

Interpolación de resultados del MM5 para la predicción eólica mediante un modelo adaptativo tridimensional de masa consistente en Gran Canaria

Elba Rodríguez Jiménez

El MM5 es uno de los modelos atmosféricos de predicción a corto plazo más extendidos entre la comunidad internacional que trabaja en la modelización atmosférica [1]. A partir de su uso podemos obtener información meteorológica con una resolución máxima de $1 \times 1 \text{ km}^2$. Esto supone ciertas limitaciones para su aplicación en el caso de orografías muy complejas, como sucede en las Islas Canarias. En cambio, los modelos adaptativos de masa consistente para ajuste de campos de viento [2,3] permiten resolver a escala local con alta precisión. Sin embargo, estos últimos adolecen del carácter predictivo del primero, siendo necesario disponer de datos predichos de velocidades de viento para la entrada del mismo. El objetivo de este trabajo es desarrollar una interfase entre ambos modelos que permita utilizar como campo inicial del modelo de masa consistente los resultados obtenidos a partir del MM5. Para ello será necesario definir un método adecuado de interpolación de velocidades para pasar los datos de la malla grosera del MM5 a la malla adaptativa de tetraedros [4] del modelo de masa consistente.

MM5 is the short-term atmospheric prediction model most widely spread among the international community working in atmospheric modeling. Through this same prediction model meteorological data of $1 \times 1 \text{ km}^2$ maximum resolution can be obtained. Yet, it implies certain limitations when dealing with highly complex orography. On the other hand, the mass consistent adaptative models used in the wind field adjustment allow for high precision resolutions at a local level. However, these last ones do not cover the prediction field the firstly mentioned one does, so predicted wind velocity data are necessary for the adaptative models to work. The main goal of this research is to develop an interface including both models so that the data obtained through the MM5 can be used as a preliminary field for the mass consistent models. To do so, a proper velocity interpolation method must be established to transfer the MM5 coarser mesh data to the adaptative tetrahedral mesh of the mass consistent model.

Introducción

La importancia de las predicciones meteorológicas crece día a día en nuestra sociedad. El aumento de la fiabilidad de las mismas, tanto temporal como espacial, se hace fundamental para muchas de las actividades sociales e industriales. En particular el Real Decreto 436/2004, de 12 de Marzo, obliga a que todas las instalaciones con potencias superiores a 10MW deban comunicar a la distribuidora una previsión de

energía eléctrica a ceder a la red en cada uno de los períodos de programación del mercado de producción de energía eléctrica. Así mismo deberán comunicar las previsiones de los 24 períodos de cada día con al menos 30 horas de antelación respecto al inicio de dicho día.

Los modelos numéricos meteorológicos tales como el MM5, pueden ser utilizados para la simulación de la contaminación atmosférica, prevención y extinción de incendios, predicción del estado de la mar y

predicción de potencia eólica o solar. El MM5 nos proporciona información meteorológica con una resolución máxima de $1 \times 1 \text{ km}^2$, que resulta ser insuficiente cuando analizamos zonas con orografía irregular. Por ello, es necesario desarrollar una interfase que permita incorporar la información obtenida a partir del MM5 como entrada a un modelo de masa consistente con elementos finitos adaptativos. Este modelo tiene una mayor resolución que el anterior, siendo capaz de resolver a es-

