



ASOCIACION ESPAÑOLA
DE INGENIERIA SISMICA



centre d'estudis de la construcció
i anàlisi de materials s.l.u.

Memorias

3^{er}

**CONGRESO
NACIONAL
DE INGENIERÍA
SÍSMICA**

Girona, 8-11 mayo 2007

Copyright © 2007 ASOCIACIÓN ESPAÑOLA DE INGENIERÍA SÍSMICA (AEIS)

CD-ROM con fichero en formato PDF

Editado y compilado por:
Juan-Bautista MARTINEZ-GUEVARA

Se pueden obtener copias de las Memorias del Congreso en:

Asociación Española de Ingeniería Sísmica

Almagro,42

E-28010-MADRID

Teléfono y Fax: +34 91 523 2685

<http://www.aeis.es/3cnis/>

<mailto:3cnis@aeis.es>

Depósito legal: **B-25112-2007**

ISBN: **978-84-96736-17-7**

Publicado por: CIMNE

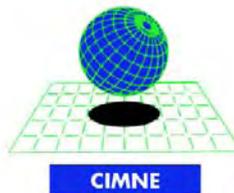
Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería

BARCELONA

Organiza:



Colaboradores:



Con el apoyo de:



Comité organizador

- Presidente:
 - **D. Alex H. Barbat (AEIS)**
- Vicepresidente:
 - **D. Miquel Matas Noguera (CECAM)**
- Directores:
 - **D. Xavier Goula Suriñach (AEIS)**
 - **D. Jaume Espígol Camps (CECAM)**
- Vocales:
 - **D. Antoni Roca Adrover (AEIS)**
 - **Dña. M. Mercè Pareta Marjanedas (CAATG)**
 - **Dña. María Hausen (AEIS)**
 - **Dña. Mia Masgrau Ventura (CECAM)**
 - **D. Juan-Bautista Martínez-Guevara (AEIS)**
 - **D. Eduard Bonmatí Lladó (CAATG)**

Comité científico

- **Prof. Enrique Alarcón**
- **Prof. Belén Benito**
- **Dr. Alberto Bernal**
- **Prof. Rafael Blázquez**
- **Prof. Elisa Buforn**
- **Prof. Ramón Capote**
- **Dr. Emilio Carreño**
- **Prof. Miquel Herraiz**
- **Prof. Ángel García Yagüe**
- **Dr. Mariano García**
- **Dr. Alfonso López-Arroyo**
- **Dr. Antonio Jesús Martín**
- **Prof. Sergio Oller**
- **Prof. Lluís Pujades**
- **Prof. Pere Santanach**
- **Prof. Carlos Sousa Oliveira**
- **Prof. Agustín Udías**
- **Dr. Julio Villacañas**

Sesiones

Sismicidad instrumental, registro y documentación histórica.

Peligrosidad sísmica, Tectónica Activa y Paleosismología.

Movimientos fuertes del suelo.

Efectos locales.

Vulnerabilidad sísmica.

Disipadores de energía.

Cálculo sísmico de estructuras.

Dinámica estructural y de suelos.

Control activo de estructuras.

Escenarios de daño - Planes de emergencia.

Observaciones pre y post terremoto.

Normativas.

Proyecto ISARD.

Conferencias

LOURENÇO, Paulo B.

"Improving the seismic resistance of cultural heritage buildings: concepts and recent developments"

BARD, Pierre-Yves

"Seismic hazard in urban environments: can man modify the hazard?"

ERDIK, M.

"Early warning and rapid damage assessment"

CALVI, G. Michele

"Displacement-based seismic design of concrete structures"

BLÁZQUEZ, Rafael

"Análisis frecuencial de los métodos de integración temporal en ingeniería sísmica"

LAGOMARSINO, S.

"Mechanical models for the vulnerability assessment of current buildings"

CARDONA, Omar Darío

"Modelización de pérdidas por terremoto con fines de predicción financiera"

BLÁZQUEZ, A.

"Análisis frecuencial de los métodos de integración temporal en ingeniería sísmica"

Dinámica estructural y de suelos.

R. BLÁZQUEZ Y J. ARIAS “Presiones sísmicas en muros de gravedad”

**T. ENOMOTO, T. YAMAMOTO, T. KIKUCHI, M. NAVARRO Y F. VIDAL
“Development of shaking force generator for estimation of dynamic characteristics”**

J. ESTAIRE Y V. CUÉLLAR “Ensayos dinámicos en mesa vibratoria de cimentaciones superficiales a escala sobre suelos granulares secos”

J.R. GARCÍA Y A. LEDESMA “Estimación del potencial de licuefacción de depósitos arenosos a partir de ensayos geotécnicos "in situ". Un análisis comparativo”

F. J. MOLINA, G. MAGONETTE, P. PEGON Y P. NEGRO “Ensayos sísmicos en el laboratorio ELSA de la Comisión Europea”

L.A. PADRÓN, O. MAESO Y J.J AZNÁREZ “Cálculo de impedancias dinámicas de cimentaciones pilotadas mediante un modelo numérico acoplado MEC-MEF”

R. PORRAS-SORIANO Y S. LÓPEZ-QUEROL “Nuevo método para evaluar el potencial de licuefacción de las arenas mediante el equipo de corte directo”

F.J. SÁNCHEZ-DULCET, J.L. RODRÍGUEZ Y M. HERRAIZ “Vibraciones auto-inducidas por trenes de alta velocidad: contribución del sistema terreno/tendido”

G.E. VALDEBENITO, Y A.C. APARICIO “Caracterización dinámica de puentes atirantados: un análisis comparativo”

**B. ZAPICO, F. J. MOLINA, G. MAGONETTE, B. VIACCOZ Y D. TIRELLI
“Comparación de las técnicas de ensayo en mesa vibrante y pseudodinámica en el proyecto NEFOREEE”**

CÁLCULO DE IMPEDANCIAS DINÁMICAS DE CIMENTACIONES PILOTADAS MEDIANTE UN MODELO NUMÉRICO ACOPLADO MEC-MEF

L.A. Padrón, O. Maeso y J.J Aznárez

Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería, División de Mecánica de los Medios Continuos, Edif. Central del Parque científico y tecnológico, Campus Universitario de Tafira, 35017 – Las Palmas de Gran Canaria, lpadron@iusiani.ulpgc.es

RESUMEN

En esta comunicación se presenta un método acoplado MEC-MEF para el análisis dinámico en régimen armónico de cimentaciones pilotadas. Los pilotes se modelan utilizando Elementos Finitos (MEF) como vigas según la hipótesis de Bernoulli, mientras el suelo es modelado usando Elementos de Contorno (MEC) como un medio continuo, semi-infinito, isótropo, homogéneo por zonas, lineal y viscoelástico. Los pilotes son considerados, desde el punto de vista de la representación integral del suelo, como fuerzas de volumen, no considerándose la discontinuidad del mismo. Debido al reducido número de grados de libertad, la formulación permite el análisis de encepados con gran número de pilotes. También pueden incluirse suelos estratificados o pilotes hincados en base rocosa. Con el objetivo de validar el modelo se han obtenido resultados de impedancias de pilotes y grupos de pilotes en diversas configuraciones geométricas, para suelos con diferentes estratigrafías. Algunos de los resultados obtenidos se han comparado con otros presentes en la literatura, encontrando un acuerdo excelente.

