales	35		
		3.1.1	Características de la boya Waverider	36		
		3.1.2	Ubicación de los puntos de medida	41		
	3.2	Simula	ación de registros de oleaje	47		

		3.2.1	Métodos de Simulación Lineal		48
		3.2.2	Simulación No-lineal		55
	3.3	Métod	los de Análisis		58
		3.3.1	Preprocesamiento de los datos		59
		3.3.2	Análisis en el dominio temporal		64
		3.3.3	Análisis en el dominio frecuencial	•	65
4	Aná	álisis d	e las Hipótesis Básicas	,	73
	4.1	Estaci	onariedad		74
		4.1.1	Test de las Rachas	•	77
		4.1.2	Test de las Disposiciones Inversas		79
		4.1.3	Estacionariedad de la estructura frecuencial	. :	80
		4.1.4	Comprobación y validación experimentales	. :	83
	4.2	Unifor	midad de las Fases	. !	95
		4.2.1	Aleatoriedad del espectro de fases	. !	97
		4.2.2	Distribución probabilística de las fases	. !	99
		4.2.3	Comprobación y validación experimentales	. 1	00
	4.3	Lineal	idad'	. 1	05
		4.3.1	Parámetros de no linealidad	. 1	06
		4.3.2	Relación sesgo-pendiente significativa	. 1	11
		4.3.3	Distribución probabilística de $\eta(t)$. 1	17
		4.3.4	Comprobación y validación experimentales	. 1	19
•	4.4	Anchu	ra de Banda Espectral	. 1	26
		4.4.1	Parámetros de anchura de banda espectral	. 1	27
		4.4.2	Comprobación y validación experimentales	. 1	36
5	Est	adístic	a de olas individuales: Parámetros relevantes	1:	39
	5.1	Distril	bución de alturas de ola	. 1	44
		511	Efectos de la anchura de handa espectral	1.	47

		5.1.2	Comprobación y validación experimentales	150				
		5.1.3	Efectos de las no-linealidades	152				
		5.1.4	Comprobación y validación experimentales	152				
	5.2	Distri	buciones conjuntas de H y T	155				
		5.2.1	Distribuciones teóricas	157				
		5.2.2	Comprobación y validación experimentales	162				
		5.2.3	Efectos de la anchura de banda espectral	166				
6	Propiedades espectrales del oleaje 169							
	6.1	Análisis del rango de saturación						
	6.2	Comp	robación y validación experimentales	176				
	6.3	Model	Modelos espectrales de oleaje					
		6.3.1	Rango de validez de algunos modelos espectrales 1	90				
		6.3.2	Comprobación y validación experimentales	192				
7	Cor	clusio	nes y lineas de desarrollo futuro 2	11				
	7.1	Princi	pales conclusiones y aportaciones	212				
	7.2	Lineas	s de desarrollo futuro	216				
$\mathbf{R}_{\mathbf{c}}$	efere	ncias	$oldsymbol{2}$	18				

Lista de Figuras

1.1	Sistema de referencia para las ecuaciones del movimiento	10
3.1	Boya Waverider de Datawell	37
3.2	Sistema estándar de anclaje de una boya Waverider	38
3.3	Funciones de transferencia de la boya Waverider:(a)Amplitud,	
	(b) Fase	40
3.4	(f):Localización de la Boya Estación Antártida	46
3.5	Organigrama para el preprocesamiento de las series temporales .	71
3.6	Organigrama del procedimiento de análisis de las series temporales	72
4.1	Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones	
	inversas para $\bar{\eta}$, σ^2 y λ_3 , en los registros de la boya (LM)	84
4.2	Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones	
	inversas para $\bar{\eta}$, σ^2 y λ_3 , en los registros de la boya (AN)	85
4.3	Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones	
	inversas para $\bar{\eta}$, σ^2 y λ_3 , en los registros de la boya (CB)	86
4.4	Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones	
	inversas para $\bar{\eta}$, σ^2 y λ_3 , en los registros de la boya (ST)	87
4.5	Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones	
	inversas para $\bar{\eta}$, σ^2 y λ_3 , en los registros de la boya (LC)	88
4.6	Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones	
	inversas para $\bar{\eta}$, $\sigma^2 y \lambda_3$, en los registros de la boya (GE)	89

	4.7	Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones
		inversas para $\bar{\eta}$, σ^2 y λ_3 , en los registros de la boya (LP) 90
	4.8	Espectros parciales de registros en los que: (A) se acepta; (B)
		se rechaza, la equivalencia espectral
•	4.9	Espectro de fases de un registro de oleaje: (a) sin
		desempaquetar, (b) desempaquetado
	4.10	Ajuste de la distribución de fases a las distribuciones: (a)
•		Uniforme, (b) Taufun y Lo
	4.11	Registros con distribución de fases uniforme
	4.12	Registros con distribución de fases no uniforme
	4.13	Segmento de un registro de oleaje lineal y otro no lineal simulados.106
	4.14	Efecto de la frecuencia de corte y el orden del modelo sobre la
		estabilidad de los parámetros no lineales
	4.15	Variación del sesgo en función de la pendiente significativa
		(Huang & Long, 1980)
	4.16	Relación entre la pendiente significativa y el sesgo
·	4.17	Distribución estadística de los desplazamientos verticales 122
	4.18	Distribución estadística de las fases y de $\eta(t)$
	4.19	Biespectro de un registro gaussiano, con fases uniformemente
		distribuidas
	4.20	Espectro y Biespectro de un registro no gaussiano
	4.21	Variabilidad estadística de los parámetros de anchura de banda
		espectral
•	4.22	Comparación de dos espectros con diferente ancho de banda 132
		Definición de parámetros de la función de autocorrelación 133
		Relaciones $\rho(\hat{T}/2) - \nu$ (a), $\rho(\hat{T}/2) - \kappa$ (b)
	4.25	Evolución temporal de $S(f)$ y $R(\tau)$, boya Las Palmas 1987 135
	4.26	Valores observados de la anchura de banda espectral

5.1	Parámetros característicos fundamentales de olas individuales . 143
5.2	Distribuciones de H para registros reales con diferente ancho de
	banda
5.3	Distribuciones de H para registros simulados con diferente ancho
	de banda
5.4	Distribuciones de H para registros con diferente grado de no
	linealidad
5.5	Distribución conjunta de H,T, y modelos C (b), L-H (c), L-R
	(d), para $\nu = 0.60$
5.6	Variación de la distribución conjunta de H y T en función de ν 168
6.1	Espectros de oleaje del Lago Michigan y la Bahía de Chesapeake 177
6.2	Espectros de oleaje de Las Palmas y Statiford
6.3	Espectros del LM normalizados proporcionalmente a $n = 5(a)$ y
	$n=4(b)\ldots 180$
6.4	Representación logarítmica de los espectros LM
6.5	Espectros CB normalizados proporcionalmente a $n = 5(a)$ y
	$n=4(b)\ldots 183$
6.6	Rango de saturación de los espectros CB en escala logarítmica . 184
6.7	Parámetros de los modelos espectrales PM y J
3.8	Indicación cualitativa de la variabilidad espectral (Torsethaugen
	et al. 1984)
5.9	Rango JONSWAP en función de H_{m0} y T_p (Torsethaugen et al.
	1984)
5.10	Comparación de espectros de oleaje calculados vía B-T, FFT y
	<i>MEM</i>
5.11	Ejemplo de ajuste incorrectamente aceptado como válido según
	DI

ď
a
7
₹
£
m
-
•
õ
Ł
Ξ
ш
-
a
Ť
-
τ
ď
÷
v
2
۷

6.12	Comparacio	ón del ajv	ste al mo	delo J par	a espectros f	uera (a) y	1
	dentro (b)	$del\ rango$	JONSWA	$P \dots$. 207
6.13	Ajuste no l	ineal de le	os modelos	J y O-H	a un espectro	o bimodal	. 208

Lista de Tablas

3.1	Registros de oleaje analizados	43
4.1	Porcentaje de registros en los que se rechaza la estacionariedad	
	en la media, la varianza y el sesgo	91
4.2	Porcentaje de registros en los que se rechaza la estacionariedad	
	en la función de autocorrelación	95
6.1	Valores medios de DI obtenidos en el ajuste del modelo W 2	204
6.2	$Valores\ medios\ de\ DI\ obtenidos\ en\ el\ ajuste\ del\ modelo\ J\ \dots\ 2$	205
6.3	Valores medios de DI obtenidos en el ajuste del modelo O-H 2	207

Agradecimientos

Esta Tesis Doctoral es el fruto de varios años de trabajo, durante los cuales he recibido el apoyo de numerosas personas e instituciones. Por ello, deseo expresar mi gratitud:

A mis padres por su enorme esfuerzo e interés en ofrecerme una formación que ellos no pudieron tener. A ellos y a mis hermanos, por su ayuda y estímulo constantes.

A mi compañero y Director de esta Tesis Doctoral Dr. Francisco Rubio Royo, sin cuyo estímulo y colaboración este trabajo se hubiese prolongado indefinidamente.

A él, a Esther Pérez y a Luís Tejedor les estaré siempre agradecidos por la mano amiga que me tendieron en un momento muy difícil de mi vida.

A los miembros del Departamento de Matemática Estadística de la Universidad de Lund (Suecia), especialmente a los Profesores G. Lindgren e I. Rychlik.

A los miembros del Departamento de Ingeniería de Estructuras de la Universidad Técnica de Trondheim (Noruega), en particular al Profesor A. Næss.

A los miembros del Departamento de Ingeniería Oceanográfica de la Univesidad Estatal de Oregón (EEUU), especialmente al Profesor R. Hudspeth, cuyo gesto jamás olvidaré.

A la Fundación Universitaria de Las Palmas, por la concesión de una ayuda que me permitió la estancia en el centro anterior.

Al Profesor C. Guedes Soares del Departamento de Ingeniería Naval y Marítima de la Universidad Técnica de Lisboa (Portugal), y al Profesor M. Mendes de Carvalho del Laboratorio Nacional de Ingeniería Civil (Lisboa).

A los miembros del Departamento de Ingeniería Oceanográfica de la Universidad de Cantabria, en particular a los Profesores M. A. Corniero y M. A. Losada.

Al Centro de Estudios de Puertos y Costas, al Programa de Clima Marítimo, al Programa Español Antártida, al Dr. P. Liu (NOAA) y al Dr. S. Haver (STATOIL), por poner a mi disposición los datos analizados en este trabajo.

A mis compañeros y profesores Dr. L. Tejedor y Dr. M. Alejo, con quienes me inicié en el estudio del Oleaje.

A mis compañeros del Departamento de Física de la ULPGC que, de un modo u otro, han colaborado en este trabajo. En particular, a mi amigo Alberto del Campo que me ayudó a resolver muchos problemas con los "bits", a Jorge Pop cuya colaboración ha sido fundamental para la presentación de este trabajo, a mis amigos Pablo Sangrá, José Luís Trenzado y José Antonio M. Trujillo, por haber cubierto mis tareas docentes durante algunas de mis estancias en el extranjero, o para que pudiese concluir este trabajo.

A Mercedes por su apoyo y estímulo, pero sobre todo por su ayuda durante esta etapa final.

A todos aquellos que me estiman, ellos y yo sabemos quienes son.

Resumen

En el presente trabajo se analizan las ondas gravitatorias generadas por el viento en aguas profundas con objeto de desarrollar una metodología para su análisis, comprobar con datos experimentales la validez de las hipótesis admitidas en los modelos teóricos y los aspectos más importantes relacionados con la caracterización estocástica del oleaje en aguas profundas.

Estos objetivos se desarrollan a lo largo de los primeros seis capítulos de que consta esta memoria.

En el capítulo 1 se resalta el interés de los estudios del oleaje, tanto desde un punto de vista puramente científico, como desde una perspectiva práctica. Además, se describen los principales objetivos de este trabajo y se presenta una breve revisión de la evolución y el estado actual del conocimiento sobre los fenómenos físicos subyacentes en la generación, la propagación y la disipación del oleaje, incluyendo los fundamentos básicos empleados para caracterizar el oleaje, desde un punto de vista determinista, en el contexto de la Mecánica de los Fluidos Geofísicos.

En el capítulo 2 se discuten los modelos propuestos para caracterizar el oleaje como un proceso estocástico, así como las principales hipótesis en las que se sustentan dichos modelos.

En el capítulo 3 se describen las características de los datos experimentales utilizados en este estudio. Datos medidos en situaciones experimentales tan diferentes como los Grandes Lagos americanos (Lago Michigan), bahías (Bahía

de Chesapeake), mares semicerrados (Mediterraneo), zonas polares (Antártida) y en puntos de diferente latitud del Atlantico Norte. Tambien se presentan las técnicas de simulación empleadas como apoyo para el análisis de los diferentes aspectos del oleaje tratados a lo largo del trabajo, destacando las ventajas e inconvenientes de cada una de ellas. Por otra parte, se describe brevemente el procedimiento empleado para el análisis de series temporales de oleaje en los dominios temporal y frecuencial, haciendo hincapié en la metodología propuesta para realizar el preprocesamiento de los datos experimentales. Además, se apuntan algunas consideraciones sobre el uso de los datos experimentales registrados mediante boyas acalerométricas del tipo Waverider. Este capítulo se introduce en este momento del desarrollo de la memoria, por cuanto los datos que en el se presentan se utilizan para la validación de las hipótesis y modelos teóricos que se abordan en los tres capítulos siguientes.

En el capítulo 4 se realiza un análisis detallado de la validez relativa de las hipótesis básicas admitidas en los modelos teóricos de oleaje, en diferentes condiciones climatológicas y geográficas, haciendo uso de los registros experimentales descritos en el capílo 3. Para ello se emplean algunas metodologías innovadoras, como la propuesta para el análisis de la estacionariedad de la estructura frecuencial del oleaje, o poco usuales, como el desempaquetamiento del espectro de fases y el análisis biespectral. Además, se analizan la estabilidad y eficacia de varios parámetros definidos para cuantificar el grado de no linealidad y la anchura de banda espectral del oleaje.

En el capítulo 5 se examina la validez relativa de diferentes modelos teóricos propuestos para caracterizar la distribución probabilística de algunos parámetros característicos del oleaje de interés práctico, como son la altura y el periodo de ola. Para ello, se contrastan dichos modelos con las distribuciones empíricas obtenidas a partir de registros experimentales y simulados de oleaje,

justificando los resultados observados en términos de la consistencia de las hipótesis en las que se fundamenta el modelo lineal de oleaje, a partir del cual se deducen todos los modelos probabilísticos de alturas y periodos del oleaje existentes en la actualidad.

En el capítulo 6 se estudia la generalidad de algunos aspectos relacionados con la estructura energética del oleaje de aguas profundas en el dominio de las frecuencias. Por una parte, se examina la estructura del espectro del oleaje en el rango de altas frecuencias, en función del equilibrio energético establecido entre la transferencia de momento lineal desde la atmósfera hacia el oleaje, la disipación de energía por mecanismos de rotura y la transferencia no lineal de energía entre diferentes componentes frecuenciales del oleaje. Por otro lado, se considera la utilidad y el rango de aplicabilidad de algunos modelos espectrales teóricos de oleaje, de uso común para caracterizar el contenido frecuencial del oleaje con fines prácticos, en función de la estructura, simple o mixta, de los campos de oleaje. Para ello, se propone un método de ajuste de modelos teóricos a funciones experimentales que se muestra eficaz para realizar ajustes adecuados con espectros unimodales y bimodales.

Por último, en el capítulo 7 se detallan las conclusiones obtenidas a partir del estudio, y las posibles lineas de trabajo que pueden abordarse como continuación del que presentamos.

Capítulo 1

Introducción

Remember, when discoursing about water, to induce first experience, then reason.

Leonardo da Vinci

1.1 Importancia del estudio del oleaje

El estudio del oleaje es de gran interés, tanto teórico como práctico. Su importancia se extiende desde campos científicos, como la Hidrodinámica y la Oceanografía Física, hasta diferentes areas de la técnica, tales como la Ingeniería Ocenográfica y la Ingeniería Naval.

Los motivos de su importancia en estas areas del conocimiento son múltiples. Así, por ejemplo, podemos destacar el papel fundamental que desempeña el oleaje en los fenómenos de transferencia de materia y energía en la interfase atmósfera—océano, fundamentales para el estudio del clima y su cambio, y en los procesos de mezcla de las propiedades del agua en las capas superficiales del océano como consecuencia de los fenómenos de turbulencia.

Desde un punto de vista práctico, el oleaje es el agente principal en los procesos de erosión y acresión en el litoral, tanto directa como indirectamente, a través de las corrientes que puede generar al aproximarse a la costa. Por tanto, su conocimiento es imprescindible para la prevención de los daños que pueden ocasionar las tormentas en las zonas costeras. Además, la acción del oleaje es vital en la dispersión de contaminantes en el mar.

El oleaje representa el factor medioambiental de mayor importancia en la planificación, diseño y ejecución de cualquier tipo de obra marítima, en costa o en mar abierto. Por otra parte, juega un papel fundamental en el diseño de las embarcaciones destinadas al transporte marítimo, así como en la elección de las rutas a seguir por éstos y los periodos de operatividad.

Por último, es importante señalar el interés que en los últimos años ha despertado el oleaje como fuente potencial de energía renovable.

Según lo comentado anteriormente, resulta evidente que, además de su interés puramente científico, el estudio del oleaje posee un gran interés desde el punto de vista económico.

1.2 Objetivos de este trabajo

Los objetivos del presente estudio son los siguientes:

Objetivo General

Sistematizar una metodología para el estudio del oleaje, comprobando la validez de los modelos teóricos para explicar diferentes situaciones dinámicas del océano.

Objetivos Específicos

- 1. Analizar y discutir los modelos teóricos propuestos para caracterizar el oleaje:
 - Modelos lineales.
 - Modelos no lineales.
- 2. Estudiar la validez relativa de las hipótesis básicas postuladas para los modelos teóricos, en diferentes condiciones experimentales:
 - Estacionariedad del oleaje.
 - Independencia estadística de las fases de las componentes espectrales.
 - Grado de linealidad del oleaje.
 - Anchura de banda espectral.
- 3. Analizar el efecto de las posibles inconsistencias de las hipótesis anteriores sobre el comportamiento estadístico de los parámetros de mayor importancia práctica del oleaje (Altura y Periodo), y examinar

la utilidad de las distribuciones probabilísticas teóricas de úso más frecuente para caracterizar dicho comportamiento, contrastandolas con las obtenidas a partir de datos experimentales y simulados.

- Distribución estadística de las alturas de ola.
- Distribución conjunta de las alturas y los periodos del oleaje.
- 4. Examinar las características generales de la estructura energética del oleaje en el dominio de las frecuencias.
 - Equilibrio energético de las componentes espectrales del oleaje en el rango de saturación.
 - Utilidad y rango de aplicabilidad de los modelos espectrales teóricos de úso más común, en función de las características específicas de los campos de oleaje.
- 5. Consideraciones prácticas para la adquisición y tratamiento de las series temporales de oleaje, tanto de las registradas en el océano, como de las simuladas.
 - Características y limitaciones de la técnica experimental.
 - Preprocesamiento de los datos.
 - Análisis de los datos en los dominios temporal y frecuencial.
 - Uso de los datos para alcanzar los objetivos específicos 2, 3 y 4.

1.3 Aspectos generales sobre el oleaje

En el océano se presentan diversos tipos de movimientos ondulatorios asociados, cada uno de ellos, a diferentes fenómenos físicos. Una clasificación simple, pero útil, de estos movimientos ondulatorios puede obtenerse considerando el tipo de fuerza restauradora predominante en cada caso, entre las que podemos distinguir la tensión superficial, la fuerza gravitatoria y la fuerza de Coriolis. En el presente trabajo, nos limitamos al estudio de movimientos ondulatorios cuya escala temporal (1~30 s.) permite considerar despreciables los efectos de la tensión superficial y de la rotación terrestre. Es decir, consideraremos únicamente ondas en las cuales la fuerza restauradora predominante es la fuerza gravitatoria terrestre. Se excluyen, de este modo, fenómenos ondulatorios tales como: Tsunamis, Mareas, ondas de Rossby y ondas de Kelvin; cuyas características pueden encontrarse en textos como Hill (1962) y Leblond & Mysak (1978). Además, admitiremos que la estratificación vertical del océano es despreciable dentro de la profundidad de interés, eliminando, así, la posibilidad de existencia de ondas internas.

En definitiva, restringimos nuestro interés a las ondas gravitatorias de superficie, o de forma más concisa a las ondas de superficie.

Las ondas de superficie, generadas por el viento, reciben el nombre genérico de oleaje y pueden dividirse en dos clases principales: el oleaje de viento (Sea), generado por un viento local, y el oleaje de fondo (Swell), generado por tormentas lejanas al punto de observación. La zona del océano en la cual se genera el oleaje, mediante transferencia de momento lineal desde el viento, recibe el nombre de (Fetch)¹.

¹A lo largo de este trabajo tendremos que utilizar denominación inglesa para ciertos conceptos o construcciones, admitidos por la comunidad científica internacional, y para los cuales no existe equivalente en español, sancionado por la Real Academia de la Lengua.



1.3.1 Descripción y análisis del oleaje: Evolución y estado actual

Los mecanismos de generación, propagación y disipación del oleaje constituyen uno de los problemas más antiguos de la Hidrodinámica. Sin embargo, ninguno de estos temas se puede considerar satisfactoriamente resuelto en la actualidad. No obstante, en las cuatro últimas décadas se han realizado importantes aportaciones, en el campo de la matemática aplicada y de la física teórica y experimental aplicadas al oleaje, que han dado lugar a un sustancial avance en el conocimiento de los fenómenos involucrados en los mecanismos anteriormente citados. A continuación se presenta una breve revisión de los conocimientos alcanzados en el campo de la descripción y el análisis del oleaje. Una revisión mucho más extensa puede encontrarse en Komen, et al. (1994).

Los conocimientos sobre los mecanismos físicos que dan lugar a la generación, el crecimiento y la disipación del oleaje han tenido una evolución considerablemente lenta. Aunque su interés científico se remonta hasta la época de los filósofos griegos, quienes reconocieron la importancia del viento en la generación del oleaje, los primeros intentos de explicar físicamente el fenómeno de la generación del oleaje se deben a Kelvin (1871) y Helmholtz (1868), cuyos trabajos dieron lugar a la conocida teoría de inestabilidad mecánica de Kelvin-Helmholtz. Posteriomente se realizarón varios intentos infructuosos para explicar el modo en que el viento transfiere energía y momento lineal a la superficie del océano, generando y haciendo crecer el oleaje, entre los cuales cabe destacar los de Jeffreys (1924, 1925) y Eckart (1953). Alrededor de los años cincuenta (Barber & Ursell, 1948; Longuet-Higgins, 1950, 1952; St Dennis & Pierson, 1953) surge la idea de describir el oleaje en términos de promedios estadísticos y se introduce, como parámetro

más importante para analizar la rugosidad de la superficie del mar, el espectro de energía. Después de este cambio radical en la forma de estudiar el oleaje se publican prácticamente al unísono dos trabajos complementarios, Phillips (1957) y Miles (1957), que dan lugar a un avance transcendental en el conocimiento de los mecanismos de generación del oleaje. El denominado mecanismo conjunto de Phillips-Miles (Sobey, 1986) es, en la actualidad, el más aceptado. Sin embargo, el problema no está cerrado, diversos trabajos experimentales (Dobson, 1971; Elliot, 1972; Snyder et al., 1981; etc.) dan lugar a resultados contradictorios respecto a la validez de dicho mecanismo.

Varios trabajos publicados a principios de los años sesenta ponen de manifiesto que parte del crecimiento del oleaje puede ser explicado en función de una transferencia no lineal de energía entre ondas componentes. Phillips (1960) aplica una técnica de perturbaciones, para desarrollar las ecuaciones hidrodinámicas que rigen el comportamiento del oleaje, y demuestra que el desarrollo en perturbaciones debe extenderse hasta el tercer orden. Para este orden de aproximación, pueden tener lugar interacciones entre ciertas combinaciones de cuatro componentes que verifiquen la relación de dispersión, dando lugar a una transferencia de energía entre ellas.

Para que el mecanismo de interacción resonante pueda tener lugar se deben cumplir las denominadas <u>condiciones de resonancia</u>, definidas por las expresiones:

$$\begin{cases} \omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3 \pm \omega_4 = 0 \\ \vec{k}_1 \pm \vec{k}_2 \pm \vec{k}_3 \pm \vec{k}_4 = \vec{0} \end{cases}$$

donde ω_n y \vec{k}_n son la frecuencia y el número de onda, respectivamente, de cada una de las cuatro componentes que interactúan de modo resonante, satisfaciendo la relación de dispersión.

Hasselmann (1962, 1963) expresa analíticamente estas interacciones no

lineales admitiendo la hipótesis de Boltzmann, desarrollada en el campo de la Mecánica Estadística. En esta hipótesis se acepta la independencia estadística de partículas elementales interactuantes, llegando así a una expresión formal de las interacciones entre una cuadrupleta de componentes, mediante una modificación de las conocidas integrales de Boltzmann. Además, evalúa los efectos de estas interacciones, sobre todo el espectro de energía del oleaje. De este modo demuestra que las transferencias no lineales conservan la energía total del espectro y que, aunque son débiles y tienen lugar lentamente, su efecto neto es una redistribución de energía dentro del espectro. Se explica así el rápido crecimiento de las componentes de baja frecuencia, que no pueden captar energía directamente del viento. La importancia de las interacciones no lineales como factor controlador del crecimiento del oleaje fue contrastada experimentalmente mediante los resultados del importante proyecto internacional: "Joint North Sea Wave Project", JONSWAP (Hasselmann, et al., 1973).

Los avances comentados anteriormente han permitido la evolución de los métodos de previsión del oleaje, pasando de los procedimientos empíricos a los actuales modelos, cuyo fundamento básico es la denominada ecuación del balance energético (Gelci et al., 1956), que puede expresarse como:

$$\frac{\partial S(f,\theta;x,y,t)}{\partial t} + \vec{C}_g \cdot \nabla S(f,\theta;x,y,t) = \Psi(f,\theta;x,y,t)$$

donde $\Psi(f,\theta;x,y,t)$ es una función extremadamente compleja, conocida como función fuente, que cuantifica el efecto de los procesos locales de transferencia energética hacia, desde y dentro del campo de oleaje. Esta función suele expresarse como:

$$\Psi = \Psi_{in} + \Psi_{nl} + \Psi_{ds}$$

donde Ψ_{in} representa el aporte de energía desde el viento. Ψ_{nl} la transferencia de energía dentro del oleaje por interacciones no lineales onda-onda, mientras que el término Ψ_{ds} da cuenta del efecto de los procesos de disipación de energía en el oleaje.

Los fenómenos de disipación energética en el oleaje son los más desconocidos. Si bien se sabe que la mayor parte de la disipación tiene lugar mediante la rotura del oleaje, los mecanismos de rotura, su distribución espacio-temporal y la consiguiente generación de turbulencia. permanecen sin una explicación teórica, aunque en la última década se han realizado algunos avances, (Hasselmann. 1974; Komen et al., 1984; Longuet-Higgins, 1988). En el año 1990 se desarrollaron dos importantes proyectos: Surface Wave Processes Program (SWAPP) y Surface Wave Dynamics Experiment (SWADE), cuyo objetivo primordial es esclarecer los fenómenos físicos subyacentes en los mecanismos de disipación del oleaje (Weller. et al., 1991), sin que aún se conozcan sus resultados. Recientemente, Longuet-Higgins, (1994) ha intentado abordar el problema desde el punto de vista de la dinámica caótica, concluyendo que esta aportación no es más que un intento de abrir una posible vía de solución al problema, pero que el tema sigue estando totalmente abierto.

1.3.2 Caracterización Matemática del Oleaje

El estudio y la caracterización física del oleaje están basados en las leyes que gobiernan el movimiento de un fluido, que consideraremos referidas a un sistema de referencia no inercial con coordenadas cartesianas ortogonales (x,y,z). En dicho sistema de referencia, los ejes x e y están contenidos en el plano de equilibrio de la superficie libre, z=0. El eje x está orientado en la dirección de propagación del oleaje, el eje z es perpendicular a la superficie del mar, con origen en el nivel de equilibrio de dicha superficie y sentido positivo

hacia arriba. Además, admitiremos que la profundidad media de la columna de fluido, h, es mucho mayor que la longitud de onda. L. y que permanece constante, z = -h, es decir consideramos un fondo plano, tal como se ilustra en la figura 1.1, donde η representa el desplazamiento de la superficie libre respecto al nivel medio del mar (NMM), en un instante dado.

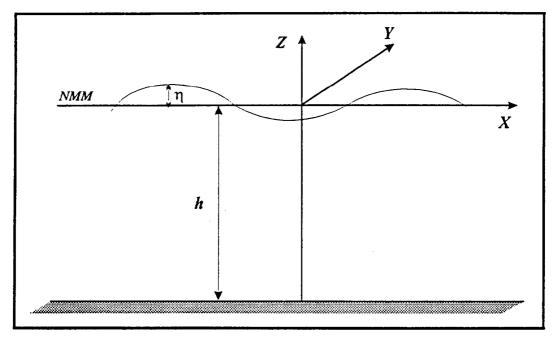


Figura 1.1: Sistema de referencia para las ecuaciones del movimiento.

Ecuaciones básicas

Las ecuaciones básicas para el estudio dinámico del oleaje son la ecuación de conservación del momento lineal y la ecuación de conservación de la masa.

La <u>condición de conservación del momento lineal</u> viene determinada por las denominadas ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} + 2\vec{\Omega} \times \vec{v} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{v}$$
 (1.1)

donde $\vec{v}(u,v,w)$ es el vector velocidad del fluido: $\vec{\Omega}$ representa la velocidad de rotación de la Tierra; \vec{g} es la aceleración gravitatoria aparente, donde se incluyen los efectos de la fuerza centrífuga sobre su valor real; p es la presión; ρ es la densidad del agua de mar; y ν la viscosidad de dicho fluido.

Las incógnitas en las ecuaciones de Navier-Stokes son la densidad, la presión y las tres componentes de la velocidad. Por tanto, la determinación de estas cinco variables requiere dos ecuaciones adicionales. La primera de ellas es la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \left(\rho \vec{v}\right) = 0 \tag{1.2}$$

que, como sabemos, es la expresión matemática de la conservación de la masa.

La segunda de las ecuaciones adicionales necesarias para resolver las cinco incógnitas es conocida como la <u>ecuación de estado del agua de mar</u>, y relaciona la densidad, la presión, la temperatura (T) y la salinidad (S) del agua de mar. Esta ecuación termodinámica tiene un origen empírico, basado en el análisis de muestras de agua de mar, y que se expresa formalmente como:

$$\rho = \rho\left(T, S, p\right)$$

Sin embargo, la dependencia de ρ con T y S requiere la adición de dos nuevas ecuaciones (ecuaciones de conservación de T y S). complicando notablemente el problema.

Aunque el agua de mar es ligeramente compresible, la experiencia ha demostrado que los efectos de la compresibilidad del agua de mar sobre el oleaje son despreciables, al igual que los efectos de los gradientes de densidad (Eckart, 1960). En consecuencia, podremos admitir la hipótesis de incompresibilidad y considerar la densidad como un parámetro constante, verificándose:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho = 0$$

de modo que la ecuación de continuidad se reduce a:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \tag{1.3}$$

De esta forma, para la obtención de u, v, w y p, serán suficientes las ecuaciones de Navier-Stokes y la ecuación de continuidad para un fluido incompresible.

Por otro lado, la magnitud del número de Reynolds es tan elevada para el oleaje (del orden de 10⁵) que, incluso considerando valores muy altos de los coeficientes de viscosidad turbulenta, los efectos de la fricción resultan despreciables (Phillips, 1959), pudiendose, por tanto, aceptar la condición de fluido no viscoso. De este modo, podemos eliminar los términos de fricción presentes en las ecuaciones de Navier-Stokes.

Otra simplificación importante en las ecuaciones del movimiento de un fluido, cuando se aplican al oleaje, es debida a que la frecuencia del oleaje es tres órdenes de magnitud superior a la de la rotación terrestre. de forma que el término de la aceleración de Coriolis puede despreciarse frente a las aceleraciones advectiva y convectiva del fluido (Backus, 1962).

Admitiendo la hipótesis de fluido no viscoso y eliminando el efecto de la rotación terrestre, la ecuación de conservación del momento lineal (1.1) para un fluido. sobre el que actúa la fuerza gravitatoria, por unidad de masa, $\vec{F}_g(0,0,-g)$, como única fuerza exterior significativa, se reduce a:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p \tag{1.4}$$

Sus proyecciones sobre los ejes que determinan el sistema de referencia reciben el nombre de <u>ecuaciones de Euler</u>. Estas conjuntamente con la ecuación de

continuidad, para un fluido incompresible. completan el sistema de ecuaciones que permite deducir el conjunto de variables a determinar.

Con las aproximaciones, que han sido justificadas, de actuar sólo la fuerza de la gravedad y las hipótesis de incompresibilidad y no viscosidad del fluido, se debe verificar el teorema de la circulación de Kelvin (Lamb, 1932), de forma que podremos aceptar como válida la suposición de flujo irrotacional. La suposición de flujo irrotacional asegura la existencia de una función potencial de velocidades, Φ , tal que:

$$\vec{v} = -\nabla\Phi \tag{1.5}$$

donde

$$\nabla \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \Phi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \Phi}{\partial z}\vec{k}$$

de modo que las componentes de la velocidad pueden expresarse como:

$$u = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}$$
 ; $v = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}$; $w = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}$ (1.6)

Así, la ecuación de continuidad para un fluido incompresible. (1.3), puede escribirse en función del potencial de velocidades como:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$
 (1.7)

Es decir. la función potencial de velocidades satisface la <u>ecuación de Laplace</u> en el interior del fluido; ecuación característica de la teoría de campos en la Física.

Introduciendo la condición de irrotacionalidad, las ecuaciones del momento (1.4) se transforman en:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho} + gz = F(t)$$
 (1.8)

donde F(t) es una función arbitraria del tiempo. Esta expresión no es más que la ecuación de Bernoulli expresada en función del potencial de velocidades, donde, por haber admitido que el flujo es irrotacional, el término F(t) es constante y la ecuación es válida para cualquier punto del fluido y no sólo para puntos de una misma linea de corriente.

En definitiva, las hipótesis admitidas nos ofrecen la posibilidad de obtener las tres componentes de la velocidad y la presión, a partir de las ecuaciones de Laplace y de Bernoulli. La resolución de la ecuación de Laplace, para obtener una expresión del potencial de velocidades, requiere establecer las condiciones de contorno adecuadas a la naturaleza y situación física del fenómeno en estudio.

Condiciones de contorno

Para obtener una expresión del potencial de velocidades, como solución de la ecuación de Laplace, sabemos que es necesario imponer un conjunto de condiciones de contorno, de modo que dicha solución tenga un significado físico de acuerdo con el fenómeno que se intenta analizar.

En el caso del oleaje, las condiciones de contorno son intuitivamente simples y pueden clasificarse en dos grupos: condiciones de contorno fijo (condiciones en el fondo) y condiciones de contorno libre (condiciones en la superficie).

Condicion de contorno en el fondo: En un contorno fijo, como el fondo del océano, la velocidad del fluido solo puede poseer componentes tangenciales, es decir, la componente normal debe ser nula. Esta condición puede expresarse analíticamente, para un fondo con topografía irregular, como:

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$$
 o bien $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$

donde \vec{n} es el vector unitario normal al contorno fijo. En el caso particular de un fondo horizontal la condición de contorno en el fondo se reduce a:

$$\left| w \right|_{z=-h} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=-h} = 0$$
 (1.9)

Condiciones de contorno en superficie:

A) Cinemática: Si admitimos que la superficie libre del mar viene expresada por la ecuación

$$z = \eta(x, y, t) \tag{1.10}$$

la variación de z en función del tiempo vendrá dada por:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

y teniendo en cuenta que:

$$\left. \frac{dz}{dt} = w \right|_{z=n} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=n}$$

el desplazamiento de la superficie se podrá escribir como:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right|_{z=\eta} = -\frac{\partial \eta}{\partial t} + \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right|_{z=\eta}$$
(1.11)

Expresión que recibe el nombre de condición cinemática de superficie y que relaciona la componente vertical de la velocidad de las partículas de fluido

en la superficie libre con la posición de dicha superficie. Físicamente, esta condición significa que una partícula de fluido que se encuentra en la superficie permanecerá en ella, de modo que la velocidad vertical de la partícula debe coincidir con la rapidez con la que la superficie libre cambia de posición.

B) Dinámica: La presión a ambos lados de la interfase atmósferaocéano debe diferir únicamente en el factor debido a la tensión superficial.
Sin embargo, al haber considerado despreciables los efectos de la tensión superficial, podremos imponer la condición de que la presión a ambos lados de dicha interfase sea igual. Es decir, $p_w = p_a$, donde p_w y p_a representan la presión del fluido en la superficie libre y la presión atmosférica, respectivamente.

Dado que la presión en el fluido debe satisfacer la ecuación de Bernoulli, podremos utilizar la ecuación (1.8) para expresar la condición dinámica de la superficie. Así, incluyendo el término F(t) en Φ , considerando que la presión atmosférica es despreciable y aplicando dicha ecuación en la superficie libre, obtenemos la siguiente expresión para la condición de contorno dinámica en la superficie libre:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{z=\eta} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] \right|_{z=\eta} + g\eta = 0$$
 (1.12)

Estas tres condiciones de contorno, (1.9),(1.11) y (1.12), y la ecuación de Laplace nos permiten obtener, de manera unívoca, una expresión del potencial de velocidades y de la presión. No obstante, aunque la ecuación de Laplace es lineal, el procedimiento no es simple, debido a que las condiciones de contorno en la superficie son no lineales. Sin embargo, no es éste el mayor problema a la hora de resolver el sistema de ecuaciones planteado. Nótese que las condiciones

de contorno (1.11) y (1.12) deben ser evaluadas en la superficie libre del mar, $z = \eta$, la cual es desconocida a priori y además, como veremos en la próxima sección, presenta un comportamiento aleatorio.

Se plantea, por tanto, un problema de valores de contorno, cuya resolución puede abordarse utilizando una técnica de perturbaciones (Stokes. 1847, 1880). Recordemos que dicha técnica, consiste en desarrollar las condiciones de contorno en la superficie mediante las siguientes expresiones del potencial de velocidades y de la superficie libre:

$$\Phi = \epsilon \Phi_1 + \epsilon^2 \Phi_2 + \epsilon^3 \Phi_3 + \cdots$$

$$\eta = \epsilon \eta_1 + \epsilon^2 \eta_2 + \epsilon^3 \eta_3 + \cdots$$
(1.13)

donde ϵ es un parámetro pequeño y adimensional, proporcional al *peralte* (relación entre la altura de ola y su longitud de la onda) del oleaje, cuyos valores ϵ^n representan las perturbaciones de orden n.

Obviamente, utilizando el mismo procedimiento podremos obtener desarrollos truncados en términos de orden superior. Sin embargo, el aumento del orden de desarrollo conlleva un incremento en la no linealidad de las ecuaciones resultantes, haciendo el problema extremadamente complejo. Además, salvo en condiciones particulares como en el caso de la rotura, el oleaje se comporta como un proceso débilmente no lineal (West, 1981), por lo cual, un desarrollo de segundo orden permite una descripción bastante adecuada de la dinámica del oleaje.

Sustituyendo (1.13), tomados hasta el término de segundo orden del desarrollo, en la ecuación de Laplace y en la condición de contorno en el fondo, obtendremos las siguientes expresiones.

Para la ecuación de Laplace:

$$\epsilon \nabla^2 \Phi_1 + \epsilon^2 \nabla^2 \Phi_2 + \dots = 0 \tag{1.14}$$

Para la condición de contorno en el fondo:

$$\epsilon \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} + \epsilon^2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} + \cdots \bigg|_{z=-h} = 0$$
 (1.15)

Las condiciones de contorno en la superficie libre son no lineales y son verificadas en la superficie libre, que es desconocida. Así, desarrollando las ecuaciones (1.11) y (1.12) en series de Maclaurin en el nivel de equilibrio de la superficie libre (z=0), y sustituyendo en ellas los desarrollos (1.13) se obtienen las expresiones (Sharma & Dean, 1979):

$$\epsilon \left[\frac{\partial \eta_1}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right] +$$

$$\epsilon^2 \left[\frac{\partial \eta_2}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \frac{\partial \eta_1}{\partial y} - \eta_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} \right] + O(\epsilon^3) \Big|_{z=0} = 0$$
(1.16)

у

$$\epsilon \left[g\eta_1 + \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \right] +$$

$$\epsilon^2 \left[g\eta_2 + \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} + \frac{1}{2} \left| \nabla \Phi_1 \right|^2 + \eta_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z \partial t} \right] + O(\epsilon^3) \Big|_{z=0} = 0$$

$$(1.17)$$

para las condiciones de contorno cinemática y dinámica en la superficie, respectivamente.

Capítulo 2

Descripción Estocástica del Oleaje

A mathematical model is not the real world but is a limited representation of a few important characteristics of reality.

The wide gap between reality and model will never be bridgeg.

The important question, however, is not whether the model is "true" or not but whether it is capable of producing predictions which are adecuate, relevant and significant in the situation where the model is being used.

(Nils Nordenström, 1973)

2.1 El oleaje como proceso estocástico

La superficie del mar presenta una estructura tan extremadamente compleja que, a pesar de estar controlada por las leyes de la Mecánica de los Fluidos, resulta prácticamente imposible obtener una descripción analítica, o predecir su comportamiento dinámico. Esta naturaleza aparentemente aleatoria nos fuerza a emplear métodos estadísticos, para poder desarrollar modelos que nos permitan analizar y prever la dinámica de la superficie del mar.

Es justo reconocer que el uso de técnicas estadísticas en el estudio del oleaje, así como en el de la gran mayoría de los fenómenos físicos, es debida a la limitación de nuestros conocimientos y no a que dicho proceso sea intrínsecamente aleatorio. Es decir, si conociesemos con exactitud los mecanismos de generación, propagación y disipación del oleaje, podríamos construir modelos basados en las ecuaciones diferenciales que rigen el movimiento de los fluidos, sin aleatoriedades. Sin embargo, las fluctuaciones de la superficie del mar son el resultado de muchos tipos de interacciones y de muchas clases de fenómenos diferentes, por lo que adopta la estructura característica de un proceso estocástico.

Los métodos estadísticos nos permiten describir el oleaje, mediante parámetros cuyo comportamiento puede ser modelizado y predicho, ofreciendonos así la posibilidad de profundizar en el conocimiento de los fenómenos físicos subyacentes.

Las diferentes técnicas utilizadas en el estudio de la naturaleza estadística de los procesos aleatorios pueden englobarse, como es sabido. en dos grandes grupos. En uno de ellos, se encuadran los métodos relacionados con el análisis de la frecuencia relativa con la que ocurre un suceso determinado, que reciben el nombre genérico de métodos de análisis estadístico

y constituyen el <u>análisis en el dominio temporal</u>. En el otro, dual del anterior, se incluyen aquellas técnicas cuyo objetivo es el de determinar la estructura espacial y temporal del fenómeno, permitiendo conocer cómo se distribuye la energía entre las diferentes longitudes de onda y frecuencias, presentes en el proceso estudiado. Estos últimos son denominados comúnmente métodos de análisis espectral y representan la herramienta básica del análisis en el dominio frecuencial.

Es importante resaltar que ambas metodologías no son excluyentes, sino totalmente complementarias, y que el uso conjunto de ambas es el que ha permitido profundizar en el conocimiento de un fenómeno físico tan complejo como es el oleaje.

A continuación recordamos, de forma resumida. los principios básicos de la teoría de los procesos estocásticos, imprescindibles para poder abordar el estudio de las propiedades del oleaje. Un desarrollo riguroso de estos conceptos se puede encontrar en numerosos textos, entre los que destacamos: Monin & Yaglom, (1975); Papoulis, (1984) y Bendat & Piersol, (1986).

Definiciones básicas y su aplicación al oleaje

Al estudiar el comportamiento de un fenómeno geofísico en función del tiempo (espacio)¹, generalmente, su evolución no puede ser predicha con exactitud, aunque nuestras observaciones se prolongen indefinidamente. En tal caso, diremos que el fenómeno analizado es un proceso estocástico (p.e.) y lo denotaremos por $\{X(t)\}$. En otras palabras, un p.e. es aquel cuya evolución tiene lugar de forma aleatoria, de modo que cada observación del proceso proporciona un registro único e irrepetible, como es el caso del oleaje.

De manera formal, se define un p.e. como un conjunto infinito, o

¹En general, nuestro interés estará centrado en la evolución temporal del fenómeno analizado

colección, de realizaciones temporales igualmente probables. En un instante de tiempo dado, $t=t_i$, el conjunto de valores $x(t_i)$ constituye una variable aleatoria, de la cual podemos conocer su distribución de probabilidad, o bien, ciertos promedios estadísticos, tales como la media, la varianza etc. Los promedios a través de la colección son indicados mediante el operador esperanza matemática, E[x].

Dentro del conjunto de los p.e., existe un número considerable de procesos físicos cuyas propiedades estadísticas no varían significativamente en función del tiempo, al menos en un intervalo temporal adecuado. Esta clase especial de p.e. recibe el nombre de procesos estocásticos estacionarios (p.e.e.).

Para que un p.e. sea <u>estrictamente estacionario</u> se debe verificar la invarianza temporal de todas sus distribuciones de probabilidad y, por tanto, la de todos sus momentos estadísticos. Esta imposición es demasiado restrictiva, por ello, en general y en el caso particular del oleaje, se suele utilizar el concepto de <u>estacionariedad de orden m</u>, o estacionariedad en sentido amplio.

En la gran mayoría de los estudios de oleaje se admite que la superficie del mar puede ser considerada como un p.e.e. de segundo orden. Es decir, un proceso en el cual los momentos estadísticos de primer y segundo orden son invariantes en el tiempo. En adelante, nos referiremos a los procesos estacionarios de segundo orden simplemente como procesos estacionarios, entendiéndose que la invarianza estadística solo es necesaria hasta el orden dos. Sin embargo, en ocasiones se deberá exigir la estacionariedad del proceso hasta el orden tres, en cuyo caso haremos referencia específica al orden de estacionariedad del proceso. Por otra parte, nos referiremos al intervalo de tiempo durante el cual se puede aceptar la estacionariedad del oleaje como un estado de mar.

Una subclase de especial interés dentro de los p.e.e. es la constituida por aquellos cuya distribución de probabilidad conjunta viene dada por una distribución Normal, los cuales reciben el nombre de procesos estocásticos estacionarios y gaussianos (p.e.e.g.). Puesto que la distribución Normal Multivariante queda completamente definida por los valores medios, las varianzas y las covarianzas del proceso, resulta obvio que si un proceso gaussiano es estacionario de segundo orden, también será estrictamente estacionario. En general, se suele admitir que el oleaje puede ser considerado como un (p.e.e.g.), hipótesis que analizaremos en este trabajo.

De lo anteriormente expuesto se desprende que, para estimar las propiedades estadísticas de un p.e., es necesario disponer de una colección de realizaciones de dicho proceso. Sin embargo, en general, dispondremos de un solo registro de duración limitada. En consecuencia, para que la teoría de los procesos estocásticos sea útil, desde un punto de vista práctico, será necesario emplear alguna hipótesis que permita estimar las características estadísticas de un proceso físico, con naturaleza aleatoria, a partir de un único registro temporal. En respuesta a dicho problema surge la hipótesis de ergodicidad, introducida inicialmente en el contexto de la Mecánica Estadística.

Un p.e. se considera <u>ergódico</u> si los promedios temporales, estimados sobre cualquiera de sus posibles realizaciones, son estadísticamente iguales a los obtenidos sobre la *colección*, para cualquier instante de tiempo.