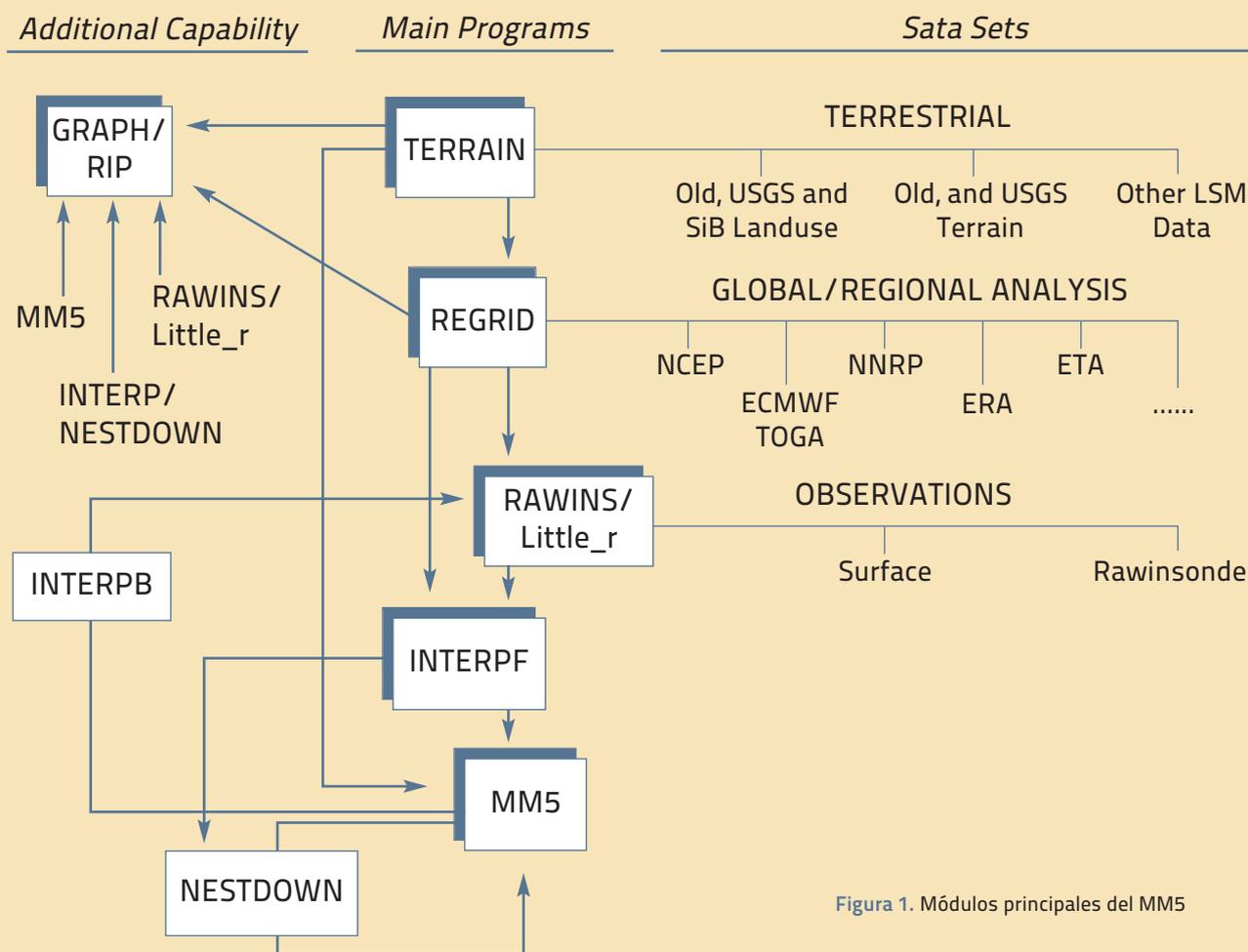


Figura 1. Módulos principales del MM5

cala de metros. Por ello, el uso de nuestro modelo de masa consistente proporcionará resultados con una mayor resolución que el modelo MM5, pudiendo estimar mejor la potencia suministrada por los parques eólicos.

MM5

El modelo MM5 (véase fig.1), es un modelo comunitario de acceso totalmente libre basado en las ecuaciones no hidrostáticas, soportado por NCAR [1] (National Center for Atmospheric Research).

Las principales características son:

- Capacidad de anidamiento múltiple con interacción en ambas direcciones (two-way) entre los dominios, lo que facilita el estudio de fenómenos atmosféricos bajo distintas escalas espaciales.
- Formulación de una dinámica no hidrostática en diferencias finitas, la cual permite que el modelo pueda ser empleado eficazmente para representar fenómenos con dimensiones de muy pocos kilómetros.
- Adaptación informática para múltiples plataformas y para su ejecución en modo multitarea sobre computadores de memoria compartida o distribuida.
- Inicialización automática con diferentes fuentes de análisis meteorológicos y observaciones, incluyendo su capacidad 4-dimensional de datos.
- Asimilación variacional de datos convencionales y de satélite durante la predicción.
- Incorporación de los más modernos y realistas esquemas de parametrización de los procesos físicos relacionados con la radiación atmosférica, microfísica de nubes y precipitación, convección por cúmulos, turbulencia y flujos de energía y momento sobre la superficie terrestre.

La información que nos proporciona el MM5 será: Las velocidades de viento horizontales, u (m/s) y v (m/s), la temperatura (K), la razón de mezcla del vapor de agua (kg/kg) (cantidad del meteoro considerado en Kg por cada Kg de aire), la razón de mezcla del agua de nube (kg/kg), la razón de mezcla del hielo de nube (kg/kg), la razón de mezcla de nieve (kg/kg), graupel (kg/kg), número de concentración de hielo,

turbulencia obtenida a partir del modelo k-e (j/kg), tendencia de radiación atmosférica (K/día), w (m/s) velocidad vertical del viento (sobre niveles σ , *following terrain coordinates reference*) y la perturbación de la presión (Pa).

