

LAS MAREAS COMO SISTEMAS COOSCILANTES EN LOS GOLFOS DE VENEZUELA Y PARIA

JOSÉ L. PELEGRÍ Y RAFAEL G. AVILA
Departamento de Tecnología de Producción
INTEVEP, S.A.

RESUMEN: Los componentes de la marea en diversas localidades de los Golfos de Venezuela y Paria indican que los del tipo semidiurno son considerablemente amplificados. El cálculo de los períodos naturales de ambos golfos revela que este fenómeno se debe a la cuasi-resonancia de estos componentes. Un modelo numérico unidimensional de mareas cooscilantes en un golfo, con y sin fricción [1], predice los valores de la amplitud y de la fase de la elevación de la marea en concordancia con las observaciones; asimismo, suministra los valores para la amplitud de la corriente de marea. Se concluye que para ambos golfos: 1) la marea es principalmente de tipo cooscilante y 2) el efecto de la fricción en el fondo sobre la amplitud de la elevación y la corriente es despreciable, pero origina un desfase substancial con la distancia. Se postula que el gradiente horizontal de densidad es el principal responsable de la diferencia entre las observaciones y las predicciones.

ABSTRACT: Tidal components at several sites in the Gulfs of Venezuela and Paria show that the semidiurnal components are largely amplified. The natural periods of both basins are calculated, and the results indicate that the phenomenon is due to the near-resonance of these components. A unidimensional model for the cooscillating tide in a gulf, with and without friction [1], predicts values for the amplitude and phase of the elevation in agreement with the data; values for the amplitude of the current are also obtained. It is concluded that in both gulfs: 1) the cooscillating tides are dominant and 2) the effect of bottom friction over the elevation and currents is negligible but it causes an appreciable phase lag which increases with distance. It is postulated that the observed differences between the data and the predictions are mainly due to horizontal density gradients.

INTRODUCCION

Las mareas en cuerpos semicerrados de agua, tales como mares adyacentes, golfos y estuarios, tienen doble origen. El primero se refiere a la fuerza de atracción gravitacional del Sol y la Luna que actúa directamente sobre la masa de agua produciendo las denominadas mareas independientes. El segundo, a la oscilación de la masa de agua allí contenida debido a los cambios exteriores en el nivel del agua, la cual produce las mareas cooscilantes.

En la mayoría de los casos las mareas independientes son despreciables. Esto se refleja claramente en los lagos donde las mareas, necesariamente de tipo independiente, son generalmente insignificantes. Sin embargo, dependiendo de las dimensiones del cuerpo de agua pueden incrementarse considerablemente. Por otra parte, la amplitud de la marea cooscilante está condicionada tanto por la amplitud de la marea fuera del golfo como por las dimensiones del mismo.

Las dimensiones horizontales de un golfo actúan en forma similar en la amplificación de las mareas tanto cooscilantes como independientes. Los factores críticos para determinar el tipo de marea que prevalece son la amplitud de la marea fuera del golfo y su profundidad. Un incremento en la amplitud de la marea externa causa un aumento proporcional de la marea cooscilante, mientras que la marea independiente aumenta aproximadamente en forma proporcional a la raíz cuadrada de la profundidad [2]. Así pues, si la altura de la marea externa es pequeña y el golfo es considerablemente profundo, puede predominar la marea independiente.

En la costa venezolana la marea muestra una transición gradual de diurna al Norte de la Península de la Guajira, hasta semidiurna en el Delta del Orinoco [3,4]. Los cuerpos semicerrados de agua que se encuentran en contacto con estos regímenes son: el Golfo de Venezuela (GV), en el extremo occidental, sujeto a mareas claramente diurnas, y el Golfo de Paria (GP), colindante entre el Mar Caribe y el Océano Atlántico, sujeto a mareas de tipo mixto semidiurno.

El propósito de este trabajo es el de estudiar las características de las mareas en ambos golfos. Con este fin se han recopilado las amplitudes y las fases de la elevación de la marea para los principales componentes armónicos, correspondientes a un considerable número de localidades en ambos golfos. Estas observaciones señalan que en ambos golfos se incrementa considerablemente la altura de la marea, principalmente debido a una gran amplificación de los componentes semidiurnos. Esto ocasiona que la marea en el GV se torne mixta semidiurna y en el GP semidiurna.

Para determinar el tipo de marea causante de esta amplificación se utilizó un modelo numérico unidimensional similar al presentado por Defant [1], el cual despreja las fuerzas externas y los términos advectivos e incluye un término de fricción lineal. Este modelo es relativamente simple por cuanto considera que las aceleraciones son causadas por los gradientes de presión inducidos por la variación de la elevación de la marea en la boca del golfo, y supone que la onda se propaga exclusivamente a lo largo del eje del golfo. Sin embargo, precisamente por su sencillez, en caso de proveer resultados satisfactorios, es capaz de identificar claramente cuáles son los mecanismos dominantes en la generación de las mareas en ambos golfos.

Finalmente, se pretende identificar las principales semejanzas y diferencias en el régimen de mareas de ambos *golfos*, específicamente en referencia a sus períodos naturales de oscilación, el grado de amplificación de la marea, la relevancia de la marea independiente y la importancia del término de fricción.

OBSERVACIONES

En el presente trabajo se utilizaron las constantes de los principales componentes armónicos de la elevación de la marea, correspondientes a un total de 10 localidades en el GP y 4 en el GV, además de una en la Isla de Aruba frente al GV (Fig. 1). Estos valores provienen de diferentes fuentes: Admiralty Tide Tables (Oranjestad en la Isla de Aruba y Gaspar Grande, Port Spain, Point Lisas, Point Fortin, Bonasse, Erin y Pedernales para el GP), National Oceanic and Atmospheric Administration de EE.UU. (Isla Zapara en el GV y Punta Gorda en el GP), Dirección de Cartografía Nacional (Bahía de Amuay en el GV y Puerto de Hierro en el GP), Dirección de Hidrografía y Navegación (Punta Perret en el GV), Comisión Intergubernamental del Caribe (Staubles Bay en el GP) y Fornerrino y Molines [5] (Casusay en el GV).

Sólo se han considerado cuatro componentes armónicos: dos semidiurnos (M2 y S2) y dos diurnos (K1 y O1).

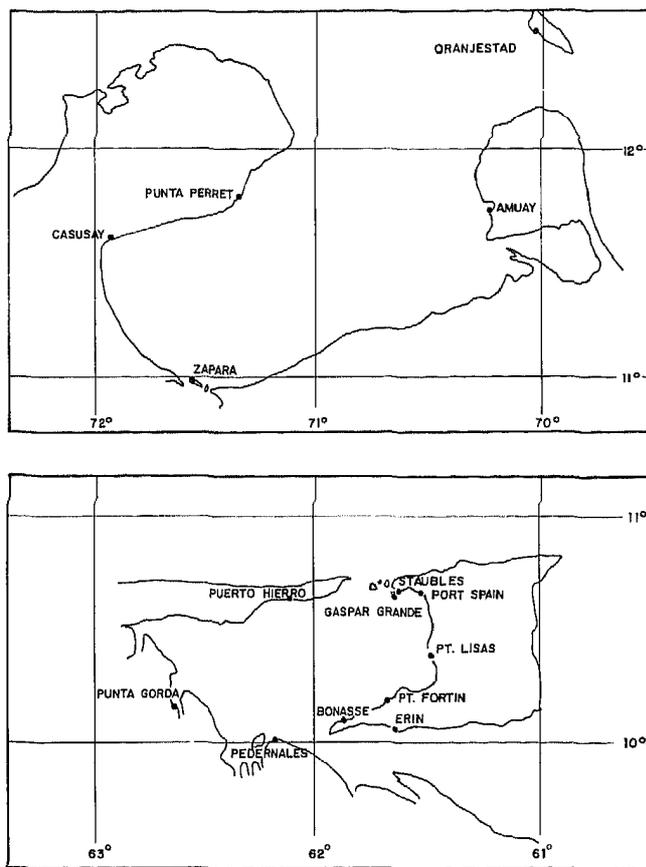


Fig. 1. Localidades en los GV y GP donde se conocen la amplitud y fase de la elevación de la marea.

