



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA  
Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes  
y Aplicaciones Numéricas en la Ingeniería



Máster en Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería

TFM

**Estudio de los efectos de interacción estructura-suelo-estructura sobre la respuesta sísmica de edificios pilotados en función del tipo de onda sísmica y su ángulo de incidencia.**

**Autor: Guillermo Manuel Álamo Meneses**

**Tutores: Luis A. Padrón Hernández  
Juan J. Aznárez González**



# Agradecimientos

Agradecer el enorme trabajo realizado por mis dos tutores. A los Drs. D. Luis A. Padrón Hernández y D. Juan J. Aznárez González, quienes han hecho posible el presente documento mediante su experiencia y sus grandes explicaciones. Agradecerles el haberme iniciado en el mundo de la investigación y haber puesto todos los recursos a mi alcance para que pudiera realizar con éxito el presente trabajo; sin ninguna duda, han afianzado mi interés por la docencia y la investigación y espero poder seguir trabajando junto a ellos los próximos años de mi formación.

Este trabajo ha sido posible gracias a la financiación obtenida del Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO), la Agencia Canaria de Investigación, Innovación y Sociedad de la Información (ACIISI) del Gobierno de Canarias y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER) a través de los Proyectos de Investigación BIA2010-21399-C02-01 y ProID20100224.



# Índice de contenidos

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.3. Revisión bibliográfica . . . . .	3
1.4. Estructura del documento . . . . .	4
<b>2. Modelo MEC-FEM para el análisis dinámico de cimentaciones y estructuras pilotadas</b>	<b>5</b>
2.1. Introducción . . . . .	5
2.2. Ecuaciones de elementos de contorno para el suelo . . . . .	6
2.3. Ecuaciones de elementos finitos para la cimentación pilotada . . . . .	8
2.3.1. Ecuación de movimiento . . . . .	8
2.3.2. Definición del elemento viga . . . . .	8
2.3.3. Fuerzas sobre el pilote . . . . .	10
2.3.4. Sistema de ecuaciones para el pilote simple . . . . .	11
2.4. Acoplamiento MEC-MEF . . . . .	12
2.5. Formulación del encepado rígido . . . . .	13
2.5.1. Restricciones cinemáticas . . . . .	14
2.5.2. Ecuaciones de equilibrio . . . . .	15
2.6. Modelo para las estructuras pilotadas . . . . .	16
2.6.1. Introducción . . . . .	16
2.6.2. Relaciones cinemáticas . . . . .	17
2.6.3. Matriz de rigidez de entreplanta . . . . .	18
2.7. Ensamblaje de la matriz global del sistema . . . . .	20
<b>3. Campo incidente producido por ondas SH y SV con un ángulo de incidencia genérico</b>	<b>23</b>
3.1. Introducción . . . . .	23
3.2. Fundamentos . . . . .	23
3.3. Onda SH incidente . . . . .	26
3.4. Onda SV incidente . . . . .	27
3.5. Implementación del campo incidente en la formulación . . . . .	30
3.6. Implementación del modelo en el código. Tratamiento de la simetría . . . . .	31
<b>4. Resultados</b>	<b>35</b>
4.1. Definición del problema tridimensional . . . . .	35
4.1.1. Tratamiento de la simetría . . . . .	36
4.1.2. Parámetros del problema . . . . .	39
4.1.3. Discretización de la superficie libre . . . . .	40
4.1.4. Obtención del valor de cortante . . . . .	41

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

4.2. Definición del problema bidimensional . . . . .	42
4.2.1. Modelo de validación. Método de los Elementos de Contorno bidimensional. . . . .	43
4.3. Variación del cortante máx. sin amortiguamiento en el campo incidente . . . .	44
4.3.1. Grupo de tres edificios iguales . . . . .	46
4.3.2. Grupo de tres edificios, edificio central distinto . . . . .	58
4.3.3. Grupo de dos edificios iguales . . . . .	69
4.4. Influencia de la distancia de separación ( $D$ ) . . . . .	71
4.4.1. Ondas SH . . . . .	71
4.4.2. Ondas SV . . . . .	74
4.5. Efectos en los desplazamientos de la superficie . . . . .	79
4.5.1. Modelo en 2 dimensiones. Problema de un elemento enterrado . . . . .	79
4.5.2. Efecto en la superficie de la presencia de los elementos de cimentación y superestructura. . . . .	86
<b>5. Conclusiones y desarrollo futuro</b>	<b>93</b>
5.1. Resumen y conclusiones . . . . .	93
5.2. Líneas futuras . . . . .	95
<b>Referencias</b>	<b>98</b>
<b>I Apéndices</b>	<b>99</b>
<b>A. Métodos para eliminar el amortiguamiento del campo incidente</b>	<b>101</b>
<b>B. Variación de la frecuencia de pico en función de la distancia de separación</b>	<b>109</b>
<b>C. Respuesta de los encepados</b>	<b>115</b>
<b>D. Resultados obtenidos empleando una cimentación de menor dimensión</b>	<b>127</b>

# Índice de figuras

2.1.	Representación de las líneas de carga . . . . .	6
2.2.	Definición del elementos finito . . . . .	9
2.3.	Fuerzas puntuales externas (izquierda) y tensiones a lo largo de la interfase pilote-suelo, definidas sobre un elemento genérico . . . . .	11
2.4.	Pilote de referencia (r) y pilote periférico (p) . . . . .	14
2.5.	Esquema bidimensional del modelo de estructuras pilotadas . . . . .	16
2.6.	Grados de libertad para el acoplamiento entre pilares y encepado . . . . .	17
2.7.	Estructura de la matriz de coeficientes $\mathcal{A}$ del sistema . . . . .	21
3.1.	Representación de los ejes en el semiespacio . . . . .	24
3.2.	Parámetros para definir el problema de incidencia inclinada . . . . .	24
3.3.	Definición de la dirección de propagación y desplazamientos de los tipos de onda . . . . .	25
3.4.	Ángulos y amplitudes para el caso de onda SH incidente . . . . .	27
3.5.	Ángulos y amplitudes para el caso de onda SV incidente . . . . .	28
3.6.	Fenómenos de reflexión de ondas para pilotes embebidos en el terreno . . . . .	31
4.1.	Grupo de edificios . . . . .	35
4.2.	Parámetros y grados de libertad del problema . . . . .	36
4.3.	Discretización del problema. En sombreado la parte que se discretiza, en discontinuo el resultado de aplicar las simetrías . . . . .	37
4.4.	Casos de simetría para la onda SH . . . . .	38
4.5.	Casos de simetría para la onda SV . . . . .	38
4.6.	Mallado de la superficie libre para diferentes distancias de separación entre edificios $h/b = 2$ . . . . .	41
4.7.	Parámetros del problema bidimensional. . . . .	43
4.8.	Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . . . . .	47
4.9.	Variación del cortante máximo en función de la posición dentro del grupo. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . . . . .	48
4.10.	Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 5$ . . . . .	51
4.11.	Variación del cortante máximo en función de la posición dentro del grupo. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 5$ . . . . .	52
4.12.	Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . . . . .	54

4.13. Variación del cortante máximo en función de la posición dentro del grupo. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . . . . .	55
4.14. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez $h/b = 5$ . . . . .	56
4.15. Variación del cortante máximo en función de la posición dentro del grupo. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez $h/b = 5$ . . . . .	57
4.16. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios exteriores de esbeltez $h/b = 2$ , edificio central de esbeltez $h/b = 3$ . . . . .	59
4.17. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios exteriores de esbeltez $h/b = 2$ , edificio central de esbeltez $h/b = 5$ . . . . .	60
4.18. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios exteriores de esbeltez $h/b = 5$ , edificio central de esbeltez $h/b = 2$ . . . . .	62
4.19. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios exteriores de esbeltez $h/b = 5$ , edificio central de esbeltez $h/b = 4$ . . . . .	63
4.20. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios exteriores de esbeltez $h/b = 2$ , edificio central de esbeltez $h/b = 3$ . . . . .	65
4.21. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios exteriores de esbeltez $h/b = 2$ , edificio central de esbeltez $h/b = 5$ . . . . .	66
4.22. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios exteriores de esbeltez $h/b = 5$ , edificio central de esbeltez $h/b = 2$ . . . . .	67
4.23. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios exteriores de esbeltez $h/b = 5$ , edificio central de esbeltez $h/b = 4$ . . . . .	68
4.24. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Comparación entre dos edificios $h/b = 2$ (continuo) y edificios exteriores de esbeltez $h/b = 2$ , edificio central de esbeltez $h/b = 5$ (discontinuo). . . . .	70
4.25. Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Ondas SH . . . . .	72
4.26. Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Ondas SH . . . . .	73
4.27. Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Ondas SV . . . . .	75
4.28. Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Ondas SV . . . . .	76



4.29. Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Ondas SV . . . . .	78
4.30. Desplazamientos horizontales de los puntos de la superficie debidos a la presencia de un elemento enterrado. Valor de frecuencia $a_0 = 0.05$ . . . . .	81
4.31. Desplazamientos horizontales de los puntos de la superficie debidos a la presencia de un elemento enterrado. Valor de frecuencia $a_0 = 0.125$ . . . . .	82
4.32. Desplazamientos horizontales de los puntos de la superficie debidos a la presencia de un elemento enterrado. Valor de frecuencia $a_0 = 0.225$ . . . . .	83
4.33. Desplazamientos horizontales de los puntos de la superficie debidos a la presencia de un elemento enterrado. Valor de frecuencia $a_0 = 0.425$ . . . . .	84
4.34. Desplazamientos horizontales de los puntos de la superficie debidos a la presencia de un elemento enterrado. Valor de frecuencia $a_0 = 0.825$ . . . . .	85
4.35. Desplazamientos horizontales de los puntos situados en la línea central de la superficie debidos a la presencia de la cimentación. Estudio del efecto de la presencia de superestructura. Valor de frecuencia inferior a la natural de la estructura: $a_0 = 0.05$ . . . . .	87
4.36. Desplazamientos horizontales de los puntos situados en la línea central de la superficie debidos a la presencia de la cimentación. Estudio del efecto de la presencia de superestructura. Valor de frecuencia igual a la natural de la estructura: $a_0 = 0.078$ . . . . .	88
4.37. Desplazamientos horizontales de los puntos situados en la línea central de la superficie debidos a la presencia de la cimentación. Estudio del efecto de la presencia de superestructura. Valor de frecuencia superior a la natural de la estructura: $a_0 = 0.1$ . . . . .	89
4.38. Desplazamientos horizontales de los puntos situados en la línea central de la superficie debidos a la presencia de la cimentación. Estudio del efecto de la presencia de superestructura. Valor de frecuencia muy superior a la natural de la estructura: $a_0 = 0.6$ . . . . .	90
A.1. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Corrección mediante un campo incidente no amortiguado. . . . .	102
A.2. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Corrección mediante el edificio solo en su misma posición. . . . .	103
A.3. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Corrección mediante un campo incidente no amortiguado. . . . .	104
A.4. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Corrección mediante el edificio solo en su misma posición. . . . .	105
A.5. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Tres edificios de esbeltez $h/b = 5$ y grupo de laterales $h/b = 2$ con central $h/b = 5$ . Comparación entre metodologías. . . . .	106
A.6. Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Tres edificios de esbeltez $h/b = 5$ y grupo de laterales $h/b = 2$ con central $h/b = 5$ . Comparación entre metodologías. . . . .	107

B.1.	Variación de la frecuencia del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia la del edificio solo sobre el terreno. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Ondas SH . . . . .	110
B.2.	Variación de la frecuencia del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia la del edificio solo sobre el terreno. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Ondas SH . . . . .	111
B.3.	Variación de la frecuencia del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia la del edificio solo sobre el terreno. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Ondas SV . . . . .	112
B.4.	Variación de la frecuencia del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia la del edificio solo sobre el terreno. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Ondas SV . . . . .	113
C.1.	Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras $h/b = 2$ . Ondas SV y distancia de separación $D = \lambda/4$ . . . . .	116
C.2.	Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras $h/b = 2$ . Ondas SV y distancia de separación $D = \lambda/3$ . . . . .	117
C.3.	Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras $h/b = 2$ . Ondas SH y distancia de separación $D = \lambda/4$ . . . . .	118
C.4.	Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras $h/b = 2$ . Ondas SH y distancia de separación $D = \lambda/3$ . . . . .	119
C.5.	Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras $h/b = 2$ . Ondas SV y distancia de separación $D = \lambda/4$ . . . . .	121
C.6.	Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras $h/b = 2$ . Ondas SV y distancia de separación $D = \lambda/2$ . . . . .	122
C.7.	Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras $h/b = 2$ . Ondas SH y distancia de separación $D = \lambda/4$ . . . . .	123
C.8.	Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras $h/b = 2$ . Ondas SH y distancia de separación $D = \lambda/2$ . . . . .	124
C.9.	Desplazamientos horizontales en el centro de los elementos enterrados para distintos ángulos de incidencia. Ondas SV y distancia de separación $D = \lambda/4$ ( $h/b = 2$ ). . . . .	126
D.1.	Variación del cortante máximo en función de la posición dentro del grupo. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Comparación entre $s/d = 2.5$ y $s/d = 5$ . . . . .	128
D.2.	Variación del cortante máximo en función de la posición dentro del grupo. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 5$ . Comparación entre $s/d = 2.5$ y $s/d = 5$ . . . . .	130
D.3.	Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Ondas SV . . . . .	132

D.4. Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 5$ . Ondas SV . . . . .	133
D.5. Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Ondas SV . . . . .	134
D.6. Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 5$ . Ondas SV . . . . .	135
D.7. Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez $h/b = 2$ . Ondas SV . . . . .	136
D.8. Desplazamientos horizontales de los encepados para distintas distancias de separación. Ondas SV con un ángulo de incidencia de $\theta_0 = 60^\circ$ . . . . .	138
D.9. Desplazamientos horizontales de los encepados para distintas distancias de separación. Ondas SH con un ángulo de incidencia de $\theta_0 = 60^\circ$ . . . . .	139
D.10. Desplazamientos horizontales de los encepados para distintas distancias de separación. Ondas SV. Comparación entre ángulos de incidencia $\theta_0 = 60^\circ$ y $\theta_0 = 75^\circ$ . . . . .	140
D.11. Desplazamientos horizontales de los encepados para distintas distancias de separación. Ondas SH. Comparación entre ángulos de incidencia $\theta_0 = 60^\circ$ y $\theta_0 = 75^\circ$ . . . . .	140



# Índice de tablas

3.1. Ángulos críticos para una onda incidente SV en función del valor del coeficiente de Poisson del terreno . . . . .	28
3.2. Ángulos de cambio de modo para una onda incidente SV en función del valor del coeficiente de Poisson del terreno . . . . .	30
4.1. Ángulos de incidencia estudiados según el tipo de onda . . . . .	39
4.2. Datos de las mallas empleadas para las distintas configuraciones. . . . .	41



## Introducción

### 1.1 Antecedentes

El presente Trabajo Fin de Máster está integrado en la línea de investigación que llevan a cabo los miembros de la División de Mecánica de Medios Continuos y Estructuras del Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en la Ingeniería (SIANI) de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria en el campo de la Dinámica de Estructuras y, en particular, en el estudio de la influencia de los fenómenos de interacción suelo-estructura en la respuesta de las construcciones frente a solicitaciones sísmicas. En concreto, ha sido de interés en los últimos años el análisis de la respuesta dinámica de estructuras de edificación cimentadas con pilotes. Así, se ha desarrollado e implementado un modelo acoplado de Elementos de Contorno y Elementos Finitos (MEC-MEF) tridimensional armónico, que aprovecha las ventajas de cada metodología para el análisis dinámico directo de este tipo de estructuras. Este modelo cuenta con las ventajas del MEC para representar el terreno donde se cimienta la edificación (su carácter de medio semi-infinito, así como la presencia de ondas sísmicas excitadoras) y la simplificación que supone modelar vigas, pilares y pilotes de la estructura (barras clásicas) con el MEF. Este programa, ya muy desarrollado en la actualidad, ha permitido realizar hasta el momento para cimentaciones constituidas por pilotes hincados verticalmente en el terreno:

- El análisis de la respuesta de cimentaciones pilotadas individuales (impedancias e interacción cinemática)
- El análisis de los esfuerzos inducidos por sismos constituidos por trenes de ondas P, SV, SH y Rayleigh con ángulo de incidencia variable (no vertical)
- El estudio de la respuesta de la superestructura y de otras estructuras cercanas, sometido el conjunto a trenes de ondas sísmicas con incidencia vertical e inclinada.

Este Trabajo Fin de Máster pretende continuar el estudio de los efectos de interacción entre estructuras realizado por el autor en su Proyecto Fin de Carrera [2], en el que se empleó el modelo acoplado para obtener los valores de esfuerzos a cortante de la superestructuras de un grupo de edificaciones pilotadas sometidas a una incidencia sísmica con diferentes ángulos de propagación. No obstante, los resultados presentados en el Proyecto Fin de Carrera incluían, además de los efectos de interacción estructura-suelo-estructura, los efectos del amortiguamiento del campo incidente. En este trabajo, con el objetivo de aislar los efectos de la presencia de estructuras cercanas en las respuestas de las mismas, se eliminará el amortiguamiento del campo incidente. De esta forma, se podrá cuantificar la influencia de los efectos de interacción mutua en función de los parámetros variables del problema (tipo de onda sísmica, ángulo de incidencia de la misma, frecuencia natural del edificio y distancia entre edificios próximos). Además de la configuración de tres edificios iguales, se incorporará en este trabajo una configuración con

el edificio central distinto a los exteriores, para poder estudiar como afecta la presencia de estructuras con características diferentes a los efectos de interacción.

A razón de los resultados obtenidos de los anteriores casos de estudio, se realizará un análisis pormenorizado de la influencia de la distancia de separación en los efectos de interacción entre estructuras. Este análisis permitirá obtener la evolución de los efectos de interacción conforme la distancia entre estructuras se va incrementando.

Este estudio de los efectos de interacción entre estructuras en función del tipo e inclinación de la onda, hasta donde los autores tienen conocimiento, no ha sido abordado anteriormente. Su importancia radica en que, al obtenerse las variaciones de los esfuerzos debidas a la presencia de otras estructuras y del tipo de onda incidente con respecto al que presenta el edificio solo en el terreno bajo incidencia vertical (consideraciones comunes en los cálculos dinámicos), estas variaciones pueden aplicarse como un coeficiente corrector al método de cálculo estándar haciendo que sus resultados se ajusten en mayor medida a la configuración real.

### 1.2 Objetivos

Como se ha comentado, el objetivo principal de este documento es profundizar en el conocimiento de los efectos de interacción estructura-suelo-estructura que se presentan en agrupaciones de edificaciones y que modifican la respuesta dinámica de las mismas en comparación a la que presentarían en el caso de encontrarse de forma individual sobre el terreno, mediante el análisis de la influencia del ángulo de incidencia del tren de ondas sobre esta respuesta. De una forma más detallada, los objetivos planteados para este Trabajo Fin de Máster son:

- Eliminar los efectos del amortiguamiento del campo incidente en los resultados obtenidos con anterioridad para estudiar únicamente los efectos de la interacción estructura-suelo-estructura entre los edificios del grupo.
- Analizar la respuesta en forma de cortante que presentan las diferentes edificaciones dentro de una configuración estructural compuesta por tres edificios iguales en línea, cimentados sobre pilotes verticales, ante trenes de ondas con ángulos de incidencia variable.
- Analizar la respuesta en forma de cortante que presentan las diferentes edificaciones dentro de una configuración estructural compuesta por tres edificios en línea cimentados sobre pilotes verticales, donde los edificios laterales son diferentes al central, ante trenes de ondas con ángulos de incidencia variable.
- Analizar la influencia del ángulo de incidencia y del tipo de onda en la respuesta del sistema en relación con la presencia de edificaciones cercanas.
- Analizar dicha influencia en función de la distancia de separación entre las estructuras y de la frecuencia natural de las mismas.

Sin olvidar el carácter académico de este trabajo, se plantean también una serie de objetivos que permitan al autor del presente trabajo ampliar su formación en el campo de la dinámica de estructuras y los métodos numéricos; así como estar en disposición de utilizar y modificar adecuadamente el software ya disponible para la obtención de resultados. Más detalladamente estos objetivos son:



- Repasar y ampliar los conocimientos teóricos y prácticos relacionados con la dinámica de estructuras y elastodinámica lineal vistas en las asignaturas optativas del Máster 'Dinámica de Estructuras' y 'Simulación Numérica en Elastodinámica'
- Estudiar las bases del Método de los Elementos de Contorno y el Método de los Elementos Finitos, que han servido para el desarrollo del software aplicable al análisis dinámico de estructuras pilotadas.
- Familiarizarse con el lenguaje de programación FORTRAN90, que es el lenguaje empleado en la implementación de los modelos matemáticos que utilizará y modificará. Deberá ser capaz de escribir, compilar y ejecutar sus propios programas en este lenguaje.
- Estudiar con un alto nivel de detalle el programa informático vinculado al modelo acoplado MEC-MEF. Como se ha comentado anteriormente, en el momento actual este código permite el estudio dinámico de estructuras de edificación pilotadas ante trenes de ondas sísmicas con incidencia general.
- Formular e implementar los códigos necesarios para la gestión y tratamiento de los resultados que pretenden obtenerse, tareas necesarias debido al volumen de casos posibles y a las características del análisis paramétrico que desea realizarse.

### 1.3 Revisión bibliográfica

El problema de la interacción entre estructuras cercanas a través del terreno comenzó a estudiarse por Lee y Wesley en un trabajo pionero [10] en el que investigaron la influencia de la interacción estructura-suelo-estructura en la respuesta dinámica de varios reactores nucleares adyacentes, empleando para ello un modelo tridimensional y una solución aproximada para la interacción dinámica a través de bases circulares rígidas. Poco después, Luco y Contesse [12], seguidos por Wong y Trifunac [25], abordaron el problema bidimensional de la interacción entre paredes infinitas bajo ondas SH empleando una solución para la interacción a través de cimentaciones semicirculares semiinfinitas. Posteriormente, Wang y Schmid [24] y Lehmann y Antes [11] emplearon dos modelos acoplados de elementos finitos-elementos de contorno diferentes para investigar la interacción dinámica entre estructuras tridimensionales cimentadas sobre losas cuadradas, siendo el primer estudio para cargas puntuales sobre los nodos estructurales y el segundo para cargas verticales en el terreno entre las dos estructuras. Recientemente, se han publicado artículos sobre la influencia de grandes grupos de edificios, además de la configuración del subsuelo, sobre la respuesta sísmica del sistema total a través de modelos tanto numéricos como experimentales [5, 9, 22].

En lo referente a la incidencia no vertical, los primeros estudios sobre la respuesta de pilotes embebidos en el terreno frente a ondas inclinadas fueron realizados por Mamoon y Ahmad [14] mediante los factores de interacción cinemática de la cimentación. Este artículo fue la base para el siguiente trabajo de Mamoon y Banerjee [15], donde se investigó la respuesta de pilotes individuales y grupos de pilotes a ondas SH. Makris y Badoni [13] también estudiaron el problema de ondas Rayleigh y ondas SH inclinadas mediante el empleo de una aproximación tipo Winkler. Sin embargo, un estudio más exhaustivo fue el realizado por Kaynia y Novak [8], donde se obtuvieron los factores de interacción cinemática de diferentes configuraciones de cimentaciones de pilotes tanto para ondas volumétricas inclinadas como para ondas Rayleigh.

### 1.4 Estructura del documento

A continuación, se expondrá un resumen de los diferentes capítulos del presente documento resaltando los aspectos más destacados de los mismos, así como el contenido general de cada uno de ellos. De este modo, en el capítulo 2 se introducirá el modelo acoplado de elementos de contorno - elementos finitos que se empleará para obtener los resultados. Se describirán las ecuaciones de elementos de contorno empleadas para modelar el terreno, así como el tratamiento mediante elementos finitos de los pilotes; realizando posteriormente el acoplamiento de ambas formulaciones. Por último, se expondrá la forma en la que se incluirán las cimentaciones y las superestructuras dentro del sistema global.

En el capítulo 3, se analizarán las diferentes expresiones del campo incidente en función del tipo de onda y de la inclinación de la misma. Estas expresiones analíticas serán las empleadas para incluir la excitación sísmica dentro de la formulación anterior. Finalmente, se comentará el tratamiento de la simetría empleado en el código.

Una vez introducidas las herramientas empleadas para el análisis, el capítulo 4 muestra los resultados obtenidos para los diferentes casos. En primer lugar se definirá el problema a estudiar, así como el problema bidimensional empleado para validar determinados resultados. A continuación, se estudiarán los casos centrales del trabajo, mostrando las variaciones en los valores de cortante máximo obtenidos para las diferentes configuraciones, analizando la influencia de los diferentes parámetros variables del problema. Debido a los resultados obtenidos, se realizará para una de las configuraciones estudiadas un análisis paramétrico de la distancia de separación entre estructuras. Finalmente, y con ánimo de explicar los resultados, se estudia la influencia de la presencia de la superestructura en los desplazamientos de los puntos de la superficie de su entorno.

Por último, en el capítulo 5 se presentan una serie de conclusiones y análisis de los resultados obtenidos en el capítulo anterior, así como las líneas de investigación futuras que nacen a partir de dichos resultados.

Adicionalmente se incluyen una serie de anexos en los que se complementan los resultados obtenidos.

# Modelo MEC-FEM para el análisis dinámico de cimentaciones y estructuras pilotadas

## 2.1 Introducción

A lo largo de este capítulo, se presentarán las líneas generales del modelo empleado para el cálculo del comportamiento dinámico de las distintas estructuras y cimentaciones de pilotes en este trabajo. Dicho modelo consiste en un acoplamiento entre los métodos de elementos de contorno y elementos finitos, siendo el primero el empleado para modelar el terreno y el segundo para los pilotes. Este modelo ha sido previamente desarrollado y validado por los tutores [17] y se ha empleado en diversos estudios de estructuras pilotadas [18, 19, 26].

A la hora de plantear el método directo de los elementos de contorno aplicado al problema elastodinámico en el dominio de la frecuencia, la ecuación integral en el contorno es generalmente obtenida a partir del teorema de reciprocidad de la elastodinámica, teniendo en cuenta la fuerzas por unidad de volumen. Sin embargo, antes del proceso de discretización que permite plantear el sistema lineal de ecuaciones del método de los elementos de contorno, se asume, en la mayor parte de las aplicaciones, que dichas fuerzas por unidad de volumen son nulas en todo el dominio, lo que permite cancelar el último término de la ecuación integral.

Por contra, el enfoque utilizado en este trabajo, similar al presentado por Matos Filho et al [16] en un modelo estático previo, incluye este término al considerar que las tensiones que aparecen en la interfase pilote-suelo pueden entenderse como fuerzas de volumen que actúan en el interior del dominio. Por otro lado, la rigidez aportada por los pilotes es tenida en cuenta a través de elementos finitos longitudinales que relacionan los desplazamientos de distintos puntos internos del suelo alineados a lo largo del eje del pilote. De este modo, no hay necesidad de discretizar la interfase pilote-suelo utilizando elementos de contorno, con el consiguiente ahorro en grados de libertad. Así, no se considera un vaciado en el suelo, que se modela como un medio continuo.

La sección 2.2 presenta la ecuación integral de contorno para el suelo, donde las fuerzas y las tensiones que aparecen en la interfase pilote-suelo son consideradas como líneas de carga y fuerzas internas que aparecen en el interior del dominio. A continuación, la sección 2.3 expone la formulación de elementos finitos utilizada para modelar los pilotes, con lo que ya es posible realizar el acoplamiento entre los elementos finitos y los elementos de contorno, tal y como se hace en la sección 2.4. Posteriormente, la agrupación de pilotes por medio de encepados rígidos es presentada la sección 2.5, y a partir de ahí, la sección 2.6 aborda el modo en que se introducen en el modelo estructuras cimentadas sobre los grupos de pilotes formulados en los apartados anteriores. La exposición del modelo numérico de elementos de contorno y elementos finitos termina en la sección 2.7, donde se aborda el proceso de ensamblaje del sistema de ecuaciones final.

## 2.2 Ecuaciones de elementos de contorno para el suelo

El terreno es modelado a través del método de los elementos de contorno como una región lineal, homogénea, isótropa, viscoelástica y no acotada, con un módulo de elasticidad transversal complejo  $\mu$  del tipo  $\mu = Re[\mu](1 + 2i\beta)$ , donde  $\beta$  es el coeficiente de amortiguamiento. La ecuación integral en el contorno para un estado elastodinámico definido en un dominio  $\Omega$  con un contorno  $\Gamma$  puede ser escrito de forma general y condensada como

$$\mathbf{c}^l \mathbf{u}^l + \int_{\Gamma} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \mathbf{X} d\Omega \quad (2.1)$$

donde  $\mathbf{c}^l$  es el tensor del término libre en el punto de colocación  $\mathbf{x}^l$ ,  $\mathbf{X}$  son las fuerzas de volumen en el dominio  $\Omega$ ,  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{p}$  son los vectores de desplazamientos y tensiones, y  $\mathbf{u}^*$  y  $\mathbf{p}^*$  son los tensores de la solución fundamental elastodinámica, que representan la respuesta de una región no acotada a una carga armónica unitaria concentrada en un punto  $\mathbf{x}^l$  y con una variación temporal del tipo  $e^{i\omega t}$ .

En gran número de aplicaciones se considera que la fuerzas de volumen  $\mathbf{X}$  son nulas. De aquí en adelante, por contra, se considerará que la interacción pilote-suelo se produce, desde el punto de vista de la ecuación integral, a través de fuerzas internas puntuales situadas en la punta de los pilotes y de líneas de carga repartidas a lo largo del eje de los pilotes. Se considera, por tanto, que la continuidad del suelo no se ve alterada por la presencia de los pilotes. Las líneas de carga dentro del suelo, las tensiones a lo largo de la interfase pilote-suelo, actuando sobre el pilote y en el interior del suelo ( $\mathbf{q}^{p_j} = -\mathbf{q}^{s_j}$ ), y las fuerzas internas puntuales  $F_{p_j}$  en la punta de los pilotes, están representadas en la fig. 2.1, donde se muestra un esquema del modelo.

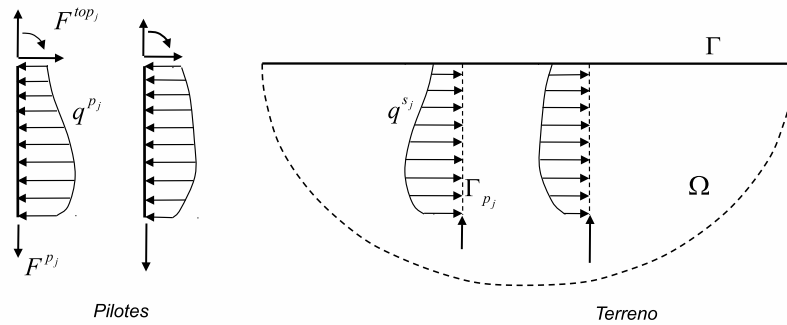


Figura 2.1: Representación de las líneas de carga

De acuerdo a las hipótesis enumeradas anteriormente, la ec. (2.1) puede ser escrita como:

$$\mathbf{c}^l \mathbf{u}^l + \int_{\Gamma} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma + \sum_{j=1}^{n_p} \left[ \int_{\Gamma_{p_j}} \mathbf{u}^* \mathbf{q}^{s_j} d\Gamma_{p_j} - \delta_j \Upsilon_k^j F_{p_j} \right] \quad (2.2)$$

donde  $\Gamma_{p_j}$  es la interfase pilote-suelo a lo largo de la línea de carga  $j$  en el interior del dominio  $\Omega$ ;  $n_p$  es el número total de líneas de carga en el dominio  $\Omega$ ;  $\delta_j$  toma valor unitario si la línea de carga  $j$  contiene a la punta de un pilote flotante, o toma el valor cero en caso contrario; y  $\Upsilon_k^j$  es un vector de tres componentes que representa la contribución de la fuerza axial  $F_{p_j}$  en la punta de la línea de carga  $j$ -ésima.

Los contornos  $\Gamma$  son discretizados por medio de elementos cuadráticos triangulares o cuadriláteros con seis o nueve nodos, respectivamente. Cuando los contorno han sido discretizados, la

ec. (2.2) puede ser escrita para la región  $\Omega$ , en todos los nodos sobre  $\Gamma$  con el fin de obtener una ecuación matricial del tipo:

$$\mathbf{H}^{ss} \mathbf{u}^s - \mathbf{G}^{ss} \mathbf{p}^s - \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{G}^{sp_j} \mathbf{q}^{s_j} + \sum_{j=1}^{n_p} \delta_j \Upsilon^{sj} F_{p_j} = 0 \quad (2.3)$$

donde  $\mathbf{u}^s$  y  $\mathbf{p}^s$  son los vectores de desplazamientos y tensiones nodales de los elementos de contorno;  $\mathbf{H}^{ss}$  y  $\mathbf{G}^{ss}$  son las matrices de coeficientes obtenidas de la integración numérica sobre los elementos de contorno del producto de la solución fundamental por las funciones de forma correspondientes; y  $\mathbf{G}^{sp_j}$  es la matriz de coeficientes obtenida de la integración numérica sobre la línea de carga  $j$  del producto de la solución fundamental por las funciones de interpolación (2.12), cuando la carga unitaria está aplicada sobre  $\Gamma$ .

Por otro lado, la ec. (2.2) será también aplicada sobre los puntos internos que pertenecen a la línea de carga  $\Gamma_{p_i}$ , lo que lleva a la siguiente expresión:

$$\mathbf{c} \mathbf{u}^{p_i} + \mathbf{H}^{p_i s} \mathbf{u}^s - \mathbf{G}^{p_i s} \mathbf{p}^s - \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{G}^{p_i p_j} \mathbf{q}^{s_j} + \sum_{j=1}^{n_p} \delta_j \Upsilon^{p_i j} F_{p_j} = 0 \quad (2.4)$$

donde  $\mathbf{H}^{p_i s}$  y  $\mathbf{G}^{p_i s}$  son matrices de coeficientes obtenidas a través de la integración numérica sobre los elementos de contorno del producto de la solución fundamental por las funciones de forma correspondientes; y  $\mathbf{G}^{p_i p_j}$  es la matriz de coeficientes obtenida a través de la integración numérica sobre la línea de carga  $j$  del producto de la solución fundamental por las funciones de interpolación (2.12), cuando la carga unitaria está aplicada sobre la línea de carga  $\Gamma_{p_i}$ . Aquí,  $\mathbf{u}^{p_i}$  es el vector de desplazamientos nodales de la línea de carga  $i$ , el cual es multiplicado por el vector  $\mathbf{c}$ , que toma el valor  $1/2$  en posiciones correspondientes a nodos del pilote localizados sobre un contorno suave (como en el caso de las cabezas de los pilotes) o toma un valor unitario en los puntos internos. Hay que tener en cuenta que la posición del nodo que define la cabeza del pilote puede coincidir con la posición de algún nodo de la superficie. En este caso existirán dos nodos con idénticas coordenadas espaciales. Entonces, dos de las ecuaciones del sistema, la escrita para el nodo de la superficie y la escrita para el nodo de la línea de carga, serán equivalentes, pero el término libre ocupará diferentes posiciones en la matriz de coeficientes, lo que evitará que se tenga un sistema de ecuaciones singular.

Por otro lado, dado que para pilotes flotantes se considera la existencia de una fuerza axial actuando en la punta, es necesario escribir una ecuación extra. Para ello, la carga puntual debe ser aplicada en la dirección  $x_3$  en algún punto no nodal. Dado su cercanía a la punta del pilote, el punto más idóneo es el de coordenada elemental adimensional  $\xi = -1/2$  del elemento inferior (véase la sección 2.3.2). De este modo, la ecuación extra es

$$\begin{aligned} \frac{1}{8} \left( 3u_3^{b_k} + 6u_3^{b_l} - u_3^{b_m} \right) + \int_{\Gamma} \hat{\mathbf{p}}^* \mathbf{u} \, d\Gamma = \\ = \int_{\Gamma} \hat{\mathbf{u}}^* \mathbf{p} \, d\Gamma + \sum_{j=1}^{n_p} \left[ \int_{\Gamma_{p_j}} \hat{\mathbf{u}}^* \mathbf{q}^{s_j} \, d\Gamma_{p_j} - \delta_j \left( \Upsilon_b^j \right)_3 F_{p_j} \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

donde  $u_3^{b_k}, u_3^{b_l}$  y  $u_3^{b_m}$  son los desplazamientos verticales de los nodos  $k, l$  y  $m$  del elemento inferior,  $\hat{\mathbf{p}}^* = \{p_{31}^*, p_{32}^*, p_{33}^*\}$  y  $\hat{\mathbf{u}}^* = \{u_{31}^*, u_{32}^*, u_{33}^*\}$ . De forma matricial, la ec. (2.5) puede ser escrita como

$$\mathbf{D}^T \mathbf{u}_b^{p_i} + \mathbf{H}_e^{p_i s} \mathbf{u}^s - \mathbf{G}_e^{p_i s} \mathbf{p}^s - \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{G}_e^{p_i p_j} \mathbf{q}^{s_j} + \sum_{j=1}^{n_p} \delta_j \Upsilon_{b_3}^{p_i j} F_{p_j} = 0 \quad (2.6)$$

donde  $\mathbf{u}_b^{p_i}$  es el vector de desplazamientos nodales en los nodos del elemento inferior de la línea de carga  $i$  (que corresponde al extremo inferior de un pilote flotante) donde la carga unitaria está aplicada;  $\mathbf{H}_e^{p_i s}$  y  $\mathbf{G}_e^{p_i s}$  son vectores obtenidos por integración numérica sobre  $\Gamma$  del producto de la solución fundamental elastodinámica por las funciones de forma de los elementos de contorno; y  $\mathbf{G}_e^{p_i p_j}$  es el vector obtenido de la integración sobre  $\Gamma_{p_j}$  del producto de la solución fundamental elastodinámica por las funciones de forma definidas en (2.12), cuando la carga unitaria está aplicada en el punto extra de la línea de carga  $i$ . Finalmente,  $\mathbf{D}^T = 1/8\{0, 0, 3, 0, 0, 6, 0, 0, -1\}$ .

### 2.3 Ecuaciones de elementos finitos para la cimentación pilotada

#### 2.3.1 Ecuación de movimiento

El comportamiento de un pilote sometido a cargas dinámicas puede ser descrito a través de la siguiente ecuación diferencial:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.7)$$

donde  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  y  $\mathbf{K}$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del pilote,  $\mathbf{u}(t)$  es el vector de desplazamientos nodales y  $\mathbf{f}(t)$  es el vector de fuerzas nodales sobre el pilote.

Considerando ahora que el pilote está sujeto a cargas armónicas, los vectores de desplazamientos y fuerzas nodales pueden ser expresados como:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}^p e^{i\omega t} \quad \text{y} \quad \mathbf{f}(t) = \mathbf{F} e^{i\omega t} \quad (2.8)$$

donde  $\mathbf{u}^p$  es el vector que contiene las amplitudes de las traslaciones y rotaciones nodales,  $\mathbf{F}$  es el vector que contiene las amplitudes de las fuerzas y momentos nodales,  $\omega$  es la frecuencia angular de la excitación, e  $i = \sqrt{-1}$ . De este modo, y considerando un pilote con amortiguamiento interno nulo, la ec. (2.7) puede expresarse ahora como

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{u}^p = \mathbf{F} \quad (2.9)$$

#### 2.3.2 Definición del elemento viga

Los pilotes son modelados, haciendo uso del método de los elementos finitos, como elementos verticales de acuerdo a la teoría de vigas de Euler-Bernoulli, y son discretizados utilizando elementos de tres nodos (como se muestra en la fig. 2.2) que han sido definidos de manera que sea posible aproximar la deformada del pilote con un número bajo de elementos. Se definen 13 grados de libertad sobre dicho elemento: un desplazamiento vertical y dos desplazamientos horizontales en cada nodo, y además, dos rotaciones  $\theta$  en cada uno de los nodos extremos, uno alrededor del eje  $x_1$  y otro alrededor del eje  $x_2$ .

Los desplazamientos laterales  $u_1$  y  $u_2$  a lo largo del elemento son aproximados a través de un conjunto de funciones de forma de cuarto grado, mientras que los desplazamientos verticales  $u_3$  son aproximados por funciones de segundo grado. De este modo, sus expresiones quedan:

$$u_i = \varphi_1 u_{k_i} + \varphi_2 \theta_{k_i} + \varphi_3 u_{l_i} + \varphi_4 u_{m_i} + \varphi_5 \theta_{m_i} \quad ; \quad i = 1, 2 \quad (2.10a)$$

$$u_3 = \phi_1 u_{k_3} + \phi_2 u_{l_3} + \phi_3 u_{m_3} \quad (2.10b)$$

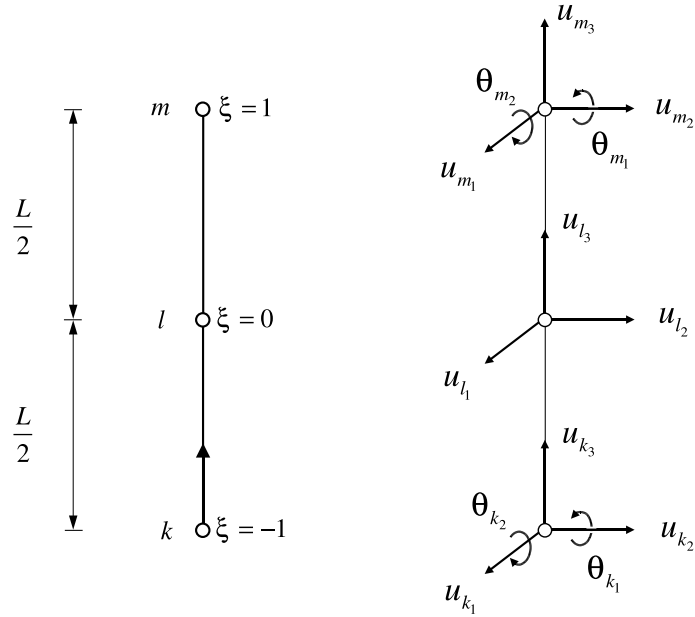


Figura 2.2: Definición del elemento finito

donde

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= \xi \left( -\frac{3}{4} + \xi + \frac{1}{4}\xi^2 - \frac{1}{2}\xi^3 \right) \\
 \varphi_2 &= \frac{1}{4}\xi(-1 + \xi + \xi^2 - \xi^3) \\
 \varphi_3 &= 1 - 2\xi^2 + \xi^4 \\
 \varphi_4 &= \xi \left( \frac{3}{4} + \xi - \frac{1}{4}\xi^2 - \frac{1}{2}\xi^3 \right) \\
 \varphi_5 &= \frac{1}{4}\xi(-1 - \xi + \xi^2 + \xi^3)
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

y

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= \frac{1}{2}\xi(\xi - 1) \\
 \phi_2 &= 1 - \xi^2 \\
 \phi_3 &= \frac{1}{2}\xi(\xi + 1)
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

siendo  $\xi$  la coordenada adimensional elemental que varía desde  $\xi = -1$  hasta  $\xi = +1$ .

Las submatrices de rigidez que definen el comportamiento lateral y axial del elemento (indicadas por los superíndices  $l$  y  $a$  respectivamente), pueden ser obtenidas haciendo uso de las funciones de forma arriba indicadas y del principio de los desplazamientos virtuales como:

$$k_{ij}^l = \int_L \varphi_i'' EI \varphi_j'' dx_3 \quad ; \quad i, j = 1, \dots, 5 \tag{2.13}$$

y

$$k_{ij}^a = \int_L \phi_i' EA \phi_j' dx_3 \quad ; \quad i, j = 1, 2, 3 \tag{2.14}$$

## 2 Modelo para el análisis dinámico de cimentaciones y estructuras pilotadas

donde las primas indican derivada respecto de la coordenada  $x_3$ . De este modo, las submatrices de rigidez son:

$$\mathbf{K}^l = \frac{EI}{5L} \begin{bmatrix} \frac{316}{L^2} & \frac{94}{L} & \frac{-512}{L^2} & \frac{196}{L^2} & \frac{-34}{L} \\ \frac{94}{L} & 36 & \frac{-128}{L} & \frac{34}{L} & -6 \\ \frac{512}{L^2} & \frac{-128}{L} & \frac{1024}{L^2} & \frac{-512}{L^2} & \frac{128}{L} \\ \frac{196}{L^2} & \frac{34}{L} & \frac{-512}{L^2} & \frac{316}{L^2} & \frac{-94}{L} \\ \frac{-34}{L} & -6 & \frac{-128}{L} & \frac{-94}{L} & 36 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}^a = \frac{EA}{3L} \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

donde  $E$  es el módulo de Young del pilote,  $A$  e  $I$  son el área y el momento de inercia de la sección del pilote, y  $L$  es la longitud del elemento. Se considera que los momentos de inercial respecto a ambos ejes principales de inercia son iguales.

De manera similar, los coeficientes de influencia que constituyen la matriz de masa de un elemento, y que representan las fuerzas de inercia que se oponen a la aceleración experimentada por un cierto grado de libertad, pueden ser evaluadas de manera similar como:

$$m_{ij}^l = \int_L \varphi_i \bar{m} \varphi_j dx_3 \quad ; \quad m_{ij}^a = \int_L \phi_i \bar{m} \phi_j dx_3 \quad (2.16)$$

De este modo, y considerando un viga con una masa  $\bar{m}$  uniformemente distribuida, las matrices de masa consistente que rigen los comportamientos lateral y axial son, respectivamente:

$$\mathbf{M}^l = L \bar{m} \begin{bmatrix} \frac{13}{63} & \frac{L}{63} & \frac{4}{63} & \frac{-23}{630} & \frac{L}{180} \\ \frac{L}{63} & \frac{L^2}{630} & \frac{2L}{315} & \frac{-L}{180} & \frac{L^2}{1260} \\ \frac{4}{63} & \frac{2L}{315} & \frac{128}{315} & \frac{4}{63} & \frac{-2L}{315} \\ \frac{-23}{630} & \frac{-L}{180} & \frac{4}{63} & \frac{13}{63} & \frac{-L}{63} \\ \frac{L}{180} & \frac{L^2}{1260} & \frac{-2L}{315} & \frac{-L}{63} & \frac{L^2}{630} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}^a = \frac{L \bar{m}}{15} \begin{bmatrix} 2 & 1 & \frac{-1}{2} \\ 1 & 8 & 1 \\ \frac{-1}{2} & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

### 2.3.3 Fuerzas sobre el pilote

Dentro de las fuerzas externas actuando sobre el pilote, se considera la existencia de fuerzas y momentos puntuales en la cabeza del pilote, fuerzas distribuidas a lo largo del fuste debidas a la interacción pilote-suelo, y una fuerza axial sobre la punta del pilote. De este modo, el vector de fuerzas nodales  $\mathbf{F}$  puede ser descompuesto como:

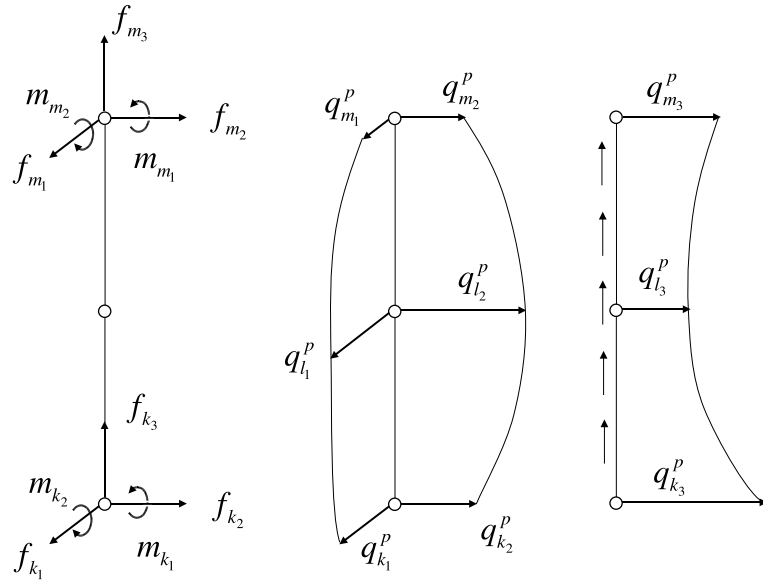
$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^{ext} + \mathbf{F}^{eq} = \mathbf{F}_{top} + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}^{eq} \quad (2.18)$$

donde  $\mathbf{F}^{ext}$  incluye las fuerzas en la cabeza  $\mathbf{F}_{top}$  y la fuerza axial en la punta del pilote  $\mathbf{F}_p$ ; y  $\mathbf{F}^{eq}$  es el vector de fuerzas nodales equivalente debido a la interacción pilote-suelo, que puede ser calculado como  $\mathbf{F}^{eq} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{q}^p$ , donde  $\mathbf{Q}$  es la matriz que transforma las tensiones en fuerzas nodales equivalentes.

Las fuerzas externas que se definen sobre un elementos genérico están esquematizadas en la fig. 2.3. Las tensiones  $\mathbf{q}^p$  a lo largo de la interfase pilote-suelo son aproximadas como:

$$q_i = \phi_1 q_{k_i} + \phi_2 q_{l_i} + \phi_3 q_{m_i} \quad ; \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.19)$$





**Figura 2.3:** Fuerzas puntuales externas (izquierda) y tensiones a lo largo de la interfase pilote-suelo, definidas sobre un elemento genérico

utilizando el conjunto de funciones de forma definidos por la ec. (2.12). La distribución de tensiones a lo largo de la interfase pilote-suelo es continua entre elementos.

De nuevo, los coeficientes de la matriz  $\mathbf{Q}$  para la computación de las fuerzas laterales pueden ser obtenidos utilizando el principio de los desplazamiento virtuales:

$$q_{ij}^l = \int_L \varphi_i \phi_j dx \quad ; \quad i = 1, \dots, 5 ; j = 1, 2, 3 \quad (2.20)$$

mientras que los coeficientes de la matriz correspondiente a las fuerzas axiales se obtienen haciendo:

$$q_{ij}^a = \int_L \phi_i \phi_j dx \quad ; \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2.21)$$

resultando en las siguientes matrices:

$$\mathbf{Q}^l = \begin{bmatrix} \frac{23L}{140} & \frac{11L}{105} & \frac{-L}{28} \\ \frac{L^2}{84} & \frac{L^2}{105} & \frac{-L^2}{210} \\ \frac{4L}{105} & \frac{16L}{35} & \frac{4L}{105} \\ \frac{-L}{28} & \frac{11L}{105} & \frac{23L}{140} \\ \frac{L^2}{210} & \frac{-L^2}{105} & \frac{-L^2}{84} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}^a = \frac{L}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

### 2.3.4 Sistema de ecuaciones para el pilote simple

Una vez que todas las matrices elementales han sido obtenidas para el pilote completo, es posible escribir, para cada pilote, la siguiente expresión:

$$\bar{\mathbf{K}} \mathbf{u}^p = \mathbf{F}^{ext} + \mathbf{Q} \mathbf{q}^p \quad (2.23)$$

donde  $\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}$ . Dado que cada pilote es discretizado utilizando tantos elementos como sea necesario para poder seguir de forma precisa su deformada, las matrices  $\bar{\mathbf{K}}$  y  $\mathbf{Q}$  deben ser

entendidas como matrices globales, obtenidas a partir de las matrices elementales siguiendo los procedimientos usuales del método de los elementos finitos.

Nótese que, dado que se asume que la continuidad del suelo no se ve alterada por la presencia de los pilotes, el valor de la masa distribuida asignado a cada pilote debe ser modificado según la expresión  $\bar{m} = A(\rho_p - \rho_s)$ , con el objetivo de no sobrestimar la masa total del sistema, siendo  $\rho_p$  y  $\rho_s$  las densidades del pilote y del suelo. Consideraciones de similar naturaleza fueron adoptadas en [7, 20, 21].

### 2.4 Acoplamiento MEC-MEF

El siguiente paso es la construcción de un sistema de ecuaciones global a partir de las expresiones deducidas en las secciones anteriores. El acoplamiento será realizado a través de las tensiones  $\mathbf{q}^{sj} = -\mathbf{q}^{pj}$  a lo largo de la interfase pilote-suelo y de los desplazamientos  $\mathbf{u}^{pj}$  a lo largo del pilote  $j$ .

La ec. (2.23), escrita para el pilote  $j$ , puede ser expresada ahora como:

$$\bar{\mathbf{K}}^{pj} \mathbf{u}^{pj} - \mathbf{F}_{pj} + \mathbf{Q} \mathbf{q}^{sj} = \mathbf{F}_{top}^j \quad (2.24)$$

Imponiendo condiciones de compatibilidad y equilibrio soldados a lo largo de las interfases pilote-suelo, y tomando como criterio de signos que las tensiones  $\mathbf{q}^s$  son positivas, las ecuaciones (2.3), (2.4), (2.6) y (2.24) puede ser reordenadas en un único sistema de ecuaciones que representará al sistema suelo – cimentación pilotada. Este sistema acoplado será de la forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}^{ss} & -\mathbf{G}^{sp} & \Upsilon^s & \emptyset \\ \mathbf{H}^{ps} & -\mathbf{G}^{pp} & \Upsilon^p & \mathbf{C}' \\ \mathbf{H}_e^{ps} & -\mathbf{G}_e^{pp} & \Upsilon_{b3}^p & \mathbf{D}' \\ \emptyset & \mathbf{Q} & -\mathbf{I}' & \bar{\mathbf{K}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^s \\ \mathbf{q}^s \\ \mathbf{F}_p \\ \mathbf{u}^p \end{bmatrix} = \mathcal{B} \quad (2.25)$$

donde  $\mathbf{H}^{ss}$  es la matriz de dimensiones  $3N \times 3N$  obtenida mediante la integración, sobre los elementos de contorno, del producto de la solución fundamental armónica en tensiones por las funciones de forma correspondientes, cuando la carga es aplicada sobre los contornos;  $N$  es el número de nodos en el contorno;  $\mathbf{D}'$  es una matriz constituida por los distintos vectores  $\mathbf{D}$ ;  $\mathbf{C}'$  es una matriz que contiene los términos libres correspondientes a la colocación sobre los nodos del pilote; e  $\mathbf{I}'$  es una matriz llena de elementos nulos excepto en los términos correspondientes a las incógnitas  $F_{pj}$ , donde se coloca un término de valor unidad. El resto de las submatrices son:

$$\mathbf{G}^{pp} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^{p1p1} & \mathbf{G}^{p1p2} & \dots & \mathbf{G}^{p1pn} \\ \mathbf{G}^{p2p1} & \mathbf{G}^{p2p2} & \dots & \mathbf{G}^{p2pn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{G}^{pnp1} & \mathbf{G}^{pnp2} & \dots & \mathbf{G}^{pnpn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_e^{pp} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_e^{p1p1} & \mathbf{G}_e^{p1p2} & \dots & \mathbf{G}_e^{p1pn} \\ \mathbf{G}_e^{p2p1} & \mathbf{G}_e^{p2p2} & \dots & \mathbf{G}_e^{p2pn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{G}_e^{pnp1} & \mathbf{G}_e^{pnp2} & \dots & \mathbf{G}_e^{pnpn} \end{bmatrix}$$

$$\Upsilon^p = \begin{bmatrix} \Upsilon^{p_1 1} & \Upsilon^{p_1 2} & \dots & \Upsilon^{p_1 n} \\ \Upsilon^{p_2 1} & \Upsilon^{p_2 2} & \dots & \Upsilon^{p_2 n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Upsilon^{p_n 1} & \Upsilon^{p_n 2} & \dots & \Upsilon^{p_n n} \end{bmatrix}$$

$$\Upsilon_{b_3}^p = \begin{bmatrix} \Upsilon_{b_3}^{p_1 1} & \Upsilon_{b_3}^{p_1 2} & \dots & \Upsilon_{b_3}^{p_1 n} \\ \Upsilon_{b_3}^{p_2 1} & \Upsilon_{b_3}^{p_2 2} & \dots & \Upsilon_{b_3}^{p_2 n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Upsilon_{b_3}^{p_n 1} & \Upsilon_{b_3}^{p_n 2} & \dots & \Upsilon_{b_3}^{p_n n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}^{sp} = [ \mathbf{G}^{sp_1} \quad \mathbf{G}^{sp_2} \quad \dots \quad \mathbf{G}^{sp_n} ]$$

$$\Upsilon^s = [ \Upsilon^{s1} \quad \Upsilon^{s2} \quad \dots \quad \Upsilon^{sn} ]$$

$$\mathbf{H}^{ps} = [ \mathbf{H}^{p_1 s} \quad \mathbf{H}^{p_2 s} \quad \dots \quad \mathbf{H}^{p_n s} ]^T$$

$$\mathbf{H}_e^{ps} = [ \mathbf{H}_e^{p_1 s} \quad \mathbf{H}_e^{p_2 s} \quad \dots \quad \mathbf{H}_e^{p_n s} ]^T$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^{p_1} & \emptyset & \dots & \emptyset \\ \emptyset & \mathbf{Q}^{p_2} & \dots & \emptyset \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \emptyset & \emptyset & \dots & \mathbf{Q}^{p_n} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}^{p_1} & \emptyset & \dots & \emptyset \\ \emptyset & \bar{\mathbf{K}}^{p_2} & \dots & \emptyset \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \emptyset & \emptyset & \dots & \bar{\mathbf{K}}^{p_n} \end{bmatrix}$$

$\mathcal{B}$  es el vector del lado derecho, obtenido de aplicar las condiciones de contorno, mientras que el vector de incógnitas es:

$$\mathbf{x} = \{ \mathbf{u}^s, \mathbf{q}^{s1}, \mathbf{q}^{s2}, \dots, \mathbf{q}^{sn}, F_{p_1}, F_{p_2}, \dots, F_{p_n}, \mathbf{u}^{p_1}, \mathbf{u}^{p_2}, \dots, \mathbf{u}^{p_n} \}^T \quad (2.26)$$

## 2.5 Formulación del encepado rígido

En este trabajo en concreto, se considerará que los pilotes están fijamente conectados a un encepado rígido. Las restricciones cinemáticas entre los distintos pilotes, junto a las ecuaciones de equilibrio del conjunto, son presentadas en las siguientes secciones.

