

# Un análisis comparativo de AEMOs con preferencias del decisor introducidas mediante punto de referencia en el problema de la mochila multiobjetivo

M. Méndez<sup>1</sup>, D. Greiner<sup>1</sup>, B. Galván<sup>1</sup>, G. Winter<sup>1</sup>

*Resumen*— Este trabajo plantea un estudio comparativo de tres Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo que introducen un punto de referencia como preferencias del decisor. Se utiliza el problema de la mochila multiobjetivo en variables binarias MOKP01 como problema de prueba. Los resultados estadísticos de esta comparación mediante métricas, permiten extraer conclusiones sobre la convergencia y eficiencia de los diferentes algoritmos en la resolución del problema.

*Palabras clave*— Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo, Preferencias, Punto de referencia, g-dominance, r-dominance, MOKP01.

## I. INTRODUCCIÓN

La introducción de preferencias de un decisor en Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo (AEMOs) ha ganado últimamente notable relieve en la comunidad científica AEMO. Estos algoritmos, admiten que un decisor puede tener alguna idea de qué soluciones le son preferidas y establecer preferencias parciales [3]. Estas preferencias son utilizadas para conducir el proceso de búsqueda hacia la región de interés y al final el decisor elige conforme a sus preferencias. Algunos de estos algoritmos utilizados en la resolución de problemas tanto académicos como del mundo real son por ejemplo [2], [6], [8] y [20]. Diferentes maneras de modelar preferencias en AEMOs han sido desarrolladas, véase [3] y [15], entre ellas muchas incluyen un punto de referencia [17] como modo natural de proporcionar información preferente, entre otras destacamos [1], [5], [9], [13] y [16].

En este trabajo se comparan tres AEMOs que introducen un punto de referencia como preferencias del decisor. El primero de ellos, reemplaza en NSGAI [4] la relación de dominancia de Pareto [14] por la relación de la g-dominance (término en inglés) propuesta en [13] y nos referiremos a él en este trabajo por g-NSGAI. El segundo de los algoritmos, también reemplaza la relación de dominancia de Pareto en NSGAI por la relación de la r-dominance (término en inglés) (reference solution-based dominance) presentada en [1] y es denotado en lo que sigue como r-NSGAI (nomenclatura utilizada por los autores en [1]). Por último, el tercer algoritmo [9] también hibrida NSGAI y modifica la fase de selección de for-

ma que un vector distancias (cuanto menor mejor) al punto de referencia es usado para seleccionar un par de padres soluciones, este algoritmo lo referiremos en este trabajo por I-NSGAI. Todas las comparaciones se realizaron sobre el problema de la mochila multiobjetivo en variables binarias MOKP01 (siglas en inglés), este problema es bien conocido en la comunidad multiobjetivo y un buen número de AEMOs han sido utilizados para su resolución [9], [10], [12] y [19].

Este trabajo está organizado como sigue. Las secciones II, III y IV presentan y explican los tres algoritmos g-NSGAI, r-NSGAI e I-NSGAI objeto de comparación en este trabajo. En la sección V se describen y analizan los resultados experimentales y comparaciones de los tres algoritmos testados sobre el MOKP01. Finalmente, en la sección VI se dan las conclusiones obtenidas.

## II. G-NSGAI

El algoritmo g-NSGAI [13], implementa el concepto de g-dominance en NSGAI (cualquier otra metaheurística multiobjetivo puede ser utilizada). La g-dominance recoge la información preferente de un decisor expresada como un punto de referencia g y acorde a este punto, se prefieren aquellas soluciones que lo dominan o aquellas otras que son dominadas por el punto. Por ejemplo, para los puntos de referencia señalados por un decisor (uno es factible y el otro no-factible) de la figura 1, la g-dominance prefiere las soluciones de las regiones sombreadas (soluciones que dominan o son dominadas por los puntos g) al resto de soluciones (soluciones incomparables respecto a los puntos g). Dos ideas muy sencillas para implementar la g-dominance se proponen en [13]: la primera, cambiar la función de cómputo de la dominancia y la segunda, (es la opción utilizada en este trabajo) penalizar restando una cantidad M muy grande (si las funciones objetivo son a maximizar) los valores de las funciones objetivo de aquellas soluciones que no pertenecen a las regiones de preferencia descritas más arriba.

