



IX CONGRESO IBEROAMERICANO DE INGENIERÍA MECÁNICA

17 - 20 de noviembre de 2009

Las Palmas de Gran Canaria

LIBRO DE PONENCIAS



**Colegio Oficial de
Ingenieros Industriales de Canarias**

Depósito legal: GC - 1208 - 2009
ISBN.: 978 - 84 - 692 - 8516 - 9

MODELO SIMPLE PARA EL CÁLCULO DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE UNA ESTRUCTURA ENTERRADA

Aznárez González J.J., Santana Naranjo A., Padrón Hernández L.A., Maeso Fortuny O.

Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería (SIANI). Edificio Central del Parque Científico Tecnológico. Campus Universitario de Tafira. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. 35017 Las Palmas de Gran Canaria. España. jjznarez@siani.es

Área Temática: 09-Estructuras

RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo de los conocidos como tipo Winkler para el análisis de la respuesta sísmica de una estructura total o parcialmente enterrada en un semiespacio estratificado elástico. En este modelo, la estructura es considerada como una serie de elementos viga Timoshenko y la interacción dinámica entre el suelo y la estructura es tomada en cuenta a través de resortes y amortiguadores distribuidos continuamente a lo largo de la parte enterrada de ésta. La excitación consiste en una onda S con incidencia vertical. El campo de desplazamientos provocado por esta excitación en el semiespacio es impuesto a los extremos de los resortes y será la sollicitación del problema. El carácter espacial de la excitación es tenido en cuenta, por tanto, en la definición de la sollicitación. En todo el estudio realizado, estructura y suelo son considerados medios homogéneos e isotrópicos con comportamiento lineal. El análisis se realiza en el dominio de la frecuencia.

PALABRAS CLAVE: Interacción suelo-estructura, Modelos Winkler, Respuesta sísmica, Elementos de contorno, Elementos finitos.

INTRODUCCIÓN

El análisis sísmico de una estructura enterrada no es un problema sencillo de resolver. La norma sismorresistente vigente no recoge un procedimiento que permita abordar este problema con más o menos éxito. Resulta paradójico este hecho, más teniendo en cuenta que multitud de estructuras que se encuentran parcial o totalmente enterradas en el suelo (piénsese en pozos de bombeo, reactores nucleares, etc....) y que constituyen el continente de instalaciones cuyo colapso representa un importante riesgo para la población.

El objetivo es la formulación, implementación y calibración de un modelo tipo Winkler para la determinación de la respuesta sísmica de una estructura enterrada en un semiespacio estratificado.

En este artículo los aspectos matemáticos del modelo serán desarrollados en detalle y permitirán al lector la programación de un sencillo código de cálculo matricial dinámico para la solución numérica del problema. La dificultad principal del modelo planteado estriba en la determinación de los valores de rigidez y amortiguamiento que caracterizan la interacción dinámica suelo-estructura. Estos valores dependerán de las propiedades de la estructura y suelo, geometría, estratigrafía y frecuencia. En la fase actual de desarrollo, se han utilizado expresiones obtenidas de la bibliografía sobre el particular.

Se aplicará el modelo al análisis sísmico de una estructura real, comparando los resultados calculados con los obtenidos de un modelo acoplado tridimensional de elementos de Contorno [1] que no realiza simplificación dimensional de la estructura y donde todas las regiones del modelo y la interacción entre ellas es tomada en cuenta de forma rigurosa.

También se presentaran resultados obtenidos a partir de un procedimiento indirecto de subestructuración (método de los tres pasos) con el fin de mostrar el importante papel que juega la flexibilidad de la estructura en la determinación de la respuesta.

DISCRETIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA. EL ELEMENTO

Como se verá en adelante, el comportamiento de la estructura que se analiza en esta comunicación puede ser asemejado a una viga poco esbelta. Como es sabido, para estudiar la respuesta de estos elementos no es de aplicación la teoría clásica de Euler-Bernoulli y se hace necesaria la inclusión de las deformaciones provocadas por el esfuerzo cortante [2]. En este apartado se presenta la formulación básica de un elemento viga de 2 nodos (Fig.1) de acuerdo a la teoría de vigas Timoshenko en régimen armónico. A partir de la formulación de Principio de los Trabajos Virtuales (PTV) se obtendrán tanto la matriz de rigidez y las matrices de inercia (traslación + rotación) como el vector de coeficientes de influencia asociados al campo incidente provocado por una onda de corte que se propaga por el terreno y que incide verticalmente sobre el emplazamiento de la estructura. Formulado el elemento en estos términos, la estructura podrá ser discretizada dependiendo de la geometría, estratigrafía y frecuencia de excitación.