En todos los casos, M2 es claramente dominante. Sin embargo, existen otros componentes, N2 y P1, que no han sido estudiados y cuya amplitud puede ser comparable a S2, K1 y O1. Esto se debe a que el Admiralty Tide Tables no provee las constantes correspondientes a estos últimos, y a la certidumbre de que los componentes seleccionados son suficientes para ilustrar los principales procesos que tienen lugar en ambos golfos. En lo referente a corrientes de marea no se dispone, hasta la fecha, de ninguna constante, pero gracias a varios programas de mediciones que INTEVEP, S.A., adelanta en ambas zonas, se prevee que próximamente se dispondrá de las constantes armónicas para varias localidades en ambos golfos.

Las Tablas 1 y 2 resumen las constantes correspondientes a los componentes armónicos M2, S2, K1 y O1 en las localidades señaladas; la amplitud viene dada en centímetros y la fase, corresponde a la longitud local y tiempo de Greenwich, en grados. Se puede observar claramente cómo la amplitud de la elevación de la marea aumenta considerablemente desde la boca hacia la cabeza

Localidad	Componente								Número de Forma
	M2		S2		K1		O1		
Oranjestad	4,0	154	2,0	82	9,0	240	6,0	222	2,50
Amuay	9,2	228	1,6	165	11,1	233	7,1	225	1,69
Punta Perret	25,3	245	4,0	175	10,0	221	7,5	251	0,60
Casusay	39,6	240	-	-	-	-	-	-	-
Zapara	40,6	245	4,4	169	13,3	234	8,4	219	0,48

TABLA 1. Observaciones de la amplitud (cm) y fase referida a la hora Greenwich (°) para los componentes M2, S2, K1 y O1, en el GV.

Localidad	Componente								Número de Forma
	M2		S2		K1		O1		
Staubles Bay	24,5	105	8,0	261	9,8	246	6,8	239	0,51
Gaspar Grande	29,0	109	7,0	275	7,0	244	6,0	247	0,36
Port Spain	25,0	126	8,0	262	9,0	248	7,0	240	0,53
Point Lisas	38,0	122	12,0	265	12,0	244	8,0	229	0,40
Bonasse	47,0	126	19,0	284	11,0	243	8,0	238	0,29
Point Fortin	45,0	119	13,0	281	8,0	248	7,0	229	0,26
Puerto Hierro	45,4	116	14,8	267	10,8	244	8,3	228	0,32
Erin	61,0	116	21,0	259	9,0	251	9,0	229	0,22
Perdernalles	59,0	140	19,0	280	10,0	256	9,0	240	0,24
Punta Gorda	81,0	143	24,0	298	12,6	254	8,7	238	0,20

TABLA 2. Observaciones de la amplitud (cm) y fase referida a la hora Greenwich (°) para los componentes M2, S2, K1 y O1, en el GP.

de ambos golfos, y cómo simultáneamente se produce un progresivo desfase de la onda. Estos efectos son mucho más acentuados para los componentes semidiurnos, lo cual para la amplitud se refleja en el cambio del número de forma o número característico de la marea. Este número está definido por la relación de las amplitudes diurnas y semidiurnas de los principales componentes, $F = (K1 + O1) / (M2 + S2)$, y permite clasificar los diferentes tipos de marea. La marea se considera diurna para F mayor que 3,0; mixta diurna si F está comprendido entre 1,5 y 3,0; mixta semidiurna si F oscila entre 0,25 y 1,5 y semidiurna si F es menor de 0,25. Así pues, en el caso del GV la marea pasa de mixta diurna a mixta semidiurna, mientras que en el GP cambia de mixta semidiurna a totalmente semidiurna.

MODELO NUMERICO

El modelo numérico aquí utilizado está basado en el modelo de Defant [1], en el cual se considera que el golfo

tiene forma elongada (es decir, esencialmente unidimensional), tal como muestra la Fig. 2.

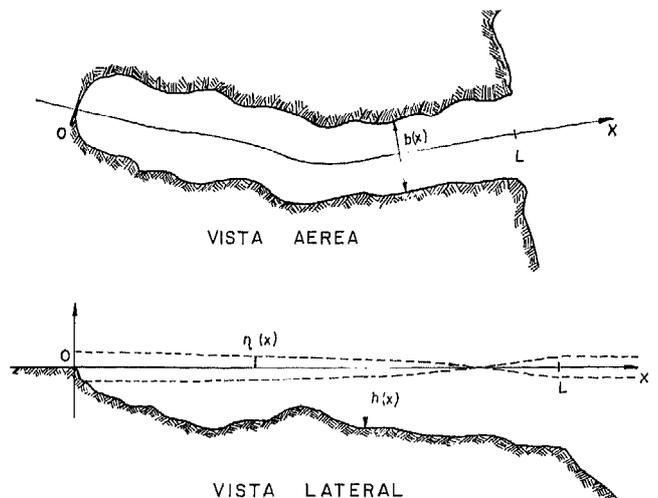


Fig. 2. Representación esquemática de la cooscilación de la marea en un golfo elongado.

En este sentido, la onda de marea:

Penetra simultáneamente en todos los puntos de la boca del golfo. Esto se presenta adecuadamente mediante la condición de borde que establece que el nivel del agua en la boca debe seguir el movimiento vertical de la marea fuera del golfo.

- Se propaga exclusivamente a lo largo del eje principal. Esto es equivalente a suponer que los movimientos horizontales transversales son cero y, en particular, a despreciar los efectos de rotación de la tierra.

Las ecuaciones de continuidad y momento utilizadas son:

$$\frac{\partial (Au)}{\partial x} + b \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (2)$$

donde u es la velocidad de la corriente; η es la elevación de la superficie del agua; A es el área de la sección que puede expresarse como el producto del ancho, b , y profundidad, h , promedios; ρ es la densidad del agua; g es la aceleración de gravedad; y τ es el esfuerzo cortante a una profundidad z .

Las condiciones de borde que se deben satisfacer son: (a) la velocidad debe ser cero en la cabeza del golfo, $u(x=0) = 0$, y (b) la elevación debe seguir el movimiento vertical del nivel del mar en la boca del golfo, es decir, si $\eta = \sum \eta_i$, entonces para cada componente i se debe satisfacer $\eta_i(x=L) = H_i \cos(\omega_i t + \alpha_i)$, donde H_i , ω_i y α_i son la amplitud, frecuencia y fase del componente i en el océano frente al golfo.

Las otras aproximaciones utilizadas en este modelo son:

- Los términos inerciales son despreciables; esto es razonable en el caso de las mareas en un golfo donde los cambios temporales son relativamente rápidos, mientras que las distancias horizontales están limitadas por las dimensiones del golfo. Es decir, se requiere que $\partial u / \partial t \gg u \partial u / \partial x$, o a partir de un análisis dimensional, $L \gg UT$. Los valores característicos de L , U y T para las mareas en los golfos considerados son $L = 150$ km, $U = 0,5$ m/s y $T = 12,4$ horas, lo que implica $L \approx 7UT$.

La fuerza generadora de la marea (componente horizontal de la atracción del Sol y de la Luna en conjunto con la fuerza centrífuga, originada por la rotación de la Tierra alrededor del centro de masa de los sistemas Tierra-Luna

y Tierra-Sol) es despreciable. Esto es equivalente a obviar las mareas independientes. La bondad de esta aproximación será discutida posteriormente.

- La densidad se supone espacialmente constante. Esta aproximación está en clara contradicción con reportes de la zona [6,7] e introduce un error, cuya magnitud puede ser evaluada mediante el grado de inexactitud de las predicciones obtenidas.

- Los movimientos verticales son despreciables.

Las Ecs. (1) y (2) pueden ser integradas verticalmente desde el nivel cero del agua hasta el fondo (despreciando la contribución proveniente de las variaciones en la superficie del agua) para obtener:

$$\frac{\partial (Au)}{\partial x} + b \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{\rho h} (\tau_s - \tau_b) \quad (4)$$

donde la velocidad u ahora corresponde al promedio vertical, τ_s es el esfuerzo cortante en la superficie y τ_b es el esfuerzo cortante en el fondo.