Luego, si todos los promedios estadísticos de la colección pueden deducirse mediante promedios temporales, diremos que el p.e. es estrictamente ergódico. Si embargo, en las aplicaciones físicas el interés suele estar centrado en los procesos denominados <u>débilmente ergódicos</u>. Es decir, en aquellos en los cuales la condición de ergodicidad se verifica para el valor medio y la función de autocorrelación. En la práctica estas condiciones suelen ser satisfechas, justificando la aceptación de ergodicidad. (Bendat & Piersol. 1986). No

obstante, en Geofísica, la ergodicidad se admite como hipótesis indemostrable, (Panofsky & Dutton, 1984: Kinsman, 1965). En consecuencia, admitiremos que el oleaje es un p.e. ergódico, pero debe recordarse que si un p.e. es ergódico tambien es estacionario. Por tanto, aunque la hipótesis de ergodicidad sea indemostrable en el caso del oleaje, analizaremos en el presente trabajo la validez relativa de la hipótesis de estacionariedad en función de la duración de las series temporales registradas.

Es importante comentar que al medir un determinado fenómeno físico se obtiene un conjunto de observaciones secuenciales en el tiempo que recibe el nombre de <u>serie temporal</u>. El admitir la hipótesis de ergodicidad implica que la serie temporal obtenida experimentalmente es una muestra estadísticamente representativa del p.e.. Por otro lado, en Geofísica, los registros obtenidos son, frecuentemente, continuos en el tiempo. Sin embargo, su tratamiento automático requiere que la muestra analógica sea digitalizada con un cierto intervalo temporal, Δt . En este trabajo consideraremos solamente series temporales discretas de observaciones realizadas con un Δt fijo.

2.2 Modelos de oleaje

Hemos comentado anteriormente que, aunque la dinámica del oleaje está gobernada por las leyes de la Mecánica de los Fluidos, su elevada complejidad hace que los modelos de oleaje existentes estén basados en la teoría de los procesos estocásticos. Los modelos de oleaje se pueden clasificar en dos categorías: modelos lineales y modelos no-lineales. En los dos próximos apartados podremos comprobar que las diferencias esenciales entre ambos tipos de modelos radican, por un lado, en las hipótesis admitidas, y por otro, en el procedimiento utilizado para resolver el problema de valores de contorno planteado en la sección [1.3].

2.2.1 Modelo lineal de oleaje

Entre los diversos modelos estocásticos propuestos para estudiar el oleaje, el que más útil ha resultado es el denominado Modelo de Oleaje Gaussiano, propuesto por Pierson (1955) y Longuet-Higgins (1957), que está basado en los trabajos de Rice (1944, 1945) sobre el análisis de ruidos aleatorios en la teoría de las comunicaciones.

Los fundamentos del modelo de oleaje gaussiano pueden resumirse del siguiente modo. Considerando ondas de amplitud infinitesimal, tanto los productos entre las componentes de la velocidad como los de dichas componentes con el valor de la superficie libre, presentes en las condiciones de contorno libre (1.11) y (1.12), pueden considerarse despreciables. En consecuencia, las condiciones de contorno, descritas en la sección [1.3], pueden ser linealizadas, manteniendo únicamente los términos de orden ϵ . De este modo, la expresión que se obtiene para la variable η es la de una onda armónica, es decir:

$$\eta(x, y, t) = a\cos\left[k(x\cos\theta + y\sin\theta) - \omega t + \phi\right] \tag{2.1}$$

donde a es la amplitud, ϕ el ángulo de desfase, θ la dirección de propagación respecto al eje X, k el módulo del vector número de ondas y ω la frecuencia angular. Estos dos últimos parámetros están relacionados mediante la relación de dispersión, cuya expresión general para ondas lineales, como es sabido, es:

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \tag{2.2}$$

Puesto que las ecuaciones a resolver son lineales, admiten la aplicación del principio de superposición lineal. Por tanto, admitiendo que la superficie del mar puede ser descrita como la superposición lineal de un número elevado de ondas armónicas, podremos escribir:

$$\eta(x,y,t) = \sum_{n=1}^{N-\infty} a_n \cos\left[k_n(x\cos\theta_n + y \sin\theta_n) - \omega_n t + \phi_n\right]$$
 (2.3)

Según Cartwright (1962) el oleaje se genera en un área denominada Fetch dividida en pequeñas parcelas, en cada una de las cuales surgen ondas con frentes circulares, que se alejan de dicha zona y después de progresar una cierta distancia se convierten prácticamente en ondas con frentes rectilíneos. Entonces, las componentes de las distintas frecuencias, que se extraen de un registro de oleaje podrán considerarse procedentes de numerosas fuentes dispersas aleatoriamente en el espacio y en el tiempo. Además, estas consideraciones no están restringidas a puntos situados a grandes distancias del área de generación (Longuet-Higgins, 1950). Por tanto, si la generación del oleaje tiene su origen en una distribución de fuentes no correlacionadas, será poco probable que las fases de las componentes frecuenciales que lo constituyen estén correlacionadas, dado que las perturbaciones que se registran en un punto e instante dados, son el resultado de la acción de muchas fuerzas, no correlacionadas, en posiciones e instantes diferentes.

De acuerdo con el argumento anterior, se admite, en general, que los ángulos de desfase en un registro de oleaje están uniformemente distribuidos, en el intervalo $(0, 2\pi)$.

Nótese que, de esta forma, se impone la independencia estadística de cada una de las componentes armónicas consideradas en (2.3), eliminando así la posibilidad de existencia de subarmónicos y superarmónicos generados por acoplamiento de fases entre ondas componentes.

Definiendo el espectro direccional del oleaje como la energía (varianza)² media en el rango de frecuencias $(\omega, \omega + \Delta \omega)$ y de direcciones $(\theta, \theta + \Delta \theta)$, es

²La verdadera magnitud medida es la varianza del proceso, que naturalmente es proporcional a su energía.

decir:

$$S(\omega, \theta) \Delta \omega \Delta \theta = \sum_{\omega}^{\omega + \Delta \omega} \sum_{\theta}^{\theta + \Delta \theta} \frac{a_n^2}{2}$$
 (2.4)

resulta conveniente expresar el límite probabilístico de la sumatoria en (2.xx) en forma integral (Pierson, 1955), de la forma siguiente:

$$\eta(x, y, t) = 2 \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} \sqrt{S(\omega, \theta) \Delta \omega \Delta \theta} \cos \left[(kx \cos \theta + ky \sin \theta) - \omega t + \phi(\omega, \theta) \right]$$
(2.5)

Pierson (1955) demostró que la ecuación (2.5) representa un proceso tridimensional estacionario y gaussiano. La propiedad de gaussianidad de la superficie libre del mar surge de la aplicación del teorema central del límite, a una función que es el resultado de la superposición de un elevado número de ondas componentes estadísticamente independientes.

La ecuación (2.5) representa la expresión más general para la superficie libre del mar como superposición de componentes armónicas independientes. Sin embargo, existen dos motivos por los cuales resulta necesario simplificar dicha expresión. En primer lugar, aunque la expresión (2.5) es aplicable a un área de la superficie del mar, el análisis realizado en este estudio se restringe a puntos específicos de dicha superficie. No obstante, admitiendo que el oleaje es un proceso espacialmente homogéneo, podemos considerar, sin perdida de generalidad, que $x_0 = y_0 = 0$. En segundo lugar, los aparatos de medida utilizados, para obtener la información analizada, no permiten conocer la dirección asociada a las diferentes componentes frecuenciales, por lo cual, no es posible estimar el espectro direccional.

Iniversidad de Las Palmas de Gran Canaria. Biblioteca Digital, 2003

Se define, entonces. la <u>función de densidad espectral</u> unidireccional, representada por $S(\omega)$ y definida como la densidad de energía media esperada en el rango de frecuencias $(\omega, \omega + \Delta \omega)$, independientemente de la dirección. Es decir:

$$S(\omega)\Delta\omega = \sum_{\omega}^{\omega + \Delta\omega} \frac{a_n^2}{2}$$
 (2.6)

cuya relación con el espectro direccional es, lógicamente:

$$S(\omega) = \int_{0}^{2\pi} S(\omega, \theta) d\theta$$
 (2.7)

En consecuencia, la expresión (2.5) se reduce a:

$$\eta(t) = \eta_1(t) = \int_0^\infty \sqrt{2S(\omega)\Delta\omega} \cos(\omega t + \phi)$$
 (2.8)

o bien, en forma discreta:

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^{N} \sqrt{2S(\omega)\Delta\omega} \cos(\omega_n t + \phi_n)$$
 (2.9)

Físicamente, con esta restricción hemos perdido toda información respecto a la dirección de propagación de los diferentes trenes de ondas que alcanzan el punto de medida, obteniendose:

un modelo de oleaje estacionario, gaussiano y unidireccional, de media nula, con un contenido energético igual al del proceso real, pero sin discernir entre las diferentes direcciones con que dicha energía se propaga hacia el punto donde se analiza el fenómeno. La descripción de la superficie libre del mar mediante el modelo de oleaje gaussiano ha resultado de gran utilidad, tanto teórica como práctica. Tal como tendremos ocasión de comprobar en capítulos posteriores, esta utilidad es debida, principalmente, a la hipótesis de gaussianidad para $\eta(t)$, la cual permite describir las propiedades estadísticas del oleaje con un único momento estadístico, la covarianza. Todos los momentos de orden superior pueden ser expresados en función de dicho momento que, además, está directamente relacionado con la función de densidad espectral del proceso.

Si consideramos que la función de densidad espectral del oleaje posee una anchura de banda estrecha, es decir, admitiendo que la energía del proceso está asociada a componentes armónicas cuyas frecuencias están concentradas en un intervalo reducido, en torno a una frecuencia dominante f_0 , obtenemos una simplificación importante del modelo anteriormente descrito. El modelo resultante queda descrito por la misma expresión analítica, (2.8), pero posee una estructura probabilística mucho más sencilla que el modelo general. El modelo así obtenido recibe el nombre de modelo de oleaje gaussiano con anchura de banda espectral estrecha.

2.2.2 Modelo no lineal de oleaje

En el modelo lineal se ignora la necesidad de satisfacer las condiciones de contorno hidrodinámicas, linealizando las condiciones de superficie (Ochi, 1982). Con el objetivo de satisfacer dichas condiciones se han propuesto varios modelos estocásticos de oleaje no lineal, empleando técnicas de perturbación. Tick (1959) desarrolló un modelo en el cual se satisfacen las condiciones de contorno hasta el segundo orden de aproximación, para oleajes unidireccionales en aguas profundas. Además, introdujo una metodología para estimar correcciones de segundo orden en la función de densidad espectral. Phillips

(1960), Hasselmann (1962. 1963), y Longuet-Higgins (1963) amplían el esquema de desarrollo, demostrando que. al introducir correcciones de orden superior, ciertas combinaciones de números de onda interaccionan de forma resonante provocando una considerable transferencia de energía entre ondas componentes. Entre estos modelos, el propuesto por Longuet-Higgins (1963) ha sido el más utilizado y contrastado. Así, por ejemplo, Sharma & Dean (1979) ampliaron su validez, incluyendo los efectos de la direccionalidad del oleaje y los efectos de profundidades reducidas. Tayfun (1980, 1986) simplifica y adapta el modelo para oleajes unidireccionales, con anchura de banda espectral estrecha. En consecuencia, adoptaremos en este estudio el modelo propuesto por Longuet-Higgins (1963). Sin embargo, debido a las características, ya comentadas, de los datos analizados, utilizaremos la simplificación propuesta por Tayfun para oleajes unidireccionales.

Presentamos a continuación un resumen de los fundamentos esenciales del modelo de Longuet-Higgins. Una descripción más detallada puede encontrarse en Sharma & Dean (1979).

En este modelo se admite, como es usual en la Física al aplicar el método de perturbaciones, que:

$$\eta(t) = \eta_1(t) + \eta_2(t)$$

donde $\eta_1(t)$ representa las contribuciones de primer orden, o lineales, dadas por la expresión (2.9), mientras que $\eta_2(t)$ representa las correcciones de segundo orden.

Siguiendo el procedimiento de Tayfun (1986), se obtiene la siguiente expresión para las correcciones de segundo orden:

$$\eta_{2} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} a_{n} a_{m} \left\{ \left[\frac{B_{nm}^{-} + B_{nm}^{+} - k_{n} k_{m}}{\sqrt{k_{n} k_{m}}} \right] sen \phi_{n} sen \phi_{m} \right\}$$

(2.10)

$$+\left[\frac{B_{nm}^{-}+B_{nm}^{+}-\vec{k}_{n}\cdot\vec{k}_{m}}{\sqrt{k_{n}k_{m}}}\right]cos\phi_{n}cos\phi_{m}$$

donde,

$$B_{nm}^{+} = \frac{\left(\sqrt{k_n} + \sqrt{k_m}\right)^2 \left(\vec{k}_n \cdot \vec{k}_m - k_n k_m\right)}{\left(\sqrt{k_n} + \sqrt{k_m}\right)^2 - \left|\vec{k}_n + \vec{k}_m\right|}$$

y

$$B_{nm}^{-} = \frac{\left(\sqrt{k_n} - \sqrt{k_m}\right)^2 \left(\vec{k}_n \cdot \vec{k}_m + k_n k_m\right)}{\left(\sqrt{k_n} - \sqrt{k_m}\right)^2 - \left|\vec{k}_n - \vec{k}_m\right|}$$

resultado que difiere del obtenido por Longuet-Higgins (1963) en el factor 1/2.

Para oleajes unidireccionales, se verificará que $\vec{k}_n \cdot \vec{k}_m = k_n k_m$, de modo que:

$$B_{nm}^{+} = 0$$
 y $B_{nm}^{-} = \frac{\left(\sqrt{k_n} - \sqrt{k_m}\right)^2 2k_n k_m}{\left(\sqrt{k_n} - \sqrt{k_m}\right)^2 - |k_n - k_m|}$

De forma que la expresión (2.10) se reduce a:

$$\eta_{2}(t) = \frac{1}{2g} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} a_{n} a_{m} \omega_{m}^{2} \cos(\phi_{m} + \phi_{n})$$

$$-\frac{1}{2g} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m\geq 1}^{N} a_{n} a_{m} \left(\omega_{m}^{2} - \omega_{n}^{2}\right) \cos(\phi_{m} - \phi_{n})$$
(2.11)

Se obtiene así, un modelo de oleaje aleatorio, estacionario y de media nula, en el cual, a las componentes lineales del oleaje, se añaden los armónicos de segundo orden que pueden generarse por interacción entre dos componentes principales.

Con esto damos por concluida la presentación y sistematización de los modelos estocásticos que se pueden considerar en relación con el oleaje unidireccional en aguas profundas. Esta sistematización no es posible encontrarla, hasta el momento, en ninguno de los libros editados sobre oleaje.

Capítulo 3

Medidas Experimentales, Simulación y Análisis de Datos

Bispectral analysis will enable us
to learn much about nonlinearities,
even when data are obtained at places
and times rather remote from those
where the nonlinear interacction took place.

"Data analysis and the frontiers of geophysics" Science, 148, 1283-1289. La disponibilidad de datos experimentales de calidad es un requisito fundamental para el estudio de cualquier fenómeno físico. Sin embargo, en Geofísica, al contrario que en otras disciplinas relacionadas con la Física, la posibilidad de realizar medidas bajo condiciones controladas, como ocurre en el laboratorio, es prácticamente imposible. En consecuencia, en Geofísica es posible observar, pero resulta imposible repetir las medidas en unas condiciones determinadas. Además de esta circunstancia, en el caso concreto de la Oceanografía Física hay que añadir la dificultad que entraña el realizar medidas en un medio tan hostil como es el mar, la necesidad de disponer de barcos oceanográficos y la sofisticación y especiales características que deben poseer los aparatos de medida, para ser operativos y minimizar su vulnerabilidad en dicho medio, hechos que indefectiblemente repercuten en la carestía y, por tanto, en la viabilidad de realizar medidas de forma rutinaria.

Como consecuencia de los problemas anteriormente citados y del desarrollo experimentado por las Tecnologías de la Información en las últimas décadas, los métodos de simulación han adquirido una gran importancia en el estudio de los procesos geofísicos. La simulación permite reproducir, en circunstancias controladas, los fenómenos naturales combinando técnicas numéricas y estadísticas, teniendo en cuenta los conocimientos existentes sobre la física del fenómeno analizado. De este modo, es posible obtener registros con unas características determinadas, manteniendo un nivel elevado de aleatoriedad.

En este capítulo abordaremos las metodologías experimentales que han permitido obtener los datos necesarios para analizar los fenómenos asociados al oleaje. Es decir:

- a) Registro de datos en el océano: Medidas experimentales.
- b) Simulación de registros de oleaje.

Por lo tanto, describiremos los fundamentos básicos de los aparatos de

medida empleados para obtener los datos experimentales utilizados en el presente estudio, así como las condiciones de su obtención y, posteriormente, presentaremos las técnicas de simulación utilizadas. Por último citaremos las técnicas de análisis de series temporales de datos, experimentales o simulados, empleadas en los capítulos 4, 5 y 6.

3.1 Medidas experimentales

Existen diversos tipos de aparatos diseñados específicamente para la medida de las magnitudes características del oleaje, entre los que destacan los sensores de presión, las pértigas de resistencia y de capacitancia, y los emisores/receptores de señales de radar. Ahora bien, los dispositivos más empleados para medir el oleaje, principalmente en aguas profundas, son las boyas acelerométricas. Entre las boyas de este tipo destacan las Waverider¹, utilizadas desde principio de los años sesenta en los programas oceanográficos de numerósos paises: estas boyas han llegado a ser el aparato estándar para realizar medidas experimentales de oleaje.

Todos los registros experimentales que presentamos en este estudio han sido obtenidos mediante boyas Waverider². Por ello, describimos a continuación de forma breve sus principales características, haciendo énfasis en los aspectos relacionados con su precisión y sensibilidad que, como tendremos ocasión de comprobar, originan algunos problemas a la hora de estudiar ciertas propiedades del oleaje. Una descripción más detallada de su estructura y características se puede encontrar en Rademakers (1980).

¹Marca registrada de Datawell (Holanda).

²Excepto los registros reproducidos de Kinsman (1960), que lo fueron con pértiga de capacitancia

3.1.1 Características de la boya Waverider

El fundamento físico en el que se basa el funcionamiento de las boyas acelerométricas es sencillo: Un cuerpo esférico de dimensiones y densidad adecuadas flotando en la superficie del mar está sometido a movimientos ascendentes y descendentes, por efecto del oleaje, experimentando aceleraciones verticales que, si pudiesen ser medidas con suficiente precisión, permitirían obtener los desplazamientos verticales de la superficie libre del mar mediante una doble integración. Sin embargo, aunque la idea básica resulte elemental, su implimentación práctica conlleva numerosos problemas.

La boya Waverider. ilustrada en la figura 3.1, está constituida esencialmente por una esfera metálica de 0.7 m., o bien 0.9 m., de diámetro en cuyo interior se encuentra: un acelerómetro y la circuitería electrónica asociada, para el tratamiento de las señales procedentes del transductor. En su parte superior se situa una antena que permite transmitir las señales medidas a una estación receptora, situada normalmente en la costa.

De esta forma, el dispositivo realiza: la medida de las aceleraciones de forma continua, una doble integración de la señal para disponer de las sobreelevaciones sobre el nivel medio, y su transmisión hacia la estación receptora.

Prácticamente todos los pasos que constituyen el procedimiento de medida del oleaje empleando una boya Waverider pueden generar una serie de errores que deben ser minimizados, si se desea disponer de registros con una calidad aceptable. Trataremos las principales fuentes de error, con objeto de incorporar y sistematizar en este trabajo consideraciones prácticas sobre el uso de los registros medidos con la citada boya.

El principal problema de este tipo de sensor es el de mantener el acelerómetro en posición vertical. Para ello, la boya Waverider emplea una esfera, en la cual se suspende una plataforma pesada, en forma de disco,

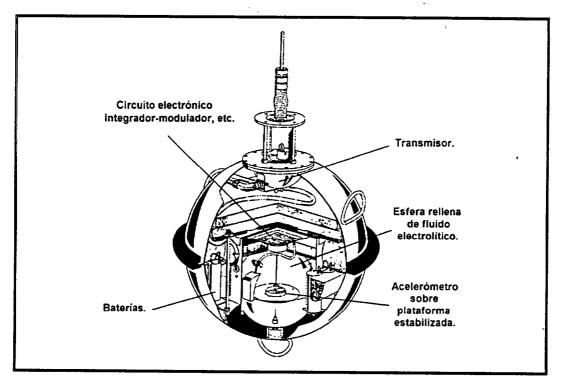


Figura 3.1: Boya Waverider de Datawell

que sustenta el acelerómetro y que se encuentra inmersa en un líquido. El conjunto del disco, el acelerómetro y el fluido constituye un péndulo físico que se ajusta para que posea un periodo natural de oscilación críticamente atenuado, lográndose de esta forma que para frecuencias en el rango de las asociadas al oleaje $(0.04 \sim 1 H_z)$ el acelerómetro mantenga efectivamente la verticalidad. El motivo de montar el acelerómetro en una plataforma estabilizada para mantener la verticalidad, no es otro que evitar el efecto de aceleraciones horizontales que puedan ser provocadas por los movimientos de balanceo y cabeceo de la boya, que puedan enmascarar los valores de la aceleración vertical, que es la significativa para el fenómeno en estudio.

Si el objetivo es medir las fluctuaciones de la superficie libre del mar en un punto determinado, resulta evidente que la boya debe ser fijada de alguna forma, de modo que su posición media no varíe con el tiempo. Para ello,

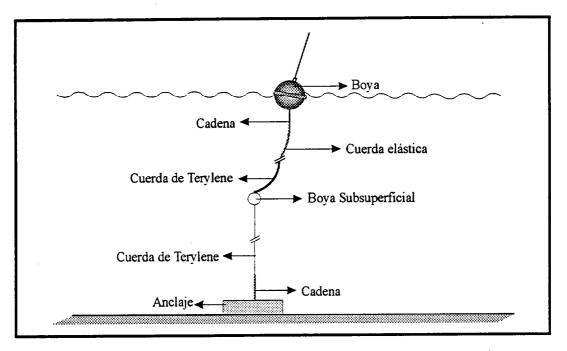


Figura 3.2: Sistema estándar de anclaje de una boya Waverider

se emplea un sistema de anclaje al fondo mediante una cuerda de material resistente y con un cierto grado de flexibilidad, que permita a la boya seguir la trayectoria de las partículas de fluido. En la figura 3.2 se ilustra la estructura general del sistema de anclaje, que puede sufrir modificaciones en función de las condiciones características del punto de medida.

El sistema de anclaje de las boyas puede generar problemas importantes si su configuración no está correctamente estudiada, para adecuarla a las condiciones existentes en la zona de medida. Así, por ejemplo, en zonas donde las corrientes sean muy intensas, como pueden ser las corrientes de marea en algunos lugares, el cabo del anclaje puede llegar a estar tenso, impidiendo el libre movimiento de la boya y afectando notablemente las medidas (Dillon & Kahn, 1981). Este fenómeno tambien puede ocurrir ocasionalmente para olas esporádicas, de dimensiones no previstas durante el diseño del sistema de anclaje (James, 1986).

En estas boyas, el acelerómetro está sometido al campo eléctrico creado por un fluido, cuya composición y características son secreto comercial. La conductividad del fluido se ajusta para que la boya y la circuitería que incorpora tengan la mayor sensibilidad posible. Puesto que la conductividad es función de la temperatura, el diseño del dispositivo se realiza de modo que las variaciones de conductividad, debidas a las variaciones de la temperatura, afecten lo mínimo posible a la sensibilidad de la boya. Por ello, Datawell proporciona curvas de compensación de la temperatura en condiciones de diseño. Pero los aumentos de la conductividad eléctrica del fluido modifican los efectos de la temperatura considerados bajo condiciones de diseño (Ribe, 1981), haciendo que tales curvas de compensación no sean estrictas.

Por otra parte, tanto el procedimiento de integración de las aceleraciones, como los efectos de la linea de anclaje, afectan la respuesta del sistema de medida. En la figura 3.3 se muestran la amplitud y la fase de la función de transferencia de la boya, que según el fabricante tiene por expresión:

$$F = \frac{1}{1 - i\sqrt{2}p - p^2} \frac{1}{(1 - iq)^3}$$

donde

$$p = \frac{T}{C_1} \qquad \text{y} \qquad q = \frac{T}{C_2}$$

T representa el periodo del oleaje y C_1 y C_2 son coeficientes constantes con dimensiones de tiempo: $(C_1 = 30.8s; C_2 = 460s)$.

La respuesta en amplitud de las boyas (fig. 3.3-a) se desvía de la linealidad en las frecuencias altas ($f > 0.5H_z$) por el efecto combinado de la resonancia hidrodinámica de la boya y del sistema de anclaje (Ribe, 1983), mientras que la desviación sistemática para frecuencias bajas ($f < 0.06H_z$) se debe al proceso de doble integración de la señal (Datawell, 1976).

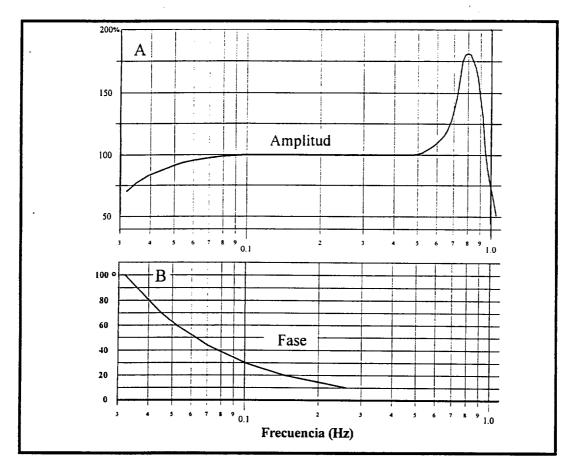


Figura 3.3: Funciones de transferencia de la boya Waverider:(a)Amplitud, (b)Fase.

El circuito de integración tambien introduce un desplazamiento en las fases de las componentes armónicas del oleaje, con una repercusión significativa en el estudio de fenómenos no lineales y asimetrías del oleaje (Thomas, et al., 1982). Trataremos con mayor profundidad este hecho en el capítulo [4].

Los cambios en amplitud y fase introducidos por los circuitos electrónicos de integración pueden ser compensados (Wilson & Taylor, 1983). Sin embargo, la mayoría de los programas nacionales de medida de oleaje sólo se han interesado por la porción de amplitudes de la función de transferencia, puesto que al estimar la función de densidad de varianzas la información de las fases

se elimina, de manera que el no corregir las fases no influye en su cálculo. En consecuencia, si se desea utilizar la información para estudiar fenómenos afectados por el desplazamiento de fases, se deben aplicar las correciones oportunas (Thomas et al., 1982).

En resumen, los errores que se deben minimizar durante la fase de medida son los generados por:

- Las aceleraciones horizontales: Balanceo y Cabeceo de la boya.
- El sistema de anclaje: Configuración adecuada a la zona de estudio.
- Las variaciones de la conductividad del fluido electrolítico: Variaciones de la temperatura ambiental.
- El circuito de integración: Variaciones de la respuesta en amplitud y fase.

3.1.2 Ubicación de los puntos de medida

La medida de los registros de oleaje analizados en este estudio se ha realizado mediante aparatos anclados en diferentes puntos del Océano Atlántico, el mar Mediterraneo, la Antártida y en los grandes lagos de Norte-América. En la figura 3.4(a-f) se muestra la posición de los diferentes puntos de medida. En la tabla 3.1 se indican la localización, los periodos e intervalos de muestreo (Δt) correspondientes y la profundidad (h) en el punto de medida, así como la notación (Boya en la tabla) que emplearemos en capítulos porteriores para referirnos a cada una de ellas.

La elección de los datos se ha realizado con el objetivo de obtener resultados lo más generales posible, utilizando para ello registros correspondientes a condiciones topográficas y meteorológicas sustancialmente diferentes. Así, entre los datos cedidos por el Programa de Clima Marítimo y el Centro de Estudios de Puertos y Costas, los correspondientes a las boyas de La Coruña y Girona representan oleajes con espectro generalmente unimodal, mientras que los de Las Palmas suelen presentar un carácter bimodal (Rodríguez, 1992). No obstante, todos ellos corresponden a estados del mar relativamente apacibles, al igual que ocurre con los datos proporcionados por el Programa Español Antártida, registrados en las proximidades de la estación Antártida Juan Carlos I. Estos últimos representan una información bastante novedosa, por la escasez de medidas realizadas en dicha zona. Al contrario que en los casos anteriores, los datos cedidos por la empresa STATOIL (Plataforma Statfjord) corresponden a una tormenta, con alturas de ola superiores a los 10 metros, representativos de los temporales que suelen ocurrir en el Mar del Norte. Todos los puntos de medida anteriormente citados presentan la característica de estar ubicados en zonas en las que, además del oleaje generado localmente, pueden verse sometidas, en mayor o menor medida, al efecto de oleajes tipo Swell generados por tormentas que ocurren a distancias considerables del punto donde se encuentra la boya. Sin embargo, en los datos reproducidos de Kinsman (1960), registrados en la bahía de Chesapeake (U.S.A.), y los cedidos por el profesor P. Liu, (NOAA)3, obtenidos en el Lago Michigan, corresponden a zonas semicerradas y totalmente cerradas, respectivamente, de forma que en ellos no existen componentes de largo periodo asociadas a oleajes tipo Swell. Además, los datos del Lago Michigan poseen la importante característica de representar oleajes totalmente desarrollados (P. Liu, 1994, comunicación personal) que, como tendremos ocasión de comprobar,

³National Oceanic and Atmospheric Administration, U.S.A

resultan de gran interés al estudiar los mecanismos de transferencia y disipación de energía en el oleaje. Por el contrario, los datos registrados en la Bahía de Chesapeake corresponden a oleajes en fase de generación, con vientos muy flojos y fetchs cortos.

Boya	Localización	Periodo	Δt (s)	h (m)
GE	Girona	18/06/89-22/06/89	0.5	90
LC	La Coruña	22/06/93-24/06/93	0.5	50
	·	01/11/86-30/02/87		
		01/10/87-31/10/87		
LP	Las Palmas (I)	01/01/88-30/02/88	0.5	40
		01/05/88-31/05/88		
		01/10/88-31/10/88		
		01/11/89-30/11/88		
ST	Plataforma Statfjord	01/01/89-28/02/89	0.5	150
LM	Lago Michigan	10/12/88-10/12/88	0.5	60
СВ	Chesapeake Bay	19/07/58-07/11/58	0.1/0.2	6.5/5.5
AN	Estación Antártida	09/12/90-08/01/91	0.39	20

Tabla 3.1: Registros de oleaje analizados

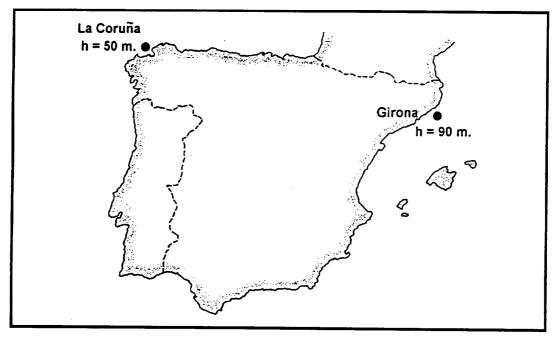


Figura 3.4-(a):Localización de las Boyas Girona y La Coruña

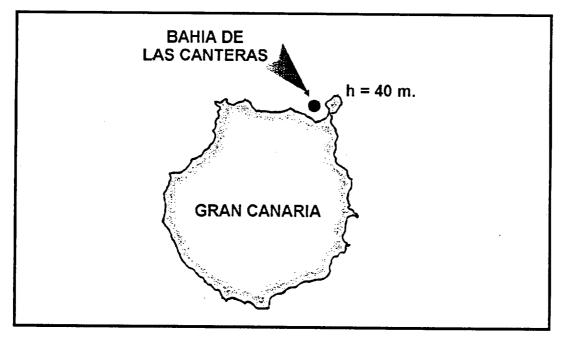


Figura 3.4-(b):Localización de la Boya Las Palmas

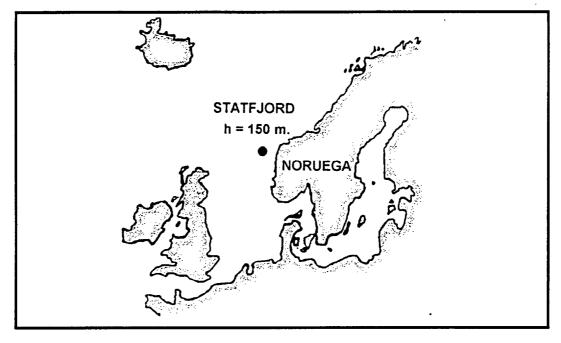


Figura 3.4-(c):Localización de la Boya Plataforma Statfjord

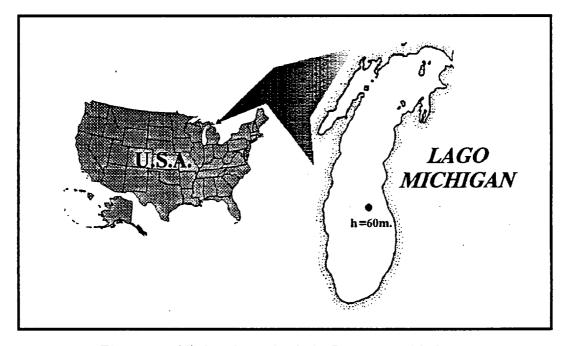


Figura 3.4-(d):Localización de la Boya Lago Michigan

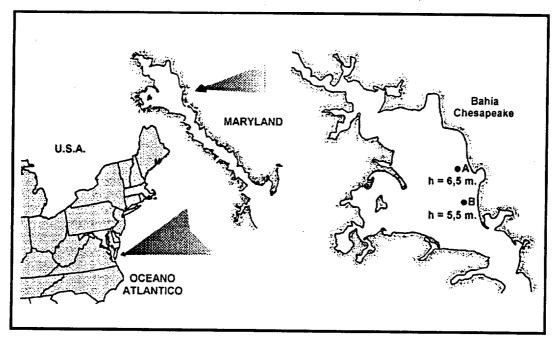


Figura 3.4-(e):Localización de la Boya Chesapeake Bay

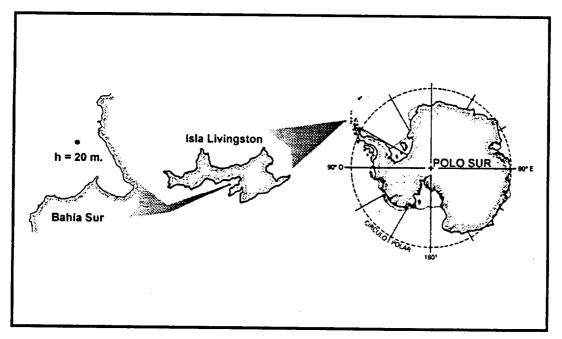


Figura 3.4: (f):Localización de la Boya Estación Antártida

ALBITAN.

3.2 Simulación de registros de oleaje

Ya se han indicado la oportunidad y necesidad de la utilización de las técnicas de simulación en el estudio de las ciencias relacionadas con la Tierra. Veamos, como introducción breve, algunas de sus características generales.

En términos generales, podemos entender la simulación como una técnica numérica que nos permite reproducir fenómenos para los cuales, bien por su elevado coste o bien por su dificultad, resulta poco viable realizar medidas experimentales rutinarias en la naturaleza. Es necesario resaltar que el punto de partida de toda técnica de simulación es un modelo del proceso a simular. Es decir, se asume que el fenómeno ha sido modelizado mediante una formulación precisa.

Naylor (1971) enumera algunas de las razones de la <u>utilidad</u> de las técnicas de simulación. Entre ellas podemos destacar las siguientes: (a) La simulación permite estudiar y experimentar con las complejas interacciones internas de un proceso determinado. (b) A través de la simulación se pueden analizar los efectos de ciertos cambios medioambientales en la respuesta del sistema estudiado. (c) La simulación de un proceso complejo puede proporcionar información sobre cuales son las variables de mayor importancia y como interaccionan. (d) La simulación puede emplearse como una herramienta para experimentar con nuevas situaciones sobre las cuales existe poca, o ninguna, información. Así, por ejemplo, la simulación puede facilitar la detección de problemas que pueden surgir por la introducción de nuevos elementos en el sistema.

Sin embargo, aunque la simulación es una técnica que ofrece numerosas ventajas, presenta algunos <u>problemas</u> que se deben tener en cuenta. Entre ellos, queremos destacar, aunque no es específico de la simulación, el que surge cuando la formulación del modelo utilizado para caracterizar el fenómeno

analizado está basado en hipótesis inadecuadas. En tal caso, los resultados obtenidos mediante simulación no serán coherentes con la realidad.

Las técnicas de simulación empleadas en el estudio y caracterización del oleaje se pueden dividir en dos clases, cuya diferencia principal radica en el modelo utilizado como base para generar las series de datos:

- a) Métodos de simulación lineal.
- b) Métodos de simulación no lineal.

Los métodos de simulación lineal suponen que el oleaje real puede modelizarse mediante una superposición lineal de componentes sinusoidales, mientras que los métodos de simulación no-lineal admiten que el oleaje es un proceso aleatorio débilmente no-lineal.

3.2.1 Métodos de Simulación Lineal

Las metodologías existentes para simular oleaje irregular lineal pueden clasificarse esencialmente en dos amplias categorías (Borgman, 1969). Por un lado, las técnicas basadas en la superposición de componentes armónicas, partiendo de una función de densidad espectral determinada, denominada espectro inicial (o espectro de partida), y que puede ser teórica o experimental, y por otro aquellas cuyo fundamento es el de aplicar un filtro lineal en el dominio temporal para modificar un ruido blanco, de modo que la serie resultante posea la función de densidad espectral deseada. En estos últimos métodos el espectro inicial no viene dado específicamente, sino que es aproximado mediante la selección adecuada de ciertos parámetros, motivo por el cual suelen recibir el nombre de métodos paramétricos. Dentro de cada uno de estos grupos existen diversas variantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Superposición lineal} \left\{ \begin{array}{l} \text{DSA} \\ \text{NSA} \end{array} \right. \\ \text{Métodos de simulación lineal} \left\{ \begin{array}{l} \text{ARMA} \\ \text{AR} \\ \text{MA} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Comentamos a continuación las características principales de cada una de ellas.

Método DSA

Este procedimiento de simulación conocido como método de las fases aleatorias (Miles & Funke, 1988), o tambien como método de amplitudes espectrales deterministas (DSA) (Tuah & Hudspeth, 1982), utiliza la expresión dada por Rice (1944.1945) para corrientes eléctricas lineales con distribución gaussiana, en forma de superposición de componentes armónicas mediante series discretas de Fourier, según la cual el perfil de la superficie libre del mar puede expresarse como:

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^{N/2} A_n \cos(2\pi f_n t + \phi_n)$$
 (3.1)

donde N representa el número de datos de la serie que se desea simular, y las amplitudes A_n vienen determinadas por el espectro de partida seleccionado mediante la igualdad:

$$A_n = \sqrt{2S(f_n)\Delta f} \quad ; n = 1, 2, \cdots, N/2$$

de modo que la ecuación (3.1) puede ser escrita como:

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^{N/2} \sqrt{2S(f_n)\Delta f} \cos(2\pi f_n t + \phi_n)$$
 (3.2)

Las frecuencias utilizadas vienen definidas por el incremento frecuencial, Δf , determinado por la frecuencia máxima, o de corte, f_c , para la que consideramos que el espectro posee un contenido energético significativo, y cuyo valor máximo queda fijado por la frecuencia de Nyquist. La naturaleza estocástica del proceso se incluye a través de los ángulos de fase, ϕ_n , admitiendo que éstos están uniformemente distribuidos en el intervalo $[0, 2\pi]$. Los valores de ϕ_n pueden obtenerse utilizando alguna de las numerosas rutinas existentes para generar números pseudoaleatorios, uniformemente distribuidos en [0, 1] (Ugrin,1991), y que pueden ser fácilmente transformados a $U[0, 2\pi]$ (Morgan, 1984).

Esta metodología presenta la característica de que el espectro obtenido a partir de la serie temporal simulada reproduce con bastante aproximación el espectro de partida.

Método NSA

Este método denominado método del espectro complejo (Miles & Funke, 1988), o tambien método de las amplitudes espectrales no deterministas (NSA) (Tuah & Hudspeth, 1982), se basa en una representación alternativa dada por Rice (1944-1945) para procesos aleatorios con distribución Normal, según la cual la elevación de la superficie del mar puede ser descrita en función del tiempo por la siguiente relación:

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^{N/2} a_n \cos(2\pi f_n t) + b_n \sin(2\pi f_n t)$$
 (3.3)

donde a_n y b_n son variables aleatorias independientes, normalmente distribuidas, con media cero y desviación estándar $\sigma_{a_n} = \sigma_{b_n} = \sqrt{S(f_n)\Delta f}$. Entonces, definiendo:

$$A_n^2 = a_n^2 + b_n^2$$
 y $\phi_n = \arctan\left(-\frac{b_n}{a_n}\right)$

podemos escribir la ecuación (3.3) en una forma análoga a (3.1),

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^{N/2} A_n \cos(2\pi f_n + \phi_n)$$
 (3.4)

Dado que a_n y b_n siguen una $N(0,\sigma)$, A_n posee una distribución de Rayleigh y ϕ_n se distribuye uniformemente en $[0,2\pi]$. Definiendo dos nuevas variables aleatorias distribuidas según una N(0,1), dadas por:

$$\alpha_n = \frac{a_n}{\sqrt{S(f_n)\Delta f}}$$
 y $\beta_n = \frac{b_n}{\sqrt{S(f_n)\Delta f}}$

tal que,

$$A_n = \sqrt{S(f_n)\Delta f} \left(\alpha_n^2 + \beta_n^2\right)^{1/2}$$
 $y \qquad \phi_n = \arctan\left(-\frac{\beta_n}{\alpha_n}\right)$

de modo que la ecuación (3.4) podrá expresarse ahora como:

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^{N/2} \sqrt{S(f_n)\Delta f} \left(\alpha_n^2 + \beta_n^2\right)^{1/2} \cos(2\pi f_n + \phi_n)$$
 (3.5)

Luego, conocido el espectro de partida y generando un par de secuencias aleatorias N(0,1), correspondientes a α_n y β_n , mediante un procedimiento estándar (Kinderman & Ramage, 1976), se puede obtener una serie temporal,

 $\eta(t)$, en la cual tanto las fases como las amplitudes de cada componente armónica poseen carácter aleatorio. Por este motivo, el espectro de las series simuladas mediante este método no reproduce exactamente el espectro de partida, sino que presenta una serie de fluctuaciones aleatorias respecto a dicho modelo.

Aunque, en teoría, con los métodos DSA y NSA se podrían generar registros de longitud indefinida utilizando un número muy elevado de componentes sinusoidales, en la práctica, los procedimientos de simulación basados en la superposición de un número N de ondas armónicas presentan el problema de repetirse con una periodicidad $T=1/\Delta f$. Sin embargo, tanto el método DSA como el NSA deben ser implementados utilizando el algoritmo FFT⁴ para que resulten computacionalmente eficientes (Hudspeth & Borgman, 1979). De este modo, el problema de la periodicidad de las series simuladas desaparece, puesto que la longitud de dichas series es precisamente $1/\Delta f$. No obstante, la longitud de las series sigue estando limitada. Para aumentar su duración será preciso incrementar el número de componentes armónicas empleadas y, puesto que la eficiencia computacional de la FFT es del orden de $N \log_2(N)$ para los mejores algoritmos disponibles, en los cuales N debe ser una potencia entera de 2, el número de componentes necesarias para aumentar la longitud del registro crece espectacularmente.

Tucker, et al., (1984) apuntan que el método DSA solo reproduce correctamente un oleaje gaussiano en el caso límite en que N tiende a infinito. Por otro lado, puede demostrarse (Langen, 1981) que las series generadas mediante el método NSA convergen a un proceso aleatorio ergódico.

⁴Fast Fourier Transform

Métodos Paramétricos

Los fundamentos de los métodos de simulación paramétricos pertenecen a la denominada Teoría de la predicción lineal (Makouhl, 1975). Estos métodos representan, en general, un procedimiento eficiente de generar registros que poseen un espectro cuya forma se aproxima a la de un espectro inicial determinado. El principio básico de estas técnicas es el de aplicar un filtro digital lineal⁵ a una secuencia de observaciones x(n), denominada entrada, para generar una nueva secuencia de datos $\eta(n)$, que recibe el nombre de salida.

Las técnicas de simulación de registros de oleaje mediante este procedimiento utilizan como secuencia de entrada un <u>ruido blanco</u>, es decir, una secuencia de datos totalmente no correlacionados y gobernados por una distribución de probabilidad dada.

El tipo de filtro lineal más general, de los empleados para simular oleaje, es el representado por los modelos ARMA (Spanos, 1983), los cuales permiten expresar la elevación de la superficie libre como:

$$\eta(t) = \underbrace{\sum_{n=1}^{p} a_n \eta_{t-n}}_{AR} + \underbrace{\sum_{e_t}^{AR/MA}}_{MA} + \underbrace{\sum_{m=1}^{q} b_m e_{t-m}}_{MA}$$
(3.6)

donde a_n y p son los coeficientes y el orden de la parte autorregresiva (AR), b_m y q son los coeficientes y el orden de la parte de media movil (MA), y e_t es un ruido blanco gaussiano de media nula común a ambos términos.

Aplicando la transformada z a la ecuación (3.6) podremos escribir el espectro de la serie simulada como el cociente de dos polinomios, cuyos

⁵Las propiedades de los filtros digitales pueden consultarse en Papoulis (1984).

coeficientes son a_n y b_m (Proakis & Manolakis, 1988). Así, para un intervalo de muestreo Δt , el espectro será:

$$\check{S}(f) = 2\sigma_e^2 \Delta t \frac{\left| 1 + \sum_{m=1}^q b_m e^{(-i2\pi f m \Delta t)} \right|^2}{\left| 1 + \sum_{n=1}^p a_n e^{(-i2\pi f n \Delta t)} \right|^2} ; \quad 0 < f < \frac{1}{2\Delta t}$$
(3.7)

El problema del ajuste del espectro del modelo empleado, $\check{S}(f)$, y el espectro inicial elegido, S(f), se reduce entonces a la determinación de los coeficientes a_n y b_m , de modo que las diferencias entre S(f) y $\check{S}(f)$ sean mínimas. Para ello, Spanos (1983) propone utilizar un criterio de mínimos cuadrados, de forma que.

$$\sum_{k=1}^{M} \left[S(f_k) - \check{S}(f_k) \right]^2 = \varepsilon \tag{3.8}$$

donde M representa el número de frecuencias utilizadas para estimar las funciones de densidad espectral y ε debe ser un valor muy pequeño, cuya magnitud dará cuenta de la bondad del ajuste entre ambos espectros.

Si en la expresión (3.6) hacemos nulos los coeficientes a_n la elevación de la superficie libre del mar quedará descrita por el término MA. Por el contrario, haciendo nulos los coeficientes b_m en la ecuación (3.6), la expresión de la superficie libre del mar se reduce a la parte AR, y su función de densidad espectral queda determinada por:

$$\check{S}(f) = \frac{2\sigma_e^2 \Delta t}{\left| 1 + \sum_{n=1}^p a_n e^{(-i2\pi f n \Delta t)} \right|^2} ; \quad 0 < f < \frac{1}{2\Delta t}$$
(3.9)

Reduciendose, en este caso, el problema de la simulación a la obtención de los parámetros a_n , que minimizen las diferencias entre el espectro inicial y (3.9).