Fig. 1. Elemento viga Timoshenko de 2 nodos.

Como en el caso de la formulación dinámica clásica de elementos viga, comenzaremos por representar el desplazamiento transversal y el giro en cada elemento a través de funciones de forma que verifican la ecuación homogénea del problema estático [3, 4]:

$$v(\xi) = \psi_1(\xi)v_1 + \psi_2(\xi)\theta_1 + \psi_3(\xi)v_2 + \psi_4\theta_2 \quad (1)$$

$$\theta(\xi) = \varphi'_1(\xi)v_1 + \varphi'_2(\xi)\theta_1 + \varphi'_3(\xi)v_2 + \varphi'_4\theta_2 \quad (2)$$

siendo las expresiones de estas funciones de forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_1(\xi) = \frac{1}{1+\phi} [2\xi^3 - 3\xi^2 - \phi\xi + 1 + \phi] \\ \psi_2(\xi) = \frac{Le\xi}{1+\phi} \left[\xi^2 - \left(2 + \frac{\phi}{2}\right)\xi + 1 + \frac{\phi}{2} \right] \\ \psi_3(\xi) = -\frac{\xi}{1+\phi} [2\xi^2 - 3\xi - \phi] \\ \psi_4(\xi) = \frac{Le\xi}{1+\phi} \left[\xi^2 - \left(1 - \frac{\phi}{2}\right)\xi - \frac{\phi}{2} \right] \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi'_1(\xi) = \frac{6\xi}{1+\phi} (\xi - 1) \\ \varphi'_2(\xi) = \frac{Le}{1+\phi} [1 + \phi - (4 + \phi)\xi + 3\xi^2] \\ \varphi'_3(\xi) = \frac{6\xi}{1+\phi} (1 - \xi) \\ \varphi'_4(\xi) = \frac{Le\xi}{1+\phi} (3\xi + \phi - 2) \end{array} \right. \quad (4)$$

donde $\phi = \frac{12EI}{L_e^2\mu\alpha A}$ es la razón entre la rigidez a flexión y cortante del elemento.

La matriz de rigidez del problema estático para el elemento propuesto se obtiene a partir de la expresión del PTV, incluyendo la deformación por cortante

$$\iiint_{V_e} (\delta\varepsilon_x\sigma_x + \delta\gamma_{xy}\tau_{xy})dV = \int_0^{L_e} \delta v q(x) dx + \int_0^{L_e} \delta\theta m(x) dx + \delta\mathbf{u}^T\mathbf{T} \quad (5)$$

Introduciendo en la Ec.(5) las aproximaciones de desplazamientos y giros dados por la Ec.(1) y la Ec.(2), se puede discretizar la ecuación integral y formular el problema estático en términos una matriz de rigidez \mathbf{K} del elemento que responde a la expresión siguiente:

$$\mathbf{K} = \int_0^1 \mathbf{B}_f^T \frac{EI}{L^3} \mathbf{B}_f d\xi + \int_0^1 \mathbf{B}_c^T \frac{\alpha \mu A}{L_e} \mathbf{B}_c d\xi \quad (6)$$