El esfuerzo cortante en la superficie en la ausencia de viento es despreciable ($\tau_s = 0$), mientras que en el fondo puede ser aproximado por un término de fricción cuadrático de la forma $\tau_b = k \rho |u| u$, donde k es un coeficiente de fricción [8]. La Ec. (4) toma la forma:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{k}{h} |u| u \quad (5)$$

Para obtener una solución numérica explícita es necesario convertir el término de fricción en lineal. Esto puede hacerse en forma adecuada para los componentes armónicos siguiendo la sugerencia de Proudman [9], la cual considera que la energía perdida por fricción durante un ciclo de marea debe ser la misma, ya sea utilizando una ley de fricción lineal o cuadrática. Siguiendo este procedimiento, la Ec. (5) puede reescribirse de la forma (para los detalles ver [9] ó [10]):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{2\pi}{\gamma} u \quad (6)$$

donde γ representa un tiempo de decaimiento, cuyo valor viene dado por $\gamma = (6\pi^2 h) / (8kU)$, siendo U la amplitud de la corriente de marea. Con base en las observaciones de Taylor [8] sobre la disipación de la energía en el Mar de Irlanda, Proudman [9] obtuvo para el coeficiente de fricción un valor de $k = 0,0025$.

Antes de proceder con la solución numérica de las Ecs. (3) y (6) es instructivo considerar la solución analítica para un canal rectangular ($A = bh$, donde b y h son constantes) en la ausencia de fricción. En este caso las ecuaciones se reducen a:

$$h \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

sujetas a las condiciones de borde $u(x=0) = 0$ y $\eta(x=L) = H \cos(\omega t + \alpha)$, donde $\omega = 2\pi/T$, siendo T el período de la marea.

La solución de este sistema es una onda estacionaria que puede ser interpretada como la superposición de una onda de marea proveniente de la boca del golfo y su reflexión, con igual amplitud en la cabeza del golfo:

$$\eta = H \frac{\cos(\pi x/l)}{\cos(\pi L/l)} \cos(\omega t + \alpha) \quad (9a)$$

$$u = H \left(\frac{h}{g}\right)^{1/2} \frac{\sin(\pi x/l)}{\cos(\pi L/l)} \sin(\omega t + \alpha) \quad (9b)$$

donde $l = (T/2)(gh)^{1/2} = \lambda/2$, siendo λ la longitud de la onda de marea (ondas incidente y reflejada). Obsérvese que la condición de resonancia corresponde a $L = (2n + 1)\lambda/4$, donde n es un número entero. Es decir, si la longitud del golfo es cercana a un múltiplo impar de la cuarta parte de la longitud de onda, entonces la amplitud de la onda de marea dentro del golfo es considerablemente amplificada.

Cuando el área y ancho del golfo cambian con la distancia y se incluye el término de fricción, es necesario resolver numéricamente el sistema formado por las Ecs. (3) y (6), sujeto a las condiciones de borde antes mencionadas. Con este fin se elige para la elevación una solución de la forma:

$$\eta(x,t) = Z_1(x) \cos \omega t + Z_2(x) \sin \omega t \quad (10a)$$

y para la velocidad una forma similar, pero con un desfase de $\pi/2$ detrás de la elevación (tal como se obtiene en la solución analítica del caso simple anterior):

$$u(x,t) = U_1(x) \sin \omega t - U_2(x) \cos \omega t \quad (10b)$$

Sustituyendo estas soluciones en (3) y (6) se obtiene:

$$\partial(AU_1)/\partial x = bZ_1\omega \quad (11)$$

$$\partial(AU_2)/\partial x = bZ_2\omega \quad (12)$$

$$g \partial Z_1/\partial x = -\omega U_1 - cU_2 \quad (13)$$

$$g \partial Z_2/\partial x = -\omega U_2 + cU_1 \quad (14)$$

donde $c = 2\pi/\gamma$ puede interpretarse como una frecuencia de decaimiento. Estas ecuaciones en diferencias finitas toman la forma:

$$\delta(AU_1) = bZ_1\omega \delta x \quad (15)$$

$$\delta(AU_2) = bZ_2\omega \delta x \quad (16)$$

$$\delta Z_1 = -\delta x/g (\omega U_1 + cU_2) \quad (17)$$

$$\delta Z_2 = -\delta x/g (\omega U_2 - cU_1) \quad (18)$$

El procedimiento que se debe seguir consiste en dividir el golfo en un número adecuado de secciones, cada una de ellas aproximadamente perpendicular al eje del golfo y con una profundidad característica. La distancia entre las secciones y el ancho y profundidad de cada una de ellas se fijan utilizando un mapa batimétrico adecuado. A partir de la condición de borde para la velocidad y el conocimiento de la amplitud de la elevación, ambos en la cabeza del golfo, se puede proceder con las Ecs. (15) y (18) para calcular los valores de la velocidad y elevación para las restantes secciones. Es decir, se seleccionan $U_1(x=0) = U_2(x=0) = 0$, de tal forma que $U(x=0) = 0$, y valores de $Z_1(x=0) = Z_{10}$, $Z_2(x=0) = Z_{20}$, tal que $Z(x=0) = (Z_{10}^2 + Z_{20}^2)^{1/2} = Z_0$, donde Z_0 es el valor de la amplitud en la cabeza del golfo para el componente que se está considerando. A continuación se utilizan las Ecs. (17) y (18) para obtener los valores de Z_1 y Z_2 en secciones impares, y las Ecs. (15) y (16) para obtener los valores de U_1 y U_2 en las secciones pares. En las secciones pares la frecuencia de decaimiento es evaluada utilizando $c = 2\pi/\gamma = (8kU)/(3\pi h)$, donde el valor de U viene dado por $U = (U_1^2 + U_2^2)^{1/2}$.

El desfase que sufre la marea al penetrar al golfo debido al término de fricción puede calcularse de la forma siguiente. Para una posición x_k donde el desfase, $\delta_k = \delta(x_k)$ es conocido, se evalúa la fase θ , correspondiente a la solución para η (Ec. 10a); es decir:

$$Z_{1k} \cos(\omega t - \theta) + Z_{2k} \sin(\omega t - \theta) = Z_k \cos(\omega t - \delta_k) \quad (19)$$

donde $Z_{1k} = Z_1(x_k)$, $Z_{2k} = Z_2(x_k)$ y $Z_k = (Z_{1k}^2 + Z_{2k}^2)^{1/2}$

Una vez determinado θ , a partir de esta ecuación y utilizando las amplitudes $Z_1(x)$ y $Z_2(x)$, se puede calcular el valor del desfase δ para cualquier otra posición.

Las Figs. 3 y 4 muestran la batimetría (profundidades en metros) de ambos golfos, y las Figs. 5 y 6 muestran la partición utilizada. Como se puede observar, para el GP la abertura de Boca de Serpiente ha sido totalmente despreciada. Esto será justificado posteriormente a raíz de la bondad de los resultados obtenidos utilizando esta aproximación.

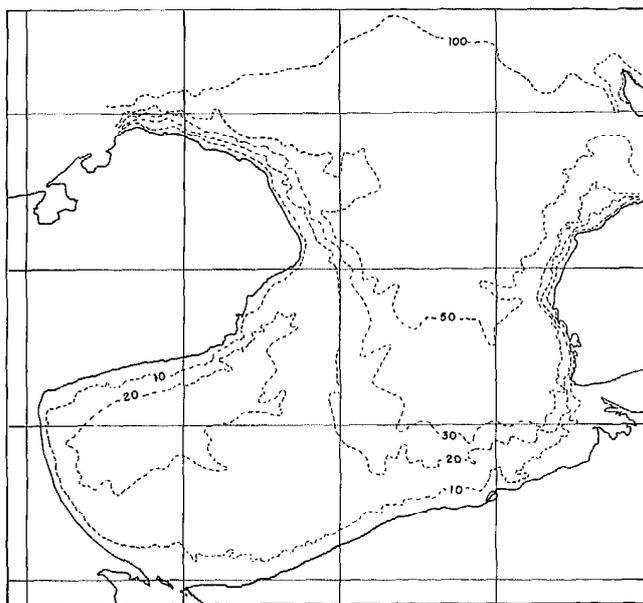


Fig. 3. Batimetría del GV (profundidades en metros).