2.5.1 Restricciones cinemáticas

La vinculación de los desplazamientos de las cabezas de los pilotes de un grupo es ejecutada definiendo las ecuaciones de movimiento de sólido rígido y, posteriormente, condensando los grados de libertad deseados. Con el objetivo de simplificar la implementación, los grados de libertad definidos sobre las cabezas de algunos pilotes serán los utilizados como referencia para condensar el resto de grados de libertad. Sólo existen cinco grados de libertad en la cabeza de un pilote, mientras que se necesitan seis grados de libertad (tres desplazamientos y tres rotaciones) para representar el comportamiento del encepado rígido, por lo que se utilizarán dos pilotes. Éstos serán denominados como *pilote de referencia* y *pilote periférico*, siendo este último necesario tan solo para la definición de la rotación del encepado alrededor de un eje vertical.

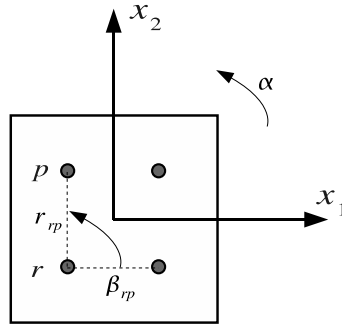


Figura 2.4: Pilote de referencia (r) y pilote periférico (p)

Sean  $\beta_{rp}$  y  $r_{rp}$  el ángulo y la distancia existentes entre las cabezas de los pilotes de referencia y periférico (véase la fig. 2.4). Bajo la hipótesis de pequeñas deformaciones, pueden escribirse las siguientes relaciones:

$$u_{p1} = u_{r1} - r_{rp}\alpha \sin(\beta_{rp}) \tag{2.27a}$$

$$u_{p2} = u_{r2} + r_{rp}\alpha \cos(\beta_{rp}) \tag{2.27b}$$

donde los subíndices 1 y 2 indican desplazamientos a lo largo de los ejes  $x_1$  y  $x_2$ , respectivamente. De este modo, el ángulo  $\alpha$  de rotación del encepado puede ser definido entre ambos pilotes como:

$$\text{si } \begin{cases} 45^\circ \leq \beta_{rp} \leq 135^\circ \\ 225^\circ \leq \beta_{rp} \leq 315^\circ \end{cases} \quad \text{entonces} \quad \alpha = \frac{u_{r1} - u_{p1}}{r_{rp} \sin(\beta_{rp})} \quad (\text{caso a})$$

$$\begin{cases} 315^\circ \leq \beta_{rp} \leq 45^\circ \\ 135^\circ \leq \beta_{rp} \leq 225^\circ \end{cases} \quad \text{entonces} \quad \alpha = \frac{u_{p2} - u_{r2}}{r_{rp} \cos(\beta_{rp})} \quad (\text{caso b})$$

(2.28)

de tal modo que en el caso a, el grado de libertad auxiliar del pilote periférico es  $u_{p1}$ , mientras que en el caso b, el grado de libertad utilizado es  $u_{p2}$ . Ahora, teniendo en cuenta el conjunto de grados de libertad elegidos para representar el comportamiento del encepado rígido, el acoplamiento entre los pilotes de referencia y periférico puede expresarse, para los casos a y b

respectivamente, a través de las siguientes matrices:

$$\begin{bmatrix} u_{p2} \\ u_{p3} \\ \theta_{p1} \\ \theta_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan(\beta_{rp})^{-1} & 1 & 0 & 0 & 0 & -\tan(\beta_{rp})^{-1} \\ 0 & 0 & 1 & -d_{rp1} & -d_{rp2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{r1} \\ u_{r2} \\ u_{r3} \\ \theta_{r1} \\ \theta_{r2} \\ u_{p1} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

y

$$\begin{bmatrix} u_{p1} \\ u_{p3} \\ \theta_{p1} \\ \theta_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan(\beta_{rp}) & 0 & 0 & 0 & -\tan(\beta_{rp}) \\ 0 & 0 & 1 & -d_{rp1} & -d_{rp2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{r1} \\ u_{r2} \\ u_{r3} \\ \theta_{r1} \\ \theta_{r2} \\ u_{p2} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

donde  $d_{rpi} = x_{pi} - x_{ri}$ , siendo  $\mathbf{x}$  el vector de posición del punto de interés. Sean ahora  $\beta_{rj}$  y  $r_{rj}$  el ángulo y la distancia existentes entre la cabeza del pilote de referencia y la de cualquier otro pilote  $j$ . Las matrices de acoplamiento, para los casos a y b, son, respectivamente:

$$\begin{bmatrix} u_{j1} \\ u_{j2} \\ u_{j3} \\ \theta_{j1} \\ \theta_{j2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{r_{rj} \sin(\beta_{rj})}{r_{rp} \sin(\beta_{rp})} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r_{rj} \sin(\beta_{rj})}{r_{rp} \sin(\beta_{rp})} \\ \frac{r_{rj} \cos(\beta_{rj})}{r_{rp} \sin(\beta_{rp})} & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{r_{rj} \cos(\beta_{rj})}{r_{rp} \sin(\beta_{rp})} \\ 0 & 0 & 1 & -d_{rj1} & -d_{rj2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{r1} \\ u_{r2} \\ u_{r3} \\ \theta_{r1} \\ \theta_{r2} \\ u_{p1} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

y

$$\begin{bmatrix} u_{j1} \\ u_{j2} \\ u_{j3} \\ \theta_{j1} \\ \theta_{j2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{r_{rj} \sin(\beta_{rj})}{r_{rp} \cos(\beta_{rp})} & 0 & 0 & 0 & -\frac{r_{rj} \sin(\beta_{rj})}{r_{rp} \cos(\beta_{rp})} \\ 0 & 1 - \frac{r_{rj} \cos(\beta_{rj})}{r_{rp} \cos(\beta_{rp})} & 0 & 0 & 0 & \frac{r_{rj} \cos(\beta_{rj})}{r_{rp} \cos(\beta_{rp})} \\ 0 & 0 & 1 & -d_{rj1} & -d_{rj2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{r1} \\ u_{r2} \\ u_{r3} \\ \theta_{r1} \\ \theta_{r2} \\ u_{p2} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

donde  $d_{rji} = x_{ji} - x_{ri}$ . Tal y como ya se ha dicho, estas matrices son utilizadas para condensar los grados de libertad definidos en las cabezas de los pilotes de un grupo en sólo seis grados de libertad de referencia.

### 2.5.2 Ecuaciones de equilibrio

Se deben imponer condiciones de equilibrio dinámico sobre el encepado entre las fuerzas externas, las fuerzas de inercia y las reacciones en la cabeza de los pilotes. Sean  $F_i^e$  las fuerzas externas aplicadas sobre el centro de gravedad del encepado  $\mathbf{x}_{cg}^e$  en dirección  $i$ , y  $M_1^e$ ,  $M_2^e$  y  $M_3^e$  los momentos externos aplicados alrededor de los ejes  $x_2$ ,  $x_1$  y  $x_3$ , respectivamente. Las propiedades inerciales del encepado son su masa  $m^e$ , y sus momentos de inercia  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$

definidos alrededor de los ejes  $x_2$ ,  $x_1$  y  $x_3$ , respectivamente. Finalmente, las reacciones en la cabeza del pilote  $j$ -ésimo son las fuerzas  $F_{j_i}$  y los momentos  $M_{j_1}$  y  $M_{j_2}$  definidos alrededor de los ejes  $x_2$  y  $x_1$ , respectivamente. Con esta nomenclatura, las ecuaciones de equilibrio dinámico del encepado  $c$  pueden escribirse como:

$$F_i^e + \sum_{j=1}^{n_p^c} F_{j_i} = -\omega^2 m^c u_{cg_i} \quad i = 1, 2, 3$$

$$M_i^e + \sum_{j=1}^{n_p^c} (M_{j_i} - (x_{j_i} - x_{cg_i})F_{j_3} + (x_{j_3} - x_{cg_3})F_{j_i}) = -\omega^2 I_i \theta_i \quad i = 1, 2$$

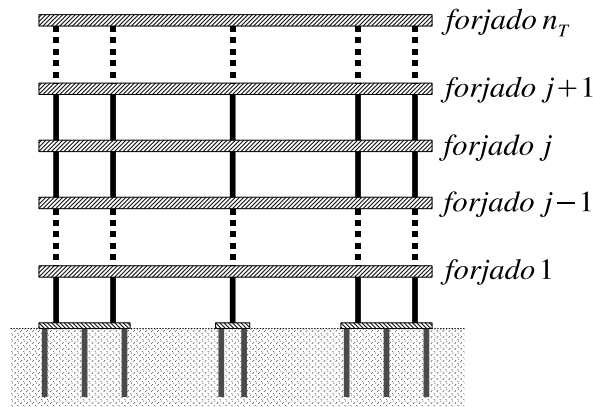
$$M_3^e + \sum_{j=1}^{n_p^c} ((x_{j_1} - x_{cg_1})F_{j_2} - (x_{j_2} - x_{cg_2})F_{j_1}) = -\omega^2 I_3 \alpha \quad (2.33)$$

donde  $n_p^c$  es el número de pilotes agrupados bajo el encepado  $c$ .

## 2.6 Modelo para las estructuras pilotadas

### 2.6.1 Introducción

En esta sección se describe la formulación que ha sido adoptada para el análisis dinámico de estructuras pilotadas compuestas por uno a más pilares verticales extensibles y uno o más forjados horizontales infinitamente rígidos, tal y como se muestra en la fig. 2.5. Los pilotes son modelados como vigas de Euler-Bernoulli sin masa, con deformación axial y lateral, y con amortiguamiento de tipo viscoelástico, introducido a través de un módulo de rigidez complejo del tipo  $k = Re[k](1 + 2i\zeta)$ . La rigidez torsional de los pilares es despreciada. Se considera que los ejes principales de inercia de los forjados rígidos son paralelos a los ejes de coordenadas, aunque la posición de sus centros de gravedad en el plano horizontal puede variar entre distintas plantas.



**Figura 2.5:** Esquema bidimensional del modelo de estructuras pilotadas

Con el objetivo de escribir las ecuaciones de movimiento directamente en función de los desplazamientos y rotaciones de los forjados (parámetros de mayor interés en este trabajo), todos los grados de libertad correspondientes a los extremos de los pilares son condensados al centro de gravedad del forjado o del encepado situado a su mismo nivel. Dado que las matrices elementales de rigidez de los pilares serán expresadas inicialmente respecto a los extremos de los

pilares, es necesario escribir primero las relaciones cinemáticas existentes entre tales extremos y los centros de gravedad de los forjados o los encepados. Posteriormente, una matriz de rigidez elemental para la entreplanta es definida entre dos niveles consecutivos.

### 2.6.2 Relaciones cinemáticas

Sea  $\mathbf{X}^j = \{u_{cg1^j}, u_{cg2^j}, u_{cg3^j}, \alpha_{cg^j}, \Theta_{cg1^j}, \Theta_{cg2^j}\}^T$  el vector que define los desplazamientos y rotaciones en el centro de gravedad del forjado o encepado  $j$ , donde  $\alpha_{cg^j}$ ,  $\Theta_{cg1^j}$  y  $\Theta_{cg2^j}$  son las rotaciones en sentido antihorario alrededor de los ejes  $x_3$ ,  $x_2$  y  $x_1$ , respectivamente. Sea  $\mathbf{Y}_i^j = \{u_{i1}, u_{i2}, u_{i3}, \theta_{i1}, \theta_{i2}\}_j^T$  el vector que define los desplazamientos y las rotaciones en un extremo del pilar  $i$  vinculado al forjado o encepado  $j$ . La compatibilidad entre  $\mathbf{X}^j$  y  $\mathbf{Y}_i^j$  puede ser expresada, de forma matricial, como:

$$\begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \\ u_{i3} \\ \theta_{i1} \\ \theta_{i2} \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (x_{cg2^j} - x_{i2}) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (x_{i1} - x_{cg1^j}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & (x_{i1} - x_{cg1^j}) & (x_{i2} - x_{cg2^j}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{cg1^j} \\ u_{cg2^j} \\ u_{cg3^j} \\ \alpha_{cg^j} \\ \Theta_{cg1^j} \\ \Theta_{cg2^j} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

#### Acerca del acoplamiento entre pilares y encepado

Sin embargo, tal y como se vio en la sección 2.5, los grados de libertad correspondientes al centro de gravedad del encepado no están presentes de modo explícito en el sistema de ecuaciones final. En cambio, éstos están definidos en función de los correspondientes a dos de los pilotes del grupo. Por esta razón, las columnas de la matriz de rigidez elemental de la entreplanta, correspondientes a la vinculación de los pilares con el encepado, deberán ser escritas en función de dichos grados de libertad auxiliares.

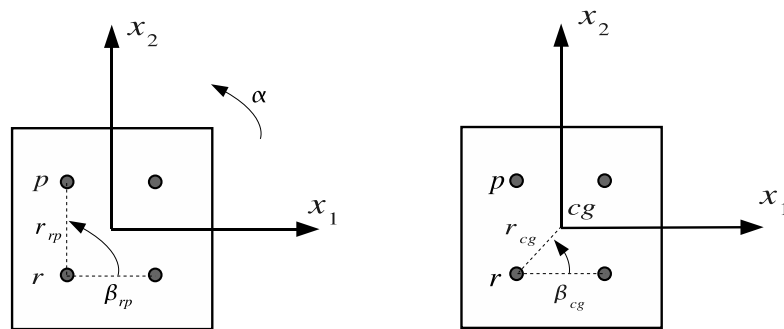


Figura 2.6: Grados de libertad para el acoplamiento entre pilares y encepado

Para ello, sean  $\beta_{rp}$  y  $r_{rp}$  el ángulo y la distancia entre las cabezas de los pilotes de referencia y periférico, y  $\beta_{cg}$  y  $r_{cg}$  el ángulo y la distancia entre el pilote de referencia y el centro de gravedad del encepado (véase fig. 2.6). En concordancia con el conjunto de seis grados de libertad elegido para definir los desplazamientos y rotaciones del encepado, se definen las matrices de acoplamiento entre la cabeza del pilote de referencia y el centro de gravedad del encepado, que para los casos a y b (véase la sección 2.5), son respectivamente:

$$\begin{bmatrix} u_{cg1} \\ u_{cg2} \\ u_{cg3} \\ \alpha_{cg} \\ \Theta_{cg1} \\ \Theta_{cg2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{r_{cg} \sin \beta_{cg}}{r_{rp} \sin \beta_{rp}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r_{cg} \sin \beta_{cg}}{r_{rp} \sin \beta_{rp}} \\ \frac{r_{cg} \cos \beta_{cg}}{r_{rp} \sin \beta_{rp}} & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{r_{cg} \cos \beta_{cg}}{r_{rp} \sin \beta_{rp}} \\ 0 & 0 & 1 & -d_{rp1} & -d_{rp2} & 0 \\ \frac{1}{r_{rp} \sin \beta_{rp}} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{r_{rp} \sin \beta_{rp}} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{r1} \\ u_{r2} \\ u_{r3} \\ \theta_{r1} \\ \theta_{r2} \\ u_{p1} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

y

$$\begin{bmatrix} u_{cg1} \\ u_{cg2} \\ u_{cg3} \\ \alpha_{cg} \\ \Theta_{cg1} \\ \Theta_{cg2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{r_{cg} \sin \beta_{cg}}{r_{rp} \cos \beta_{rp}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{r_{cg} \sin \beta_{cg}}{r_{rp} \cos \beta_{rp}} \\ 0 & 1 - \frac{r_{cg} \cos \beta_{cg}}{r_{rp} \cos \beta_{rp}} & 0 & 0 & 0 & \frac{r_{cg} \cos \beta_{cg}}{r_{rp} \cos \beta_{rp}} \\ 0 & 0 & 1 & -d_{rp1} & -d_{rp2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{r_{rp} \cos \beta_{rp}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r_{rp} \cos \beta_{rp}} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{r1} \\ u_{r2} \\ u_{r3} \\ \theta_{r1} \\ \theta_{r2} \\ u_{p2} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

donde  $d_{rpi} = x_{pi} - x_{ri}$ .

### 2.6.3 Matriz de rigidez de entreplanta

La submatriz elemental de rigidez de un pilar  $i$ , modelado como una viga de Euler-Bernoulli, de dimensión  $10 \times 10$ , puede ser definida como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_i^{j-1} \\ \mathbf{f}_i^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{x1} & 0 & 0 & -b_{x1} & 0 & -a_{x1} & 0 & 0 & -b_{x1} & 0 \\ & a_{x2} & 0 & 0 & -b_{x2} & 0 & -a_{x2} & 0 & 0 & -b_{x2} \\ & & c & 0 & 0 & 0 & 0 & -c & 0 & 0 \\ & & & d_{x1} & 0 & b_{x1} & 0 & 0 & \frac{d_{x1}}{2} & 0 \\ & & & & d_{x2} & 0 & b_{x2} & 0 & 0 & \frac{d_{x1}}{2} \\ & & & & & a_{x1} & 0 & 0 & b_{x1} & 0 \\ & & & & & & a_{x2} & 0 & 0 & b_{x2} \\ & & & & & & & c & 0 & 0 \\ & & & & & & & & d_{x1} & 0 \\ & & & & & & & & & d_{x2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_i^{j-1} \\ \mathbf{Y}_i^j \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

*sim*

donde

$$a_{xi} = 12 \frac{EI_{xi}}{L^3} \quad ; \quad b_{xi} = 6 \frac{EI_{xi}}{L^2} \quad ; \quad c = \frac{EA}{L} \quad ; \quad d_{xi} = 4 \frac{EI}{L}$$

siendo  $\mathbf{f}_i^j = \{f_{x1^i}, f_{x2^i}, f_{x3^i}, m_{x1^i}, m_{x2^i}\}^{jT}$  las reacciones en la conexión entre el pilar y el forjado.

Con el objetivo de construir una matriz elemental equivalente  $\mathcal{K}^i$  para la entreplanta que relacione directamente los grados de libertad de los forjados superior e inferior, la submatriz de rigidez correspondiente a cada extremo del pilote  $i$  es post-multiplicada por la ec. (2.34), obteniéndose las submatrices de rigidez expresadas en términos de los grados de libertad asociados a los centros de gravedad de forjados y encepados. Del mismo modo, se opera también con



las filas para definir las fuerzas resultantes respecto a los centros de gravedad de los forjados. Este proceso lleva a la obtención de la siguiente matriz de rigidez elemental del pilar  $i$  para la entreplanta situada entre los niveles  $j - 1$  y  $j$ :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{F}_{j-1}^i \\ \mathcal{F}_j^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{K}_{11}^i & \mathcal{K}_{12}^i \\ \mathcal{K}_{21}^i & \mathcal{K}_{22}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{j-1} \\ \mathbf{X}^j \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

donde

$$\mathcal{K}_{11} = \begin{bmatrix} 12 \frac{EI_{x1}}{L^3} & 0 & 0 & -12 \frac{EI_{x1}}{L^3} x_2^b & -6 \frac{EI_{x1}}{L^2} & 0 \\ 0 & 12 \frac{EI_{x2}}{L^3} & 0 & 12 \frac{EI_{x2}}{L^3} x_1^b & 0 & -6 \frac{EI_{x2}}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & \frac{EA}{L} x_1^b & \frac{EA}{L} x_2^b \\ -12 \frac{EI_{x1}}{L^3} x_2^b & 12 \frac{EI_{x2}}{L^3} x_1^b & 0 & 12 \frac{E}{L^3} IX^b & 6 \frac{EI_{x1}}{L^2} x_2^b & -6 \frac{EI_{x2}}{L^2} x_1^b \\ -6 \frac{EI_{x1}}{L^2} & 0 & \frac{EA}{L} x_1^b & 6 \frac{EI_{x1}}{L^2} x_2^b & 4 \frac{EI_{x1}}{L} + \frac{EA}{L} x_1^b & \frac{EA}{L} x_2^b x_1^b \\ 0 & -6 \frac{EI_{x2}}{L^2} & \frac{EA}{L} x_2^b & -6 \frac{EI_{x2}}{L^2} x_1^b & \frac{EA}{L} x_2^b x_1^b & 4 \frac{EI_{x2}}{L} + \frac{EA}{L} x_2^b & \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{K}_{12} = \begin{bmatrix} -12 \frac{EI_{x1}}{L^3} & 0 & 0 & 12 \frac{EI_{x1}}{L^3} x_2^a & -6 \frac{EI_{x1}}{L^2} & 0 \\ 0 & -12 \frac{EI_{x2}}{L^3} & 0 & -12 \frac{EI_{x2}}{L^3} x_1^a & 0 & -6 \frac{EI_{x2}}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & -\frac{EA}{L} x_1^a & -\frac{EA}{L} x_2^a \\ 12 \frac{EI_{x1}}{L^3} x_2^b & -12 \frac{EI_{x2}}{L^3} x_1^b & 0 & -12 \frac{E}{L^3} IX^{ab} & 6 \frac{EI_{x1}}{L^2} x_2^b & -6 \frac{EI_{x2}}{L^2} x_1^b \\ 6 \frac{EI_{x1}}{L^2} & 0 & -\frac{EA}{L} x_1^b & -6 \frac{EI_{x1}}{L^2} x_2^a & 2 \frac{EI_{x1}}{L} + \frac{EA}{L} x_1^a x_1^b & -\frac{EA}{L} x_2^a x_1^b \\ 0 & 6 \frac{EI_{x2}}{L^2} & -\frac{EA}{L} x_2^b & 6 \frac{EI_{x2}}{L^2} x_1^a & -\frac{EA}{L} x_1^a x_2^b & 2 \frac{EI_{x2}}{L} - \frac{EA}{L} x_2^a x_2^b \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{K}_{21} = \begin{bmatrix} -12 \frac{EI_{x1}}{L^3} & 0 & 0 & 12 \frac{EI_{x1}}{L^3} x_2^b & 6 \frac{EI_{x1}}{L^2} & 0 \\ 0 & -12 \frac{EI_{x2}}{L^3} & 0 & -12 \frac{EI_{x2}}{L^3} x_1^b & 0 & 6 \frac{EI_{x2}}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & -\frac{EA}{L} x_1^b & -\frac{EA}{L} x_2^b \\ 12 \frac{EI_{x1}}{L^3} x_2^a & -12 \frac{EI_{x2}}{L^3} x_1^a & 0 & -12 \frac{E}{L^3} IX^{ab} & -6 \frac{EI_{x1}}{L^2} x_2^a & 6 \frac{EI_{x2}}{L^2} x_1^a \\ -6 \frac{EI_{x1}}{L^2} & 0 & -\frac{EA}{L} x_1^a & 6 \frac{EI_{x1}}{L^2} x_2^b & 2 \frac{EI_{x1}}{L} - \frac{EA}{L} x_1^a x_1^b & -\frac{EA}{L} x_2^b x_1^a \\ 0 & -6 \frac{EI_{x2}}{L^2} & -\frac{EA}{L} x_2^a & -6 \frac{EI_{x2}}{L^2} x_1^b & -\frac{EA}{L} x_1^b x_2^a & 2 \frac{EI_{x2}}{L} - \frac{EA}{L} x_2^b x_2^a \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{K}_{22} = \begin{bmatrix} 12 \frac{EI_{x1}}{L^3} & 0 & 0 & -12 \frac{EI_{x1}}{L^3} x_2^a & 6 \frac{EI_{x1}}{L^2} & 0 \\ 0 & 12 \frac{EI_{x2}}{L^3} & 0 & 12 \frac{EI_{x2}}{L^3} x_1^a & 0 & 6 \frac{EI_{x2}}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & \frac{EA}{L} x_1^a & \frac{EA}{L} x_2^a \\ -12 \frac{EI_{x1}}{L^3} x_2^b & 12 \frac{EI_{x2}}{L^3} x_1^b & 0 & 12 \frac{E}{L^3} IX^a & -6 \frac{EI_{x1}}{L^2} x_2^a & 6 \frac{EI_{x2}}{L^2} x_1^a \\ 6 \frac{EI_{x1}}{L^2} & 0 & \frac{EA}{L} x_1^a & -6 \frac{EI_{x1}}{L^2} x_2^b & 4 \frac{EI_{x1}}{L} + \frac{EA}{L} x_1^a & \frac{EA}{L} x_2^a x_1^a \\ 0 & 6 \frac{EI_{x2}}{L^2} & \frac{EA}{L} x_2^a & 6 \frac{EI_{x2}}{L^2} x_1^b & \frac{EA}{L} x_2^a x_1^a & 4 \frac{EI_{x2}}{L} + \frac{EA}{L} x_2^a & \end{bmatrix}$$

siendo

$$\begin{aligned} IX^a &= I_{x_1}x_2^{a2} + I_{x_2}x_1^{a2} \\ IX^{ab} &= I_{x_1}x_2^ax_2^b + I_{x_2}x_1^ax_1^b \\ IX^b &= I_{x_1}x_2^{b2} + I_{x_2}x_1^{b2} \end{aligned}$$

En estas expresiones,  $x_k^a = x_{i_k} - x_{cg_k^a}$  y  $x_k^b = x_{i_k} - x_{cg_k^b}$  son las coordenadas horizontales relativas del eje del pilar respecto al centro de gravedad del forjado superior o inferior, respectivamente, y  $\mathcal{F}_j^T = \{F_{x_1}, F_{x_2}, F_{x_3}, M_\alpha, M_{x_1}, M_{x_2}\}^j$  corresponde a las reacciones que aparecen en la conexión entre el pilar y el forjado, expresadas también respecto al centro de gravedad correspondiente.

Habiendo definido una matriz de rigidez de la entreplanta con carácter genérico, puede seguirse el procedimiento de ensamblaje usual del método de los elementos finitos para obtener la ecuación de movimiento de la estructura una vez discretizada, quedando de la forma

$$(\mathcal{K} - \omega^2\mathcal{M})\mathcal{X} = \mathcal{F} \quad (2.39)$$

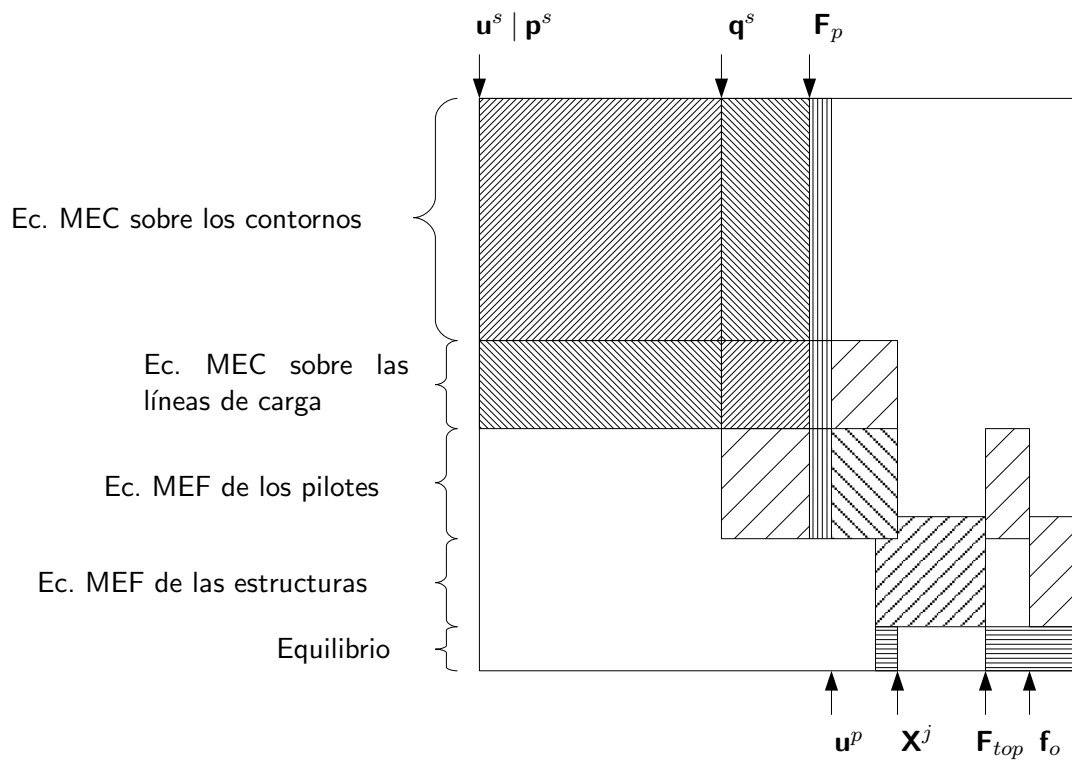
donde  $\mathcal{K}$  es la matriz de rigidez global de la estructura,  $\mathcal{X}$  es el vector de desplazamientos y rotaciones en los forjados,  $\mathcal{F}$  es el vector de fuerzas externas sobre la estructura y  $\mathcal{M}$  es la matriz de propiedades inerciales de la estructura, definida para cada forjado.

### 2.7 Ensamblaje de la matriz global del sistema

La manera en que las ecuaciones (2.23), (2.3), (2.4), (2.6) y (2.39) son reorganizadas en un único sistema de ecuaciones depende de la configuración de estructuras, cimentaciones y suelos, y de las condiciones de contorno. Sin embargo, siempre deben aplicarse las condiciones de equilibrio y de compatibilidad, considerando contacto soldado entre las diferentes interfases del sistema. En la situación más general, existen múltiples estructuras cimentadas sobre diferentes grupos de pilotes que están embebidos en el terreno, y el sistema está siendo sometido a fuerzas externas o a ondas sísmica. En tal caso, el sistema de ecuaciones es:

$$\mathcal{A} \{\mathbf{u}^s, \mathbf{p}^s, \mathbf{q}^s, \mathbf{F}_p, \mathbf{u}^p, \mathbf{X}^j, \mathbf{F}_{top}, \mathbf{f}_o\}^T = \mathcal{B} \quad (2.40)$$

donde  $\mathcal{A}$ , cuya estructura está esquematizada en la fig. 2.7, es la matriz de coeficientes, y  $\mathcal{B}$  es el vector del lado derecho, ambos obtenidos después de aplicar las condiciones de contorno y de reordenar las ecuaciones. El vector de incógnitas incluye los desplazamientos  $\mathbf{u}^s$  y/o las tensiones  $\mathbf{p}^s$  en los nodos correspondientes a los elementos de contorno, las tensiones en la interfase pilote-suelo  $\mathbf{q}^s$ , las fuerzas en la punta de los pilotes  $\mathbf{F}_p$ , las traslaciones y rotaciones nodales a lo largo del pilote  $\mathbf{u}^p$ , los grados de libertad definidos en las superestructuras  $\mathbf{X}^j$ , las reacciones en las uniones pilote-encepado  $\mathbf{F}_{top}$ , y las fuerzas en la base de la estructura  $\mathbf{f}_o$ .



**Figura 2.7:** Estructura de la matriz de coeficientes  $\mathcal{A}$  del sistema



## Campo incidente producido por ondas SH y SV con un ángulo de incidencia genérico

### 3.1 Introducción

En el presente capítulo se expondrán brevemente las diferentes expresiones y consideraciones empleadas en el campo incidente y que permiten realizar el estudio del comportamiento del medio al verse sometido a una onda sísmica de tipo SH y SV con un ángulo de incidencia genérico. El desarrollo y obtención de las diferentes expresiones puede consultarse en trabajos previos de los tutores [26].

Primero, en la sección 3.2, se establecen las consideraciones generales respecto a los fenómenos asociados a la propagación de ondas a través del terreno. Una vez planteados los datos de partida, se analizará en las secciones 3.3 y 3.4 las características propias de las ondas SH y SV respectivamente. Finalmente, la sección 3.5 indica el modo en el que se incluye el campo incidente en la formulación general explicada en el capítulo anterior.

### 3.2 Fundamentos

Considerando un semiespacio con propiedades mecánicas homogéneas, constantes con la profundidad y definidas por medio del módulo de elasticidad  $E$  y su coeficiente de Poisson  $\nu$ . Se asume que por el medio se propaga un tren de ondas cuya dirección de propagación se encuentra contenida en un plano perpendicular a la superficie del semiespacio (plano  $x_2x_3$  en la figura 3.1) formando un ángulo  $\theta_0$  con el eje  $x_2$ , medido en sentido trigonométrico. Este tren de ondas puede suponerse formado por ondas volumétricas de tipo P o S, polarizadas estas últimas bien horizontal (ondas SH) o verticalmente (ondas SV).

La propagación del tren de ondas a través del medio produce en éste una perturbación en forma de campo de desplazamientos que es función del ángulo de incidencia  $\theta_0$  y de las propiedades mecánicas del terreno.

A continuación se definen mediante la figura 3.2 el conjunto de parámetros necesarios para una total definición de las expresiones explícitas del campo de desplazamientos que provoca el campo incidente.

Se observan los distintos ángulos:  $\theta_0$  el ángulo de la onda incidente y los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$  de las ondas reflejadas. Esto se debe a que, al llegar el frente de ondas a la superficie libre del semiespacio, se produce un proceso de reflexión que provoca la generación de dos ondas adicionales en el caso más genérico. La cantidad de ondas reflejadas depende del tipo de onda incidente, siendo una única onda cuando incide un tipo SH o dos si la onda incidente es SV (véase, por ejemplo, [1]).

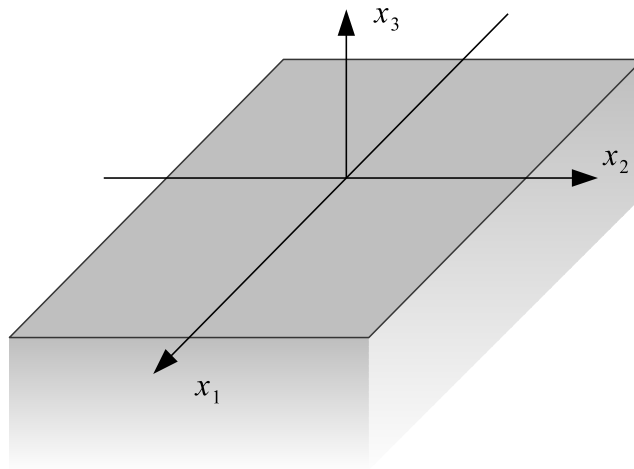


Figura 3.1: Representación de los ejes en el semiespacio

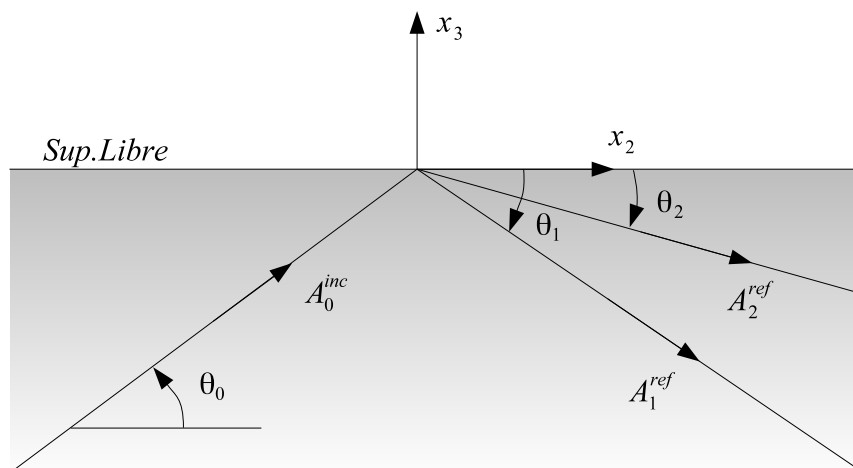
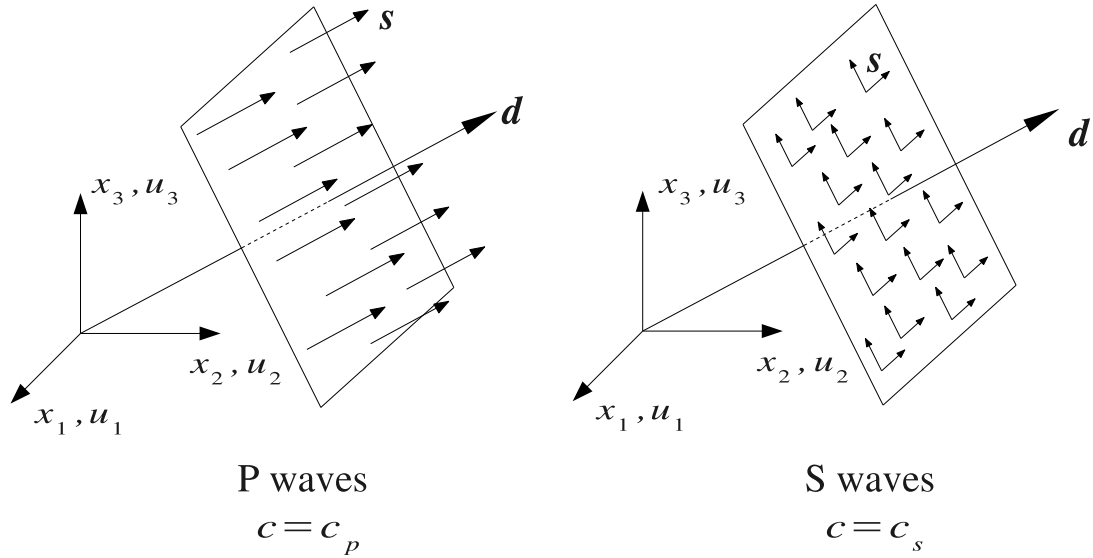


Figura 3.2: Parámetros para definir el problema de incidencia inclinada



**Figura 3.3:** Definición de la dirección de propagación y desplazamientos de los tipos de onda

Se puede definir, en función de estos ángulos, los vectores  $\mathbf{s}$  y  $\mathbf{d}$  que contienen a los cosenos directores de las direcciones de propagación y de los desplazamientos de las partículas que cada una de las ondas que intervienen en el problema provocan, siendo estas direcciones ortogonales en ondas S y coincidentes en ondas P, tal y como muestra la figura 3.3.

Con lo anterior, las expresiones del campo de desplazamientos se pueden representar en notación subindicada del modo siguiente:

$$u_i = \sum_{j=1}^n d_i^j A_j e^{-ik_j(s^{(j)} \cdot \mathbf{r})} \quad (3.1)$$

donde  $u_i$  es la componente en la dirección  $i$  del desplazamiento,  $n$  es el número de ondas total del problema analizado,  $d_i^j$  es la componente en la dirección  $i$  del vector que contiene los cosenos directores de los desplazamientos que la onda  $j$  provoca en las partículas del medio,  $A_j$  y  $k_j$  son la amplitud de la onda  $j$  y su número de onda respectivamente; siendo el número de onda el cociente entre la frecuencia  $\omega$  y la velocidad de propagación de la onda en el medio  $c_j$ ,  $k_j = \omega/c_j$ ;  $\mathbf{s}^{(j)} \cdot \mathbf{r}$  representa el producto escalar del vector de la dirección de propagación de la onda  $j$  por el vector de posición del punto donde se pretenden determinar los desplazamientos ( $\mathbf{s}^{(j)} \cdot \mathbf{r} = s_1^{(j)} x_1 + s_2^{(j)} x_2 + s_3^{(j)} x_3$ , siendo  $x_1, x_2$  y  $x_3$  las coordenadas de punto analizado). Por último, la  $i$  corresponde a la unidad imaginaria ( $i = \sqrt{-1}$ ).

Obtenidas las expresiones del campo de desplazamientos en las tres direcciones del espacio para cualquier punto del medio, el tensor de pequeñas deformaciones puede obtenerse, para cada punto, mediante la aplicación directa de las ecuaciones de compatibilidad:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}); \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (3.2)$$

donde las comas indican derivación con respecto a las coordenadas espaciales.

Una vez obtenido el tensor de deformaciones para cada caso, las componentes del tensor de tensiones se pueden determinar empleando la ecuación constitutiva que, considerando el suelo

como un medio elástico, lineal, homogéneo e isótropo, se establece por la ley de Hooke:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3.3)$$

donde  $\delta_{ij}$  es la delta de Kronecker ( $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$ ;  $\delta_{ij} = 0$  sino),  $\lambda$  y  $\mu$  son las constantes de Lamé y el módulo de cizalladura que se relacionan con el módulo de Young  $E$  y el coeficiente de Poisson  $\nu$  según:

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}; \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (3.4)$$

Una vez obtenidos los tensores de tensión para los puntos del semiespacio, es posible establecer las condiciones de contorno que permitirán, una vez aplicadas, determinar las relaciones existentes entre la amplitud de la onda incidente y la reflejada (o reflejadas). Estas condiciones de contorno son las condiciones de superficie libre, esto es, que la tensión normal  $\sigma_{33}$  y las tensiones tangenciales  $\sigma_{31}$  y  $\sigma_{32}$  sean nulas en los puntos de coordenada  $x_3 = 0$ . Así como independencia de esta condición con la variable  $x_2$ .

Estas consideraciones se han realizado sin tener en cuenta el tipo de onda incidente en concreto. En las siguientes secciones se muestran las expresiones obtenidas de su aplicación a los dos tipos de ondas estudiados. El desarrollo completo se encuentra en [26].

### 3.3 Onda SH incidente

En esta sección se resumirán las expresiones necesarias para abordar el problema de una onda de tipo SH incidente en un semiespacio que se propaga con un ángulo de incidencia genérico. En este caso, se puede demostrar (ver [6]) que la llegada del frente de ondas a la superficie libre del semiespacio provoca un fenómeno de reflexión que genera una única onda del mismo tipo que la onda incidente. La figura 3.4 muestra este hecho, además de definir los ángulos y amplitudes de interés del problema.

Al aplicar las condiciones de contorno, se obtiene que la onda SH reflejada presenta el mismo valor de amplitud que la incidente (se le impondrá un valor unitario) y, además, se refleja con el mismo ángulo de propagación:

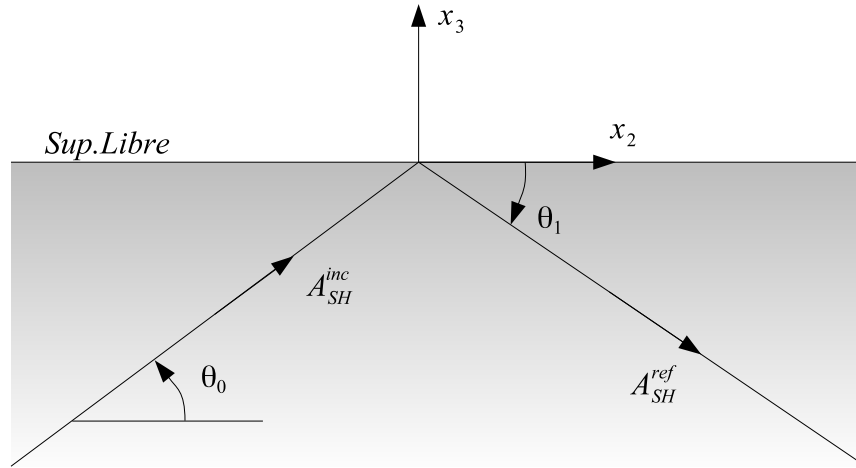
$$\begin{aligned} A_{SH}^{inc} &= A_{SH}^{ref} = 1 \\ \theta_0 &= \theta_1 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Los vectores  $\mathbf{s}$  y  $\mathbf{d}$ , como ya se ha comentado, contienen, respectivamente, los cosenos directores de las direcciones de propagación y desplazamientos de cada una de las ondas que intervienen en el problema. Sus valores, una vez aplicadas las condiciones de contorno, son los siguientes (*El superíndice 0 indica que pertenece a la onda incidente, mientras que el 1 es el de la onda reflejada*):

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^{(0)} &= [0, s_2^{(0)}, s_3^{(0)}] = [0, \cos(\theta_0), \sin(\theta_0)] & \mathbf{d}^{(0)} &= [1, 0, 0] \\ \mathbf{s}^{(1)} &= [0, s_2^{(1)}, s_3^{(1)}] = [0, \cos(\theta_0), -\sin(\theta_0)] & \mathbf{d}^{(1)} &= [1, 0, 0] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Así, las expresiones del campo de desplazamientos, en función de dichos vectores y según lo definido en 3.1, son las siguientes:





**Figura 3.4:** Ángulos y amplitudes para el caso de onda SH incidente

$$\begin{aligned} u_1 &= d_1^{(0)} A_{SH}^{inc} e^{-ik_s(s^{(0)} \cdot r)} + d_1^{(1)} A_{SH}^{ref} e^{-ik_s(s^{(1)} \cdot r)} \\ u_2 &= 0 \\ u_3 &= 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Se comprueba que una onda SH incidente con un ángulo  $\theta_0$  cualquiera provoca en el semiespacio por el que se propaga desplazamientos solo en la dirección del eje  $x_1$ , siendo nulas el resto de las componentes del desplazamiento. Además el desplazamiento no nulo se obtiene de la suma de las contribuciones de los desplazamientos provocados por las ondas SH incidente y reflejada.

### 3.4 Onda SV incidente

En el presente apartado se expondrán las expresiones que gobiernan el campo de desplazamientos cuando la onda incidente es de tipo SV.

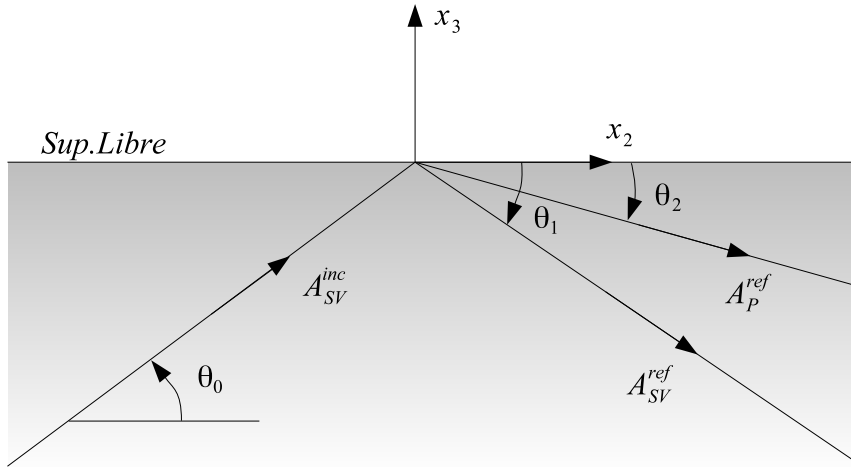
Este tipo de onda en el semiespacio genera al reflejarse otra onda SV y una onda P, tal y como se representa en la figura 3.5.

Aplicando condiciones de contorno, se obtienen las siguientes relaciones entre los ángulos de la onda incidente y reflejadas (*empleando nuevamente los índices 0 para la onda incidente SV, 1 para la reflejada del mismo tipo y 2 para la onda P reflejada*):

$$\begin{aligned} \theta_0 &= \theta_1 \\ \cos(\theta_2) &= \frac{1}{\kappa} \cos(\theta_0) \end{aligned} \quad (3.8)$$

siendo  $\kappa$  la relación entre las velocidades de propagación de las ondas S y P. Su valor solamente depende del coeficiente de Poisson del medio y presenta valores siempre inferiores a la unidad:

$$\frac{c_s}{c_p} = \frac{k_p}{k_s} = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} = \kappa < 1 \quad (3.9)$$



**Figura 3.5:** Ángulos y amplitudes para el caso de onda SV incidente

$\nu$	$\kappa$	$\theta_{cr}$
0.1	0.667	48.16°
0.2	0.612	52.24°
0.3	0.535	57.69°
0.4	0.408	65.91°

**Tabla 3.1:** Ángulos críticos para una onda incidente SV en función del valor del coeficiente de Poisson del terreno

Atendiendo a la ecuación 3.8, se aprecia la particularidad que existe para este tipo de onda incidente. Tómese un ángulo de incidencia  $\theta_0$  de tal forma que el ángulo de la onda P reflejada se anule, en estas condiciones,  $\cos(\theta_0) = \kappa$ . A este ángulo se le denominará ángulo crítico ( $\theta_{cr}$ ).

A continuación, supóngase que el ángulo de incidencia sea superior a este ángulo crítico  $\theta_{cr}$  (ángulo supercrítico), siendo así el coseno de este ángulo de incidencia menor a  $\kappa$  y, por tanto, el coseno del ángulo reflejado igual a  $\cos(\theta_2) = 1/\kappa \cos(\theta_0) < 1$ .

Supóngase ahora que el ángulo de incidencia es inferior al ángulo crítico (ángulo subcrítico). Entonces,  $\cos(\theta_0) > \kappa$ , de modo que el coseno del ángulo reflejado será  $\cos(\theta_2) = 1/\kappa \cos(\theta_0) > 1$ . Se trata, pues, de una singularidad que implica que  $\sin(\theta_2) \in \mathbb{I}$ .

El cuadro 3.1 resume los ángulos críticos para algunos de los valores habituales del coeficiente de Poisson del terreno.

Estudiando la onda P reflejada para ángulos subcríticos, se obtiene que los desplazamientos producidos por esta onda son:

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}^P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\kappa} \cos(\theta_0) \\ i \sqrt{\frac{1}{\kappa^2} \cos^2(\theta_0) - 1} \end{bmatrix} A_P^{ref} e^{\xi x_3} e^{-i k_s \cos(\theta_0) x_2} \quad (3.10)$$

donde el valor de la constante real que acompaña a  $x_3$  es:

$$\xi = k_p \sqrt{\frac{1}{\kappa^2} \cos^2(\theta_0) - 1} \quad (3.11)$$

En la expresión 3.10 puede observarse que la componente de cualquiera de los dos desplazamientos es igual al producto de un cierto valor por una amplitud por el producto de dos exponenciales, ambas decrecientes al aumentar la variable de la que dependen (algo evidente para el caso de  $x_2$  y fácilmente demostrable para el caso de  $x_3$  ya que sus valores son siempre negativos para todos los puntos del semiespacio). De este modo, la exponencial dependiente de  $x_3$  es un término que modula la amplitud de la onda, decreciendo esta con la profundidad.

A partir de estas expresiones puede concluirse que se trata de una onda rasante que se propaga en dirección  $x_2$  con una velocidad que no es ni la de las ondas P ni la de las ondas S, y que es función del ángulo de incidencia; con desplazamientos en  $x_2$  y  $x_3$ , ambos desfasados  $90^\circ$  y con una amplitud  $A_p^{ref}$  que decrece con la profundidad según  $\xi$ . Esta clase de ondas tiene grandes similitudes con las ondas de superficie.

A pesar de la existencia del fenómeno del ángulo crítico, se obtienen expresiones generales para las amplitudes de las ondas reflejadas y los vectores directores de propagación y desplazamientos, independientemente de que el ángulo de incidencia se encuentre por debajo o por encima del ángulo crítico. Las expresiones de las amplitudes de las ondas reflejadas, tomando como referencia una onda SV incidente de amplitud unidad, son:

$$A_{SV}^{inc} = 1 \quad (3.12)$$

$$A_{SV}^{ref} = \frac{\kappa^2 \text{sen}(2\theta_0) \text{sen}(2\theta_2) - \cos^2(\theta_0)}{\kappa^2 \text{sen}(2\theta_0) \text{sen}(2\theta_2) + \cos^2(\theta_0)} \quad (3.13)$$

$$A_P^{ref} = \frac{\kappa \text{sen}(4\theta_0)}{\kappa^2 \text{sen}(2\theta_0) \text{sen}(2\theta_2) + \cos^2(\theta_0)} \quad (3.14)$$

Las amplitudes de las ondas SV y P reflejadas tomarán valores reales si el ángulo de incidencia es supercrítico ( $\theta_0 > \theta_{cr}$ ); o valores complejos en el caso de que el ángulo de incidencia sea subcrítico.

Las expresiones generales de los cosenos directores de los vectores de propagación y desplazamientos quedan para la componente  $x_2$ :

$$\begin{aligned} s_2^{(0)} &= \cos(\theta_0) & d_2^{(0)} &= \text{sen}(\theta_0) \\ s_2^{(1)} &= \cos(\theta_0) & d_2^{(1)} &= -\text{sen}(\theta_0) \\ s_2^{(2)} &= \frac{1}{\kappa} \cos(\theta_0) & d_2^{(2)} &= \frac{1}{\kappa} \cos(\theta_0) \end{aligned} \quad (3.15)$$

y para la componente  $x_3$ :

$$\begin{aligned} s_3^{(0)} &= \text{sen}(\theta_0) & d_3^{(0)} &= -\cos(\theta_0) \\ s_3^{(1)} &= -\text{sen}(\theta_0) & d_3^{(1)} &= -\cos(\theta_0) \\ s_3^{(2)} &= i \sqrt{\frac{1}{\kappa^2} \cos^2(\theta_0) - 1} & d_3^{(2)} &= i \sqrt{\frac{1}{\kappa^2} \cos^2(\theta_0) - 1} \end{aligned} \quad (3.16)$$

siendo nula su componente en  $x_1$ .

### 3 Campo incidente producido por ondas SH y SV con un ángulo de incidencia genérico

Analizando las expresiones de las amplitudes de las dos ondas reflejadas, se comprueba que existe un cierto ángulo de incidencia que produce que la amplitud de la onda SV reflejada se anule, produciéndose el fenómeno denominado cambio de modo. Así, una onda incidente de tipo SV se refleja en forma de una única onda de tipo P (de ahí el nombre de cambio de modo). Para obtener el valor del ángulo de cambio de modo se recurre al numerador de la expresión de la amplitud de la onda SV reflejada (ec. 3.13) y se iguala a cero. El valor este ángulo de cambio de modo, únicamente depende del coeficiente de Poisson del terreno. En el cuadro 3.2 se muestran los valores del ángulo de cambio de modo para valores típicos del coeficiente de Poisson del terreno. Añadir finalmente que, para un valor del coeficiente de Poisson de 0.5, existe una singularidad en la formulación que impide obtener la amplitud de la onda SV reflejada.

$\nu$	$\kappa$	$\theta_{\text{cmodo}}$
0.1	0.667	16.229° y 63.206°
0.2	0.612	15.444° y 61.752°
0.3	0.535	14.608° y 56.353°
0.4	0.408	13.702° y 59.996°

**Tabla 3.2:** Ángulos de cambio de modo para una onda incidente SV en función del valor del coeficiente de Poisson del terreno

### 3.5 Implementación del campo incidente en la formulación

Establecidas las ecuaciones de gobierno del problema en estudio, se verá a continuación su implementación en el código acoplado de elementos de contorno-elementos finitos.

Así, cuando inciden ondas sísmicas en el lugar bajo estudio, tienen lugar fenómenos de reflexión y refracción de ondas, de forma que el campo de ondas que surge modifica el tren de ondas incidente. El campo de ondas original se asume que proviene de una fuente lejana y se denominará campo incidente  $\mathbf{u}_I$ , mientras que el que se produce por los fenómenos de reflexión y refracción se conoce como campo reflejado  $\mathbf{u}_R$ . De esta forma, los campos de desplazamientos y tensiones resultantes (campos totales) se pueden obtener por superposición siendo estos  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_I + \mathbf{u}_R$  y  $\mathbf{p} = \mathbf{p}_I + \mathbf{p}_R$  respectivamente.

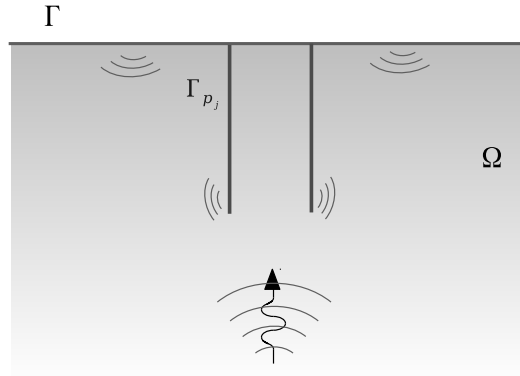
Considerando una cimentación pilotada embebida en un semiespacio homogéneo y sometida a un tren de ondas armónicas incidentes, tal y como se muestra en la figura 3.6. Así, se asume que el dominio semiinfinito  $\Omega$  está definido por el contorno  $\Gamma$ . Debe destacarse que la magnitud del campo reflejado disminuye con la distancia debido al amortiguamiento del material y de radiación del terreno y, en consecuencia, no es preciso discretizar el contorno más alejado de la cimentación.

Así, retomando la ecuación 2.3 para el semiespacio  $\Omega$  en términos del campo total:

$$\mathbf{H}^{ss} \mathbf{u}^s - \mathbf{G}^{ss} \mathbf{p}^s - \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{G}^{sp_j} \mathbf{q}^{s_j} + \sum_{j=1}^{n_p} \delta_j \Upsilon^{s_j} F_{p_j} = 0 \quad (3.17)$$

Como tanto el campo incidente, el reflejado y el total satisfacen las ecuaciones de gobierno, la ecuación 2.3 puede escribirse también en términos del campo incidente, quedando de la forma:

$$\mathbf{H}^{ss} \mathbf{u}_I^s - \mathbf{G}^{ss} \mathbf{p}_I^s = 0 \quad (3.18)$$



**Figura 3.6:** Fenómenos de reflexión de ondas para pilotes embebidos en el terreno

donde no existen las tensiones sobre la interfase pilote-suelo ( $q^{sj}$ ) ni las fuerzas en las puntas de los pilotes ( $F_{p_j}$ ) ya que estas forman parte únicamente del campo reflejado. La sustracción de la ecuación 3.18 en 3.17 resulta en:

$$\mathbf{H}^{ss} \mathbf{u}^s - \mathbf{G}^{ss} \mathbf{p}^s - \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{G}^{sp_j} \mathbf{q}^{sj} + \sum_{j=1}^{n_p} \delta_j \Upsilon^{sj} F_{p_j} = \mathbf{H}^{ss} \mathbf{u}_I^s - \mathbf{G}^{ss} \mathbf{p}_I^s \quad (3.19)$$

donde la parte derecha es conocida ya que las expresiones analíticas de  $\mathbf{u}_I^s$  y  $\mathbf{p}_I^s$  son las obtenidas a lo largo del presente capítulo en función del tipo de onda incidente. Este mismo procedimiento se puede seguir para obtener las ecuaciones del método de los elementos de contorno 2.4 y 2.6 para las líneas de carga. La ecuación de elementos finitos 2.23, sin embargo, no precisan ser reescritas al contener variables solamente en el campo reflejado.