siendo $\mathbf{B}_f = [\varphi_1'' \ \varphi_2'' \ \varphi_3'' \ \varphi_4'']$ y $\mathbf{B}_c = [\psi_1 - \varphi_1' \ \psi_2 - \varphi_2' \ \psi_3 - \varphi_3' \ \psi_4 - \varphi_4']$. Por tanto:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3(1+\phi)} & \frac{6EI}{L^2(1+\phi)} & -\frac{12EI}{L^3(1+\phi)} & \frac{6EI}{L^2(1+\phi)} \\ \frac{6EI}{L^2(1+\phi)} & \frac{(4+\phi)EI}{(1+\phi)L} & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi)} & \frac{(2-\phi)EI}{(1+\phi)L} \\ \frac{12EI}{L^3(1+\phi)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi)} & \frac{12EI}{L^3(1+\phi)} & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi)} \\ \frac{6EI}{L^2(1+\phi)} & \frac{(2-\phi)EI}{(1+\phi)L} & -\frac{6EI}{L^2(1+\phi)} & \frac{(4+\phi)EI}{(1+\phi)L} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Por otra parte, tratándose de un problema dinámico, la matriz de masa \mathbf{M} consistente se obtiene mediante un procedimiento análogo al utilizado para obtener la matriz \mathbf{K} [5]. Dicha matriz \mathbf{M} se puede expresar como la suma de la matriz de masa \mathbf{M}_t vinculada a la inercia traslacional del elemento, y la matriz de masa \mathbf{M}_r relacionada con la inercia de giro de la sección. Los coeficientes de dichas matrices se escriben a continuación:

$$\mathbf{M}_t \begin{cases} m_{11}^t = \frac{\rho AL_e}{210(1+\phi)^2} (78 + 147\phi + 70\phi^2) \\ m_{12}^t = \frac{\rho AL_e^2}{840(1+\phi)^2} (44 + 77\phi + 35\phi^2) \\ m_{13}^t = \frac{\rho AL_e}{210(1+\phi)^2} (27 + 63\phi + 35\phi^2) \\ m_{14}^t = -\frac{\rho AL_e^2}{840(1+\phi)^2} (26 + 63\phi + 35\phi^2) \\ m_{22}^t = \frac{\rho AL_e^3}{840(1+\phi)^2} (8 + 14\phi + 7\phi^2) \\ m_{23}^t = \frac{\rho AL_e^2}{840(1+\phi)^2} (26 + 63\phi + 35\phi^2) \\ m_{24}^t = -\frac{\rho AL_e^3}{840(1+\phi)^2} (6 + 14\phi + 7\phi^2) \\ m_{33}^t = \frac{\rho AL_e}{210(1+\phi)^2} (78 + 147\phi + 70\phi^2) \\ m_{34}^t = -\frac{\rho AL_e^2}{840(1+\phi)^2} (44 + 77\phi + 35\phi^2) \\ m_{44}^t = \frac{\rho AL_e^3}{840(1+\phi)^2} (8 + 14\phi + 7\phi^2) \end{cases} ; \quad \mathbf{M}_r \begin{cases} m_{11}^r = \frac{\rho I 6}{5(1+\phi)^2 L_e} \\ m_{12}^r = -\frac{\rho I}{10(1+\phi)^2} (-1 + 5\phi) \\ m_{13}^r = -\frac{\rho I 6}{5(1+\phi)^2 L_e} \\ m_{14}^r = -\frac{\rho I}{10(1+\phi)^2} (-1 + 5\phi) \\ m_{22}^r = \frac{\rho I L_e}{30(1+\phi)^2} (4 + 5\phi + 10\phi^2) \\ m_{23}^r = \frac{\rho I}{10(1+\phi)^2} (-1 + 5\phi) \\ m_{24}^r = \frac{\rho I L_e}{30(1+\phi)^2} (-1 - 5\phi + 5\phi^2) \\ m_{33}^r = \frac{\rho I 6}{5(1+\phi)^2 L_e} \\ m_{34}^r = \frac{\rho I}{10(1+\phi)^2} (-1 + 5\phi) \\ m_{44}^r = \frac{\rho I L_e}{30(1+\phi)^2} (4 + 5\phi + 10\phi^2) \end{cases}$$

Se ha elegido un modelo de amortiguamiento de tipo histerético para la estructura que se ha incluido en la formulación de la matriz de rigidez a través del módulo de elasticidad de la forma habitual:

$$E = \text{Re}[E](1 + i2\beta_E) \quad (8)$$

siendo β_E el coeficiente de amortiguamiento.

Por tanto, la ecuación matricial que determina el comportamiento dinámico de un elemento de este tipo en el dominio de la frecuencia será:

$$[\mathbf{K} - \omega^2(\mathbf{M}_t + \mathbf{M}_r)]\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (9)$$

En el vector \mathbf{F} de fuerzas equivalentes nodales de la Ec.(9) se introduce, como se verá en un próximo apartado, el efecto que produce el campo incidente en la estructura.

