

**UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA**

**DEPARTAMENTO DE FÍSICA**



**TESIS DOCTORAL**

**MEZCLA EN FLUJOS GEOFÍSICOS  
ESTRATIFICADOS**

**JESÚS CISNEROS AGUIRRE**

**Las Palmas de Gran Canaria, 2000**

33/1999-00

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA  
UNIDAD DE TERCER CICLO Y POSTGRADO

Reunido el día de la fecha, el Tribunal nombrado por el Excmo. Sr. Rector Magfco. de esta Universidad, el/a aspirante expuso esta TESIS DOCTORAL.

Terminada la lectura y contestadas por el/a Doctorando/a las objeciones formuladas por los señores miembros del Tribunal, éste calificó dicho trabajo con la nota de SOBRESALIENTE CUM LAUDE POR UNANIMIDAD

Las Palmas de Gran Canaria, a 17 de marzo de 2000.

El/a Presidente/a: Dr. ~~D~~ Gregorio Parrilla Barrera,

El/a Secretario/a: Dr. D. Ángel Rodríguez Santana,

El/a Vocal: Dr. D. Gotzon Batteredchea Oyarzábal,

El/a Vocal: Dra. Dña. Juana Magdalena Santana Casiano,

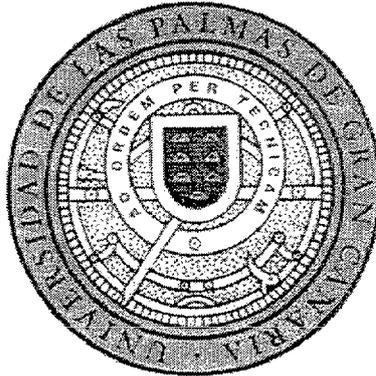
El/a Vocal: Dr. D. Alonso Eugenio Hernández Guerra,

El Doctorando: D. ~~J~~ésús Cisneros Aguirre,

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

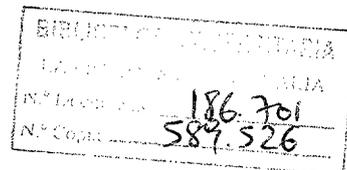
FACULTAD DE CIENCIAS DEL MAR

DEPARTAMENTO DE FÍSICA



TESIS DOCTORAL

**MEZCLA EN FLUJOS GEOFÍSICOS ESTRATIFICADOS**



JESÚS CISNEROS AGUIRRE

LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

2000



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

DOCTORADO EN CIENCIAS DEL MAR

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

PROGRAMA DE OCEANOGRAFÍA FÍSICA Y FÍSICA APLICADA

**MEZCLA EN FLUJOS GEOFÍSICOS ESTRATIFICADOS**

*Tesis doctoral presentada por Jesús Cisneros Aguirre*

*Dirigida por el Dr. D. José Luis Pelegrí*

*Codirigida por el Dr. D Pablo Sangrá*

El Director

El Codirector

El Doctorando

Fdo: Dr. José Luis Pelegrí

Fdo: Dr. Pablo Sangrá

Fdo: Jesús Cisneros Aguirre

Las Palmas de Gran Canaria, Marzo 2000

**A MIS PADRES  
Y A  
MARÍA**



"LA CREACIÓN SEGÚN KUIPER", (POR LUIS CISNEROS 1977.)

# AGRADECIMIENTOS



Una de las facetas más atractivas de la Oceanografía es la facilidad con que se llega a una pregunta sin respuesta, cualquier fenómeno en el Mar presenta miles de incógnitas que ni nos acercamos a resolver. Este trabajo ha multiplicado los atractivos de cualquier estudio oceanográfico ya que además de englobar todos sus campos, modelo de laboratorio, modelo numérico, y datos de campo, se ha partido de cero en cuanto a desarrollo experimental, disponiendo de poco material y de medios económicos muy escasos. Debido a esto ha sido necesario emplear mucha imaginación para realizar el desarrollo técnico necesario del montaje experimental dentro de las aproximaciones teóricas, del ajustado presupuesto y de la dificultad de acceso al material necesario, y el reto ha sido diario para cualquier pequeño paso.

No quisiera dar a entender que he sido yo solo el que ha realizado este despliegue de imaginación, he tenido que recolectar la que me faltaba de todo el mundo que se ponía a mi disposición por los diferentes departamentos y laboratorios, para después aplicarla a mi trabajo. Tengo que decir que la mayoría de las veces me he encontrado con buena voluntad y ganas de colaborar, lo que sin duda me ha valido tanto como una buena sugerencia, en estos casos vale la buena intención.

Mi trabajo se ha realizado en el **Departamento de Física**, y tengo que agradecer a todo el departamento la colaboración prestada y la buena acogida que me ha dispensado, pero en mi peregrinar por la Universidad he resuelto buena parte de los problemas en el **Departamento de Química**, en sus laboratorios y despachos; también el **Departamento de Biología** tiene algo de culpa de que haya acabado este trabajo, vaya mi agradecimiento para estos dos departamentos.

Un recuerdo especial al grupo **CETSIA** de la Facultad de Informática, al que agradezco específicamente su apoyo, trabajo, y entusiasmo con un proyecto totalmente ajeno, lo cual dice mucho de este grupo.

Agradezco al **Servicio de Limpieza** su comprensión y paciencia, ya que mi trabajo en el laboratorio les ha supuesto mucho trabajo extra.

A mis directores, y sin embargo amigos, **José Luis Pelegrí** y **Pablo Sangrá**, que me han permitido disfrutar estos años de trabajo creativo y apasionante, de los que he aprendido algo más que Oceanografía.

A tantos estudiantes que se han interesado por mi trabajo y me han apoyado en algún momento.

Tengo que hacer especial referencia a personas que me han rodeado estos años, esto significa hacer una lista donde siempre va a quedar fuera alguien involuntariamente, mi esperanza es que no se sientan ofendidos por ello. También quiero que comprendan que no es posible poner el nombre completo ni hacer referencia específica a su particular aportación, porque necesitaría otro volumen y además iba a parecer que yo no he hecho nada en todo este trabajo. Así que con estas salvedades por delante ya me atrevo a hacer especial referencia a: **Andry, Ana y Patato, Bárbara, Irene, Pilar, Sylvaine, Marc,**

**Raquel y Fran, Arturo, Pepe Victoria, Alonso, Antonio, Angeles y Silvia y Ángel, Amaya y Héctor, Luis G.W., Diana y Luis, Luis F., Pedro, Juan Manuel, Silvia y Aldo, José Luis T., Santiago, Boro, Manolo, José Manuel, Mario, Jorge, y a Trujillo, Carlos, Alemán y Jacob, y al imbatible equipo de fútbol-sala del departamento.**

**Miriam y Luis, Largui, Pedro, Victor, Magdalena y Melchor, Patxi, Dolli y Joaquín, Gotzon, Yolanda y Dani, Marta y Agustín, y a los amigos de Gran Canaria.**

**Carmen y Enio, Umberto, Stefania y Antonio, Federico, Lavinio, Richard, Eugenio, Roberto, Toni, Pedro G., Karna y Gianfranco, Andrea, Pietro y demás amigos de La Spezia, Ramón y los empleados de Sontek, Paqui y Andre, Patricia y Ray, y a la cuadrilla y amigos de Orio que son parte de la familia.**

Un recuerdo especial para **Javier Felpeto** y **David Garí** que sin duda habrían seguido mi trabajo, ya que me unía a ellos una buena amistad y de los que siempre tendré un buen recuerdo.

Al hacer la reflexión de intentar agradecer en un papel a los que me han ayudado para lograr conseguir terminar este trabajo de tesis, tengo que recordar a mi familia; a mis padres **Ana María y Luis**, a mis aitonas **Lucia Juana y Patxi**, a mis abuelos **María Luisa y Teodoro**, a mis hermanas **Ione y Susana** que en todos ellos me he sentido reflejado en algún momento de este trabajo en concreto, prueba de la huella tan honda que han dejado en mí. Pero afortunadamente la familia se va ampliando y no quiero olvidar a **Iñaki y Toni** a mis sobrinos **Eder, Andrea, Adrián, Iñigo, Oscar** al que viene de camino y a los que están por llegar, a mi familia de **Andorra**, de **Euskadi** y de **Gran Canaria** que poco a poco han ido haciéndose más cercanos y sin cuyo apoyo no hubiera sido posible este trabajo, **Candelaria y Juan, Lali y Ale, Mariluz, y Toni, Pedro, Juanjo y Eugenia** y demás parientes próximos.

Quien me conozca un poco sabe que solo represento la mitad de mí, la otra mitad es **María** a la que tengo que agradecer los mejores momentos de mi vida, alguien dijo que la felicidad son “**esos momentos...**”, y gracias a ella los compartimos cada vez con más frecuencia. Decir que su presencia ha sido fundamental para terminar este trabajo es poco, sin ella no hubiese sido capaz de terminar la licenciatura, claro que su apoyo no se ha limitado a digamos lo espiritual, su capacidad me ha sacado de numerosos problemas desde mecánicos hasta de modelado numérico, así que con todo esto lo justo sería reconocer que este ha sido un trabajo de dos, con la colaboración de muchos amigos.

GRACIAS A TODOS

Maria Afonso Correa y Jesús Cisneros Aguirre

# ÍNDICE

<b>1.</b>	<b>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>2.</b>	<b>CAPÍTULO 2: MODELOS DE MEZCLA</b>	<b>5</b>
2.1.	MODELO DE PHILLIPS-POSMENTIER	7
2.1.1.	INTRODUCCIÓN	7
2.1.2.	MODELO DE POSMENTIER	9
2.1.3.	MODELO DE BARENBLATT ET ALIA	12
2.1.4.	MODELO DE KRANENBURG	16
2.2.	EXPERIMENTOS DEL MECANISMO DE PHILLIPS-POSMENTIER	20
2.2.1.	EXPERIMENTO DE RUDDICK ET ALIA	20
2.2.2.	EXPERIMENTO DE PARK ET ALIA	22
2.3.	LIMITACIONES DE PHILLIPS-POSMENTIER	26
2.4.	MEZCLA POR CIZALLA	28
2.4.1.	INTRODUCCIÓN A LA INESTABILIDAD DE Kelvin-Helmholtz	28
2.4.2.	PROPOSICIONES INICIALES DE THORPE Y TURNER	38
2.4.3.	OBSERVACIONES ATMOSFÉRICAS	39
2.5.	MODELO DE MEZCLA POR CIZALLA	46
2.5.1.	IMPORTANCIA DE LA CIZALLADURA	46
2.5.2.	MEMORIA TEMPORAL DE LA TURBULENCIA	53
2.5.3.	FORMULACIÓN DEL MODELO CINEMÁTICO DE MEZCLA	55
<b>3.</b>	<b>CAPÍTULO 3: MONTAJE EXPERIMENTAL</b>	<b>64</b>
3.1.	DESCRIPCIÓN DEL TANQUE	67
3.2.	TOMA DE DATOS	69
3.2.1.	DESCRIPCIÓN DEL PERFILADOR	69
3.2.1.1.	MECÁNICA DEL PERFILADOR	71
3.2.1.2.	MOTOR PASO A PASO	72
3.2.1.3.	TARJETA CONTROLADORA	74
3.2.1.4.	INTERFASE EN SOFTWARE	75
3.2.1.5.	CALIBRACIÓN DEL PERFILADOR	76

3.2.2.	SENSOR DE CONDUCTIVIDAD Y TEMPERATURA	77
3.2.2.1.	DESCRIPCIÓN	77
3.2.2.2.	CALIBRACIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD	80
3.2.2.3.	CALIBRACIÓN DE LA TEMPERATURA	81
3.2.2.4.	CALIBRACIÓN DE LA DENSIDAD	82
3.2.3.	SENSOR DE VELOCIDAD	84
3.2.4.	GRABACIÓN DE IMÁGENES Y MEDICIÓN DEL TIEMPO	92
3.3.	DESCRIPCIÓN DEL EXPERIMENTO	93
3.3.1.	TEORÍA DEL MOVIMIENTO	93
3.3.2.	PREPARACIÓN DE LAS DISOLUCIONES	97
3.3.3.	LLENADO DEL TANQUE	99
3.3.4.	INICIO DEL EXPERIMENTO	101
3.3.5.	INCLINACIÓN DEL TANQUE	102
3.3.6.	INESTABILIDAD DE Kelvin-Helmholtz	105
3.3.7.	PERFIL FINAL DEL EXPERIMENTO	106
3.4.	OBTENCIÓN DEL COEFICIENTE DE DIFUSIÓN	111
3.5.	RESUMEN DE LOS EXPERIMENTOS	113
3.6.	LIMITACIONES DEL METODO EXPERIMENTAL	115
<b>4.</b>	<b>CAPÍTULO 4: MODIFICACIONES AL MODELO PELEGRÍ-SANGRÁ</b>	<b>117</b>
4.1.	SIMULACIÓN DEL PERFIL INICIAL	119
4.2.	PERFIL DE VELOCIDAD	122
4.3.	CIZALLA	125
4.4.	NUEVAS PARAMETRIZACIONES PARA K	127
4.5.	FILTRO	130
4.6.	IMPLEMENTACIÓN	135
4.7.	CONDICIONES INICIALES	139
4.8.	RESULTADOS	141
4.9.	ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	146
4.10.	ESTUDIO ENERGÉTICO DEL MODELO	148

<b>5.</b>	<b>CAPÍTULO 5: RESULTADOS EXPERIMENTALES</b>	<b>154</b>
5.1.	DISMINUCIÓN DE LA TEMPERATURA POR LA MEZCLA	157
5.2.	DESCRIPCIÓN DE LOS EXPERIMENTOS	162
5.2.1.	EXPERIMENTOS CON INESTABILIDAD DE Kelvin-Helmholtz	162
5.2.2.	EXPERIMENTOS PARA LA OBTENCIÓN DE LA NUEVA K	176
5.2.3.	OTROS EXPERIMENTOS	180
5.3.	LIMITACIÓN DE LOS EXPERIMENTOS	189
<b>6.</b>	<b>CAPÍTULO 6: DISCUSIÓN</b>	<b>190</b>
6.1.	COMPARACIÓN DE RESULTADOS NUMÉRICOS Y EXPERIMENTALES	191
6.2.	OBSERVACIONES EN LA NATURALEZA	196
<b>7.</b>	<b>CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES</b>	<b>201</b>
7.1.	CONCLUSIONES	202
7.2.	LÍNEAS DE TRABAJO FUTURO	204
	<b>ANEXO 1</b>	<b>205</b>
	<b>REFERENCIAS</b>	<b>212</b>

# **CAPÍTULO 1**

# **INTRODUCCIÓN**

La característica más determinante de los flujos geofísicos es el papel dominante que juegan la rotación y la estratificación vertical de la densidad. Esta última es particularmente importante en cuanto introduce una clara anisotropía entre las direcciones horizontal y vertical. Los fluidos tienden a desplazarse a lo largo de superficies de densidad potencial constante (superficies isopícnas), en lo que se denomina un flujo epipícnico, en una dirección que es fundamentalmente en el plano horizontal. Esta ligadura en el movimiento de los fluidos es un factor clave en los patrones de redistribución de masa y otras propiedades activas (momento, vorticidad potencial, calor) y pasivas (nutrientes, metales, fito y zooplancton).

La necesidad de que el océano mantenga un estado medio estacionario hace que la redistribución horizontal de las propiedades venga acompañada por una redistribución vertical. Estos movimientos verticales pueden ocurrir de dos maneras: debido a la inclinación de las superficies isopícnas y debido a procesos de transferencia de masa entre una superficie isopícnica y otra vecina, en lo que se denomina flujo diapícnico. En este último caso pareciera que se rompe la condición de conservación de la densidad de una partícula o conjunto de partículas, lo que solo puede ocurrir en el caso de flujos turbulentos. Lo que ocurre es que no se puede identificar cada partícula individualmente y la densidad media de la partícula, aquella que realmente se puede medir, viene determinada por la correlación entre las rápidas fluctuaciones (que no se puede medir) entre la velocidad y la densidad, lo que se denomina el flujo de densidad de Reynolds. La turbulencia es el denominador común de los flujos oceánicos, la regla en lugar de la excepción, y por tanto es de esperar que el océano esté caracterizado por la existencia de flujos diapícnos.

Las velocidades verticales asociadas a procesos diapícnos son mucho menos intensas que las horizontales, usualmente entre 4 y 7 órdenes de magnitud menores. La poca intensidad de estas velocidades verticales, junto con su intermitencia espacial y temporal, hacen que su estudio sea muy difícil. Esta dificultad se agrava debido al notable número de procesos que las ocasionan, destacando entre estos la convección vertical, la doble difusión, la turbulencia generada en los bordes de océano (superficie y fondo) y la inestabilidad asociada a gradientes verticales en la velocidad. Este último proceso, denominado inestabilidad inducida por cizalla, es el proceso que se estudiará en este trabajo.

La inestabilidad inducida por un gradiente vertical de velocidades es un proceso que activa la transferencia de masa desde una superficie de densidad hacia una vecina. En este caso el proceso tiene lugar mediante la formación de ondas inestables en la interfase entre ambas superficies, debido a la diferencia de velocidad existente. Estas ondas crecen y eventualmente rompen haciendo efectivo la transferencia de masa. Las ondas que caracterizan este proceso se denominan ondas de Kelvin-Helmholtz, y al proceso en sí también se le denomina inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, aunque se ha reconocido que durante el proceso pueden existir otros tipos de inestabilidad como la de Holmboe y la de Tollmien-Schlichting, aunque no se han apreciado durante la realización de los experimentos, sino solamente después de realizar el perfil final.

El proceso de formación de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz fue descrito en los años 70 y 80 tanto experimental como teóricamente por *Steve Thorpe* y otros autores (*Brooke [1959,1960,1963]*, *Drazin [1970]*, *Browning y Watkins [1970]*, *Nayfeh y Saric [1971]*, *Turner [1973]*, *Gregg [1987]*, *Pawlak y Armi [1998]*, entre otros). Fundamentalmente ocurre que las perturbaciones en la interfase son inestables cuando un número adimensional, el número de gradiente de Richardson, toma un valor por debajo de cierto valor crítico (flujo subcrítico). Este número compara la energía cinética que se pone en juego en el proceso de mezcla con la modificación de la energía potencial necesaria para que este tenga lugar, de tal forma que cuando la energía cinética es suficiente el proceso de mezcla puede tener lugar.

El objetivo de este trabajo no es investigar la formación de las inestabilidades de Kelvin-Helmoltz sino el de estudiar, tanto teórica como experimentalmente, la redistribución de masa que tiene lugar una vez han ocurrido dichas inestabilidades. Este es, paradójicamente, un aspecto que ha sido dejado de lado en la literatura. La razón para ello estriba tanto en las dificultades teóricas como experimentales que conlleva determinar cual será la distribución de densidades (masa) que ocurrirá una vez que hayan roto las inestabilidades. Parece claro que una vez que se han producido las inestabilidades la distribución de masa que se alcanza es tal que el flujo deja de ser subcrítico, es decir se produce una estabilización del sistema.

Nuestro objetivo es investigar cual es la distribución de masas que se obtiene una vez han ocurrido las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz y en particular examinar si esta distribución puede ser en forma de escaleras. Estas escaleras han sido observadas en multitud de casos en el océano y usualmente se han atribuido a procesos de doble difusión. Sin embargo, su existencia también se ha justificado teórica y numéricamente en situaciones en las que tengan lugar otros dos mecanismos. El primero de estos mecanismos es el de *Phillips (1972)*, en el cual el flujo de densidad de Reynolds tiene un máximo a valores intermedios de estratificación. En este caso ocurre que una perturbación localizada verticalmente en el perfil de densidad ocasionará zonas de convergencia y divergencia vertical de densidad, de forma que crecerá hasta que el perfil de densidad forme un salto parecido al escalón de una escalera. En sus trabajos originales *Phillips (1972)* y *Posmentier (1977)*, así como en trabajos posteriores (*Ivey y Corcos [1982]*, *Ruddick et al. [1989]*, *Barenblatt et al. [1993]*, *Park et al. [1994]*, *Kranenburg [1995]*), trataron de relacionar el mecanismo con procesos de cizalla vertical, pero recientemente *Pelegrí y Sangrà (1998)* han argumentado que esta relación no es clara. El argumento que siguen estos autores implica que si bien el mecanismo de *Phillips* es una realidad, experimentalmente comprobada en experiencias con retículas oscilantes, todavía no está claro a que fenómeno de la naturaleza responde, pero no a fenómenos de cizalla vertical.

El segundo mecanismo, propuesto por *Pelegrí y Sangrà [1998]*, sugiere que una perturbación en el perfil vertical de la densidad, reflejada en una zona muy estratificada pero con alta cizalla, puede tornarse inestable y dar como resultado una zona bien mezclada. El aspecto crítico para este tipo de procesos es que el modelo debe tener una cierta memoria temporal, de forma que la mezcla actúe aún cuando la redistribución de masa que se crea haga que el proceso aparentemente ya no sea inestable (en términos

del número del gradiente de Richardson). En caso contrario ocurriría que el proceso sería simplemente difusivo y nunca se obtendría una estructura tipo escalera. La justificación de este tipo de proceso radica en que la turbulencia tiene una escala temporal propia, de forma tal que se mantiene durante un cierto intervalo de tiempo a pesar de que las condiciones que la ocasionaron hayan desaparecido. Para tomar en cuenta esta memoria de la turbulencia *Pelegrí y Sangrà (1998)* utilizaron una ecuación de *Langevin* para el coeficiente de difusión de la densidad.

En este estudio se combinará el enfoque numérico con el experimental. A pesar de todas las limitaciones que vayan a existir nuestro objetivo es el de obtener resultados experimentales y numéricos que muestren un cierto paralelismo. Para el análisis numérico se usará el modelo de *Pelegrí y Sangrà (1998)* adaptando las condiciones iniciales a los casos experimentales considerados y prestando atención especial a los coeficientes de difusión que caracterizan lo que ocurre en el experimento durante la aceleración de los fluidos antes de que se produzcan las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. En cuanto al desarrollo experimental, se ha construido un tanque basculante de dimensiones suficientes para que se desarrollen las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz sin que se vean afectadas por los bordes físicos del tanque y al mismo tiempo se han acoplado sensores de conductividad, temperatura, y velocidad para medir con precisión la evolución del sistema.

— Nuestro objetivo final es mostrar que ciertamente las estructuras tipo escalera en el océano pueden ocurrir debido a procesos de mezcla relacionados con las inestabilidades Kelvin-Helmholtz y que el aumento del tamaño de la interfase entre fluidos con cizalla vertical, aumenta la estabilidad del sistema y viceversa. En el Capítulo 2 se discuten con cierta profundidad las bases teóricas de las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz y de los mecanismos de *Phillips (1972)* y *Pelegrí y Sangrà (1998)*. En el Capítulo 3 se describen los diversos aspectos del montaje experimental utilizado en el laboratorio, así como los preparativos y pasos que implica la realización de una experiencia. En el Capítulo 4 se presenta las modificaciones al modelo de *Pelegrí y Sangrà (1998)*, para adaptarlo a las condiciones del laboratorio y a los resultados obtenidos. En el Capítulo 5 se muestran con cierto detalle los resultados experimentales de las experiencias más representativas y en el Capítulo 6 se hace la comparación entre los resultados experimentales y teóricos. El estudio tiene diversas limitaciones, fundamentalmente debidas a la enorme dificultad de modelar en el laboratorio procesos que ocurren sin ningún tipo de limitación física dentro del océano, y estas, junto con diversas sugerencias para el futuro, son discutidas en el Capítulo 7.

## **CAPÍTULO 2**

# **MODELOS DE MEZCLA**

---

En este capítulo se hace un resumen de los diferentes trabajos sobre el mecanismo de *Phillips*, tanto la evolución de los modelos, apartado 2.1., como los experimentos de laboratorio más representativos que se han empleado para demostrar este mecanismo, descritos en el apartado 2.2.. A continuación, apartado 2.3., se exponen las limitaciones del modelo tanto para identificar el mecanismo en la naturaleza como para asociarlo a una cizalla real vertical.

En el apartado 2.4., se hace una introducción a la mezcla por cizalla, con una breve descripción del mecanismo de Kelvin-Helmholtz, unos esbozos de que pudiera haber un punto de vista diferente del mecanismo de *Phillips* para la mezcla por cizalla que *Thorpe* y *Turner* dejaron apuntados, y finalmente unas observaciones con radar en la atmósfera del fenómeno de Kelvin-Helmholtz.

Para terminar este capítulo el apartado 2.5., describe los pasos que han llevado a *Pelegri* y *Sangrá* a la formulación de un nuevo modelo de mezcla por cizalla, describiendo los efectos de la cizalla en la mezcla, la memoria temporal de la turbulencia producida por la inestabilidad, y finalizando el tema con la formulación de un modelo cinemático de mezcla simple.

## 2.1. MECANISMO DE PHILLIPS-POSMENTIER

### 2.1.1. INTRODUCCION

*Philips [1972]* sugirió que si sobre un perfil de densidad bien estratificado se producen pequeñas perturbaciones, estas podrán crecer con el tiempo, produciendo un incremento en el gradiente vertical de densidad local acompañado por una gran disminución del coeficiente de difusión turbulenta de densidad  $K$ . En este caso,  $(dF_z/dz)$  la derivada vertical del flujo de densidad vertical aumentará (disminuirá) cuando aumente (disminuya) la estratificación, lo que produce convergencia vertical de densidad (divergencia) donde la variación de densidad es positiva (negativa).

Estas variaciones en el perfil de densidad vertical producirán un escalón progresivamente mejor definido, hasta que el flujo de densidad turbulento se iguale en las dos partes del escalón, que son la parte donde la estratificación es máxima (anchura del escalón) y la parte donde la mezcla es completa (altura del escalón).

Más tarde parametrizó  $K$  en términos de un número local de Richardson, para demostrar que las capas de densidad se formarán cuando el coeficiente de difusión turbulento de la densidad,  $K$ , sea una función inversa lo suficientemente grande del número de Richardson local.

*Posmentier [1977]* examinó la estabilidad de la misma ecuación vertical de difusión de densidad usada por *Philips [1972]*, pero esta vez usando la salinidad en vez de la densidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial F}{\partial z} = -\frac{\partial F}{\partial I} \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} \quad (1)$$

donde  $\rho$  es densidad,  $I = \partial \rho / \partial z$  es el gradiente vertical de densidad local, y  $F \equiv w'$  es la componente vertical del vector de flujo turbulento de densidad  $\bar{F}$ . *Posmentier* destacó que las soluciones a esta ecuación son inestables si  $\partial F / \partial I$  es positivo, y sugirió que este es el caso cuando la estratificación es mayor que un cierto valor crítico. Hizo algunas simulaciones numéricas usando parametrizaciones para  $K$ , del tipo de *Munk y Anderson [1948]*, descritas en términos del gradiente local del número de Richardson definido como:

$$Ri = \frac{g}{\rho} \frac{\left( \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)}{\left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2} \quad (2)$$

donde  $v$  es la velocidad horizontal,  $\partial v / \partial z$  es la cizalla vertical, y  $g$  es la aceleración de la gravedad. La solución numérica fue capaz de reproducir la formación de una estructura en escalera en un perfil de densidad y profundidad.

*Barenblatt et al. [1993]* desarrollaron el mecanismo de *Phillips* resaltando la importancia de determinar un tiempo finito para la turbulencia que ajuste la variación del gradiente vertical de densidad. Especificaron un tiempo de retraso a través de una expresión lineal para el coeficiente de difusión turbulenta, el cual fue entonces incorporado en la ecuación de la difusión vertical de temperatura. Analizaron esta ecuación y demostraron que el problema es matemáticamente resoluble y la solución es única y más adelante calcularon algunas soluciones que muestran la formación de estructuras tipo escalón.

*Kranenburg [1996]* ha explorado la interacción de la flotación media y los campos de velocidad en las ecuaciones verticales de difusión para las dos variables. Consideró la disminución del ajuste temporal de turbulencia, argumentando que la difusión turbulenta debe estar forzada por un término del tipo de *Prandtl-Kolmogorov*. Hizo un análisis de las ecuaciones (usando la generalización de Munk-Anderson para los coeficientes de difusión de momento y densidad en términos del número de Richardson) y obtuvieron condiciones restrictivas más precisas en la forma, tanto de los flujos de verticales de densidad y de momento para las inestabilidades que desarrollaron. Mostraron que bajo esas condiciones las soluciones numéricas de las ecuaciones de densidad, de momento y de difusión turbulenta lleva a la formación de estructuras de tipo escalera.

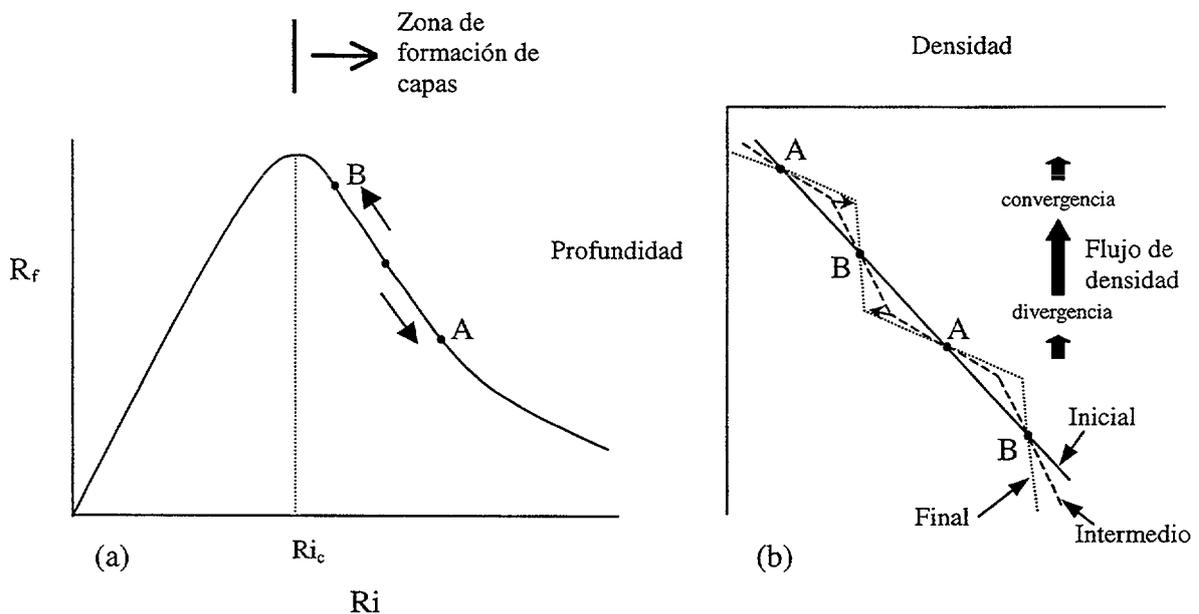


Figura 2.1: (a) Relación conceptual entre la eficiencia de mezcla,  $R_f$ , y un convenientemente definido número de Richardson  $R_i$ . La formación de escaleras es de esperar que suceda a la derecha del punto  $R_{i,c}$ , donde  $R_f$  es máximo. (b) Muestra un diagrama esquemático de la evolución del perfil de densidad cuando  $R_i > R_{i,c}$ . En los puntos A,  $R_i$  aumenta con el tiempo mientras que el flujo de densidad disminuye. En los puntos B,  $R_i$  disminuye y el flujo de densidad aumenta con el tiempo. Esto produce convergencias y divergencias del flujo de densidad que se alternan entre los puntos A y B, hasta que se hace uniforme en toda la zona.

La clave del mecanismo de *Phillips* es el asumir la dependencia de  $F$  con la estratificación de la densidad ( $F=f(\partial\rho/\partial z)$ ). Este mecanismo requiere que  $F$  sea pequeño para condiciones de mezcla alta, ya que esto hace disminuir  $\rho'$ , y que  $F$  sea también pequeño para condiciones de elevada estratificación, debido a que estas condiciones inhiben  $w'$ , con un máximo situado cerca de un valor crítico de estratificación.

*Linden [1980]* obtuvo datos experimentales de laboratorio y mostró una dependencia similar del flujo del número de Richardson, definido como la razón entre el cambio de energía potencial y la pérdida de energía cinética turbulenta, como una función del número de Richardson local expresado en términos de una escala vertical turbulenta de velocidad.

*Ivey e Imberger [1991]* también encontraron relaciones similares usando datos obtenidos en experimentos en los cuales generaban mezcla mediante el movimiento de mallas de plástico en aguas estratificadas y en túneles de viento.

*Ruddick et al. [1989]* y *Park et al. [1994]* presentaron unos experimentos con mezcla inducida por la agitación de varillas verticales, que producen la formación de escalones de densidad. *Park et al. [1994]* definieron un número de Richardson global dependiente de la estratificación inicial y de la velocidad de agitación de las varillas. Sus experimentos mostraban claramente que hay un valor crítico para el número de Richardson (el cual depende del número de Reynolds), por encima del cual se producen las inestabilidades que acaban desarrollando escalones (Figura 2.1). Utilizaron también, después de la formación de escalones, un número de Richardson local definido esta vez en términos de la anchura de la escalera y la velocidad de las varillas. Encontraron que el flujo de densidad disminuye mientras el número de Richardson aumentaba entre los valores de 1 a 10, por debajo de los cuales permanecía uniforme, pero no pudieron confirmar con precisión que el flujo de densidad disminuía para valores por debajo de 1. Observaron además que las escaleras llegaban a un estado de equilibrio que correspondía a un flujo de densidad uniforme en la región estratificada

Todas estas teorías y estos trabajos experimentales confirman la formación de estructuras tipo escalera a través del mecanismo de *Phillips*. La similitud entre la evolución y la aparición de escalones encontrada en los experimentos de *Park et al. [1994]* y en las simulaciones numéricas de *Barenblatt et al. [1993]* y de *Kranenburg [1996]* es notablemente convincente. Queda un aspecto oscuro, que es la identificación del mecanismo que lleva a la formación de las estructuras.

### 2.1.2. MODELO DE POSMENTIER

Estudia el proceso con la variable salinidad, partiendo de la fórmula de difusión vertical de la sal en agua:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{\partial F}{\partial z} \quad (1)$$

donde  $S$  es salinidad,  $F$  es el flujo de sal,  $t$  el tiempo y  $z$  la coordenada vertical en profundidad.

La ecuación (1) se puede escribir de la forma:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{\partial F}{\partial S'} \frac{\partial S'}{\partial z} \quad (2)$$

donde  $S'$  es la derivada de la salinidad con respecto a  $z$  ( $\partial S/\partial z$ ), que indica el gradiente vertical de salinidad, es decir, la estratificación.

El flujo de salinidad es,  $F = -KS'$ , donde  $K$  es el coeficiente de difusión de la sal que depende del número de Richardson ( $Ri$ ), el cual depende de la estratificación ( $S'$ ). Ha sido parametrizado por *Rossby y Montgomery [1935]*, *Munk y Anderson [1948]*, *Mamayev [1958]*, y el *Delft Hydraulic Laboratory [1974]*, entre otros, dando lugar a una dependencia con la estratificación que se representa en la Figura 2.2. Para valores pequeños de  $S'$ , que indica baja estratificación,  $F$  aumenta con el aumento de  $S'$ , hasta llegar a un cierto valor de la estratificación, aquí representado por  $S'_c$ , por encima del cual la relación se invierte y  $F$  disminuye con el aumento de la estratificación. La disminución de  $K$  con respecto a la estratificación hace que esta relación de  $F$  sea empíricamente justificada y físicamente razonable y todo el análisis que viene a continuación depende solamente de esta propiedad.

Este trabajo de Posmentier se centra en analizar las soluciones de la ecuación (2) y sus consecuencias para diferentes condiciones de estratificación, y para los diferentes valores que va a tomar,  $F^* = \partial F/\partial S'$ . Para valores negativos de  $F^*$  las soluciones a la ecuación (2) son estables, esto indica que las perturbaciones de la estratificación son suavizadas por la difusión; mientras que para valores positivos de  $F^*$  son inestables lo que produce que las perturbaciones son aumentadas por la difusión. Pero estas inestabilidades no son inestables indefinidamente, a medida que crecen las inestabilidades  $F^*$  va acercándose a valores negativos o a cero, con lo cual se produce una estabilización que desemboca en un perfil vertical de densidad tipo escalera.

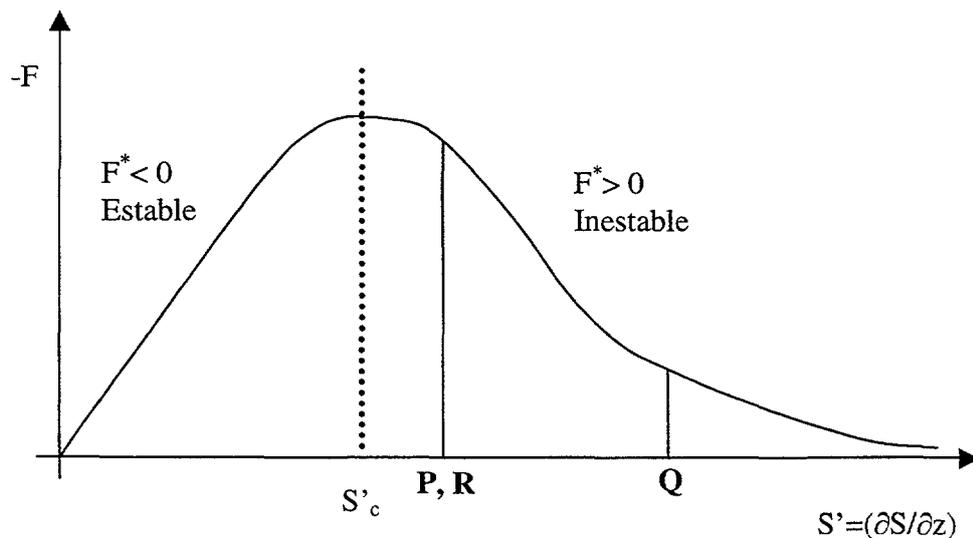


Figura 2.2: Flujo vertical de salinidad  $F$  en función del gradiente vertical de densidad  $S'$

Estas propiedades de las soluciones de la ecuación (2), también las explica cualitativamente apoyándose en la Figura 2.2 y partiendo de un perfil de salinidad inicial estratificado, Figura 2.3. En esta figura y para esta descripción se supone que la cizalla vertical de velocidad es constante, y que en la gráfica de la Figura 2.2 se sitúa en las soluciones inestables a la ecuación (2) ( $F^* > 0$ ). En el punto  $Q$  hay una inhibición de la mezcla debido a la alta estratificación, con lo que se obtiene un valor pequeño del flujo de salinidad ( $F$ ). Mientras que la mezcla en los puntos  $P$  y  $R$  produce un máximo local en el flujo vertical (ver Figura 2.2). La capa  $B$  será una región de divergencia de salinidad en la cual la salinidad va a disminuir.

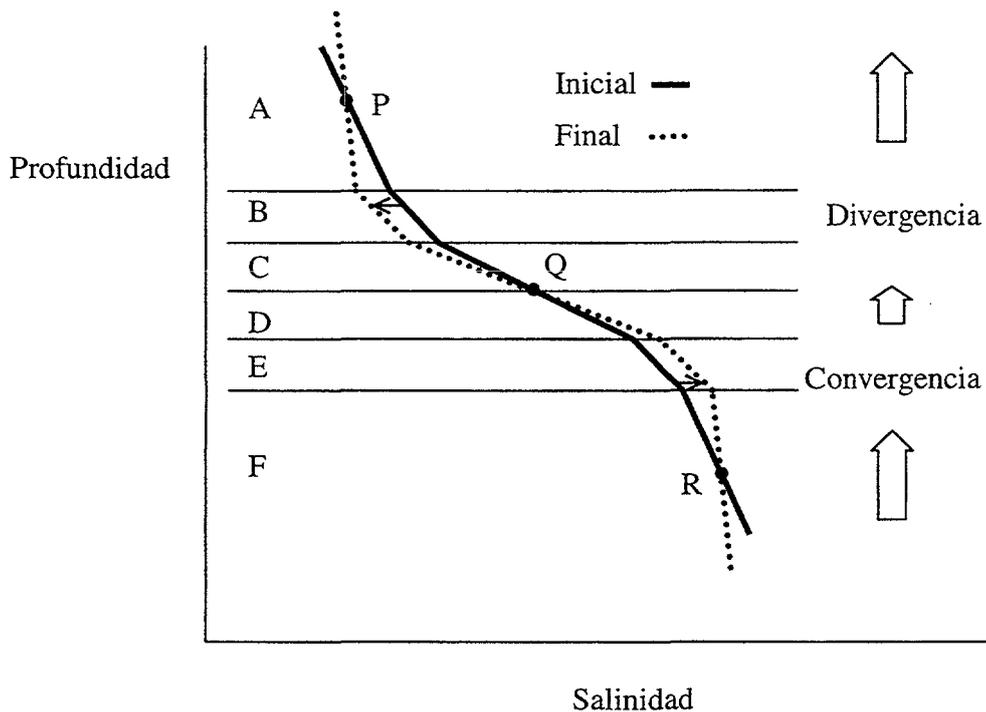


Figura 2.3: Evolución de un perfil de salinidad en el mecanismo de Phillips

Inversamente, alrededor de la capa  $E$  se produce un incremento de la salinidad debido a que se produce una convergencia. En los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$  que son los extremos del flujo de sal no se produce ni convergencia ni divergencia de salinidad, por lo tanto la salinidad no cambia. Con el tiempo se puede ver en la Figura 2.3 como desde un perfil inicial, que representa la línea de trazo continuo, se puede perturbar hacia el perfil que representa la línea de trazo discontinuo.

Las simulaciones numéricas se realizaron para estudiar los efectos de la difusión vertical del perfil de salinidad en un estuario parcialmente mezclado con número de Richardson elevado. En la Figura 2.4 se puede observar como el perfil inicial se va modificando a lo largo del tiempo. Es un estuario con una profundidad media de  $20\text{ m}$ , la abscisa es la salinidad, se muestra la escala del  $5\%$  de salinidad, y los perfiles están separados un  $5\%$  en salinidad para que se pueda apreciar la variación de la forma de los perfiles.

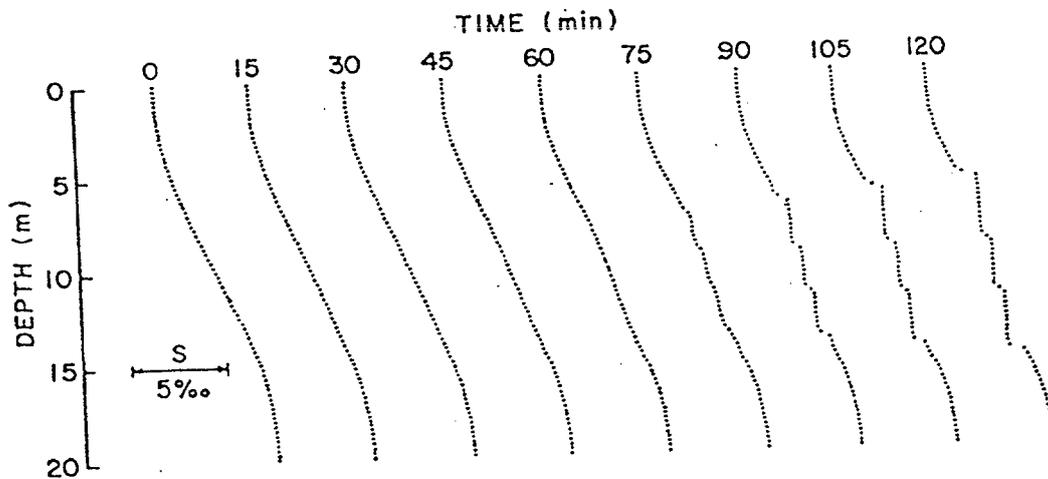


Figura 2.4: Simulaciones numéricas de la difusión vertical en un estuario con una profundidad de 20 m. La abscisa corresponde a salinidad; la escala muestra el intervalo del 5 ‰ de salinidad. Los perfiles verticales de salinidad corresponden a intervalos de 15 m, a los cuales se les ha sumado un 5 ‰ de salinidad para que se pudieran distinguir con claridad en su representación.

### 2.1.3. MODELO DE BARENBLATT ET ALIA

Trabaja con los procesos de transferencia de calor en fluidos estratificados térmicamente, partiendo de la base de que la estratificación inhibe la turbulencia y por lo tanto disminuye el transporte de masa y calor. Siguiendo el mecanismo de *Phillips [1972]* y de *Posmentier [1977]* pero introduciendo una novedad respecto a ellos, que fue la introducción del ajuste finito del tiempo del campo de turbulencia. *Barenblatt et alia [1993]*, de aquí en adelante BBDPU, consideraron la evolución de un fluido estratificado verticalmente en temperatura. Partieron de la ecuación de balance de energía para una capa de fluido homogéneo:

$$\theta_t = (k\theta_z)_z \quad (1)$$

donde los subíndices representan derivadas parciales,  $\theta(z,t)$  es la temperatura potencial media,  $t$  el tiempo,  $z$  es la coordenada vertical y  $k(z,t)$  es el coeficiente turbulento de difusión de temperatura, definido por la relación:

$$k = -\frac{\Phi}{\rho c_p \theta_z} \quad (2)$$

donde  $\Phi(z,t)$  es el flujo turbulento de calor,  $\rho$  la densidad de referencia del fluido, y  $c_p$  es el calor específico por unidad de masa a presión constante, por lo que  $\rho c_p$  es el calor específico por unidad de volumen. *Barenblatt et al. [1993]* inciden en que la relación (2) bajo condiciones estadísticas horizontales homogéneas no

contiene ninguna condición adicional y no es otra que la definición de difusión turbulenta de temperatura.

Esta relación bajo condiciones hidrodinámicas externas constantes y un valor constante del gradiente de temperatura hace que la difusión tienda hacia un valor límite, y debe ser una función que depende solamente del gradiente de temperatura:

$$k = k_0(\theta_z) \quad (3)$$

y que los gradientes positivos de temperatura inhiben la turbulencia, y por lo tanto la función  $k_0(\theta_z)$  es decreciente, Figura 2.5. El flujo tiende a cero para gradientes de temperatura grandes, despreciando la difusión molecular de temperatura incluso con gradientes grandes.

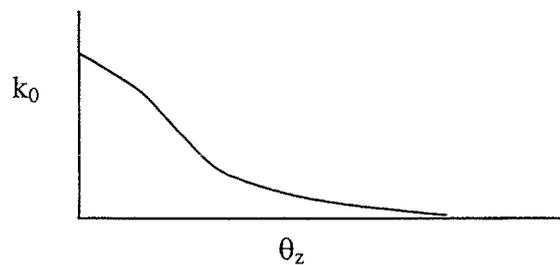


Figura 2.5: Coeficiente de difusión turbulenta de calor

Definiendo la función  $\phi$  como el valor absoluto del flujo de la temperatura:

$$\phi(\theta_z) = k_0(\theta_z)\theta_z, \quad (4)$$

con esta relación se obtiene la gráfica de la Figura 2.6, donde se ve que la función  $\phi$  crece en el intervalo desde cero hasta un valor  $\alpha$ , que cualitativamente tiene la misma forma que la propuesta por *Rossby y Montgomery [1935]*, *Munk y Anderson [1948]*, *Posmentier [1977]*, *Felsenbaum y Bogulavsky [1977]*, y *Ruddick et al. [1989]*; y básicamente vuelve a indicar que la turbulencia decrece cuando la estratificación excede un punto y llega a inhibir este proceso con una estratificación elevada.

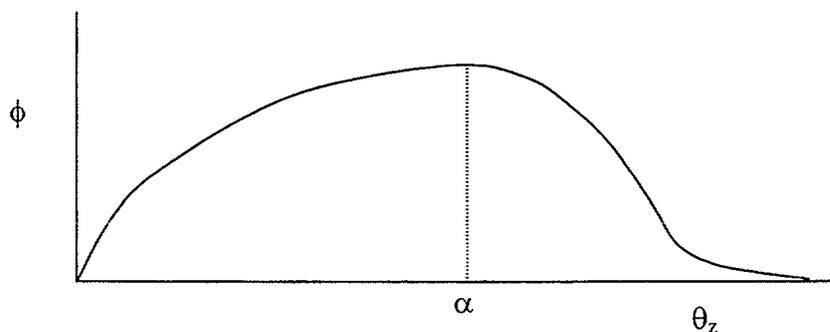


Figura 2.6: Flujo turbulento de calor respecto a la estratificación

Una novedad de este trabajo es que incluye la influencia de los campos de velocidad en las ecuaciones del modelo y enuncia que existe un cierto tiempo de retraso de la turbulencia, de manera que las condiciones actuales de turbulencia no responden a las condiciones del fluido en ese instante.

A primera vista parece natural usar el coeficiente  $k_0$  para cerrar la ecuación del balance de energía (1), y que el tiempo de relajación del campo de temperatura hacia un cierto valor dado de gradiente de temperatura parece pequeño en comparación con el tiempo característico de la redistribución del campo de temperatura. Esta aproximación lleva a la siguiente ecuación para la temperatura potencial:

$$\theta_t = \phi(\theta_z)_z = \phi'(\theta_z)\theta_{zz}. \quad (5)$$

Esta aproximación es usada por *Posmentier [1977]*, pero si el gradiente de temperatura es menor que el valor  $\alpha$ , el coeficiente  $\phi'(\theta_z)$  de la ecuación (5) es positivo, lo que lleva a corregir los problemas de los valores iniciales de borde. Pero si la estratificación sobrepasa los valores de  $\alpha$ , este coeficiente es negativo y (5) es la ecuación de calor anterior.

Esto sugiere que el modelo matemático debe ser modificado ya que (1) es solo una ecuación de sistema, que gobierna el campo completo la cual debería contener también las ecuaciones de un modelo de flujo turbulento de cizalla. Introduce una ecuación de balance de energía turbulenta que *Monin y Yaglom [1971]*, escribieron de la forma siguiente:

$$\bar{b}_t = -\overline{u'w'u_z} - ((\overline{p'/\rho + b})w')_z - \varepsilon + \beta g \frac{\Phi}{\rho c_p}. \quad (6)$$

Donde  $u(z,t)$ ,  $v(z,t)$ ,  $w(z,t)$  son las componentes de la velocidad en los tres ejes,  $p$  es la presión,  $\beta$  es el coeficiente de extensión termal del volumen del fluido,  $g$  es la aceleración de la gravedad, las primas indican fluctuaciones de la media, las barras valores medios,  $b$  es la energía turbulenta por unidad de masa:

$$b = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2), \quad (7)$$

$\varepsilon$  es la tasa de disipación de energía turbulenta por unidad de masa,  $\Phi(z,t)$  es el flujo de calor, el cual en la ecuación de balance de calor (1) era reemplazado por  $-\rho c_p k \theta_z$  de acuerdo con la ecuación (2).

El primer término de la parte derecha de la ecuación (6) representa la aportación de energía turbulenta debido al trabajo del esfuerzo de Reynolds en el gradiente medio de velocidad, el segundo término es la divergencia de flujo medio turbulento en energía turbulenta, el tercer término representa la tasa de disipación viscosa de la energía turbulenta, y el último término es la tasa de disminución de energía turbulenta debido al trabajo en contra de la fuerza de flotación.

El coeficiente de difusión turbulenta de temperatura  $k$  está controlado por las propiedades instantáneas en el momento  $t$ , en general no se puede reemplazar por la

función  $k_0(z, t)$ . Ya que de acuerdo con los modelos de turbulencia que contienen una ecuación de balance de energía turbulenta (6), la energía turbulenta necesita un tiempo  $\tau$  para asimilar el valor actual del gradiente de temperatura. Por esto  $k$  debe tomarse como el correspondiente valor de equilibrio  $k_0$  relacionado con el gradiente de temperatura en un cierto valor retraso un tiempo  $t - \tau$ , donde  $\tau$  es el tiempo de retardo controlado por la propia turbulencia:

$$\tau \sim l/u_* \quad (8)$$

Aquí  $l$  es la escala media del sistema de vórtices, el cual es proporcional a la escala integral de tamaño del campo de velocidad, y  $u_* = (\sigma/\rho)^{1/2}$  es la velocidad de fricción del flujo, la escala característica de velocidad es determinada por el esfuerzo tangencial  $\sigma$  y la densidad del fluido  $\rho$ , el cual es proporcional a la fluctuación media de la velocidad.

En este trabajo se toma el tiempo de retardo de la turbulencia  $\tau$  como constante, y pequeño en comparación con la escala de tiempo característica de la estabilización de la temperatura y lo ajusta con una media sobre el total de la cantidad. Su modelo puede incorporar la dependencia del gradiente de temperatura con  $\tau$  sin complicaciones pero no lo incluye por dos razones; la primera es que no tienen información para relacionar  $\tau$  con el gradiente de temperatura, y la segunda que esa dependencia estiman que no va a proporcionar sustanciales diferencias ya que además debería disminuir a medida que aumenta el gradiente de temperatura.

Esto lleva a que el coeficiente de difusión turbulenta corresponde a un equilibrio del gradiente de temperatura en el momento  $t - \tau$ .

$$k(z, t) = k_0(\theta_z(z, t - \tau)). \quad (9)$$

Teniendo en cuenta que el tiempo de retraso  $\tau$ , es pequeño en comparación con el tiempo de escala característico del campo de temperatura, haciendo un desarrollo lineal de (9) con respecto a  $\tau$ , se obtiene:

$$k \approx k_0(\theta_z) - \tau k'_0(\theta_z) \theta_{z\tau} \quad (10)$$

Los resultados numéricos de este modelo se muestran en las gráficas del la Figura 2.7, donde se representan las siguientes variables adimensionalizadas, en el eje de abscisas se representa  $\xi = z/L$  una adimensionalización de la coordenada  $z$ , y en el de ordenadas  $u = B^{1/2} \theta_z$  que es una representación de la estratificación, las ejecuciones del modelo se han hecho con diferentes,  $\sigma = 2A\tau L^2$ , que es una representación del tiempo de retardo de la turbulencia y los valores son representados en diferentes intervalos de tiempo adimensionalizado  $\mathcal{G} = At/L^2$ , donde  $A$  y  $B$  son parámetros que controlan el valor inicial del flujo de temperatura. La ejecución del modelo más representativa de la formación de escaleras se muestra en la Figura 2.7, donde las gráficas muestran el resultado del modelo a diferentes tiempos  $\mathcal{G}$ , comparados con el perfil inicial a  $t = 0$ . Para estas ejecuciones se ha empleado la siguiente condición inicial para la estratificación:

$$u_0(\xi) = 4U_0 \left(\frac{4}{3}\xi\right)^{3/2} (1 - \xi),$$

donde  $U_0$  es una constante positiva, la cual dependiendo de su valor hace que el gradiente de la temperatura inicial sea subcrítica, supercrítica y fuertemente supercrítica, en las ejecuciones de la Figura 2.7 el valor de  $U_0 = 4$ , lo que corresponde a un valor supercrítico del gradiente de temperatura inicial, es decir un gradiente muy fuerte de temperatura inicial. El valor de  $\sigma = 10^{-3}$ , proporciona un valor del tiempo de relajación del sistema, y la gráfica (a) corresponde a  $\mathcal{G} = 0.025$ , la (b)  $\mathcal{G} = 0.05$ , y la gráfica (c)  $\mathcal{G} = 0.075$ . Los resultados obtenidos del modelo muestran que cuando el gradiente es supercrítico las escaleras aumentan a medida que disminuye el valor de  $\sigma$ .

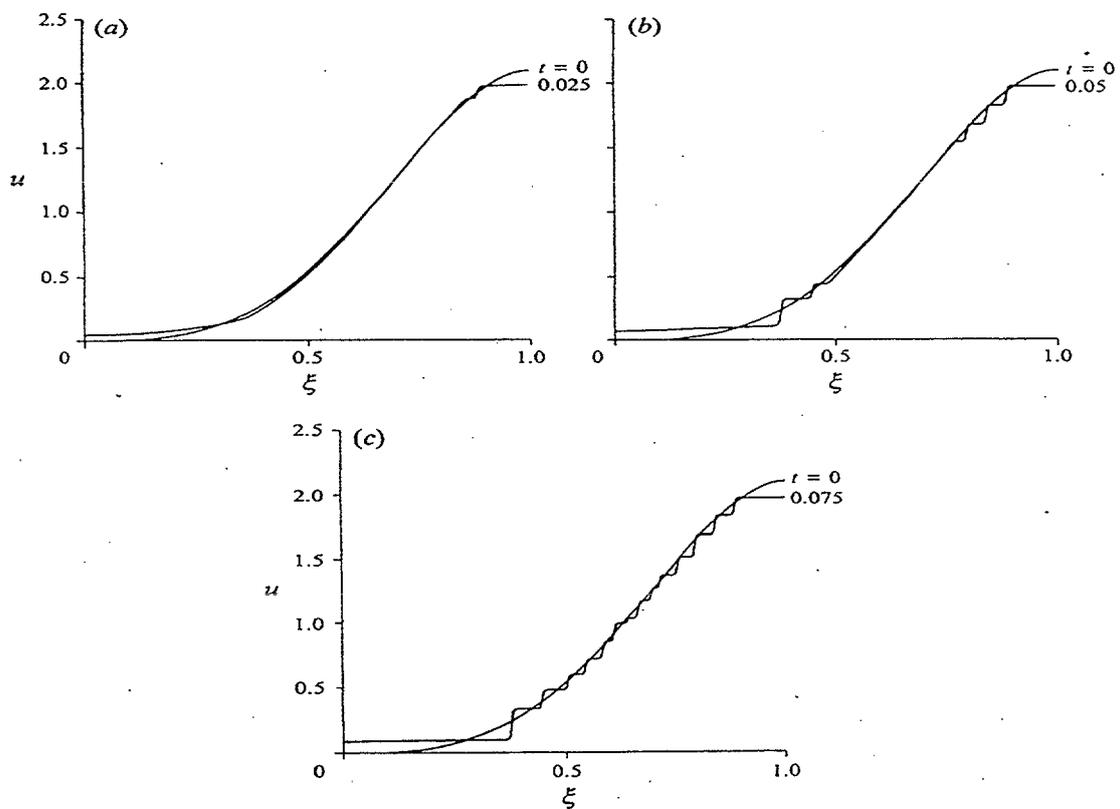


Figura 2.7: Evolución de una distribución inicial de temperatura supercrítica ( $U_0=4$ ), se forman múltiples escaleras a pequeños ( $\sigma=10^{-3}$ ) tiempos de relajación en el tiempo adimensional  $\mathcal{G}=0.025$ , para (a); de  $\mathcal{G}=0.05$ , para (b); y de  $\mathcal{G}=0.075$ , para (c).

#### 2.1.4. MODELO DE KRANENBURG

Este modelo explora la teoría de *Barenblatt et al. [1993]* con la interacción conjunta de los campos de velocidad con las fuerzas de flotación media. Considera un flujo de cizalla estable estratificado, horizontalmente homogéneo. Asumiendo que los transportes verticales turbulentos se pueden modelar como gradientes del transporte

y con la aproximación de *Boussinesq*, las ecuaciones de conservación para el momento medio horizontal y la flotación son:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_m \frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_b \frac{\partial B}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$U$  es la velocidad horizontal media,  $B = -g\delta\rho/\rho_0$  es la flotación media,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\rho_0$  una densidad referencia,  $\delta\rho$  la desviación de  $\rho_0$ ,  $z$  la coordenada vertical (positiva hacia arriba),  $t$  tiempo, y  $K_m$  y  $K_b$  son los coeficientes turbulentos de viscosidad y de difusión.

El método de promediado no es trivial en este trabajo, si las cantidades medias fueran promediadas juntas las soluciones tipo escalera no serían físicamente aceptables. Para que las soluciones del tipo escalón sean aceptables las cantidades medias deben ser medias horizontales obtenidas de una sola realización.

Como dice *Barenblatt et al. [1993]* hace falta una ecuación adicional para estimar la escala de longitud de la energía contenida en las espirales, y de los coeficientes de intercambio. Una expresión formal para estas ecuaciones puede ser puesta de la siguiente manera (*Launder y Spalding [1972]*):

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = S_\Psi \quad (3)$$

$\Psi$  es un parámetro turbulento, por ejemplo la energía cinética turbulenta o la tasa de disipación, y  $S_\Psi$  un término fuente que representa la producción, destrucción y redistribución de  $\Psi$ . Debido a que  $S_\Psi$  no contiene derivadas con el tiempo, una ecuación como (3) puede ser combinada en principio con ecuaciones de la evolución de la producción de coeficientes de intercambio de la forma:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = S_K \quad (4)$$

donde  $K = K_m$  ó  $K_b$  y  $S_K$  es otra vez el término fuente. En modelos locales de equilibrio la derivada del tiempo de  $K$  es despreciada, lo cual hace que  $S_K = 0$ . En un modelo del tipo de *Prandtl-Kolmogorov*,  $S_K \propto -K + u_* l F(Ri)$ , donde  $u_*$  es la velocidad de fricción,  $l$  es la escala de tamaño de las espirales en condiciones neutras,  $F$  es una función positiva de amortiguación que representa la influencia de la estratificación ( $F(0) = 1$  y  $dF/dRi < 0$  para  $Ri$  finito), y  $Ri = (\partial B/\partial z)(\partial U/\partial z)^2$  el gradiente del número de Richardson ( $Ri \geq 0$ ).

Las expresiones que dan la expresión de los coeficientes de intercambio en este modelo son:

$$\tau \frac{\partial K_m}{\partial t} = -K_m + u_* l F_m(Ri) \quad (5)$$

$$\tau \frac{\partial K_b}{\partial t} = -K_b + u_* l F_b(Ri) \quad (6)$$

$\tau$ , es la escala de tiempo de las espirales grandes,  $K_m$  y  $K_b$  calculados de (5) y (6) nunca se hacen negativos. La ecuación (6) es la propuesta por *Barenblatt et al. [1993]* la ecuación (5) es nueva. Se puede aplicar a (6), para pequeños valores de  $\tau \partial K_b / \partial t$ , un desarrollo regular de primer orden,

$$K_b \approx u_* l \left[ F_b(Ri) - \tau F'_b(Ri) \frac{\partial Ri}{\partial t} \right] \quad (7)$$

donde la prima indica derivada con respecto a  $Ri$ . La ecuación (7) es equivalente a la ecuación (10) de la explicación del modelo anterior de *Barenblatt et al. [1993]* y corresponde a la (15) de su artículo publicado. El término derivado respecto al tiempo en (6) no siempre permanece pequeño para números de onda grandes, en estas condiciones es cuando *Barenblatt et al. [1993]* determinaba los problemas de planteamiento de los valores iniciales. Para evitar este problema existe una formulación alternativa para la difusión turbulenta que podría reemplazar a (6), que también resulta de los modelos de flujo de cizalla turbulento con cizalla (*Launder [1975]*):

$$K_b = K_m \sigma_t^{-1}(Ri) \quad (8)$$

donde  $\sigma$  es el número de Prandtl turbulento, el cual en un medio de turbulencia libre aumenta con el número de Richardson (*Mizushima et al. [1978]*).

Introduciendo las variables adimensionales,  $U^* = U/U_1$ ,  $B^* = B/B_1$ ,  $t^* = t/T$ ,  $\tau^* = \tau/T$ ,  $K^* = K/u_* l$  y  $z^* = z/h$  donde  $T$  y  $h$  son constantes, las ecuaciones (5) y (6) omitiendo los asteriscos, se convierten en:

$$\tau^* \frac{\partial K_{m,b}^*}{\partial t^*} + K_{m,b}^* = F_{m,b}^*(Ri). \quad (9)$$

Las ecuaciones (1) y (2) y la expresión del número de Richardson permanecen sin cambios poniendo,  $T = h^2/(u_* l)$ , y  $U^2 = B_1 h$ . Para números de Richardson elevados el valor de  $\tau \approx 1/N_1$  (*Holt et al. [1992]*), donde  $N_1$  es la frecuencia de flotación  $N_1^2 = B_1/h$ , la variable adimensional  $\tau^*$  es del orden de  $(l/h)/Ri^{1/2}$ . Aquí  $Ri_* = B_1 h / u_*^2$  es un número de Richardson global.

Los coeficientes de amortiguación usados para las distribuciones de velocidad y flotación fueron:

$$F_m = \frac{\sigma_{i0}}{(1 + \alpha Ri)^m} \quad (10)$$

$$F_b = \frac{1}{(1 + \beta Ri)^n}, \quad (11)$$

donde  $m=0.5$ ,  $n=\beta=3$ ,  $\alpha=10$  y  $\sigma_{i0}=\sigma_i(0)$ . Los valores de  $n$  y de  $m$  fueron elegidos para que cumplieran la condición de inestabilidad,  $n \geq 2m+1$ .