De los tres modelos lineales expuestos en este apartado. el modelo AR es, con mucho, el más utilizado. El motivo es doble; por un lado, el modelo AR es apropiado para representar espectros con picos estrechos y, por otro, las ecuaciones a resolver para determinar los coeficientes de este tipo de modelo son bastante más sencillas que las que aparecen en los modelos AM y ARMA (Proakis & Manolakis, 1992). Ademas, en general, los modelos AM requieren muchos más coeficientes para representar un proceso con espectro estrecho, por lo cual raramente se realizan estimaciones espectrales sólo con estos modelos. Por otra parte, el teorema de descomposición de Wold (1938) asegura que cualquier proceso ARMA o MA puede ser representado correctamente mediante un modelo AR, con un orden adecuadamente seleccionado. Por estos motivos, elejimos en este trabajo el modelo AR como única técnica de simulación paramétrica. La descripción detallada de la metodología a seguir para la simulación de una serie temporal de oleaje, mediante un filtro recursivo AR, puede consultarse en (Mignolet, 1987).

Una ventaja importante de este método, frente a los métodos de superposición de componentes armónicas, es que el espectro inicial es aproximado como un espectro continuo y no como un número finito de densidades espectrales asociadas a igual número de frecuencias discretas. Ademas, con esta metodología la longitud de las series simuladas no posee las limitaciones que presentan las generadas mediante las técnicas DSA y NSA.

3.2.2 Simulación No-lineal

Tal como se comentó en la sección [1.3], si la ecuación de Laplace se resuelve desarrollando las condiciones de contorno de superficie libre hasta el segundo orden, mediante un método de pertubaciones, aparecen los efectos de las autointeracciones y de las interacciones entre componentes, que dan lugar a la generación de subarmónicos y superarmónicos en el tren de ondas.

El problema fundamental para simular registros de oleaje no lineales de segundo orden consiste, por tanto, en generar los valores correspondientes a las correciones de segundo orden de los desplazamientos de la superficie libre.

Las expresiones del potencial de velocidades y la superficie libre del mar, desarrolladas hasta el segundo orden de aproximación [cap.1], pueden escribirse como:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 \tag{3.10}$$

$$\eta(t) = \eta_1(t) + \eta_2(t) \tag{3.11}$$

Las expresiones de $\eta_1(t)$ y $\eta_2(t)$, vienen dadas respectivamente por (Tayfun, 1986):

$$\eta_1(t) = \sum_{n=1}^{N} a_n \cos(\omega_n t + \phi_n)$$
 (3.12)

$$\eta_{2}(t) = \frac{1}{2g} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} a_{n} a_{m} \omega_{m}^{2} cos \left[(\omega_{m} t + \phi_{m}) - (\omega_{n} t + \phi_{n}) \right]$$

$$- \frac{1}{2g} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m>1}^{N} a_{n} a_{m} (\omega_{m}^{2} - \omega_{n}^{2}) cos \left[(\omega_{m} t + \phi_{m}) - (\omega_{n} t + \phi_{n}) \right]$$
(3.13)

Los valores de a_n y ϕ_n se obtienen procediendo del mismo modo que en los métodos DSA o NSA. Una forma óbvia de simular $\eta(t)$ es evaluar $\eta_1(t)$ y $\eta_2(t)$ directamente, a partir de las ecuaciones (3.12) y (3.13) para luego sumarlas. Sin embargo, este procedimiento requiere un tiempo de computación muy elevado. Para evitar este inconveniente, Hudspeth (1974, 1975) expresa $\eta_2(t)$ utilizando una matriz de interacciones no lineales equivalente a la propuesta por Hasselmann (1962), expresada en forma discreta para hacer factible el uso del algoritmo FFT. La expresión de la matriz de interacciones no lineales viene

dada por:

$$\mathcal{H}(\omega_{n}, \omega_{m}; k_{n}, k_{m}) = 2(\omega_{n} + \omega_{m}) \mathcal{D}(\omega_{n}, \omega_{m}; k_{n}, k_{m})$$

$$- \frac{g^{2}k_{n}k_{m}}{\omega_{n}\omega_{m}} + (\omega_{n} + \omega_{m})^{2} - \omega_{n}\omega_{m}$$
(3.14)

 $\mathcal{D}(\omega_n, \omega_m; k_n, k_m)$ representa la matriz de interacciones no lineales del término de segundo orden del potencial de velocidades, Φ_2 , cuya expresión es:

$$\mathcal{D}(\omega_{n}, \omega_{m}; k_{n}, k_{m}) = \frac{2(\omega_{n} + \omega_{m}) \left[g^{2}k_{n}k_{m} - (\omega_{n}\omega_{m})^{2}\right]}{\Omega_{nm}}$$

$$- \frac{\omega_{n}\omega_{m} \left(\omega_{n}^{3} + \omega_{m}^{3}\right) + g^{2} \left(\omega_{m}k_{n}^{2} + \omega_{n}k_{m}^{2}\right)}{\Omega_{nm}}$$
(3.15)

donde Ω_{nm} es:

$$\Omega_{nm} = 2\omega_n \omega_m \left[(\omega_n + \omega_m)^2 - g |k_n + k_m| \tanh |k_n + k_m| h \right]$$
(3.16)

La expresión de las matrices \mathcal{H} y \mathcal{D} se simplifica notablemente para oleajes en aguas profundas. En tal caso, se verifica que $h \geq L_n/2$, donde L_n es la longitud de onda asociada a la componente de frecuencia ω_n . En estas condiciones, la expresión de la relación de dispersión puede aproximarse mediante:

$$\omega_n^2 \approx g k_n sgn(n)$$
 ; $sgn(n) \equiv \text{función signo}$

Una factor importante a tener en cuenta en el método de simulación no lineal es que la información de las fases de las componentes armónicas no puede ser eliminada. Para retener dicha información, los coeficientes a_n y a_m de la ecuación (3.13) deben expresarse en forma compleja (Hudspeth, 1975). Es decir,

$$a_n = \left[S(\omega_n) \pi \Delta f \right]^{1/2} \exp\left(-i\phi_n \right) \tag{3.17}$$

donde $S(\omega)$ son los valores del espectro inicial y ϕ los ángulos de fase, uniformemente distribuidos en $[0, 2\pi]$. En definitiva:

El procedimiento de simulación no lineal empleado en este trabajo consiste en evaluar las contribuciones de segundo orden, mediante la expresión:

$$\eta_2(t) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \frac{a_n a_m}{2g} \mathcal{H}(\omega_n, \omega_m) \exp\left\{i \left[\left(\omega_n + \omega_m\right) t\right]\right\}$$
(3.18)

las cuales, sumadas a las contribuciones lineales, generan una serie temporal de sobreelevaciones de la superficie libre del mar, débilmente no lineal y con una distribución probabilística ligeramente distinta de la Normal.

Un desarrollo detallado de esta metodología puede encontrarse en Hudspeth y Chen (1979).

3.3 Métodos de Análisis

En esta sección se presenta un resumen del procedimiento utilizado para el tratamiento de las series temporales analizadas. Presentamos en primer lugar, las técnicas empleadas para examinar la calidad de los datos medidos (preprocesamiento), y a continuación un breve esquema de los métodos de análisis en los dominios temporal (Análisis Estadístico) y frecuencial (Análisis Espectral), con una incidencia en el análisis poliespectral.

3.3.1 Preprocesamiento de los datos

Tal como ocurre con la gran mayoría de las series de datos experimentales obtenidas para el estudio de cualquier fenómeno físico, los datos registrados utilizando el sistema de adquisición descrito en la sección [3.1] no son, en general, útiles para su tratamiento directo. Por diversos motivos, las series temporales medidas pueden presentar valores que no representan en absoluto características del fenómeno físico analizado. Así, por ejemplo, la señal original puede contener errores, tales como los ya citados en [3.1.1], u otros que se pueden introducir durante las etapas de transmisión y recepción de los datos. Por otro lado, puede suceder que las series temporales obtenidas contengan información solapada de distintos fenómenos físicos.

La magnitud de los problemas antes citados puede ser tal que, debido a su pésima calidad, las series deban ser rechazadas. Sin embargo, en numerosas ocasiones, estos problemas pueden ser remediados procediendo de forma adecuada. Por ello, antes de llevar a cabo el tratamiento de los datos, resulta imprescindible realizar un análisis previo, conocido como preprocesamiento, en el que se evalue el nivel de calidad de los registros, se detecten posibles errores y, si es posible, se eliminen o suavicen las inconsistencias existentes.

A continuación describimos el procedimiento de preprocesamiento utilizado en el presente trabajo. Es preciso, sin embargo, hacer notar que algunas de las desiciones tomadas en el preprocesamiento de una señal aleatoria poseen un cierto grado de subjetividad, tal como apuntan Otnes & Enochson (1978).

En nuestro caso elejimos como aspectos a considerar en el preprocesamiento de las señales los siguientes:

- Componentes Estáticas
- Tendencias

- Valores Anómalos
- Aceleraciones no-físicas
- Periodos Anómalos
- Señales Constantes

Componentes Estáticas

Consideremos una serie temporal aleatoria, f(t), que contiene una componente dinámica, $\eta(t)$, la cual fluctúa aleatoriamente sobre un nivel medio estático, $\bar{\eta}$. Es decir,

$$f(t) = \eta(t) + \bar{\eta}$$

Al estimar la función de densidad espectral de f(t), aparecerá un pico de area $\bar{\eta}^2$ centrado en f=0, (Rodríguez, 1993). Este efecto hace que resulte esencial reducir a cero el valor medio muestral, especialmente cuando se desean estudiar fenómenos de baja frecuencia. De otro modo, la densidad espectral asociada a la frecuencia cero podría predominar en la banda de bajas frecuencias, enmascarando la energía correspondiente a las componentes localizadas en esa zona del espectro. Por otro lado, un desplazamiento del nivel cero en los registros de oleaje da lugar a errores significativos en el análisis estadístico de parámetros como la altura y el periodo, definidos mediante el criterio de pasos por cero, (Hatori, 1984).

En el caso particular del oleaje, se trabaja prácticamente siempre con series temporales de media nula, puesto que físicamente los registros de oleaje deben cumplir dicho requisito. No obstante, con frecuencia, ya sea por problemas en la digitalización del registro, por defectos en el sistema de medida u otros motivos, esto no ocurre así. Sin embargo, siempre es factible generar una nueva serie de media nula, simplemente sustrayendo a f(t) su valor medio, $\bar{\eta}$. Esto

$$\eta(t) = f(t) - \bar{\eta}$$
 donde $\bar{\eta} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \eta_n(t)$

Por tanto, en adelante, al referirnos a las series temporales de desplazamientos verticales de la superficie libre, $\eta(t)$, se entenderá que éstas poseen media nula.

Tendencias

Otro tipo de corrección que suele resultar necesario aplicar a las series originales es la eliminación de tendencias, que pueden ser definidas como componentes frecuenciales de periodo mayor a la longitud del registro. Su origen puede estar en efectos de fenómenos oceánicos de largo periodo, como por ejemplo las mareas, o bien por errores sistemáticos en el procedimiento de medida, como puede ser un defecto en la medida de las aceleraciones. Estas componentes pueden distorsionar tanto los resultados de las estimaciones espectrales como los del análisis estadístico de $\eta(t)$. Sin embargo, la razón más importante para eliminar las tendencias es la condición de estacionariedad, que en presencia de tendencias no se verificará, tal como tendremos ocasión de comprobar en el capítulo [4].

El procedimiento empleado en este estudio para la eliminación de las tendencias, esta basado en aproximar dichas componentes mediante una función polinomial, utilizando un método de mínimos cuadrados, para porteriormente sustraerlas de $\eta(t)$. Así, una serie temporal que posea una tendencia lineal puede expresarse como:

$$f(t) = \eta(t) + \left(a + bt\right)$$

de modo que, estimando los coeficientes a y b mediante las expresiones adecuadas, podremos eliminar la tendencia realizando la siguiente operación:

$$\eta(t) = f(t) - \left(a + bt\right)$$

Para una serie temporal con una tendencia cuadrática, es decir:

$$f(t) = \eta(t) + \left(a + bt + ct^2\right)$$

podemos proceder del mismo modo para eliminar la tendencia, empleando los coeficientes a, b y c adecuados.

Valores Anómalos

Al analizar registros de oleaje, es frecuente encontrar valores de $\eta(t)$ cuyo valor absoluto es anormalmente elevado respecto al comportamiento estadístico del resto de los valores de la serie. Estos valores reciben el nombre de valores anómalos, (Spikes o Outliers), y su presencia puede dar lugar a serios problemas durante el procedimiento de análisis estadístico-espectral de la muestra (Chernick, et al., 1982). El origen de los valores anómalos suele estar en las interferencias producidas durante la transmisión de la señal.

La detección de valores anómalos en series temporales es un problema bastante complejo y poco explorado (Barnett & Lewis, 1992). En el caso de registros de oleaje, es muy frecuente abordar el problema teniendo en cuenta que los desplazamientos de la superficie libre del mar siguen, aproximadamente, una distribución Normal. De este modo, podemos considerar como valores anómalos aquellos datos cuya magnitud sea superior a K veces la desviación estándar del registro, σ_{η} . La elección del valor de K es bastante subjetiva, no obstante, es frecuente seleccionar un valor entre 4 y 5 (Torsethaugen & Kroagstad, 1979). En el presente trabajo se ha considerado un valor de K=4.5, tambien utilizado en centros de investigación de reconocido prestigio como KNMI⁶ y DUT⁷. Así, consideraremos como valores anómalos aquellos

⁶Koninklijk Nederlands Meteorologisch Institute

⁷Delft University of Technology

que verifiquen la relación:

$$|\eta(t)| > 4.5\sigma_{\eta}$$

Cuando una serie presenta valores anómalos, la forma de proceder para corregir el problema es, eliminar dicho valor y realizar una interpolación lineal entre los valores adyacentes. Sin embargo, si existen varios valores anómalos sucesivos, se realiza la interpolación entre los valores "normales" más próximos a ambos lados, siempre y cuando el número de puntos anómalos no sea superior a tres, en cuyo caso la serie será eliminada. Igualmente, si el número de valores anómalos detectados es superior al 0.4% del número total de puntos de la serie ésta será rechazada.

Aceleraciones no-físicas

Físicamente, resulta imposible que los valores de las aceleraciones de la superficie libre del mar sean superiores a $10m/s^2$. Sin embargo, por problemas en el procedimiento de medida con una boya Waverider o durante la transmisión de la señal, es posible encontrar valores de $\ddot{\eta}(t)$ con una magnitud superior. Para estimar el valor de las aceleraciones aplicamos el siguiente esquema en diferencias finitas:

$$|\ddot{\eta}(t_n)| = \left| \frac{\eta(t_{(n-1)}) - 2\eta(t_n) + \eta(t_{(n+1)})}{(\Delta t)^2} \right| < 10$$

El modo de proceder, para la <u>corrección de aquellos valores que no</u> <u>verifiquen la condición anterior</u>, es exactamente el mismo que el utilizado para los valores anómalos.

Periodos Anómalos

Las series temporales también son examinadas para comprobar si existen zonas en las que la superficie libre permanece durante un periodo considerable al mismo lado del nivel medio, entre dos cruces consecutivos por cero. De este modo, si $\eta(t)$ posee el mismo signo, negativo o positivo, durante un periodo superior a 20 segundos, la serie será rechazada para un porterior análisis, sin que sea posible ningun tipo de actuación razonable para su corrección.

Señales Constantes

Si la señal permanece con un valor constante durante un periodo superior a uno preestablecido (5 segundos), por problemas de interferencia o de cualquier otra índole, no será posible proceder a su corrección, por lo cual será rechazada directamente.

3.3.2 Análisis en el dominio temporal

Hemos comentado anteriormente que, admitiendo la hipótesis de ergodicidad, y por consiguiente la de estacionariedad del oleaje, podemos obtener las propiedades estadísticas de dicho fenómeno estudiando las correspondientes a una única serie temporal medida, por ser ésta representativa de todo el proceso aleatorio. Tambien hemos comentado que el análisis de las series temporales de oleaje, como las de cualquier otro fenómeno físico con caracter aleatorio, puede realizarse tanto en dominio del tiempo como en el de las frecuencias.

El objetivo fundamental del análisis de series temporales en el dominio temporal es estimar la frecuencia relativa de presentación de un suceso, perteneciente al espacio muestral de una variable aleatoria determinada. Por tanto, este tipo de análisis se basa en la determinación de funciones de densidad y distribución de probabilidad, momentos estadísticos, etc, de diversos parámetros del oleaje como: sobreelevaciones, alturas y periodos de ola, etc., que permiten obtener una descripción estadística de la estructura de dicho fenómeno. No desarrollaremos aquí los fundamentos del análisis estadístico de variables aleatorias, que pueden encontrarse en numerosos textos especializados, tales como: Cramer (1966), Papoulis (1984) y Ochi (1990), por citar algunos.

3.3.3 Análisis en el dominio frecuencial

Análisis Espectral

Las técnicas de análisis en el dominio frecuencial reciben, en general, el nombre de técnicas de análisis espectral y sus fundamentos básicos pertenecen al denominado análisis de Fourier. Así, dada una serie temporal discreta, $\eta(t)$, utilizando la transformada de Fourier, es posible transferir la información contenida en dicha serie al dominio de las frecuencias, donde, por lo general, suele resultar más efectiva la caracterización estadística del fenómeno aleatorio analizado.

La varianza de un proceso es una medida de la dispersión de las observaciones respecto a su nivel medio. En este sentido, la varianza proporciona una medida de la intensidad de las fluctuaciones del proceso sobre su nivel medio y por tanto, de su contenido energético. El análisis espectral nos permite descomponer la varianza total en bandas de frecuencia en las cuales la contribución de la varianza es estadísticamente significativa. Para ello se admite, que la varianza total del proceso es el resultado de la superposición de numerósas contribuciones mutuamente independientes, cada una de ellas con una frecuencia arbitraria.

Puesto que las señales que deseamos analizar presentan fluctuaciones

aleatorias, no es posible aplicar directamente los métodos del análisis de Fourier. Es, por tanto, necesario adoptar dichas técnicas desde un punto de vista estadístico, utilizando para ello promedios característicos de la señal aleatoria. La función de autocorrelación, es un momento estadístico que permite caracterizar una señal aleatoria en el dominio del tiempo y que, además, posee la particularidad de constituir un par transformado de Fourier con la función de densidad espectral. Esta relación entre ambas funciones viene dada por el conocido <u>teorema de Wiener-Kintchine</u>:

$$S(f) = 4 \int_{0}^{\infty} R(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau$$

$$R(\tau) = \int_{0}^{\infty} S(f) \cos(2\pi f \tau) df$$
(3.19)

y representa el fundamento básico del método de análisis espectral propuesto por Blackman & Tukey (1958), que en adelante denotaremos por B-T.

Una forma más directa y eficiente de estimar S(f) se obtiene empleando la definición de dicha función dada en la sección [2.2], y utilizando el algoritmo **FFT** (Cooley & Tukey, 1965) para resolver numéricamente la transformada de Fourier de la serie analizada:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(t) \exp(-i2\pi f t) dt$$
 (3.20)

donde X(f) representa los coeficientes complejos de Fourier. Esta expresión puede escribirse en forma exponencial, de forma que:

$$X(f) = |X(f)| \cdot e^{i\Phi(f)} \tag{3.21}$$

Es decir, la transformada de Fourier puede expresarse mediante dos funciones reales de f, denominadas espectro de amplitudes y espectro de fases, denotadas respectivamente por |X(f)| y $\Phi(f)$.

La función de dendidad espectral de varianzas (espectro) de un proceso aleatorio estacionario es por definición:

$$S(f) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} |X(f)|^2$$
 (3.22)

Donde, para expresar la distribución frecuencial de la varianza. en términos de las amplitudes y las fases, será necesario expresar X(f) mediante (3.21), es decir, en función del espectro de amplitudes y del de fases. Sin embargo, generalmente, se admite que el espectro de fases es totalmente aleatorio y que no incluye información útil sobre las características del oleaje, ignorando de este modo la información relativa a las fases de las distintas componentes frecuenciales (Read & Sobey, 1987). Por este motivo, es muy frecuente encontrar trabajos en los que se hace referencia al espectro del oleaje, cuando en realidad se ha omitido la información de las fases. Por otro lado, existen autores (Funke & Mansard. 1981; Sobey & Read, 1984; Read & Sobey, 1987) que han cuestionado la verosimilitud de la suposición de la completa aleatoriedad del espectro de fases y han apuntado algunas posibles repercusiones de dicha hipótesis. No obstante, no se han obtenido aún resultados concluyentes al respecto, por tanto, en el capítulo [4] se abordará dicho problema.

Una técnica más reciente para estimar la función de densidad espectral empleada en este trabajo es la propuesta por Burg (1967, 1968), denominada genéricamente como método de máxima entropía (MEM). El fundamento básico de esta técnica consiste en caracterizar el proceso aleatorio mediante un modelo lineal AR, y aplicar el principio de máxima entropía (Jaynes, 1957),

para estimar el espectro del proceso aleatorio.

Análisis Biespectral

Tal como hemos comentado anteriormente, la función de densidad espectral representa la contribución de cada componente frecuencial a la energía total de un proceso aleatorio, admitiendo que las diferentes componentes son mutuamente independientes; de modo que, en el dominio temporal, el proceso puede ser expresado como una superposición de componentes armónicas independientes.

La información presente en la función de densidad espectral es esencialmente la misma que la contenida en la función de autocorrelación. Si el proceso estudiado es gaussiano, esta información, relacionada con los momentos estadísticos de segundo orden, es suficiente para obtener una descripción estadística completa de dicho fenómeno. Sin embargo, la gran mayoría de los fenómenos físicos, especialmente en geofísica, no son estrictamente gaussianos (Tukey, 1961). Gran parte de los fenómenos físicos poseen características claramente no lineales, de modo que podemos encontrar componentes espectrales independientes y componentes acopladas en fase con las enteriores.

En consecuencia, puesto que, en el procedimiento de estimación de la función de densidad espectral, las relaciones de fase entre componentes frecuenciales son eliminadas, dicha función solo permite investigar los mecanismos lineales que gobiernan el proceso (Huber et al., 1971). Para poder detectar y cuantificar los acoplamientos de fase, y distinguir entre componentes libres y acopladas es necesario recurrir a técnicas de análisis espectral de orden superior, relacionadas con momentos estadísticos de igual orden y conocidas genéricamente con el nombre de análisis poliespectral.

La función de densidad poliespectral, o poliespectro, puede definirse

matemáticamente como el valor esperado de los productos, de orden sucesivamente superior, de las transformadas de Fourier. Esta función incluye como caso particular a la función de densidad espectral, relacionada con los momentos estadísticos de segundo orden. La relación en el dominio frecuencial de los momentos estadísticos de tercer orden se establece a través de la función de densidad espectral bidimensional, o biespectro.

El análisis biespectral es una técnica de análisis muy poco utilizada y bastante desconocida en el ámbito de la Oceanografía Física, aunque, paradójicamente, la primera aplicación práctica conocida se realizó es este campo (Hasselmann. et al., 1963).

Se define la función de densidad biespectral, o <u>biespectro</u>. de un proceso aleatorio estacionario de orden tres y de media nula, $\eta(t)$, como:

$$B(f_1, f_2) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} [X(f_1)X(f_2)X^*(f_1 + f_2)]$$

$$= \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} [X(f_1)X(f_2)X(f_3)]$$
(3.23)

donde X(f) es la transformada de Fourier de $\eta(t)$ y $X^*(f)$ el conjugado complejo de X(f).

Si el proceso analizado es puramente gaussiano el valor del biespectro será nulo para cualquier combinación posible de frecuencias f_1 y f_2 . Para que dicha función sea distinta de cero se deben cumplir los siguientes requisitos:

- 1. $\eta(t)$ debe poseer componentes espectrales no nulas asociadas a las frecuencias f_1 , f_2 y $f_3 = f_1 + f_2$. Esta condición recibe el nombre de regla de la suma de frecuencias.
- Estas componentes espectrales deben ser estadísticamente dependientes.
 Esta condición es satisfecha si sus respectivas fases obedecen la

denominada <u>regla de la suma de fases</u>. Es decir, si se verifica la igualdad $\phi_3 = \phi_1 + \phi_2 + C$, donde C es una constante.

Podría ocurrir que un proceso, $\eta(t)$, presentase se una componente espectral no nula en $f_3 = f_1 + f_2$, generada independientemente y no por interacción entre f_1 y f_2 . Sin embargo, esta situación no contribuiría al biespectro en el punto f_1, f_2 , puesto que se violaría la regla de las fases. Por tanto, el biespectro es una herramienta adecuada para detectar y cuantificar interacciones no lineales de segundo orden (Kim et al., 1980).

Existen diversos métodos para estimar la función de densidad biespectral de una serie temporal aleatoria (Nikias, 1991). El procedimiento específico utilizado en este trabajo para estimar el biespectro es básicamente el propuesto por Nikias & Raughveer (1987).

El procedimiento utilizado para el análisis de las series temporales de oleaje puede esquematizarse mediante los diagramas de flujo representados en las figuras 3.5 y 3.6. En la primera de ellas se representa la metodología utilizada para el preprocesamiento de las señales registradas. Nótese que, como último paso de este procedimiento, se incluye el análisis de la estacionariedad del proceso que, tal como ya se ha comentado, resulta indispensable para el posterior análisis de los datos en los dominios temporal y frecuencial, siguiendo la metodología descrita en este capítulo y esquematizada en la figura 3.6.

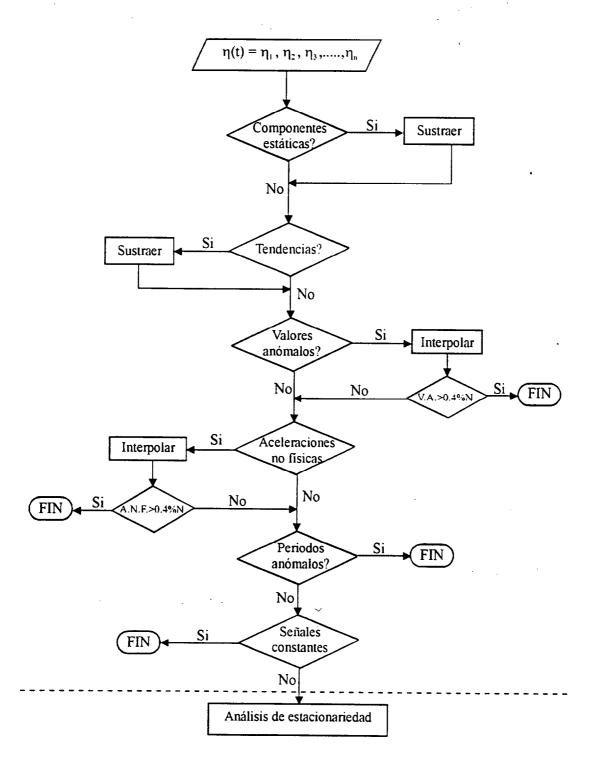


Figura 3.5: Organigrama para el preprocesamiento de las series temporales

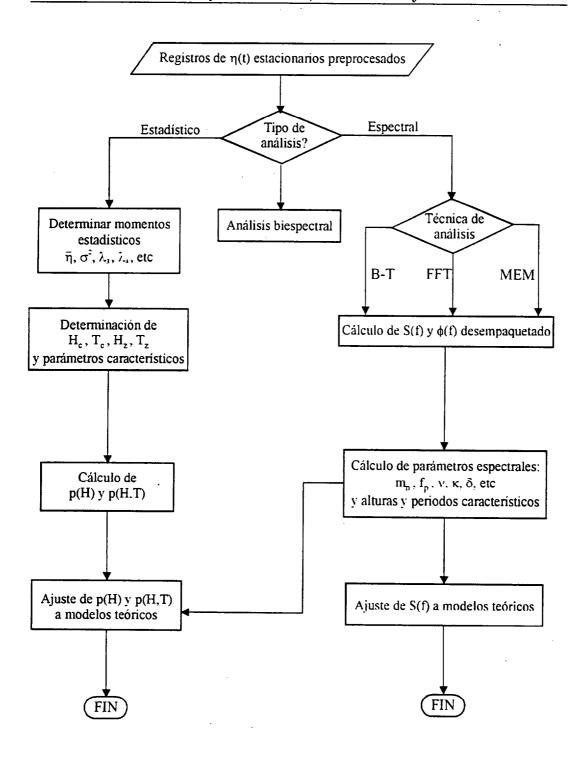


Figura 3.6: Organigrama del procedimiento de análisis de las series temporales

Capítulo 4

Análisis de las Hipótesis Básicas

It is clear that progress of a science which must either proceed on untested hypotheses or wait for generations to test them will be insecure or very slow.

(Blair Kinsman, 1957)
"Proper and Improper Use of Statistics in Geophysics"
Tellus, IX (3), 408-418.

En [2.2.1] se indicaron las hipótesis bajo las cuales se establecen los diferentes modelos modelos teóricos de oleaje, así como la de algunas de las técnicas de análisis de datos utilizadas en este estudio. Recapitulando las hipótesis (pp. 28-29), éstas eran:

- 1. Estacionariedad del proceso.
- 2. Uniformidad de las fases.
- 3. Linealidad del oleaje.
- 4. Anchura de banda espectral estrecha.

En este capítulo se examinarán el grado y las condiciones de validez de estás hipótesis por su contraste con los datos experimentales registrados. Las repercusiones que su nivel de veracidad tienen sobre la utilidad, o eficacia, de los modélos teóricos desarrollados para ciertos parámetros de interés del oleaje, en los dominios temporal (altura y periodo del oleaje), y frecuencial (función de densidad espectral), se analizarán en los dos próximos capítulos.

4.1 Estacionariedad

En el análisis del oleaje se admite como hipótesis indemostrable la ergodicidad del proceso (Kinsman, 1965) y, por tanto, la estacionariedad, puesto que todos los procesos ergódicos son estacionarios. Sin embargo, <u>resulta conve-</u> niente examinar el grado de validez de la hipótesis de estacionariedad.

Hemos comentado anteriormente que debido a las fuertes restricciones impuestas por la definición estricta de estacionariedad, la cual requiere que todas las distribuciones de probabilidad n-dimensional posibles sean invariantes en el tiempo, se recurre al concepto de estacionaridad de orden n.

Así, al analizar registros de oleaje se admite, generalmente, la estacionariedad de segundo orden, es decir, se asume la invarianza de las distribuciones de probabilidad uni y bidimensionales. Esto es:

$$F(x,t) = F(x,t+\tau) = F(x)$$
 (4.1)

$$F(x_1, x_2, t_1, t_2) = F(x_1, x_2, t_2 - t_1) = F(x_1, x_2, \tau)$$
(4.2)

de modo que, los momentos estadísticos de primer orden son independientes del tiempo, y los de segundo orden dependen de los defases temporales ($\tau=t_2-t_1$) entre los instantes de tiempo en los cuales se evaluan dichos estadísticos, pero son independientes de los instantes de tiempo concretos (t_1,t_2). Por tanto, para que un proceso aleatorio pueda ser aceptado como estacionario de segundo orden se deberá verificar la condición de invarianza temporal para el valor medio, la varianza y la función de autocorrelación respectivamente.

No obstante, los tests de estacionariedad de registros de oleaje, cuando se aplican, se limitan a la comprobación de las dos primeras condiciones (Liu, 1977; Elgar & Seymour, 1986). Además, con frecuencia, sólo se examina la estacionariedad en la varianza, admitiendo que el valor medio posee un valor constante e igual a cero para toda la serie (Haver & Moan, 1983; Ewans, 1984).

Evidentemente, es posible encontrar situaciones en las que se verifiquen las dos primeras condiciones, pero no la tercera. De este modo, al comprobar únicamente la estacionariedad en la media y en la varianza, podemos aceptar como estacionario un proceso en el cual la composición frecuencial sea variable respecto al tiempo y que, por tanto, viola la condición (4.2).

El motivo por el cual sólo se suele examinar la estacionariedad en la media y en la varianza es el siguiente:

Para un proceso estacionario se debe cumplir la relación:

$$R(0) = \sigma^2 + \mu^2$$

pero resulta poco probable que la función de autocorrelación sea función únicamente de τ para $\tau=0$, y no para el resto de los valores de τ . De este modo, se admite la estacionariedad en la autocorrelación a partir de la estacionariedad en la varianza. Sin embargo, esta suposición, aunque simplifica bastante el problema, no es inevitable. De hecho, existen métodos específicamente desarrollados para analizar la estacionariedad de la estructura frecuencial de un proceso aleatorio (Priestley & Rao, 1969). No obstante, la aplicación práctica de estos métodos resulta bastante tediosa y compleja, por estar basados en técnicas de análisis espectral evolutivo (Priestley, 1988).

Por otro lado, en el análisis espectral de orden tres es necesario admitir la estacionariedad de tercer orden para estimar la función de bicorrelación y el biespectro. En consecuencia, será necesario examinar la estacionariedad de los momentos estadísticos de orden trés, en particular el sesgo, λ_3 , y de la bicorrelación, o el biespectro. No obstante, dada la elevada complejidad de la estructura de dichas funciones, y teniendo en cuenta que haciendo nulos los valores de τ_1 y τ_2 en la expresión de la bicorrelación (Yefimov & Kalmykov, 1984) se tiene que:

$$C(0,0) = E\left[\eta^{3}(t)\right] = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} \eta(t)^{3} dt = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} B(f_{1}, f_{2}) df_{1} df_{2}$$

Es decir, la integración del biespectro en el plano f_1, f_2 , sobre una de sus regiones de simetría, representa el momento de tercer orden (sesgo) del proceso.

Por tanto:

Admitiremos que la estacionariedad del sesgo implica la estacionariedad en la bicorrelación. Al igual que ocurre con la varianza y la función de autocorrelación. está suposición no es estrictamente correcta.

A continuación se presenta, de forma esquemática, la metodología para examinar la estacionariedad de los registros analizados. Para ello se utilizan dos técnicas no paramétricas diferentes para el análisis de la estacionariedad: el Test de las Rachas y el Test de las Disposiciones Inversas, que són aplicadas al valor medio, la varianza y el sesgo de cada una de las series temporales. Además, se introduce un método relativamente sencillo para analizar la condición de estacionariedad en la función de densidad espectral o, lo que es equivalente, en la función de autocorrelación. Puesto que ambas funciones constituyen un par de Fourier, la invarianza temporal de una de ellas implica directamente la invarianza temporal de la otra.

Estos dos tests serán utilizados conjuntamente debido a su complementariedad. Asi, mientras el Test de las Rachas es más efectivo para detectar fluctuaciones de los parámetros analizados, respecto a su valor medio, el Test de las Disposiciones Inversas es más eficiente para detectar tendencias en su comportamiento.

4.1.1 Test de las Rachas

Sea una serie temporal $\eta(t)$ de longitud $T = N\Delta t$, donde N es el número total de datos. El procedimiento a seguir para aplicar el Test de las Rachas es, esquemáticamente, el siguiente (Bendat & Piersol, 1986):

1. Dividir el registro en M segmentos de igual longitud, L, cada uno de los cuales se considera independiente.

2. Determinar el valor del parámetro a examinar en cada uno de los *M* segmentos. Es decir:

$$\begin{cases} \bar{\eta}_i &= \{\bar{\eta}_1, \cdots, \bar{\eta}_M\} \\ \\ \sigma_i^2 &= \{\sigma_1^2, \cdots, \sigma_M^2\} \end{cases}$$

$$\lambda_{3_i} &= \{\lambda_{3_1}, \cdots, \lambda_{3_M}\}$$

- 3. Contrastar el valor del parámetro obtenido en cada intervalo con la mediana de dicho parámetro en todos los intervalos. Si el valor del parámetro examinado es mayor o igual que el de la mediana, al intervalo correspondiente se le asigna el valor 1, en caso contrario se le asigna el valor 0. Repitiendo este procedimiento para cada uno de los segmentos se obtiene una secuencia de M ceros y unos. Una secuencia consecutiva de ceros o unos recibe el nombre de racha.
- 4. Examinar la estacionariedad del proceso respecto al parámetro en cuestion. Asumiendo que la secuencia de parámetros estimados es aleatoria y no posee tendencias, es de esperar que ésta se comporte como una secuencia de observaciones aleatorias e independientes, de modo que dicha secuencia tendrá un comportamiento estadístico gobernado por una distribución run, (Bendat & Piersol, 1971). Para ello, se contabiliza el número de ceros, r₀, el número de unos, r₁, y el número de rachas, R. Entonces, haciendo uso de las tablas de la distribución run (Cacko et al., 1988), podremos comprobar si el número de rachas observadas está dentro de los límites dados para un par (r₁, r₂) y un determinado nivel de confianza (95%). En caso afirmativo se aceptará la estacionariedad del proceso para el parámetro examinado, rechazándose en caso contrario.

En este trabajo se ha aplicado el Test de las Rachas segmentando las series originales en 16 intervalos, de longitud L, y la hipótesis de estacionariedad se ha contrastado con un nivel de significación $\alpha = 5\%$. En consecuencia, la región de aceptación de la hipótesis de estacionariedad para un parámetro dado será:

$$[4 \le R \le 13] \tag{4.3}$$

4.1.2 Test de las Disposiciones Inversas

Sea una secuencia de M parámetros estadísticos. $(x_i; i = 1, \dots, M)$, estimados en los M segmentos de igual longitud en los que se ha dividido una serie temporal $\eta(t)$. El procedimiento a seguir en este test es el siguiente:

1. Contabilizar el número de veces que se verifican las desigualdades:

$$x_i > x_j$$
 para $i < j$

Cada una de estas desigualdades recibe el nombre de disposición inversa. Para contabilizar el número total de disposiciones inversas, A, podemos definir:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_i > x_j & ; & i < j \\ \\ 0 & \text{si } x_i \le x_j & ; & i < j \end{cases}$$
(4.4)

de modo que el número total de disposiciones inversas se podrá expresar como:

$$A = \sum_{i=1}^{M-1} A_i = \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^{M} a_{ij}$$
 (4.5)

2. Contrastar si la secuencia de M parámetros se comporta como si éstas fuesen observaciones independientes de una misma variable aleatoria, de modo que no presentan tendencias. En tal caso, el número de disposiciones inversas será una variable aleatoria A (Otnes & Enochson, 1972), por tanto:

La región de aceptación de dicha hipótesis, para un nivel de significación α (5%), será:

$$\left[38 = A_{M;1-(\alpha/2)} < A \le A_{M;(\alpha/2)} = 81\right] \tag{4.6}$$

4.1.3 Estacionariedad de la estructura frecuencial

Para examinar la estacionariedad del proceso respecto de su función de autocorrelación, proponemos emplear el test de equivalencia entre dos funciones de densidad espectral. Bendat & Piersol (1967) propusieron un test para comprobar la similitud entre dos espectros, nuestra propuesta es emplear dicho test para analizar la estacionariedad de la estructura frecuencial del proceso. Según estos autores, la equivalencia entre dos funciones de densidad espectral, $S_1(f)$ y $S_2(f)$, puede ser examinada mediante el siguiente critério:

$$X^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \left[\log \left(\frac{S_{1}(f_{i})}{S_{2}(f_{i})} \right) \right]^{2}}{\left[\frac{2}{\nu_{1}} + \frac{2}{\nu_{2}} \right]}$$
(4.7)

donde ν_1 y ν_2 son el número de grados de libertad de cada estimación espectral, y m representa el número de estimaciones espectrales obtenidas para $S_1(f)$ y

$$X^2 \le \chi^2_{m;\alpha} \iff S_1(f) \equiv S_2(f)$$
 (4.8)

se aceptará la equivalencia entre ambas funciones de densidad espectral.

El procedimiento propuesto en este trabajo se puede resumir de la forma ilustrada en el esquema de la página siguente.

Universidad de Las Balmas de Gran Canada Biblioteca Digital 2003

- Dividir los registros en 2 segmentos de igual longitud, $(N_1 = N_2)$.
- Estimar S(f) para cada uno de estos segmentos, imponiendo como condición que $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 40$.
- Con estas condiciones, la expresión del estadístico X^2 se reduce a:

$$X^{2} = \frac{\nu \sum_{i=1}^{m} \left[\log \left(\frac{S_{1}(f_{i})}{S_{2}(f_{i})} \right) \right]^{2}}{4}$$
 (4.9)

que para $\alpha = 5\%$, tendrán como regiones de aceptación:

1. Para registros de N=2048 datos:

$$\left. \begin{array}{l}
 N_1 = N_2 = 1024 \\
 m = 50 \\
 \Delta f = 0.02
 \end{array} \right\} \Longrightarrow \quad ; \quad X^2 \le \chi^2_{50;0.05} = 68$$

2. Para registros de N = 5120 datos:

$$\left. \begin{array}{l}
 N_1 = N_2 = 2560 \\
 m = 125 \\
 \Delta f = 0.008
 \end{array} \right\} \Longrightarrow ; \quad X^2 \le \chi^2_{125;0.05} = 152$$

• Comparar los espectros de cada segmento. Si el valor de X^2 verifica la relación anterior se acepta la condición de estacionariedad en la función de autocorrelación, rechazándose en caso contrario.

4.1.4 Comprobación y validación experimentales

Los resultados de los Tests de Rachas y Disposiciones Inversas para el análisis de la hipótesis de estacionariedad, en cada uno de los conjuntos de datos experimentales citados en la sección [3.1], excluyendo aquellos rechazados durante la fase de preprocesamiento, se muestran en forma de histograma en las figuras 4.1–4.7. La figura 4.7 muestra los resultados para los registros obtenidos durante el mes de Noviembre de 1986 en Las Palmas. Los resultados globales para los datos de Las Palmas se dan en la tabla 4.1. En cada una de las figuras se representa en ordenadas la frecuencia relativa de presentación del número de rachas y disposiciones inversas, para la media, la varianza y el sesgo. Además, en cada histograma se han representado, mediante lineas discontinuas, los límites de las regiones de aceptación de la hipótesis de estacionariedad para ambos tests, dados por las expresiones (4.3) y (4.6).

La observación de los histogramas obtenidos para un mismo parámetro, mediante el Test de Rachas y el de Disposiciones Inversas, revela que los resultados de ambos tests son significativamente diferentes. En general, la probabilidad de encontrar registros en los cuales el número de rachas para la media cae fuera de la región de aceptación es superior a la que se obtiene con el Test de las Disposiciones Inversas. Sin embargo, es frecuente que para la varianza y el sesgo ocurra lo contrario. Es decir, el Test de las Disposiciones Inversas suele generar un mayor número de rechazos, de la estacionariedad en la varianza y en el sesgo, que el Test de las Rachas. Estos resultados son bastante razonables puesto que, tal como hemos comentado anteriormente, el Test de las Rachas es más efectivo para detectar fluctuaciones en los parámetros, mientras que el Test de Disposiciones Inversas posee una mayor potencia para detectar tendencias monótonas en el comportamiento de los parámetros. Este hecho se aprecia más claramente en la tabla 4.1, en la cual se muestra el porcentaje de registros en los que se rechaza la estacionariedad para cada parámetro.