Previamente a la interpolación se hará una conversión de los datos obtenidos a partir del MM5, de coordenadas geográficas a coordenadas UTM mediante la geometría del elipsoide.

Interpolación mediante un método sin mallas

Para realizar la interpolación mediante este método hay varias opciones disponibles que serán examinadas. Para este propósito, nosotros consideraremos una función única $u(x)$ en el dominio Ω . Este dominio se supone que debe ser descrito por los métodos usuales de la geometría computacional. Dentro del dominio, hay un número fijo de nodos de coordenadas x_I , $I = 1$ hasta n_N , y la aproximación asociada a cada nodo será escrita como u_I . Describiremos la aproximación del método sin mallas mediante varios métodos y su consistencia.

Una característica común de todos los métodos sin mallas es la función peso $w_I(x)$. La función peso está definida para tener un soporte compacto, tal que, el subdominio sobre el cual la función es distinta de cero es pequeño comparado con el resto del dominio. Cada subdominio $\Delta\Omega_I$ está asociado con un nodo I . Este soporte es frecuente-

mente denominado dominio de influencia del nodo. Los dominios más usados en este campo son los discos o círculos, o esferas en 3-D.

La función de peso que utilizaremos se corresponderá con una exponencial. Consideraremos isotropía, donde el soporte serán esferas. El argumento de $w_I(x)$ es $s = \|x - x_I\|$;

$$s = \frac{S}{s_{\max}}$$

donde s_{\max} es el radio del soporte. La mencionada función exponencial posee la siguiente expresión:

$$w(s) = e^{-(s/a)^2} \quad \text{para } s \leq 1$$

$$w(s) = 0 \quad \text{para } s > 1$$

Obsérvese que en el punto $w_I(0) = 1$, para un $a = 0,4$.

Una alternativa a tener en cuenta, es el desarrollo del método sin mallas mediante una aproximación por el método de mínimos cuadrados (móviles) [5]. Una buena descripción del método se puede encontrar en Lancaster y Salkauskas [6,7,8].

En la aproximación por mínimos cuadrados tenemos:

$$u^h(x) = \sum_{i=1}^m p_i(x) a_i(x) \equiv p^T(x) a(x) \quad (1)$$

donde m es el número de términos de la base, $p_i(x)$ son las funciones base nominales y $a_i(x)$ son sus coeficientes, funciones de coordenada espacial x . Ejemplos de las bases más comúnmente utilizadas, serán las de base lineal.

$$p^T = (1, x) \quad \text{en 1-D} \quad (2)$$

$$p^T = (1, x) \quad \text{en 1-D} \quad (3)$$

Lancaster y Salkauskas definieron la aproximación local como:

$$u^h(x, \bar{x}) = \sum_{i=1}^m p_i(\bar{x}) a_i(x) =$$

$$= p^T(\bar{x}) a(x) \quad (4)$$

Los coeficientes $a_i(x)$ son obtenidos mediante el desarrollo de una función peso en mínimos cuadrados mediante aproximación local, para así minimizar la diferencia entre la aproximación local y la función.

$$J = \sum_I w(x - x_I) (u^h(x, x_I) - u(x_I))^2 =$$

$$= \sum_I w(x - x_I) \left[\sum_i p_i(x_I) a_i(x) - u_I \right]^2 \quad (5)$$

$w(x - x_I)$ es una función peso y serán los nominales en y los coeficientes en x .

La ecuación (5) se puede escribir de la forma:

$$J = (Pa - u)^T W(x) (Pa - u) \quad (6)$$

$$\text{donde } u^T = (u_1, u_2, \dots, u_n) \quad (7)$$

$$P = \begin{pmatrix} p_1(x_1) & p_2(x_1) & \dots & p_m(x_1) \\ p_1(x_2) & p_2(x_2) & \dots & p_m(x_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_1(x_n) & p_2(x_n) & \dots & p_m(x_n) \end{pmatrix} \quad (8)$$

y

$$W(x) = \begin{pmatrix} w(x - x_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w(x - x_2) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & w(x - x_n) \end{pmatrix} \quad (9)$$