Palabras Clave: Pilotes, encepados de pilotes, impedancias dinámicas, interacción suelo-estructura, Acoplamiento MEC-MEF.

SUMMARY

This paper shows a BEM-FEM coupling model for the time harmonic dynamic analysis of piles and pile groups embedded in elastic soils. Piles are modelled using Finite Elements (FEM) as a beam according to the Bernoulli hypothesis, while the soil is modelled using Boundary Elements (BEM) as a continuum, semi-infinite, isotropic, homogeneous or zoned homogeneous, linear, viscoelastic medium. It is assumed that the soil continuity is not altered by the presence of the piles, and the tractions at the pile-soil interface are considered as a load-line applied within the half-space. Pile groups with a high number of members can be analyzed due to the low memory requirements. Different configurations, including soil strata, rigid rocky beds or hinged piles, can be taken into account. In order to validate the model, selected numerical results of time harmonic impedances of different pile groups configurations are evaluated, and some of them are contrasted with other reference values taken from the literature.

Key Words: Piles, pile groups, dynamic impedances, soil-structure interaction, BEM-FEM coupling.

Introducción

El análisis dinámico de pilotes y grupos de pilotes en el dominio de la frecuencia ha sido tratado por diversos autores. En muchas ocasiones se ha utilizado el Método de los Elementos de Contorno (MEC), combinado con diferentes formulaciones basadas en

funciones de Green para el semiespacio, para modelar el suelo; y el Método de los Elementos Finitos (MEF) para modelar los pilotes como vigas monodimensionales (p.e., Kaynia 1982; Pak & Jennings 1987; Rajapakse & Shah 1987; Sen, Davies & Banerjee 1985). Sin embargo, otras aproximaciones más rigurosas y versátiles en las que tanto el suelo como los pilotes son modelados haciendo uso del MEC han sido también desarrolladas y aplicadas. Por ejemplo, al análisis de hileras de pilotes como pantallas para impedir el paso de vibraciones fue presentado por Kattis, Polyzos & Beskos en 1999; y la obtención de impedancias dinámicas de cimentaciones pilotadas ha sido estudiada en Vinciprova, Aznárez, Maeso & Oliveto 2003 y Maeso, Aznárez & García 2005. El alto coste computacional es la principal desventaja de esta aproximación al problema.

Con el objetivo de reducir el número de grados de libertad del problema, se presenta un modelo numérico acoplado MEC-MEF para el análisis dinámico armónico de pilotes y grupos de pilotes en suelos elásticos. Este modelo recoge algunas ideas de un modelo estático presentado en Mendonça & Paiva 2000, Mendonça & Paiva 2003 y Matos Filho, Mendonça & Paiva 2005, en el que se asume que la continuidad del suelo no se ve alterada por la presencia de los pilotes y donde las tensiones en las interfases pilote-suelo son consideradas como cargas de volumen en la representación integral de Elementos de Contorno. De este modo, los pilotes se modelan haciendo uso del MEF como vigas monodimensionales según la hipótesis de Bernoulli, mientras el suelo se modela con el MEC como un medio continuo, isotrópico, homogéneo por zonas, lineal y viscoelástico. Se consideran condiciones de contorno soldadas en las interfases pilote-suelo. La formulación permite el análisis de problemas que incluyan estratigrafía, bases rocosas y cualquier topografía para la superficie. Además, dado que los contornos del pilote no necesitan ser discretizados, los requerimientos de memoria y tiempo de computación no son elevados.

Este trabajo comienza con una exposición de la formulación desarrollada. Para simplificar su exposición y facilitar la comprensión del modelo sólo se estudia la formulación en un semiespacio. A continuación una serie de resultados para diferentes configuraciones, entre los que se incluyen curvas de validación con otros modelos diferentes, son mostrados.

Objetivos

El primer objetivo de este trabajo es dar a conocer un modelo numérico acoplado MEC-MEF para el análisis dinámico armónico de cimentaciones pilotadas. En segundo lugar, se plantea el estudio de la influencia de la presencia de una base rígida y de la potencia del estrato en las curvas de impedancia dinámica de un grupo de pilotes.

Modelo de Elementos Finitos para el pilote

El comportamiento de un pilote sometido a cargas harmónicas puede ser descrito, en el dominio de la frecuencia y considerando un amortiguamiento interno nulo, por la ecuación

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\mathbf{u}^p = \mathbf{F}, \quad (1)$$

donde \mathbf{K} y \mathbf{M} son las matrices de rigidez y masa del pilote, ω es la frecuencia de la excitación, \mathbf{u}^p es el vector de amplitudes de las traslaciones y rotaciones nodales y \mathbf{F} es el vector de amplitudes de las fuerzas nodales.

Los pilotes se modelan como vigas verticales de Bernoulli y son discretizadas haciendo uso del elemento finito de 3 nodos mostrado en la figura 1, en el que se definen 13 grados de libertad: dos desplazamientos verticales y un desplazamiento horizontal en cada nodo, y dos rotaciones θ en cada uno de los extremos, uno alrededor del eje x_1 y el otro alrededor del eje x_2 .

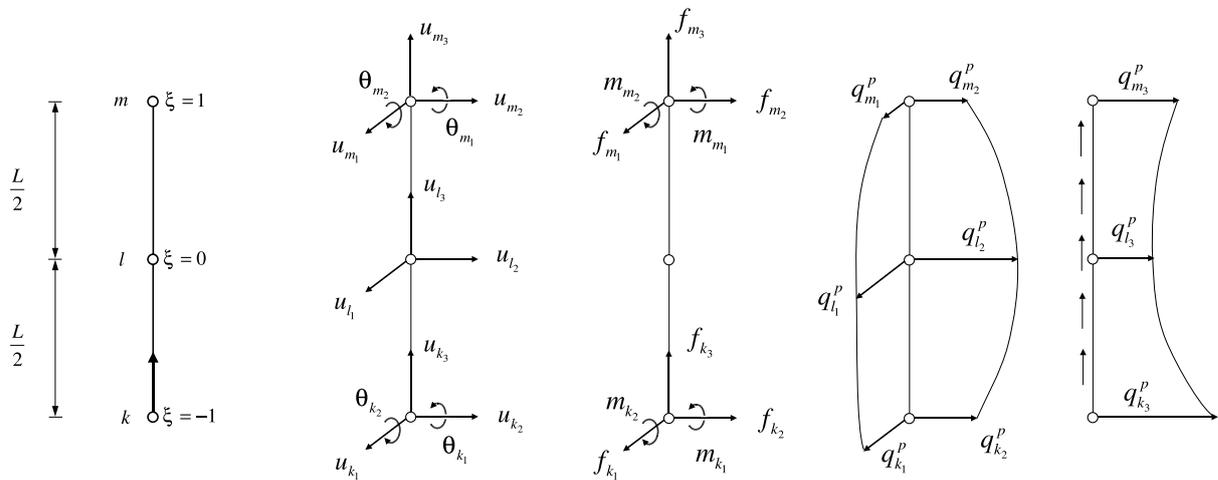


Fig. 1. Definición del elemento finito y fuerzas externas definidas sobre el elemento genérico.