## III. R-NSGAI

El algoritmo r-NSGAI (Non-r-Dominated Sorting) [1] modifica NSGAI en los siguientes términos:

<sup>1</sup>(SIANI), Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. massimo@dis.ulpgc.es, dgreiner@iusiani.ulpgc.es, bgalvan@step.es, gabw@step.es

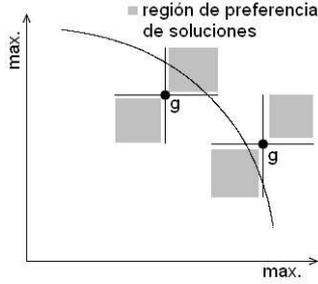


Fig. 1. Concepto de g-dominance.

primero, cambia la clasificación por dominancia de Pareto por la relación r-dominance y segundo, para mantener la diversidad de la población propone un ajuste durante la evolución del algoritmo del umbral  $\delta$  que utiliza la r-dominance. La idea básica de la r-dominance es preferir aquellas soluciones más cercanas al punto de referencia preservando la dominancia de Pareto. Más específicamente, dada una población  $P$  de soluciones y un punto de referencia  $g$ , una solución  $x$  r-domina una solución  $y$ , si se verifican las siguientes condiciones:

1.  $x$  Pareto-domina  $y$
2.  $x, y$  son Pareto-equivalentes y  $D(x, y, g) < -\delta$  donde:

$$\delta \in [0, 1]$$

$$D(x, y, g) = \frac{d(x, g) - d(y, g)}{d_{\max} - d_{\min}}$$

$$d_{\max} = \text{Máx}_{z \in P} d(z, g)$$

$$d_{\min} = \text{Mín}_{z \in P} d(z, g)$$

$$d(x, g) = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i \left( \frac{f_i(x) - f_i(g)}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} \right)^2}$$

$f_i^{\max}$  máx valor del objetivo i-ésimo

$f_i^{\min}$  mín valor del objetivo i-ésimo

$w_i$  peso asociado con el i-ésimo objetivo

$$w_i \in ]0, 1[, \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

#### IV. I-NSGAI

Con la idea de mejorar la convergencia de soluciones hacia la zona preferida del frente de Pareto manteniendo la diversidad de soluciones, Ishibuchi et al. [9] proponen modificar la fase de selección de padres del NSGAI de forma que las preferencias del decisor son incorporadas en una función escalable que se utilizará para seleccionar un par de padres soluciones. La manera de incluir las preferencias depende del criterio del decisor, por ejemplo, si la información de las preferencias del decisor vienen dadas por la importancia relativa entre los objetivos entonces se puede utilizar la suma ponderada como función aptitud. También, si el decisor requiere cumplir un nivel mínimo para cada objetivo, se utilizará una función que penalice la selección de padres cuando el individuo no cumpla con el mínimo requerido del objetivo. Igualmente, si un punto de referencia representa la información preferente del decisor, entonces la función distancia a ese punto de

referencia (cuanto más pequeña mejor) se usa para la selección de los padres soluciones. Esta última opción es la implementada en este trabajo. La idea es muy sencilla de llevar a cabo pues sólo requiere calcular en la fase de selección del NSGAI, un vector de distancias de cada solución de la población de padres con respecto al punto de referencia y sustituir el criterio de dominancia de Pareto por el de menor distancia al punto de referencia.

#### V. RESULTADOS EXPERIMENTALES

##### A. Problema de la Mochila Multiobjetivo MOKP01

El problema de la mochila multiobjetivo puede considerarse como un problema de programación entera con variables binarias y coeficientes positivos. El problema es de complejidad NP-difícil y puede ser usado para modelar cualquier aplicación real que se ajuste al modelo descrito en (1).