Para encontrar los coeficientes $a(x)$, obtendremos los extremos de J mediante:

$$\frac{\partial J}{\partial a} = A(x)a(x) - B(x)u = 0 \quad (10)$$

donde se corresponde con la matriz de momento dada por:

$$A = P^T W(x)P \quad (11)$$

$$B = P^T W(x)u \quad (12)$$

así que finalmente obtenemos:

$$a(x) = A^{-1}(x)B(x)u \quad (13)$$

La aproximación $u^h(x)$ puede entonces ser expresado como:

$$u^h(x) = \sum_{l=1}^n \phi_l^k(x)u_l \quad (14)$$

donde la función de forma viene dada por:

$$\phi_k = [\phi_1^k(x) \dots \phi_n^k(x)] = p^T(x)A^{-1}(x)B(x) \quad (15)$$

y el superíndice k es del orden del polinomio de la base. La función correspondiente a $k=0$ es la denominada función Shepard y viene dada por

$$\phi_l^0 = \frac{w(x-x_l)}{\sum_{l=1}^n w(x-x_l)} \quad (16)$$

INTERPOLACIÓN EN MALLAS DE TETRAEDROS

Para ello dividimos cada hexaedro de la malla de diferencias finitas del MM5 en 6 tetraedros de la siguiente forma representada en la fig. 2.

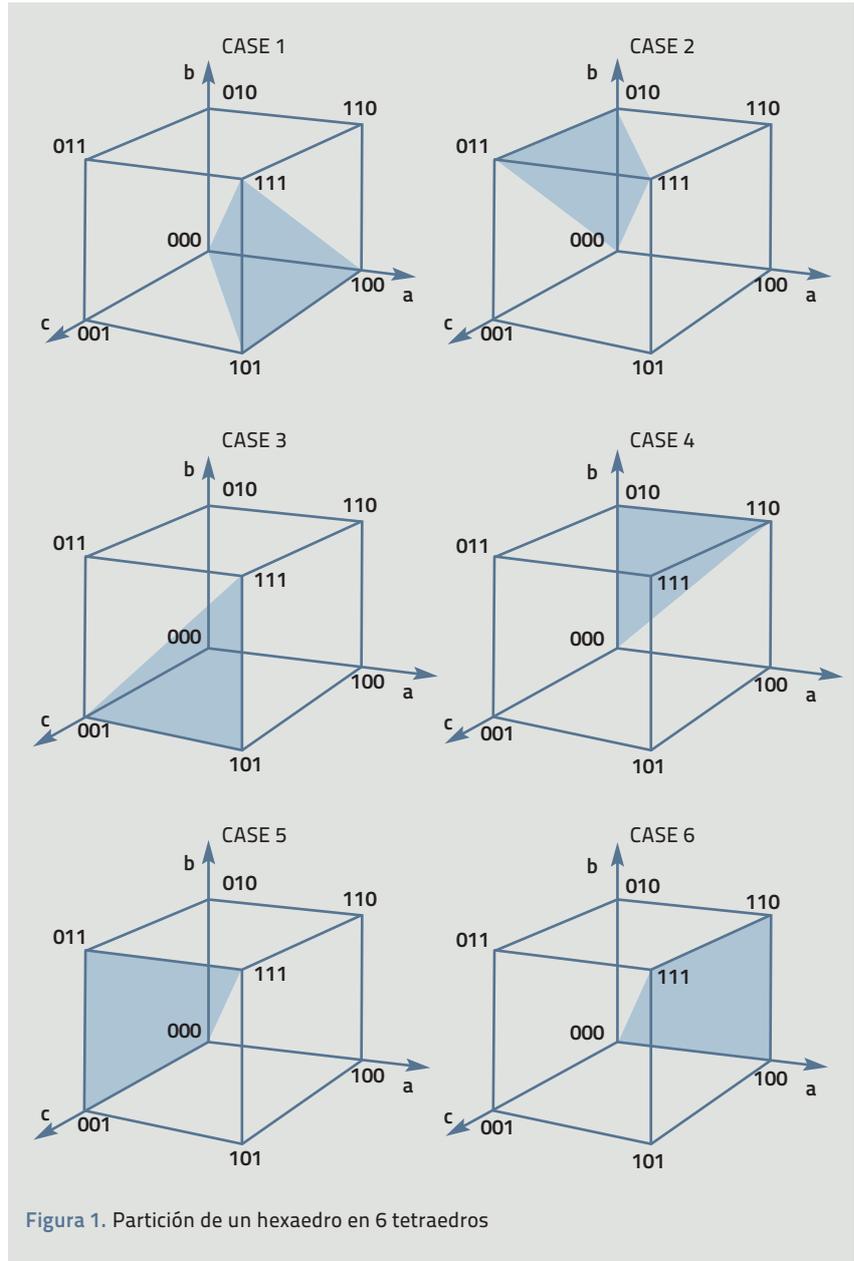


Figura 1. Partición de un hexaedro en 6 tetraedros

Y una vez hemos construido la malla de tetraedros haremos una interpolación lineal en cada tetraedro correspondiente para obtener los valores de velocidad (u,v,w) en un punto cualquiera a partir de los valores en los nodos de los tetraedros.