Los desplazamientos laterales u_1 y u_2 a lo largo del elemento son aproximados a través de un conjunto de funciones de forma de cuarto grado, mientras que los desplazamientos verticales u_3 son aproximados por uno de segundo grado. De este modo,

$$u_i = \varphi_1 u_{k_i} + \varphi_2 \theta_{k_i} + \varphi_3 u_{l_i} + \varphi_4 u_{m_i} + \varphi_5 \theta_{m_i}; \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

$$u_3 = \phi_1 u_{k_3} + \phi_2 u_{l_3} + \phi_3 u_{m_3}, \quad (3)$$

donde

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \xi \left(-\frac{3}{4} + \xi + \frac{1}{4} \xi^2 - \frac{1}{2} \xi^3 \right) \\ \varphi_2 &= \frac{1}{4} \xi (-1 + \xi + \xi^2 - \xi^3) & \varphi_4 &= \frac{1}{2} \xi (\xi - 1) \\ \varphi_3 &= 1 + 2\xi^2 + \xi^4 & \varphi_5 &= 1 - \xi^2, \\ \varphi_4 &= \xi \left(\frac{3}{4} + \xi - \frac{1}{4} \xi^2 - \frac{1}{2} \xi^3 \right) & \phi_3 &= \frac{1}{2} \xi (\xi + 1) \\ \varphi_5 &= \frac{1}{4} \xi (-1 - \xi + \xi^2 + \xi^3) \end{aligned} \quad (4)$$

siendo ξ la coordenada elemental adimensional que varía entre -1 y +1.

Las submatrices de rigidez y de masa para este elemento pueden ser obtenidas haciendo uso del principio de los desplazamientos verticales, y pueden encontrarse, junto con una exposición más detallada de esta formulación, en Padrón, Aznárez & Maeso 2007. Por otro lado, las fuerzas actuantes sobre el pilote que se consideran son: fuerzas y momentos aplicados en la cabeza (\mathbf{F}_{top}), una fuerza axial sobre la punta del pilote (\mathbf{F}_p) y una

distribución de tensiones de interacción suelo-pilote \mathbf{q}^p actuando a lo largo del fuste. Del producto de estas tensiones distribuidas por la matriz \mathbf{Q} que transforma las componentes de la distribución en fuerzas nodales equivalentes, se obtiene el vector de fuerzas nodales equivalentes \mathbf{F}^{eq} . De este modo, el vector de fuerzas nodales puede ser descompuesto como $\mathbf{F} = \mathbf{F}_{top} + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}^{eq}$.

Las fuerzas externas definidas sobre un elemento genérico están esquematizadas en la figura 1. La distribución \mathbf{q}^p es aproximada por el conjunto de funciones de forma ϕ definidos en (4) como

$$q_i = \phi_1 q_{k_i} + \phi_2 q_{l_i} + \phi_3 q_{m_i} ; \quad i = 1, 2, 3 . \quad (5)$$

Una vez que el pilote ha sido discretizado, pueden obtenerse las matrices globales correspondientes, con lo que se podrá escribir la ecuación

$$\bar{\mathbf{K}}\mathbf{u}^p = \mathbf{F}_{top} + \mathbf{F}_p + \mathbf{Q}\mathbf{q}^p , \quad (6)$$

Modelo de Elementos de contorno para el suelo

El suelo es modelado, haciendo uso del MEC, como un medio lineal, homogéneo, isotrópico y viscoelástico con un módulo de rigidez transversal complejo μ del tipo $\mu = \text{Re}[\mu](1 + 2i\xi)$, donde ξ es el coeficiente de amortiguamiento e $i = \sqrt{-1}$. La ecuación integral de contorno para un estado armónico elastodinámico definido en el dominio Ω con contorno Γ puede ser escrita, de manera condensada y general, como

$$\mathbf{c}^k \mathbf{u}^k + \int_{\Gamma} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \mathbf{X} d\Omega , \quad (7)$$

donde \mathbf{c}^k es la matriz de términos libres para el punto de colocación 'k', que es una matriz diagonal con un 1 en filas correspondientes a puntos internos y un 0.5 en filas correspondientes a puntos situados sobre un contorno suave; \mathbf{X} representa las fuerzas de volumen en el dominio Ω ; \mathbf{u} y \mathbf{p} son los vectores de desplazamientos y tensiones; y \mathbf{u}^* y \mathbf{p}^* son los tensores de la solución fundamental elastodinámica en desplazamientos y tensiones respectivamente debidos a una carga puntual armónica aplicada sobre un punto 'k':

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{p} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{u}^* = \begin{bmatrix} u_{11}^* & u_{12}^* & u_{13}^* \\ u_{21}^* & u_{22}^* & u_{23}^* \\ u_{31}^* & u_{32}^* & u_{33}^* \end{bmatrix}; \quad \mathbf{p}^* = \begin{bmatrix} p_{11}^* & p_{12}^* & p_{13}^* \\ p_{21}^* & p_{22}^* & p_{23}^* \\ p_{31}^* & p_{32}^* & p_{33}^* \end{bmatrix} . \quad (8)$$

La solución fundamental utilizada en este trabajo es la correspondiente al espacio completo debido a que no existe una expresión cerrada para la solución fundamental del semiespacio, que requiere procedimientos aproximados para su evaluación. Por este motivo, la superficie libre debe ser discretizada pero, en la práctica, solo una pequeña región alrededor de la cimentación tiene que ser incluida en el modelo para obtener buenos resultados.

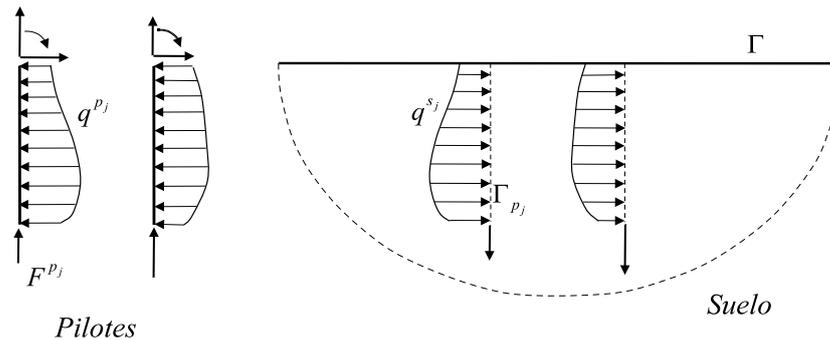


Fig. 2. Representación de las líneas de carga.

Generalmente, las fuerzas de volumen \mathbf{X} son consideradas nulas en la mayor parte de los problemas elastodinámicos. En este trabajo, por el contrario, la interacción pilote-suelo es reemplazada por una fuerza interna puntual en la punta del pilote y unas líneas de carga internas al dominio situadas a lo largo del eje de cada uno. Al mismo tiempo, se asume que la continuidad del suelo no se ve alterada por la presencia de los pilotes. Las líneas de carga \mathbf{q}^{s_j} en el suelo y su relación con las tensiones \mathbf{q}^{p_j} se representan en la figura 2 junto con las fuerzas internas puntuales. De este modo, la ecuación (7) puede ser escrita como

$$\mathbf{c}^k \mathbf{u}^k + \int_{\Gamma} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma + \sum_{j=1}^{n_p} \left[\int_{\Gamma_{p_j}} \mathbf{u}^* \mathbf{q}^{s_j} d\Gamma_{p_j} - \mathbf{\Phi}_k^j F_{p_j} \right], \quad (9)$$

donde Γ_{p_j} es la interfase entre el suelo y el pilote j , n_p es el número total de pilotes y $\mathbf{\Phi}_k^j$ es un vector de tres componentes que representa la contribución de la fuerza axial F_{p_j} en la punta del pilote j , cuando la carga concentrada es aplicada sobre el punto 'k'. A partir de aquí, y para simplificar la notación utilizada en esta ponencia, se considerará el caso de una cimentación pilotada embebida en un semiespacio, facilitándose así la comprensión del modelo.