El MOKP01 puede ser definido formalmente como sigue:

$$\begin{cases} \text{max. } f_i(x) = \sum_{j=1}^m c_{ij} x_j & i = 1, \dots, n \\ \text{s.a. } \sum_{j=1}^m w_{ij} x_j \leq b_i & x_j \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (1)$$

donde:

$m$  = número de objetos

$x_j$  = variable de decisión

$n$  = número de sacos

$c_{ij}$  = beneficio del objeto  $j$  según saco  $i$

$w_{ij}$  = peso del objeto  $j$  según saco  $i$

$b_i$  = capacidad del saco  $i$

En este trabajo se han adoptado dos sacos y 500 objetos<sup>1</sup>.

##### B. Configuración de parámetros

Los valores de los parámetros de los algoritmos utilizados en todos los experimentos fueron los siguientes:

Codificación: cadena binaria

Tamaño de la población:  $N=200$  individuos

Probabilidad de cruce (uniforme): 0.8

Probabilidad de mutación (bit a bit): 0.002 (1/500)

Condición de parada: 2000 generaciones

Para el algoritmo r-NSGAI se usaron en el cálculo de las distancias Euclidianas ponderadas los valores de los pesos  $w_1=0.5$  y  $w_2=0.5$  (se utilizaron valores equilibrados para no desvirtuar los resultados pues a priori en un problema real la situación del frente de Pareto es desconocida) asociados respectivamente

<sup>1</sup>Los datos y frente óptimo pueden descargarse de: <http://www.tik.ee.ethz.ch/sop/download/supplementary/testProblemSuite/>

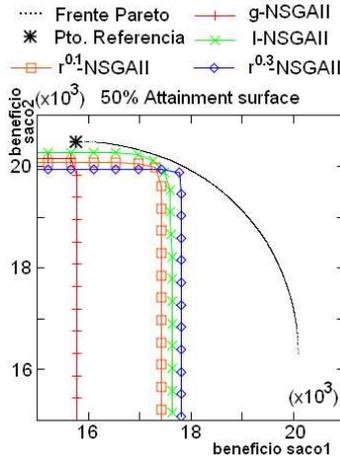


Fig. 2. Punto de referencia en extremo (15780,20490).

a los objetivos 1 y 2. También para ver los efectos del valor del parámetro  $\delta$  en la amplitud final de la región de interés se utilizaron dos ejemplos de r-NSGAI anotados como  $r^{0.1}$ -NSGAI (valor  $\delta=0.1$ ) y  $r^{0.3}$ -NSGAI (valor  $\delta=0.3$ ).

Para corregir el elevado número de soluciones no-factibles que pueden aparecer en el problema MOKP01, se aplica el método de reparación basado en la máxima relación beneficio/peso por objeto utilizado en [19].

### C. Métricas

Para la comparación de los frentes obtenidos por los algoritmos durante el proceso de optimización se utilizó la S-metric (Hipervolumen H) sugerida en [18]. El punto de referencia considerado para el cálculo de H fue el (0.0, 0.0) el cual garantiza que es dominado por todas las soluciones generadas durante la evolución de los algoritmos. Además, se consideró el concepto de superficie de logro (attainment surface) introducido en [7] y se utilizó en este trabajo la aproximación sugerida en Knowles [11]. Para todos los experimentos se muestra la media obtenida tras 30 tiradas independientes de los algoritmos.

### D. Resultados comparativos

Primero, se realizó un estudio previo eligiendo tres puntos de referencia (15780,20490), (19003,19126) y (20094,16315) pertenecientes respectivamente al extremo superior, codo (zona central) y extremo inferior de frente de Pareto del problema. En las figuras 2, 3 y 4 se muestran las 50% attainment surface obtenidas por g-NSGAI, I-NSGAI,  $r^{0.1}$ -NSGAI,  $r^{0.3}$ -NSGAI y también el frente real de Pareto del problema. Las figuras 2 y 4 destacan que g-NSGAI obtiene el mejor posicionamiento del sub-frente de soluciones alcanzado con los puntos de referencia situados en los extremos del frente. En la figura 3 no se observan diferencias de las 50% attainment surface con el punto de referencia colocado en el codo del frente.