La Figura 2.8 muestra un resultado típico de las simulaciones numéricas, la estructura de cuatro capas en  $t = 2$  se ha desarrollado a partir de la suma de pequeñas escaleras. Este proceso de suma de escaleras parece continuar, primero se ve desaparecer la escalera más elevada, después la siguiente y finalmente solo queda la escalera más acentuada. Esta forma de desaparición de las interfases esta de acuerdo con los experimentos de *Ruddick et al. [1989]* que se verá más adelante, pero no se pueden comparar con los experimentos de *Moore y Long [1971]* o los de *Narimousa y Fernando [1987]* debido a la gran influencia de las paredes laterales en sus experimentos, pero ello encuentran un perfil similar de velocidad. Incluyendo la fricción de las paredes laterales en el modelo se obtuvieron similares resultados que los que representa la Figura 2.8.

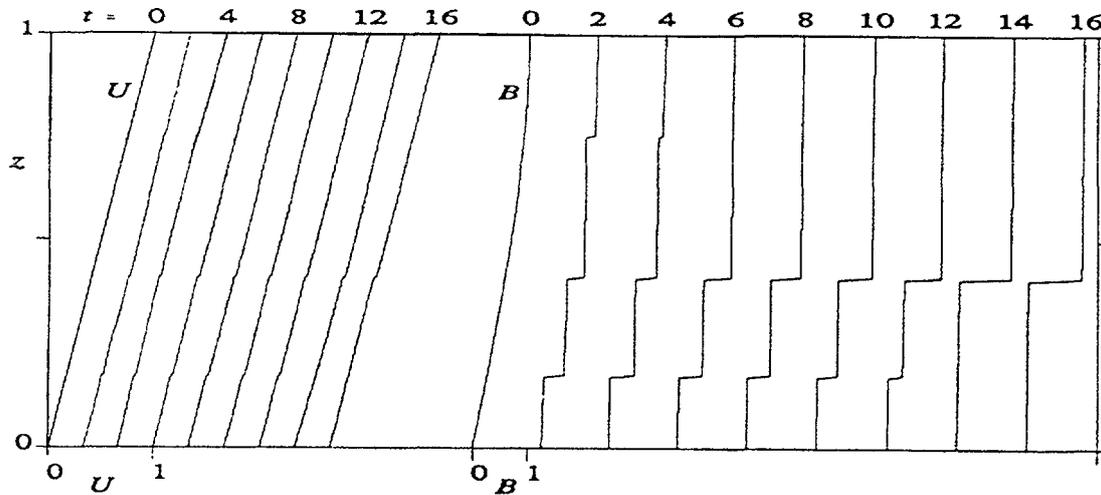


Figura 2.8: Distribuciones de la velocidad y flotación usando (10) y (11) para  $m=0.5$ ,  $\alpha=10$ ,  $n=\beta=3$ .

## 2.2. EXPERIMENTOS DEL MECANISMO DE PHILLIPS

### 2.2.1. EXPERIMENTO DE RUDDICK ET ALIA [1989]

El experimento se inicia con el llenado del tanque de una disolución consistente en agua con sal y agua con azúcar, de manera que ambas componentes componen un gradiente uniforme de densidad lineal. Esta solución fue agitada uniformemente en longitud y profundidad por una ristra de varillas verticales. En la Figura 2.9 se puede observar la respuesta del flujo de flotación respecto al gradiente de densidad a diferentes tasas de agitación.

Para un gradiente de densidad fijo y una amplitud de agitación provocan una diferencia notable en la respuesta del gradiente de densidad. A elevadas tasas de agitación se produce un transporte vertical de sal y azúcar al fondo y superficie del tanque, que produce una disminución del gradiente vertical de densidad. A bajas tasas de agitación, el perfil inicial de densidad se convierte en una serie de escaleras de parecida anchura que se mantienen hasta formar una serie de capas bien mezcladas separadas por interfases definidas. Aumentando la tasa de agitación en este momento, las escaleras se difunden en un perfil de densidad suavizado parecido al inicial. El fenómeno persiste cuando se usa solo sal como disolvente, esto indica que no es un fenómeno de doble difusión.

*Ruddick et al. [1989]* exponen que es un fenómeno que responde al mecanismo de *Phillips*, donde un perfil inicial estratificado rompe en una serie de capas e interfases si el flujo de flotación disminuye lo suficientemente rápido como el gradiente local del número de Richardson local aumenta. La Figura 2.10 muestra una serie de perfiles de densidad medidos en un experimento con un gradiente de azúcar y sal, tomado en un periodo de tres días; cada perfil ha sido separado del anterior sumándole un 1% de densidad. El perfil *a* de densidad es la distribución inicial de densidad antes de que comience la agitación.

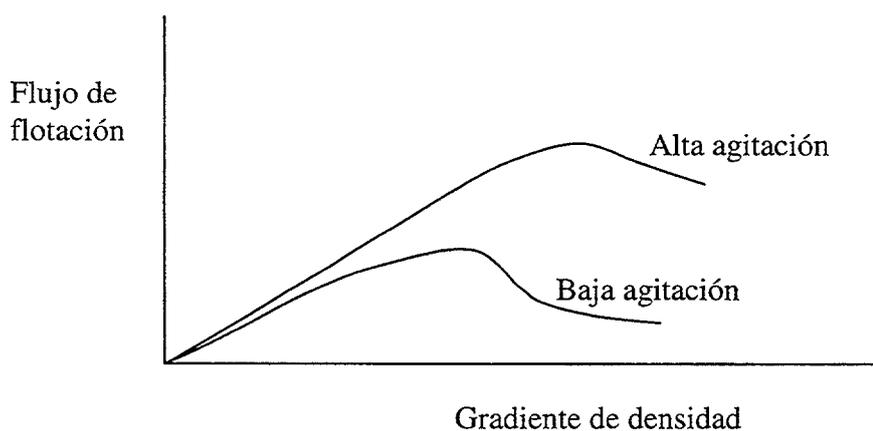


Figura 2.9: Esquema de la evolución de la relación entre el flujo de flotación y el gradiente de densidad, para tasas bajas y altas de agitación

Después de un periodo de  $5.5 h$  de agitación con un periodo de  $22 s$  se obtuvo el perfil  $b$ , donde se puede ver claramente escaleras de  $2 cm$  de anchura. Luego de una mezcla de  $4.5 h$  más con un periodo de  $22 s$  se obtiene el perfil  $c$ , donde solo se pueden ver escaleras cerca del fondo. El perfil  $d$  se obtuvo después de  $12 h$  sin agitación, la difusión produce un suavizado del perfil que lleva a un perfil lineal al menos con la resolución usada en el experimento.

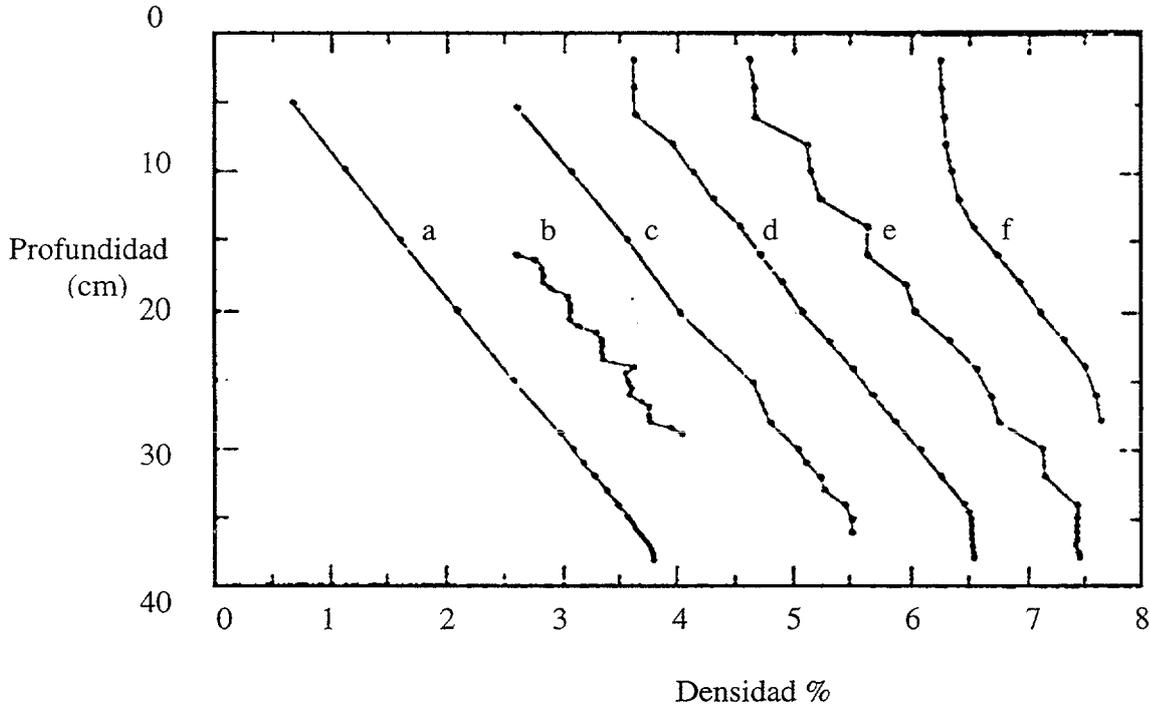


Figura 2.10: Secuencia de perfiles de densidad de un único experimento. (a) Perfil inicial,  $N=1s^{-1}$ . (b) Después de  $5.5 h$  de agitación con un periodo de  $22 s$ . (c) Tras  $10 h$  de agitación con un periodo de  $22 s$ . Las escaleras eran visibles en el "shadowgraph" pero no se ven claros aquí. (d) Después de  $12 h$  sin agitación. (e) Tras  $4 h$  de nueva agitación con un periodo de  $22 s$ . (f) Después de menos de una hora agitando con un periodo de  $8 s$ .

Comenzando de nuevo la agitación al mismo periodo ( $22 s$ ) durante  $10 h$ , se obtiene el perfil  $e$ , que muestra una acentuación de las formas tipo escalera, y un aumento de la escala de las capas debido al efecto antes comentado en el modelo de *Kranenburg*, por el que existe un proceso de fusión de escaleras pequeñas dando lugar a escaleras de mayor anchura, desapareciendo las primeras. Finalmente el periodo de agitación se incremento hasta  $8 s$ , y solo durante una hora de agitación a este periodo se obtiene el perfil  $f$ , en el cual ha desaparecido toda señal de escalera.

En la Figura 2.11 se representan los resultados de un experimento en el que las tasas de agitación se variaron mucho, el perfil  $a$  representa el perfil inicial correspondiente a una frecuencia de Brunt-Väisälä  $N=1 s^{-1}$ , el perfil  $b$  se obtiene después agitar durante  $150 m$  con un periodo de  $22.7 s$ , se obtuvieron escaleras que solo se pudieron observar visualmente ya que la resolución del muestreo no permite que se puedan reflejar en el perfil. Se cambió el periodo de agitación hasta los  $10.8 s$  y se agitó durante  $80 m$  para dar el perfil  $c$ , que muestra dos escaleras profundas y tres claras interfases separadas unos  $7 cm$ . Para terminar se agitó a  $8.1 s$  de periodo por un tiempo de  $40 m$ , lo que produjo el total suavizado del perfil  $d$ . Las capas

formadas en el perfil *c* de esta Figura 2.11 podrían ser formadas por esa fusión de escaleras que se ha comentado anteriormente, estas fusiones se explican mediante el mecanismo de Phillips.

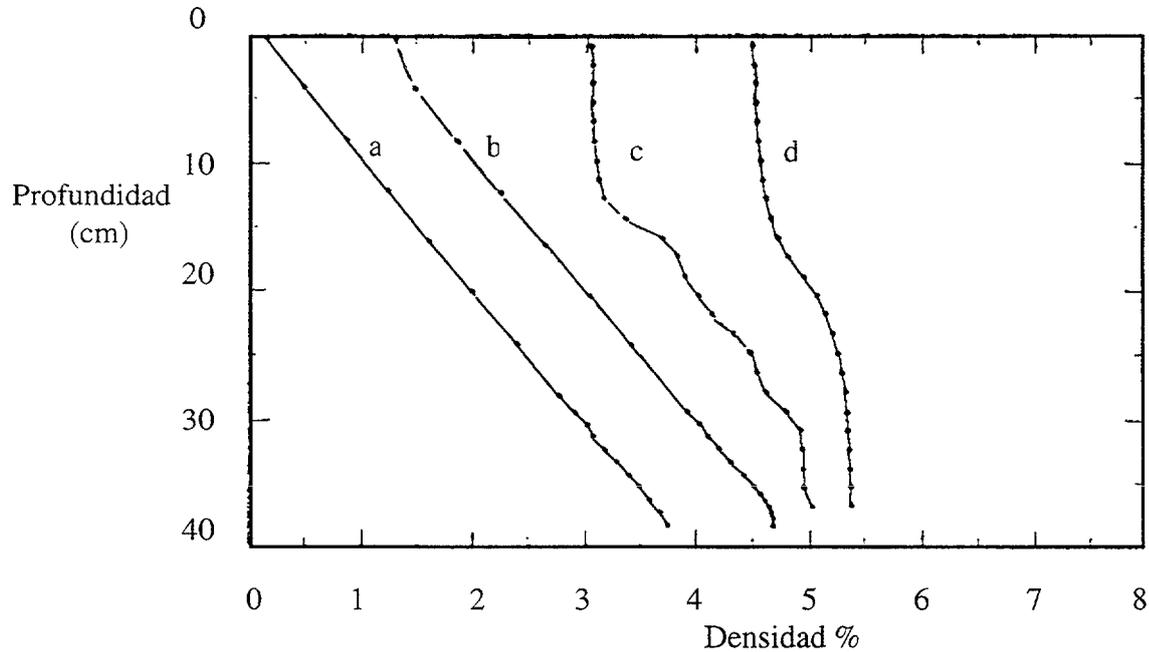


Figura 2.11: Secuencia de perfiles de densidad de un solo experimento,  $N=1s^{-1}$ . (a) Perfil inicial. (b) Después de 2.5 h de agitación con un periodo de 22.7 s. Se pudieron observar visualmente escaleras de 1.6 cm de anchura. (c) Tras 80 m de agitación con un periodo de 10.8 s. (d) Después de 40 m de agitación con un periodo de 8.1 s.

Si se tiene en cuenta que las diferencias de densidad a través de dos interfases que limitan una capa no son iguales, entonces el flujo de flotación a través de la interfase más estable será menor. Esto provoca que haya una convergencia o divergencia del flujo de flotación, que produce la desigualdad del desarrollo de las interfases. Finalmente la diferencia de densidad en la interfase que es atravesada por un flujo más débil, termina siendo tan pequeña que se rompe, provocando la desaparición de la capa. Este mecanismo de fusión de capas es similar al descrito por *Huppert [1981]* para la fusión de una secuencia de capas de doble difusión, donde la variación del flujo de sal con la tasa de estabilidad está descrita de la misma forma que en este trabajo para la densidad, produciendo el desarrollo inestable de las perturbaciones.

### 2.2.2 EXPERIMENTO DE PARK ET ALIA [1994]

En este experimento también se describe como evoluciona en el tiempo un perfil inicial de densidad, sometido a perturbaciones producidas por una varilla movida por un motor. Para ello definen un número de Reynolds  $Re=UD/\nu$ , y un

número de Richardson  $Ri_0 = N_i^2 D^2 / U^2$ . Donde  $N$  es la frecuencia de la estratificación inicial,  $U$  es la velocidad de las varillas,  $\nu$  es la viscosidad cinemática,  $D$  diámetro de la varilla. También definen un número de Prandtl,  $Pr = \nu / k_s$  y de Peclet,  $Pe = UD / k_s$ , donde  $k_s$  es el coeficiente de difusión molecular de la sal en agua. Como el disolvente es solo sal en número de Prandtl permanece constante y el número de Peclet es proporcional al número de Reynolds.

En un tanque de  $0.2 \times 0.1 \times 0.45 \text{ m}$ , fabricado en metacrilato, se realiza un perfil vertical aproximadamente lineal de densidad al que se le aplica una turbulencia controlada y se describe la evolución del perfil en el tiempo para diferentes condiciones iniciales y de turbulencia, ver Figura 2.12.

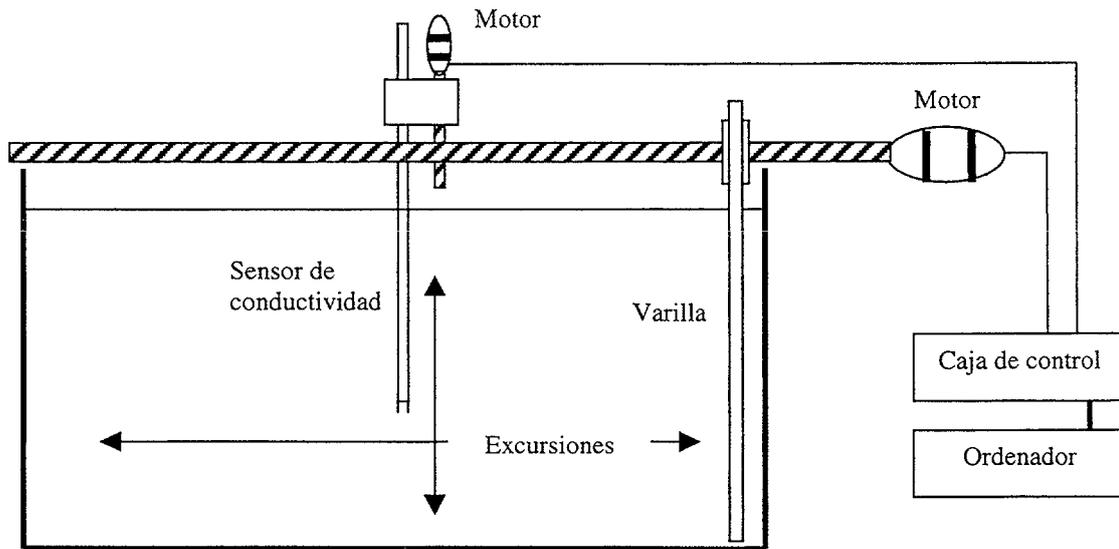


Figura 2.12: Diagrama esquemático de la toma de datos y de la agitación del experimento

Los perfiles se miden con un sensor de conductividad, y la turbulencia es producida por una varilla vertical que llega hasta  $0.5 \text{ cm}$  del fondo y que se mueve en dirección paralela al fondo. La variación de la turbulencia se produce cambiando el diámetro de la varilla y variando la velocidad en que se desplaza a lo largo del tanque. Todo el sistema está controlado por una unidad de control que permite conocer la posición, velocidad y frecuencia de la varilla en todo momento. En estos experimentos la velocidad de la varilla varía entre  $1$  y  $7 \text{ cm/s}$ .

Modificando los números adimensionales definidos anteriormente,  $Re$  y  $Ri_0$ , es decir variando velocidades y diámetros de la varilla, se presentan los perfiles de los experimentos a diferentes tiempos, donde se puede ver la evolución de las formaciones en el tiempo.

*Park et alia.* encuentran un valor que divide los experimentos en dos grupos, los que forman escaleras y los que no lo hacen. Este valor,  $Ri_c$ , es función del número de Reynolds,  $Ri_c \approx \exp(Re/900)$ . Las escaleras evolucionan con el tiempo, primero se forman escalones pequeños que dan paso a otras mayores. En un momento dado se llega a un estado de equilibrio con una serie de escaleras

estacionarias. La longitud de escala de las escaleras de equilibrio,  $l_s$ , es una función lineal de  $U/N_i$ , donde  $U$  es la velocidad de la varilla y  $N_i$  la frecuencia de flotación del perfil inicial. Al final se forman dos capas separadas por una escalera, que acaba rompiéndose para dar lugar a un fluido homogéneo.

Se define un parámetro,  $R_f$ , como la eficiencia de mezcla, y siguen su evolución con la variación de la estructura de densidad, es equivalente al flujo de densidad, también un número de Richardson que es equivalente a la estratificación. Durante la iniciación de los experimentos,  $R_f$  muestra dos comportamientos totalmente diferentes dependiendo de que el valor del número de Richardson global del estado inicial  $Ri_0$ , supere o no un valor crítico  $Ri_c$ . En la Figura 2.1(a) se explica este comportamiento, la formación de capas sólo se produce a la derecha del valor  $Ri_c$ , donde  $R_f$  es máximo. En la Figura 2.1(b) se puede ver una esquemática evolución de un perfil de densidad cuando  $Ri_0$  supera el valor  $Ri_c$ . En los puntos A,  $Ri$  aumenta con el tiempo mientras el flujo de densidad disminuye. En los puntos B,  $Ri$  disminuye en el tiempo y el flujo de densidad aumenta, lo cual produce una convergencia del flujo de densidad por encima de los puntos B, donde el flujo de densidad es máximo, y una divergencia por debajo de ellos.

La perturbación se intensifica hasta que el flujo de densidad se vuelve uniforme en toda la región, es decir  $R_f$  es constante e igual a un valor que depende de la estratificación inicial, en este estado el flujo de densidad es uniforme tanto en el exterior como en el interior de las formaciones, lo que lleva a un transporte de sal desde el fondo del tanque hasta la capa superficial sin modificar la estructura interior de densidad.

La razón física que controla este proceso vuelve a ser únicamente la estratificación, que hace que cuando sea grande ( $Ri \gg Ri_c$ ), esto inhibe la velocidad vertical. En otro caso  $R_f$  disminuye para  $Ri < Ri_c$ , debido a que la diferencia de densidad no es muy grande con lo cual el flujo no puede ser muy elevado. Por lo tanto el gradiente  $Ri \approx Ri_c$ , sería el gradiente que produzca la mezcla más eficiente. Se obtuvo una relación entre  $R_f$  y el número de Richardson local definido de la siguiente manera:

$$Ri_l \equiv \frac{g\Delta\rho l}{\rho U^2}, \quad (1)$$

donde  $\Delta\rho$  es la diferencia de densidad a través de la interfase,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $U$  es la velocidad de la varilla,  $\rho$  es la densidad media, y  $l$  es la anchura de la región en la cual el gradiente de densidad era mayor que el estado inicial. Para  $1 < Ri_l < 10$ ,  $R_f$  disminuye uniformemente a medida que  $Ri_l$  aumenta; para  $Ri_l > 10$ ,  $R_f$  se vuelve uniforme. En este experimento no se pudo determinar la dependencia para valores de  $Ri_l < 1$ .

En la Figura 2.13 se muestra uno de los experimentos más representativos del trabajo de *Park et al [1993]*, en el cual se puede ver la evolución del perfil de densidad en el tiempo a medida que se introducía turbulencia (se realizaban excursiones con la varilla). El valor de  $Ri_0$  fue de 2.71 y el de  $Re$  de 226, en la Figura 2.13(a) se muestran los perfiles de densidad desde el inicial hasta el final tras 300 excursiones de la varilla. A cada perfil se le ha sumado  $0.0005 \text{ g/cm}^3$ , para que

se pueda ver en la gráfica. En la Figura 2.13(b) se representa la altura frente al gradiente negativo de la densidad ( $-\partial\rho/\partial z$ ), correspondientes a los perfiles representados en la Figura 2.13(a), a cada dibujo se le ha sumado  $0.002 \text{ g/cm}^4$ . La diferencia de densidad entre la parte superior del tanque y la parte inferior. En el recuadro de las dos gráficas se puede ver el efecto de la fusión de dos escaleras para dar una escalera mayor, la fusión de interfases ocurre cuando dos interfases están muy próximas, es decir que la capa de mezcla es muy fina. La fusión sucede incluso cuando las diferencias de densidad entre dos interfases son similares, con lo que no sucede la divergencia del flujo de densidad.

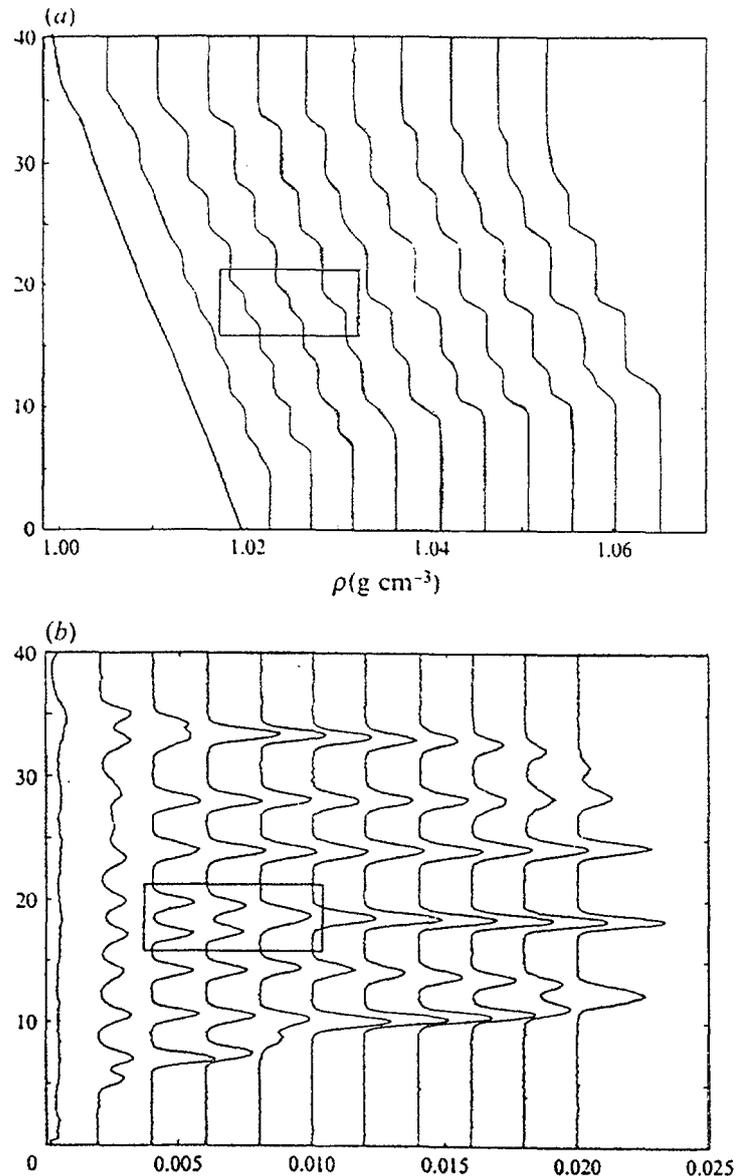


Figura 2.13: Evolución del perfil de densidad durante un experimento. Los valores de  $Ri_0$  y de  $Re$  de esta ejecución fueron 2.71 y 226 respectivamente, que son valores que entran en el rango de formación de capas. (a) Perfil de densidad del estado inicial y de cada 300 excursiones de la varilla. Cada dibujo está desplazado  $0.005 \text{ g cm}^{-3}$ . (b) El gradiente negativo de los perfiles de densidad de (a); cada dibujo está desplazado  $0.002 \text{ g cm}^{-4}$ . Los recuadros en las figuras son ejemplos de la fusión de interfases.

### 2.3. LIMITACIONES DE PHILLIPS-POSMENTIER

En los experimentos de *Ruddick et al. [1989]* y *Park et al. [1994]* se ve que la turbulencia es el resultado del movimiento de las varillas, pero es difícil creer que se pueda encontrar algún mecanismo similar en la naturaleza. Pero si existe un mecanismo natural, bien descrito por numerosos trabajos, y que produce una turbulencia entre capas de fluidos de diferente densidad y que relaciona todas las variables que se han descrito y que controlan este proceso, es la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz que se desarrolla en flujos de fluidos verticalmente estratificados (*Turner, [1986]*; *Thorpe, [1991],[1970],[1969],[1969],[1968],[1967]*). Además parece difícil justificar que la evolución de las inestabilidades observadas numérica y experimentalmente en estos casos descritos puedan tener alguna dependencia con el número de Richardson, el cual está definido en términos de la cizalla vertical local.

Tampoco la asunción teórica usada por *Phillips [1972]* y *Posmentier [1977]* obtiene ninguna dependencia del flujo vertical de densidad ( $F$ ) el número de Richardson ( $Ri$ ), a pesar de que *Posmentier [1977]* hizo sus simulaciones numéricas usando el número de Richardson calculado a partir de un diagnóstico de la profundidad dependiente de un perfil de velocidad. Estos autores relacionan la difusión vertical de densidad con un número de Richardson definido apropiadamente, donde la dependencia es en el gradiente vertical de densidad local.

Se puede concluir que el mecanismo de *Phillips [1972]* es independiente de la cizalla vertical. Esto resulta inconsistente tanto con la definición del término de difusión de densidad turbulento  $K$  en términos de un gradiente local de  $Ri$  y también con la utilización de la parametrización del tipo *Munk-Anderson*, que se supone para la cizalla en flujos estratificados.

Esta discusión es una simplificación del problema debido a que se asume que el flujo de densidad dependerá solamente de la estratificación vertical de densidad, pero es ilustrativo de las dificultades formales encontradas si el flujo de densidad se toma como dependiente de  $Ri$ .

El flujo de densidad vertical ( $F$ ), debe depender del gradiente vertical local de densidad, de la tasa de disipación turbulenta de energía cinética  $\varepsilon$ , de la viscosidad cinemática  $\nu$  y del tamaño  $D$  y la velocidad  $V$  de las espirales ( en estos trabajos es proporcional al diámetro y velocidad de las varillas). La dependencia de la estratificación local  $K(I)$ , puede llevar a la dependencia  $F(I)$  requerida por el mecanismo de Phillips, pero la mayor dificultad estriba en comprobar esta dependencia, debido a que los resultados en la literatura son en términos de una estratificación de la densidad global (*Linden, [1979],[1980]*; *Ivey e Imberger, [1991]*).

Otros experimentos similares son los de *Ivey y Corcos [1982]* donde esta vez en una malla la que se mueve en un fluido estratificado, donde variando la estratificación desde una estructura lineal hasta una estructura con una escalera sencilla, y los tamaños de malla y frecuencia de agitación van variando los resultados obtenidos, que resultan ser estructuras tipo escalera, de diferentes tamaños y formas.

---

También *Ivey [1986]* realiza similares experimentos, pero esta vez en una mesa rotatoria, añadiendo ahora además el parámetro de rotación del tanque como una variable para la formación del tipo y tamaño de los escalones que se producen.

En estos últimos experimentos se admite que los parámetros que controlan este tipo de experimentos, como es la frecuencia de agitación, el tamaño de la malla, y los parámetros que dependen de ellos, no son identificables con ningún proceso natural.

## 2.4. MEZCLA POR CIZALLA

### 2.4.1. INTRODUCCION A LA INESTABILIDAD DE KELVIN-HELMHOLTZ

Cuando se tiene una interfase de densidad a través de la cual hay una diferencia de velocidad, *Benjamin*[1963] distinguió tres tipos de inestabilidad que pueden darse en esta situación. La que llamó inestabilidad de Clase A que toma la misma forma que las ondas de *Tollmien-Schlichting*, que representan el mecanismo de rotura de los flujos cerca de las fronteras sólidas. La presencia de viscosidad es esencial para que se desarrollen estas ondas. La inestabilidad se origina en un nivel crítico donde  $u=c$ , ( $c$  velocidad de fase,  $u$  velocidad del fluido), pero para que se desarrolle, el momento debe ser transferido desde la pared a la capa crítica, por el esfuerzo de Reynolds. Una viscosidad pequeña, pero no de cero, puede originar este proceso en flujos para los cuales la solución no viscosa sea estable; la pérdida de energía del flujo medio supera la ganancia en movimiento oscilatorio. Una viscosidad elevada también puede producir este efecto y es el origen del número de Reynolds crítico para la transición a la turbulencia.

Las inestabilidades tipo B están relacionadas con las ondas que se desarrollan en el flexible medio que forman las superficies libres sobre las que no existe un flujo sobre ellas. En el contexto de dos fluidos, son las ondas de la superficie del océano, y han sido consideradas por *Miles* [1957], en su teoría de generación de ondas por viento. El perfil de cizalla del viento es un factor principal para el crecimiento de estas ondas, a condición de que la curvatura sea negativa a una altura crítica  $Z_c$ , energía y momento se pueden extraer del flujo medio a ese nivel y transferirlas a la superficie inferior. Este mecanismo es efectivo solo para longitudes de onda mucho mayores que  $Z_c$ , y la disipación siempre actúa en el sentido de inhibir el crecimiento. Es necesario tener una cierta precaución cuando se trate de aplicar estas ideas a interfases internas, ya que en el límite de las pequeñas diferencias de densidad, hay un rango de densidad para el cual las ondas inestables son de la Clase A ( por ejemplo la viscosidad se convierte en una influencia desestabilizante).

La Clase C, o las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz, sucede cuando ondas de los dos tipos anteriores dentro de un fluido o en la interfase flexible, coinciden tanto en velocidad como en longitud de onda. Lleva a una rotura violenta en la interfase y en una región a ambos lados de la misma, la cual es prácticamente independiente de la viscosidad. Puede ser interpretado alternativamente como resultado de la acción de la perturbación de la presión en fase con la elevación de la interfase, venciendo la consistencia que presenta debido a la fuerza de la gravedad, y en términos de inestabilidad por una hoja de vorticidad. *Benjamin* [1963] demostró que cuando la diferencia de densidades es pequeña, una onda de la Clase A es la que teóricamente se vuelve inestable, con una diferencia de velocidad a través de la interfase de  $1/(2)^{1/2}$  veces la necesaria para que suceda la inestabilidad Kelvin-Helmholtz, pero la tasa de crecimiento de las formas primeras es mucho más lenta, de manera que son arrolladas por estas últimas en cualquier situación en que la cizalla continúe creciendo. En la Figura 2.14 se muestra el desarrollo a partir de una interfase sinusoidal, donde se muestra como obliga a la formación de la espiral debido a la acción de varias partes de la hoja de vórtice y a la distorsión de la forma de la onda por el flujo medio. El mecanismo de inestabilidad se puede describir en

más detalle de la siguiente manera, considerando las condiciones de nuestro experimento, donde se tiene una tira longitudinal de fluido rotacional en el plano  $X, Y$  separando las dos regiones correspondientes a flujos uniformes con velocidades  $U$  y  $-U$  respectivamente, Figura 2.15. Se supone que esta zona rotacional se perturba y ondula sobre la línea  $y=0$  con una longitud de onda, donde las crestas ( $y>0$ ) y los valles ( $y<0$ ) de la inestabilidad viajaran en sentidos contrarios.

Este efecto tomado junto con el fenómeno de la inducción de la vorticidad contribuirá a la formación de vórtices espirales, inicialmente con una longitud de onda  $\lambda_0$ . El rodar de los vórtices puede ser entendido también usando los argumentos de desplazamiento de partículas de fluido, donde una partícula de fluido situada inicialmente en  $y=0$ , con una vorticidad máxima, se desplaza hacia  $y<0$  ó  $y>0$ , llevando consigo su vorticidad, teniendo en cuenta que, en dos dimensiones, la vorticidad es transportada siguiendo el campo de velocidad, y por lo tanto se verá rodeada por un fluido con una vorticidad más débil, lo cual provocará el giro por inducción de vorticidad.

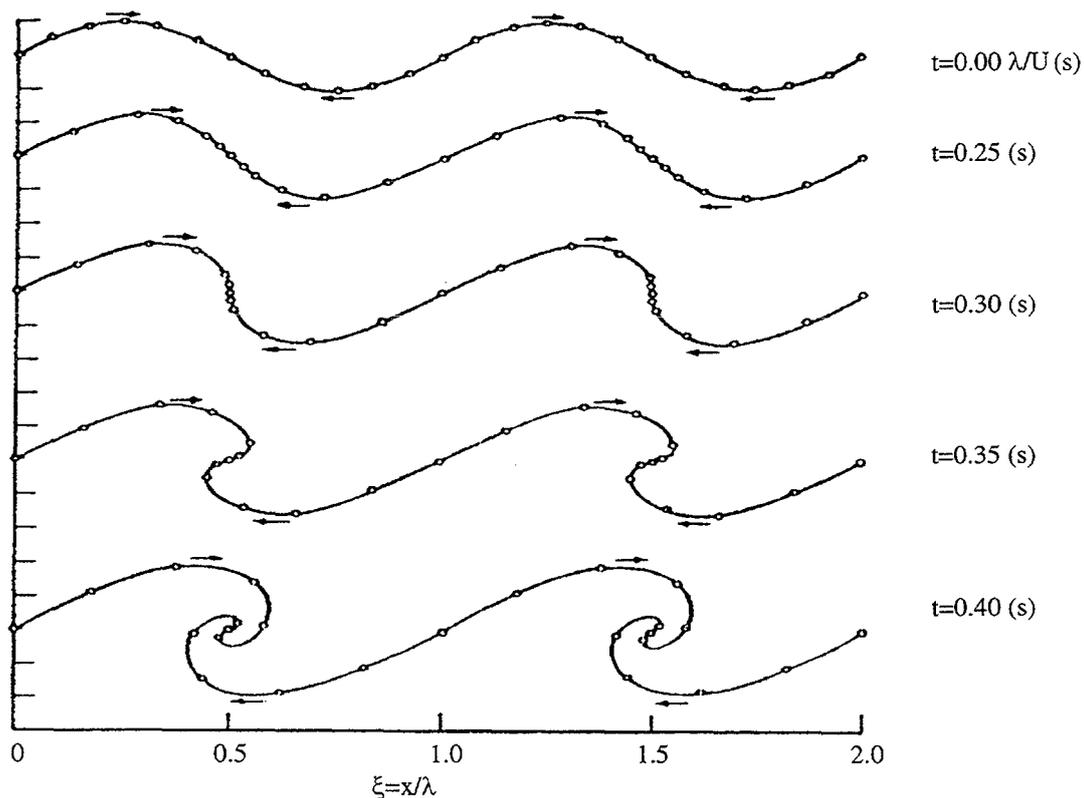


Figura 2.14: Rotación de una hoja de vorticidad a la cual se le ha dado en el inicio un pequeño desplazamiento sinusoidal. (De *Rosenhead [1931]*). Donde se representan para los diferentes tiempos, la elevación, adimensionalizada con la amplitud inicial, frente a la distancia adimensionalizada con la longitud de onda inicial de la perturbación.

La realización de experimentos con cizalla entre fluidos estratificados no es sencilla y comenzó con la histórica publicación de *Reynolds [1883]*, donde estudiaba la desestabilización de un flujo dentro de una tubería, comprobó que era muy difícil desestabilizarlo, por lo que ideó otro experimento con dos fluidos de diferente densidad y lo inclinó, ver Figura 2.16. De esta forma encontró que el flujo se desestabilizaba mucho más rápidamente. La gravedad acelera un fluido respecto al otro en sentido opuesto, produciendo una capa de mezcla, que comprobó que es inestable cualquiera que sea el número de *Reynolds*. Esta capa de mezcla se vuelve estable si la diferencia de densidad es muy elevada.

*Thorpe [1970]* hace un resumen de sus artículos publicados anteriormente sobre el tema [*1968, 1969a, 1969b, 1969c*], en los cuales presentaba resultados de sus experimentos retomando el experimento de *Reynolds [1883]* anteriormente explicado. En estos artículos hace una comparación entre la teoría y los resultados experimentales, haciendo especial hincapié en los primeros estadios de la inestabilidad, donde analiza la forma, la longitud de onda de las ondas de pequeña amplitud, el tiempo, que determina las condiciones del flujo y las tasas de crecimiento observadas, algunas observaciones del desarrollo de las perturbaciones, la transición hacia la turbulencia y la turbulencia que resulta después de las inestabilidades.

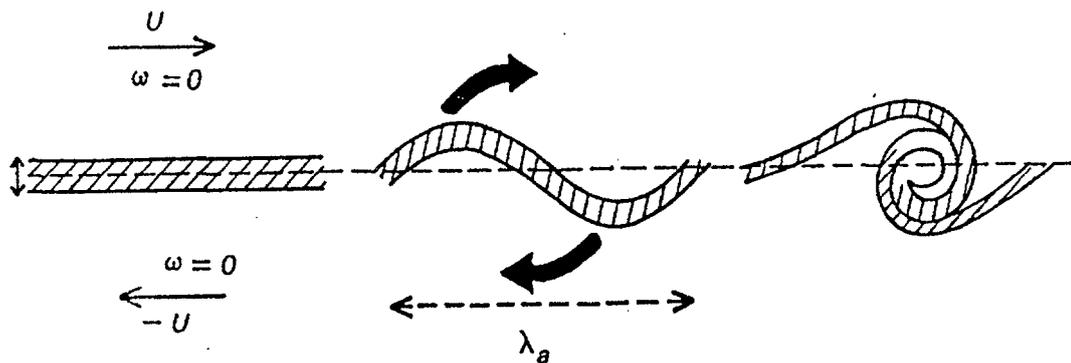


Figura 2.15: Ilustración esquemática que muestra la formación de las espirales de Kelvin-Helmholtz en una capa de mezcla. (*Turner [1973]*)

Debido a la dificultad en determinar el momento exacto en que comienza la inestabilidad, Thorpe tomó valores de tiempo y valores de  $J$ , para pendientes de onda de  $0.2$ . Encontró que la pendiente correspondiente para el supuesto inicio de la inestabilidad, cuando  $J=0.25$ , (siendo  $J$  el mínimo número local de Richardson de gradiente, que corresponde a  $z=0$ ), era en torno a  $5 \cdot 10^{-4}$ , lo que pudiera corresponder al nivel de ruido inicial en el tanque, producido por el movimiento browniano, la vibración del suelo, vibración al inclinar el sistema, etc.

En general las tasas medidas de crecimiento de las ondas son menores en un 25% de promedio, pero debido a los numerosos efectos que influyen en la diferencia entre las predicciones y las observaciones (viscosidad, medida de la amplitud, etc), la aproximación es mejor de lo que cabría esperar. Dice no tener suficientes datos para definir la influencia del número de Reynolds, pero lo calcula para la interfase basándose en la diferencia de velocidad y en la escala de longitud de la región de transición de la velocidad, en pendientes de onda de  $0.2$ . Presenta valores a los cuales la viscosidad no parece tener un papel significativo en los primeros momentos de las perturbaciones en flujos de cizalla homogéneos. Para los mismos valores de pendiente ( $0.2$ ), el número de Reynolds, en las paredes del tanque, basándose en las velocidades máximas dentro del tanque, tomando como velocidad  $u=\Delta g t s e n \alpha$ , y la escala de longitud  $(\pi v t)^{1/2}$  de la capa límite viscosa, se sitúa en el rango de entre 320 y 1400. La parte inferior del rango no permite suponer que se produzcan inestabilidades tipo *Tollmien-Schlichting*, pero si son posibles en la parte superior a pesar de que su tasa de crecimiento no es grande, y en los experimentos no encontró ningún signo de presencia de estas inestabilidades.

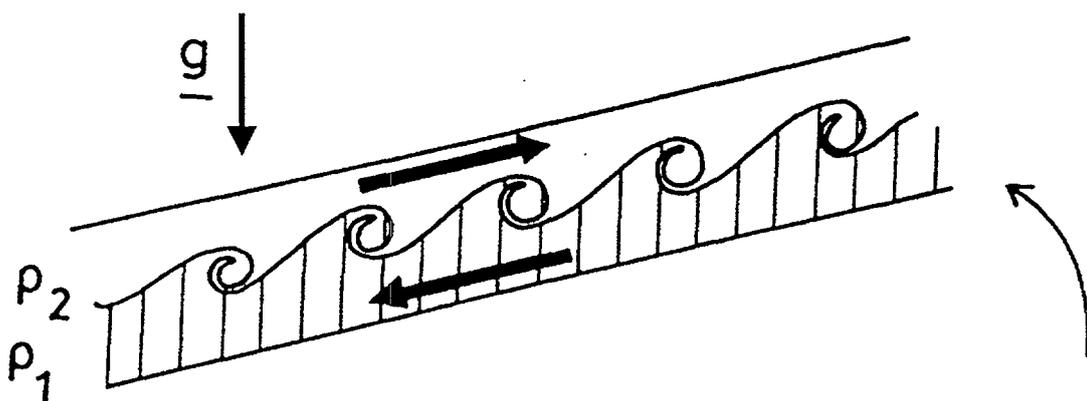


Figura 2.16: Formación de las ondas de *Kelvin-Helmholtz* y la transición hacia la turbulencia en el experimento de *Reynolds*, con un tubo inclinado estratificado. (De *Turner* [1973])

La longitud de onda de las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz no parece variar desde los estadios iniciales, con pendiente de  $0.01$ , hasta el inicio de la turbulencia o emparejamiento de ondas, donde los rodillos vecinos comienzan a mezclarse con los demás a pendientes de alrededor de la unidad. Encontró una relación lineal directa entre los tamaños de las interfases iniciales y la longitud de onda de las inestabilidades, con lo que el tamaño inicial de la interfase determina el tamaño de las inestabilidades. Encontró que las ondas mayores estaban claramente influenciadas por las paredes superiores e inferiores del tanque, cuando realizaba experimentos con interfases más difusas, ya que la altura de su tanque era de solo  $10\text{ cm}$ .

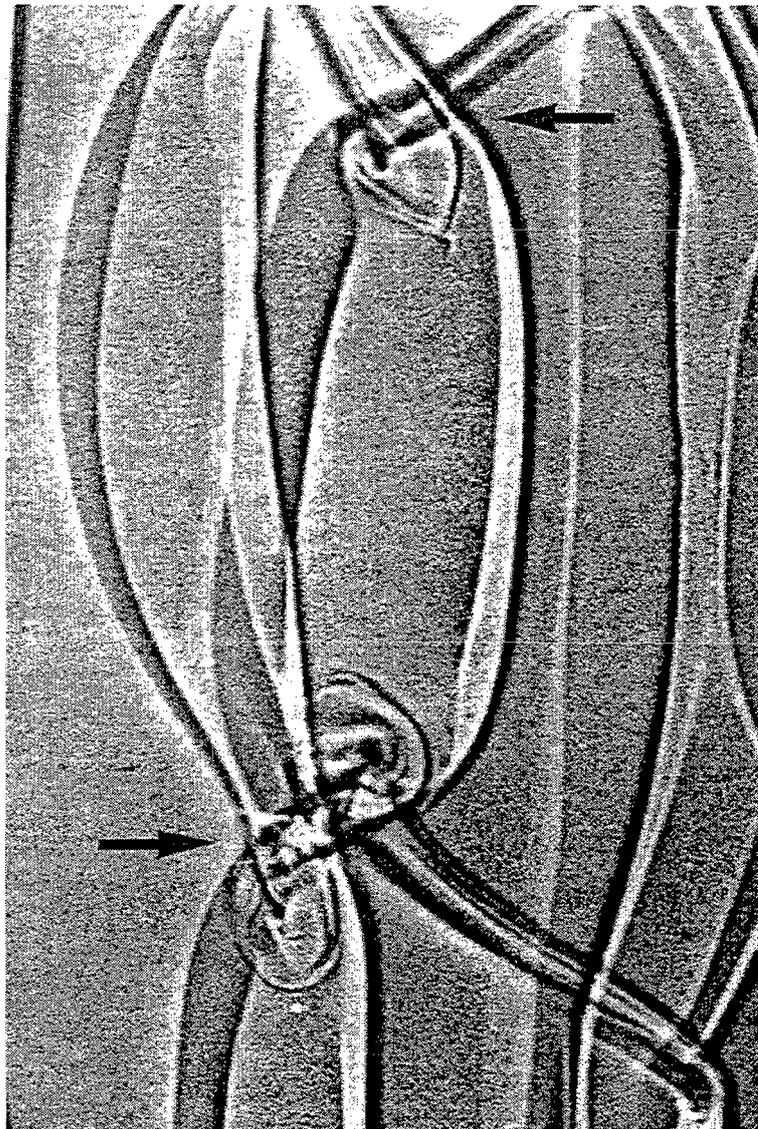


Figura 2.17: Fotograma de las sombras (shadow-graph) de un experimento de *Thorpe [1987]*, donde se muestra la formación de nudos, señalados por las flechas, que unen diferentes frentes de onda de la inestabilidad de *Kelvin-Helmholtz*.

Las tasas de crecimiento entre las pendientes de  $0.2$  y  $0.4$  aumentan conforme las ondas evolucionan hacia una estructura en espiral, pero entre pendientes de  $0.4$  y  $1.2$ , momento en que la parte exterior de las espirales presenta ligeras perturbaciones, pequeñas comparadas con la longitud de onda de las inestabilidades, la tasa de crecimiento respecto al tiempo permanece prácticamente constante.

A medida que la estructura espiral crece, la diferencia de fase entre crestas y valles, inicialmente de  $180^\circ$ , va decreciendo. La disminución es irregular en los primeros momentos, pero entre  $0.4$  y  $1.2$  de pendiente, la tasa de cambio de fase es constante en la práctica.

Se forma por lo tanto una estructura espiral, la cual crece en amplitud total a una tasa constante y con la fase cambiando uniformemente. El fluido dentro de la espiral en el momento en que la parte exterior de las ondas comienza a perturbarse, tiene una forma elíptica con el eje vertical menor que el horizontal, ver Figura 4.19 que presenta un fotograma de una filmación en vídeo de un experimento realizado para este trabajo. El fluido dentro de las espirales se mezcla a medida que se vuelven inestables, en el momento del desarrollo de las espirales en que tienen una pendiente de onda de entorno a  $1.2$ , la interfase próxima al centro ha girado unos  $3\pi$  radianes.

*Taylor [1950]* calculó la tasa de crecimiento de las inestabilidades, para dos fluidos con un número de onda de  $k$ , obteniendo la relación  $(gk\Delta)^{1/2}$ , donde  $\Delta$  es la diferencia fraccional de densidad, y  $g$  es la aceleración de la gravedad.

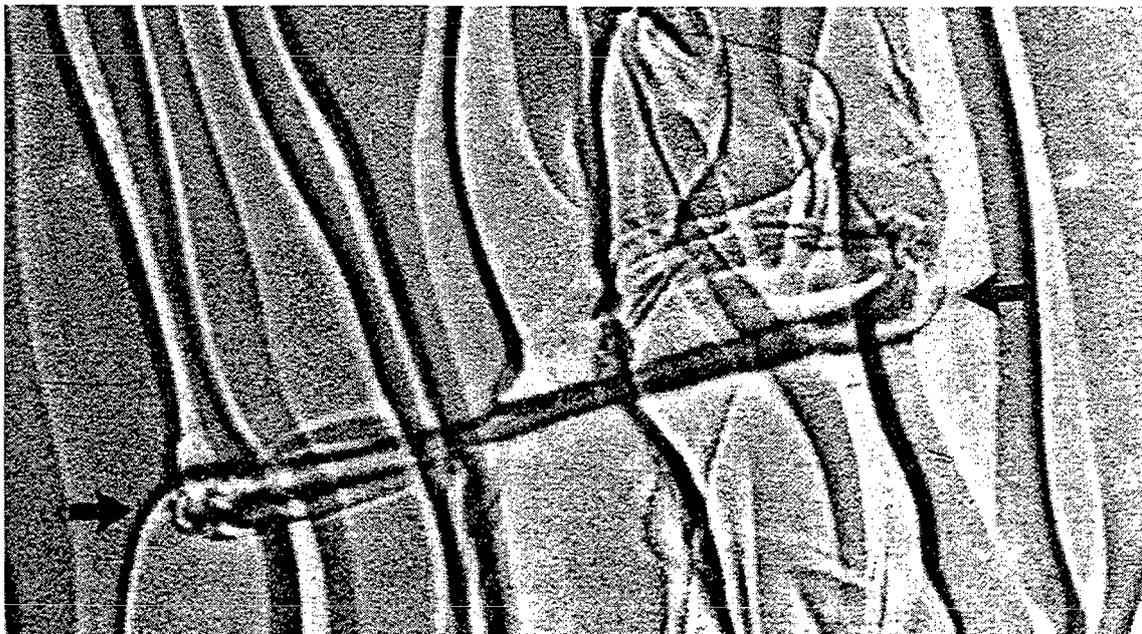


Figura 2.18: Filamentos tubulares de vorticidad, señalados por flechas, producidos entre dos ondas vecinas. *Thorpe [1987]*

Thorpe detalla una estructura tipo nudo, Figura 2.17, por la interacción de las ondas que resultan el origen de las estructuras en forma de filamentos longitudinales que unen las ondas, Figura 2.18, a las cuales calcula una vida media en torno a  $10 N^{-1}$ , siendo  $N$  la frecuencia de Brunt-Väisala de máxima estabilidad del flujo inicial. Estos filamentos de vorticidad conectan una onda con la vecina la cual inicia las perturbaciones más pequeñas, con lo que trasladan la inestabilidad de una a otra onda. No sabe evaluar el efecto de las paredes laterales en este proceso de creación de nudos y de propagación de inestabilidad que más adelante se acepta como, cuando menos, no provocador de estas formas.

*Normand et al. [1988]* realizaron un modelo numérico bidimensional de una capa de mezcla que crecía en el espacio. En estos cálculos se forzaba una pequeña y aleatoria perturbación de la interfase, a la que se sobreponía un perfil de velocidad de la forma de tangente hiperbólica. En estos cálculos la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz se desarrolla siguiendo el flujo medio, y como en el caso temporal, los vórtices de Kelvin-Helmholtz se forman por rotación, emparejamiento y finalmente son llevados corriente abajo fuera del dominio computacional. Análogos resultados, donde el inicio es forzado fundamentalmente por una fase aleatoria, obtuvieron *Lowery y Reynolds [1986]*.

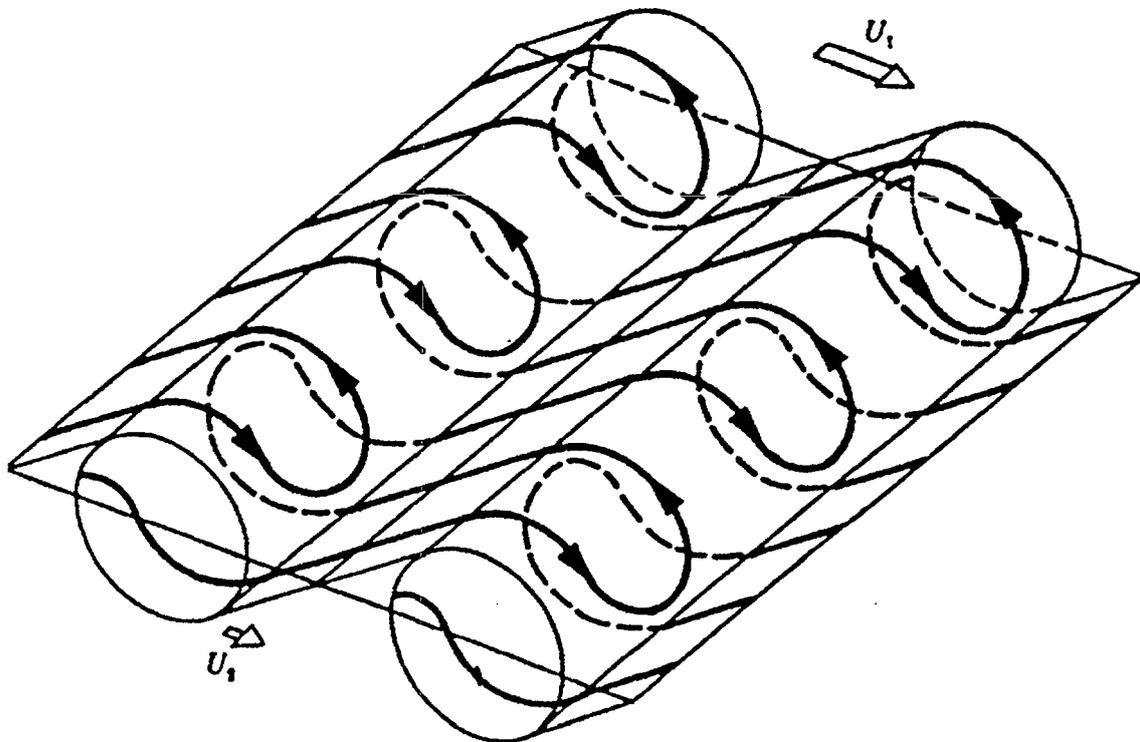


Figura 2.19: Topología de los filamentos de vorticidad en la capa de mezcla, como los propusieron *Bernal y Roshko [1986]*, a partir de sus experimentos. ( De *Turner [1973]*)

*Thorpe*[1987] explora experimentalmente la evolución de estas espirales hacia la turbulencia y distingue una serie de estados de las inestabilidades hacia la turbulencia, Figuras 2.20 y 2.21.

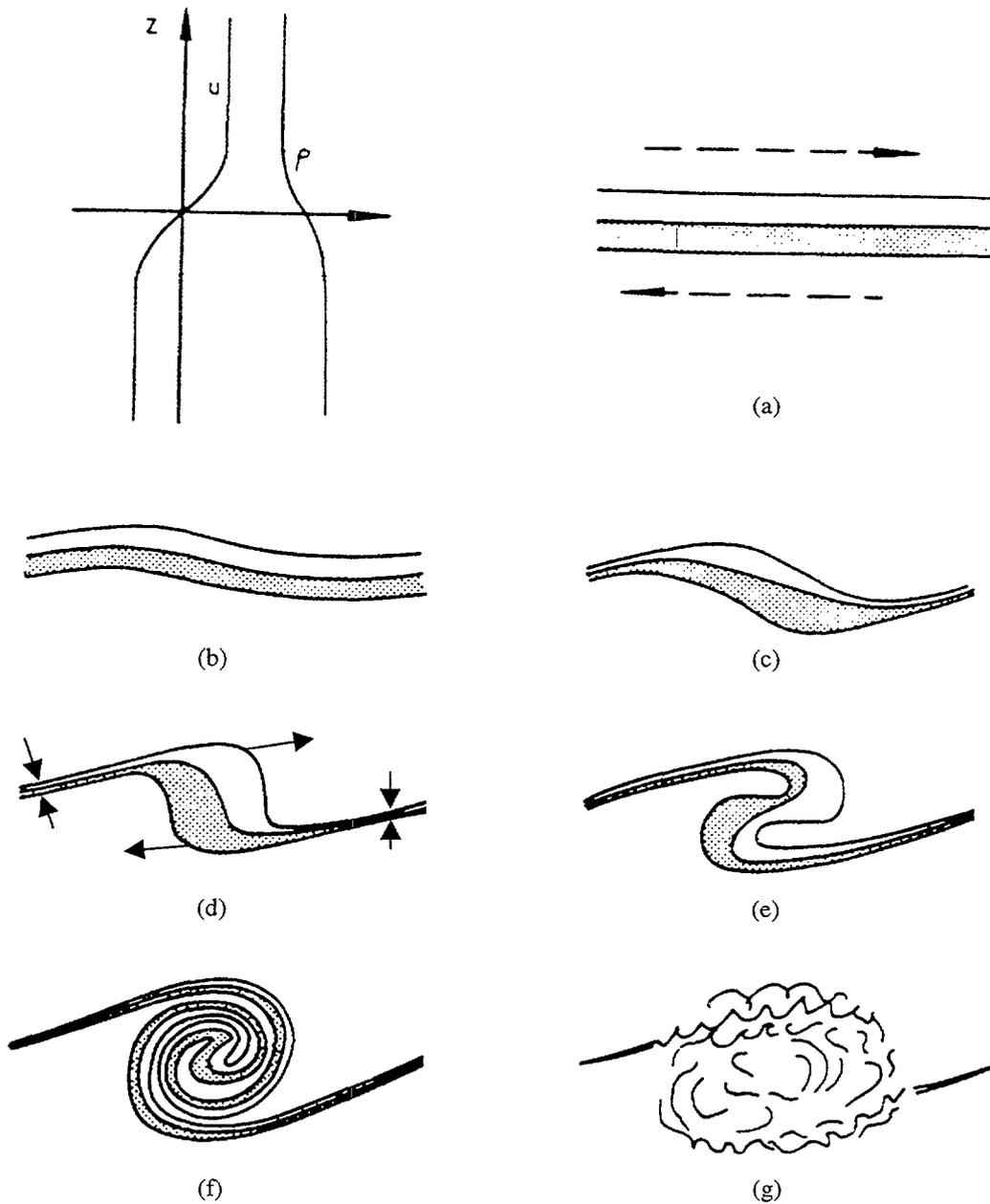
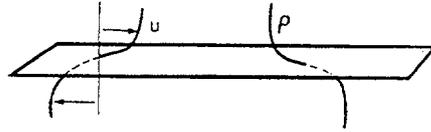


Figura 2.20: Esquema del inicio de la inestabilidad de *Kelvin-Helmholtz*. Se puede ver como se producen estrechamientos y aumentos de la interfase inicial. (De *Thorpe* [1969]).

ETAPA 0, FLUJO ESTRATIFICADO PARALELO

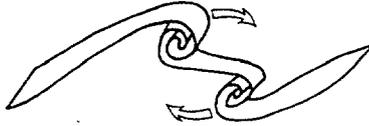


ETAPA 1, INESTABILIDAD DE Kelvin-Helmholtz Y CRECIMIENTO DE ONDAS

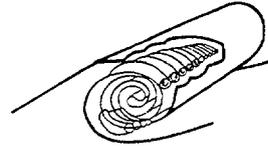


ETAPA 2,

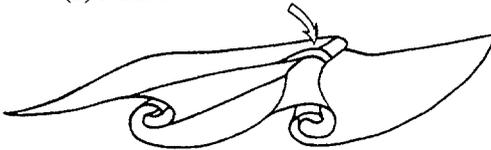
(a) Emparejamiento de vórtices subarmónicos



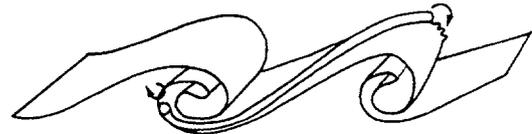
(b) Rodillos convectivos



(c) Nudos



(d) Tubos



ETAPA 3, DESCONOCIDA

ETAPA 4, ONDAS SECUNDARIAS Y ESTRUCTURAS NO IDENTIFICADAS EN LAS ONDAS PRIMARIAS.



Figura 2.21: Etapas en la transición a la turbulencia de la inestabilidad de *Kelvin-Helmholtz*.  
*Thorpe [1987]*

Los cálculos parecen representar bien la dinámica de los experimentos en las estructuras grandes pero no de la transición a la turbulencia completamente desarrollada de pequeña escala. Los experimentos sugieren que esta transición sucede tras el primer emparejamiento. Los finos tubos de vorticidad que conectan las ondas de Kelvin-Helmholtz, parecen tener un papel destacado en esta transición. Que también han sido estudiados experimentalmente por *Konrad [1976]*, *Bernal [1981]*, *Breidenthal [1981]*, *Jimenez [1983]*, y *Bernal y Roshko [1986]*, que también están de acuerdo en que tienen su origen en pequeñas perturbaciones en la

parte exterior de las ondas. La forma de estas tiras de tubos de vorticidad en las ondas han sido descritas por *Bernal y Roshko [1986]*, que propusieron una forma de horquilla, ver Figura 2.19, para estos filamentos, que giran hacia delante y detrás entre las inestabilidades primarias. Los experimentos muestran que estos tubos son mucho más delgados que las inestabilidades primarias por lo que es difícil considerar a estos vórtices finos como una eventual evolución de una oscilación sinuosa de las ondas.

Existe otra explicación para estas tiras de vorticidad que se puede encontrar en los artículos de *Corcos y Lin [1984]*, *Lasheras et al. [1986]*, *Lasheras y Choi [1988]*, en los cuales se expone que hay una turbulencia residual tridimensional en la capa de mezcla, que contiene una vorticidad longitudinal de ambos signos. Si estas fluctuaciones se dan en las regiones entre dos ondas, el correspondiente filamento de vorticidad podrá ser estirado entre las ondas, produciendo la formación de los vórtices longitudinales a lo largo de las ondas. El signo de los vórtices dependerá del signo inicial de las fluctuaciones de vorticidad.

Una cualidad especial de esta inestabilidad que va a resultar relevante en el estudio de los diferentes perfiles obtenidos en los experimentos, es que no todo el fluido involucrado en las espirales llega a mezclarse, la mezcla se produce en determinados momentos y zonas de las ondas.

Es por ello que cuando se presenten los perfiles realizados justo después de haber sucedido la inestabilidad (cuando el fluido no se ha comenzado a mezclar o no lo ha hecho totalmente, estos perfiles muestran grandes inversiones), la diferencia de tamaño de la interfase con respecto a cuando el proceso se presente más avanzado (se haya producido más mezcla dando perfiles que incluyen escaleras), es muy grande.

Basándose en la teoría estadística de *Kolmogorov [1941]* o teoría de la turbulencia isotrópica se puede dar una idea aproximada del proceso que puede tener lugar cuando se produce una turbulencia del tipo de Kelvin-Helmholtz, que es la que mejor se ajusta a la aproximación de esta teoría. Esta teoría dice que si se tiene una turbulencia estacionaria e isotrópica forzada por una tasa  $\varepsilon$  en un estrecho espectro de energía en torno a un número de onda  $k_i$  y en el límite de un número de Reynolds infinito (o su equivalente viscosidad cero), el flujo de energía es independiente de  $k$  e igual a  $\varepsilon$  para  $k > k_i$ ,  $\varepsilon$  siendo también la tasa de disipación viscosa. Muestra que  $\varepsilon$  es un parámetro extremadamente importante que controla el flujo de energía que desde las escalas grandes es inyectada en las escalas pequeñas donde será disipado por la viscosidad: esto produce un esquema de cascada progresiva de energía desde las grandes a las pequeñas espirales.