Los contornos Γ son discretizados utilizando elementos triangulares y cuadriláteros de 6 y 9 nodos respectivamente (ver Domínguez 1993). Una vez que los contornos han sido discretizados y que la ecuación (9) ha sido escrita para todos los nodos en Γ , la ecuación puede ser expresada en forma matricial. De este modo, considerando condición de contorno de superficie libre ($\mathbf{p} = 0$), la ecuación

$$\mathbf{H}^{ss} \mathbf{u}^s - \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{G}^{sp_j} \mathbf{q}^{s_j} + \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{\Phi}^{sj} F_{p_j} = 0, \quad (10)$$

donde \mathbf{u}^s es el vector de desplazamientos nodales en los contornos, \mathbf{H}^{ss} es la matriz obtenida de la integración del producto de la solución fundamental elastodinámica en tensiones por las funciones de forma de los elementos de contorno sobre Γ , y \mathbf{G}^{ss_j} es la matriz obtenida de la integración del producto de la solución fundamental en desplazamientos por las funciones de forma de los elementos finitos sobre Γ_{p_j} , cuando la carga unidad está aplicada sobre Γ . Por otro lado, la ecuación (9) puede ser aplicada también en puntos internos de un pilote, por lo que, para un cierto pilote i , se puede escribir

$$\mathbf{u}_k^{p_i} + \mathbf{H}^{p_i s} \mathbf{u}^s - \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{G}^{p_i p_j} \mathbf{q}^{s_j} + \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{\Phi}^{p_i j} F_{p_j} = 0, \quad (11)$$

donde $\mathbf{u}_k^{p_i}$ es el vector de desplazamientos nodales en el nodo 'k' del pilote i donde la carga unidad está aplicada, $\mathbf{H}^{p_i s}$ es la matriz obtenida de la integración del producto de la solución fundamental elastodinámica en tensiones por las funciones de forma de los elementos de contorno sobre Γ , y $\mathbf{G}^{p_i p_j}$ es la matriz obtenida de la integración, sobre el pilote j , del producto de la solución fundamental en desplazamientos por las funciones de forma de los elementos finitos, cuando la carga unitaria está aplicada sobre el pilote i .

Además, dado que se tiene en cuenta la incógnita carga en punta, es necesario escribir una ecuación más, que es obtenida de aplicar la carga unitaria en dirección x_3 sobre el punto de coordenada adimensional $\xi = -0.5$ perteneciente al elemento inferior de cada pilote (siempre que éste no esté hincado en una base rocosa con desplazamiento conocido). De este modo, se obtiene la ecuación matricial

$$\mathbf{D}^T \mathbf{u}_b^{p_i} + \mathbf{H}_e^{p_i s} \mathbf{u}^s - \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{G}_e^{p_i p_j} \mathbf{q}^{s_j} + \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{\Phi}_{b_3}^{p_i j} F_{p_j} = 0, \quad (12)$$

donde $\mathbf{u}_b^{p_i}$ es el vector de desplazamientos nodales en el elemento inferior del pilote i donde la carga unitaria es aplicada, $\mathbf{H}_e^{p_i s}$ es un vector obtenido de la integración, sobre el pilote j , del producto de la solución fundamental en tensiones por las funciones de forma de los elementos de contorno sobre Γ , y $\mathbf{G}_e^{p_i p_j}$ es el vector obtenido de la integración del producto de la solución fundamental en desplazamientos por las funciones de forma de los elementos finitos, cuando la carga unitaria está aplicada sobre el punto extra del pilote i . \mathbf{D}^T es $1/8\{0,0,3,0,0,6,0,0,-1\}$.

La obtención de los términos relacionados con la integración sobre las líneas de carga, así como los términos \mathbf{Y} , han sido expuestos en detalle en Padrón, Aznárez & Maeso 2007. La obtención del resto de términos se expone en Chirino, Maeso & Aznárez 2000 y Li, Han y Mang 1985.

Acoplamiento MEC-MEF

A continuación, un sistema de ecuaciones debe ser montado a partir de las ecuaciones anteriores. Las variables que permitirán realizar el acoplamiento entre el pilote y el suelo son las tensiones $\mathbf{q}^{s_j} = -\mathbf{q}^{p_j}$ a lo largo de la interfaz pilote-suelo y los desplazamientos \mathbf{u}^{p_j} del pilote j . De este modo, aplicando condiciones de compatibilidad y equilibrio, las ecuaciones (6), (10), (11) y (12) pueden ser reordenadas como un sistema de ecuaciones lineales de la forma $\mathbf{Ax} = \mathbf{B}$ donde \mathbf{B} es el vector de lado derecho obtenido después de aplicar las condiciones de contorno,

$$\mathbf{x} = \{\mathbf{u}^s, \mathbf{q}^{s_1}, \mathbf{q}^{s_2}, \dots, \mathbf{q}^{s_n}, F_{p_1}, F_{p_2}, \dots, F_{p_n}, \bar{\mathbf{u}}^{p_1}, \bar{\mathbf{u}}^{p_2}, \dots, \bar{\mathbf{u}}^{p_n}\}^T, \quad (13)$$