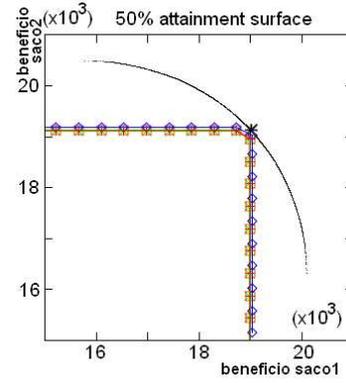


Fig. 3. Punto de referencia en codo (19003,19126).

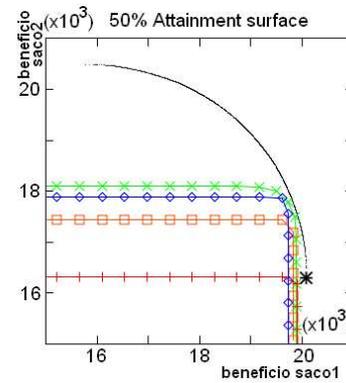


Fig. 4. Punto de referencia en extremo (20094,16315).

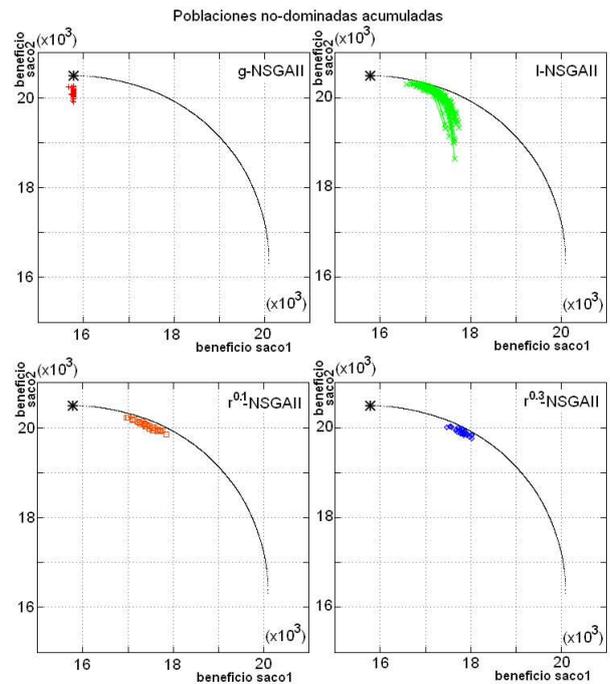


Fig. 5. Punto de referencia en extremo (15780,20490).

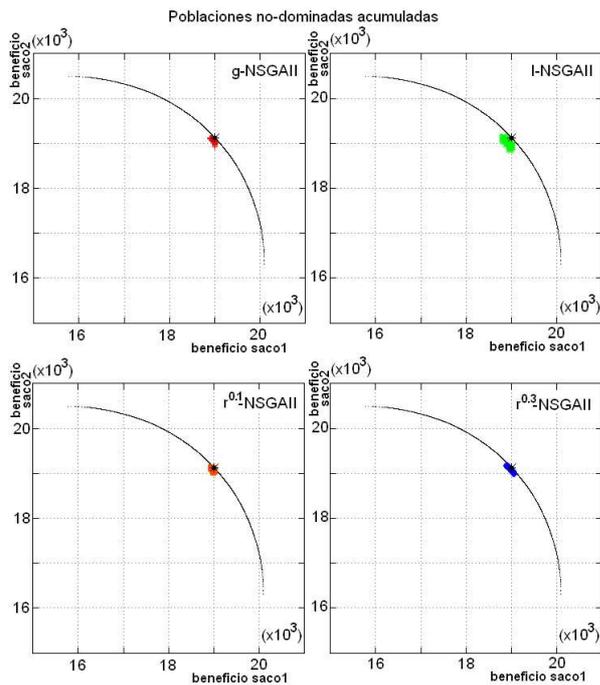


Fig. 6. Punto de referencia en codo (19003,19126).