La teoría de Kolmogorov asume que el espectro de energía a número de onda mayor que  $k_i$  depende solamente de  $\varepsilon$  y de  $k$  y muestra la dependencia de la energía de esta forma:

$$E(k) = C_k \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

$C_k$  es la constante de Kolmogorov, calculada experimentalmente, es del orden de 1.5,  $\varepsilon$  es la tasa de disipación y  $k$  es el número de onda de las estructuras.

Este esquema de cascada de energía es ciertamente cuestionable ya que no se han encontrado las estructuras en la inestabilidad bien identificadas físicamente en el fluido, Figura 2.21. Pero esta ley ha sido suficientemente verificada experimentalmente en el océano (*Grant et al., [1962]; Gargett et al., [1984]*), la atmósfera (*Champagne et al., [1977]*), en experimentos de laboratorio (*Dumas, [1962]; Gagne, [1987]; Browand y Ho, [1983], Gibson, [1963]; Giger et al., [1985]*).

#### 2.4.2. PROPOSICIONES INICIALES DE THORPE Y TURNER

*Turner [1973]*, en su estudio de los procesos de mezcla producido por las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz, se refiere a los experimentos de *Thorpe [1968, 1969, 1970, 1971]* y estima la forma que debería tener el perfil de densidad antes y después de que se produjera una mezcla en una interfase debido a estas inestabilidades. En la Figura 2.22 se representa el perfil de densidad inicial y el perfil final teórico que se debería obtener cuando ha sucedido un proceso de inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

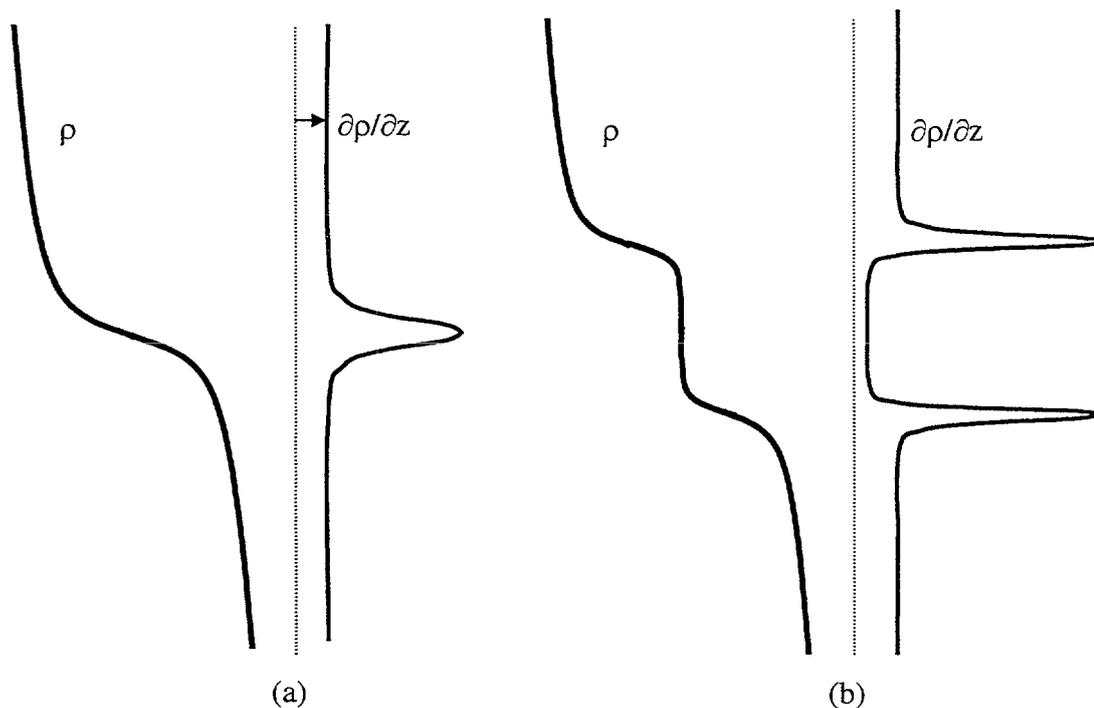


Figura 2.22: (a) Estado inicial del perfil de densidad estratificado. (b) Estado final del perfil después de una inestabilidad de Kelvin-Helmholtz

En la Figura 2.22 (a) se tiene un perfil inicial de densidad de un fluido estratificado antes de la inestabilidad y en 2.22 (b) el perfil que se debería obtener una vez que se ha mezclado el fluido por una inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. *Turner* se refiere a los datos obtenidos por *Thorpe [1971]*, en los cuales las observaciones visuales del experimento sugirieron una zona intermedia bien

mezclada bordeada de dos interfases bien definidas en los dos extremos de la zona mezclada, como sugiere la Figura 2.22. Pero las mediciones que realizó *Thorpe [1971]* mostraban más bien una interfase lineal a lo largo del grosor de la interfase, con unas pocas mínimas escaleras sobrepuestas en este gradiente lineal, más que dos grandes escalones en los bordes. La producción de formaciones oceánicas de escaleras debido a procesos de mezcla inducidos por cizalla entre capas bien estratificadas, ha sido ampliamente descrito por *Woods [1968]*, y *Woods y Wiley [1972]*, y discutido por *Turner [1973]*. Explicaban que el paso de ondas largas internas que circulan por interfases muy acusadas, podía producir inestabilidades locales coincidentes con las crestas y valles de estas ondas internas, en estos puntos se produciría una mezcla fuerte que después se extendería a lo largo de la interfase debido al efecto de la cizalla vertical y a la extensión epipicna y al final producen una interfase uniforme más suave que la original. Los anteriormente citados autores muestran observaciones oceanográficas de estos procesos en sus publicaciones, *Woods [1968]*, y *Woods y Wiley [1972]*.

*Turner [1973, p. 121]* muestra que la cizalla vertical máxima que se puede producir en las crestas y los valles de las ondas internas viene dada por:

$$\frac{\partial v}{\partial z} = - \left[ \frac{N^2}{w^2} - 1 \right] wka \quad (1)$$

donde  $a$  es la amplitud,  $k$  número de onda y  $w$  velocidad angular de las ondas, lo que lleva a un mínimo gradiente del número de Richardson definido como:

$$Ri = \frac{1}{(ka)^2} \frac{N^2 w^2}{(N^2 - w^2)} \quad (2)$$

donde  $N$  es la frecuencia de Brunt-Väisala definida en términos del gradiente vertical de densidad local de la siguiente manera:

$$N^2 = - \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (3)$$

*Turner [1973]* resalta que de la fórmula (2) se deduce que la interfase es una estructura muy inestable a la propagación de ondas internas, ya que en el denominador aparece una frecuencia de Brunt-Väisala elevada al cuadrado ( $N^2$ ), como  $w = N \cos \theta$ , siendo  $\theta$  el ángulo formado entre la horizontal y el vector número de onda, de la onda que se propaga. El argumento es muy restrictivo ya que solo funcionaría para ondas cuya propagación tenga un ángulo suficientemente grande con la horizontal, lo que conlleva que las crestas y los valles de las ondas internas solo permanecerán en la interfase por periodos muy cortos de tiempo lo que sugeriría una mezcla solamente en zonas muy localizadas.

### 2.4.3. OBSERVACIONES ATMOSFERICAS

*Browning y Watkins [1970]*, publicaron un estudio con datos de un radar de alta potencia y de radio sondas lanzadas desde tierra, de un proceso producido en la

atmósfera conocido como Clear Air Turbulence (CAT). Este proceso se produce en capas de aire sin ninguna formación aparente a simple vista, pero que forman repentinamente una turbulencia muy violenta que es bien conocida en aviación y que tiene importantes efectos en la dinámica de la atmósfera.

En este trabajo *Browning & Watkins* identifican este proceso como inestabilidades de Kelvin-Helmholtz tanto bajo el punto de vista teórico como desde el punto de vista de las observaciones anteriores de este fenómeno. El proceso está controlado por el número de Richardson definido para la atmósfera como:

$$Ri = \frac{g}{\rho} \frac{\frac{\Delta\theta}{\Delta z}}{\left(\frac{\Delta u}{\Delta z}\right)^2}$$

donde  $\Delta u$  es el cambio del vector de velocidad con la profundidad  $\Delta z$ , y  $\theta$  es la temperatura potencial.

Para una capa de tamaño finito sometido a cizalla, la distancia entre ondas de Kelvin-Helmholtz corresponde a la longitud de onda inestable máxima:

$$\lambda = \frac{\pi (\Delta u)^2}{g \left(\frac{\Delta\theta}{\theta}\right)}$$

*Ludlam [1967]* sugiere que en las primeras etapas de la evolución de las inestabilidades, los cambios encontrados en la velocidad del aire vertical, al desplazarse en la horizontal distancias iguales a  $\Delta z$  (tamaño de la capa), pueden tener una magnitud similar a  $\Delta u$ .

En el trabajo de *Browning y Watkins [1969]* se revisan los principios de la detección de este tipo de radares de alta potencia (longitud de onda por encima de  $100 \text{ mm}$ ), para los fenómenos de CAT y presentan los datos obtenidos sobre la estructura y evolución de una región de CAT asociada a un caso bien definido de inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

Las ondas involucradas en este estudio eran de más de  $600 \text{ m}$  de amplitud de cresta a valle, en la que se dan diferencias de velocidad de viento de varios metros por segundo. Las observaciones se hicieron con un cielo totalmente despejado, como una parte de una observación de  $10 \text{ h}$ , mientras una débil corriente de aire se desarrollaba en la alta troposfera. Con unas velocidades máximas de  $50 \text{ m s}^{-1}$  a una altura de  $9 \text{ km}$ , donde se producía una fuerte cizalla vertical y una alta estabilidad estática, tanto por encima como por debajo de la corriente de aire (jet), y en esa región se detectó una capa de aire uniforme (Clear Air). Las señales de esta capa de aire uniforme (Clear Air) se perturbaban con inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. El análisis de la zona entera presentaba la formación de una capa frontal tanto encima como debajo de la corriente de aire (Jet).

En la Figura 2.23 se ve el seguimiento de la inestabilidad por el radar, y como sigue la evolución de la misma a lo largo del tiempo. El tren de ondas viaja a

una velocidad aproximada de  $13 \text{ m/s}$  de componente horizontal que corresponde a la pendiente de la línea XY de la Figura 2.23. Las ondas fueron observadas primeramente en el tramo AB, donde la amplitud de valle a cresta era de entre  $300$  a  $400 \text{ m}$  y su longitud de onda de entre  $3$  a  $5 \text{ km}$ , una vez localizadas se siguió con el radar su evolución para tomar datos de su ciclo de vida completo, hasta dar lugar a una doble capa de reflexión de radar. Además el fenómeno se exploró con radiosondas que muestran algunos aspectos de las inestabilidades descritos en la Figura 2.23.

El fenómeno más destacable se representa en la Figura 2.24, donde se puede ver como la capa de fuerte estratificación estática, esto es con  $\Delta\theta/\Delta z$  grande, se rompe durante el tiempo que pasa entre el lanzamiento de las dos primeras radiosondas. La primera sonda llega a la zona a las  $12:07 \text{ GMT}$ , unos  $36 \text{ m}$  antes de la primera observación por parte del radar de las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz; mientras que la segunda radiosonda llega a las  $13:09 \text{ GMT}$ , unos  $11 \text{ m}$  después de que el eco del radar muestre que la capa inicial se ha dividido en dos capas claramente distinguibles.

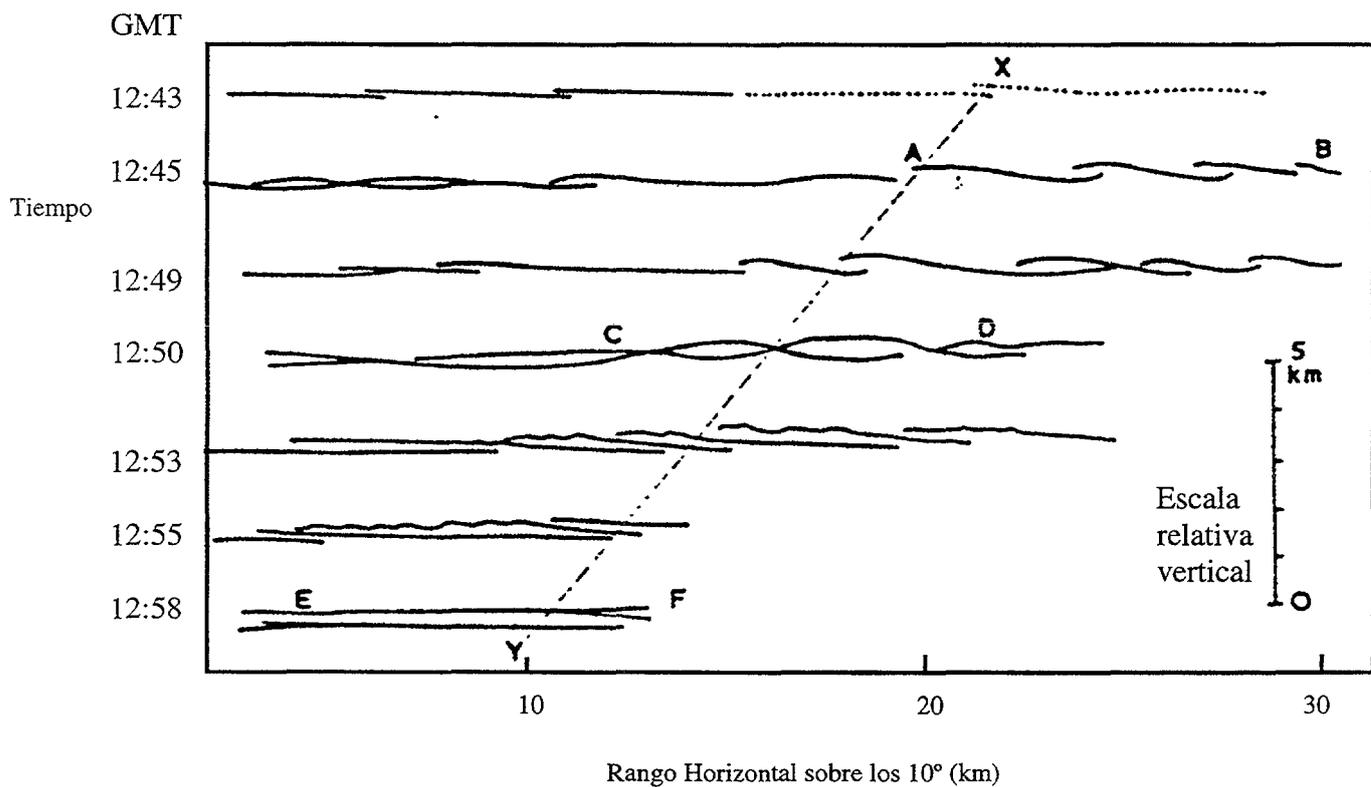


Figura 2.23: Series de los barridos fotográficos del radar RHI a intervalos de aproximadamente  $2.5 \text{ m}$  desde las  $12:43$  hasta  $12:58 \text{ GMT}$ , que muestran el desarrollo y rotura de las ondas de Kelvin-Helmholtz en una capa de aire limpio. La reflexión en la capa de aire limpio a las  $12:43 \text{ GMT}$  era muy débil en la región que se muestra punteada. Los sucesivos dibujos están desplazados en la vertical, distancias proporcionales al tiempo. La evolución de las porciones del tren de onda son paralelos a la línea X-Y.

Los valores de  $\Delta\theta/\Delta z$ ,  $\Delta u/\Delta z$ , y  $Ri$  fueron calculados por los datos de estas dos sondas e integrados en capas de  $200\text{ m}$  de anchura. Estos datos se representan en las Figuras 2.25 y 2.26 que muestra una clara correspondencia entre dos factores:

1° entre la profundidad de la capa inicial fuertemente estratificada y la altura de las espirales de Kelvin-Helmholtz

2° entre las resultantes dos capas de fuerte estratificación estática y la altura de las dos eco-señales que recibe el radar.

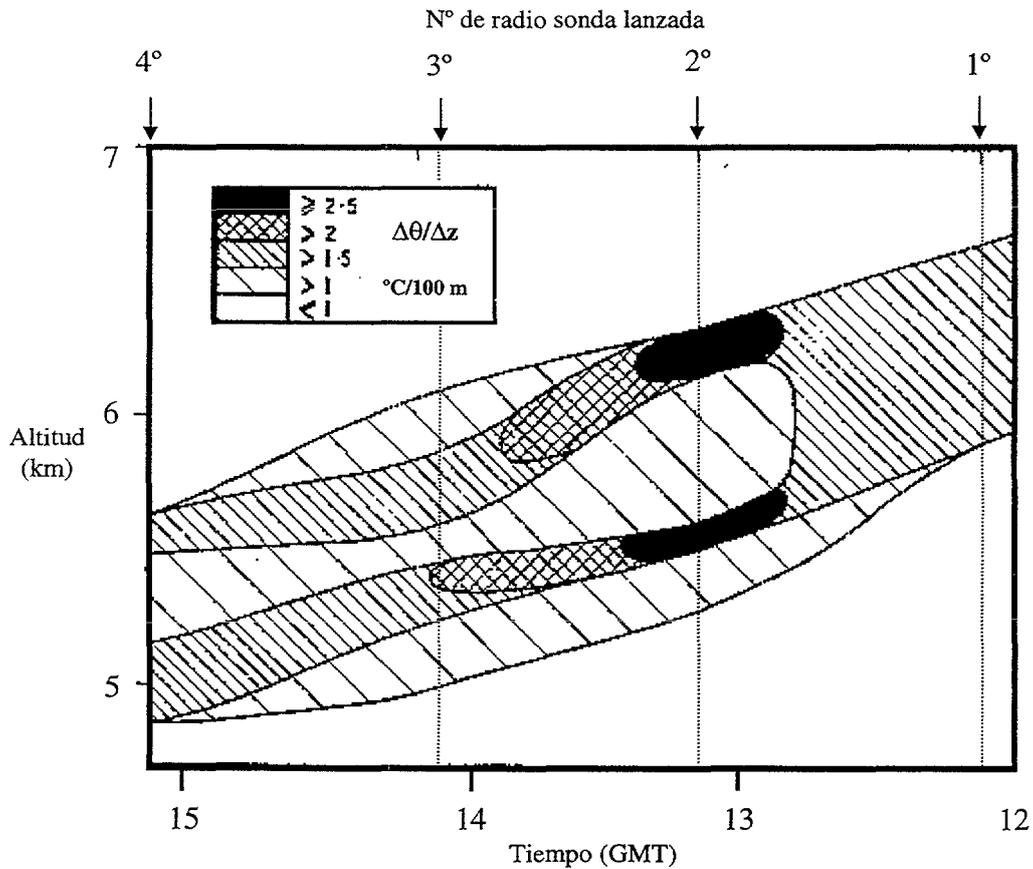


Figura 2.24: Diagrama de tiempo y altura para el gradiente vertical de temperatura potencial, basado en cuatro radiosondas ascendentes. Véase la división de la capa estable después de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz .

Los perfiles de  $\Delta u/\Delta z$  de las Figuras 2.25 y 2.26 indican una fuerte cizalla cerca de la capa de estratificación estable en ambos sondeos. A pesar de esto no se encuentra evidencia de una división del perfil de cizalla vertical ( $\Delta u/\Delta z$ ), como sucede con el perfil de estabilidad. Si se produce una disminución general de la velocidad del viento en la capa, esto tiene como resultado que el número de Richardson que se encontraba en valores de entre  $0.24$  y  $0.29$  a lo largo de  $600\text{ m}$  de

capa antes de producirse la inestabilidad, se vea aumentado en toda la capa excepto en una capa de 200 m entre las dos capas estables.

El ciclo de las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz completas se muestra en la Figura 2.27, que es un diagrama adaptado de *Scorer [1969]*. El inicio de la inestabilidad en la parte derecha, muestra una capa vertical de un tamaño limitado, menor de 150 m, sin perturbar, con un reflejo de radar uniforme, dentro de una capa mayor de unos 800 m estable, a través de la cual se presenta un cambio del vector de viento de unos 30 m/s en los 800 m. El número de Richardson, medido en capas de 200 m, se mantuvo cerca de su valor crítico de 0.25 a lo largo de una profundidad de 600 m, durante un tiempo antes del desarrollo de las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. La apariencia de las señales procedentes en ese momento de la capa sugieren que la intensidad de la turbulencia es relativamente baja.

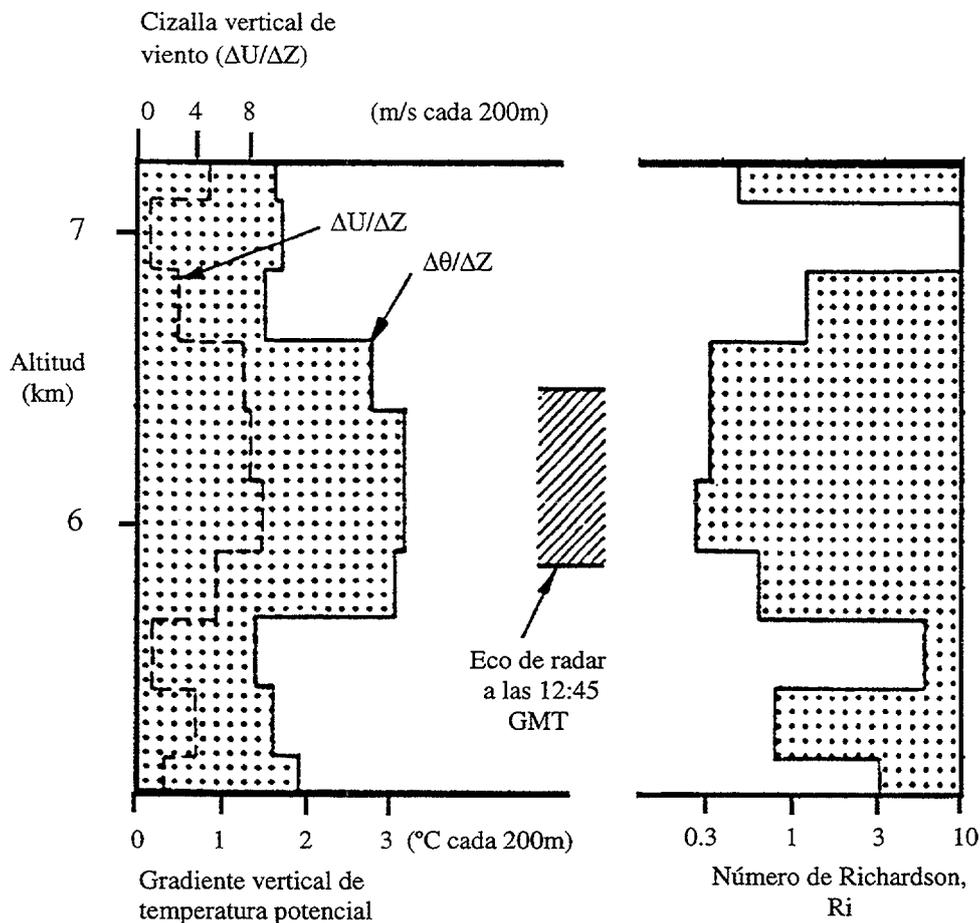


Figura 2.25: Perfiles realizados a partir de datos de la radiosonda n°1 lanzada a las 12:07 GMT, del gradiente vertical de temperatura potencial  $\Delta\theta/\Delta z$ , de la magnitud del vector de cizalla del viento vertical  $\Delta u/\Delta z$  y del número de Richardson  $Ri$ , medidas realizadas sobre incrementos de altura de 200 m. El eco en la capa de aire limpio que se dibuja corresponde a la extensión vertical de las ondas de Kelvin-Helmholtz a las 12:45 GMT.

Los datos del radar muestran que cuando aparecen las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz, estas se pueden describir en los mismos términos que con los experimentos de *Thorpe [1969]*. Donde hay una rápida redistribución del fluido dentro de la capa dinámicamente inestable a medida que la inestabilidad crece.

En el centro de las espirales se presenta una acumulación de fluido y una disminución del gradiente de temperatura potencial, mientras que entre las espirales hay un aumento de la definición de los gradientes de temperatura potencial. La mezcla turbulenta iniciada en el interior de las espirales desarrolla una forma celular, de ojos de gato, en las cuales la estabilidad estática era casi neutra. La evolución de estas células continua con un estiramiento de las formaciones en filamentos inclinados que acaban por definir una estructura de dos capas fuertemente estratificadas por encima y por debajo de la capa mezclada que llega a tener entre 400 y 500 m.

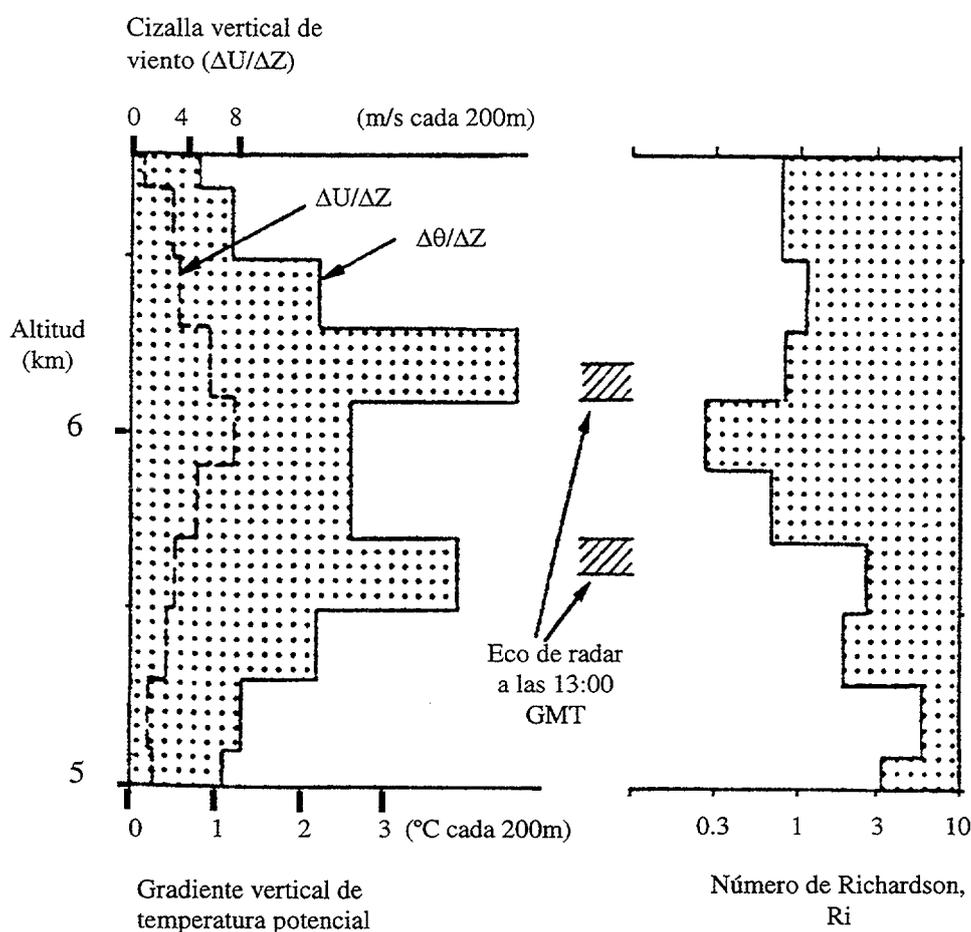


Figura 2.26: Perfiles realizados a partir de datos de la radiosonda n°2 lanzada a las 13:09 GMT, del gradiente vertical de temperatura potencial  $\Delta\theta/\Delta z$ , de la magnitud del vector de cizalla del viento vertical  $\Delta u/\Delta z$  y del número de Richardson  $Ri$ , medidas realizadas sobre incrementos de altura de 200 m. El eco en la capa de aire limpio que se dibuja corresponde a la extensión vertical de las capas producidas después de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz a las 13:00 GMT.

Las fronteras estables que limitan la capa de mezcla, fueron descritas por primera vez por *Hicks y Angell [1968]*. Esta estructura se mantuvo al menos *por 2 h* (Figura 2.24), durante las cuales no se observaron más divisiones de las capas. La distancia que separa las capas depende de la amplitud de las espirales generadas y del grado de intrusión (entrainment) a través de los límites estables durante la amortiguación de la turbulencia (*Woods [1968]*).

En este caso la separación final no fue mucho mayor que la amplitud de cresta a valle de las espirales iniciales, esto indica que el fenómeno de internamiento (entrainment) ha sido pequeño, probablemente debido a la fuerte estratificación estática que produjo que la turbulencia se viera amortiguada rápidamente.

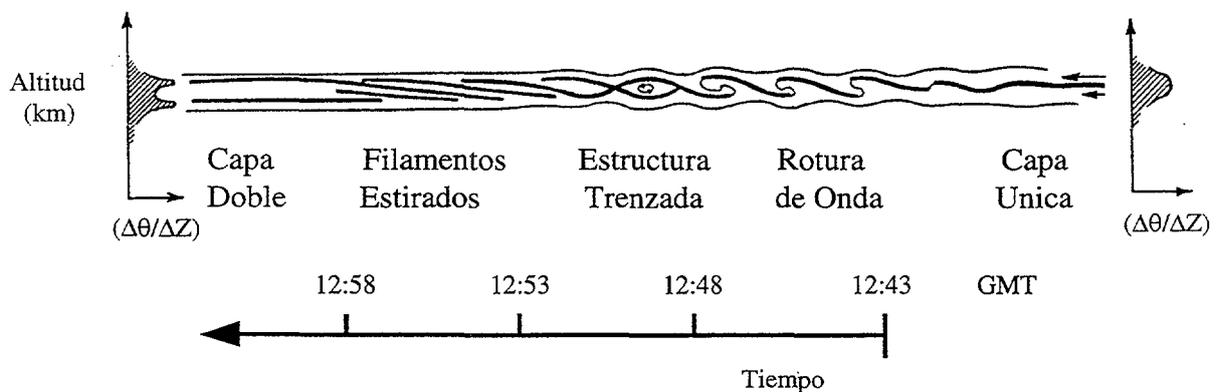


Figura 2.27: Representación esquemática del ciclo de vida de una onda individual de Kelvin-Helmholtz basándose en los datos de las figuras anteriores. El tiempo progresa de derecha a izquierda. Las líneas gruesas corresponden al eco detectable de la capa de aire limpio, el cual empieza como una capa simple a las 12:43 para acabar en una doble capa a las 12:58 GMT. Se indican los esquemas de los perfiles verticales de  $\Delta\theta/\Delta z$  antes y después de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

## 2.5. MODELO DE MEZCLA POR CIZALLA

### 2.5.1. IMPORTANCIA DE LA CIZALLADURA

El modelo aquí estudiado simula una mezcla entre capas de fluidos de diferente densidad, fuertemente estratificados verticalmente, donde el causante de la mezcla es la cizalla entre los fluidos, debido a que los fluidos tienen diferentes velocidades. Este proceso está controlado por el número de Richardson que en coordenadas cartesianas viene definido:

$$Ri = \frac{g}{\rho} \frac{\frac{\partial \rho}{\partial z}}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2} \quad (1)$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\rho$  es la densidad,  $u$  es la velocidad,  $z$  profundidad.

En este caso las parametrizaciones empleadas para el coeficiente de difusión turbulenta  $K$  son del tipo de Munk-Anderson (*Pacanowsky y Philander [1981]*, *Turner [1986]*, *Fernando [1991]* y *Pelegrí y Csanady [1994]*). Otras parametrizaciones corresponden a *Peters et al. [1988]*, que obtuvieron dos funciones de  $K=K(Ri)$  para la 'corriente de fondo ecuatorial' (Equatorial Undercurrent). Una función para valores del número de Richardson mayores de 0.4 ( $Ri \geq 0.4$ ), que es una expresión del tipo de Munk-Anderson, y otra función para valores del número de Richardson menores de 0.4 ( $Ri < 0.4$ ), que es una función del tipo  $K \sim Ri^{-9}$ .

La dependencia exacta no ha sido determinada, pero no es crítica para la discusión siguiente, para la cual se analizará solamente las parametrizaciones propuestas por *Pelegrí y Csanady [1994]* y las de *Peters et al. [1988]* representadas junto a *Pacanowsky y Philander [1981]* en la Figura 2.28.

El flujo de densidad ( $F$ ), es normalmente aproximado en términos del coeficiente de difusión ( $K$ ) como sigue (*Posmentier [1977]*; *Csanady [1990]*; *McDougall y You [1990]*; *Pelegrí y Csanady [1994]*):

$$F = -K \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\frac{K}{J} \quad (2)$$

donde  $J = \partial z / \partial \rho = 1/\Pi$ , es el Jacobiano de la transformación del sistema de referencia vertical ( $x, y, z$ ), en el sistema de referencia diapirico ( $x, y, \rho$ ).

Una expresión alternativa para el flujo de densidad ( $F$ ), se obtiene de sustituir la expresión del número de Richardson (1), en la ecuación anterior para el flujo de densidad (2):

$$F = \frac{\rho Ri K}{g} \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \quad (3)$$

Que sugiere que con una parametrización del tipo de Munk-Anderson,  $F$  puede tener un valor máximo para algún valor crítico de  $Ri$  bajo. De todas formas si se considera la dependencia de *Peters et al.* [1988] para los valores bajos de  $Ri$  ( $K \sim Ri^{-9}$ ), el flujo de densidad  $F$  aumenta con la disminución del número de Richardson ( $Ri$ ). La parametrización de *Peters et al.* [1988] es una dependencia inversa grande de  $K$  para valores pequeños de  $Ri$  y lleva a tener en cuenta un criterio límite de mezcla por cizalla, a partir del cual todo el sistema se inestabiliza y se produce una mezcla grande por debajo de un cierto valor crítico del número de Richardson, de acuerdo con los criterios teóricos energéticos argumentados en la literatura (*Miles* [1961]; *Howard* [1961]; *Pollard et al.* [1973]). En ambos casos, tanto para Munk-Anderson como para *Peters et al.* la clave estriba en como la cizalla ( $\partial/\partial\rho$ ) cambia con la disminución del número de Richardson ( $Ri$ ). Para el caso particular de cizalla constante se puede definir:

$$F_z \equiv F \Big|_{\frac{\partial}{\partial z}}.$$

Usando la ecuación (3) para evaluar  $\partial F_z / \partial Ri = 0$  para cualquier parametrización de  $K$ , se podrá comprobar si existe un valor del número de Richardson ( $Ri$ ) para el cual el flujo de densidad ( $F$ ) es máximo. El empleo de una relación del tipo de Munk-Anderson  $K=K_0(1+\beta Ri)^{-n}$  indica un flujo vertical de densidad con un máximo en  $Ri = [\beta(n-1)]^{-1}$ ; por ejemplo, para  $n=3/2$  y  $\beta=10$  (*Pelegrí y Csanady*, [1994]),  $F_z$  tiene un máximo cuando  $Ri=0.2$ . Si se usa una parametrización del tipo de *Peters et al.* [1988], no se obtiene un máximo, lo que indica que  $F_z$  crece monótonamente con la disminución de  $Ri$ . La Figura 2.29 (a) ilustra estos resultados usando las expresiones de *Peters et al.* [1988] y de *Pelegrí y Csanady* [1994], para una cizalla constante ( $\partial/\partial z=cte$ ).

Para el caso de cizalla vertical constante la parametrización de Munk-Anderson (para  $n>1$ ) da como resultado una dependencia de  $F(Ri)$  que adquiere la forma adecuada por el mecanismo de Phillips, pareciendo una justificación de la bondad de este método para explicar inestabilidades producidas por cizalla entre capas de fluidos estratificados. Un adecuado conocimiento de la dependencia exacta de  $K(L, \varepsilon, \nu, V, D)$  resulta muy importante para especificar las condiciones necesarias para que se desarrolle el mecanismo de Phillips, en particular si se quiere tener en cuenta las interacciones entre el campo de velocidades y el perfil de densidad. La parametrización de Munk-Anderson para  $K$  lleva a *Kranenburg* [1996] a necesitar unas condiciones de inestabilidad muy restrictivas, lo que puede indicar su poca validez para el caso de cizalla en flujos estratificados.

Un argumento muy usado hasta ahora ha sido el que los valores del número de Richardson bajos implicaban bajos gradientes verticales de densidad, los cuales en cambio eran responsables de pequeñas fluctuaciones de la densidad y de una disminución de  $F$ , (*Posmentier* [1977], *Ruddick et al.* [1989], *Park et al.* [1994], *Kranenburg* [1996]). Este podría ser un argumento válido para un número de Richardson definido en términos de una constante velocidad turbulenta característica constante, relacionada con el movimiento regular de las varillas. En cambio para las inestabilidades inducidas por cizalla, no existen razones físicas para suponer que  $F$  deba disminuir cuando  $Ri$  disminuye, los valores bajos del número de Richardson indican unas condiciones inestables, que anteceden a una mezcla muy activa.

Cuando se trata de aplicar la definición de  $Ri$  (1) a las capas adyacentes en una estructura tipo escalera, se presentan varias incertidumbres. Se tiene dos capas de diferente densidad separadas por una región estratificada, las dos de similar anchura (*Pelegri y Csanady [1994]*) se presentan problemas a la hora de elegir los valores que se deben aplicar a las formulas, por ejemplo ¿cuál es la escala vertical más adecuada  $\delta z$  para calcular el cambio en velocidad  $\delta v$ , el tamaño de la interfase o el tamaño de todas las dos capas?

El modelo de mezcla por cizalla aquí estudiado es el propuesto por *Pelegri y Sangrá [1998]* el cual estudia el proceso desde un punto de vista diferente, que comienza con el estudio bajo un sistema de coordenadas isopícnico  $(x,y,\rho)$  en lugar del sistema tradicional  $(x,y,z)$ . Esto obliga a replantearse las definiciones de las variables comenzando por el número de Richardson, pero también simplifica el tipo de problemas arriba indicado, ya que ambas capas se reducirían a una sola coordenada  $\rho$  en la que cada capa tendría un único valor de  $\rho$  con un único valor de velocidad constante. Las coordenadas isopícnicas son un sistema mucho más intuitivo y relacionado con los procesos que mueven los fluidos, ya que la evolución de la densidad dice muchas más cosas que la variación de la posición de una partícula o un volumen de fluido elegido.

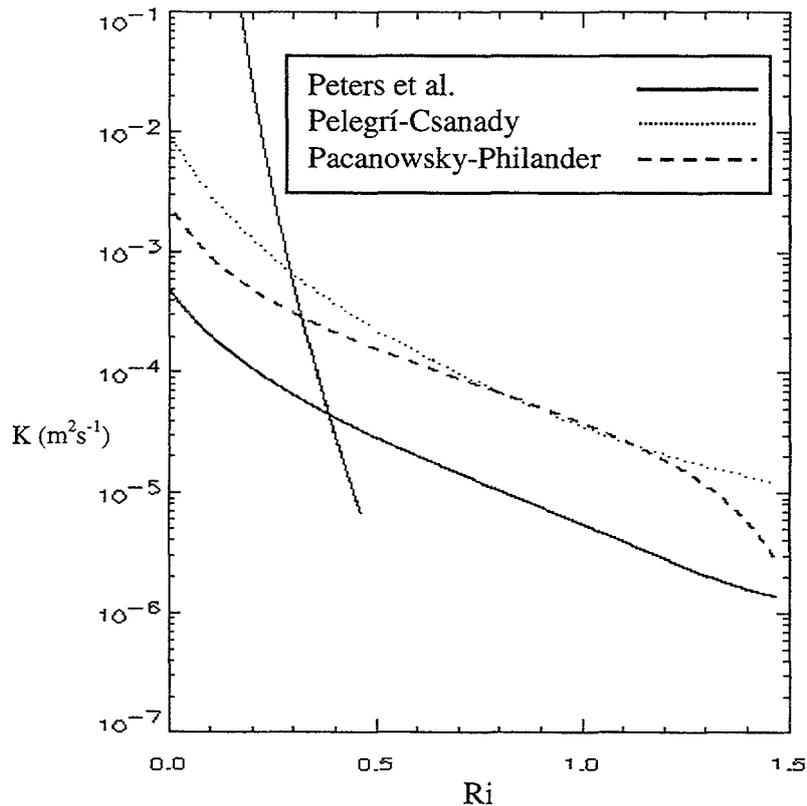


Figura 2.28: Representación de las diferentes parametrizaciones del coeficiente vertical de difusión turbulenta de acuerdo con *Pacanowsky y Philander [1981]*, *Peters et al [1988]*, *Pelegri-Csanady [1994]*. Se adoptó una curva de *Peters et al [1988]* para valores de  $Ri < 0.33$ .

Estas ventajas vienen acompañadas por un poderoso argumento para el uso de las coordenadas isopícnas, que hace tiempo enunció *Rossby [1936,p.5]*: "...el agua, debido a su estratificación, tiene una estructura celular, cada célula está separada por superficies aproximadamente horizontales de discontinuidad de las células superior e inferior. Cada superficie de separación actuaría como un falso fondo y cada célula tendría una circulación prácticamente independiente" (ver también *Csanady [1989]* y *Csanady y Pelegrí [1995]*). Para el caso de dos capas de agua de diferente densidad que corren en direcciones opuestas, produciendo una continua variación del tamaño de la interfase y cuando se produce la inestabilidad deformando la interfase de manera muy compleja, el estudio desde la perspectiva de las coordenadas isopícnas simplifica el problema. Ya que por ejemplo una variable que va a ser fundamental en este estudio como es la variación de la cizalla entre las capas, se va a comportar de un modo más estable si se diferencia respecto a  $\rho$  y se trabaja con la cizalla diapícnica ( $\partial v / \partial \rho$ ), que si se hace con la variación de la cizalla vertical ( $\partial v / \partial z$ ) que tiene una dependencia fuerte con la forma de la interfase.

*Pelegrí y Csanady [1994]* tomaron en cuenta estos argumentos y sugirieron que la forma natural para la representación del número de Richardson sería usando las coordenadas isopícnas, con lo cual el número de Richardson quedaría de la siguiente forma:

$$Ri = \frac{gJ}{\rho \left( \frac{\partial v}{\partial \rho} \right)^2} \quad (4)$$

En este caso el flujo vertical de densidad se convierte en:

$$F = \frac{gK}{\rho Ri \left( \frac{\partial v}{\partial \rho} \right)^2} \quad (5)$$

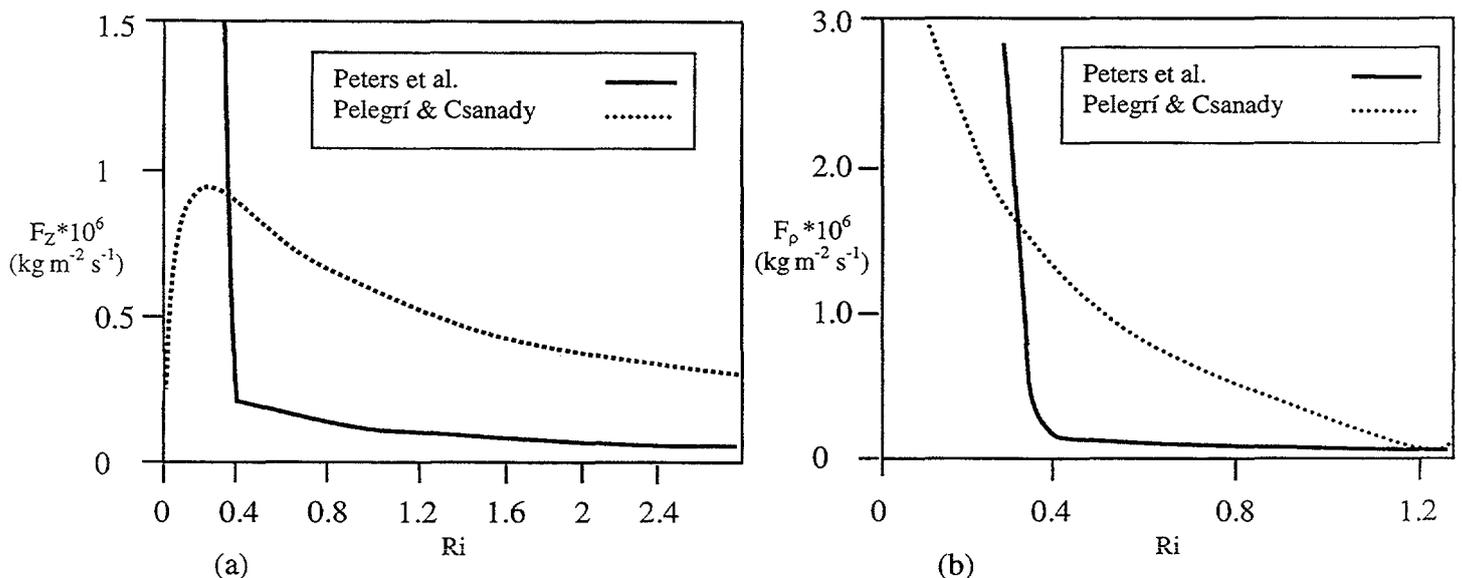


Figura 2.29: Flujo vertical de densidad como función del número de Richardson local de gradiente para los casos (a) cizalla vertical constante ( $F \equiv F_z$ ) y (b) cizalla diapícnica constante ( $F \equiv F_p$ ). Las distribuciones que se muestran pertenecen a *Peters et al [1988]* y *Pelegrí- Csanady [1994]* de sus parametrizaciones de  $k$  en función de  $Ri$ .

Ahora si se puede ver con facilidad que para los dos tipos de parametrización (Munk-Anderson o la de *Peters et al [1988]*)  $F$  probablemente crecerá cuando  $Ri$  disminuya. Esto resulta más inmediato para la parametrización de *Peters et al [1988]*, ya que la dependencia es muchísimo más alta para valores bajos de  $Ri$ , ya que es del tipo  $F \sim Ri^{-10}$ . La posibilidad más simple es la de suponer  $\partial v / \partial \rho$  constante, como se hizo anteriormente con  $\partial v / \partial z$ , pero ahora se define:

$$F_\rho \equiv F \left| \frac{\partial v}{\partial \rho} \right|$$

si se sustituye el valor en la ecuación (7) se podrá evaluar  $\partial F_\rho / \partial Ri = 0$  con todas las parametrizaciones de  $K$ . Esto muestra que tanto para las parametrizaciones del tipo Munk-Anderson como para las de *Peters et al [1988]*,  $F_\rho$  crece constantemente conforme  $Ri$  disminuye. La Figura 2.29 (b) ilustra estos resultados para las expresiones de *Peters et al [1988]* y *Pelegri y Csanady [1994]*, con una cizalla diapirica constante ( $\partial v / \partial \rho = \text{cote}$ ).

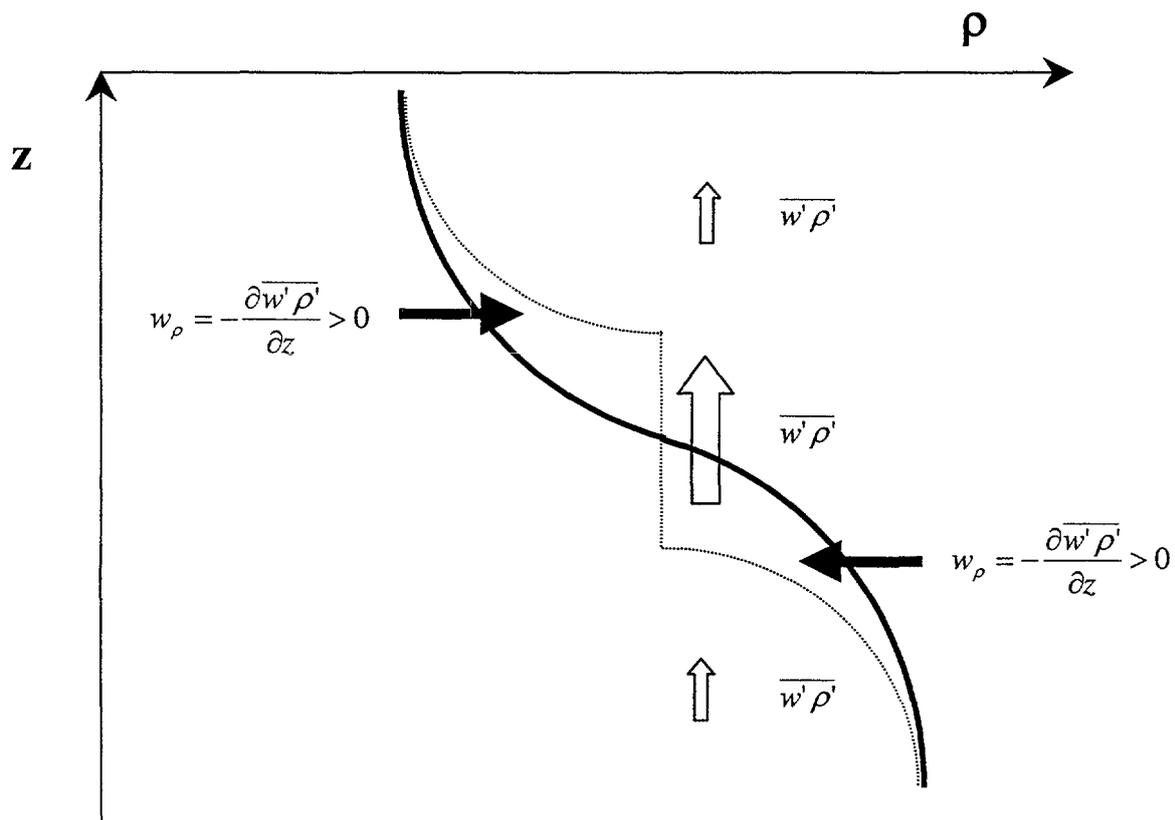


Figura 2.30: Representación esquemática de la estratificación vertical de densidad antes (línea continua) y después de la mezcla en la parte central (línea discontinua). Las flechas representan la situación previa a la mezcla intensa: las flechas blancas representan el flujo vertical de difusión, mientras que las flechas negras representan la tendencia de densidad.

Cuando se analiza las definiciones de  $Ri$  en las definiciones (1) y (4) puede parecer a simple vista que se está en una incongruencia al aceptar las dos formas de definir el número de Richardson, ya que mientras la fórmula diapicna (4) dice que  $Ri$  disminuye con el aumento de la estratificación, ya que es directamente proporcional a  $J$  ( $J = \partial z / \partial \rho$ ) y el Jacobiano disminuye con la estratificación, la expresión (1) vertical del número de Richardson muestra que aumenta con la estratificación, ya que su dependencia es con el inverso de  $J$  ( $\partial \rho / \partial z$ ). Esto es posible gracias a que las dos formas de cizalla definidas están relacionadas a través del Jacobiano ( $\partial v / \partial \rho = J \partial v / \partial z$ ).

Si se tiene en cuenta ahora la ecuación (5) se observa que existe un valor máximo local del flujo de densidad coincidiendo con el valor de máxima estratificación, mínimo valor del Jacobiano; esta será una región estáticamente estable pero dinámicamente muy inestable.

El proceso que lleva a la formación de una escalera de densidad constante viene ilustrado en la Figura 2.30, donde se explica el procedimiento mediante la variable llamada de tendencia de densidad, o la derivada material de la densidad, que viene dada por *Pelegrí y Csanady [1994]*:

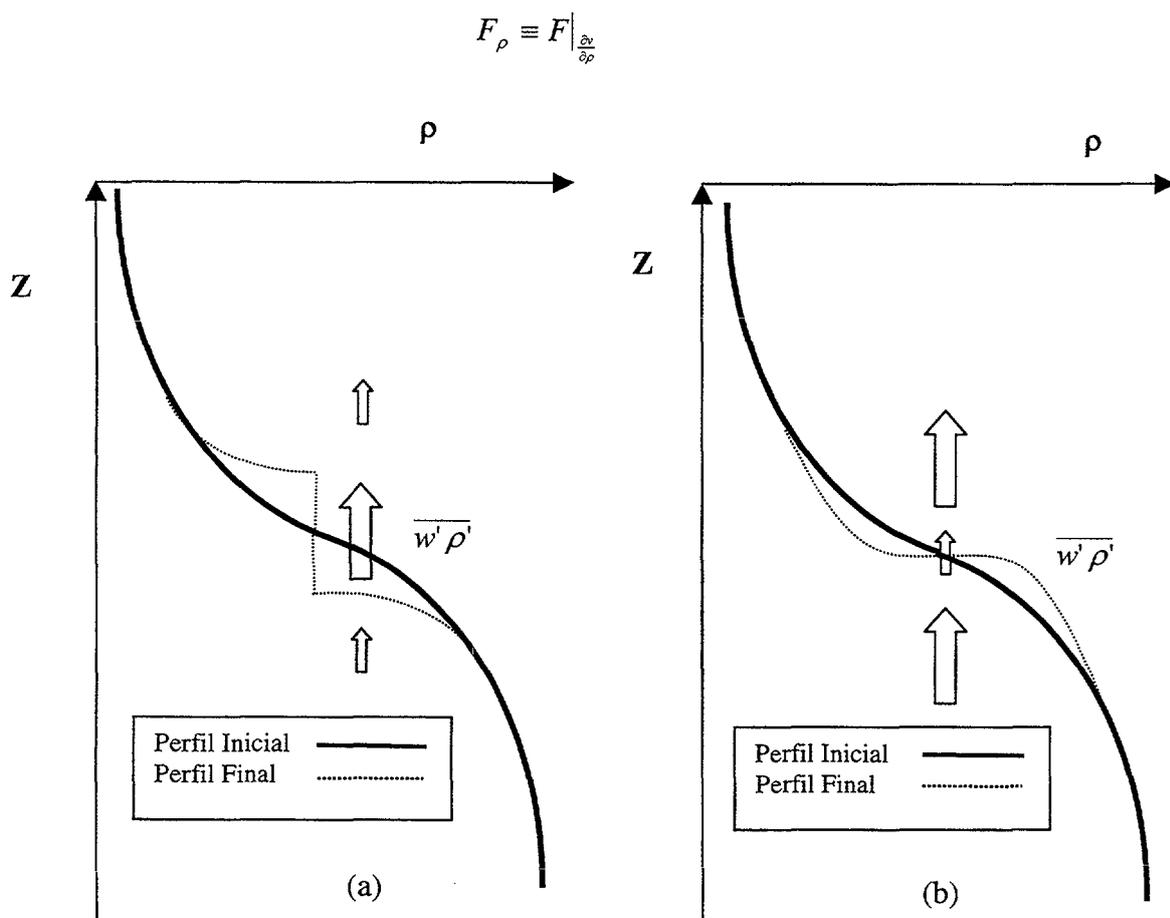


Figura 2.31: Dibujos esquemáticos para ilustrar la cinemática de la mezcla para el mecanismo de Phillips (b) y el mecanismo alternativo propuesto (a).

La línea continua de la Figura 2.30 representa la estratificación original, con una región central altamente estratificada que corresponde con los valores absolutos mínimos de  $J$ . La parte superior a la región de alta estratificación corresponde a una convergencia vertical de flujo de densidad  $F$  (valores positivos de  $w_\rho$ ), mientras que la parte inferior de la interfase corresponde a una divergencia vertical del flujo de densidad  $F$  (valores negativos de  $w_\rho$ ), por lo tanto la parte superior incrementará su densidad mientras que la parte inferior sufrirá una disminución de la misma (representado por la línea de puntos). Esto producirá una disminución de la estratificación en la parte central, produciendo una capa intermedia bien mezclada de fluido con una densidad intermedia.

Desde el punto de vista de la ecuación de conservación de masa en coordenadas isopícnas, *Pelegrí y Csanady [1994]* mostraron que bajo condiciones dominantes de convergencia y divergencia diapícnica ( $\partial w_\rho / \partial \rho$ ), es decir despreciando convergencia y divergencia epipícnica y los flujos de masa de Reynolds, la ecuación se puede reducir a:

$$\frac{Dj}{Dt} \approx -j \frac{\partial w_\rho}{\partial \rho}, \quad (6)$$

donde  $j=J\rho$ , es un término que indica la separación de las isopícnas (líneas de igual densidad) contiguas, y  $D/Dt = \partial/\partial t + u\partial/\partial x + v\partial/\partial y + w_\rho \partial/\partial \rho$ , es la derivada material en coordenadas isopícnas. Aplicando esta ecuación a la situación de la Figura 2.30 se puede comprobar que  $Dj/Dt < 0$  para la región central, indicando que el valor absoluto de  $J=j/\rho$  incrementará con el tiempo, produciendo una disminución del grado de estratificación, de la misma forma puede entenderse que la estratificación crecerá con el tiempo en la parte superior e inferior de la parte central del perfil de densidad representado.

La formación de una región de fluido bien mezclado provocado por un máximo en el flujo vertical de densidad fue propuesto por *Pelegrí y Csanady [1994]* en un modelo simple de causa efecto, donde se expuso que  $F$ , el flujo vertical de densidad, iba desde valores máximos hasta valores cercanos a cero cuando  $Ri$ , el número de Richardson, bajaba de un cierto valor crítico, y que esto llevaba a la formación de disposiciones tipo escaleras. En su publicación enunciaban que era un proceso que respondía al mecanismo de *Phillips [1972]*, pero como se demostró posteriormente en un análisis más cuidadoso, *Pelegrí y Sangrá, [1998]*, y confirmado finalmente por experimentos, *Cisneros-Aguirre et al., [1997]*, el proceso físico no solo no es parecido sino que es totalmente opuesto. En el mecanismo de *Phillips [1972]* una estratificación acusada representa un sistema estable, y cuando se produce una perturbación en el sistema, este responde aumentando la estratificación en esa zona y creando una interfase más nítida, esto es principalmente debido a que no se está teniendo en cuenta la parte cinética del problema. Por el contrario si se tienen en cuenta motivos también cinemáticos, una estructura de alta estratificación representa una formación muy inestable que se mezcla y produce dos interfases contiguas. La diferencia entre las dos teorías se puede ver en las gráficas de las Figuras 2.31 (a) y 2.31 (b).

El mecanismo propuesto por *Pelegrí y Csanady [1994]* no requiere la acción de ondas internas y puede operar en escalas horizontales mayores que las de las

zonas de crestas y valles de estas ondas. Está basado en la creación de regiones subcríticas durante la formación de frentes, tanto por la compresión de las isopícnas (disminución de  $J$ ) como por la inclinación de las mismas (produciendo aumento de la cizalla), seguidas por inestabilidades del tipo de Kelvin-Helmholtz. De la ecuación (4) se desprende la condición para que las capas muy estratificadas pasen a ser subcríticas:

$$J < \frac{\rho}{g} \left( \frac{\partial v}{\partial \rho} \right)^2 Ri_c \quad (7)$$

donde  $Ri_c \approx 0.25$  es el valor teórico crítico del número de Richardson para que se desarrolle la inestabilidad.

Existen algunas evidencias de laboratorio que apoyan esta teoría, *Thorpe [1971]*, realizó experimentos con la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, donde sugería que partiendo de una estratificación fuerte entre dos capas que se aceleran en sentidos contrarios, produciéndose una inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, el resultado final debería ser una capa intermedia bien mezclada. Más recientes experimentos *Cisneros-Aguirre et al. [1997]*, *Fernando [1997]* confirman esta división de la interfase inicial en dos claras interfases. *Browning y Watkins [1969]* obtuvieron unos muy interesantes datos atmosféricos que ya han sido analizados anteriormente y que refuerzan esta teoría.

La extensión tanto horizontal como vertical de las regiones subcríticas depende del propio mecanismo de formación de frentes, tanto si es mesoescalar como si es a escala de las cuencas. Estas capas con una alta estratificación, durante los estados iniciales del proceso de formación de frentes, podrán convertirse en zonas bien mezcladas lo que producirá un escalón, y tanto encima como debajo de esta zona bien mezclada se producirán dos estratificaciones, este proceso puede continuar e invertir la estratificación, convirtiendo la altura del escalón en huella y la huella de la escalera en altura, pudiendo llegar a detener el proceso de formación de frentes si el proceso de mezcla diapícnica es muy fuerte. Pero se puede esperar que los procesos de formación de frentes sean intermitentes, normalmente asociados a procesos mesoscalares como los meandros en la Corriente del Golfo (*Csanady, [1988]*; *Lee y Csanady [1994]* los procesos de la corriente costera asociada a un afloramiento (*Bane et al. [1981]*; *Csanady [1977]*, *[1982]*) los procesos de remolinos (*Miller y Evans [1985]*; *Arístegui et al. [1994]*) o otros tipos de estructuras frontales (*Csanady [1981]*; *Simpson [1981]*). En todos estos casos la escala temporal de las condiciones de máxima formación de frentes no será suficientemente grande, del orden de unas horas hasta algunos días, para alcanzar las condiciones subcríticas.

### 2.5.2. MEMORIA TEMPORAL DE LA TURBULENCIA

Un punto crucial de este modelo anterior es la creación de un máximo del flujo de densidad ( $F$ ) en la zona estratificada con una convergencia encima y una divergencia debajo de esta, pero esto no es suficiente, además es necesario mantener estas condiciones, durante un tiempo finito (Figura 2.30). Si no se logra esto, lo que sucede es que las zonas de divergencia y convergencia de densidad vecinas

reducirán la estratificación de la interfase, produciendo simplemente un efecto de difusión, que hará que el flujo de densidad disminuya, y producirá un suavizado del perfil de densidad. El mantenimiento durante un cierto tiempo de las condiciones de flujo de densidad ( $F$ ) alto cuando el jacobiano ( $J$ ) es mínimo tiene una justificación física en el hecho de que una vez que se ha producido la turbulencia, permanecerá durante un tiempo característico propio, a un considerable alto nivel. Incluso si las condiciones originales que produjeron la turbulencia desaparecen, esta no desaparecerá con igual rapidez y tendrá su propia tasa de amortiguación natural.

*Turner [1973, p.121]* en su estudio de las ondas internas propagándose a través de zonas estratificadas, ya había enunciado la necesidad de que las condiciones subcríticas tenían que mantenerse durante el suficiente tiempo para que se produjera la inestabilidad en la interfase.

*Barenblatt et al. [1993]* y también llegaron a la conclusión de que era necesario obtener un tiempo finito de ajuste de la turbulencia, y aplicaron esta idea para modificar el mecanismo de *Phillips [1972]*. El valor de este intervalo de tiempo no resultó crítico para la solución de su trabajo, pero demostró que si es necesario ajustarlo para que el problema tuviera un planteamiento matemático sólido y una solución única. *Barenblatt et al. [1993]* obtuvo un tiempo de retardo usando una expansión temporal del coeficiente vertical de difusión turbulenta de densidad ( $K$ ). *Kranenburg [1996]* siguiendo la misma idea pero justificando la evolución temporal del coeficiente vertical de difusión turbulenta de densidad a través de un término de forzamiento del tipo de *Prandtl-Kolmogorov*.

En el modelo de *Pelegri y Sangrá [1998]* se sigue la aproximación de *Barenblatt et al. [1993]* para tener en cuenta en su modelo la memoria temporal del campo de turbulencia, que se hizo de una manera simple, tomando los primeros términos del desarrollo en serie de Taylor del coeficiente vertical de difusión turbulenta de densidad ( $K$ ):

$$K(t) = K(t-\tau) + \left(\frac{\partial K}{\partial t}\right)_{(t-\tau)} \tau \quad (8)$$

Esta ecuación, que relaciona el coeficiente vertical de difusión turbulenta de densidad ( $K$ ) en un tiempo  $t$  con las condiciones que se dieron en un tiempo  $\tau$  anterior, lleva a la ecuación (9) de *Kranenburg [1996]*:

$$\frac{\partial K}{\partial t} \tau = -K_t + K_f \quad (9)$$

donde se definieron dos funciones diferentes para el coeficiente vertical de difusión turbulenta de densidad ( $K$ ), evaluado en dos tiempos diferentes,  $K_f \equiv K(t)$  que es el coeficiente vertical de difusión turbulenta de densidad ( $K$ ) que se produce con las condiciones presentes en el tiempo  $t$ , y  $K_t \equiv K(t-\tau)$  que es el producido un tiempo  $\tau$  anterior.

La ecuación (9) es exactamente la ecuación de Langevin, cuyo significado físico es que la turbulencia disminuye lentamente con su propia escala temporal ( $\tau$ ), pero está continuamente alterada por fuerzas externas, como la estratificación (para una discusión de este proceso ver *Csanady [1973]*). De no existir esas fuerzas

exteriores la solución decaería exponencialmente con  $\exp(-t/\tau)$ , donde  $\tau$  representa la escala temporal característica de la turbulencia.