MODELO DE MASA CONSISTENTE

Este modelo [9] se desarrollará para el ajuste de campos de viento en 3-D a partir de medidas experimentales y/o resultados del MM5.

El modelo puede utilizarse tanto como herramienta generadora de mapas de viento de una zona determinada, como preproceso para otros modelos de simulación de fenómenos que tiene lugar en la atmósfera (dispersión de contaminantes, propagación de incendios...).

Está basado en la ecuación de continuidad para un fluido incompresible, considerando constante la densidad del aire en el dominio Ω y condiciones de impermeabilidad en Γ_b , es decir, en el terreno y en la frontera superior.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (5)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \quad \text{en } \Gamma_b \quad (6)$$

Se formula un problema de mínimos cuadrados en W con el objetivo de ajustar un campo

$$\vec{u}(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w})$$

al viento interpolado

$$\vec{v}_0(u_0, v_0, w_0)$$

obtenido a partir de medidas o valores predichos, el funcional de ajuste es:

$$E(\vec{u}) = \int_{\Omega} [\alpha_1^2 ((\tilde{u} - u_0)^2 + (\tilde{v} - v_0)^2 + \alpha_2^2 (\tilde{w} - w_0)^2)] d\Omega \quad (7)$$

donde α_1, α_2 son los módulos de precisión de Gauss. El problema equivale a encontrar el punto de silla (\vec{v}, \emptyset) del Lagrangiano, [10].

$$E(\vec{v}) = \min_{\vec{u} \in K} \left[E(\vec{u}) + \int_{\Omega} \phi \vec{\nabla} \cdot \vec{u} d\Omega \right] \quad (8)$$

siendo $\vec{v} = (u, v, w)$ el campo resultante, \emptyset el multiplicador de Lagrange y K el conjunto admisible de funciones. Aplicando la técnica de los multiplicadores de Lagrange para minimizar la ecuación (8), resultan las siguientes ecuaciones de Euler-Lagrange.

$$\begin{aligned} u &= u_0 + T_h \frac{\partial \phi}{\partial x} & v &= v_0 + T_h \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ w &= w_0 + T_v \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{aligned} \quad (9)$$

donde $T = (T_h, T_h, T_v)$ es el tensor diagonal de transmisividad, con

$$T_v = \frac{1}{2\alpha_2^2} \quad \text{y} \quad T_h = \frac{1}{2\alpha_1^2}$$

Como α_1 y α_2 son constantes en el siguiente Ω , resulta un problema elíptico al sustituir (9) en (5).

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{T_v}{T_h} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} &= \\ &= -\frac{1}{T_h} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial z} \right) \quad \text{en } \Omega \end{aligned} \quad (10)$$

Se consideran condiciones de Dirichlet en las fronteras abiertas del dominio y de tipo Neumann en el terreno y la frontera superior

$$\emptyset = 0 \quad \text{en } \Gamma_a \quad (11)$$

$$\vec{n} \cdot T \vec{\nabla} \mu = -\vec{n} \cdot \vec{v}_0 \quad (12)$$

El problema definido por las ecuaciones (10)-(12) se resuelve usando elementos finitos con mallas adaptativas de tetraedros.

EXPERIMENTO NUMÉRICO

El caso estudiado corresponde a una zona localizada en la región de Canarias, con centro en las coordenadas 28,06° de latitud Norte y 15,25° de longitud Oeste. Para nuestra simulación numérica con el paquete MM5, construimos previamente tres dominios anidados localizados en torno a las coordenadas mencionadas anteriormente (Véase fig. 3). El dominio más grosero se define con una resolución de 18 km y una malla de 67x53, el intermedio corresponde a una resolución de 6 km y una malla de 100x112 y finalmente, el más fino posee una resolución de 2 km y una malla de 40x40. El período de tiempo en que se estudia el fenómeno es desde 15/06/2002 a

las 00h. hasta el día 20/06/2002 a las 18h. Se plantea la obtención de datos cada diez minutos col el MM5, centrándonos en este caso en el dominio más fino. Procederemos posteriormente a ejecutar el paquete INTERPB para obtener los resultados en niveles de presión en lugar de en niveles α y después utilizaremos un algoritmo propuesto por el grupo 3 de la Red Ibérica MM5 [11] que hemos modificado para adaptarlo a los resultados que perseguimos.