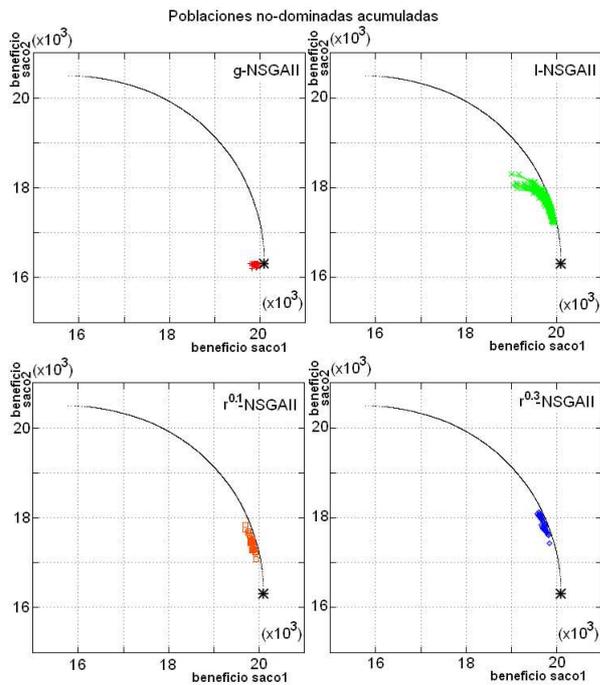


Fig. 7. Punto de referencia en extremo (20094,16315).

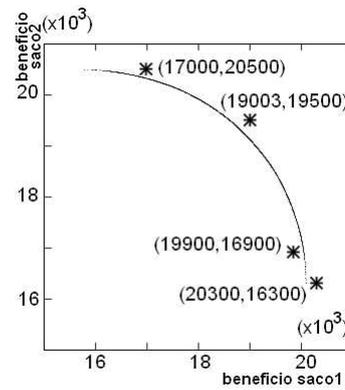


Fig. 8. Puntos de referencia comparados con H.

Otra perspectiva visual que muestra la mejor colocación del frente de soluciones obtenido con g-NSGAI, se advierte en las gráficas 5, 6 y 7 de poblaciones no-dominadas acumuladas.

También, nótese en las figuras 2, 4, 5 y 7 que un incremento en r-NSGAI del valor  $\delta$  de 0.1 a 0.3 empuja al conjunto de soluciones no-dominadas hacia área central del frente de Pareto. Esto se explica porque al incrementar el valor  $\delta$ , r-NSGAI tiende a comportarse como NSGAI y este último, como se señala en [9], en el problema MOKP01 concentra las soluciones halladas en la zona central del frente real del problema.

Luego, se escogieron cuatro puntos de referencia (17000,20500), (19003,19500), (19900,16900) y el (20300,16300) repartidos a lo largo del frente de Pareto como se indica en la figura 8 y se utilizaron la 50% attainment surface y la métrica del hipervolumen (H) para comparar los sub-frentes de soluciones alcanzados por los algoritmos durante el proceso de optimización. Es importante remarcar que para el cálculo de los valores H se utilizaron las soluciones no-dominadas que dominan o son dominadas por el punto de referencia (regiones sombreadas según la figura 1).

Las figuras 9, 11 y 12 (izquierdas) muestran las 50% attainment surface y se extrae que la mejor colocación del sub-frente de soluciones resultante con respecto a los puntos de referencia desplazados hacia los extremos la obtiene g-NSGAI; con el punto referencia centrado en el frente, figura 10 izquierda, todos los algoritmos consiguen un buen posicionamiento en el entorno del punto de referencia. En cuanto a los hipervolumenes se observa en las figuras 9, 11, 12 (derechas) y tablas I, III y IV (hipervolumen medio, mejor y desviación en la evaluación 400000) que g-NSGAI obtiene muchos mejores valores H medio que el resto de algoritmos con los puntos de referencia desplazados hacia los extremos del frente real óptimo. Con el punto de referencia (19003,19500) centrado en el frente real, también g-NSGAI obtiene un mejor valor H medio aunque la ventaja no es tan notable como en el caso anterior, véanse la

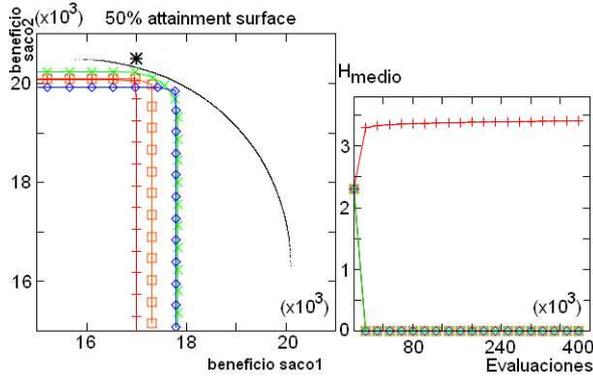


Fig. 9. Punto de referencia (17000,20500).

