Crisis de fundamentos en las Matemáticas españolas a finales del siglo XIX*

José M. Pacheco Castelao

I.

Comenzaré haciendo algunas reflexiones acerca de la definición de "Matemáticas" y de sus implicaciones. No se debe olvidar que la palabra Matemáticas proviene del griego "μαυεσισ" cuyo significado viene a ser el de "explicación". También la palabra griega "μαυετησ", que quiere decir alumno o discípulo, posee la misma raiz. Esta es la causa por la que a veces parece redundante hablar de Didáctica de las Matemáticas; Si esta Ciencia, en sí, constituye una explicación, resulta difícil admitir que necesite a su vez tantas explicaciones.

Para entender lo anterior se puede dar multitud de razones. Aquí comentaré dos que me parecen las más interesantes.

En primer lugar, la actividad del matemático consiste en manipular una serie de conceptos o ideas de acuerdo con ciertas estipulaciones o reglas. Los resultados de este trabajo consisten en establecer nuevas relaciones entre los conceptos o definir algunos nuevos que permitan comprender mejor el mundo circundante. Las reglas antes citadas reciben el nombre de "Cálculos", y los hay de diferentes clases; así tienen Uds. el cálculo aritmético, el cálculo diferencial, etc. Por regla general, la enseñanza de las Matemáticas consiste en aprender los cálculos . En segundo lugar, hay que tener encuenta que las Matemáticas, como ciencia, tiende a estudiarse a sí misma, de forma que los resultados de los trabajos se expresan en lenguajes muy formalizados y que cada vez resultan más incomprensibles para los profanos.

Estas dos razones suelen aducirse para iniciar tareas acerca de cómo mostrar al público en general la manera más sencilla de acceder al conocimiento de las Matemáticas. Veamos algunas ideas más a este respecto.

II.

Al darse cuenta de las dificultades citadas antes u otras análogas aparece una tentanción difícil de resistir entre quienes enseñan Matemáticas: La de intentar alclarar los conceptos recurriendo a la evolución histórica de los mismos. Esto es un ejercicio arriesgado y de ejecución complicada. Las Matemáticas, como creación del hombre, se hallan sometidas a los avatares de las modas, de la política y de los usos sociales en cada época.

De todas maneras, parecen reconcerse dos corrientes en la historia de las Matemáticas cuyo fluir es más o menos paralelo: La primera es la elaboración de los cálculos correspondientes a la necesidades técnicas, culturales o sociales de cada momento histórico. La segunda es el trabajo de sedimentación y fundamentación formal de los cálculos, esto es, la búsqueda de la consistencia lógica de los hechos matemáticos.

A veces estas dos corrientes se entremezclan, y esos son los momentos o crisis más fecundos de la historia de las Matemáticas. Así, los Elementos de Euclides fundamentan un conjunto de saberes aritmético-geométricos provinientes de las culturas mesopotámicas. Arquímedes provee sólidas demostraciones de resultados del cálculo integral. Newton, Leibniz y los Bernouilli establecen el Cálculo, Diferencial recogiendo la herencia de muchos geómetras y Euler, provee un gigantesco corpus matemático que exigió la obra de Gauss y todo el desarrollo matemático del siglo XIX para su fundamentación rigurosa. En esta idea, podemos ver que el siglo XIX es el verdadero siglo de las Matemáticas: Salvo desarrollos y formulaciones nuevas, lenguajes más o menos sofisticados o evoluciones hacia mayores generalidades, las Matemáticas de hoy día están aun profundísimamente enraizadas en el XIX.

---

* Conferencia pronunciada en abril de 1990, en la clausura de las III Jornadas didácticas de los E.U. F.P.E.G.J. de Las Palmas.

III.

ablaremos ahora de las Mate- españolas del XIX. Siguien- costumbre, el XIX español se e considerar como la época 1830 y 1914. La primera es el final del reinado de ndo VII y 1914 es la irrup- de los conflictos generalizados internacionalización de los os históricos y culturales.

ara nuestro fin, el siglo XIX ienza con el cierre generaliza- de las Universidades Españolas e 1830 y 1834. Este cierre hizo la cultura matemática se con- ara en Centros como las Aca- ias militares o los Institutos. más, ese cierre se mantuvo, en del centralismo, de un modo tro hasta bien entrado el siglo , cuando la Universidad Central la única que podía expedir ctorados. El siglo XIX matemá- o español termina con la vuelta España en 1914 de Rey Pastor s su estancia en Alemania.