De esta forma, los campos de desplazamientos y tensiones del campo incidente que se han obtenido en el presente capítulo pasan a convertirse en un dato más del problema, formando parte del vector del lado derecho del sistema global de ecuaciones del problema ( $\mathcal{B}$  de la ecuación 2.40 del capítulo anterior).

### 3.6 Implementación del modelo en el código. Tratamiento de la simetría

El modelo tridimensional existente permite abordar la resolución de problemas mediante la discretización de tan solo un cuarto de la geometría real, con el consiguiente ahorro en grados de libertad y, por tanto, de tiempo de computación que ello implica. No obstante, si bien para el problema de incidencia vertical esta consideración no supone ningún problema, mas que definir correctamente el tipo de simetría de ambos planos; el problema de propagación de ondas inclinadas no puede resolverse mediante el análisis de un único caso. Así, al ser la geometría simétrica pero no serlo la sollicitación, es necesario realizar un tratamiento especial del problema, de modo que la solución del mismo se obtenga como la superposición de cuatro casos: uno doblemente simétrico respecto a los planos  $x_1x_3$  y  $x_2x_3$ , otro simétrico respecto a  $x_1x_3$  pero antisimétrico respecto a  $x_2x_3$ , otro antisimétrico respecto a  $x_1x_3$  pero simétrico respecto a  $x_2x_3$  y, por último, el caso doblemente antisimétrico.

La formulación obtenida debe adaptarse a estas consideraciones, de modo que las expresiones

### 3 Campo incidente producido por ondas SH y SV con un ángulo de incidencia genérico

varíen en función del caso de simetría bajo análisis. Para ello, es necesario adaptar las expresiones del campo incidente de forma que se tenga en cuenta esta necesidad. Atendiendo a la expresión genérica del campo de desplazamientos (ec. 3.1):

$$u_i = \sum_{j=1}^n d_i^j A_j e^{-ik_j(s^{(j)} \cdot r)} \quad (3.20)$$

Los términos que se ven afectados por la simetría son aquellos que hacen referencia a las coordenadas espaciales, en este caso, los términos exponenciales. Para cada una de las  $j$  ondas del problema se tiene, de forma general:

$$e^{-ik_j(s^{(j)} \cdot r)} = e^{-ik_j(s_1^{(j)} x_1)} e^{-ik_j(s_2^{(j)} x_2)} e^{-ik_j(s_3^{(j)} x_3)} \quad (3.21)$$

Los términos afectados por la simetría son los correspondientes a  $x_1$  y  $x_2$  (la componente  $x_3$  no se ve afectada por la simetría, ya que únicamente toma valores iguales o inferiores a cero). Estos términos se pueden expresar como la suma de una parte simétrica y otra asimétrica mediante la descomposición:

$$\begin{aligned} e^{-ik_j(s_1^{(j)} x_1)} &= \frac{1}{2} \left[ e^{-ik_j(s_1^{(j)} x_1)} + e^{ik_j(s_1^{(j)} x_1)} \right] + \frac{1}{2} \left[ e^{-ik_j(s_1^{(j)} x_1)} - e^{ik_j(s_1^{(j)} x_1)} \right] = \\ &= \cos(k_j s_1^{(j)} x_1) + i \operatorname{sen}(k_j s_1^{(j)} x_1) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Para simplificar la nomenclatura, las expresiones se escribirán de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} e^{-ik_j(s_1^{(j)} x_1)} &= \operatorname{exc}(j) + \operatorname{exs}(j) \\ e^{-ik_j(s_2^{(j)} x_2)} &= \operatorname{eyc}(j) + \operatorname{eys}(j) \\ e^{-ik_j(s_3^{(j)} x_3)} &= \operatorname{ez}(j) \end{aligned} \quad (3.23)$$

donde

$$\begin{aligned} \operatorname{exc}(j) &= \cos(k_j s_1^{(j)} x_1) \\ \operatorname{exs}(j) &= i \operatorname{sen}(k_j s_1^{(j)} x_1) \\ \operatorname{eyc}(j) &= \cos(k_j s_2^{(j)} x_2) \\ \operatorname{eys}(j) &= i \operatorname{sen}(k_j s_2^{(j)} x_2) \end{aligned} \quad (3.24)$$

De esta forma, la exponencial genérica de la ecuación 3.21 puede expresarse como la suma de cuatro productos:

$$\begin{aligned} e^{-ik_j(s^{(j)} \cdot r)} &= [\operatorname{exc}(j) + \operatorname{exs}(j)] [\operatorname{eyc}(j) + \operatorname{eys}(j)] \operatorname{ez}(j) = \\ &= [\operatorname{exc}(j)\operatorname{eyc}(j) + \operatorname{exc}(j)\operatorname{eys}(j) + \operatorname{exs}(j)\operatorname{eyc}(j) + \operatorname{exs}(j)\operatorname{eys}(j)] \operatorname{ez}(j) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Así, sustituyendo en el campo de desplazamientos, se obtiene que este es la suma de cuatro casos, que varían únicamente en la configuración de simetría que presentan. La expresión del campo de desplazamientos en la dirección  $x_1$  será:

$$\begin{aligned} u_1 &= \sum_{j=1}^n d_1^j A_j \operatorname{exs}(j) \operatorname{eyc}(j) \operatorname{ez}(j) + \sum_{j=1}^n d_1^j A_j \operatorname{exc}(j) \operatorname{eyc}(j) \operatorname{ez}(j) + \\ &+ \sum_{j=1}^n d_1^j A_j \operatorname{exs}(j) \operatorname{eys}(j) \operatorname{ez}(j) + \sum_{j=1}^n d_1^j A_j \operatorname{exc}(j) \operatorname{eys}(j) \operatorname{ez}(j) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Para los desplazamientos en dirección  $x_2$ , queda:

$$\begin{aligned}
 u_2 = & \sum_{j=1}^n d_2^j A_j exc(j) eys(j) ez(j) + \sum_{j=1}^n d_2^j A_j xs(j) eys(j) ez(j) + \\
 & + \sum_{j=1}^n d_2^j A_j exc(j) eyc(j) ez(j) + \sum_{j=1}^n d_2^j A_j xs(j) eyc(j) ez(j)
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

y, finalmente, para la dirección  $x_3$ :

$$\begin{aligned}
 u_3 = & \sum_{j=1}^n d_3^j A_j exc(j) eyc(j) ez(j) + \sum_{j=1}^n d_3^j A_j xs(j) eyc(j) ez(j) + \\
 & + \sum_{j=1}^n d_3^j A_j exc(j) eys(j) ez(j) + \sum_{j=1}^n d_3^j A_j xs(j) eys(j) ez(j)
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

En estas expresiones, cada uno de los sumandos representan, respectivamente, las componentes del desplazamiento debidas al caso doblemente simétrico, al simétrico respecto a  $x_1x_3$  y antisimétrico respecto a  $x_2x_3$ , al antisimétrico respecto  $x_1x_3$  y simétrico respecto a  $x_2x_3$  y, por último, el caso doblemente antisimétrico.

Una vez se obtienen las distintas componenetes del desplazamiento, la determinación del tensor de deformaciones para cada caso se realiza mediante la aplicación directa de la ecuación de compatibilidad (ec. 3.2). A partir dicho tensor, se obtiene el tensor de tensiones directamente a partir de la ley de comportamiento del material (ec. 3.3).





### 4.1 Definición del problema tridimensional

El objetivo de este trabajo es profundizar en el estudio de la influencia de la interacción estructura-suelo-estructura en la respuesta de un grupo de edificios sometidos a ondas sísmicas con un ángulo de incidencia variable. El problema principal corresponde al estudiado por los autores en [2]: una configuración de tres edificios alineados a lo largo de la dirección de propagación de la onda, tal y como se muestra en la figura 4.1.

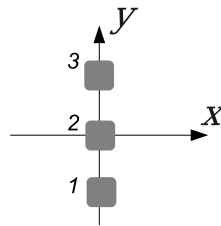


Figura 4.1: Grupo de edificios

Las estructuras son las correspondientes a edificios a cortante de una sola planta sobre una cimentación formada por un grupo  $3 \times 3$  de pilotes embebidos en un semiespacio de naturaleza viscoelástica. Se estudiarán los casos correspondientes a: tres edificios iguales y edificio central distinto a los exteriores. Además de edificios de una sola planta, las estructuras empleadas pueden representar un modo concreto de vibración de edificios de varias plantas.

La geometría de la cimentación viene definida por la longitud de los pilotes  $L$ , el diámetro de los mismos  $d$ , la distancia de separación entre centros de pilotes  $s$ , el semiancho del encepado  $b$  y la distancia de separación entre los centros de las cimentaciones  $D$ .

Los diferentes parámetros que definen el comportamiento dinámico del sistema son: la masa del encepado  $m_0$ , la inercia del encepado  $I_0$ , la masa de la planta  $m$ , la altura del edificio  $h$  y el periodo fundamental,  $T$ , y el coeficiente de amortiguamiento estructural,  $\zeta$ , para la estructura sobre base rígida.

Así pues, cada subsistema estructura-cimentación estará definido por un total de 8 grados de libertad: dos desplazamientos horizontales de la base del encepado  $u_c$  correspondientes a los desplazamientos a lo largo de los ejes  $x$  e  $y$ ; dos giros alrededor de estos mismos ejes  $\varphi$ ; el desplazamiento vertical de la base del encepado  $u_c^z$ ; un giro entorno a este eje vertical  $\phi$ ; y los dos desplazamientos transversales de la planta respecto a su cimentación  $u$ . Al elegirse un

modelo de estructura a cortante, el desplazamiento vertical de la planta, así como los diferentes giros de la misma, coinciden con los de la base de la cimentación.

La figura 4.2 muestra una representación bidimensional del problema a estudiar, reflejando todos los parámetros anteriores que definen el sistema. Hay que considerar también el ángulo  $\theta$  con el que se propaga la onda incidente.

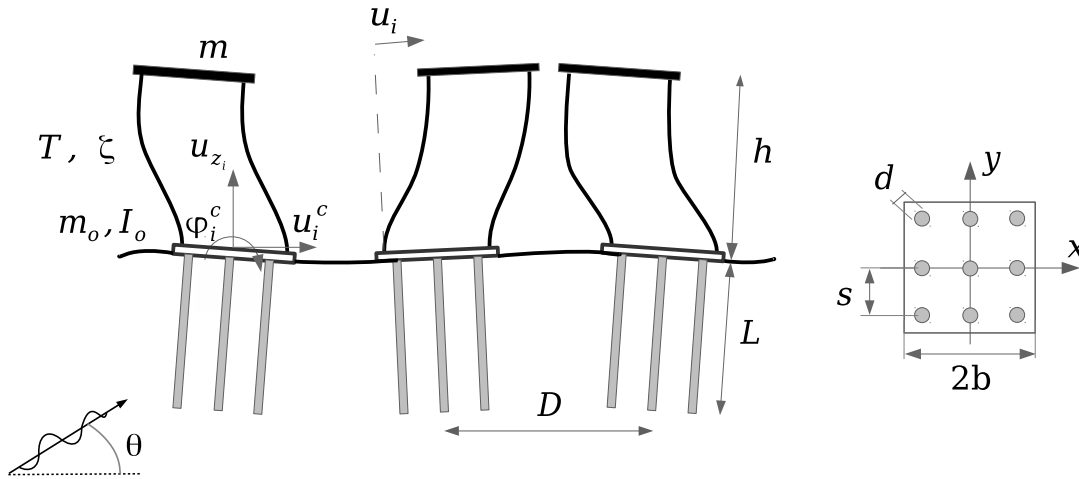


Figura 4.2: Parámetros y grados de libertad del problema

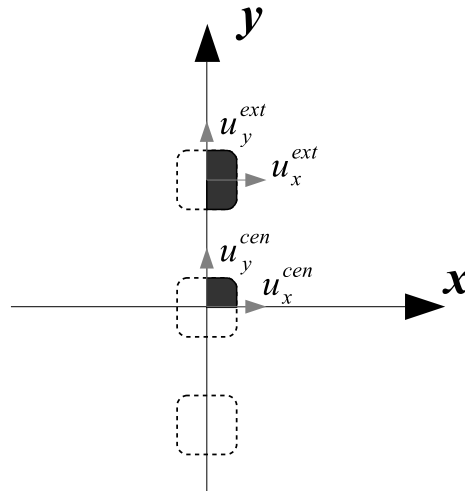
Se ha elegido la alineación de los edificios a lo largo del eje  $y$  al ser esta la dirección horizontal de propagación de las ondas inclinadas. De esta forma, se podrá comprobar el efecto ‘sombra’ que puede producir la presencia de un edificio al interponerse en el camino de la onda, además del resto de efectos de interacción entre estructuras cercanas. Los dos tipos de ondas seleccionadas para el análisis (ondas SH y ondas SV) se han elegido de forma que la primera produce desplazamientos de campo libre perpendiculares a la dirección de alineación de los edificios (problema antiplano), mientras que la onda SV produce desplazamientos de campo libre paralelos a la dirección de alineación de las estructuras (problema plano).

#### 4.1.1 Tratamiento de la simetría

Como se ha comentado en la sección 3.6, la formulación empleada exige la representación del problema mediante la simetría. Por ello, el campo incidente y reflejado suponen la superposición de diferentes casos de simetría. En las situaciones planteadas, dos de los cuatro casos posibles se anularán al encontrarse las estructuras estudiadas sobre uno de los ejes de simetría geométrica. Por tanto, el problema real se descompondrá en la suma de dos subproblemas que se diferencian únicamente en el tipo de simetría que presentan. Los casos estudiados variarán en función del tipo de onda incidente.

La figura 4.3 representa el cuarto de la simetría empleado para el estudio. Únicamente se discretizan dos edificios: el central ( $u^{cen}$ ) y el exterior ( $u^{ext}$ ); obteniéndose los desplazamientos del otro edificio externo en función de la simetría considerada.

Como se ha comentado, sólo dos de los cuatro casos de simetría producen desplazamientos no nulos en los grados de libertad contemplados para el análisis. Estos casos se denominarán, de aquí en adelante, caso 1 y caso 2. El caso 1 será aquel caso de simetría que produce despla-



**Figura 4.3:** Discretización del problema. En sombreado la parte que se discretiza, en discontinuo el resultado de aplicar las simetrías

zamientos en el edificio central, mientras que el *caso 2* será el que produzca desplazamientos únicamente en los edificios exteriores.

En los siguientes apartados se definirán estos casos, concretándose la simetría de cada uno de ellos en función del tipo de onda incidente:

#### 4.1.1.1 Onda SH

La onda SH origina desplazamientos a lo largo del eje  $x$ . Por ello, los edificios estudiados, al estar situados sobre el eje  $y$ , únicamente se verán afectados en los casos correspondientes a antisimetría en dicho eje (ya que para los casos con el eje  $y$  simétrico, el desplazamiento en  $x$  de los puntos sobre dicho eje debe ser nulo).

Así se tiene, por una parte, el caso simétrico respecto  $x$  y antisimétrico respecto a  $y$  y, por otro lado, el caso doblemente antisimétrico, como se refleja en la figura 4.4. Únicamente el primer caso (simétrico respecto a  $x$ ) produce desplazamientos en el edificio central, por lo que es este caso el denominado *caso 1*; mientras que el *caso 2* será el correspondiente al caso doblemente antisimétrico.

Con esto, los desplazamientos de los edificios para el problema real se obtendrán de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} (u_{e1})_x &= u_{sim}^{ext} - u_{antis}^{ext}; \\ (u_{e2})_x &= u_{sim}^{cen}; \\ (u_{e3})_x &= u_{sim}^{ext} + u_{antis}^{ext}; \end{aligned} \quad (4.1)$$

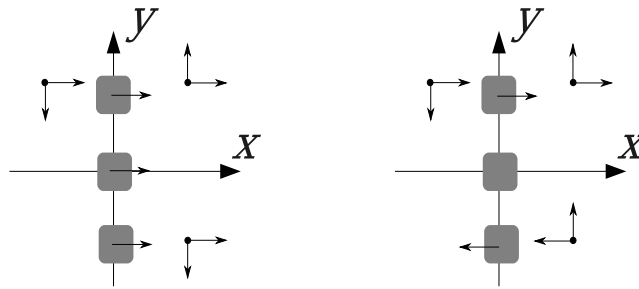


Figura 4.4: Casos de simetría para la onda SH

#### 4.1.1.2 Onda SV

La onda SV con incidencia inclinada se propaga en el plano  $yz$  originando desplazamientos en una dirección perpendicular a la de propagación, pero contenida en el mismo plano; su componente horizontal, que será la estudiada, es, por tanto, a lo largo del eje  $y$ . Como ocurre para la onda anterior, sólo dos de los cuatro casos de simetría posibles no se anulan para las estructuras situadas sobre el eje  $y$ ; estos casos son los correspondientes a simetría respecto a este eje (ya que si el eje  $y$  fuese de antisimetría, los desplazamientos en la dirección de dicho eje serían nulos).

Así tendremos para esta onda los casos correspondientes a antisimétrico respecto  $x$  y simétrico respecto  $y$  y el caso doblemente simétrico (figura 4.5). En este caso, el caso 1 corresponde al antisimétrico respecto al eje  $x$  (ya que este tipo de simetría es la que permite desplazamientos en  $y$  a lo largo del eje  $x$ ), mientras que el caso 2 será el correspondiente al doblemente simétrico.

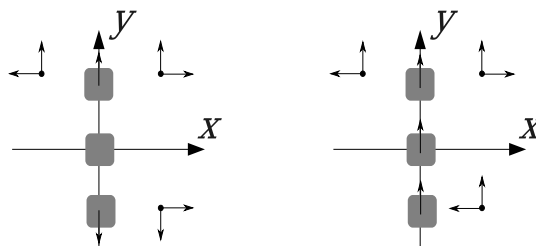


Figura 4.5: Casos de simetría para la onda SV

De la misma forma que para la onda anterior, los desplazamientos de los edificios para el problema real se obtendrán mediante las expresiones:

$$\begin{aligned}
 (u_{e1})_y &= u_{antis}^{ext} - u_{sim}^{ext}; \\
 (u_{e2})_y &= u_{antis}^{cen}; \\
 (u_{e3})_y &= u_{antis}^{ext} + u_{sim}^{ext};
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

En este caso, el edificio central, al situarse sobre el eje  $x$ , no tendrá desplazamiento horizontal en dirección  $y$  para el caso simétrico respecto a  $x$ .

### 4.1.2 Parámetros del problema

Se exponen a continuación los diferentes valores adimensionales que definen el problema estudiado. Estos valores se han elegido por ser valores representativos de la realidad y que presentan un grado apreciable de interacción suelo-estructura. Valores similares han sido empleados por otros autores en [3, 4, 23].

Los valores de los parámetros que definen las propiedades mecánicas del suelo y la cimentación considerados en el problema a estudiar son los siguientes: ratio entre los módulos de Young de los pilotes y el suelo  $E_p/E_s = 100$ , ratio entre las densidades del suelo y los pilotes  $\rho_s/\rho_p = 0.7$ , coeficiente de Poisson de los pilotes  $\nu_p = 0.2$ , coeficiente de Poisson del suelo  $\nu_p = 0.4$  y coeficiente de amortiguamiento del suelo  $\beta = 0.05$ .

Como se ha comentado, la cimentación se trata de una configuración cuadrada de  $3 \times 3$  pilotes con la cabeza empotrada en un encepado rígido que no está en contacto con el terreno. Su geometría vendrá determinada por: relación de esbeltez de los pilotes  $L/d = 15$ , distancia de separación entre los pilotes  $s/d = 5$ , valor del semiancho del encepado  $b = 3s/2$ . Estos valores son independientes de las características de la superestructura.

Los parámetros relacionados con el comportamiento dinámico del sistema serán: relación de esbeltez de la estructura  $h/b = 2$  y  $5$ , también se emplearán valores de  $h/b = 3$  y  $4$  para la estructura central; ratio entre las rigideces de la estructura y del suelo  $1/\sigma = h/(c_s T) = 0.25$ , donde  $c_s$  es la velocidad de propagación de la onda de corte en el suelo; este parámetro  $1/\sigma$  es el que gobierna la magnitud de los efectos de la interacción suelo-estructura: un valor de  $1/\sigma = 0$  implica base rígida (por lo que no existen efectos de interacción), mientras que valores crecientes representan una reducción de la rigidez relativa del suelo llegando a valores de  $1/\sigma = 0.5$  en los que el suelo es muy blando en relación a la estructura. El resto de parámetros son: coeficiente de amortiguamiento de la estructura  $\zeta = 0.05$ ; ratio entre las masas de la estructura y del suelo  $\delta = m/(4\rho_s b^2 h) = 0.15$ ; ratio entre las masas del encepado y de la estructura  $m_0/m = 0.25$ ; ratio entre la inercia del encepado y la correspondiente a la estructura  $I_0/(mh^2) = 0.05$ .

Se estudiarán diferentes casos que corresponden a distintas separaciones entre las estructuras ( $D$ ). Esta separación se expresará en función de  $\lambda$ , definiéndose  $\lambda$  como la longitud de onda a la frecuencia fundamental del sistema constituido por un edificio solo:  $\lambda = c_s \tilde{T}$  siendo  $\tilde{T}$  el periodo fundamental de dicho sistema. Nótese que el valor de  $\tilde{T}/T$  refleja la variación de la frecuencia fundamental de la estructura al encontrarse sobre una base no rígida.

Los diferentes ángulos de incidencia a considerar se muestran en la tabla 4.1. La elección de un ángulo más para onda SV, se debe a que el ángulo crítico correspondiente a un coeficiente de Poisson de  $\nu_p = 0.4$  es de  $\theta_{cr} = 65.9^\circ$ .

<b>SV</b>	60°	65°	67°	70°	75°	90°
<b>SH</b>	60°	65°	-	70°	75°	90°

Tabla 4.1: Ángulos de incidencia estudiados según el tipo de onda

Por último, destacar que los resultados obtenidos se representarán frente a la frecuencia adi-

mensional  $a_0$  que se define como:

$$a_0 = \frac{\omega d}{c_s} \quad (4.3)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia de la excitación,  $d$  el diámetro de los pilotes y  $c_s$  la velocidad de propagación de la onda cortante en el terreno.

### 4.1.3 Discretización de la superficie libre

La figura 4.6 muestra la tipología de mallas empleada para la discretización de la superficie libre del terreno en los problemas a estudiar. Para dimensionarlas se realizan las siguientes consideraciones:

- La longitud de la superficie libre después del último elemento constructivo es aproximadamente de  $3L$  (siendo  $L$  la longitud de los pilotes).
- Se realiza un mallado más fino para representar mejor el campo de desplazamientos de los puntos de la superficie libre cercanos a las estructuras, así como los situados entre ellas.
- El tamaño máximo de cada elemento es tal que pueda captar las ondas que se propagan en el medio. Esto se podrá realizar siempre que el tamaño del elemento sea al menos la mitad de la longitud de onda de la excitación, ya que se emplean elementos cuadráticos:

$$L_{max} = \frac{\lambda_{min}}{2} \quad (4.4)$$

donde la longitud de la onda se obtiene, para cada valor de frecuencia, de la expresión:

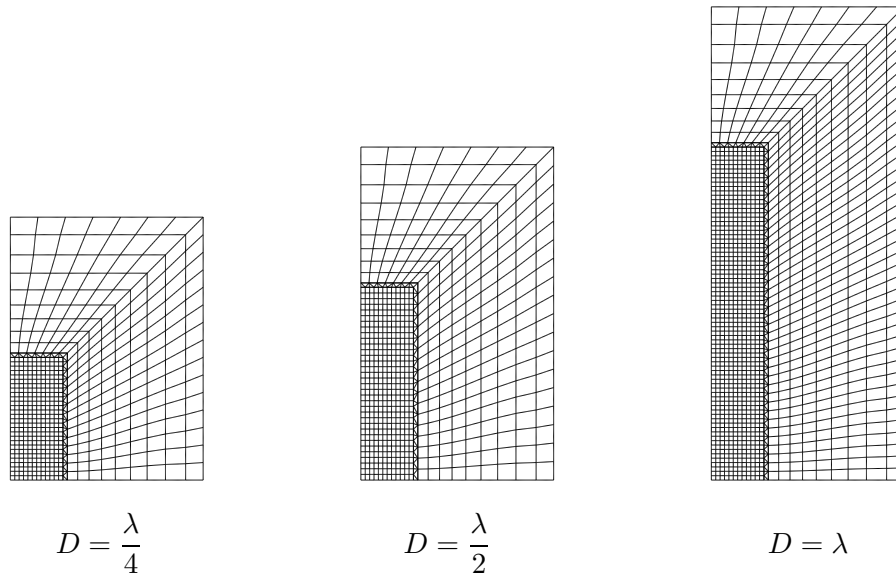
$$\lambda_{min} = c_s T = c_s \frac{2\pi}{\omega} = c_s \frac{2\pi d}{a_0 c_s} = \frac{2\pi d}{a_0} \quad (4.5)$$

Se pretenden obtener las funciones de respuesta en frecuencia hasta un valor de la frecuencia adimensional de  $a_0 = 2.5$ , por tanto, la longitud de onda mínima que se debe captar es de  $\lambda_{min} = 5.024$ , quedando el tamaño máximo del elemento  $L_{max} = 2.512$ .

Para el mallado fino se emplearán elementos de tamaño 2.5, mientras que para la superficie más alejada de los elementos constructivos los tamaños de los elementos serán mayores. En cualquier caso, el rango de frecuencias en los que se encuentran los periodos fundamentales de las estructuras a estudiar es muy inferior al considerado en el cálculo anterior ( $a_{0_n} \in [0.02, 0.1]$ ) por lo que no existirán problemas con los tamaños de los elementos empleados.

En la figura 4.6 se observa como, al estudiar mayores distancias de separación entre estructuras, es necesario incrementar el tamaño del mallado, con el consiguiente aumento del número de nodos y elementos debidos principalmente a la superficie con mallado fino. La tabla 4.2 recoge los valores de diferentes parámetros de las mallas empleadas en el presente trabajo. Se muestran la longitud de la malla en dirección  $y$  (la longitud en dirección  $x$  es constante para todas las mallas e igual a 110), el número de nodos y número de elementos empleados en la discretización de la superficie libre, así como una aproximación del tiempo de cómputo que se requiere para resolver el problema para cada valor de frecuencia.

Atendiendo a los tiempos de cálculo requeridos por las mallas de mayor tamaño, y teniendo en cuenta que para obtener de forma adecuada la función de respuesta en frecuencia son necesarias unas 40 frecuencias en cada uno de los dos casos de simetría, el número de configuraciones



**Figura 4.6:** Mallado de la superficie libre para diferentes distancias de separación entre edificios  $h/b = 2$ .

	D	Tamaño(y)	NºNodos	NºElem.	Tiempo cálc. (s)
$h/b = 2$	$\lambda/4$	150	2343	596	750
	$\lambda/3$	170	2766	704	900
	$\lambda/2$	190	3471	884	1550
	$\lambda$	270	5727	1460	5200
$h/b = 5$	$\lambda/4$	220	4317	1100	2650
	$\lambda/3$	270	5727	1460	5200
	$\lambda/2$	345	7842	2000	9350
	$\lambda$	575	14328	3656	35900

**Tabla 4.2:** Datos de las mallas empleadas para las distintas configuraciones.

distintas a estudiar se ve altamente limitado por los recursos de cálculo disponibles. Por ello, en el presente trabajo se ha empleado un método para eliminar el amortiguamiento del campo incidente a partir de los resultados obtenidos con anterioridad, con el consiguiente ahorro de tiempo de cómputo.

#### 4.1.4 Obtención del valor de cortante

La aplicación del modelo MEC-MEF permite obtener los valores de los distintos desplazamientos en los grados de libertad considerados, a partir de los cuales puede obtenerse el esfuerzo cortante en la base. Este proyecto se centrará en la evolución del esfuerzo cortante que presenta la base de la estructura ante diferentes sollicitaciones sísmicas. Se ha elegido esta variable para el estudio al ser uno de los esfuerzos más críticos a la hora del diseño estructural.

El presente trabajo se centrará en estudiar los valores máximos de la función de respuesta en frecuencia del cortante de las estructuras en función de los diferentes parámetros variables del problema: ángulo de incidencia de la onda, separación entre edificios, esbeltez del edificio

y posición del edificio en el grupo. Este cortante máximo se expresará como una variación del cortante que experimentaría el sistema suelo-estructura (un edificio solo de las mismas características sobre el terreno) ya sea bajo la misma sollicitación sísmica o bajo incidencia vertical. Como se vio en [2], hay que tener en cuenta que los valores de cortante máximo no se producen siempre a la misma frecuencia debido a la distinta participación de los numerosos modos de vibración del sistema; por tanto, los valores que se comparan pueden producirse en valores de frecuencia diferentes.

El valor del cortante se estudiará a través del factor de amplificación dinámico, obtenido a partir de los resultados primarios del modelo MEC-MEF:

$$D = \frac{k u}{F_{eq}} = \frac{\Omega^2 m u}{\omega^2 m u_{ff}} = \frac{\Omega^2 u}{\omega^2 u_{ff}} \quad (4.6)$$

siendo  $\Omega$  la frecuencia natural del sistema,  $u_{ff}$  el desplazamiento horizontal de la superficie libre y  $u$  la deflexión lateral de la estructura:

$$u = u_{planta} - u^c - h \varphi^c \quad (4.7)$$

Este factor de amplificación dinámica,  $D$ , se define como la relación entre el desplazamiento producido por una acción dinámica y su valor en el caso de una acción estática de la misma magnitud. Multiplicado por la masa de la estructura y por la aceleración horizontal a nivel del suelo, proporciona el valor del cortante. Al realizar una comparación en términos relativos y ser este factor proporcional al cortante, las variaciones de ambos son idénticas.

## 4.2 Definición del problema bidimensional

Con el fin de validar los resultados obtenidos y comprobar que los efectos que se aprecian en el modelo tridimensional no son propios de dicho modelo, se aplicará una formulación bidimensional del modelo de elementos de contorno (sección 4.2.1). El problema a estudiar con este modelo corresponde al de elementos de dimensión infinita enterrados en el terreno. Se trata de un problema similar al de cimentaciones cercanas, si bien los efectos en el terreno de estos cuerpos sólidos se espera sea superior a los de los pilotes. La figura 4.7 muestra una representación del problema, así como los parámetros que lo definen.

Los valores de los diferentes parámetros se han elegido para que representen un problema similar al tridimensional estudiado. La geometría del elemento enterrado viene definida por su ancho  $b$  y su altura  $L$ . Los valores que toman corresponden a la envolvente de los pilotes de las cimentaciones del problema tridimensional (con un diámetro de los pilotes de  $d = 2$ ):  $L = 30$  y  $b = 22$ .

Las propiedades del terreno coinciden con las empleadas en el problema tridimensional estableciendo  $E_p = 2.5$  y  $\rho_p = 1$ , por tanto serán: módulo de elasticidad del terreno  $E_s = 0.025$ , densidad del terreno  $\rho_s = 0.7$ , módulo de Poisson del terreno  $\nu_s = 0.4$  y coeficiente de amortiguamiento del terreno  $\beta_s = 0.05$ .

Las propiedades del elemento enterrado buscan ser representativas de la combinación pilote-suelo a la que corresponde: módulo de elasticidad del elemento  $E_e = 0.25$ , densidad del elemento  $\rho_e = 0.7818$ , coeficiente de Poisson del elemento enterrado  $\nu_e = 0.25$  y coeficiente de amortiguamiento del elemento  $\beta_e = 0.05$ .

La distancia de separación entre los dos elementos enterrados corresponde a  $D = \lambda/4$  para el caso estudiado edificios de esbeltez  $h/b = 2$  que, con las propiedades empleadas, corresponde a  $D \simeq 40$ .



Al tratarse de un problema plano, únicamente se emplearán ondas SV (desplazamiento horizontal paralelo a la alineación de los elementos y a la dirección horizontal de propagación de la onda). Los valores del ángulo de incidencia  $\theta_0$  serán los mismos que los empleados para el problema tridimensional (60, 65, 67, 70, 75 y 90°). La formulación del campo incidente se emplea sin considerar el amortiguamiento del mismo y sin realizar simplificaciones de simetría.

Los resultados obtenidos se expresarán en función de la frecuencia adimensional  $a_0$ , empleando el mismo valor de  $d$  para adimensionalizar que el utilizado para el problema tridimensional (ec. 4.3).

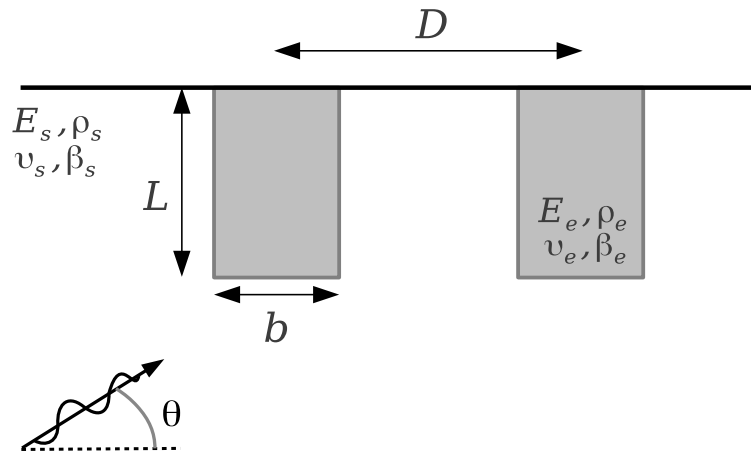


Figura 4.7: Parámetros del problema bidimensional.

#### 4.2.1 Modelo de validación. Método de los Elementos de Contorno bidimensional.

Con el objetivo de verificar los resultados obtenidos en el presente trabajo, y comprobar que los fenómenos que aparecen no se deben a posibles problemas con el modelo empleado, se utilizará un modelo de elementos de contorno bidimensional creado a partir del código disponible en [6].

Este modelo parte nuevamente del teorema de la reciprocidad de la elastodinámica, pero no considera las fuerzas de volumen en el interior del dominio. La formulación integral de partida para cualquier punto  $i$  del contorno o del dominio es:

$$\mathbf{c}^i \mathbf{u}^i + \int_{\Gamma} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma \quad (4.8)$$

La discretización del contorno se realiza mediante elementos cuadráticos, empleando tres nodos por elemento para interpolar tanto la geometría como los valores de las variables  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{p}$ . Las funciones de interpolación escritas en función de la variable homogénea  $\xi \in [-1, 1]$  son:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{1}{2}\xi(\xi - 1) \\ \phi_2 &= (1 - \xi^2) \\ \phi_3 &= \frac{1}{2}\xi(\xi + 1) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Empleando la discretización y aplicando la ecuación sobre cada nodo del contorno se obtiene

el sistema de ecuaciones:

$$\mathbf{H}\mathbf{u} = \mathbf{G}\mathbf{p} \quad (4.10)$$

donde  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{p}$  son los vectores de desplazamiento y tensiones en los nodos del contorno y las matrices  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{G}$  de dimensiones  $2N \times 2N$  contienen los coeficientes obtenidos de la integración numérica sobre los elementos del contorno del producto de la solución fundamental por las funciones de forma correspondientes.

Aplicando condiciones de contorno y reordenando las ecuaciones anteriores, se obtiene un sistema del tipo:

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (4.11)$$

donde el vector  $\mathbf{X}$  incluye todas las incógnitas en tensiones y desplazamientos del problema.

### 4.3 Variación en el cortante máximo sin amortiguamiento en el campo incidente.

En [2] los autores presentaron resultados correspondientes a la variación del cortante máximo en los edificios del problema estudiado con respecto a los que presenta un edificio de las mismas características situado solo sobre el terreno y sometido tanto al mismo ángulo de incidencia como a incidencia vertical. Estas variaciones se estudiaron en función del ángulo de incidencia, tipo de onda, distancia de separación entre las estructuras y esbeltez de las mismas.

Los resultados incorporaban, además de la influencia de la interacción estructura-suelo-estructura, los efectos del amortiguamiento del campo incidente. Este amortiguamiento provoca, para los casos de incidencia inclinada, que la magnitud de los desplazamientos en la superficie libre dependa de la posición en la que se sitúe la estructura con respecto a la posición empleada como referencia en la formulación del campo incidente; tomando valores superiores a los del origen para los puntos que se encuentra la onda antes de alcanzar este punto de referencia y valores inferiores para los puntos situados después de él. Además, estas variaciones incrementan con la distancia al origen, por lo que en los casos de estudio correspondientes a grandes separaciones entre estructuras el peso del amortiguamiento del campo incidente es muy superior al de los efectos de interacción del grupo, llegando a enmascararlos completamente.

Con el objetivo de estudiar únicamente la influencia de la presencia de estructuras cercanas en el comportamiento en cortante de las edificaciones del grupo, en el presente trabajo se han eliminado los efectos del amortiguamiento en el campo incidente. Para ello, se ha recurrido a dos estrategias obteniéndose resultados prácticamente idénticos:

- **Eliminar el amortiguamiento del campo incidente en su formulación.**

Para ello se toma únicamente la parte real del número de onda, consiguiendo un campo en la superficie libre constante en módulo, aunque desfasado en función de la distancia al punto de referencia. De esta forma, se pueden obtener las variaciones del cortante con respecto al edificio solo sometido tanto a la misma incidencia como a incidencia vertical, mediante las expresiones:

$$\text{VAR}_{\theta}^{\text{mismo}} = \frac{V_{\theta,s.a.}^{\text{grupo}} - V_{\theta,s.a.}^{\text{solo}}}{V_{\theta,s.a.}^{\text{solo}}} \quad (4.12)$$

$$\text{VAR}_{\theta}^{\text{vert}} = \frac{V_{\theta,s.a.}^{\text{grupo}} - V_{\text{vert},s.a.}^{\text{solo}}}{V_{\text{vert},s.a.}^{\text{solo}}} \quad (4.13)$$

Donde VAR representa el valor de la variación del cortante máximo respecto al presentado por el edificio solo sometido al mismo ángulo de incidencia o a incidencia vertical;  $V$  representa el valor del cortante máximo de cada uno de los edificios del grupo ( $V^{\text{grupo}}$ ) o del edificio solo ( $V^{\text{solo}}$ ); los subíndices  $\theta$  y vert indican si corresponden a un ángulo incidencia cualquiera o a incidencia vertical; y el subíndice  $s.a.$  indica que se ha obtenido sin amortiguamiento en el campo incidente.

- **Realizar la comparación del cortante de los edificios del grupo con respecto a un edificio solo que se encuentre en su misma posición.**

De esta forma, al incorporarse los efectos del amortiguamiento en el valor de cortante usado como referencia, la variación del mismo se deberá únicamente a la presencia de las estructuras vecinas:

$$\text{VAR}_{\theta}^{\text{mismo}} = \frac{V_{\theta,a}^{\text{grupo}} - V_{\theta,a}^{\text{solo},D}}{V_{\theta,a}^{\text{solo},D}} \quad (4.14)$$

donde el superíndice solo,  $D$  indica que el edificio solo se encuentra en la misma posición que el edificio del grupo del que se estudia su cortante máximo; y el subíndice  $a.$  indica que los valores se han obtenido con amortiguamiento en el campo incidente.

Esta estrategia presenta el inconveniente de que no permite hacer la comparación con incidencia vertical de forma directa, ya que para incidencia vertical todos los puntos de la superficie presentan el mismo valor de desplazamiento independientemente de su posición. Para obtener estas curvas se parte de la hipótesis de que los valores que se obtienen de las variaciones del cortante con respecto al edificio solo en su misma posición y sometido al mismo ángulo de incidencia coinciden con las que se obtienen comparando los edificios del grupo con el edificio solo bajo la misma excitación en el caso de eliminar el amortiguamiento en el campo incidente.

Estableciendo la igualdad entre las ecuaciones 4.12 y 4.14, podemos expresar el valor que se obtendría para el edificio del grupo si eliminamos el amortiguamiento del campo incidente como:

$$V_{\theta,s.a.}^{\text{grupo}} = V_{\theta,s.a.}^{\text{solo}} \cdot \text{VAR}_{\theta}^{\text{mismo}} + V_{\theta,s.a.}^{\text{solo}} \quad (4.15)$$

Sustituyendo en la expresión 4.13, se obtiene la variación del cortante máximo con respecto al edificio solo sometido a incidencia vertical eliminando los efectos del amortiguamiento del campo incidente como:

$$\text{VAR}_{\theta}^{\text{vert}} = \frac{V_{\theta}^{\text{solo}}}{V_{\text{vert}}^{\text{solo}}} \cdot \text{VAR}_{\theta}^{\text{mismo}} + \frac{V_{\theta}^{\text{solo}} - V_{\text{vert}}^{\text{solo}}}{V_{\text{vert}}^{\text{solo}}} \quad (4.16)$$

Se han eliminado los subíndices  $s.a.$  puesto que el edificio solo situado en el punto de referencia de formulación del campo presenta prácticamente los mismos valores de cortante independientemente de la existencia o no de amortiguamiento en el campo incidente.

En el anexo A se comprueba para diferentes configuraciones como los resultados obtenidos son independientes del método empleado para eliminar los efectos del amortiguamiento del campo incidente.

En este trabajo se emplearán ambas estrategias. A lo largo de esta sección, aprovechando los resultados obtenidos con anterioridad, se eliminarán los efectos del amortiguamiento mediante el uso del edificio solo en la misma posición; mientras que en el resto de secciones se ha optado por emplear directamente la formulación del campo incidente sin amortiguamiento.

### 4.3.1 Grupo de tres edificios iguales

#### 4.3.1.1 Variación del cortante máximo respecto al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia

En este apartado se realizará la comparación entre los valores de cortante máximo que experimentan los diferentes edificios del grupo con respecto a los que experimentarían en el caso de encontrarse solos sobre el terreno situados en su misma posición. En comparación con los resultados obtenidos en [2], se aprecia una reducción en las variaciones para ángulos inclinados que eran producidas principalmente por el amortiguamiento del campo incidente (incrementos para el primer edificio y reducciones para el último del grupo), este efecto es más significativo para grandes distancias de separación.

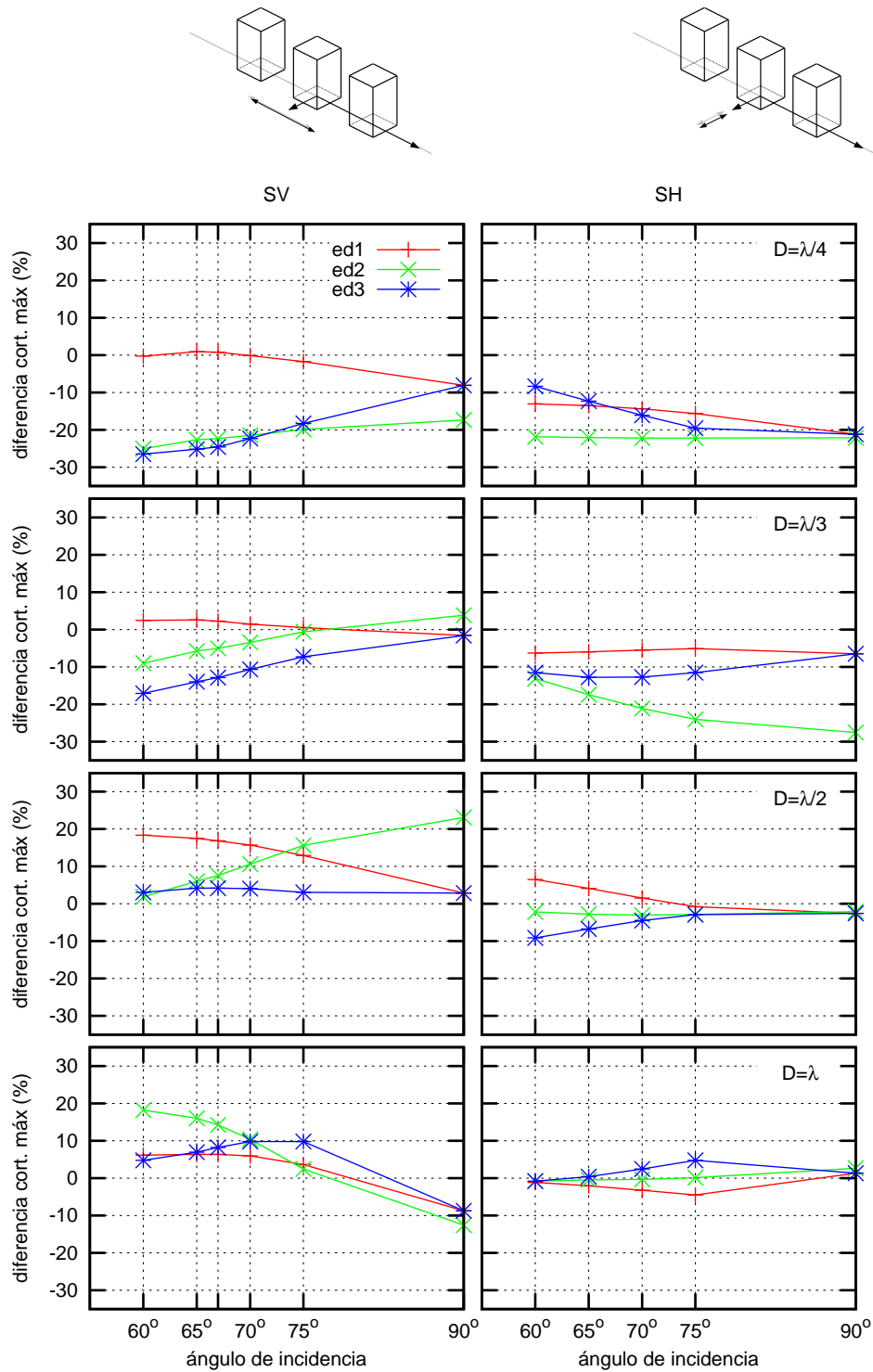
Al eliminar el efecto del amortiguamiento del campo incidente, se observan determinadas configuraciones en las que el último edificio del grupo presenta una variación con un valor más elevado que el primero (es decir, una menor reducción o un mayor incremento). Esto ha motivado los diferentes estudios realizados en las siguientes secciones del presente trabajo.

Comenzando con edificaciones de esbeltez  $h/b = 2$ , las figuras 4.8 y 4.9 muestran las variaciones del cortante máximo en función de los diferentes parámetros del problema, de forma que variaciones positivas representan incrementos en el valor del cortante máximo con respecto al edificio solo bajo el mismo ángulo de excitación y valores negativos, una reducción en los mismos. Las gráficas se dividen en dos columnas en función del tipo de onda: la columna de la izquierda corresponde a ondas SV (actuación horizontal paralela a la alineación de los edificios), mientras que la de la derecha es para ondas SH (actuación perpendicular a la alineación de las estructuras). Las diferentes filas se corresponden a diferentes distancias de separación entre edificios contiguos. La figura 4.8 representa las variaciones en función del ángulo de incidencia, representándose diferentes curvas para los distintos edificios del grupo (*ed1* para el primer edificio que encuentra la onda en su propagación, *ed2* para el segundo y *ed3* para el último edificio del grupo). Por otra parte, la figura 4.9 representa las variaciones respecto a la posición del edificio, donde cada curva corresponde a un ángulo de incidencia diferente (desde  $\theta_0 = 60^\circ$  hasta incidencia vertical,  $\theta_0 = 90^\circ$ ).

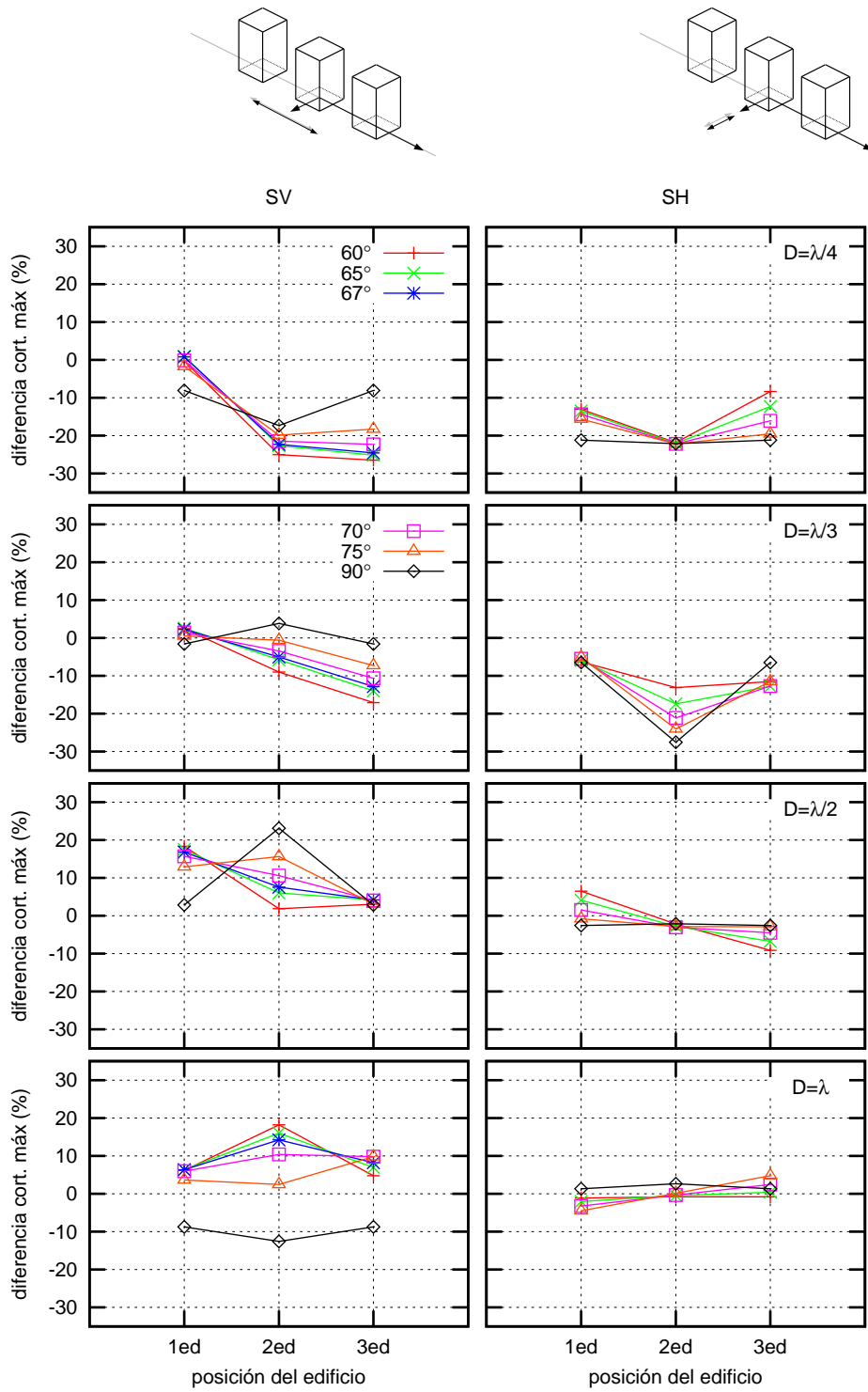
Estudiando los resultados para cada una de las distancias entre edificios, se observa que para una distancia de separación de  $D = \lambda/4$ , los valores de cortante máximo de la mayoría de los edificios del grupo se ven reducidos con respecto a los que presentarían en caso de encontrarse solos en el terreno, es decir, los efectos de interacción entre estructuras para esta distancia provoca una reducción en el valor de esfuerzo cortante que sufren las edificaciones. Únicamente para ondas SV y ángulos más horizontales, el primer edificio del grupo experimenta ligeros incrementos en su valor de cortante máximo, permaneciendo prácticamente igual que en el caso de que se encontrara sin estructuras a su alrededor. En cambio, para incidencia vertical, este edificio sí experimenta una reducción del cortante máximo cercana al 10%. Para este tipo de onda, el segundo y tercer edificio del grupo experimentan grandes reducciones en el cortante máximo, siendo estas mayores conforme el ángulo de incidencia es más tumbado. Este efecto se aprecia en mayor medida para el último edificio. Para ondas SH, los valores de las diferentes edificaciones son más similares. Las variaciones son prácticamente independientes del ángulo de incidencia para el primer edificio y el central; mientras que para el último edificio del grupo el cortante se ve más reducido conforme la onda es más vertical. Esto produce que, para ángulos muy tumbados, el último edificio del grupo experimente reducciones en su valor de cortante máximo menores a las que experimenta el primer edificio del grupo.

Para distancias de separación de  $D = \lambda/3$ , la situación es similar a la anterior. Para ondas

### 4.3 Variación del cortante máx. sin amortiguamiento en el campo incidente



**Figura 4.8:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ .



**Figura 4.9:** Variación del cortante máximo en función de la posición dentro del grupo. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ .

SV, se aprecia más claramente que el primer edificio sufre incrementos en su valor de cortante máximo para ángulos de incidencia pequeños. La reducción del cortante del edificio central es menor conforme el ángulo de incidencia aumenta, llegando a experimentar un ligero incremento para incidencia vertical. El último edificio del grupo sigue el mismo comportamiento que el central, disminuyendo la reducción en su cortante máximo para ondas más verticales. Para ondas de tipo SH, las variaciones en el cortante máximo de los edificios extremos mantienen su valor independientemente del ángulo de incidencia para incidencias inclinadas. Para el edificio central se aprecia un comportamiento contrario al del otro tipo de ondas: en este caso la reducción del cortante máximo es mayor conforme la onda es más vertical.

La configuración más desfavorable corresponde a una distancia entre los edificios del grupo de  $D = \lambda/2$ . Para ondas SV, en todas las situaciones de excitación todos los edificios del grupo experimentan un incremento en su cortante máximo. Los mayores valores se obtienen para ángulos pequeños en el caso del primer edificio del grupo (en torno a un incremento del 20 % para  $\theta_0 = 60^\circ$ ), y para incidencia vertical en el caso del edificio central, superando incrementos del 20 %. Para ondas SH, únicamente el primer edificio experimenta un aumento en el valor del cortante máximo, siendo este incremento mayor para ángulos más tumbados. El último edificio del grupo también sufre mayores variaciones para ángulos menores, siendo estas variaciones en el sentido de reducir su cortante máximo respecto al edificio solo. El edificio central experimenta una ligera reducción en sus esfuerzos cortantes máximos que se mantiene prácticamente independiente del ángulo de incidencia.

Por último, en el caso de separación entre estructuras de  $D = \lambda$  y ondas tipo SV, todos los edificios del grupo vuelven a experimentar incrementos en su valor de cortante máximo para incidencias inclinadas, siendo mayores los incrementos del primer y segundo edificio para ángulos más tumbados, mientras que para el tercero los mayores valores se encuentran en torno a  $\theta_0 = 75^\circ$ . Para incidencia vertical, en cambio, todos los edificios del grupo experimentan una reducción en su valor del cortante. Esta configuración pone de manifiesto como los efectos de interacción entre estructuras pueden cambiar en función del ángulo de incidencia, pasando de una configuración beneficiosa en términos de esfuerzos para incidencia vertical, a una más desfavorable para ángulos de incidencia inclinados. Para ondas de tipo SH, las mayores variaciones se producen en los edificios extremos para ángulos en torno a  $\theta_0 = 75^\circ$ , viéndose como el primer edificio del grupo reduce su valor de cortante máximo, mientras que el último sufre un incremento en dicho valor. El edificio central, en cambio, sufre pequeñas variaciones en su cortante máximo con respecto al edificio solo independientemente del ángulo de excitación, únicamente para incidencia vertical experimenta un ligero incremento en sus esfuerzos máximos.

Atendiendo a la figura 4.9, se aprecia para ondas SV un efecto de apantallamiento entre los edificios del grupo: cuando la distancia de separación es menor y conforme el ángulo de incidencia es más tumbado, se observa que la variación del cortante del primer edificio es más positiva que la correspondiente a incidencia vertical. En cambio, los edificios que se encuentran después experimentan una mayor reducción en su cortante máximo a medida que el ángulo de incidencia es menor. Este efecto sombra, por el cual la energía que llega a las últimas estructuras se ve reducida, se aprecia también en los resultados correspondientes a las menores distancias de la figura 4.28 en la que se realiza un estudio más exhaustivo de la influencia de la distancia de separación. Cuando la distancia entre edificios aumenta, este efecto comienza a desaparecer: para  $D = \lambda/2$  únicamente presentan el comportamiento anterior el primer y segundo edificio, mientras que el último edificio del grupo mantiene su variación de cortante independiente del ángulo de incidencia. Finalmente, para una distancia de  $D = \lambda$ , todos los edificios del grupo experimentan mayores incrementos en su cortante máximo que los correspondientes a incidencia vertical. Estos resultados, no obstante, están en concordancia

con los que se obtienen en la figura 4.28; así como con los desplazamientos que se observan en los puntos de la superficie libre a una distancia  $\pm\lambda$  en la figura 4.36 cuando se excita al edificio solo sobre el terreno a su frecuencia natural. En dicha figura se aprecia como para incidencia vertical los desplazamientos de estos puntos prácticamente coinciden con los de campo libre, mientras que para incidencias inclinadas presentan valores superiores a este. Para ondas SH, en cambio, no se aprecia este efecto sombra debido a la naturaleza de las ondas de la excitación. Las ondas SV, al presentar en su campo total diferentes tipos ondas (SV, P, Superficiales) que actúan en la dirección horizontal de alineación de las estructuras se ven más afectadas por la presencia de elementos de cimentación en el terreno que las ondas SH (las cuales únicamente presentan ondas de este tipo que actúan perpendiculares a la alineación de las estructuras) y es precisamente la presencia de los elementos de cimentación lo que origina el efecto de apantallamiento del campo incidente. Esta diferencia entre la presencia o no de un obstáculo en la propagación de la onda se verá en la sección 4.3.3, comprobándose que únicamente las ondas SV varían su respuesta en función de su existencia.