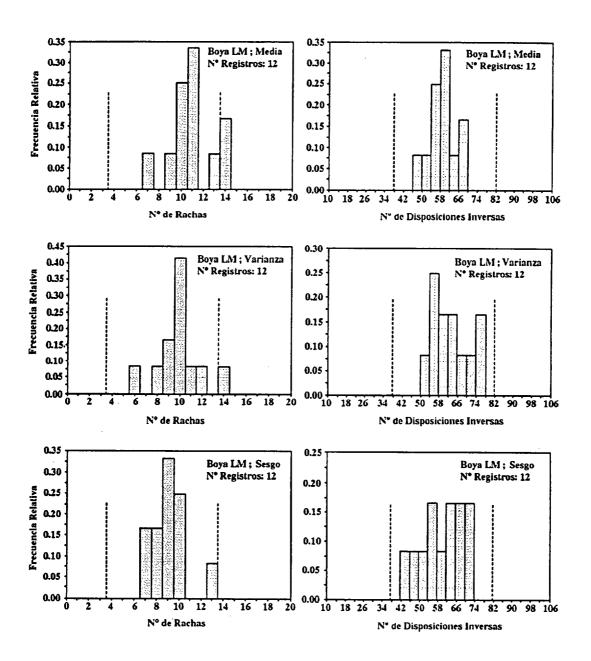


Figura 4.1: Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones inversas, para $\bar{\eta}$, σ^2 y λ_3 , en los registros de la boya (LM)

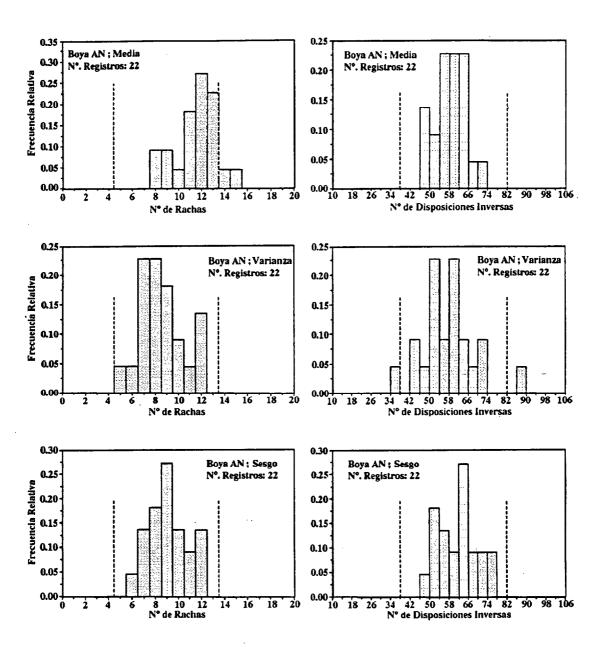


Figura 4.2: Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones inversas, para $\bar{\eta}$, σ^2 y λ_3 , en los registros de la boya (AN)

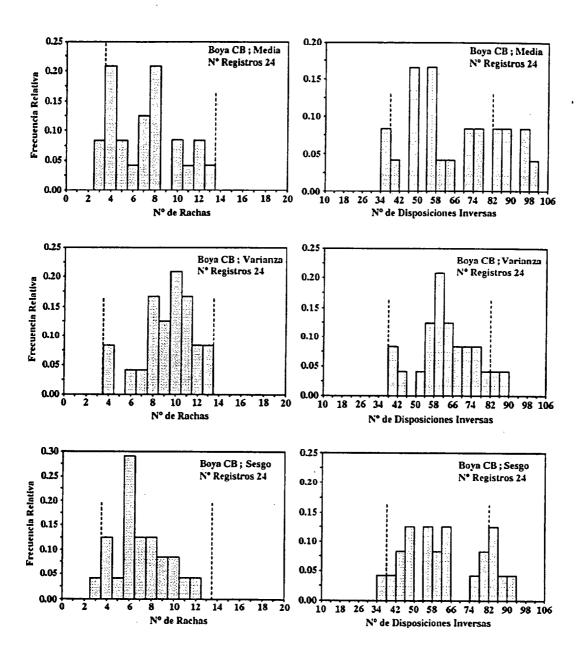


Figura 4.3: Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones inversas, para $\bar{\eta}$, σ^2 y λ_3 , en los registros de la boya (CB)

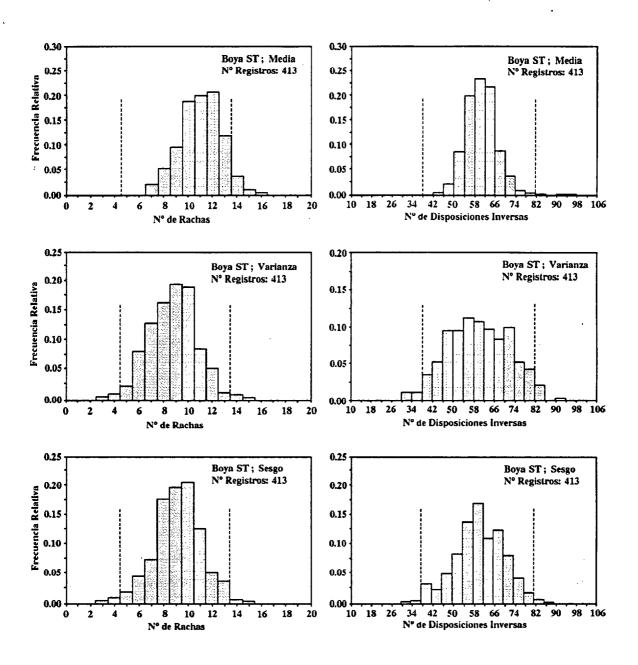


Figura 4.4: Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones inversas, para $\bar{\eta}$, σ^2 y λ_3 , en los registros de la boya (ST)

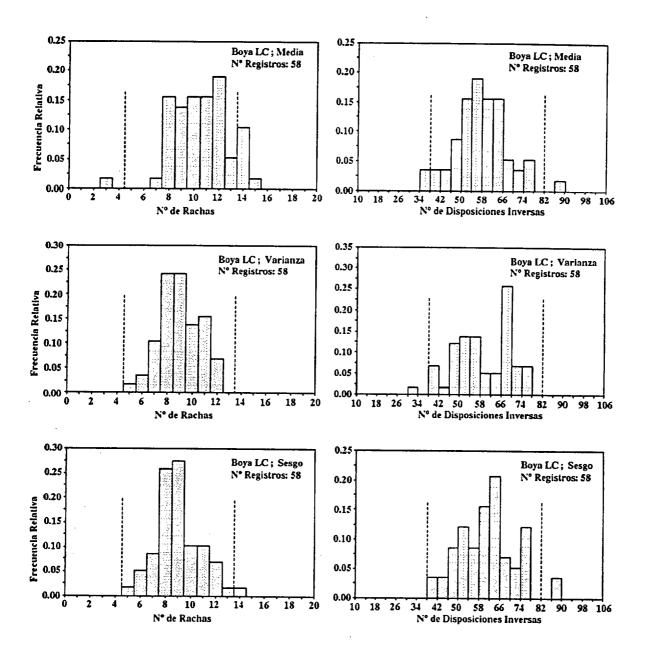


Figura 4.5: Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones inversas, para $\bar{\eta}$, σ^2 y λ_3 , en los registros de la boya (LC)

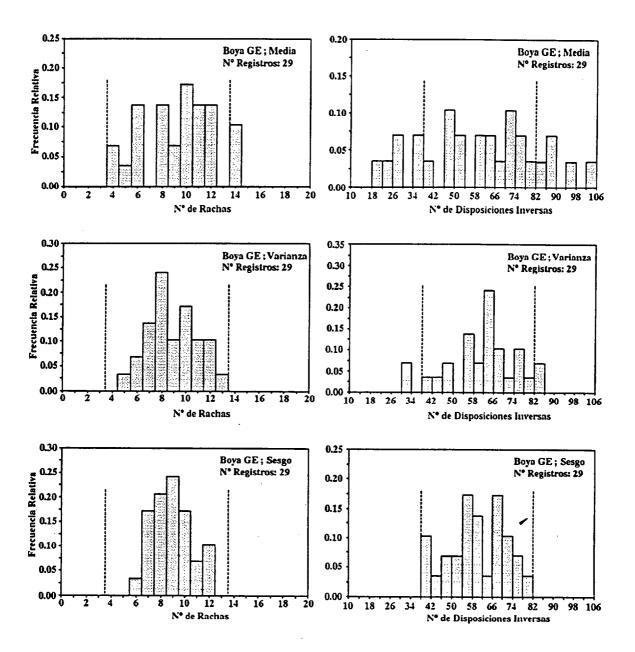


Figura 4.6: Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones inversas, para $\bar{\eta}$, σ^2 y λ_3 , en los registros de la boya (GE)

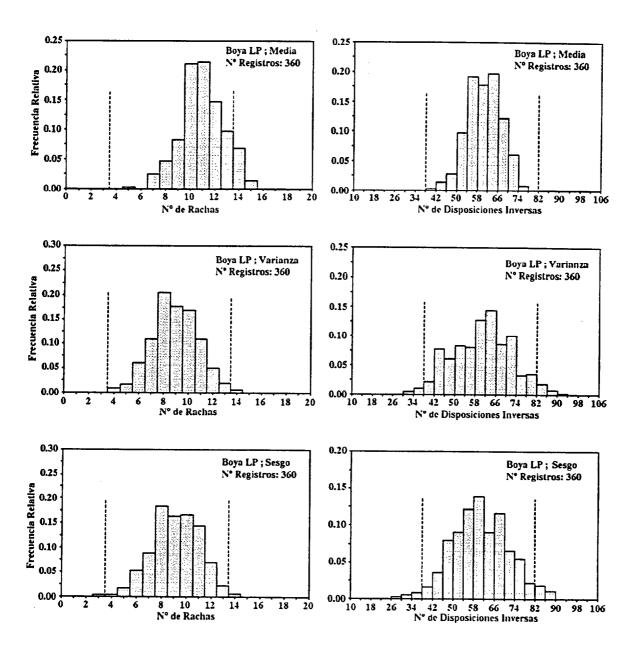


Figura 4.7: Frecuencia relativa del número de rachas y disposiciones inversas, para $\bar{\eta}$, σ^2 y λ_3 , en los registros de la boya (LP)

Nótese que en todos los conjuntos de datos, excepto en los de la Bahía de Chesapeake y los de Girona, el porcentaje de rechazos de la estacionariedad en la media dado por el Test de las Rachas es superior al dado por el Test de las Disposiciones Inversas. Por el contrario, el porcentaje de rechazos de la estacionariedad para la varianza y el sesgo es, en general, superior al considerar los resultados del Test de las Disposiciones Inversas.

		Boya									
Test	Parámetro	LM	AN	СВ	ST	LC	GE	LP			
Test	$ar{\eta}$	16%	4%	8%	6%	14%	10%	7%			
de	σ_{η}^2	8%	0%	0%	1%	<1%	<1%	1%			
Rachas	λ_3	0%	0%	4%	<1%	2%	0%	<1%			
Test de	$ar{\eta}$	0%	0%	37%	0%	5%	45%*	<1%			
Disposic.	σ_{η}^2	0%	4%	12%	6%	2%	14%*	6%			
Inversas	λ_3	0%	0%	29%	4%	3%	3%	4%			
Nº de Registros		12	22	24	413	58	29	3700			

Tabla 4.1: Porcentaje de registros en los que se rechaza la estacionariedad en la media, la varianza y el sesgo.

Es evidente que el sesgo es el parámetro que menor porcentaje de rechazos genera para ambos tests. El mayor porcentaje de rechazos se da para la media al emplear el Test de las Rachas. Respecto a la varianza, el porcentaje de rechazos suele ser bastante bajo, principalmente para el Test de las Rachas. Estos resultados son, en general, similares a los obtenidos por otros autores, al analizar la estacionariedad de registros de oleaje de aproximadamente 20 minutos de duración, (Liu, 1977). No obstante, en las figuras 4.3-4.7, correspondientes a los registros de la Bahía de Chesapeake, La Coruña, Girona

© Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Biblioteca Digital, 2003

y Las Palmas, se observa que el número de disposiciones inversas y de rachas fuera de los límites de la región de aceptación es, en general, sustancialmente superior a la existente en los histogramas del resto de los conjuntos de datos. Los altos porcentajes de rechazo encontrados en los registros de la Bahía de Chesapeake pueden parecer paradójicos, dados los cortos periodos de medida empleados. La duración de las medidas realizadas en este punto no superan en ningún caso los 3 minutos. Luego, si los registros de 20 minutos de duración son generalmente aceptados como estacionarios, incluso para oleajes en condiciones de crecimiento y atenuación (Liu, 1977; Ewans, 1984), parece obvio que registros de duración inferior a 3 minutos deben ser estacionarios.

El motivo por el cual los tests de estacionariedad empleados dan un elevado porcentaje de rechazos, para los registros de la Bahía de Chesapeake es el siguiente: la aplicación correcta de los Tests de Rachas y Disposiciones Inversas requiere el uso de un número mínimo de valores del parámetro, para el cual se analiza la estacionariedad, de modo que se pueda admitir que estos representan una muestra aleatoria del proceso (Cacko, et al. 1988). Por tanto, los registros analizados deben ser suficientemente largos para que las secciones sean estadísticamente representativas. Sin embargo, el número medio de datos de los registros de la Bahía de Chesapeake oscila entre 600 y 800. Luego, el número de datos en cada una de las 16 secciones en las que se han dividido los registros es aproximadamente 50; valor bastante inferior al de los segmentos que se obtienen al seccionar registros de 20 minutos (≈ 128).

El porcentaje de rechazos, relativamente alto, encontrado en los datos de La Coruña, Girona y Las Palmas, es debido probablemente a la duración de los registros (≈ 43 minutos). Para ratificar este hecho se han aplicado los Tests de Rachas y de Disposiciones Inversas a los primeros 2048 puntos de cada serie. De este modo, los porcentajes de rechazo disminuyen hasta valores similares a los encontrados en los restantes puntos de medida. Así, como caso

significativo, el 45% y el 14% de rechazo (destacados con asterisco en la tabla 4.1), para el Test de Disposiciones Inversas en la media y la varianza, en los registros de Girona se reducen a 6% y 0%, respectivamente. De este modo, se confirma que el elevado porcentaje de rechazos en estos grupos de datos es provocado por la excesiva duración de los registros.

El efecto de la longitud de los registros de La Coruña. Girona y Las Palmas, sobre la estacionariedad se observa más claramente en el análisis de la estacionariedad en la estructura frecuencial. Los resultados de la aplicación del Test de Equivalencia Espectral se muestran el la tabla 4.2. Obsérvese que la hipótesis de estacionariedad en la función de densidad espectral o, equivalentemente, en la función de autocorrelación, es aceptada siempre en los registros de duración inferior a 20 minutos, mientras que en los registros de duración superior (La Coruña, Girona y Las Palmas) el porcentaje de rechazo es significativamente alto.

Para verificar el funcionamiento correcto del test propuesto, para contrastar la estacionariedad en la función de autocorrelación, se procedió a la visualización de un número sustancial (500) de los espectros asociados a cada uno de los dos segmentos en que se dividieron los registros, conjuntamente con los intervalos de confianza correspondientes al espectro del primer intervalo. De este modo, se pudo confirmar que cuando el test rechaza la hipótesis de equivalencia espectral, los espectros de cada uno de los segmentos son sustancialmente diferentes. Por el contrario, cuando el test acepta la hipótesis, los espectros son bastante similares, de forma que las ordenadas del espectro del segundo intervalo se encuentran normalmente dentro de los intervalos de confianza correspondientes al espectro del primer segmento. En la figura 4.8 se muestran, a modo de ejemplo, los espectros de los dos segmentos en los que se han dividido dos registros para los cuales, (a) se ha aceptado la equivalencia espectral, y (b) se ha rechazado dicha hipótesis. Conjuntamente

con los espectros de ambos segmentos se muestran los intervalos de confianza, con un nivel de significación del 5%, del primero de ellos.

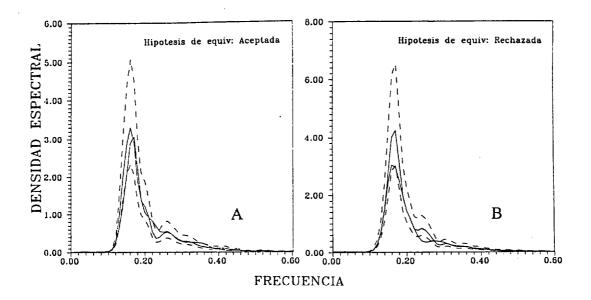


Figura 4.8: Espectros parciales de registros en los que: (A) se acepta; (B) se rechaza, la equivalencia espectral.

Siguiendo el procedimiento de reducir progresivamente la longitud de los registros se observa que, para registros de 4096 datos (≈ 34 min.) el porcentaje de rechazos continua siendo sustancialmente alto ($\approx 15\%$). Sin embargo, empleando solamente los primeros 2048 datos de cada registro (≈ 17 min.), el Test de Equivalencia Espectral proporciona resultados similares a los obtenidos para el resto de los grupos de datos, tal como se muestra en la tabla 4.2.

Estos resultados refuerzan la idea de que:

para registros de duración superior a 20 minutos, aproximadamente, la hipótesis de estacionariedad pierde consistencia.

		Воуа								
Test	Parámetro	LM	AN	СВ	ST	LC	GE	LP		
Test						N = 5120				
de	$S_1(f), S_2(f)$	0%	0%	0%	0%	45%	28%	20%		
Equival.						N = 2048				
Espectral						<1%	0%	0%		
Nº de Registros		12	22	24	413	58	29	3700		

Tabla 4.2: Porcentaje de registros en los que se rechaza la estacionariedad en la función de autocorrelación.

No obstante, es necesario hacer notar que la disponibilidad de registros de larga duración es de gran interés, si se desean obtener resultados con un elevado nivel de confianza estadística. Especialmente, cuando se usan las técnicas clásicas de análisis espectral, en las cuales, el único modo de obtener resultados con un nivel de confianza aceptable y una elevada resolución frecuencial es empleando registros suficientemente largos.

Sin embargo, queda claro que en caso de pretender utilizar estos registros, en toda su extensión, es necesario analizar detalladamente la validez de la hipótesis de estacionariedad, que constituye la restricción más importante de los métodos de análisis espectral convencional, (Tayfun et al., 1975).

4.2 Uniformidad de las Fases

Otra de las hipótesis admitidas en el modelo de oleaje lineal es la aleatoriedad de las fases de las distintas componentes armónicas, que se consideran uniformemente distribuidas. De este modo, se impone la inde-

pendencia estadística de las diferentes componentes armónicas y, por tanto, es lícito considerar que los desplazamientos verticales de la superficie libre, η , en torno a su nivel de equilibrio, pueden caracterizarse como una superposición lineal de un número elevado de componentes armónicas. ζ . Es decir:

$$\eta = \zeta_1 + \zeta_2 + \dots + \zeta_i + \dots + \zeta_n \qquad n \to \infty$$

En consecuencia, es posible hacer uso del teorema central del límite, el cual nos permite asegurar que $\eta(t)$ posee una función de densidad de probabilidad Normal.

Así, tal como se comentó en la sección [3.3], admitiendo que el oleaje se comporta como un proceso estacionario y gaussiano, de banda estrecha, la superficie libre del mar puede expresarse mediante (3.3) o (3.4).

Según Crandall & Mark (1963) y Langley (1986), puede demostrarse que los valores de A_n y ϕ_n son independientes y su función de probabilidad conjunta viene dada por:

$$p(A_n, \phi_n) = \frac{A_n}{2\pi\sigma_n^2} A_n e^{\left(-\frac{A_n^2}{2\sigma_n^2}\right)} \qquad ; \quad A_n \ge 0$$
 (4.10)

Luego, la función de densidad de probabilidad marginal de ϕ_n podrá obtenerse como:

$$p(\phi_n) = \int_{0}^{\infty} p(A_n, \phi_n) dA_n = -\frac{1}{2\pi} e^{\left(-\frac{A_n^2}{2\sigma_n^2}\right)} \Big|_{0}^{\infty} = \frac{1}{2\pi}$$
(4.11)

Lo cual demuestra que, en un campo de oleaje lineal, la variable aleatoria ϕ posee una distribución uniforme en el intervalo $[0, 2\pi]$.

Sin embargo, en el caso de oleajes no lineales, las fases de algunas componentes frecuenciales pueden estar interrelacionadas, si se verifica que:

$$f_k = c_1 f_m + c_2 f_n$$

para algún par de valores enteros c_1, c_2 . En consecuencia,

si las fases de algunas componentes no son independientes, el teorema central del límite no es aplicable, y la hipótesis de las fases aleatorias deja de ser consistente.

4.2.1 Aleatoriedad del espectro de fases

El espectro de fases de un registro de oleaje presenta, a simple vista, una apariencia fuertemente aleatoria, motivo por el cual, generalmente, al analizar un registro de oleaje, se retiene únicamente la información suministrada por el espectro de varianzas, despreciando la información del espectro de fases. No obstante, la aleatoriedad del espectro de fases es, en gran medida, debida a que, en la metodología empleada para obtener las fases correspondientes a las diferentes componentes frecuenciales, es necesario hacer uso de la función arcotangente, Funke & Mansard (1981). De este modo, debido a la operación $m\'odulo~2\pi$, inherente a la función arcotangente, el rango de variación de los valores de ϕ queda restringido al intervalo $[0,2\pi]$, o más comúnmente $[-\pi,\pi]$, haciendo que el espectro de fases presente numerosas discontinuidades en los puntos donde ϕ alcanza los valores $\pm \pi$.

Sin embargo, aunque el ángulo de fase obtenido mediante el algoritmo FFT, denominado fase principal y represaentado por ϕ_p , toma valores contenidos en el intervalo $[-\pi,\pi]$, no existe motivo alguno para restringir los valores de este parámetro a dicho intervalo (Oppenheim & Schafer, 1975). Un valor de la fase fuera de este intervalo está relacionado con la fase principal mediante la operación módulo 2π , de modo que la fase de una componente frecuencial cualquiera puede ser expresada como:

$$\phi_d = \phi_p + n(2\pi)$$
 ; $n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$

Este valor de la fase recibe el nombre de fase desempaquetada 1 , ϕ_d , y se puede calcular mediante el uso de técnicas de desempaquetamiento tales como las propuestas por Tribolet (1977); Read & Sobey (1987); Huntley & Saldner (1993), entre otros. Es importante resaltar que el término adicional $n2\pi$, empleado para determinar el verdadero valor de la fase, no provoca cambio alguno, ni en la transformada compleja de Fourier, ni en el espectro de varianzas (Read & Sobey, 1987).

En la figura 3.9 se muestran el espectro de fases original de un registro de oleaje (a), y este mismo espectro tras su desempaquetamiento (b). Obsérvese que, tras el procedimiento de desempaquetamiento, el espectro de fases presenta una estructura mucho menos aleatoria.

Para examinar el grado de aleatoriedad del espectro de fases se han aplicado dos tests de aleatoriedad: El Test de Rachas, anteriormente descrito y que resulta útil para analizar la aleatoriedad de una señal (Ross. 1987), y el Test de Equidistribución (Naylor, et al., 1966). Al aplicar estos tests de aleatoriedad, a los espectros de fase originales, correspondientes a 100 registros elegidos arbitrariamente, se obtuvo que, en general, estos verificaban la hipótesis de aleatoriedad. Sin embargo, al ser aplicados a los espectros de fase desempaquetados, el porcentaje de registros para los cuales se rechazó la hipótesis de aleatoriedad resultó sustancialmente inferior. De este modo, se corrobora que, tal como sugieren Funke & Mansard (1981),

una parte significativa de la aleatoriedad del espectro de fases es debida a la metodología empleada para su estimación.

¹unwrapped phase

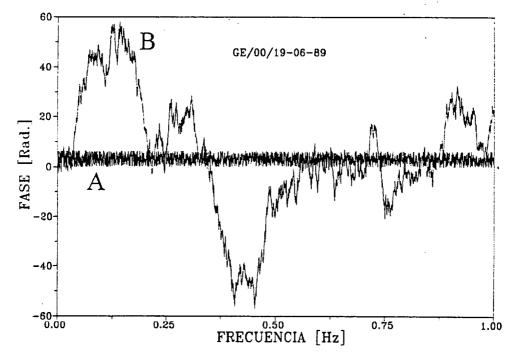


Figura 4.9: Espectro de fases de un registro de oleaje: (a) sin desempaquetar, (b) desempaquetado.

4.2.2 Distribución probabilística de las fases

Goda (1983) analizó el espectro de fases del oleajes tipo Swell, y estimó la función de densidad de dicho parámetro. Aplicando el test de bondad de ajuste Chi-Cuadrado, obtuvo que las fases de las componentes centradas en torno a la frecuencia de pico no verificaban un ajuste a la distribución Uniforme. Sin embargo, observó que las desviaciones respecto de la uniformidad erán pequeñas, lo cual le indujo a concluir que dichas desviaciones no eran significativas. Varkey (1988) obtiene resultados similares al analizar datos registrados en la costa Este de la India, justificando la validez de la hipótesis de uniformidad de las fases.

Por otro lado, Tayfun & Lo (1990), admitiendo como punto de partida oleajes de banda estrecha, han demostrado teóricamente que, para oleajes no lineales de segundo orden, las amplitudes de la envolvente del oleaje y las

fases dejan de ser independientes. Así, aunque las amplitudes siguen estando distribuidas según una ley probabilística de Rayleigh, la distribución de las fases no es uniforme, sino que viene dada por la expresión:

$$p(\phi_n) = \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{1}{6} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \lambda_3 \cos \phi \right) \tag{4.12}$$

donde λ_3 representa el sesgo de la distribución.

Tayfun (1994), contrastó estos resultados, empleando datos registrados en el Golfo de Mexico durante el huracán Camille, y observó que los histogramas de fases presentaban un máximo en las proximidades de su valor medio. $\phi = \pi$, y un mínimo en $\phi = 0$ y $\phi = 2\pi$. En este caso, las fases verificarón un mejor ajuste a la distribución propuesta por Tayfun & Lo (T-L), que a la distribución Uniforme.

4.2.3 Comprobación y validación experimentales

Para analizar la validez de la hipótesis de uniformidad de las fases, en los registros estudiados en este trabajo, se han determinado las distribuciones experimentales de dicho parámetro para un total de 500 series, incluyendo al menos 10 registros de cada uno de los 7 puntos de medida. La bondad del ajuste de las distribuciones experimentales a la distribución Uniforme y a la T-L se realizó mediante los tests Chi-cuadrado, (χ^2), y Kolmogorov-Smirnov, (K-S), para un $\alpha = 0.05$ y dividiendo el intervalo $[0, 2\pi]$ en 15 subintervalos de igual longitud.

Los resultados obtenidos muestran que el ajuste a ambas distribuciones es, en general, poco adecuado. Es decir, la hipótesis de un ajuste correcto a dichas distribuciones es rechazada por los tests χ^2 y K-S, en un porcentaje bastante elevado. Así, para la distribución Uniforme, el porcentaje de rechazo es aproximadamente, del 62% para ambos tests, mientras que para la distribución

T-L el porcentaje se aproxima al 83%. La figura 4.10 muestra los valores de los tests χ^2 (a) y K-S (b), para la distribución Uniforme y la T-L. Obsérvese que el porcentaje de registros para los cuales los valores observados de χ^2 y K-S superan sus valores críticos (lineas discontinuas) es significativamente superior al número de casos en que son inferiores.

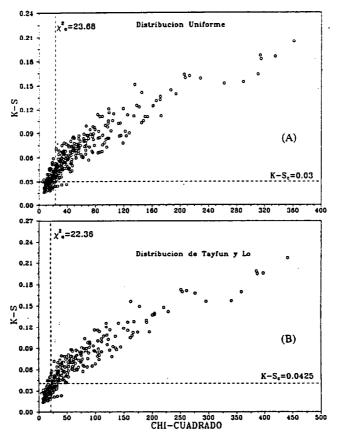


Figura 4.10: Ajuste de la distribución de fases a las distribuciones: (a)

Uniforme, (b) Taufun y Lo.

En la figura 4.11 se muestran los ajustes de las distribuciones de fases, de 3 registros en los que se acepta como válido el ajuste a una distribución Uniforme. Conjuntamente con dicha distribución se representan la distribución Uniforme y la T-L. Obsérvese que la distribución T-L intenta describir el máximo y los mínimos esperados en $\phi = \pi$ y $\phi = 0 = 2\pi$, respectivamente. Sin embargo, en

© Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Biblioteca Digital, 2003

estos casos, estos puntos singulares no aparecen, o no son significativos, y, en consecuencia, los resultados de los tests χ^2 y K-S superan los valores críticos correspondientes a $\alpha=0.05$ y 13 grados de libertad.

La figura 4.12 muestra 3 casos en los que se rechazó la uniformidad de las fases. En los casos (a y b) se puede apreciar la presencia de un máximo en torno a π y dos mínimos en 0 y 2π , de modo que, tanto el test χ^2 como el K-S, aceptaron la validez del ajuste de las fases a la distribución T-L. Sin embargo, es de destacar el elevado porcentaje de casos en los que la distribución de fases presenta un comportamiento inverso al predicho por Tayfun y Lo. Es decir, con máximos en los extremos del intervalo $[0-2\pi]$ y un mínimo en torno a π . Ejemplo de este hecho es el histograma de la figura 4.12(c). Resultados similares han sido referenciados por Mase et al. (1983), quienes presentan distribuciones con los tres tipos de fisonomía obtenidos en el presente trabajo. Es decir: distribuciones aproximadamente uniformes, distribuciones con el comportamiento predicho por Tayfun y Lo (1990), y distribuciones con una estructura inversa a la predicha por estos autores.

A la vista de los resultados obtenidos, podemos afirmar que:

con bastante frecuencia, la hipótesis de uniformidad de las fases no resulta consistente. Observándose, bien una tendencia de las fases a concentrarse en el intervalo $(\pi/2, 3\pi/2)$, provocando un descenso de su frecuencia de presentación en las bandas $(0, \pi/2)$ y $(3\pi/2, 2\pi)$, o bien un comportamiento inverso.

En principio, cabría esperar que la distribución T-L ofreciese mejores resultados que la Uniforme, puesto que, además de incluir como caso particular a ésta última, es capaz de caracterizar el comportamiento descrito por sus autores. Una posible explicación del bajo nivel de ajustes adecuados a dicha distribución puede ser el elevado porcentaje de sesgos negativos observado.

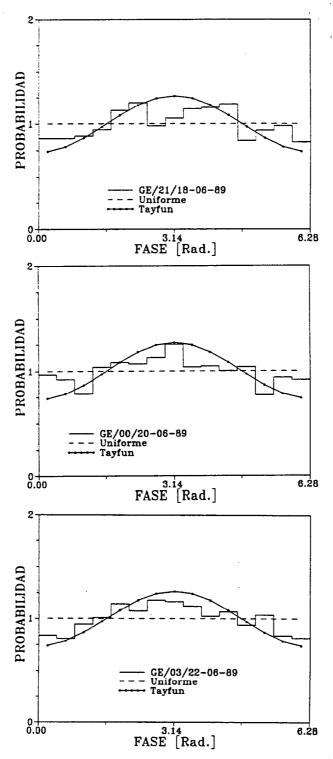


Figura 4.11: Registros con distribución de fases uniforme.



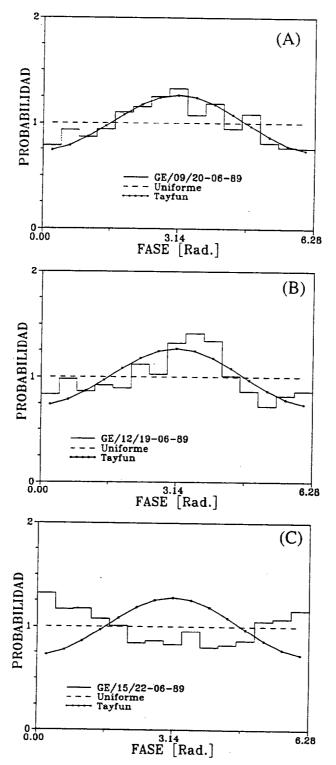


Figura 4.12: Registros con distribución de fases no uniforme.

4.3 Linealidad

Intimamente relacionada con la hipótesis de uniformidad de las fases aparece la hipótesis de Gaussianidad o linealidad del oleaje. Según esta hipótesis, admitiendo que las amplitudes y las fases de las componentes frecuenciales son independientes, y que las fases se distribuyen uniformemente, la aplicación del teorema central del límite permite demostrar que los desplazamientos verticales de la superficie libre siguen una ley probabilística Normal. cuya expresión es:

$$p(\eta) = \frac{1}{\sqrt{\sigma^2 2\pi}} \exp\left[-\frac{(\eta - \bar{\eta})^2}{2\sigma^2}\right]$$
(4.13)

Sin embargo, tal como se demostró en la sección anterior, la independencia estadística de las fases no se verifica en numerosas ocasiones. Por tanto, es de esperar que la distribución de los desplazamientos verticales sufra desviaciones respecto a la distribución de Gauss. principalmente en condiciones de oleajes severos, en los cuales los términos no lineales de las ecuaciones del movimiento adquieren una importancia significativa.

No obstante, resulta interesante comentar que, con bastante frecuencia, se acepta la normalidad de η sin que esta se verifique. La principal justificación de esta actitud es la simplicidad de la función de densidad Normal Multivariante, la cual permite realizar manipulaciones analíticas que resultan prácticamente imposibles de llevar a cabo con otras distribuciones probabilísticas (Adler & Firman , 1981).

A pesar de los intentos por justificar la gaussianidad del oleaje, y aunque su uso ha permitido obtener resultados adecuados en numerosas aplicaciones, es evidente que la distribución Normal, basada en la teoría lineal de oleaje, no es capaz de explicar efectos no lineales, como la asimetría del perfil de la superficie libre respecto a su nivel medio. La teoría lineal predice una distribución

simétrica respecto al nivel medio. Sin embargo, numerosos autores (Haring, et al., 1976; Forristall, 1978: Nolte & Hsu, 1979; Ochi, 1986, etc.) han observado una intensificación y estrechamiento de las crestas, conjuntamente con un ensanchamiento y aplanamiento de los senos, de modo que la distribución estadística se desvía del comportamiento gaussiano. Este comportamiento se puede observar en la figura 4.13, en la que se muestran segmentos de dos registros de oleaje simulados, mediante los métodos NSA y Hudspeth & Chen (no lineal), partiendo del mismo espectro inicial.

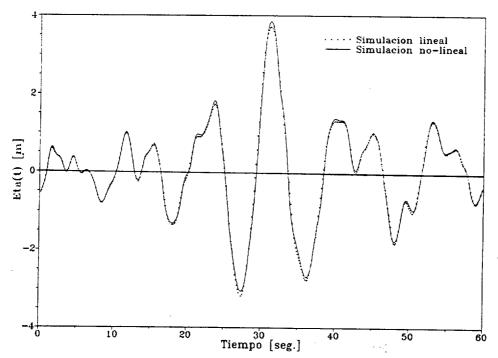


Figura 4.13: Segmento de un registro de oleaje lineal y otro no lineal simulados.

4.3.1 Parámetros de no linealidad

Las desviaciones de la distribución de η respecto de la Normal pueden cuantificarse mediante el cálculo del sesgo y de la curtosis, cuyas respectivas expresiones analíticas son:

$$\lambda_3 = \frac{1}{N \,\eta_{rms}^3} \sum_{n=1}^N \left(\eta_n - \bar{\eta}\right)^3 \tag{4.14}$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{N \eta_{rms}^4} \sum_{n=1}^N (\eta_n - \bar{\eta})^4$$
 (4.15)



donde N es el número de datos del registro y η_{rms} es la raiz media cuadrática de η que, para muestras de media nula, coincide con la desviación estándar.

Para la distribución Normal el sesgo es nulo y la curtosis es igual a 3, motivo por el cual se suele emplear el valor $\lambda_4 - 3$, en lugar de λ_4 , para analizar las desviaciones respecto a la Normal.

La tendencia de las crestas a ser más estrechas y de mayor amplitud que los senos se ve reflejada, frecuentemente, en los valores positivos del sesgo que, obviamente, implican una desviación respecto a la estructura gaussiana. Estas desviaciones respecto a la gaussianidad, de la distribución de los los desplazamientos verticales de la superficie del mar, ponen de manifiesto el carácter no lineal del oleaje. Por tanto, el sesgo será útil como indicador de la presencia de no linealidades.

No obstante, se han definido otros parámetros con un significado físico claro, (todos ellos están relacionados con el cociente entre la amplitud y la longitud de onda, o lo que es equivalente, con el *peralte* del oleaje), que cumplen este cometido y que, como tendremos ocasión de comprobar posteriormente, están de algún modo relacionados con el sesgo.

Entre los diversos <u>parámetros</u> definidos <u>para cuantificar el grado de no linealidad del oleaje</u>, hemos escogido los propuestos por Kjeldsen & Myrhaug (1979), S_K , Tayfun (1980), S_T , y Huang et al. (1980), \S , cuyas expresiones respectivas son:

$$\bullet \quad S_K = \frac{m_2}{g\sqrt{m_0}} \tag{4.16}$$

$$\bullet \quad S_T = \frac{4m_1^2}{g(m_0)^{3/2}} \tag{4.17}$$

•
$$\S = \frac{\sqrt{m_0}}{L_p} = \frac{2\pi f_p^2 \sqrt{m_0}}{g}$$
 (4.18)

donde L_p es la longitud de onda asociada a la componente con mayor densidad espectral, es decir, a la frecuencia de pico f_p , y m_n es el momento espectral de orden n, definido como:

$$m_n = \int_0^\infty f^n S(f) df$$
 ; $n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$ (4.19)

Obviamente, la integración de S(f) en el rango $[0,\infty)$ resulta imposible, y además no es necesaria. Por un lado, los registros empleados poseen una duración limitada y han sido digitalizados con una frecuencia $1/\Delta t(H_z)$, por tanto, en función del teorema del muestreo (Shanonn, 1948), la frecuencia máxima que podremos resolver es la frecuencia de Nyquist $(1/2\Delta t)$. En caso contrario, podríamos introducir efectos de solapamiento energético² entre componentes frecuenciales. Por otro lado, generalmente, el oleaje sólo posee un contenido energético significativo dentro de un cierto rango de frecuencias, delimitado por las denominadas frecuencia de corte inferior, f_{ci} , y frecuencia de corte superior, f_{cs} . En consecuencia, para la obtención de los diferentes momentos espectrales, será suficiente con obtener el valor de la expresión (4.19) dentro de dicho rango.

No obstante, el valor de los momentos espectrales se verá afectado por la elección de las frecuencias de corte, principalmente por la frecuencia de

²Aliasing

corte superior. En general, el espectro de oleaje en las frecuencias bajas posee un contenido energético despreciable y una subida brusca a ese lado de la frecuencia de pico. Además, el valor de la frecuencia de corte inferior puede tomarse como cero, sin que esto implique un aumento considerable del tiempo de cálculo, ni introduzca incertidumbre alguna, (Mansard y Funke, 1990). Sin embargo, el descenso de la densidad espectral, desde la frecuencia de pico hasta la frecuencia de Nyquist, es progresivo, pudiendo presentarse mesetas en las cuales la densidad espectral permanece prácticamente constante, o bien picos secundarios. A este lado de la frecuencia de pico. la densidad espectral se prolonga hasta frecuencias sustancialmente elevadas, en las cuales el oleaje no posee un contenido energético importante y que representan pequeñas rugosidades de la superficie libre que, en general, no revisten importancia, (Rye, 1977). En consecuencia, en adelante, nos referiremos al efecto de la frecuencia de corte, considerando únicamente la frecuencia de corte superior.

Además de la frecuencia de corte, la precisión y la estabilidad de los parámetros obtenidos a partir de la función de densidad espectral pueden verse afectadas por otros factores como:

- 1. El método de integración numérica. (Nath & Yeh. 1987).
- El método de cálculo empleado para estimar los parámetros, (Mansard & Funke, 1990).
- El número de grados de libertad y, por tanto, la resolución frecuencial de las estimaciones espectrales, (Chakrabarti & Cooley, 1977; Peña, 1983; van Vledder & Battjes, 1992)
- 4. El método de análisis empleado para obtener la función de densidad espectral, (Rodríguez, 1993).

Estabilidad de los parámetros de no linealidad

Los estudios del efecto de los factores que afectan la estabilidad y precisión de los parámetros de no linealidad se han dirigido siempre hacia el efecto directo sobre los momentos espectrales, la frecuencia de pico, o la anchura de banda espectral. Sin embargo, no existen estudios, al menos en nuestro conocimiento, sobre los efectos que estos factores ejercen sobre los parámetros de no linealidad. Por tal motivo, nos hemos planteado la necesidad de llevar a cabo un análisis de la estabilidad de dichos parámetros.

En este estudio nos limitamos a considerar los <u>efectos de la frecuencia de</u> <u>corte y del número de grados de libertad</u>, o suavizado del espectro, <u>sobre los</u> <u>parámetros de no linealidad</u> antes mencionados, (4.16, 4.17 y 4.18).

Para eliminar el resto de los factores procedemos del siguiente modo: (a) Empleamos como técnica de integración numérica el método de Romberg. Este método proporciona una resolución superior a la dada por el método de Simpson de tres puntos (Fröberg, 1985), con el cual Nath & Yeh (1987) obtienen excelentes resultados, al realizar el cálculo de los momentos espectrales. (b) Las expresiones de los parámetros analizados quedan univocamente definidas por las ecuaciones (4.16-4.18), de modo que los algoritmos de cálculo de los parámetros no varían y, por tanto, este factor no afecta su comportamiento. (c) La función de densidad espectral es estimada mediante el método de máxima entropía que, como veremos en el capítulo [6], presenta varias ventajas sobre los denominados métodos convencionales.

Con las premisas anteriormente impuestas, los únicos factores que afectarán las estimaciones de los parámetros analizados serán la frecuencia de corte y el orden del modelo AR, seleccionado para modelizar el proceso, que es equivalente al grado de suavizado de las estimaciones espectrales (Peña, 1983).

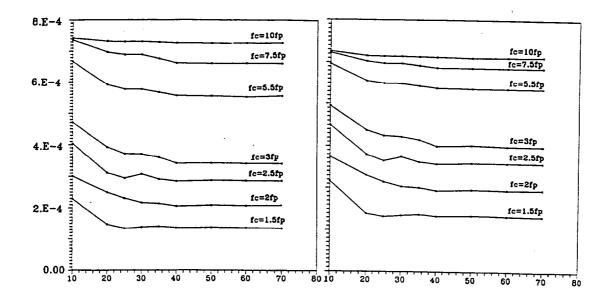
La figura 4.14 muestra los resultados obtenidos, para los diferentes parámetros de no linealidad analizados, al variar el orden del modelo y la frecuencia de corte. Obsérvese que S_K y S_T presentan una alta estabilidad en función del orden del modelo AR, mientras que la pendiente significativa posee una variabilidad importante, convergiendo a su valor final para órdenes superiores a 40. Por el contrario, frente a una modificación en la frecuencia de corte, estos parámetros exhiben un comportamiento opuesto. Es decir, la influencia de la frecuencia de corte sobre los valores de la pendiente significativa es despreciable, frente al efecto que dicho factor ejerce sobre S_K y S_T .

La menor estabilidad de la pendiente significativa, frente al orden del modelo, y su menor variabilidad frente a la frecuencia de corte, pueden explicarse por su dependencia cuadrática con la frecuencia de pico espectral. Nótese que tanto S_K como S_T son funciones de momentos espectrales de orden superior a cero, mientras que \S solo es función de m_0 . Sin embargo, los momentos espectrales, que dependen fuertemente de la frecuencia de corte, especialmente los de orden superior, no se ven sustancialmente afectados por el orden del modelo (Peña, 1983). No obstante, al contrario que S_K y S_T , que únicamente son función de los momentos espectrales, \S presenta una dependencia cuadrática con la frecuencia de pico, cuyo valor varía considerablemente con el orden del modelo, pero no sufre modificaciones importantes con la frecuencia de corte (Rodríguez, et al., 1995).

4.3.2 Relación sesgo-pendiente significativa

Tal como mencionamos anteriormente, parece existir una cierta relación entre el sesgo y el peralte del oleaje. Así, Huang & Long (1980) proponen la siguiente relación entre el sesgo y la pendiente significativa:

$$\lambda_3 = 8\pi\S \tag{4.20}$$



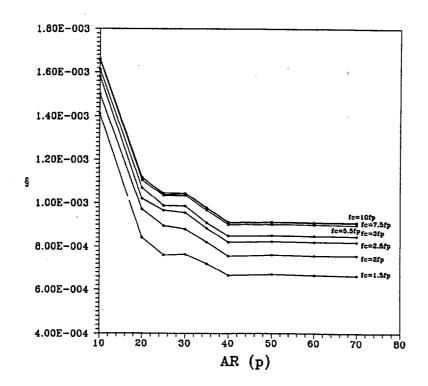


Figura 4.14: Efecto de la frecuencia de corte y el orden del modelo sobre la estabilidad de los parámetros no lineales.

Por otra parte, Srokosz & Longuet-Higgins (1986) apoyan la existencia de tal relación. Sin embargo, estos autores demuestran teóricamente que dicha relación no es tan simple, sino que está afectada por la anchura de banda espectral del proceso. De modo que, para un campo de oleaje con banda estrecha, se tiene la relación:

$$\lambda_3 = 6\pi\S \tag{4.21}$$

Mientras que, en general, para oleajes con un espectro del tipo:

$$S(f) = \alpha (2\pi)^{-(n-1)} f^{-n}$$
 ; $n > 3$

la expresión de la relación entre ambos parámetros viene dada por:

$$\lambda_3 = \left(\frac{6(n-1)}{n-2}\right)\pi\S \tag{4.22}$$

donde el efecto de la anchura de banda espectral es considerado mediante el parámetro de anchura de banda espectral, ν , definido por Longuet-Higgins (1975) como:

$$\nu = \left[\frac{m_0 \, m_2}{m_1^2} - 1\right]^{1/2} \tag{4.23}$$

que, en función de n, puede espresarse como sigue:

$$\nu = \left[\frac{1}{(n-1)(n-3)}\right]^{1/2}$$

Nótese que, para un espectro con n=5, de la expresión (4.22) se obtiene la relación propuesta por Huang & Long (1980), como caso particular.

No obstante, estas relaciones no han podido ser verificadas experimentalmente, mediante registros de oleaje real. La relación empírica propuesta por Huang & Long (1980) es el resultado del ajuste de datos de oleaje real, medidos con pértiga de capacitancia (datos CB), y con sensores de radar, y datos de oleaje generado en laboratorio. En la figura 4.15³ se observa que el ajuste se logra gracias a los datos de laboratorio, mientras que los datos de Kinsman (CB) presentan una dispersión sustancial respecto a la curva de mejor ajuste.

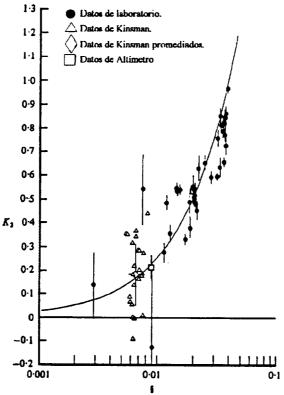


Figura 4.15: Variación del sesgo en función de la pendiente significativa (Huang & Long, 1980)

En la figura 4.16 se muestran los resultados del análisis de los datos de Kinsman, conjuntamente con las relaciones 4.20 y 4.21. Además, se representan los resultados obtenidos por Haver (1988). Estos últimos datos se midieron simultaneamente con una boya Waverider y con un sensor de radar. Los representados en la figura 4.16 son los registrados con radar, los correspondientes a la boya Waverider no permiten obtener un ajuste adecuado.

³Reproducida con autorización de Norden Huang, (Laboratory for Oceans, NASA).

La explicación de este hecho parece radicar en un problema al que se aludio en la sección [3.1], y que comentaremos a continuación.

Existen evidencias importantes para creer que las medidas de oleaje realizadas con boyas Waverider no son útiles para analizar fenómenos no lineales. Así, por ejemplo, es común encontrar valores negativos del sesgo en los registros de oleaje obtenidos mediante boyas Waverider. En principio, físicamente, los sesgos de los registros de oleaje, si existen, deberían ser positivos, reflejando la tendencia del oleaje a presentar crestas apuntadas y senos aplanados, en condiciones de no linealidad (Longuet-Higgins, 1992). Sin embargo, existen bastantes trabajos (Arhan & Plaisted, 1981; LeBlond, 1982; Haver, 1988; Rodríguez et al., 1992; etc.) en los que se referencia la presencia de sesgos negativos. Arhan & Plaisted (1981) achacan este fenómeno al movimiento horizontal de la boya, siguiendo a las partículas de fluido en su movimiento orbital. Tuker (1991) expone de forma bastante simple el fenómeno físico subyacente en este problema: La boya en la cresta se mueve hacia adelante, siguiendo a las partículas, reduciendo así su apuntamiento real. mientras que en el seno, la boya se desplaza hacia detrás disminuyendo su aplanamiento.

Por otra parte, James (1986) señala que, según la teoría de ondas de segundo orden, el desplazamiento vertical de las partículas de fluido no posee término de corrección de segundo orden, de modo que, una boya siguiendo a las partículas de agua no podrá medir los armónicos de segundo orden de los desplazamientos verticales en aguas profundas y, por tanto, no reproducirá correctamente el sesgo de la superficie libre.

Haver & Moan (1983) apuntan que, ocasionalmente, se observa como la boya atraviesa las crestas del oleaje, introduciendo así un error en la señal medida que obviamente hace que el registro presente una estructura estadística irreal.

Por estos motivos, existe una tendencia a considerar que las medidas realizadas con boyas Waverider no son idoneas para analizar fenómenos no lineales en el oleaje (Huang, 1993; comunicación personal). No obstante, es necesario hacer hincapié en un hecho al que se aludio en la sección [3.1]. Al adquirir los datos de oleaje, registrados con boyas Waverider, es necesario realizar una corrección de los cambios producidos en la amplitud y en la fase por los circuitos electrónicos del aparato de medida. No obstante, ya se comentó que esta operación no suele llevarse a cabo. Sin embargo, Wilson & Taylor (1983) demuestran que, al menos una parte significativa de los sesgos negativos medidos son efecto de la función de transferencia de la boya, de modo que al realizar la corrección en amplitud y en fase estos toman un valor positivo.

Debido al porcentaje sustancial de sesgos negativos encontrados, en los registros de oleaje analizados en este trabajo, ha sido imposible contrastar la relación existente entre el sesgo y la pendiente significativa, mediante datos reales. Por ello, nos hemos limitado a realizar un estudio de dicha relación utilizando registros simulados con la metodología propuesta por Hudspeth & Chen (1979). De este modo,

simulando registros no lineales, con el modelo espectral JONSWAP como espectro inicial, encontramos una relación entre el sesgo y la pendiente significativa dada por:

$$\lambda_3 = 6.25\pi\S$$
 (4.24)

bastante próxima a la propuesta por Srokosz & Longuet-Higgins (1986), para registros de banda estrecha, tal como se ilustra en la figura 4.16.

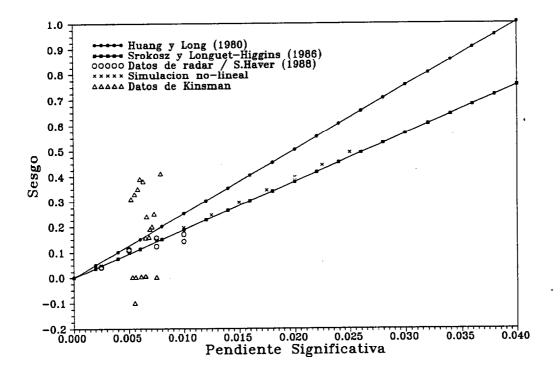


Figura 4.16: Relación entre la pendiente significativa y el sesgo

4.3.3 Distribución probabilística de $\eta(t)$

Para considerar las desviaciones respecto a la gaussianidad del oleaje, se han propuesto varias distribuciones alternativas, siguiendo dos vias diferentes. La primera de ellas consiste en perturbar la distribución Normal, introduciendo términos adicionales que incluyan el efecto del sesgo y la curtosis. Esta metodología fue empleada por Kinsman (1960) quien, desde un punto de vista empírico, observó que desarrollando la distribución Normal en forma de serie de Gram-Charlier el ajuste de η mejoraba sustancialmente. Longuet-Higgins (1963) derivó teóricamente la distribución de η , admitiendo que ésta era débilmente no lineal, llegando a la conclusión de que efectivamente, tal como había observado Kinsman, la distribución de los desplazamientos verticales

puede expresarse como la suma de sucesivos términos de una serie de Gram-Charlier, de la forma siguiente:

$$p(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma}\right)} \left[1 + \frac{1}{6}\lambda_3 H_3 + \left(\frac{\lambda_4 H_4}{24} + \frac{\lambda_3^2 H_6}{72}\right) + \cdots \right]$$
(4.25)

donde H_n es el polinómio de Hermite de grado n. Nótese que para $\lambda_3 = \lambda_4 = 0$ los términos de corrección se anulan, y la expresión (4.25) se reduce a la distribución Normal (4.13).