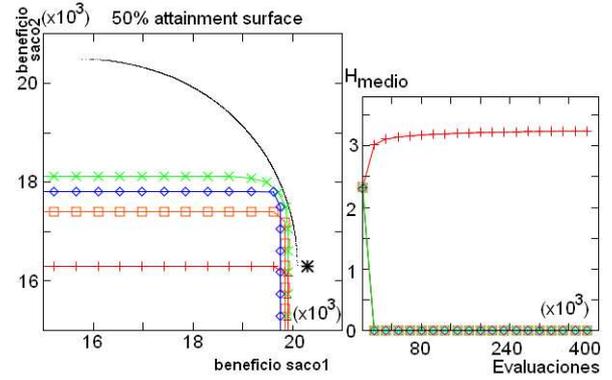


Fig. 12. Punto de referencia (20300,16300).

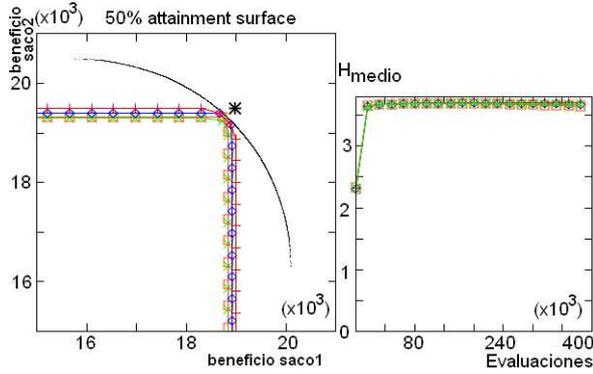


Fig. 10. Punto de referencia en codo (19003,19500).

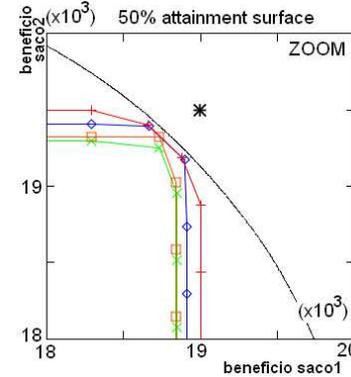


Fig. 13. Zoom de figura 10 izquierda.

figura 10, la tabla II y en especial la figura 13 que es un zoom de la figura 10 izquierda.

Por último, obsérvese en la figura 11 derecha (punto de referencia 19900,16900) que en las evaluaciones finales, los algoritmos I-NSGAI y  $r^{0,1}$ -NSGAI obtienen algún valor de H medio, pero en cuanto el punto de referencia se aproxima más hacia el extremo del frente real (punto de referencia 20300,16300, véase la figura 12 derecha), todos los valores H medio para los algoritmos I-NSGAI,  $r^{0,1}$ -NSGAI y  $r^{0,3}$ -NSGAI son cero igual que con el punto de referencia 17000,20500 en figura 9 derecha.

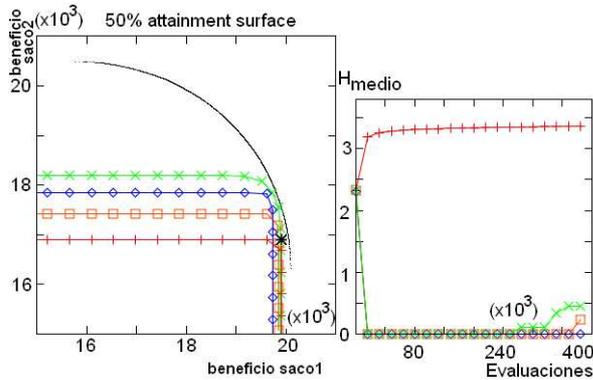


Fig. 11. Punto de referencia (19900,16900).