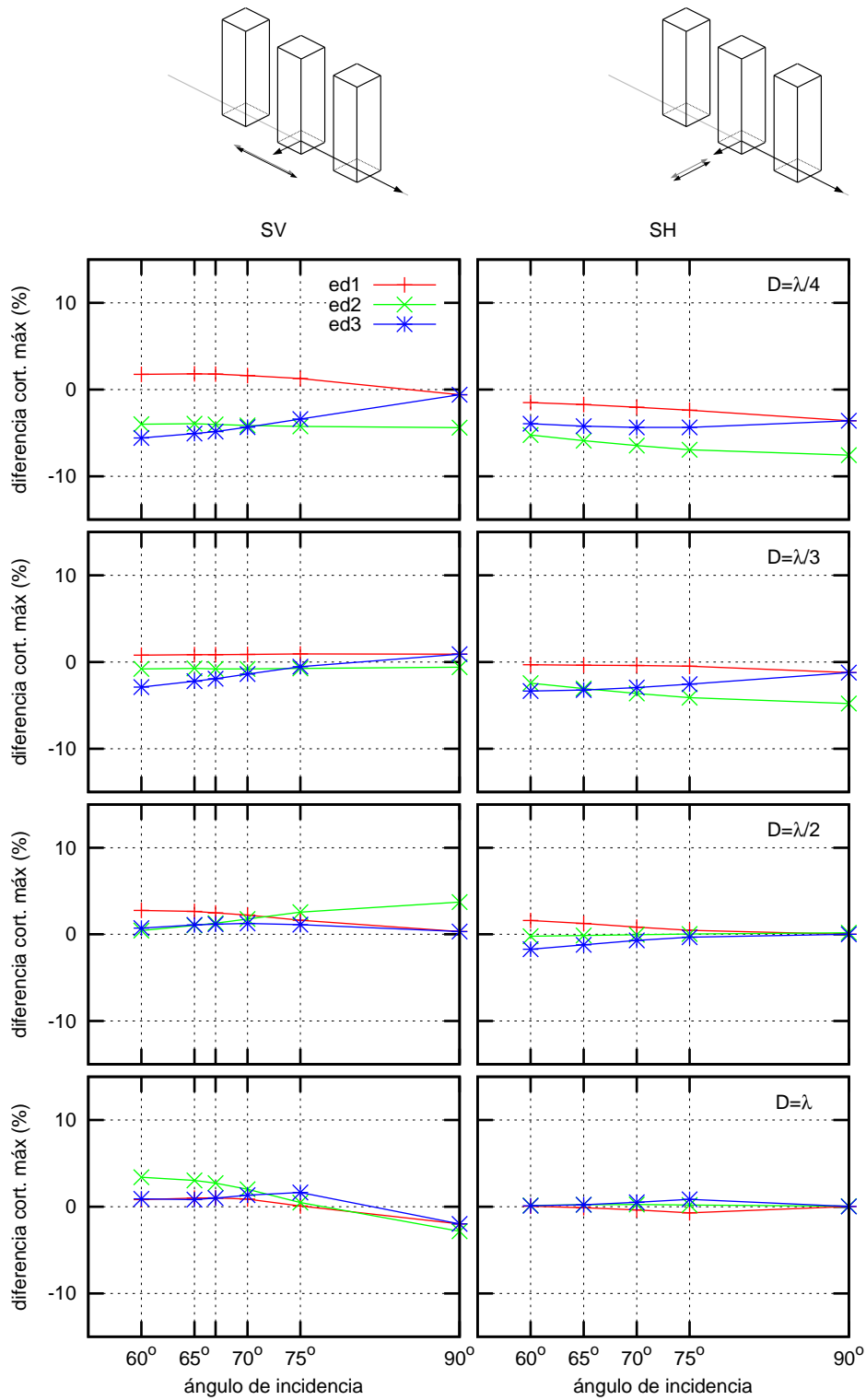
Las figuras 4.10 y 4.11 muestran los resultados correspondientes a estructuras de esbeltez  $h/b = 5$ . El comportamiento de esta tipología de edificación sigue la misma tendencia que para edificios menos esbeltos, aunque la magnitud de las variaciones es mucho menor en este tipo de estructuras: el rango de valores en el que se encuentran las variaciones es desde una reducción del 8% a un incremento del 4%, mientras que para edificios más chatos las variaciones van de un -30% a un 23%. Otro aspecto a considerar es que este tipo de edificación presenta un valor del periodo fundamental superior a las anteriores, por lo que el valor de  $\lambda$  es superior en esta tipología de edificación. Esto se traduce en mayores separaciones entre las estructuras y, por tanto, un mayor amortiguamiento del campo reflejado por los elementos constructivos.

Resaltando las principales diferencias con los resultados anteriores, estas se encuentran para las menores distancias de separación entre estructuras ( $\lambda/4$  y  $\lambda/3$ ). Se aprecia más claramente como el primer edificio del grupo experimenta, para las ondas SV de incidencia inclinada, incrementos en su valor de cortante máximo. Siguiendo con este tipo de ondas, para una distancia de separación  $D = \lambda/3$  e incidencia vertical, el edificio central sufre una disminución en su valor de cortante máximo, mientras que para estructuras de esbeltez  $h/b = 2$  sufría un incremento en esta misma situación; de la misma forma que los edificios extremos experimentan un aumento en su valor de cortante, mientras que para edificios menos esbeltos lo veían reducidos. Finalmente, para una separación de  $D = \lambda/4$  y ondas SH, no se observan grandes variaciones en el último edificio del grupo para ángulos pequeños; encontrándose siempre las variaciones de este edificio con valores inferiores a los correspondientes al primer edificio del grupo.

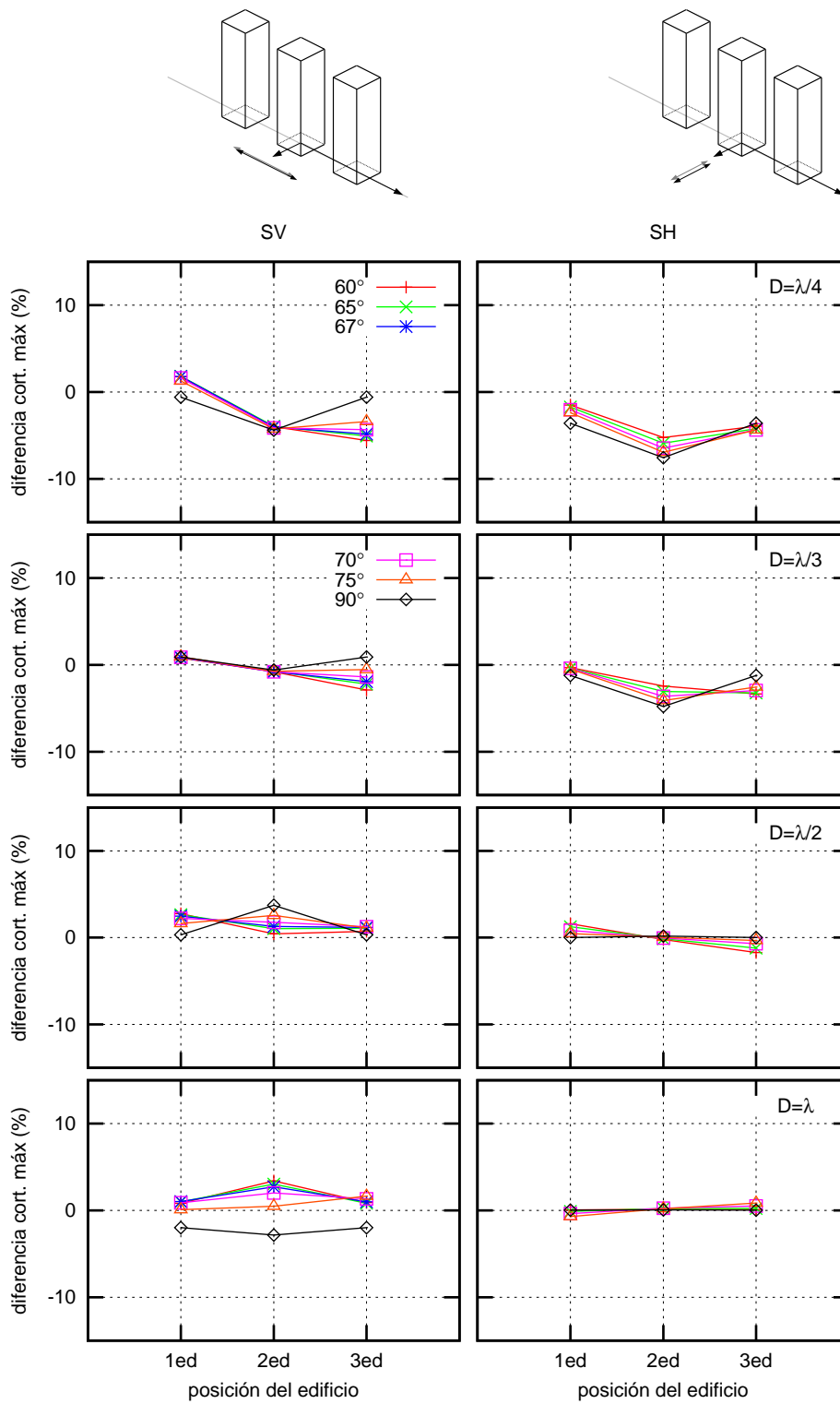
Como se ha comentado, en general, ambos tipos de estructuras presentan las mismas variaciones en su valor de cortante para las diferentes distancias de separación expresadas en función de la longitud de onda en el terreno correspondiente a su frecuencia natural sobre base elástica ( $\lambda$ ). Las diferencias que se producen a pequeñas distancias de separación se deben a que para el caso de  $h/b = 2$  los edificios del grupo están significativamente más juntos que para  $h/b = 5$ .



### 4.3 Variación del cortante máx. sin amortiguamiento en el campo incidente



**Figura 4.10:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 5$ .



**Figura 4.11:** Variación del cortante máximo en función de la posición dentro del grupo. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 5$ .

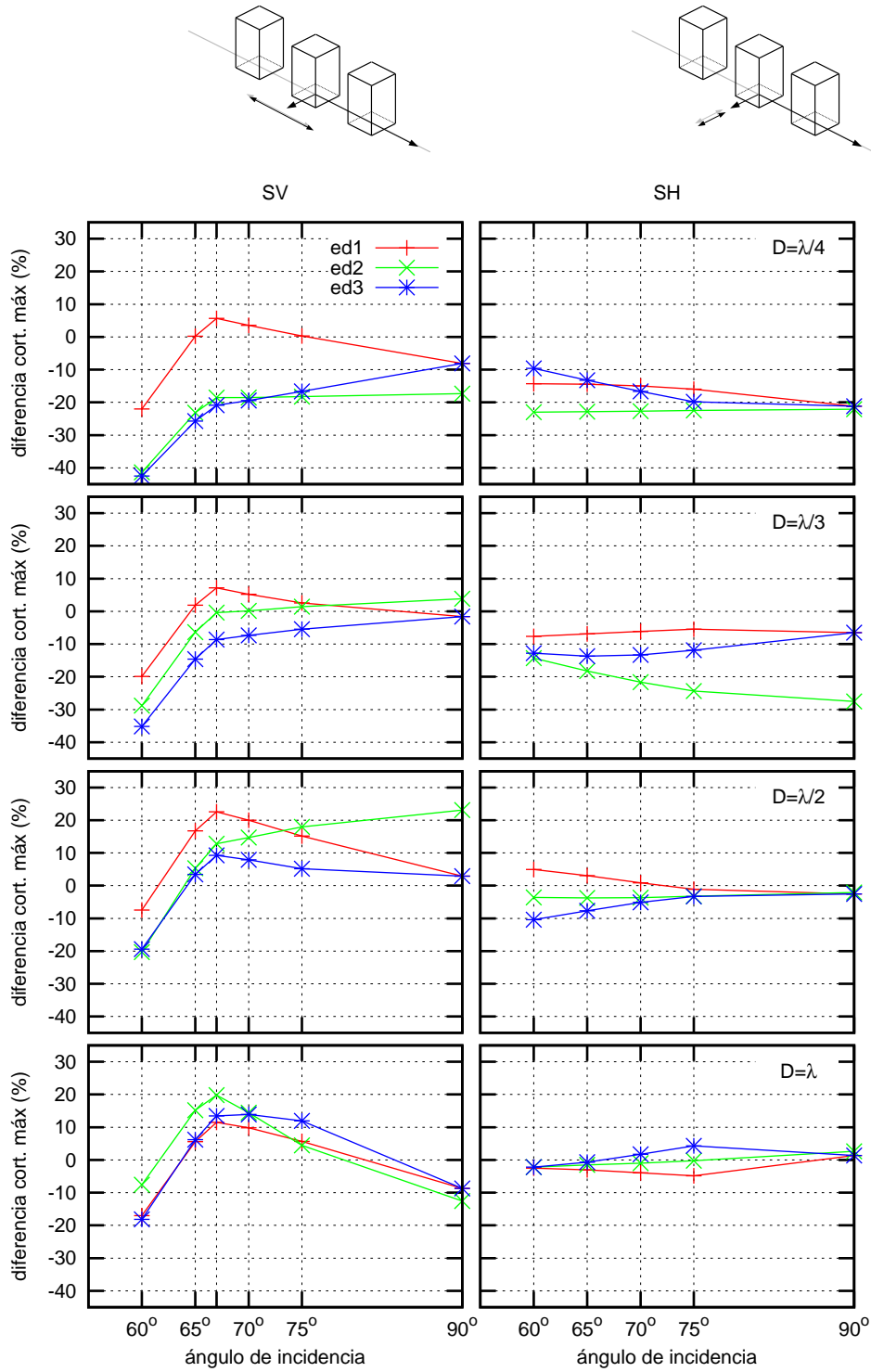
### 4.3.1.2 Variación del cortante máximo respecto al edificio solo bajo incidencia vertical

En la presente sección se realizará la comparación entre el valor de cortante máximo que presenta cada uno de los edificios del grupo en comparación al que presentarían en caso de encontrarse solos sobre el terreno y sometidos a una incidencia vertical. El motivo de realizar esta comparación es que esta configuración (edificio solo en el terreno e incidencia vertical) es la hipótesis comúnmente utilizada para el cálculo dinámico de estructuras. Los resultados presentados pueden entenderse como un factor a aplicar a los obtenidos por el método tradicional de cálculo para incorporar los efectos de incidencia inclinada y la presencia de otras estructuras en el grupo.

Los resultados de esta sección corresponden a las gráficas de la sección anterior, incorporando el efecto sobre el cortante máximo del edificio solo sobre el terreno que tiene una incidencia no vertical. Para ondas SH, los resultados no variarán puesto que el valor del cortante máximo es prácticamente independiente del ángulo de incidencia de la excitación. Por otra parte, para ondas de tipo SV y recordando que el ángulo crítico para las propiedades del suelo empleadas es de  $\theta_{cr} = 65.9^\circ$ , tenemos que para valores por debajo de este el valor de cortante máximo se ve enormemente reducido. En el entorno del ángulo crítico, se produce un pico en el incremento del cortante máximo debido a la inclinación de la onda que se va reduciendo hasta anularse para incidencia vertical (valor tomado como referencia).

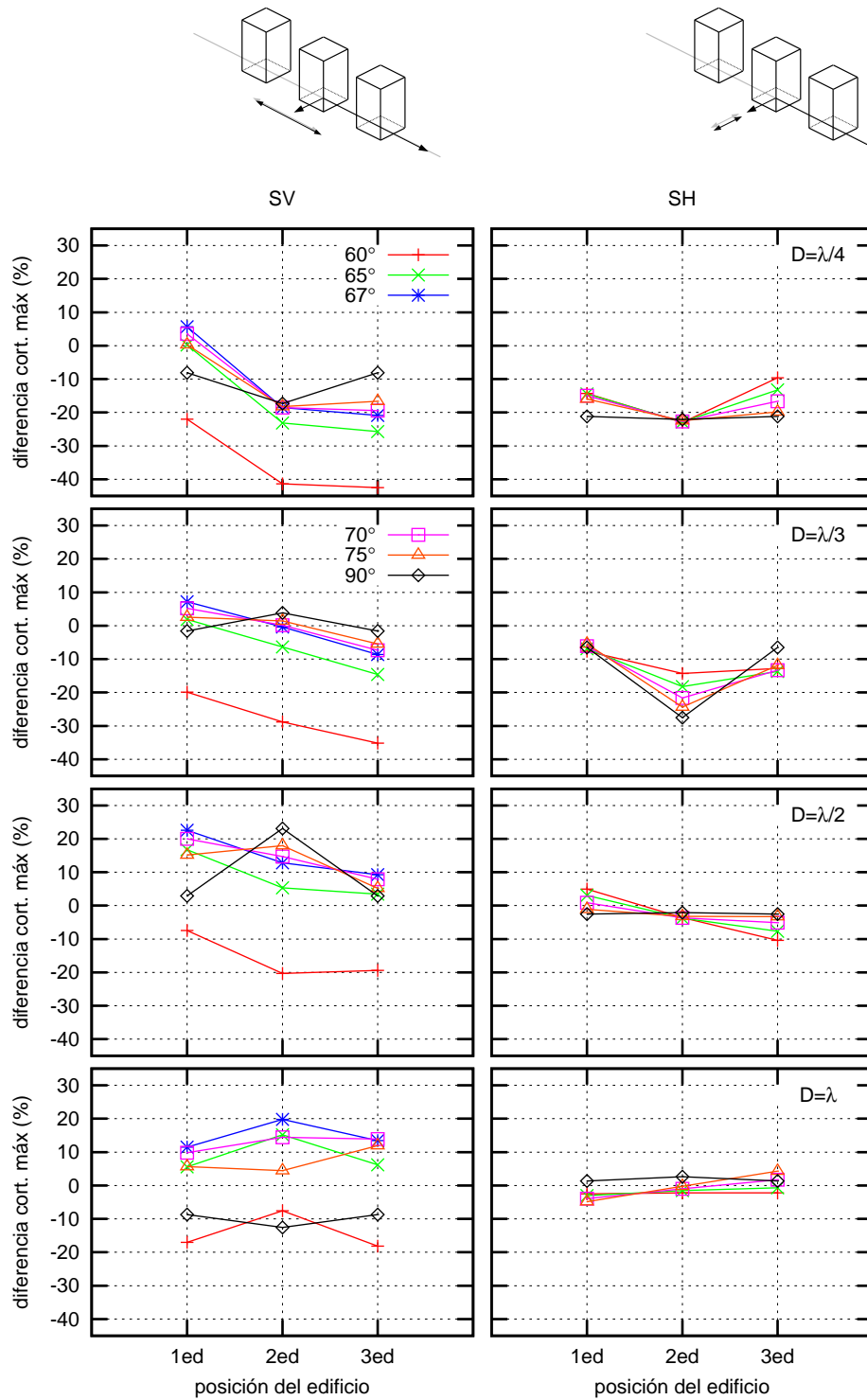
Las figuras 4.12 y 4.13 muestran las variaciones en el cortante máximo con respecto al edificio solo sometido a incidencia vertical para edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Los incrementos del cortante en torno al ángulo crítico producen que estos valores del ángulo de incidencia sean los más desfavorables en la mayoría de configuraciones para la onda SV. Superando valores del 20% para el primer edificio del grupo en el caso de  $D = \lambda/2$  o para el edificio central en  $D = \lambda$ . De la misma forma, la gran reducción que produce un ángulo de incidencia de  $\theta_0 = 60^\circ$  hace que para esta inclinación todos los edificios experimenten reducciones en su cortante máximo al compararlo con el edificio solo bajo incidencia vertical, aunque este ángulo fuera la situación más desfavorable cuando se realizaba la comparación con el edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Esta gran reducción del cortante independiente de la posición de la estructura en el grupo se observa con más claridad en la figura 4.13.

Los resultados correspondientes a estructuras de esbeltez  $h/b = 5$  se encuentran en las figuras 4.14 y 4.15. En esta tipología, para ondas SV el efecto del ángulo de incidencia domina al de los efectos de interacción estructura-suelo-estructura. Se producen grandes reducciones del cortante máximo para un ángulo de incidencia de  $\theta_0 = 60^\circ$ , llegando al 30%. Como en la tipología anterior, también se aprecia un incremento en el valor del cortante en el entorno del ángulo crítico.

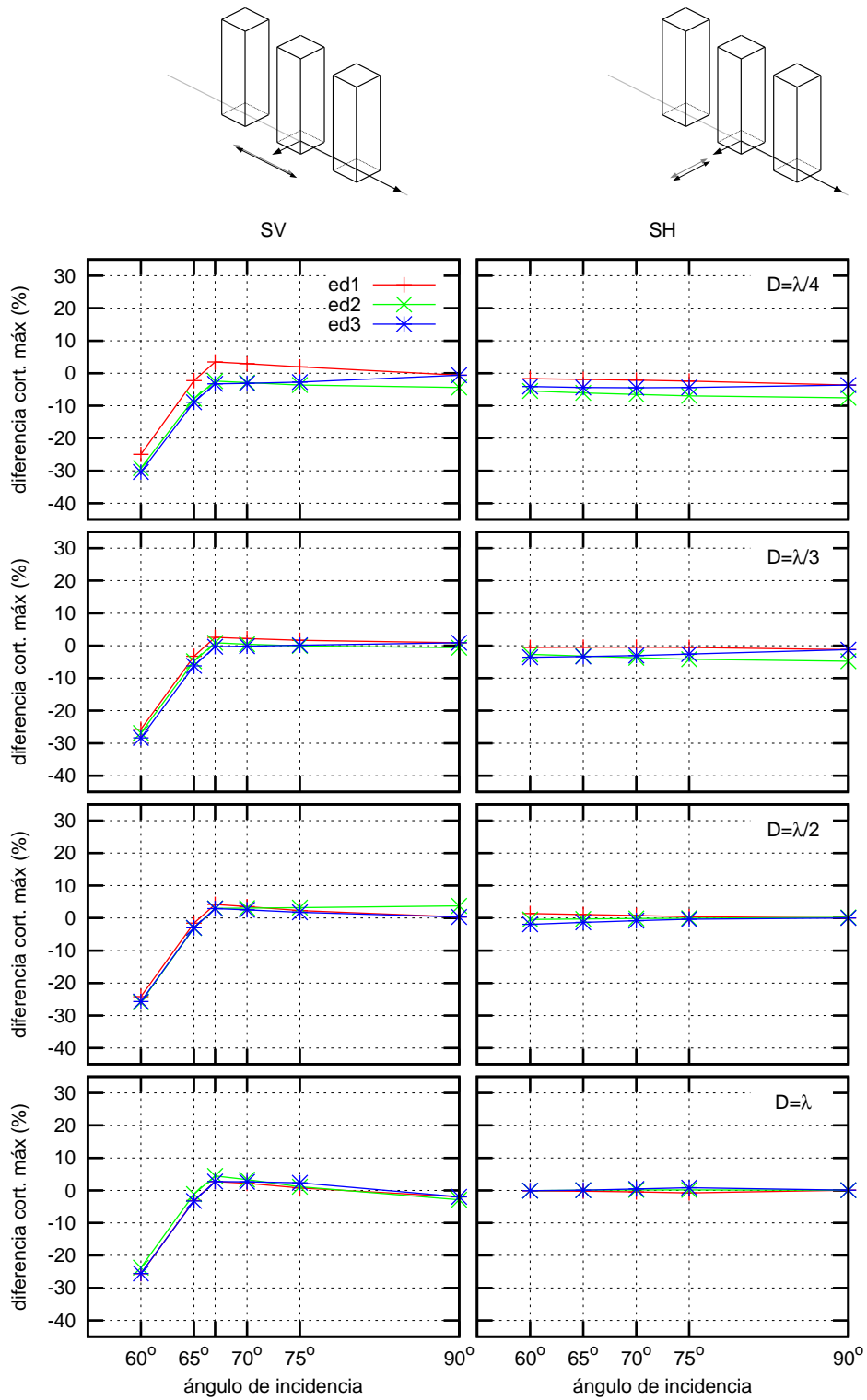


**Figura 4.12:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ .

### 4.3 Variación del cortante máx. sin amortiguamiento en el campo incidente

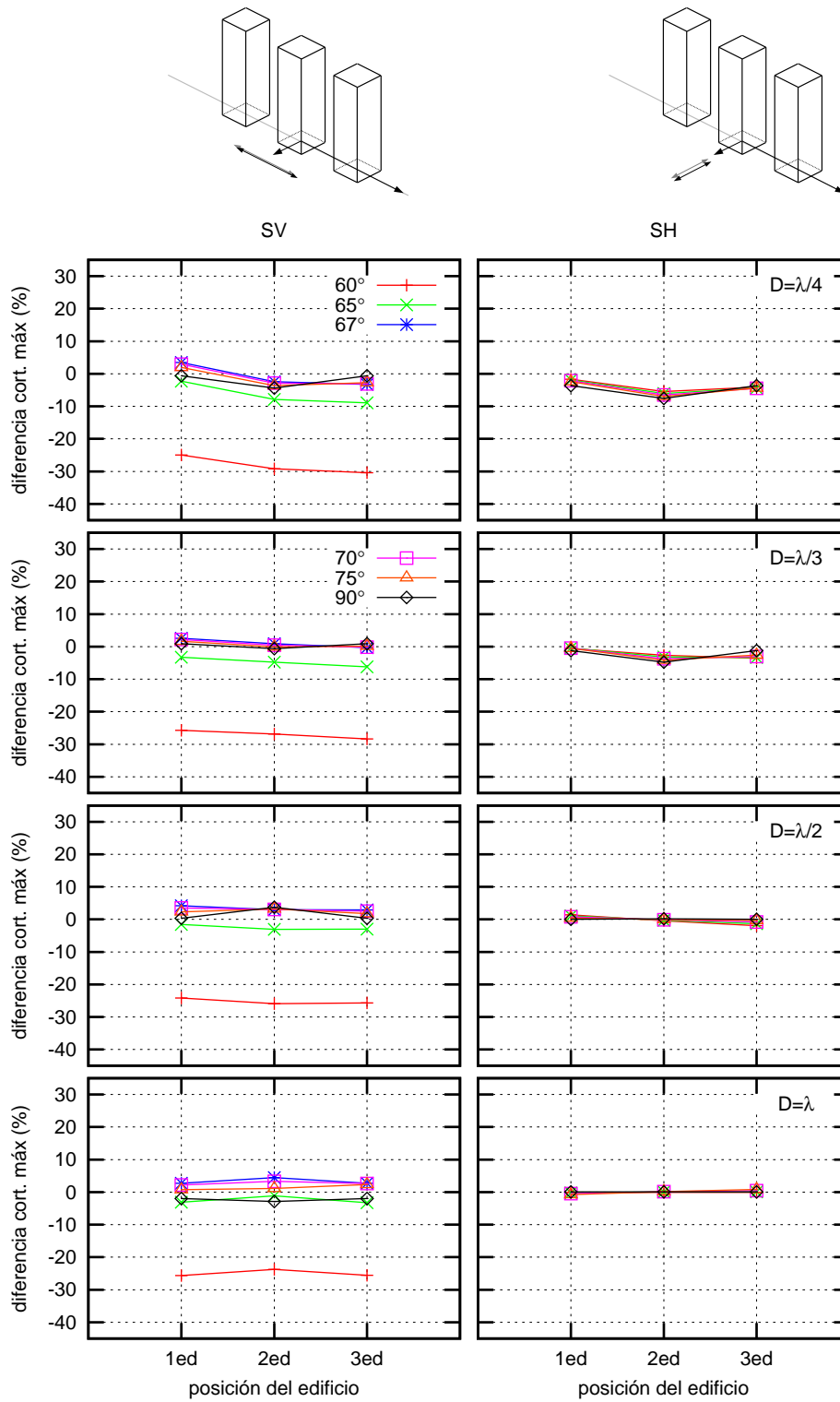


**Figura 4.13:** Variación del cortante máximo en función de la posición dentro del grupo. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ .



**Figura 4.14:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez  $h/b = 5$ .

### 4.3 Variación del cortante máx. sin amortiguamiento en el campo incidente



**Figura 4.15:** Variación del cortante máximo en función de la posición dentro del grupo. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez  $h/b = 5$ .

### 4.3.2 Grupo de tres edificios, edificio central distinto

En la presente sección se ha estudiado la variación del cortante máximo de los edificios del grupo con respecto a encontrarse solo en el terreno (bajo la misma excitación o incidencia vertical) para los casos en los que el edificio central no presenta la misma esbeltez que los edificios laterales.

La distancia de separación entre las estructuras del grupo se expresa en función de la longitud de onda en el terreno a la frecuencia fundamental ( $\lambda$ ) correspondiente a los edificios exteriores. Por lo que los casos de estudio corresponden a los casos anteriores sustituyendo el edificio central por otro edificio con diferente esbeltez. Se estudiarán los casos con gran diferencia entre estructuras, combinando esbelteces  $h/b = 2$  y  $5$ ; así como menores variaciones en la esbeltez del edificio central empleando un edificio de esbeltez  $h/b = 3$  para el caso en el que los exteriores son  $h/b = 2$  y un central con relación  $h/b = 4$  situado entre edificaciones de esbeltez  $h/b = 5$ .

No hay que olvidar que los resultados obtenidos son las variaciones del cortante máximo con respecto al que presenta edificio solo (de las mismas características) sometido al mismo ángulo de incidencia o a incidencia vertical. Este valor de cortante máximo se presenta a frecuencias diferentes en función del periodo fundamental de cada tipo de estructura, además de las variaciones que pueden producir los efectos de interacción entre estructuras para edificaciones poco esbeltas.

#### 4.3.2.1 Variación del cortante máximo respecto al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia

En esta sección, con el objetivo de sintetizar los resultados, se presentan únicamente las gráficas de las variaciones del cortante máximo en función del ángulo de incidencia para cada una de las posiciones de los edificios en el grupo. Así, las figuras 4.16 y 4.17 muestran estas variaciones para las configuraciones que corresponden a edificios de esbeltez  $h/b = 2$  en los extremos y edificios centrales de esbeltez  $h/b = 3$  y  $h/b = 5$  respectivamente. Atendiendo a estas figuras, se observa como cuando el edificio central presenta una esbeltez diferente a la de los exteriores, el comportamiento de los edificios externos es independiente de la esbeltez del edificio central; pero variando del caso en el que las tres estructuras son idénticas.

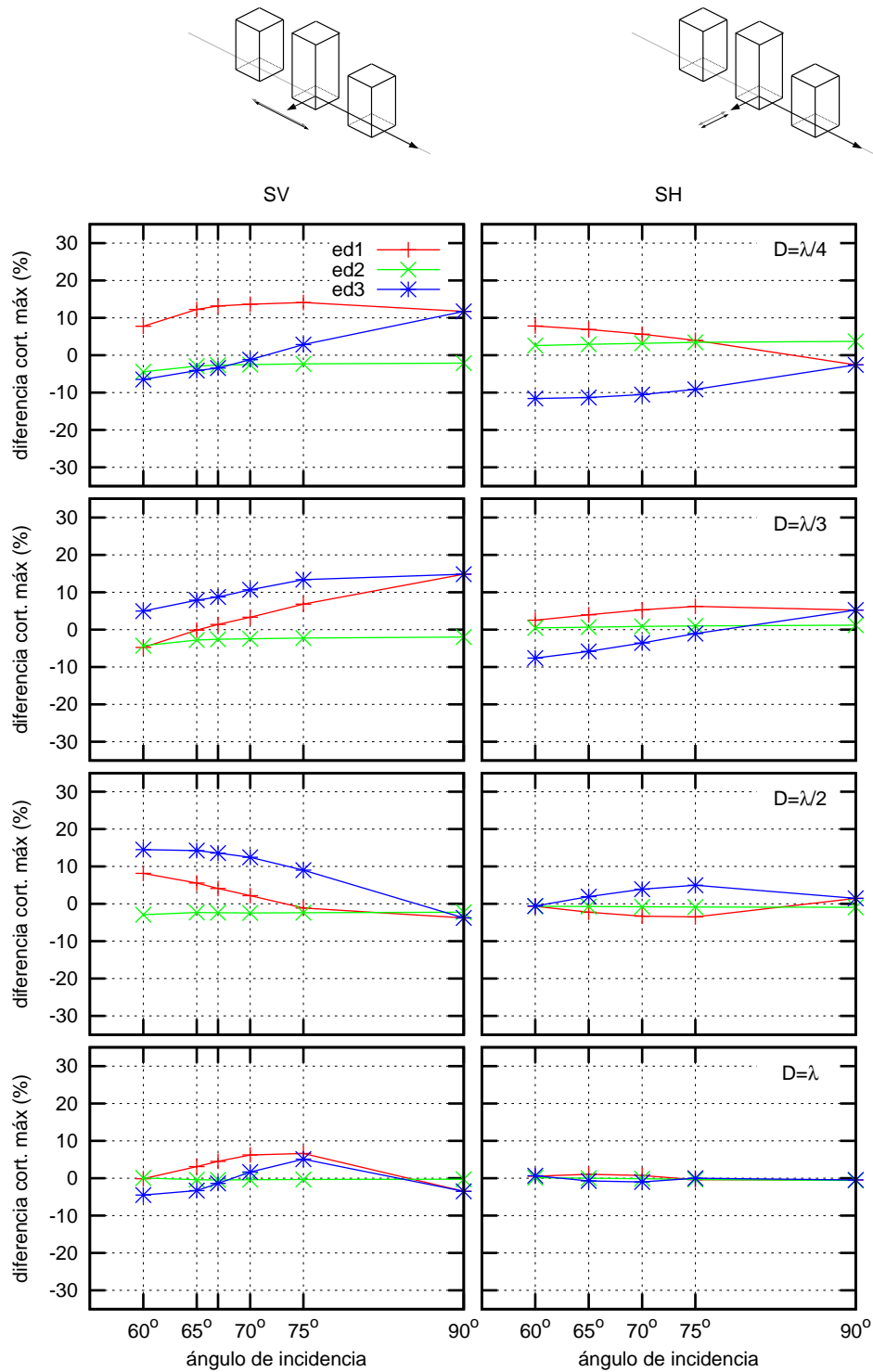
La magnitud de la variación del cortante para la estructura central es muy inferior a la de la variación correspondiente a los edificios extremos, presentando el edificio central valores de variación superiores para edificios menos esbeltos. Atendiendo a la distancia de separación entre estructuras, las variaciones en el edificio central son mayores para menores distancias. Para ondas de tipo SV, el edificio central experimenta una reducción en el valor de su cortante máximo en comparación al que presentaría en caso de encontrarse sin estructuras en su entorno. Para ondas SH, y distancias de separación pequeñas, el edificio central experimenta un incremento en su cortante máximo; mientras que para distancias superiores este se ve ligeramente reducido.

Atendiendo a los edificios laterales, y con independencia del tipo de estructura central, se tiene que para distancias de separación de  $D = \lambda/4$  y ondas SV, el cortante máximo incrementa su valor conforme la incidencia es más vertical. Para ondas SH, las variaciones disminuyen conforme el ángulo de incidencia aumenta, acabando en una ligera reducción para incidencia vertical.

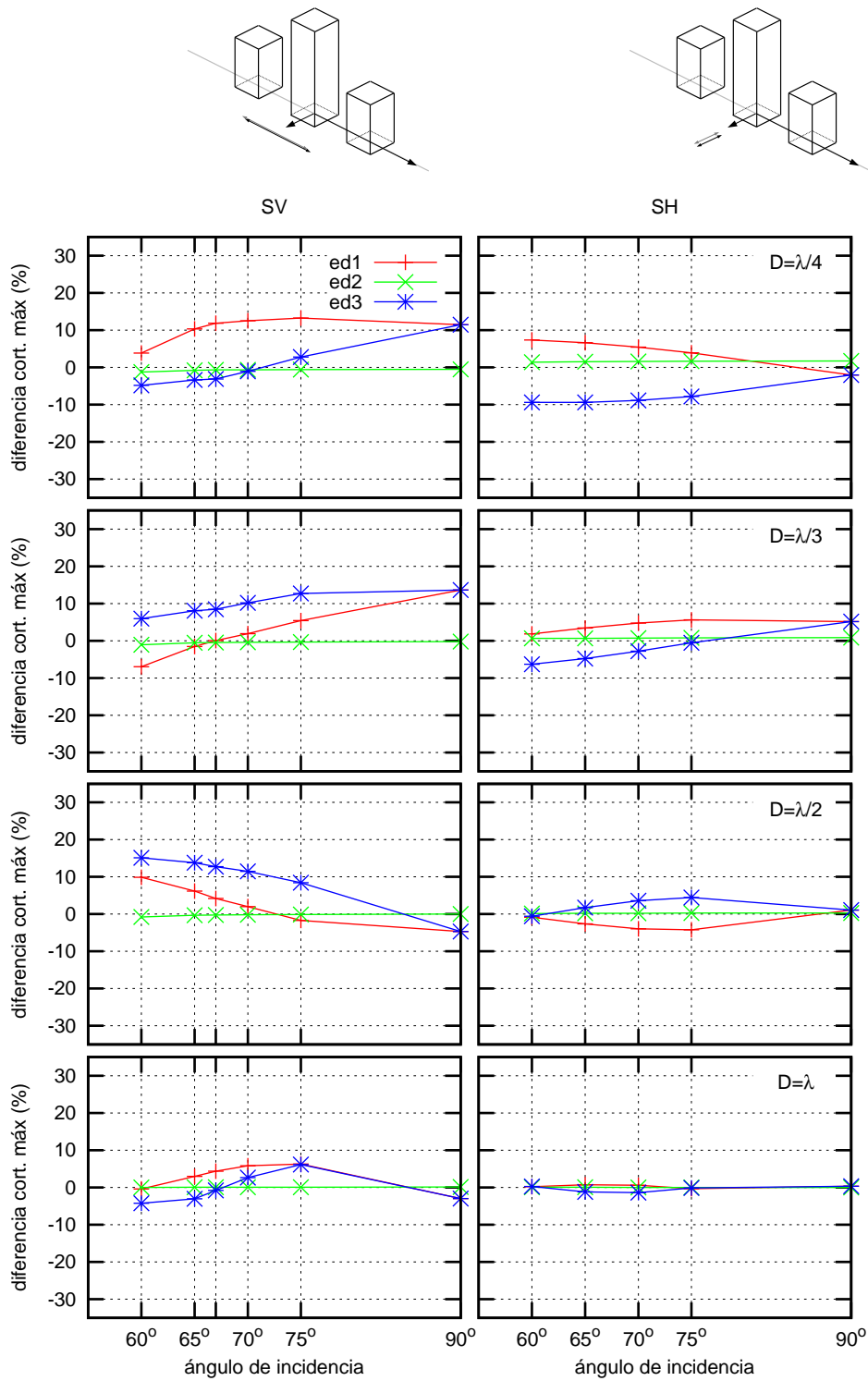
Para distancias  $D = \lambda/3$  y ondas SV, el comportamiento coincide con el anterior, el incre-



### 4.3 Variación del cortante máx. sin amortiguamiento en el campo incidente



**Figura 4.16:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios exteriores de esbeltez  $h/b = 2$ , edificio central de esbeltez  $h/b = 3$ .



**Figura 4.17:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios exteriores de esbeltez  $h/b = 2$ , edificio central de esbeltez  $h/b = 5$ .

mento en el cortante es mayor con incidencias más verticales, aunque en esta configuración el aumento en cortante máximo que experimenta el último edificio que ve la onda es superior al correspondiente al primero. Para ondas SH el valor de cortante también se ve incrementado con mayores ángulos de incidencia, pero en este tipo de ondas el primer edificio presenta mayores incrementos que el último del grupo.

En el caso de separación  $D = \lambda/2$  para ambos tipos de onda el tercer edificio del grupo experimenta mayores incrementos en su valor de cortante que el primero del grupo, correspondiendo los mayores aumentos para ángulos más tumbados en el caso de ondas SV, o para el entorno de  $\theta_0 = 75^\circ$  para ondas SH.

Finalmente, para distancias entre estructuras  $D = \lambda$  se tiene que, en el caso de ondas SV, los mayores incrementos se producen para  $\theta_0 = 75^\circ$ , llegando prácticamente a coincidir el valor de la variación para los dos edificios exteriores. Para ondas SH, las variaciones son de un orden muy inferior al resto de casos, encontrándose los mayores valores en el entorno de  $\theta_0 = [65, 75]$ , siendo estas en el sentido de incrementar el valor de cortante para el primer edificio y de reducirlo para el último del grupo.

Si se comparan las figuras 4.16 y 4.17 con la figura de la sección anterior correspondiente a todos los edificios con la relación  $h/b = 2$  (fig. 4.8), se observa una cierta similitud entre los casos  $D = \lambda/4$  correspondiente al central distinto y  $D = \lambda/2$  con todos iguales; y en mayor medida si se compara  $D = \lambda/2$  para el central distinto con  $D = \lambda$  correspondiente a las tres estructuras iguales. En estas correspondencias, las distancias entre edificios de la misma esbeltez coinciden. Con el objetivo de ver si en las variaciones del cortante máximo debido a las interacciones entre estructuras únicamente afectan los edificios con igual esbeltez, es decir, con periodo fundamental coincidente, se obtendrán en la siguiente sección los resultados correspondientes a una configuración de dos estructuras separadas una distancia igual que entre los edificios externos en los casos estudiados en este apartado.

Las figuras 4.18 y 4.19 muestran los resultados correspondientes a configuraciones donde los edificios externos son de esbeltez  $h/b = 5$ , y el central de esbeltez  $h/b = 2$  y  $h/b = 4$  respectivamente.

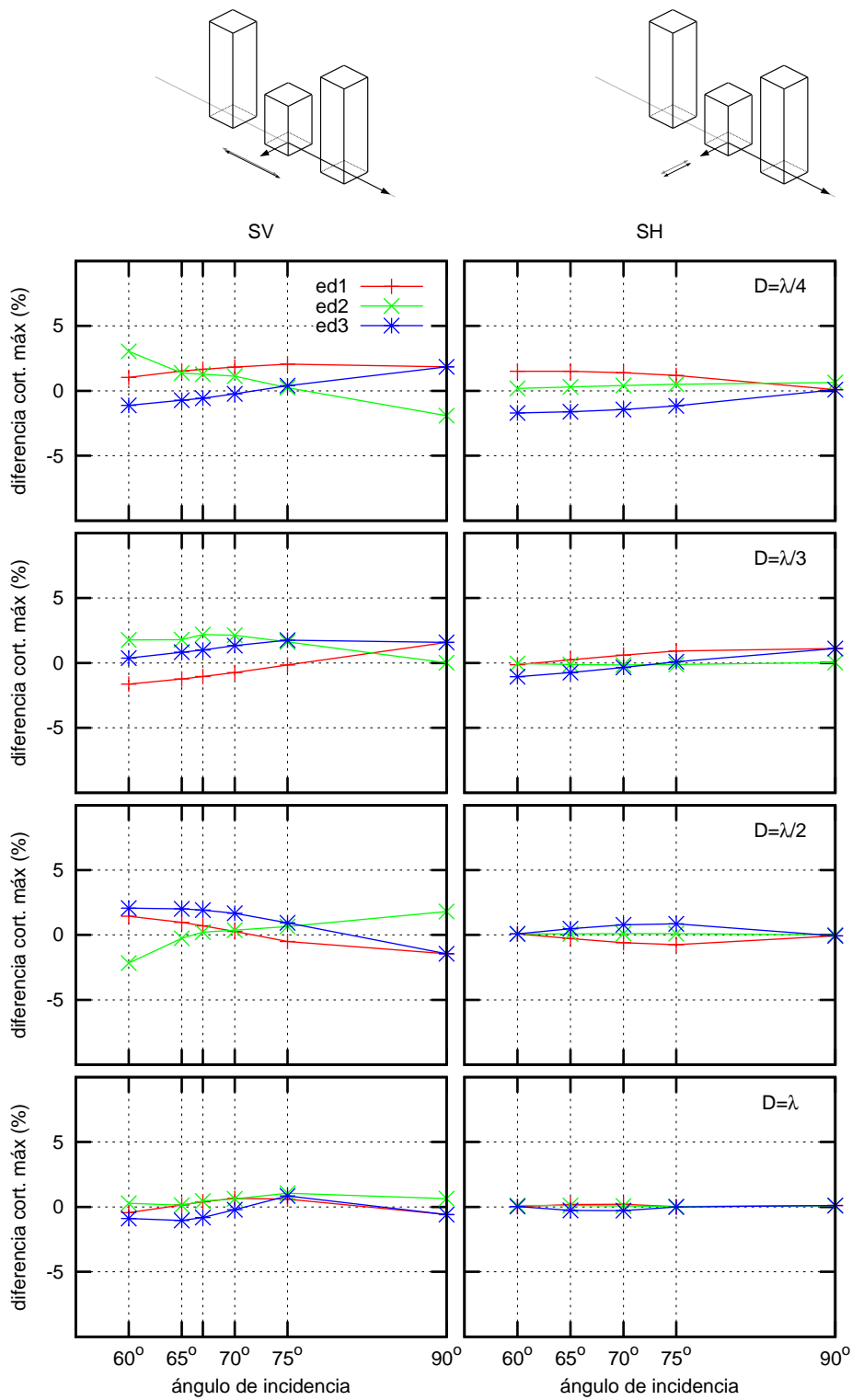
Al igual que ocurre con la configuración de tres edificios iguales, el comportamiento de los edificios exteriores para este valor de esbeltez coincide con el comportamiento que presentan los edificios menos esbeltos pero con valores de las variaciones más pequeños. Se obtienen también los mismos valores de variación independientemente de la esbeltez del edificio central.

Para la estructura central, se obtienen diferentes comportamientos en función de su esbeltez y distancia de separación para el caso de ondas SV: para distancias  $D = \lambda/4$  se tiene que el edificio de esbeltez  $h/b = 2$  reduce su valor de cortante máximo conforme la incidencia es más vertical, mientras que el edificio que corresponde a  $h/b = 4$  lo incrementa conforme la incidencia es más vertical.

Para  $D = \lambda/3$ , ambas tipologías experimentan un incremento en su cortante máximo si la onda es inclinada. Pero para una incidencia completamente vertical, la estructura de esbeltez  $h/b = 4$  mantiene su incremento, mientras que la de  $h/b = 2$  reduce esta variación.

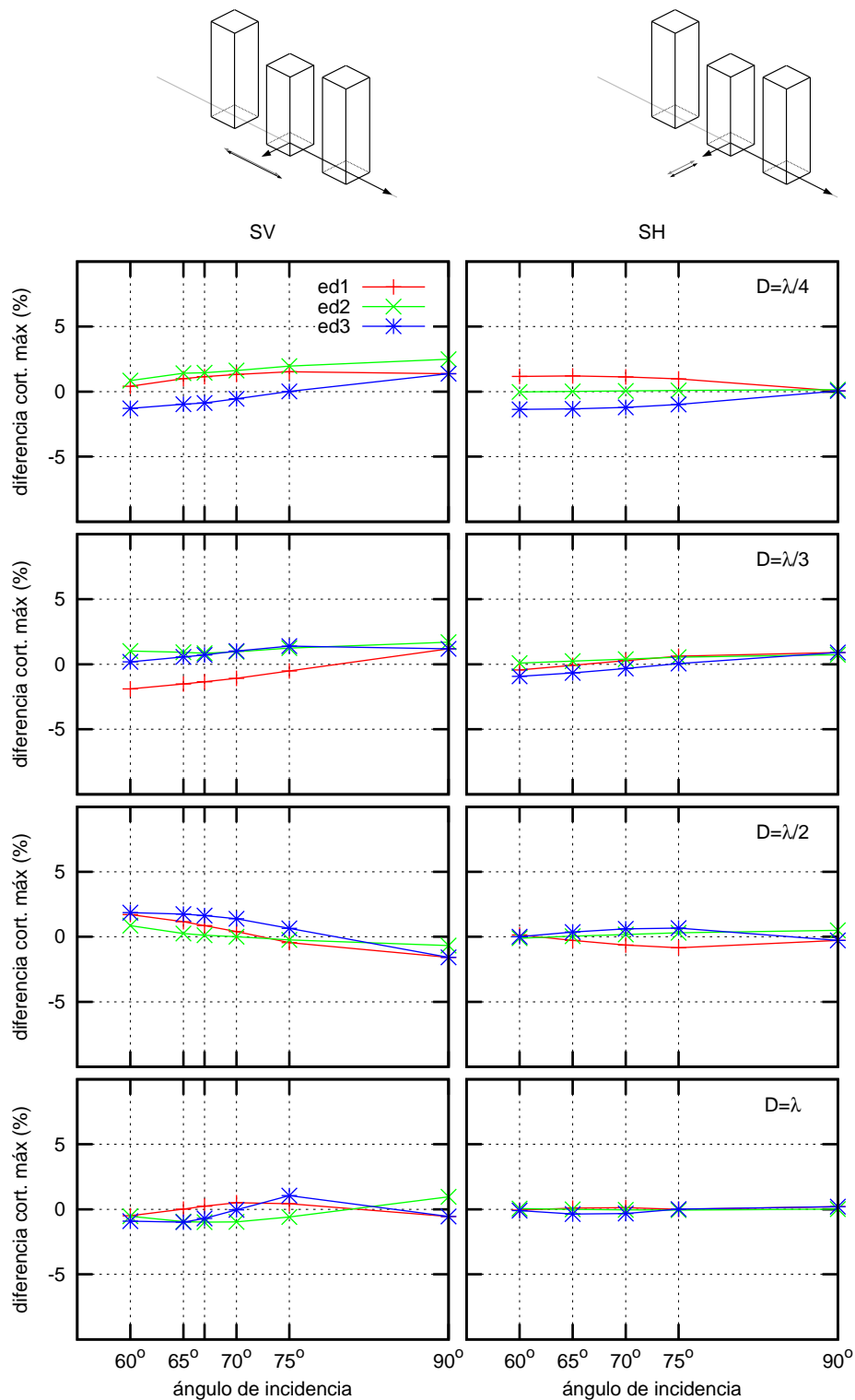
En el caso de  $D = \lambda/2$  y esbeltez del edificio central  $h/b = 2$  su valor de cortante se ve incrementado conforme la incidencia es más vertical, mientras que para  $h/b = 4$  el cortante máximo se reduce conforme el ángulo de incidencia aumenta.

Por último, para  $D = \lambda$  y edificio de esbeltez  $h/b = 2$  el cortante experimenta un ligero incremento para todos los ángulos de incidencia; mientras que para  $h/b = 4$  el cortante se ve



**Figura 4.18:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios exteriores de esbeltez  $h/b = 5$ , edificio central de esbeltez  $h/b = 2$ .

### 4.3 Variación del cortante máx. sin amortiguamiento en el campo incidente



**Figura 4.19:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios exteriores de esbeltez  $h/b = 5$ , edificio central de esbeltez  $h/b = 4$ .

ligeramente reducido para incidencias inclinadas y experimenta un incremento en incidencia completamente vertical.

Para ondas SH, en cambio, los valores de variación del cortante máximo se mantienen en torno a 0% para ambos tipos de estructuras, es decir, para este tipo de ondas, el edificio central se ven poco afectado por la presencia de edificaciones cercanas con mayor esbeltez.

### 4.3.2.2 Variación del cortante máximo respecto al edificio solo bajo incidencia vertical

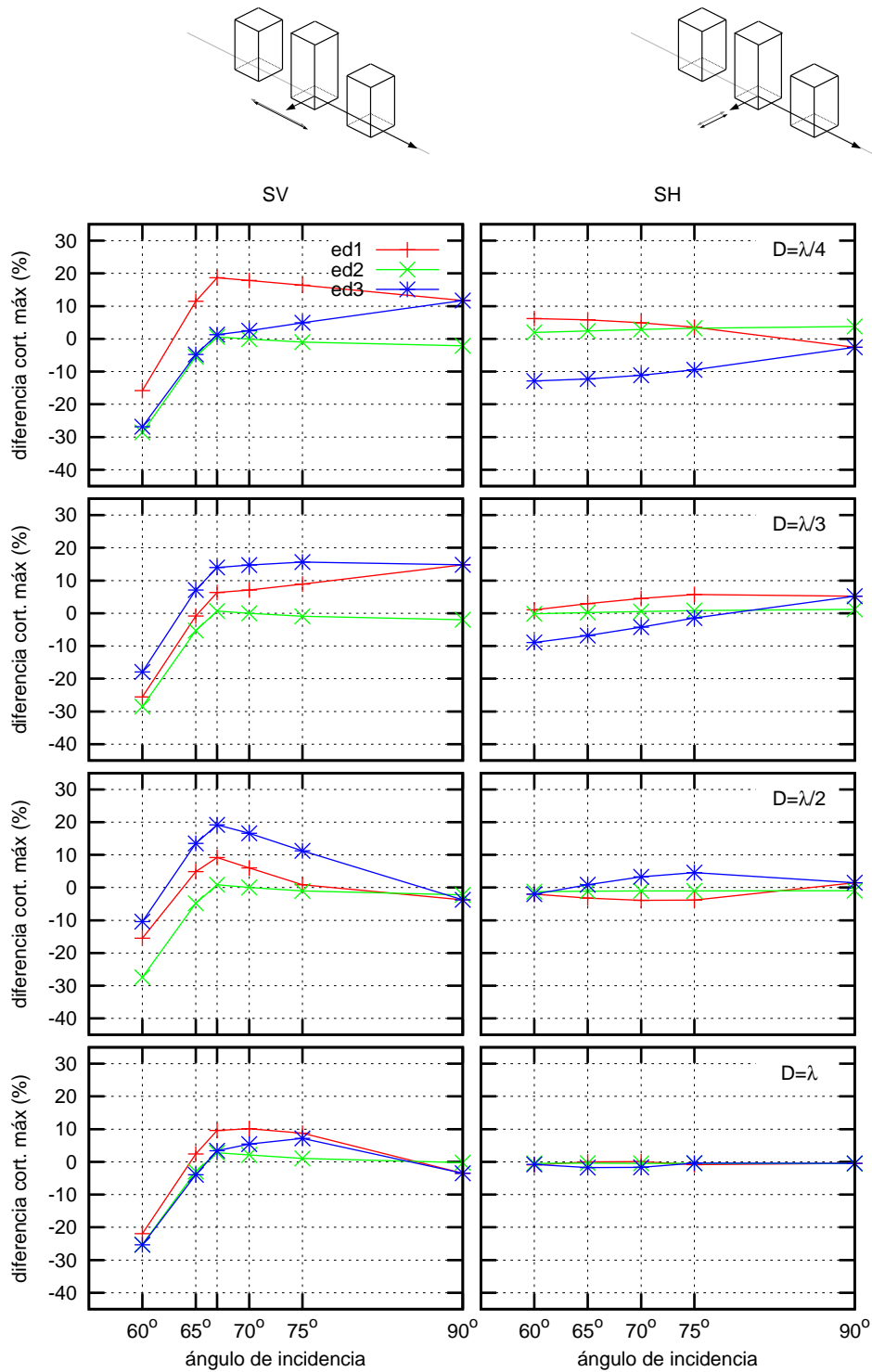
Al igual que ocurre cuando los tres edificios son idénticos, al realizar la comparación del cortante máximo de los edificios del grupo con el que presentaría un edificio de las mismas características situado solo sobre el terreno y bajo incidencia vertical, se añade a los resultados anteriores el efecto en el cortante máximo de un ángulo de incidencia inclinado. Este efecto únicamente es apreciable para ondas SV, produciendo una gran reducción en el cortante máximo con respecto a incidencia vertical para  $\theta_0 = 60^\circ$  y un aumento del mismo en el entorno del ángulo crítico ( $\theta_{cr} = 65.9^\circ$ ). Además, la variación del cortante debida al ángulo de incidencia es más negativa (mayor reducción y menor incremento) conforme la esbeltez de la estructura es mayor. Para ondas SH, los resultados coinciden con los obtenidos en el apartado anterior, al no existir una variación del cortante máximo del edificio solo debida a la inclinación del campo incidente.

En las figuras 4.20 y 4.21 se muestran los resultados correspondientes a estructuras exteriores  $h/b = 2$  y centrales  $h/b = 3$  y  $5$  respectivamente. En ellas se puede ver como, debido a que los edificios de mayor esbeltez ven reducido más su cortante respecto al de incidencia vertical cuando la onda es SV con inclinación  $\theta = 60^\circ$ , para distancia de separación de  $\lambda/4$  o  $\lambda/3$  el edificio central presenta una mayor reducción que el último o primer edificio respectivamente; mientras que se realiza la comparación con el edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia, la reducción del edificio central es inferior al de la otra estructura.