Hay tres textos básicos para onocer el desarrollo matemático pañol en el XIX:

1.- El discurso de Echegaray "Historia de las Matemáticas puras n nuestra España", pronunciado nte la academia de Ciencias el 11-III-1866 ([8], 161-190).

2.- El artículo de García de Galdeano [9] en la revista L'Enseignement Mathematique en 1899, y

3.- La conferencia de Rey Pastor en Valladolid en 1915, "El progreso de las Ciencias en España y el progreso de España en las Ciencias" ante la Asociación para el progreso de las Ciencias ([8], 458-478).

Estos tres documentos presentan caracteres muy diferentes: Echegaray se lamenta amargamente del subdesarrollo cultural español, en esencial del matemático; García de Galdeano es reflexivo y serio e intenta resaltar lo bueno y novedoso de la escasa contribución española; finalmente Rey Pastor opina críticamente acerca de lo producido en nuestro país y de sus perspectivas de futuro. En la fig. 1 (ver al final del texto) se muestra una cronología sumaria.

IV.

A partir de los textos citados pasaremos revista a la evoluciónn de los conocimientos matemáticos en la España del XIX.

A lo largo del XVIII se produce la incorporación del Cálculo Infinitesimal en España. Parece demostrado que se introdujo a través de las Academias militares y de la Universidad de Salamanca[4], donde fue explicado por Juan Justo García[7]. Queda constancia de ello en el "Examen marítimo". En esta época, final del siglo de las luces se comprendían las matemáticas españolas en los tratados de B. Bails (entre 1772 y 1783), de Vallejo (a partir de 1817) y el citado de García[7].

Durante los años 20 del siglo XIX tiene lugar la crisis de fundamentos en el Análisis Matemático debida a Cauchy, a quien se debe una definición rigurosa del concepto de infinitesimo y muchos resultados basados en esa concepción. Esta crisis no parece afectar a los matemáticos de nuestro país. Veámoslo:

En 1828 el Teniente de Ingenieros García San Pedro publica el tratado "Cálculos diferencial e integral", que, en sucesivas refundiciones se usó como texto en la Academia de Ingenieros hasta más allá de 1900 [2], [21]. En este texto describe el autor la teoría de los "incrementos ideales", con objeto de no utilizar el paso al límite. En efecto, la herramienta básica del cálculo es el cociente incremental $\Delta F/\Delta x$, al que el autor denomina "la disposición a variar" de F. Así:

$$\Delta F/\Delta x = h^{-1}\ (F(x+h) - F(x))$$

donde hace falta saber quién es $F(x+h)$. Como para $h=0$ se ha de cumplir que $F(x+0)=F(x)$, nuestro autor concluye que ha de ser:

$$F(x+h) = F(x) + h^{\alpha}\ F'(x,h)$$

donde $\alpha > o$ para que el segundo sumando se anule si $h=0$. De la misma manera, $F'(x,h)$ se descompodrá en:

$$F'\ (x+h) = A + h^{\beta}F''\ (x,h)$$

donde A no depende de h. De igal modo:

$$F''(x+h) = B + h^{\gamma}F'''(x,h)$$

$$F'''(x+h) + C + h^{\sigma}F^{iv}(x,h)$$

luego en general se tendrá:

$$F(x+h) = F(x) + Ah^{\alpha} + Bh^{\alpha+\beta+\gamma}\ldots = F(x) + h^{\alpha}(\ldots)$$

Según esto, basta hallar A, B. etc. Tras ingeniosos desarrollos demuestra que A es la primera derivada, etc. En todo el proceso, para evitar el paso al límite con h tendiendo a 0, el autor denomina a h un "incremento ideal", y a $F(x+h)$ el incremento ideal de F y establece un cálculo muy interesante para la manipulación de esas entidades. Lo que el autor no ve claro es que el producto h^{α} (...) se anule cuando h es cero. (ver [21]), p.ej., no he encontrado el texto original de García de San Pedro).

De todo modos, en este texto y otros análogos, aunque anclados en las descripciones del Cálculo de finales del XVIII, se plantea de forma clara, aunque sin consecuencias, el problema de presentar con coherencia los resultados prácticos del Cálculo Infinitesimal y los fundamentos básicos de la terоría. Véase también el tratado de la Academia de Artillería de Segovia de D. Dámaso Bueno[5].