Si consideramos una discretización con n elementos, el acoplamiento del sistema se realiza en el sentido del elemento finito. Las matrices de masa y rigidez globales de la estructura discretizada saldrán del montaje de las n matrices elementales, las cuales se superponen en los grados de libertad que son comunes a dos elementos. De esta manera se obtiene un sistema lineal de ecuaciones algebraicas.

APROXIMACIÓN TIPO WINKLER. VALORES DE IMPEDANCIAS

Este modelo está basado en una aproximación tipo Winkler. De esta manera el fenómeno de interacción suelo estructura es tenido en cuenta sustituyendo el terreno por una serie de resortes y amortiguadores distribuidos a lo largo de la parte enterrada de la estructura.

El problema que plantea este modelo es la utilización de valores de rigidez y amortiguamiento adecuados. Con el fin de extender la aplicación del mismo a estructuras de gran sección en las que la impedancia de giro del terreno no es despreciable, se ha optado por un desarrollo propuesto por Novak et al. [5], del cual se han extraído las expresiones que permiten obtener los valores de las impedancias correspondientes al modo de vibración horizontal y al modo de vibración rotacional.

INCLUSIÓN DEL CAMPO INCIDENTE

Si imaginamos un terreno con n estratos, el campo de desplazamientos en un estrato cualquiera j , provocado por un campo de ondas SH armónicas incidiendo verticalmente esta dado por la expresión

$$v^j(z) = A_j e^{-ik_j z} + B_j e^{ik_j z} \quad (10)$$

siendo A_j y B_j constantes propias de cada estrato. $k_j = \omega/c_s^j$ es el número de onda de cada estrato.

Tomando el estrato superior n de referencia e imponiendo condiciones de contorno en la superficie libre (tensiones tangenciales nulas) y calibrando el desplazamiento transversal (valor unitario), se obtienen los valores de las constantes A_n y B_n para el estrato n . Imponiendo sucesivamente condiciones de equilibrio y compatibilidad en la interfase entre cada uno de los estratos desde el más exterior al más profundo se obtienen los valores de las constantes A_j y B_j para cada estrato, siendo sus expresiones

$$A_j = \frac{1}{2} e^{ik_j z_j} [(1 + R_j^{j+1}) A_{j+1} e^{-ik_{j+1} z_j} + (1 - R_j^{j+1}) B_{j+1} e^{ik_{j+1} z_j}] \quad (11)$$

$$B_j = \frac{1}{2} e^{ik_j z_j} [(1 - R_j^{j+1}) A_{j+1} e^{-ik_{j+1} z_j} + (1 + R_j^{j+1}) B_{j+1} e^{ik_{j+1} z_j}] \quad (12)$$

donde $R_j^{j+1} = \frac{\mu_{j+1} k_{j+1}}{\mu_j k_j}$.

En la figura 2 se esquematiza el modelo propuesto. En esa Figura se muestra un terreno estratificado por el que se propaga una onda S verticalmente. Estructura y terreno se encuentran conectados a través de resortes y amortiguadores distribuidos uniformemente en cada estrato y que modelan la interacción mutua (estructura y el terreno sin deformar están representados en línea discontinua). Para cada estrato se adoptarán valores de la impedancia de giro (K_θ , C_θ) y de impedancia horizontal (K_y , C_y) que dependerán de las propiedades del mismo. El campo de ondas incidente que se propaga a través de los diferentes estratos provoca en la estructura tanto giro como desplazamientos horizontales a través de los resortes.

El campo incidente es introducido en la ecuación de movimiento Ec.(9) en el vector \mathbf{F} de fuerzas equivalentes. De esta manera se calculan las fuerzas nodales equivalentes de una carga distribuida que aparece como consecuencia de la diferencia entre el campo de desplazamientos del campo incidente $\mathbf{U}_I[v_i, \theta_i]$ y el campo de desplazamientos de la estructura $\mathbf{U}[v, \theta]$, a través de las impedancias que representan en fenómeno de interacción suelo-estructura. Las expresiones que permiten obtener las fuerzas equivalentes en los nodos se obtienen del PTV Ec.(5) integrando a lo largo de cada elemento el producto de las funciones de forma Ec.(3) y Ec.(4) y las fuerzas que a través de las impedancias del terreno provoca el campo incidente sobre la estructura. El vector de fuerzas equivalentes en el elemento debido a las impedancias horizontales se obtiene mediante la siguiente expresión