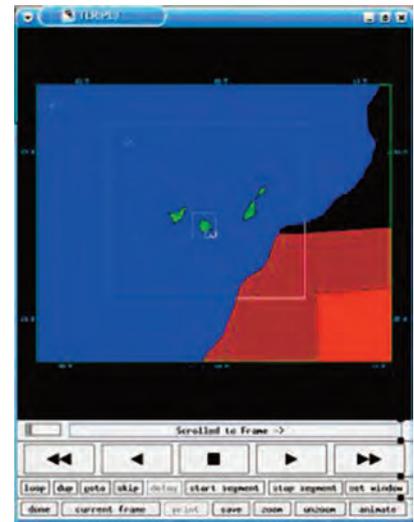


Figura 3. Dominios anidados para la ejecución del MM5

Previamente a la interpolación, habrá que sumarle a la altura geopotencial, en cada nodo de la malla de diferencias finitas, la altura del terreno con que trabaja el modelo mesoescalar MM5. Para ello se realizará una interpolación desde el centro de los cuadriláteros a los nodos (fig.4) donde posteriormente ya podremos aplicar el algoritmo de interpolación.

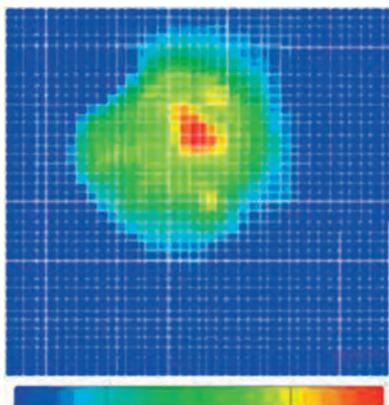


Figura 4. Detalle de la malla del anidado. El mapa de colores corresponde a las cotas en metros interpretadas por el MM5 en Gran Canaria



Figura 5. Discretización de la isla de Gran Canaria en 3-D

Después de realizar los dos tipos de interpolaciones estudiadas, tendremos dos ficheros de coordenadas con sus correspondientes velocidades en las tres direcciones, que utilizaremos para dar entrada a nuestro modelo de masa consiste y así predecir con mayor resolución.

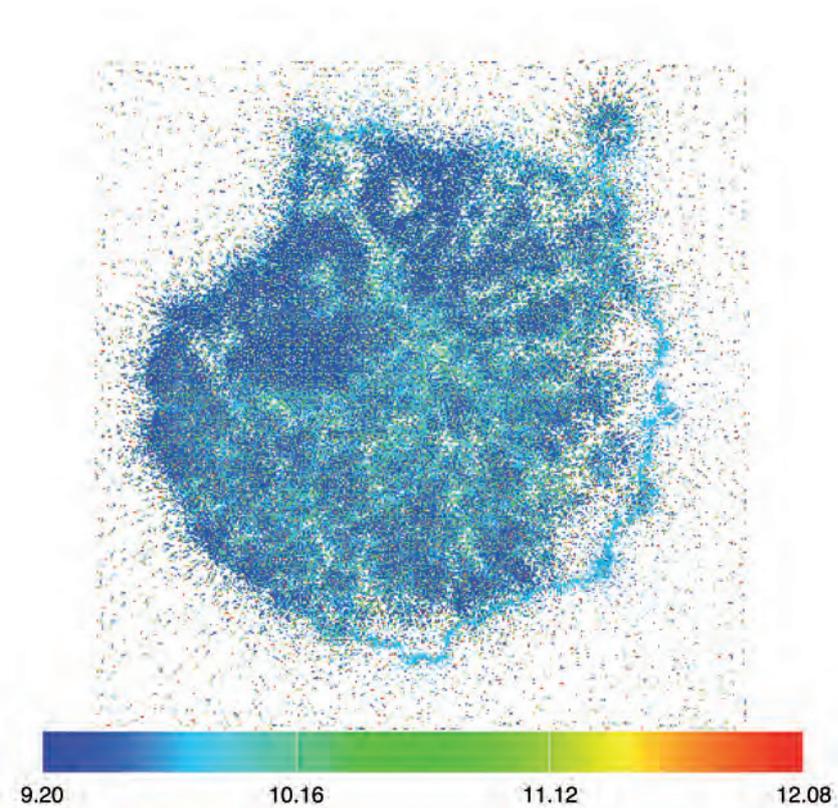


Figura 6. Mapa de velocidades obtenidas mediante el primer método de interpolación