Esta distribución presenta el inconveniente de asignar valores negativos a la densidad de probabilidad, aunque muy pequeños, para valores muy negativos de la variable. Hecho éste, que no permite considerar la expresión propuesta como una verdadera función de probabilidad.

Por otra parte, autores como Tayfun (1980) y Huang et al. (1983), han abordado el problema considerando que el oleaje debe ser considerado como un proceso débilmente no lineal. De este modo, se hace necesario recurrir al modelo no lineal de oleaje, presentado en la sección [2.1.2], considerando el oleaje como una superposición de ondas de Stokes. Los modelos propuestos por estos autores ajustan la desviación de los desplazamientos verticales con un grado de aproximación bastante aceptable, además de eliminar el problema de las densidades de probabilidad negativas. No obstante, estos modelos están basados en la hipótesis de anchura de banda espectral estrecha, que discutiremos en la próxima sección, mientras que el modelo de Longuet-Higgins (1963) no está afectado por esta restricción.

El modelo propuesto por Tayfun (1980) presenta un elevado grado de complejidad, de modo que no permite obtener soluciones analíticas en forma cerrada. Huang et al. (1983), utilizando la misma técnica que Tayfun, pero extendiendo el desarrollo del modelo no lineal hasta el tercer orden de aproxi-

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Biblioteca Digital, 2003

mación, aunque manteniendo la restricción de anchura de banda espectral estrecha, proponen un modelo analítico aproximado para los desplazamientos verticales de la superficie del mar dado por:

$$p(\eta) = \frac{e^{-H_{\eta}/2}}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{J_{\eta}}{\sqrt{R}} + \frac{9\sigma^2 K^2}{8N} + \frac{1}{R^{3/2}} \right]$$
(4.26)

donde η representa los desplazamientos verticales de la superficie libre normalizados. Es decir:

$$\eta = \frac{\eta - \bar{\eta}}{\sigma_n}$$

y

$$R = 1 + \frac{9}{4}\sigma^2 K^2 \eta^2$$
 ; $N = 1 + \sigma^2 K^2$; $\sigma K = 2\pi \S$

$$J_{\eta} = N \left[1 - 2\sigma K \eta + \sigma^2 K^2 \left(\frac{39}{8} \eta^2 - 2 \right) \right]$$

$$H_{\eta} = N^{2} \left[\eta - \sigma K \left(\eta^{2} - 1 \right) + \sigma^{2} K^{2} \left(\frac{13}{8} \eta^{3} - 2 \eta \right) \right]^{2}$$

siendo K el módulo del vector número de onda. Nótese que la función (4.26) se reduce a la Normal para $\sigma K = 0$. Es decir, cuando el grado de no linealidad es nulo.

4.3.4 Comprobación y validación experimentales

Tras analizar los resultados del ajuste de la distribución Normal, la Gram-Charlier y la de Huang et al., a los histogramas de las 500 series analizadas en la sección anterior, observamos un comportamiento, respecto a la gaussianidad, similar al obtenido respecto a la distribución de las fases.

La tendencia general es una desviación respecto a la normalidad, reflejada en el alto porcentaje de casos en los que el test χ^2 rechaza la hipótesis de gaussianidad, aproximadamente (43%).

El porcentaje de rechazos para las distribuciones de Gram-Charlier y de Huang et al., es sustancialmente inferior, aunque no siempre son aceptadas. Obviamente, estas distribuciones son aceptadas siempre que se acepta la gaussianidad, puesto que estas presentan como caso particular a la distribución Normal. No obstante, es importante señalar que el porcentaje de aceptaciones fue superior para la distribución de Gram-Charlier, aproximadamente (83 %), que para la propuesta por Huang et al., (74%) aproximadamente. La explicación de este hecho radica en que la primera de ellas no está restringida por la hipótesis de anchura de banda espectral, mientras que la distribución de Huang et al. fue desarrollada considerando que el oleaje se comporta como un proceso aleatorio de banda estrecha. Hipótesis que, como comprobaremos en la próxima sección, no puede admitirse como válida en bastantes ocasiones.

En la figura 4.17 se muestran, a modo de ejemplo, algunos de los ajustes entre los datos experimentales y las tres distribuciones teóricas citadas. Las figuras 4.17(a-b) muestran dos ejemplos en los que la hipótesis de gaussianidad fue aceptada. Obsérvese, que resulta práctivamente imposible distinguir las diferentes distribuciones teóricas, dado que en estos casos el valor del sesgo y de la pendiente significativa es muy próximo a cero.

Por el contrario, las figuras 4.17(c-d) muestran una desviación significativa respecto a la normalidad. En estos casos el valor del sesgo es sustancialmente mayor que cero, por lo cual se observa la esperada tendencia a presentar una

mayor probabilidad de presentación de los valores ligeramente negativos y fuertemente positivos de η .

Las figuras 4.17(e-f) ilustran la estructura inversa, a la esperada teóricamente, debida a la presencia de sesgos negativos. Nótese que en estos registros existe una mayor presencia de valores fuertemente negativos y ligeramente positivos, haciendo que la distribución experimental, así como las de Gram-Charlier y Huang et al., se desvien hacia la derecha, para los valores de η próximos a cero, y presenten una cola inferior más alargada que la correspondiente a los valores positivos de la variable.

No obstante, se debe señalar que, si bien en la mayoría de los registros es evidente una desviación respecto a la Normal, las desviaciones observadas son, en general, razonablemente pequeñas. Luego,

aunque, en general, la hipótesis de linealidad (gaussianidad) no es válida, el oleaje en aguas profundas se puede considerar como un proceso débilmente no lineal.

Por otra parte, en la figura 4.18 se muestran los ajustes de las distribuciones de η , conjuntamente con las distribuciones de fase correspondientes, para dos registros de oleaje en los cuales la uniformidad de las fases, (a) se ha aceptado y (b) se ha rechazado.

Nótese que, como era de esperar, en el registro con fases uniformemente distribuidas la estructura estadística de $\eta(t)$ es muy similar a la gaussiana, mientras que en el registro con distribución de fases no uniforme $\eta(t)$ se aparta significativamente de dicha estructura.

La figura 4.19 muestra el biespectro de un registro en el que se aceptó la uniformidad de las fases y la gaussianidad, mientras que en la figura 4.20 se representan el espectro de varianzas y el biespectro de un registro en el que ambas fueron rechazadas. Obsérvese, que en el primer caso el biespectro

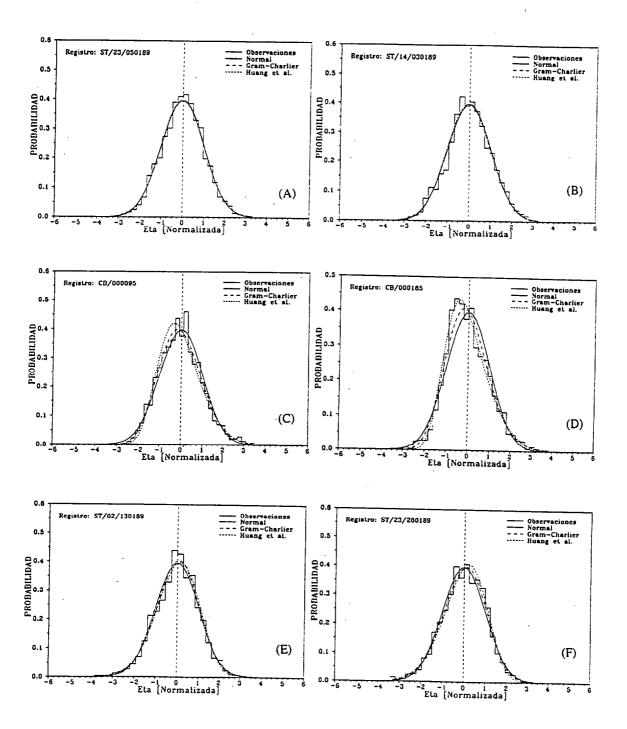


Figura 4.17: Distribución estadística de los desplazamientos verticales

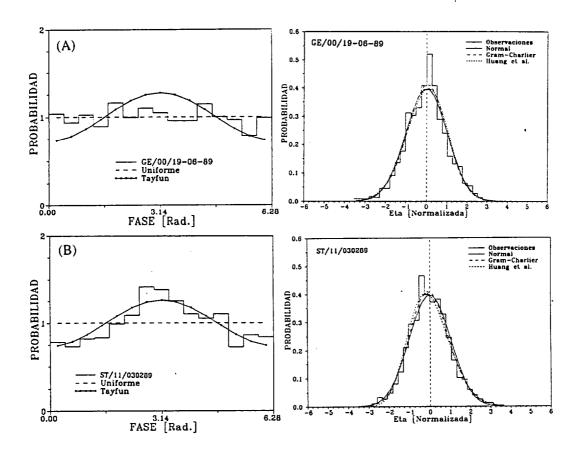


Figura 4.18: Distribución estadística de las fases y de $\eta(t)$

es prácticamente nulo en todo el rango de frecuencias. Por el contrario, el biespectro correspondiente al registro con una distribución de fases no uniforme y desplazamientos verticales no gaussiana, presenta valores significativamente positivos en la banda de frecuencias del pico espectral.

De estos resultados se desprende que, si $\eta(t)$ es un proceso gaussiano, y las fases son mutuamente independientes y están uniformemente distribuidas, el biespectro es nulo. En caso contrario, es decir, si existen acoplamientos de fase entre componentes armónicas, la distribución de fases deja de ser uniforme, los desplazamientos verticales de la superficie libre presentan un comportamiento

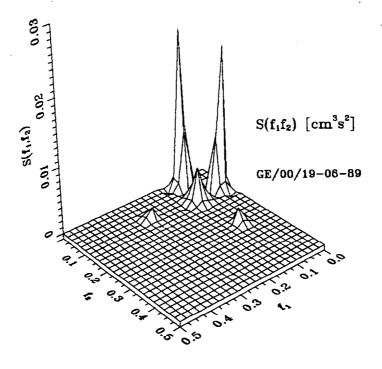


Figura 4.19: Biespectro de un registro gaussiano, con fases uniformemente distribuidas

no gaussiano y, en consecuencia, el biespectro es distinto de cero. Estos valores positivos del biespectro son un fiel reflejo del apuntamiento de las crestas y el aplanamiento de los senos.

Por otra parte, se observa que los valores máximos del biespectro, del registro de oleaje no gaussiano, aparecen en la zona de la frecuencia de pico asociada a su función de densidad espectral. Físicamente, este hecho pone de manifiesto la existencia de interacciones no lineales entre las componentes fundamentales con mayor contenido energético, para generar armónicos secundarios que se propagan con la misma velocidad de fase que las componentes fundamentales.

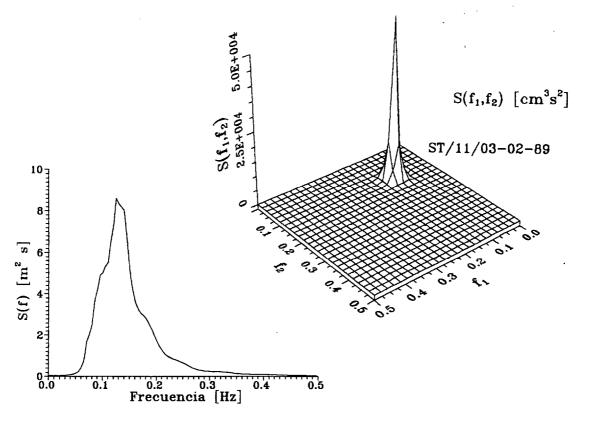


Figura 4.20: Espectro y Biespectro de un registro no gaussiano

En definitiva, podemos concluir esta sección diciendo que,

en general, el oleaje no verifica la hipótesis de gaussianidad. del mismo modo que no cumple, en un elevado número de casos, la uniformidad e independencia de las fases de las componentes frecuenciales, poniendo de manifiesto la existencia de interacciones no lineales, o acoplamientos de fase, entre componentes armonicas, que se reflejan en una función de densidad biespectral no nula.

4.4 Anchura de Banda Espectral

Otra simplificación utilizada con frecuencia, para desarrollar modelos estadísticos de parámetros del oleaje, es la de anchura de banda espectral estrecha. Un proceso de banda estrecha es un proceso aleatorio, cuya función de densidad espectral de varianzas solo toma valores significativos dentro de una banda, o rango, de frecuencias de magnitud limitada. Por el contrario, un proceso de banda ancha es aquel en el que el contenido energético está disperso sobre un amplio rango de frecuencias.

Cuando un proceso aleatorio posee una anchura de banda espectral estrecha adquiere una apariencia que, aunque irregular, se asemeja a la de una sinusoide de frecuencia f_p , con una variación aleatoria, pero lenta, de la amplitud de las oscilaciones, y fases aleatorias (Crandall & Mark, 1963). En un proceso aleatorio de este tipo tiene sentido hablar de ciclos individuales y de la envolvente del proceso. Además, si se admite que el proceso es gaussiano, es posible calcular con relativa facilidad la distribución de probabilidad de la envolvente y, a partir de esta, la de otros parámetros del proceso (Rice, 1944-1945). Por el contrario, en el caso de oleajes de banda ancha resulta extremadamente difícil la obtención de modelos matemáticos de los parámetros del oleaje (Cartwright & Longuet-Higgins, 1952). Por ello, es muy común el uso de la hipótesis de anchura de banda estrecha, para desarrollar modelos teóricos de los parámetros del oleaje (Longuet-Higgins, 1963, 1975; Tayfun, 1980, 1986; Huang et al., 1983, 1984, etc.).

El concepto de anchura de banda espectral es físicamente bastante simple. Sin embargo, su cuantificación no resulta tan simple. Por este motivo, se han propuesto diversos parámetros para definir analíticamente la anchura de banda espectral de un proceso aleatorio. Estos parámetros se definen mediante el uso de otros parámetros característicos de la función de densidad espectral. En

consecuencia, al igual que ocurría con los parámetros de no linealidad, su estabilidad dependerá de factores como el método de estimación espectral, la frecuencia de corte elegida, el grado de suavizado del espectro. etc.

4.4.1 Parámetros de anchura de banda espectral

En este trabajo hemos centrado nuestra atención en el efecto de la frecuencia de corte y del orden del modelo AR, sobre la estabilidad de algunos de los parámetros de anchura de banda espectral cuyas propiedades, bien no han sido analizadas previamente, o bien, a pesar de haber sido estudiadas, siguen generando controversias.

A continuación se especifican las expresiones analíticas de los parámetros elegidos, especificando el autor, o autores, que los han propuesto.

1. Parámetro de Goda (1970):

$$Q_p = \frac{2}{m_0^2} \int_0^\infty f[S(f)]^2 df$$
 (4.27)

2. Parámetro de Medina & Hudspeth (1987):

$$Q_e = \frac{2m_1}{m_0^3} \int_0^\infty [S(f)]^2 df$$
 (4.28)

3. Parámetro de Belverov et al. (1983)

$$\Delta = \frac{m_0}{f_p \, S(f_p)} \tag{4.29}$$

4. Parámetro de Wen et al. (1988)

$$P = \frac{f_p \, S(f_p)}{m_0} \tag{4.30}$$

5. Parámetro de Battjes (1974), definido previamente por Rice (1944)

$$\kappa = \frac{1}{m_0} \left[\left(\int_0^\infty S(f) cos(2\pi f \tau) df \right)^2 + \left(\int_0^\infty S(f) sen(2\pi f \tau) df \right)^2 \right]^{1/2}$$
(4.31)

donde τ representa el periodo medio, $\tau = T_{02} = \sqrt{\frac{m_0}{m_2}}$.

 Parámetro de van Vledder (1983), introducido inicialmente por Battjes (1974).

$$\rho_{hh} = \frac{\pi}{16 - 4\pi} \left(\kappa^2 + \frac{\kappa^4}{16} + \frac{\kappa^6}{64} \right) \tag{4.32}$$

Los resultados del análisis de estabilidad se ilustran en la figura 4.21, donde se observa claramente una importante dependencia de Q_p , Q_e , Δ y P, tanto con el orden del modelo, como con la frecuencia de corte. Por el contrario, κ , y obviamente ρ_{hh} , que es función de éste, muestra un comportamiento excelente frente a ambos factores, con un valor prácticamente inalterado por el orden del modelo, y una convergencia muy rápida hacia un valor estable, en función de la frecuencia de corte.

Consideramos importante hacer hincapíe en la variabilidad significativa observada para Q_p . Este parámetro ha generado numerósas discusiones sobre su utilidad como cuantificador de la anchura de banda espectral y del nivel de agrupamiento del oleaje (Long, 1987; IAHR, 1989; Tuker, 1991; van Vledder & Battjes, 1992;). Así, mientras según Rye (1977) y Peña (1983) dicho parámetro no es afectado de modo importante por la frecuencia de corte, los resultados de este trabajo y los presentados por Chakrabarti & Cooley (1977), sugieren todo lo contrario. La diferencia de los resultados obtenidos respecto a este fenómeno radica, probablemente, en el tipo de datos empleados

en los distintos estudios. Rye (1977) y Peña (1983), llegan a las conclusiones antes mencionadas a partir de datos simulados, mientras que los resultados de Chakrabarti & Cooley (1977) y los aquí presentados, son el resultado del análisis de registros experimentales de oleaje.

A la vista de los resultados obtenidos en este trabajo, y de los presentados por otros autores de los cuales se pueden extraer como conclusiones pricipales que:

- ν es fuertemente afectado por la frecuencia de corte (Rye. 1977).
- ν depende significativamente del número de grados de libertad empleados al estimar S(f), mediante el método de Blackman-Tukey (Chakrabarti & Cooley, 1977).
- ν se ve muy afectado por la frecuencia de corte, pero no es significativamente sensible a los cambios en el orden del modelo AR (Peña, 1983).
- Q_p da valores idénticos para espectros claramente diferentes (Long, 1987).
- ν y κ no son afectados por el suavizado del espectro, mientras que Q_p y Q_e modifican sustancialmente su valor con este factor. Además, la frecuencia de corte influye notablemente en los valores de Q_p, Q_e y ν, no así en los valores de κ. Luego, Q_p y Q_e no son útiles para cuantificar la anchura de banda espectral (van Vledder. 1983. 1992).

podemos considerar que el parámetro más estable es κ . No obstante, es obvio que, para que un parámetro pueda ser considerado de utilidad, además de poseer una estabilidad aceptable, debe cumplir con efectividad su cometido.

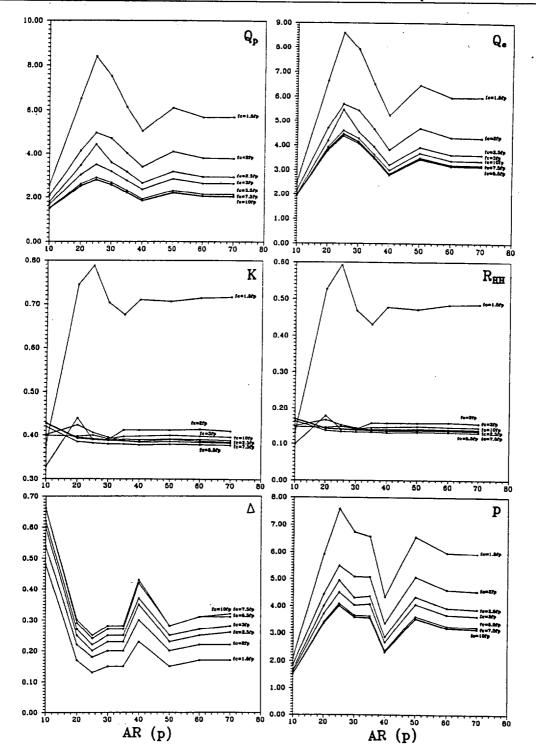


Figura 4.21: Variabilidad estadística de los parámetros de anchura de banda espectral

Por tanto, con el fin de <u>estudiar la eficiencia de los parámetros seleccionados</u>, para discernir entre procesos con diferente ancho de banda, hemos escogido varios espectros, con frecuencias de pico y densidades espectrales máximas similares, y hemos estimado los valores de los diferentes parámetros, manteniendo constantes todos los parámetros que pueden afectar a su estabilidad.

Para comparar la anchura de banda espectral de diferentes espectros, es necesario expresarlos en forma adimensional (Ochi, 1982). Por ello, hemos comparado los valores de los distintos parámetros, a partir de las densidades espectrales normalizadas respecto a su valor máximo, $S(f_p)$, y las frecuencias normalizadas con la frecuencia de pico.

Tras este análisis, observamos que al comparar espectros con una anchura de banda significativamente diferente, tal como los mostrados en la figura 4.22, todos los parámetros fueron capaces de distinguir entre los procesos de banda estrecha y los de banda ancha, presentando una variación numérica. Sin embargo, el incremento numérico absoluto de κ y ρ_{hh} es muy pequeño. Un 20%, aproximadamente, menor que el mostrado por P y Δ , mientras que la mayor diferencia se obtuvo en los valores de Q_p y Q_e , especialmente en éste último.

Luego, los parámetros con una mayor capacidad para distinguir entre procesos de banda ancha y de banda estrecha Q_p y Q_e , son muy inestables frente a un cambio en la metodología empleada para su estimación. Pero, por otro lado, los parámetros de mayor estabilidad, κ y ρ_{hh} , no parecen ser buenos estimadores de la anchura de banda espectral.

Ante este problema, sugerimos la posibilidad de emplear como parámetro característico de la anchura de banda espectral: $\rho(\hat{T}/2)$. Este parámetro fue introducido por Næss (1985), para incluir el efecto del ancho de banda espectral en la distribución de alturas de ola. Dicho parámetro representa el valor de la función de autocorrelación normalizada en el instante en que ésta alcanza su

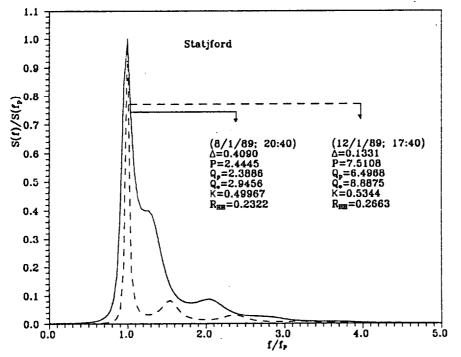


Figura 4.22: Comparación de dos espectros con diferente ancho de banda

primer mínimo, y tiene por expresión:

$$\rho\left(\frac{\hat{T}}{2}\right) = \frac{R\left(\frac{\hat{T}}{2}\right)}{R(0)}\tag{4.33}$$

donde \hat{T} representa el periodo dominante, es decir, el valor del desfase temporal en el cual $R(\tau)$ alcanza su primer valor máximo, para un τ distinto de cero, (ver figura 4.23).

Naturalmente, la función de autocorrelación y la función de densidad espectral de un proceso aleatorio contienen la misma información, aunque en diferentes dominios. Ambas funciones constituyen un par transformado de Fourier. Sin embargo, la extracción de información a partir de la función de densidad espectral genera, tal como hemos comentado, una gran cantidad de incertidumbres, provocadas por factores tales como el suavizado del espectro, la elección de las frecuencias de corte para calcular determinados parámetros

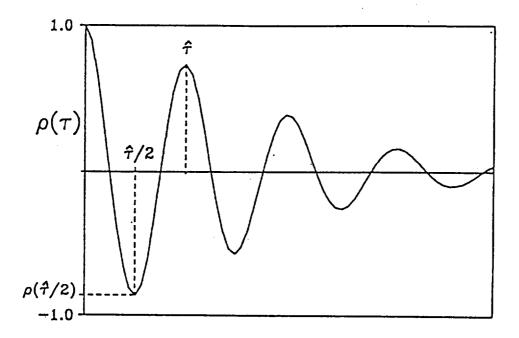


Figura 4.23: Definición de parámetros de la función de autocorrelación

espectrales, etc., que no aparecen si dicha información puede extraerse de la función de autocorrelación. Así, por definición, el momento espectral de orden cero coincide con el valor de $R(\tau)$ para un desfase temporal $\tau=0$, la frecuencia de pico espectral está fuertemente relacionada con el valor de $\hat{T}/2$ (Rodríguez, 1992). Además, en el problema que nos ocupa, $\rho(\hat{T}/2)$ presenta una alta correlación con κ y ν (figura 4.24 a,b).

En la figura 4.25 se muestra la evolución temporal de la función de densidad espectral (4.25a) y de la función de autocorrelación (4.25b), durante un temporal registrado en la boya de Las Palmas. Obsérvese como, al aumentar el contenido energético y reducirse la anchura de banda espectral, el valor absoluto de $\rho(T/2)$ sufre un incremento apreciable, reflejando la variación del ancho de banda del proceso. En estas figuras tambien se observa el desplazamiento hacia frecuencias más bajas de la frecuencia de pico que, aunque no se aprecia claramente en la figura 4.25b, va acompañada por un

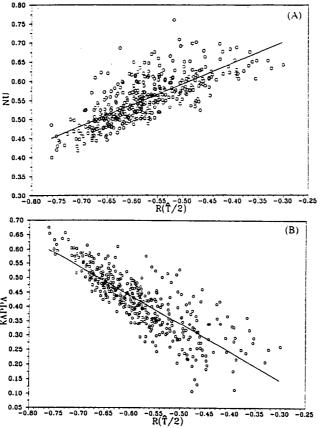


Figura 4.24: Relaciones $\rho(\hat{T}/2) - \nu$ (a), $\rho(\hat{T}/2) - \kappa$ (b)

incremento en los valores de T/2 y T (Rodríguez et al., 1992).

En función de los resultados obtenidos, decidimos abordar el análisis de la hipótesis de anchura de banda espectral, en los registros utilizados, empleando como referencia el parámetro propuesto por Longuet-Higguins (1975). ν , por ser éste el que con mayor frecuencia se utiliza, a la hora de tener en cuenta los efectos de la anchura de banda espectral, sobre los modelos teóricos propuestos para caracterizar el comportamiento estadístico de los diferentes parámetros del oleaje, y que serán analizados en el próximo capítulo. Por otra parte, empleamos el parámetro κ , dadas sus excelentes propiedades de estabilidad observadas, que no posee ν . Además, apuntamos la posibilidad de usar el parámetro $\rho(\hat{T}/2)$ para dicho fin.

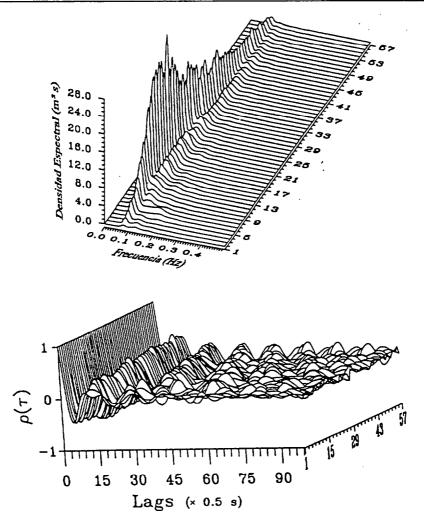


Figura 4.25: Evolución temporal de S(f) y $R(\tau)$, boya Las Palmas 1987.

Clasificación de la anchura de banda espectral

Los modelos estadísticos desarrollados para caracterizar parámetros del oleaje de interés práctico, se pueden clasificar en tres grupos, en función de la hipótesis de anchura de banda espectral utilizada. Estos son: (a) modelos para procesos con anchura de banda infinitesimal; (b) modelos para procesos con ancho de banda estrecha; y (c) modelos para procesos con anchora de banda arbitraria.

Sin embargo, no hemos encontrado ningún trabajo en el cual se delimiten, de forma más o menos precisa, los límites entre las diferentes regiones del rango de variación de dicho factor. Por ello, para analizar la validez de la hipótesis de anchura de banda espectral estrecha, en los registros de cada punto de medida que han superado los niveles de calidad exigidos, durante el preprocesamiento, y la hipótesis de estacionariedad, emplearemos la siguiente clasificación:

1. Anchura de banda espectral infinitesimal

$$\nu^2 \longrightarrow 0 \iff \nu \le 0.1$$

2. Anchura de banda espectral estrecha

$$\nu^2 \ll \nu \iff \nu \le 0.5$$

3. Anchura de banda espectral amplia

$$\nu > 0.5$$

4.4.2 Comprobación y validación experimentales

En las figuras 4.26(a,b,c) se ilustran los valores de ν , κ y $\rho(\hat{T}/2)$, obtenidos para los registros antes mencionados. Nótese que, aún considerando un amplio rango de aceptación para la hipótesis de anchura de banda espectral estrecha, la mayoría de los registros analizados presentan un valor de ν superior a 0.5, o a los valores equivalentes de κ y $\rho(\hat{T}/2)$. Además,

en ningún caso es posible aceptar la validez de la hipótesis de anchura de banda infinitesimal. En consecuencia, aquellos modelos basados en dicha hipótesis no serán aplicables a los registros analizados en este trabajo, mientras que los modelos en los que se admite un ancho de banda estrecho, no serán de validez general.



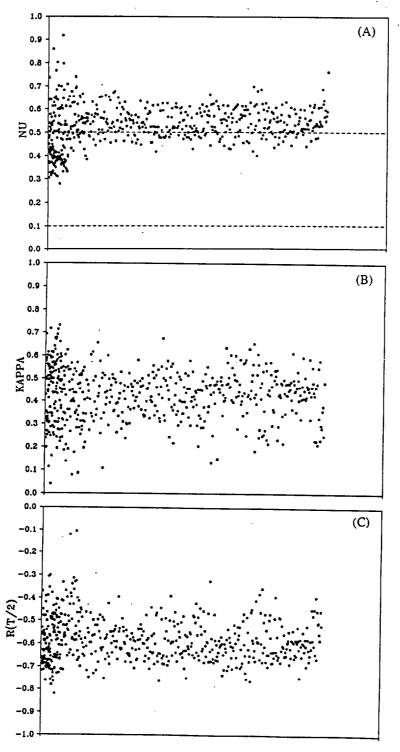


Figura 4.26: Valores observados de la anchura de banda espectral

Capítulo 5

Estadística de olas individuales: Parámetros relevantes

The history of our understanding of ocean surface waves, is the epitome of the history of science.

Our understanding of water waves depends upon both theory and observation and the two have seldom, if ever, been in good balance.

Blair Kinsman, 1960.

"Surface waves at short fetches and low wind speeds-A field study"

Una vez discutidos los modelos teóricos propuestos para caracterizar los desplazamientos verticales de la superficie libre del mar, respecto a su nivel medio, $\eta(t)$, como un proceso estocástico estacionario [2.1], y analizadas las hipótesis en que se fundamentan dichos modelos [4.1-4.4], pasaremos a considerar algunas de sus aplicaciones prácticas concretas.

A partir del perfil de la superficie libre del mar, $\eta(t)$, pueden definirse varios parámetros de interés práctico. Entre estos destacan la altura, H, y el periodo del oleaje, T. Estos parámetros suministran información sobre el contenido energético, y su distribución temporal, de un campo de oleaje, de donde se deduce su importancia en disciplinas como la Ingeniería de Costas y Oceánica, la Ingeniería Naval y la Dinámica Litoral. No obstante, al contrario que en un tren de ondas regular, donde las definiciones de la altura y el periodo son inmediatas, su definición en el contexto del oleaje real presenta algunas dificultades prácticas. Por ello, tal como veremos posteriormente, existen diversos criterios para distinguir las olas individuales y definir sus parámetros característicos.

Por otra parte, independientemente del criterio elegido para definir H y T, resulta óbvio que dichos parámetros presentan una evolución aleatoria, de modo que, para caracterizar su comportamiento será necesario obtener leyes probabilísticas que describan adecuadamente su estructura estadística.

En [4.3] se demostró que la distribución estadística teórica de $\eta(t)$ se puede obtener a partir de los modelos de oleaje presentados en [2.1]. También se demostró que, si bien las distribuciones obtenidas a partir del modelo no lineal permiten caracterizar de forma bastante adecuada las distribuciones experimentales observadas, su grado de complejidad es sustancialmente superior al de las desarrolladas tomando como base el modelo lineal de oleaje.

En consecuencia, si tenemos en cuenta que, tal como veremos a continuación, la altura y el periodo de una ola se definen a partir de unos pocos puntos singulares del perfil descrito por $\eta(t)$, resulta evidente que la dificultad para obtener modelos probabilísticos de H y T aumenta considerablemente. Por tal motivo, todos las distribuciones teóricas propuestas hasta el momento han sido desarrolladas a partir del modelo lineal de oleaje. Además, debido a la dificultad que entraña la elaboración de modelos teóricos para procesos de banda ancha, ya mencionada en [4.4], en la mayoría de éstos se considera el modelo lineal de oleaje restringido a procesos de banda estrecha. Por tanto, resulta lógico esperar que la validez de los modelos teóricos desarrollados para caracterizar el comportamiento probabilístico de H y T, esté condicionada fundamentalmente por la consistencia de las hipótesis de linealidad y anchura de banda espectral. Hecho que analizaremos en este capítulo.

Definición de altura y periodo de ola

Antes de definir las alturas y los periodos según diferentes criterios, será interesante especificar claramente los puntos de $\eta(t)$ que nos permitirán establecer con precisión tales definiciones, así como introducir la terminología y notación utilizadas. En general, emplearemos la nomenclatura estándar recomendada por IAHR/PIANC¹ (1986,1989) para el análisis de registros de oleaje.

Cresta: Máximo local de $\eta(t)$. Una cresta queda definida por:

$$\dot{\eta}(t) = 0$$
 y $\ddot{\eta}(t) < 0$

Seno: Mínimo local de $\eta(t)$. Es decir:

$$\dot{\eta}(t) = 0 \qquad \text{y} \qquad \ddot{\eta}(t) > 0$$

¹IAHR: International Association for Hydraulic Research.

PIANC: Permanent International Association of Navegation Congresses.

Nivel medio: Valor medio del registro durante el periodo de medida (NMR), habiendose eliminado las fluctuaciones del nivel medio originadas por fenómenos de periodicidad fuera del rango del oleaje (por ej. la marea).

$$\eta(t) = 0$$

Cruce ascendente: Punto en el que $\eta(t)$ intersecta el NMR con pendiente positiva. Analíticamente, dicho punto queda determinado por:

$$\eta(t) = 0 \qquad \text{y} \qquad \dot{\eta}(t) > 0$$

Cruce descendente: Punto en el que $\eta(t)$ intersecta el NMR con pendiente negativa. Un cruce descendente es definido por:

$$\eta(t) = 0 \qquad \text{y} \qquad \dot{\eta}(t) < 0$$

En este trabajo se emplearán dos criterios para la definición de H y T. Estos són, el criterio de cruces por cero ascendente y el criterio de crestas y senos. Según el primero de ellos, una ola queda definida por dos cruces consecutivos del perfil de la superficie libre con el NMR en sentido ascendente, mientras que en el criterio de crestas y senos una ola queda determinada por la oscilación de la superficie libre del mar entre dos crestas sucesivas.

Utilizando estos criterios podemos definir los siguientes parámetros, ilustrados en la figura 5.1:

- H_z≡ Altura de ola de paso ascendente por cero: Distancia vertical máxima entre los puntos de la superficie libre comprendidos entre dos pasos por cero ascendentes consecutivos.
- T_z = Periodo de ola de paso ascendente por cero: Intervalo temporal entre dos pasos por cero ascendentes consecutivos.

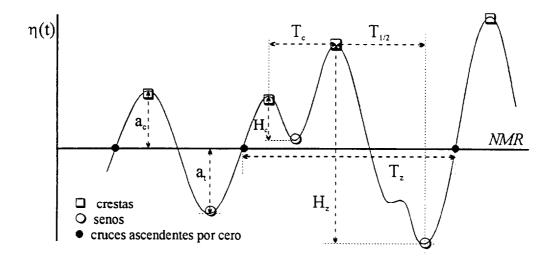


Figura 5.1: Parámetros característicos fundamentales de olas individuales

- a_c≡ Amplitud de cresta: Distancia vertical entre un máximo local y el NMR (medida sobre el NMR).
- a_t≡ Amplitud de seno: Distancia vertical entre un mínimo local y el NMR (medida bajo el NMR).
- $H_c \equiv \underline{\text{Altura de ola de crestas:}}$ Distancia vertical entre una cresta y el seno siguiente (en valor absoluto).
- $T_c \equiv \frac{\text{Periodo de ola de crestas:}}{\text{consecutivas.}}$ Intervalo de tiempo entre dos crestas

La IAHR recomienda el uso de los subíndices z y c para denotar los parámetros de paso por cero y de crestas, respectivamente. No obstante, puesto que generalmente utilizaremos los parámetros definidos según el criterio de pasos ascendentes por cero, suprimiremos el úso de los subíndices al denotar las alturas y los periodos, con el fín de simplificar la nomenclatura. entendiéndose

que H y T representan los parámetros de paso por cero. Sin embargo, con menor frecuencia, es necesario emplear los parámetros de crestas, en cuyo caso se empleará el subíndice c para diferenciarlos de los primeros.

5.1 Distribución de alturas de ola

Longuet-Higgins (1952), en base a los trabajos de Rice (1944, 1945) en el campo de la Electrónica y de Rayleigh (1880) en el campo de la Acústica, dedujo que, admitiendo como hipótesis la gaussianidad y la anchura de banda espectral infinitesimal del oleaje², las amplitudes del oleaje debian seguir una función de densidad de probabilidad (f.d.p.) de Rayleigh. cuya expresión es:

$$p(a) = \frac{2a}{a_{rms}^2} \exp\left(-\frac{a^2}{a_{rms}^2}\right) \tag{5.1}$$

donde a_{rms} representa la raiz cuadrada de la amplitud cuadrática media, es decir:

$$a_{rms} = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} a_i^2\right]^{1/2}$$

expresando a_{rms} en función de el momento espectral de orden cero tal como sigue:

$$a_{rms} = \sqrt{2m_0} \tag{5.2}$$

podremos escribir la ecuación (5.1) como:

$$p(a) = \frac{a}{m_0} \exp\left(-\frac{a^2}{2m_0}\right) \tag{5.3}$$

²Nótese que admitir estas hipótesis es equivalente a considerar el modelo de oleaje lineal con ancho de banda infinitesimal. Sin embargo, esté trabajo fue realizado con anterioridad a la introducción de la Teoría de los Procesos Estocásticos en el estudio del oleaje.

La suposición de anchura de banda infinitesimal implica que la envolvente del proceso varía lentamente con el tiempo, mostrando una fisonomía suave, de modo que los máximos y mínimos del perfil coinciden exactamente con la amplitud de la envolvente en ese instante. De esta forma, será factible considerar la altura de ola como el doble de la amplitud de la envolvente, H = 2a, y en consecuencia la fdp de H será:

$$p(H) = \frac{H}{4m_0} \exp\left(-\frac{H^2}{8m_0}\right) \tag{5.4}$$

Por otro lado, expresando la altura de ola en forma normalizada respecto al momento espectral de orden cero,

$$\xi = \frac{H}{\sqrt{m_0}}$$

podremos escribir la f.d.p. de las alturas de ola como:

$$p(\xi) = \frac{\xi}{4} \exp\left(-\frac{\xi^2}{8}\right) \tag{5.5}$$

La función de distribución de probabilidad (F.D.P.) asociada vendrá dada por:

$$P(\xi) = P(\xi \le \xi_0) = \int_0^{\xi_0} p(\xi) d\xi = 1 - \exp\left(-\frac{\xi^2}{8}\right)$$

y la función de distribución de excedencia (F.D.E.) correspondiente puede escribirse como:

$$Q(\xi) = P(\xi > \xi_0) = \int_{\xi_0}^{\infty} p(\xi) d\xi = \exp\left(-\frac{\xi^2}{8}\right)$$
 (5.6)

Teóricamente, esta distribución es estrictamente válida únicamente para oleaje lineal, es decir con las fases de las componentes armónicas uniformemente distribuidas, y de anchura de banda espectral próxima a cero (Longuet-Higgins, 1975). Sin embargo, es la más utilizada con fines prácticos y su validez ha sido corroborada por numerosos autores (Goda, 1974; Earle, 1975; Dattari et al., 1979; Larsen, 1981; Thornton & Guza, 1983, etc.) empleando datos experimentales de características sustancialmente diferentes. Otros trabajos (Haring et al., 1976; Chakrabarti & Cooley, 1977; Forristall, 1978; Rodríguez & Tejedor, 1990) ponen de manifiesto discrepancias entre los datos experimentales y los predichos por la distribución de Rayleigh, principalmente en la cola superior de dicha distribución que, obviamente, es la de mayor importancia desde el punto de vista práctico.

Varios autores (Forristall, 1978; Nolte & Hsu, 1979; Myrhaug & Kjeldsen, 1986) han sugerido, desde un punto de vista totalmente empírico, que las alturas de ola se ajustan mejor a otras distribuciones probabilísticas, tales como la de Weibull, cuya expresión analítica es:

$$Q(\xi) = \exp\left(-\frac{\xi^{\alpha}}{\beta}\right) \tag{5.7}$$

donde α y β son parámetros que deben ser determinados mediante procedimientos de ajuste de datos experimentales. Forristall (1978), utilizando datos registrados durante huracanes en el golfo de Mexico, obtuvo para dichos parámetros los valores, $\alpha = 2.126$ y $\beta = 8.42$.

Por otro lado, existen diversos trabajos que, desde una perspectiva teórica, intentan dar una justificación a las discrepancias observadas entre los resultados experimentales y los predichos por la distribución de Rayleigh. La gran mayoría de estas investigaciones han tenido como fín común el análisis de la consistencia de las hipótesis básicas empleadas en el desarrollo teórico

de Longuet-Higgins (1952). Es decir, por un lado, el estudio de los efectos de la no-linealidad del oleaje (Forristall, 1978; Longuet-Higgins, 1980; Tayfun, 1980), y por otro lado, el análisis de los efectos de la anchura de banda espectral finita (Longuet-Higgins, 1980; Naess, 1985; Rodríguez, 1992).



5.1.1 Efectos de la anchura de banda espectral

Longuet-Higgins (1980) demostró que los datos presentados por Haring et al. (1976) y Forristall (1978) podían ser ajustados mediante la distribución de Rayleigh con igual exactitud, simplemente cambiando el coeficiente que relaciona la raiz de la media cuadrática de la amplitud y el momento espectral de orden cero, que para oleajes lineales y de anchura de banda espectral infinitesimal viene dada por (5.2), por la expresión alternativa:

$$a_{rms} = \left[\left(1 - 0.734 \nu^2 \right) 2m_0 \right]^{1/2} \tag{5.8}$$

donde el efecto de la anchura de banda espectral finita es reflejado por el factor $(1 - 0.734\nu^2)$. Longuet-Higgins (1980) obtiene un ajuste óptimo de los datos experimentales antes mencionados empleando la relación:

$$\frac{a_{rms}}{\sqrt{2m_0}} = 0.925$$

La validez de estos resultados es respaldada experimental y teóricamente por Larsen (1981) y Bocotti (1982) respectivamente. Sin embargo, Forristall (1984) observa que, incluso incluyendo el factor de corrección propuesto por Longuet-Higgins (1980), la f.d.p. resultante sigue siendo inconsistente con los resultados experimentales.

Sustituyendo la expresión (5.8) en (5.1), la f.d.p. de las amplitudes adquiere la forma:

$$p(a) = \frac{2a}{[1 - 0.734\nu^2](2m_0)} \exp\left(-\frac{a^2}{[1 - 0.734\nu^2](2m_0)}\right)$$
(5.9)

de donde, haciendo H=2a y normalizando H respecto a $\sqrt{m_0}$, se obtiene la F.D.E. siguiente:

$$Q(\xi) = \exp\left(-\frac{\xi^2}{8(1 - 0.734\nu^2)}\right) \tag{5.10}$$

expresión a la que, en adelante, nos referiremos como distribución de Rayleigh modificada.

Empleando un procedimiento sustancialmente diferente del empleado por Longuet-Higgins (1980), Næss (1983,1985), obtiene una expresión para las amplitudes en un tren de oleaje, estacionario, gaussiano y de banda estrecha, empleando una relación entre los parámetros a_{rms} y m_0 en la cual se introduce explícitamente el efecto de la anchura de banda espectral a través de la función de autocorrelación del proceso. La expresión propuesta es:

$$a_{rms} = \left[\left(1 - \rho \left(\frac{\hat{T}}{2} \right) \right) m_0 \right]^{1/2} \tag{5.11}$$

donde $\rho(\hat{T}/2)$ representa el valor de la función de autocorrelación normalizada en el instante en que alcanza su primer mínimo [sec. 4.4]. Sustituyendo (5.11) en (5.1), la F.D.E. de las alturas de ola adopta la forma:

$$Q(\xi) = \exp\left[-\frac{\xi^2}{4(1+\rho)}\right] \tag{5.12}$$

que para un proceso de anchura de banda espectral infinitamente estrecho, es decir, para $\rho \to -1$, se reduce a una distribución de Rayleigh.

Empleando la distribución de probabilidad propuesta por Næss, Vinje (1989) realiza un desarrollo asintótico con el fín de obtener una mejor

descripción de las alturas de ola correspondientes a la cola alta de la distribución. Como resultado, obtiene una f.d.p. igual a (5.12) multiplicada por un factor de corrección, dado por:

$$\gamma = \left(\frac{1+\rho}{2\rho}\right)^{1/2} \tag{5.13}$$

de modo que la F.D.E. resultante es:

$$Q(\xi) = \left(\frac{1+\rho}{2\rho}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{\xi^2}{4(1+\rho)}\right]$$
 (5.14)

Sin embargo, la ecuación (5.14) no puede considerarse como una verdadera función de distribución probabilística, puesto que para alturas de ola normalizadas pequeñas asigna valores de probabilidad superiores a uno, (Rodríguez, 1992).

En todas las expresiones dadas anteriormente para $Q(\xi)$ se admite que la el oleaje puede considerarse como un proceso de anchura de banda espectral infinitesimal (5.6) o finita (5.10), (5.12) y (5.14). En tal caso, se puede admitir, al menos como aproximación, que $a=a_c=a_s$ y por tanto H=2a. Sin embargo, para oleajes con anchura de banda espectral no estrecha esta aproximación no resulta válida. Si se tiene en cuenta la modulación en amplitud de un proceso aleatorio, parece obvio que existirá una cierta diferencia entre la altura de una cresta y la profundidad del seno siguiente, debido al desfase temporal existente entre ambos. En consecuencia, incluso para procesos de anchura de banda espectral pequeña, la relación H=2a no es exacta. Por este motivo, la deducción de una expresión matemática para la f.d.p. de las alturas de ola en oleajes de ancho de banda no estrecho resulta mucho más compleja.

5.1.2 Comprobación y validación experimentales

A continuación analizaremos la capacidad de los modelos anteriormente descritos para caracterizar las distribuciones empíricas obtenidas a partir de registros experimentales y simulados, discutiendo el efecto de la anchura de banda espectral sobre de las desviaciones encontradas entre estos modelos y los resultados experimentales.