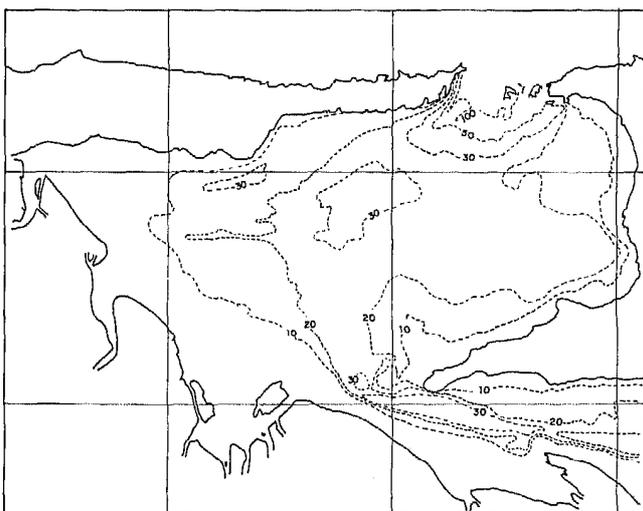


Fig. 4. Batimetría del GP (profundidades en metros).

RESULTADOS

El modelo arriba descrito ha sido utilizado para predecir la amplitud de la elevación y corriente de marea a lo largo de ambos golfos. Estos cálculos se han realizado para los componentes M2, S2, K1 y O1 para dos casos: sin fricción ($k = 0$) y con fricción ($k = 0,0025$); para este último caso también se ha calculado la fase de la marea.

Las predicciones para el GV se comparan con las observaciones allí existentes en las Figs. 7 a 10, mientras que

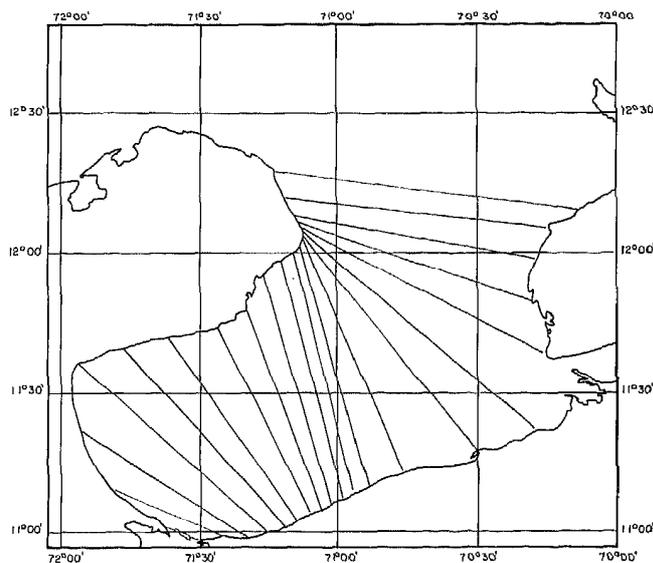


Fig. 5. Partición utilizada para el modelaje de la marea en el GV.

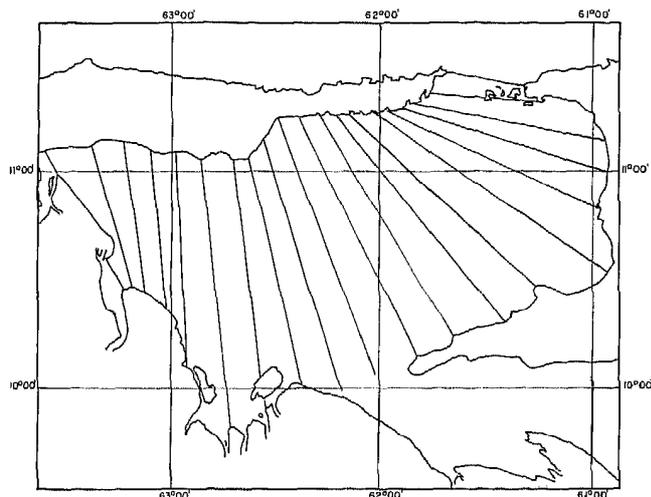


Fig. 6. Partición utilizada para el modelaje de la marea en el GP.

las predicciones y observaciones para el GP se presentan en las Figs. 11 a 14. En las Figs. 7, 8, 11 y 12 los trazos continuos unen los valores calculados. En estas figuras el eje vertical representa la amplitud de la elevación y corriente de marea, y la fase de la elevación, mientras que el eje horizontal representa la distancia a lo largo del eje central del golfo; las marcas en este último eje indican la posición de las secciones. En las Figs. 9, 10, 13 y 14 se presentan las líneas de igual amplitud y fase según predicciones del modelo, mientras que los valores de las observaciones están indicados sobre la costa.

Golfo de Venezuela

En la Fig. 7a se muestran las predicciones de la amplitud de la elevación y corriente de marea para el componente M2, para los casos sin y con fricción (curvas continuas y a trazos, respectivamente). En la curva de la corriente de marea, el efecto de la fricción es tan pequeño que no se puede apreciar. La Fig. 7b muestra el cambio de fase de la elevación para el componente M2 en el caso en que se toma en cuenta la fricción. La fase para Oranjestad no ha sido incluida debido a que esta localidad se encuentra al otro lado de un punto nodal [6], lo que introduce grandes cambios de fase que no son reproducibles con este modelo.

La comparación entre predicciones y observaciones para la amplitud y fase de la elevación se puede considerar como buena. En relación con la amplitud de la elevación se puede observar que existe una aparente discrepancia en el golfo exterior, donde las observaciones son algo menores que los resultados del modelo. No es posible evaluar el grado de exactitud de las predicciones para la corriente de marea por carecerse de las observaciones pertinentes.

En la Fig. 8 se presentan las predicciones de la amplitud de la elevación para los componentes S2, K1 y O1. Puede apreciarse que la comparación es adecuada tanto para el componente semidiurno como para los diurnos.

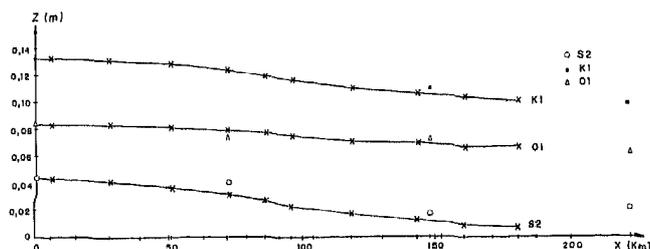


Fig. 8. Amplitud de la elevación de la marea para los componentes S2, K1 y O1 a lo largo del GV.

Las Figs. 9 y 10 muestran la predicción de la variación espacial de la amplitud y fase para el componente M2 de la elevación de la marea en el GV, y los valores observados en los puntos de la costa donde existen mediciones. Nótese que, de acuerdo con una de las hipótesis del modelo, las líneas de igual amplitud y fase son paralelas a las secciones en que se ha dividido el golfo.

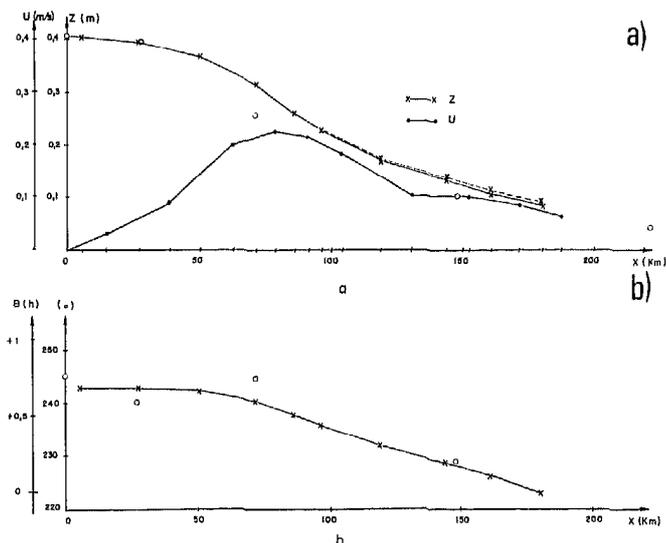


Fig. 7. a) Amplitud de la elevación y corriente de marea para el componente M2 a lo largo del GV. b) Fase del componente M2 de la elevación de la marea a lo largo del GV.