Para estimar el valor de  $\tau$ , *Pelegrí y Sangrá [1998]* usan el argumento de que bajo la fuerza restauradora de la gravedad, las perturbaciones en un fluido tienen una velocidad angular que viene dada por la frecuencia de flotación o frecuencia de Brunt-Väisälä ( $N$ ), que definido en términos del gradiente local de densidad se puede expresar como  $N=g/\rho$ . Por lo tanto se debe esperar que el periodo natural para el flujo vertical de densidad ( $F$ ) sea del orden de  $N^{-1}$ . Esto está de acuerdo con los resultados tanto experimentales como numéricos obtenidos por *Gregg [1987]*, que muestran que la duración de la energía contenida en remolinos o espirales deberá estar entre los valores  $0.1 N^{-1}$  y  $N^{-1}$ . Más recientes simulaciones numéricas *Holt et al. [1992]* muestran también que el flujo vertical de densidad ( $F$ ) se mantiene alto para tiempos del orden de  $N^{-1}$ . Por todo esto *Pelegrí y Sangrá [1998]*, eligieron  $\tau=N^{-1}$  como la escala temporal característica de la turbulencia, que usaron después en su tratamiento numérico que se expone inmediatamente a continuación. Debido a la importancia de la estratificación en el cálculo del flujo vertical de densidad, decidieron permitir que  $\tau$  fuera variable verticalmente y con el tiempo, dependiendo de la estratificación vertical en cada momento. Esto a diferencia de *Kranenburg [1996]* que determinó el valor de  $\tau$  constante y dependiente de la estratificación inicial.

### 2.5.3. FORMULACIÓN DEL MODELO CINEMÁTICO DE MEZCLA

Cuando la transferencia de masa diapirica es dominante, los términos advectivos  $u\partial j/\partial x + v\partial j/\partial y$  son relativamente pequeños y la ecuación (6) se puede aproximar como:

$$\frac{\partial j}{\partial t} = -\frac{\partial(jw_\rho)}{\partial \rho}, \quad (10)$$

donde se ha incorporado la advección diapirica  $j=J\rho$  dentro del término de la derecha de la ecuación. Esta ecuación indica simplemente, que la distancia entre isopirnas adyacentes es debida a la convergencia o divergencia diapirica; puede ser derivada definiendo el flujo de masa por unidad de área, a través del agua que cruza una isopirna con una velocidad  $w_e$  (entrained water) y que viene dada por  $\rho w_e = \rho J w_\rho = j w_\rho$ .

La ecuación (9) indica la evolución en el tiempo del coeficiente actual de difusión de densidad  $Kt$ , el cual disminuye lentamente y está afectado por el coeficiente de difusión turbulenta  $K_f$  calculado a partir de la distribución local de densidad.

Para calcular este término *Pelegrí y Sangrá [1998]* usan una función de la forma  $K_f=K_f(Ri)$  similar a la que propuso *Peters et al [1988]*. Para valores de  $Ri < 0.33$  usan una parametrización exactamente igual a la propuesta por *Peters et al [1988]* y eligen  $K_f \propto Ri^{-9.2}$ , mientras que para valores de  $Ri \geq 0.33$  usan la de *Pelegrí y Csanady [1994]*  $K_f \propto Ri^{-1.5}$ , la Figura 2.28 ilustra que las dos funciones se cortan en  $Ri = 0.33$ .

Resumiendo, *Pelegrí y Sangrá [1998]* resuelven las ecuaciones (9) y (10) junto con la parametrización de la tendencia de densidad:

$$w_\rho = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{K_t}{J} \right) = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{K_t}{J} \right), \tag{11}$$

y para el coeficiente de difusión turbulenta exterior  $K_f$  que modifica el natural de cada momento  $K_t$  usan estas dos parametrizaciones

$$K_f = \begin{cases} 1.1 \times 10^{-8} Ri^{-9.2} & , Ri < 0.33 \\ 2.6 \times 10^{-3} (1 + 10Ri)^{-1.5} & , Ri \geq 0.33 \end{cases} \tag{12}$$

donde  $Ri$  viene dado por la ecuación (4):

$$Ri = \frac{g \left( \frac{\partial z}{\partial \rho} \right)}{\rho \left( \frac{\partial u}{\partial \rho} \right)^2}$$

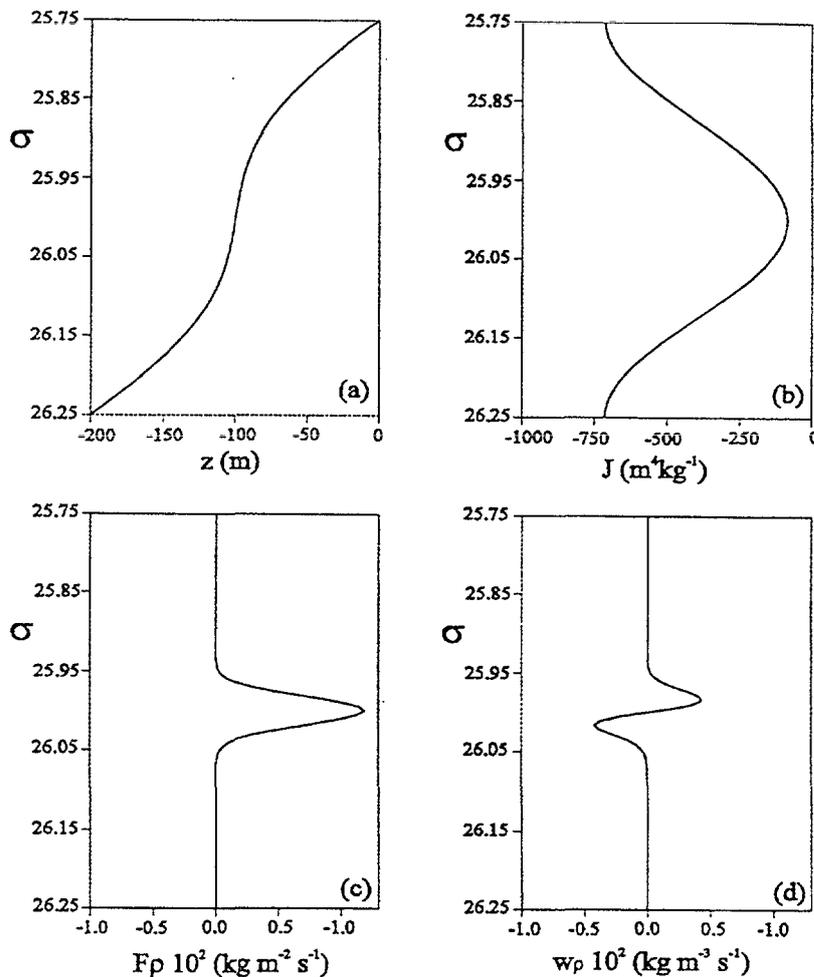


Figura 2.32: Condiciones iniciales para los cálculos numéricos. (a) La estratificación de densidad está construida como la suma de una estratificación lineal más una perturbación. Para el campo  $z=z(\rho)$  y usando  $\partial v/\partial \rho=2.5 kg^{-1} m^4 s^{-1}$ , se obtiene el Jacobiano inicial (b), (c) el flujo vertical de densidad, y (d) la tendencia de densidad.

Estas ecuaciones son resueltas numéricamente en el espacio  $(t, \rho)$  hacia delante en la coordenada tiempo y centradas en  $\rho$ , para predecir la evolución temporal de los campos de difusión turbulenta y del Jacobiano ( $J = \partial z / \partial \rho$ ). Eligieron una malla que tenía como  $\delta\rho = 0.005 \text{ kg m}^{-3}$  y  $\delta t = 0.1 \text{ s}$  tomaron para la ecuación (10) las condiciones de borde para  $j$  en  $z=0$  y  $z=200 \text{ m}$ ; donde para  $j$  tomaron valores constantes, lo que implica que en esos puntos no existe ni convergencia ni divergencia diapirica. Una vez que el Jacobiano ( $J = j/\rho$ ) era conocido podían conocer inmediatamente la distribución del campo de profundidad  $z$  a través de la integración desde  $z=0$ . Como consideraban la cizalla diapirica constante, la ecuación (12) muestra que  $\partial K_f / \partial \rho$  puede ser discontinua para valores cercanos a  $Ri = 0.33$ , esto les causó diferentes inestabilidades numéricas, y se vieron obligados a usar el filtro de Shapiro [1970], tres veces para  $K_f$  en cada paso de tiempo.

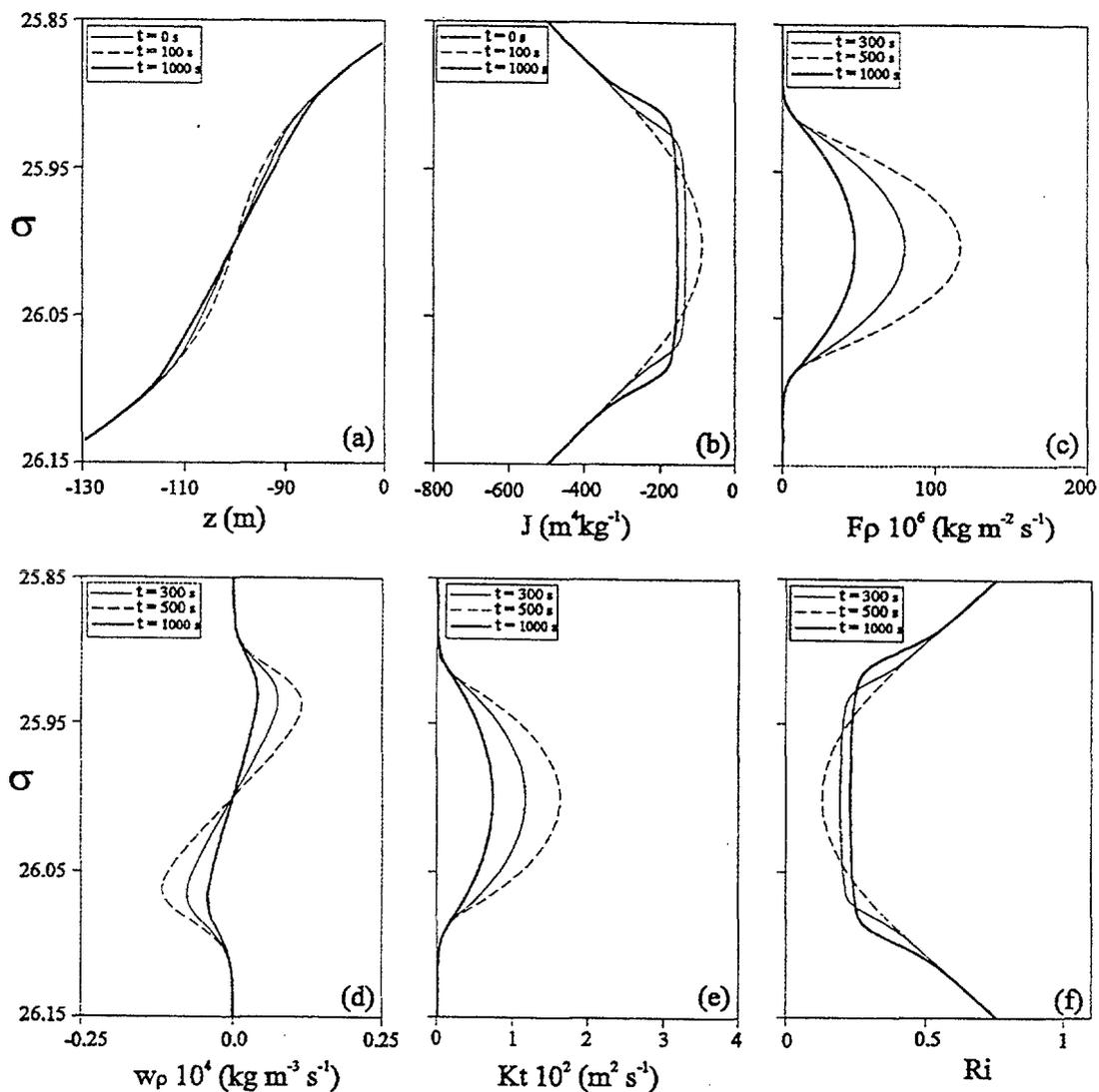


Figura 2.33: Resultados para  $\tau=0$ , que muestra la evolución temporal de la distribución de la densidad con (a) la profundidad, (b) el Jacobiano, (c) el flujo vertical de densidad, (d) tendencia de densidad, (e) coeficiente de difusión de densidad actual, y (f) número local de Richardson de gradiente.

La estratificación inicial corresponde a un decrecimiento lineal de la profundidad, desde 0 hasta 200 m de profundidad con una disminución de  $0.5 \text{ kg m}^{-3}$ , sobre el que se sobrepone una fluctuación sinusoidal, de 25 m de fluctuación con una longitud de onda  $\lambda_p = 0.5 \text{ kg m}^{-3}$ . La amplitud de la fluctuación fue elegida de tal manera que su máxima pendiente era menor que la pendiente de la función lineal. Eligieron una cizalla diapirica constante de  $\partial v / \partial \rho = 2.5 \text{ m}^4 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$ , que era del mismo orden que los valores obtenidos por Pelegrí y Csanady [1994].

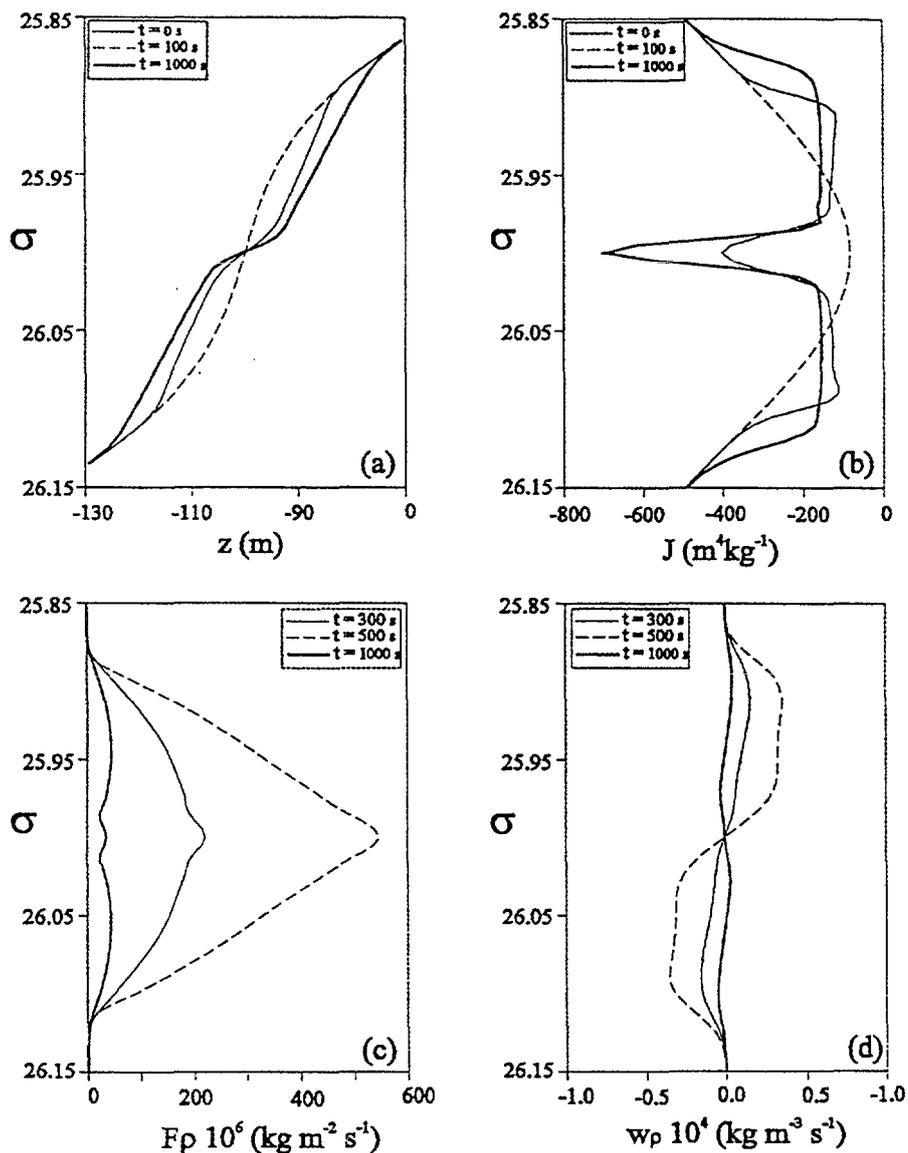


Figura 2.34: Resultados para  $\tau=N^2$ , que muestra la evolución temporal de la distribución de la densidad con (a) profundidad, (b) Jacobiano, (c) flujo vertical de densidad, y (d) tendencia de densidad.

La Figura 2.32 muestra las condiciones iniciales especificadas para  $z(\rho)$  y las correspondientes condiciones iniciales para el Jacobiano ( $J$ ), el flujo vertical de densidad  $w'\rho'$ , y la tendencia de densidad  $w_\rho$ . En todas las figuras que aparecerán a continuación explicando el modelo de *Pelegrí y Sangrá [1998]*  $\sigma = \rho - 1000$ , siendo  $\rho$  el valor absoluto de la densidad en las unidades del sistema *MKS*. Partiendo de la estratificación representada en la Figura 2.32, se estudió como variaban los parámetros más importantes del modelo para diferentes casos. En la Figura 2.33 se muestra la evolución temporal de las variables en el caso puramente difusivo, que corresponde a  $\tau=0$ .

En este caso el sistema no tiene memoria de turbulencia: el máximo en el flujo vertical de densidad es responsable de la rápida convergencia/divergencia de densidad inicial, pero disminuye a la vez que el gradiente de densidad, el cual inhibe la convergencia/divergencia de densidad necesaria para producir la capa intermedia de fluido mezclado. El resultado es una rápida difusión de densidad y el suavizado del perfil de densidad (Figura 2.33 (a) y 2.33 (b)), el perfil del flujo de densidad (Figura 2.32 (c)), la tendencia de densidad (Figura 2.33 (d)), el coeficiente de difusión (Figura 2.33 (e)); desde el momento que  $\tau=0$ , esto corresponde al caso  $K_t=K_f$ , y el gradiente local del número de Richardson (Figura 2.33 (f); como  $\partial v/\partial \rho$  es constante,  $Ri$  es paralelo a  $J$ , Figura 2.33 (b)). La Figura 2.33 (f) muestra que  $Ri$  permanece bajo por un periodo grande pero se mantiene constante sobre un gradiente de densidad amplio, lo que hace que  $K_f$  (Figura 2.33 (e)) sea más amortiguado.

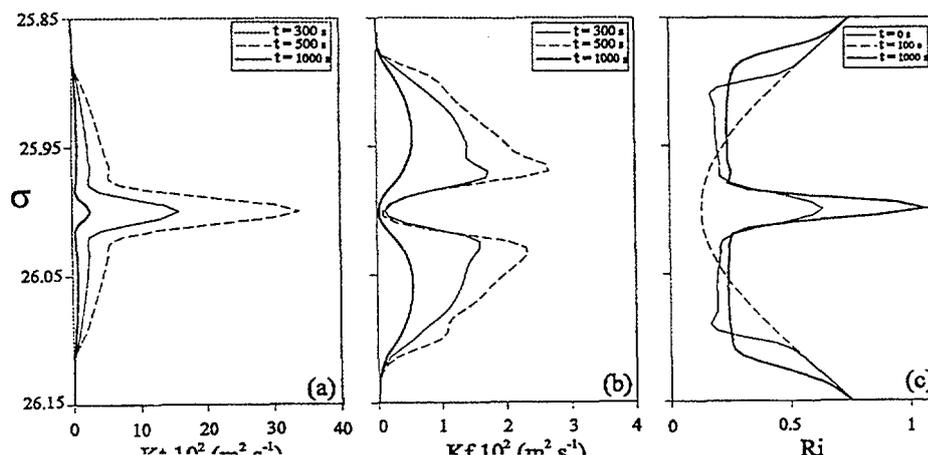


Figura 2.35: Resultados para  $\tau=N^l$ , muestran la evolución temporal del perfil vertical de densidad con (a) coeficiente actual de difusión, (b) coeficiente forzado instantáneo de difusión de densidad, y (c) número local de Richardson de gradiente.

Las Figuras 2.34 y 2.35 muestran la evolución temporal en el caso de  $\tau=N^{-1}$ , el valor inicial de  $\tau$  se encuentra entre los valores de  $200\text{ s}$  para las regiones de estratificación mínima y  $100\text{ s}$  para las regiones con estratificación máxima. La Figura 2.34 muestra la evolución de la profundidad, Jacobiano, flujo vertical de densidad, y tendencia de densidad a diferentes tiempos. La situación muestra una clara diferencia con el caso difusivo ( $\tau=0$ ), donde la zona inicialmente bien estratificada se convierte en una zona de fluido bien mezclada (Figuras 2.34 (a) y (b)). Esta región mezclada es producida por la lenta disminución en el flujo vertical de densidad y en la tendencia de densidad.

La Figura 2.35 muestra claramente la diferencia de comportamiento entre  $K_f$  y  $K_t$ , donde se puede ver como el término de forzamiento del coeficiente de difusión  $K_f$  se ve reducido rápidamente (Figura 2.35 (b)), mientras que el coeficiente de difusión efectivo que actúa en cada momento  $K_t$  permanece elevado más tiempo debido a la memoria temporal de turbulencia (Figura 2.35 (a)). La Figura 2.35 (c) muestra la evolución del número de Richardson, otra vez paralelo al Jacobiano, donde el mínimo inicial se convierte rápidamente en un máximo con dos mínimos adyacentes. El máximo corresponde a la formación de una capa bien mezclada, mientras que los mínimos indican las posiciones de por encima y debajo de la mezcla.

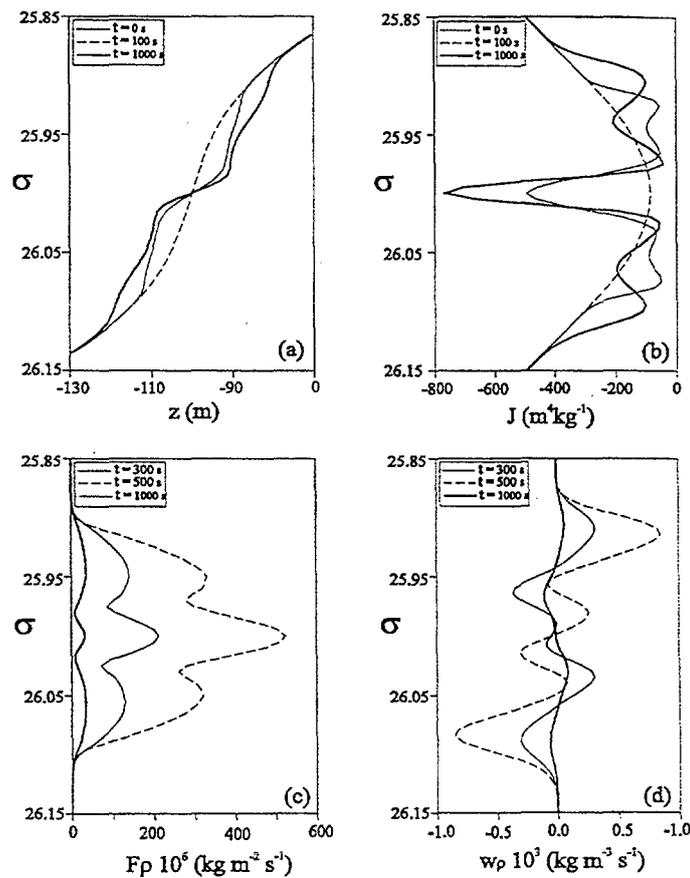


Figura 2.36: Resultados para  $\tau=N^{-1}$  y un filtro aplicado a  $Ri$ , mostrando la evolución temporal de la distribución de densidad con (a) profundidad, (b) Jacobiano, (c) flujo vertical de densidad, y (d) tendencia de densidad.

Las Figuras 2.36 y 2.37 corresponden al mismo caso anterior, con la diferencia que el filtro de *Shapiro* se aplica 30 veces al número de Richardson cada paso del modelo. Destacan que promediar  $Ri$  pero no el Jacobiano rompe la asunción de que la cizalla vertical es constante. Esto se justifica debido a la anisotropía asociada a las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz, que implica que no pueden tener lugar en escalas menores que la escala de Ozmidov (*Miller y Evans [1985]*); al promediar solamente  $Ri$ , se tiene en cuenta esta mínima escala vertical producida por la turbulencia generada por cizalla. Algunos estudios sugieren (*Miller y Evans [1985]*; *Gregg [1987]*) sugieren que en regiones de moderada a altamente estratificadas la escala de Ozmidov estará en torno a 2 o 3 m.

Tomando 3 m y dividiendo por  $100 \text{ kg m}^{-3}$  (un valor característico para el Jacobiano en zonas altamente estratificadas), se obtiene el correspondiente valor de la escala de densidad  $0.03 \text{ kg m}^{-3}$ . Esto muestra que aproximadamente seis niveles de densidad de este modelo (denominada  $\delta\rho=0.005 \text{ kg m}^{-3}$ ) se deben promediar para evitar la contaminación por la turbulencia de pequeña escala; esto está aproximadamente tenido en cuenta por el filtrado arriba indicado. El promediado vertical es claro en la distribución de  $Ri$ , (Figura 2.37 (c)), el cual muestra diferencias apreciables con el perfil de distribución de  $J$  (Figura 2.36 (b)). La principal diferencia con los cálculos previos es que los máximos y mínimos en las variables estarán mejor definidos, lo que conlleva que se formen unas estructuras de tipo escalera más claras, ya que la capa central mezclada y las interfases adyacentes son más definidas y se puede intuir la formación de otras estructuras tipo escaleras además de la central (Figura 2.36 (a)).

Ejecuciones adicionales del modelo fueron hechas para:

1°)- Examinar las diferencias entre las parametrizaciones de *Munk y Anderson* y la de *Peters et al.*

2°)- Valorar la sensibilidad de la suposición de cizalla constante. Los resultados indican que también la parametrización de *Munk y Anderson* puede generar estructuras de escalera. La dificultad de esta parametrización es que para las condiciones iniciales seleccionadas para este estudio los valores de  $w_p$  son varios ordenes de magnitud menores de lo necesario.

En el modelo la memoria temporal de la turbulencia está relacionada con el inverso de la frecuencia de flotación, lo cual proporciona un tope inferior para el tiempo requerido para los cambios en el flujo de densidad vertical, que resulta independiente de los rápidos cambios de cizalla diapicna. Para flujos con balance geostrófico este límite debería ser mucho mayor, debido a que los cambios rápidos de las pendientes isopicnas, como las que provocan las mezclas localizadas, no son seguidas inmediatamente por un cambio en la cizalla geostrófica diapicna.

El retraso es debido a la relativamente grande escala temporal característica en los flujos geostróficos, que es mucho mayor que la inversa de la frecuencia de flotación, y debe ser indicativo del tiempo que ha que tomar para los cambios sustanciales en cizalla diapicna.

Se plantea en este trabajo que son las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz inducidas por la cizalla, el mecanismo responsable de la mezcla en los cálculos numéricos, esto se basa en que las parametrizaciones del flujo turbulento de densidad son en términos del gradiente del número de Richardson y existen datos experimentales y de campo que demuestran su presencia en la producción de capas de agua mezcladas. De todas formas es posible que las simulaciones numéricas produzcan mezcla de agua por otros mecanismos: como se ha visto anteriormente hay muchos mecanismos capaces de producir estos procesos de mezcla a partir de estratificaciones iniciales, de ninguna manera relacionados con la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, producidas introduciendo turbulencia en el sistema de otro modo (moviendo varillas, etc.). La principal dificultad es identificar como opera el mecanismo físico, y como parametrizar el flujo vertical de densidad. Por esto es importante no separar las soluciones numéricas de los razonamientos físicos.

Las principales conclusiones de *Pelegri y Sangrá [1998]* son que el modelo está basado en la idea que las regiones muy estratificadas con cizalla diapirica son dinámicamente inestables y desarrollan inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. Este tipo de inestabilidades hace que la región estratificada se mezcle con las regiones limítrofes y forme dos nuevas interfaces con una capa bien mezclada en su interior. Para que este mecanismo tenga lugar es necesario que el flujo vertical de densidad turbulento cumpla dos condiciones. La primera es que crezca monótonamente con la disminución del gradiente del número de Richardson y la segunda debe haber una memoria temporal de la turbulencia.

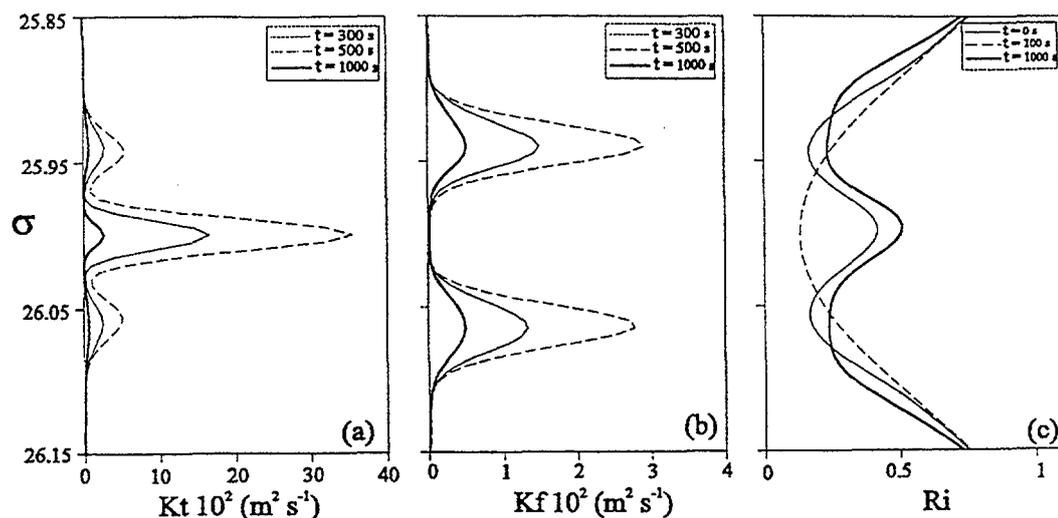


Figura 2.37: Resultados para  $\tau=N^l$  y un filtro aplicado a  $Ri$ , mostrando la evolución temporal de (a) coeficiente de difusión de densidad actual, (b) coeficiente de difusión de densidad forzado instantáneo, y (c) número local de Richardson de gradiente.

Los cálculos numéricos muestran que si no se incluye esta memoria de turbulencia, una región altamente estratificada e inestable dinámicamente se comporta de forma difusiva, es decir la mezcla es mediante un proceso de difusión. Mientras que si se incluye un tiempo finito de ajuste de turbulencia, la región estratificada se convierte en una región bien mezclada con dos claras interfases que la limitan. Si además se tiene en cuenta en el modelo la escala vertical mínima para las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz, entonces la interfase se muestra mucho más clara, donde además las regiones adyacentes a las interfases muestran nuevos intentos de formar escaleras. Los resultados numéricos obtenidos corresponden al caso en que la cizalla diapicna es constante a lo largo de toda la simulación, pero se realizaron varias pruebas que indican que los resultados son consistentes y la dependencia con los cambios temporales de la cizalla diapicna es pequeña.

El mecanismo que se propone difiere claramente del mecanismo de Phillips en dos aspectos principales.

- El primero es que la dinámica responsable de la perturbación es completamente diferente, en este proceso la cizalla es la responsable de la inestabilidad mientras que para el mecanismo de Phillips es la turbulencia producida por varillas o mallas oscilantes. Debido a esto, la parametrización del coeficiente turbulento de densidad ( $K$ ), en el mecanismo de Phillips, tiene un máximo con una función dependiente de un número de Richardson apropiadamente definido al caso, ya que no tiene nada que ver con la normal definición del gradiente local del número de Richardson,  $Ri$ . Mientras que la parametrización usada en este modelo hace que el coeficiente de difusión turbulenta de la densidad ( $K$ ), hace que  $K$  aumente monótonamente con la disminución del número de Richardson.

- En segundo lugar el proceso cinemático que lleva a la producción de mezcla es totalmente opuesto, mientras que para Phillips una región estratificada representa una zona de estabilidad donde cuando se produce una perturbación esto hace que esta zona aumente su estratificación y por lo tanto su estabilidad según su modelo, mientras que en mecanismo aquí propuesto una zona de alta estratificación representa una región inestable, más cuanto más estratificada esté, la cual va a mezclarse con las regiones adyacentes, en cuanto haya una cizalla diapicna, para dar una zona mezclada más estable con dos interfases que tendrán una diferencia de densidades menor que la de la interfase inicial, resultando más estables.

## **CAPÍTULO 3**

# **MONTAJE EXPERIMENTAL**

Para la realización de experimentos que produzcan una cizalla entre fluidos de diferente densidad, se construyó un tanque alargado con tapa superior, el cual se llenó totalmente con dos fluidos diferentes con una diferencia en densidad en torno a  $200 \text{ kg m}^{-3}$ . El llenado debía producirse con la mínima mezcla para obtener una interfase lo más definida posible, para ello se diseñó un sistema de llenado apropiado.

Una vez obtenida la estratificación el sistema debía inclinarse para producir una cizalla en la interfase, por lo cual se construyó un armazón de acero que sujetara el tanque y que se pudiera inclinar de forma controlada sabiendo los grados de una manera precisa. Esta cizalla produce una serie de fenómenos en la interfase y hace que la estratificación se modifique, la parte principal del trabajo era conocer la evolución de la disposición de los fluidos, para lo cual se construyó un sistema de muestreo, que realiza un perfil de temperatura y conductividad sin perturbar demasiado la estratificación. El sistema consta de un sensor de conductividad y temperatura para laboratorio controlado por un brazo mecánico movido por un motor paso a paso.

Tanto la adquisición de datos por parte del sensor como el movimiento del sensor esta controlado por un software y mostró una precisión de movimientos aceptable para los datos que se querían obtener. Un punto fundamental del trabajo obligaba a conocer la velocidad de los fluidos sin perturbar los flujos, para lo cual se instaló un sensor de sonido en la parte superior que permitió comprobar las suposiciones teóricas del movimiento de los fluidos dentro del tanque.

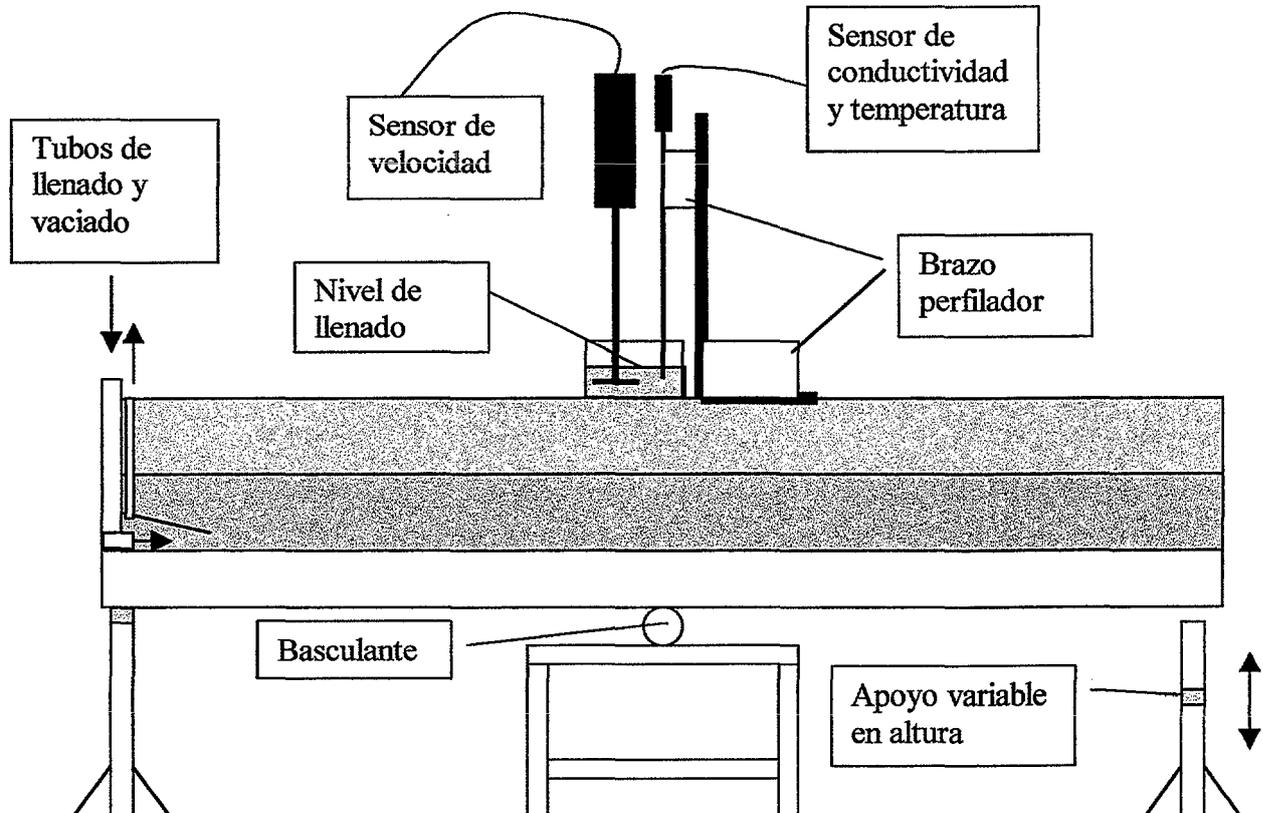


Figura 3.1: Esquema general del montaje experimental

---

Este capítulo es una descripción de cómo se realizaron los diferentes sistemas que se usaron para este trabajo. En primer lugar, apartado 3.2, se describe la construcción del tanque, sus sistemas de llenado, vaciado, inclinación, y sus dimensiones; en el apartado 3.3. se describe todo lo referente a la toma de datos de los experimentos, donde se describe el perfilador, los sensores, la medición del tiempo y las calibraciones de los sensores para traducir su señal a datos físicos. A continuación, apartado 3.4, se describe el experimento, con la teoría del movimiento de los fluidos y sus aproximaciones, la preparación de las disoluciones, el proceso de llenado del tanque, y la descripción del experimento dividida en los diferentes estadios en los que se puede dividir. El apartado 3.5 describe los experimentos para obtener un coeficiente de difusión turbulenta adecuado a las condiciones del laboratorio, en 3.6 se expone un resumen de cómo se pueden resumir los diferentes procesos y experimentos que se dan en este trabajo. Finalmente en el apartado 3.7 se describen las limitaciones experimentales del montaje experimental.

### 3.1. DESCRIPCIÓN DEL TANQUE

Se construyó un tanque de cristal de  $3\text{ m}$  de largo  $10\text{ cm}$  de ancho y  $35\text{ cm}$  de alto, de medidas interiores lo que hace una capacidad de  $105\text{ litros}$ , un esquema del tanque con los accesorios y sensores que se han usado en este trabajo se puede ver en la Figura 3.1. En la tapa superior tiene practicada una abertura centrada de  $10\text{ cm}$  de ancho por  $12\text{ cm}$  de largo, esta abertura sirve para que los sensores puedan acceder al interior del tanque y realizar los perfiles. Esta abertura tiene una tapa de metacrilato que ajusta perfectamente y la cierra, en la cual están practicados los agujeros imprescindibles para que los sensores puedan tomar datos, con esta tapa se evita que el flujo se vea perturbado. Esta tapa de metacrilato variará su forma y disposición dependiendo de los perfiles que se quieran realizar ya que su mecanización y cambio es mucho más sencillo que si fuera de cristal. La abertura tiene un brocal de cristal de  $10\text{ cm}$  de altura para que los sensores puedan estar en contacto con el fluido superior y no perturben el flujo hasta que realice el perfil. La parte superior del tanque tienen practicados diversos agujeros entubados que sirven para su llenado y vaciado, y que permiten la salida del aire cuando el llenado es completo, estos se encuentran en el extremo del tanque que queda levantado en los experimentos, para facilitar el control de las fugas de agua cuando se inclina el tanque. En la abertura que se utiliza para llenar el tanque hay introducido un tubo de PVC rígido que llega hasta el fondo del tanque, en este extremo tiene colocado un trozo de esponja que realiza la función de filtro de las soluciones y de frenado de la velocidad de llenado, lo que garantiza por una parte que la solución no tenga partículas grandes que pudieran obstruir los electrodos de platino del sensor de conductividad y por otra que el control del llenado sea mucho más sencillo.

Encima del final del tubo de llenado hay una pestaña, también de cristal de unos  $20\text{ cm}$  de longitud y diez de anchura, dispuesta a lo largo del fondo a  $5\text{ cm}$  de altura, cuya función es la de atenuar la turbulencia cuando se produce el proceso de llenado, disminuir así la difusión y atrapar las burbujas de aire que se puedan introducir con el llenado, que de otra forma disturbaría la interfase al atravesarla. Esta pestaña tiene una inclinación de unos tres grados con el fondo en el borde del tanque por donde llega tubo de llenado, en este extremo superior tiene un tubo de plástico transparente que sale fuera del tanque que permite la salida del aire que entre con la disolución y evita que perturbe la interfase. Además se puede purgar por este tubo el agua más ligera que queda encerrada en este espacio, que produce una mezcla durante el llenado de la disolución, ver Figuras 3.1, 3.20 y 3.21.

En la parte superior del tanque y pegado al tubo de PVC rígido hay un tubo de plástico transparente de  $0.5\text{ cm}$  de diámetro interior y de  $10\text{ cm}$  de longitud dispuesto en la parte superior de la abertura, con su parte inferior al mismo nivel de la parte inferior de la tapa superior, este tubo permite la salida del aire y que el llenado llegue hasta la parte superior del tanque.

La estructura de acero que sujeta y da consistencia al tanque de cristal, fue realizada en el taller del departamento de Física de la UPLGC. Está constituida por un bastidor rectangular hecho en ángulo de acero de  $5\text{ cm}$  que sujeta la base del tanque, de las cuatro esquinas de este bastidor salen otros tantos ángulos que llegan hasta la parte superior del tanque y le dan consistencia lateral. Estos ángulos son mantenidos en posición vertical por unas pletinas de  $2\text{ mm}$  de espesor soldadas al

bastidor base y al ángulo vertical adyacente en cada lado del tanque. El fondo del bastidor fue unido con pletinas de 2 mm de espesor soldadas a intervalos de 10 cm, y sobre este fondo se puso una plancha de 'porespan' de 5 cm de espesor encima de la cual descansa el tanque, lo que evita el riesgo de que el tanque tenga un mal apoyo y se pueda dañar ya que absorbe cualquier irregularidad.

Toda la base de esta armadura se reforzó con dos perfiles de acero de 60 x 30 mm y de 3 m de longitud, que se soldaron debajo de los ángulos que sujetan la base del bastidor, estos refuerzos le dan consistencia a la estructura e impiden que cuando se coloque el tanque, se llene de agua y quede sujeto todo el sistema por un único punto medio, la estructura pueda pandear lo que supondría la rotura de los cristales. Con todos estos refuerzos se ha conseguido que la diferencia entre los dos extremos del tanque lleno de agua sea menor de 1 milímetro.

Esta estructura de acero completamente construida fue la que recibió el tanque de cristal realizado anteriormente ya que el cristal no soporta ninguna fuente de calor, lo que impide que se puede realizar ningún tipo de soldadura. A esta estructura se añadió otra con un eje que permite bascular el tanque de forma manual. El eje de giro está situado en el centro a 10 cm por debajo del tanque de cristal y elevado 62 cm del suelo, es sistema de giro es un tubo de 35 mm de diámetro interior soldado al bastidor que sujeta el tanque de cristal y alineado con otros dos tubos de la misma medida soldados a ambos lados de la estructura que hace de pie del soporte de giro, estos tres tubos están unidos por un tubo pasante de 32 mm de diámetro exterior que atraviesa los tres tubos alineados. El pie que soporta el sistema basculante consta de una sujeción hecha con perfil de 60 x 40 mm, que forma una base cuadrada de 50 x 50 cm y con una altura de 60 cm, donde van soldados los dos trozos de tubo. El sistema se completa con dos soportes a ambos lados del tanque hechos con perfil de 35 x 35 mm con un sistema para regular la altura donde descansan los dos extremos de la estructura que sujeta al tanque.

### 3.2. TOMA DE DATOS

El esquema del sistema de toma de datos se puede ver en la Figura 3.2, donde se tiene el sensor de C-T, movido por un motor paso a paso, que controla en todo momento la profundidad a la que se encuentra el sensor. Este tiene dos salidas de voltaje analógico, una para cada señal, que llegan a un convertidor analógico-digital que convierte las señales en digitales, a las cuales accede el software. Por otra parte el software controla el motor paso a paso que mueve la mecánica del brazo mecánico que controla la posición vertical del sensor a través de la tarjeta controladora de este tipo de motores. El software envía una onda cuadrada a esta tarjeta que convierte en pasos de motor, la velocidad del motor depende de la frecuencia de esta onda cuadrada.

El software mueve un paso del motor y toma un dato de conductividad y otro de temperatura, almacena los datos en un archivo de tres columnas donde la primera corresponde al número de paso del motor, la segunda la señal digital de conductividad y la tercera la señal de temperatura. Una vez aplicadas las diferentes calibraciones el número de pasos de motor se traduce a distancia ( $m$ ), la señal de conductividad a conductividad ( $mS\ cm^{-1}$ ) y después a densidad ( $kg\ m^{-3}$ ) y la señal de temperatura a temperatura ( $^{\circ}C$ ).

#### 3.2.1. DESCRIPCIÓN DEL PERFILADOR

El perfilador consta de dos partes principales el sensor de conductividad/temperatura y el brazo robot. El funcionamiento del perfilador permite obtener perfiles de conductividad y temperatura frente a profundidad con una resolución de  $0.10\ mm$  y con una precisión de  $\pm 0.01\ mm$ . El sistema está controlado por una interfase de software realizada en lenguaje de programación C, que mueve un motor paso a paso y hace un muestreo de las dos salidas del sensor de manera que cada paso del motor lee un dato de conductividad y otro dato de temperatura. Este programa controla una tarjeta conversora analógico-digital con salidas y entradas tanto analógicas como digitales, por las salidas digitales se mandan las ordenes para controlar la velocidad y sentido de giro del motor, mientras que por las entradas analógicas se toman los datos del sensor de temperatura y de conductividad. La tarjeta convierte los datos analógicos, ( $\pm 5VDC$ ), que le llegan del sensor por dos canales, uno para la temperatura y otro para conductividad, en datos digitales que el programa recoge en un archivo junto con el dato de número de pasos dados por el motor. Con las posteriores calibraciones tanto de las señales del sensor como del recorrido por cada paso del motor se obtienen los diferentes perfiles del tanque.

**DESCRIPCION GENERAL**

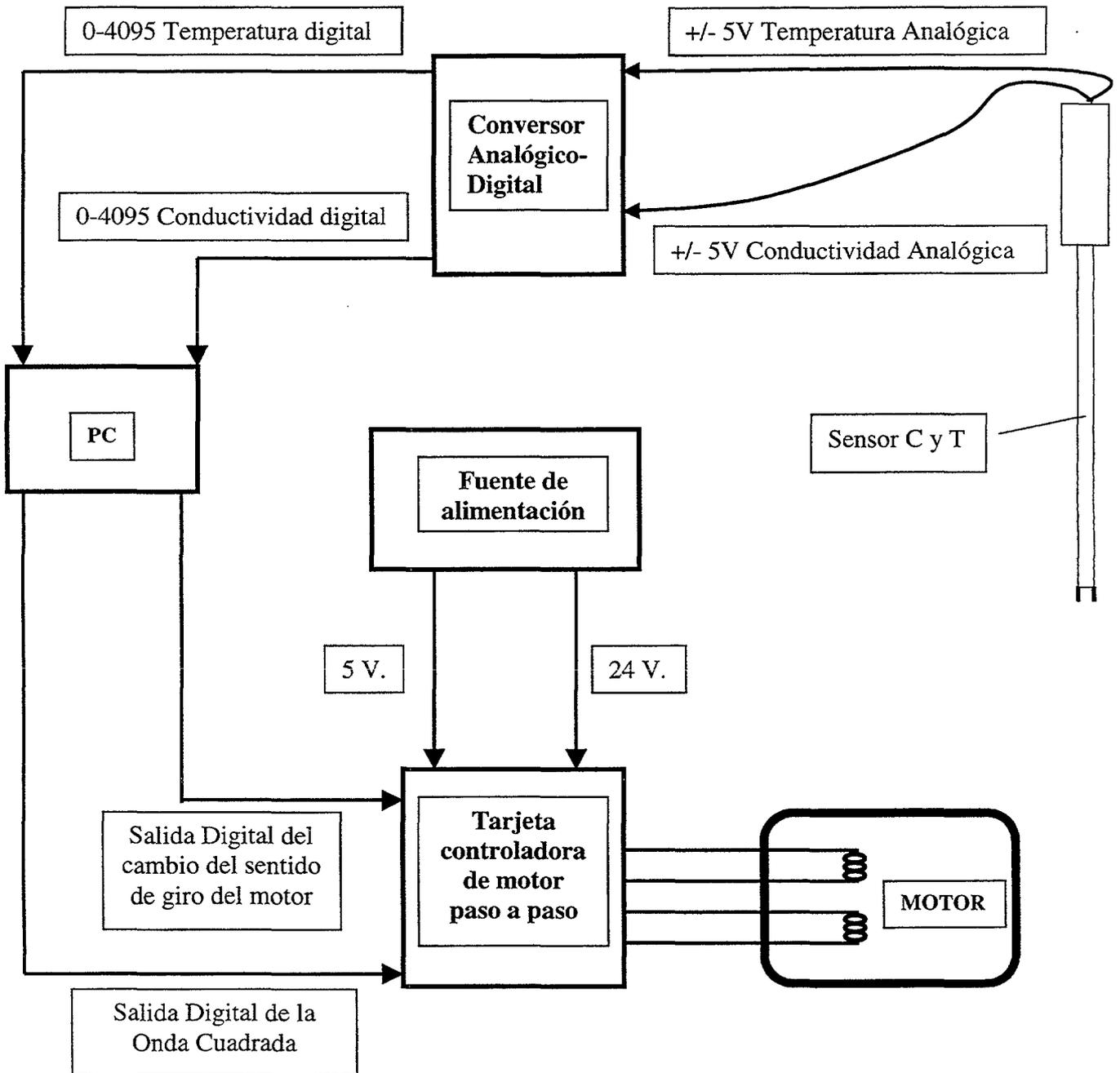


Figura 3.2: Esquema del funcionamiento del sistema de toma de datos de conductividad y temperatura.

## 3.2.1.1. MECANICA DEL PERFILADOR

El brazo que mueve el sensor de conductividad y temperatura dentro del tanque y realiza los perfiles de los experimentos consta de un sistema para mover el sensor, con precisión y sin movimientos laterales, en una dimensión y un armazón que sujeta toda la estructura.

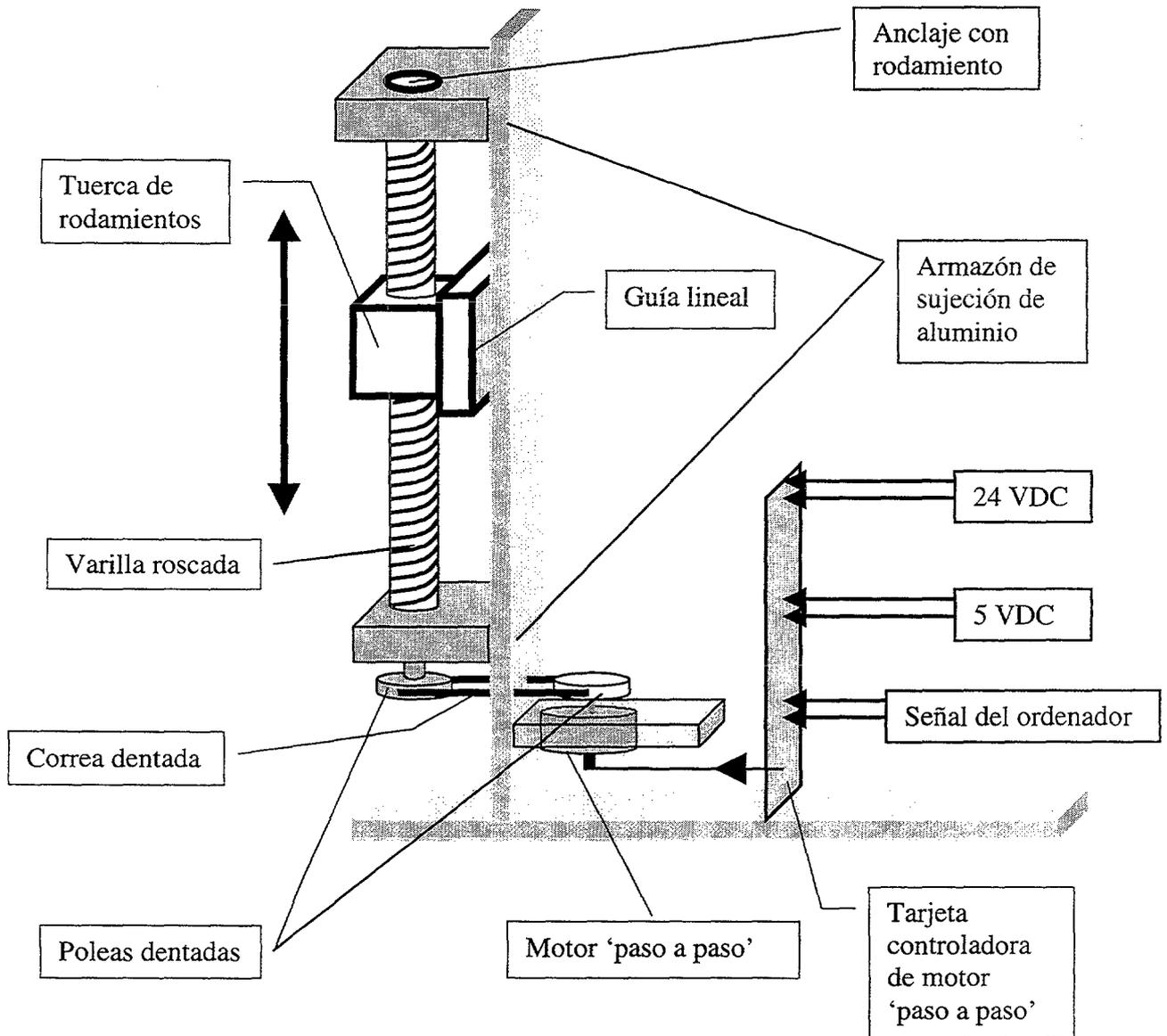


Figura 3.3: Diseño mecánico del perfilador

El armazón está realizado con pletinas de aluminio de  $0.8 \text{ mm}$  de espesor y  $7 \text{ cm}$  de anchura, se eligió este material debido a la facilidad de mecanización que presenta ya que era previsible que el diseño original sufriese continuas modificaciones hasta lograr el diseño definitivo, y a que no incrementa el peso de la

estructura en demasía a pesar de facilitar una buena consistencia a la estructura total. Sobre este armazón se montó la parte móvil del perfilador que consta de un motor paso a paso, que mediante una correa dentada, mueve una varilla roscada anclada a la estructura por dos puntos a los cuales se ajusta mediante rodamientos, lo que permite una buena calidad de giro de esta varilla. Enhebrada en esta varilla roscada se encuentra una tuerca de precisión con rodamientos en su parte interior, esta tuerca tiene la propiedad de girar por la varilla casi sin fricción y sin ningún tipo de cabeceo, lo que provocaría un bloqueo del movimiento del sistema, como ya sucedió en otro montaje que se realizó sin tener en cuenta este detalle. A su vez esta tuerca está ajustada a una guía lineal dispuesta en vertical perfectamente alineada con la varilla roscada, esta guía lineal es la que retiene el giro de la tuerca y evita cualquier movimiento de cabeceo a la tuerca, ya que esta quedaría bloqueada. A esta guía lineal es a la que se sujeta el sensor ya que no transmite ningún movimiento que no sea el vertical al resto del sistema. Esta guía consta de un asiento, que sirve de base para ajustar el sensor, que va sólidamente unido a un carril mediante rodamientos lo que asegura la eliminación de cualquier tipo de movimiento perpendicular a la dirección de la guía, y de un carril por el que corre el asiento.

El motor paso a paso está sujeto a la estructura de sujeción de aluminio (Figura 3.3) embutido en una pequeña pletina del mismo aluminio que el resto de la estructura. La cabeza del motor tiene una polea dentada de  $25\text{ mm}$  de diámetro ajustada a su eje con tres tornillos prisioneros, en la cual va ajustada una correa dentada de  $10\text{ mm}$  de anchura y conecta con una polea dentada de las mismas dimensiones que la que lleva el motor. Esta última polea está ajustada al extremo inferior de la varilla roscada, que sobresale de su anclaje inferior, por tres tornillos prisioneros. De esta manera la transmisión de movimiento del motor a la varilla roscada se realiza con pocas pérdidas de movimiento que provocarían si las poleas y la correa no fueran dentadas.

La varilla roscada tiene un paso por vuelta de  $3\text{ mm}$ , y es una varilla de acero inoxidable mecanizada y rectificada con lo que se asegura la calidad del movimiento. Esto hace que la traducción de cada paso del motor, que son  $12^\circ$ , provoque un descenso del brazo de  $0.10\text{ mm}$ .

### 3.2.1.2. MOTOR PASO A PASO

Para entender el funcionamiento del sistema de movimiento es necesario conocer las particularidades de los motores paso a paso. Como su propio nombre indica este tipo de motores se mueve paso a paso, es decir que cada vez que recibe una serie de ordenes el motor gira un número determinado y constante de grados, es decir un paso. Esto hace que solo haya movimiento si se reciben las ordenes precisas y no se producen de ninguna manera movimientos que no se hayan programado. El fundamento de estos motores es el movimiento de un núcleo imantado que gira en torno a múltiples bobinas que se encuentran a su alrededor, cambiando la polaridad de las diferentes bobinas se obliga al núcleo a moverse en una u otra dirección con diferentes velocidades (Figura 3.4).

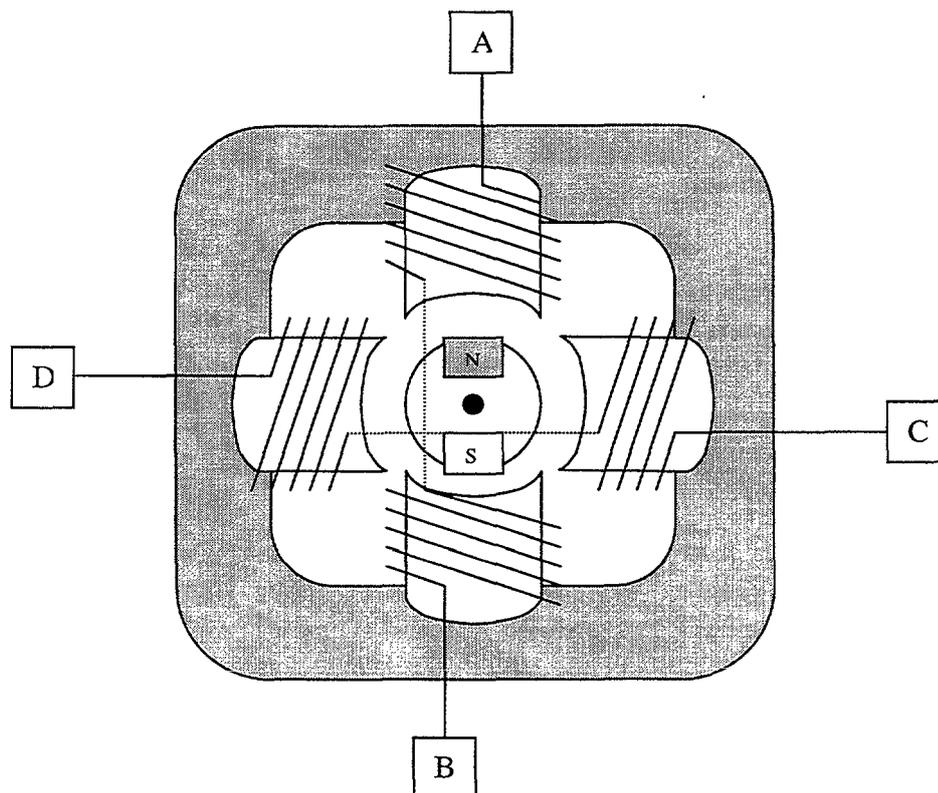


Figura 3.4: Esquema del interior de un motor paso a paso

De una manera intuitiva se explica en la Figura 3.5 el funcionamiento de un tipo de motor sencillo, en el giro de las agujas del reloj:

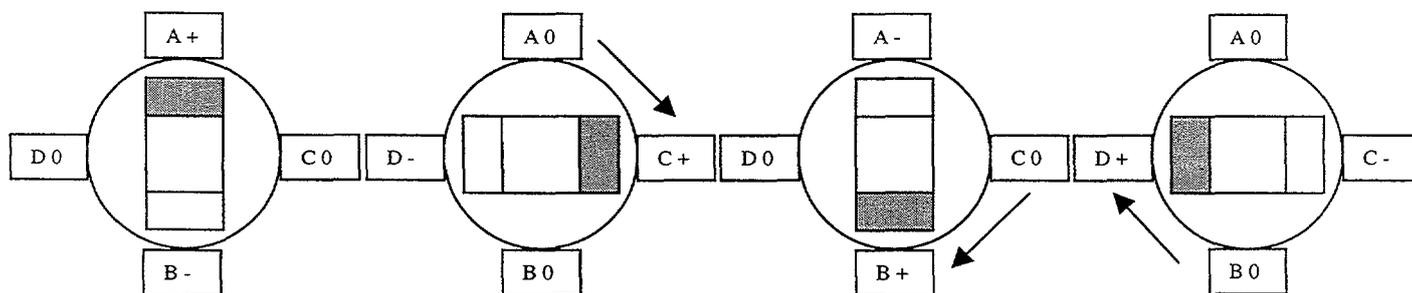


Figura 3.5: Representación esquemática del movimiento de un motor paso a paso

Este es el principio básico de funcionamiento, en los motores reales se emplean múltiples polos y en diferentes niveles para reducir el ángulo de paso hasta un valor práctico, pero se mantienen los principios básicos descritos. El motor que actúa en el sistema del brazo robot tiene dos niveles de múltiples polos logrando así que cada paso signifique un giro de  $12^\circ$ . Hay que hacer notar que el motor solo se mueve si recibe el orden de variar la polaridad de las bobinas en la secuencia correcta, es decir que se elimina la inercia de giro del motor con lo cual se puede estar seguro de que la posición es la indicada por el software del programa de adquisición de datos y control del motor.

Para el funcionamiento del motor es necesario controlar las bobinas que cambian las polaridades, esto se hace mediante la generación de pulsos que activan y desactivan las bobinas de una forma sincronizada. Esta generación de pulsos tan precisa es realizada por la tarjeta controladora del motor, que recibe las ordenes de movimiento de la interfase de software del ordenador y envía los impulsos necesarios al motor.

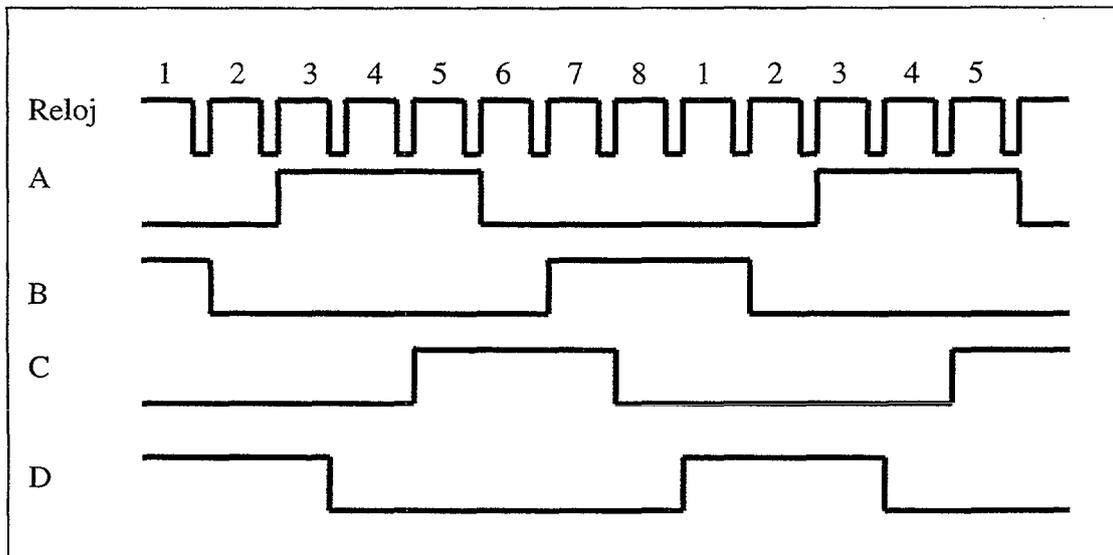


Figura 3.6: Ejemplo de secuencia de pulsos necesaria para mover el motor paso a paso, que envía la tarjeta controladora del motor.