La figura 5.2 muestra la distribución de alturas de ola normalizadas para dos registros experimentales con diferente anchura de banda espectral. Conjuntamente con las distribuciones observadas se representan las modelos teóricos descritos anteriormente. La representación logarítmica del eje de probabilidades permite realzar los rasgos de las distribuciones para valores altos de H, que son los de mayor interés y en los que se han referenciado las mayores inconsistencias para el modelo de Longuet-Higgins.

Obsérvese que en ninguno de los dos casos la anchura de banda espectral puede considerarse infinitesimal, especialmente en el segundo de ellos (fig. 5.2b). Los resultados mostrados reflejan claramente el fuerte efecto que ejerce la anchura de banda espectral sobre la distribución de las alturas de ola. Nótese que para el registro con $\nu=0.4$ (fig. 5.2a) los diferentes modelos teóricos ajustados son capaces de caracterizar adecuadamente la distribución observada para valores pequeños e intermedios de H. Sin embargo, en la cola superior de la distribución los únicos modelos que describen de modo aceptable el comportamiento probabilístico de las observaciones son el de Næss y el de Vinje, que son difícilmente distiguibles. Por el contrario, mientras el modelo de Longuet-Higgins sobrevalora las observaciones, el modelo de Forristall provoca un infraestimación.

En la figura 5.2b se observa que al aumentar la anchura de banda espectral la inconsistencia entre el modelo de Longuet-Higgins y el de Forristall con las observaciones se acentúan aún más. En este caso, ambos modelos sobreestiman

© Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Biblioteca Diottal. 2003

la frecuencia de aparición de las alturas de ola, incluso para valores de dicho parámetro significativamente bajos. Sin embargo, no se observan discrepancias importantes entre los datos experimentales y las distribuciones de Næss y Vinje, aunque an este caso el ajuste ya no es tan adecuado como en el anterior. Obsérvese que en ambos casos el modelo de Vinje asigna probabilidades mayores que 1 en el rango de alturas pequeñas.

Las distribuciones ilustradas en la figura anteriormente comentada pertenecen a registros de la boya ST, cuyos registros representan los estados de mar más severos analizados en este trabajo y, por tanto, permiten analizar la estructura de la distribución de alturas en la zona correspondiente a los mayores valores de H. Sin embargo, debido a la duración de dichos registros, 20 minutos, el número de olas consideradas es aproximadamente de 120, que pueden ser consideradas como poco representativas estadísticamente, aunque empleando registros de la boya LP, de 42 minutos de duración, se han obtenido resultados similares (Rodríguez, 1992). No obstante, en la figura 5.3 se muestran las distribuciones de altura de ola correspondientes a dos registros de 45 minutos de duración, simulados mediante el método NSA con un modelo espectral Wallops. En esta figura se puede observar la similitud de los resultados obtenidos mediante simulación con los correspondientes a registros experimentales.

En consecuencia, podemos asegurar que:

La anchura de banda espectral ejerce un importante efecto sobre la distribución de las alturas de ola y que, por dicho motivo, los modelos de Longuet-Higgins y de Forristall no resultan útiles para caracterizar dicha distribución.

Por el contrario,

el modelo de Næss proporciona ajustes bastante adecuados, especialmente para registros con anchura de banda espectral moderada. Es importante hacer notar que el modelo de Vinje ofrece resultados muy similares a los del modelo de Næss, pero presenta el inconveniente de asignar probabilidades superiores a 1, de modo que desde un punto teórico posee mayor utilidad éste último.

5.1.3 Efectos de las no-linealidades

Puesto que en estados de mar en los que los efectos no lineales adquieren una importancia significativa, como es el caso de oleajes severos, el perfil de la superficie libre presenta una cierta asimetría estadística, aumentando la amplitud de las crestas y disminuyendo la de los senos, resulta razonable pensar que estos efectos no lineales deben contribuir a las desviaciones detectadas. Sin embargo, algunos estudios (Longuet-Higgins, 1980: Larsen, 1981; Tayfun, 1983) han puesto de manifiesto que la distribución de alturas de ola no es afectada, al menos de manera importante, por las no-linealidad del proceso. Sorprendentemente, este hecho ha sido refrendado incluso por trabajos elaborados empleando registros correspondientes a estados de mar generados por huracanes (Larsen, 1981).

5.1.4 Comprobación y validación experimentales

En la figura 5.4 se representan las distribuciones correspondientes a dos registros de la boya ST, con anchura de banda espectral similar pero con valores del sesgo sustancialmente diferentes. Es fácil observar que, aunque el grado de no linealidad es diferente en ambos registros, el comportamiento de las distribuciones experimentales es muy parecido. Por tanto, en concordancia

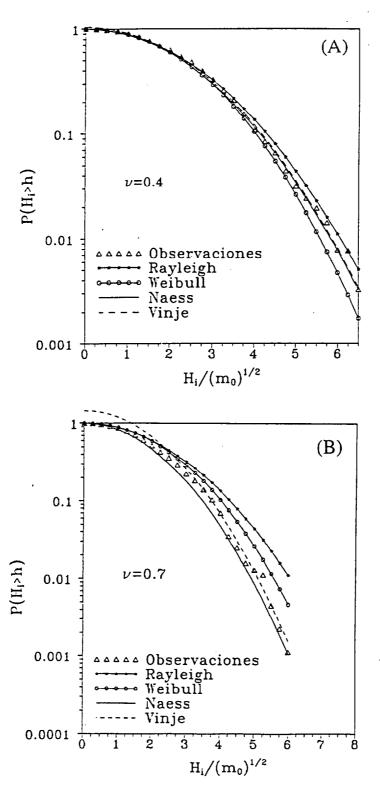


Figura 5.2: Distribuciones de H para registros reales con diferente ancho de banda

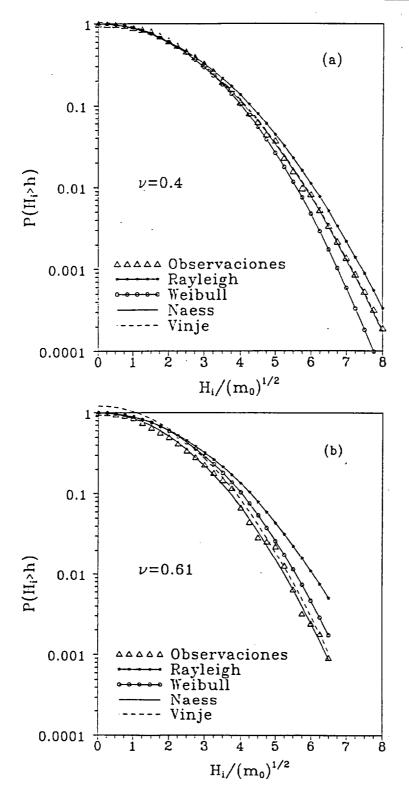


Figura 5.3: Distribuciones de H para registros simulados con diferente ancho de banda

con los resultados expuestos en los trabajos citados anteriormente, podemos asegurar que:

Las no linealidades del perfil de la superficie libre del mar no afectan de un modo perceptible a la distribución de las alturas de ola.

Es importante señalar que los efectos no lineales considerados son únicamente aquellos generados por el acoplamiento de fases entre componentes armónicas, y que dan lugar a la citada asimetría vertical de los desplazamientos verticales. Los datos empleados en este trabajo no permiten analizar los efectos de otros tipos de no linealidades, como los generados por la rotura del oleaje y que tambien pueden afectar de manera importante a las desviaciones de las distribuciones experimentales de las alturas de ola, (Tayfun, 1981).

5.2 Distribuciones conjuntas de H y T

Las distribuciones de las alturas y los periodos del oleaje suelen ser estimadas independientemente. Naturalmente, el conocimiento de dichas distribuciones estadísticas posee una gran importancia, tanto teórica como práctica. Sin embargo, en general, resulta de mayor interés, tanto en Oceanografía Física como en Ingeniería Oceanográfica, el conocimiento de los efectos combinados de las alturas de ola y los periodos asociados.

La distribución conjunta de probabilidad de alturas y periodos desempeña un papel fundamental en el tratamiento probabilístico de numerósos fenómenos dinámicos, tales como la rotura y el agrupamiento del oleaje (Ochi, 1982). Además, de dicha distribución puede extraerse parte de la información necesaria para estimar la disipación de energía en el oleaje y, por tanto, representa una fuente de información indispensable en los estudios de mezcla en las capas superficiales del océano (Doering & Donelan, 1993), en la

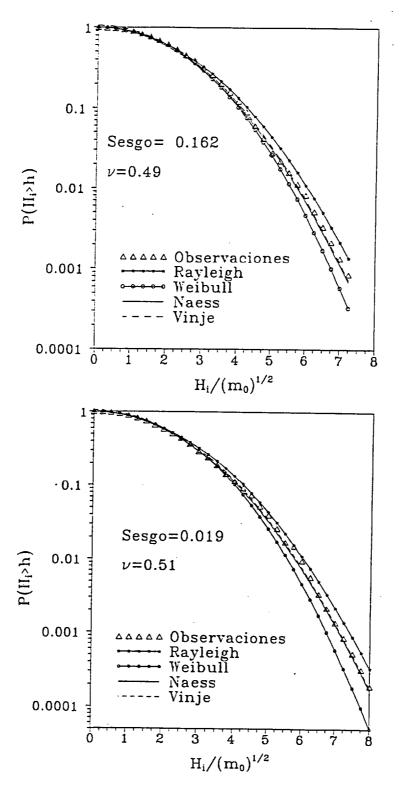


Figura 5.4: Distribuciones de H para registros con diferente grado de no linealidad

© Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Biblioteca Digital, 2003

interpretación de imágenes de radar (Huang et al. 1984: Śrokosz. 1986), etc. Por otro lado, su conocimiento es trascendental para la modelización de los múltiples procesos costeros generados por el oleaje al entrar en aguas someras, tales como los fenómenos de erosión litoral (Baba & Harish, 1985).

Desde un punto de vista más práctico, es un hecho bien conocido que cualquier sistema físico posee un periodo natural de oscilación, que depende de los parámetros que lo caracterizan; en el caso de una estructura. el periodo natural depende fundamentalmente de sus características geométricas. De este modo, si el periodo del oleaje es significativamente diferente del periodo natural de las estructuras que se ven sometidas a sus esfuerzos, es poco probable que dichas estructuras sufran desperfectos por fenómenos de resonancia. Por el contrario, aunque la altura de ola no sea excesivamente grande, si los periodos del oleaje están próximos al periodo natural de oscilación del sistema, la respuesta de éste puede alcanzar un nivel crítico, pudiendose llegar a situaciones conflictivas en relación a la estabilidad de la estructura. En consecuencia, la distribución conjunta de alturas y periodos es necesaria para poder evaluar las propiedades estadísticas de la respuesta de las estructuras marinas ante los esfuerzos ejercidos por el oleaje. Esta información juega un papel primordial en el correcto diseño de plataformas oceánicas (Nolte, 1979) y de estructuras costeras como rompeolas (Losada & Giménez-Curto, 1979), así como en la predicción de la respuesta dinámica de los barcos frente a los esfuerzos del oleaje (Ochi, 1982).

5.2.1 Distribuciones teóricas

Durante las cuatro últimas décadas se han propuesto un número considerable de formulaciones analíticas que, con mayor o menor acierto, intentan describir el comportamiento estadístico conjunto de las alturas y los periodos (Bretschneider, 1959; Kimura, 1981; Yuan, 1982; Shum & Melville, 1984;

Myrhaugh & Kjeldsen, 1984; Haver; 1987; Tayfun, 1993; etc.)

El primer intento fructífero de modelizar la distribución conjunta de alturas y periodos del oleaje se debe a Longuet-Higgins (1957, 1975) quien, basandose en los resultados obtenidos por Rice (1944-1945) y Wooding (1955) en sus trabajos sobre la distribución de los sucesivos pasos por cero de un ruido aleatorio de banda estrecha, propuso una distribucion conjunta (Longuet-Higgins, 1975) para oleajes con anchura de banda espectral estrecha, en la cual se considera la dependencia estadística entre las alturas y los periodos del oleaje. No obstante, este modelo no es capaz de reproducir la asimetría observada experimentalmente en la distribución de los periodos (Chakrabarti & Cooley, 1977; Goda, 1978; Dattatri et al., 1979), por lo cual no resulta efectiva para analizar los efectos conjuntos de las alturas y los periodos del oleaje. Aunque algunos autores apuntan que dicha distribución resulta útil cuando se consideran únicamente las mayores alturas de ola del registro (Chakrabarti & Cooley, 1977), Tayfun (1993) propone una distribución conjunta válida sólo para las alturas de ola más altas y sus periodos asociados con la que obtiene mejores resultados.

Entre las diferentes distribuciones conjuntas propuestas para caracterizar el comportamiento estadístico de las alturas y los periodos del oleaje cabe destacar, como contribuciones más relevantes, las formuladas por Cavanie et al., (1976) (C), Lindgren & Rychlik (1982) (L-R) y Longuet-Higgins (1983) (L-H). Estas distribuciones, principalmente la de Cavanie et al. (1976) y la de Longuet-Higgins (1986), han sido comparadas con las distribuciones empíricas correspondientes a registros experimentales y simulados por varios autores (Osborne, 1982; Srokosz & Challenor, 1987; Srokosz, 1988; Myrhaugh & Kvålsvold, 1992; Sobey, 1992; Tayfun, 1993; Memos, 1994; Memos y Tzanis, 1994). De estos trabajos se desprende que las distribuciones C y L-R resultan efectivas cuando se emplea el criterio de crestas y senos para definir las olas

individuales, mientras que la distribución L-H proporciona ajustes adecuados al emplear el criterio de pasos ascendentes por cero, en oleajes de banda estrecha.

Se debe señalar que en la mayoría de los trabajos anteriormente referenciados no se ha incluido la distribución L-R, aludiendo a su dificultad analítica y, por tanto, a su relativo interés práctico. Sin embargo, si bien la complejidad analítica de dicha distribución es ligeramente superior a la de las dos restantes, esta distribución es la que posee un mayor rango de utilidad. Su validez no está limitada por el efecto de la anchura de banda espectral, es útil para representar la altura y los periodos de oleajes bimodales y, además, proporciona resultados adecuados al utilizar el criterio de pasos ascendentes por cero (Rodríguez. 1992).

Comentamos a continuación los resultados obtenidos al comparar la estructura de la distribución conjunta de alturas y periodos con los modelos teóricos C, L-H y L-R. Además, a la vista de la eficiencia mostrada por el modelo L-R para caracterizar la estructura de la distribución conjunta de H y T, se ha analizado la variación de su fisonomía en función de la anchura de banda espectral, considerando el modelo espectral de oleaje JONSWAP [Cap. 6] con diferentes valores de ν .

En primer lugar presentamos las expresiones analíticas de las distribuciones teóricas consideradas, en las cuales las alturas y los periodos han sido expresados en forma adimensional mediante las expresiones:

$$\xi = \frac{H}{\sqrt{m_0}}$$
 y $\tau = \frac{T}{T_{01}} = \frac{Tm_1}{m_0}$ (5.15)

Distribución de Longuet-Higgins (1983)

Dada la evidencia experimental de la asimetría de la distribución conjunta de H y T respecto al periodo medio, Longuet-Higgins (1983) reformuló su primer modelo (Longuet-Higgins, 1975) para dar cuenta de esta asimetría. Para ello consideró la distribución conjunta de las amplitudes de la envolvente del proceso y la variación temporal de la envolvente de las fases, admitiendo la hipótesis de anchura de banda espectral estrecha. La expresión analítica de dicha distribución, con las alturas y los periodos adimensionalizados, es la siguiente:

$$p(\xi,\tau) = L(\nu) \left(\frac{\xi}{\tau}\right)^2 \exp\left\{-\frac{\xi^2}{8} \left[1 + \frac{1}{\nu^2} \left(1 - \frac{1}{\tau}\right)^2\right]\right\}$$
 (5.16)

donde

$$L(\nu) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}\nu \left[1 + \frac{1}{\sqrt{1+\nu^2}}\right]} \qquad ; \qquad \nu = \left(\frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1\right)^{1/2}$$

Modelo de Cavanie et al., (1976)

Cavanie et al., (1976), propusieron un modelo teórico para p(H,T), considerando la distribución conjunta de los máximos positivos de $\eta(t)$ y de las derivadas segundas asociadas a dichos puntos. Las alturas y periodos individuales se definen según el criterio de crestas y senos. En este modelo sólo se consideran las crestas positivas, lo cual implica asumir la hipótesis de anchura de banda espectral estrecha, aunque se permite un mayor rango de variación para dicho factor que el admitido en el modelo de Longuet-Higgins (1983). La expresión analítica de la distribución propuesta por estos autores es:

$$p(\xi,\tau) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \frac{\alpha^3}{\epsilon (1-\epsilon^2)} \frac{\xi^2}{\bar{\tau}^4 \tau^5} \exp\left\{ \frac{-\xi^2}{8\epsilon^2 \bar{\tau}^4 \tau^4} \left[\left(\mu^2 \tau^2 - \alpha^2 \right)^2 + \alpha^4 \beta^2 \right] \right\}$$
 (5.17)

donde

$$\alpha = \frac{\left[1 + (1 - \epsilon^2)^{1/2}\right]}{2} \quad ; \quad \beta = \frac{\epsilon}{\left(1 - \epsilon^2\right)^{1/2}} \quad ; \quad \epsilon = \left(1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}\right)^{1/2}$$

donde $\bar{\tau}$ representa el valor medio de τ . Este parámetro es función de la anchura de banda espectral, caracterizada por ϵ , y debe calcularse mediante integración numérica de la ecuación (5.17). No obstante, su valor es muy próximo a 1 en el intervalo $0 \le \epsilon \le 0.95$. Intervalo que, en la práctica, cubre todo el rango de valores de ϵ , (Ezraty, et al., 1977). En consecuencia, podemos considerar como válida la simplificación $\bar{\tau}=1$.

Distribución de Lindgren & Rychlik (1982)

Al contrario que en las distribuciones descritas anteriormente, el modelo propuesto por Lindgren & Rychlik (1982) es válido para procesos con un ancho de banda espectral arbitrario. Esta distribución no depende únicamente de un parámetro de anchura de banda espectral, sino que es obtenida a partir de la función de autocovarianza y sus primeras cuatro derivadas, estimadas a partir de la función de densidad espectral del proceso. De acuerdo con Srokosz & Challenor (1987) la función de densidad espectral debe ser suavizada, de modo que la entrada al modelo sea un espectro doblemente diferenciable. Sin embargo, según Rychlik (1991, comunicación personal), en la práctica no resulta necesario suavizar el espectro del proceso.

En esta distribución se emplea la altura de ola definida mediante el criterio de crestas y senos conjuntamente con el semiperiodo $T_{1/2}$, es decir, el intervalo entre una cresta y el siguiente seno (fig. 5.1). Para poder comparar los resultados entre los diferentes modelos emplearemos el periodo total, considerado como el doble del semiperiodo. Es evidente que, para un proceso de ancho de banda arbitrario, el doble de $T_{1/2}$ no es exactamente

igual a T_c . No obstante, el error introducido por esta simplificación no resulta significativo (Srokosz & Challenor, 1987).

El principal inconveniente de este modelo es que no puede expresarse en forma cerrada. Su estimación requiere la resolución numérica de la ecuación:

$$p(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(u)f(x,t)du$$
 (5.18)

donde g(u) es la función de densidad de las alturas de cresta (amplitudes) y f(x,t) representa la distribución de probabilidad condicionada de amplitudes y periodos $(T_{1/2})$.

5.2.2 Comprobación y validación experimentales

Con el fin de contrastar la capacidad de los modelos teóricos descritos anteriormente se han simulado registro de larga duración, 60 minutos, empleando la metodología AR. El uso de registros simulados responde a la necesidad de emplear registros que verifiquen la condicion de estacionariedad y que contengan un número de olas estadísticamente representativo.

El problema de la representatividad estadística, comentado al analizar la distribución probabilística de las alturas de ola, se acentúa aún más en la estimación de la distribución conjunta de H y T. Si el número de olas presentes en el registro es pequeño, al determinar la probabilidad asociada a un determinado intervalo $(H + \Delta H, T + \Delta T)$ existen muchas posibilidades de que el número de datos por celda no sea representativo. Por este motivo, existen bastantes autores que optan por utilizar conjuntamente varios registros de oleaje. Sin embargo, esta decisión entraña el riesgo de estar considerando muestras de un fenómeno aleatorio que no pertenecen a la misma población,

© Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Biblioteca Digital, 2003

puesto que los diferentes registros corresponden a diferentes estados de mar. Por ello,

hemos optado por simular registros de larga duración que, además de eliminar la incertidumbre sobre la representatividad estadística de los datos, aseguran la estacionariedad del fenómeno.

La eficiencia de cada uno de los modelos para caracterizar las distribuciones experimentales es analizada visualmente, por no existir ningún método estándar para estimar la bondad del ajuste entre distribuciones bidimensionales. No obstante, aunque no ha sido utilizada en este trabajo, apuntamos la posibilidad de desarrollar una metodología estándar para dicho fin mediante una generalización del test de Kolmogorov-Smirnov, propuesta por Fasano & Franceschini (1987).

En la figura 5.5 se muestra la distribución conjunta de alturas y periodos correspondiente a un registro con anchura de banda espectral $\nu=0.6$ que, tal como se vió en el capítulo anterior, representa un valor muy frecuente en los registros experimentales analizados en este trabajo. Los valores de H y T representados en la figura han sido determinados empleando el criterio de pasos ascendentes por cero. Conjuntamente con la distribución experimental se muestran las distribuciones correspondientes a los modelos C, L-H y L-R. Obsérvese que las escalas de las alturas y los periodos en los modelos C y L-H son diferentes de las del modelo L-R y la distribución experimental por estar normalizados mediante las relaciones (5.15). Este hecho no representa limitación alguna a la hora de comparar las fisonomías de las diferentes distribuciones.

A la vista de los resultados mostrados en la figura 5.5 resulta evidente que:

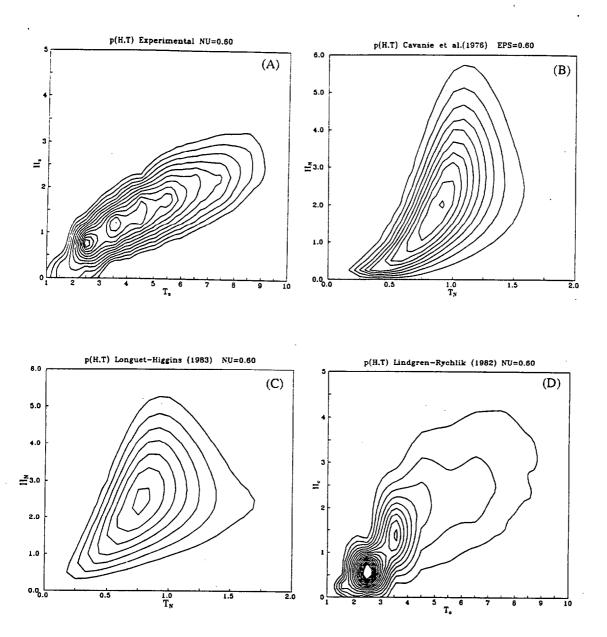


Figura 5.5: Distribución conjunta de H,T,y modelos C (b), L-H (c), L-R (d), para $\nu=0.60$

El modelo teórico que mejor describe la estructura probabilística conjunta de H y T es el propuesto por Lindgren & Rychlik (1982), a pesar de que el criterio empleado para definir dichos parámetros difiere del utilizado en el desarrollo teórico de este modelo. Tanto el modelo L-H como el C presentan una fisonomía que difiere sustancialmente de la presentada por la distribución empírica, puesto que ambos reflejan una tendencia a describir un comportamiento simétrico en torno al periodo medio para las mayores alturas de ola, que no se ha observado en los registros experimentales con anchura de banda espectral amplia.

Estos resultados corroboran los obtenidos en un trabajo prévio con registros de oleaje de la boya LP (Rodríguez, 1992) y las conclusiones obtenidas · por Sobey (1992) al analizar registros experimentales y simulados. Según dicho autor, los niveles de probabilidad para periodos elevados disminuyen con mayor rapidez que la predicha por los modelos C y L-H.

Por otra parte, es importante señalar que:

El modelo L-R es el único capaz de describir el caracter bimodal observado en las distribuciones conjuntas de alturas y periodos.

Este caracter bimodal fue puesto de manifiesto por Sobey (1992) mediante simulación de registros con un modelo espectral JONSWAP y registros experimentales.

La superioridad mostrada por el modelo L-R para caracterizar la distribución conjunta de H y T, frente a los modelos C y L-H, no debe resultar sorprendente si se tiene en cuenta que, mientras estos dos últimos describen la estructura probabilística de H y T empleando únicamente la información de la

anchura de banda espectral, el primero caracteriza el estado de mar analizado utilizando toda la información contenida en la función de densidad espectral del proceso.

5.2.3 Efectos de la anchura de banda espectral

En función de los resultados anteriores, decidimos analizar los efectos de la anchura de banda espectral del oleaje sobre la distribución conjunta de alturas y periodos empleando el modelo espectral JONSWAP, para caracterizar estados de mar con diferentes anchuras de banda espectral.³

Una vez definida la estructura frecuencial del oleaje, se obtiene la distribución conjunta de H y T asociada a un estado de mar caracterizado por el espectro seleccionado mediante el modelo L-R.

En la figura 5.6 se muestran las distribuciones conjuntas de H y T correspondientes a estados de mar con diferente anchura de banda espectral. Obsérvese que para anchuras de banda inferiores a 0.5, es decir para estados de mar de anchura de banda finita según el criterio empleado en el capítulo anterior, el modelo L-R exhibe el comportamiento simétrico respecto a los periodos para las mayores alturas de ola descrito por los modelos C y L-H. Sin embargo, para anchuras de banda espectral superiores, dicha simetría desaparece, reflejando el fuerte descenso de los niveles de probabilidad observado en los periodos altos y que los modelos C y L-H no son capaces de describir.

En consecuencia, se observa que los principales efectos de la anchura de banda espectral sobre la distribución conjunta de H y T son:

³En el próximo capítulo demostraremos que el modelo espectral JONSWAP resulta adecuado para describir el contenido frecuencial de la mayoría de los estados de mar, si se excluyen aquellos originados por superposición de diferentes campos de oleaje y que reciben el nombre genérico de estados de mar mixtos.

disminuir la probabilidad de existencia de olas con alturas intermedias y periodos grandes, y provocar una disminución en los niveles de probabilidad de las alturas de ola mayores, respecto a los predichos por las distribuciones teóricas C y L-H.

Puede demostrarse que al calcular la distribución de las alturas de ola a partir del modelo L-H, como distribución marginal, se obtiene una expresión para p(H) muy similar a la distribución de Rayleigh, especialmente en la cola superior de la distribución (Longuet-Higgins, 1983). Sin embargo, ya se demostró en la sección anterior que la distribución de Rayleigh sobrestima los mayores valores de H. En consecuencia, tanto el modelo L-H como el C, cuyos comportamientos son similares en la zona de las mayores alturas de ola, asignan probabilidades superiores a las observadas para las mayores alturas de ola. Estos resultados corroboran los obtenidos por Tayfun (1993) al analizar la distribución conjunta de H y T en la zona de las mayores alturas de ola.

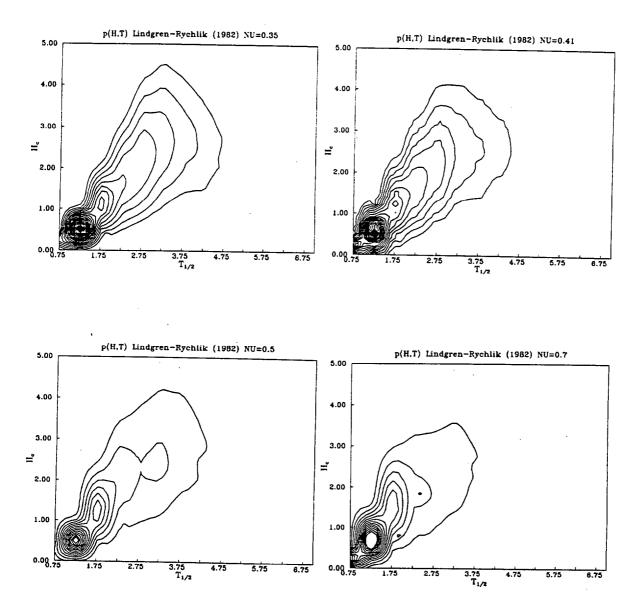


Figura 5.6: Variación de la distribución conjunta de H y T en función de ν

Capítulo 6

Propiedades espectrales del oleaje

Spectral analysis is deemed to be the basic tool in studying oceanographic and geophysical problems.

(J.W. Tukey, 1961)

"What can data analysis and statistics offer today?" Proc. Int. Conf. Ocean Wave Spectra. Prentice-Hall.

© Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Biblioteca Digital, 2003

En el análisis del oleaje suele resultar de gran interés, tanto desde un punto de vista teórico como práctico, transferir la información contenida en las series temporales registradas al dominio de las frecuencias, empleando para ello técnicas de análisis espectral.

En el caso particular del oleaje, el espectro presenta una elevada variabilidad en función de la localización geográfica de la zona de estudio y de las condiciones climáticas reinantes en dicha zona, así como de las condiciones existentes en otros puntos del océano en los cuales se pueda generar oleaje que alcance el punto de medida. No obstante, a pesar de la contrastada variabilidad de las escalas y las formas del espectro del oleaje, la experiencia demuestra que la fisonomía de dicha función no es totalmente arbitraria, sino que existen ciertos rasgos comunes que nos permiten aproximarnos a su caracterización estadística, para unas condiciones dadas.

Por ello, desde principios de los años cincuenta, periodo en el que se realizaron las primeras aplicaciones de las técnicas de análisis espectral en el estudio del oleaje (Pierson & Marks, 1952; Pierson, 1955), se han propuesto numerósas expresiones que, en base a estudios teóricos y experimentales, intentan caracterizar del modo más general posible la estructura frecuencial del oleaje, para unas condiciones geográficas y climatológicas dadas.

Prácticamente todos los modelos espectrales de oleaje propuestos hasta el momento poseen una estructura funcional básica común, basada en la que se suele considerar como la única propiedad universal del espectro del oleaje. Esta característica o propiedad general es la existencia de una zona de saturación, o rango de equilibrio, en la cola del espectro que contiene frecuencias superiores a la frecuencia de pico. En esta zona el contenido energético del oleaje es proporcional a una cierta potencia de la frecuencia, f^{-n} . Sin embargo, aunque de forma unánime se acepta la existencia de dicho rango de equilibrio, no ocurre lo mismo con el valor de la potencia n que controla la forma espectral

en dicha zona.

El rango de equilibrio del espectro del oleaje juega un papel de gran importancia en los estudios sobre el crecimiento del oleaje, así como en aquellos relacionados con la estructura del propio espectro (Phillips. 1966). Además, en un oleaje saturado la energía se disipa mediante rotura. mecanísmo que como ya hemos comentado es muy poco conocido. Por tanto, el conocimiento correcto de la dinámica del rango de saturación constituye un medio potencial para poder llegar a entender el mecanísmo de la rotura del oleaje (Liu & Lin, 1982). Por otro lado, las características reflectivas de la superficie del océano dependen fuertemente del oleaje asociado a este rango de frecuencias. En consecuencia, los resultados de la investigación sobre este aspecto del oleaje son de gran interés en el ámbito de la adquisición y procesamiento de imágenes de satélite para su aplicación en estudios oceanográficos (Glazman & Srokosz, 1991). Desde un punto de vista aún más práctico, las frecuencias del oleaje con mayor importancia en problemas de estabilidad de estructuras marítimas se encuentran generalmente en el rango de saturación (Forristal, 1981).

Dado el interés que reviste el conocimiento del comportamiento del oleaje en esta zona del espectro y la incertidumbre existente respecto a su estructura, analizamos a continuación el contenido energético observado en el rango de saturación de los espectros correspondientes a algunos de los registros procesados en este trabajo.

6.1 Análisis del rango de saturación

La idea original sobre la presencia de un rango de equilibrio en el espectro del oleaje se debe a Phillips (1958) quien, tomando como referencia los resultados experimentales presentados por Burling (1955), postuló que debía existir un rango de frecuencias donde la función de densidad espectral alcanzase

un nivel de equilibrio en su contenido energético. Según este autor, en un campo de oleaje en generación y en ausencia de swell y de corrientes, las componentes espectrales con frecuencias significativamente superiores a f_p e inferiores a las de las ondas capilares. f_{γ} , aumentan su contenido energético rápidamente, de modo que su amplitud llega a alcanzar un límite de estabilidad.

Formulación de Phillips

De acuerdo con lo anterior, Phillips (1958) admite que, en el mencionado rango de frecuencias, la función de densidad espectral debe estar gobernada exclusivamente por la frecuencia de las ondas componentes y la aceleración gravitatoria, con independencia de la velocidad del viento. Esto equivale a decir que en esta zona la función de densidad espectral está regida únicamente por las transferencias energéticas desde la atmósfera y por la disipación por rotura del oleaje, debida a las inestabilidades gravitatorias. En consecuencia, dicho autor, aplicando criterios de análisis dimensional, sugiere la siguiente expresión analítica para la función de densidad espectral en el rango de saturación:

$$S(f) = \frac{\alpha g^2}{(2\pi)^4} f^{-5} \qquad f_p \ll f \ll f_\gamma \tag{6.1}$$

donde α es una "constante universal". Phillips (1977) propone como valor medio de dicha constante $\alpha = 1.23 \times 10^{-2}$ con una incertidumbre aproximada del 10%. Sin embargo, Hasselmann et al. (1973), Mitsuyasu et al. (1980), etc., encuentran que el valor de α varía con el estado de crecimiento del oleaje, de modo que no puede ser considerada como una constante universal.

Además de los datos de Burling (1955, 1959), gran cantidad de resultados experimentales obtenidos en lugares muy diversos, principalmente durante los años sesenta y principios de los setenta, parecían confirmar la validez universal

de la formulación propuesta por Phillips para el rango de equilibrio. Sin embargo, aunque estos resultados ofrecían un soporte bastante sólido para la expresión (6.1), observaciones experimentales y estudios teóricos más recientes han provocado cierta incertidumbre sobre el verdadero valor de la potencia, n, que rige el comportamiento espectral en el rango de saturación. Entre estos trabajos cabe destacar los realizados por Toba (1972, 1973), que describimos a continuación.

Formulación de Toba

Prácticamente al unísono con la publicación de los resultados del proyecto internacional JONSWAP (Hasselmann et al., 1973), que proporcionaron el más fuerte de los apoyos experimentales a la formulación de Phillips. Toba (1972) sugirió una expresión para la densidad espectral en el rango de saturación de la forma:

$$S(f) = \frac{\beta g U_*}{(2\pi)^3} f^{-4} \tag{6.2}$$

donde U_{\star} es la velocidad tangencial del viento sobre la superficie del mar y β es una constante.

La formulación de Toba, al igual que la de Phillips, está basada en el ajuste de datos experimentales y argumentos de análisis dimensional. Durante las dos últimas décadas han aparecido numerosos artículos que ofrecen un considerable soporte empírico para dicha formulación (Kawai et al., 1977; Mitsuyasu et al., 1980; Kahma, 1981; Forristall, 1981; Donelan et al., 1985; Battjes et al., 1987). Algunos de estos trabajos sugieren formulaciones alternativas a la propuesta por Toba. Demostraremos a continuación que todas estas expresiones pueden relacionarse entre sí de forma bastante simple.

Kahma (1981) en función de sus resultados experimentales propone una

formulación para describir el espectro de oleaje en el zona de saturación que puede expresarse como:

$$S(f) = \frac{\alpha_k g U_{10}}{(2\pi)^3} f^{-4} \tag{6.3}$$

donde U_{10} es la velocidad del viento medida a 10 metros sobre el nivel medio del mar y α_k es una constante.

Donelan et al. (1985) proponen otra expresión similar a (6.1) para la función de densidad espectral del oleaje en el rango se equilibrio:

$$S(f) = \frac{\alpha_d g^2}{(2\pi)^4 f_p} f^{-4} \tag{6.4}$$

donde α_d es nuevamente una constante. Nótese que esta expresión se deduce directamente de (6.1), simplemente reemplazando el término f^{-5} por f^{-4}/f_p .

Relación entre las formulaciones de Toba, Kahma y Donelan et al.

Demostraremos aquí que las diferentes formulaciones del rango de saturación propuestas por Toba (1973), Kalma (1981) y Donelan (1985) pueden relacionarse mutuamente.

Consideremos la siguiente expresión del coeficiente de arrastre, C_d (Hsu, 1988):

$$C_d = \left(\frac{U_{\star}}{U_{10}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{6.5}$$

Comparando las ecuaciones (6.2) y (6.3), y teniendo en cuenta (6.5), se tiene que:

$$\beta = \left(\frac{U_{10}}{U_*}\right)\alpha_k \implies \beta = \left(\frac{1}{C_d^2}\right)\alpha_k$$

Por otro lado, al comparar las expresiones (6.2) y (6.4) obtenemos:

$$\beta = \left(\frac{g}{2\pi U_* f_p}\right) \alpha_d \implies \beta = \left(\frac{g}{2\pi C_d^2 U_{10} f_p}\right) \alpha_d$$

mientras que igualando las ecuaciones (6.3) y (6.4) se tiene:

$$\alpha_k = \left(\frac{g}{2\pi U_{10} f_p}\right) \alpha_d \implies \alpha_k = \left(\frac{gC_d^2}{2\pi U_* f_p}\right) \alpha_d$$

En consecuencia:

podemos emplear cualquiera de las tres formulaciones anteriores y posteriormente convertir los resultados al formato de las dos restantes, siempre que conozcamos dos de los tres parámetros implicados en la expresión (6.5).

Además de la evidencia experimental ya comentada, existen varios trabajos teóricos (Zakharov & Filonenko, 1967; Kitaigorodskii, 1983; Phillips, 1985) que apoyan la existencia de un rango de equilibrio proporcional a f^{-4} .

Kinsman (1961) demostró que la existencia de interacciones no lineales entre componentes, repercute considerablemente en la estructura espectral del rango de saturación, factor que no había sido incluido por Phillips (1958) para obtener la expresión (6.1). Estos argumentos fueron corroborados por Kitaigorodskii (1983) considerando el oleaje como un proceso débilmente no lineal.

En vista de los resultados anteriormente expuestos, el propio Phillips (1985) admite el aporte de energía desde la atmósfera, la transferencia de energía entre componentes frecuenciales por interacciones no lineales, y la disipación de energía por rotura, como los fenómenos que rigen el crecimiento espectral en la zona de saturación. De este modo, estableciendo un equilibrio

estadístico entre los tres procesos desarrolla una formulación para el rango de saturación consistente con la propuesta por Toba (1972).

No obstante, a pesar de todos los esfuerzos desarrollados, el tema no parece estar cerrado y continuan apareciendo trabajos en los que se pone de manifiesto la incertidumbre existente al respecto. Así, por ejemplo, Liu (1989) y Moutzouris (1990) observan ajustes adecuados del rango de saturación para relaciones del tipo f^{-n} , con valores de n entre 3 y 6.

6.2 Comprobación y validación experimentales

Para analizar la estructura del oleaje en el rango de saturación hemos empleado solamente los registros de las boyas LM y CB. El motivo por el cual únicamente hemos considerado estos datos es el eliminar la posibilidad de la existencia de oleajes tipo swell. La presencia de este tipo de oleaje intensifica la disipación energética mediante el mecanísmo de rotura (Phillips & Banner, 1974; Donelan, 1987), modificando de este modo el equilibrio esperado entre el aporte energético desde la atmósfera, la disipación por rotura y la transferencia energética por interacciones no lineales.

Debido a las características geográficas, en los únicos registros en los que no es posible la presencia de componentes frecuenciales de oleajes swell es en los del LM y en los de CB (ver figura 3.4). En la figura 6.1 se muestran los espectros correspondientes a los registros de estos puntos de medida. Obsérvese que las funciones de densidad espectral de tales registros muestra una estructura claramente unimodal y que las frecuencias de pico poseen valores típicamente característicos de oleajes tipo sea. En la figura 6.2 se muestran, a modo de ejemplo, un conjunto de espectros correspondientes a la boya LP y ST. En los espectros de LP se observa claramente una estructura bimodal, con la presencia de un swell, con periodos de pico que alcanzan los

18 segundos y generados en la zona Noreste del Atlantico Norte (Rodríguez, 1992), superpuesto a un oleaje localmente generado. Por otra parte, en los espectros de ST no aparece siempre una estructura bimodal. Sin embargo, los valores de la frecuencia de pico alcanzan los 14-15 segundos con bastante frecuencia, indicando la presencia de un *swell* probablemente superpuesto con un *sea* que no es fácilmente discernible.

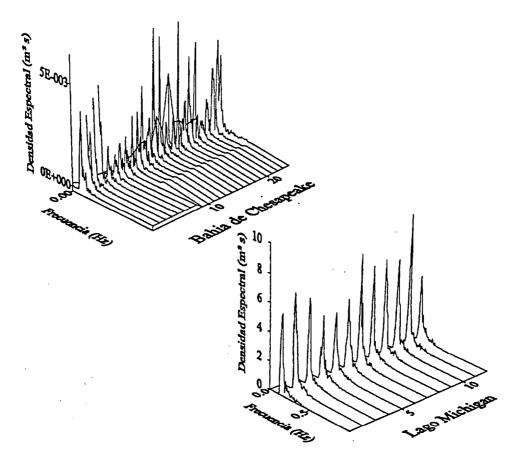


Figura 6.1: Espectros de oleaje del Lago Michigan y la Bahía de Chesapeake

Obviamente, debido a las características del muestreo, no es siempre posible aplicar una definición amplia del rango de saturación en la cual el intervalo frecuencial se extiende, desde valores de la frecuencia para los cuales $f \gg f_p$, hasta la banda de frecuencias en la que comienzan a cobrar

20



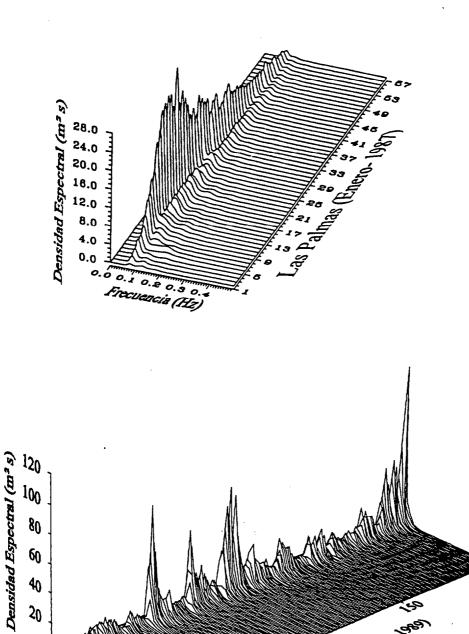


Figura 6.2: Espectros de oleaje de Las Palmas y Statiford

importancia los efectos de la tensión superficial ($f \approx 5Hz$). Así, en los registros LM, en los cuales el intervalo de muestreo es $\Delta t = 0.5s$, la frecuencia de Nyquist es de 1Hz, mientras que en los registros CB los valores de dicha frecuencia aumentan hasta 2.5 y 5Hz. En consecuencia, para los registros LM adoptamos el criterio seguido por otros autores (Donelan et al., 1985; Liu, 1989) quienes restringen el rango de equilibrio al intervalo $1.5f_p - 3.5f_p$. Para los registros CB muestreados con $\Delta t = 0.2s$ ampliamos dicha banda frecuencial al intervalo $1.5f_p - 20f_p$, mientras que para los registrados con $\Delta t = 0.1s$, el intervalo utilizado es $1.5f_p - 40f_p$.

Para enfatizar los detalles de la estructura frecuencial en el rango de altas frecuencias normalizamos las funciones de densidad espectral mediante la expresión:

$$C S(f) f^n$$
 donde $C = \frac{(2\pi)^4}{g^2}$ (6.6)

De este modo, si S(f) es proporcional a f^{-n} en el rango de saturación, dicha función será independiente de la frecuencia en esta banda de frecuencias y, en consecuencia, aparecerá como una linea recta al representarla frente a f.

En la figura 6.3 se muestran los resultados obtenidos para los registros LM, al normalizar S(f) con n=5 (fig. 6.3a) y con n=4 (fig. 6.3b). En ambos casos el comportamiento del espectro en el rango de equilibrio es bastante similar. No obstante, el ajuste a una recta en la zona más próxima a la frecuencia de pico resulta más adecuado para n=4, mientras que para frecuencias superiores esto sucede al normalizar con n=5.

Para poder visualizar de forma más clara estos resultados es conveniente representarlos en escala doblemente logarítmica, puesto que la dependencia entre la densidad espectral y la frecuencia en el rango de saturación viene dada por una ley de potencias, $S(f) \propto f^{-n}$. En la figura 6.4, donde se muestran los



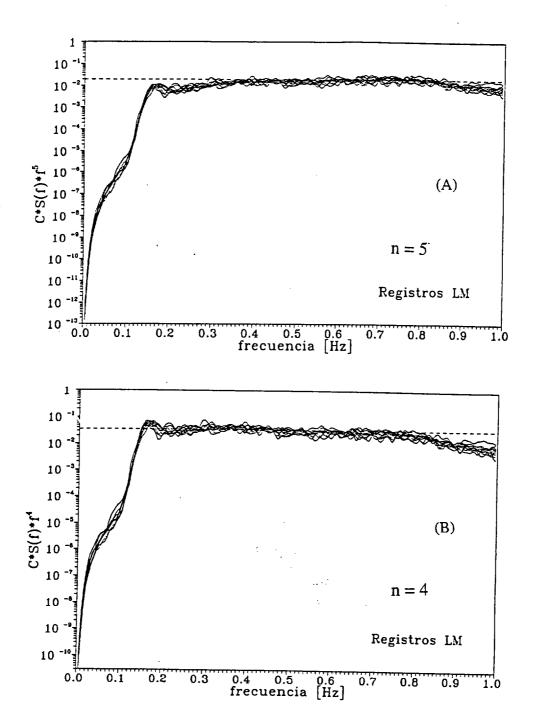


Figura 6.3: Espectros del LM normalizados proporcionalmente a n=5(a) $y \ n=4(b)$

espectros anteriores graficados de esta forma, se aprecia con mayor nitidez la existencia de una banda de altas frecuencias en la que el rango de saturación es aproximadamente proporcional a f^{-5} , y otra zona de frecuencias más bajas en la que su caracterización resulta más adecuada con f^{-4} . La recta de mejor ajuste encontrada para el conjunto de los espectros en el rango $1.5f_p - 3.5f_p$ es $f^{-4.55}$ (linea discontinua de la fig. 6.4).