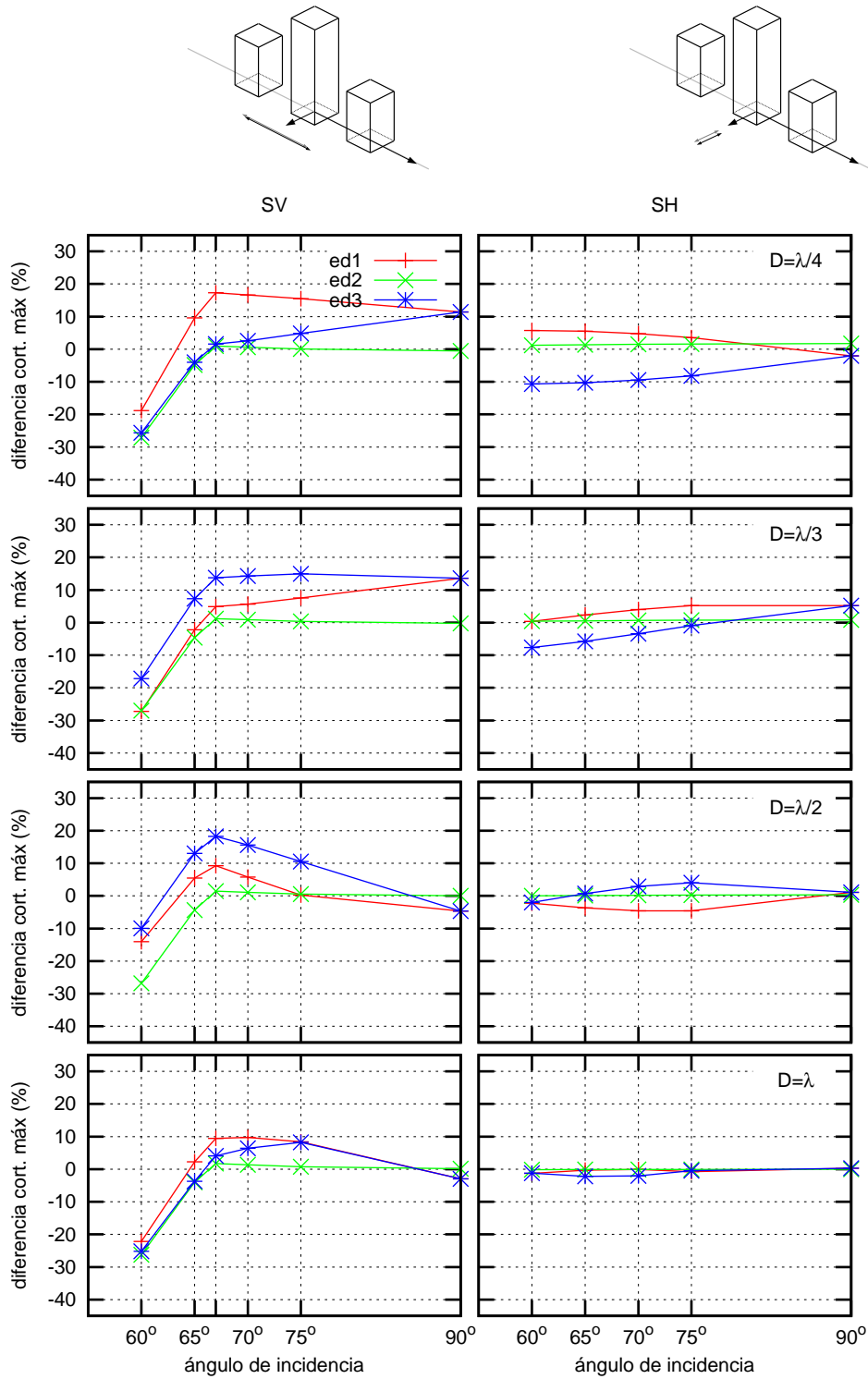
Para los casos en los que las estructuras exteriores son de esbeltez  $h/b = 5$ , y al igual que ocurría cuando todos los edificios eran iguales, las variaciones del cortante máximo debidas a los efectos de interacción entre estructuras son mucho menores que las variaciones debidas a una incidencia no vertical, por ello en las figuras 4.22 (edificio central  $h/b = 2$ ) y 4.23 (edificio central  $h/b = 4$ ) para ondas SV, la variación del cortante máximo para todos los edificios coincide prácticamente con la variaciones que presenta el edificio solo en función del ángulo de incidencia.

En la figura 4.22, se ve claramente como el edificio central (mucho menos esbelto que los exteriores) experimenta valores superiores de cortante respecto al correspondiente a incidencia vertical que los que presentan los edificios externos; aún cuando, en comparación con el edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia, esta variación fuera más negativa para este edificio que para los exteriores.

### 4.3 Variación del cortante máx. sin amortiguamiento en el campo incidente



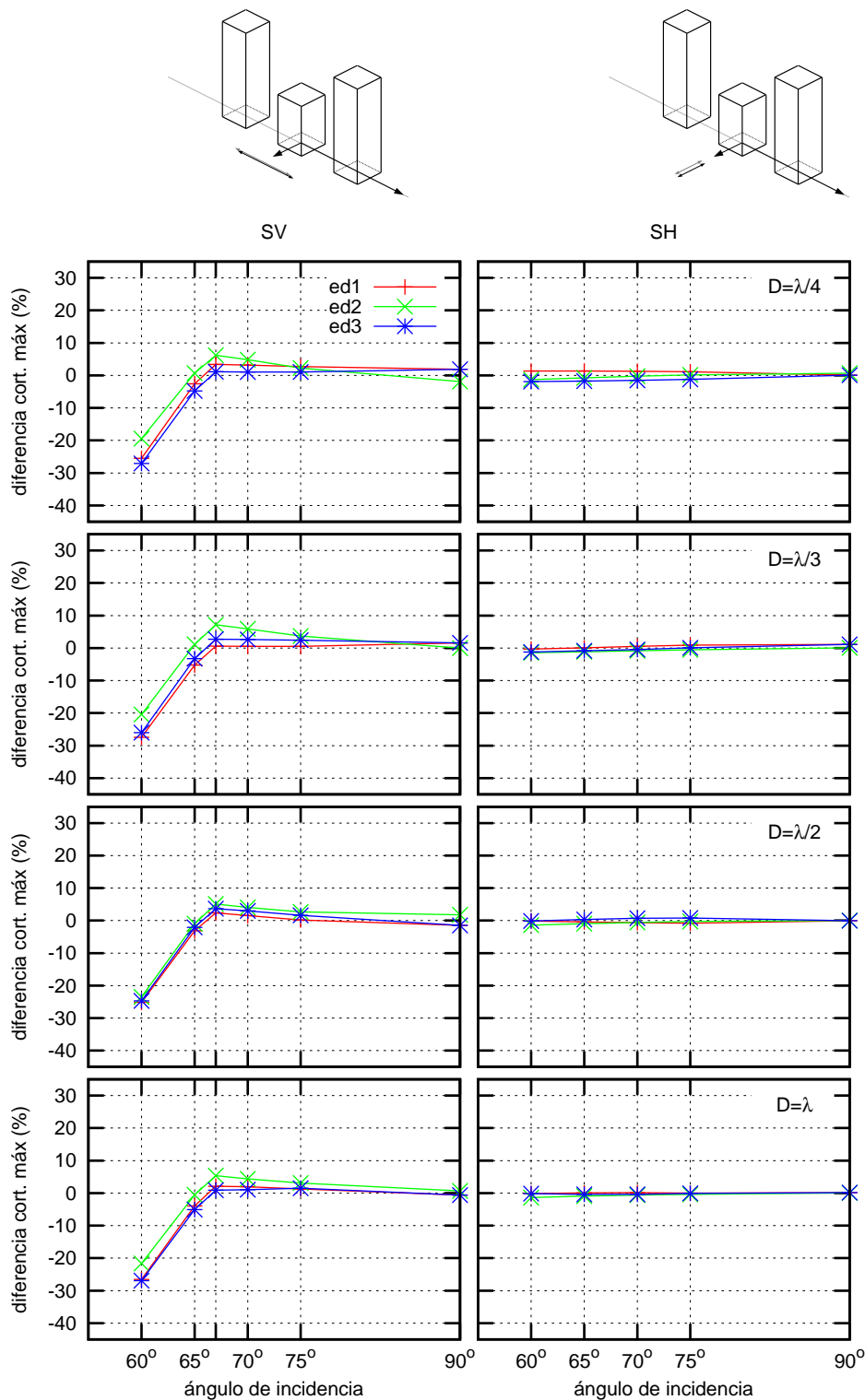
**Figura 4.20:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios exteriores de esbeltez  $h/b = 2$ , edificio central de esbeltez  $h/b = 3$ .



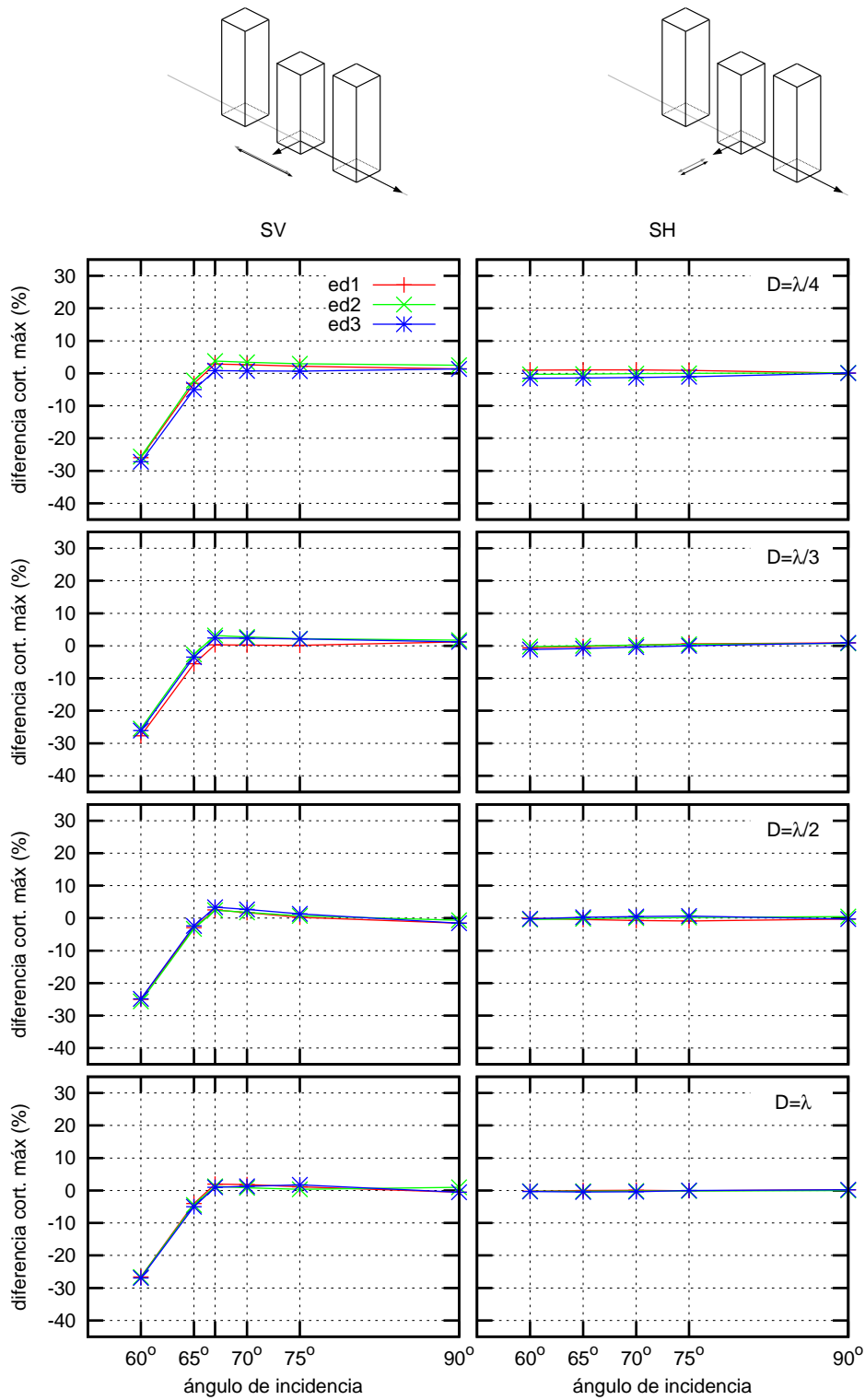
**Figura 4.21:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios exteriores de esbeltez  $h/b = 2$ , edificio central de esbeltez  $h/b = 5$ .



### 4.3 Variación del cortante máximo. sin amortiguamiento en el campo incidente



**Figura 4.22:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios exteriores de esbeltez  $h/b = 5$ , edificio central de esbeltez  $h/b = 2$ .



**Figura 4.23:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios exteriores de esbeltez  $h/b = 5$ , edificio central de esbeltez  $h/b = 4$ .

### 4.3.3 Grupo de dos edificios iguales

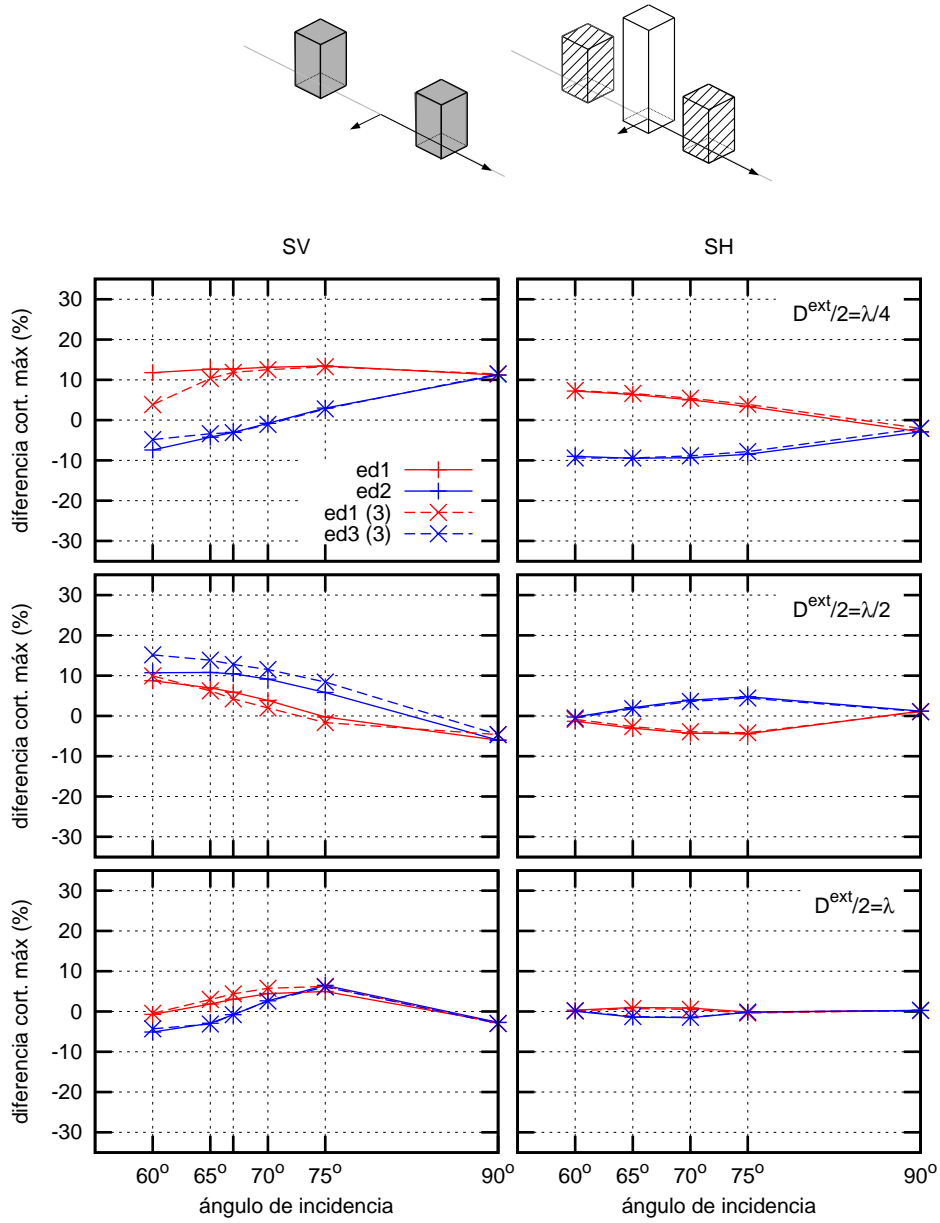
En este apartado se estudiará una configuración de dos edificios iguales de esbeltez  $h/b = 2$  situados en las posiciones que corresponden a los edificios extremos en la configuración anterior de tres edificios. Este análisis se ha realizado debido a obtenerse para los edificios laterales resultados independientes de la esbeltez del edificio central en los casos en los que este es diferente a los exteriores; además de encontrarse cierta similitud (sobre todo para ondas tipo SH) con las gráficas correspondientes a tres edificios con la misma distancia de separación entre estructuras iguales.

El estudio se ha realizado únicamente para edificios de esbeltez  $h/b = 2$ , ya que se han obtenido en todas las configuraciones anteriores resultados coincidentes para ambos tipos de estructuras. Se compararán los resultados correspondientes a dos estructuras con los obtenidos para la configuración de edificios laterales  $h/b = 2$  y estructura central  $h/b = 5$ ; aunque, como se vio en la sección 4.3.2, los resultados para los edificios laterales son independientes de la esbeltez del edificio central. La distancia de cada configuración se expresa en términos de la mitad de la distancia entre los edificios exteriores  $D^{ext}/2$  que coincide con la distancia entre edificios ( $D$ ) para el caso de dos edificios. Los resultados se presentan en la figura 4.24.

Las curvas para los edificios de ambas configuraciones presentan el mismo comportamiento. En el caso de ondas SH, las variaciones que se producen en los edificios laterales son prácticamente las mismas exista o no un edificio entre ambos, siempre que este tenga un valor de esbeltez diferente. Para ondas de tipo SV, sí se aprecian ligeras diferencias en los valores de la variación de cortante máximo debido a la presencia de la edificación central. Las mayores diferencias se encuentran para ángulos muy tumbados en el caso de una distancia entre edificios exteriores de  $D^{ext}/2 = \lambda/4$  y a lo largo de todos los ángulos de incidencia para el caso de  $D^{ext}/2 = \lambda/2$ . Hay que recordar que las ondas SV son las que producen desplazamientos horizontales en la misma dirección horizontal de su propagación y paralelos a alineación de los edificios; pudiendo verse más afectadas por la presencia de elementos de cimentación en su trayectoria.

Los resultados obtenidos confirman que los efectos de interacción entre estructuras se producen en mayor medida entre estructuras con frecuencias fundamentales próximas. Esto se debe principalmente a dos fenómenos que tienen lugar para frecuencias en el entorno de la fundamental: primero, debido a que las amplitudes de la deflexión son máximas, el campo total (incidente más refractado) en sus alrededores se ve sensiblemente modificado por la vibración de la estructura. Estas modificaciones se amplifican en gran medida ya que para este rango de frecuencias, la relación entre la respuesta de la estructura con los desplazamientos de la superficie es máxima (pico de la FRF de la estructura).

Para verificar las modificaciones en el campo total debido a la vibración estructural, en la sección 4.5 se estudiarán los efectos de la presencia de una estructura sobre los desplazamientos de los puntos de la superficie libre.



**Figura 4.24:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Comparación entre dos edificios  $h/b = 2$  (continuo) y edificios exteriores de esbeltez  $h/b = 2$ , edificio central de esbeltez  $h/b = 5$  (discontinuo).

## 4.4 Análisis paramétrico de la distancia de separación entre estructuras ( $D$ )

Vistos los distintos comportamientos que presentan los edificios del grupo para valores diferentes de la distancia de separación entre los mismos, en la presente sección se realizará un estudio de los valores de cortante máximos en función de la distancia de separación entre las estructuras. Con este estudio, se pretende clarificar también aquellas configuraciones donde el tercer edificio del grupo presentaba valores de incremento del cortante máximo superiores a los que tenía el primero de los edificios.

Los valores de la distancia de separación entre estructuras se expresará en términos de  $\lambda$ , al igual que se hacía en la sección 4.3. De esta forma, y como se pudo comprobar en dicha sección, las curvas obtenidas presentarán la misma tendencia con independencia del valor de esbeltez de las estructuras. Esto se comprueba, para otra tipología de edificios, en el apartado correspondiente del anexo D.

El problema a estudiar corresponde al de tres edificios iguales de esbeltez  $h/b = 2$ , con distancias de separación entre los centros de edificios contiguos  $D$  con valores entre  $0.2\lambda$  y  $\lambda$  (el paso empleado es de  $\lambda/40$ ). Los efectos del amortiguamiento del campo incidente se han eliminado empleando directamente la formulación del mismo sin amortiguamiento.

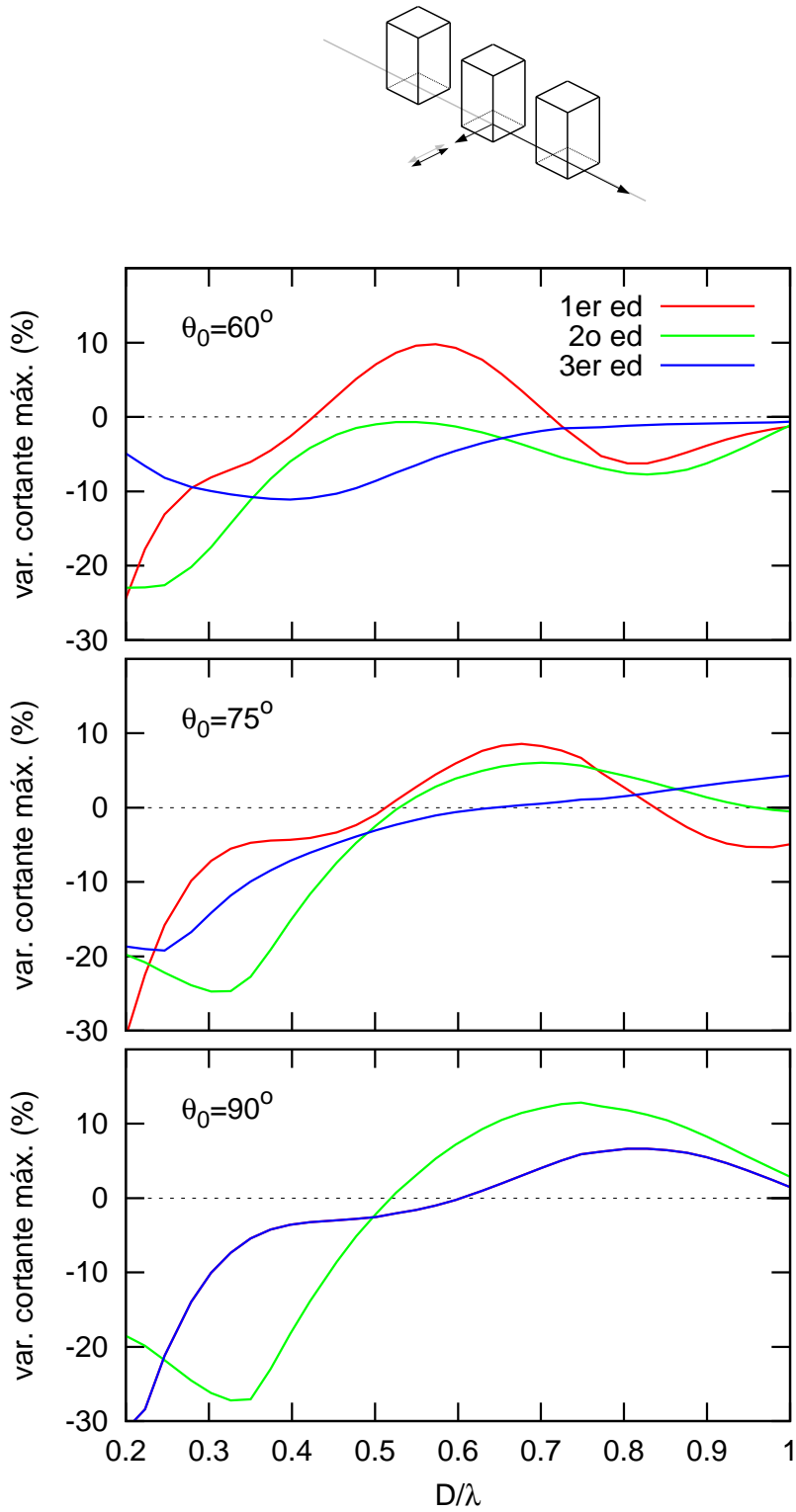
Al igual que ocurre con los diferentes casos estudiados en la sección 4.3, las frecuencias a las que se producen los valores máximos de cortante varían en función de la posición de los edificios y del ángulo de incidencia. Esto se produce debido a los diferentes modos propios de vibración del sistema estudiado, que se excitan en mayor o menor medida en función de la onda incidente. Las gráficas mostrando las variaciones de la frecuencia a la que se produce el cortante máximo se encuentran en el anexo B.

### 4.4.1 Ondas SH

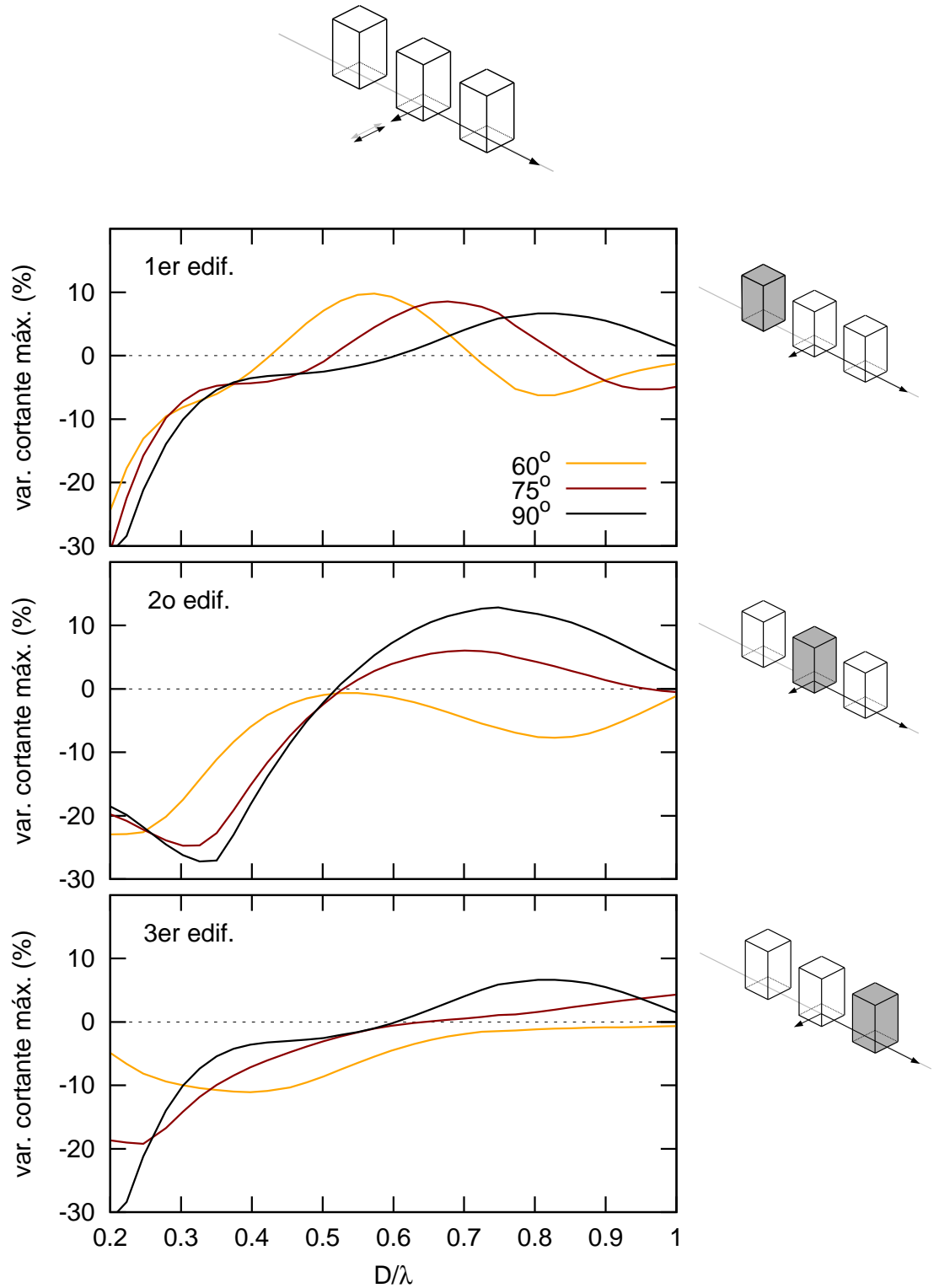
Para este tipo de ondas se estudiarán tres valores del ángulo de incidencia:  $60^\circ$ ,  $75^\circ$  y  $90^\circ$ . Los resultados corresponden a la variación del cortante máximo de cada uno de los edificios del grupo con respecto al edificio solo sometido al mismo ángulo de incidencia. Estos resultados coinciden prácticamente con los correspondientes al edificio solo bajo incidencia vertical, al no existir para este tipo de onda una influencia apreciable del ángulo de incidencia sobre el valor del cortante máximo del edificio solo. En la figura 4.25 se presentan, para cada uno de los ángulos de incidencia estudiados, diferentes curvas que corresponden a las tres posiciones de las estructuras en el grupo. Por otra parte, en la figura 4.26, cada gráfica corresponde a una posición diferente, representándose curvas distintas para cada ángulo de incidencia.

En líneas generales, se aprecia que el valor del cortante máximo depende tanto de la distancia de separación entre estructuras como del ángulo de incidencia. Las curvas comienzan con grandes reducciones, que van disminuyendo conforme la distancia aumenta. Estas reducciones a pequeñas distancias de separación no se deben únicamente a los efectos de interacción entre estructuras, sino también a las modificaciones en el terreno que produce la presencia de cimentaciones cercanas. Para ángulos de incidencia inclinados, las curvas correspondientes a los dos primeros edificios que encuentra la onda en su propagación presentan un carácter más oscilatorio que la del último edificio. Este efecto coincide con el comportamiento en desplazamientos que presentan los puntos de la superficie libre que se estudia en la sección 4.5.

Atendiendo a las curvas correspondientes a incidencia vertical, donde el comportamiento de



**Figura 4.25:** Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Ondas SH



**Figura 4.26:** Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Ondas SH

los edificios laterales es el mismo debido a la simetría del problema, se aprecian reducciones en el valor del cortante máximo de todos los edificios del grupo para distancias de separación menores a  $\lambda/2$ , correspondiendo las mayores reducciones para el edificio central. A partir de  $0.5\lambda$  para el edificio central y  $0.6\lambda$  para los laterales, el valor del cortante máximo se incrementa debido a la presencia de las estructuras cercanas, llegando a incrementos superiores al 10% para el edificio central. Las distancias de separación a las que se producen los valores máximos de variación corresponden a  $D = 0.75\lambda$  para la estructura central y  $D = 0.8\lambda$  para las laterales.

Para una incidencia de  $\theta_0 = 75^\circ$ , la curva que corresponde a los edificios laterales para incidencia vertical, se divide en dos curvas, la correspondiente al primer y último edificio. Ambas siguen la misma tendencia que la anterior, la curva del primer edificio aumenta su carácter oscilatorio, adelantando los picos (el máximo se produce para  $0.65\lambda$  en lugar de  $0.8$ ); mientras que la curva del tercer edificio se suaviza, produciendo mayores valores de cortante máximo conforme la distancia de separación aumenta. El edificio central mantiene su comportamiento, si bien las variaciones son menores que las correspondientes a incidencia vertical, sobre todo para valores elevados de  $D$ .

Finalmente, para  $\theta = 60^\circ$ , el primer edificio adelanta aún más sus picos (el máximo se produce para  $D = 0.55\lambda$ ) y continúa con su carácter oscilatorio. El edificio central experimenta para todas las distancias de separación reducciones en su valor de cortante máximo, produciéndose las mayores reducciones para distancias de separación pequeñas y para el entorno de  $D = 0.8\lambda$ . El tercer edificio también ve reducido su cortante máximo para todas las separaciones estudiadas, tendiendo a coincidir con el valor que presenta en caso de encontrarse solo sobre el terreno para valores de  $D > 0.7\lambda$ . Para esta última estructura, los menores valores se producen en el entorno de  $D = 0.4\lambda$ .

Atendiendo a la figura 4.26, para el primer edificio del grupo se ve como conforme el ángulo de incidencia disminuye, la oscilación que presenta la curva se va adelantando e incrementado ligeramente sus valores. Para el segundo edificio, una incidencia de  $\theta_0 = 75^\circ$  no supone un gran cambio con respecto a incidencia vertical; mientras que para un ángulo de  $60^\circ$ , la curva presenta un carácter más oscilatorio y con valores únicamente de reducción del cortante máximo. Para el último edificio, los valores de cortante disminuyen conforme el ángulo disminuye, excepto para distancias de separación muy pequeñas, donde ocurre lo contrario. También, conforme la onda es más tumbada, la curva pierde su carácter oscilatorio en el sentido de que los picos son menos definidos.

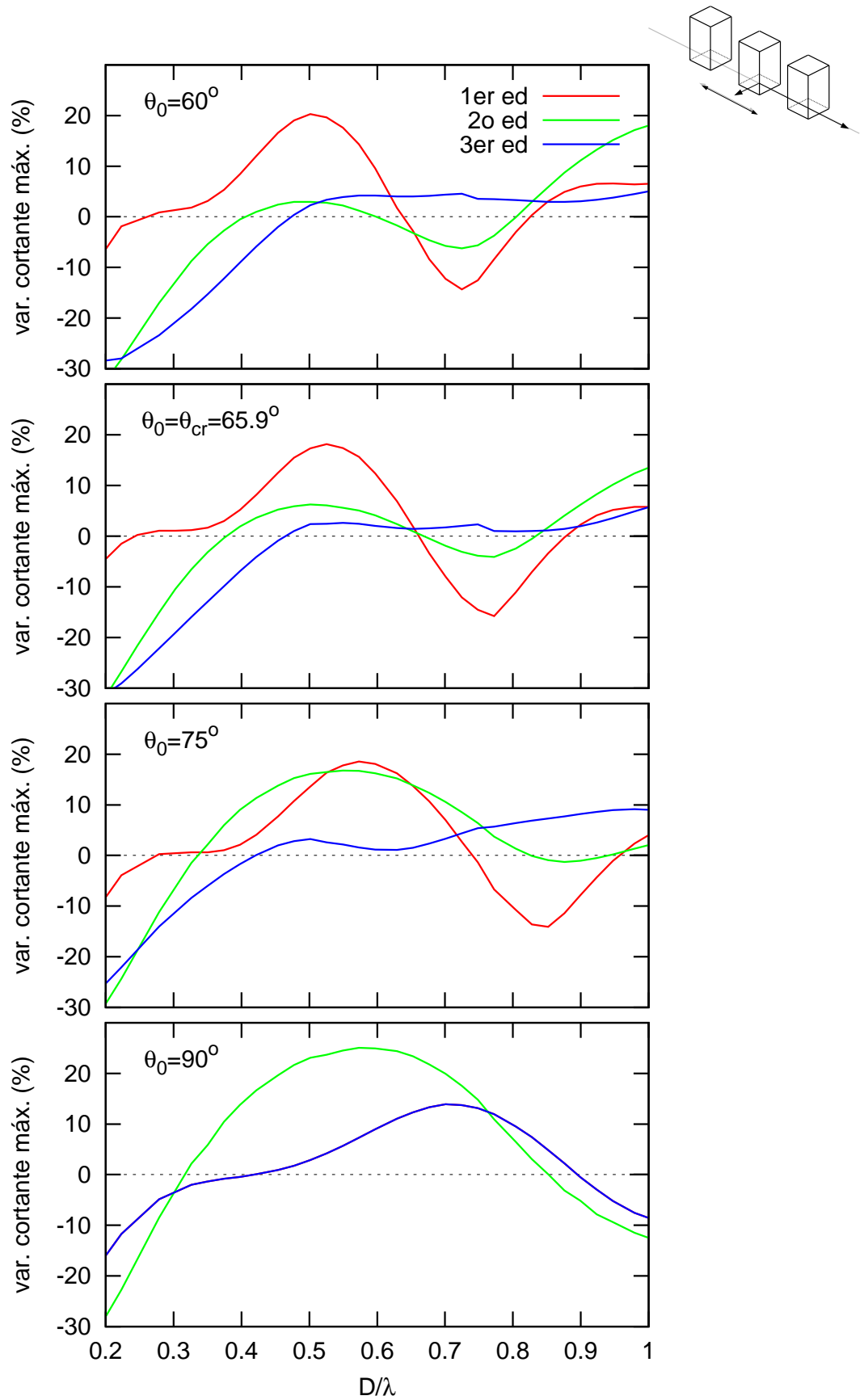
### 4.4.2 Ondas SV

Para este tipo de ondas se estudiará, además de los tres ángulos de incidencia anteriores, un ángulo de incidencia igual al ángulo crítico (para las propiedades del terreno empleadas:  $\theta_{cr} = 65.9^\circ$ ). En las figuras 4.27 y 4.28 se presentan los resultados de las variaciones del cortante máximo para cada uno de los edificios del grupo con respecto al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia.

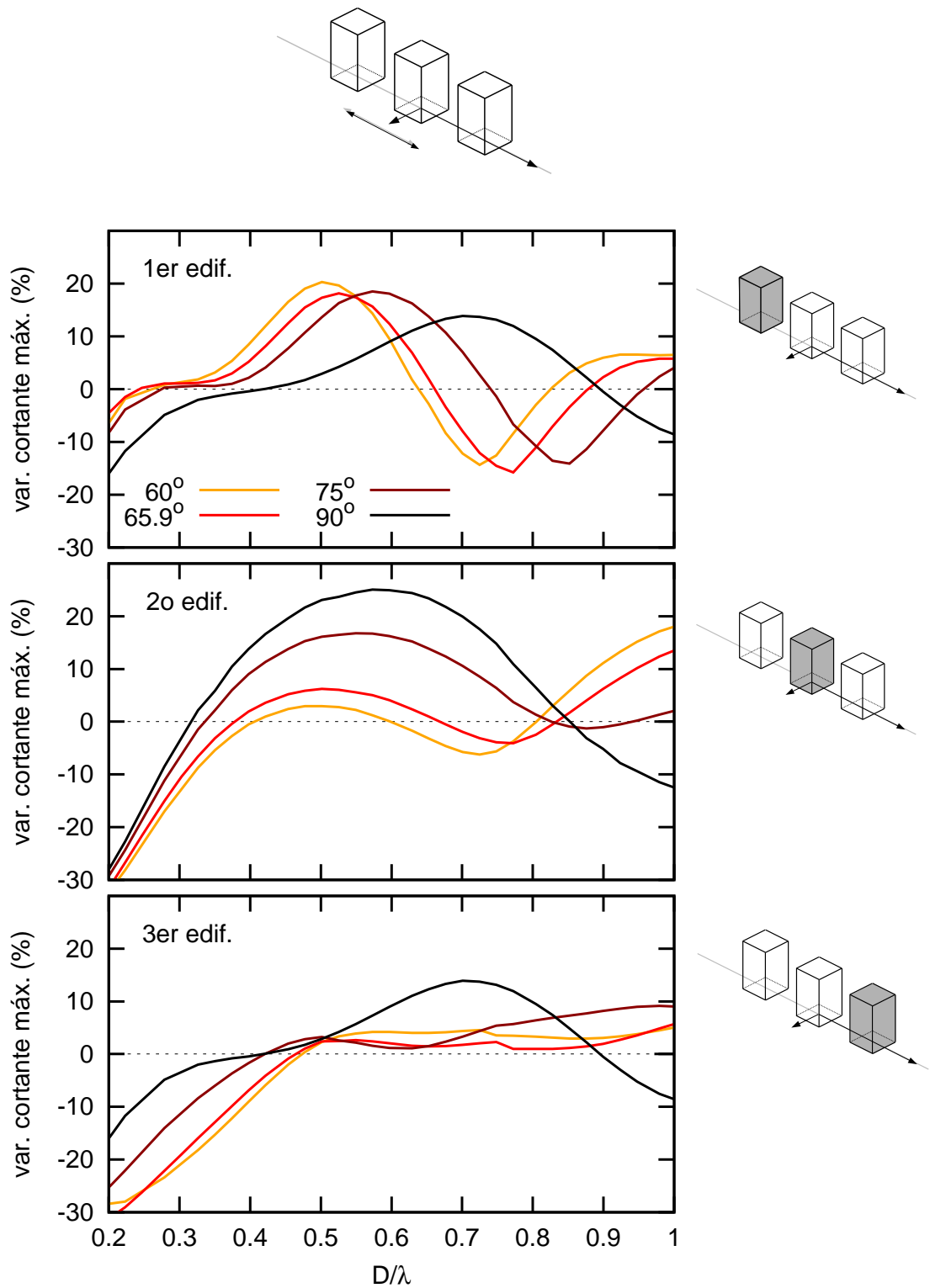
Al igual que ocurría con las curvas correspondiente a una excitación de tipo SH, para pequeñas distancias de separación se producen grandes reducciones en el cortante máximo de los edificios, estas reducciones van disminuyendo conforme la distancia entre estructuras aumenta. También se aprecia un carácter oscilatorio con la distancia para las curvas de los dos primeros edificios del grupo cuando la incidencia es inclinada.

Comenzando con incidencia vertical, los valores máximos de incremento de cortante se producen para una distancia  $D = 0.6\lambda$ , reduciéndose el valor de cortante para valores pequeños de





**Figura 4.27:** Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Ondas SV



**Figura 4.28:** Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Ondas SV

separación y valores próximos a  $\lambda$ . Los edificios laterales presentan una curva con una ligera oscilación, estando el segundo pico de cortante máximo más definido que para ondas SH, alcanzando valores superiores al 10% en el entorno de  $D = 0.7\lambda$ . El edificio central presenta los mayores incrementos de todos los edificios del grupo bajo todas las incidencias, superando valores de aumento del cortante máximo del 20%.

Atendiendo a las gráficas correspondientes con  $\theta_0 = 75^\circ$ , vuelve a apreciarse como la curva de los edificios laterales se divide en dos. El comportamiento de la variación de cortante del primer edificio presenta un carácter oscilatorio más marcado que para ondas SH, con un adelanto de la distancia a la que se produce el máximo valor de cortante a  $0.6\lambda$ ; además de un pico de reducción de cortante para  $D = 0.85\lambda$ . La curva correspondiente al último edificio se suaviza, manteniendo una tendencia de incrementar el valor de cortante conforme la distancia de separación aumenta. Las variaciones del cortante de la estructura central disminuyen en valor, y la distancia a la que se produce el máximo incremento se adelanta ligeramente con respecto a incidencia vertical.

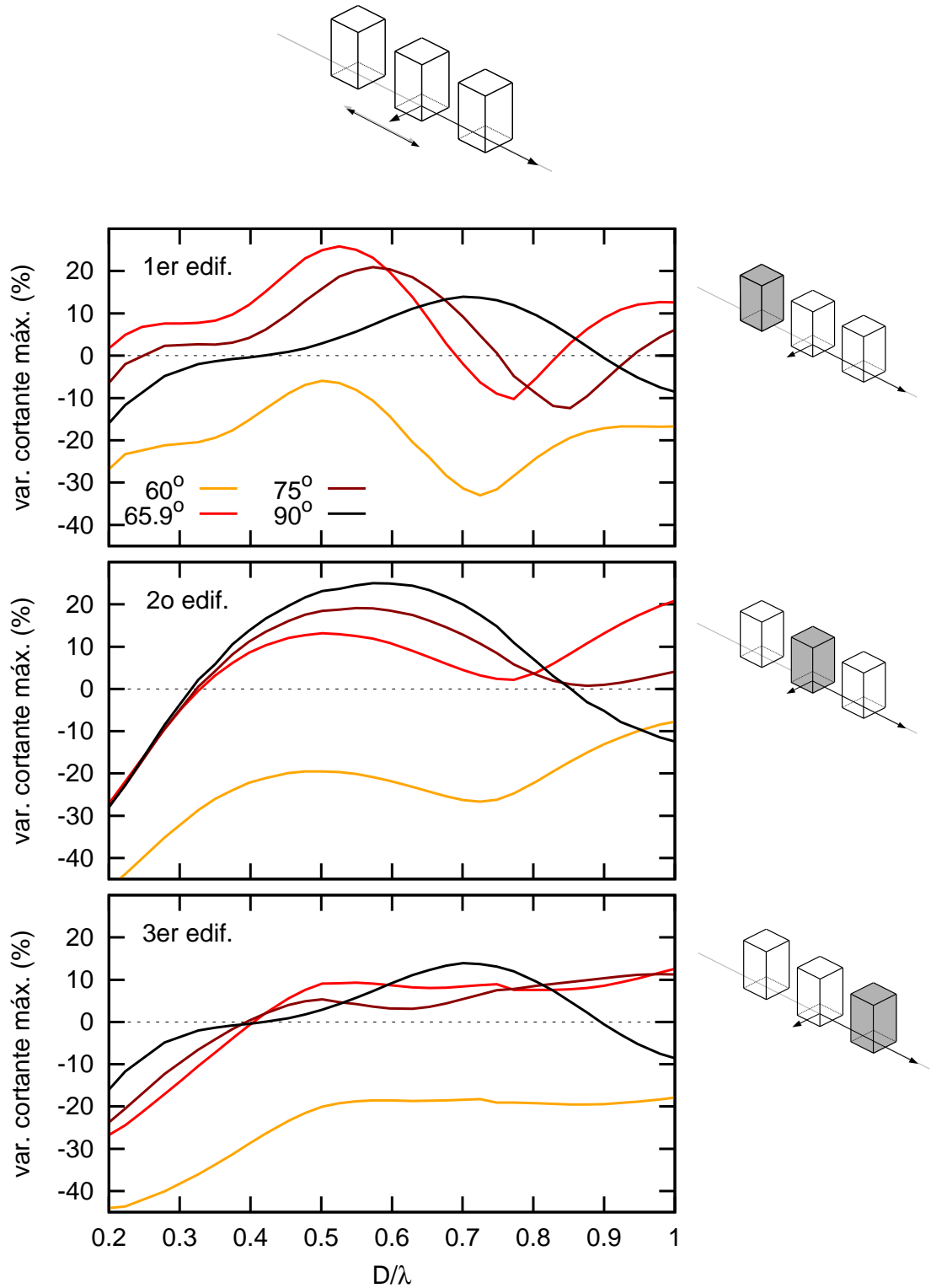
Las curvas de  $\theta_0 = 60^\circ$  y  $\theta_0 = \theta_{cr}$  son muy similares. El primer edificio del grupo adelanta su oscilación conforme el ángulo de incidencia disminuye, al igual que el segundo edificio. Este edificio presenta, para estos ángulos de incidencia pequeños, incrementos en su valor de cortante máximo para distancias de separación próximas a  $\lambda$  (recordando la gráfica correspondiente a  $D = \lambda$  en la figura 4.8, se veía como al disminuir el ángulo de incidencia, el edificio central experimentaba valores de cortante cada vez mayores). La curva correspondiente al último edificio presenta una primera parte donde la reducción disminuye de forma prácticamente lineal con la distancia de separación hasta un valor de  $D = 0.5\lambda$ , a partir del cual se mantiene prácticamente constante con un ligero incremento para valores próximos a  $\lambda$ .

Estudiando las curvas por edificio (figura 4.28), se aprecia el adelanto que provoca un menor ángulo de incidencia para el primer edificio, manteniendo su curva la misma forma. Para el segundo edificio, este adelanto del primer máximo también se aprecia. Las mayores diferencias se producen cuando la distancia tiende a  $\lambda$  donde los incrementos son mayores conforme  $\theta_0$  disminuye. Para el último edificio, se ven menores diferencias entre las curvas correspondientes a incidencias inclinadas: mantienen una primera parte con disminución de la reducción del cortante conforme  $D$  aumenta, siendo la reducción mayor para ángulos más tumbados. A partir de una cierta separación, la curva presenta una parte más constante, con menor oscilación para menores ángulos de incidencia; acabando finalmente con un incremento en el cortante máximo para  $D = \lambda$ , siendo este incremento máximo para  $\theta_0 = 75^\circ$  (como ocurría en fig. 4.8).

La figura 4.29 muestra las variaciones del cortante máximo de cada uno de los edificios con respecto al que presenta el edificio solo bajo incidencia vertical. Se incluyen a los resultados anteriores las variaciones debidas al ángulo de incidencia. Se ha optado por representar únicamente las curvas separadas por edificios, ya que permite comparar mejor las diferencias entre cada ángulo de incidencia.

Para el primer edificio, se observa que los mayores valores de incremento de cortante se producen para  $\theta_{cr}$  y van disminuyendo para ángulos más verticales. Debido al adelanto que se produce al disminuir el ángulo de incidencia, al ir aumentando la distancia de separación va aumentando el valor del ángulo de incidencia más desfavorable, hasta una distancia de  $0.85\lambda$  donde el ángulo crítico vuelve a presentar los mayores incrementos en el valor del cortante máximo. Para una incidencia por debajo del ángulo crítico (en este caso,  $60^\circ$ ) se producen grandes reducciones en el cortante máximo de la estructura debido a la influencia del ángulo de incidencia. Este efecto ocurre para todos los edificios del grupo.

Atendiendo al segundo edificio, para distancias de separación inferiores a  $0.8\lambda$  la situación de incidencia más desfavorable es la vertical, disminuyendo los valores de los incrementos en el



**Figura 4.29:** Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Ondas SV

cortante máximo conforme la incidencia es más tumbada. Las diferencias entre los ángulos superiores o igual al crítico son menores realizando esta comparación que si se realiza la comparación con el edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Para distancias próximas a  $\lambda$ , en cambio, sí se observan diferentes valores en función del ángulo de inclinación, siendo los más desfavorables los correspondientes con un ángulo de incidencia igual al crítico, disminuyendo estos incrementos conforme la incidencia es más vertical.

Para el último edificio del grupo, se observa que para distancias inferiores a  $0.8\lambda$  el rango en el que se encuentran las variaciones del cortante máximo es el mismo para ángulos de incidencia igual o superior al crítico. La incidencia más desfavorable va variando con la distancia, siendo la coincidente con el ángulo crítico para  $D = 0.4 - 0.6\lambda$  e incidencia vertical para el resto. Para valores de separación entre estructuras por encima de  $0.8\lambda$ , los mayores incrementos se producen para  $\theta_0 = 75^\circ$  y  $\theta_{cr}$ , manteniendo ambos valores similares en torno al 10%.

El carácter oscilatorio de las curvas del primer y segundo edificio, mientras que la del tercero se mantiene más invariante con la distancia, explica que haya rangos de valores de distancia de separación entre estructuras en los que el primer edificio del grupo experimente valores de incremento de cortante máximo inferiores al último edificio.

Las curvas obtenidas resaltan que los efectos de interacción estructura-suelo-estructura varían con el tipo de ondas y con el ángulo de incidencia, no correspondiendo siempre la situación más desfavorable con incidencia vertical.

### 4.5 Efectos en la superficie de la presencia de elementos en el terreno

En el anexo C se muestran los efectos de la presencia de cimentaciones cercanas en los desplazamientos de los encepados sin superestructuras. Estas curvas presentan resultados donde las curvas correspondientes a los dos primeros encepados que se encuentra la onda en su propagación presentan oscilaciones, mientras que la correspondiente al último encepado del grupo sigue una tendencia suave. Este efecto de oscilación se aprecia también en las curvas de variación de cortante máximo de los dos primeros edificios, como se vio en la sección 4.4.

Queriendo analizar este efecto, en la presente sección se realiza un estudio de los desplazamientos horizontales de los puntos de la superficie libre cercanos a un elemento enterrado en el terreno. Estos desplazamientos no coinciden con el valor de desplazamiento del campo libre, debido a la superposición del campo refractado por el elemento enterrado, así como el originado por la vibración del mismo; pudiendo obtenerse, en función de los desfases entre ambos, un campo total superior o inferior al incidente.

En primer lugar se estudiará el problema bidimensional de un elemento enterrado mediante el modelo 2D. Posteriormente, se volverá al problema central de este documento, empleando el modelo 3D para comparar los desplazamientos de los puntos de la superficie en presencia o no de la superestructura.

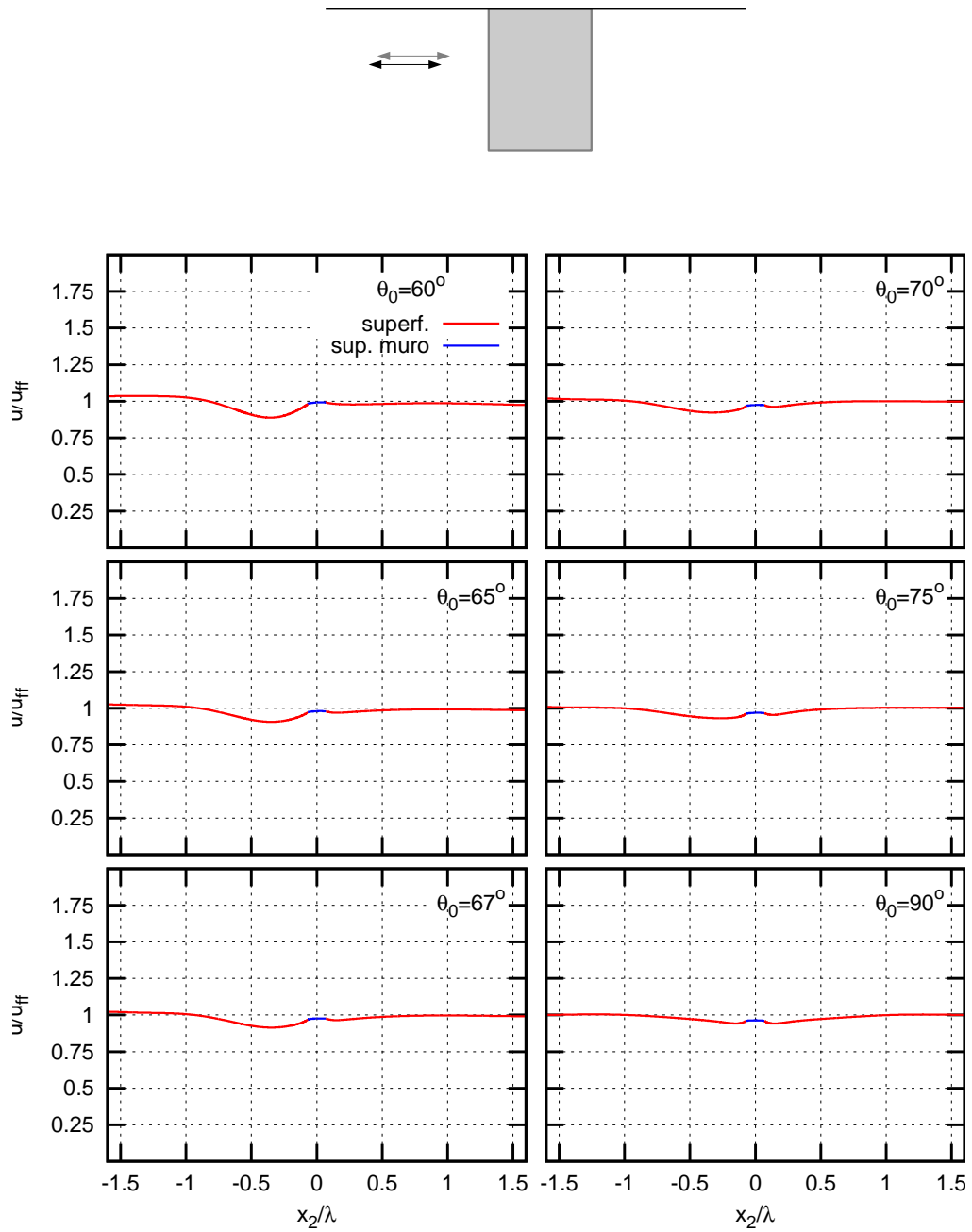
#### 4.5.1 Modelo en 2 dimensiones. Problema de un elemento enterrado

Las figuras de la 4.30 a la 4.34 muestran el valor absoluto de los desplazamientos horizontales en relación a los desplazamientos del campo libre para los puntos de la superficie situados en las proximidades del elemento enterrado. Las diferentes gráficas corresponden a los distintos ángulos de incidencia. En la aplicación del modelo bidimensional únicamente se considerarán

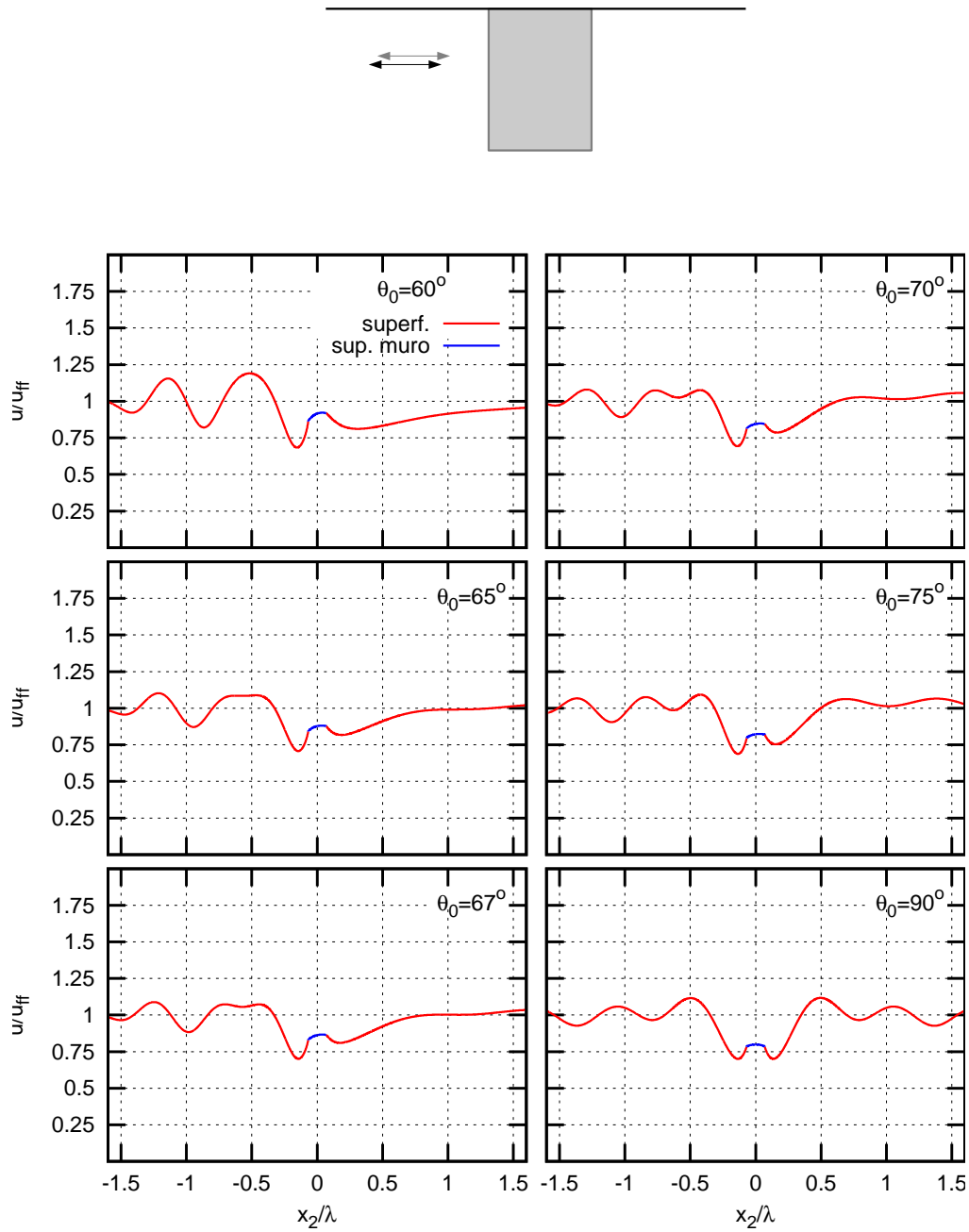
ondas SV. Como se comentó en la sección 4.2, si bien los valores de  $\lambda$  y  $a_0$  no tienen sentido para este problema, se emplean para mantener una escala comparable en todos los resultados. Las diferentes figuras corresponden a diferentes valores de frecuencia.