### 3.2.1.3. TARJETA CONTROLADORA DEL MOTOR

El corazón de la tarjeta es el generador de pulsos *L297*, el cual genera las diferentes secuencias para las diferentes bobinas, estas secuencias controlan las salidas de potencia de *L298N* que controla el paso de corriente a las diferentes bobinas del motor. En la Figura 3.6 se muestra un ejemplo de la salida de las ondas cuadradas para cada una de las salidas. La tarjeta recibe pulsos del ordenador por medio de la interfase de software que controla la tarjeta analógico digital dentro del ordenador, de manera que por un canal le llega una secuencia de pulsos digitales en los que cada pulso significa un paso del motor, la tarjeta lee esos pulsos y envía las ondas

cuadradas a cada bobina del motor para que realicen los pasos a la velocidad que indica la frecuencia de llegada de pulsos de la tarjeta del ordenador. Esta tarjeta tiene además dos entradas más, la de cambio de sentido de giro y la de convertir el paso en medio o en entero, estas entradas permiten que si se activa una el motor cambie de sentido de giro o comience a dar medios pasos. La tarjeta se diseñó y confeccionó en los laboratorios de química de la ULPGC.

#### 3.2.1.4 INTERFASE DE SOFTWARE.

La interfase de software controla el motor paso a paso del perfilador, y la toma de datos del sensor tanto de conductividad como de temperatura. Para el control del motor es necesario que envíe la serie de pulsos correctos a través de los canales correspondientes de la tarjeta digitalizadora, y para la lectura de la tensión de los dos canales analógicos del sensor, que proporcionan la lectura de conductividad y temperatura.

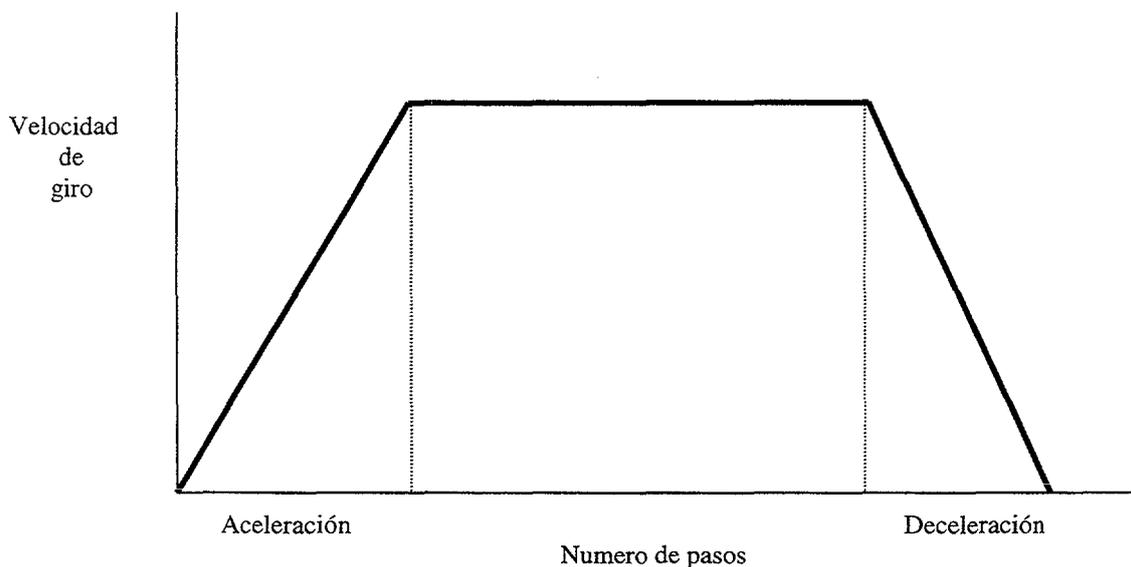


Figura 3.7: Evolución de la velocidad del motor en cada perfil

Para un buen control del motor paso a paso cuando se requiere que funcione a elevada velocidad, es necesario que tenga una aceleración inicial hasta alcanzar la velocidad máxima y después una deceleración hasta pararse, este proceso de control del motor paso a paso se llama un perfil tipo trapecio que se representa en la Figura 3.7.

La interfase se realizó primeramente en lenguaje *VisualBasic*, que es un lenguaje de alto nivel que proporciona muchas facilidades de control y versatilidad en la presentación de los datos en gráficas en tiempo real, pero tiene un límite de velocidad para la salida de los pulsos del motor y como la velocidad del perfilador resulta crítica para realizar los perfiles finales, se decidió realizar la interfase en otro lenguaje de bajo nivel que limita la versatilidad del software, pero aumenta la velocidad de control del motor paso a paso y la lectura de los datos del sensor. Este

programa esta desarrollado en *C* y *ASM* (*BASM-Borland Assambler*) empleando el entorno de programación *Borland C++ 3.1*.

Frente a la flexibilidad del lenguaje *C* y la rigidez, pero máxima optimización, que ofrece el Ensamblador a la hora de trabajar directamente sobre el microprocesador y las entradas/salidas hacia puertos digitales. Lo que permite trabajar con los puertos a mayor velocidad que con otros lenguajes. El programa realiza una aceleración, mantenimiento de la velocidad constante por un número de pasos y luego una deceleración, durante este proceso lee la salida de datos del sensor de conductividad y temperatura, en cada paso lee un valor de temperatura y uno de conductividad. Necesita cuatro variables incluidas en la macro a la que llama el ejecutable, que son el número de pasos totales que dará el motor, en segundo lugar una indicación indirecta de la velocidad máxima, en términos de número de ciclos que dará la rutina de retardo durante la velocidad máxima, en tercer lugar el valor de la velocidad mínima con la que arrancará el motor, también en número de ciclos de la rutina de retardo, en último lugar el número de pasos en que se desea que el motor alcance la velocidad máxima. Los valores de las velocidades resultan inversos ya que cuanto menos ciclos de la rutina de retardo antes se dará el siguiente paso. Un ejemplo de esto es que el termino segundo que representa la velocidad máxima valga *12000* y el de la velocidad mínima valga *70000*, con una aceleración de *200 pasos*, el programa comenzará contando hasta *70000* entre cada paso, y en cada paso contará *290* menos para que cuando llegue a *200 pasos* del inicio la rutina contará solo hasta *12000* antes de dar el siguiente paso, y estará en su velocidad máxima. Para la deceleración se ha elegido arbitrariamente *500 pasos* durante los cuales la rutina aumentará el número en *116* en cada paso para pasar a contar de *12000* a *70000* en el último paso. Después de acabar el perfil el programa espera a que se apriete una tecla para volver a su posición original a la velocidad mínima sin tomar ningún dato. Cuando ha dado el número de pasos indicado hacia el origen, guarda los datos en el archivo si se añadió este dato al final del ejecutable con que se llama el programa de lo contrario el brazo bajará pero no almacenará los datos del perfil. Una descripción completa del software se presenta en el anexo 1.

### 3.2.1.5. CALIBRACION DEL PERFILADOR

La calibración del brazo robot se realizó con un catetómetro con una resolución de *0.01 mm* y esta calibración traduce cada paso del motor en milímetros de profundidad que se mueve la sonda dentro del tanque.

El catetómetro consta en esencia de un soporte vertical, provisto de una escala graduada de *104 cm* con divisiones cada *0.5 mm*, sobre el que se desliza una mira provista de una retícula y de un sistema de enfoque. El soporte vertical va apoyado en una base provista de tres tornillos niveladores y de un nivel. Dicha mira se desliza a lo largo del soporte aflojando un tornillo de fijación y moviéndolo a mano, hasta estar cercano al punto de medida, entonces para el ajuste fino al punto se aprieta este tornillo de fijación y se actúa sobre el tornillo de movimiento lento, que mueve un nonius con *50 divisiones* y que abarcan *2.45 cm* de la escala graduada sobre la que se desliza.

El catetómetro es un aparato que mide longitudes verticales relativamente grandes con precisión, mediante un procedimiento de no contacto. La lectura se

realiza por diferencia entre las lecturas correspondientes a los extremos del objeto a medir, en este caso la diferencia entre la lectura de inicio de movimiento y la lectura del final del movimiento.

Previamente a la realización de las medidas, es preciso poner en estación el catetómetro. Para ello es necesario que la base sobre la que se apoya este nivelada y después ajustar con los tres tornillos de la base del aparato de manera que el aparato quede totalmente vertical. Después se actúa sobre los tornillos que controlan la inclinación de la mira hasta poner esta a nivel. Una vez en posición el catetómetro se enfoca la mira hasta tener el objeto de medición perfectamente enfocado, a continuación se busca un punto de referencia en ese objeto y se mueve la mira hasta que ese punto de referencia queda en el centro de la retícula de la mira. En este caso se eligió el extremo inferior del termistor del sensor. Se toma esta medida que será la inicial y se mueve el sensor con el sistema de brazo robot una serie de pasos y se vuelve a ajustar la mira en el punto elegido, primero manualmente y después con el tornillo de ajuste fino hasta tener otra vez el mismo punto en el centro de la retícula de la mira. Aquí se toma la segunda medida y se resta de la inicial, con lo que se tendrá el desplazamiento en milímetros con una precisión de 0.01 mm.

Se realizaron 20 medidas del recorrido completo del sensor en los experimentos que son 3000 *pasos* del motor, lo que al dividirlo por el número de pasos dio una muestra sin dispersión de 0.10 mm por cada paso. Dado que las medidas no presentaban dispersión se procedió a medir 10 *pasos* del motor en diferentes posiciones del recorrido del sensor cuando realiza el perfil en el experimento, se tomaron otras tantas medidas y se volvió a comprobar que la muestra no presentaba dispersión. Con lo cual la medida de cada paso es de 0.10 mm con un error que da la precisión del aparato de medida que es de 0.01mm.

### 3.2.2. SENSOR DE CONDUCTIVIDAD Y TEMPERATURA

#### 3.2.2.1. DESCRIPCIÓN

El sensor es el modelo 125 *MSCTI* (Micro-Scale Conductivity Temperature Instrument), fabricado por Precision Measurement Engineering y está diseñado para medir temperatura y conductividad eléctrica de soluciones acuosas que contengan iones. El *MSCTI* tiene dos salidas de voltaje analógicas que son función de la conductividad eléctrica y de la temperatura de las soluciones. Esta diseñado para trabajar en casos en los que la resolución espacial y el tiempo de respuesta son importantes, un esquema orientativo del funcionamiento y forma del sensor se representa en la Figura 3.9.

Consta de una varilla de acero inoxidable hueca de 60 cm de longitud y 0.65 cm de diámetro, de la que sobresale un termistor y el sensor de conductividad que consta de cuatro electrodos de platino embebidos en fundas de cristal, el conjunto del sensor de conductividad en la punta mide menos de 0.1 mm. Los dos sensores están conectados en el otro extremo de la varilla al preamplificador de señal, que a su vez está conectado por un cable de 10 m con la tarjeta principal dentro de la caja de control. De esta caja salen los dos cables coaxiales con el voltaje de temperatura y conductividad. Todo este sistema excepto la caja de control es sumergible hasta 10 m de agua.

El sensor de conductividad consta de cuatro electrodos microscópicos de platino enfundados en vidrio, conectados a otros tantos cables de cobre que transmiten la diferencia de potencial hacia el preamplificador, que amplifica la señal para mandarla por el cable de  $10\text{ m}$  y que llegue en buenas condiciones a la tarjeta de control. En esta tarjeta se analiza la señal y da una salida de  $\pm 5\text{ voltios}$  dependiendo de la ganancia a la que se trabaje. Esta ganancia se regula por medio de un tornillo situado en la parte frontal de la tarjeta de control de manera que aumenta cuando se gira en el sentido de giro de las agujas del reloj y disminuye girando en sentido antihorario.

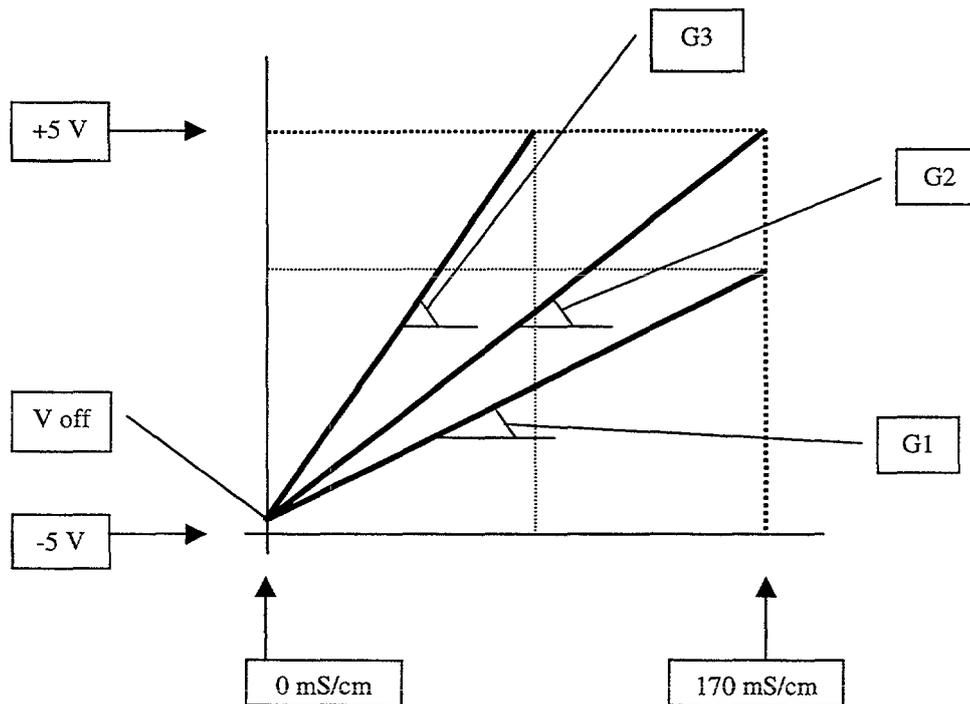


Figura 3.8: Diferentes formas de ajuste de la ganancia del sensor de conductividad

Antes de cada experimento se ajusta la ganancia de manera que se obtenga el máximo de resolución en la medida de conductividad, esto se hace sumergiendo el sensor en la solución de máxima conductividad con la que se vaya a trabajar en ese experimento y moviendo la ganancia con un destornillador en sentido contrario al giro de las agujas del reloj totalmente, entonces la luz de 'OVER RANGE' debería estar apagada. Entonces se gira en sentido horario (incrementando la ganancia) hasta que se enciende la luz 'OVER RANGE', luego se gira en sentido antihorario (disminuyendo la ganancia) y una vez que se apaga la luz se gira otra media vuelta más en el mismo sentido para tener la seguridad de que se va a medir todo el rango de conductividad. De esta manera se consigue obtener una resolución máxima que va a permitir una mejor lectura del perfil de conductividad.

En el ejemplo de la Figura 3.8 la ganancia G1 haría perder mucha resolución a pesar de que el sensor mediría en todo el rango de conductividad. La ganancia G2 sería la óptima con la que se debería trabajar y para valores mayores de esta, la luz

de 'OVER RANGE' se enciende. Con la ganancia G3, la luz 'OVER RANGE' estaría encendida en todo momento, se medirían valores de conductividad máxima menores que el máximo real del experimento, con lo cual todos los valores de conductividad mayores que ese valor tendrían el mismo valor. La ganancia con la que se trabaja es ligeramente inferior a G2, luego se estará situado en un punto entre G2 y G1. Es necesario conocer la conductividad máxima y mínima de cada experimento ya que este sensor de conductividad pierde la calibración en unos pocos segundos.

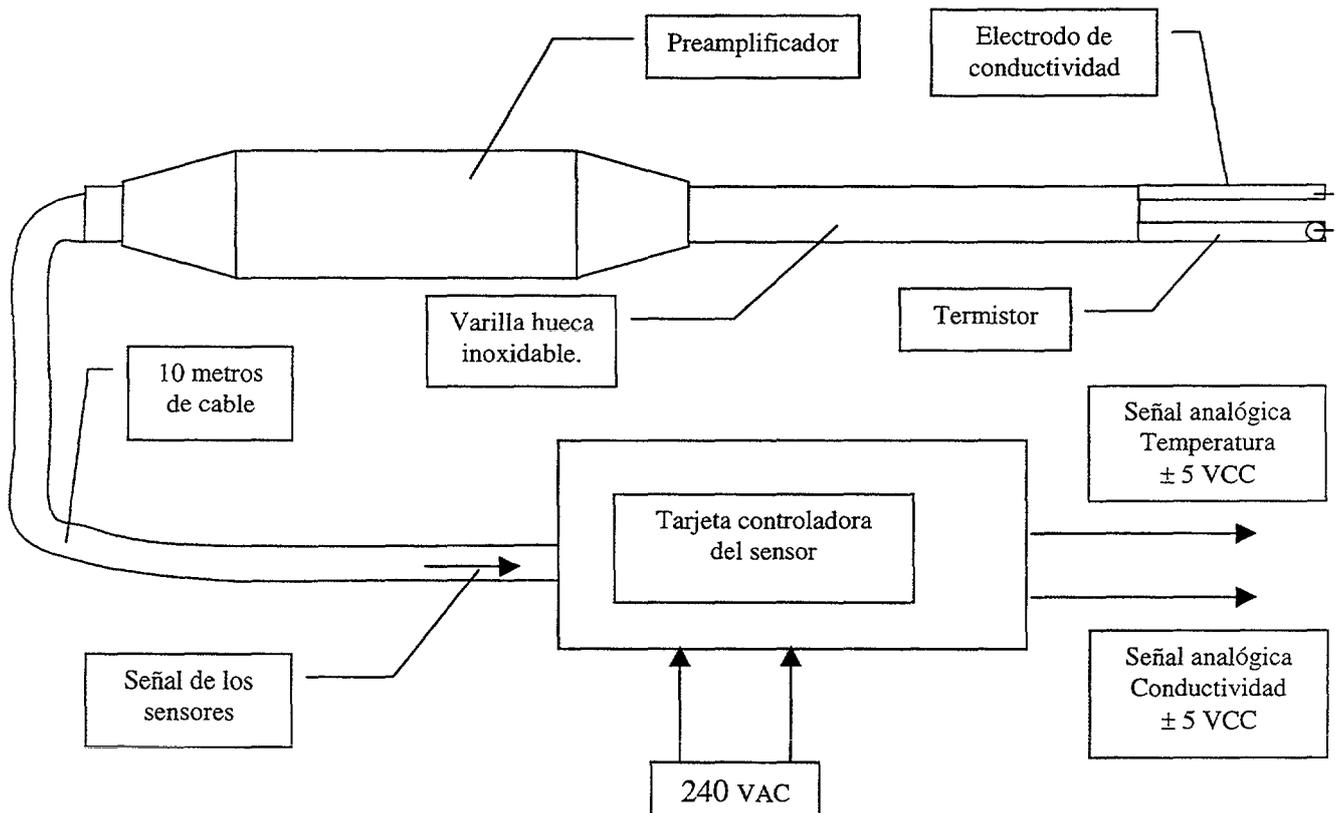


Figura 3.9: Esquema del sensor de conductividad y temperatura

El ajuste de la ganancia sólo es necesario con la conductividad ya que el sensor de temperatura ya viene con la ganancia bloqueada, porque viene ajustado en todo su rango de utilización desde  $-10$  hasta  $+100^{\circ} C$ .

El voltaje inicial para una conductividad cero puede que no coincida con el valor mínimo de voltaje, normalmente muy próximo a  $-5 VCC$ , un valor normal sería algo como  $-4.98 VCC$ , y este valor se llama 'Voff' en las fórmulas. Para la temperatura existe también este valor inicial de voltaje 'Voff'. Los valores tanto de los coeficientes, como ganancias o valores iniciales de voltaje 'Voff', se calculan en la calibración del sensor antes de cada experimento y permiten traducir los voltajes de salida del sensor en temperatura y conductividad.

### 3.2.2.2. CALIBRACIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD

En la calibración de la conductividad se trata de obtener los parámetros de la ecuación que traduce los valores analógicos de voltaje de la salida coaxial de conductividad, a valores de  $mS/cm$ . La ecuación es:

$$V(c) - V_{off} = G * C,$$

Donde  $C$  es la conductividad en  $mS/cm$ ,  $G$  es la ganancia de la recta,  $V_{off}$  es el valor de voltaje mínimo, y  $V(c)$  es el voltaje de salida del sensor.

Para el cálculo del voltaje mínimo, ' $V_{off}$ ', se mide el voltaje del sensor cuando está fuera del agua y completamente seco el electrodo, debe dar un valor muy próximo a  $-5$  V. Se pone luego el sensor en una solución con la conductividad máxima que se vaya a usar en el experimento y se mide el voltaje de salida. Con esto se tienen dos puntos a los que se ajusta una recta y se calcula el valor de la ganancia, que sería la pendiente de esta recta.

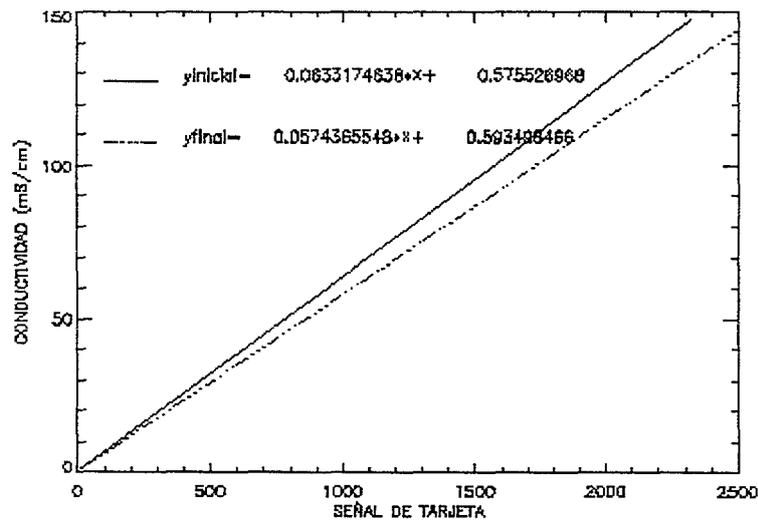


Figura 3.10: Ejemplo de la variación de la calibración del sensor de conductividad, entre dos experimentos consecutivos

Con valores de conductividad de buena calidad esta ecuación proporcionará errores de ajuste menores del 1 % del valor leído sobre el rango lineal de conductividad.

La peculiaridad de este sensor es que pierde el calibrado con solo pasar algunos segundos en el aire, se puede ver en la Figura 3.10 un ejemplo que representa dos respuestas en un mismo experimento donde la conductividad máxima

y mínima permanecen constantes, estas dos señales distan entre sí tan solo cuatro minutos, esto obliga a hacer una calibración del sensor en conductividad en cada experimento.

Con el sistema de adquisición de datos anteriormente descrito, por el que obtengo directamente un fichero con datos digitales tanto de conductividad como de temperatura, entre 0 y 4095, puedo eliminar el trabajo con datos analógicos y sustituir los datos analógicos de voltaje ( $\pm 5VCC$ ) en las calibraciones, por los correspondientes valores digitales que lee el programa de adquisición de datos realizado en lenguaje C. Con este sistema obtengo un fichero de tres columnas para cada perfil, en el que la primera columna es el número de paso dado por el motor, la segunda columna representa el valor de conductividad de 0 a 4095 y en la tercera columna obtengo un valor de temperatura de 0 a 4095.

Las calibraciones se realizaron en los laboratorios del departamento de Química de la ULPGC, con un conductímetro marca Crison modelo 525, un instrumento provisto de ajuste de la constante de célula, desde  $0.2$  a  $2\text{ cm}^{-1}$ , y compensación de temperatura mediante termómetro (a sonda Pt-100) incorporado. Proporciona mediciones precisas por lectura directa de la conductividad específica en todo tipo de soluciones cualquiera que sea la temperatura. La constante de célula seleccionada puede ser leída en la pantalla principal, lo que permite un perfecto ajuste. Un termómetro digital interno, provisto de pantalla independiente, proporciona la compensación automática de temperatura con la precisión adecuada. El termómetro funciona incluso cuando la compensación de temperatura no ha sido seleccionada, facilitando un control visual de la temperatura. Cuando se requiere compensación manual de temperatura la señal del termómetro es ignorada y su pantalla se utiliza para obtener una lectura exacta de la temperatura seleccionada. Este sistema se revela extraordinariamente exacto en las calibraciones así como en las mediciones por adición conocida y en las valoraciones de conductividad.

### 3.2.2.3. CALIBRACIÓN DE LA TEMPERATURA

En la calibración de la temperatura se trata de obtener los parámetros de la ecuación que traduce los valores analógicos de voltaje de la salida coaxial de temperatura, a valores de *grados Kelvin*. La ecuación es:

$$\text{Ln} ( V(T) - V_{\text{off}} ) = A + B/T$$

donde  $V_{\text{off}}$  es el voltaje cuando el sensor de temperatura está desconectado de la tarjeta de control,  $V(T)$  es el voltaje de la salida analógica a una temperatura  $T$  en *grados Kelvin*,  $T$  es la temperatura en *grados Kelvin* siendo  $A$  y  $B$  los coeficientes que completan la ecuación y que hay que calcular en la calibración.

Para el valor de  $V_{\text{off}}$  primero se apaga el puente de corriente de la tarjeta de control y se desconecta el cable que procede del preamplificador del sensor, se vuelve a encender la tarjeta de control y se toma el voltaje de la salida analógica de la tarjeta de control, este voltaje debe ser siempre aproximadamente  $-5\text{ V}$ . Se apaga otra vez y se conecta el sensor se enciende otra vez y se pone el sensor en un baño termostático a dos temperaturas que engloben la temperatura de trabajo del

experimento, se toman los dos datos de temperatura y los correspondientes de voltaje de la salida analógica de la temperatura de la tarjeta de control. Con estos cuatro datos y el valor de  $V_{off}$  se resuelve una ecuación de dos ecuaciones con dos incógnitas ( $A$  y  $B$ ) y se obtiene la fórmula completa. La ganancia de la temperatura no se puede manipular porque la empresa constructora envía los sensores ajustados en temperatura en un rango amplio de  $-10$  a  $+110$  °C, y su influencia en la fórmula viene ya incluida dentro de estos dos parámetros  $A$  y  $B$ . Con una referencia de temperatura precisa esta ecuación tendrá unos errores de ajuste de unos  $0.05$  °C sobre  $20$  °C de rango de trabajo.

La calibración de la temperatura se realizó con un baño termostático en el laboratorio de Física de la ULPGC, marca Schott-Gerate, modelo *CT-1450/2* con una estabilidad de  $\pm 0.005$  K y con un termómetro marca Antor-Paar, modelo *CKT-100*, con una sensibilidad de  $\pm 0.001$  K y una precisión de  $\pm 0.01$  K.

### 3.2.2.4. CALIBRACIÓN DE DENSIDAD

Ahora bien el modelo de mezcla sobre el que se trabaja tiene como incógnita fundamental la densidad, luego se necesita una posterior calibración para pasar estos datos de conductividad a densidad.

La relación entre la conductividad y la densidad no es lineal para los rangos de trabajo de este experimento, ya que los rangos de conductividad van desde  $0.1$  mS/cm hasta  $170$  mS/cm con las que se obtienen unas densidades en torno a  $1000$  kg/m<sup>3</sup> y en torno a  $1200$  kg/m<sup>3</sup> respectivamente, ya que se trata de conseguir unas diferencias de densidad en torno a  $200$  kg/m<sup>3</sup>, necesarias para la realización de los experimentos en los rangos que hagan que las aproximaciones sean válidas.

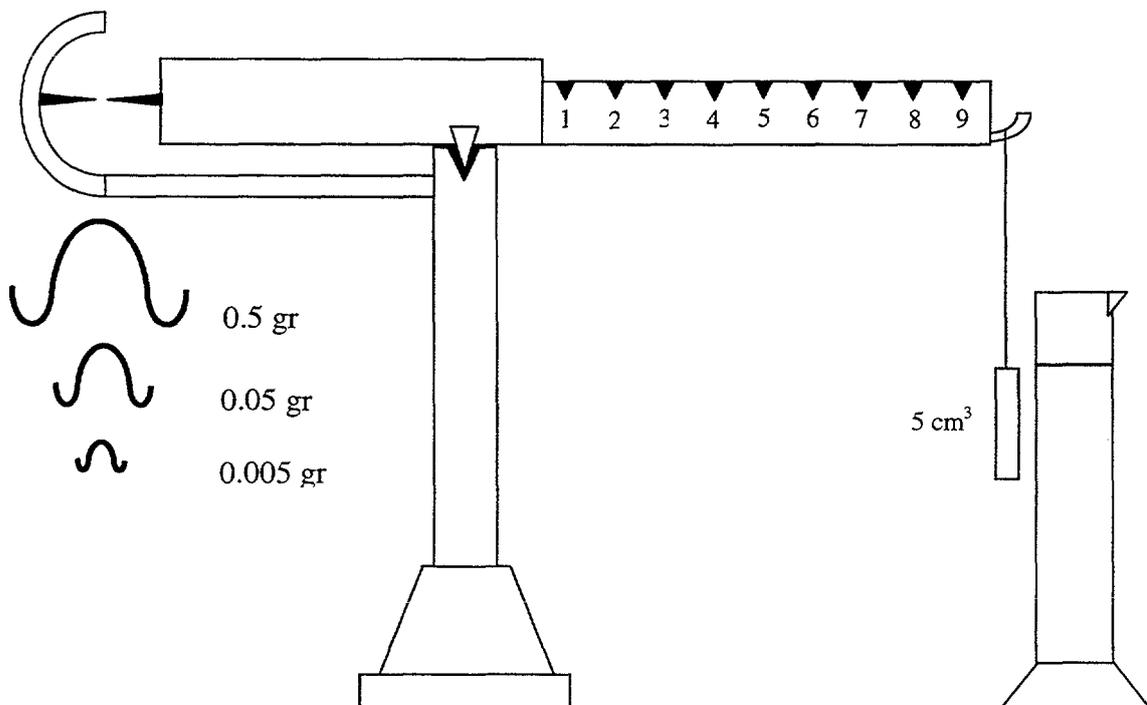


Figura 3.11: Balanza de Mohr

La calibración de la densidad con la conductividad se realiza a temperatura constante con una balanza de *Mohr*, que tiene una precisión de  $0.001 \text{ gr./cm}^3$ , y con el conductivímetro anteriormente descrito y se obtiene una curva de calibrado para cada temperatura. La balanza de *Mohr* es un instrumento diseñado para medir densidades de líquidos con una precisión de  $0.001 \text{ gr/cm}^3$ .

Consta de una balanza con un brazo graduado con diez muescas, del que cuelga de su extremo exterior una ampolla de cristal con un determinado volumen, y tiene en su extremo interior un fiel. Este brazo se coloca en un soporte que tiene otro fiel, se coloca la ampolla en el extremo exterior del brazo y se ajusta la balanza hasta que los dos fieles quedan alineados. Se introduce la ampolla en el líquido y se van colocando pesos en forma de ganchos en las diferentes muescas de graduación del brazo, hasta que los fieles se vuelven a alinear. Multiplicando cada peso por el número de muesca en que se encuentra y sumando todas estas cantidades se obtiene la densidad del fluido en  $\text{gr/cm}^3$ . En la Figura 3.11 se muestra un esquema del funcionamiento y diseño de la balanza de *Mohr*. El volumen de la ampolla es de  $5 \text{ cm}^3$ , y los ganchos tienen un peso de  $0.5$ ,  $0.05$ , y  $0.005 \text{ gramos}$  respectivamente por lo que proporcionan,  $0.1$ ,  $0.01$ , y  $0.001 \text{ gr/cm}^3$  multiplicado por el número de la muesca en el que se encuentra cada uno. En la Figura 3.12 se puede ver una relación entre la señal del sensor en conductividad y la densidad de los fluidos, después de un experimento. En los valores bajos de conductividad una pequeña adición de sal produce un aumento grande de la conductividad mientras que la balanza de *Mohr* no es capaz de reflejar esa pequeña variación en conductividad, y en los valores altos sucede lo contrario. Esto hace que la interfase medida varíe de tamaño si se usa el perfil de conductividad o el de densidad.

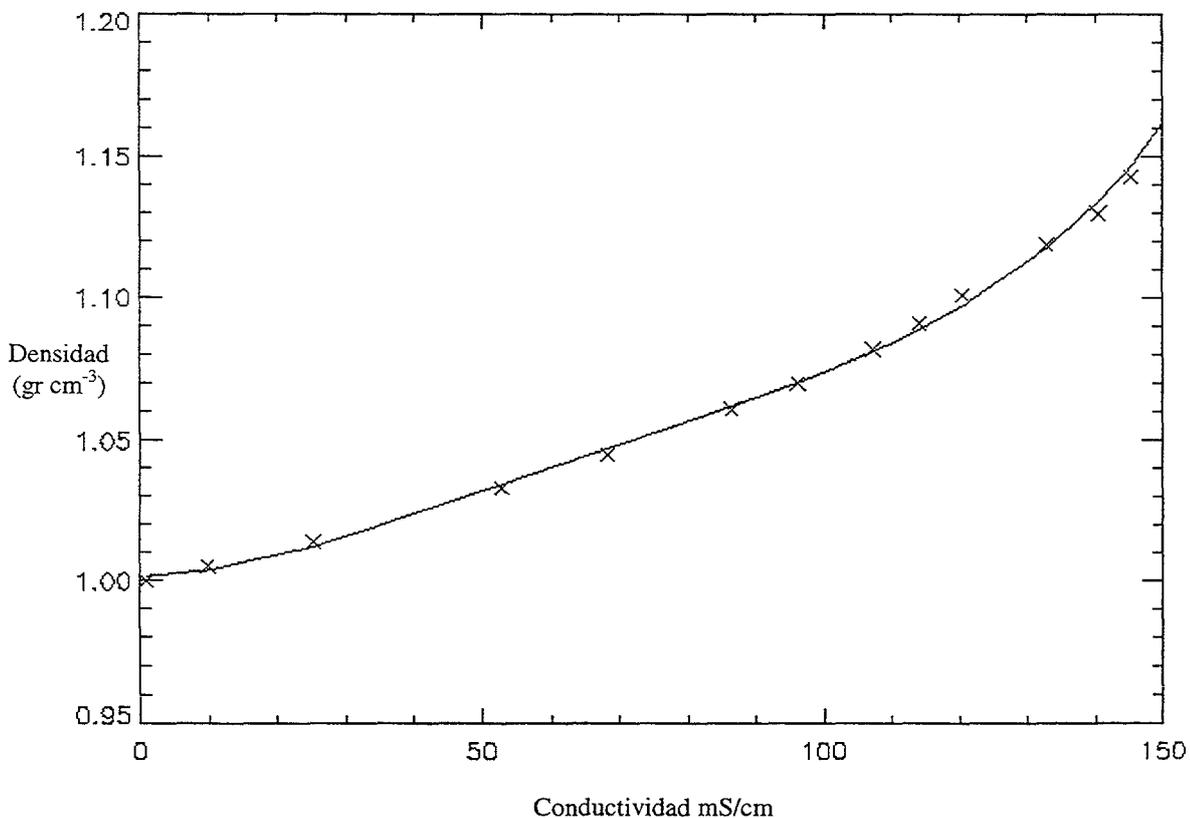


Figura 3.12: Gráfica de la calibración de la señal de conductividad en densidad de un experimento. Se puede comprobar como la relación no es lineal.

### 3.2.3. SENSOR DE VELOCIDAD

El sensor de velocidad usado en este trabajo está especialmente diseñado para medir velocidades de fluidos sin perturbar el propio flujo. Es un sensor de alta resolución que mide las tres componentes de la velocidad de un volumen de fluido situado a una distancia fija de su emisor central, mediante el análisis del efecto doppler que sufren los pulsos de sonido que envía el emisor del sensor, y que se reflejan en un volumen de fluido y vienen recogidos en los receptores. Las técnicas de procesamiento doppler que usa el sensor *ADV* tienen numerosas ventajas: precisión, rapidez, medición de la velocidad en tres dimensiones en un volumen de fluido alejado del sensor, no necesita periódicas calibraciones, fácil de operar, cálculo directo de parámetros turbulentos como esfuerzo de Reynolds, y una buena respuesta a mediciones de flujo de baja intensidad.

El efecto Doppler es el producido por una fuente de sonido que se mueve con respecto al receptor, y que este recibirá el sonido con una variación de la frecuencia del sonido emitido proporcional a la velocidad con que se mueve el emisor, de la siguiente manera:

$$F_{doppler} = -F_{fuente} \left( \frac{V}{C} \right),$$

donde  $F_{doppler}$  es el cambio en la frecuencia recibida (efecto doppler),  $F_{fuente}$  es la frecuencia del sonido emitido,  $V$  es la velocidad de la fuente respecto a receptor,  $C$  es la velocidad del sonido en el medio. La fórmula dice que si la distancia entre el emisor y receptor disminuye la frecuencia aumenta y si se alejan la frecuencia disminuye. Si el movimiento entre el emisor y receptor es perpendicular a la línea que los une, no produce modificación de la frecuencia.

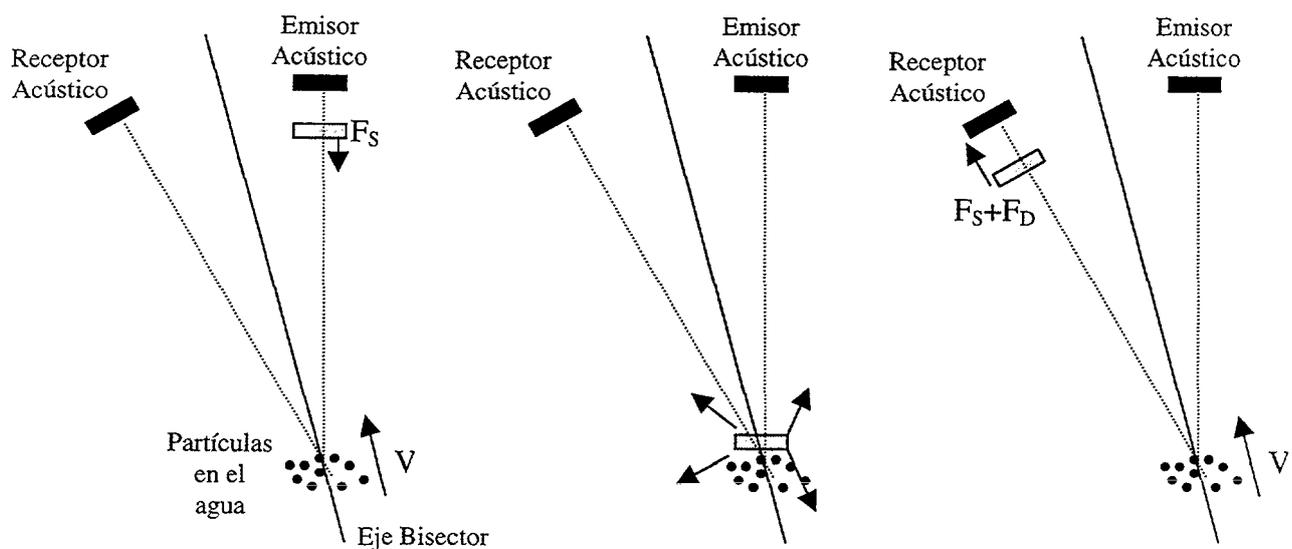


Figura 3.13: Trayectorias que siguen los haces de sonido del sensor de velocidad

La Figura 3.13 muestra el funcionamiento del sensor, donde el emisor y el receptor son diferentes transductores, este tipo de aparatos se denomina bisectores. Tanto el emisor como el receptor trabajan en un rango muy específico, el emisor genera los pulsos de sonido con la mayor parte de la energía concentrada en un estrecho rango, mientras que los receptores son más sensibles al sonido proveniente de un estrecho rango angular. Están montados de manera que sus rangos angulares definen un volumen de fluido alejado unos centímetros en el cual se realiza la medida.

El emisor genera un pulso de sonido a una frecuencia conocida, este pulso se propaga y pasa a través del volumen de medida, la energía acústica es reflejada en todas direcciones por las partículas presentes en el fluido (sedimentos, colorantes, burbujas, pequeños organismos, etc.). Una porción de esta energía reflejada viaja hacia el receptor donde es recibida y analizada por la electrónica del sensor para ver los cambios en frecuencia que ha sufrido comparándola con la señal emitida.

El efecto doppler medido por un receptor es proporcional a la velocidad de las partículas a lo largo de la dirección bisectriz entre las direcciones del emisor y receptor como muestra la Figura 3.13.

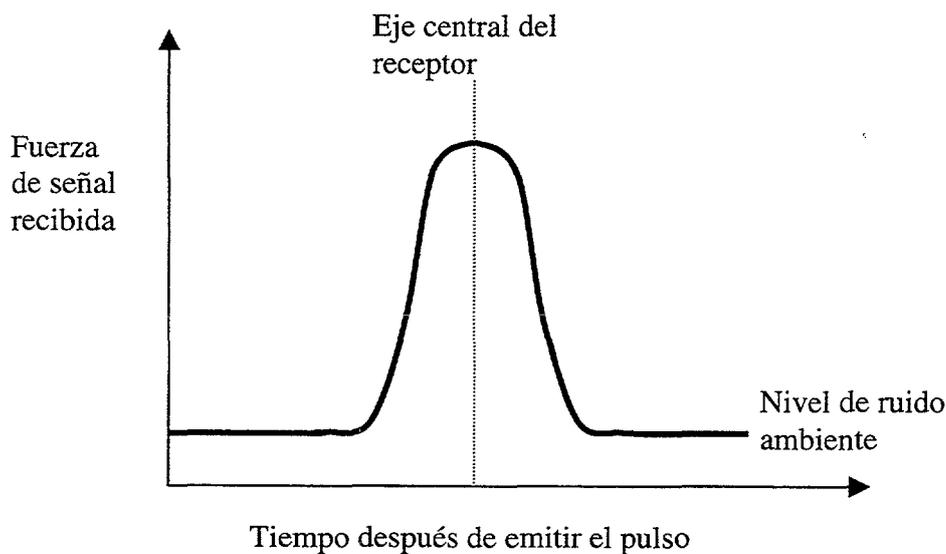


Figura 3.14: Fuerza de la señal recibida por el receptor de sonido del sensor de velocidad

En la Figura 3.14 se muestra un perfil típico de fuerza de señal recibida frente al tiempo transcurrido desde la emisión del pulso, para uno de los receptores del ADV.

A medida que el pulso de sonido viaja a través del agua, una porción de la energía se va reflejando en todas las direcciones. Justo después de haberse emitido el pulso, las reflexiones que inciden en el receptor proceden de ángulos que se encuentran fuera del rango más sensible, por lo tanto el receptor estará midiendo el nivel de ruido ambiente. Cuando el pulso se va acercando al volumen de muestreo,

la señal que se recibe se va acercando al rango angular de máxima sensibilidad, esto produce un aumento de la fuerza de la señal y alcanza el máximo cuando cruza el centro del rango. Después de pasado este punto la señal decrece en fuerza hasta alcanzar otra vez el nivel de ruido ambiente. El máximo de la curva llega cuando las reflexiones vienen de la intersección de las direcciones de emisión y recepción. Tomando una muestra en este máximo, el ADV hace una medida del volumen de muestreo definido por esa intersección.

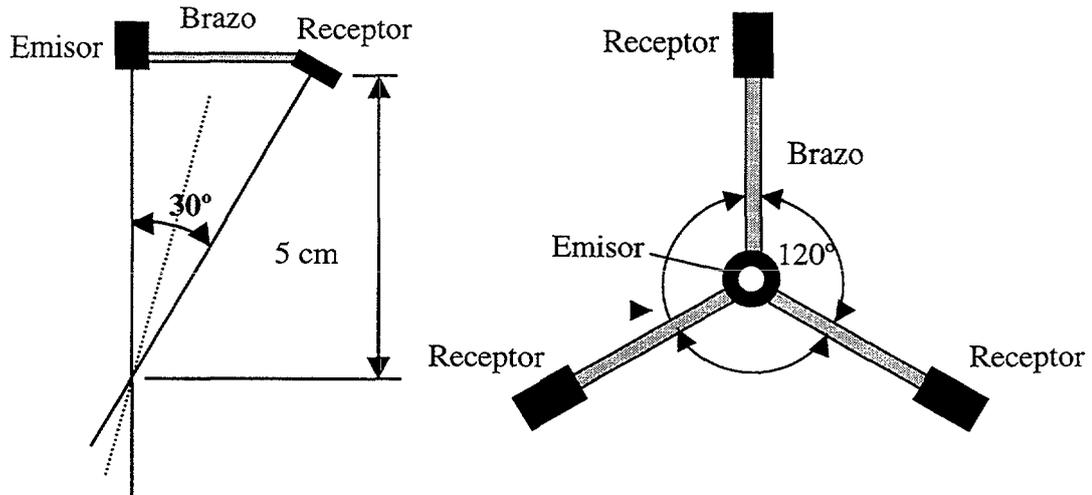


Figura 3.15: Diseño de los receptores y emisores de sonido del sensor de velocidad

Este sensor usa un emisor y tres receptores alineados, de manera que definen un volumen común de muestreo, definido como la intersección de los rangos angulares de máxima recepción de cada uno de ellos.

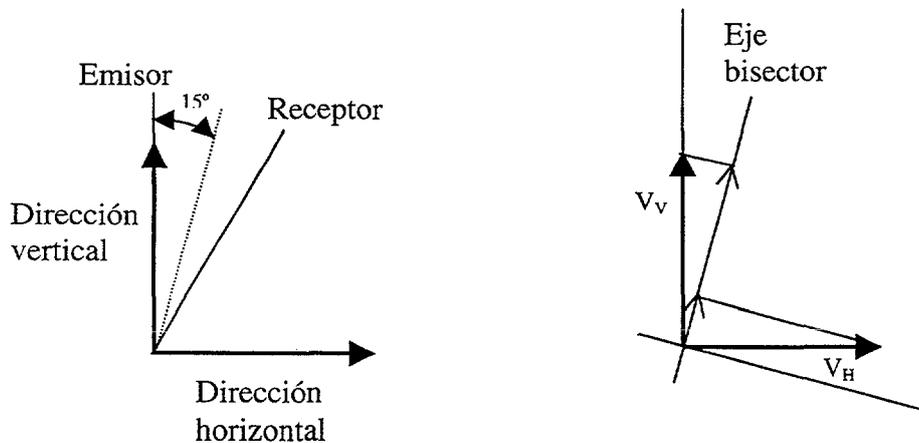


Figura 3.16: Proyección de las velocidades en los ejes vertical y horizontal

El *ADV* combina las medidas que realiza cada receptor, sabiendo la posición relativa entre ellos, para calcular la velocidad del flujo en las tres dimensiones del volumen de muestreo. Cada receptor está orientado con un ángulo de  $30^\circ$  respecto del eje de emisión y los tres receptores se encuentran separados en ángulos de  $120^\circ$  alrededor del emisor, como se muestra en la Figura 3.15. Esto hay que tenerlo en cuenta a la hora de analizar los datos de velocidad del sensor. Se define como dirección vertical el eje del emisor y como dirección horizontal la perpendicular a este eje.

El *ADV* mide las velocidades en el eje bisector del ángulo que forman el eje emisor y el receptor, es decir  $15^\circ$  de la dirección vertical y las convierte en velocidades cartesianas usando la geometría del sensor. Como se ve en la Figura 3.16 las velocidades representadas en el eje bisector son más sensibles a las velocidades verticales que a las velocidades horizontales, están representadas dos velocidades de igual módulo pero una en la dirección vertical y otra en la horizontal y se ve la proyección en el eje bisector y se tiene que la vertical es aproximadamente cuatro veces ( $\tan(15^\circ) \approx 0.27$ ) mayor que la proyección de la velocidad horizontal. Por lo tanto el ruido en las medidas horizontales es cuatro veces mayor que en las medidas verticales, y la velocidad horizontal máxima que se puede medir con el *ADV* es cuatro veces mayor que la velocidad vertical máxima.

El tamaño del volumen de muestreo viene determinado por cuatro factores: el tamaño del pulso emitido, el tamaño del pulso recibido en el receptor, la longitud del pulso, y el tamaño de la ventana de recepción (el periodo de tiempo durante el cual se toma la muestra de la señal recibida), en la Figura 3.17 se puede ver un ejemplo correspondiente a dos receptores. El volumen no está claramente definido en el eje horizontal pero se puede aproximar a  $6 \text{ mm}$  de diámetro, mientras que la altura del cilindro si está bien definida por la convolución de la longitud del

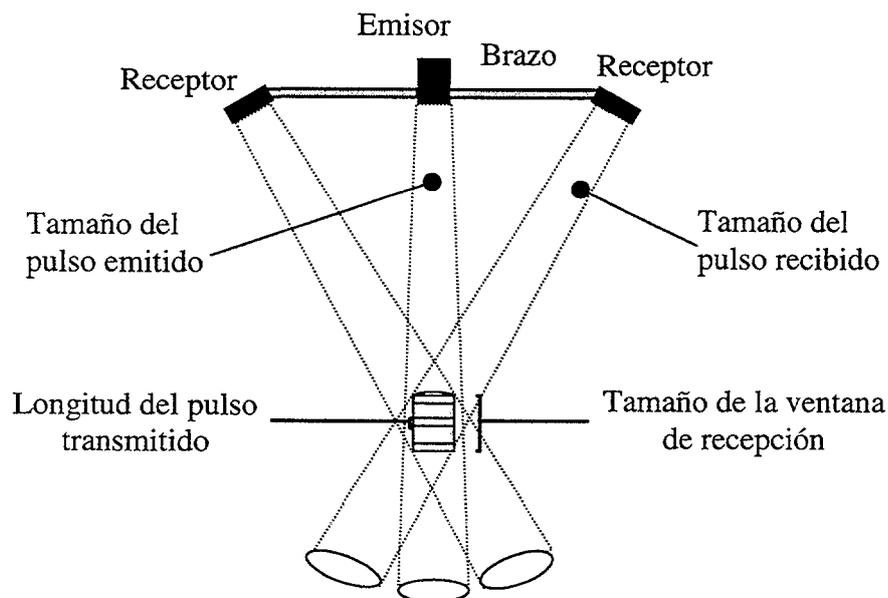


Figura 3.17: Determinación del volumen de muestreo del sensor de velocidad

pulso acústico emitido con la ventana de recepción del pulso reflejado. Ambas son perfectamente controladas por el software del sensor, la altura del cilindro es de 9 mm con un error de  $\pm 0.5$  mm, como la altura del cilindro se puede controlar por software se puede disminuir la altura del volumen de muestra, hasta llegar a los 1.2 mm de altura.

### Procesamiento del pulso de sonido

Antes se ha descrito de una manera muy esquemática el funcionamiento del procesamiento de la señal que recibe el receptor, como el análisis de la variación de la frecuencia que llega al receptor comparándola con la frecuencia con que salió del emisor, este proceso se llama "Procesamiento Incoherente del efecto Doppler". El sensor ADV usa la llamada técnica de procesamiento de pulso coherente, y la diferencia estriba en que este sensor emite dos pulsos consecutivos separados por un tiempo de retardo determinado, y analiza la fase de cada pulso. El cambio de fase dividido entre el tiempo de retardo entre pulsos es directamente proporcional a la velocidad de las partículas en el agua. Este tipo de análisis es usado porque tiene una resolución espacial y temporal mejor que el sistema anterior.

Existen algunos aspectos por los que este tipo de análisis de la señal afecta al funcionamiento del ADV, el primero es la limitación inherente de la velocidad máxima que puede medir. El procesado mide la fase de la señal reflejada y las medidas de la fase están limitadas al rango  $[-\pi, \pi]$ , de manera que si la variación de la fase excede este límite, (puede medirse una fase de  $-\pi$  si la medida está muy próxima a  $\pi$ ). Esto puede provocar por ejemplo que la velocidad medida sea negativa y grande cuando la real es positiva, este efecto se conoce con el nombre de salto de ambigüedad.

La máxima velocidad que se puede medir sin verse afectada por este efecto es función del tiempo de retraso entre los dos pulsos. El sensor ofrece unas determinadas velocidades de trabajo máximas, a las cuales se prevé que llegue el experimento, cada una de las cuales corresponde a un determinado tiempo de retraso entre pulsos. Una vez seleccionada la velocidad máxima probable es el sensor ajusta los parámetros automáticamente para trabajar con el intervalo de pulso que corresponda.

Hay que tener en cuenta también que el nivel de ruido del instrumento aumenta directamente con la velocidad en cada muestra, esto muestra que es fundamental ajustar lo mejor posible el rango de velocidad máxima con el que se va a trabajar, y elegir el valor más bajo de los que ofrece el sensor.

El análisis de coherencia afecta de otras dos formas al trabajo con el ADV, cuando se toman velocidades cerca del fondo o de una pared, existe la posibilidad de que el receptor tome una señal reflejada del fondo como una señal emitida por el emisor y reflejada en el volumen de muestreo. Y como se puede ajustar el tiempo de retraso entre los pulsos se pueden medir velocidades muy bajas con una muy buena resolución.

## Velocidad

Los datos de velocidad vienen en coordenadas cartesianas ( $X, Y, Z$ ) relativas a la orientación del sensor, teniendo en cuenta que el receptor coloreado representa el eje positivo de la  $X$ . Puede añadirse una brújula y convierte los datos en coordenadas terrestres (*Este-Norte-Arriba*, ó *ENU*). En general los datos velocidad se pueden usar directamente sin necesidad de posteriores procesados, la calibración de la velocidad no cambia a menos que los receptores estén dañados físicamente. Sólo si la velocidad del sonido ha sido especificada incorrectamente es necesario un procesado adicional.

Las velocidades que ofrece el sensor como máximas son  $\pm 3$ ,  $\pm 10$ ,  $\pm 30$ ,  $\pm 100$ ,  $\pm 250$  cm/s. Estos máximos de velocidad son nominales ya que, como se ha visto anteriormente, los valores de velocidad son medidos sobre el eje bisector entre el emisor y el receptor y esto implicaba que el sensor era más sensible a los flujos verticales que a los horizontales, con lo cual el sensor tendrá un valor de velocidad vertical menor que el valor horizontal. En la Tabla 3.1 se muestran los valores máximos reales que afectan tanto a la velocidad vertical como a las velocidades horizontales, para cada valor de velocidad máxima elegido.

Rango de velocidad predeterminado	Velocidades máximas horizontales	Velocidad máxima vertical
$\pm 3$ cm/s	$\pm 30$ cm/s	$\pm 8$ cm/s
$\pm 10$ cm/s	$\pm 60$ cm/s	$\pm 15$ cm/s
$\pm 30$ cm/s	$\pm 120$ cm/s	$\pm 30$ cm/s
$\pm 100$ cm/s	$\pm 300$ cm/s	$\pm 75$ cm/s
$\pm 250$ cm/s	$\pm 360$ cm/s	$\pm 90$ cm/s

Tabla 3.1 : Valores máximos reales horizontales y verticales para cada rango de velocidad elegido

Cuando se trabaja en flujos muy turbulentos, el sensor puede mostrar correlaciones bajas que indica un aumento del ruido en las medidas de velocidad, para flujo turbulento el ruido se puede reducir aumentando el rango de velocidad.

## Toma de muestras

El *ADV* está diseñado para medir velocidad tan rápido como sea posible, una única estimación del campo de velocidad es denominada como “*ping*”. El *ADV* realiza entre 150 y 250 de esas mediciones simples (*pings*) por segundo, dependiendo del rango de velocidad elegido. Como el ruido de una única medida simple es muy grande para usos prácticos, el *ADV* promedia un número de medidas simples (*pings*) para reducir el nivel de ruido en cada salida de un dato de velocidad. El número de muestras simples (*pings*) promediadas en cada dato de velocidad que se obtiene depende de la tasa de muestreo que desee el usuario, dentro del rango que va de 0.1 a 25 Hz. Por ejemplo si se elige el muestreo de 25 Hz, es decir el *ADV* dará un dato de velocidad cada 40 milisegundos, el sensor promediará todas las

mediciones simples (*pings*) que se realicen en esos *40 milisegundos* y dará un único dato.

De esta manera se puede entender que el sensor disminuirá el ruido en las medidas de salida a medida que el usuario disminuya la frecuencia de muestreo, ya que esta manera cada muestra tendrá un promediado sobre un mayor número de muestreos simples (*pings*).

El instrumento genera otro tipo de ruido denominado ruido Doppler que es aleatorio, promediando un número grande de valores el valor final converge hacia el valor correcto sin introducción de ningún sesgo. El nivel de ruido disminuye con la raíz cuadrada del número de muestras promediado, por lo tanto un muestreo realizado a una frecuencia de *1 Hz* tiene aproximadamente un quinto del ruido que tiene una señal de una frecuencia de *25 Hz*.

### Ruido Doppler

Todos los sistemas Doppler tienen un ruido inherente al sistema de medida como resultado del proceso físico por el cual el haz de sonido es dispersado en todas direcciones por las partículas del agua, se denomina ruido Doppler. Este ruido es totalmente aleatorio y se puede asumir que sigue una distribución de Gauss, por lo cual si se promedia un gran número de puntos se obtiene una convergencia hacia el valor real sin cometer desviaciones o sesgos.

Bajo buenas condiciones de funcionamiento ( $SNR > 15dB$ , y la correlación por encima del *70%*), el ruido en los datos de velocidad horizontales del *ADV* se estima que será de alrededor del *1%* del rango de velocidad seleccionado, a una tasa de muestreo de *25 Hz*. Por ejemplo será de  $\pm 1 \text{ cm/s}$  usando el rango de velocidad de  $\pm 100 \text{ cm/s}$ , como se mencionó anteriormente el ruido disminuye con la raíz cuadrada del número de muestreos simples (*pings*) promediados por muestra, con lo cual si se toman muestras a una frecuencia de *1 Hz* se obtiene un ruido de  $\pm 0.2 \text{ cm/s}$  cuando se usa el rango de velocidad de  $\pm 100 \text{ cm/s}$ . Recordando que como el sensor mide en un ángulo de  $15^\circ$  respecto al eje vertical, el ruido en el eje horizontal es cuatro veces mayor que el ruido en el eje vertical.

### Precisión

La precisión del *ADV* en las mediciones de velocidad se refiere a las desviaciones (errores) en las mediciones de la velocidad media una vez que se ha eliminado el ruido generado por el instrumento. Hay dos factores principales que determinan la precisión del *ADV*: la velocidad del sonido en el fluido y la geometría del sensor. La velocidad del sonido es un parámetro de entrada, que el sensor calcula a partir de la salinidad y la temperatura que hay que introducir en la pantalla de dialogo para programar el sensor; errores en la velocidad del sonido producirán errores en el cálculo de la velocidad, que se pueden corregir en el procesamiento posterior de los datos. La geometría del sensor está calibrada de fábrica para cada *ADV*, y no requiere ninguna calibración posterior a menos que se haya dañado físicamente la forma del sensor y se haya perdido la alineación de los receptores respecto al emisor. La precisión de la geometría del sensor, en la calibración de

fábrica, está especificada como  $\pm 1\%$  de la velocidad medida, esto representa el límite al que se puede llegar al calcular la alineación de los receptores con el emisor.

### Fuerza de señal

Es una medida de la intensidad de la señal acústica reflejada, que es grabada como señal sin procesar en forma del logaritmo de unidades, donde cada unidad representa  $0.43 \text{ dB}$ . Con el software del sensor se puede tener acceso a la fuerza de señal tanto como la amplitud de la señal en unidades como razón entre la señal recibida y el ruido (*SNR*) en *dB*. *SNR* es la amplitud de la señal a la que se le resta el nivel de ruido ambiente y se convierte en unidades de *dB*.

La función principal de la fuerza de la señal es comprobar si hay suficiente materia particulada en el fluido, si es muy claro, la señal de retorno no será más fuerte que el ruido de la electrónica; sin suficiente fuerza de señal el sensor no es capaz de realizar medidas de velocidad precisas. Si el *SNR* disminuye, el ruido en la medida de velocidad del *ADV* aumentará, para medidas de alta resolución.

La fuerza de retorno de la señal es función de la cantidad y tipo de materia particulada presente en el fluido. La fuerza de señal se puede usar como una medida de la concentración de sedimentos cuando se conoce el tipo de sedimentos en el fluido. Esta medida de la fuerza de señal no se puede convertir directamente en concentración de sedimentos, pero es un buen indicador de las fluctuaciones de la concentración de sedimentos y con una buena calibración puede ser un método razonablemente preciso de la estimación de concentración de sedimentos.

### Coefficiente de correlación

El *ADV* calcula tres coeficientes de correlación para cada cálculo de velocidad, uno para cada receptor acústico. Se expresa en tantos por ciento, donde una correlación del  $100\%$  indica mediciones de velocidad con poco ruido, mientras que correlaciones del  $0\%$  indica que la salida de datos de velocidad está dominada por el ruido, es una señal no coherente. Puede ayudar a leer los datos válidos de velocidad tomados en un experimento, por ejemplo cuando el sensor sale periódicamente del agua.

La correlación debe estar entre el  $70\%$  y  $100\%$ , valores por debajo del  $70\%$  indica que el sensor está operando en condiciones difíciles, que están fuera del fluido, que *SNR* es muy bajo, o que ha sucedido algo con el sensor. En medios altamente turbulentos o en agua con muchas burbujas, puede que no se llegue a valores altos de correlación. Los valores bajos de correlación afectaran a los términos pequeños de variabilidad, por ejemplo aumentando el ruido, pero no afectarán a las medidas de velocidad media. Para medidas de velocidad media se han usado valores de hasta el  $30\%$  de correlación con buenos resultados.

### Presentación de los datos

El sensor toma los datos de cada experimento en un fichero binario con extensión “.ADV”. Para leer este fichero hay una serie de programas en *DOS*, que se ejecutan y traducen los datos binarios a datos *ASCII*. Son ejecutables de la forma “GET----.EXE”, así si se quiere leer la velocidad será GETVEL seguido del nombre del fichero de extensión “.ADV” que se quiere leer, y a continuación el nombre del fichero en el que se quiere volcar los datos, en su defecto creará un fichero con el mismo nombre que el de extensión “.ADV”, pero esta vez con extensión “.VEL”. De la misma forma, GETCTL.EXE, lee el fichero de configuración y la información de cómo se programo el sensor. GETAMP.EXE, la amplitud de la señal; GETCOR.EXE, los datos de correlación; GETSNR.EXE, la razón entre la señal y el ruido del sensor.

Con estos ejecutables se puede tener separadamente los datos del experimento y las condiciones en que las grabó el sensor. El *ADV* graba nueve valores cada vez que realiza una muestra: tres valores de velocidad (uno para cada componente), tres valores de fuerza de señal (una por cada receptor), y tres valores de correlación (uno por cada receptor).

#### 3.2.4. GRABACION DE LAS IMÁGENES Y MEDICION DE TIEMPO

La medición de los tiempos se realiza digitalizando las imágenes grabadas en vídeo del experimento, con un programa que luego es capaz de reproducirlas con un contador de cuadros. Sabiendo que la cámara de vídeo toma 25 cuadros por segundo, este proceso proporciona una resolución de *0.040 segundos*. Este proceso de imágenes se realiza en el centro *CETSIA* de la facultad de informática de la *ULPGC*, con una serie de programas denominados “*MediaStudioVE*”.

“*MediaStudioVE*” es una serie de programas diseñados para crear, mezclar, y editar proyectos de vídeo. El programa que digitaliza las imágenes grabadas por la cámara de vídeo de cada experimento se llama “*VideoCapture*”, con el cual se digitalizan las imágenes cuadro a cuadro. Una vez digitalizadas de esta forma, las imágenes son editadas con el programa “*VideoEditor*”, el cual muestra las imágenes digitalizadas cuadro a cuadro y con un contador en la parte inferior de la imagen, donde indica el número de imagen que se está viendo. Este contador muestra los segundos y los cuadros que han pasado desde el inicio de la digitalización. De esta forma se puede asociar el tiempo a los diferentes sucesos que se ve en la filmación, con una resolución de *0.040 segundos*. De esta forma se puede identificar el tiempo en que se realizan los perfiles, el tiempo que se tarda en cada experimento en inclinar el tanque, y el inicio de la inestabilidad de *Kelvin-Helmholtz*.

### 3.3. DESCRIPCION DEL EXPERIMENTO

#### 3.3.1. TEORIA DEL MOVIMIENTO

En primer lugar se debe tener en cuenta, que todo el desarrollo que viene a continuación de la teoría, de las aproximaciones y suposiciones que se realicen en este trabajo, serán referidas a la parte central del recipiente, donde se han realizado las mediciones y se han grabado las imágenes.