Hay que resaltar que en la época a que nos referimos ya se conocían en nuestro país los grandes tratados de análisis matemático en los clásicos dos tomos, y aun así hay que esperar a 1882 a que el Profesor S. Archilla publique su libro "Principios fundamentales del Cálculo Diferencial"[1], que origina una serie de textos como el de Clariana[5], Villafañe[22] hasta Rey Pastor[18].

V.

La geometría es otra de las áreas de interés para los matemáticos españoles del XIX. Recordemos que en el año 1854 se produce la fundamentación por Riemann de la Geometría[19] en un texto básico para la Geometría Fiferencial. Sin embarbo, en un primer momento este avance pasa desapercibido en España. Aquí existe una preocupación de carácter más didáctico y se nota la influencia de los profesores de los niveles básicos en la producción científica. Esta es una consecuencia del cierre de las Universidades, sin duda.

En especial, las aplicaciones de los números complejos a la geometría es un problema que se trata con frecuencia. Esta idea viene originada por la introducción por Hamilton (1833 al 1835) de los cuaterniones y pretende formalizar la geometría tridimensional. El texto español esencial, y destacable por su originalidad es el tratado de Rey Heredia[17] del que he tenido ocasión de ocuparme en otro lugar[14]. La concepción de este tratado es singular: Muestra, basándose en ciertas ideas del filósofo Kant que los números complejos pueden identificarse con las diferentes direcciones del plano mediante el siguiente y curioso razonamiento (ver fig.1):

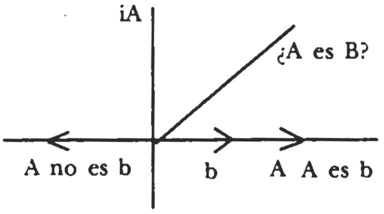

Figura 1
Geometría compleja de Rey Heredia

Si "A es B" se representa sobre un segmento sobre una semirrecta a partir de un origen dado, entonces "A no es B" se representa por el segmento opuesto sobre la recta. El juicio "A queda fuera del concepto B" se representará mediante segmentos emanados del mismo origen pero con diferentes grados de inclinación que representan la intensidad con que A es o no de la clase B. Por tanto, el caso de absoluta indiferencia de A acerca de B será el segmento perpendicular, y simbólicamente lo representa nuestro autor por iA.

Para demostrar que $i^2=-1$ encontramos en uno de los sucesores de Rey Heredia, el Profesor Navarro[13] el siguiente razonamiento (ver fig. 2):

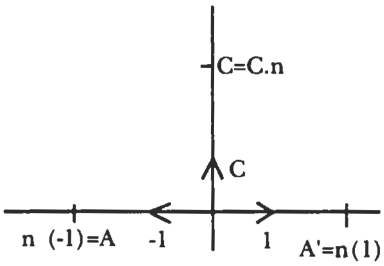

Figura 2
Demostración de Navarro acerca de $i^2 = -1$.

La posición de OC respecto de OA es como la de OA' respecto de OC (perpendiculares), y como entre las longitudes se cumple lo mismo (!) tendremos:

$$nl/nc = nc/n(-1)$$

Luego: $\quad n l n(-1) = ncnc$
de donde: $\quad n^2(-1) = n^2 c^2$
o bien: $\quad c2 = -1$
luego $\quad c = i$

El tratado de Rey Heredia se utilizó como fuente para diferentes vulgarizaciones, a pesar de ser un libro duro y complicado. Ya hemos citado al Prof. Navarro, y aparecen también Domínguez Hervella, de la Academia Naval, Rochano, del Instituto de Granada[6,20], y curiosamente aparece aun esta teoría expuesta en el texto de Lubelza, de la Escuela de Minas en 1908[12]. Nótese que en esta época ya circulaba en España el texto de Hoüel "Des quantités complexes", que incluye la teoría general de la superficie de Riemann y los últimos avances en la fecha (1874)[10]. Todo esto pasa desapercibido para los geómetras españoles, más preocupados con la fundamentación que con el avance.

VI.

Volviendo por un momento a las ideas acerca del cálculo infinitesimal, las preocupaciones acerca de infinitos einfinitésimos son patentes en los textos españoles. Las disquisiciones son largas, complejas y farragosas, y los trabajos de Cantor acerca de las bases de la teoría de conjuntos llegan tarde a nuestro país. Citeré el texto del ingeniero de Caminos Sr. Portuondo sobre el infinito[16] y el texto, de nuevo de la Escuela de Minas[15] de Pérez Muñoz, que recoge, ya en 1914, las nociones del álge-