y \mathbf{A} es la matriz de coeficientes

$$\begin{bmatrix}
 \mathbf{H}^{ss} & -\mathbf{G}^{sp_1} & -\mathbf{G}^{sp_2} & \dots & -\mathbf{G}^{sp_n} & \mathbb{H}^{s1} & \mathbb{H}^{s2} & \dots & \mathbb{H}^{sn} & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 \mathbf{H}^{p_1s} & -\mathbf{G}^{p_1p_1} & -\mathbf{G}^{p_1p_2} & \dots & -\mathbf{G}^{p_1p_n} & \mathbb{H}^{p_1^1} & \mathbb{H}^{p_1^2} & \dots & \mathbb{H}^{p_1^n} & \mathbf{C}'_{p_1} & 0 & \dots & 0 \\
 \mathbf{H}^{p_2s} & -\mathbf{G}^{p_2p_1} & -\mathbf{G}^{p_2p_2} & \dots & -\mathbf{G}^{p_2p_n} & \mathbb{H}^{p_2^1} & \mathbb{H}^{p_2^2} & \dots & \mathbb{H}^{p_2^n} & 0 & \mathbf{C}'_{p_2} & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 \mathbf{H}^{p_ns} & -\mathbf{G}^{p_np_1} & -\mathbf{G}^{p_np_2} & \dots & -\mathbf{G}^{p_np_n} & \mathbb{H}^{p_n^1} & \mathbb{H}^{p_n^2} & \dots & \mathbb{H}^{p_n^n} & 0 & 0 & \dots & \mathbf{C}'_{p_3} \\
 \mathbf{H}_e^{p_1s} & -\mathbf{G}_e^{p_1p_1} & -\mathbf{G}_e^{p_1p_2} & \dots & -\mathbf{G}_e^{p_1p_n} & \mathbb{H}_{b_3}^{p_1^1} & \mathbb{H}_{b_3}^{p_1^2} & \dots & \mathbb{H}_{b_3}^{p_1^n} & \mathbf{D}'_{p_1} & 0 & \dots & 0 \\
 \mathbf{H}_e^{p_2s} & -\mathbf{G}_e^{p_2p_1} & -\mathbf{G}_e^{p_2p_2} & \dots & -\mathbf{G}_e^{p_2p_n} & \mathbb{H}_{b_3}^{p_2^1} & \mathbb{H}_{b_3}^{p_2^2} & \dots & \mathbb{H}_{b_3}^{p_2^n} & 0 & \mathbf{D}'_{p_2} & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
 \mathbf{H}_e^{p_ns} & -\mathbf{G}_e^{p_np_1} & -\mathbf{G}_e^{p_np_2} & \dots & -\mathbf{G}_e^{p_np_n} & \mathbb{H}_{b_3}^{p_n^1} & \mathbb{H}_{b_3}^{p_n^2} & \dots & \mathbb{H}_{b_3}^{p_n^n} & 0 & 0 & \dots & \mathbf{D}'_{p_3} \\
 0 & \mathbf{Q}^{p_1} & 0 & \dots & 0 & \mathbf{I}' & 0 & \dots & 0 & \overline{\mathbf{K}}^{p_1} & 0 & \dots & 0 \\
 0 & 0 & \mathbf{Q}^{p_2} & \dots & 0 & 0 & \mathbf{I}' & \dots & 0 & 0 & \overline{\mathbf{K}}^{p_2} & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{Q}^{p_n} & 0 & 0 & \dots & \mathbf{I}' & 0 & 0 & \dots & \overline{\mathbf{K}}^{p_n}
 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Impedancia dinámica de pilotes y grupos de pilotes

Los términos K_{ij} de la matriz de impedancia dinámica relacionan el vector de fuerzas (y momentos) aplicado en la cabeza del pilote con el vector de desplazamientos (y giros) resultantes en el mismo punto. Para un grupo de pilotes, se asume que las cabezas de los pilotes están unidas por un encepado rígido, de tal modo que la impedancia de la cimentación es la contribución de las impedancias de cada miembro. La figura 3 ilustra el problema, donde L y d son la longitud y diámetro de los pilotes y s es la distancia entre dos pilotes adyacentes.

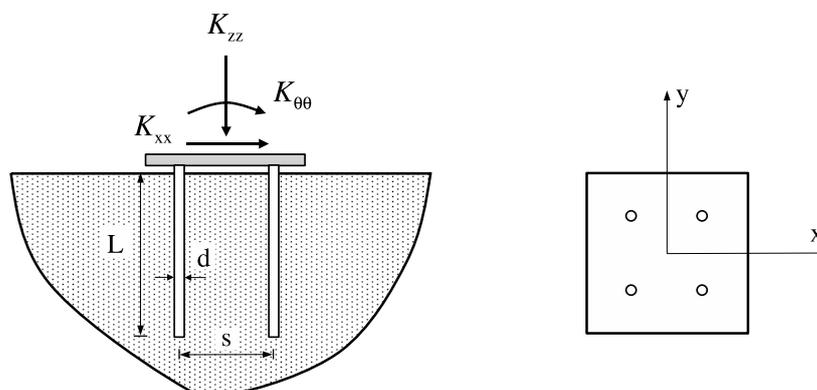


Fig. 3. Grupo de 2x2 pilotes en un semi-espacio. Definición de la geometría del problema.

Los términos de la impedancia dinámica para un problema armónico son función de la frecuencia ω y son normalmente expresados como

$$K_{ij} = k_{ij} + i a_o c_{ij}; \quad a_o = \frac{\omega d}{c_s}, \quad (15)$$

donde k_{ij} y c_{ij} son los coeficientes de rigidez y amortiguamiento dinámicos para la frecuencia adimensional a_o , y c_s es la velocidad de la onda S en el medio de referencia.

Resultados

A continuación se presentan dos bloques de resultados para impedancias dinámicas horizontales de pilotes y grupos de pilotes: (i) cimentaciones embebidas en un semiespacio, y (ii) cimentaciones embebidas en un estrato sobre base rígida. Para el caso de cimentaciones en un semiespacio, y a modo de validación, se comparan los resultados obtenidos con los presentados por Kaynia en 1982.

En los ejemplos estudiados, las propiedades asignadas al suelo (s) y a los pilotes (p) son: coeficiente de amortiguamiento en el suelo $\beta = 0.05$, relación entre las densidades $\rho_s/\rho_p = 0.7$, coeficiente de Poisson $\nu_s = 0.4$ y relación entre módulos de elasticidad $E_p/E_s = 10^3$. La relación de esbeltez de los pilotes es $L/d = 15$. La figura 4 muestra, a modo de ejemplo, un esquema de la discretización utilizada para obtener los resultados de un grupo de 2x2 pilotes hincados sobre una base rocosa, con una relación $s/d = 10$. Dado que el código desarrollado incorpora propiedades de simetría, sólo es necesario discretizar un cuarto de la geometría real del problema. Además, otra ventaja del modelo es la posibilidad de alterar el número o posición de los pilotes sin necesidad de modificar la discretización de las superficies. La cantidad de superficie libre discretizada es tres veces la longitud de los pilotes, que se modelan utilizando 8 elementos finitos.

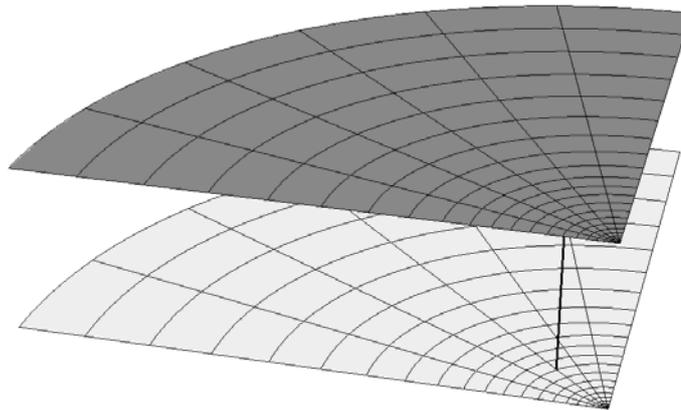


Fig. 4. Esquema de la discretización utilizada para el estudio de un grupo de 2x2 pilotes hincado sobre base rígida.

La figura 5 presenta los coeficientes de rigidez y amortiguamiento dinámicos de un pilote simple embebido en un semiespacio y sometido a un desplazamiento unitario horizontal, con giro impedido, en su cabeza. Además, se comparan con los resultados ofrecidos por Kaynia. Por otro lado, la figura 6 presenta los coeficientes de rigidez y amortiguamiento dinámicos de un pilote simple en un estrato sobre base rígida. Los resultados han sido obtenidos para relaciones entre potencia del estrato y longitud del pilote $H/L = 1$ (Pilote hincado), 1.5 y 2. En la misma figura se muestran también la curva correspondiente al semiespacio y una ampliación en el rango de frecuencia adimensional de 0.0 a 0.4, con el objetivo de identificar claramente los valles con las frecuencias propias del estrato. Efectivamente, en todos los casos puede apreciarse con claridad el efecto de los dos primeros modos asociados a la onda de corte (con velocidad de propagación en el medio c_s) y el primer modo asociado a la onda volumétrica P (con velocidad de propagación c_p). Los siguientes modos pueden apreciarse en algunos de los casos. En las tablas 1, 2 y 3 se comparan los valores analíticos y numéricos de las dos primeras frecuencias naturales del estrato asociadas a la onda de corte S y la primera frecuencia asociada a la onda volumétrica P. Los valores analíticos han sido obtenidos para un estrato sin amortiguamiento. Se presenta una tabla para cada relación H/L . Todos los resultados están presentados respecto de la frecuencia adimensional definida en la ecuación (15).