Se considera el movimiento de un fluido estratificado que parte del reposo entre dos planos paralelos de altura,  $z = \pm H/2$ , inclinados un cierto ángulo respecto a la horizontal,  $\alpha$  (Thorpe [1968]). Los efectos de las paredes laterales serán ignorados y la coordenada  $X$ , se toma como paralela a las paredes y hacia arriba de la línea de mayor pendiente que tome el tanque en el experimento. El eje  $Z$ , la otra coordenada independiente se toma paralela a las paredes verticales y hacia arriba (Figura 3.18).

La densidad del fluido,  $\rho$ , se supone dependiente solamente de la coordenada  $z$ , y de acuerdo con las observaciones la velocidad  $(u, 0, 0)$  es paralela a las paredes (Thorpe [1968]). Por continuidad  $u$  es una función que depende solamente de  $z$  y del tiempo  $t$ . Se supone por simplicidad que el fluido es no viscoso y que se desprecia cualquier cambio a lo largo del tubo. Las ecuaciones de movimiento quedan:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} - g\rho \sin \alpha, \quad (1)$$

y

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} - g\rho \cos \alpha, \quad (2)$$

donde  $p$  es presión y  $g$  es la aceleración debida a la gravedad.

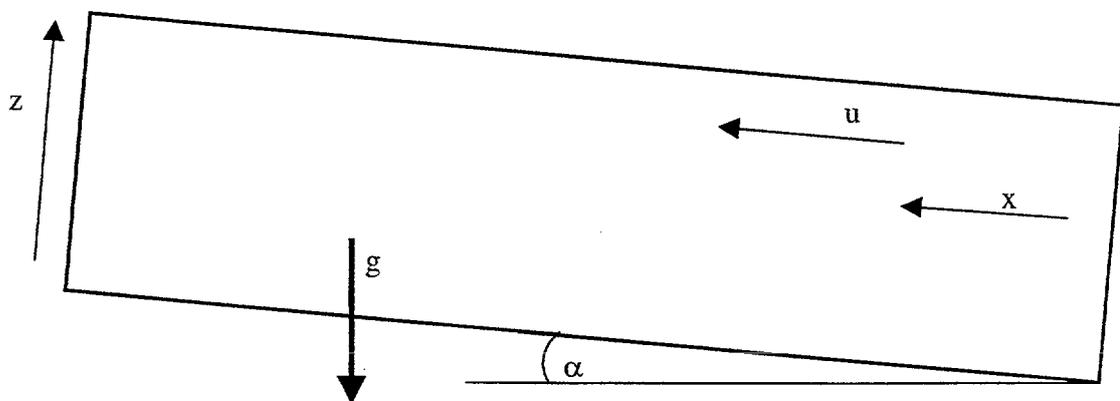


Figura 3.18: Notación y orientación de los ejes de coordenadas

Como  $\rho$  es una función solamente de  $z$ , de (2) se tiene que  $\partial p/\partial x$  es una función que depende solamente de  $z$ , y  $p$  es por lo tanto igual a una función de  $z$  más otra función de  $x$  y  $t$ , y por lo tanto  $\partial p/\partial x$  es una función que depende solamente de  $x$  y de  $t$ .

Debido a que  $u$  y  $\rho$  son funciones solamente de  $z$  y  $t$ , de (1) se puede deducir que  $\partial p/\partial x$  es una función dependiente solamente de  $t$ . Teniendo en cuenta todo esto y usando la condición de que  $u = 0$  en  $t = 0$  y al integrar (1) se puede obtener:

$$u = -\frac{1}{\rho} \int_0^t \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) dt - gt \operatorname{sen} \alpha, \quad (3)$$

También se sabe que el tanque está cerrado por ambos lados, luego no hay flujo neto a través de ningún plano  $x=cte$ , y por lo tanto:

$$\int_{-H/2}^{H/2} u \, dz = 0, \quad (4)$$

y con (3) y (4) se tiene que:

$$\int_0^t \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) dt = \frac{-gHt \operatorname{sen} \alpha}{\int_{-H/2}^{H/2} \frac{dz}{\rho}}$$

y que:

$$u(z,t) = gt \operatorname{sen} \alpha \left( \left[ \frac{H}{\rho(z) \int_{-H/2}^{dz} \frac{dz}{\rho}} \right] - 1 \right)$$

si se puede despreciar la viscosidad (*Thorpe [1967]*).

Si la densidad puede tomar un perfil dependiente de  $z$ , del tipo,  $\rho = \rho_0(1 - \Delta f(z))$ , donde permanecen constantes  $\rho_0$ , (la densidad media,  $\rho_0 = (\rho_1 + \rho_2)/2$ ), y  $\Delta$  (densidad fraccional  $\Delta = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_2 + \rho_1)$ ), pero  $\Delta \ll 1$  y  $f(z) = -f(-z)$  es del orden de la unidad, entonces se podrá aproximar la velocidad de los fluidos dentro del tanque como un flujo acelerado de la forma:

$$u = g\Delta f(z)t \operatorname{sen} \alpha. \quad (5)$$

En los experimentos realizados los perfiles iniciales son producidos, en mayor medida por la mezcla de los fluidos mientras se produce el llenado, ya que aunque se trata de evitar en lo posible se produce turbulencia, movimientos del tanque, pequeños golpes, y otros problemas mecánicos que provocan una mezcla directa de los fluidos; y en menor medida por la difusión molecular de la sal en agua.

Debido a todas estas perturbaciones se produce una difusión que origina un perfil de inicio, medido con el sensor, el cual se puede aproximar teóricamente por una función error de la siguiente manera:

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 - \Delta \operatorname{erf} \left( \frac{4 * z}{\delta z} \right) \right]$$

donde  $\delta z$  es el tamaño de la interfase, medido con el sensor en el momento de comenzar el experimento.

Teniendo en cuenta que:

- 1- la altura total del tanque ( $H$ ) debe ser mucho mayor que el tamaño de la interfase ( $\delta z$ ), es decir  $H/\delta z \gg 1$
- 2- en el momento de iniciar el experimento el fluido de la parte superior (agua) debe tener una densidad constante de  $\rho_0(1-\Delta)$ , y el fluido de la parte inferior (solución salina) una densidad uniforme de  $\rho_0(1+\Delta)$ .
- 3- La diferencia de densidad fraccional ( $\Delta$ ) debe ser mucho menor que 1 ( $\Delta \ll 1$ ), en los experimentos, el valor está entre 0.085 y 0.09.

Entonces el perfil de velocidad durante el experimento se puede aproximar a:

$$u = g \Delta \operatorname{erf} (z * 4 / \delta z) t \operatorname{sen} \alpha .$$

El flujo, que parte del reposo, es paralelo a las paredes del tanque en el centro del tubo y las medidas muestran que, excepto cuando está muy influido por la viscosidad, el flujo acelera uniformemente. La llegada del flujo a las paredes finales del tanque provoca una onda de rebote que vuelve hacia el centro del tanque, y que puede destruir el flujo laminar y paralelo, si no se ha inestabilizado por sí mismo antes (*Thorpe [1967]*).

En la mayoría de los experimentos, la diferencia fraccional de densidad entre los fluidos ( $\Delta$ ), fue de alrededor de 0.085. En experimentos hechos con menores diferencias de densidad, la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz tuvo lugar pasado un tiempo al cual ya la viscosidad era importante (*Thorpe [1970]*), o no ocurría, excepto si los ángulos de inclinación usados eran grandes, con la dificultad que conlleva de controlar el experimento y de hacer los perfiles con un mínimo de seguridad.

Lo mismo ocurre con la necesidad de tener una interfase de un tamaño reducido, ya que aunque la diferencia de densidad sea la correcta, cualquier problema que se presente en el llenado del tanque que provoque una mezcla de los fluidos llevará a que la inestabilidad no se produzca, o que sea necesario utilizar ángulos grandes o que transcurra un tiempo mayor, al cual la viscosidad sea importante.

En su artículo de 1968 *Thorpe* usa la técnica de la transformada de Laplace para encontrar el perfil de velocidad en el flujo acelerado con un coeficiente de viscosidad constante  $\mu$ . La viscosidad no es constante en los experimentos y puede

variar hasta un 30%, pero un modelo de viscosidad constante dará una práctica aproximación. Los detalles de los cálculos se encuentran en el apéndice del artículo (Thorpe [1968]).

El gradiente de velocidad en torno a  $z = 0$ , en un flujo no viscoso con un perfil de densidad dado por:

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 - \Delta \operatorname{erf} \left( \frac{4 * z}{\delta z} \right) \right]$$

es:

$$\frac{\partial u}{\partial z} (z = 0) = \frac{g \Delta t \operatorname{sen} \alpha}{(\pi k \tau)^{1/2}}$$

se encuentra que la razón entre la cizalla en un flujo viscoso a la misma en un flujo no viscoso es:

$$Q = \frac{2}{\left\{ 1 + \left[ 1 + \left( \frac{4}{\pi} \right) \left( \frac{\nu t}{k \tau} \right) \right]^{1/2} \right\}}$$

donde  $\nu = \mu / \rho_0$  es la viscosidad cinemática siendo  $\rho_0$  la densidad media,  $t$  sería el tiempo de aceleración del flujo, que en nuestro experimento es el tiempo desde que el tanque llega hasta su máxima inclinación más la mitad del tiempo que tardó en inclinarse,  $k$  el coeficiente de difusión de la sal en agua, y  $\tau$  el tiempo ajustado de difusión para obtener el perfil vertical de densidad inicial. El parámetro  $Q$  es un indicador de la relación entre la longitud de escala de la región de variación del perfil de velocidad y la longitud de la región de variación del perfil de densidad en un flujo viscoso. La Figura 3.19 muestra la variación del parámetro  $Q$  con la relación  $(\nu t / k \tau)^{1/2}$ , un parámetro que puede identificarse como la razón entre la escala vertical de la viscosidad  $(\nu t)^{1/2}$  y la escala vertical de la difusión  $(k \tau)^{1/2}$ .

En los resultados que se obtengan en los experimentos en comparación con la teoría los efectos de la viscosidad afectan de tres formas diferentes:

1°- La viscosidad hace que la cizalla en  $z=0$ , sea menor que la estimada por la teoría no viscosa en un factor de  $Q$ .

2°- Esto produce que el número de Richardson se incremente en un factor  $1/Q^2$ .

3°- En un flujo no viscoso la velocidad y la densidad tienen la misma longitud de escala, pero en un flujo viscoso la velocidad tiene una escala mayor en un factor  $1/Q$ .

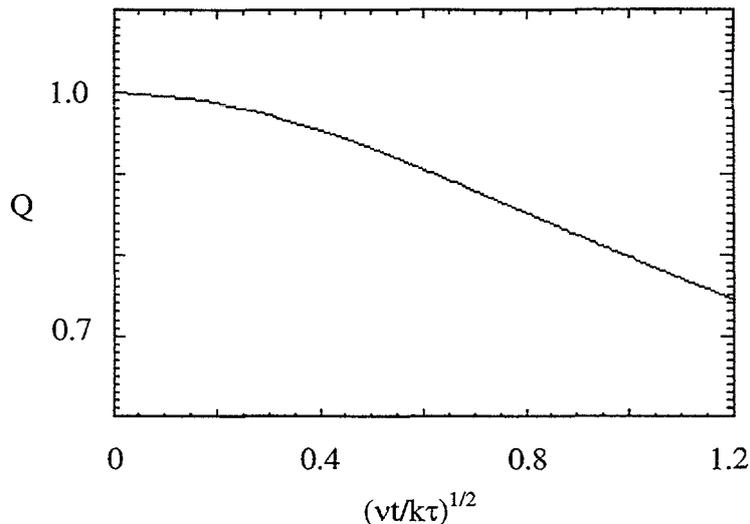


Figura 3.19: Variación de  $Q$  respecto a  $(vt/k\tau)^{1/2}$ .

Debido a esta influencia en el perfil medio de velocidad, la viscosidad tiene poco efecto en las condiciones al inicio de la inestabilidad con números de Reynolds un poco por encima de  $100$  (tomando el tamaño de la capa de mezcla como longitud de referencia).

### 3.3.2. PREPARACIÓN DE LAS DISOLUCIONES

Cada experimento comienza con el pesado de la sal y la realización de las disoluciones, el proceso de pesado, disolución de la sal y coloreado de las disoluciones se realiza al menos un día antes del programado para el experimento, con este reposo de al menos *24 horas* se consigue por una parte que se eliminen las burbujas producidas cuando se disuelve la sal con los agitadores y que la temperatura de todos los fluidos que van a participar en el experimento sea la misma. Esto asegura que los cambios en densidad y los procesos que se producirán en el tanque no sean debidos en ningún caso a gradientes de temperatura.

El tanque tiene una capacidad de *105 litros* y en los experimentos se llena completamente, por lo tanto hacen falta dos disoluciones de *52.5 litros* cada una, más lo necesario para las posteriores calibraciones y unos litros de sobra, por seguridad. Con lo cual se preparan para cada experimento, al menos *60 litros* de cada fluido.

Como se trata de obtener unas diferencias de densidad muy elevadas entre fluidos solo por diferencias en concentración de sal en agua, las disoluciones de mayor densidad en los experimentos rondan el límite de disolución de sal en agua a cada temperatura. Esto dificulta la disolución de la sal en agua y es necesario utilizar un agitador mecánico durante un tiempo prolongado y disolver la sal en volúmenes de agua no muy grandes. Las disoluciones de mayor densidad se realizan en un bidón de *10 litros* de boca estrecha pero suficiente para que entre el agitador, donde se vierten *9 litros* de agua a la cual se añade la sal, y se agita por un periodo de al menos *5 minutos* hasta que se consigue la disolución total de la sal. Al mismo

tiempo se hace la disolución del colorante (fluoresceína, azul de metileno, rodamina, etc), que se disuelve una pequeña cantidad en un recipiente de *500 mililitros* y se pone en el agitador magnético hasta su completa disolución. Es muy importante que no se produzcan grumos en la disolución del colorante ya que esto produciría perturbaciones en la interfase, ya que estos conglomerados de colorante tienen mucha flotación en el agua y atraviesan sin ninguna dificultad la interfase produciendo la difusión de esta, también producen el taponado de la esponja que sirve de filtro a las disoluciones antes de entrar en el tanque, y si pasan este filtro pueden quedar adsorbidas a los electrodos del sensor de conductividad. Aquí la cantidad de colorante que se disuelve depende de lo que se quiera ver en las imágenes de vídeo, para una visualización de las evoluciones de las inestabilidades conviene que la disolución esté fuertemente coloreada, pero para los experimentos normales donde vaya a sumergirse el sensor es suficiente con poder ver cuando el sensor llega a la interfase, conviene además que no haya mucha concentración de partículas que puedan depositarse en los electrodos de platino del sensor de conductividad, ya que disminuirían la vida media del sensor y pudieran interferir en la respuesta del sensor.

Una vez disuelta la sal se retira del agitador y se deja que repose un minuto para que la mayoría de las burbujas de aire salgan de la disolución y entonces se vierte un poco de la disolución del colorante y se agita levemente con una varilla de vidrio hasta que el color sea uniforme. Así queda lista la disolución para verterla en el bidón grande, de *50 litros* donde se realiza la homogeneización de las diferentes preparaciones de disolución de mayor densidad.

Para obtener las disoluciones de menor densidad se usa agua corriente sin colorear, con la que se llenan dos bidones de *30 litros* y se dejan junto a los bidones de la disolución más densa y coloreada, para que equilibren su temperatura.

### 3.3.3. LLENADO DEL TANQUE

Los bidones con los fluidos se dejan reposar *24 horas* en una estructura móvil con una altura superior al tanque, que permite que se pueda llenar el tanque por gravedad. Se procede primero a llenar el tanque con la disolución más ligera, el llenado se realiza por el tubo que llega hasta el fondo del tanque con la esponja en su extremo que evitará siempre que cualquier partícula se introduzca en el tanque, como se puede ver en la Figura 3.20, de este modo se llena el tanque hasta la mitad.

Una vez vertido todo el fluido se procede a la comprobación del sensor de conductividad y temperatura y del brazo robot que lo desplaza, también se coloca el sensor de velocidad en la parte superior del tanque y se comprueba que todo funciona ya que cuando comience el llenado de la otra disolución conviene evitar cualquier perturbación del tanque y de las disoluciones

El proceso de llenado de la segunda disolución más densa es el más crítico del experimento ya que cualquier perturbación, ya sea por golpes o vibraciones en el tanque, por burbujas de aire que se introducen en con el fluido, producción de flóculos, etc., produce la difusión de la interfase y una mezcla no deseada.

Antes de proceder al llenado de la segunda disolución es necesario asegurarse de que el tanque está inclinado, hacia el lado por el que se produce el llenado, (Figura 3.20), al menos dos o tres grados, ya que si está inclinado hacia el otro lado, si está a nivel o si la inclinación hacia el lado correcto es pequeña, cuando la disolución más pesada llegue a la base del tanque producirá una corriente de gravedad que provocará que este fluido más denso corra por el fondo del tanque produciendo una mezcla bastante notable de las dos disoluciones y una interfase lo suficientemente difusa para que no se produzca la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

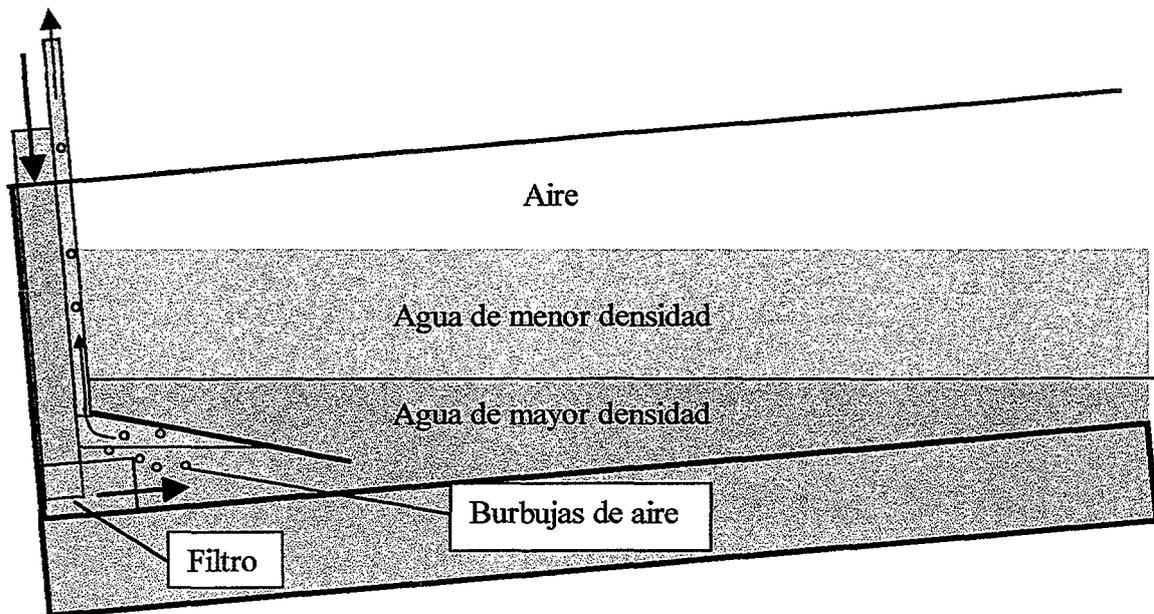


Figura 3.20: Inicio del proceso de llenado. Se puede ver como se evita que las posibles burbujas de aire rompan la interfase durante el llenado, como se purga el agua de menor densidad que queda atrapada debido a la inclinación inicial. Esta inclinación inicial impide que se produzca una corriente de densidad en cuanto el fluido más denso comience a llegar a la base del tanque, lo que produciría una mezcla importante entre los fluidos que imposibilitaría la ejecución correcta del experimento.

El inicio del llenado debe ser lo más lento posible para evitar que se produzca mezcla cuando este fluido más pesado discorra por el fondo del tanque, una vez que este fluido ha superado el nivel del cristal transversal colocado encima justo del final del tubo de llenado y que controla la turbulencia producida por el llenado, se procede al purgado del agua de menor densidad que ha quedado aislada en la parte superior de la pequeña cavidad que forma este cristal transversal. Este purgado se realiza aspirando por el tubo que drena esta cavidad y que comienza en la parte superior de esta cavidad y sale fuera del tanque, este tubo drena además las posibles burbujas que entran con las disoluciones y pueden perturbar la interfase al atravesarla (Figura 3.20).

Una vez que el fluido más denso llega hasta el otro extremo del tanque ya se puede abrir la llave de paso al máximo y corregir la inclinación del tanque poniéndolo a nivel, ya no se puede producir ninguna corriente de gravedad y el

único peligro es que el flujo sea muy fuerte y produzca una turbulencia que perturbe la interfase.

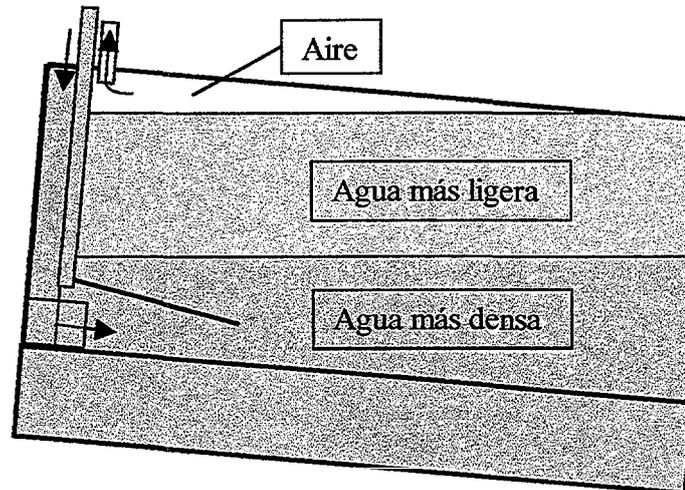


Figura 3.21: Final del llenado del tanque donde la inclinación ahora es la contraria que la del inicio del llenado debido a la necesidad de extraer todo el aire.

Continuando con el llenado hasta que falte poco para el llenado completo del tanque, donde se procede a la inclinación del tanque hacia el lado contrario al de llenado, esto permite que todo el aire pueda salir por el tubo colocado en la parte superior del tanque (Figura 3.21), una vez lleno el tanque se tapa este tubo, se cierra la llave de llenado de disolución y se coloca el tanque a nivel, en este momento está preparado el tanque para realizar el experimento.

#### 3.3.4. INICIO DEL EXPERIMENTO

Una vez lleno el tanque y preparados los sensores, se empieza a grabar con la cámara de vídeo todo el experimento, que comienza con la realización del primer perfil. Este primer perfil da idea de las condiciones iniciales, tanto en conductividad como en temperatura y del tamaño de la capa de mezcla. Este perfil se realiza a una velocidad lenta para que perturbe la interfase lo menos posible y tarda *16 segundos* en recorrer los *3000 pasos* que da el motor para realizar cada perfil. Después de este perfil inicial se procede a darle la inclinación máxima que va a tomar el tanque, esto se realiza bajando el apoyo, del extremo del tanque que descenderá, hasta la indicación correspondiente a los grados, y fijándolo en esa posición. Seguidamente se pone en marcha la grabación de los datos que el sensor de velocidad está tomando y se inclina el tanque a mano de manera rápida y controlada. Los dos fluidos discurrirán según su densidad lo cual produce la fricción entre las disoluciones y se hace el segundo perfil y último, esta vez es mucho más rápido, en el momento que se crea oportuno dependiendo de lo que se busque en cada experimento. Este segundo perfil tarda en completar los *3000 pasos* del motor *5 segundos*, lo que da

una tasa de demanda de datos del sensor de conductividad de unos  $600 \text{ Hz}$ , por debajo del límite del sensor de conductividad, pero por encima de la capacidad de respuesta del sensor de temperatura que sería de unos  $143 \text{ Hz}$  como máximo. Después de llenado el tanque se deja reposar los fluidos dos o tres minutos, lo que asegura que los fluidos están en completo reposo, y se realiza el primer perfil con el sensor de conductividad y temperatura, Figura 3.22.

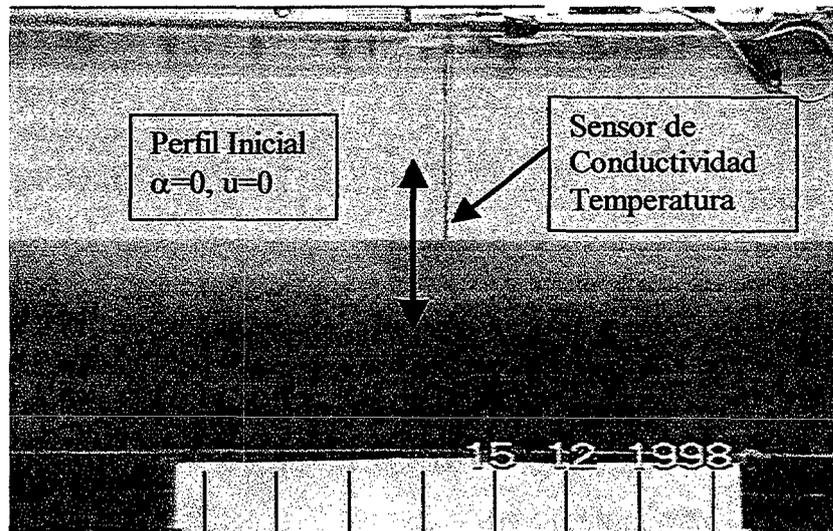


Figura 3.22: Fotograma de la película de vídeo en el que se muestra el instante en que el sensor toma el perfil inicial del experimento.

En este fotograma tomado de la filmación de vídeo que acompaña a todos los experimentos, muestra el momento en que la sonda está atravesando la interfase, este perfil proporciona un archivo de tres columnas, en la primera el número de paso del motor en la segunda la señal de conductividad y en la tercera la señal de temperatura, y  $3000 \text{ líneas}$ , una cada  $0.10 \text{ mm}$  de profundidad.

Se obtiene un perfil de conductividad de la forma, de la Figura 3.23, donde se representa la señal sin filtrar que la tarjeta analógico-digital asigna al voltaje de salida del sensor correspondiente a cada paso, frente al número de paso del motor que corresponde a esa señal.

Una vez obtenido el perfil inicial se inclina manualmente el tanque hasta que hace tope con el apoyo graduado que controla la inclinación máxima del tanque. Durante el tiempo que transcurre entre la realización del perfil y el comienzo de la inclinación se produce difusión molecular que aumentará el tamaño de la interfase de acuerdo con la fórmula de difusión de la sal en agua:

$$4(K\tau)^{1/2} = \delta z$$

donde  $K$ , es la constante de difusión de la sal en agua, que es en torno  $1.4 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ,  $\tau$  es el tiempo en segundos que ha transcurrido desde que se realizó el perfil hasta el comienzo de inclinación del tanque, y  $\delta z$  es el incremento de tamaño

de la interfase. Normalmente el tiempo que pasa entre el perfil y el comienzo de la inclinación del tanque es pequeño pero puede llegar a 1 minuto, con lo cual la interfase habrá crecido alrededor de *un milímetro*.

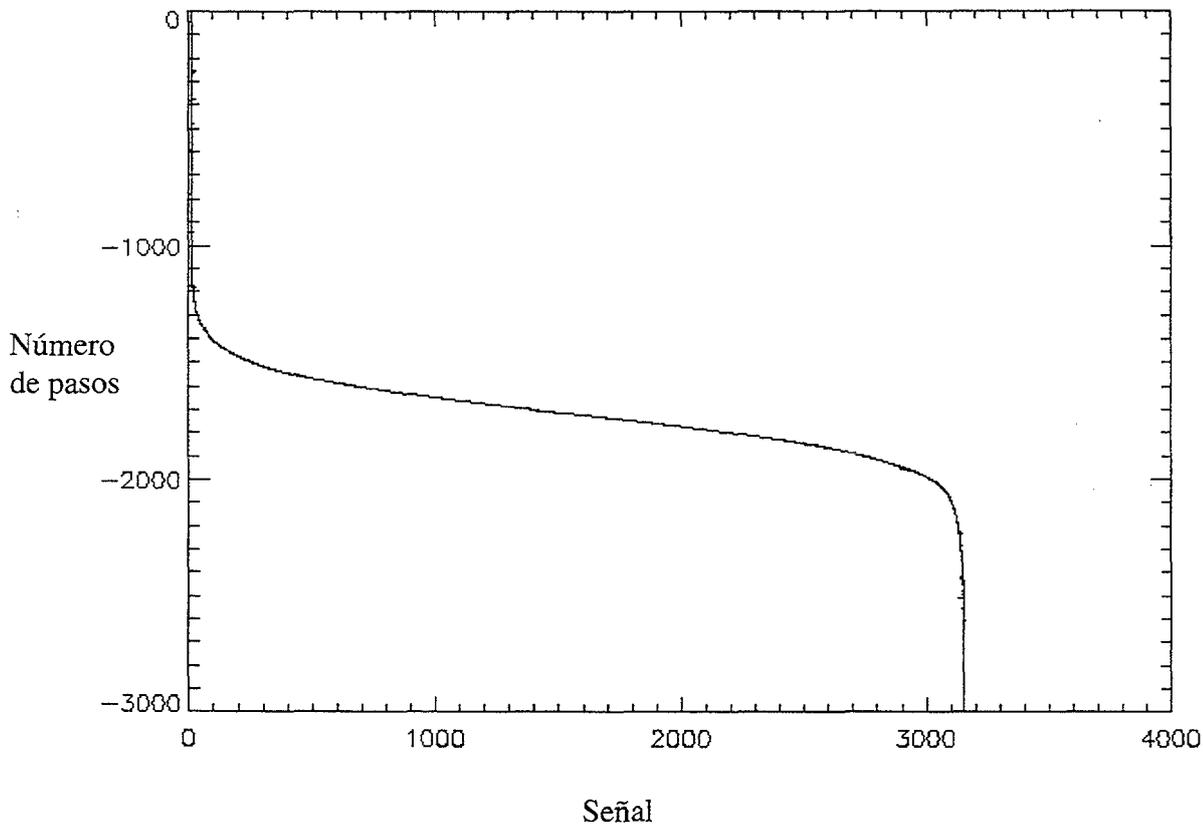


Figura 3.23: Perfil inicial tomado por el perfilador, donde se representa la señal sin filtrar que recoge la tarjeta, del sensor de conductividad frente al número de pasos dados por el motor.

### 3.3.5. INCLINACIÓN DEL TANQUE

Cuando se inclina el tanque se produce un flujo que partiendo del reposo, hace que el fluido más pesado tienda a ocupar la parte baja del tanque ahora inclinado y desplace al fluido más ligero, en la parte superior, esto provoca un flujo en los dos sentidos opuestos a lo largo del tanque. Este flujo es laminar como demuestra la gráfica de la Figura 3.24, donde se representa el número de Reynolds, frente al tiempo, tomando como distancia característica la mitad de la anchura del tanque,  $L=0.175\text{ m}$ , la velocidad como la aproximación de Thorpe[1967],  $u=gt\Delta \text{sen}\alpha$ , donde se ha tomado la diferencia de densidad fraccional la máxima a la que se ha llegado en los experimentos de este trabajo,  $\Delta=0.091$ , como ángulo,  $\alpha=5^\circ$ , el ángulo de los experimentos de los que se han tomado los datos, y no se ha tenido en cuenta el proceso de aceleración más lenta que tiene lugar durante la inclinación del

tanque, es decir se han puesto las peores condiciones que se pueden obtener en los experimentos para que el flujo sea turbulento.

El número de Reynolds (*Reynolds[1883]*) crítico para flujos dentro de una tubería se estima que está en torno a  $Re_c = 2000$ , Reynolds estimó que para valores menores de  $Re_c$ , el flujo es laminar y por encima comienza a ser turbulento. Como demuestra la gráfica de la Figura 3.24, los experimentos están bastante por debajo de este valor crítico.

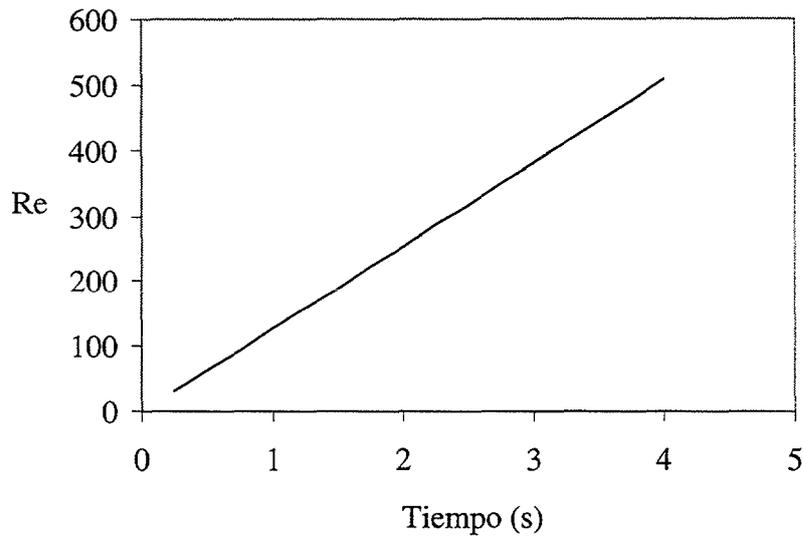


Figura 3.24: Evolución del número de  $Re$  en cada capa, para un experimento, con densidades de  $1000$  y  $1200 \text{ kg m}^{-3}$ , un ángulo de inclinación de  $5^\circ$ . Se puede comprobar que los experimentos están dentro del valor de  $Re$  para flujos laminares ( $Re_c=2000$ ). Simulación suponiendo que no hay modificación de la interfase.

Se han realizado experimentos a diferentes ángulos, y se ha visto que la inclinación que mejor responde a los requerimientos del experimento en cuanto a tiempo, velocidades y control del experimento son los  $5^\circ$  de inclinación, y todos los datos que se verán en este trabajo corresponderán a esta inclinación. La inclinación se realiza manualmente con un movimiento rápido pero controlado, el tiempo en inclinar el tanque varía entre  $0.84$  y  $0.32$  segundos. En el fotograma tomado de la filmación de vídeo, de la Figura 3.25 se puede observar el momento en que ha terminado la inclinación, y transcurrido un tiempo  $t=t_l$  se obtiene la distribución teórica de velocidad en las dos capas de fluido. Esta aproximación se ha comprobado con el sensor de velocidad para laboratorio (ADV) y ha resultado una buena aproximación para los primeros segundos como se ve en la Figura 3.26.

Para la toma de datos el sensor se colocó en la parte superior de la capa de agua dulce, ajustado en la tapa de metacrilato que cierra la abertura para la toma de datos, a una distancia de  $1 \text{ cm}$ , dentro de la abertura de manera que no entorpece ni afecta demasiado el flujo del fluido, y proporciona datos de un volumen situado a  $4 \text{ cm}$  dentro del fluido en movimiento. En la Figura 3.26 se muestran los datos tomados por el sensor de velocidad (línea continua), dibujados sobre la velocidad

teórica (línea discontinua), que muestra dos trazos rectilíneos, con diferente pendiente.

El primer trazo rectilíneo corresponde a la aproximación de la velocidad realizada para el tiempo que dura la inclinación, y se aproxima tomando velocidad como la mitad de la fórmula anterior (5):

$$u = \frac{g\Delta t \operatorname{sen} \alpha}{2}$$

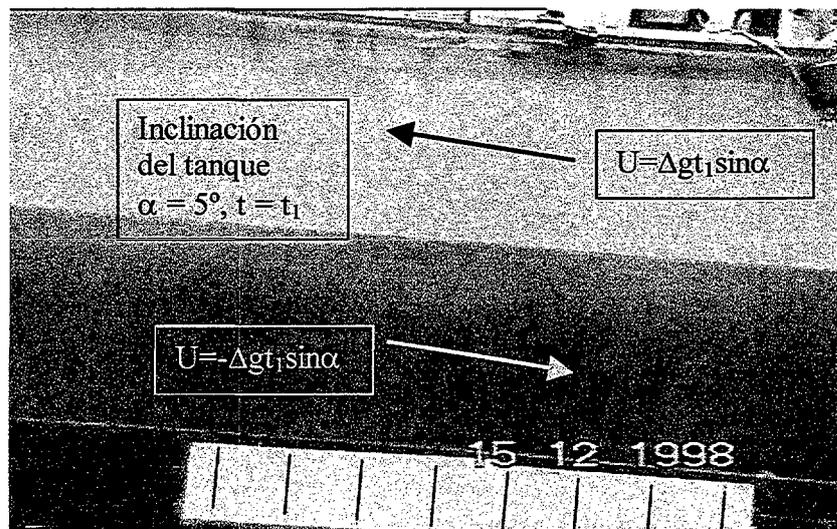


Figura 3.25: Fotograma de la película de vídeo donde se representa la evolución del proceso de aceleración de los dos fluidos

La segunda pendiente de la línea rectilínea, es la aplicación de la fórmula completa, para el resto del tiempo. Se puede ver que la aproximación de la velocidad es aceptable hasta los 3 s a partir de los cuales el flujo se va frenando. En esta parte del experimento comienza una cizalla vertical que se irá incrementando, debido a que el flujo se va acelerando en los dos sentidos, lo que provoca un aumento del número de Richardson global.

Este aumento del número de Richardson provoca un aumento de la mezcla diapicna, que aunque no es dominante si que es sensiblemente superior a la mezcla que se produce por difusión normal.

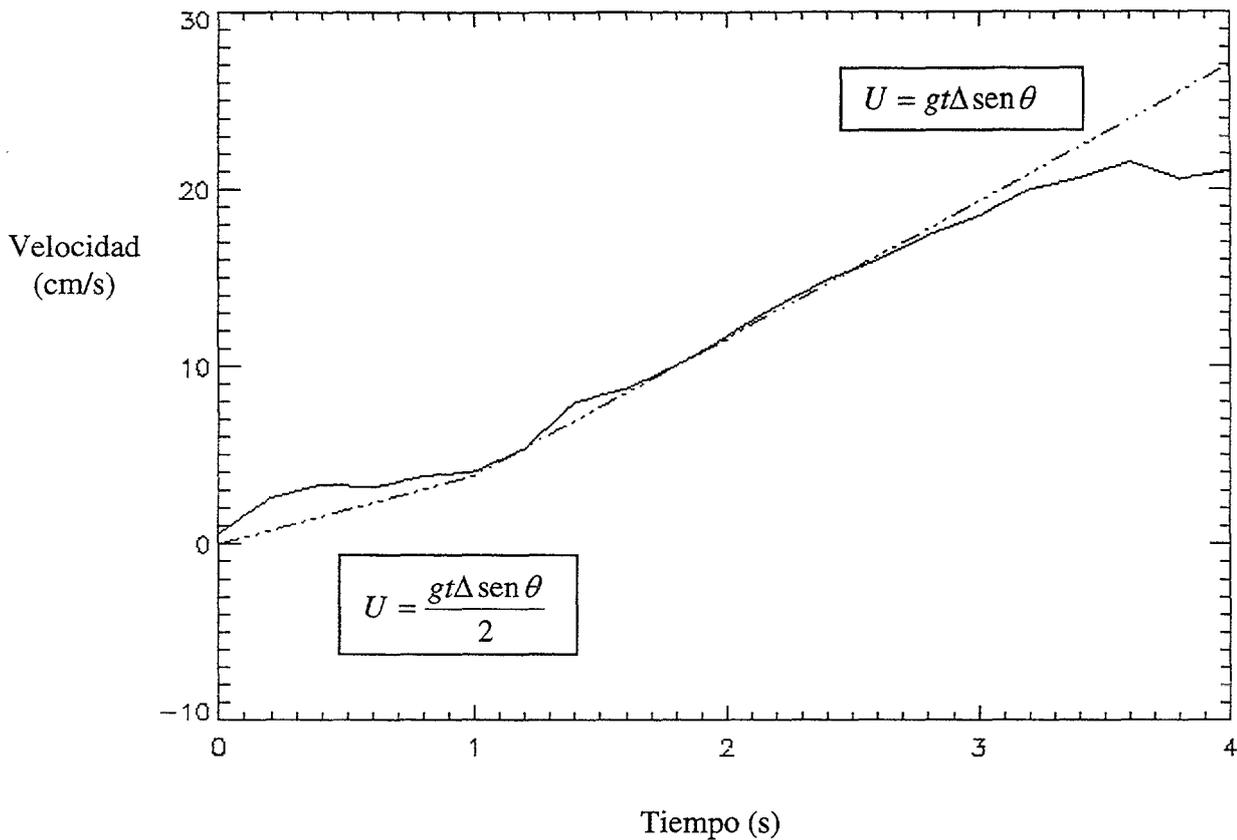


Figura 3.26: Comparación entre los datos del sensor de velocidad (línea continua) y la velocidad teórica que se usa en las simulaciones (línea discontinua).

### 3.3.6. INESTABILIDAD DE KELVIN-HELMHOLTZ

Si el tamaño de la interfase es lo suficientemente pequeño, y la diferencia de densidades lo suficientemente grande, unos segundos después de inclinar el tanque tendrá lugar la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, Figura 3.27.

La inestabilidad sucede sobre el mismo tiempo en la parte central del tanque, con un crecimiento rápido de las espirales hasta alcanzar su tamaño máximo para después deformarse y producir una mezcla muy violenta. El completo desarrollo de las espirales hasta su tamaño mayor se realiza en menos de *1 segundo*, se han medido tiempos en torno a *0.84 segundos*. Esta inestabilidad ha sido estudiada a fondo por numerosos autores que han descrito su formación, crecimiento, tamaño, forma, número de onda, etc. En este trabajo solo se abordará algunos factores de esta inestabilidad que resultan interesantes para el estudio del modelo que se quiere contrastar y tener la seguridad de que las aproximaciones a lo que sucede en el tanque son útiles para este estudio.

*Thorpe [1970]* destacó que la naturaleza de la inestabilidad es bidimensional, filmando el progreso de la inestabilidad también con una cámara cenital al experimento, que es en este tipo de experimentos una inestabilidad estacionaria y que si se mantienen los parámetros descritos en estos experimentos de tamaño de interfase, diferencia de densidades, etc., se puede despreciar los efectos

de la viscosidad, tanto de las paredes del tanque como de la interfase, y que el perfil de velocidad viene dado por el de densidad. Que en estas condiciones no es de esperar que se produzcan ningún otro tipo de inestabilidades, además que en los experimentos que realizó no observó ninguna inestabilidad diferente a Kelvin-Helmholtz.

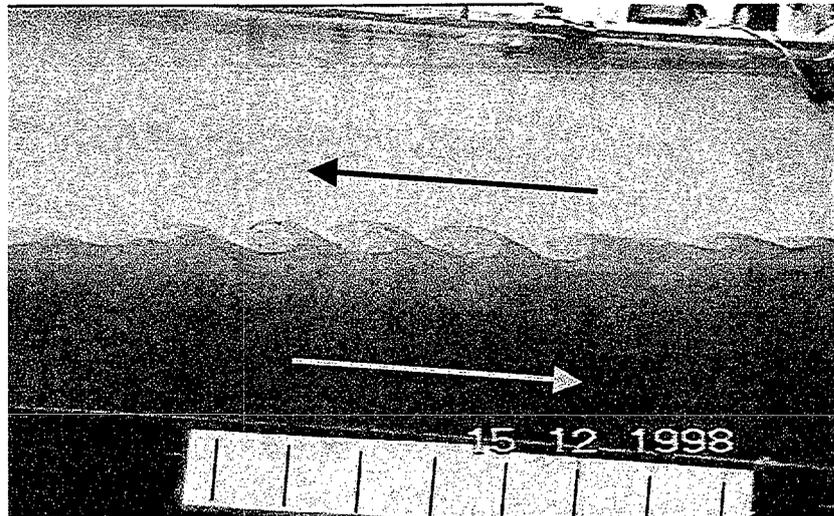


Figura 3.27: Fotograma de la filmación en vídeo donde se ve el momento de máximo crecimiento de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, para este experimento.

### 3.3.7. PERFIL FINAL DEL EXPERIMENTO

Después de que haya pasado la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, se produce una violenta turbulencia de tamaño y tiempo característicos para cada caso, pero no todo el volumen de fluido que se ve absorbido en estas espirales queda completamente mezclado.

Esto provoca que inmediatamente después de producirse la inestabilidad se forme un perfil con zonas de inversión de densidad donde aparece fluido de mayor densidad por encima de fluido menos denso, y viceversa. Un ejemplo de este perfil aparece en la Figura 3.28 el cual se realizó poco después de tener lugar la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. Este perfil representa el número de pasos de motor como medida de profundidad, frente a la señal de conductividad que sale del sensor en voltaje  $\pm 5$  VCC, convertida por la tarjeta convertidor analógico-digital en señal que va de 0 a 4095, se pueda apreciar el efecto de las inversiones de densidad, aquí representado como inversiones de conductividad.

También se puede apreciar en la gráfica el tamaño de la interfase en ese momento, que inicia sobre los 1200 pasos y llega a superar los 2300, esto hace una diferencia de unos 1100 pasos que viene a ser 11 cm. Esta formación es momentánea y una vez que termina la mezcla cada porción de fluido se coloca verticalmente

dependiendo de su densidad, lo que provoca una disminución de la interfase que se puede ver a simple vista comparando los fotogramas de las Figuras 3.28 y 3.30 si se tiene en cuenta que las distancias entre las referencias situadas debajo del tanque corresponden a 5 cm, y más explícitamente comparando las gráficas de las Figuras 3.28 y 3.30. El perfil de la Figura 3.30 ha sido tomado también después de la inestabilidad pero pasado un tiempo suficiente para que se relajara el sistema unos pocos segundos más tarde. En la gráfica de la Figura 3.30, se observa el perfil que se ha tomado en el fotograma de la Figura 3.29, donde se puede ver la diferencia con el perfil de la Figura 3.28, con más claridad. Se ha representado en la misma escala y de la misma forma para que sea directamente comparable, además aunque se trata de otro experimento diferente, ya que este último corresponde a la fecha de la fotografía (15-12-98), los dos experimentos se han realizado con la misma diferencia de densidades, el mismo ángulo de inclinación y un tamaño de interfase inicial muy parecido

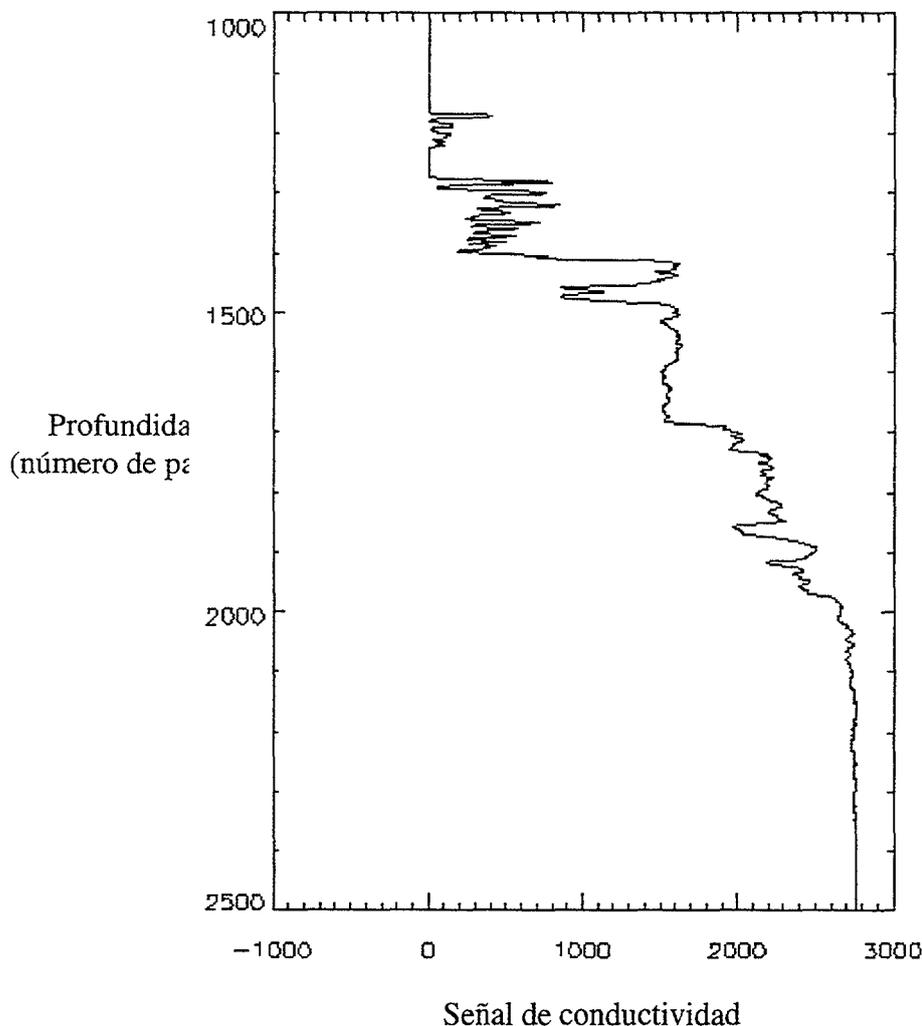


Figura 3.28: Perfil de la señal de conductividad que recoge el perfilador al atravesar la turbulencia producida por la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

A pesar de que en la parte superior del inicio de la interfase todavía se encuentra una señal de fluido que se encuentra más arriba de lo que le corresponde por su densidad, la diferencia en tamaño de la interfase es bastante acentuada, esta se puede tomar, siguiendo las mismas razones que para el perfil de la Figura 3.30, en torno a los 5 cm teniendo en cuenta la señal de fluido todavía fuera de lugar, y de unos 3 cm si se realiza el perfil sin contar con ello.

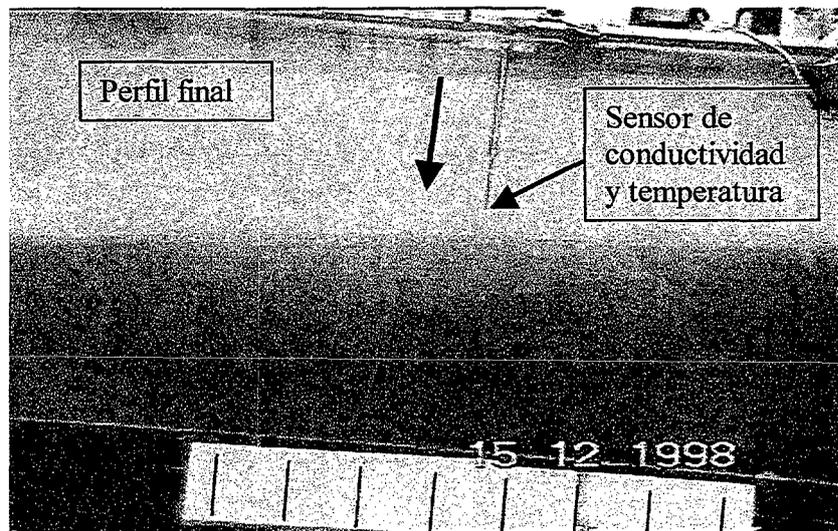


Figura 3.29: Fotograma de la filmación de vídeo del experimento en el momento en el que el perfilador se dispone a realizar el perfil en la interfase una vez que ha sucedido la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

Si se pudiera esperar un poco más daría tiempo a que se ordenara en vertical todo el fluido dependiendo de su densidad y se obtendría una interfase de conductividad siempre creciente, pero hay que hacer el perfil antes de que las ondas de rebote del final del tanque disturben toda la formación.

En la gráfica de la Figura 3.30 se puede ver otra formación que resulta clave para este trabajo, la formación de estructuras tipo escalera, después de un proceso donde la mezcla diapicna es dominante y originado exclusivamente por un proceso de cizalla entre fluidos estratificados. La formación de una o varias escaleras depende de cuanto tiempo se ha dejado relajar el sistema antes de medir el último perfil, depende del tamaño de la interfase inicial que provocará una inestabilidad de Kelvin-Helmholtz mayor o menor de la diferencia de densidad entre los fluidos, pero en todos los perfiles que se han realizado después de una mezcla diapicna por inestabilidad de Kelvin-Helmholtz se han encontrado perfiles de estas características.

*Thorpe* encuentra que la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz producida en su tanque produce una interfase turbulenta entre los fluidos que no disminuye de tamaño, durante su experimento. También *Pawlak y Armi [1998]* obtienen este tipo

de perfiles con inversiones de densidad después de que se produzca la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. Esto contrasta con los datos que se obtienen aquí, donde se produce una inestabilidad de similares características pero que momentos después, la turbulencia y el tamaño de la interfase que separa los dos fluidos originales disminuye rápidamente, ordenándose los fluidos por su densidad, produciendo fluidos con densidades intermedias, que dan como resultado las formaciones en escalera. En este punto es cuando se realizan los perfiles finales y cuando se dan por finalizados los experimentos.

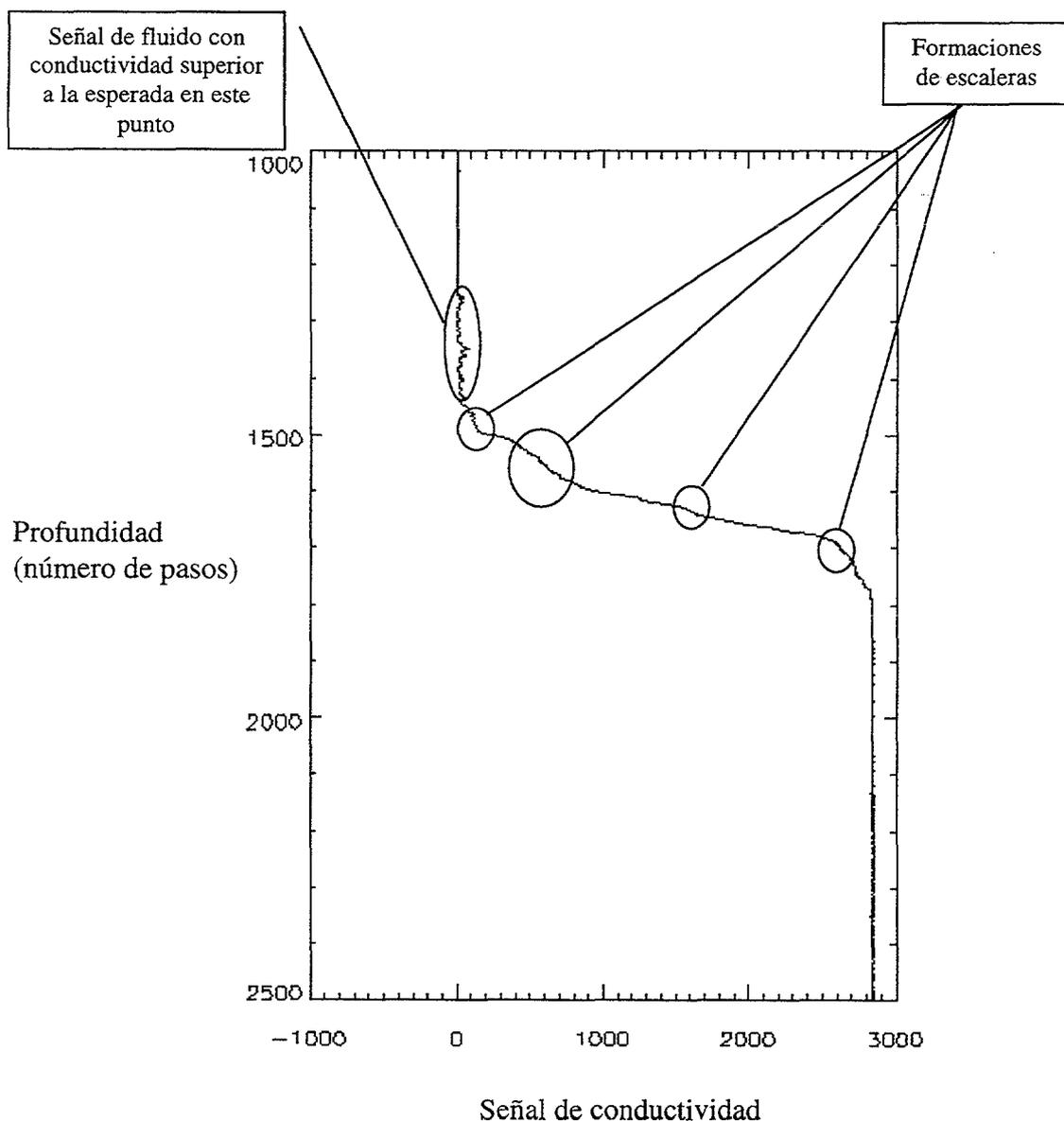


Figura 3.30: Porción del perfil que corresponde a la interfase, tomado una vez ocurrida la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. Se puede apreciar las formaciones tipo escalera que caracterizan estos perfiles finales.

La diferencia entre los resultados es debida a que *Thorpe* en su experimento usa un tanque de mayor longitud, y después de la inestabilidad sigue la aceleración de los fluidos que mantiene la transferencia de energía a la interfase lo que provoca que el nivel de turbulencia se mantenga. *Pawlak y Armi [1998]* también mantienen la aceleración después de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, y además los flujos que limitan la interfase son altamente turbulentos, lo que hace que la turbulencia crezca continuamente.

En un proceso natural lo normal es que se den unas condiciones extremas de inestabilidad, que produzcan una mezcla y a continuación se produce una relajación de las condiciones que hace que la inestabilidad pierda energía y se relaje ordenándose las partículas de fluido en la columna de agua por su densidad, lo que produce las formaciones tipo escalera. La relajación de los experimentos de este trabajo se produce por la disminución de la velocidad poco después de que se produzca la inestabilidad de *Kelvin-Helmholtz*. Esta disminución de velocidad, viene representada en la Figura 3.32, supone una relajación y disminución de turbulencia, pero obliga a que el perfil final se tome después de que llegue la primera onda del final del tanque. Esta onda aumenta la turbulencia de la interfase y si rompe puede producir, sin necesidad de la inestabilidad de *Kelvin-Helmholtz*, mezcla y formación de escaleras.

El descenso en el tamaño de la interfase también es debido a que la inestabilidad, y por lo tanto la mezcla no se produce en todo el tanque al mismo tiempo sino solamente en la parte central. Una vez que se ha producido la inestabilidad los diferentes fluidos se ordenan y extienden por toda la interfase haciendo que la interfase central, donde se hacen los perfiles, disminuya de tamaño rápidamente.

### 3.4. OBTENCIÓN DEL COEFICIENTE DE DIFUSIÓN

Debido a que, como se verá en el Capítulo 4, las parametrizaciones oceánicas para el coeficiente de difusión no parecen representar las condiciones que se dan en el tanque, se ha buscado una nueva parametrización de este coeficiente que se acerque mejor a las condiciones del laboratorio, en los momentos anteriores a la inestabilidad de *Kelvin-Helmholtz*, cuando se da una cizalla que aumenta pero no se produce mezcla diapirica. La búsqueda de este coeficiente se ha realizado teniendo en cuenta las limitaciones experimentales, ya que no permiten obtener un seguimiento de la interfase sin perturbarla drásticamente. En este tipo de experimentos el objetivo es comparar el aumento de tamaño de la interfase entre los fluidos debido a la cizalla creciente, que se produce durante la aceleración de los dos fluidos, antes de que se produzca la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. Para ello se compara el perfil inicial tomado por el sensor antes de que se produzca la inclinación del tanque, y un perfil final que se realiza un tiempo después de la inclinación. Una vez obtenidos los dos perfiles se compara el crecimiento de la interfase que ha tenido lugar, tomando como inicio y final del perfil el aumento o disminución del 0.1%, de la señal del sensor correspondiente a la conductividad media, de la señal que corresponde a la conductividad de los fluidos superior e inferior respectivamente. Con este incremento de la interfase se aplica la fórmula de difusión de la sal en agua como si se tratara de una difusión normal:

$$4(k\tau)^{1/2} = \delta z. \quad (1)$$

Donde  $\tau$  es el tiempo que ha transcurrido desde que se inclina el tanque, menos la mitad del tiempo que se tarda en inclinar el tanque,  $\delta z$  es el incremento de la interfase obtenido como la diferencia entre el tamaño de la interfase inicial y final, con la corrección por el tiempo que transcurre desde que se realiza el perfil inicial y se inclina el tanque, aunque pequeña, en este tiempo se ha producido una difusión, con el coeficiente de difusión normal de la sal en agua ( $k=1.4 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ). Con estos datos se obtiene un coeficiente de difusión global en todo este tiempo que indica como evoluciona la difusión acelerada por el aumento de la cizalla. El coeficiente 4 de (1) ha sido comprobado por una serie de experimentos de difusión en el laboratorio, realizados en unos recipientes cilíndricos de 10 cm de diámetro y 40 cm de alto, llenados hasta la mitad con soluciones salinas con concentraciones similares a las usadas en los experimentos y con agua dulce el resto del cilindro. Se realizó un perfil inicial y se dejó que se difundiera la interfase y al cuarto día se realizó un perfil final. Con la fórmula (1), aplicando el coeficiente de difusión de la sal en agua, poniendo el tiempo en segundos entre el perfil inicial y final y el crecimiento de la interfase en metros, se obtuvo el valor del coeficiente que multiplica a esta expresión para cada experimento. La media de todos los valores resultó un poco mayor de 4, pero teniendo en cuenta que las condiciones del laboratorio no son las mejores para un experimento de este tipo, ya que las vibraciones del suelo son evidentes y el trasiego de gente continuo es más que presumible que el valor obtenido sea mayor que el valor real de esta expresión, por lo que de aquí en adelante en este trabajo se acepte (1).

En los experimentos que se realizaron para cuantificar el aumento de tamaño de la interfase antes de la inestabilidad de *Kelvin-Helmholtz*, se compararon los perfiles iniciales y finales y mediante (1) se obtuvieron los valores del nuevo  $K$  para

este primer tiempo del experimento. La media de los datos de los experimentos seleccionados dio un valor de  $4 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

En el fotograma del vídeo que se presenta en la Figura 3.31, se muestra el momento en que se toma el segundo perfil, antes de que se produzca la inestabilidad, y cuando ha transcurrido un tiempo  $t$ , que es tiempo desde el inicio de la inclinación del tanque menos la mitad del tiempo que ha tardado en inclinarse el tanque. En la Figura 3.31 se muestra cual es la velocidad teórica calculada por la fórmula, para un tiempo  $t=2.66 \text{ s}$ , una diferencia de densidad fraccional  $\Delta=8.72 \times 10^{-2}$ , y un ángulo de inclinación de  $5^\circ$ .

Hay que señalar que una vez realizado este perfil el experimento no continúa ni se toman otros datos después de la irrupción del sensor en la interfase ya que perturba todo el sistema.

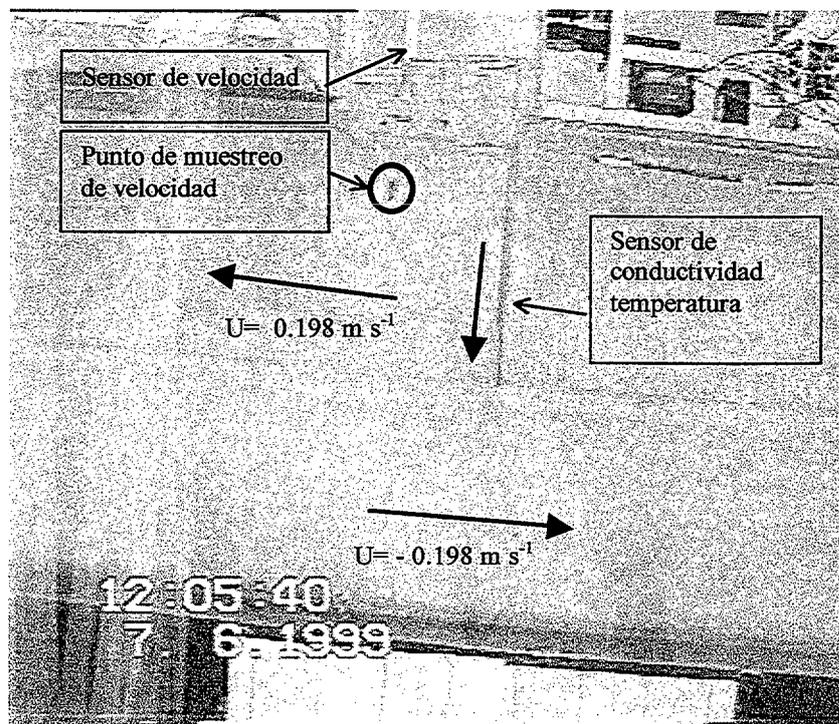


Figura 3.31: Fotograma de la filmación de un experimento, en el momento en que el sensor realiza el perfil, antes de que se produzca la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. Se muestra en el círculo el punto donde toma la velocidad el sensor de velocidad.

### 3.5. RESUMEN DE LOS EXPERIMENTOS

Para explicar la evolución del perfil de densidad final en los experimentos hay que tener en cuenta que es lo que pasa con la velocidad de los fluidos en el experimento. Como se ha visto anteriormente y queda reflejado en la gráfica de la Figura 3.26, al inclinar el tanque se produce una aceleración de los fluidos que se puede aproximar teóricamente mediante una función sencilla para los primeros segundos, que es el periodo dentro del cual se produce la inestabilidad.