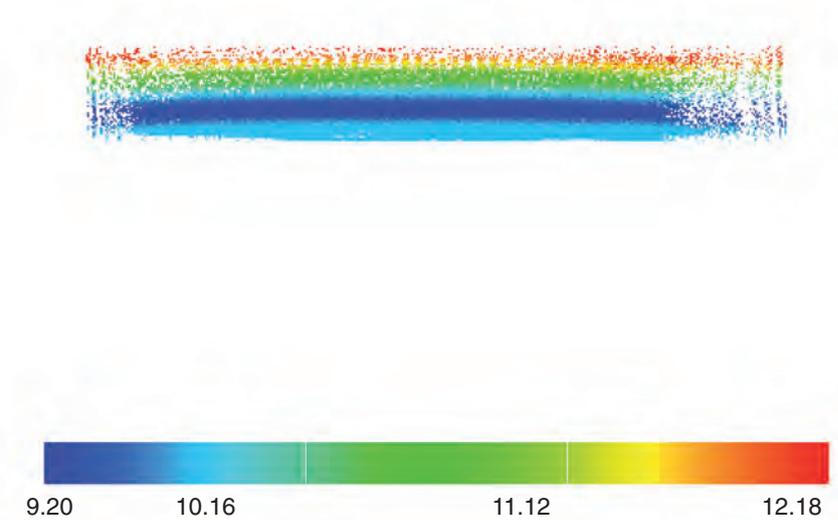


Figura 7. Perfil vertical del mapa de velocidades, primer método de interpolación

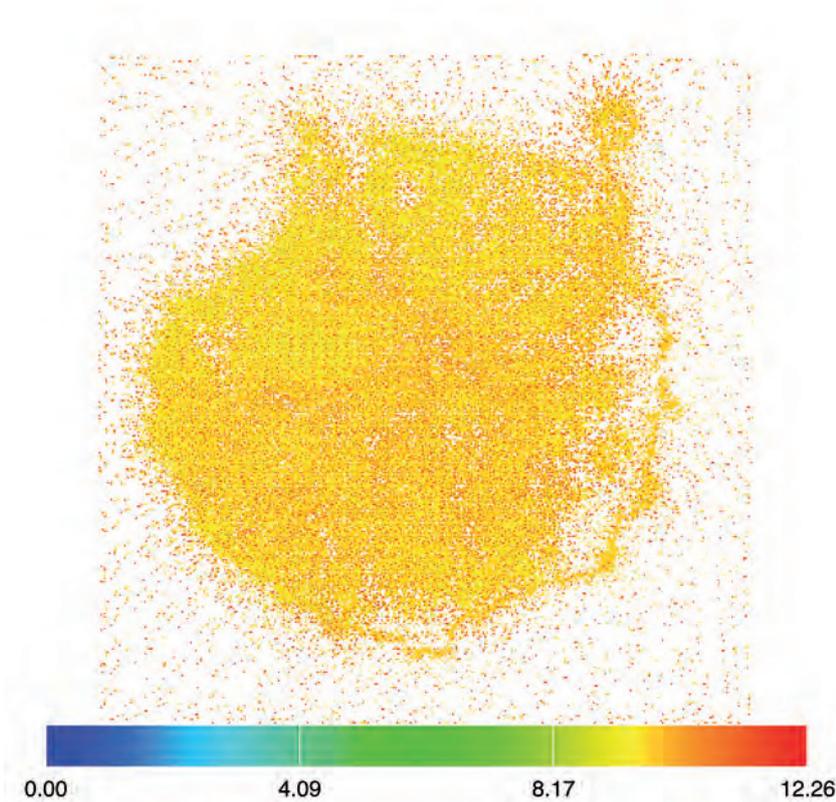


Figura 8. Mapa de velocidades obtenidas mediante el segundo método de interpolación

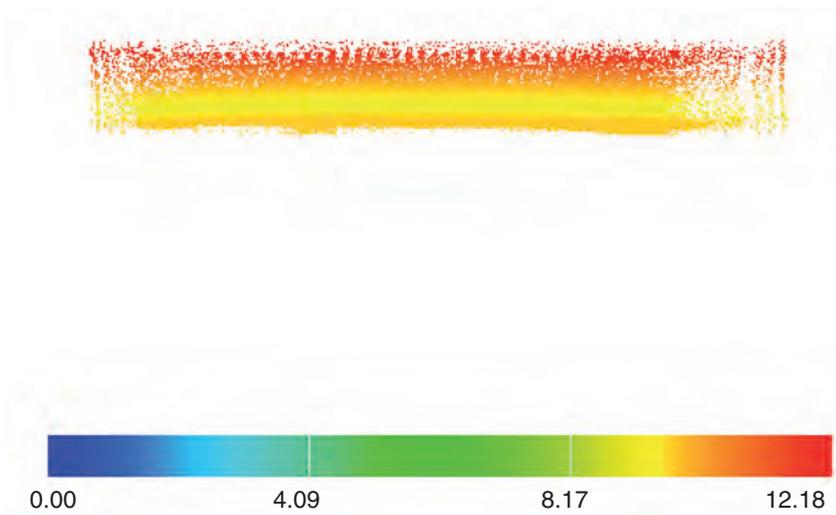


Figura 9. Perfil vertical del mapa de velocidades, segundo método de interpolación