$$\mathbf{F}_q = \begin{bmatrix} F_1^q \\ M_1^q \\ F_2^q \\ M_2^q \end{bmatrix} = \int_0^1 \boldsymbol{\psi}^T (K_y + i\omega C_y) (v_l^j - v) L_e d\xi \quad (13)$$

siendo $\boldsymbol{\psi}^T$ un vector columna que contiene las funciones de forma Ec.(3). De manera análoga se obtiene el vector de fuerzas equivalentes debido a las impedancias de giro según la siguiente expresión

$$\mathbf{F}_m = \begin{bmatrix} F_1^m \\ M_1^m \\ F_2^m \\ M_2^m \end{bmatrix} = \int_0^1 \boldsymbol{\varphi}^T (K_\theta + i\omega C_\theta) (\theta_l^j - \theta) d\xi \quad (14)$$

donde $\boldsymbol{\varphi}^T$ es un vector columna que contiene las funciones de forma Ec.(4). Finalmente el vector \mathbf{F} de fuerzas equivalentes de la Ec.(9) queda como suma de los vectores \mathbf{F}_q y \mathbf{F}_m .

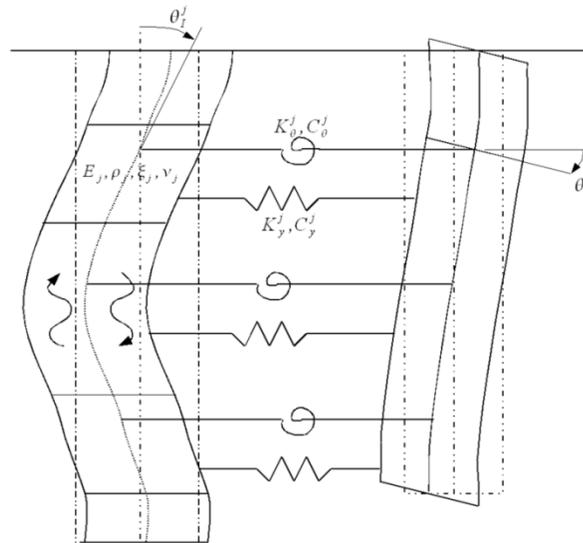


Fig. 2. Esquema del modelo Winkler para un terreno estratificado. Efecto del campo incidente.

VALIDACIÓN DEL MODELO

La literatura actual que trata modelos tipo Winkler está básicamente centrada en la obtención de la respuesta de estructuras que se pueden considerar esbeltas (p. e. pilotes) y teniendo los problemas resueltos un claro carácter bidimensional. Es por ello que se muestra, para este tipo de problemas, la comparación de la respuesta del modelo que se presenta conjuntamente con la de un modelo tipo Winkler propuesto por Gazetas et al. [7] y la de un método acoplado de elementos de contorno y elementos finitos MEC-MEF [8].

El problema resuelto mediante estos tres métodos es el de un pilote de diámetro d embebido en un terreno con un estrato superior blando de profundidad $h_1=5d$, siendo la relación de velocidades de propagación de ambos estratos $c_1/c_s=3$. La punta del pilote se encuentra apoyada en una base rígida y el giro está impedido en la cabeza del mismo (Fig. 3.a).

La esbeltez del pilote es $L/d=20$, la relación entre los módulos de elasticidad del pilote y el suelo es $E_p/E_s=10^3$, la relación entre densidades $\rho_p/\rho_s=1.4$, el coeficiente de Poisson del suelo es $\nu_s=0.4$ y el coeficiente de amortiguamiento interno del terreno es $\beta=0.05$.

En la figura 3.b se muestran las funciones de transferencia que relacionan el desplazamiento horizontal del encepado con el desplazamiento horizontal de campo libre, representadas frente a la frecuencia adimensional $a_0 = \omega d/c_s$. Se observa que el acuerdo en la respuesta obtenida desde los tres modelos es alto. Las diferencias que se

observan entre ambos modelos tipo Winkler se debe a que los valores de las impedancias del terreno adoptados en cada uno de ellos son diferentes.