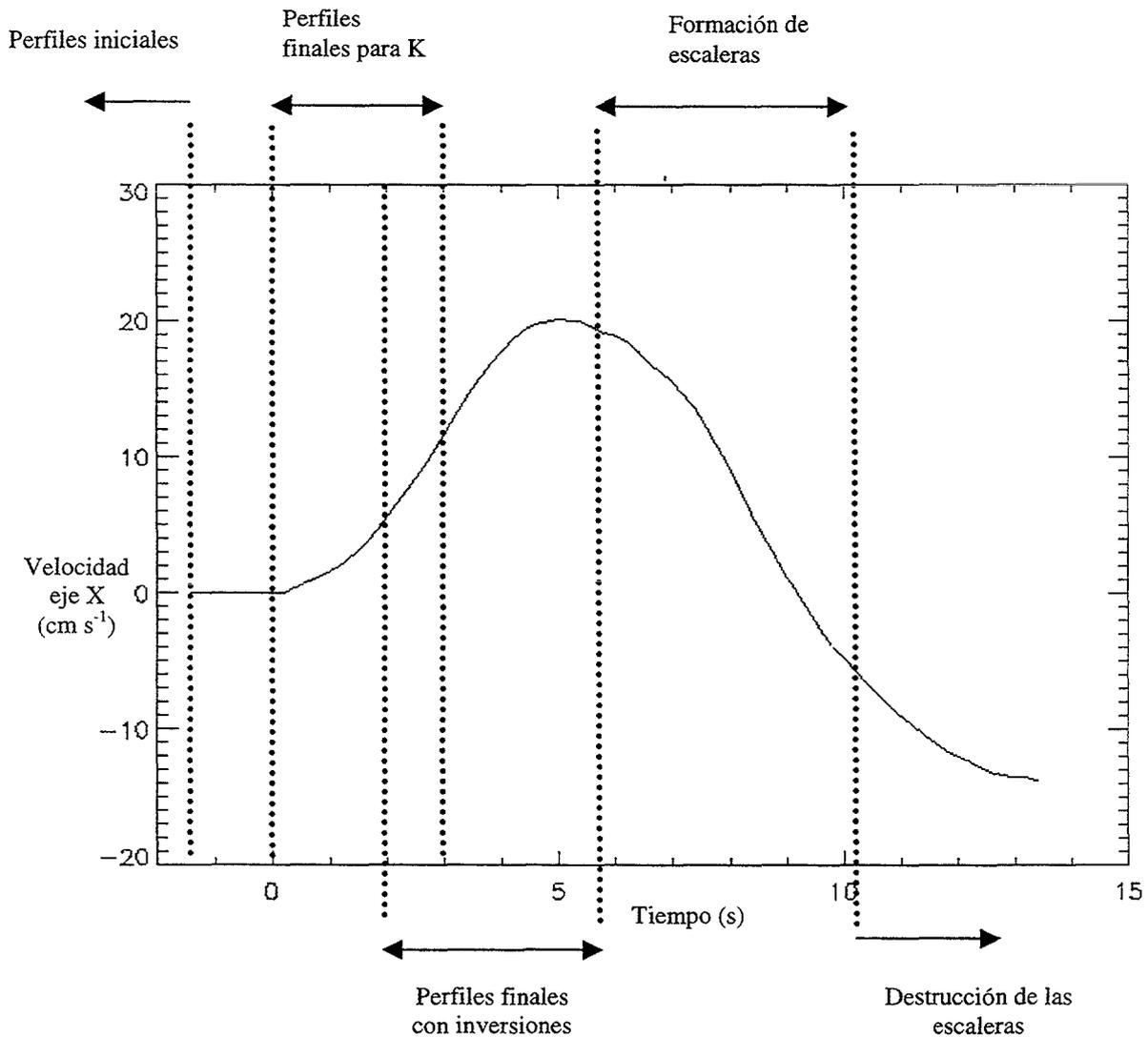


Figura 3.32: Representación de la señal de velocidad de la capa superior. Es la continuación de la señal de la Figura 3.25, con un ligero filtro. Se marcan los momentos aproximados en que suceden los perfiles finales de los diferentes experimentos. Estos tiempos varían dependiendo de las condiciones iniciales pero son indicativos de la sucesión de los fenómenos que se producen.

Después de este punto los fluidos sufren un frenado debido a que se pierde la uniformidad de la disposición de los fluidos dentro del tanque, ya que los extremos comienzan a llenarse de su fluido correspondiente, en el extremo superior el agua transparente y en el extremo inferior la solución salina. Este proceso de frenado comienza a sentirse en el centro del tanque a partir de los tres segundos dependiendo de la diferencia de densidades de los fluidos del experimento. En la gráfica de la Figura 3.32 se representa la continuación en el tiempo de la Figura 3.26, que muestra la velocidad del fluido menos denso tomada con el sensor de velocidad acústico, esta vez con un ligero filtro.

En esta figura además se representa el momento en que se toman los diferentes perfiles para los distintos experimentos; el tiempo cero como el momento de comienzo de inclinación del tanque, y la velocidad positiva indica, de acuerdo con los orígenes de coordenadas (Figura 3.18), que el fluido está subiendo en contra de la inclinación del tanque. Anterior al tiempo cero, se tomaron los perfiles iniciales, dentro de los tres primeros segundos los perfiles para la obtención del nuevo coeficiente de difusión de densidad, si en el experimento se produjo inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, se produjo entre los 2.5 y 3.5 s aproximadamente, y después de ese momento se hicieron los perfiles finales. Si el perfil final se hizo después de producirse la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, y cuando el flujo estaba todavía acelerándose o en su velocidad máxima, el perfil obtenido posee las inversiones propias de esta inestabilidad ya que el aumento de la velocidad mantiene esa turbulencia, obteniéndose un perfil similar a la Figura 3.28. En este punto es cuando llega la onda del final del tanque que produce una ligera perturbación del experimento aumentando la mezcla, como se verá en la descripción de resultados experimentales del capítulo 5, donde se muestran los resultados de varios experimentos donde el perfil final se obtuvo después de esta onda sin que se produjera la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

Si se deja que los fluidos lleguen al reposo después del primer experimento, los continuos movimientos de los fluidos entre sí producen una cizalla continua, diferentes inestabilidades (Kelvin-Helmholtz, Holmboe) y la rotura de las ondas internas de la interfase producidas por el rebote contra el final del tanque, el perfil que se obtiene es una interfase con una forma similar a la inicial, pero obviamente de mayor tamaño.

### 3.6. LIMITACIONES DEL MÉTODO EXPERIMENTAL

Existen una serie de limitaciones experimentales que detallan a continuación:

- La principal limitación del montaje experimental es el método de muestreo del sensor de conductividad y temperatura, este sensor invade el sistema para realizar un perfil y perturba la interfase cada vez que la atraviesa. Por esto, una vez que se ha realizado un perfil con el fluido en movimiento ya no se puede volver a realizar ninguno más y se debe esperar a que el sistema alcance el reposo para comenzar otro experimento.
- El trabajo principal se ha realizado con los perfiles de conductividad obtenidos a partir de la señal del sensor a la que se aplica una conversión lineal a conductividad. No se ha trabajado con perfiles de densidad ya que no se disponía de un aparato capaz de medir densidades que tuviera la suficiente resolución para hacer una calibración adecuada que facilitara una buena relación entre la conductividad y la densidad. La balanza de *Mohr* usada para medir la densidad da una resolución de tres decimales (en  $gr/cm^3$ ), se ha usado para medir la densidad de los fluidos iniciales y es el límite con el que se ha trabajado en el modelo.
- Los perfiles finales de temperatura han de ser tomados como una aproximación a lo que pasa en cada punto, ya que el sistema perfilador toma los datos del sensor en los perfiles finales a una tasa de unos  $600\ Hz$ . El sensor de conductividad es capaz de trabajar a  $800\ Hz$ , mientras que el de temperatura tiene el límite en  $140\ Hz$ . Esto provoca que los perfiles de temperatura de los perfiles finales, están promediados aproximadamente cada cuatro datos, con lo que los perfiles de temperatura tendrán una especie de filtrado.
- El laboratorio no presenta las condiciones necesarias para realizar experimentos de difusión, debido a que el suelo transmite cualquier vibración al tanque, aunque para los experimentos de mezcla no influye demasiado porque son bastante rápidos.
- La imposibilidad de controlar las condiciones de iluminación de una manera sencilla ha impedido hacer cualquier análisis automático de las imágenes tomadas por el vídeo, debido a los múltiples reflejos que crean fronteras inexistentes en las imágenes.
- Las condiciones generales del laboratorio en cuanto a seguridad han representado un límite importante en los volúmenes de disolución salina que se han manejado, que aún así han sido mayores de lo que deberían haber sido por las condiciones del laboratorio.
- También ha representado una limitación importante tener que partir de cero en todos los sentidos, la búsqueda de proveedores de los diferentes materiales y servicios que han sido requeridos, ha llevado gran parte del tiempo de este trabajo. A pesar de que desde la compra de todo el material, la hasta el montaje de cada elemento incluyendo soldadura, fresado y torneado de las estructuras metálicas, pintado, conexiones y soldaduras eléctricas, etc, las ha

---

realizado personalmente el doctorando en los diferentes laboratorios y talleres que se encuentran en la ULPGC, ya que de otra forma no se hubiera podido realizar ninguna parte del montaje experimental.

- Hay que ser muy cauto en la comparación de los fenómenos naturales con los que tienen lugar en el tanque, en primer lugar el descenso de la interfase está fuertemente influenciado por el hecho de que la inestabilidad se presenta en una zona localizada de la interfase. Esto provoca que los diferentes fluidos creados por la mezcla busquen su sitio por densidad a lo largo de toda la interfase y se extiendan por la interfase del tanque. Es posible que este mismo fenómeno pueda suceder en la naturaleza pero es necesario realizar campañas oceanográficas o incluir la rotación en los experimentos.

## **CAPÍTULO 4**

# **MODIFICACIONES AL MODELO DE PELEGRÍ Y SANGRÁ**

En este Capítulo se exponen las modificaciones que ha sido necesario aplicar al modelo descrito en el Capítulo 2, para adaptarlo a las condiciones del modelo experimental y poder comparar los resultados de ambos.

En primer lugar, apartado 4.1, se describe como se simularon las condiciones iniciales del experimento, con un perfil de una función error que se adapta bien a los perfiles que se obtienen mediante el sensor de conductividad.

A continuación, apartado 4.2, se muestra la relación del perfil de densidad con el perfil de velocidad, y las consecuencias que tiene esta definición de la velocidad en el perfil de cizalla de la simulación numérica, apartado 4.3, donde se describe además la cizalla respecto a la variación de la densidad y se compara con la cizalla respecto a la variación de la profundidad.

Un punto importante de este trabajo, que se describe en el apartado 4.4, es la búsqueda de nuevas parametrizaciones para el coeficiente de difusión turbulenta ( $k$ ), que sirva para el laboratorio. Se detalla en este apartado la búsqueda y la comparación de los resultados con diferentes parametrizaciones.

En el apartado 4.5 se muestra la aplicación de un filtro en el dominio del número de onda durante la ejecución del modelo, comparando los resultados de la aplicación del filtro anterior con la aplicación de este nuevo filtro y las ventajas e inconvenientes que representa frente al anterior.

A continuación, en 4.6 se realiza un resumen del modelo en su conjunto para tener una visión clara de cómo funciona, y los pasos y el orden que sigue el cálculo de los diferentes parámetros y variables que controlan este proceso.

Se exponen las condiciones iniciales de las variables que el modelo utiliza para comenzar, apartado 4.7, que representan el momento  $t=0$  del modelo, a partir de las cuales comienza a funcionar.

En el apartado 4.8 se exponen los resultados del modelo, en el cual se representa la evolución de los perfiles y de las variables a diferentes tiempos.

La validación del modelo a diferentes incrementos de tiempo y densidad se presenta en el apartado 4.9. Para concluir con un estudio energético del modelo en el último apartado 4.10.

#### 4.1. SIMULACION DEL PERFIL INICIAL

El perfil inicial se simuló empleando una función error (Thorpe [1969]), que simula las condiciones en el tanque en coordenadas cartesianas. En la Figura 4.1 se puede observar una comparación entre un perfil realizado por el sensor en el estado inicial de reposo del experimento y el perfil simulado por la función error de distribución de densidad siguiente:

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 - \Delta \operatorname{erf} \frac{z}{2(k\tau)^{1/2}} \right], \quad (1)$$

donde hay que recordar que  $\rho$  es la densidad,  $\rho_0$  es la densidad media,  $\Delta$  es la densidad fraccional,  $z$  es la coordenada vertical que es cero en el punto medio positiva hacia arriba y negativa hacia abajo,  $k$  es la constante de difusión de la sal en agua y  $\tau$  es el tiempo en que se permite la difusión.

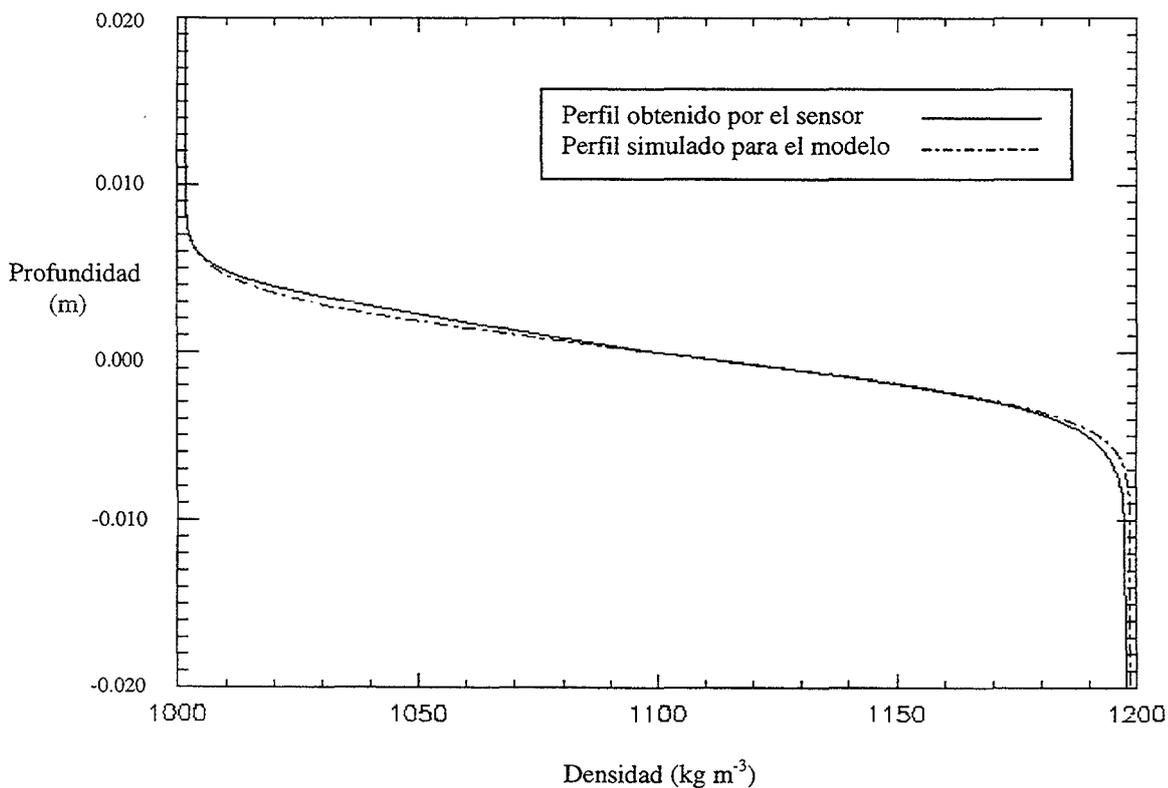


Figura 4.1: Comparación entre el perfil simulado que sirve de entrada al modelo y el perfil medido con el sensor en señal de conductividad (en voltios), que se traduce por la calibración del sensor a conductividad (mS/cm) y que finalmente pasa a densidad ( $\text{kg/m}^3$ ) tras la correspondiente calibración. Aquí se ha representado solo 40 milímetros del perfil, de una interfase de 30.5 milímetros, para que se puedan apreciar las diferencias entre los perfiles, el perfil continúa hasta los  $\pm 0.175$  m, a partir del centro del tanque ( $z=0$ ).

Una vez obtenido el perfil de densidad en coordenadas cartesianas ( $x, y, z$ ) donde se obtiene una dependencia de la densidad respecto a  $z$  para un incremento de  $z$  constante, se realiza el cambio de este perfil a coordenadas isopicnas ( $x, y, \rho$ ) donde se busca una dependencia de  $z$  con la densidad, con un incremento de  $\rho$  constante.

De esta forma se obtiene un perfil en el que cada valor de  $\rho$  representa unas condiciones uniformes, y el tamaño del perfil será el de la interfase porque según el criterio isopicno, la representación de las capas de agua que están por encima y por debajo de la interfase se representan con un único punto, ya que tienen la misma densidad y como se verá más adelante igual velocidad en todo su grosor.

Este último perfil es el que va a ser la entrada inicial al modelo y los resultados vendrán dados de la misma forma, en perfiles en coordenadas isopicnas con un incremento constante de densidad.

En la Figura 4.1 se puede observar la comparación entre un perfil real tomado por el sensor y pasado de señal de conductividad a densidad, y un perfil simulado por la ecuación (1), para el mismo tamaño de capa de mezcla ( $30.5 \text{ mm}$ ) y en coordenadas cartesianas. En esta representación solo se ve el rango de la interfase para poder observar las diferencias habituales entre los perfiles del sensor y los perfiles simulados

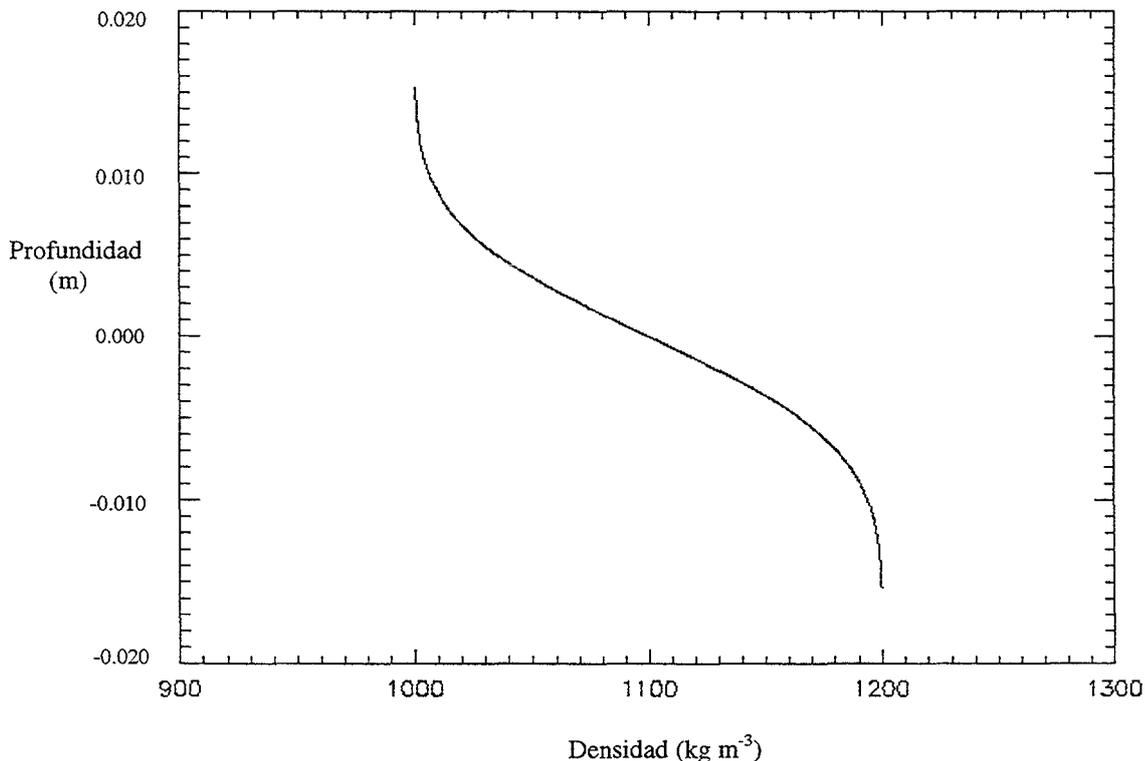


Figura 4.2: Perfil de la Figura 4.1 transformado en coordenadas isopicnas. Obsérvese que el perfil se reduce al tamaño de la interfase,  $0.0305 \text{ m}$ , ya que la representación del resto del tanque según la aproximación de las coordenadas isopicnas es el punto final de cada extremo del perfil. Estos dos puntos extremos representan el fluido contenido en el tanque hasta los bordes superior e inferior a una distancia de  $0.175 \text{ m}$  del centro del tanque.



---

para el modelo. A partir de este punto los perfiles continúan unidos hasta el final del tanque que será en la parte superior hasta que se alcancen los  $17.5\text{ cm}$  y hasta los  $-17.5\text{ cm}$  desde la parte central hacia abajo.

En la Figura 4.2 se puede observar la representación del mismo perfil en coordenadas isopícnas, para un intervalo de densidad de  $0.2\text{ kg m}^{-3}$  constante y las densidades máximas y mínimas ajustadas a los valores que usa el modelo de  $1000$  y  $1200\text{ kg m}^{-3}$ . Se puede comprobar que el perfil se ve reducido al tamaño de la interfase, en este caso de  $0.035\text{ m}$ , donde cada valor de densidad tienen un valor de profundidad.

#### 4.2. PERFIL DE VELOCIDAD

Como se ha explicado teóricamente en la fórmula (5) del apartado 3.4.1., y comprobado por el sensor de velocidad Figura 3.26 del apartado 3.3.5., se puede aproximar la velocidad con que se mueven las dos capas de fluido dentro del tanque a una inclinación dada de la siguiente forma:

$$(2) \quad u = g\Delta f(z)t \operatorname{sen} \theta ,$$

donde  $\theta$  es el ángulo de inclinación,  $t$  el tiempo desde que se inclinó el tanque,  $\Delta$  es la densidad fraccionada,  $g$  la aceleración de la gravedad, y  $f(z)$  es una función del orden de la unidad, positiva para valores de  $z$  positivos y negativa para valores negativos de  $Z$ .

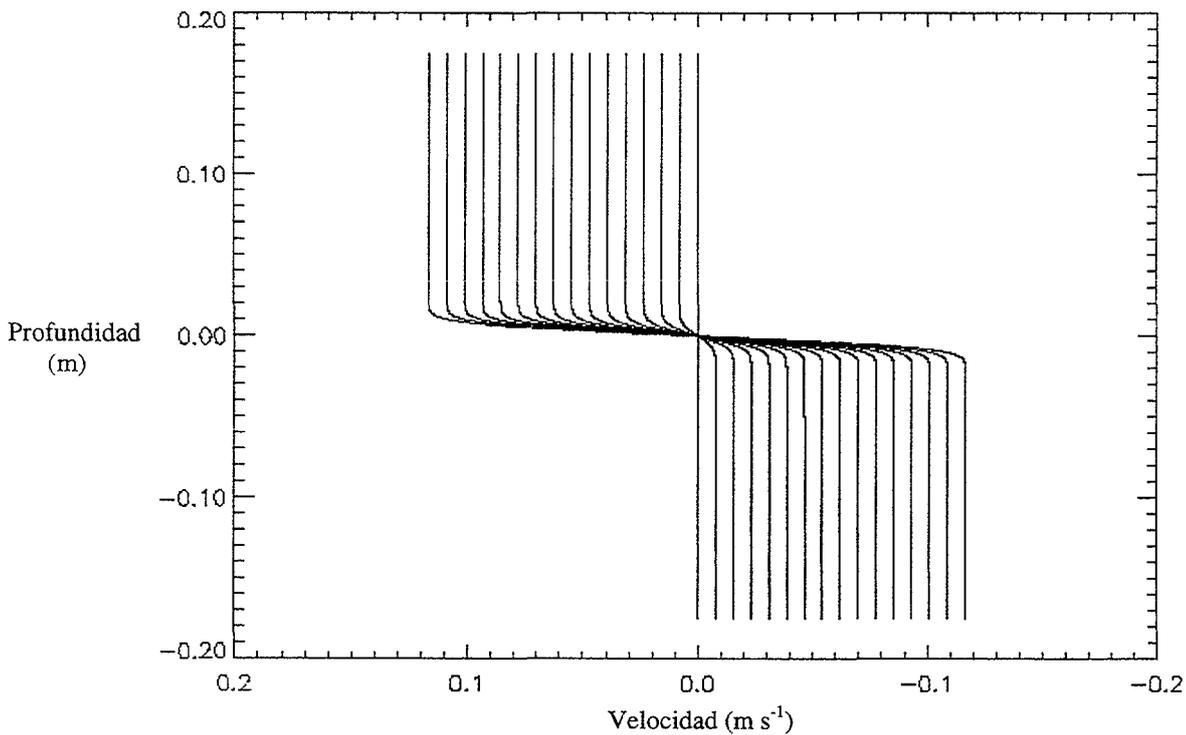


Figura 4.3: Perfil de velocidad simulado de los fluidos dentro del tanque y su transición en la interfase según la fórmula (3), que determina la transición de la velocidad mediante una función error. Para el caso de dos fluidos de  $1000$  y  $1200 \text{ kg m}^{-3}$ , separados por una interfase constante de  $0.0305 \text{ m}$ , con el tanque inclinado  $5^\circ$  y se representa la velocidad cada  $0.1 \text{ s}$  partiendo desde el reposo ( $t=0$ ).

La distribución en profundidad de velocidad en el tanque viene fijada por el perfil de densidad para las aproximaciones de *Thorpe*[1969], que se discuten en la descripción teórica del experimento, y que para la velocidad se pueden resumir en que si  $\Delta \ll l$  y

$t \ll \tau$ , el perfil de velocidad después de un tiempo  $t$  de inclinar el tanque se puede aproximar:

$$u = g\Delta \operatorname{erf} \left[ \frac{z}{2(k\tau)^{1/2}} \right] t \operatorname{sen} \theta, \quad (3)$$

donde  $Z$  es la coordenada vertical que es cero en el punto medio, positiva hacia arriba y negativa hacia abajo,  $k$  es la constante de difusión de la sal en agua y  $\tau$  es el tiempo en que se permite la difusión.

En la Figura 4.3 se muestra la simulación de la velocidad en todo el tanque, donde en la interfase sigue un perfil de función error (3). La representación parte del reposo  $t=0$ , y se dibuja el perfil de velocidad a intervalos de  $0.1$  s, obligando a que la interfase permanezca constante en  $0.0305$  m.

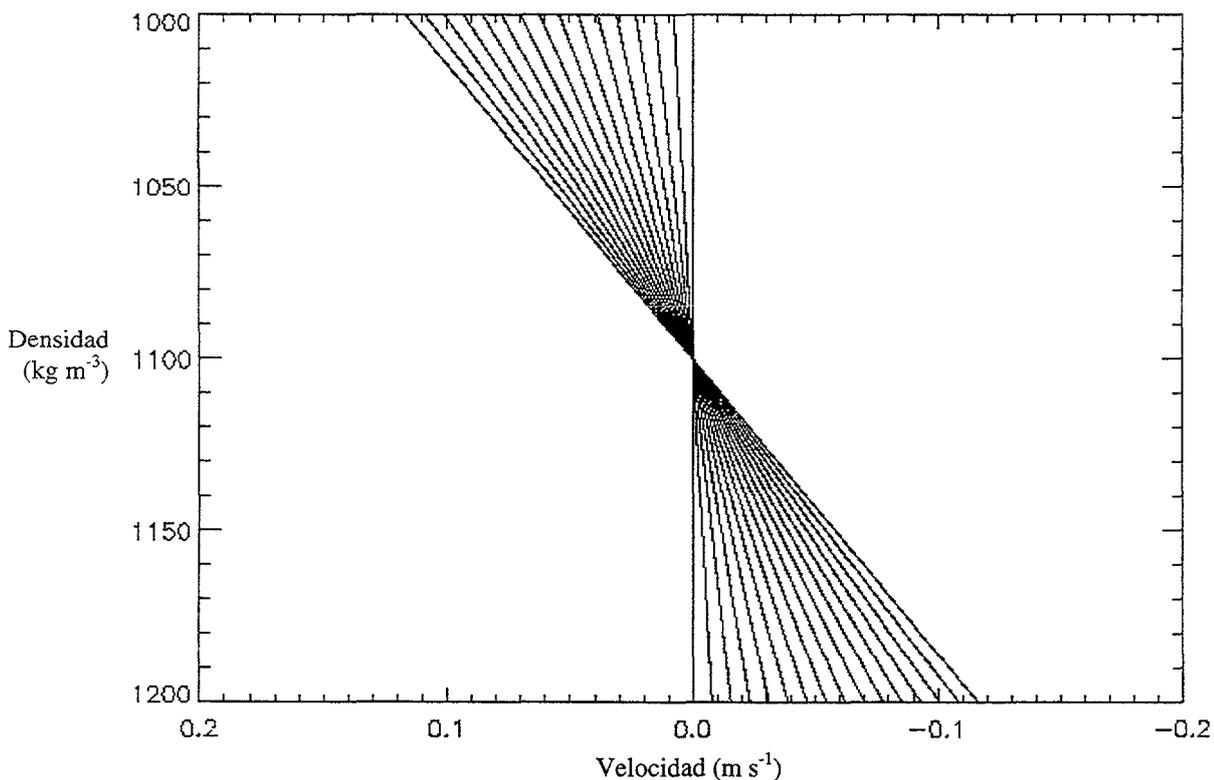


Figura 4.4: Relación entre el perfil de velocidad y la densidad, para el mismo caso que la figura 4.3, donde se ha simulado la velocidad del tanque Para el caso de dos fluidos de  $1000$  y  $1200 \text{ kg m}^{-3}$ , separados por una interfase constante de  $0.0305$  m, con el tanque inclinado  $5^\circ$  y se representa la velocidad cada  $0.1$  s partiendo desde el reposo ( $t=0$ ).

Esto traducido a nuestras coordenadas isopicnas, quiere decir que asigno a cada valor de densidad un valor de velocidad. Esta relación aquí propuesta indica además que la dependencia de la velocidad con la densidad es una dependencia lineal. Donde la transición entre la velocidad de la capa superior a la capa inferior se produce con un incremento constante de la velocidad de manera que en el punto de densidad medio la velocidad será siempre cero. En la Figura 4.4 se representa la evolución de la relación de la velocidad con la densidad, siempre para los mismos valores de incremento de tiempo. La representación indica el desarrollo de la velocidad en la interfase respecto a los valores de las diferentes densidades.

En la Figura 4.5 se puede observar el mismo perfil pero esta vez traducido a coordenadas cartesianas, donde se puede ver que la relación es la misma que la relación de la densidad con la profundidad (una función error). Los valores dibujados corresponden a los mismos valores de tiempo y con la interfase invariable en tamaño. Es necesario destacar la diferencia de escala entre la Figura 4.3 y la Figura 4.5, de forma que las dos representan todo el tanque pero en la Figura 4.5, forma isopicna, solo es necesario representar el tamaño de la interfase, mientras que la Figura 4.3 es en coordenadas cartesianas y hace falta representar todo el tanque.

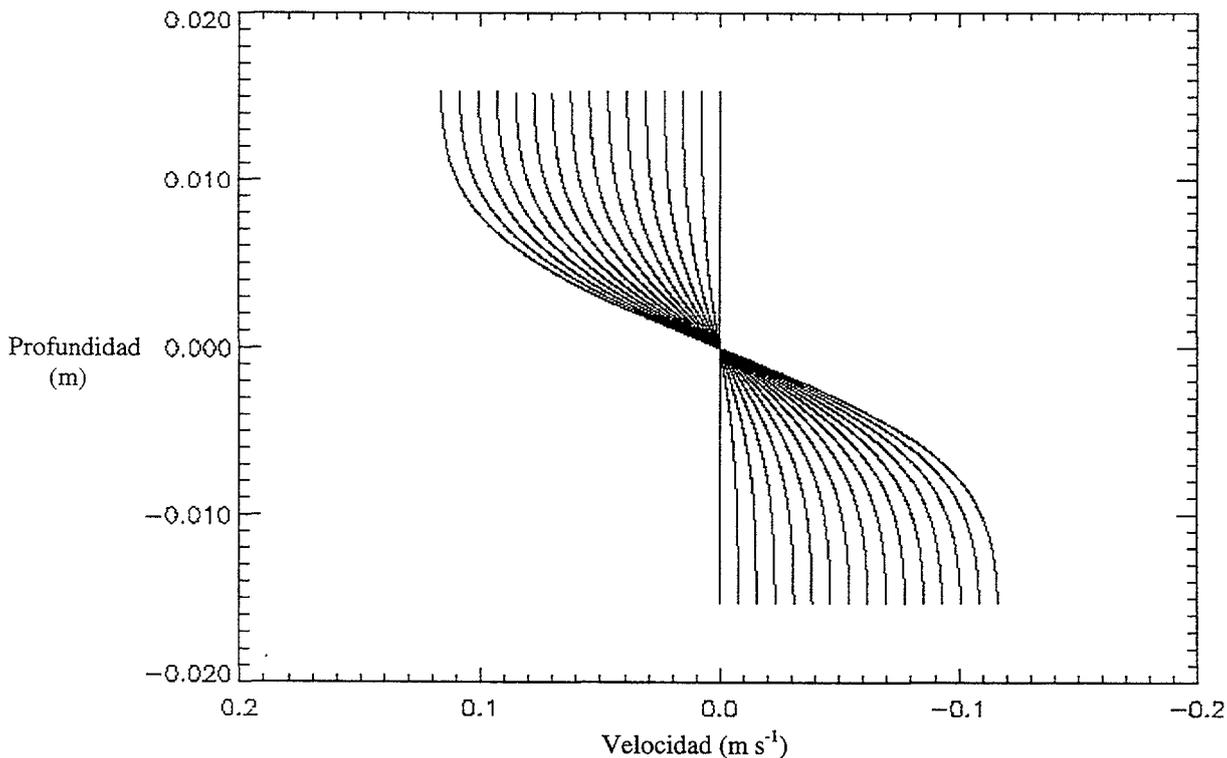


Figura 4.5: Representación de la simulación de las Figuras 4.3 y 4.4, se dibuja la velocidad frente a la profundidad en la capa de mezcla. Para el caso de dos fluidos de  $1000$  y  $1200 \text{ kg m}^{-3}$ , separados por una interfase constante de  $0.0305 \text{ m}$ , con el tanque inclinado  $5^\circ$  y se representa la velocidad cada  $0.1 \text{ s}$  partiendo desde el reposo ( $t=0$ ).

### 4.3. CIZALLA

Como consecuencia directa de la distribución de la velocidad y de que es un movimiento uniformemente acelerado la cizalla se comporta con el tiempo de la forma que se puede ver en la Figura 4.6, donde debido a esta relación lineal entre la velocidad y la densidad la cizalla ( $\partial u/\partial \rho$ ) es uniforme a lo largo de la interfase. Esto representa una novedad con respecto al modelo de Pelegrí-Sangrá, en el que en todo momento la cizalla permanece constante, con un valor de  $2.5 \text{ (kg}^{-2}\text{m}^8\text{s}^{-2})$  en coordenadas isopicnas ( $\partial u/\partial \rho$ )<sup>2</sup>. Esta variación de la cizalla va a ser la responsable del diferente comportamiento de los perfiles de densidad, provocando la formación de varias escaleras en lugar de una sola escalera central. También confirma que si la simulación quiere representar movimiento con velocidad uniforme la correcta forma de hacerlo en coordenadas isopicnas es con un valor constante en toda la interfase.

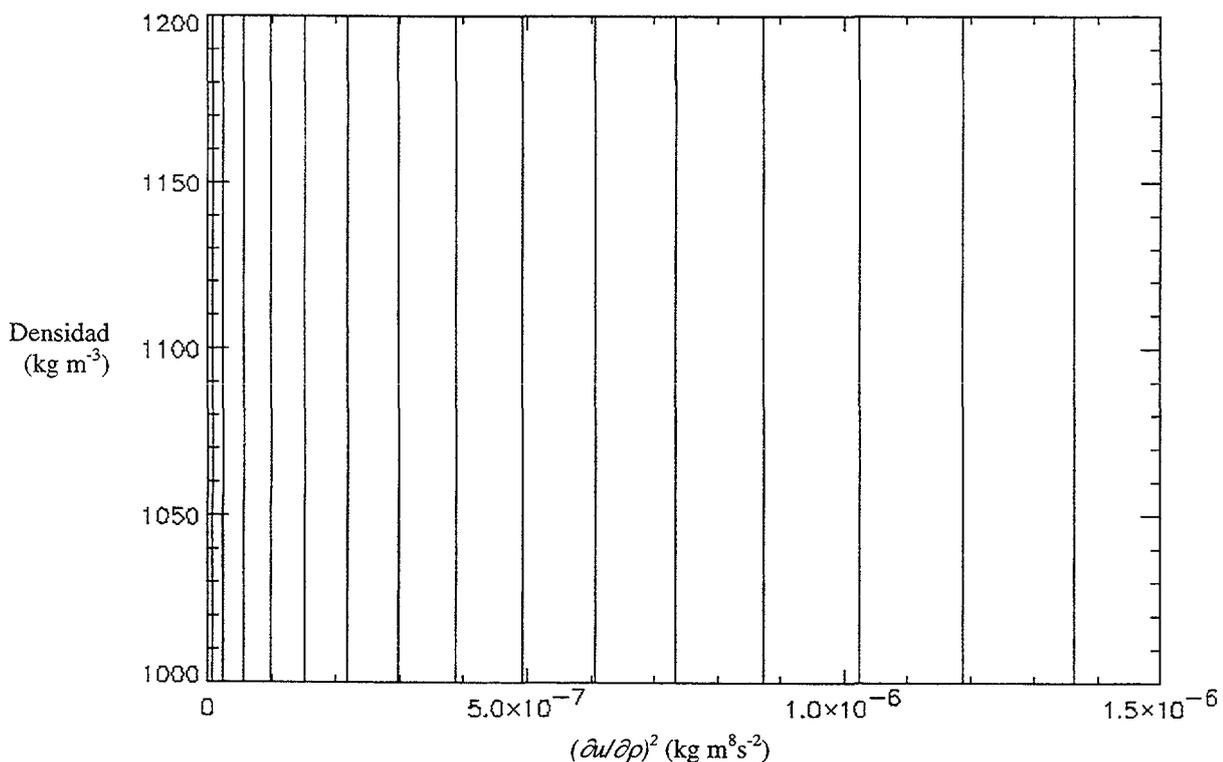


Figura 4.6: Representación de la cizalla en coordenadas isopicnas ( $\partial u/\partial \rho$ )<sup>2</sup> que corresponde a la simulación de la velocidad anterior (Figuras 4.3, 4.4, 4.5). Se puede comprobar como la cizalla es constante en todo el perfil, pero va aumentando a medida que aumenta la velocidad de los fluidos. Para el caso de dos fluidos de  $1000$  y  $1200 \text{ kg m}^{-3}$ , separados por una interfase, que se obliga a que sea constante, de  $0.0305 \text{ m}$ , con el tanque inclinado  $5^\circ$  y se representa la cizalla cada  $0.1 \text{ s}$  partiendo desde el reposo ( $t=0$ ).

En la Figura 4.7 se representa la misma cizalla pero esta vez en coordenadas cartesianas, respecto a la profundidad  $(\partial u/\partial z)^2$  lo que indica que la cizalla vertical no permanece constante con la profundidad a pesar de que lo haga la cizalla isopicna.

Todos estos gráficos son las representaciones de los valores correspondientes a la interfase inicial que representan las Figuras 4.1 y 4.2 con el perfil de velocidad que se representa en las Figuras 4.3, 4.4, y 4.5.

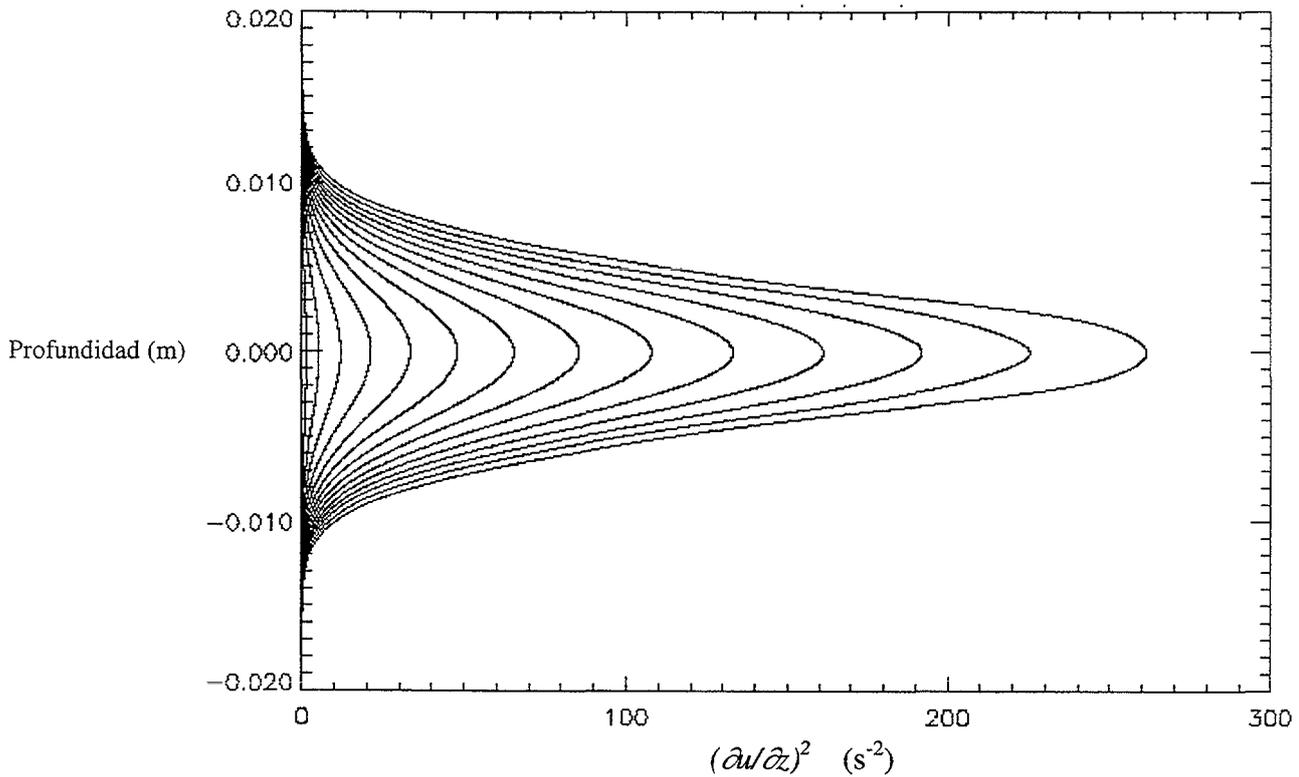


Figura 4.7: Representación de la cizalla en coordenadas cartesianas  $(\partial u/\partial z)^2$  donde puede apreciarse que la cizalla no se mantiene constante a través de la interfase. Para el caso de dos fluidos de  $1000$  y  $1200 \text{ kg m}^{-3}$ , separados por una interfase constante de  $0.0305 \text{ m}$ , con el tanque inclinado  $5^\circ$  y se representa la cizalla cada  $0.1 \text{ s}$  partiendo desde el reposo ( $t=0$ ).

## 4.4. NUEVAS PARAMETRIZACIONES PARA K

Las parametrizaciones usadas en el modelo de Pelegrí-Sangrá son calculadas para el medio oceánico donde la turbulencia de fondo es grande. Tanto en las parametrizaciones de *Peters et al [1988]* como de Munk-Anderson y las que encuentran *Pelegrí y Csanady [1994]* están basadas en datos obtenidos en el medio marino. Estas parametrizaciones aplicadas al modelo en las condiciones del laboratorio, donde la turbulencia latente es muy reducida, dan como resultado una inestabilización muy rápida de las condiciones que se representan en el tanque, donde la estratificación y las diferencias de densidad son muy elevadas. La lectura física del proceso, es que estas condiciones de estratificación no podrían mantenerse en el océano y serían rápidamente destruidas debido a que son unas condiciones muy inestables desde el punto de vista cinético. El modelo responde de la misma forma y se hace inestable en pocas fracciones de segundo, en cuanto tiene un valor de cizalla mínimo.

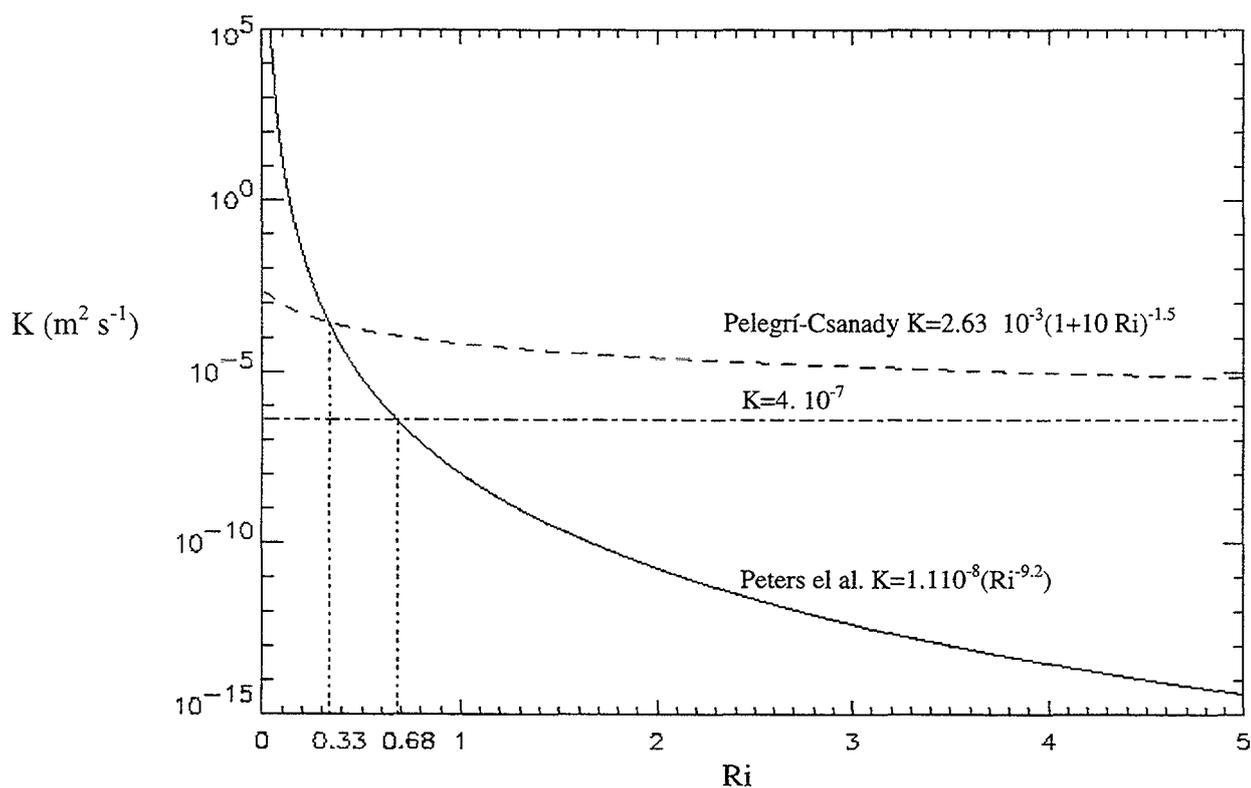


Figura 4.8: Gráfica con las parametrizaciones del coeficiente de difusión turbulenta respecto al número local de Richardson de gradiente. Se representan las parametrizaciones usadas por el modelo de *Pelegrí-Sangrá [1998]* y la modificación que se propone en este trabajo para adecuar la parametrización a las condiciones del tanque. Se representan los cortes con la parametrización segunda de *Peters et al [1988]* que indica el valor del número de Richardson para los cuales la mezcla aumenta y se hace independiente del valor inicial latente del coeficiente de difusión turbulenta.

Debido a esto se han buscado nuevas parametrizaciones más apropiadas a las condiciones que se establecen en el tanque. Partiendo de la base de la parametrización usada por *Pelegrí y Sangrá [1998]*, que encontraban dos parametrizaciones, una para valores de número local de Richardson de gradiente mayores de un determinado valor crítico ( $Ri > 0.33$ ). En estas condiciones usan una parametrización tipo *Munk-Anderson*, dependiente del número de Richardson y de un valor constante ( $k_0$ ) que representa un valor que corresponde a la turbulencia de fondo del océano ( $k = k_0(1 + 10Ri)^{-1.5}$ ). El valor de esa constante se considera que es de  $k_0 = 2.6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , que representa esa turbulencia latente de fondo que se ve incrementada por la fricción entre las capas. Se ha encontrado que el incremento de esta turbulencia de fondo debido a la fricción entre las capas de fluido, tiene una relación que depende de un factor que multiplica al número local de Richardson de gradiente y está elevado a  $2/3$  y que divide a la constante de difusión turbulenta residual  $k_0$ . La segunda parametrización deriva de la parametrización que hace *Peters et al [1988]* para valores del número local de Richardson de gradiente mayores de  $0.33$  ( $Ri < 0.33$ ), donde la relación deja de ser dependiente del valor inicial del coeficiente de difusión turbulencia latente de los fluidos ( $k_0$ ) antes de producirse ninguna cizalla entre capas. La dependencia del número local de Richardson de gradiente se establece como una constante que multiplica a  $Ri^{-9.2}$  ( $k = 1.1 \times 10^{-8} Ri^{-9.2}$ ). Estas dos parametrizaciones sugieren que el proceso tiene dos comportamientos, el primero cuando las condiciones son supercríticas donde el proceso de mezcla es más lento y otro cuando las condiciones son subcríticas donde la mezcla se dispara y solo depende de si el valor del número local de Richardson de gradiente, está por encima o por debajo de un cierto valor crítico.

El modelo de *Pelegrí y Sangrá [1998]* toma esta segunda parametrización de *Peters et al [1988]* a partir del corte con la función para número local de Richardson de gradiente elevado de las dos funciones que tiene lugar en  $Ri = 0.33$ .

La búsqueda experimental de una nueva parametrización que representara mejor las condiciones del tanque, se centró en el ajuste de la parametrización para números de Richardson altos, es decir, para los primeros segundos del experimento donde se produce la aceleración del sistema, antes de que se produzca la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

La obtención de la constante viene detallada en la sección que trata los resultados experimentales y la forma experimental de obtenerla en la descripción del experimento. De esta forma se obtiene un valor global que corresponde a una constante de difusión vertical de densidad forzada por la cizalla durante un tiempo: Esto se hizo midiendo el crecimiento de la interfase durante diferentes intervalos de tiempo, en los cuales se había producido una fricción entre las capas, determinada por el mismo ángulo de inclinación, y similares diferencias de densidad y tamaño inicial de interfase. Una vez obtenido el crecimiento de la interfase se aplica la fórmula de la difusión  $4(k\tau)^{1/2} = \delta z$  y se despeja el valor de la constante de difusión  $k$  que ha producido un crecimiento de la interfase  $\delta z$ , actuando durante un tiempo  $\tau$ .

Con estas valores se buscó una relación entre la constante de difusión y el valor del número de Richardson global en el momento de hacer el segundo muestreo, o de reconstruir la evolución del número de Richardson a lo largo del tiempo pero no se pudo obtener ninguna relación clara, por lo que se tomó una media de las constantes globales obtenidas más cercanas al momento de producirse la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, como parametrización inicial del modelo y a partir del valor del número local de

Richardson de gradiente donde se corta con la curva de la segunda parametrización de *Peters et al. [1988]* ( $k=1.1 \cdot 10^{-8} Ri^{-9.2}$ ), en  $Ri=0.68$  se aplicó esta segunda parametrización, ver Figura 4.8.

En resumen las parametrizaciones que se encontraron más adecuadas para el modelo fueron:

$$\begin{cases} k = 4 \times 10^{-7} & \rightarrow Ri \geq 0.68 \\ k = 1.1 \times 10^{-8} Ri^{-9.2} & \rightarrow Ri < 0.68 \end{cases}$$

En la Figura 4.8 se representan las parametrizaciones empleadas en este trabajo y su comparación con las parametrizaciones usadas por *Pelegrí y Sangrá [1998]* en su modelo. En esta figura se puede observar también el corte entre las dos parametrizaciones con la curva que define *Peters et al [1988]* cuando los valores del número de Richardson son pequeños, ya que esta parametrización de *Peters et al [1988]* es independiente del valor inicial de la turbulencia latente ( $k=1.1 \times 10^{-8} Ri^{-9.2}$ ).

#### 4.5. FILTRO

El filtrado es necesario en este modelo a partir de que empieza a llegar al valor crítico del número local de Richardson de gradiente, donde la constante actual de difusión turbulenta,  $k_f$ , que representa la turbulencia que genera la cizalla, tiene que responder a dos parametrizaciones diferentes. Esta doble respuesta provoca una inestabilidad que tiene que ser filtrada para que el modelo siga funcionando.

El modelo de *Pelegrí y Sangrá [1998]* funciona con un filtro de media móvil o filtro de Asselin usado por *Shapiro [1970]*. El uso de este filtro en las condiciones que se intentan representar en este trabajo, produce tanto un suavizado de los perfiles de las variables como de los perfiles de densidad (ver Figura 4.9), que no responde a las ecuaciones del modelo sino al filtrado en sí mismo, también produce un retardo del modelo ya que no solo elimina las inestabilidades sino que también hace disminuir drásticamente los valores máximos y mínimos de las variables que filtra. Esto tiene como consecuencia que el filtrado provoca una influencia en los resultados finales del modelo muy importante.

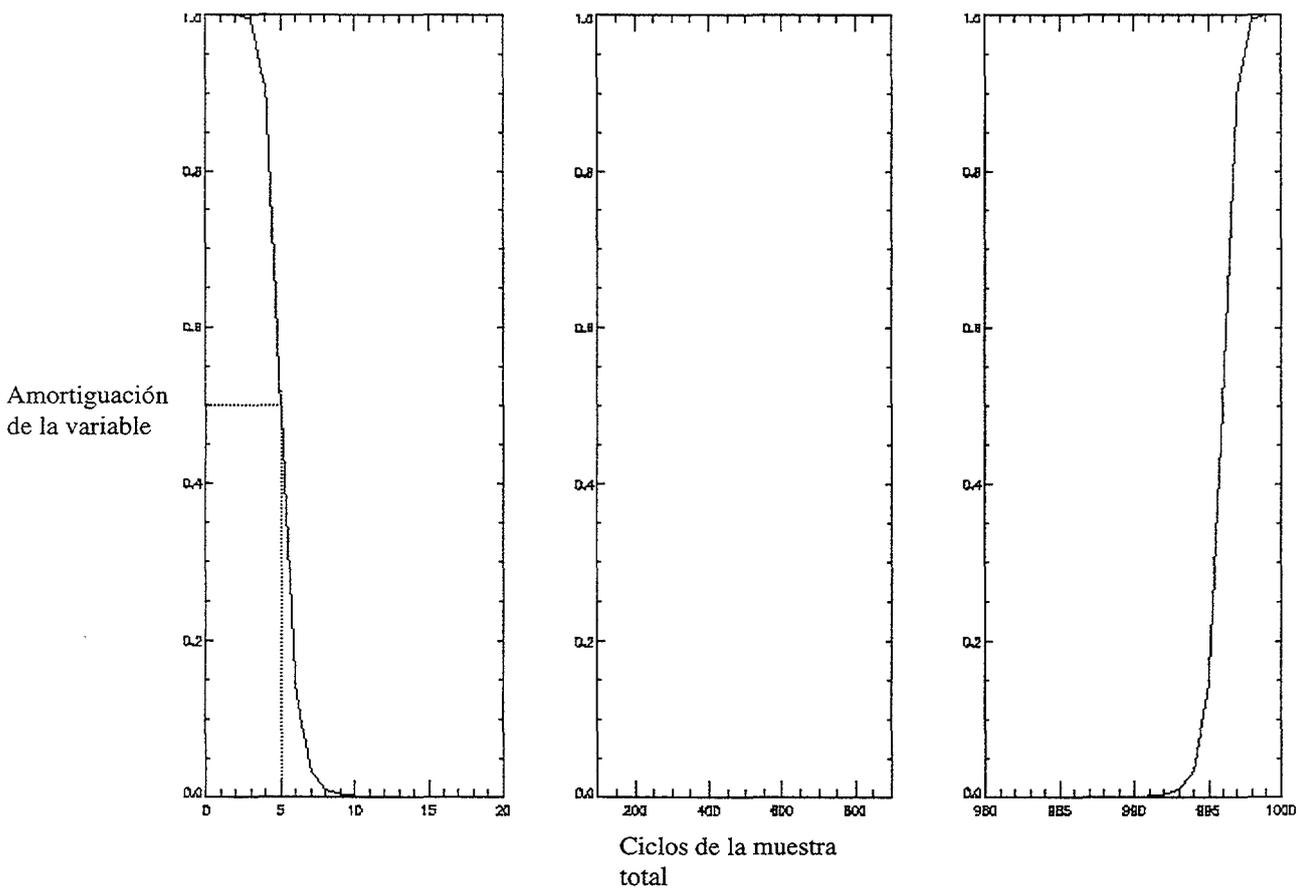


Figura 4.10: Descripción del filtro en n° de onda que se aplica a las variables respecto a la densidad. Se muestra como actúa el filtro respecto al n° de onda en densidad donde el n° de onda de corte de  $5/NT=5/1000*0.2 \text{ kg m}^{-3}=0.025 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3$ , que corresponde a 5 ciclos del total de la muestra (longitud de onda de  $40 \text{ kg m}^{-3}$ ) su amplitud se amortigua a la mitad donde  $N$  es el n° de puntos del array,  $T$  es el intervalo de densidad entre cada punto. Y se eliminan las frecuencias mayores de  $10/NT=10/1000*0.2 \text{ kg m}^{-3}=0.05 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3$ , que corresponde a 10 ciclos del total de la

Para solucionar este problema se probaron otros filtros y fue el filtro de número de onda de paso bajo en densidad con un corte de frecuencia de cinco ciclos del rango total de densidad, que elimina las perturbaciones de longitud de onda menores de  $20 \text{ kg/m}^3$  (10 ciclos del total de la muestra) y reduce a la mitad las longitudes de onda correspondientes a la frecuencia de corte de cinco ciclos del total de la muestra  $40 \text{ kg m}^{-3}$  (ver Figura 4.10), el que mejor resultado ha dado. El filtrado consiste en hacer una transformada de Fourier (Fast Fourier Transform) de la variable que se quiere filtrar y obtener así un vector complejo de las mismas dimensiones que la variable (1000 en el caso general de este trabajo). Donde el primer valor representa el número de onda menor no nulo que se puede encontrar, que es igual a  $1/NT = 0.005 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3$ , donde  $N$  es el número de elementos (1000) y  $T$  el intervalo entre los elementos ( $0.2 \text{ kg m}^{-3}$ ), y corresponde a una longitud de onda de  $200 \text{ kg m}^{-3}$ . El segundo elemento corresponde a un número de onda  $2/NT$  y así sucesivamente hasta llegar al elemento de la mitad del vector ( $N/2$ ) que corresponde al número de onda Nyquist ( $1/2T = 2.5 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3$ , que corresponde a una longitud de onda de  $0.4 \text{ kg m}^{-3}$ ), que es el máximo número de onda que puede darse. A continuación vienen los números de onda negativos, comenzando por el número de onda negativo mayor y disminuyendo el número de onda hasta llegar a el menor que será el elemento último del vector,  $F_{N-1}, F_{N-2}, \dots, F_{(N/2)+1}$ , que les corresponden los números de onda:  $-1/NT, -2/NT, \dots, -(N/2)-1/(NT)$ ; respectivamente.

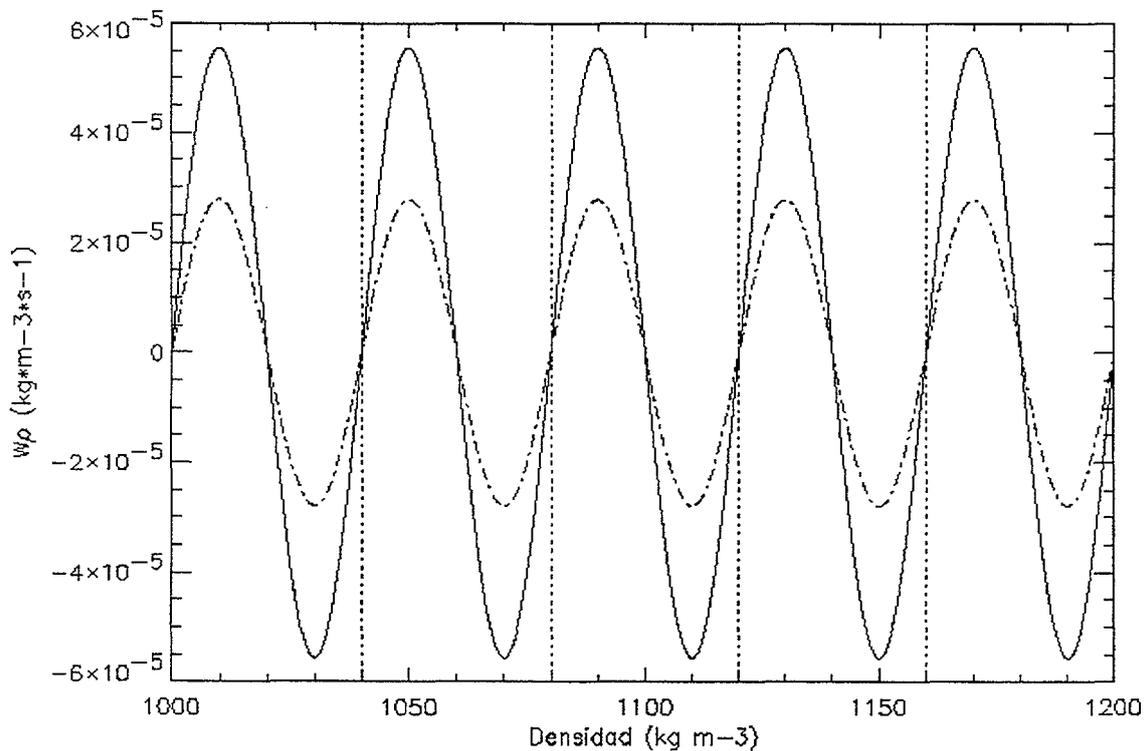


Figura 4.11: Representación del número de onda  $5/NT = 0.025 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3$ , que corresponde a una longitud de onda de  $40 \text{ kg m}^{-3}$  del total del perfil de densidad antes (—) y después (---) de aplicar el filtro de la figura 4.10. Se muestra en trazo discontinuo la longitud de onda en densidad. Se puede comprobar que la amplitud que aporta esta frecuencia a la reconstrucción de la nueva función de  $w_\rho$  filtrada se ha reducido a la mitad.

Al aplicar el filtro de la Figura 4.10, hace que todos los número de onda mayores de un cierto valor se hagan cero, en este caso se hacen cero todas las número de ondas cuya longitud de onda es menor de 10 ciclos del total de la muestra, es decir en este caso se tiene  $200 \text{ kg m}^{-3}$  en toda la muestra, se eliminan todas las variaciones cuya longitud de onda sea menor de  $20 \text{ kg m}^{-3}$ .

En la Figura 4.11 se muestra el ejemplo del número de onda de corte aislada antes y después de haber aplicado este filtro. Este número de onda de corte corresponde a  $5/NT=5/1000*0.2 \text{ kg m}^{-3}=0.025 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3$ , que corresponde a una longitud de onda de 5 ciclos del total de la muestra, es decir una longitud de onda de  $40 \text{ kg m}^{-3}$ . Se puede comprobar en la gráfica que la amplitud de ese número de onda a la reconstrucción de la nueva variable filtrada se reduce a la mitad.

En la Figura 4.12 se representa el valor de la variable de tendencia de densidad  $w_\rho$ , antes y después de ser filtrada por el filtro en número de onda y por el filtro de media móvil. Las dos resultantes del filtrado han sido desplazadas  $0.0005 \text{ kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ , para que no quedaran tapadas y se pudieran comparar sus resultados. Se puede ver como el filtro de media móvil modifica mucho más los valores máximos y mínimos de la variable que filtra, lo que produce que el modelo se vea retardado y dependa bastante del filtro.