Con el fichero de coordenadas de los nodos de las mallas de MM5 y las velocidades en cada uno de ellos, ya podemos idear la interfase entre el modelo mesoescalar MM5 y nuestro modelo de masa consistente con elementos finitos adaptativos. Ajustando el perfil vertical empírico de velocidad del modelo de masa consistente al perfil resultante obtenido con MM5 y a las medidas experimentales obtenidas de las estaciones meteorológicas.

En las figuras 6-9 pueden observarse los resultados obtenidos tras la aplicación del modelo de masa consistente para los dos métodos de interpolación mencionados.

CONCLUSIONES

Se ha presentado el modelo MM5 basado en diferencias finitas, que nos permite predecir velocidades de viento en las tres direcciones. Una vez localizado los nodos con sus respectivas velocidades nosotros seremos capaces de construir nuestro perfil vertical para así darle entrada a nuestro modelo de masa consistente que es capaz de predecir a escala de metros. El problema que surge es que el modelo MM5 no hila muy fino siendo capaz de ver una altura de la isla de Gran Canaria de 940m (fig. 1), por tanto para comprobar que los resultados obtenidos son coherentes tendremos que considerar los históricos del lugar, para así tener datos con los cuales poder comparar los resultados, así como probar con más

niveles sigma para tener un barrido mejor en altura.

Para evitar errores, se probarán diferentes métodos de interpolación de lo datos obtenidos a partir del paquete MM5, para así poder comprobar diferentes tipos de re-

sultados y evaluar cual es el más satisfactorio.

Los dos métodos de interpolación estudiados en este caso, nos llevan a resultados muy parecidos por lo que podremos usar uno u otro indistintamente. A la hora de cons-

truir el perfil vertical, habrá que tener en cuenta que el MM5 infravalora los resultados de viento obtenidos en las diferentes capas en las que hemos dividido nuestro perfil.

Referencias bibliográficas

- [1] MM5 Community Model, en "http://box.mmm.ucar.edu/mm5/".
- [2] G. Montero, E. Rodríguez, R. Montenegro, J.M. Escobar, J.M. González-Yuste, "Genetic algorithms for an improved parameter estimation with local refinement of tetrahedral meshes in a wind model", *Advances in Engineering Software*, Vol. 36, pp. 3-10, (2005).
- [3] R. Montenegro, G. Montero, E. Rodríguez, J.M. Escobar y J.M. González-Yuste. "Applications of Genetic Algorithms in Realistic Wind Field Simulations. Referencia libro: Knowledge-Driven Computing, Knowledge Engineering and Intelligent Computations", serie Studies in Computational Intelligence (SCI), Vol. 102, pp. 165-182, ISBN: 978-3-540-77474-7, ISSN: 1860-949X (Print) 1860-9503 (Online), Springer-Verlag (2008).
- [4] G. Montero, R. Montenegro, J.M. Escobar y E. Rodríguez, "Generación automática de mallas de tetraedros adaptadas a orografías irregulares", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. 19, no. 2, pp.127-144, (2003).
- [5] T. Belytschko, L. Gu, Y.Y. Lu. Fracture and crack growth by element-free Galerkin methods. *Model. Simul. Mater. Sci. Engrg.* 2 (1994) 519-534.
- [6] P. Lancaster, K. Salkauskas, Surfaces generated by moving least-squares methods, *Math. Comput.* 37 (1981) 141-158.
- [7] W.S. Cleveland, *Visualizing Data*, AT&T Bell Laboratories, Murray Hill, NJ, 1993.
- [8] D. Shepard, A two-dimensional interpolation function for irregularly spaced points, in: *ACM National Conference (1968)*, 517-524.
- [9] D. Lalas, C. Ratto, *Modelling of Atmospheric Flow Fields*. World Sci, Singapore, (1996)
- [10] G. Winter, G. Montero, L. Ferragut, R. Montenegro, Adaptive strategies using standard and mixed finite elements for wind field adjustment, *Solar Energy*, vol. 54(1), (1995), 49-56.
- [11] Red Ibérica MM5/WRF, en <http://redibericamm5.uib.es/>.

Reseña curricular

Elba Rodríguez Jiménez, Licenciada en Físicas y estudiante de doctorado en el Instituto de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería. Edificio Central del Parque Científico y Tecnológico. Campus Universitario de Tafira. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. erodriguezj@siani.es