	Frecuencia natural del estrato asociado a la onda		
	de corte (S)		volumétrica (P)
	$a_{o(1)}$	$a_{o(2)}$	$a_{o(1)}$
Analítica	0.105	0.314	0.257
Numérica con pilote embebido	0.115	0.330	0.245

Tabla 1. Comparación de frecuencias naturales. $H/L = 1$.

	Frecuencia natural del estrato asociado a la onda		
	de corte (S)		volumétrica (P)
	$a_{o(1)}$	$a_{o(2)}$	$a_{o(1)}$
Analítica	0.070	0.209	0.171
Numérica con pilote embebido	0.080	0.220	0.175

Tabla 2. Comparación de frecuencias naturales. $H/L = 1.5$.

	Frecuencia natural del estrato asociado a la onda		
	de corte (S)		volumétrica (P)
	$a_{o(1)}$	$a_{o(2)}$	$a_{o(1)}$
Analítica	0.052	0.157	0.127
Numérica con pilote embebido	0.060	0.155	0.118

Tabla 3. Comparación de frecuencias naturales. $H/L = 2$.

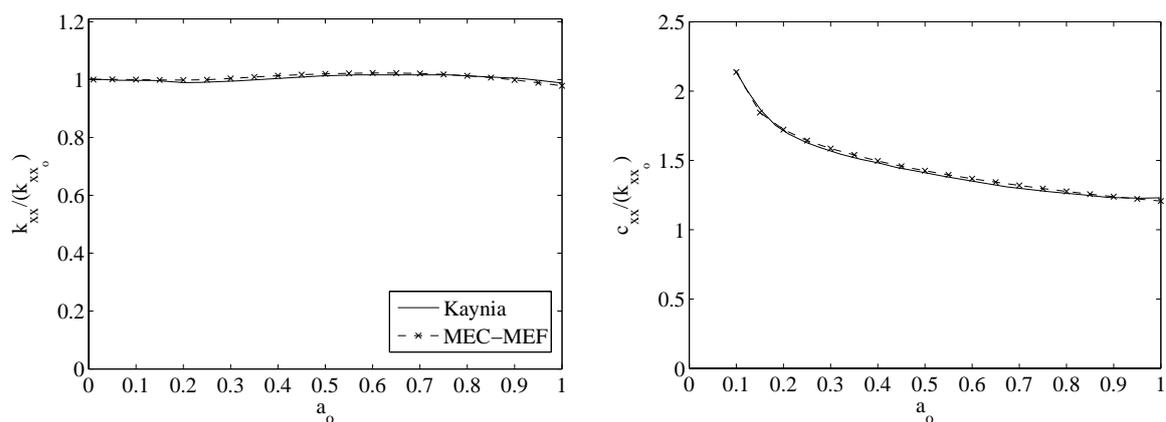


Fig. 5. Impedancia horizontal de un pilote simple en un semiespacio. Comparación.

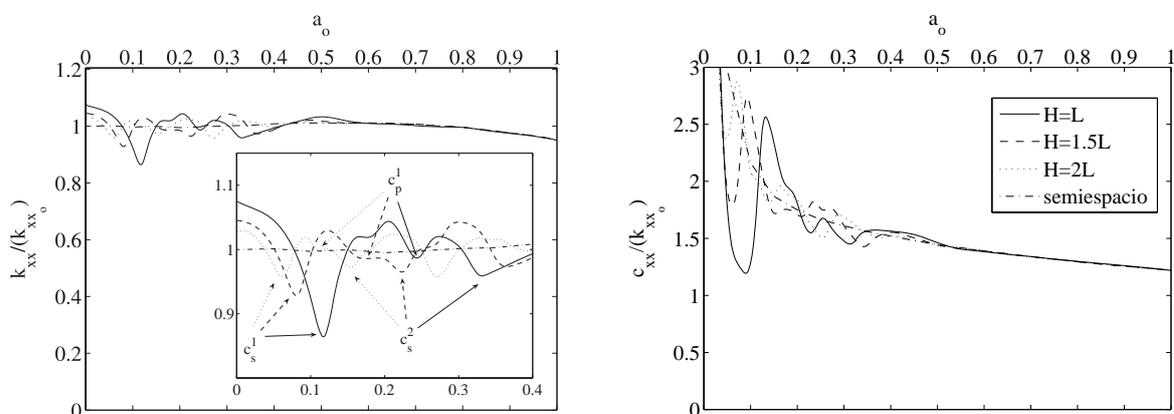


Fig. 6. Impedancia horizontal de un pilote simple de longitud L en un estrato de potencia H sobre base rígida.

Las figuras 7 y 8 muestran los coeficientes de rigidez y amortiguamiento dinámicos horizontales para grupos de 2x2 y 3x3 pilotes embebidos en un semiespacio, con relaciones $s/d = 2, 5$ y 10 . El valor de la impedancia ha sido adimensionalizado respecto a la rigidez estática de un pilote simple en el mismo semiespacio ($k_{xx_0}^s$) multiplicada por el número de pilotes (N) del grupo. Los resultados se comparan con los ofrecidos por Kaynia.

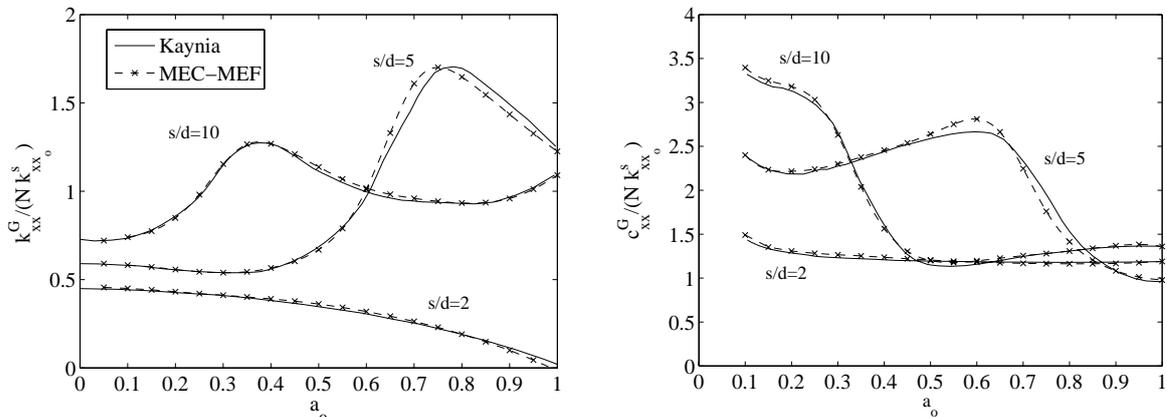


Fig. 7. Impedancia horizontal de un grupo de 2x2 pilotes en un semiespacio. Comparación.