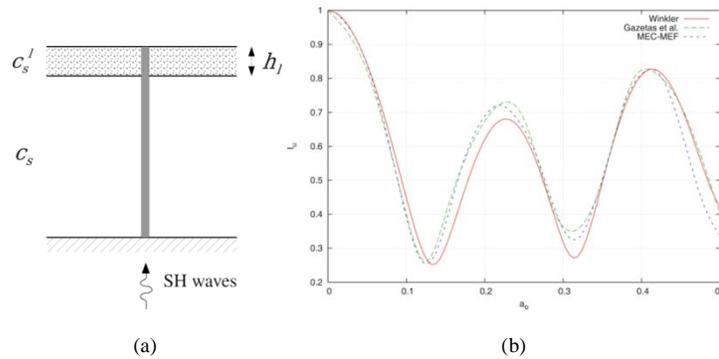


Fig. 3. (a) Perfil del terreno y pilar apoyado en base rígida. (b) Comparación de la respuesta en términos de funciones de transferencia representadas frente a la frecuencia adimensional a_0 .

Este tipo de problemas son los más estudiados y están bien resueltos en la bibliografía existente. Al estar acotados en la profundidad por una base rocosa y al tener el giro restringido en la parte superior, tienen un comportamiento cercano al de un problema bidimensional. Es por esto que este tipo de problemas son los más aptos para ser tratados mediante metodologías tipo Winkler, y como se puede ver el modelo que se presenta también es capaz de resolverlos adecuadamente. En base a esto y como contribución se pretende, no sólo incorporar la deformación por cortante al modelo, sino también buscar una metodología que permita modelar problemas con carácter tridimensional más marcado, para lo cual este trabajo es un primer paso.

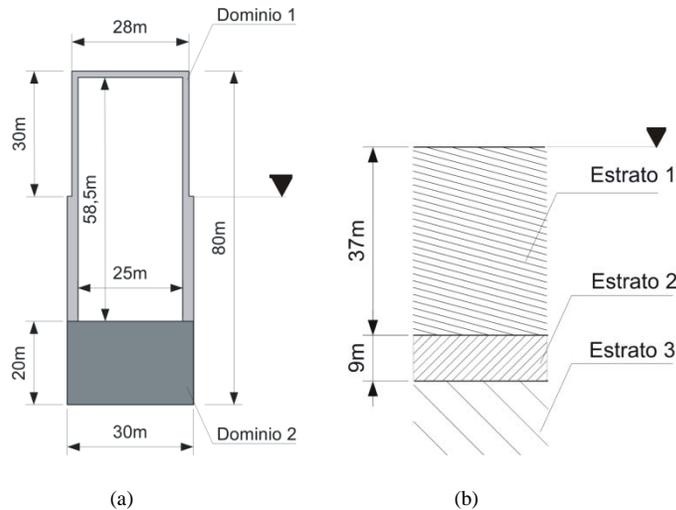


Fig. 4. (a) Dimensiones y dominios de la estructura simplificada. (b) Sección del terreno. Estratigrafía.

Tabla 1. Propiedades de los dominios en los que se divide la estructura.

	Dominio 1	Dominio 2
ν	0.2	0.2
ρ (kg/m ³)	2685.85	2253.42
μ (N/m ²)	$1.15 \cdot 10^{10}$	$1.15 \cdot 10^{10}$

Tabla 2

	Estrato superior	Estrato intermedio	Estrato inferior
μ (N/m ²)	5×10^8	1.029×10^9	2.2×10^9
ρ (kg/m ³)	2×10^3	2.1×10^3	2.2×10^3
ν	0.3	0.3	0.3
β	0.05	0.05	0.05
c_s (m/s)	500	700	1000