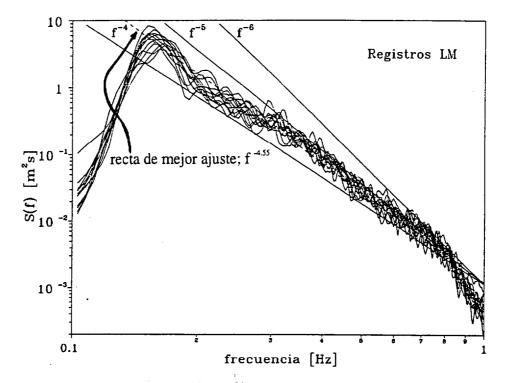


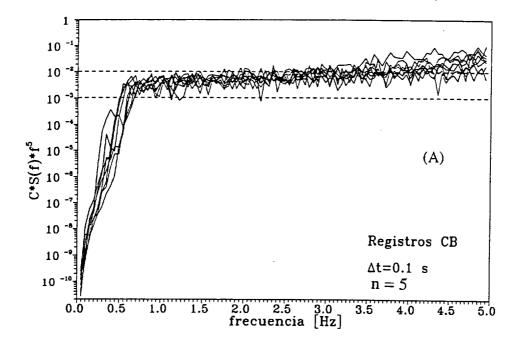
Figura 6.4: Representación logarítmica de los espectros LM

En la figura 6.5 se ilustran los espectros, normalizados con n=5 (fig. 6.5a) y n=4 (fig. 6.5b), de los registros medidos en CB con una frecuencia de muestreo de 10Hz. En este caso se observa que el ajuste a una ley de potencias f^{-4} es significativamente mejor que para una del tipo f^{-5} . Los resultados obtenidos para los datos registrados en CB con $\Delta t=0.2s$ presentan un comportamiento muy similar. En la figura 6.6 se muestran las representaciones logarítmicas de ambos conjuntos de datos, y el valor medio de f^{-n} obtenido

del ajuste del rango de saturación para cada uno de ellos. Resulta evidente que, en estos casos, el valor n=4 caracteriza de modo más adecuado el rango de equilibrio, especialmente en los registros muestreados con $\Delta t=0.1s$, para los cuales se obtiene como valor medio n=-3.98.

Es interesante resaltar que en los espectros CB no se aprecia la transición desde una dependencia del tipo f^{-4} , para frecuencia justo por encima de f_p , hacia otra con f^{-5} , para frecuencias superiores. Esta transición observada en los registros LM ha sido referenciada por Forristall (1981) al analizar registros de oleaje generados por huracanes en el golfo de Mexico. Además, desde un punto de vista puramente teórico, Kitaigorodskii (1983) considera el oleaje como un proceso débilmente no lineal e identifica la transferencia de energía desde frecuencias bajas hacia frecuencias altas, debida a interacciones no lineales, como el proceso que limita el crecimiento de la zona del espectro asociada a frecuencias superiores a f_p . Esto le permite desarrollar una expresión analítica proporcional a f^{-4} para el rango de equilibrio. Sin embargo, para frecuencias superiores, encuentra que el fenómeno preponderante en el control del crecimiento energético es la rotura del oleaje, generada por inestabilidades gravitatorias, lo cual conduce a un rango de saturación proporcional a f^{-5} . Físicamente, esta transición pone de manifiesto una dependencia del balance energético con la velocidad del viento para las componentes frecuenciales localizadas en la zona proporcional a f^{-4} , lo cual refleja la posibilidad de transferencias de energía desde dicha zona hacia otras bandas de frecuencia. Esta dependencia desaparece para frecuencias sustancialmente superiores a f_p , donde las interacciones no lineales parecen perder importancia, de forma que la densidad espectral está limitada exclusivamente por las inestabilidades gravitatorias que provocan la rotura del oleaje, tal como sugiere la hipótesis propuesta por Phillips (1958).

En principio, podría resultar paradójico que el citado fenómeno de



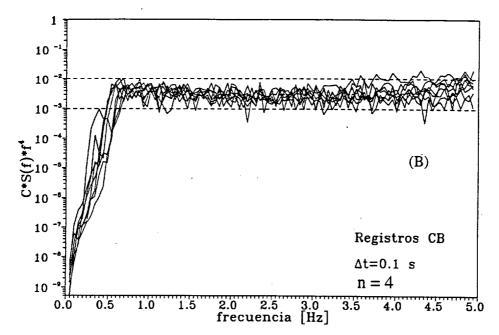


Figura 6.5: Espectros CB normalizados proporcionalmente a n=5(a) y = 4(b)



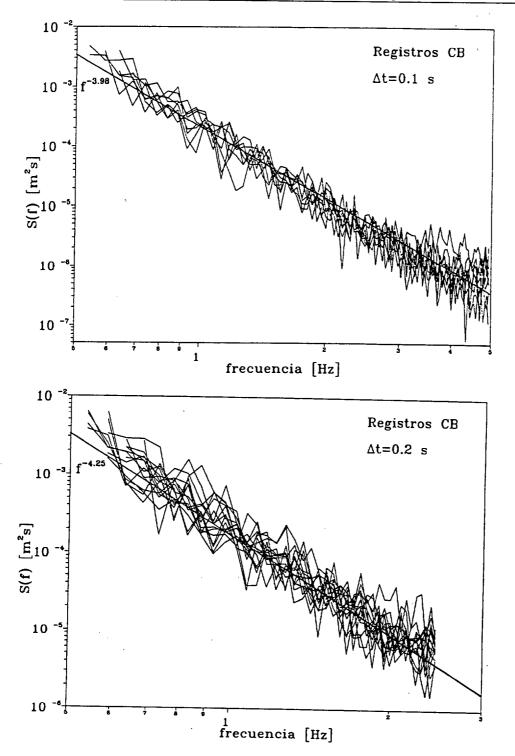


Figura 6.6: Rango de saturación de los espectros CB en escala logarítmica

transición entre f^{-4} y f^{-5} se aprecie en los registros LM y no en los de CB, digitalizados con una frecuencia considerablemente superior. Sin embargo, es necesario comentar que los registros LM corresponden a condiciones de oleaje totalmente desarrollado (Liu, 1994, comunicación personal). Por el contrario, los registros CB representan oleajes en fase de crecimiento, con vientos muy flojos y fetchs cortos (Kinsman, 1960), de modo que resulta muy poco probable que este tipo de oleaje llege a ser independiente de la velocidad del viento y, en consecuencia, verificar la relación propuesta por Phillips (1958), tal como ocurre en un oleaje totalmente desarrollado, en el que todo aporte adicional de energía desde la atmósfera hacia una componente saturada da lugar a una disipación energética, mediante el mecanísmo de rotura.

A la vista de estos resultados podemos decir que:

Ninguno de los dos tipos de formulaciones propuestas, para caracterizar el rango de equilibrio del oleaje, es capaz de explicar adecuadamente el comportamiento de la función de densidad espectral en dicha zona. Sin embargo, para oleajes en fase de crecimiento, los resultados están más acorde con el modelo propuesto por Toba (1972) y otros autores. Por otro lado, se confirma la existencia de una transición entre f^{-4} y f^{-5} , pero se observa que ésta sólo es evidente en oleajes totalmente desarrollados.

6.3 Modelos espectrales de oleaje

En numerosas circunstancias, tales como en la aplicación de modelos de previsión de oleaje, estudios de estabilidad y diseño de estructuras marinas, análisis de procesos litorales generados directa o indirectamente por el oleaje, etc., resulta de vital importancia disponer de un modelo espectral tipo que sea capaz de caracterizar la estructura frecuencial del oleaje en la zona de interés.

Desde principios de los años cincuenta se han propuesto numerosos modelos espectrales para caracterizar el contenido frecuencial del oleaje. Sin embargo, debido a la comentada variabilidad de la fisonomía de S(f) en función de las condiciones geográficas y climatológicas, ninguno de ellos es capaz de representar todos los tipos de oleaje que se presentan en el mar. Es decir, no existe un modelo espectral universal. Por tanto, antes de elegir un modelo espectral particular para ser utilizado en una zona dada, es imprescindible realizar un estudio del clima marítimo en dicha area.

A continuación describimos de forma esquemática algunos de los modelos espectrales que poseen un mayor nivel de aceptación, con el fin de analizar posteriormente su rango de utilidad en función de los fiferentes estados de mar. Un desarrollo exhaustivo de estos y otros modelos espectrales puede encontrarse en Huang et al. (1989).

Antes de presentar los distintos modelos espectrales que se emplean en este trabajo, conviene comentar que todos ellos están basados en la teoría de semejanza de Kitaigorodskii (1962), quien demostró que, en general, el espectro de oleaje podía expresarse como:

$$S(f) = \frac{g^2 f^{-5}}{(2\pi)^4} \psi\left(\frac{f}{f_p}\right)$$
 (6.7)

donde ψ es una función de la frecuencia del oleaje que debe ser evaluada mediante procedimientos de ajuste con datos experimentales.

Modelos espectrales unimodales

Modelo espectral JONSWAP

Como resultado de las conclusiones extraidas del proyecto internacional JONSWAP, Hasselmann et al. (1973) proponen una modificación del modelo espectral sugerido por Pierson & Moskowitz (1964) (PM) para caracterizar

oleajes totalmente desarrollados. Este modelo espectral, que recibe el nombre del proyecto antes mencionado y que denotaremos por (J), tiene por expresión:

$$S(f) = \underbrace{\frac{\alpha g^2}{(2\pi)^4} f^{-5} \exp\left[-\frac{5}{4} \left(\frac{f}{f_p}\right)^{-4}\right]}_{S_{PM}(f)} \gamma^{\exp\left[\frac{-(f-f_p)^2}{2\sigma^2 f_p^2}\right]}$$
(6.8)

Nótese que el espectro J no es más que el modelo PM multiplicado por un término adicional denominado función de intensificación del pico, donde α es el parámetro de Phillips, γ es el factor de intensificación del pico y σ el factor de anchura de pico que toma diferentes valores a ambos lados de f_p , es decir, $\sigma = \sigma_a$ para $f \leq f_p$ y $\sigma = \sigma_b$ para $f > f_p$. En la figura 6.7 se ilustra la forma del modelo J, comparada con la del espectro PM, así como la definición de los distintos parámetros.

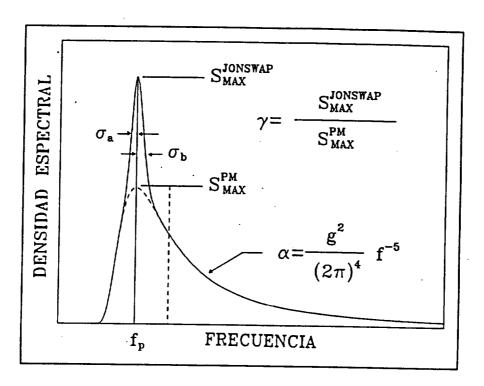


Figura 6.7: Parámetros de los modelos espectrales PM y J

Sin ningún género de dudas, el modelo espectral J es en la actualidad el de mayor uso práctico. No obstante, debido a que al igual que el modelo PM caracteriza la zona de altas frecuencias mediante la formulación propuesta por Phillips para el rango de saturación, algunos autores (Donelan et al., 1985; Battjes et al., 1987) han propuesto modificaciones del modelo J coherentes con la formulación de Toba.

Modelo espectral Wallops

Huang et al. (1981) proponen un modelo espectral denominado Wallops (W), en el cual el rango de equilibrio es descrito mediante una ley de potencias con exponente variable para considerar la incertidumbre existente respecto a la estructura espectral en esta banda de frecuencias. La expresión de dicho modelo es:

$$S(f) = \frac{\beta g^2}{f_p^5} \left(\frac{f}{f_p}\right)^{-m} \exp\left[-\frac{m}{4} \left(\frac{f}{f_p}\right)^{-4}\right]$$
 (6.9)

donde β es un coeficiente de escala, similar a α , y la pendiente del rango de saturación queda determinada por m. Ambas variables están relacionadas mediante la pendiente significativa \S (4.20).

Independientemente de la mayor o menor validez de las formulaciones propuestas para caracterizar el comportamiento del espectro del oleaje en el rango de saturación, todos los modelos espectrales anteriormente expuestos poseen una limitación común. Todos estos modelos pueden ser válidos para representar oleajes con un espectro unimodal, pero resultan inadecuados para caracterizar campos de oleaje en los que coexisten un sea y un swell, o para oleajes generados por campos de viento con cambios bruscos de dirección. Este tipo de oleaje posee generalmente un espectro multimodal.

Modelos espectrales bimodales

Para resolver el problema indicado se han propuesto algunos modelos espectrales capaces de representar espectros bimodales de oleaje. Todos ellos estan basados en la idea original, debida a Strekalov & Massel (1971), de separar los espectros de oleaje con doble pico en dos partes; una para la banda espectral de bajas frecuencias correspondiente al *swell*, y otra para la banda de altas frecuencias asociada al *sea*.

Entre los modelos espectrales propuestos para caracterizar oleajes mixtos podemos destacar los propuestos por Ochi & Hubble (1976) y Soares (1984). Sin embargo, en este trabajo se ha empleado únicamente el modelo de Ochi & Hubble para caracterizar los espectros bimodales, por ser éste del uso más común. Sin embargo, es necesario comentar que el modelo propuesto por Soares (1984) presenta la ventaja de modelizar los campos de oleaje mixtos mediante la superposición de dos espectros J, cuya versatilidad es superior a la del PM. Además, el modelo de Soares reduce el número de parámetros libres a 4, de modo que su ajuste a espectros experimentales resulta más sencilla.

Modelo espectral Ochi-Hubble

Ochi y Hubble (1976) sugieren describir los espectros bimodales mediante la superposición de dos espectros P-M modificados, cada uno con tres parámetros. La expresión analítica del modelo espectral de Ochi-Hubble (O-H) viene dada por:

$$S(f) = \sum_{i=1}^{2} \frac{\left[\frac{(4\lambda_{i}+1)(2\pi f_{p_{i}})^{4}}{4}\right]^{\lambda_{i}}}{\Gamma(\lambda_{i})} \frac{H_{s_{i}}^{2}}{(2\pi f)^{(4\lambda_{i}+1)}} \exp\left[-\left(\frac{4\lambda_{i}+1}{4}\right)\left(\frac{f_{p_{i}}}{f}\right)^{4}\right]$$
(6.10)

donde Γ es la función gamma, i=1 representa la banda de bajas frecuencias e i=2 el rango de frecuencias altas. H_{s_i} es la altura significativa para el espectro

de bajas (altas) frecuencias. f_{p_i} es la frecuencia de pico para el espectro de bajas (altas) frecuencias y λ_i es el parámetro de apuntamiento para el espectro de bajas (altas) frecuencias.

6.3.1 Rango de validez de algunos modelos espectrales

Desde un punto de vista práctico, resulta muy común describir un estado de mar mediante unos pocos parámetros representativos del oleaje, a partir de los cuales se puede caracterizar el espectro de energía de dicho estado de mar.

En esta sección se analiza la validez relativa y la aplicabilidad de los modelos J, W y O-H, en diferentes zonas del rango de variación de dos de los parámetros de mayor interés para caracterizar estadísticamente un estado de mar, es decir, H_{m0} y T_p .

Para analizar el rango de aplicabilidad de los modelos J, W y O-H, utilizaremos el procedimiento sugerido por Torsethaugen et al. (1984). De acuerdo con estos autores, la variabilidad espectral sobre un amplio rango de estados de mar, caracterizados en términos de H_{m0} y T_p [cap.4], puede subdividirse en las tres zonas representadas en la figura 6.8.

La <u>zona 1</u> corresponde a estados de mar dominados por un sea, pero significativamente influenciados por un swell. En la <u>zona 2</u> se incluyen aquellos estados de mar correspondientes a un sea más o menos puro, o influenciados por componentes de swell con un contenido frecuencial localizado en la misma banda de frecuencias que el sea. Por último, la <u>zona 3</u> corresponde a estados de mar con un swell dominante, frente a un sea con un contenido energético significativamente inferior.

Torsethaugen et al. (1984) consideran que el espectro J es un modelo razonablemente válido para caracterizar espectros de oleaje, sólo si éstos corresponden a estados de mar localizados en una zona determinada del plano (H_{m0}, T_p) . Esta zona, denominada <u>rango JONSWAP</u>, queda especificada por

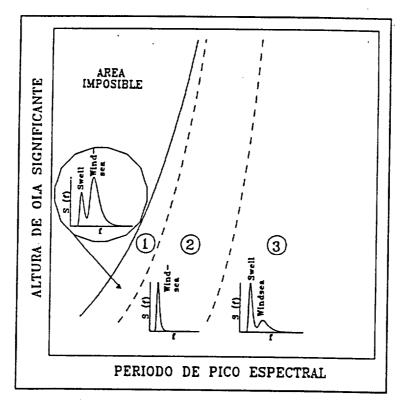


Figura 6.8: Indicación cualitativa de la variabilidad espectral (Torsethaugen et al. 1984)

las siguientes desigualdades:

$$11.3 < T_p \sqrt{\frac{g}{H_{m0}}} < 15.7 \tag{6.11}$$

Estas relaciones conducen de forma inmediata a los límites del subespacio (H_{m0}, T_p) en el que se considera válido el modelo espectral J, es decir, el rango JONSWAP, representado en la figura 6.9. Analizaremos aquí la validez de los modelos J y W dentro de dicho rango, admitiendo como hipótesis de trabajo que fuera de sus límites los espectros de oleaje pueden caracterizarse mediante el modelo O-H, hipótesis que también será analizada.

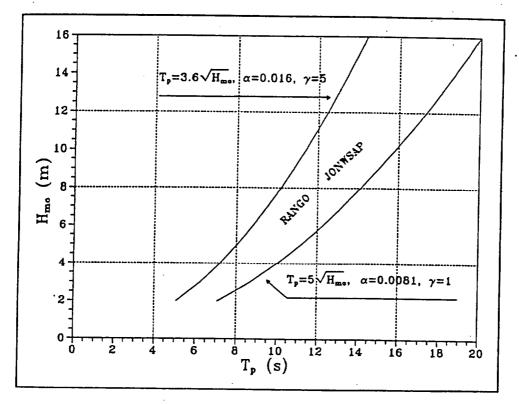


Figura 6.9: Rango JONSWAP en función de H_{m0} y T_p (Torsethaugen et al. 1984)

6.3.2 Comprobación y validación experimentales

Para realizar el análisis sobre la validez relativa y el rango de aplicabilidad de cada uno de los modelos antes citados se han estimado las densidades espectrales de 1000 registros de oleaje, las cuales han sido ajustadas a los modelos teóricos mediante diferentes metodologías que describiremos posteriormente. En primer lugar, se han examinado visualmente los espectros de estos 1000 registros para separar los que poseen una estructura unimodal clara de aquellos en los que aparecen dos picos espectrales bien diferenciados, o bien un pico y una meseta prolongada con un contenido energético significativo en la zona de altas frecuencias. Tras esta preselección visual de los espectros con estructura aparentemente bimodal, para considerar un espectro como

bimodal o no, se ha aplicado el siguiente criterio: se estima la función de densidad espectral mediante el método MEM, el cual posee la característica de ser un método *óptimamente suavizado* (Ulrich & Clayton, 1976) y, por tanto, no precisa del uso de procedimientos de suavizado para disminuir la varianza de las estimaciones. Además, una vez seleccionado el orden adecuado del modelo AR, el método MEM no genera picos falsos. Si el espectro estimado presenta más de un pico, sólo consideramos como significativos aquellos en los cuales la densidad espectral representa al menos el 15% del valor de $S(f_p)$, rechazando aquellos que no verifiquen este criterio, tal como sugieren Soares & Nolasco (1992).

La cantidad de registros con estructura espectral bimodal, o con la citada meseta en altas frecuencias, representa un porcentaje bastante elevado de los 1000 seleccionados, aproximadamente el 29%. La mayor parte de los espectros con estructura no unimodal corresponden a registros de oleaje pertenecientes a estados de mar con alturas de ola significativa inferior a 2 metros. Sin embargo, al aplicar el criterio antes mencionado para identificar espectros bimodales el porcentaje se redujo al 22%. De este modo, aproximadamente el 8% de los espectros preseleccionados son descartados para su posterior análisis, puesto que no son considerados como espectros bimodales y, en general, tampoco se pueden ajustar adecuadamente mediante un modelo J o W. No obstante, es importante hacer notar que estos espectros, en los que generalmente se aprecia la existencia de una meseta en el rango de altas frecuencias, suelen ser correctamente ajustados mediante un modelo O-H.

Cualquiera que sea el modelo espectral elegido para caracterizar el contenido energético del oleaje en una zona determinada, los parámetros libres que especifican un modelo dado varían de un estado de mar a otro y, por tanto, deben ser estimados para cada uno de ellos. En consecuencia, la utilidad de los diferentes modelos para representar el espectro de un estado de mar dado

dependerá de la presición con que se hallan estimado dichos parámetros.

Obviamente, la incertidumbre en la determinación de los parámetros libres estará afectada por diversos factores, tales como: la frecuencia de muestreo, la duración del registro, etc. Además de estos factores, juegan un papel importante los algoritmos de estimación de dichos parámetros y los métodos empleados para calcular la función de densidad espectral a partir de una serie temporal de duración finita (Rodríguez et al., 1995).

Por otro lado, demostraremos aquí que las propiedades de estabilidad estadística y resolución frecuencial de los diferentes estimadores de la función de densidad espectral hacen que la bondad de los ajustes obtenidos empleando distintas metodologías sea sustancialmente diferente.

Métodos de ajuste de espectros experimentales

Describimos a continuación las métodologías empleadas para realizar el ajuste de los espectros experimentales a los modelos teóricos J, W y O-H. Nótese que, a diferencia de lo que ocurre con los modelos W y O-H, existen bastantes métodos de ajuste desarrollados para el ajuste de un espectro al modelo J, lo cual pone de manifiesto la importancia práctica de dicho modelo. El motivo por el que se exponen en este apartado, de forma resumida, las técnicas de ajuste de los modelos espectrales es que la gran mayoría de ellas han sido publicadas en trabajos de difusión muy restringida y de difícil acceso, en general.

Algoritmos de ajuste para el modelo JONSWAP

<u>Método de LeBlond</u>: LeBlond et al.(1982), expresan el modelo espectral JONSWAP de la siguiente forma:

$$S(f) = \frac{A}{f^5} \exp^{-B/f^4} \gamma^{\exp\left[\frac{-(f - f_p)^2}{2\sigma^2 f_p^2}\right]}$$
 (6.12)

de modo que, adoptando los valores medios de σ , es decir. $\sigma_a=0.07$ y $\sigma_b=0.09$, los únicos parámetros libres del modelo son A,B y γ . La relación entre B y f_p viene dada por:

$$B = \frac{5}{4} f_p^2$$

La relación entre A y H_{m_0} en el rango $1 < \gamma < 4$, que incluye la mayoría de los valores observados en la naturaleza, se determina mediante la expresión (Mitsuyasu et al., 1980):

$$A \approx \frac{5H_{m_0}^2 f_p^2}{16\gamma^{(1/3)}} \tag{6.13}$$

Por otro lado, haciendo coincidir el valor del pico espectral estimado con el del modelo J se obtiene la siguiente expresión para el factor de intensificación de pico:

$$\gamma = \left[\frac{S(f_p)}{\frac{5H_{m_0}^2}{16f_p} \exp(-5/4)}\right]^{3/2} \tag{6.14}$$

Método de Torsethaugen et al.: Torsethaugen, et al. (1984), admiten que σ puede representarse mediante sus valores medios y que los parámetros α, γ y f_p están relacionados mútuamente a través de la expresión:

$$\gamma = \exp\left\{3.484 \left(1 - 0.1975 \alpha \frac{T_p^4}{H_{m_0}^2}\right)\right\}$$
 (6.15)

especificando que dicha expresión solo debe ser aplicada dentro del denominado rango JONSWAP. Además, admitiendo la relación entre α y f_p sugerida por Mitsuyasu et al. (1980) y considerando que α varía linealmente con T_p dentro de dicha zona, expresan α como:

$$\alpha = 0.036 - 0.0056 \frac{T_p}{\sqrt{H_{m_0}}} \tag{6.16}$$

Método de S. Gran: Según S.Gran (1986), los parámetros del espectro J pueden ser estimados de forma aproximada en el rango JONSWAP a partir de H_{m_0} y del periodo medio de cruces ascendentes por cero T_z , considerando los valores medios de σ . Así, para un par (H_{m_0}, T_z) , α puede estimarse como:

$$\alpha = \frac{4\pi^3 H_{m_0}^2}{g^2 T_z^4}$$
 para $\alpha > 0.00315$ y $T_z = T_{02} = \sqrt{\frac{m_0}{m_2}}$ (6.17)

Una vez determinado el valor de α , es posible estimar el factor de intensificación del pico espectral mediante la relación:

$$\gamma = 7\left(1 - \frac{0.0027}{\alpha}\right) \tag{6.18}$$

Método de Müller: El método desarrollado por Müller (1976) es el más comúnmente utilizado para estimar los 5 parámetros libres del espectro J. La metodología propuesta por este autor puede esquematizarse como sigue:

- [1]-Determinación de f_p , mediante un ajuste parabólico a $S(f_p)$ y los dos valores adyacentes.
- [2]-Cálculo de α , promediando $f^5S(f)$ en el rango $1.35f_p \leq f \leq 2.0f_p$, donde se asume que S(f) puede caracterizarse con un modelo P-M. Entonces:

$$\alpha = \frac{(2\pi)^4 g^{-2}}{n_2 - n_1 + 1} \sum_{n=n_1}^{n_2} S(f_n) f_n^5 \exp\left[\left\{\frac{5}{4} \left(\frac{f_p}{f_n}\right)^4\right\}\right]$$
(6.19)

[3]-Estimación de γ como el cociente entre la densidad espectral asociada al valor de f_p calculada en [1] y el máximo del espectro P-M, definido por los valores de f_p y α obtenidos en [1] y [2]. Es decir:

$$\gamma = \frac{S(f_p)}{S_{PM}(f_p, \alpha)} \tag{6.20}$$

[4]-Para $\gamma>1,\ \sigma_a$ y σ_b se determinan en el rango $0.8f_p\leq f\leq 1.35f_p$ resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$\sum_{n=n_0}^{n_1} \left[S_J(f_n) - S(f_n) \right] = 0$$

$$\sum_{n=n_0}^{n_1} \left(f_n - f_p \right) \left[S_J(f_n) - S(f_n) \right] = 0$$
(6.21)

El método propuesto en este trabajo consiste en emplear un método de ajuste tipo Marquardt (1963) para minimizar un conjunto de ecuaciones no lineales, mejorando la convergencia del método mediante la estimación óptima de los valores iniciales utilizados en el procedimiento iterativo de resolución del sistema de ecuaciones.

Para ello, estimamos f_p mediante el método de Delft, es decir:

$$f_{pD8} = \frac{\int_{f_1}^{f_2} fS(f)df}{\int_{f_1}^{f_2} S(f)df}$$

donde f_1 y f_2 son las frecuencias superior e inferior asociadas a los valores de S(f) que interseccionan el valor umbral $0.8S(f_p)$.

Los parámetros α y γ son estimados mediante las expresiones propuestas por Yamaguchi (1984) y Goda (1985). La primera de ellas es una expresión que relaciona m_0 , f_p , α y γ , de forma que, conociendo m_0 y f_p , es posible obtener el valor de α a partir de γ , y viceversa, conservando la energía total del oleaje. Dicha expresión viene dada por:

$$\alpha = \frac{(2\pi)^4 m_0 f_p^4}{(0.065\gamma^{0.8} + 0.135)g^2}$$
 (6.22)

Goda (1985) demostró que el modelo J puede ser reescrito, de forma aproximada, en términos de H_{m_0} y T_p , con la siguiente relación entre α y γ :

$$\alpha \approx \frac{0.0624}{0.230 + 0.0336\gamma - 0.185(1.9 + \gamma)^{-1}}$$
 (6.23)

Por tanto, estimando m_0 y f_p directamente del registro de oleaje y admitiendo como válidos los valores medios de σ , es posible obtener los restantes parámetros libres mediante la resolución de (6.22) y (6.23).

Los parámetros libres definitivos son calculados utilizando las estimaciones anteriores como valores iniciales en el proceso iterativo que minimiza, mediante el criterio de mínimos cuadrados no lineales, la siguiente función:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{N_f} \left(\tilde{S}(f_i) - S^*(f_i) \right)^2$$

donde $\tilde{S}(f_i)$ son las densidades espectrales estimadas, $S^*(f_i)$ son los valores correspondientes al modelo espectral que se desea ajustar y N_f es el número de estimaciones frecuenciales consideradas.

Algoritmo de ajuste para el modelo Wallops

En principio, la determinación de los parámetros libres que controlan la forma del modelo espectral W, no requieren del uso de técnicas de ajuste, puesto que dichos parámetros pueden estimarse directamente a partir del registro analizado, calculando m_0 y f_p . Además, estos parámetros están relacionados mediante la pendiente significativa a través de las expresiones (Huang et al., 1981):

$$m = \left| \frac{\log(\sqrt{2}\pi\S)^2}{\log 2} \right| \qquad y \qquad \beta = \frac{(2\pi\S)^2 m^{\frac{m-1}{4}}}{4^{\frac{m-5}{4}}} \frac{1}{\Gamma(\frac{m-1}{4})}$$
(6.24)

No obstante, en vista de los resultados que comentaremos posteriormente, hemos optado por emplear el método de ajuste no lineal propuesto en este trabajo, empleando los valores obtenidos de las expresiones anteriores como valores iniciales en el procedimiento iterativo.

Algoritmo de ajuste para el modelo Ochi-Hubble

Para ajustar el modelo *Ochi-Hubble* aplicamos el método no lineal propuesto anteriormente. Para comenzar el procedimiento iterativo admitimos que las dos partes del espectro son de banda estrecha, de modo que:

$$H_{m_0} = \sqrt{H_{m_{0_1}}^2 + H_{m_{0_2}}^2} \tag{6.25}$$

Además, diferenciando la expresión (6.10) respecto a f e igualando a cero, para determinar el valor de f_p , es posible definir la siguiente función (Borgman, 1991):

$$G(\lambda_i) = \frac{S(f_{p_i})f_{p_i}}{H_{m_0_i}^2} = \frac{\left[\frac{4\lambda_i+1}{4}\right]^{\lambda_i} \exp\left[-\frac{4\lambda_i+1}{4}\right]}{4\Gamma(\lambda_i)}$$
(6.26)

expresión que puede resolverse fácilmente mediante el método iterativo de Newton-Raphson para obtener el valor de λ_i correspondiente a un valor dado de $G(\lambda_i)$. Por tanto, calculando f_p , $S(f_p)$ y H_{m0} para cada parte del espectro estimado, es posible determinar valores de λ_i . De este modo, los seis parámetros estimados mediante el procedimiento anterior son utilizados como valores iniciales en el método de ajuste no lineal propuesto en este trabajo.

Métodos de estimación espectral

Con el fín de analizar los efectos del método de cálculo empleado para la estimación de S(f) sobre la bondad de los ajustes de dicha función a los modelos teóricos, la función de densidad espectral de los registros de oleaje ha sido calculada aplicando 3 técnicas diferentes: (a)-Método de Blackman-Tukey (B-T); (b)-Método de la transformada discreta de Fourier (FFT); (c)-Método de Máxima Entropía (MEM).

Se aplican estas tres técnicas, puesto que en un estudio previo (Rodríguez, 1993) se realizó un estudio comparativo entre las 5 técnicas de uso más común para estimar S(f), es decir, B-T, MEM y las tres metodologías más usuales para suavizar el espectro obtenido mediante la FFT. Estas tres metodologías son las propuestas por Daniell (1946), Bartlett (1948) y Welch (1967). En dicho trabajo se demostró que, si bien para registros de larga duración (40 minutos o más) los cinco métodos permitían obtener resultados similares, no es aconsejable el uso de los métodos de Bartlett y Welch con registros de duración corta (20 minutos o menos), a pesar de sus excelentes propiedades estadísticas y de su efeciencia computacional, puesto que estos dan lugar a estimaciones con una elevada variabilidad estadística. Por ello, en este trabajo sólo se emplean las tres técnicas restantes.

- En el método B-T se selecciona el número de lags, m, aplicando la conocida regla empírica m=N/10, donde N es el número de datos del registro analizado. Los valores suavizados de S(f) se obtienen utilizando la ventana de desfase de Parzen.
- Las estimaciones espectrales obtenidas mediante el método FFT han sido suavizadas con la técnica propuesta por Daniell, es decir, promediando los valores de un número determinado de estimaciones adyacentes, 9 en este caso.
- ullet Para la aplicación del método MEM, el orden del modelo AR seleccionado es P=26, el cual parece ser un orden adecuado para representar espectros

niversidad de Las Palmas de Gran Canaria. Biblioteca Digital. 2

tanto unimodales como bimodales (Rodríguez et al, 1992).

En la figura 6.10 se muestran, a modo de ejemplo, los espectros de dos registros de oleaje estimados mediante las tres técnicas anteriormente citadas. Es importante observar la diferencia entre las fisonomías de los espectros resultantes y la variabilidad de los parámetros f_p y m_0 que, aunque no resulte sustancialmente elevada, puede tener efectos importantes en la efectividad de los algoritmos de ajuste.

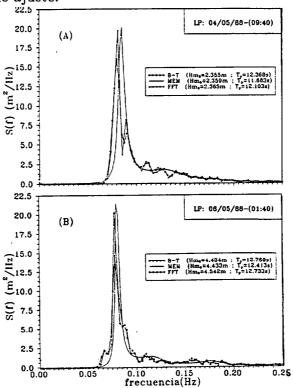


Figura 6.10: Comparación de espectros de oleaje calculados vía B-T, FFT y MEM

Análisis del ajuste entre espectros teóricos y estimados

Para realizar la comparación entre el espectro estimado a partir de un registro de oleaje y un modelo espectral determinado no existe un test estándar. Empleamos aquí el denominado *índice de desviación* (DI) propuesto por Liu

(1983) y que durante los últimos años ha adquirido una gran aceptación. La expresión de este parámetro es:

$$DI = \sum_{i=1}^{N_s} \left[\left(100 \frac{\tilde{S}(f_i) - S(f_i)}{\tilde{S}(f_i)} \right) \left(\frac{\tilde{S}(f_i) \Delta f}{m_0} \right) \right]$$
 (6.27)

donde $\tilde{S}(f)$ es la función de densidad espectral estimada, S(f) el modelo espectral que se desea ajustar, y N_s el número de estimaciones espectrales obtenidas al estimar $\tilde{S}(f)$ con una resolución frecuencial Δf . La energía total del proceso analizado viene dada por m_0 .

El índice de desviación representa la suma de las desviaciones existentes entre la función de densidad espectral teórica y la experimental, ponderadas por la magnitud relativa de los valores medidos. De este modo, para una representación exacta el valor de DI será igual a cero, mientras que su valor aumentará al empeorar el ajuste entre el espectro teórico y el experimental. En general, el ajuste entre ambas funciones es razonablemente adecuado para valores de DI inferiores a 25-30, aproximadamente. No obstante, además de emplear el índice de desviación como parámetro cuantificador de la bondad del ajuste, se examinan los valores de f_p , $S(f_p)$ y m_0 , para verificar la validez del valor de DI obtenido. En ocasiones, el valor de DI obtenido puede indicar un ajuste aceptable y, sin embargo, el espectro estimado no es descrito correctamente por el modelo teórico ajustado. En la figura 6.11 se muestra, a modo de ejemplo, el ajuste entre un espectro experimental y el modelo JONSWAP. Nótese que mientras el valor de DI indica un ajuste aceptable, los valores de f_p y $S(f_p)$ son significativamente diferentes. Es importante hacer hincapíe en este hecho puesto que, por ejemplo, una pequeña variación del valor de f_p se traduce en una modificación de varios segundos en T_p , lo cual puede tener importantes repercusiones en el comportamiento dinámico de una estructura sometida a la acción del oleaje.

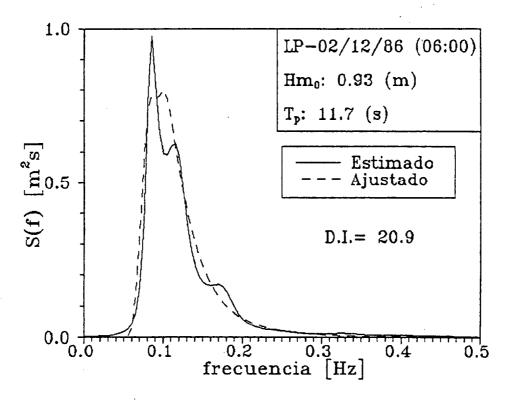


Figura 6.11: Ejemplo de ajuste incorrectamente aceptado como válido según DI

Al analizar los resultados del ajuste del modelo W, a los aproximadamente 700 espectros unimodales utilizados, empleando las relaciones (6.24) propuestas por Huang et al (1981) para calcular los parámetros m y β , se observa que los valores de DI obtenidos son considerablemente altos, entre 80 y 110 (tabla 6.1). Al utilizar el método no lineal propuesto en este trabajo, los valores de DI disminuyen de forma significativa, pero sin llegar a alcanzar valores que permitan considerar los ajustes como aceptables. La explicación de este hecho podría residir parcialmente en el estrecho rango de valores de § observados, los cuales oscilan entre 0.002 y 0.01 aproximadamente, mientras que Huang et al. (1981) referencian valores de dicho parámetro entre 0.005 y 0.02. Sin embargo, la explicación real de este fenómeno se encuentra en los elevados valores obtenidos para el parámetro que controla la pendiente del

rango de saturación, m. Al calcular dicho parámetro mediante la expresión (6.24), se obtienen con bastante frecuencia valores superiores a 10, hecho que tambien ha sido observado por Liu (1983).

	Huang et al.	No-lineal
вт	91 ± 22	50 ± 16
FFT	93 ± 25	51 ± 21
MEM	88 ± 18	47 ± 14

Tabla 6.1: Valores medios de DI obtenidos en el ajuste del modelo Wallops

El motivo de las fuertes discrepancias entre los valores observados para m y los esperados, entre 4 y 5 aproximadamente según lo visto en la sección [6.2], radica en que el modelo W sólo es útil para ajustar la parte central del espectro, es decir, aquella con un contenido energético importante, y no la cola de altas frecuencias (Huang, 1994, comunicación personal). Por ello, al intentar ajustar el rango de altas frecuencias mediante la expresión (6.24), se obtienen valores muy altos de m y el modelo espectral no resulta útil. A raiz de estos resultados.

decidimos prescindir del modelo W y emplear sólo los modelos J y O-H para caracterizar los espectros de oleaje en el espacio (H_{m0}, T_v) .

En la tabla 6.2 se muestran los resultados del ajuste de los espectros unimodales seleccionados al modelo espectral J. De estos resultados se desprende que los métodos de LeBlond, Torsethaugen y Müller dan resultados adecuados y muy similares en el ajuste del modelo J. Por otro lado, el método de S.Gran es el que peores resultados ofrece. Este hecho pone en duda la validez de las expresiones (6.17) y (6.18) para determinar los valores de α y γ .

Es evidente que los mejores resultados para el ajuste son los obtenidos con el modelo no lineal. Además, al emplear las estimaciones de α y γ dadas por las expresiones (6.22) y (6.23) como valores iniciales en el procedimiento de ajuste no lineal, el número de iteraciones se reduce significativamente y muy pocas veces surgen problemas de convergencia en el método.

	LeBlond	Torseth.	S.Gran	Müller	No-lineal
вт	35 ± 14	38 ± 21	98 ± 21	33 ± 08	27 ± 18
FFT	34 ± 09	38 ± 13	96 ± 28	31 ± 15	29 ± 07
MEM	32 ± 17	36 ± 16	85 ± 19	29 ± 12	23 ± 11

Tabla 6.2: Valores medios de DI obtenidos en el ajuste del modelo JONSWAP

Otro hecho evidente, a partir de estos resultados, es que al estimar la función de densidad espectral mediante el método MEM los valores de DI son inferiores, al igual que ocurría en el ajuste del modelo W.

Es decir,

el cálculo de S(f) mediante MEM proporciona mejores ajustes entre el esprectro estimado y el modelo teórico.

Otro factor que se debe destacar es que,

cuando se emplea el procedimiento no lineal para realizar el ajuste, los problemas de convergencia son prácticamente inexistentes si S(f) se estima con el método MEM,

puesto que dicha metodología no genera las fluctuaciones aleatorias que se obtienen al utilizar los métodos B-T y FFT.

Por otro lado, se comprueba que si el par (H_{m0}, T_p) asociado a un espectro dado se encuentra dentro del rango JONSWAP, los métodos de Müller, LeBlond y Torsethaugen dan lugar a ajustes razonablemente buenos, mientras que estos valores caen fuera de dicho rango, el método propuesto por Torsethaugen no es capaz de caracterizar adecuadamente el espectro estimado y presenta valores significativamente superiores a los proporcionados por los otros dos métodos. Este hecho se ilustra en la figura 6.12, en la cual se muestran los espectros estimados a partir de dos registros de oleaje, uno con (H_{m0}, T_p) fuera del rango JONSWAP (a), y otro con dichos parámetros localizados dentro de este rango (b). El primero de los espectros se ha estimado utilizando el método MEM y el segundo vía FFT. En ambos casos se muestran los ajustes realizados mediante los 5 métodos descritos previamente.

Nótese que,

mientras el método de LeBlond, el de Müller y el no lineal proporcionan ajustes eficientes en ambos casos, especialmente el método no lineal, el método de Torsethaugen sólo resulta adecuado en el espectro situado dentro del rango JONSWAP.

Se confirma de este modo la restricción indicada por los autores de tal procedimiento. Es decir, este método sólo es aplicable con espectros en los cuales el par (H_{m0}, T_p) se encuentra situado dentro del citado rango. Además, resulta óbvio que el método de S.Gran no resulta efectivo en ninguno de los dos casos, corroborando lo dicho anteriormente respecto a la validez de las expresiones (6.17) y (6.18).

En cuanto a los 119 espectros bimodales ajustados al modelo O-H, empleando el método no lineal con los valores iniciales estimados con las expresiones (6.25) y (6.26), se obtienen generalmente resultados bastante adecuados, tal como se muestra en la tabla 6.3.

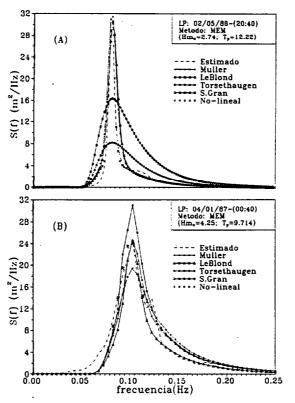


Figura 6.12: Comparación del ajuste al modelo J para espectros fuera (a) y dentro (b) del rango JONSWAP

Nótese nuevamente, la mejoría de los resultados del ajuste al utilizar el método MEM para estimar la función de densidad espectral empírica. Además, es interesante comentar que, debido a la mayor complejidad de la estructura frecuencial en los espectros bimodales, la eficiencia del método MEM para evitar los problemas de convergencia del método no lineal resultó aún más evidente que en el caso de los espectros unimodales.

	вт	FFT	MEM
Método No lineal	36 ± 12	38 ± 11	33 ± 07

Tabla 6.3: Valores medios de DI obtenidos en el ajuste del modelo Ochi-Hubble

En la figura 6.13 se muestra un ejemplo de espectro bimodal ajustado a

los modelos J y O-H mediante el método no lineal. El modelo J es claramente incapaz de caracterizar este tipo de espectro, con más de un pico o con una meseta en la banda de altas frecuencias, como la que aparece a la derecha del pico secundario en la figura comentada. Sin embargo, se ha podido comprobar que el modelo O-H es capaz para ajustar tanto espectros unimodales como bimodales con una precisión adecuada.

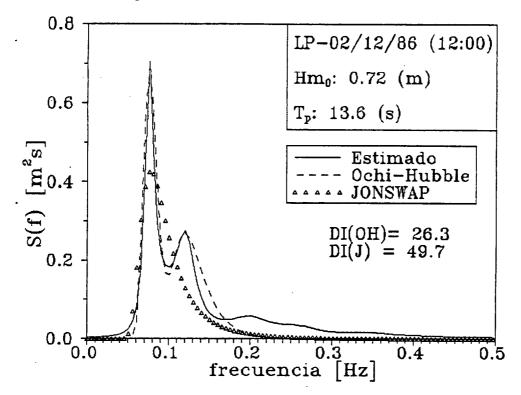


Figura 6.13: Ajuste no lineal de los modelos J y O-H a un espectro bimodal

Los buenos resultados obtenidos con el modelo O-H, para ajustar espectros unimodales y bimodales, podrían inducir a considerar que dicho modelo es de validez universal. Sin embargo, es necesario hacer notar que aunque los espectros bimodales teóricos, como el O-H y el propuesto por Soares (1984) que no ha sido analizado en este trabajo, poseen un rango de aplicabilidad superior al de los unimodales, no por ello pueden considerarse como modelos de utilidad general. Así, por ejemplo, aunque con poca frecuencia, es posible

encontrar espectros con más de dos picos que no podrían ser caracterizados por dichos modelos. Por tal motivo, Davidan et al. (1985) han extendido la idea de Strekalov & Massel (1971) para formular un modelo espectral trimodal.

En resumen, a la vista de los resultados obtenidos, podemos destacar la bondad de los ajustes obtenidos para registros de oleaje distribuidos sobre un amplio rango del espacio (H_{m0}, T_p) mediante los modelos J y O-H.

Estos resultados reflejan la utilidad de las tres zonas consideradas cualitativamente por Torsethaugen et al (1984) mostradas en la figura 6.8.

Además, el subespacio definido como rango JONSWAP representa de modo bastante eficiente la zona donde los espectros de oleaje pueden caracterizarse mediante el modelo espectral J.

No obstante, se han encontrado algunos espectros situados fuera de dicha zona, en las proximidades de los límites determinados por la relación (6.11), que pueden ser ajustados correctamente con el modelo J, así como otros localizados dentro del rango JONSWAP que se adaptan mejor al modelo O-H que al modelo J.

Por ello, consideramos que, si bien el rango JONSWAP permite determinar con un buen grado de aproximación la zona de aplicabilidad de dicho modelo espectral, los límites que definen dicho rango deben ser más flexibles, o ir acompañados de intervalos de confianza.

Respecto a las técnicas de ajuste contrastadas, resaltamos los excelentes resultados proporcionados por la metodología propuesta en este trabajo, especialmente cuando el espectro se estima utilizando el método MEM, tanto con espectros unimodales como bimodales.

1 Inversidad de las Dalmas de Gran Canada Biblioteca Digital 2003

En cuanto al resto de las técnicas de ajuste, resulta destacable la eficiencia de los métodos de LeBlond y de Torsethaugen, especialmente el primero de ellos. El método de Müller, probablemente el más ampliamente utilizado en la práctica, proporciona resultados similares a los de las anteriores metodologías. No obstante, es importante remarcar la simplicidad de los dos primeros en comparación con la del método de Müller.



Capítulo 7

Conclusiones y lineas de desarrollo futuro

Since a general solution must be judged impossible from want of analysis, we must be content with the knowledge of some special cases, and that the more, since the development of various cases seems to be the only way of bringing us at lest to a more perfect knowledge.

Leonhard Euler, 1755.

"Principes généraux du mouvement des fluides"

En este último capítulo se presentan los principales resultados y conclusiones que se han alcanzado en el trabajo realizado, expuesto en los capítulos previos. Tambien se indican las posibles lineas de trabajo a seguir, como consecuencia de los resultados obtenidos en este estudio, de las cuestiones que han surgido a lo largo de su ejecución y de las que quedan abiertas.

Presentamos a continuación un resumen de los resultados y conclusiones más destacables:

7.1 Principales conclusiones y aportaciones

- Se presenta la metodología para el tratamiento y estudio formal del oleaje, en las situaciones y características indicadas. Esta metodología representa una sistematización de numerosas aportaciones y sugerencias que se encuentran dispersas en artículos e informes, de circulación y alcance restringidos.
- 2. Se realizan una serie de consideraciones prácticas sobre el uso de la boya Waverider, principal dispositivo experimental para la medida de los parámetros significativos del oleaje. Se trata de minimizar, desde la experiencia de su uso, los errores en los registros obtenidos. Estas consideraciones incluyen:
 - (a) La configuración adecuada del sistema de anclaje a la zona de estudio.
 - (b) La corrección del efecto de las variaciones de temperatura sobre la conductividad del fluido electrolítico en el que se encuentra inmerso el acelerómetro.
 - (c) La corrección de las variaciones de la respuesta en amplitud y fase del sistema.

© Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Biblioteca Digital, 2003

- 3. Se contrasta la adecuación de las hipótesis básicas, generalmente aceptadas en el planteamiento de los modelos teóricos de oleaje. Para las circunstancias experimentales estudiadas, tras analizar más de dos mil registros reales y unos quinientos simulados, se ha llegado a las siguientes conclusiones:
 - (a) La hipótesis de estacionariedad en la media, la varianza y el sesgo de los desplazamientos verticales de la superficie del mar pierde consistencia para registros de duración superior a los 20 minutos. Esta afirmación es más evidente al analizar la estacionariedad de la estructura frecuencial del proceso, mediante el test de equivalencia espectral propuesto en este trabajo.
 - (b) Al aplicar las técnicas de desempaquetamiento de fases se observa que gran parte de la aleatoriedad del espectro de fases es debida a la metodología empleada para su estimación. Además, la hipótesis de independencia estadística de las fases de las componentes espectrales del oleaje no resulta consistente. Las fases muestran una tendencia a concentrarse en el intervalo $(\pi/2-3\pi/2)$, generando un descenso de su frecuencia de presentación en las bandas $(0-\pi/2)$ y $(3\pi/2-2\pi)$, o bien un comportamiento inverso.
 - (c) Existe una desviación del proceso respecto al comportamiento lineal que, en general, puede ser caracterizada adecuadamente mediante una distribución de Gram-Charlier.
 - Además, generalmente, aparece una inconsistencia de la uniformidad de las fases, que indica la presencia de interacciones no lineales entre las componentes con mayor contenido energético para generar armónicos secundarios. Este hecho se refleja en la presencia de valores no nulos del biespectro en la zona correspondiente a la

frecuencia asociada al máximo de la función de densidad espectral. La estabilidad de los parámetros definidos para cuantificar el nivel de no linealidad del oleaje, se ve afectada de forma importante por la selección de la frecuencia de corte y por el grado de suavizado del espectro. Empleando una técnica de simulación no lineal de oleaje, obtenemos una relación entre la pendiente significativa y el sesgo bastante próxima a la propuesta por Srokosz & Longuet-Higgins (1986). Se demuestra la no utilidad de los datos medidos con boyas Waverider, para analizar fenómenos no lineales en el oleaje.

- (d) Empleando el criterio de clasificación de anchura de banda espectral que sugerimos, se comprueba que no se verifica en ningun caso la hipótesis de anchura de banda infinitesimal, ya que la mayoría de los registros analizados poseen un ancho de banda espectral amplio. Los parámetros de anchura de banda espectral con mayor capacidad para distinguir entre procesos de banda estrecha y de banda ancha, son muy inestables ante un cambio en la metodología empleada para su estimación. Los parámtros de mayor estabilidad no permiten, en cambio, estimar adecuadamente la anchura de banda espectral del oleaje. Se sugiere, por ello, la posibilidad de emplear el parámetro $\rho(\hat{T}/2)$ para cuantificar la anchura de banda espectral del oleaje.
- 4. Las no linealidades del perfil de la superficie libre del mar no afectan de un modo perceptible al comportamiento estadístico de la altura y el periodo del oleaje. Sin embargo, el efecto de la anchura de banda espectral del proceso condiciona notablemente dicho comportamiento. En consecuencia, el modelo probabilístico que mejor caracteriza la distribución estadística de las alturas de ola es el propuesto por Næss (1985), mientras que la distribución conjunta de ambos parámetros es

descrita adecuadamente por el modelo de Lindgren & Rychlik (1982). Este último es el único modelo capaz de describir el caracter bimodal observado en las distribuciones conjuntas de alturas y periodos del oleaje.

5. No existe una única pendiente que caracterize el equilibrio energético que se establece en la zona de altas frecuencias del espectro del oleaje. Por tanto, ninguno de los dos tipos de formulaciones propuestas para caracterizar el rango de equilibrio del oleaje es capaz de explicar adecuadamente el comportamiento de la función de densidad espectral en dicha zona. No obstante, para oleajes en fase de crecimiento, los resultados están más acordes con los modelos que consideran un comportamiento proporcional a f⁻⁴. Por otro lado, se confirma la existencia de una transición entre f⁻⁴ y f⁻⁵ en oleajes totalmente desarrollados, que no se aprecia en campos de oleaje en las primeras fases de su generación.

Se demuestra que las diferentes formulaciones propuestas para caracterizar el rango de saturación con una pendiente proporcional a f^{-4} , están mutuamente correlacionadas mediante la expresión del coeficiente de arrastre del viento sobre la superficie del mar.

6. Empleando el método de ajuste no lineal propuesto, se demuestra que los modelos espectrales teóricos JONSWAP y Ochi-Hubble son capaces de caracterizar la mayor parte de los espectros experimentales, obtenidos a partir de los registros de oleaje analizados en el trabajo y que se encuentran ampliamente distribuidos en el espacio (H_{m_0}, T_p) . Este hecho ratifica la utilidad práctica del denominado Rango JONSWAP, definido por Torsethaugen et al. (1984).

7.2 Lineas de desarrollo futuro

En función de los resultados anteriormente comentados, y de las cuestiones que quedan abiertas, sugerimos abordar aspectos como:

- Las características del oleaje en aguas someras. Es decir, allí donde la disipación energética por efecto de fricción con el fondo adquiere un papel preponderante. Aunque las características del oleaje en estas zonas son algo más complejas que en aguas profundas, la metodología desarrollada en este trabajo es perfectamente válida para abordar su estudio.
- La inclusión de los efectos de la direccionalidad del oleaje. Aunque la cantidad de datos experimentales con este tipo de información es aún bastante escasa, su disponibilidad está aumentando considerablemente en estos últimos años.
- Profundizar en las implicaciones de los acoplamientos de fase entre componentes frecuenciales. Este hecho podría dar lugar a una explicación razonable de fenómenos de enorme interés práctico, como el agrupamiento del oleaje y la formación de olas de altura anormalmente elevada, cuyo origen sigue siendo desconocido.
- La posible relación existente entre el nivel de agrupamiento del oleaje y la distribución estadística conjunta de las alturas y los periodos del oleaje, fenómeno sobre el cual ya hemos obtenido algunos resultados preliminares.
- La utilidad de algunos modelos espectrales de oleaje que no han sido analizados en este trabajo, como es el caso del modelo bimodal propuesto por Soares (1984), y que, debido a su simplicidad y versatilidad, podrían permitir ajustes más adecuados a los espectros experimentales que

los obtenidos con los modelos empleados en este estudio. Además, sería interesante considerar la posibilidad de modificar la dependencia funcional de los modelos espectrales de oleaje en el rango de saturación de una forma adecuada, para resolver los problemas que aparecen al utilizar el modelo Wallops.

• La aplicación de técnicas tales como: el análisis biespectral, el análisis espectral complejo (amplitudes y fases), el análisis en el dominio fasetiempo y el análisis espectral rotatorio, a otros fenómenos aleatorios en el campo de la Oceanografía Física y de la Interacción Atmósfera-Océano, como son las ondas internas, las mareas barométricas y las corrientes inerciales.

Referencias

- [1] Adler, R. J. and Firman, D., (1981). A non-gaussian model for random surfaces, Phil. Trans. R. Soc. London, A303, 433-462.
- [2] Arhan, M. K. and Plaisted, R. O., (1981). Nonlinear deformation of sea-wave profiles in intermediate and shallow waters, Oceanol. Acta, 4(2), 107-115.
- [3] Baba, M. and Harish, C.M., (1985). Wave height and period distribution off the Southwest coast of India, Indian Journal of Marine Sciences, 14, 1-8.
- [4] Backus, G. E., (1962). Deep Sea Research, 9, 185-197.
- [5] Barber, N.F. and Ursell, F., (1948). The generation and propagations of ocean waves and swell, Phil. Trans. R. Soc. A, 240, 527– 560.
- [6] Barnett, V. and Lewis, T., (1992). Outliers in Statistical Data, John Wiley & Sons, New York.
- [7] Bartlett, M.S., (1948). Smoothing periodograms from time series with continuous spectra. Nature, 161, 686-687.

- [8] Battjes, J.A., (1974). Computation of set-up, longshore currents, runup and overtopping due to wind generated waves, Tesis doctoral, Delf Univ. of Tech.
- [9] Battjes, J.A., T.J. Zitman and L.H. Holthuijsen, (1987). A reanalysis of the spectra observed in JONSWAP, J. Phys. Oceanogr., 17, 1288-1295.
- [10] Belverov, Z.K. et al., (1983). Integralnye kharakteristiki chastotnykh spektrov vetrovykh voln, Vzaimodeystviye Atmosfery, Gidrofery i Litosfery v Pribrezhnoy Zone Morya, Resultaty Mezhdunarodnogo eksperimenta "Kamchiya 79", Publ. House of Bulg. Acad. Sciences, Sofia, 143–166.
- [11] Bendat, J.S. and Piersol, A.G., (1971). Random Data: Analysis and Measurement Procedures, Wiley & Sons, New York.
- [12] Bendat, J.S. and Piersol, A.G., (1986). Random Data, (2nd ed.), Wiley & Sons, New York.
- [13] Blackman, R. B. and Tukey, J. W., (1958). The measurement of power spectra, Dover Publications, Inc., New York.
- [14] Boccotti, P., (1982). On the highest sea waves, Istituto di Idraulica, Facoltá di Ingegneria, Genova.
- [15] Borgman, L.E., (1969). Ocean wave simulation for engineering design, J Waterways Harbors Div., Proc. Amer. Soc. Civil Eng., 95(WW4), 557-583.
- [16] Borgman, L.E., (1991). Irregular ocean waves: Kinematics and forces, Ocean Engineering Science, The Sea, 9(4), 121-168.

- [17] Bretschneider, C.L., (1959). Wave variability and wave spectra for wind-generated gravity waves, Coastal Eng. Res. Center Tech. Memo 18, U.S. Army Corps of Engineers, Washington, D.C.
- [18] Burg, P., (1967). Maximum Entropy spectral analysis, Proc. 37th Meeting of the society of exploration Geophysicists.
- [19] Burg, P., (1968). A new analysis technique for time series analysis, NATO advanced study Inst. on signal processing with emphasis on Underwater Acoustics, Enschede, The Netherlands.
- [20] Burling, R.W., (1955). Wind generation of waves on water, PhD thesis, University of London.
- [21] Burling, R.W., (1959). The spectrum of waves at short fetches, Dt. Hydrogr. Z., 12, 45-64, 96-117.
- [22] Čačko, J., M. Býlí and J. Bukoveczky, (1988). Random processes: measurements, analysis and simulations, Elsevier, Amsterdam.
- [23] Cavanie, A., M. Arhan and R. Ezraty, (1976). A statistical relationship between individual heights and periods of storm waves, Proc. Int. Conf. on Behaviour of Offshore Structures, 354-363.
- [24] Cartwright, D. E., (1962). The Sea, ed N. M. Hill, New York Interscience, I(15), 567-589.
- [25] Cartwright, D. E. and Longuet-Higgins, (1962). The statistical distribution of the maxima of a random function, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, 237, 212-232.
- [26] Chakrabarti, S.K. and Cooley, R., (1977). Statistical distribution of periods and heights of ocean waves, J. Geophys. Res., 82(9), 1363-1368.

- [27] Chernick, D. J. Downing and D. H. Pike, (1982). Detecting outliers in time series data, J. Am. Statist. Assoc., 77(380), 743-747.
- [28] Cooley, J.W. and Tukey, J.W., (1965). An algorithm for the machine calculation of complex Fourier Series, Math. Comput., 19, 297– 301.
- [29] Cramer, H., (1966). On the intersections between the trajectories of a normal stationary stochastic process and a high level, Arkiv. Mat., 6, 337.
- [30] Crandall, S. H. and Mark, W. D., (1963). Random vibration in mechanical systems, Academic Press, New York.
- [31] Daniell (1946). Discussion of: On the theoretical specification and sampling properties of autocorrelated time series, J. Roy. Stat. Soc., Ser. B, 8, 88-90.
- [32] Datawell, (1976). Waverider buoy, Netherlands.
- [33] Dattatri, J., H. Raman and J. Shankar, (1979). Height and Period distributions for waves off Mangalore harbour- West coast, J. Geophys. Res., 84(7), 3767-3772.
- [34] Davidan, I. N., Y. M. Kublanov, L. T. Lopatakhin and V. A. Rozhkov, (1974). The results of experimental studies of probabilistic characteristics of wind waves, Proc. Dyn. Mar. Vehicles Struct. Waves, 406-412.
- [35] Dillon, D.D. and L.A. Kahn, (1981). A wave meter mooring design for the Mid Atlantic Bight, EG&G WASC report TR-E930-0001.

- [36] Dobson, F. W., (1971). Measurements of atmospheric pressure on wind-generated sea waves, J. Fluid Mech., 48, 91-127.
- [37] Doering, J.C. and Donelan, M.A., (1993). The joint distribution of wave heights and periods of shoaling waves, J. Geophys. Res., 98(7), 12.543-12.555.
- [38] Donelan, M.A., (1987). The effect of swell on the growth of wind waves, Johns Hopkins APL Technical Digest, 8(1), 18-23.
- [39] Donelan, M., Hamilton, J. and Hui, W., (1985). Directional spectra of wind generated waves, Phil. Trans. Royal Soc. London, Ser.A, 315, 509-562.
- [40] Earle, M. D., (1975). Extreme wave conditions during Hurricane Camille, J. Geophys. Res., 80(3), 377-379.
- [41] Eckart, C. (1953). The generation of wind waves over a water surface, J. Applied Phys., 24, 1485-1494.
- [42] Eckart, C. (1960). Hydrodynamics of Oceans and Atmospheres, Oxford, Pergamon.
- [43] Elliot, J.A., (1972). Microscale pressure fluctuations measured whitin the lower atmospheric boundary layer, J. Fluid Mech., 53, 351-384.
- [44] Ewans, K. C., (1984). Ocean waves and microseisms and their interrelation, Ph.D. Thesis. Auckland University, New Zealand.
- [45] Ezraty, R., M. Laurent and M. Arhan, (1977. Comparison with observation at sea period or height dependent sea state parameters from a theoretical model, Proc. Offshore Technology Conference, 149-154.

- [46] Fasano, G. and Franceschini, A., (1987). Monthly notes of the Royal Astronomical Society, 225, 155-170.
- [47] Forristall, G.Z., (1978). On the statistical distribution of wave heights and periods of storm waves, J. Geophys. Res., 83, 2353-2358.
- [48] Forristall, G.Z., (1981). Measurements of a saturated reange in ocean wave spectra, J. Geophys. Res., 89(C9), 8075-8084.
- [49] Forristall, G.Z., (1984). The distribution of measured and simulated wave heights as a function of spectral shape, J. Geophys. Res., 89(C6), 10547-10552.
- [50] Fröberg, C. E., (1985). Numerical Mathematics: Theory and Computer Applications, The Benjamin/Cummings Publishing Company, California, 436.
- [51] Funke, E. R. and Mansard, E. P. D., (1981). On the meaning of phase spectra in the Fourier transform of random waves, Proc., Int. Symp. on Hydrodynamics in Ocean Engrg, Trondheim, Norway, 46-69.
- [52] Gelci, R., J. Cazalé and J. Vassal, (1956). Utilisation des diagrammes de propagation à la provision énergique de la houle, Bull. Inf. Comité Cent. Oceanogr. Etud. Côtes, 8, 169-187.
- [53] Glazman, R. E. and SroKosz, M. A., (1991). Equilibrium wave spectrum and sea state bias in satellite altimetry, J. Phys. Oceanogr., 21(11), 1609-1621.
- [54] Goda, Y., (1970). Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Rep. Port and Harbour Res. Inst., 9(3).

© Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Biblioteca Digital, 2003

- [55] Goda, Y., (1974). Estimation of wave statistics from spectral information., Proc. Int. Conf. on Ocean Wave Measurements and Analysis., ASCE, New Orleans, 320-337.
- [56] Goda, Y., (1978). The observed joint distribution of periods and heights of sea waves, Proc. 16th Int. Conf. on Coastal Eng., ASCE, Sydney, Australia, 227-246.
- [57] Goda, Y., (1983). Analysis of wave grouping and spectra of long-traveled swell, Rep. Port Harbor Res. Inst., 22(1), 3-41.
- [58] Goda, Y., (1985). Random seas and design of maritime structures, University of Tokio Press.
- [59] Gran, S., (1986). Discussion of Morrison's equation, Veritas Research, report, 86-2011.
- [60] Haring, R.E., A.R. Osborne and L.P. Spencer, (1976). Extreme waves parameters based on continental shelf storm wave records, Proc. of the 15th Conference on Coastal Engineering, ASCE.
- [61] Hasselmann, K., (1962). On the non-linear energy transfer in a gravity wave spectrum. Part 1, J. Fluid Mech., 12, 481-500.
- [62] Hasselmann, K., (1963). On the non-linear energy transfer in a gravity wave spectrum. Parts 2 and 3, J. Fluid Mech., 15, 273-281, 385-398.
- [63] Hasselmann, K., (1974). On the spectral dissipation of ocean waves due to whitecapping, Bound. Layer Meteor., 6, 107-127.
- [64] Hasselmann, K., W. Munk and G. MacDonald, (1963). Bispectra of ocean waves, Time Series Analysis, New York, 125-139.

- [65] Hasselmann, K. et al., (1973). Measurements of wind wave growth and Swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP), Deutsches Hydrogr. Zeitschrift, Ser. A, 12.
- [66] Hasselmann, K., D.B. Ross, P. Müller and W. Sell, (1976). A parametric wave prediction model, J. Phys. Oceanogr., 6, 200-228.
- [67] Haver, S., (1987). On the joint distribution of heights and periods of sea waves, Ocean Engineering, 14(5), 359-376.
- [68] Haver, S., (1988). On the adequacy of the gaussian assumption regarding the sea surface elevation, Statoil, report F&U-ST 88010.
- [69] Haver, S. and Moan, T., (1983). On some uncertainties related to the short term stochastic modelling of ocean waves, Applied Ocean Res., 5(2), 93-108.
- [70] Hatori, M., (1984). Effect of the zero-drift in ocean wave records on the wave statistics by the zero-up-crossing method, The Oceanographic Magazine, 34(1-2), 1-6.
- [71] Helmholtz, (1868). On discontinous fluid motion, Philosophical Magazine, London.
- [72] Hess, G. D., G. M. Hidy and E. J. Plate, (1969). Comparison between wind waves at sea and in the laboratory, J. Mar. Res., 27, 216-225.
- [73] Hsu, S. A., (1988). Coastal Meteorology, Academic Press, San Diego.
- [74] Huang, N.E. and Long, S.R., (1980). An experimental study of the surface elevation probability distribution and statistics of wind generated waves, J. Fluid Mech., 101, 179-200.

- [75] Huang, N.E., S.R. Long, C.C. Tung, Y. Yuan and L.F. Bliven, (1981). A unfied two-parameter wave spectral model for a general sea state, J. Fluid Mech., 122, 203-244.
- [76] Huang, N.E., S.R. Long, C.C. Tung, Y. Yuan and L.F. Bliven, (1983). A non-gaussian statistical model for surface elevation of nonlinear random waves fields, J. Geophys. Res., 88, 7597-7606.
- [77] Huang, N.E., S.R. Long, L.F. Bliven and C.C. Tung, (1984). The non-gaussian joint probability density function of slope and elevation for a nonlinear gravity field. J. Geophys. Res., 89, 1961-1972.
- [78] Huang, N.E., C.C. Tung and S.R. Long, (1989). Wave spectra, The Sea, 9, Ocean Engineering, B. LeMeauthe and D. M. Hanes, eds. Wiley, New York.
- [79] Huber, P. J., B. Kleiner, T. Gasser and G. Dumermuth, (1971). Statistical methods for investigating phase relations in stationary stochastic processes, IEEE Trans. on Audio and Elect., AU-19(1), 78-86.
- [80] Hudspeth, R. T., (1974). Prediction of wave forces from nonlinear random sea simulations, Ph.D. Dissertation, University of Florida.
- [81] Hudspeth, R. T., (1975). Wave force predictions from nonlinear random sea simulations, Offshore Technology Conference, Paper OTC 2193(I), 471-486.
- [82] Hudspeth, R.T. and Borgman, L. E., (1979). Efficient FFT simulation of digital time sequences, J. Engrg. Mech. Div., ASCE, 105(2), 223-235.

- [83] Hudspeth, R.T. and Chen, M.C., (1979). Digital simulation of non-linear random waves, J. Waterway Port Coastal Ocean Div. Amer. Soc. Civil Eng., 105(WW1), 67-85.
- [84] Huntley, J. M. and Saldner, H., (1993). Temporal phase-unwrapping algorithm for automated interferogram analysis, Appl. Opt., 32(17), 3047-3052.
- [85] IAHR, (1989). List of sea-state parameters, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg., ASCE, 115, 793-808.
- [86] James, I. D., (1986). A note on the theoretical comparison of wave staffs and wave rider buoys in steep gravity waves, Ocean Engineering, 13(2), 209-214.
- [87] Jaynes, E.T., (1957). Information theory and Statistical Mechanics, Physics, Rev., 106(4), 620-630.
- [88] Jeffreys, H., (1924). On the formation of waves by wind, Proc. R. Soc. London, Ser. A, 107, 189-206.
- [89] Jeffreys, H., (1925). On the formation of waves by wind. II, Proc. R. Soc. London, Ser. A, 110, 341-347.
- [90] Kahma, K., (1981) A study of the growth of the wave spectrum with fetch, J. Phys. Oceanogr., 11, 1503-1515.
- [91] Kawai, S., K. Okada and Y. Toba, (1977). Field data support of the three-seconds power law and gu_{*}σ⁻⁴ spectral form for growing wind waves, J. Oceanog. Society of Japan, 33(3), 137–150.
- [92] Kelvin, Lord, (1871). Hydrokinetics solutions and observations, Nature, 1.

- [93] Kim, Y., J. M. Beall, E. Powers and R. W. Miksad. Dispectrum and nonlinear wave coupling, Physics Fluids, 23, 258-263.
- [94] Kimura, A., (1981). Joint distribution of the wave heights and periods of random sea waves, Coastal Engineering in Japan, 24, 77-92.
- [95] Kinderman, A. J. and Ramage, J. G., (1976). Computer generation of normal random variables, J. Am. Statist. Asoc., 71(356), 893-896.
- [96] Kinsman, B., (1960). Surface waves at short fetches and low wind speed a field study. Chesapeake Bay, Inst. Tech. Rep., bf 19.
- [97] Kinsman, B., (1961). Some evidence on the effect of nonlinearity on the position of the equilibrium range in wind-wave spectra, J. Geophys. Res., 66(8), 2411-2415.
- [98] Kinsman, B., (1965). Wind Waves: Their Generation and Propagation on the Ocean Surface, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- [99] Kitaigorodskii, S.A., (1962). Aplications of the theory of similarity to the analysis of wind-generated wave motion as stochastic process, Bull. Acad. Sci. URSS. Geophys. Ser, 1.73 URSS.
- [100] Kitaigorodskii, S.A., (1983). On the theory of the equilibrium range in the spectrum of wind-generated gravity waves, J. Phys. Oceanogr., 13, 816-827.
- [101] Kjeldsen, J.P. and Myrhaugh, D., (1979). Formation of wave groups and distributions of parameters for wave assymmetry, Norwegian Hydr. Lab. Rept., stf60, a79044, Tronheim, Noruega.

- [102] Komen, G.C., S. Hasselmann, and K. Hasselmann, (1984). On the existence of a fully developed wind-sea spectrum, J. Phys. Oceanogr., 14, 1271-1285.
- [103] Komen, G.C., L. Cavaleri, M. Donelan, K. Hasselmann, S. Hasselmann, and P. Janssen, (1994). Dynamics and Modelling of Ocean Waves, Cambridge University Press.
- [104] Lamb, H., (1932). Hydrodynamics, 6th ed., Cambridge University Press.
- [105] Langley, R. S., (1986). On various definitions of the envelope of a random process, J. Sound Vib., 105(3), 503-512.
- [106] Larsen, L.H., (1981). Influence of bandwith on the distribution of heights of sea waves, J. Geophys. Res., 86(C5), 4299-4301.
- [107] LeBlond, P.H., (1982). A preliminary review of nonspectral wave properties: grouping, wave breaking and 'freak' waves, Can. Contract. Rep. Hydrogr. Ocean Sci., 1, 66.
- [108] LeBlond, P.H. and Mysak, L.A., (1978). Waves in the ocean, Amsterdam, Elsevier, 602.
- [109] LeBlond, P.H., S. Calisal and M. Isaacson, (1982). Wavespectra in Canadian waters, Canadian cont. rep. Hydrography and Ocean Sciences,6.
- [110] Lindgren, G. and Rychlik, I., (1982). Wave characteristic distributions for Gaussian waves-Wavelenght amplitude and steepness, Ocean Engineering, 9(5), 411-432.

- [111] Liu, P., (1977). Higher order spectra and stationarity of wind waves, 5th Conf. Probab. Statist., Am. Meteor. Soc., 254-259.
- [112] Liu, P., (1983). A representation for the frequency spectrum of wind generated gravity waves, Ocean Engineering, 10, 429-441.
- [113] Liu, P., (1989). On the slope of the equilibrium range in the frequency spectrum of wind waves, J. of Geophysical Research, 94, 5017-5023.
- [114] Liu, H.T. and Lin, J.T., (1982). On the spectra of high frequency wind waves, J. Fluid Mech., 23, 165-185.
- [115] Long, C. E., (1987). Some comments on Goda's peakedness parameter, Proc. Coastal Hydrodynamics, ASCE, 32-45.
- [116] Longuet-Higgins, M.S., (1950). A theory of the generation of microseisms, Phil. Trans. R. Soc. London, Ser. A, 243, 1-35.
- [117] Longuet-Higgins, M.S., (1952). On the statistical distribution of the wave heights of sea waves, J. Marine Res., 2, 245-266.
- [118] Longuet-Higgins, M.S., (1957). The statistical analysis of a random moving surface, Proc. Roy. Soc. London, Ser.A, 249, 321-387.
- [119] Longuet-Higgins, M.S., (1963). The effect of non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves, J. Fluid Mech., 17(3), 450-480.
- [120] Longuet-Higgins, M.S., (1975). On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves, J. Geophys. Res., 80(18), 2688-2694.

- [121] Longuet-Higgins, M.S., (1980). On the distribution of the heights of sea waves: some effects of nonlinearity and finite band width, J. Geophys. Res., 85(C3), 1519-1523.
- [122] Longuet-Higgins, M.S., (1983). On the joint distribution of wave periods and amplitudes in a random wave field, Proc. Royal Society of London, Ser. A, 389, 241-258.
- [123] Longuet-Higgins, M.S., (1986). Eulerian and lagrangian aspects of surface waves, J. Fluid Mech., 165.
- [124] Longuet-Higgins, M.S., (1988). Mechanisms of wave breaking in deep water, Sea Surface Sound: Natural Mechanisms of Surface Generated Noise in the Ocean, B. R. Kerman, ed. NATO ASI Series, Kluwer Academic Pub., Dordrecht, Holland, 1-30.
- [125] Longuet-Higgins, M.S., (1994). A fractal approach to breaking waves, J. Physical Oceanography, 24, 1834-1838.
- [126] Losada, M. A. and Giménez-Curto, L. A., (1979). The joint effect of wave height and period on the stability of rubble- mound breakwaters using Iribarren's number, Coastal Engrg., 3, 77-96.
- [127] Makhoul, J., (1975). Linear prediction: a tutorial review, Proc. IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing. ASSP-23, 283-296.
- [128] Mansard, E. P. D. and Funke, E. R., (1990). On the fitting of JONSWAP spectra to measured sea states, Proc. Coastal Engrg., 465-477.
- [129] Marquardt, D.W., (1963). An algorithm for least-square estimation of nonlinear parameters, J. Soc. Ind. Math., 11(2), 431-441.

- [130] Mase, H., N. Kita and Y. Iwagaki, (1983). Random wave simulation considering wave groups, Coastal Engineering in Japan, 26, 61-75.
- [131] Medina, J.R. and Hudspeth, R.T., (1987). Sea states defined by wave height and period functions, Proc. IAHRR seminar wave analysis and generation in laboratory basins, 22nd IAHR Congress, 249-259.
- [132] Memos, C. D., (1994). On the theory of the joint probability of heights and periods of sea waves, Coastal Engrg., 22, 201-215.
- [133] Memos, C. D. and Tzanis, K., (1994). Numerical results of the joint probability of heights and periods of sea waves, Coastal Engrg., 22, 217-235.
- [134] Mignolet, M. P., (1987). ARMA Simulation of Multivariate and Multidimensional Random Processes, Ph.D. Dissertation, Rice Univ., Houston, Texas.
- [135] Miles, J. W., (1957). On the generation of surface waves by shear flow, J. Fluid Mech., 3, 185-204.
- [136] Miles, J. W. and Funke, E. R., (1988). Numerical comparisons of wave synthesis methods, Coastal Engrg.
- [137] Mitsuyasu et al., (1980). Observations of the power spectrum of waves using a cloverleaf buoy, J. Phys. Oceanogr., 10, 286-296.
- [138] Monin, A. S. and Yaglom, A. M., (1975). Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of turbulence, 2, The MIT Press, Cambridge, Mass.

- [139] Morgan, B. J. T., (1984). Elements of Simulation, Chapman and Hall, London.
- [140] Moutzouris, C. I., (1990). Wave power spectra and spectrum slopes in the Saranikus Gulf, Greece, Proc. Litoral '90, 77-81.
- [141] Müller, P., (1976). Parametrization of one dimensional wind wave spectra and their dependence on the state development, Hamburger Geophys. Einz., Hamburg, 31.
- [142] Myrhaug, D. and Kvålsvold, J., (1992). Comparative study of joint distributions of primary wave characteristics. Proc. 11th OMAE Conf., Calgary, Canada.
- [143] Myrhaug, D. and Kjeldsen, P.S., (1984). Parametric modelling of joint probability density distributions for steepness and asymmetry in deep water waves, Applied Ocean Research, 6(4), 207-220.
- [144] Næss, A., (1983). On the statistical distribution of crest-to-trough wave heights, NHL-report, R-143 -83, Norwegian Hydrodynamics Laboratories, Trondheim.
- [145] Næss, A., (1985). On the distribution of crest-to-trough wave heights, Ocean Engineering, 12(3), 221-234.
- [146] Nath, J. H. and Yeh, R-C., (1987). Some time and frequency relations in random waves, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg., 113(6), 672-683.
- [147] Naylor, T.H., (1971). Computer Simulation Experiments with Models of Economics Systems, John Wiley & Sons, New York.

- [148] Naylor, T.H., J. L. Balintfy, D. S. Burdick and K. Chu (1966).

 Computer Simulation Techniques, John Wiley & Sons, New York.
- [149] Nikias, C. L., (1991). Higher-order spectra analysis, Advances in spectrum analysis and array processing I, (S. Haykin ed), Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall.
- [150] Nikias, C.L. and Raghuveer, M. R., (1987). Bispectrum estimation: a digital signal processing framework, Proceedings IEEE, 75, 869-891.
- [151] Nolte, K., (1979). Joint probability of wave period and height, Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, 105(4), 470-474.
- [152] Nolte, K.G and Hsu, H., (1979). Statistics of larger waves in a sea state, Journal of Waterway Port Coastal and Ocean Div., ASCE, 105(WW4), 389-404.
- [153] Ochi, M. K., (1982). Stochastic analysis and probabilistic prediction of random seas, Advances in Hydroscience, Academic Press, New York, 288-375.
- [154] Ochi, M., (1986). Non-gaussian random processes in ocean engineering, Probabilistic Engineering Mechanics, 1(1), 28-39.
- [155] Ochi, M., (1992). Applied probability and stochastic processes: in Engineering and Physical Sciences, Wiley & Sons, New York.
- [156] Ochi, M. and Hubble, E., (1976). On six-parameter wave spectra, Proc 15th Int. Conf. Coastal Eng., 301-328.
- [157] Oppenheim, A. V. and Schafer, R. W., (1975). Digital Signal Processing, Englewwod Cliffs, NJ., Prentice-Hall, section 6.1.

- [158] Osborne, A. R., (1982). The simulation and measurement of random ocean wave statistics, Topics in Ocean Physics, A.R. Osborne and P.M. Rizzoli, eds., North Holland, Amsterdam, 472-550.
- [159] Otnes, R.K. and Enochson, L., (1972). Digital Time Series Analysis, Wiley & Sons, New York.
- [160] Otnes, R.K. and Enochson, L., (1978). Applied Time Series Analysis, Wiley & Sons, New York.
- [161] Panofsky, H. A. and Dutton, J. A., (1984). Atmospheric Turbulence: Models and Methods for Engineering Applications, John Wiley & Sons, New York.
- [162] Papoulis, A., (1984). Probability, Random Variables and Stochastic Processes, (2nd. Ed.), McGraw-Hill, Inc., Singapore.
- [163] Peña, H.G., (1983). On the stability of the moments on the M.E. wind waves spect., Ocean Engineering, 10(2), 79-96.
- [164] Phillips, O.M., (1957). On the generation of waves by turbulent wind, J. Fluid Mech., 2, 417-445.
- [165] Phillips, O.M., (1958). The equilibrium range in the spectrum of windgenerated ocean waves, J. Fluid Mech., 4, 426-434.
- [166] Phillips, O.M., (1959). The scattering of gravity waves by turbulence, J. Fluid Mech., 2, 417-445.
- [167] Phillips, O.M., (1960). On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude, Part 1, J. Fluid Mech., 9, 193-217.
- [168] Phillips, O.M., (1966). The dynamics of the upper ocean, Cambridge University Press, London and New York.

- [169] Phillips, O.M., (1977). The dynamics of the upper ocean, Cambridge University Press, 336, (2nd edition).
- [170] Phillips, O.M., (1985). Spectral and statistical properties of the equilibrium range in wind-generated gravity waves, J. Fluid Mech., 156, 505-531.
- [171] Phillips, O.M. and Banner, M.L., (1974). Wave breaking in the presence of wind drift and swell, J. Fluid Mech., 66, 625-640.
- [172] Pierson, W.J., (1955). Wind generated gravity waves, Adv. Geophys., 2, 93-177.
- [173] Pierson, W.J. and Marks, W., (1952). The power spectrum analysis of ocean wave records, Trans. Amer. Geophys. Union, 33(6), 834-844.
- [174] Pierson, W.J. and Moskowitz, L., (1964). A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodsky, J. Geophys. Res., 69, 5181-5190.
- [175] Priestley, M. B., (1988). Non-linear and Non-stationary Time Series Analysis, Academic Press, London.
- [176] Priestley, M. B. and Rao, S. T., (1969). A test for stationarity of time series, J. Roy. Statist. Soc., Ser. B (31), 140-149.
- [177] Proakis, J.G. and Manolakis, D.G., (1988). Introduction to Digital Signal Processing, Mcmillan Publishing Com., New York.
- [178] Proakis, J.G. and Manolakis, D.G., (1992). Digital Signal Processing: Prisciples, Algorithms and Applications, Mcmillan Publishing Com., New York.

- [179] Rademakers, P.J., (1980). Some details on the accelerometer stabilization as used in the Waverider, Datawell Inc., Holland.
- [180] Rayleigh, Lord, (1890). On the resultant of a large number of vibrations of the same pitch and of arbitrary phase, Philos. Mag., [5] 10(60), 73-78.
- [181] Read, W. W. and Sobey, R. J., (1987). Phase spectrum of surface gravity waves, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg., 113(5), 507-522.
- [182] Ribe, R. L., (1981). Calibrations and energy spectrum crrection factors for Waverider buoys deployed under the ARSLOE programm, ARSLOE Informal Rep., 4, NOAA, Rockville, MD.
- [183] Ribe, R. L., (1983). Accuracy characteristics of the electronics of waveriders buoys used in the ARSLOE, IEEE J. Oceanic Engineering, OE-8(4), 212-214.
- [184] Rice, S.O., (1944). Mathematical analysis of ramdon noise, Bell System Tech. J., 23, 288-332.
- [185] Rice, S.O., (1945). Mathematical analysis of ramdon noise, Bell System Tech. J., 24, 46-156.
- [186] Rodriguez, G. R., (1992). Spectral and statistical characteristics of wind waves off Canary Islands, Proc. Civil Engrg. in the Oceans V, Texas, 622-636.
- [187] Rodriguez, G. R., (1992). An study about the dependence on bandwidth and nonlinearity of the sea waves heights, with simulated records from the Wallops spectrum, Hydraulic Engrg. Software IV, Comp. Mech. Pub., Fluid Flow Modelling, 549-560.

- [188] Rodríguez, G. R., (1993). Métodos de análisis espectral (oleaje escalar), Conv. Colab. CEDEX-ULPGC-FULP, 397.
- [189] Rodríguez, G. R.and Jiménez, J., (1994). About the range of validity of different spectral models for wind generated gravity waves, Proc. Coastal Dynamics '94, 755-769.
- [190] Rodríguez, G. R. y Tejedor, L. (1990). Validación de la distribución probabilística de las alturas de ola, I Cong. Oceanog. y Recurs. Mar. Atlánt. Centrooriental, 23(A).
- [191] Rodríguez, G. R., M. Alejo y L. Tejedor, (1992). Estudio numérico sobre el rango de aplicabilidad del espectro JONSWAP y su relación con los rasgos de la función de autocovarianza, I J. Españolas Ing. Oceanog. y Costas, 307-319.
- [192] Rodríguez, G. R., D. Grisolía and M. Mederos, (1992). On the statistical variability of some spectral bandwidth and nonlinearity parameters of wind generated gravity waves, 6th IAHR Int. Conf. Stochastic Hydraulics, 353-360.
- [193] Rodríguez, G. R., A. Martínez and M. Alejo, (1992). A contrast between the JONSWAP and Wallops spectral models and a study of the different accuracy of several methods to fit the JONSWAP model, 23rd Int. Conf. Coastal Engrg., 491-492.
- [194] Rodríguez, G. R., F. Rubio, M. Pacheco and C. San Millán, (1995). On the uncertainty to locate the peak frequency of wind generated wave spectra, Int. Conf. COPEDEC IV. (to be published).

- [195] Rodríguez, G. R., P. Sangrá and A. Martínez, (1992). A numerical and empirical study of some non-linear characteristics of wind waves, Annales Geophysicae, 10(II), C191.
- [196] Ross, S. M., (1987). Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists, John Wiley & Sons, New York.
- [197] Rye, H., (1977). The stability of some currently used wave parameters, Coastal Engineering, 1, 17–30.
- [198] Shannon, C.E., (1948). A mathematical theory of communication, Bell Syst. Tech. J., 27, 379-423.
- [199] Sharma, J. N. and Dean, R. G., (1979). Development and evaluation of a procedure for simulating a random directional second order sea surface and associated wave forces, Oc. Engrg. Rep., 20, Uni. of Delaware, Newark, Del.
- [200] Shum, K.T. and Melville, W.K., (1984). Estimates of the Joint Statistics of Amplitudes and Periods of ocean waves using an integral transform technique, J. Geophys. Res., 89(4), 6467-6476.
- [201] Snyder, R.L., F.W. Dobson, J.A. Elliot and R.B. Long, (1981).
 Array measurements of atmospheric pressure fluctuations above surface gravity waves, J. Fluid Mech., 102, 1-59.
- [202] Spanos, P., (1983). ARMA algorithms for ocean wave modelling, ASME, J. of Energy Resources Technology, 105, 300-309
- [203] Soares, C.G., (1984). Representation of double-peaked sea wave spectra, Ocean Engineering, 11(2), 185-207.

- [204] Soares, C.G. and Nolasco, M.C., (1992). Spectral modeling of sea states with multiple wave systems, Transactions of the ASME, 114, 278-284.
- [205] Sobey, R.J., (1986). Wind-wave prediction, Ann. Rev. Fluid Mech., 18, 149-172.
- [206] Sobey, R.J., (1992). The distribution of zero-crossing wave heights and periods in a stationary sea state, Ocean Engineering, 19(2), 101-118.
- [207] Sobey, R. J. and Read, W. W., (1984). Wave groups in the frequency and time domains, Proc. Int. Conf. Coastal Eng., 695-707.
- [208] Srokosz, M.A., (1986). On the joint distribution of surface elevation and slopes for a nonlinear random sea, with an application to radar altimetry, J. Geophys. Res., 91(C1), 995-1006.
- [209] Srokosz, M.A., (1986). A note on the joint distribution of wave height and period during the growth phase of a storm, Ocean Engrg., 15(4), 379-387.
- [210] Srokosz, M.A. and Challenor, P.G., (1987). Joint distributions of wave heights and period: a critical comparison, Ocean Engineering, 14(4), 295-311.
- [211] Srokosz, M.A. and Longuet-Higgins, M.S., (1986). On the skewness of sea surface elevation, J. Fluid Mech., 164, 487-497.
- [212] St Denis, M. and Pierson, W. J., (1953). On the motions of ships in confused seas, Soc. Nav. Archit. Mar. Eng., Trans., 61, 280-357.
- [213] Stokes, G.G., (1847). On the theory of oscillatory waves, Trans. Camb. Phil. Soc., 8, 441-455.

- [214] Stokes, G.G., (1880). On the theory of oscillatory waves, Math. Phys. Pap., 1, Cambridge University Press, 225—228.
- [215] Strekalov, S. and Massel, S., (1971). Niektore zagadnienia widmowej analizy falowania wiatrowego, Arch. Hydrot, 28, 457-485.
- [216] Tayfun, A., (1980). Narrow-band nonlinear sea waves, J. Geophys. Res., 85(C3), 1548-1552.
- [217] Tayfun, A., (1981). Distribution of crest-to-trough wave heights, Proc. ASCE J. Waterway, Port, Coast. Ocean Division, 107(WW3), 149-158.
- [218] Tayfun, A., (1983). Non-linear effects on the distribution of crest to trough wave heights, Ocean Engineering, 10(2), 97-106.
- [219] Tayfun, A., (1986). On narrow-band representation of ocean waves, 1, theory, J. Geophys. Res., 91, 7743-7752.
- [220] Tayfun, A., (1993). Joint distribution of large wave heights and associated periods, J. Waterways, Port, Coastal and Ocean Eng., 119(3), 261-273.
- [221] Tayfun, A., (1994). Distributions of envelope and phase in weakly nonlinear random waves, J. Eng. Mech., 120(4), 1009-1025.
- [222] Tayfun, A. and Lo, J-M, (1990). Non linear effects on wave envelope and phase, J. Waterway, Port, Coast. and Oc. Engrg., ASCE, 116(1), 79-100.
- [223] Tayfun, A., C. Yang and G. Hsiao, (1975). Optimal design for wave spectrum estimates, J. Geophys. Res., 80(15), 1937-1947.

- [224] Thomas, R. W. L., E. S. Stickels and L. C. Huff, (1982).

 Importance of phase corrections to Waverider data, Proc. IEEE, 814-819.
- [225] Thornton, E. B., and Guza, R. T., (1983). Transformation of wave height distribution, J. Geophys. Res., 80(C10), 5925-5938.
- [226] Tick, L.J., (1959). A non-linear random model of gravity waves, J. Math. Mech., 8, 643-652.
- [227] Toba, Y., (1972). Local balance in the air-sea boundary processes, I, On the growth process of wind waves, J. Oceanogr. Soc. Japan, 28, 109-121.
- [228] Toba, Y., (1973). Local balance in the air-sea boundary processes, III, On the spectrum of wind waves, J. Oceanogr. Soc. Japan, 28, 209-220.
- [229] Torsethaugen, K. and Kroagstad, H., (1979). NEPTUN a computer program for the analysis of ocean wave records, Continental Shelf Institute, report P-218/1/79, Norway.
- [230] Torsethaugen, K., T. Faanes, and S. Haver, (1984).

 Characteristica for extreme sea states on the norwegian continental shelf,

 NHL report, 2-84123.
- [231] Tribolet, J. M., (1977). A new phase unwrapping algorithm, IEEE Trans. Acoust., Speech and Sig. Processing., ASSP-25, 170-177.
- [232] Tuah, M. and Hudspeth, R.T., (1982). Comparisons of numerical random sea simulations, J. Waterways, Port, Coastal and Ocean Eng., 108(4), 569-584.
- [233] Tucker, M. J., (1991). Waves in Ocean Engineering: measurement, analysis, interpretation., Ellis Horwood Limited, England.

- [234] Tucker, M. J., P. G. Challenor and D. J. T. Carter, (1984).

 Numerical simulation of a random sea: a common error and its effect
 upon wave group statistics, Appl. Ocean. Res., 6, 118-122.
- [235] Tukey, J. W., (1961). What can data analysis and statistics offer today?, Proc. Conference Ocean Waves Spectra, New Yersey, Prentice-Hall, 347-351.
- [236] Ugrin, G. S., (1991). Stochastic investigations of pseudo-random number generators, Computing, 46, 53-65
- [237] Ulrich, T.J. and Clayton, R. W., (1976). Time series modelling and maximum entropy, Phys. Earth Planet. Inter., 12, 188-200.
- [238] Varkey, M. J., (1988). Phase spectral comparison of wind generated ocean sureface waves, Indian J. Mar. Sci., 17, 181-188.
- [239] van Vledder, G. Ph., (1983). Verification of Kimura model for the description of wave groups, Report R/1983/6/H, Delft Univ. of Technology, Dep. Civil Eng.
- [240] van Vledder, G. Ph.(1992). Statistics of wave group parameters, Proc. 23rd Int. Conf. on Coastal Engineering, Venice, Italy.
- [241] van Vledder, G. Ph. and Battjes, J.A., (1992). Discussion on paper 'List of sea state parameters' by the IAHRR working Wroup on wave gener. and anal., J. of W.W. Port, Coastal and Ocean Engineering.
- [242] Vinje, T., (1989). The statistical distribution of crest-to-trough wave heights, Ocean Engineering, 12(3), 221-234.
- [243] Welch, P.D., (1967). The use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A method based on time averaging over

- short, modified periodograms., IEEE Trans. Audio and Electroacoust., AU-15, 70-73.
- [244] Weller, R.A., M.A. Donelan, M.G. Briscoe, and N.E. Huang, (1991). Riding the crest: A tale of two wave experiments, Bull. Amer. Meteor. Soc., 72(2), 163-183.
- [245] Wen, S.C. et al., (1988). Theoretical wind wave frecuency spectra in deep water. I- Form of spectrum, Acta Oceanologica Sinica, 7(1), 1-16.
- [246] West, B. T., (1981). On the simpler aspects of nonlinear fluctuating deep water gravity waves (Weak interaction theory), Center for Studies of Nonlinear Dynamics, La Jolla Institute.
- [247] Wilson, J. R. and Taylor, J. D., (1983). Experiences with Waverider buoys in the Canadian wave climate study, IEEE, Proc. Oceans '83, San Franscisco.
- [248] Wold, H., (1938). A study in the analysis of stationary time series, Thesis, Univ. of Stockholm.
- [249] Wooding, R.A., (1955). An aproximate joint probability distribution for wave amplitude and frecuency in random noise, N. Z. Jl Sci. Technol., 36B, 537-544.
- [250] Yamaguchi, M., (1984). Aproximate expressions for integral properties of the JONSWAP spectrum, (en Japonés).
- [251] Yefimov, V. V. and Kalmikov, V. A., (1984). Wind wave spectra, Oceanology, 24(4), 453-457.

- [252] Yuan, Y., (1982). On the statistical properties of sea waves, Ph.D. thesis, Dep. of Marine, Earth and Atmospheric Science, North Carolina State Univ., Raleigh, N. C.
- [253] Zakharov, V. E. and Filonenko, N. N., (1966). The energy spectrum for random surface waves, Dokl. Acad. Sci. URSS, 170, NG, 1291-1295.