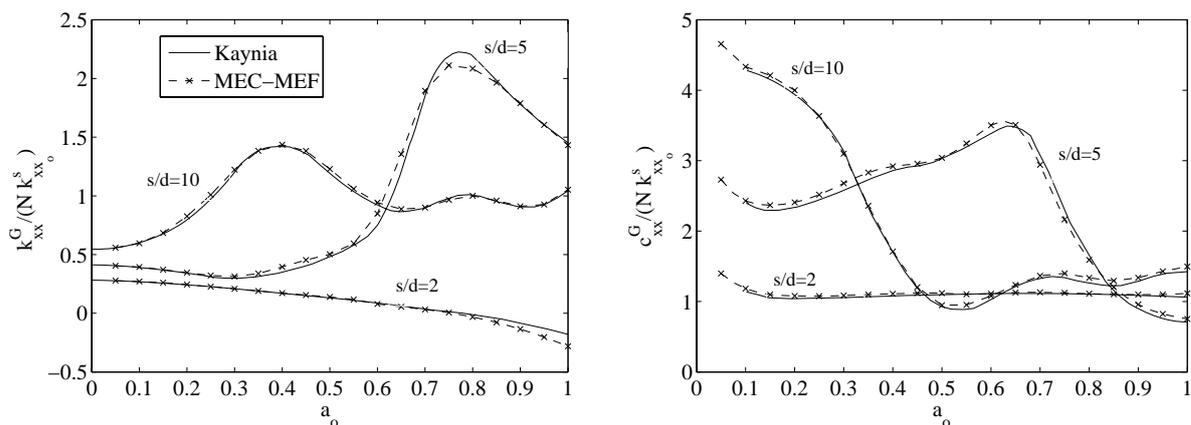


Fig. 8. Impedancia horizontal de un grupo de 3x3 pilotes en un semiespacio. Comparación.

Las figuras 9, 10 y 11 presentan los coeficientes de rigidez y amortiguamiento dinámicos horizontales para un grupo de 2x2 pilotes en un estrato sobre base rígida con relaciones $s/d = 2, 5$ y 10 respectivamente. Los resultados han sido obtenidos para relaciones entre potencia del estrato y longitud del pilote $H/L = 1, 1.5$ y 2 .

Como era de esperar, puede observarse claramente la importancia del efecto de la presencia de la base rígida sobre la respuesta de la cimentación pilotada. Este efecto disminuye al aumentar la potencia del estrato, pero en todos los caso es mucho más importante a bajas que a altas frecuencias, donde su efecto se hace casi inapreciable. Por otro lado, se aprecia una clara desrigidización del sistema en frecuencias en torno a las primeras frecuencias naturales de los estratos, que quedan así bien definidas. Aún así, la tendencia de las curvas es la misma que la de las cimentaciones en un semiespacio, y el efecto de grupo sigue dominando la respuesta, aunque la importancia de la influencia de la presencia de una base rígida crece con la separación entre pilotes.

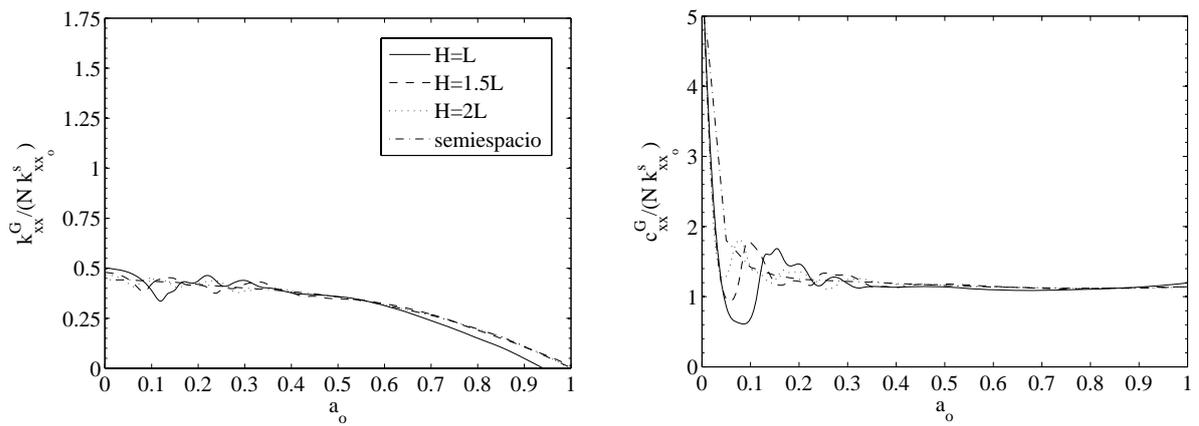


Fig. 9. Impedancia horizontal de un grupo de 2x2 pilotes de longitud L en un estrato de potencia H sobre base rígida. $s/d = 2$.

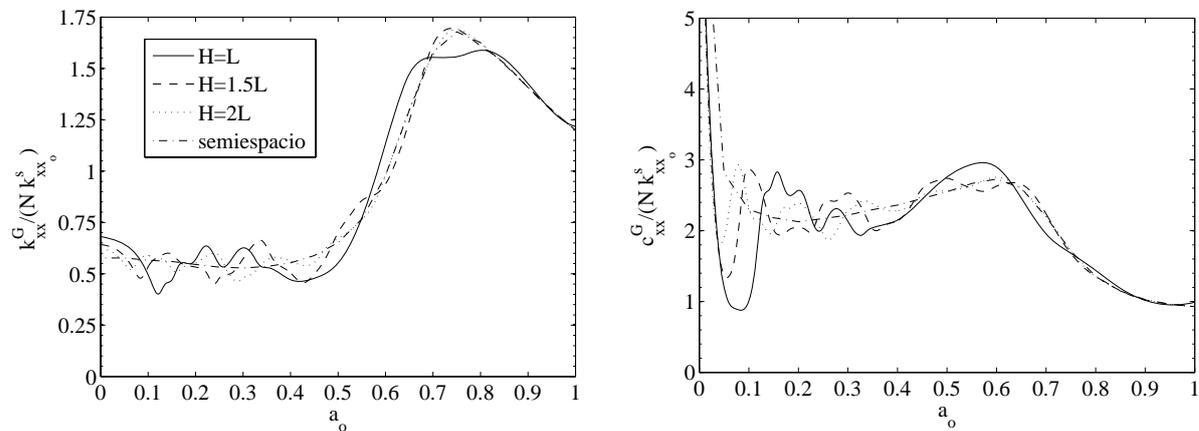


Fig. 10. Impedancia horizontal de un grupo de 2x2 pilotes de longitud L en un estrato de potencia H sobre base rígida. $s/d = 5$.