En estas figuras se observa como los desplazamientos correspondientes a los puntos situados antes del elemento enterrado presentan una oscilación con la distancia al elemento enterrado; mientras que para posiciones después del mismo, esta oscilación es mucho más suave para incidencias inclinadas. Para incidencia vertical, debido a la simetría del problema, los puntos situados después oscilan de la misma forma que los puntos que se encuentran antes del sólido, pero conforme el ángulo de incidencia va disminuyendo, se pierde esta oscilación suavizándose la curva.

Conforme el valor de frecuencia va aumentando, los desplazamientos que se producen varían en mayor medida con respecto a los del campo libre. Para los puntos situados antes del elemento, la oscilación se incrementa con el aumento de la frecuencia. Para un mismo valor de frecuencia, su oscilación también se incrementa conforme el ángulo de incidencia es más tumbado. Para frecuencias mayores, se aprecia como se incrementa el efecto del amortiguamiento del campo refractado por el terreno, coincidiendo los desplazamientos de los puntos alejados del elemento enterrado con el desplazamiento del campo libre.

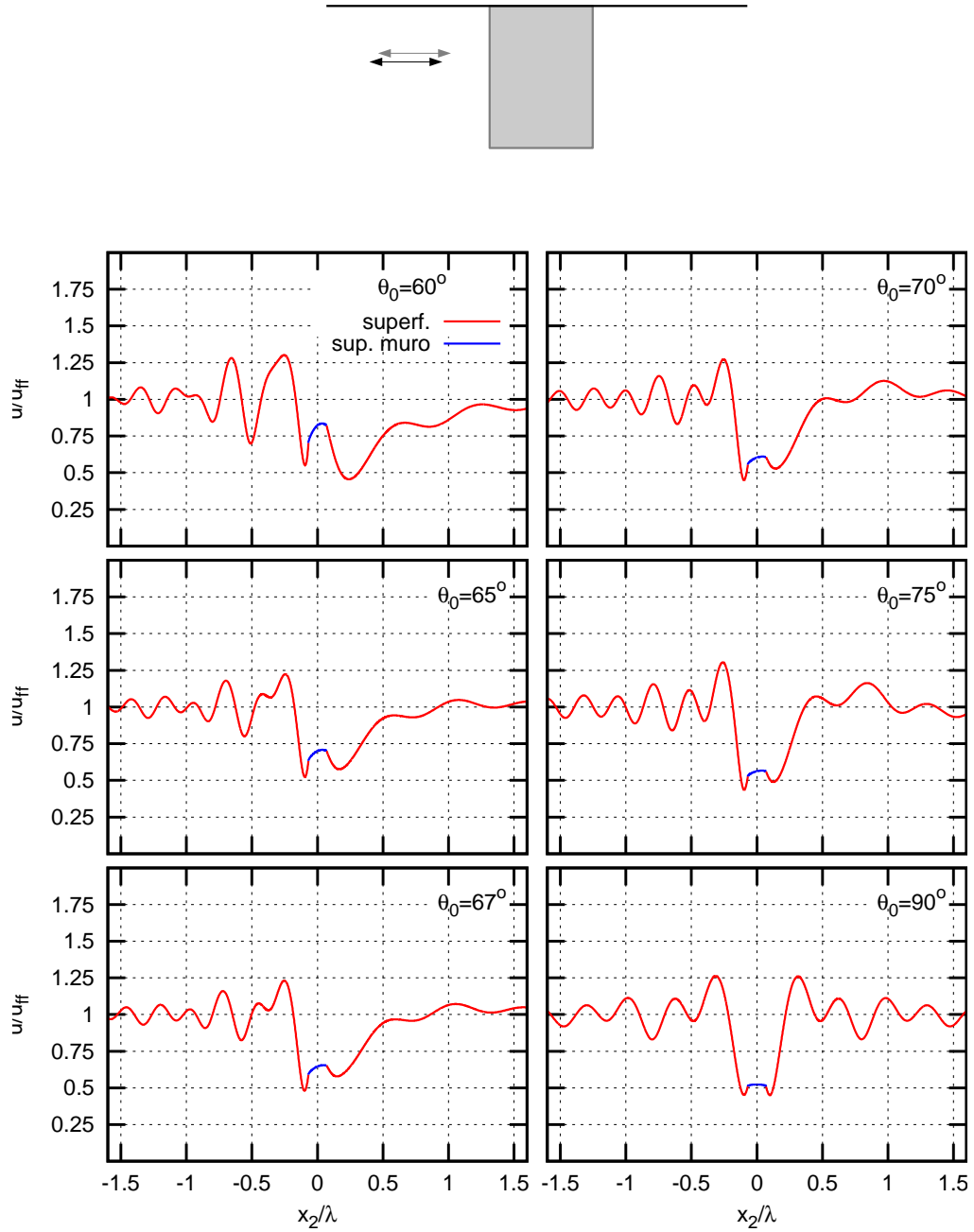


**Figura 4.30:** Desplazamientos horizontales de los puntos de la superficie debidos a la presencia de un elemento enterrado. Valor de frecuencia  $a_0 = 0.05$ .

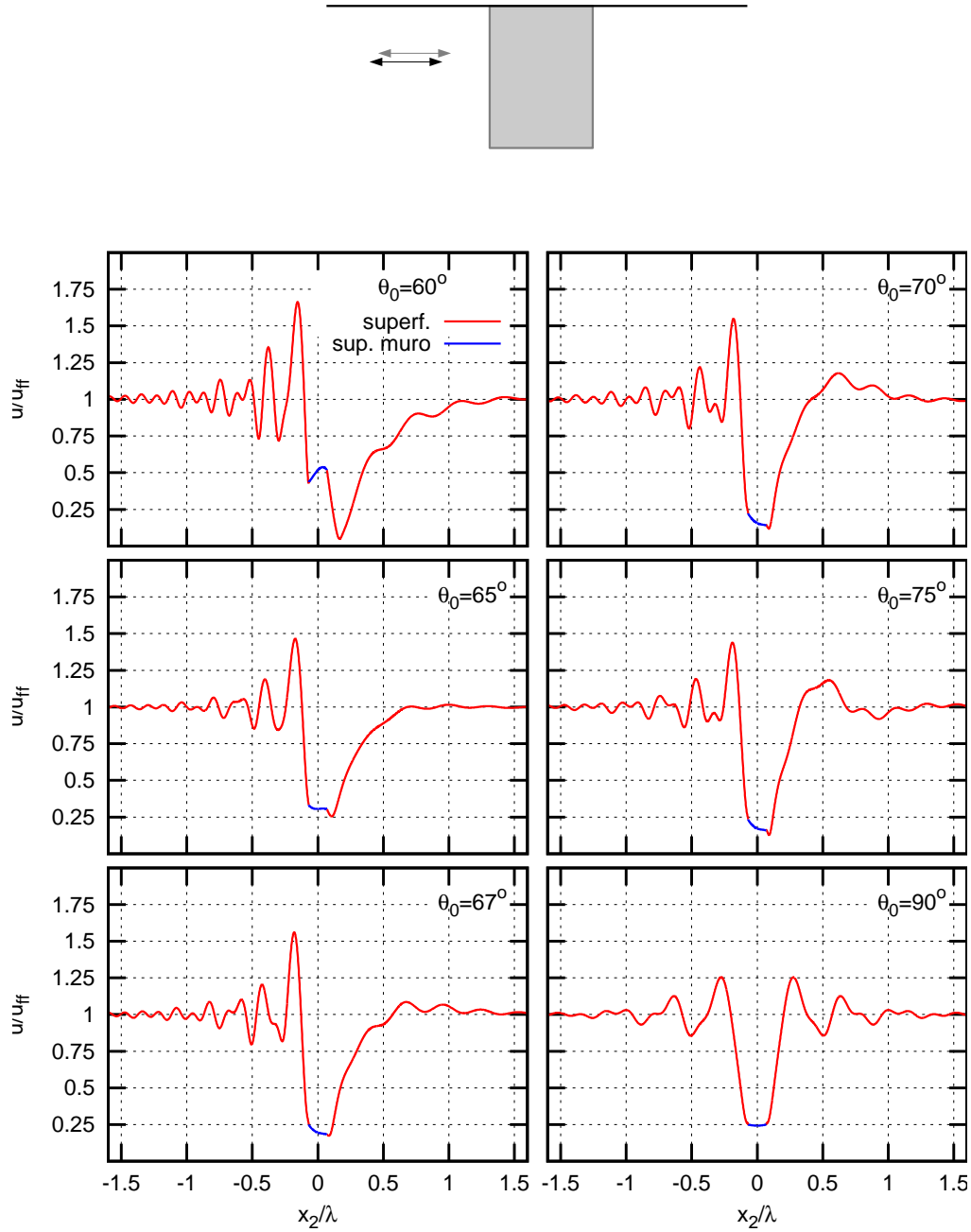


**Figura 4.31:** Desplazamientos horizontales de los puntos de la superficie debidos a la presencia de un elemento enterrado. Valor de frecuencia  $\alpha_0 = 0.125$ .

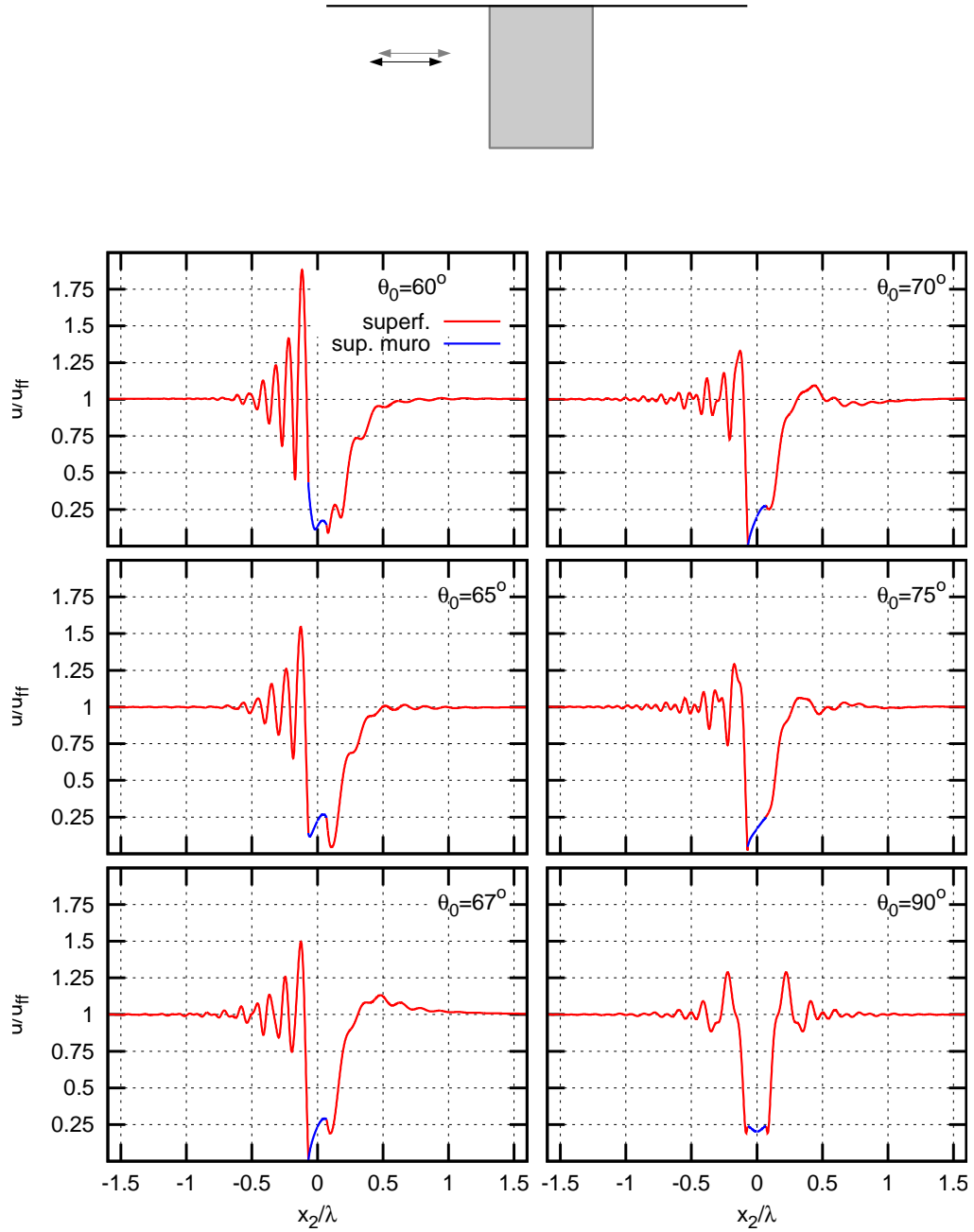




**Figura 4.32:** Desplazamientos horizontales de los puntos de la superficie debidos a la presencia de un elemento enterrado. Valor de frecuencia  $a_0 = 0.225$ .



**Figura 4.33:** Desplazamientos horizontales de los puntos de la superficie debidos a la presencia de un elemento enterrado. Valor de frecuencia  $\alpha_0 = 0.425$ .



**Figura 4.34:** Desplazamientos horizontales de los puntos de la superficie debidos a la presencia de un elemento enterrado. Valor de frecuencia  $a_0 = 0.825$ .

#### 4.5.2 Efecto en la superficie de la presencia de los elementos de cimentación y superestructura.

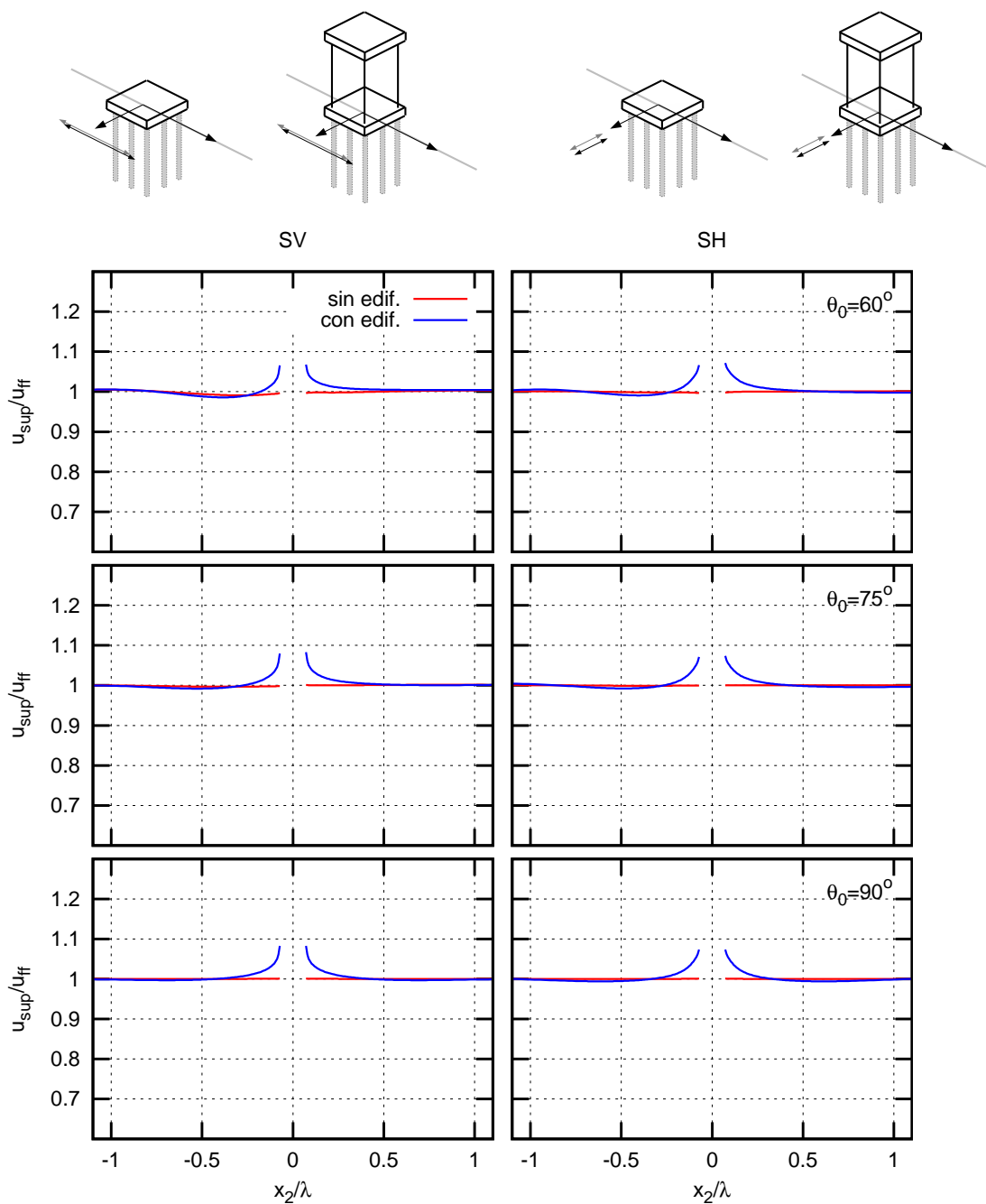
El problema estudiado en la sección anterior es mucho más invasivo que el caso de la presencia de una cimentación en el terreno, por lo que los efectos en la superficie debidos a la existencia de la cimentación en el suelo serán inferiores a los obtenidos en la sección anterior. De cualquier forma, para los valores de frecuencia a los que se producen los máximos en el cortante de las estructuras no se aprecian grandes variaciones en los desplazamientos de los puntos de la superficie debido a la existencia del elemento enterrado; por lo que tampoco existirán grandes variaciones debido a la presencia de la cimentación. Esto induce a pensar que es la vibración de la superestructura lo que origina un campo de desplazamientos en el terreno que se superpone al campo incidente, modificando la respuesta de los puntos de la superficie.

Para verificar esto, en las figuras de la 4.35 a la 4.38 se representan los desplazamientos horizontales de los puntos de la superficie situados sobre el eje sobre el que se sitúan los centros de los diferentes edificios ( $x_1 = 0$ ) en relación con el desplazamiento del campo libre. Se representan las curvas correspondientes a la existencia de una única cimentación constituida por un grupo  $3 \times 3$  de pilotes unidos por un encepado sin masa, así como las correspondientes a la existencia de un único edificio de esbeltez  $h/b = 2$  cimentado sobre el grupo anterior unido por un encepado con los valores de masa e inercia definidos en 4.1.2. Las diferentes figuras corresponden a diferentes valores de frecuencia: un valor inferior a la frecuencia natural del edificio sobre base elástica, la frecuencia natural, y dos valores superiores, uno ligeramente superior y otro mucho mayor.

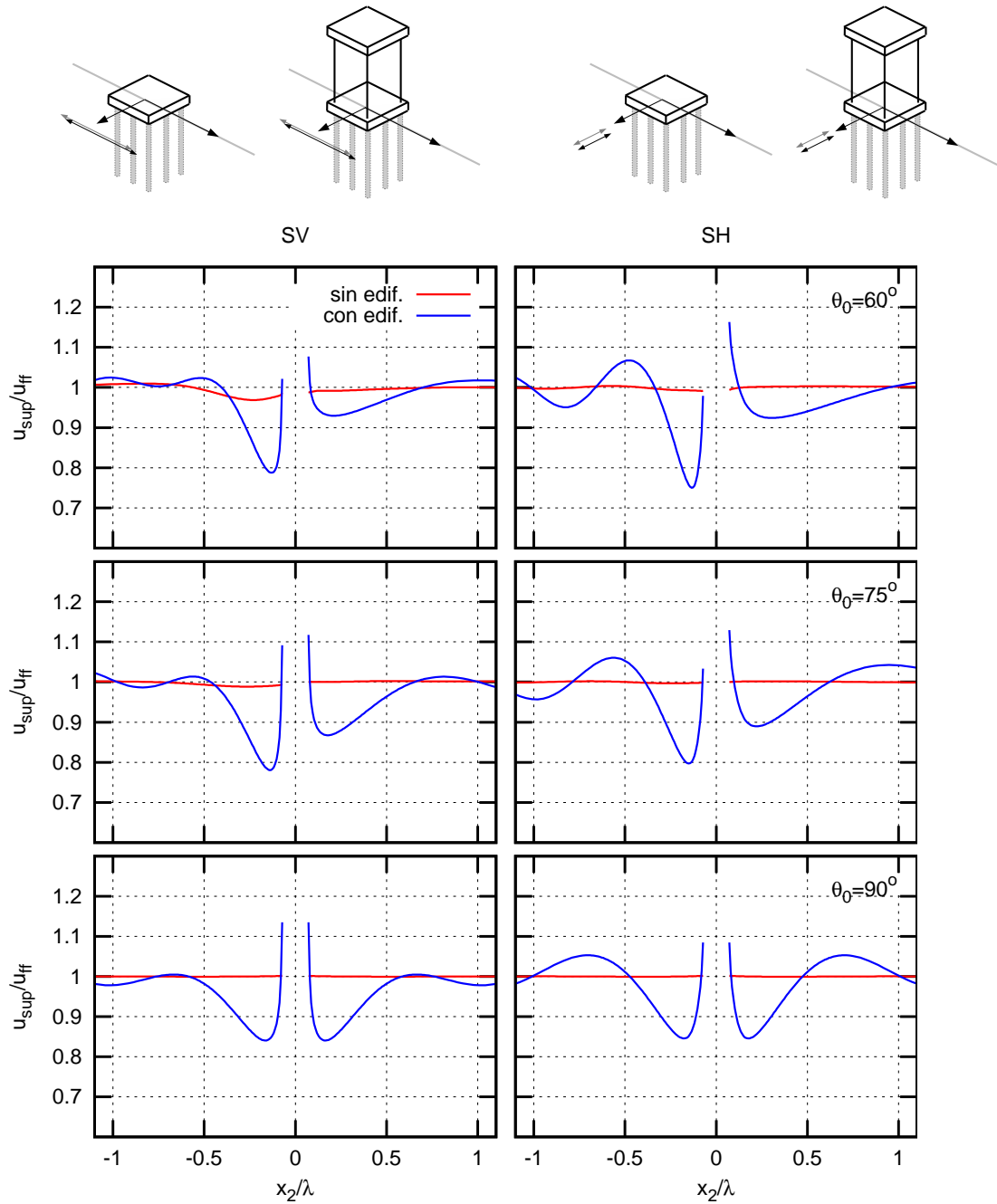
En función de la relación con la frecuencia natural tenemos que: para valores por debajo de la misma, la presencia de la superestructura afecta únicamente a los puntos muy próximos a la cimentación, experimentando desplazamientos ligeramente superiores; mientras que los puntos más alejados no se ven afectados. Cuando la frecuencia coincide con la natural de la estructura, la existencia de la misma produce grandes modificaciones en los puntos de la superficie; mientras que si simplemente estuviera la cimentación, los desplazamientos de los puntos de la superficie coincidirían prácticamente con los del campo libre (ya que nos encontramos en un valor pequeño de frecuencia). Los resultados para esta frecuencia se comentarán con más detalle a continuación. Para frecuencias superiores a la natural, se vuelve a obtener respuestas similares para los puntos alejados de la cimentación independientemente de la existencia o no de la superestructura. No obstante, los puntos cercanos al encepado experimentan menores valores de desplazamientos en el caso de que se encuentre la estructura sobre la cimentación. Finalmente, para frecuencias muy por encima de la natural, el comportamiento de los puntos de la superficie coincide en ambos casos, y presenta una forma análoga a la estudiada para el problema bidimensional: con oscilaciones para los puntos anteriores a la cimentación si la onda es inclinada, mientras que los puntos situados después de esta presentan curvas más suaves. En este caso, se comprueba que si la onda es de tipo SH, las oscilaciones son mayores que para ondas SV.

Analizando más detenidamente la figura 4.36, que corresponde a la frecuencia natural de la estructura. Se observa que, para ondas inclinadas, los puntos que se encuentran antes de la estructura presentan una mayor oscilación en el valor de su desplazamiento máximo con la distancia. El primer máximo de estos puntos se encuentra más adelantado (más próximo a la cimentación) conforme el ángulo de incidencia es menor. Esto ocurría también con los cortantes máximos de la primera estructura en la sección 4.4, además estos máximos se producen en ambos casos para el mismo valor de distancia con respecto al edificio más cercano.

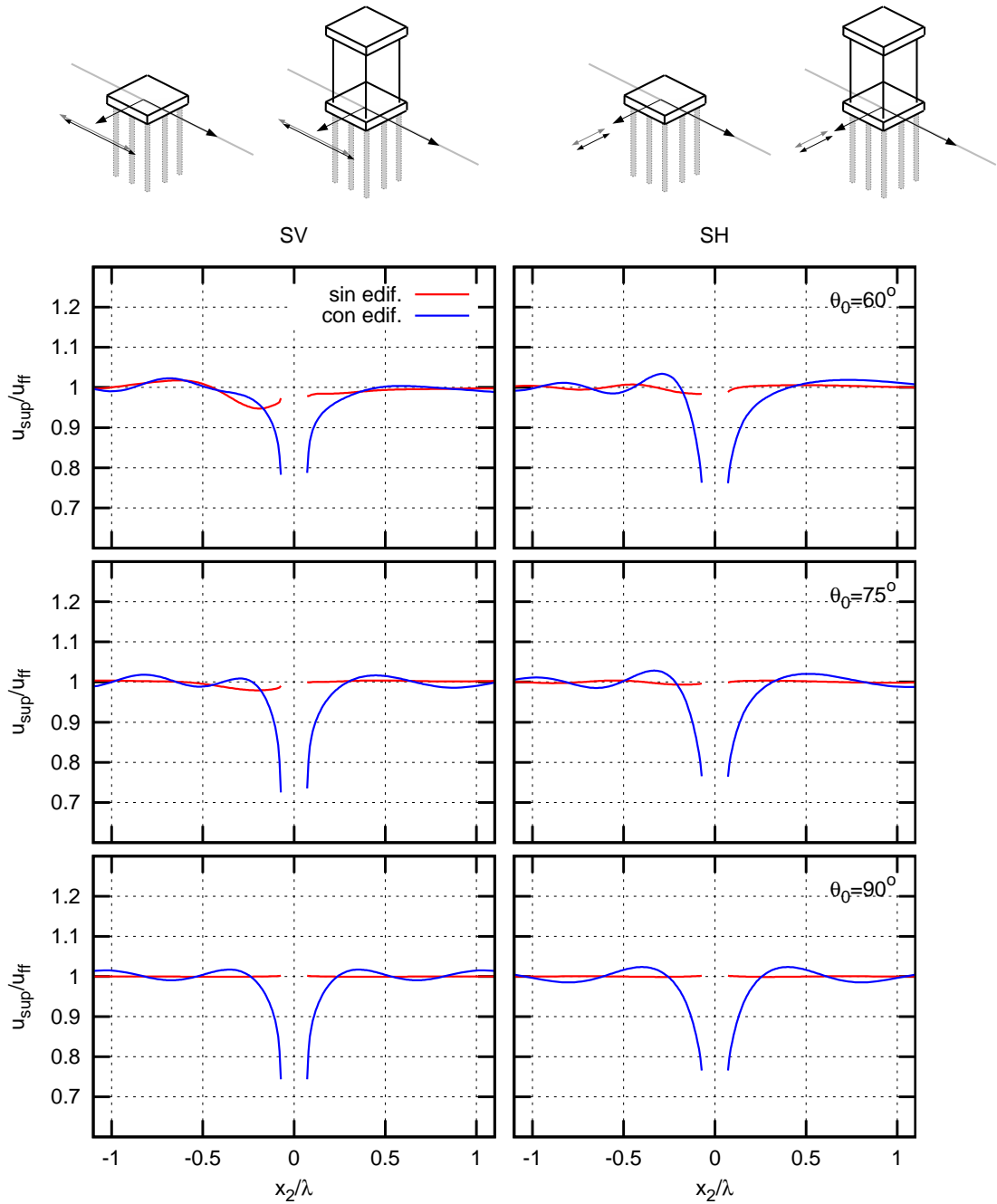
Comparando nuevamente con los resultados obtenidos en la sección 4.4 y centrándose en los puntos que se encuentran a  $\pm\lambda$ . Para ondas SV, los desplazamientos de los puntos que se



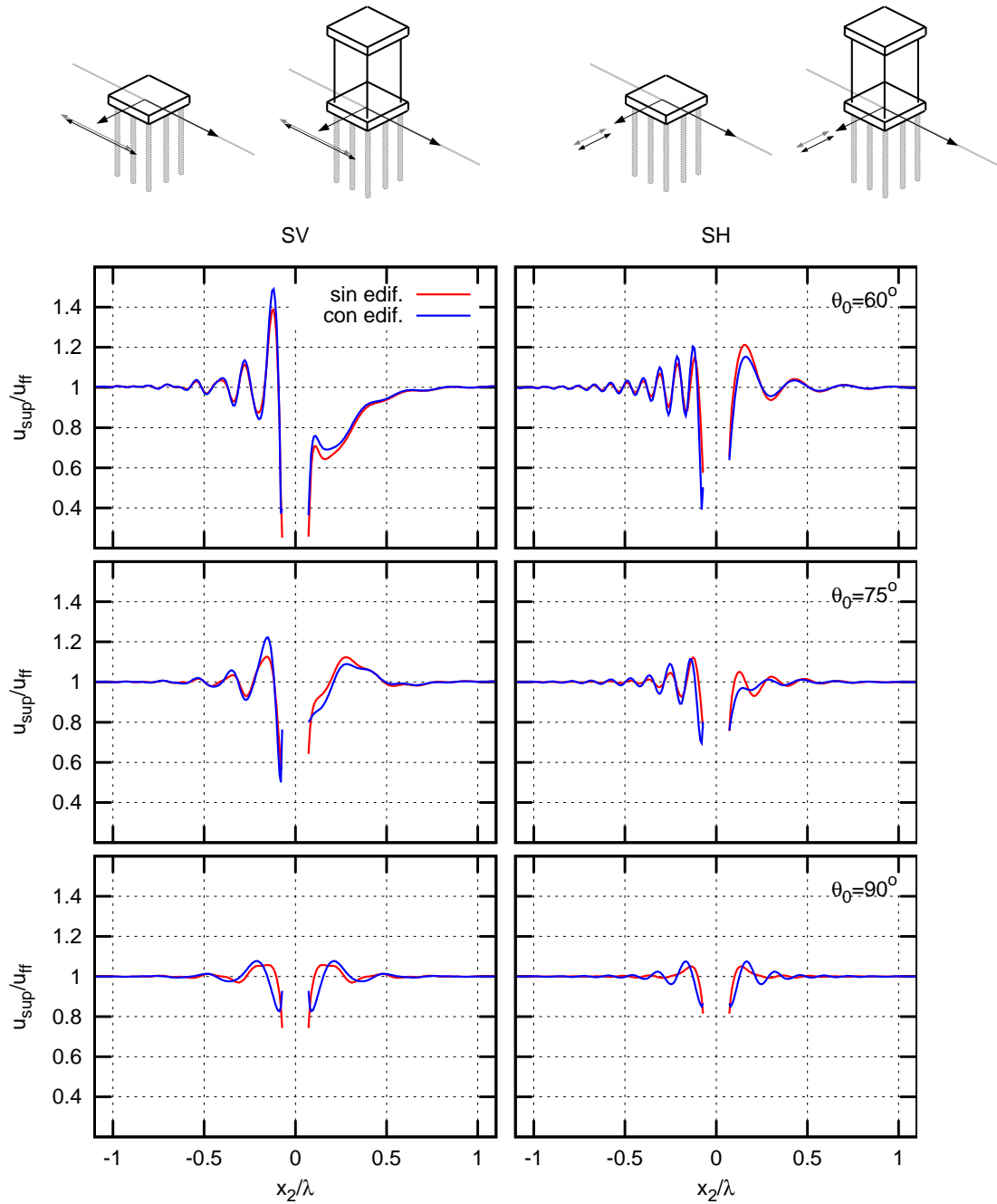
**Figura 4.35:** Desplazamientos horizontales de los puntos situados en la línea central de la superficie debidos a la presencia de la cimentación. Estudio del efecto de la presencia de superestructura. Valor de frecuencia inferior a la natural de la estructura:  $a_0 = 0.05$ .



**Figura 4.36:** Desplazamientos horizontales de los puntos situados en la línea central de la superficie debido a la presencia de la cimentación. Estudio del efecto de la presencia de superestructura. Valor de frecuencia igual a la natural de la estructura:  $a_0 = 0.078$ .



**Figura 4.37:** Desplazamientos horizontales de los puntos situados en la línea central de la superficie debidos a la presencia de la cimentación. Estudio del efecto de la presencia de superestructura. Valor de frecuencia superior a la natural de la estructura:  $a_0 = 0.1$ .



**Figura 4.38:** Desplazamientos horizontales de los puntos situados en la línea central de la superficie debidos a la presencia de la cimentación. Estudio del efecto de la presencia de superestructura. Valor de frecuencia muy superior a la natural de la estructura:  $a_0 = 0.6$ .



encuentran a una distancia  $-\lambda$  y los valores de cortante máximo del primer edificio de la figura 4.28 para  $D = \lambda$  presentan mayor valor conforme el ángulo de incidencia es menor. También se ve el mismo comportamiento si comparamos los puntos situados en  $\lambda$  y la variación de cortante máximo para el segundo edificio en  $D = \lambda$ . Para ondas SH, y volviendo a comparar los puntos en  $-\lambda$  con las variaciones del primer edificio (fig. 4.26) y los puntos en  $\lambda$  con las del último, se ve que el primer edificio presenta el menor valor de cortante si la incidencia es de  $75^\circ$ , mientras que el tercero presenta su mayor incremento para esta incidencia. Esto ocurre también para los puntos situados a una distancia  $\pm\lambda$  si comparamos los diferentes ángulos de incidencia.

Si bien el comportamiento de los puntos de la superficie no es exactamente el mismo a los obtenidos en el estudio paramétrico de la distancia de separación entre estructuras, sí se aprecian grandes similitudes y mismas tendencias entre los puntos y estructuras situadas a la misma distancia. Hay que tener en cuenta que las diferencias se deben a que, además de las perturbaciones en la superficie, existe un campo de desplazamientos refractado en el interior del terreno que afecta a las cimentaciones cercanas. También hay que considerar que en el caso complejo de tres estructuras, la vibración de cada una de ellas se ve afectada por la presencia de las otras, por lo que los efectos de cada una sobre la superficie libre no serán exactamente iguales a los del edificio solo.



## Conclusiones y desarrollo futuro

### 5.1 Resumen y conclusiones

El presente trabajo emplea un modelo acoplado elementos finitos-elementos de contorno para el estudio de la respuesta dinámica de estructuras de cimentación pilotadas bajo ondas sísmicas con un ángulo de incidencia variable. Este modelo ha sido desarrollado por la División de Mecánica de Medios Continuos y Estructuras del Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria y se ha verificado su validez en numerosos trabajos anteriores.

Este trabajo parte de los resultados obtenidos por los autores en [2] donde se estudió, en términos de esfuerzo cortante en las bases de las estructuras, los efectos de interacción estructura-suelo-estructura en un grupo de edificios. La configuración elegida consistía en tres edificios a cortante idénticos cimentados sobre un grupo  $3 \times 3$  de pilotes y alineados a lo largo de la componente horizontal de la dirección de propagación de la onda. La distancia de separación entre ellos se expresó en relación a la longitud de onda en el suelo  $\lambda$  a la frecuencia fundamental  $\tilde{T}$  del sistema suelo-estructura,  $\lambda = c_s \tilde{T}$ , de modo que se obtuvieron conclusiones similares independientemente de la esbeltez de la estructura.

Los resultados presentados en dicho trabajo se obtuvieron para un campo incidente amortiguado, enmascarando en algunos casos los efectos de interacción entre estructuras. El objetivo de este trabajo es profundizar en el conocimiento de los efectos de interacción mutua entre estructuras cercanas mediante la eliminación de los efectos debidos al amortiguamiento del campo incidente en los resultados obtenidos con anterioridad. Además, se ampliarán los casos de estudio, analizando el comportamiento de los esfuerzos del grupo al variar la esbeltez del edificio central.

A raíz de los resultados que se obtienen, se realiza un estudio más detallado de los efectos de interacción en función de la distancia de separación entre estructuras, encontrándose numerosas configuraciones más desfavorables que la empleada normalmente para el diseño (incidencia vertical sobre un edificio solo en el terreno), destacando la importancia de considerar tanto el entorno como los posibles tipos de excitación a la hora del diseño estructural. Así, los resultados presentados en este documento pueden tomarse como un factor que permite modificar los valores de esfuerzos obtenidos mediante el modelo clásico de diseño dinámico para incorporar los efectos del entorno de la edificación y excitaciones no verticales.

Hay que tener en cuenta que las conclusiones siguientes se extraen en base al número discreto de ángulos de incidencia analizados (desde  $\theta = 60^\circ$  a incidencia vertical  $\theta = 90^\circ$ ), así como los dos casos de esbelteces estudiados, edificios poco esbeltos ( $h/b = 2$ ) y muy esbeltos ( $h/b = 5$ ). Atendiendo a los resultados obtenidos en los valores del cortante máximo en las funciones de

respuesta en frecuencia de las diferentes edificaciones, cabe destacar:

- Los efectos del amortiguamiento del campo incidente pueden eliminarse realizando la comparación con el edificio solo situado en la misma posición que la estructura a estudiar.
- El ángulo de incidencia y el tipo de onda presentan una influencia clara sobre los efectos de interacción entre estructuras, no coincidiendo siempre la situación más desfavorable con la incidencia vertical.
- Expresando la distancia de separación en función de  $\lambda$ , los efectos de interacción producen el mismo comportamiento en las estructuras independientemente de su esbeltez. No obstante, las variaciones del cortante únicamente son significativas para estructuras poco esbeltas.
- Los efectos de interacción entre estructuras cobran una mayor importancia si estas presentan periodos fundamentales próximos.

Considerando los edificios laterales para el caso en el que el central es distinto, la respuesta de estos es independiente de la esbeltez del central.

- Las ondas SV son más sensibles a la existencia de obstáculos en el terreno, modificando la respuesta que origina en función de la presencia de estos. Las ondas SH, en cambio, producen la misma respuesta estructural independientemente de la presencia de elementos constructivos en su propagación.
- Para distancias de separación pequeñas y ondas de tipo SV, se aprecia un efecto de apantallamiento del campo por el cual se ven reducidos los cortantes máximos de los dos últimos edificios del grupo y aumenta el del primero en relación a los que experimentan para incidencia vertical. Este fenómeno es mayor conforme el ángulo de incidencia disminuye y pierde importancia cuando la distancia entre estructuras aumenta.
- Para incidencias inclinadas, en función de la distancia de separación, cualquiera de los edificios del grupo puede presentar los mayores incrementos en su cortante máximo. Incluso el tercer edificio puede experimentar variaciones más desfavorables que el resto de edificios del grupo, este fenómeno ocurre para distancias cercanas a  $\lambda$ .
- La situación de separación más desfavorable corresponde a  $D = \lambda/2$ : en el entorno del ángulo crítico para ondas tipo SV, y para ángulos muy tumbados en el caso de las SH.

Atendiendo los resultados obtenidos para el caso de edificios poco esbeltos ( $h/b = 2$ ) en función de la distancia de separación, se tiene que:

- Para distancias de separación muy pequeñas (del orden del tamaño de la cimentación), el valor del cortante que experimentan las estructuras disminuye en gran medida debido a la presencia de cimentaciones y estructuras vecinas. A los efectos de interacción entre estructuras se le añaden los efectos de cambio en el terreno debido a los elementos constructivos.
- Para incidencias inclinadas, las variaciones de los cortantes máximos de las primeras estructuras oscilan con la distancia de separación, mientras que las variaciones del último edificio se mantienen más suaves.

Las oscilaciones de las primeras estructuras son mayores conforme el ángulo de incidencia es menor. De igual forma, la curva del último edificio se suaviza con la disminución del ángulo de incidencia.

- Las distancias de separación entre estructuras en las que se producen los mayores incrementos en el cortante varían para cada edificio del grupo y para cada ángulo de incidencia. En general, el entorno con los valores más desfavorables se encuentra entre  $0.5\lambda$  y  $0.7\lambda$ .

Finalmente, analizando los resultados de los desplazamientos de los puntos de la superficie libre próximos a un elemento estructural, se concluye:

- El campo reflejado por un elemento enterrado presenta un comportamiento diferente para los puntos situados antes y después del mismo si el campo incidente es inclinado. Los puntos de la superficie que se encuentran antes del elemento, presentan una oscilación con la distancia en los valores máximos de sus desplazamientos; aumentando dicha oscilación conforme el ángulo es menor y la frecuencia de excitación aumenta. Por otra parte, los puntos situados en la superficie después del elemento enterrado, presentan una variación de sus desplazamientos mucho más suave con la distancia; yendo de valores pequeños en los puntos más cercanos al elemento hasta valores de desplazamientos iguales a los del campo libre, con ligeras oscilaciones que son menores conforme el ángulo de incidencia disminuye y la frecuencia aumenta.
- Para valores de la frecuencia próximos a la natural, la presencia de la superestructura origina un campo reflejado que modifica los valores de desplazamientos de los puntos de la superficie libre.
- Para el resto de frecuencias, la existencia de la estructura únicamente afecta a los puntos de la superficie situados muy próximos a esta, y el campo que refleja coincide prácticamente con el que se refleja por la presencia de la cimentación.

## 5.2 Líneas futuras

Los resultados obtenidos muestran como la presencia de estructuras cercanas modifican de forma sensible la respuesta estructural ante cargas sísmicas, así como la variación de estos efectos de interacción en función del tipo de onda y ángulo de incidencia. No obstante, es necesario ampliar el número de casos estudiados y analizar en profundidad los fenómenos que se producen para tener una visión más clara de los efectos de interacción estructura-suelo-estructura, por ello se propone las siguientes líneas de estudio:

- Análisis de los efectos de interacción estructura-suelo-estructura para ondas inclinadas en diferentes tipos de suelo.
- Un estudio más exhaustivo discretizando un mayor número de valores del ángulo de incidencia  $\theta$ .
- Estudio de otras tipologías de grupos de edificaciones bajo los efectos de ondas inclinadas: cuadrículas tipo ciudad, o alineaciones de edificios en una dirección perpendicular a la de propagación de ondas.
- Estudio de los efectos de interacción entre estructuras sometidas a ondas tipo Rayleigh en función de la distancia de separación.
- Obtención de espectros de respuesta máxima para diferentes terremotos a partir de las funciones de respuesta en frecuencia halladas.

## 5 Conclusiones y desarrollo futuro

---

- Estudio del campo reflejado por los elementos constructivos en los puntos internos del dominio en función del tipo de onda y ángulo de incidencia.

# Referencias

- [1] J D Achenbach. *Wave propagation in elastic solids*. North-Holland, Amsterdam, 1973.
- [2] G M Álamo. Aplicación de un modelo acoplado de elementos finitos - elementos de contorno al estudio de los efectos de interacción entre estructuras pilotadas cercanas sometidas a sollicitación sísmica. Proyecto Fin de Carrera, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, 2013.
- [3] J Avilés and L E Pérez-Rocha. Evaluation of interaction effects on the system period and the system damping due to foundation embedment and layer depth. *Soil Dyn Earthquake Eng*, 15:11–27, 1996.
- [4] J Bielak. Dynamic behavior of structures with embedded foundations. *Earthquake Eng Struct Dyn*, 3:259–274, 1975.
- [5] D Clouteau and D Aubry. Modifications of the ground motion in dense urban areas. *J Comput Acoustics*, 9:1659–1675, 2001.
- [6] J. Domínguez. *Boundary elements in dynamics*. Computational Mechanics Publications & Elsevier Applied Science, Southampton, NY, 1993.
- [7] A M Kaynia. Dynamic stiffness and seismic response of pile groups. Technical Report R83-03, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1982.
- [8] A M Kaynia and M Novak. Response of pile foundations to rayleigh waves and obliquely incident body waves. *Earthquake Eng Struct Dyn*, 21:303–318, 1992.
- [9] M Kham, J F Semblat, P Y Bard, and P Dangla. Seismic site-city interaction: main governing phenomena through simplified numerical models. *Bull Seism Soc Ame*, 96(5):1934–1951, 2006.
- [10] T H Lee and D A Wesley. Soil-structure interaction of nuclear reactor structures considering through-soil coupling between adjacent structures. *Nuclear Eng Design*, 24:374–387, 1973.
- [11] L Lehmann and H Antes. Dynamic structure-soil-structure interaction applying the symmetric galerkin boundary element method (sgbem). *Mech Research Comm*, 3:297–304, 2001.
- [12] J E Luco and L Contesse. Dynamic structure-soil-structure interaction. *Bull Seism Soc Ame*, 63:1289–1303, 1973.
- [13] N Makris and D Badoni. Seismic response of pile groups under oblique-shear and rayleigh waves. *Earthquake Eng Struct Dyn*, 24(4):517–532, 1995.

- [14] S M Mamoon and S Ahmad. Seismic response of piles to obliquely incident sh, sv and p waves. *J Geotech Eng, ASCE*, 116(2):186–204, 1990.
- [15] S M Mamoon and P K Banerjee. Response of piles and pile groups to travelling sh-waves. *Earthquake Eng Struct Dyn*, 19:597–610, 1990.
- [16] R Matos Filho, A V Mendonça, and J B Paiva. Static boundary element analysis of piles submitted to horizontal and vertical loads. *Eng Anal Boundary Elem*, 29:195–203, 2005.
- [17] L A Padrón. *Numerical Model for the Dynamic Analysis of Pile Foundations*. PhD thesis, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, 2009.
- [18] L A Padrón, J J Aznárez, and O Maeso. A bem-fem model for studying dynamic impedances of piles in elastic soils. In B H V Topping, G Montero, and R Montenegro, editors, *Proc. of the Fifth Int Conf on Eng Comput Technology*, number 163, Stirlingshire, UK, 2006. Civil-Comp Press.
- [19] L A Padrón, J J Aznárez, and O. Maeso. Bem-fem coupling model for the dynamic analysis of piles and pile groups. *Eng Anal Bound Elem*, 31:473–484, 2007.
- [20] R S Y Pak and P C Jennings. Elastodynamic response of the pile under transverse excitation. *J Eng Mech, ASCE*, 113(7):1101–1116, 1987.
- [21] R Sen, T G Davies, and P K Banerjee. Dynamic analysis of piles and pile groups embedded in homogeneous soils. *Earthquake Eng Struct Dyn*, 13:53–65, 1985.
- [22] C Tsogka and A Wirgin. Simulation of seismic response in an idealized city. *Soil Dyn Earthquake Eng*, 23:391–402, 2003.
- [23] A S Veletsos and J W Meek. Dynamic behaviour of building-foundation systems. *Earthquake Eng Struct Dyn*, 3:121–138, 1974.
- [24] S Wang and G Schmid. Dynamic structure-soil-structure interaction by fem and bem. *Comput Mech*, 9:347–357, 1992.
- [25] H L Wong and M D Trifunac. Two-dimensional, antiplane, building-soil-building interaction for two or more buildings and for incident plane sh waves. *Bull Seism Soc Ame*, 65(6):1863–1885, 1975.
- [26] J M Zarzalejos. Influencia del ángulo de incidencia y tipo de onda en la respuesta sísmica de estructuras de edificación pilotadas. Trabajo Fin de Máster, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, 2011.



Parte *I*

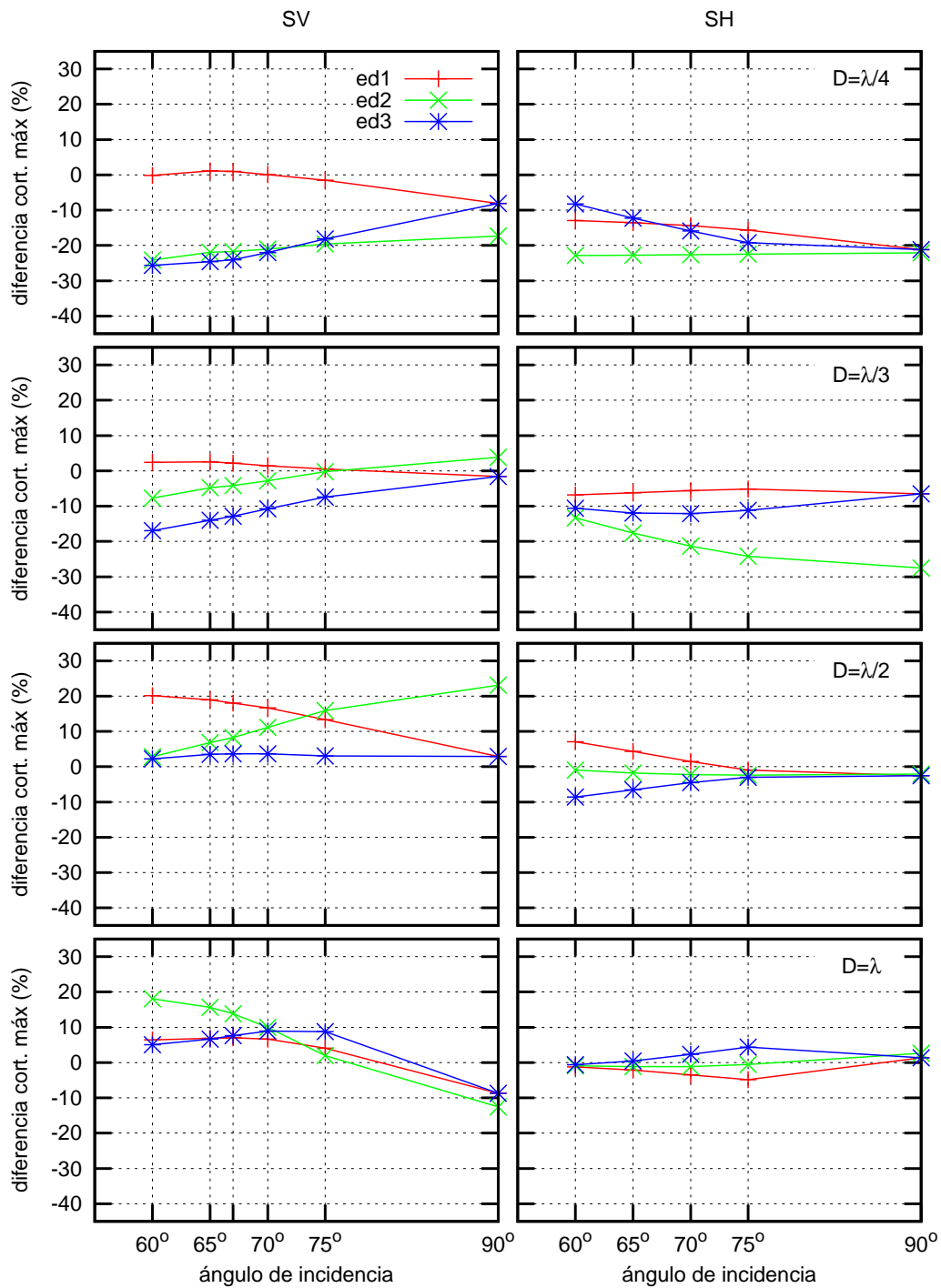
**Apéndices**



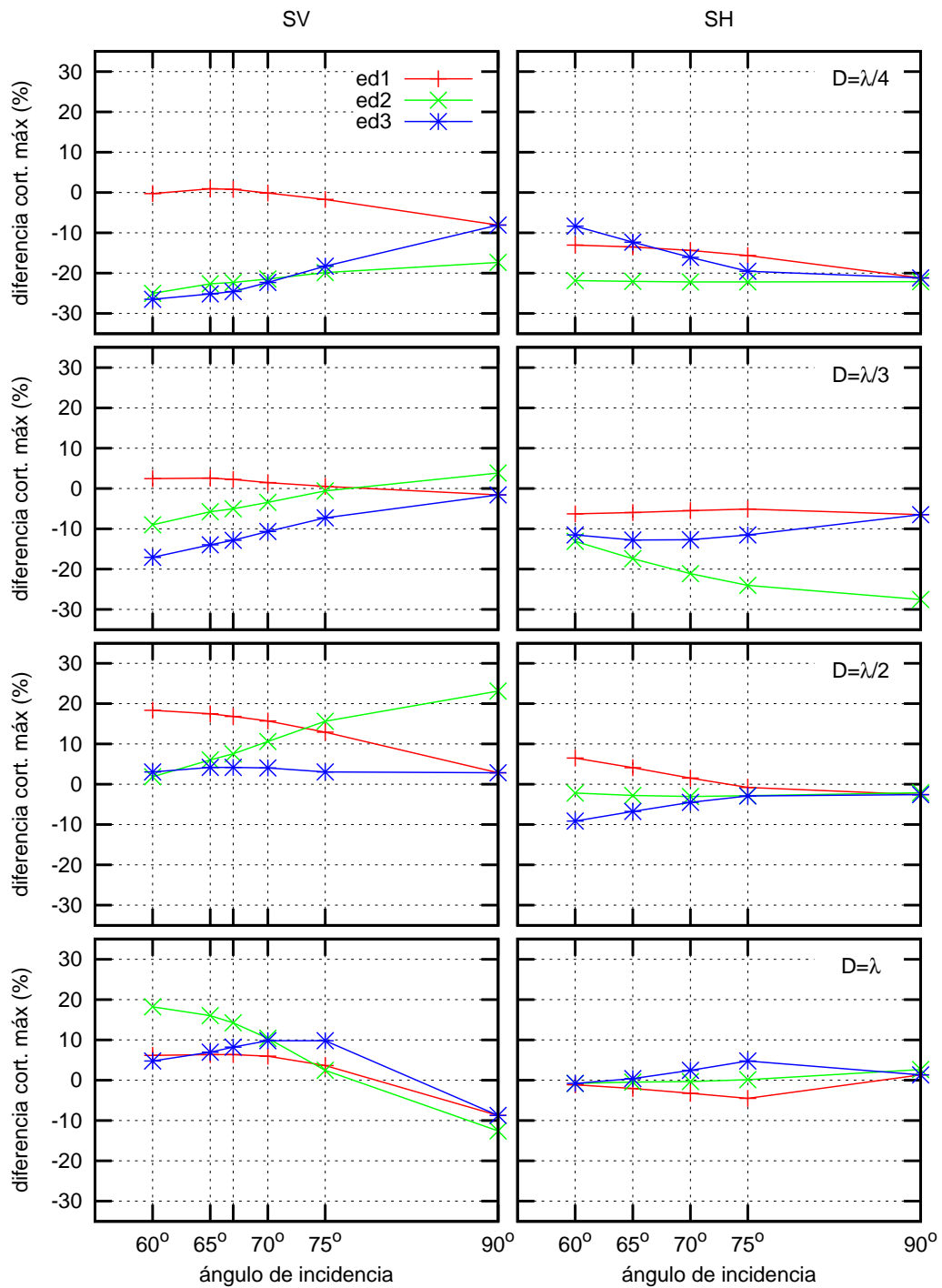
## **Validación de la metodología para eliminar el efecto del amortiguamiento del campo incidente**

En la sección 4.3 del capítulo de resultados se presentan dos formas para eliminar los efectos del amortiguamiento del campo incidente sobre los resultados obtenidos. La primera de ellas consiste en eliminar el amortiguamiento de la formulación del campo incidente empleando únicamente la parte real del número de onda. La segunda metodología consiste en emplear como valor de referencia el cortante correspondiente al edificio solo en la misma posición que el edificio estudiado, incluyendo, por tanto, los efectos del amortiguamiento del campo incidente en este valor de referencia.