Tabla 2. Propiedades de cada uno de los estratos

RESPUESTA DINÁMICA DE UNA ESTRUCTURA ENTERRADA REAL. LA ESTRUCTURA Y EL TERRENO

Se aborda ahora la obtención de la respuesta de una estructura real semienterrada en un terreno estratificado, también ante un tren de ondas transversales con incidencia vertical [9]. La estructura consiste en un cilindro hueco en su mayor parte, de 28 metros de diámetro exterior y 80 metros de altura, de los cuales, los 50 metros inferiores están enterrados en un terreno estratificado. Los muros de hormigón armado tienen un espesor de 1.5 metros, y se cuenta

en la parte enterrada con una pantalla de 1 metro de espesor nominal, por lo que la perforación en el terreno es de 30 metros de diámetro. Esta estructura acoge una estación de bombeo y en sus 20 metros inferiores se encuentra rigidizada por diferentes forjados que sirven como base a maquinaria, cuartos de máquinas y control, talleres varios y demás recintos que son necesarios para el funcionamiento de la planta.

Esta estructura ofrece numerosos huecos y esquinas que aumentan notablemente la complejidad del modelo. Con el fin de procesarlo de manera más efectiva, se ha optado por varias simplificaciones. Finalmente, la estructura de hormigón armado queda simplificada como se muestra en la figura 4.a. Las propiedades de los dominios se muestran en la tabla 1.

La sección del terreno se muestra en la figura 4.b. Su caracterización ha sido determinada mediante ensayos realizados in situ. Las propiedades de cada uno de los estratos están definidas en la tabla 2.

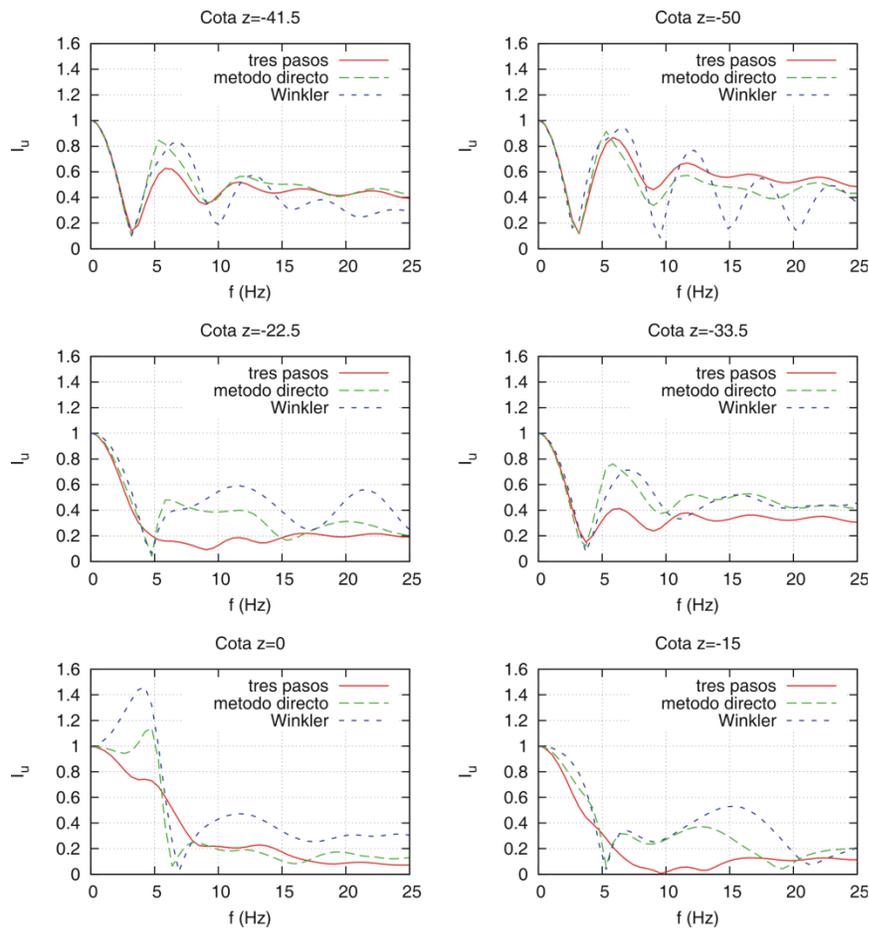


Fig. 5. Funciones de transferencia. Comparación del modelo Winkler propuesto con un método directo basado en elementos de contorno y con un método rígido de subestructuración (tres pasos).