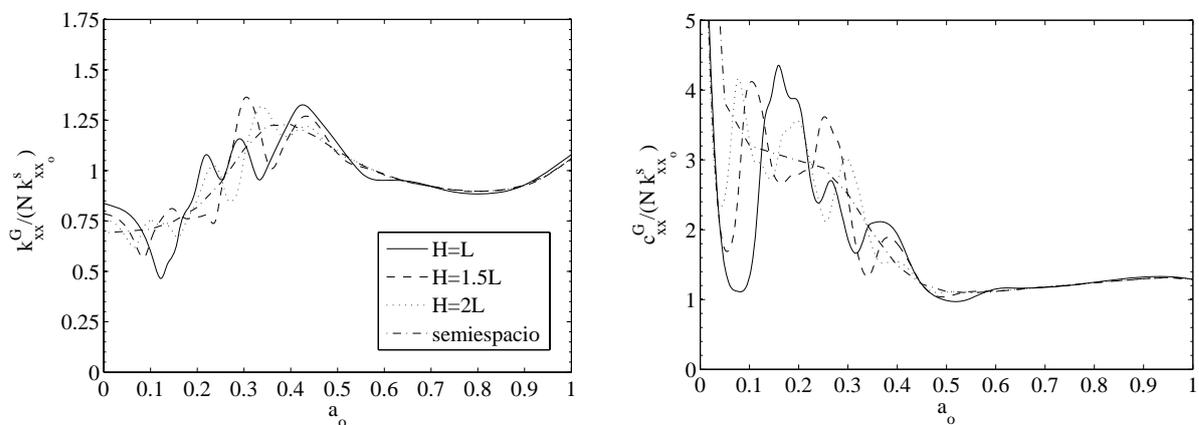


Fig. 11. Impedancia horizontal de un grupo de 2x2 pilotes de longitud L en un estrato de potencia H sobre base rígida. $s/d = 10$.

Conclusiones

En este trabajo se ha presentado un modelo numérico acoplado de Elementos de Contorno y Elementos Finitos para el análisis dinámico de pilotes y grupos de pilotes embebidos en un semiespacio o en un terreno estratificado. Los pilotes han sido modelados utilizando elementos finitos monodimensionales de 3 nodos como una viga de Bernoulli. Por otro lado, el suelo ha sido modelado con Elementos de Contorno como un medio continuo, semi-infinito, isotrópico, homogéneo por zonas, lineal y viscoelástico. Desde el punto de vista del suelo, la presencia de los pilotes es reemplazada por fuerzas de volumen: una fuerza interna puntual en la punta del pilote y unas líneas de carga a lo largo de sus ejes. De este modo, no es necesario discretizar el contorno real de los pilotes. Tras plantear las ecuaciones correspondientes, las incógnitas en puntos internos (desplazamientos y tensiones) son vinculadas en virtud de los principios de compatibilidad y equilibrio, obteniéndose un sistema de ecuaciones lineal.

La principal ventaja de este modelo es su capacidad para analizar el comportamiento dinámico de los pilotes con relativamente pocos grados de libertad, lo que se traduce en bajos tiempos de computación y requerimientos de memoria en comparación con otros métodos. Además, la discretización del terreno (de superficie no necesariamente plana) no tiene que ser variada para estudiar distintas configuraciones del encepado. Por todo esto, el análisis del comportamiento dinámico de encepados con gran número de pilotes en terrenos con estratigrafías complejas puede ser llevado a cabo.

Algunos resultados de impedancias dinámicas horizontales de un pilote simple y grupos de 2x2 y 3x3 pilotes, con diferentes separaciones entre pilotes adyacentes, han sido presentados en comparación con otros resultados bien conocidos, obteniéndose un acuerdo excelente. Por otro lado, se ha estudiado la influencia de la presencia de una base rígida y de la potencia del estrato, incluyendo el caso de pilotes hincados. En todos los casos ha podido constatarse que la tendencia de las curvas sigue la del caso de una cimentación embebida en el semiespacio, si bien el efecto de la base rígida aparece claramente definido. En frecuencias situadas en torno a las primeras frecuencias naturales de los estratos existe un importante efecto desrigidizador, si bien en la respuesta de un grupo de 2x2 pilotes, el efecto de grupo sigue teniendo un papel predominante. Además, los efectos asociados a la presencia de una base rígida son más importantes a bajas que a altas frecuencias, donde su influencia es casi inapreciable.

Referencias:

- Chirino F., Maeso O. & Aznárez J.J. (2000), "Una técnica simple para el cálculo de las integrales en el sentido del valor principal en el MEC 3D", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. 16(1), pp. 77-95.
- Domínguez J. (1993), "Boundary elements in dynamics", Southampton, New York, Computational Mechanics Publications & Elsevier Applied Science.
- Kaynia A.M. (1982), "Dynamic stiffness and seismic response of pile groups", Research Report R83-03. Massachusetts Institute of Technology. Cambridge, Mass.
- Kattis S.E., Polyzos D. & Beskos D.E. (1999), "Vibration isolation by a row of piles using a 3-D Frequency domain BEM", *Int J Numer Meth Eng*, Vol. 46, pp. 713-28.
- Kattis S.E., Polyzos D. & Beskos D.E. (1999), "Modelling of pile wave barriers by effective trenches and their screening effectiveness", *Soil Dyn Earthq Eng*, Vol. 18, pp. 1-10.

- Li H.B., Han G.M. & Mang H.A. (1985), "A new method for evaluation singular integrals in stress analysis of solids by the Direct Boundary Element Method", *Int J Numer Meth Eng*, Vol. 21, pp. 2071-98.
- Maeso O., Aznárez J.J. & García F. (2005), "Dynamic impedances of piles and groups of piles in saturated soils", *Comput Struct*, Vol. 83, pp. 769-82.
- Matos Filho R., Mendonça A.V. & Paiva J.B. (2005). "Static boundary element analysis of piles submitted to horizontal and vertical loads", *En Anal Boundary Elem*, Vol. 29, pp. 195-203.
- Mendonça A.V. & de Paiva J.B. (2000), "A boundary element method for the static analysis of raft foundations on piles", *Eng Anal Boundary Elem*, Vol. 24, pp. 237-47.
- Mendonça A.V. & Paiva J.B. (2003), "An elastostatic FEM/BEM analysis of vertically loaded raft and piled raft foundation", *Eng Anal Boundary Elem*, Vol. 27, pp.919-33.
- Padrón L.A., Aznárez J.J. & Maeso O. (2007), "BEM-FEM coupling model for the dynamic análisis of piles and pile groups", *Eng Anal Boundary Elem*, *In Press*.
- Pak R.S.Y. & Jennings P.C. (1987), "Elastodynamic response of the pile under transverse excitacion", *J Eng Mech, ASCE*, Vol. 113(7), pp. 1101-16.
- Rajapakse R.K.N.D. & Shah A.H. (1987), "On the longitudinal harmonic motion of an elastic bar embedded in an elastic half-space", *Int J Solids Struct*, Vol. 23(2), pp. 267-85.
- Sen R., Davies T.G. & Banerjee P.K. (1985), "Dynamic analysis of piles and pile groups embedded in homogeneous soils", *Earthq Eng Struc Dyn*, Vol. 13, pp. 53-65.
- Vinciprova F., Aznárez J.J., Maeso O. & Olivito G. (2003), "Interaction of BEM análisis and experimental testing on pile-soil systems.", in "Problems in structural identification and diagnostic: General aspects and applications.", C. Davini, E. Viola (Editores), Springer-Verlag, pp. 195-227.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia de España a través del proyecto de investigación BIA2004-03955-C02-02. Por otro lado, L.A. Padrón es el beneficiario AP-2004-4858 del programa de becas FPU del Ministerio de Educación y Ciencia de España. Los autores agradecen esta ayuda.