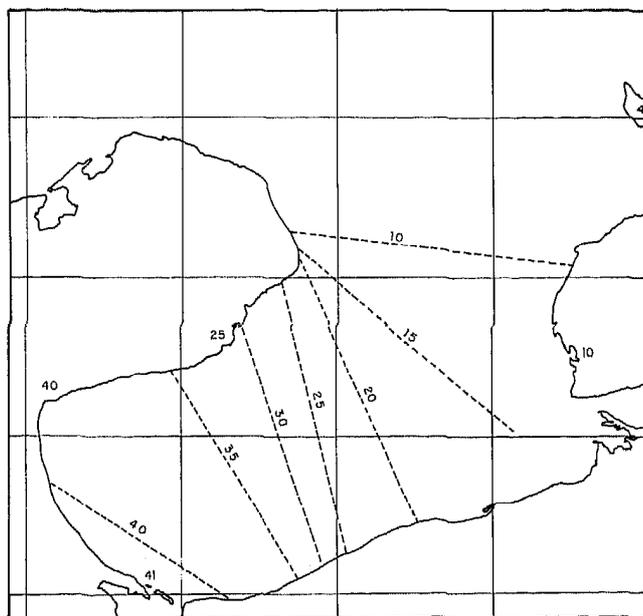


Fig. 9. Variación espacial de la amplitud de la elevación de la marea en el GV.

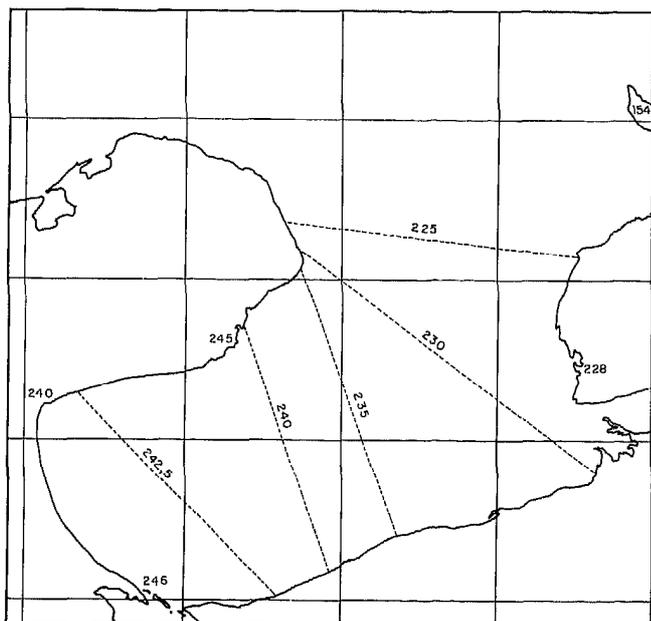


Fig. 10. Variación espacial de la fase de la elevación de la marea en el GV.

Golfo de Paria

En la Fig. 11a se presentan las predicciones de la amplitud de la elevación y corriente de marea para el componente M2, para los casos sin y con fricción (curvas continuas y a trazos, respectivamente). La Fig. 11b muestra el valor de la fase de la elevación para este componente en el caso con fricción.

A pesar de la compleja morfología de la costa dentro del golfo y la presencia de una segunda entrada (Boca de Serpiente), los resultados del modelo pueden considerarse adecuados. En las predicciones de la amplitud de la elevación se presenta una discrepancia similar a la observada en el componente M2 para el GV. En ella, la amplitud predicha es apreciablemente menor que la que se refleja de las observaciones. Este efecto es también aparente en la predicción de la fase de la elevación en el GP; si se ignora el valor de la fase en Port Spain, el desfase que ocurre a lo largo del golfo es considerablemente mayor que el calculado. Los cambios causados por la inclusión de la fricción sobre la amplitud y fase de la elevación y la amplitud de la corriente de marea son similares a los que ocurren en el GV. Al igual que en el GV, no es posible evaluar las predicciones para la corriente de marea por carecer de las observaciones respectivas.

En la Fig. 12 se muestran las predicciones de la amplitud de la elevación para los otros 3 componentes. A pesar

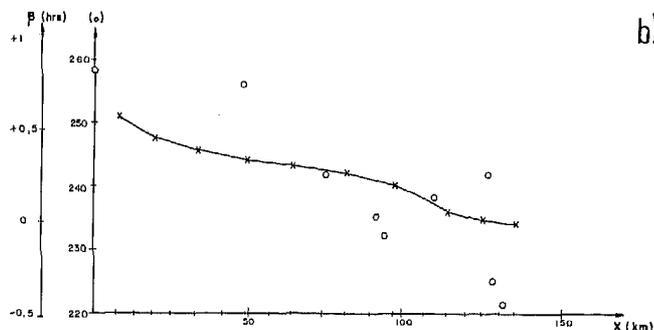
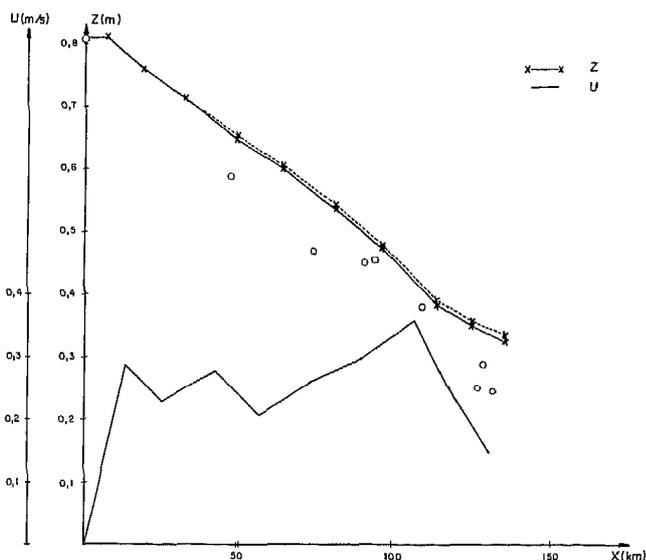


Fig. 11. a) Amplitud de la elevación y corriente de marea para el componente M2 a lo largo del GP. b) Fase del componente M2 de la elevación de la marea a lo largo del GP.

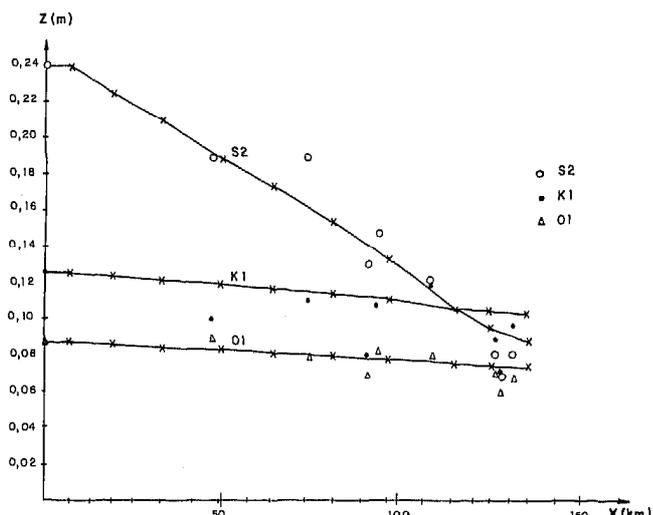


Fig. 12. Amplitud de la elevación de la marea para los componentes S2, K1 y O1 a lo largo del GP.

de que éstas siguen la tendencia mostrada por las observaciones, no reflejan el detalle de las mismas. Esta considerable dispersión que se observa aquí, al igual que en la fase de la componente M2, parece ser atribuible más a la complejidad de la costa (pequeñas bahías, caños, etc., en los puntos de observación) que a la entrada de la onda de marea por la segunda abertura del golfo. De hecho, si se supone que las observaciones son correctas, sólo a esta complejidad es atribuible la inversión que ocurre en los valores de la amplitud y fase de la elevación entre diversas posiciones a lo largo del golfo. También en estos componentes se presenta la circunstancia de que la predicción de la amplificación es algo menor que la que se traduce de los datos.