RESULTADOS

Los resultados se obtuvieron en el dominio de la frecuencia en términos de las funciones de transferencia I_u que relacionan los desplazamientos horizontales de los puntos de estudio con los desplazamientos horizontales de la superficie libre sin considerar la presencia de la estructura.

En la figura 5 se representan las funciones de transferencia, para cada una de las cotas escogidas, frente a la frecuencia (Hz). Con el fin de comparar la respuesta dada por modelo Winkler propuesto, se presentan también los resultados obtenidos mediante un método directo riguroso de elementos de contorno que presenta como principal ventaja su exactitud y acercamiento al comportamiento real de la estructura, pero con el inconveniente de su elevado

número de grados de libertad. Se presenta además la solución obtenida mediante un método indirecto por subestructuración basado en la hipótesis de rigidez infinita de la estructura (método de los tres pasos) con el objetivo de poder visualizar la importancia de la flexibilidad como característica a tener en cuenta en la determinación de la respuesta. Se observa como este último método presenta notables diferencias con respecto a los dos anteriores.

CONCLUSIONES

Los resultados presentados a través de una formulación rigurosa directa demuestran que la flexibilidad es un parámetro que no puede ser obviado, teniendo una influencia determinante en las funciones de transferencia que se obtienen a diferentes alturas.

A la luz de los resultados, el modelo que se presenta recoge perfectamente la flexibilidad de la estructura como factor a tener en cuenta, si bien se demuestra que los parámetros fundamentales del mismo (impedancias del terreno) tomados aquí de la bibliografía existente, requieren de un calibrado adaptado a las propiedades específicas del problema que queremos modelar.

Se han presentado las funciones de transferencia. En casi todos los casos, la respuesta del sistema obtenida mediante el modelo tipo Winkler sobrevalora la obtenida con un método directo más riguroso.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado con financiación de Ciencia e Innovación así como por los fondos FEDER, a través del Proyecto de Investigación BIA2007-67612-C02-01. Los autores agradecen la financiación recibida.

REFERENCIAS

1. O.Maeso, J.J.Aznárez y J.Domínguez, Effects of Space Distribution of Excitation on Seismic Response of Arch Dams, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, vol.128 (7), pp. 759-768, 2002.
2. S.P.Timoshenko, On the correction for shear of differential equation for transverse vibration of prismatic bars. *Philosophical Magazine*, vol.41, pp 744-746, 1921.
3. Z.Friedman y J.B.Kosmatka, An improved two.node Timoshenko beam finite element. *Computers&Structures*, vol.47 (3), pp.473-481,1993.
4. R.Abascal, Cálculo matricial de estructuras, Escuela Superior de Ingenieros Industriales de Sevilla, 2000.
5. R.W.Clough y J.Penzien, *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, 1982.
6. M.Novak, T.Ngami y F.Aboul-Ella, Dynamic Soil Reactions for Plane Strain Case. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, vol.104 (4), pp. 953-959, 1978.
7. G.Gazetas, K.Fan, T.Tazoh, K.Shimizu, M.Kavvadas y N.Makris, Seismic pile-group-structure interaction. *Geotech. Specc. Publ.*, ASCE, vol.34, pp. 56-93, 1992.
8. L.A.Padrón, Numerical Model for the Dynamic Analysis of Pile Foundations. *Tesis Doctoral*. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, 2008.
9. J.Vega, O.Maeso, J.J.Aznárez y E.Alarcón, Aplicación del MEC a un problema de interacción suelo-estructura, Simposium en honor al Profesor José Antonio Garrido García, Avances en Mecánica de Medios Continuos, E Alarcón, A. Foves & F. Paris (Eds). Universidad de Valladolid, 2007.

NOMENCLATURA

μ	Módulo de rigidez transversal (N/m^2)	ρ	Densidad (kg/m^3)
E	Módulo de elasticidad (N/m^2)	β_E	Coefficiente amortiguamiento histerético
ν	Coefficiente de Poisson	c_s	Velocidad de propagación ondas S(m/s)
Sa	Pseudoaceleración (g)	I_u	Función de transferencia
A	Área de la sección del elemento(m^2)	I	Inercia de la sección (m^4)
L_e	Longitud del elemento (m)	d	Diámetro (m)
ω	Frecuencia de excitación (rad/s)	T	Vector de fuerzas de equilibrio en los nodos