TABLA I

PUNTO DE REFERENCIA (17000,20500).

	$H_{medio}$	$H_{mejor}$	$H_{\sigma}$
g-NSGAI	3.412	3.431	0.012
I-NSGAI	0.000	0.000	0.000
$r^{0,1}$ -NSGAI	0.000	0.000	0.000
$r^{0,3}$ -NSGAI	0.000	0.000	0.000

TABLA II

PUNTO DE REFERENCIA EN CODO (19003,19500).

	$H_{medio}$	$H_{mejor}$	$H_{\sigma}$
g-NSGAI	3.705	3.705	0.000
I-NSGAI	3.635	3.648	0.007
$r^{0,1}$ -NSGAI	3.640	3.648	0.003
$r^{0,3}$ -NSGAI	3.670	3.682	0.005

TABLA III

PUNTO DE REFERENCIA (19900,16900).

	$H_{medio}$	$H_{mejor}$	$H_{\sigma}$
g-NSGAI	3.370	3.419	0.019
I-NSGAI	0.576	3.489	1.289
$r^{0,1}$ -NSGAI	0.457	3.459	1.167
$r^{0,3}$ -NSGAI	0.000	0.000	0.000

TABLA IV  
PUNTO DE REFERENCIA (20300,16300).

	$H_{medio}$	$H_{mejor}$	$H_{\sigma}$
g-NSGAI	3.243	3.258	0.008
I-NSGAI	0.000	0.000	0.000
r <sup>0,1</sup> -NSGAI	0.000	0.000	0.000
r <sup>0,3</sup> -NSGAI	0.000	0.000	0.000

## VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se comparan tres AEMOs, g-NSGAI (cambia la Pareto-dominancia por la g-dominancia en NSGAI), r-NSGAI (modifica la Pareto-dominancia por la r-dominancia en NSGAI) e I-NSGAI (varía la fase de selección en NSGAI). En todos los experimentos se utilizó el problema de la mochila multiobjetivo en variables binarias MOKP01.

Los resultados muestran que cuando un decisor sitúa el punto de referencia hacia el codo (zona central) del frente de Pareto del problema, para todos los algoritmos ensayados, en la fase final de la evolución las medidas de la 50% attainment surface y los valores de los hipervolumenes  $H$  medio son muy similares, aunque el valor  $H$  medio fue ligeramente mejor con g-NSGAI que el obtenido con el resto de algoritmos. Por otro lado, cuando el decisor desplaza el punto de referencia hacia los extremos del frente óptimo del problema, se aprecia claramente que el algoritmo g-NSGAI obtiene los mejores valores del hipervolumen  $H$  medio; este hecho se acentúa más cuanto más próximos estén situados los puntos de referencia de los valores extremos del frente de Pareto. También, con los puntos de referencia desplazados hacia los extremos del frente la 50% attainment surface, destaca que g-NSGAI posiciona mucho mejor que los otros algoritmos el sub-frente alcanzado de soluciones no-dominadas.

Por último, anotar que los resultados obtenidos sólo son aplicables al MOKP01 y animan utilizar, en futuro trabajo, otros problemas test afín de reforzar o puntualizar las conclusiones obtenidas en este trabajo.

## AGRADECIMIENTOS

Agradecemos el soporte económico del Departamento de Informática y Sistemas de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