Las Figs. 13 y 14 presentan la predicción de la variación espacial de la amplitud y fase para la componente M2 de la elevación de la marea en el GP, y su comparación con las observaciones de la costa. Conviene destacar que la presencia de Boca de Serpiente no se manifiesta en las observaciones, lo que causa que en el margen Sur del golfo las predicciones sean buenas.

DISCUSION

Amplificación de los componentes

El grado de amplificación de la marea dentro de un golfo está determinado por sus dimensiones. Así pues, en la medida en que las dimensiones del golfo sean tales que el nodo de su modo natural de oscilación se encuentre

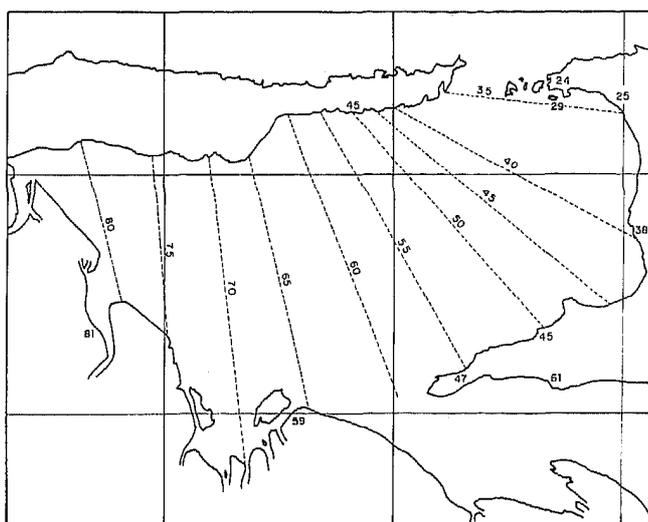


Fig. 13. Variación espacial de la amplitud de la elevación de la marea en el GP.

cerca de la boca del golfo, la amplificación de la marea dentro del mismo será incrementada. En el caso de un golfo de sección rectangular esta condición crítica o de resonancia, corresponde a un golfo, cuya longitud es un múltiplo impar de la cuarta parte de la longitud de onda de la marea, o equivalentemente, cuyo período es un múltiplo impar de la mitad del período de la marea.

Para un golfo de sección no rectangular la condición de resonancia debe ser obtenida numéricamente. Sin embargo, si la profundidad es aproximadamente constante la longitud de onda no es alterada, en concordancia con el hecho de que la velocidad de onda sólo depende de la profundidad, y por tanto, la condición de resonancia es la misma que para un golfo de sección rectangular.

El período natural de oscilación para lagos de sección variable puede calcularse utilizando el método sugerido por Proudman [9]. Este método consiste en admitir soluciones de la forma:

$$\eta = Z(x) \cos(\omega t + \alpha) \quad (20a)$$

$$u = U(x) \sin(\omega t + \alpha) \quad (20b)$$

para las Ecs. (3) y (6). En la ausencia de fricción, el resultado de introducir estas soluciones y combinar ambas ecuaciones conduce a una ecuación diferencial ordinaria de segundo grado:

$$\frac{d}{dx} \left[A(x) \frac{dZ(x)}{dx} \right] + \frac{4\pi^2}{gT_n^2} b(x) Z(x) = 0 \quad (21)$$

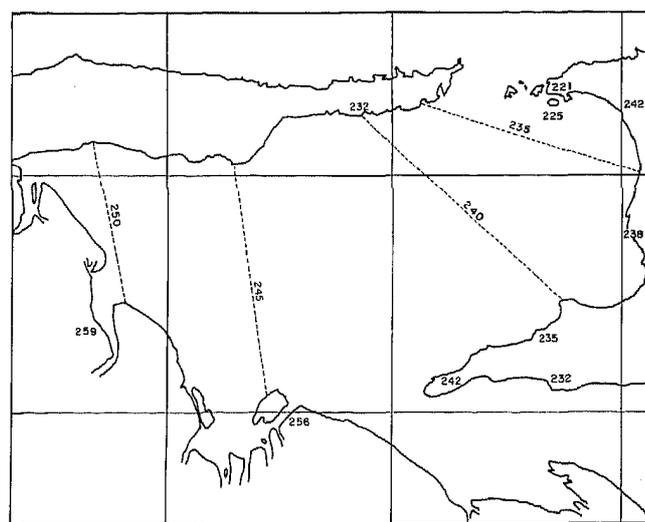


Fig. 14. Variación espacial de la fase de la elevación de la marea en el GP.

que puede ser resuelta numéricamente para obtener el período natural de oscilación T_n :

$$T_n = \left[\frac{-1}{\frac{d}{dx} \left(A(x) \frac{dZ(x)}{dx} \right)} \left(\frac{4\pi^2 b(x) Z(x)}{g} \right) \right]^{1/2} \quad (22)$$

Nótese que la Ec. (21) para el caso de ancho y profundidad constantes tiene solución de la forma $Z(x) = Z_0 \cos(\pi x/L)$, y la Ec. (22) puede reducirse a $T_n = 2L/(gh)^{1/2}$.

Este método puede ser utilizado también para determinar el período natural de golfos de sección variable. Para ello, basta suponer que el golfo corresponde a la mitad de un lago y que el período así calculado corresponde al doble del período de oscilación del golfo. Los resultados obtenidos son $T_n = 6,4$ horas para el GV y $T_n = 7,0$ horas para el GP.

Si se considera que en primera aproximación la amplificación de la marea viene dada por el factor $[\cos(\pi L/l)]^{-1} = [\cos(\pi T_n/T)]^{-1}$ (ver Ec. (9)), entonces se pueden obtener estimados de la amplificación para cada componente. En la Tabla 3 se compara la amplificación así obtenida con aquella calculada numéricamente y la inferida a partir de las observaciones para el componente M2. Los valores estimados claramente corresponden a una situación idealizada que no se reproduce al resolver numéricamente las ecuaciones. Sin embargo, la amplificación real es bastante superior a la predicha por el modelo, existiendo una discrepancia entre las predicciones y las observaciones de la amplitud, claramente visible lejos de la cabeza de ambos golfos. Esta diferencia se discute en la sección correspondiente a los gradientes horizontales de densidad.

Amplificación	Estimada	Numérica	Real
Golfo de Venezuela	17,6	4,9	10,2
Golfo de Paria	5,1	2,5	3,2

TABLA 3. Amplificación del componente M2 en los GV y GP: Estimada a partir de sus períodos naturales de oscilación, Numérica correspondiente al modelo utilizado y Real con base en las observaciones.

Importancia de la marea independiente

Una de las hipótesis básicas del modelo es que en ambos golfos las mareas independientes son despreciables frente a las cooscilantes. La bondad de esta hipótesis puede estimarse calculando la magnitud de la marea indepen-

diente en un golfo de sección rectangular constante y profundidad similar a la profundidad promedio del golfo considerado, si se desprecian los efectos debido a la fricción. En este caso, las partículas dentro del golfo se encuentran sujetas a una aceleración horizontal periódica $X = m \cos(\omega t + \alpha)$, donde $m = 3/2 (Mg/E) (R/a)^3$, siendo M la masa de la Luna (o del Sol), E la masa de la Tierra, R el radio de la Tierra y a la distancia entre la Tierra y la Luna (Sol). El sistema consiste en:

$$\frac{\partial (Au)}{\partial x} + b \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + m \cos(\omega t + \alpha) \quad (24)$$

sujeto a las condiciones de borde $u(x=0) = 0$ y $u(x=L) = 0$.