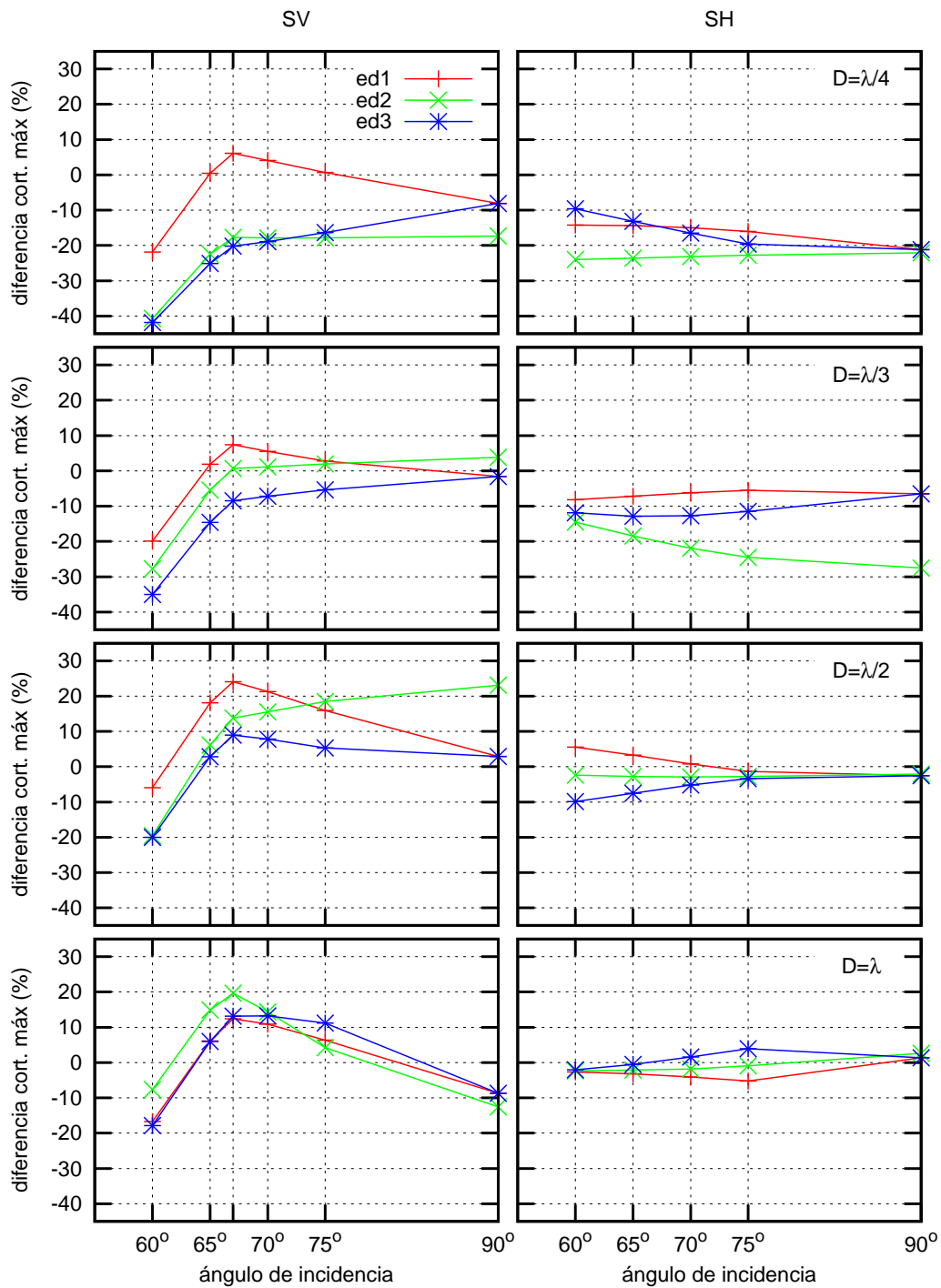
En las siguientes figuras se muestran comparaciones entre ambos métodos, comprobándose que los resultados obtenidos son prácticamente independientes del procedimiento empleado para eliminar los efectos del amortiguamiento del campo incidente en las variaciones del cortante máximo de las estructuras del grupo.



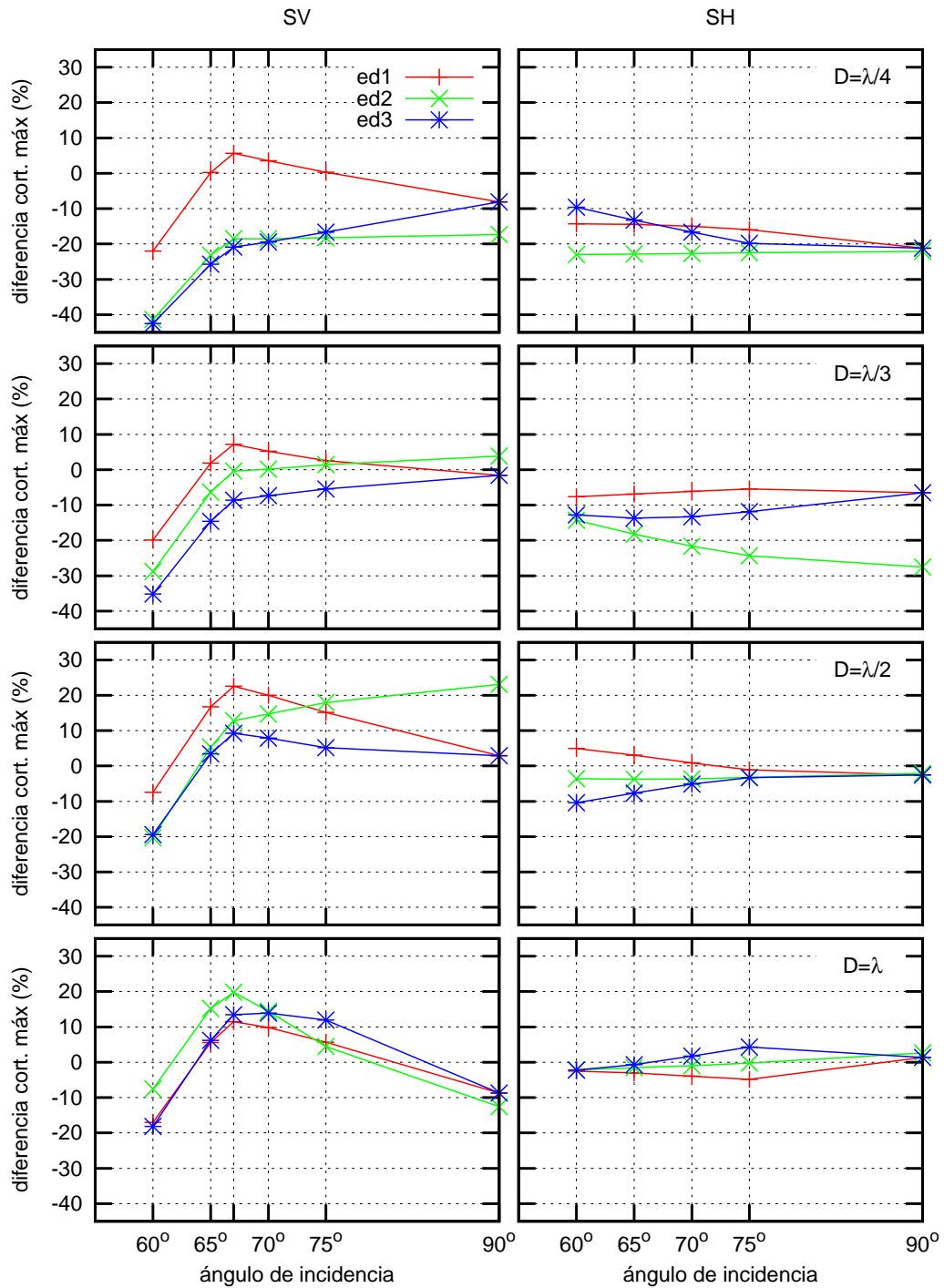
**Figura A.1:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Corrección mediante un campo incidente no amortiguado.



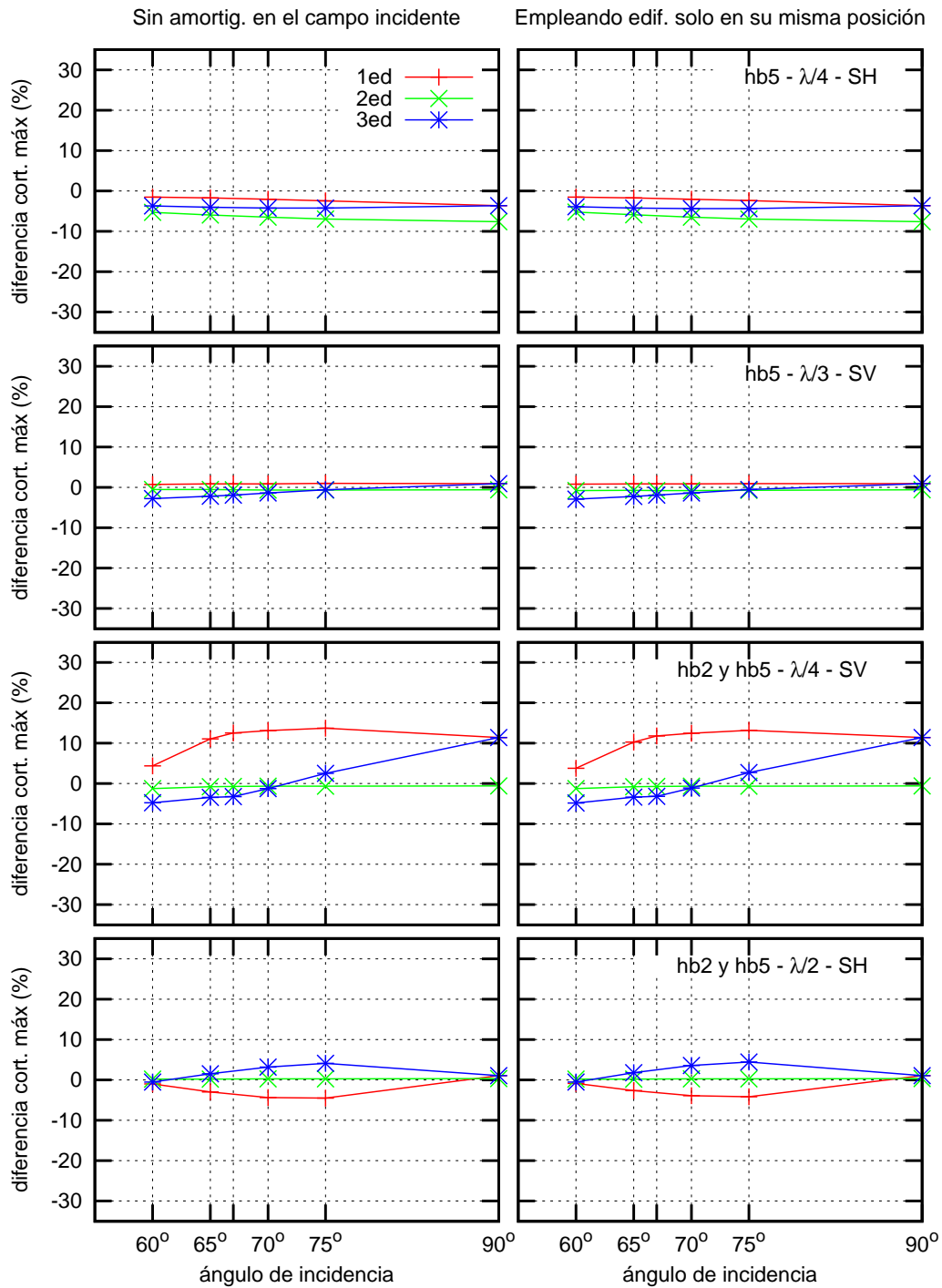
**Figura A.2:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Corrección mediante el edificio solo en su misma posición.



**Figura A.3:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Corrección mediante un campo incidente no amortiguado.

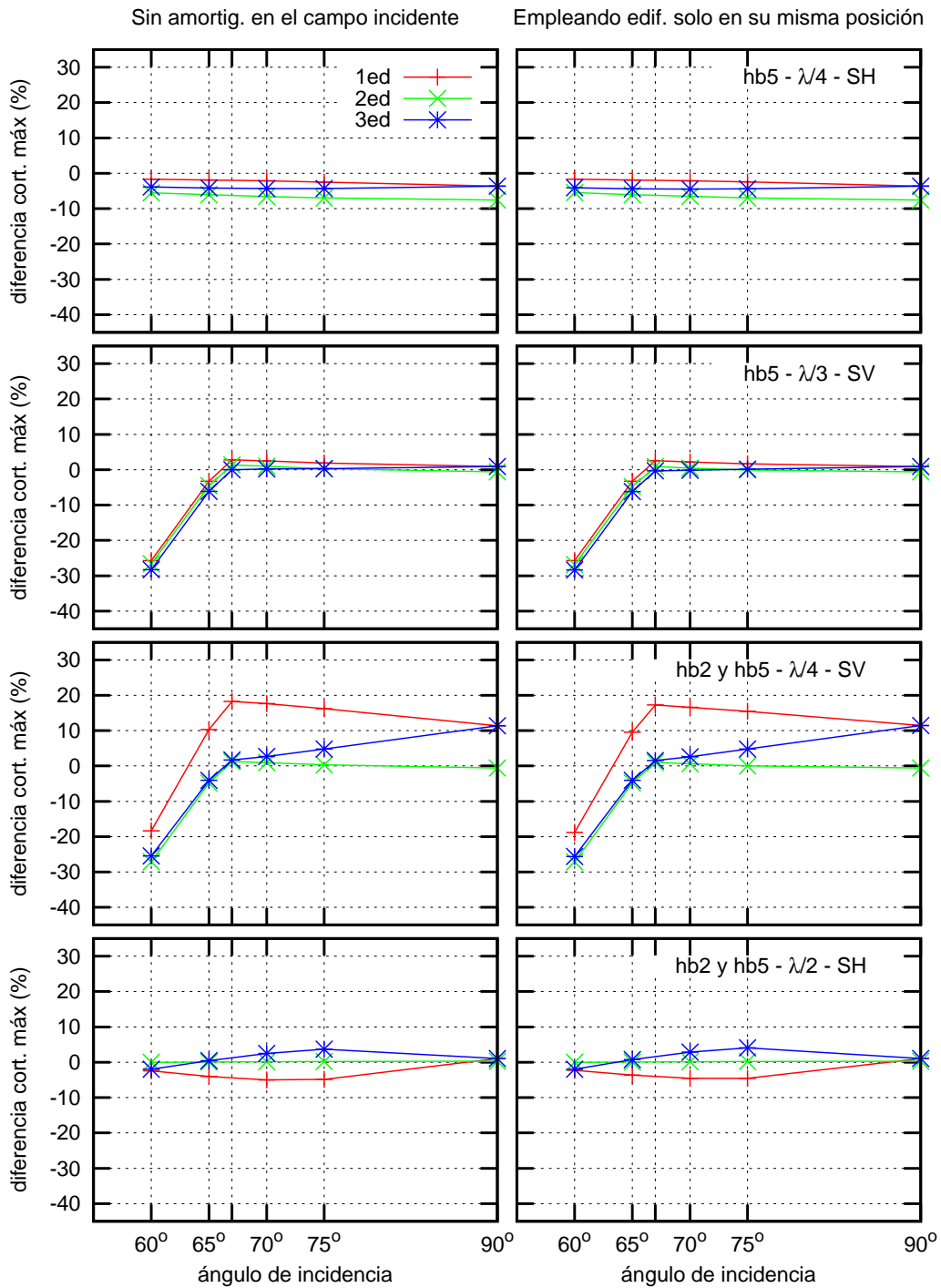


**Figura A.4:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Corrección mediante el edificio solo en su misma posición.



**Figura A.5:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Tres edificios de esbeltez  $h/b = 5$  y grupo de laterales  $h/b = 2$  con central  $h/b = 5$ . Comparación entre metodologías.





**Figura A.6:** Variación del cortante máximo en función del ángulo de incidencia. Tomando como referencia al edificio solo bajo incidencia vertical. Tres edificios de esbeltez  $h/b = 5$  y grupo de laterales  $h/b = 2$  con central  $h/b = 5$ . Comparación entre metodologías.

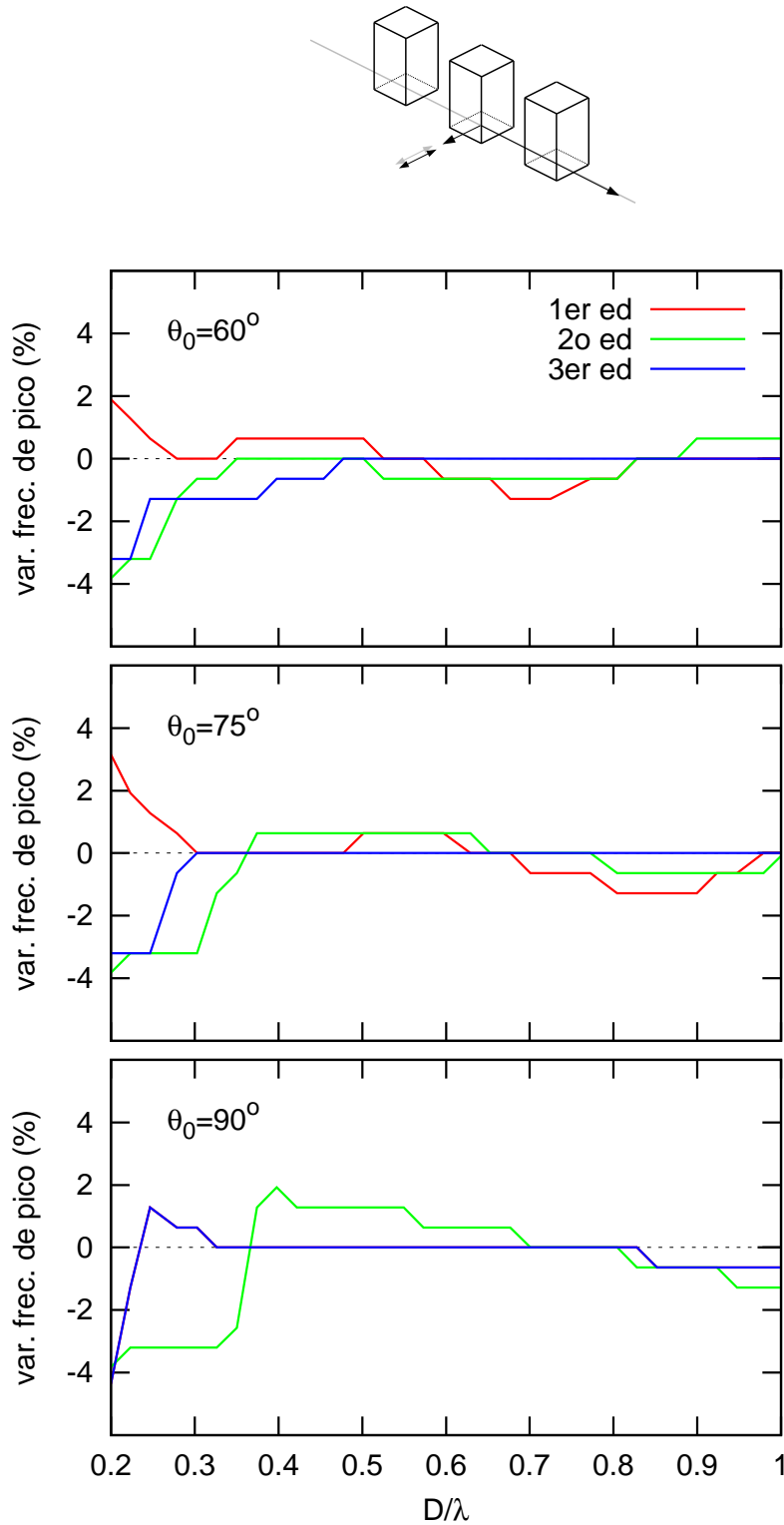


## Variación de la frecuencia de pico en función de la distancia de separación entre estructuras (*D*)

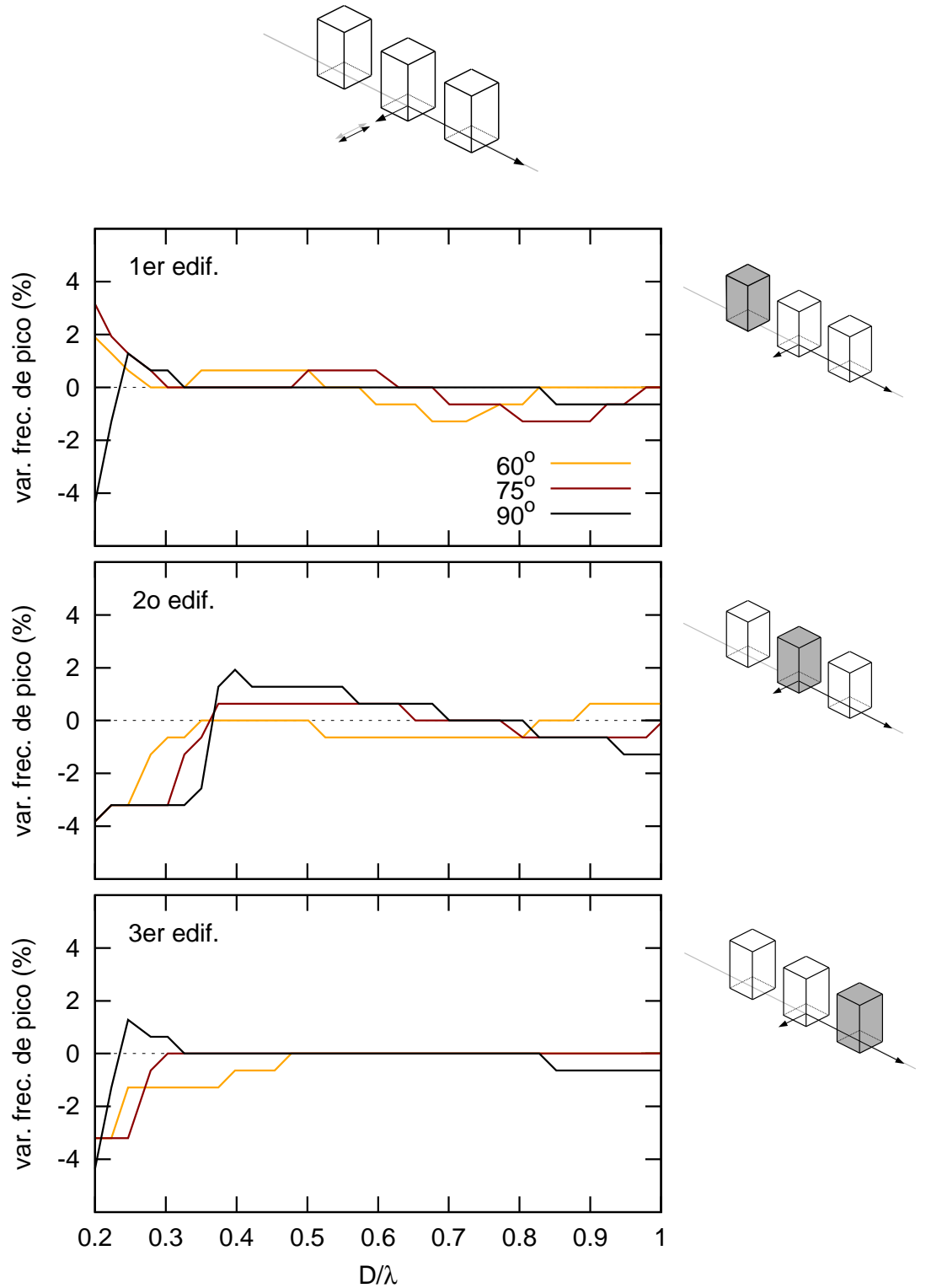
El presente anexo recoge las gráficas que muestran la variación de la frecuencia a la que se produce el máximo valor de cortante para los edificios del grupo comparada con la frecuencia a la que se produce el cortante máximo para el edificio solo sobre el terreno, es decir, comparada con la frecuencia natural de la estructura sobre base elástica. El caso estudiado es el correspondiente a la sección 4.4 del capítulo de resultados.

Como se estudió en [2], estas variaciones se producen debido a la excitación de diferentes modos propios de vibración del sistema formado por el grupo de edificios. Estos modos propios presentan frecuencias naturales próximas entre sí pero no coincidentes. En función de la excitación, los distintos modos propios presentarán un mayor o menor peso, provocando que la frecuencia a la que se produce el máximo cortante cambie con ella. Estas variaciones solo son apreciables para estructuras poco esbeltas.

Las figuras presentadas en este anexo muestran la variación en tanto por ciento de la frecuencia a la que se produce el máximo en los valores de cortante de las diferentes estructuras del grupo frente a la distancia de separación entre estructuras. Se muestran agrupadas tanto por ángulo de incidencia, como por posición de la estructura en el grupo.

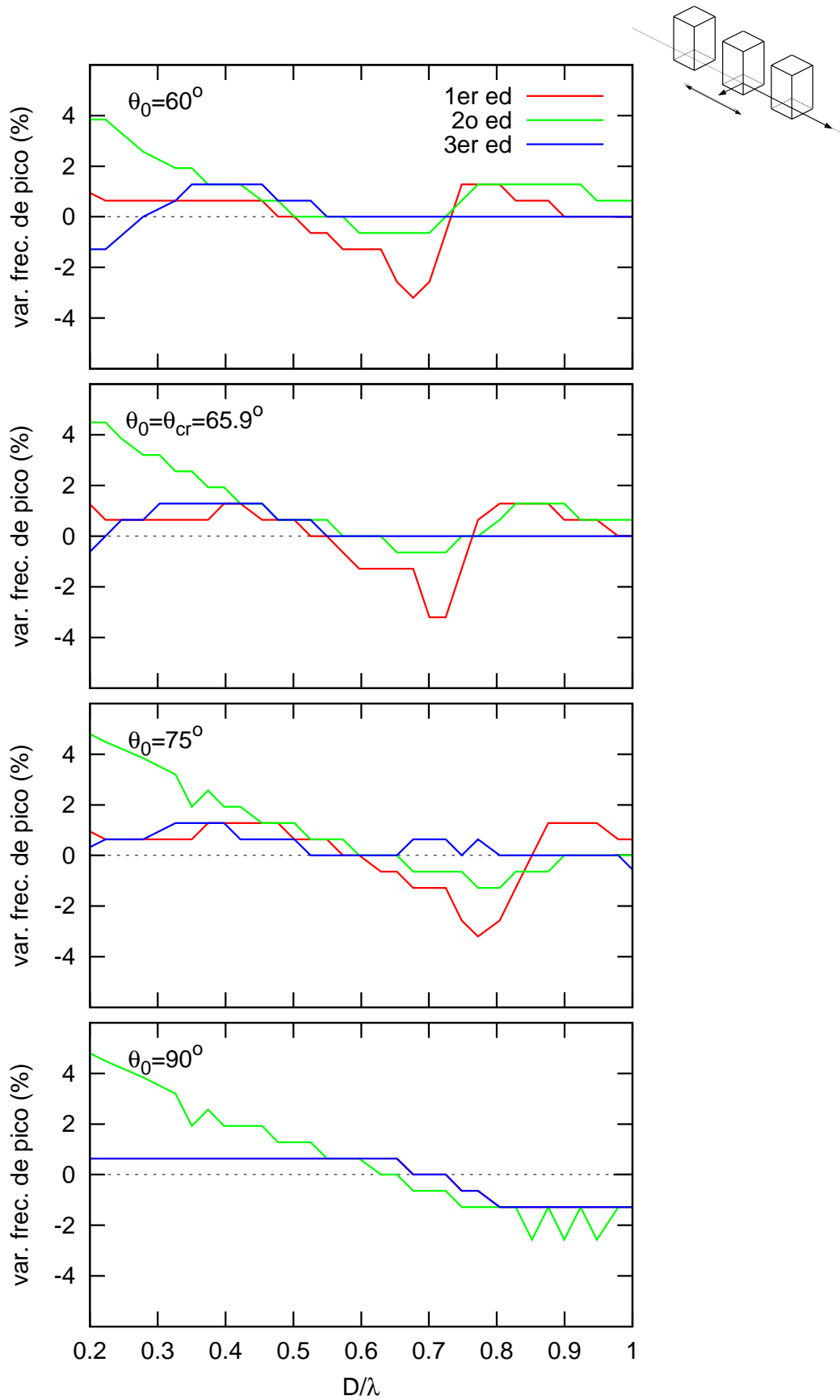


**Figura B.1:** Variación de la frecuencia del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia la del edificio solo sobre el terreno. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Ondas SH

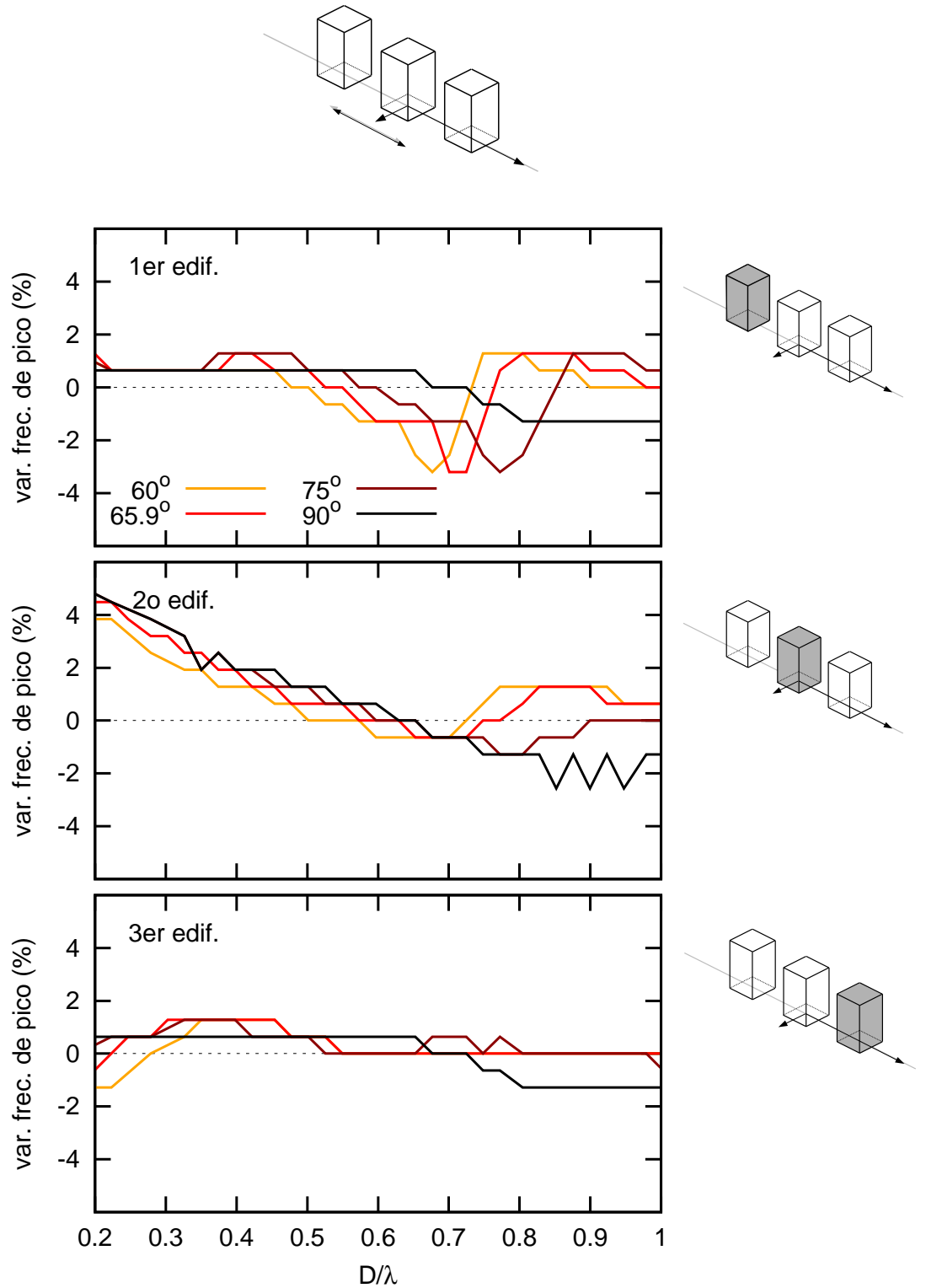


**Figura B.2:** Variación de la frecuencia del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia la del edificio solo sobre el terreno. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Ondas SH

## B Variación de la frecuencia de pico en función de la distancia de separación



**Figura B.3:** Variación de la frecuencia del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia la del edificio solo sobre el terreno. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Ondas SV



**Figura B.4:** Variación de la frecuencia del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia la del edificio solo sobre el terreno. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Ondas SV





## Respuesta de los encepados

En este anexo se recogen los desplazamientos horizontales de los diferentes encepados del grupo sin la presencia de superestructura. Estos desplazamientos se estudian para ver los efectos debidos únicamente a los encepados, eliminando la vibración de la estructura.

Las propiedades de masa e inercia de los encepados corresponden a las de las estructuras  $h/b = 2$ , al igual que la distancia entre ambos se expresa en términos de la longitud de onda a la frecuencia natural de dicha tipología estructural sobre el terreno.

El amortiguamiento del campo incidente se ha eliminado directamente en su formulación.

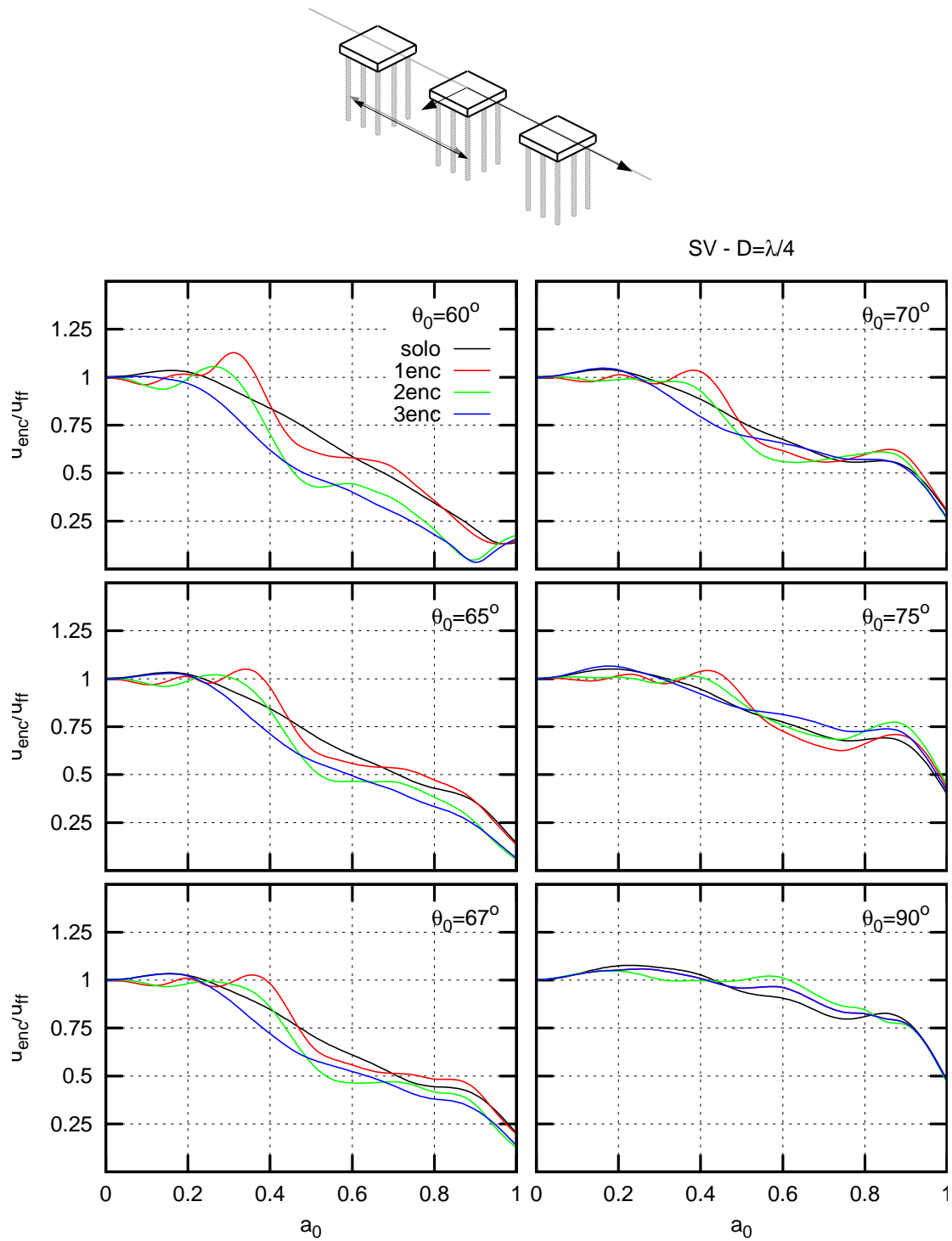
### Grupo de 3 encepados

Las figuras de la C.1 a la C.4 muestran los valores de los desplazamientos de los diferentes encepados en relación al desplazamiento de la superficie libre para los diferentes ángulos de incidencia. Se muestran diferentes curvas que corresponden a los tres edificios del grupo, así como la curva correspondiente a un encepado solo en el terreno que se utilizará como referencia en la comparación.

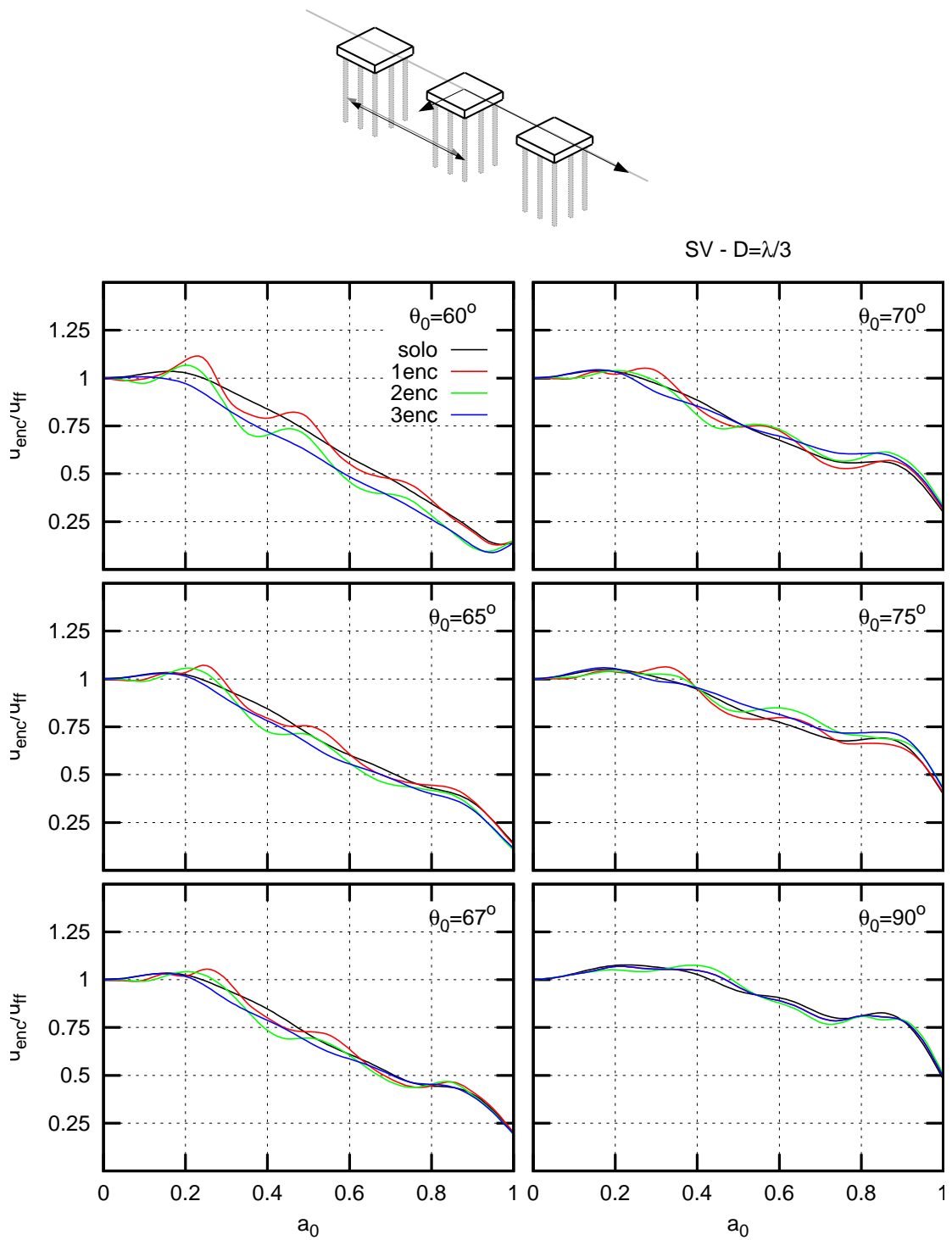
Se observa que los dos primeros encepados presentan un comportamiento oscilatorio con la frecuencia, mientras que el último tiene una curva más suave, semejante en forma a la del encepado solo. La curva de la primera cimentación oscila en torno a la correspondiente al encepado solo; mientras que las curvas de los dos últimos encepados presentan valores de desplazamientos inferiores a los que presentarían si estuviesen solos en el terreno.

Conforme el ángulo de incidencia aumenta, las curvas se asemejan más a la del encepado solo y la oscilación de las dos primeras se ve disminuida en amplitud. Conforme el ángulo de incidencia es menor, la oscilación de las dos primeras curvas aumenta su frecuencia, es decir, se producen más picos y en frecuencias menores. Conforme la distancia de separación entre estructuras aumenta los efectos de interacción entre los encepados disminuyen, tendiendo todas las curvas a la del encepado solo. Finalmente, para ondas de tipo SH las diferencias entre las curvas de las distintas posiciones es mucho menor, coincidiendo prácticamente todas con la del encepado solo en el terreno; no obstante, también se aprecian los fenómenos anteriormente comentados.

## C Respuesta de los encepados

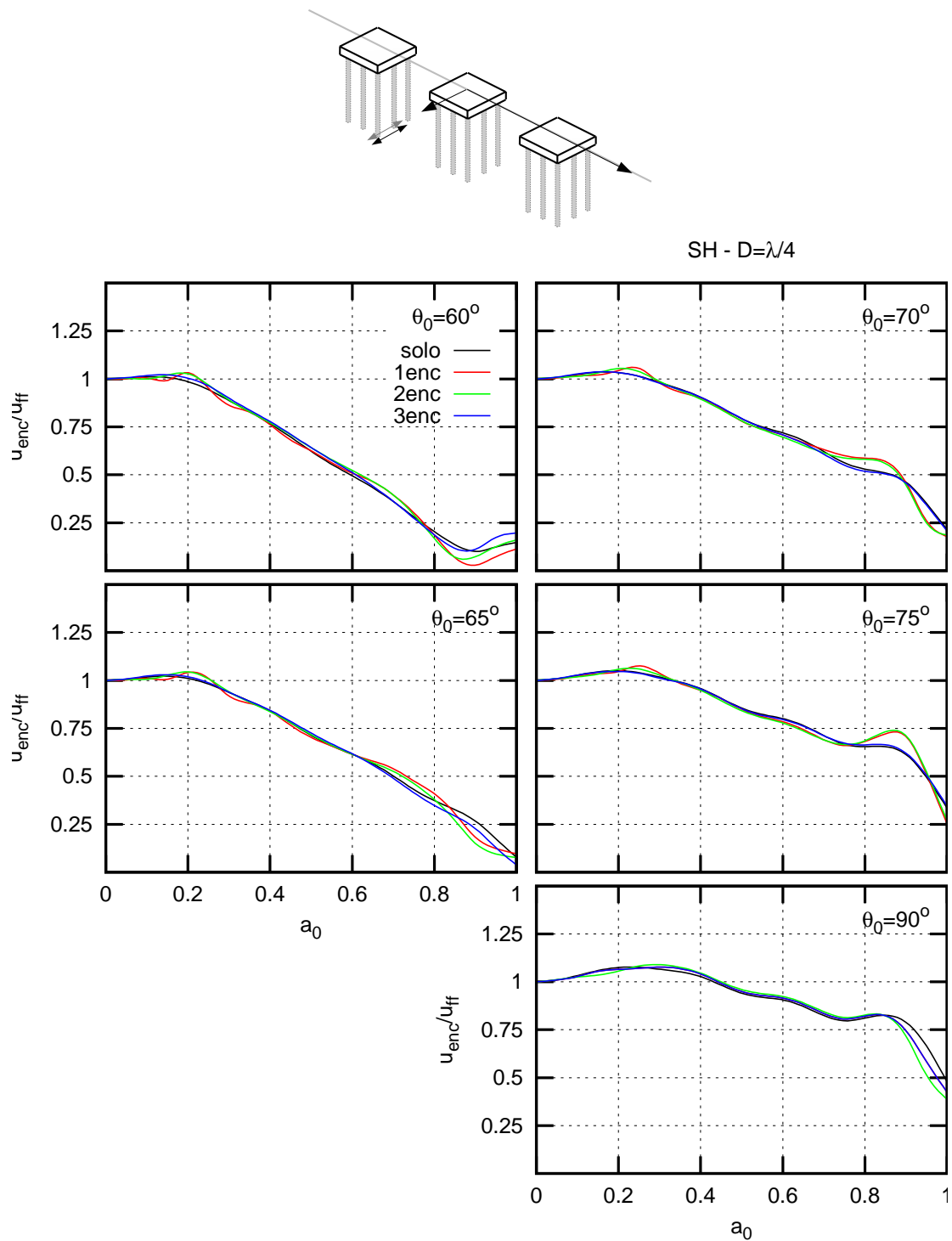


**Figura C.1:** Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras  $h/b = 2$ . Ondas SV y distancia de separación  $D = \lambda/4$ .

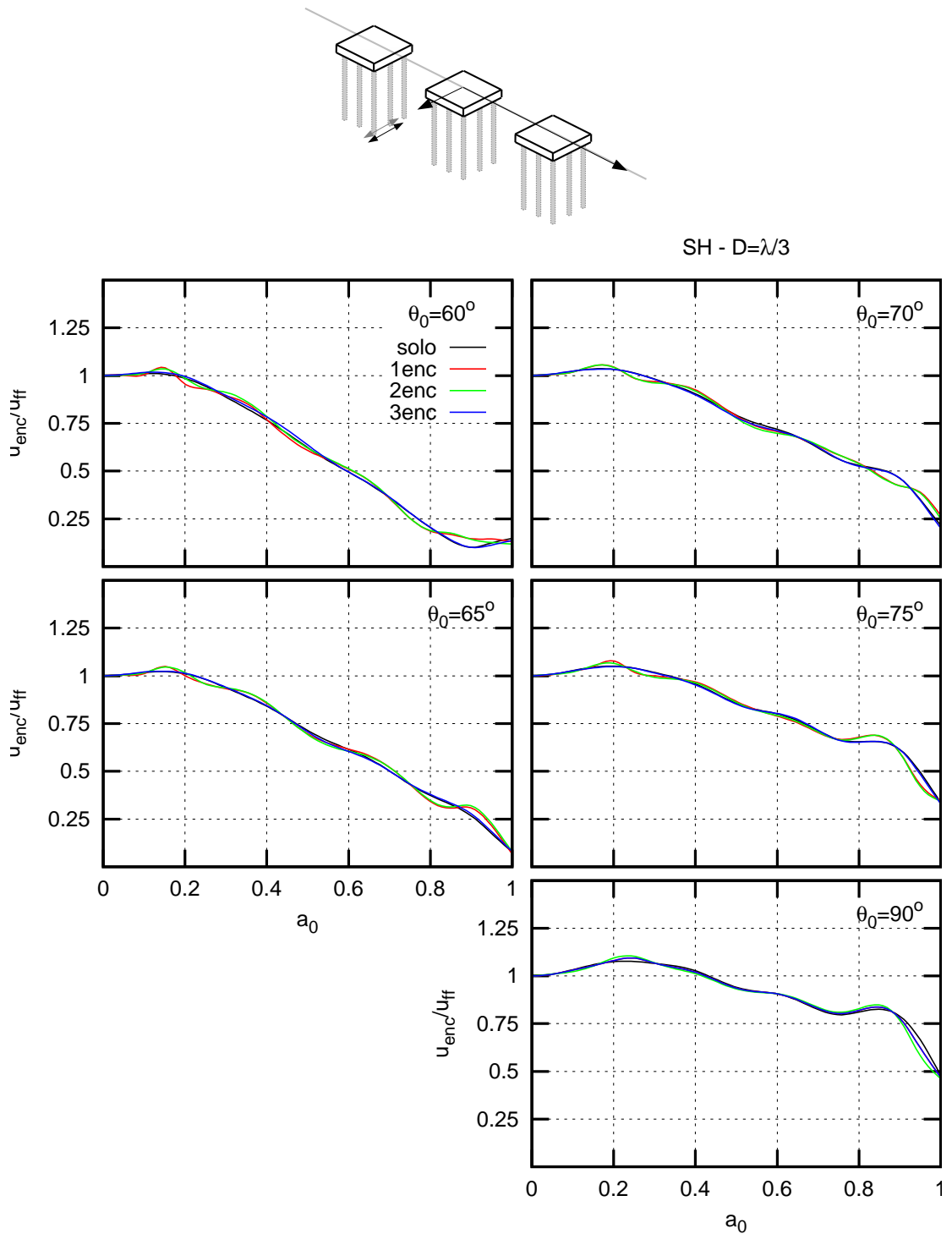


**Figura C.2:** Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras  $h/b = 2$ . Ondas SV y distancia de separación  $D = \lambda/3$ .

## C Respuesta de los encepados



**Figura C.3:** Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras  $h/b = 2$ . Ondas SH y distancia de separación  $D = \lambda/4$ .

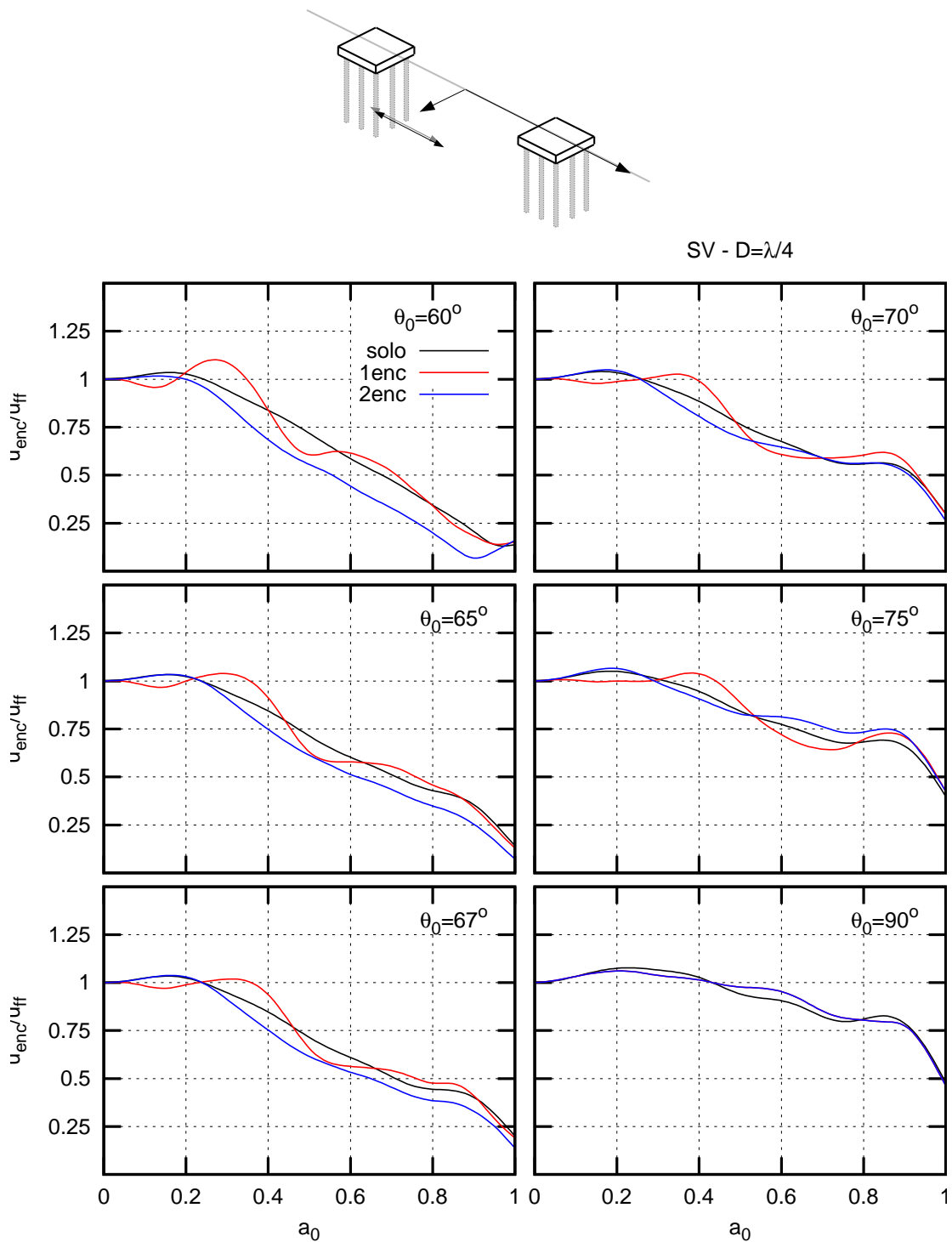


**Figura C.4:** Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras  $h/b = 2$ . Ondas SH y distancia de separación  $D = \lambda/3$ .

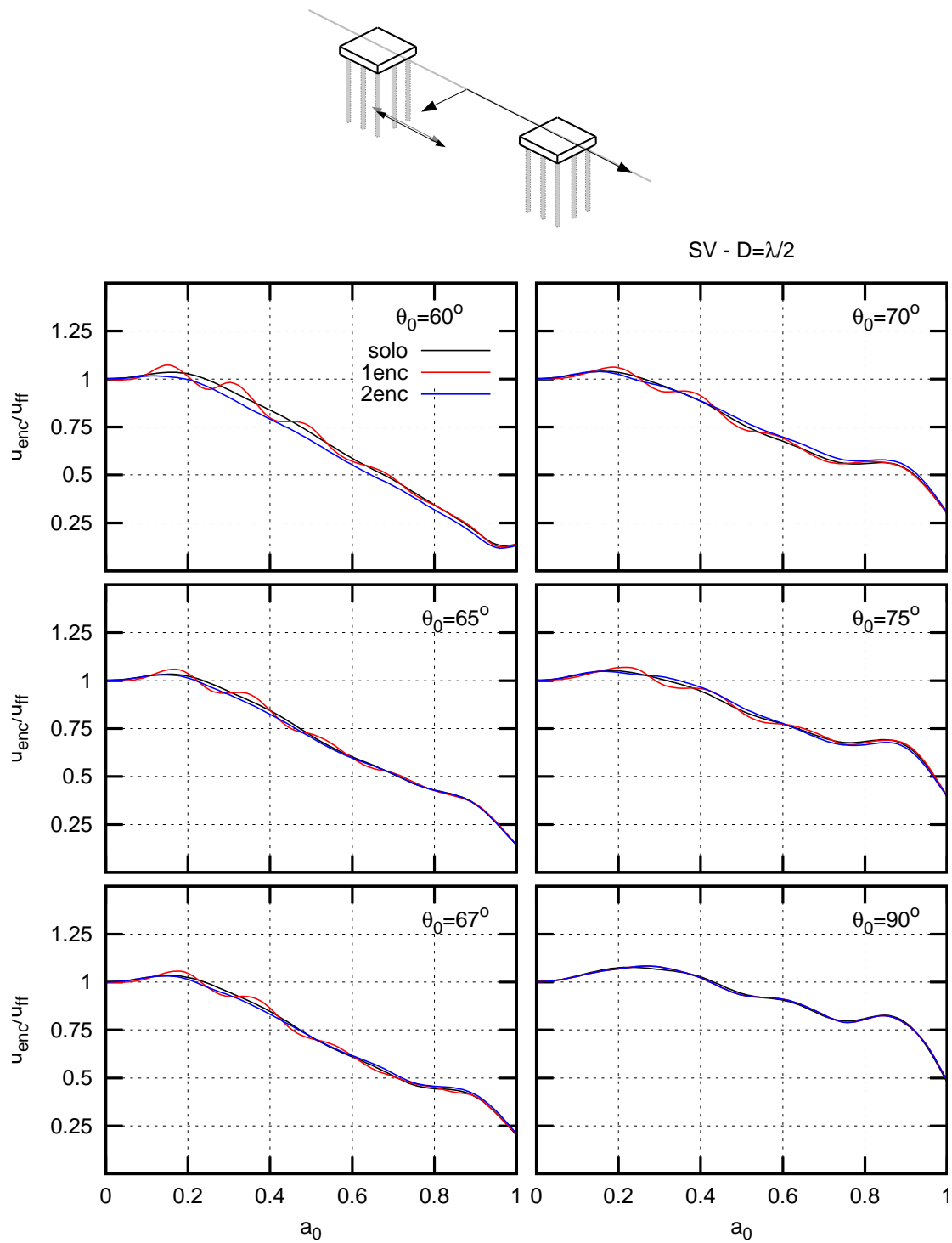
### Grupo de 2 encepados

De la misma forma que se hizo con el grupo de tres encepados, se analizó los efectos de interacción que se producen en un grupo de dos encepados. Los valores de desplazamientos se muestran en las figuras de la C.5 a la C.8.

Las conclusiones obtenidas son las mismas que para el grupo de tres: el primero oscila entorno a la curva del encepado solo, mientras que el segundo (que en este caso es el último) presenta un comportamiento similar al del solo pero con valores de desplazamientos menores.