## REFERENCIAS

- [1] L. Ben Said, S. Bechikh, K. Ghedira, *The r-Dominance: A New Dominance Relation for Interactive Evolutionary Multicriteria Decision Making*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 14(5), pages 801-818, 2010.
- [2] J. Branke, K. Deb, *Integrating User Preferences into Evolutionary Multi-Objective Optimization*, In Y. Yin, Knowledge Incorporation in Evolutionary Computation, pages 461-478, Heidelberg, Germany, Springer, 2005.
- [3] J. Branke, *Consideration of Partial User Preferences in Evolutionary Multiobjective Optimization*, In Branke et al. (Eds.): Multiobjective Optimization, LNCS Volume 5252, pages 157-178, 2008.
- [4] K. Deb, A. Pratap, S. Agrawal, T. Meyarivan., *A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm : NSGA-II*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Volume 6, n°2, pages 182-197, 2002.
- [5] K. Deb, J. Sundar, U. Bhaskara, S. Chaudhuri, *Reference Point Based Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*, International Journal of Computational Intelligence Research, Volume 2, n° 3, pages 273-286, 2006.
- [6] T. Friedrich, T. Kroeger, F. Neumann, *Weighted Preferences in Evolutionary Multi-Objective Optimization*, Proceedings of the 24th Australasian Joint Conference on Artificial Intelligence (AI 2011), Perth, WA, Australia, 2011.
- [7] C.M. Fonseca, P.J. Fleming, *On the performance assessment and comparison of stochastic multiobjective optimizers*, In H.M. Voigt et al. (Eds.), Parallel Problem Solving from Nature (PPSN-IV), pages 584-593, Berlin, Germany: Springer, 1996.
- [8] D. Greiner, B. Galván, J.M. Emperador, M. Méndez, G. Winter, *Introducing Reference Point Using g-Dominance in Optimum Design Considering Uncertainties: An Application in Structural Engineering*, In Ricardo H.C. Takahashi et al. (Eds.): Evolutionary Multi-Criterion Optimization 2011, Lecture Notes in Computer Science, Volume 6576, pages 389-403, 2011.
- [9] H. Ishibuchi, N. Tsukamoto, Y. Nojima, *Incorporation of Decision Maker's Preference into Evolutionary Multiobjective Optimization Algorithms*, GECCO 2006.
- [10] H. Ishibuchi, Y. Nojima, K. Narukawa, T. Doi, *Diversity Improvement by Non-Geometric Binary Crossover in Evolutionary Multiobjective Optimization*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Volume 14, n°6, pages 985-998, 2010.
- [11] J.D. Knowles, D.W. Corne, *A summary-attainment-surface plotting method for visualizing the performance of stochastic multiobjective optimizers*, Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on Intelligent Systems Design and Applications (ISDA V), pages 552-557, 2005.
- [12] M. Méndez, B. Galván, D. Salazar, D. Greiner, *Multiple-Objective Genetic Algorithm Using the Multiple Criteria Decision Making Method TOPSIS*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer Berlin, Volume 618, n° 3, pages 145-154, 2008.
- [13] J. Molina, L.V. Santana, A.G. Hernández-Díaz, C.A. Coello Coello, R. Caballero, *g-dominance: Reference point based dominance for multiobjective metaheuristics*, European Journal of Operational Research, Volume 19, n° 2, pages 685-692, 2009.
- [14] V. Pareto, *Cours D'Economie Politique*, Volumen I et II, F. Rouge, Lausanne, Suisse, 1896.
- [15] L. Rachmawati, D. Srinivasan, *Preference Incorporation in Multi-objective Evolutionary Algorithms: A Survey*, In Proc. IEEE Congress on Evolutionary Computation, pages 962-968, 2006.
- [16] L. Thiele, K. Miettinen, P.J. Korhonen, J. Molina, *A preference-based evolutionary algorithm for multiobjective optimization*, Evolutionary Computation, Volume 17, n°3, pages 411-436, 2009.
- [17] A.P. Wierzbicki, *The use of reference objectives in multiobjective optimization*, In G. Fandel and T. Gal (Eds.): Multiple Criteria Decision Making Theory and Applications, pages 468-486, Berlin, Springer-Verlag, 1980.
- [18] E. Zitzler, L. Thiele, *Multiobjective optimization using evolutionary algorithms - A comparative case study*, In A.E. Eiben et al. (Eds.): Parallel Problem Solving from Nature, LNCS, Volume 1498, pages 292-301, Springer, Heidelberg, 1998.
- [19] E. Zitzler, *Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications*, PhD thesis, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 1999.
- [20] E. Zitzler, D. Brockhoff, L. Thiele, *The Hypervolume Indicator Revisited: On the Design of Pareto-compliant Indicators Via Weighted Integration*, Lecture Notes in Computer Science, Volume 4403, pages 862-876, Springer Heidelberg, 2007.