La solución de este sistema es [2]:

$$\eta = \frac{m}{g} \frac{T(gh)^{1/2}}{2\pi \cos(\pi L/l)} \sin \left[\frac{\pi L}{l} (x-L) \right] \cos(\omega t + \alpha) \quad (25a)$$

$$u = \frac{mT}{\pi \cos(\pi L/l)} \sin \left(\frac{\pi L x}{2l} \right) \sin \left[\frac{\pi L}{l} (x/2-L) \right] \sin(\omega t + \alpha) \quad (25b)$$

En este caso, tanto la amplificación como la condición de resonancia son equivalentes a las de la marea cooscilante (ver Ec. (9)). Por tanto, para conocer la importancia relativa de esta solución basta con evaluar su coeficiente y compararlo con la condición de borde de la marea cooscilante, es decir, con la amplitud de la marea frente al golfo. Para el componente M2 el factor $m/g = 8,57 \times 10^{-8}$ y se encuentra corregido por $(\cos^2 \phi)/2$, donde ϕ es la latitud. Utilizando $T = 44712$ segundos (12,42 horas), $h = 20$ m y $\phi = 11^\circ$ se obtiene que el factor que multiplica la amplitud de la marea es $4,1 \times 10^{-3} / \cos(\pi L/l)$ (en metros). Claramente $4,1 \times 10^{-3}$ es considerablemente menor que el valor de la amplitud del componente M2 frente al GV (4×10^{-2}) y despreciable frente al valor de éste en el GP ($2,5 \times 10^{-1}$).

A pesar de que estos valores son relativamente pequeños (aproximadamente un 10% de los valores de la marea cooscilante) se podría argumentar que su contribución es del mismo orden que la diferencia entre las observaciones y predicciones para el GV. Sin embargo, un estimado obtenido al considerar un golfo de sección rectangular constante de profundidad 20 m muestra que en caso de incluirse esta marea independiente, la elevación resultante dentro del GV no es alterada significativamente. Este resultado se ha obtenido considerando que la amplitud observa-

da en la cabeza del golfo se debe a la resultante de las mareas cooscilante e independiente, y calculando las contribuciones correspondientes a lo largo del golfo (Fig. 15). Recuérdese que la amplificación en un golfo real es probablemente mucho menor que la calculada para un golfo de sección rectangular constante (ver Tabla 3), por lo que la importancia de la marea independiente en esta figura está sobreestimada.

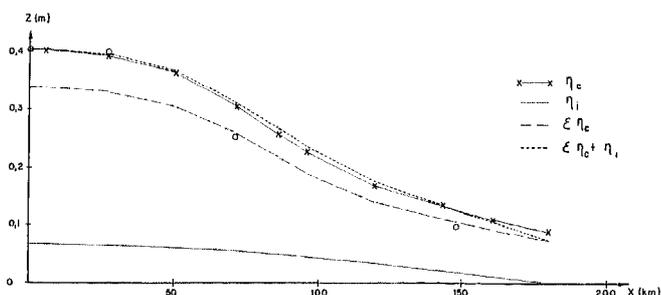


Fig. 15. Elevación de la componente M2 de las mareas cooscilante (η_c) e independiente (η_i) en el GV, y de la marea resultante ($\epsilon\eta_c + \eta_i$) bajo la suposición de que la marea observada en la cabeza del golfo es el resultado del efecto conjunto de ambas.

Importancia de la fricción en el fondo

La fricción en el fondo ha sido evaluada utilizando un término lineal, cuyo coeficiente corresponde al valor obtenido por Proudman [9] con base en observaciones de Taylor [8]. El coeficiente así obtenido es de $k = 0,0025$ que para una corriente de marea de $0,2$ m/s corresponde a un tiempo de decaimiento $\gamma = 3,4$ días. Este valor es similar al que se obtendría utilizando la expresión de Manning para el coeficiente del término de fricción lineal:

$$k' = \frac{n^2 u_b g}{h} \quad (26)$$

Si se utilizan los siguientes valores: coeficiente de rugosidad de Manning $n = 0,025$, velocidad en el fondo $u_b = 0,2$ m/s y profundidad promedio $h = 20$ m, se obtiene $k' = 4,5 \times 10^{-4}$ que corresponde a un tiempo de decaimiento $\gamma = 3,2$ días.

El efecto causado por este término de fricción sobre la amplitud de la elevación y la corriente de marea en ambos golfos es despreciable. Ello se debe a que lejos de la cabeza de estos golfos, las profundidades son considerables, mientras que cerca de ésta, la velocidad se encuentra limitada por la condición de borde.

El término de fricción tiene un segundo efecto sobre la marea dentro de los golfos que es de mucho mayor interés en los casos aquí estudiados. Este efecto es el cambio de fase de la marea (elevación y corriente) a lo largo del golfo. Por ejemplo, para el componente M2 en el GV, la fase de la elevación cambia unos 17° (0,6 horas) entre la boca y cabeza del golfo, mientras que en el GP este cambio es de 20° (0,7 horas) (ver Figs. 7b y 11b). Esto indica que cualquier estadio de la marea ocurrirá progresivamente más tarde, a medida que la onda de marea penetre dentro del golfo.

Papel de los gradientes horizontales de densidad

La comparación entre las observaciones y predicciones de la amplitud de la elevación de la marea muestra que la amplificación real es significativamente mayor que la esperada. Con el fin de descartar una causa numérica para esta diferencia se han realizado predicciones con el modelo para un golfo hipotético de sección rectangular constante, para el cual existe una solución analítica exacta. Con una resolución espacial similar a la utilizada para modelar los Golfos de Venezuela y Paria se obtiene una precisión siempre superior al 1%.

Una revisión de literatura sobre ambas zonas ha revelado, como característica común, la presencia de fuertes gradientes horizontales de salinidad y temperatura, cuya intensidad varía de una época a otra. A menudo también existe considerable estratificación vertical. En la Fig. 16 se muestran las distribuciones superficiales y las secciones verticales para la salinidad y temperatura durante diciembre de 1954 a lo largo del eje del GV [6]. Este mes corresponde a una época en que la descarga proveniente del lago de Maracaibo alcanza valores relativamente altos [11]. En la Fig. 17 se muestran las distribuciones superficiales y las secciones verticales en el GP para la salinidad y

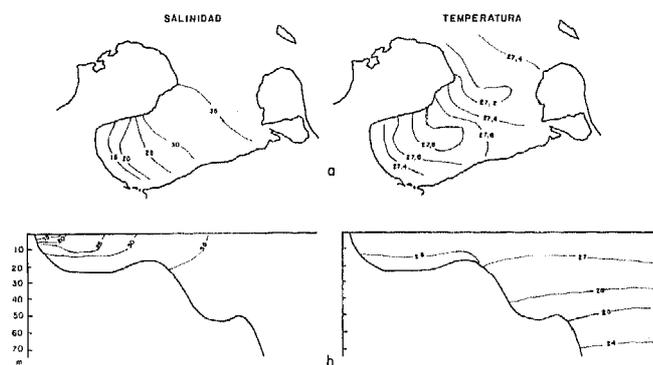


Fig. 16. Salinidad y temperatura en el GV durante diciembre de 1954 [6]. a) Distribución superficial. b) Sección vertical a lo largo del eje del golfo.