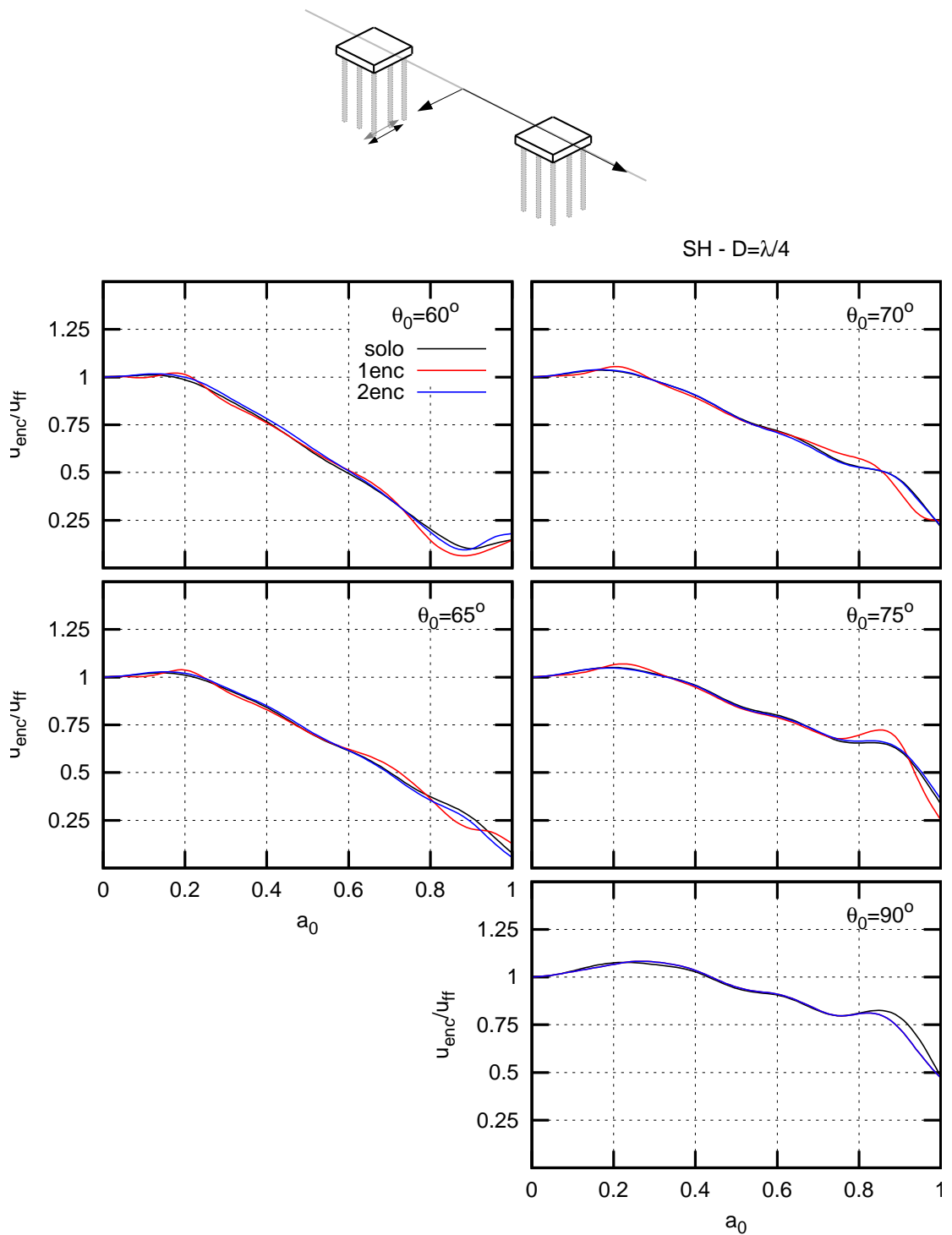


**Figura C.5:** Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras  $h/b = 2$ . Ondas SV y distancia de separación  $D = \lambda/4$ .

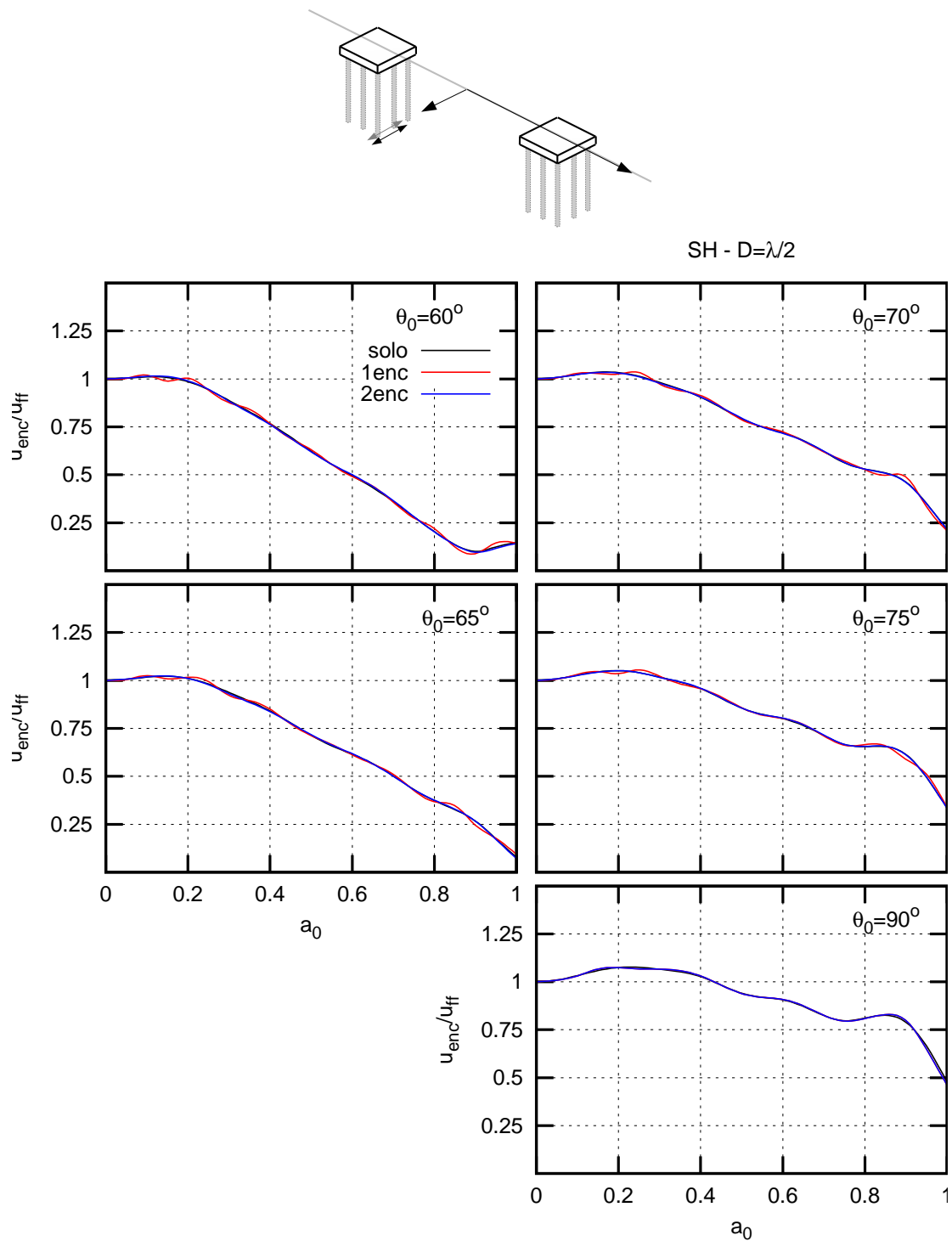


**Figura C.6:** Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras  $h/b = 2$ . Ondas SV y distancia de separación  $D = \lambda/2$ .





**Figura C.7:** Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras  $h/b = 2$ . Ondas SH y distancia de separación  $D = \lambda/4$ .



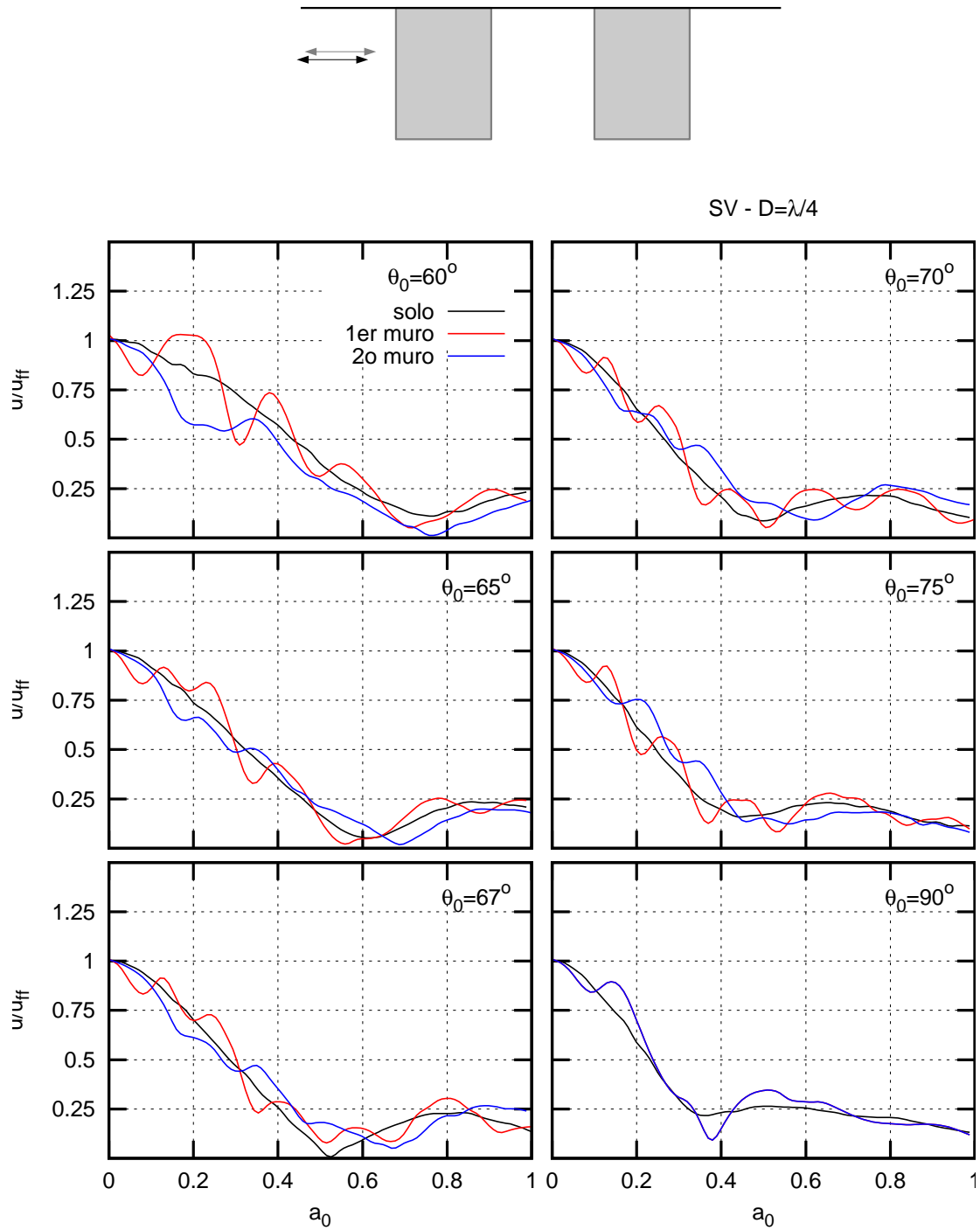
**Figura C.8:** Desplazamientos horizontales de los encepados para distintos ángulos de incidencia. Propiedades correspondientes a estructuras  $h/b = 2$ . Ondas SH y distancia de separación  $D = \lambda/2$ .

## Problema 2D

Con el objetivo de validar los resultados anteriores, y comprobar que las oscilaciones no se deben al modelo empleado; se estudian los resultados correspondientes al problema 2D planteado en este trabajo.

El caso a estudiar corresponde a dos elementos enterrados con dimensiones equivalentes a las de las cimentaciones anteriores y separados una distancia  $D = \lambda/4$  en términos del valor de  $\lambda$  correspondiente a estructuras de esbeltez  $h/b = 2$ . Además de la configuración de dos elementos enterrados, también se estudiará la de un único elemento para emplearla como referencia.

La figura C.9 muestra los desplazamientos horizontales de los puntos medios de los elementos enterrados en relación al desplazamiento de campo libre. Se comprueba que, al igual que ocurre en el problema tridimensional, los desplazamientos del primer elemento presentan una oscilación entorno a la curva correspondiente al elemento solo, mientras que el último elemento presenta una curva más suave y, en la mayoría de casos, inferior a la del elemento solo. En este problema, no obstante, se aprecian oscilaciones también en la curva de este último elemento, pero se debe a la presencia de elementos sólidos enterrados corresponde a un problema mucho más invasivo que el de los encepados.



**Figura C.9:** Desplazamientos horizontales en el centro de los elementos enterrados para distintos ángulos de incidencia. Ondas SV y distancia de separación  $D = \lambda/4$  ( $h/b = 2$ ).

## Resultados obtenidos empleando una cimentación de menor dimensión

Con el fin de incrementar el número de tipologías estudiadas, y para verificar que los fenómenos observados en el capítulo de resultados se continúan produciendo, en el presente anexo se realizan estudios similares a los realizados en el capítulo 4 sobre cimentaciones y estructuras definidas por una relación entre la separación de los pilotes y el diámetro de los mismos  $s/d = 2.5$  en lugar de  $s/d = 5$ . Además, para estas nuevas construcciones, se supondrá que el semiancho del encepado coincide con la separación entre dos pilotes contiguos ( $b = s$ ) en lugar de ser  $b = 3/2s$ . Con estos parámetros, se ha buscado tener estructuras con menores periodos naturales que las principales del presente trabajo. Se estudiarán estructuras de esbeltez  $h/b = 2$  y 5, únicamente en la configuración de tres edificios iguales.

### Variación del cortante máximo

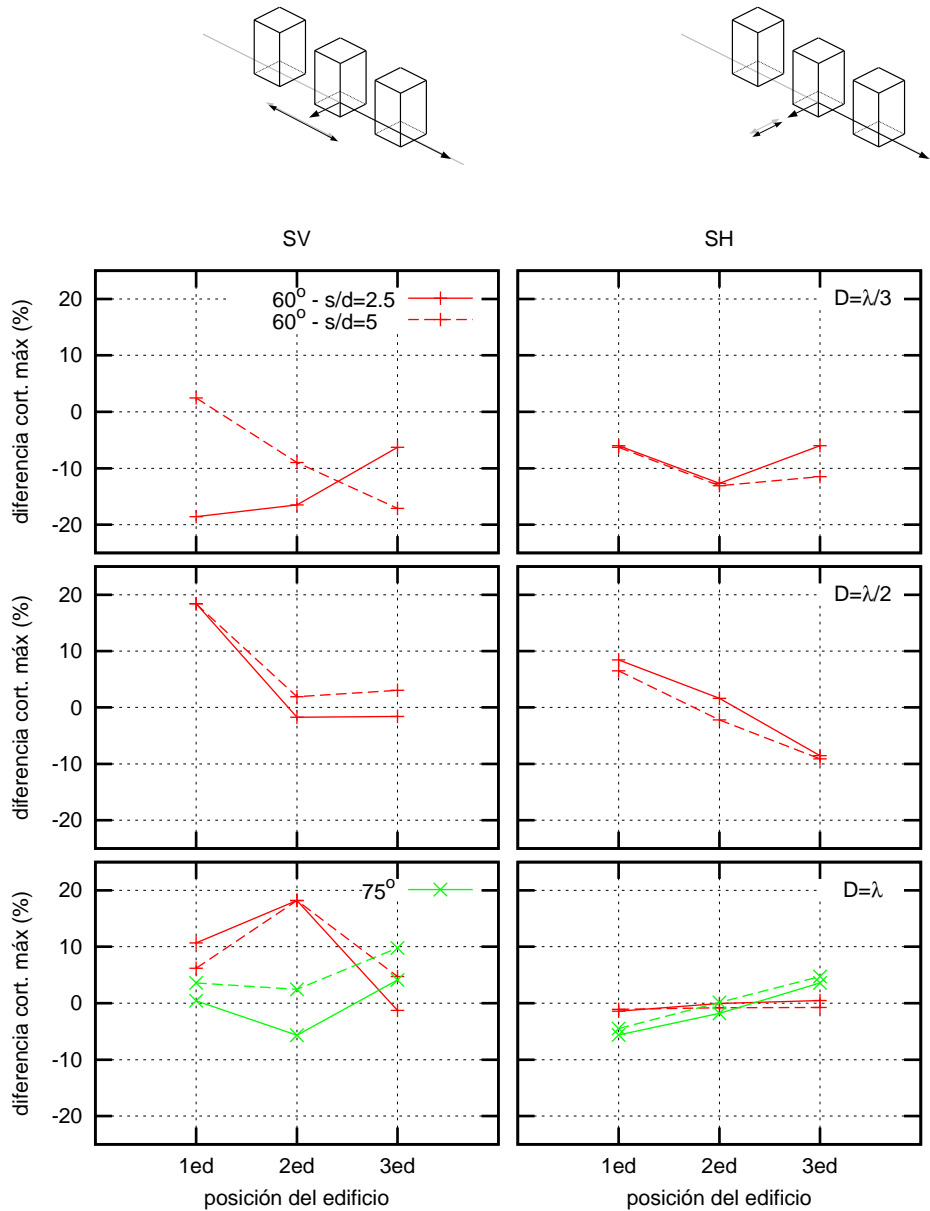
Siguiendo el estudio realizado en la sección 4.3, se analizarán las variaciones de los cortantes máximos de cada una de las estructuras del grupo con respecto al cortante máximo que presentarían en caso de estar solas en el terreno. Con ánimo de sintetizar los resultados, únicamente se mostrarán las comparaciones con respecto al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia.

Se ha estudiado para las diferentes distancias de separación y tipos de onda un ángulo de incidencia de  $\theta_0 = 60^\circ$ ; además, para  $D = \lambda$  también se ha realizado el estudio para  $\theta_0 = 75^\circ$  para comprobar si volvía a pasar que el primer edificio presente mayores reducciones que el último edificio del grupo. Debido a los nuevos parámetros empleados, para estructuras de esbeltez  $h/b = 2$  no es posible separarlas una distancia  $D = \lambda/4$ , puesto que supondría que ambos encepados estuviesen superpuestos. Para este tipo de edificación y con  $D = \lambda/3$  los pilotes de diferentes encepados están separados distancias similares a la distancia de separación entre pilotes de una misma cimentación.

Las figura D.1 muestra las variaciones de cortante máximo en función de la posición de la estructura. Las diferentes filas corresponden a diferentes distancias de separación y las columnas corresponden a los dos tipos de onda: SV a la izquierda y SH a la derecha. Se han incluido en discontinuo las curvas obtenidas en el capítulo 4 que corresponden a  $s/d = 5$ , para poder realizar fácilmente una comparación entre ambas.

Se observa que, debido a la gran proximidad entre las estructuras, para una distancia de separación de  $D = \lambda/3$  el comportamiento de los dos tipos estructurales no coinciden, viéndose más claramente este efecto para ondas SV que para SH. Para el resto de distancias de separación, en cambio, ambas tipologías siguen la misma tendencia. Si bien en algunos casos se producen incrementos para una tipología y decrementos para la otra, siempre el orden relativo de los

## D Resultados obtenidos empleando una cimentación de menor dimensión

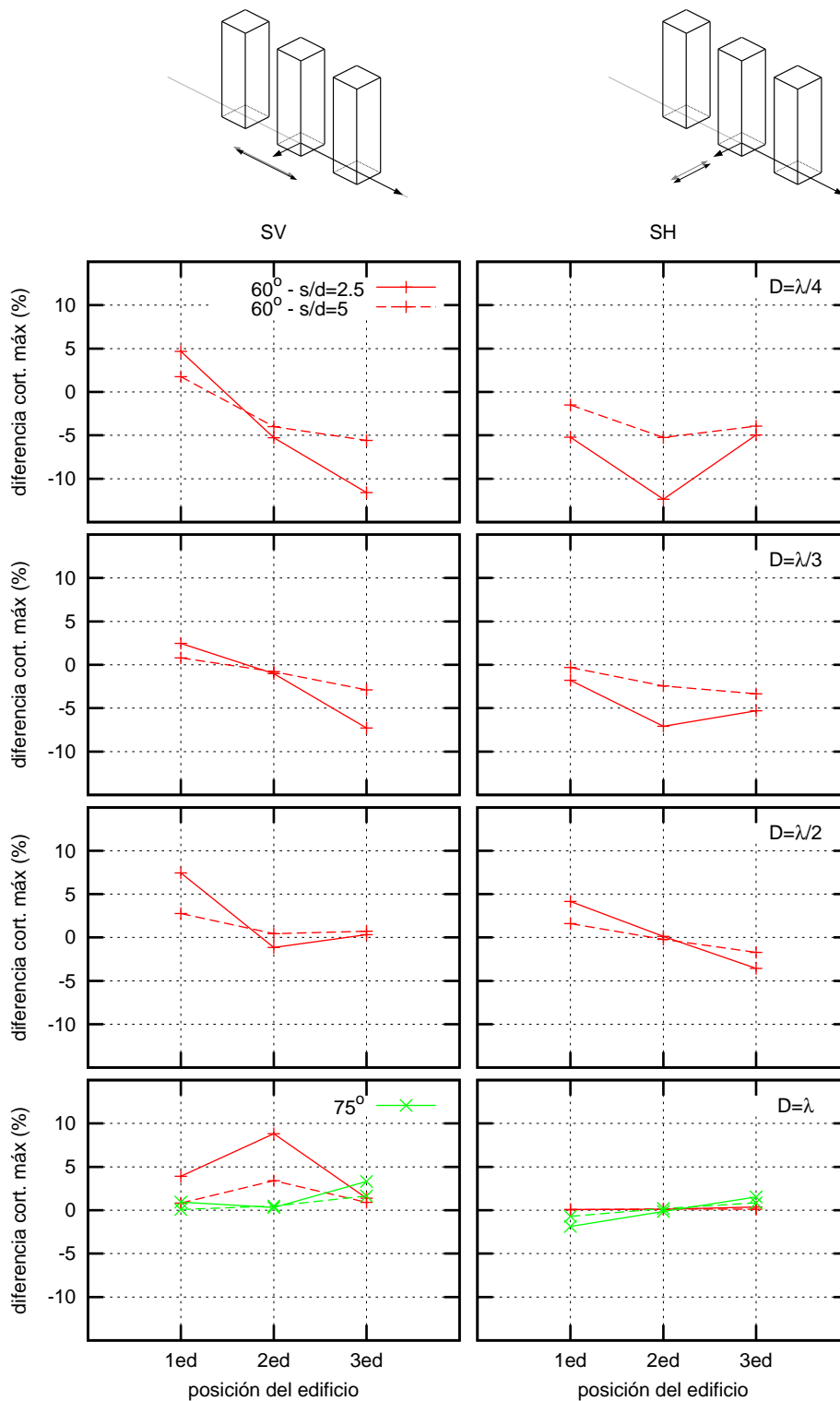


**Figura D.1:** Variación del cortante máximo en función de la posición dentro del grupo. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Comparación entre  $s/d = 2.5$  y  $s/d = 5$ .

edificios permanece el mismo.

La figura D.2 muestra los resultados correspondientes a estructuras de esbeltez  $h/b = 5$ . Como ocurría para  $s/d = 5$ ; las variaciones de este tipo estructural son menores que las correspondientes a estructuras menos esbeltas pero presentan el mismo comportamiento. Comparando entre  $s/d = 2.5$  y  $s/d = 5$ , las variaciones son mayores para la primera configuración; pero ambas presentan la misma tendencia y el mismo orden relativo entre las estructuras.

## D Resultados obtenidos empleando una cimentación de menor dimensión



**Figura D.2:** Variación del cortante máximo en función de la posición dentro del grupo. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 5$ . Comparación entre  $s/d = 2.5$  y  $s/d = 5$ .



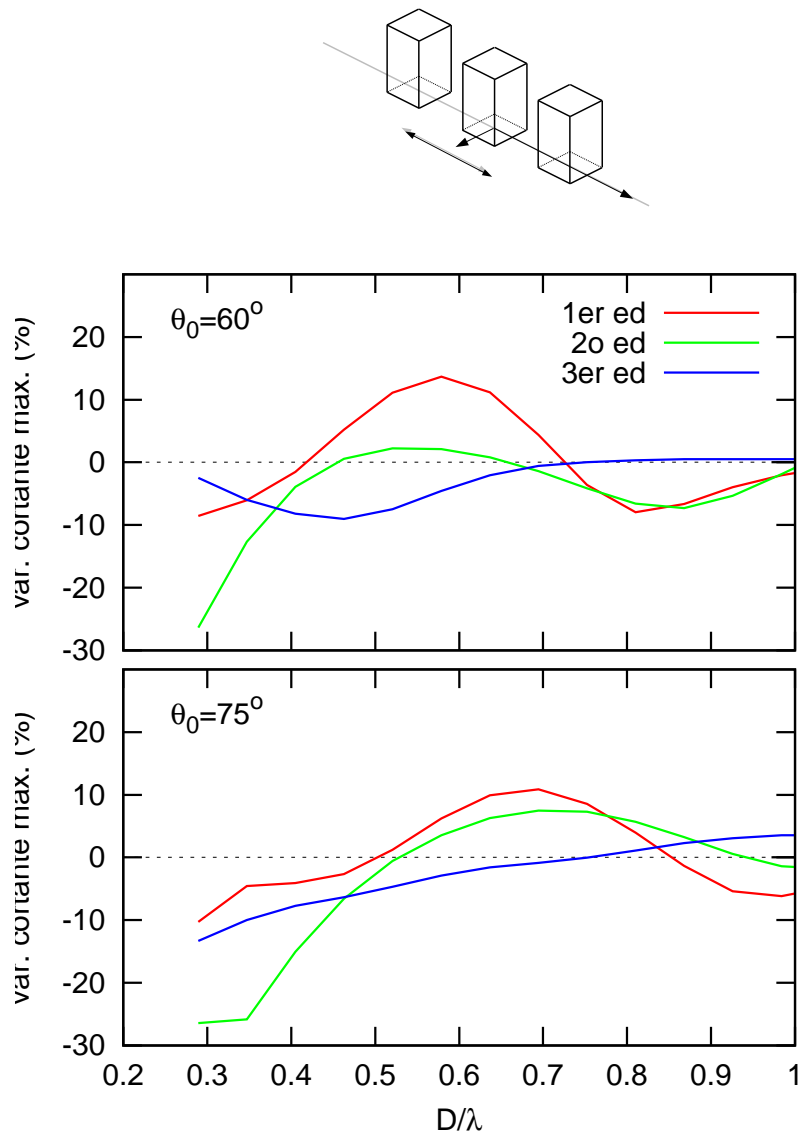
## Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación (D)

Siguiendo la metodología empleada en la sección 4.4, se ha realizado un estudio paramétrico de la distancia de separación entre estructuras  $D$ . Se han empleado ondas SV con ángulos de incidencia de  $\theta_0 = 60^\circ$  y  $75^\circ$ , y estructuras de esbeltez  $h/b = 2$  y  $5$ .

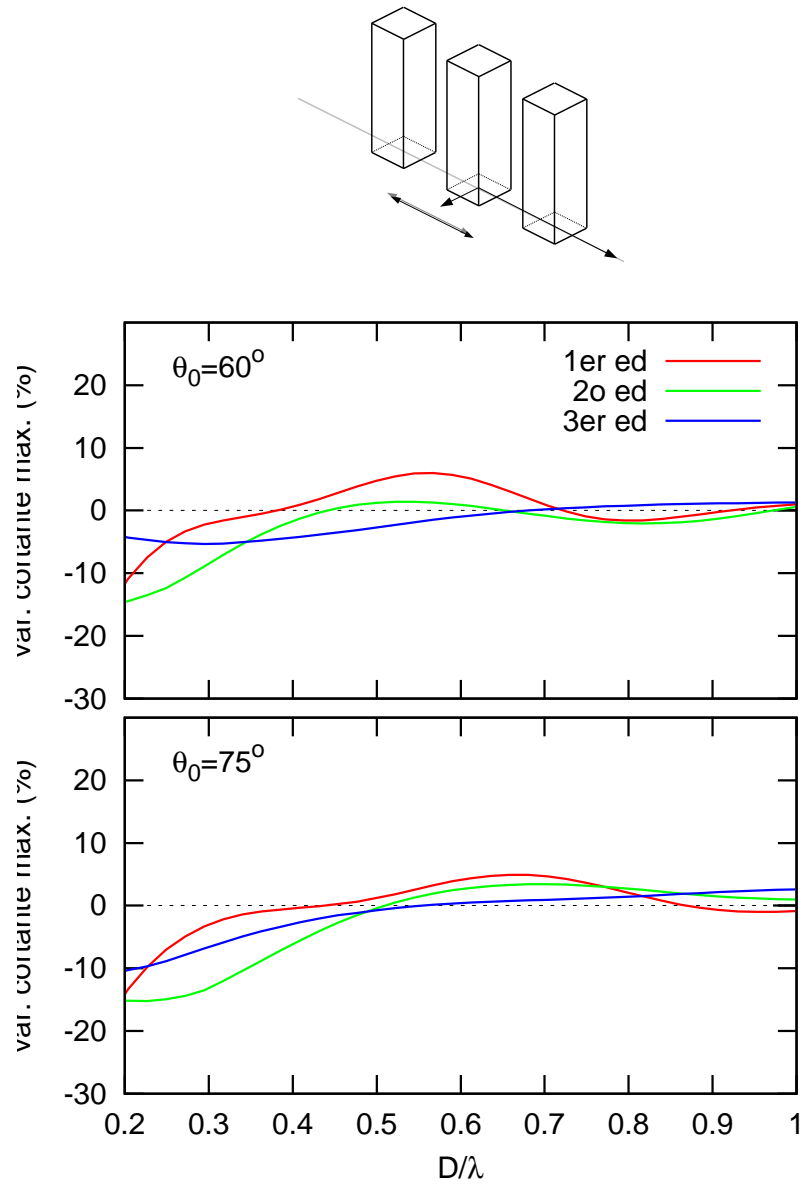
Las figuras D.3 ( $h/b = 2$ ) y D.4 ( $h/b = 5$ ) presentan las variaciones del cortante máximo de las diferentes estructuras del grupo en relación al cortante máximo del edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia en función de la distancia de separación entre dos edificios contiguos. Las diferentes gráficas corresponden a diferentes ángulos de incidencia y se muestran las curvas correspondientes a las tres posiciones de las estructuras. En las figuras D.5 y D.6 se presentan los mismos resultados, separados por las posiciones de las estructuras en el grupo y representando para cada una de ellas curvas distintas en función del ángulo de incidencia.

Se observa que, al expresarse la distancia de separación en función de  $\lambda$ , ambos tipos de estructuras tienen el mismo comportamiento. Únicamente se aprecian diferencias para pequeñas distancias de separación donde, como se ha comentado, las cimentaciones correspondientes a edificios de esbeltez  $h/b = 2$  están muy próximas entre sí. En relación con los resultados obtenidos en la sección 4.4, las curvas siguen un comportamiento similar (mayores oscilaciones en los primeros edificios mientras que el último sigue una curva más suave para ángulos de incidencia pequeños, adelanto en los picos conforme el ángulo disminuye, etc.) si bien los valores de la distancia a la que se producen los picos no son exactamente los mismos, aunque sí se presentan en el mismo entorno.

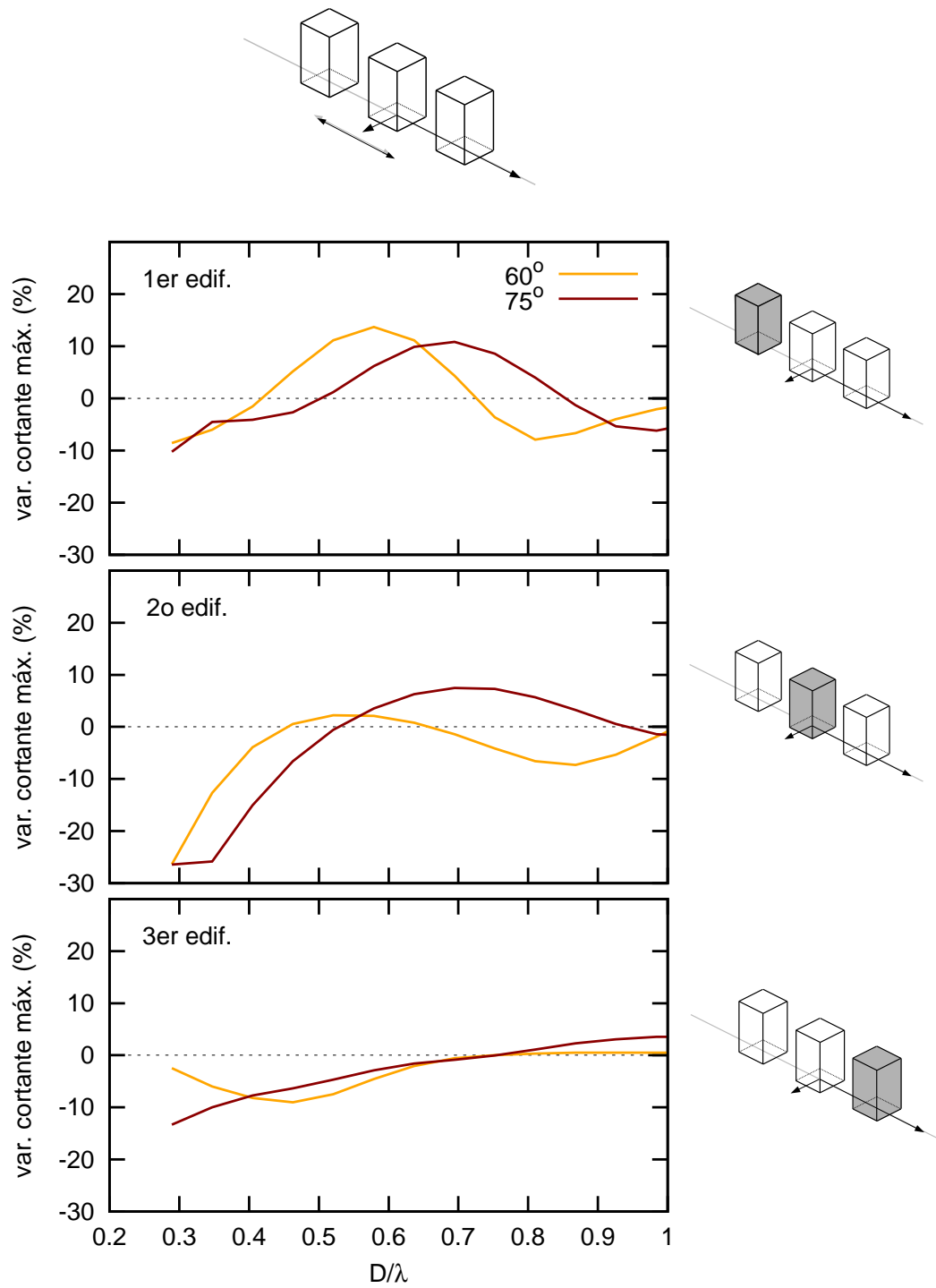
Finalmente, para el caso de estructuras de esbeltez  $h/b = 2$  se realizó un estudio con mayores distancias de separación, tal y como muestra la figura D.7. En ella se aprecia como las oscilaciones en los valores máximos de cortante continúan con valores cada vez más próximos a cero conforme la separación entre estructuras aumenta, debido a que con el aumento de la distancia, el campo reflejado por los elementos constructivos se amortigua en mayor medida, lo que hace que los efectos de interacción entre ellos disminuyan.



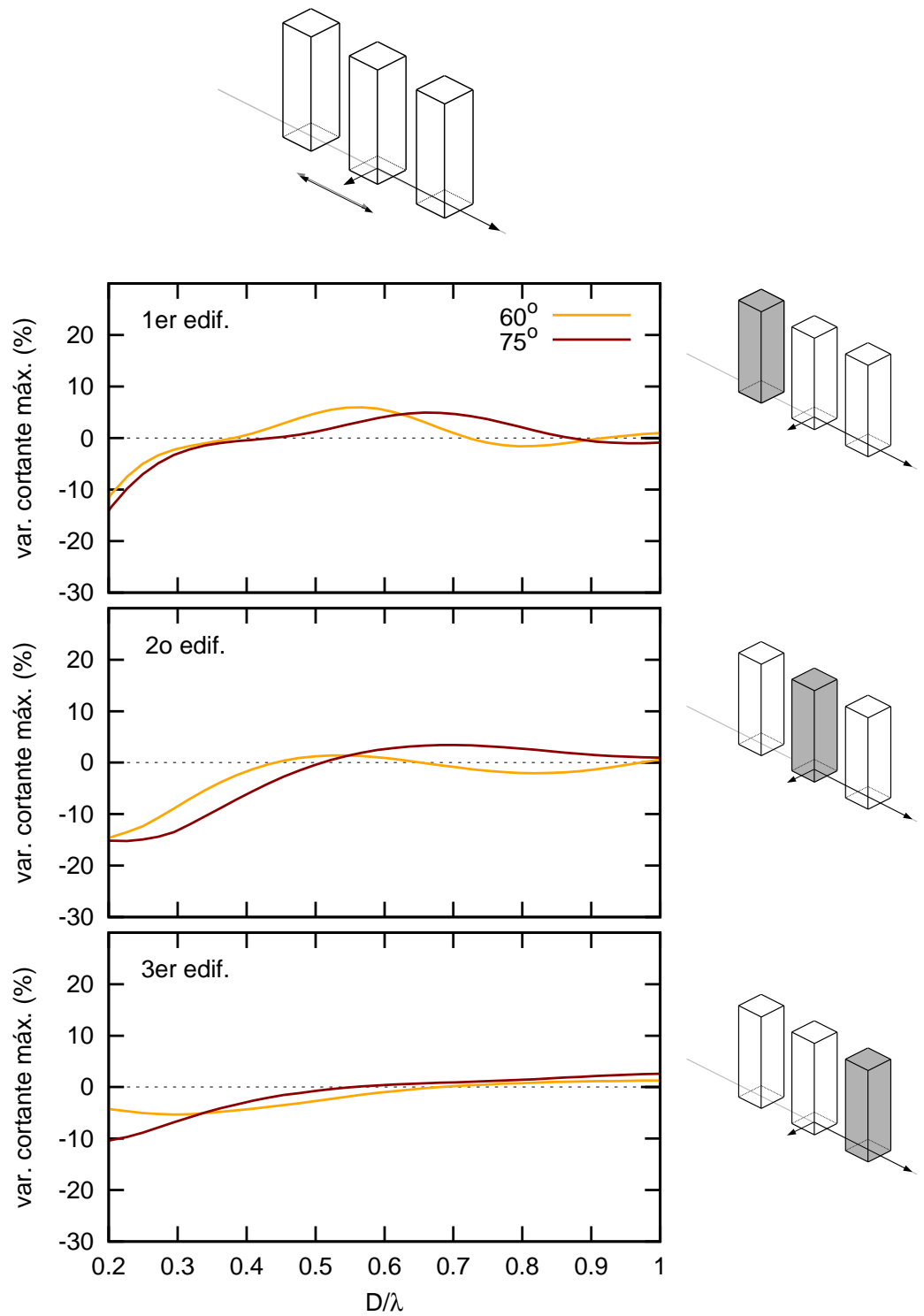
**Figura D.3:** Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Ondas SV



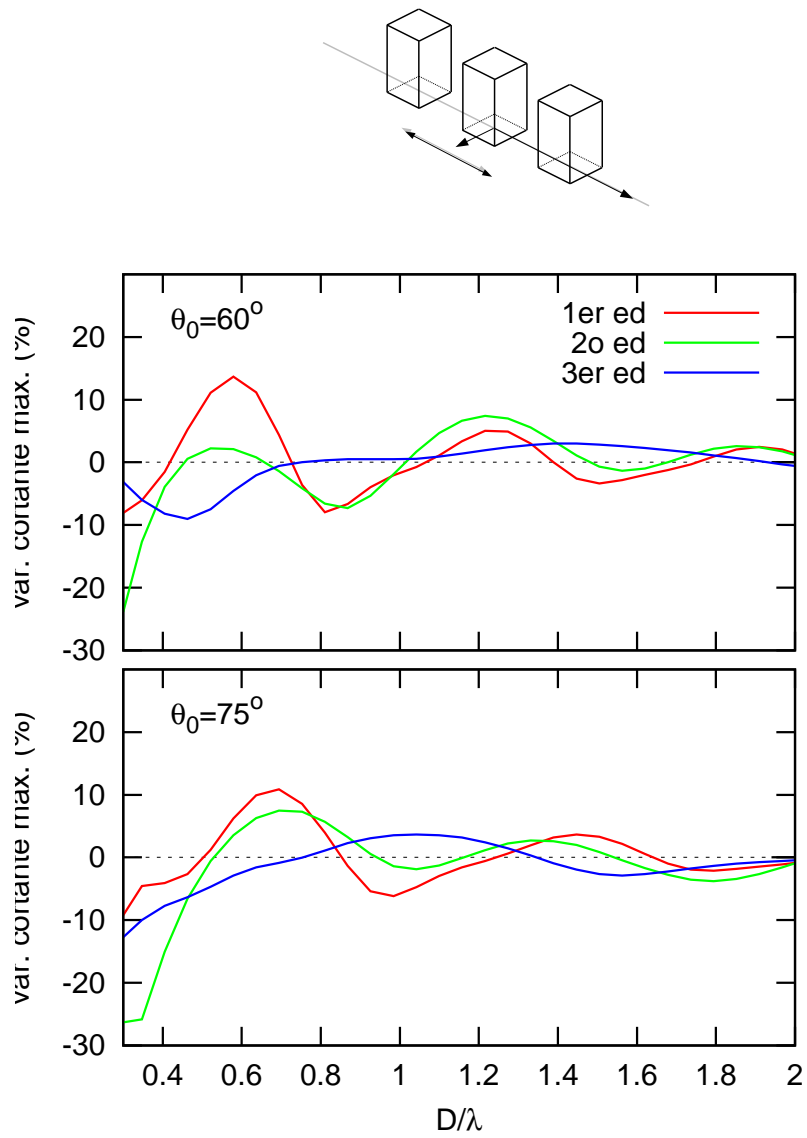
**Figura D.4:** Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 5$ . Ondas SV



**Figura D.5:** Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Ondas SV



**Figura D.6:** Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 5$ . Ondas SV



**Figura D.7:** Variación del cortante máximo en función de la distancia de separación entre estructuras. Tomando como referencia al edificio solo bajo el mismo ángulo de incidencia. Edificios de esbeltez  $h/b = 2$ . Ondas SV

## Desplazamientos de los encepados sin presencia de superestructuras.

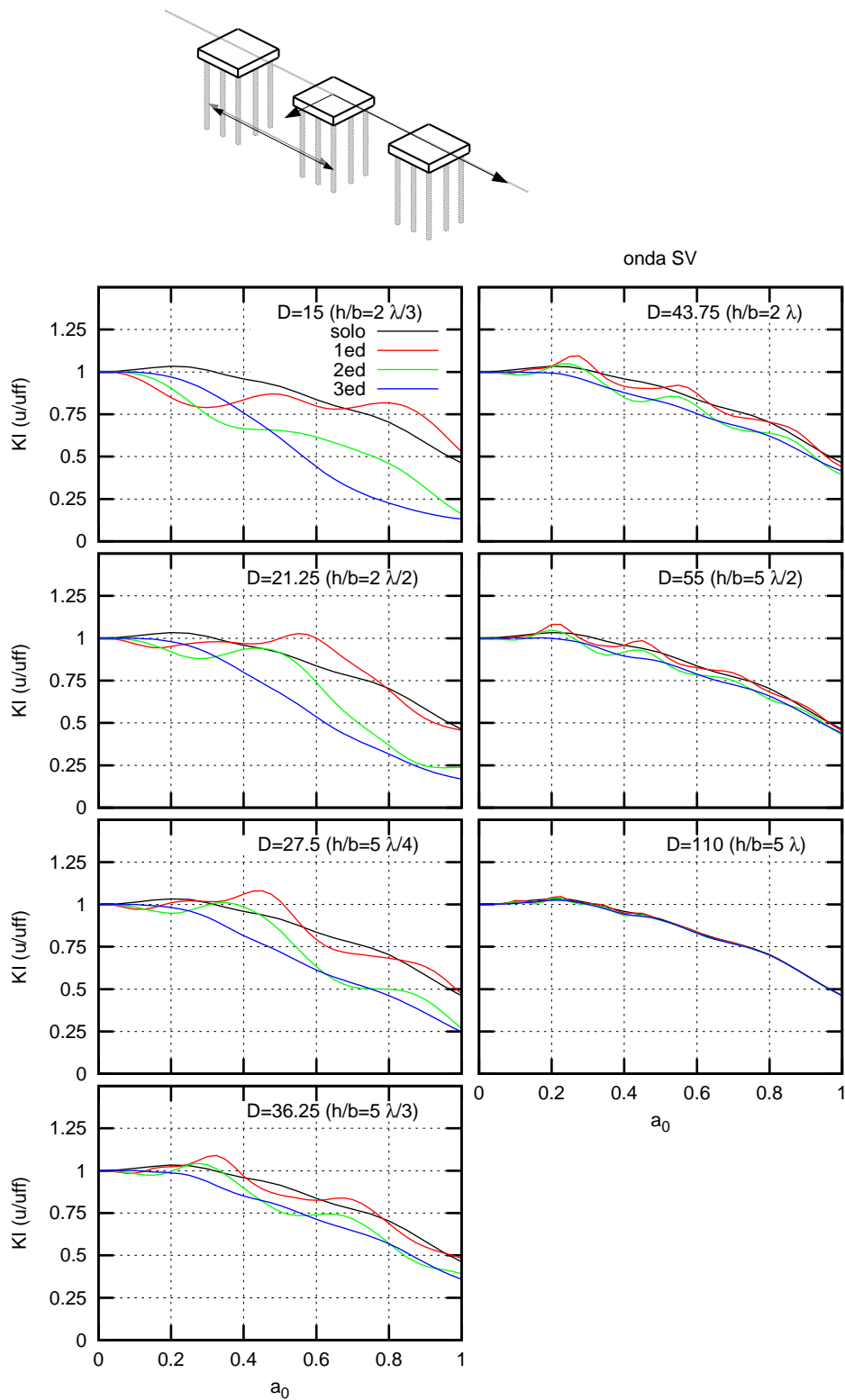
Presentando resultados análogos a los del anexo C, se ha estudiado los desplazamientos de los diferentes encepados sin la presencia de superestructuras. En esta ocasión, se han eliminado la masa e inercia de los encepados, por lo que los resultados corresponden a los factores de interacción cinemática de los mismos.

Las figuras D.8 y D.9 presentan, para ondas SV y SH respectivamente, los desplazamientos horizontales de los diferentes encepados del grupo en relación al desplazamiento del campo libre frente a la frecuencia adimensional. El ángulo de incidencia corresponde a  $\theta_0 = 60^\circ$ . Se incluye también la curva correspondiente al encepado solo sobre el terreno para realizar la comparación. Las diferentes gráficas corresponden a diferentes distancias de separación entre encepados.

Se observan los mismos efectos que para las cimentaciones con  $s/d = 5$ : la curva del primer edificio oscila en torno a la correspondiente al encepado solo, la del segundo encepado también presenta una oscilación con valores inferiores al anterior y la de la última cimentación del grupo sigue una tendencia parecida a la del encepado solo pero con valores inferiores de desplazamientos. Se aprecia también como las diferencias entre las curvas disminuyen conforme la distancia aumenta; así como, a mayores distancias de separación, se incrementa la oscilación en frecuencia.

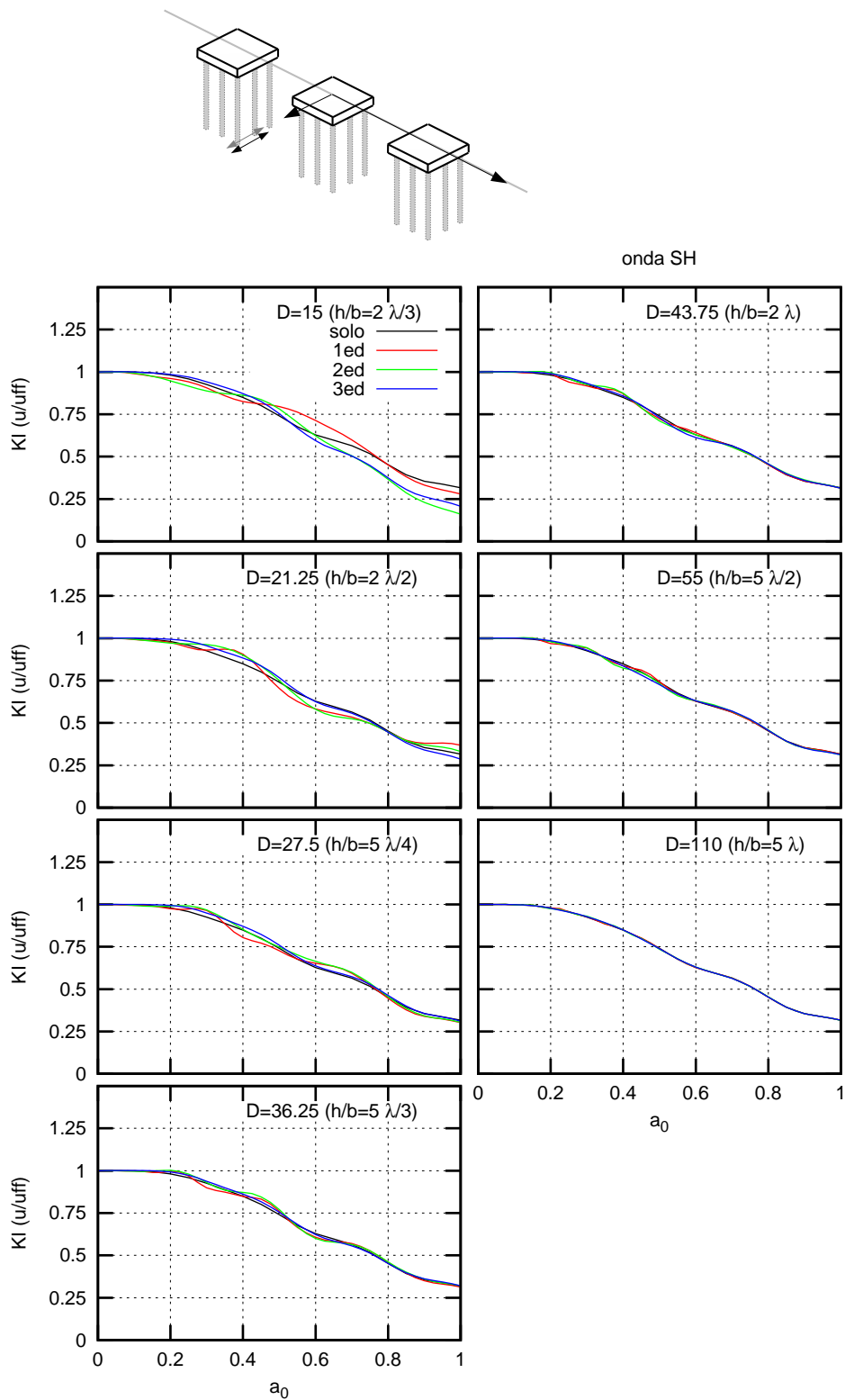
Las figuras D.10 y D.11, presentan los mismos resultados para un ángulo de incidencia de  $\theta_0 = 75^\circ$ . únicamente se incluyen las distancias en las que se estudio dicho ángulo, y se representan las curvas de  $\theta_0 = 60^\circ$  para realizar la comparación. Se observa como para un ángulo de  $75^\circ$  las oscilaciones son mucho menores que para incidencias más inclinadas; incluso para ondas SV todas las curvas presentan valores similares. Hay que tener en cuenta que los casos en los que se ha estudiado la incidencia de  $\theta_0 = 75^\circ$  corresponden a  $D = \lambda$ , es decir, la mayor distancia de separación en ambos tipos de estructuras; por lo que las oscilaciones que presenta son mucho menores que las correspondientes a distancias de separación más pequeñas.

## D Resultados obtenidos empleando una cimentación de menor dimensión



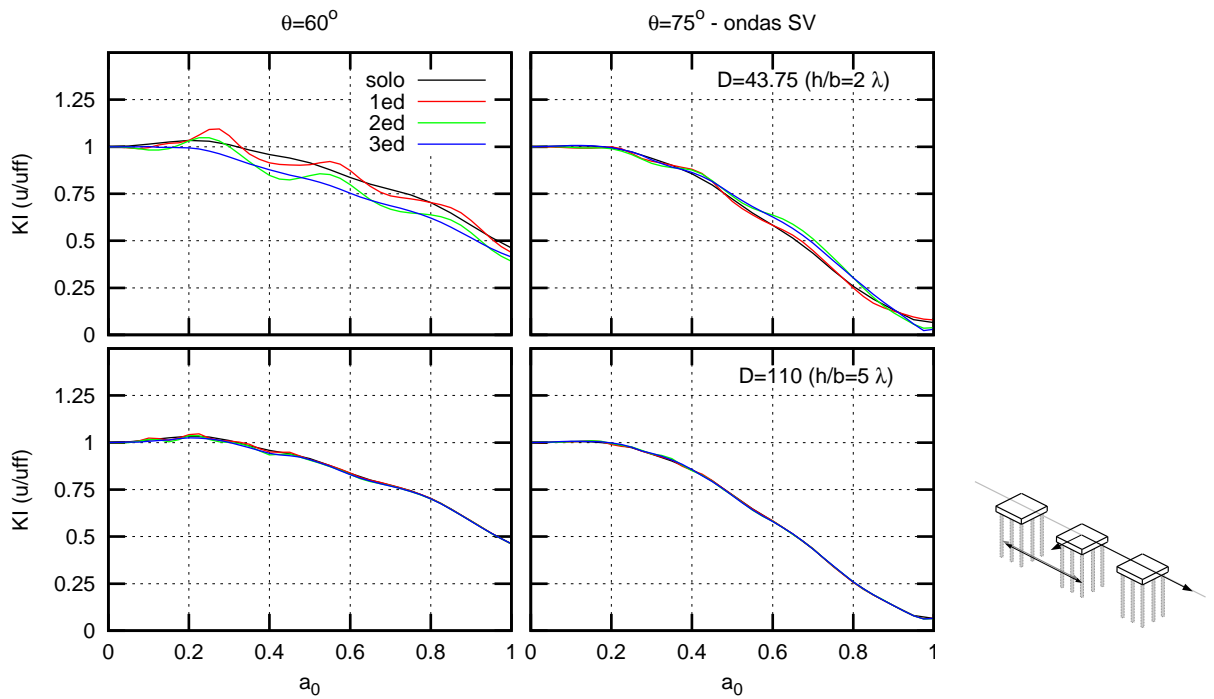
**Figura D.8:** Desplazamientos horizontales de los encepados para distintas distancias de separación. Ondas SV con un ángulo de incidencia de  $\theta_0 = 60^\circ$ .



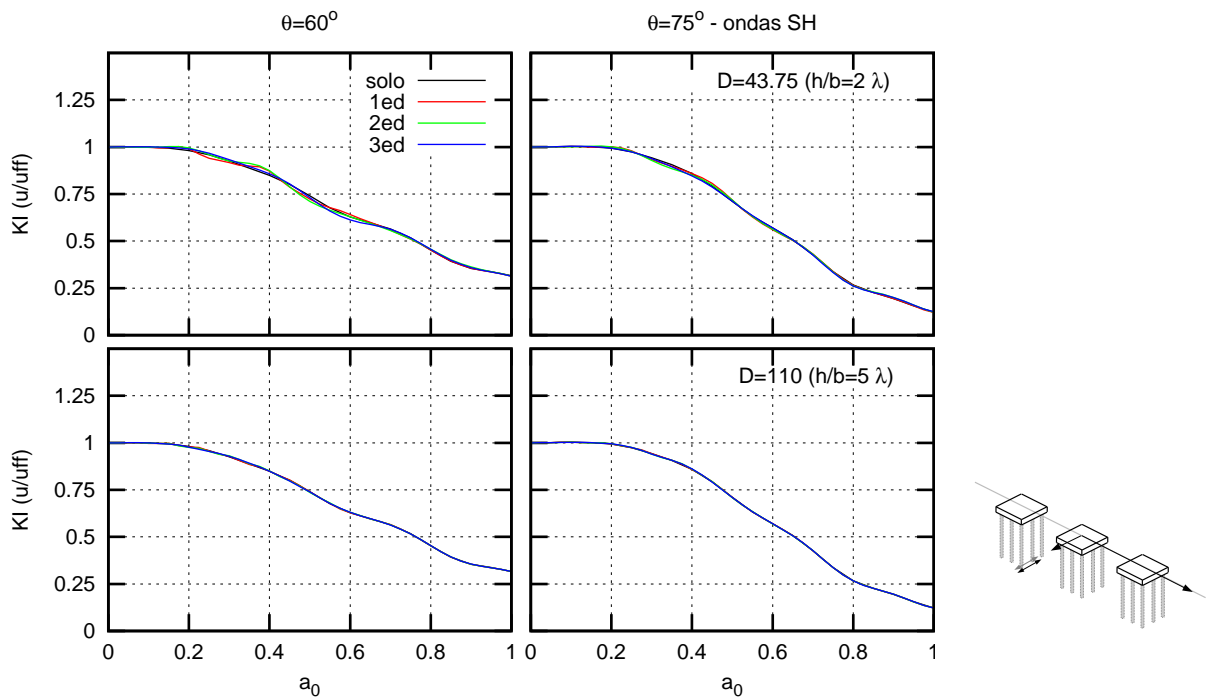


**Figura D.9:** Desplazamientos horizontales de los encepados para distintas distancias de separación. Ondas SH con un ángulo de incidencia de  $\theta_0 = 60^\circ$ .

## D Resultados obtenidos empleando una cimentación de menor dimensión



**Figura D.10:** Desplazamientos horizontales de los encepados para distintas distancias de separación. Ondas SV. Comparación entre ángulos de incidencia  $\theta_0 = 60^\circ$  y  $\theta_0 = 75^\circ$ .



**Figura D.11:** Desplazamientos horizontales de los encepados para distintas distancias de separación. Ondas SH. Comparación entre ángulos de incidencia  $\theta_0 = 60^\circ$  y  $\theta_0 = 75^\circ$ .