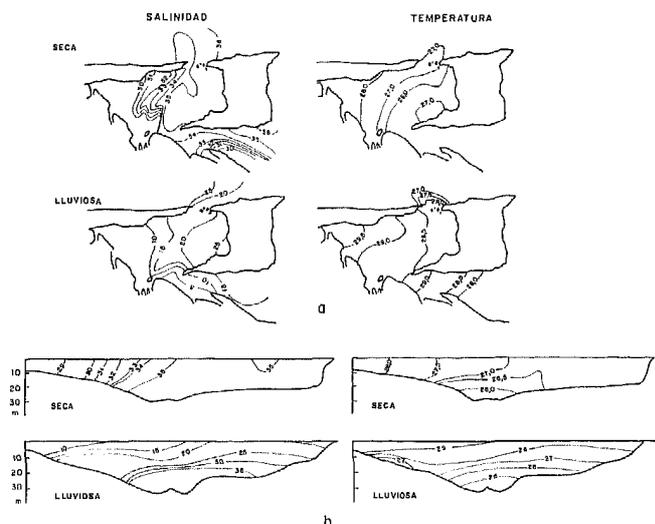


Fig. 17. Salinidad y temperatura en el GP durante las épocas seca y lluviosa [7]. a. Distribución superficial. b. Sección vertical a lo largo de los 10° 25' lat. N. durante la época seca y 10° 27' lat. N durante la época lluviosa.

temperatura, correspondientes a las épocas seca y lluviosa [7]. Un aspecto relevante de estas figuras es que los máximos gradientes horizontales de salinidad y temperatura se encuentran bien localizados y su posición parece estar asociada con la ocurrencia de la discrepancia entre predicciones y observaciones. Así pues, en el GV, las predicciones (realizadas en dirección hacia la boca a partir del valor de la amplitud en la cabeza del golfo) son adecuadas en Casusay, pero dejan de serlo para Punta Perret, siendo precisamente entre estas dos localidades donde ocurre la variación máxima de la densidad. Por otra parte, en el GP, la discrepancia aparece ya en Pedernales, siendo así que entre Punta Gorda y Pedernales existen considerables variaciones en la densidad, y se hace máxima cerca de la boca del golfo. Para analizar cuidadosamente la hipótesis de densidad constante utilizada por el modelo, es necesario determinar cuál es el término que se desprecia y hacer un estimado de su magnitud. Si se permiten variaciones horizontales de la densidad, $\rho = \rho(x)$, las ecuaciones de continuidad y momento son:

$$\frac{\partial(Au)}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (28a)$$

$$p = g\rho(\eta - z) \quad (28b)$$

Integrando verticalmente y despreciando el término de fricción, así como los términos de segundo orden, se obtiene:

$$\frac{\partial(Au)}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{gh}{2\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (30)$$

El término nuevo causado por las variaciones horizontales de la densidad es $(gh/2\rho) \partial \rho / \partial x$. Para ambos golfos $\partial / \partial x$ es positivo y, por tanto, este término se opone a $-g \partial \eta / \partial x$, lo cual sugiere una mayor amplificación de la elevación de la marea. Esto coincide con la interpretación física de que al disminuir la densidad (hacia la cabeza del golfo) para obtener cierto valor de presión se requiere una mayor columna de agua.

Para que el nuevo término sea significativo se requiere que sea comparable al término $-g \partial \eta / \partial x$. A partir de un análisis dimensional de ambos términos se obtiene $(h/2) \Delta \rho / \rho \approx \Delta \eta$. Los valores característicos de h , $\Delta \rho$ y $\Delta \eta$ para ambos golfos son $h = 20 \text{ m}$, $\Delta \rho = 0,01 \text{ g/cm}^3$, $\Delta \eta = 0,5 \text{ m}$, lo que implica $(h \Delta \rho / 2\rho) \approx \Delta \eta / 5$. Nótese que si los gradientes ocurren en distancias más cortas entonces $\Delta \eta$ debe disminuir, lo que ocasiona que el término debido a las variaciones horizontales de la densidad sea proporcionalmente más importante. Cabe destacar que esta modificación de la amplitud de la elevación es probablemente también responsable de que el desfase del estadio de la marea sea mayor en las observaciones que en las predicciones.

La presencia de este nuevo término, no proporcional a η o u , impide la utilización del método numérico aquí descrito. La importancia de la variación horizontal de la densidad está siendo actualmente estudiada con otro método numérico que es capaz de considerar este término, y los resultados obtenidos serán descritos próximamente en otro trabajo.

CONCLUSIONES

Los períodos naturales de resonancia para los Golfos de Venezuela y Paria son de 6,4 y 7,0 horas respectivamente, bastante cercanos a la mitad del período de la marea semidiurna (6,21 horas). Esto causa que en ambos golfos la marea semidiurna esté considerablemente amplificada (Tabla 3).

La marea en estos golfos puede ser predicha aproximadamente con un modelo unidimensional de cooscilación en un golfo similar al desarrollado por Defant [1]. De ello se concluye que las mareas allí presentes son esencialmente de tipo cooscilante. Bajo la suposición de que tanto la marea cooscilante como la independiente sufren igual grado de amplificación (lo que es cierto para un golfo de sección rectangular constante), se puede evaluar la importancia de la marea independiente si se compara el factor que la multiplica ($4,1 \times 10^{-3}$ para el componente M2 en aguas de 10 m de profundidad y a 11° de latitud) con la amplitud de la marea frente a la boca de los golfos (4×10^{-2} y $2,5 \times 10^{-1}$ para el componente M2 frente al GV y GP respectivamente). Este cálculo sugiere que la marea independiente no sobrepasa el 10% y el 2% de la marea cooscilante para los Golfos de Venezuela y Paria, respectivamente.

El término de fricción es despreciable en cuanto a su efecto sobre la amplitud de la elevación y corriente de marea. Sin embargo, es importante al causar un progresivo desfase del estadio de la marea desde la boca hacia la cabeza de ambos golfos. El desfase máximo entre estos extremos es de 0,6 horas para el GV y 0,7 horas para el GP. De aquí se deduce que la fricción del fondo es mayor en el GP, puesto que a pesar de su menor longitud, el desfase es ligeramente mayor. Ello se debe a sus profundidades algo menores, y mayores corrientes de marea.

Los fuertes gradientes de densidad en ambos golfos, al causar un incremento en la amplificación de la elevación de la marea, parecen ser responsables de la discrepancia entre las predicciones y observaciones de la elevación de la marea. Este aspecto, de notable interés para la predicción de mareas en estuarios y lagunas, puede ser estudiado con un modelo numérico unidimensional de diferencias finitas que calcule la evolución de la elevación y corriente con el tiempo. Los resultados de este estudio son el tema de una próxima publicación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores están agradecidos a Beatriz Alonso por su colaboración en la elaboración de las figuras. Las observaciones utilizadas en este artículo han sido recopiladas como parte del proyecto "Meteorología y Oceanografía Regional y de Sitios Específicos" que lleva a cabo la Unidad de Meteorología y Oceanografía de INTEVEP, S.A.

REFERENCIAS

1. DEFANT, A. Untersuchungen über die Gezeitenerscheinungen in Mittelund Randmeeren, in Buchten und Kanalen. *Deukschr. Akad. Wiss. Wien*, 86: 57-174. 1919.
2. DEFANT, A. *Physical Oceanography*. Vol. 2, Oxford; Pergamon, viii+598 p. 1961.
3. HERRERA, L.E.; FEBRES, G.E.; AVILA, R.G. Las mareas en aguas venezolanas y su amplificación en la región del Delta del Orinoco. *Acta Cient. Venezolana*, 32: 299-306. 1981.
4. KJERFVE, B. Tides in the Caribbean Sea. *J. Geophys. Res.*, 86: 4243-4247. 1981.
5. FORNERINO, M.; MOLINES, J.M. Modelo numérico hidrodinámico del Golfo de Venezuela. Trabajo presentado en las *V Jornadas Nacionales de Ingeniería Hidráulica*, Caracas, 26 al 28 de junio de 1985.
6. REDFIELD, A.C. The Hydrography of the Gulf of Venezuela. *Deep Sea Res.*, 3 (suppl.): 115-133. 1965.
7. GADE, H.G. On Some Oceanographic Observations in the South Eastern Caribbean Sea and the Adjacent Atlantic Ocean with Special Reference to the Influence of the Orinoco River. *Bol. Inst. Oceanogr. Univ. Oriente*, 1: 287-342. 1961.
8. TAYLOR, G.I. Tidal Friction in the Irish Sea. *Phil. Trans. Royal Soc. A*, 220: 1-33. 1919.
9. PROUDMAN, J. *Dynamical Oceanography*. London; Methuen, 409 p. 1953.
10. IPPEN, A. T. Tidal Dynamics in Estuaries. Part I: Estuaries of Rectangular Section. En *Estuary and Coastline Hydrodynamics*, Ippen, A.T. (Ed.), New York; McGraw-Hill, xvii+744 p. 1966.
11. CARTER, D.B. *Report on the Water Balance of the Maracaibo Basin*. Technical Report, Woods Hole Oceanographic Institution. 5 p., February 15, 1954.

Recibido: 08-08-85
Aprobado: 18-11-85