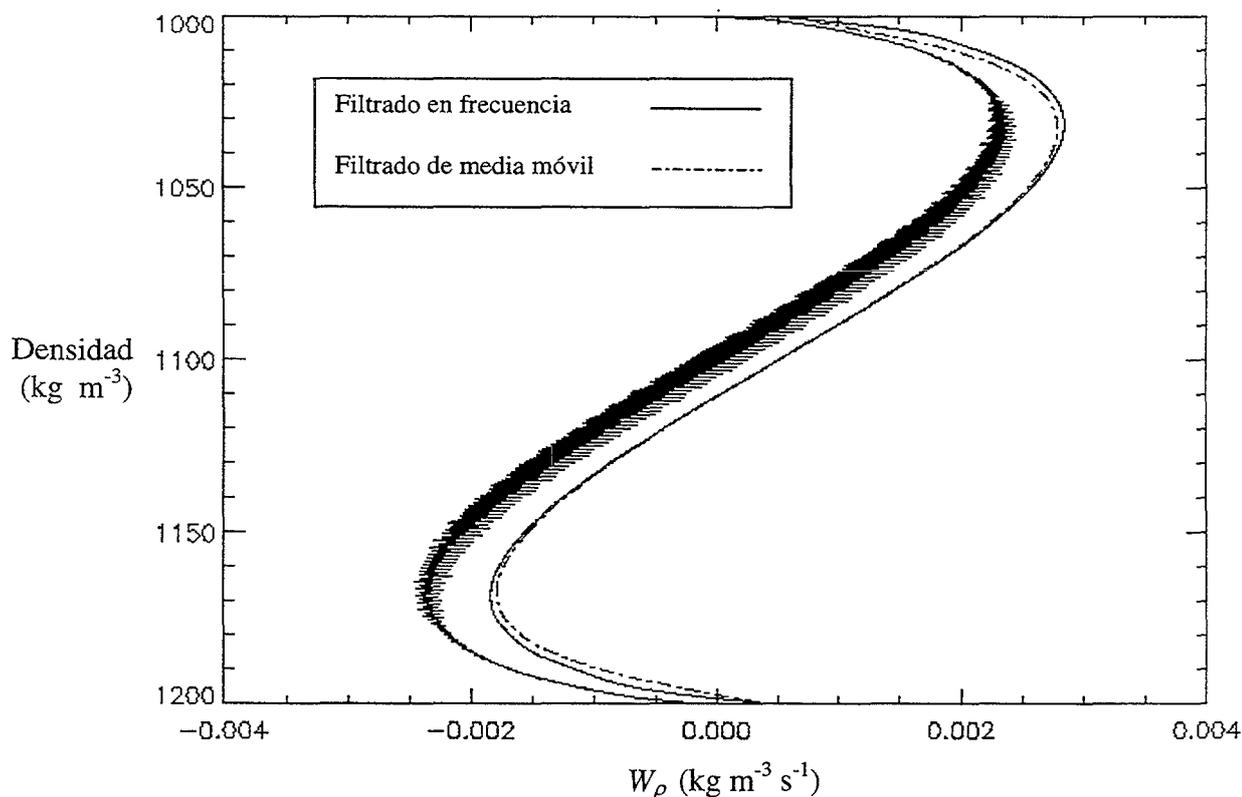


Figura 4.12: Representación de la variable  $w_\rho$  sin filtrar y después de aplicarle los dos tipos de filtro, de frecuencia y de media móvil. Los resultados de los dos filtros han sido desplazados  $0.0005 \text{ kg m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ . Se puede comprobar el efecto del filtro de media móvil frente al filtro de frecuencia, donde el de media móvil pierde los valores máximos y mínimos de la variable y la forma del inicio y final de la variable.

Otro efecto es el que actúa sobre los bordes de las variables, modificando la forma de estas lo que produce un efecto en los límites de la interfase que no son correspondientes a las ecuaciones del modelo sino al efecto del filtrado de media móvil. Como se puede ver en las gráficas de la Figura 4.13, donde se representan los perfiles de densidad simulados para el instante  $t=1$  s después de inclinar el tanque con incremento de tiempo de  $0.01$  s por el modelo, comparados con el perfil inicial.

En la Figura 4.13 (a) se representa el perfil cuando las variables  $W_\rho$ ,  $F_\rho$ ,  $K_f$ , y  $Ri$  del modelo se han filtrado en número de onda en cada paso y en la Figura 4.13 (b) usando un filtro de media móvil para todas las variables en cada paso. Se puede ver como se presenta el efecto de aumento de la interfase debido solamente al filtrado.

Por estas razones el filtro de media móvil afecta a la memoria del proceso porque retarda el efecto de las variables en cada paso. Y aumenta el tamaño de la interfase que es independiente de las ecuaciones y dependiente del número de veces que se ejecuta este filtro en cada paso del modelo.

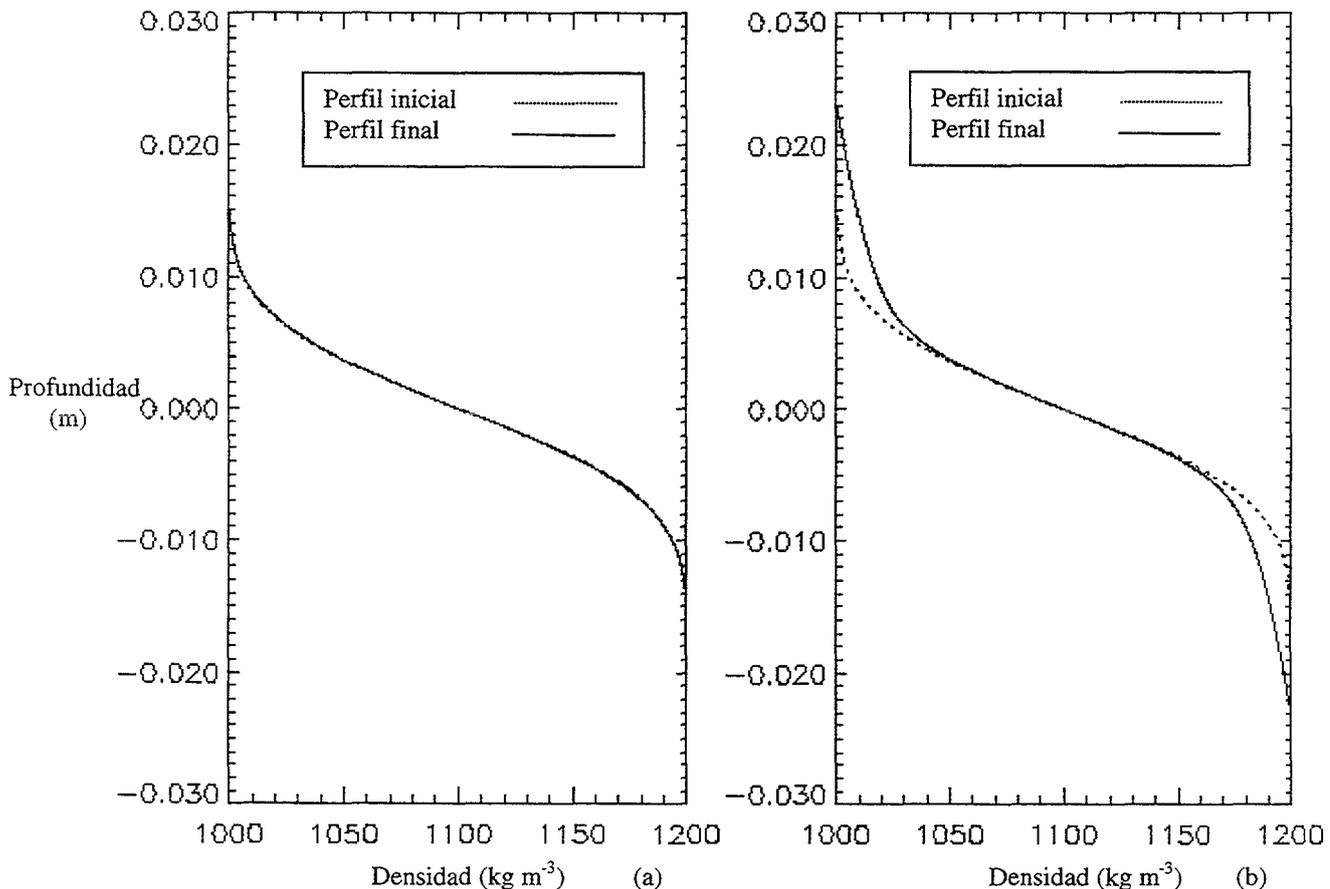


Figura 4.13: Representación de perfiles de densidad y profundidad para el modelo después de un segundo de simulación con un incremento de tiempo de  $0.01$  s. (a) El perfil cuando se aplica al modelo el filtro de frecuencia descrito en este apartado, aplicado a  $W_\rho$ ,  $Ri$ ,  $F_\rho$ ,  $K_f$ . (b) Cuando se aplica al modelo un filtro de media móvil en cada paso a todas las variables.

---

Con el filtro en número de onda se evitan los problemas del suavizado de los perfiles de densidad y que las variables se vean claramente influenciadas por el filtro, además las variables filtradas conservan sus valores máximos. Otra ventaja de este filtro es que solo es necesario usarlo con pocas variables en cada paso, mientras que para estabilizar el modelo con el filtro anterior es necesario filtrar en cada paso, varias veces todas las variables. El filtro amortigua las variaciones de las variables menores de un cierto número de onda, y solo cuando las variaciones superan ese valor de corte se ven reflejadas en los resultados.

#### 4.6. IMPLEMENTACION

En primer lugar se calculan las condiciones iniciales antes de que se incline el tanque, donde se simula a partir de los datos iniciales de tamaño de la interfase, densidades máxima y mínima y ángulo de inclinación, el perfil inicial de densidad ( $Z$ ). Y de este se obtienen los perfiles de la frecuencia de Brünt-Vaisala ( $N$ ), y del Jacobiano inicial ( $J$ ), además de las variables correspondientes a cada experimento como densidad media, e incremento de densidad. En este momento se sitúa el origen del tiempo y se inicia el bucle con el valor del coeficiente total de difusión turbulenta igual a cero ( $K_t=0$ ).

Antes de que comience el bucle se determina el incremento de tiempo, y se comienza el bucle con el cálculo del primer perfil de velocidad ( $U$ ) y de cizalla ( $(\Delta U/\Delta \rho)^2$ ) como han sido descritos en los apartados 4.3 y 4.4. Con la cizalla y el jacobiano inicial se calcula el perfil del número local de Richardson de gradiente ( $Ri=(g/\rho)*(J/(\Delta U/\Delta \rho)^2)$ ).

Seguidamente se calcula el tiempo de retraso, que para este modelo se usa el inverso del valor de la frecuencia de Brünt-Vaisala en cada punto del perfil ( $NB=1/N$ ). Una vez obtenidos estos valores, se puede calcular el coeficiente de difusión turbulenta que va a usar el modelo en cada paso. El origen del cálculo proviene de la descripción del modelo de *Pelegrí y Sangrá [1998]*, que ahora se recuerda. Se parte del desarrollo de Taylor en primer grado de la difusión vertical turbulenta de la densidad:

$$K(t) = K(t - \tau) + \left( \frac{\partial K}{\partial t} \right)_{(t-\tau)} \tau.$$

Esta ecuación relaciona la constante vertical de difusión turbulenta en un tiempo  $t$  con las condiciones que se dieron  $\tau$  tiempo antes. De esta ecuación deriva la ecuación de Langevin:

$$\frac{\partial K_t}{\partial t} \tau = -K_t + K_f.$$

Para este modelo se definen  $K_f=K(t)$ , como el coeficiente de forzamiento que introduce en cada paso nueva turbulencia, dependiente de la cizalla. Y  $K_t=K(t-\tau)$ , la turbulencia total que actúa en cada paso del modelo, que tiene que tener en cuenta la turbulencia que se está creando en cada paso y la turbulencia que había un cierto tiempo anterior. Así pues de esta última ecuación se extrae el valor del coeficiente de difusión turbulenta que opera en cada paso del modelo. Haciendo de las derivadas incrementos:

$$\tau \frac{\Delta K_t}{\Delta t} = -K_t + K_f \Rightarrow \frac{\Delta K_t}{\Delta t} = \frac{K_f - K_t}{\tau} \Rightarrow \Delta K_t = \left( \frac{K_f - K_t}{\tau} \right) \Delta t.$$

De esta forma, el cálculo en cada paso de tiempo del modelo queda:

$$K_t^{t+1} = K_t^t - \left( \frac{\Delta t (K_f - K_t)^t}{\tau} \right).$$

donde  $\Delta t$  es el incremento de tiempo en cada paso, y los superíndices indican el momento del tiempo, donde  $t+1$  es el nuevo valor de la variable y  $t$  es el valor del paso anterior de tiempo.

El siguiente paso consiste en calcular el coeficiente de forzamiento del coeficiente de difusión turbulenta, que es el que se está produciendo en el instante de tiempo presente. Para valores de  $Ri$  mayores del valor de corte entre las dos parametrizaciones (0.68); el coeficiente es constante ( $K_f=4 \times 10^{-7}$ ), y para valores menores dependerá del número de Richardson ( $K_f=1.1 \times 10^{-8} Ri^{-0.2}$ ). Este valor del perfil será utilizado en el siguiente paso del bucle.

Una vez que se tiene el coeficiente de difusión turbulenta que actúa en este paso de tiempo ( $K_t$ ), se puede calcular el flujo de densidad ya que están relacionados directamente por:

$$F_\rho = -K_t \frac{\partial \rho}{\partial z} \Rightarrow F_\rho = -\frac{K_t}{J}$$

Obtenido de esta forma el flujo de densidad ( $F_\rho$ ), se puede calcular la tendencia de densidad teniendo en cuenta que en coordenadas isopícnas ( $x, y, \rho$ ), queda:

$$w = \frac{\partial z}{\partial t} + u \frac{\partial z}{\partial x} + v \frac{\partial z}{\partial y} + w_\rho \frac{\partial z}{\partial \rho} = \frac{dz}{dt} + w_d.$$

Estando en el supuesto de que la convergencia o divergencia del flujo diapícnico es mucho mayor que la del flujo horizontal, se puede aproximar su divergencia por la derivada en la componente densidad:

$$-\nabla F \approx -\frac{\partial F_\rho}{\partial \rho} = w_d = w_\rho \frac{\partial z}{\partial \rho} = w_\rho J$$

Despejando  $w_\rho$  se obtiene:

$$w_\rho = -\frac{\partial F_\rho}{\partial \rho} \frac{1}{J},$$

haciendo las derivadas en incrementos, el cálculo numérico para la tendencia de densidad queda:

$$w_\rho = -\frac{\Delta F_\rho}{\Delta \rho} \frac{1}{J}$$

Si ahora se toma la ecuación de conservación de la masa en coordenadas isopícnas, para el caso en que la mezcla diapícnica es predominante a la mezcla epipícnica y a los flujos de masa horizontal de Reynolds, y cuando los términos advectivos son relativamente pequeños, se tiene que la ecuación de conservación de masa queda reducida a:

$$\frac{\partial J}{\partial t} \approx \frac{\partial(w_\rho J)}{\partial \rho} \Rightarrow \frac{\Delta J}{\Delta t} = J \frac{\Delta w_\rho}{\Delta \rho} + w_\rho \frac{\Delta J}{\Delta \rho} \Rightarrow J^{t+1} = J^t - \Delta t \left( J \frac{\Delta w_\rho}{\Delta \rho} + w_\rho \frac{\Delta J}{\Delta \rho} \right)^t,$$

Donde  $\Delta t$  es el incremento de tiempo en cada paso, y los superíndices indican el momento del tiempo, donde  $t+1$  es el nuevo valor de la variable y  $t$  es el valor del paso anterior de tiempo.

Una vez obtenido el Jacobiano se reconstruye el nuevo perfil de densidad y profundidad, tomando como punto de inicio el valor medio de la profundidad que se asigna siempre el valor cero y el perfil es simétrico respecto a su punto medio con los valores positivos de profundidad hacia arriba y negativos hacia abajo. Y a partir de este valor se reconstruye el perfil completo sabiendo que:

$$J = \frac{\Delta z}{\Delta \rho} \Rightarrow \Delta z = J \Delta \rho \Rightarrow Z_{(i+1)} = Z_{(i-1)} + J_{(i)} (2\Delta \rho),$$

Donde  $\Delta \rho$  es el incremento de densidad entre dos puntos consecutivos, por lo que se multiplica por 2 ya que  $J = \Delta Z / \Delta \rho$ , como todas en este trabajo, es una derivada centrada en  $i$ .

En estas simulaciones se ha empleado un incremento de densidad de  $0.2 \text{ kg m}^{-3}$  ya que se utiliza una diferencia de densidad de  $200 \text{ kg m}^{-3}$  (densidad máxima  $1200$  y densidad mínima  $1000 \text{ kg m}^{-3}$ ) y  $1000$  número de puntos que tiene cada variable (Figura 4.14).

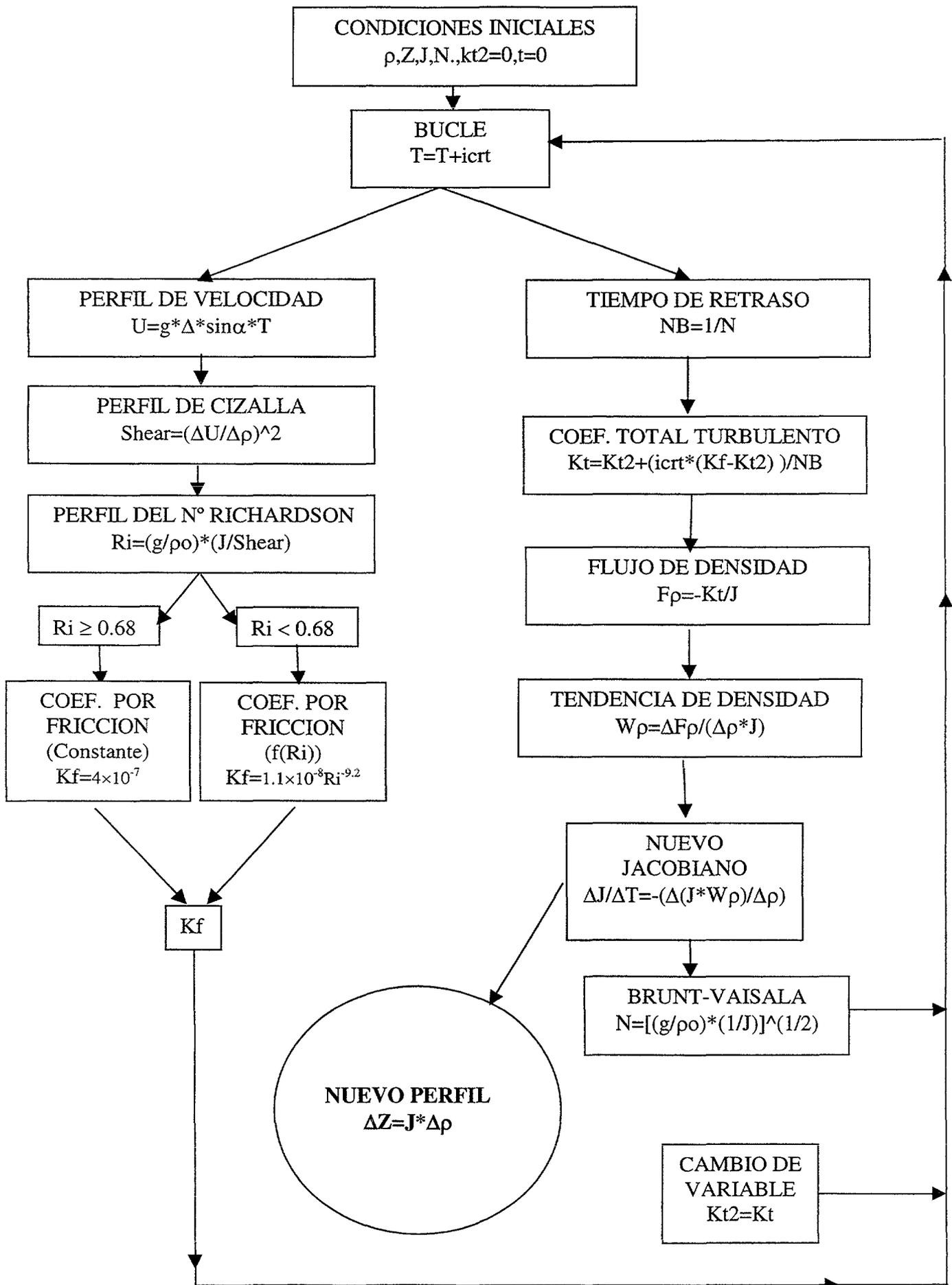


Figura 4.14: Esquema de la realización del modelo

### 4.7. CONDICIONES INICIALES

Las variables iniciales se muestran en las gráficas de la Figura 4.15, y representan el momento anterior a la inclinación del tanque. Partiendo del perfil de densidad que simula una interfase de  $0.05\text{ m}$ , con unas densidades de  $1000$  y  $1200\text{ kg m}^{-3}$ , un incremento de densidad de  $0.2\text{ kg m}^{-3}$ , ya que la resolución de los perfiles se ha fijado en  $1000$  puntos. De este perfil inicial se obtienen los perfiles de la frecuencia de Brunt-Väisala y del Jacobiano, que son entradas del modelo.

En las Figuras 4.15 (a) y (b) se compara el perfil de densidad inicial en coordenadas cartesianas  $(x,y,z)$  y el correspondiente en coordenadas isopícnas  $(x,y,\rho)$ .

En la gráfica de la figura 4.15 (c) se muestra el perfil de la frecuencia de Brunt-Väisala, este es un punto importante en el modelo por dos razones, la primera es porque determina el tiempo retraso inicial que se va a usar en el modelo ( $\tau=N^{-1}$ ) haciendo en

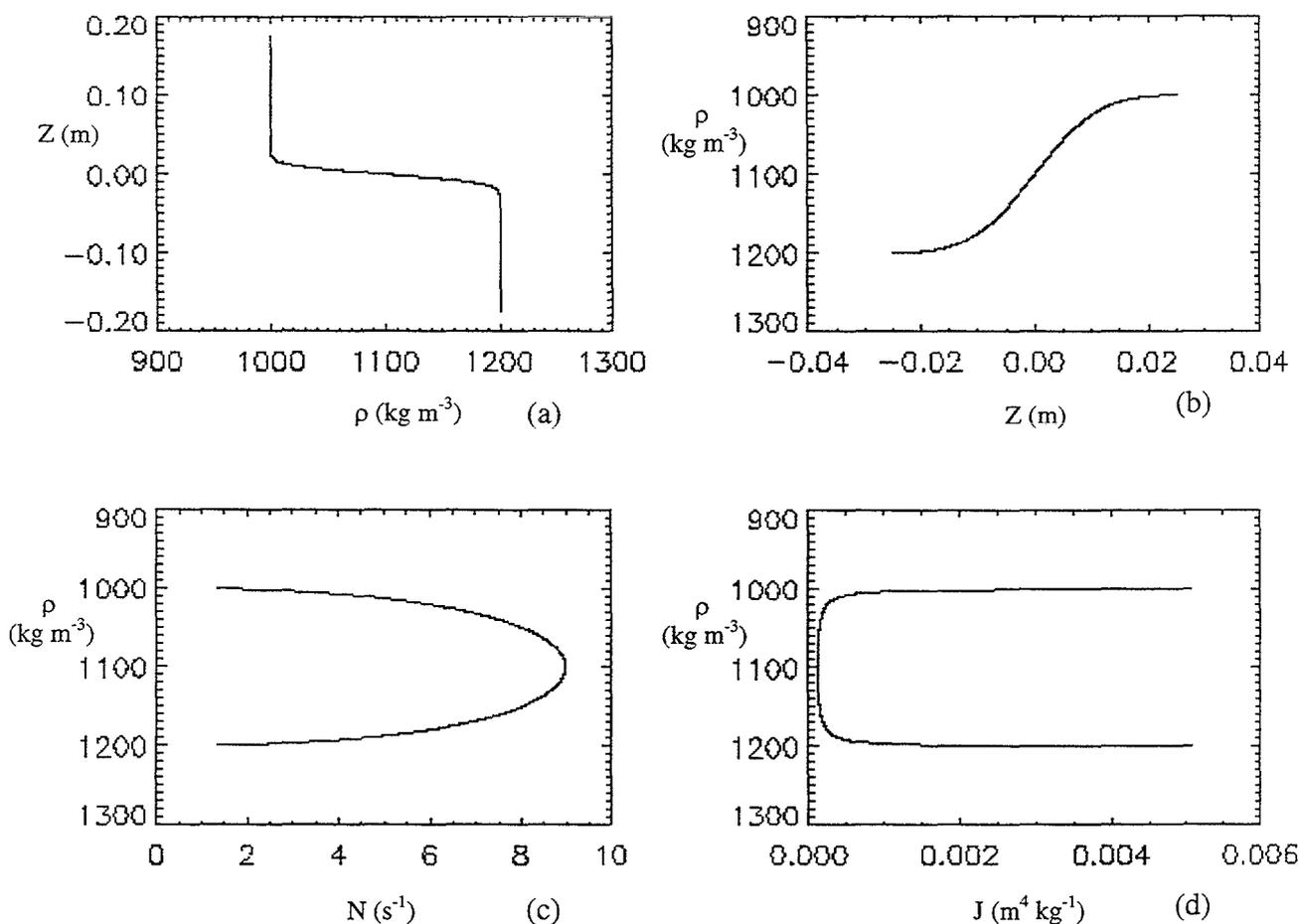


Figura 4.15: Condiciones iniciales estándar del modelo, estas serán las condiciones iniciales para las siguientes gráficas de este apartado. (a) Se ha simulado una interfase de  $0.05\text{ m}$ , densidades de  $1000$  y  $1200\text{ kg m}^{-3}$ , que comprende toda la profundidad del tanque ( $0.35\text{ m}$ ). (b) El mismo perfil de (a) en coordenadas isopícnas, con un intervalo de densidad de  $0.2\text{ kg m}^{-3}$ , y  $1000$  puntos la resolución de los perfiles. (c) Perfil correspondiente de frecuencia de Brunt-Väisala, para la interfase representada en (b). (d) Perfil del Jacobiano inicial correspondiente.

cada paso la inversa del valor del perfil, para tener un tiempo de retraso para cada punto del perfil, y en segundo lugar porque este perfil inicial acota un poco el intervalo de tiempo adecuado para el modelo, ya que según *Pelegrí y Sangrá [1998]* para que tenga efecto la memoria del sistema el incremento de tiempo en cada paso del modelo debe ser entre 10 y 100 veces menor que este tiempo de retraso. Con las condiciones iniciales que muestra la Figura 4.15 (c) de la frecuencia de Brunt-Väisala se puede aproximar que el máximo está en torno a  $9 s^{-1}$  y el mínimo sobre  $1 s^{-1}$ , lo que indica que el retraso inicial ( $\tau=N^{-1}$ ) está entre 1 s y 0.1 s, esto hace que el incremento de tiempo adecuado según *Pelegrí y Sangrá [1998]* se encuentra entre los valores 0.1 y 0.001 s. La gráfica (d) de la Figura 4.15 muestra el perfil del Jacobiano, donde se puede comprobar que los valores mínimos son muy pequeños comparados con los valores de una interfase en el océano, esto orienta sobre las extremas condiciones que se están simulando tanto por el tamaño de la interfase como por las diferencias de densidad que se estudian que, como se ha señalado no responde a las normales parametrizaciones del océano, y que produce esos valores tan bajos de memoria temporal, que sugieren esos incrementos del tiempo tan bajos para el modelo debido a que la frecuencia de Brunt-Väisala es tan alta. Debido a estas condiciones tan extremas de estratificación y diferencias de densidad es por lo que el modelo necesita un filtro tan severo y por esto ha puesto de manifiesto las limitaciones que tiene el filtro de Asselin para este modelo, lo que condujo a la búsqueda de otro tipo de filtrado.

## 4.8. RESULTADOS

Los resultados que se van a mostrar en este apartado corresponden a los perfiles de las variables respecto a la densidad, una interfase de  $0.05\text{ m}$ , con un incremento de densidad de  $0.2\text{ kg m}^{-3}$ , una resolución de  $1000$  puntos, una diferencia de densidad de  $200\text{ kg m}^{-3}$ , para una densidad máxima de  $1200\text{ kg m}^{-3}$  y una densidad mínima de  $1000\text{ kg m}^{-3}$ , un ángulo de inclinación de  $5^\circ$ , y un incremento de tiempo de  $0.01\text{ s}$ .

En la Figura 4.16 se muestra una simulación del modelo del perfil de densidad con la profundidad, a los (a)  $1.00\text{ s}$ , (b)  $2.00\text{ s}$ , y (c)  $2.24\text{ s}$ , después de la inclinación del tanque. La línea discontinua muestra el perfil inicial mientras que la continua muestra el perfil en cada instante de tiempo señalado en la gráfica. Se puede observar a primera vista una diferencia con el modelo de *Pelegrí y Sangrá [1998]*, ya que se produce una primera escalera que evoluciona a dos estructuras del mismo tipo que se separan, con estas condiciones de ejecución del modelo. Hay que señalar que para esta primera ejecución la velocidad ha aumentado de forma constante con el tiempo sin tener en cuenta el tiempo que se tarda en inclinar el tanque, es decir que desde el primer instante de tiempo el tanque está inclinado  $5^\circ$ . En las gráficas de las siguientes figuras se analizan las variables del modelo de la misma ejecución que han producido los perfiles de densidad de la Figura 4.16.

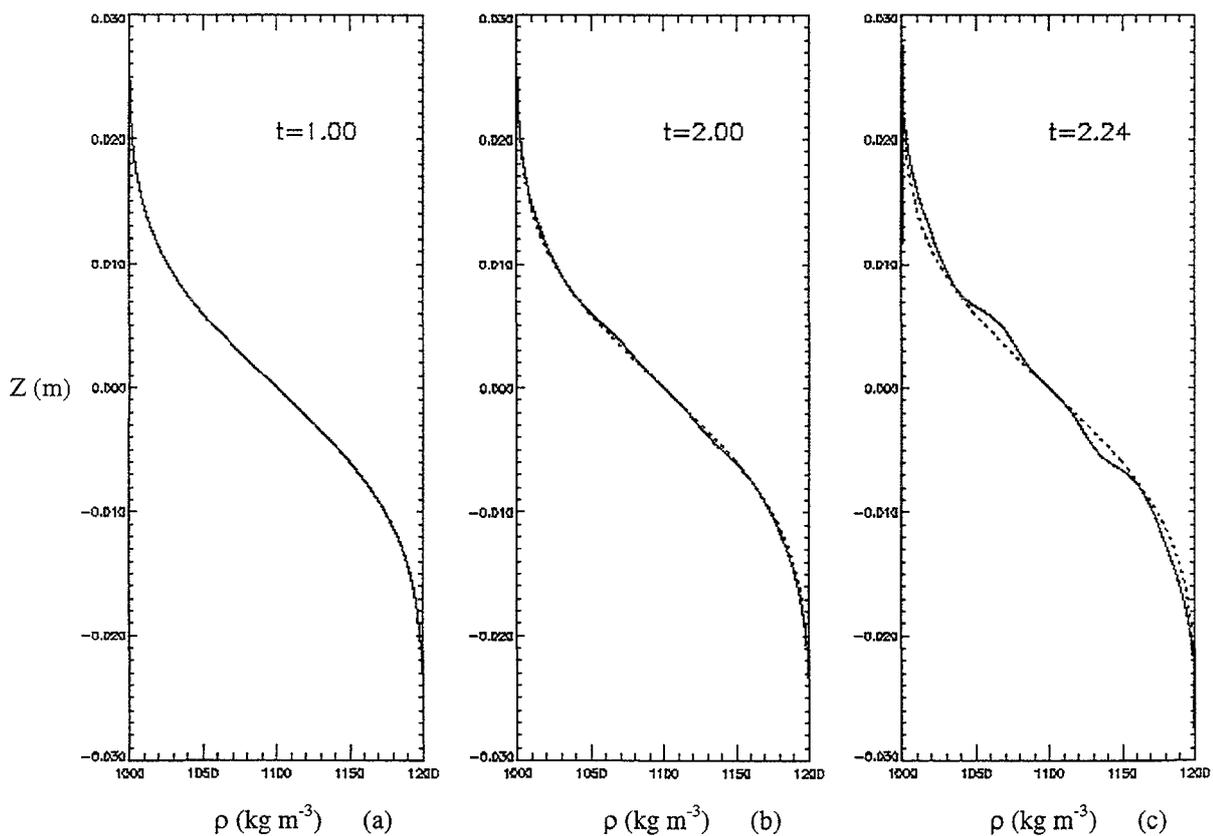


Figura 4.16: Gráficas de la simulación de la evolución del perfil de densidad con la profundidad para las condiciones establecidas anteriormente a los (a)  $1.00\text{ s}$ , (b)  $2.00\text{ s}$ , y (c)  $2.24\text{ s}$ , de la inclinación del tanque. Se observa la formación de un primer escalón que deriva en dos escalones, en lugar de un único escalón del modelo *Pelegrí y Sangrá [1998]*.

Se puede ver en las gráficas como en este caso el modelo da como resultado dos escalones, que se ve reflejado en los perfiles de las variables. En la gráfica 4.17 (a) se representa el perfil del Jacobiano multiplicado por  $10^4$  con respecto a la densidad, donde se puede ver como el Jacobiano una vez que se ha producido la forma de escalera del perfil (2.00 s) con el tiempo se va estabilizando, es decir aumenta su valor absoluto especialmente en la parte central del perfil. Lo que significa que el sistema, desde el punto de vista de la estratificación, responde a la cizalla con una estabilización global producido por la modificación de su perfil de densidad. En la gráfica de la Figura 4.17 (b) está representado el Flujo vertical de densidad, donde existe un máximo, en valor absoluto, en la parte central del perfil como en el caso del modelo de *Pelegrí y Sangrá [1998]*, pero a ambos lados de la parte media del perfil se encuentran los máximos que corresponden a la formación de las escaleras. De igual manera se puede comprobar este extremo en las gráficas de las variables de Tendencia de densidad y de Convergencia diapicna, representadas en las Figuras 4.17 (c) y (d) respectivamente.

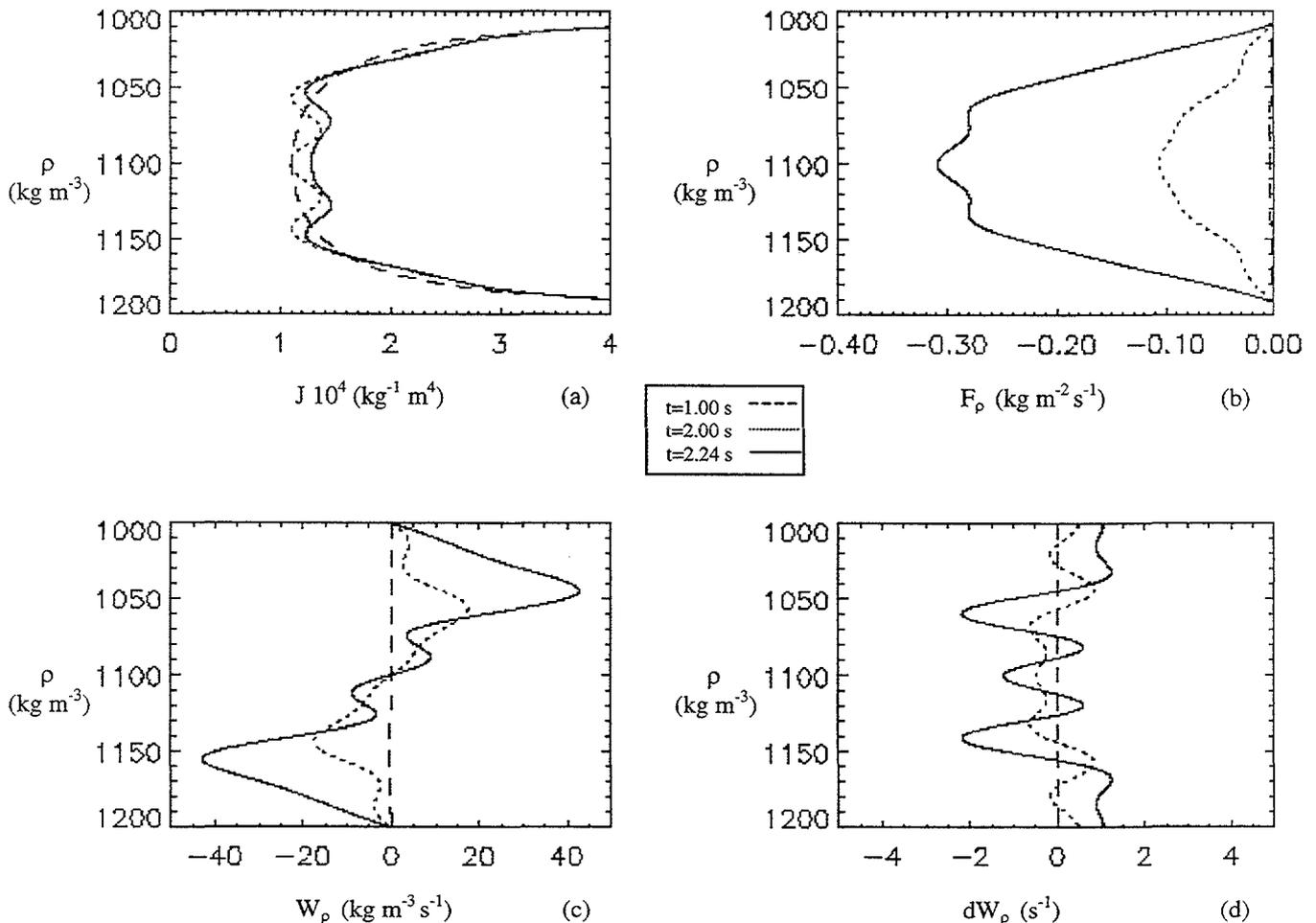


Figura 4.17: Gráficas de las variables: (a) Jacobiano multiplicado por  $10^4$ , (b) Flujo vertical de densidad, (c) Tendencia de densidad, y (d) Convergencia diapicna, que corresponden a la misma ejecución de las gráficas de densidad de la Figura 6.2. Se puede ver en todas las gráficas la evolución de la escalera sencilla a la doble y la comparación con las gráficas de las mismas variables de *Pelegrí-Sangrá [1998]*.

En la Figura 4.18 se representan las variables (a) número local de Richardson de gradiente, (b) frecuencia de Brunt-Väisala, (c) coeficiente de difusión turbulenta actual ( $K_f$ ) multiplicado por  $10^5$ , y (d) coeficiente de difusión turbulenta total multiplicado por  $10^5$ . Si se compara los valores del coeficiente de difusión vertical de densidad actual,  $K_f$ , es decir el término de forzamiento que va a indicar la turbulencia que se está creando en ese instante de tiempo debido a la fricción de las capas y la estratificación en ese momento, ya que depende del número de Richardson local de gradiente, con el valor del coeficiente efectivo  $K_t$ , que es el que realmente está actuando en ese momento y que depende además de las condiciones que había un cierto tiempo atrás. Se ve que  $K_f$  (Figura 4.18 (c)) es siempre mayor que  $K_t$  (Figura 4.18 (d)) lo que indica que tener en cuenta el fenómeno de la memoria del proceso implica un retraso en general del proceso de mezcla. En cuanto al número local de Richardson de gradiente (Figura 4.18 (a)), se puede ver como el valor aumenta constantemente a pesar de la estabilización producida debido a la variación de la estratificación, esto es debido a que los dos fluidos continúan acelerándose y sigue aumentando la energía cinética que puede disponer el sistema para inestabilizar la interfase.

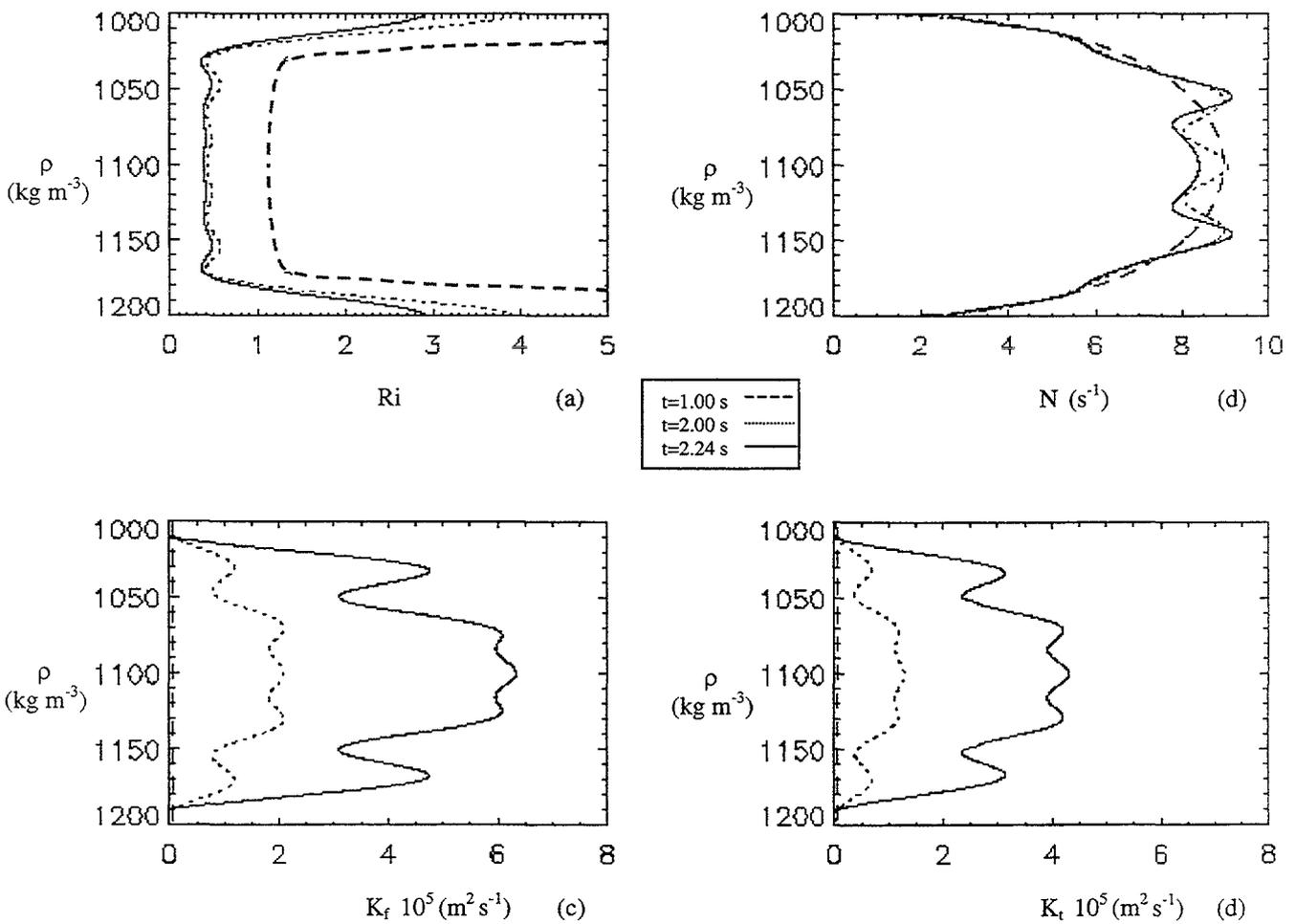


Figura 4.18: Perfiles de las variables (a) número local de Richardson de gradiente, (b) frecuencia de Brunt-Väisala, (c) coeficiente de difusión turbulenta actual, y (d) coeficiente de difusión turbulenta total

En la gráfica de la frecuencia de Brunt-Väisälä (Figura 4.18 (b)), relacionada directamente con el gradiente de densidad, se puede comprobar esta estabilización debida al cambio de la interfase excepto en las zonas de escalones. En las gráficas de la Figura 4.19 se muestra la evolución de la velocidad y de la cizalla desde diferentes puntos de vista. En la Figura 4.19 (a) se representa la cizalla en coordenadas isopícnas ( $\partial U/\partial \rho$ ), respecto a la densidad y se observa como es constante en cada tiempo para todo el perfil de densidad, lo que no quiere decir que la cizalla sea constante en toda la interfase, si se ven las gráficas 4.19 (b) y (d) donde se representa el valor de la cizalla vertical en coordenadas cartesianas ( $\partial U/\partial z$ ) frente a la densidad y la profundidad respectivamente. Donde se puede ver como el perfil de cizalla pierde su forma uniforme para responder a los cambios que se producen en el perfil de densidad, produciendo máximos coincidiendo con las densidades o alturas donde se producen las escaleras.

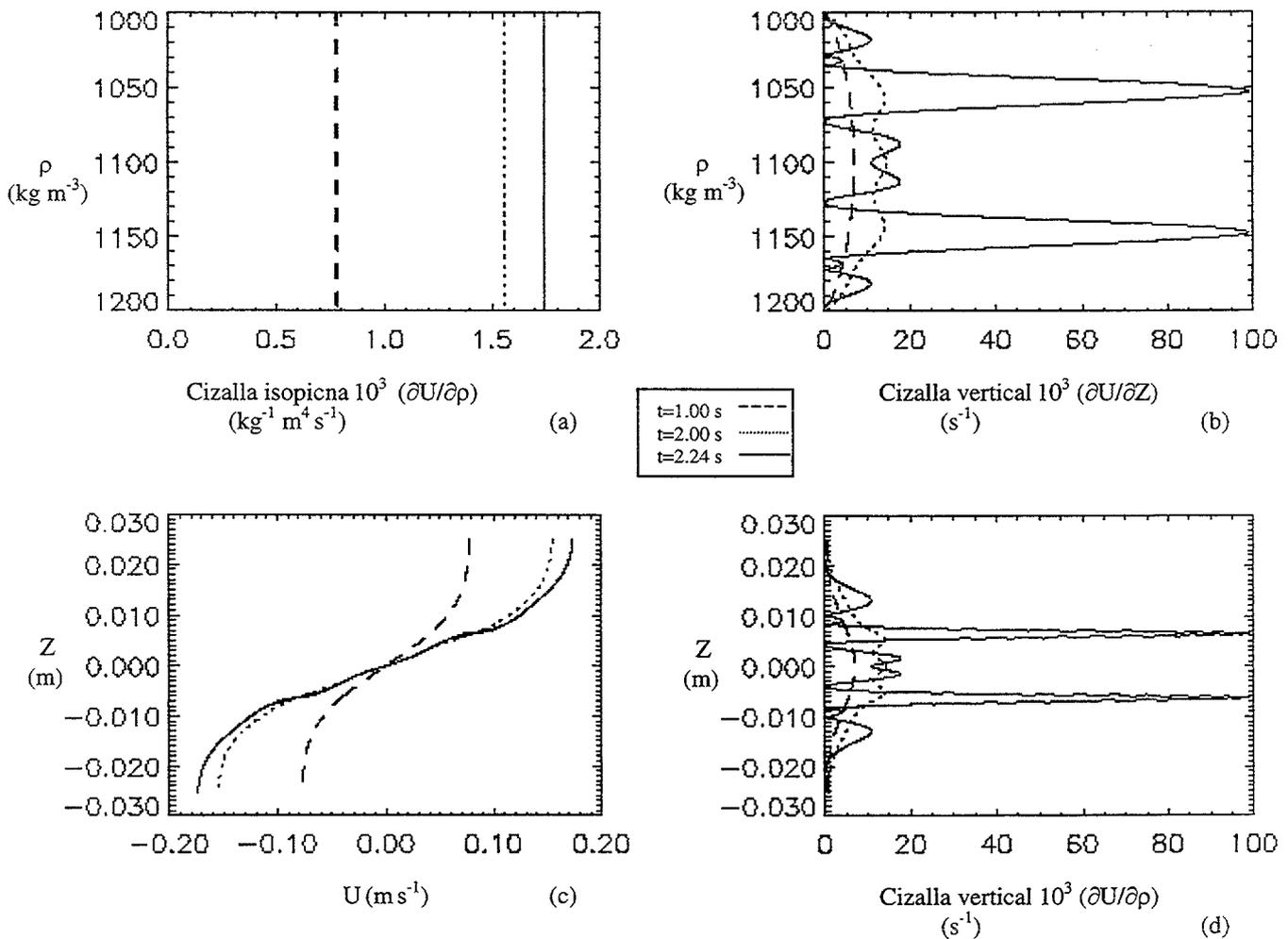


Figura 4.19: Gráficas de las variables, (a) cizalla en coordenadas isopícnas ( $\partial U/\partial \rho$ ) con respecto a la densidad, (b) cizalla en coordenadas cartesianas ( $\partial U/\partial z$ ) respecto a la densidad, (c) perfil de velocidad respecto a la profundidad, y (d) representa la cizalla en coordenadas cartesianas ( $\partial U/\partial z$ ), respecto a la profundidad.

---

Esto muestra como la elección de *Pelegrí y Sangrá [1998]* para su modelo, de un valor constante de la cizalla isopicna ( $\partial U/\partial \rho = 2.5 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^4$ ) era una elección adecuada. La Figura 4.19 (c) muestra la evolución del perfil de velocidad respecto a la profundidad, que indica la posición de las escaleras debido a la relación directa que siempre se mantiene entre las dos variables.

## 4.9. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

En la Figura 4.20 se muestra ejecuciones del modelo con las mismas condiciones y la única variación del incremento del tiempo. Como se puede comprobar el modelo es sensible a la variación del incremento de tiempo. En la figura 4.20 (a) se muestra la ejecución del modelo para un incremento de tiempo de  $0.1$  s, se muestra el perfil de densidad final ( $1.9$  s) antes de que el modelo deje de ser estable. En la Figura 4.20 (b) el incremento de tiempo usado fue de  $0.01$  s, y también a partir de ese momento ( $2.24$  s) el modelo no puede continuar debido a que se hace inestable. En el caso de la gráfica 4.20 (c) el modelo tiene un incremento de tiempo de  $0.001$  s, y a diferencia de los otros dos casos continúa funcionando después de la formación de las escaleras produciendo una difusión de las formaciones, como se puede ver en el perfil de esta figura. Para explicar que el modelo sea sensible a los cambios de incremento de tiempo, se debe retomar la idea de memoria del proceso. *Pelegrí y Sangrá [1998]* describieron la memoria en este modelo como algo fundamental para explicar el proceso de formación de escaleras, mostrando como el modelo no producía estas formaciones si no tenía una memoria de las condiciones anteriores. Se puede ver en las gráficas de la Figura 2.25 del apartado 2, las soluciones del modelo para el caso en que no existe memoria del proceso y el modelo responde instantáneamente a las condiciones en cada tiempo.

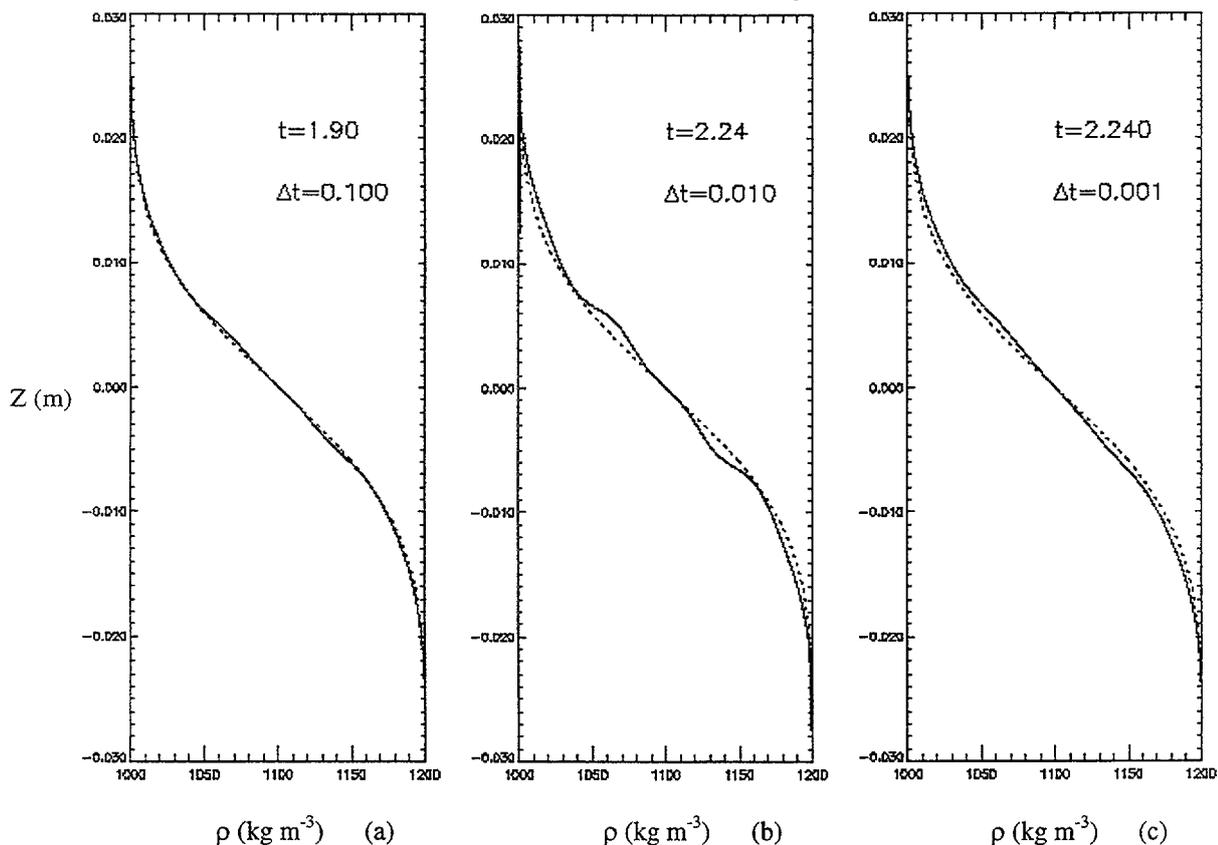


Figura 4.20: Gráficas de la simulación del modelo con diferentes incrementos de tiempo. (a) Perfil con incremento de tiempo  $\Delta t=0.1$  s. (b) Perfil con incremento de tiempo  $\Delta t=0.01$  s. (c) Perfil con incremento de tiempo  $\Delta t=0.001$  s. Las gráficas (a) y (b) muestran el tiempo máximo al que llega el modelo, a partir del cual el modelo se inestabiliza. En el caso (c) el modelo continúa después de la formación de las escaleras, produciendo una difusión continua.

Si se retoma la definición de la memoria del proceso y como se aplica en el modelo se tiene que:

$$K_t^{t+\delta t} = K_t^t - \frac{\delta t}{\tau} (K_f - K_t),$$

donde  $K_t$  es el coeficiente de turbulencia que actúa en cada paso de tiempo,  $K_f$  es el coeficiente de turbulencia que se produce en cada paso de tiempo,  $\tau$  es la memoria del proceso y que en este caso es el inverso de la frecuencia de Brunt-Väisälä  $\tau=N^{-1}$ ,  $\delta t$  es el incremento de tiempo, y los superíndices indican el paso de tiempo en que se encuentran las variables. Como se ha indicado anteriormente *Pelegrí y Sangrá [1998]* indicaron que había una relación óptima entre el incremento de tiempo y la memoria del proceso, y que el incremento de tiempo debía ser entre 10 y 100 veces más pequeño que la memoria del modelo. Lo que deja para este caso un amplio rango del valor adecuado del incremento de tiempo de 0.1 a 0.001 s. El incremento de tiempo influye de tres formas en el coeficiente de turbulencia que se obtiene en cada incremento de tiempo ( $K_t^{t+\delta t}$ ), la primera por que entra en la relación directamente como  $\delta t/\tau$ , la segunda forma es debido a que las variables que entran a formar parte de esta fórmula provienen de unas condiciones más o menos distanciadas en el tiempo dependiendo del incremento de tiempo que se elija; y la tercera es que el filtrado se realiza más veces con un paso de tiempo menor y provoca una amortiguación mayor de las variables.

Se han realizado diversas simulaciones numéricas modificando el incremento en densidad obteniéndose los mismos resultados para diversas condiciones iniciales y diversas simulaciones de velocidad y de cizalla.

## 4.10. ESTUDIO ENERGÉTICO DEL MODELO

El estudio de energía del modelo se centra en calcular la energía potencial y cinética del sistema en todo el proceso de formación de escaleras. Como el resto de las variables del proceso hay que definir las energías en coordenadas isopícnas. En coordenadas cartesianas las definiciones para la energía potencial y cinética, por unidad de área, de un sistema se definen de la siguiente manera:

$$Ec = \frac{1}{2} \int_0^h \rho u^2 dz$$

$$Ep = \int_0^h \rho g z dz$$

donde  $\rho$  es la densidad del perfil,  $u$  es el perfil de velocidad,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $z$  es la coordenada vertical, y  $h$  es la altura del perfil.

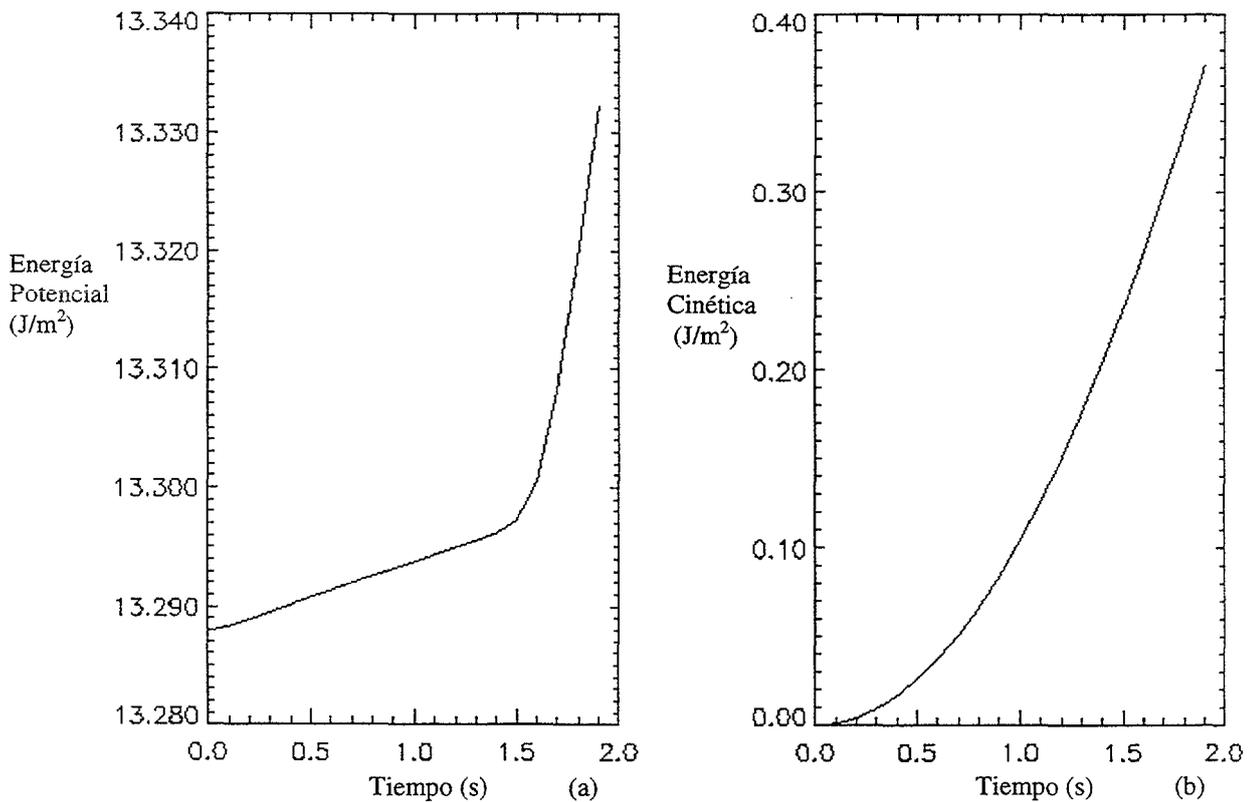


Figura 4.21: (a) Representación de la energía potencial del modelo para los primeros segundos de simulación. (b) Representación de la energía cinética total del modelo para los primeros segundos de simulación. Se puede comprobar como tanto la energía potencial como la energía cinética crecen constantemente durante la simulación.

Teniendo en cuenta la definición de Jacobiano,  $J=dz/d\rho \Rightarrow dz=Jd\rho$ , se puede obtener una relación de las energías en coordenadas isopícnas.

En la figura 4.21 (b) se muestra una gráfica del valor de la energía cinética calculada para cada instante de tiempo, como se puede ver la energía crece progresivamente debido a que el sistema se está acelerando de manera constante. En la figura 4.21 (a) se muestra la evolución de la energía potencial para el mismo caso y se puede comprobar como aumenta con el aumento de la interfase, este aumento debe producirse debido a una pérdida de energía cinética que de esta manera no se muestra.

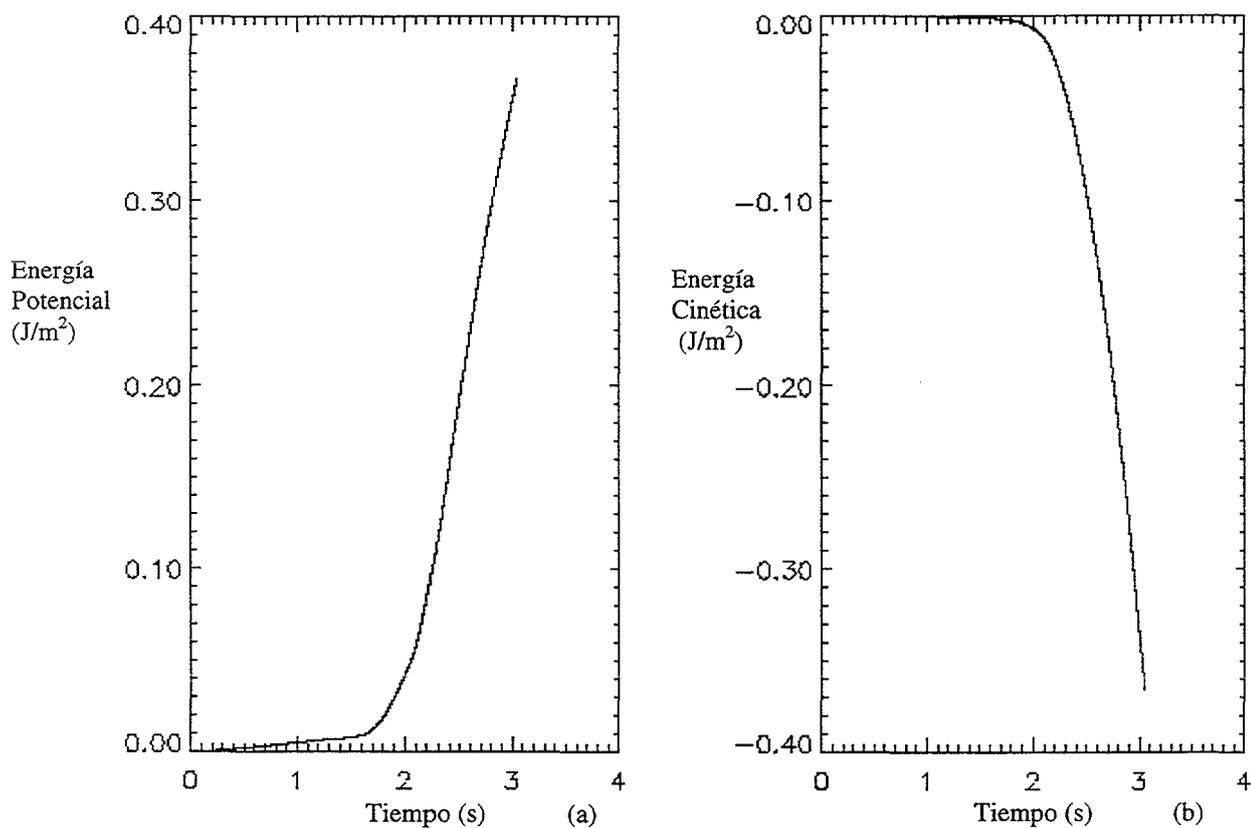


Figura 4.22: (a) Representación de la energía potencial total menos la energía potencial inicial ( $t=0$ ). (b) Representación de la energía cinética total menos la energía cinética si la interfase no hubiera sufrido ninguna variación.

Restando la energía potencial en cada momento a la energía potencial inicial en el tiempo  $t=0$ , se obtiene el incremento de energía potencial debido a la variación de la interfase. Pero para la energía cinética si se quiere ver la variación que supone la variación de la interfase, se tiene que restar la energía cinética del sistema como si no hubiera habido ninguna modificación de la interfase menos la energía cinética del sistema con el proceso de modificación de interfase, haciendo estas operaciones se obtiene la Figura 4.22, donde vienen reflejadas la energía potencial que gana el sistema debido a la variación de la interfase, en la Figura 4.22 (a) y la energía cinética 4.22 (b) que pierde el sistema debido a la misma variación.

En la Figura 4.23 se puede observar una comparación entre las variaciones de energía cinética, potencial y total debido a la modificación de la interfase.

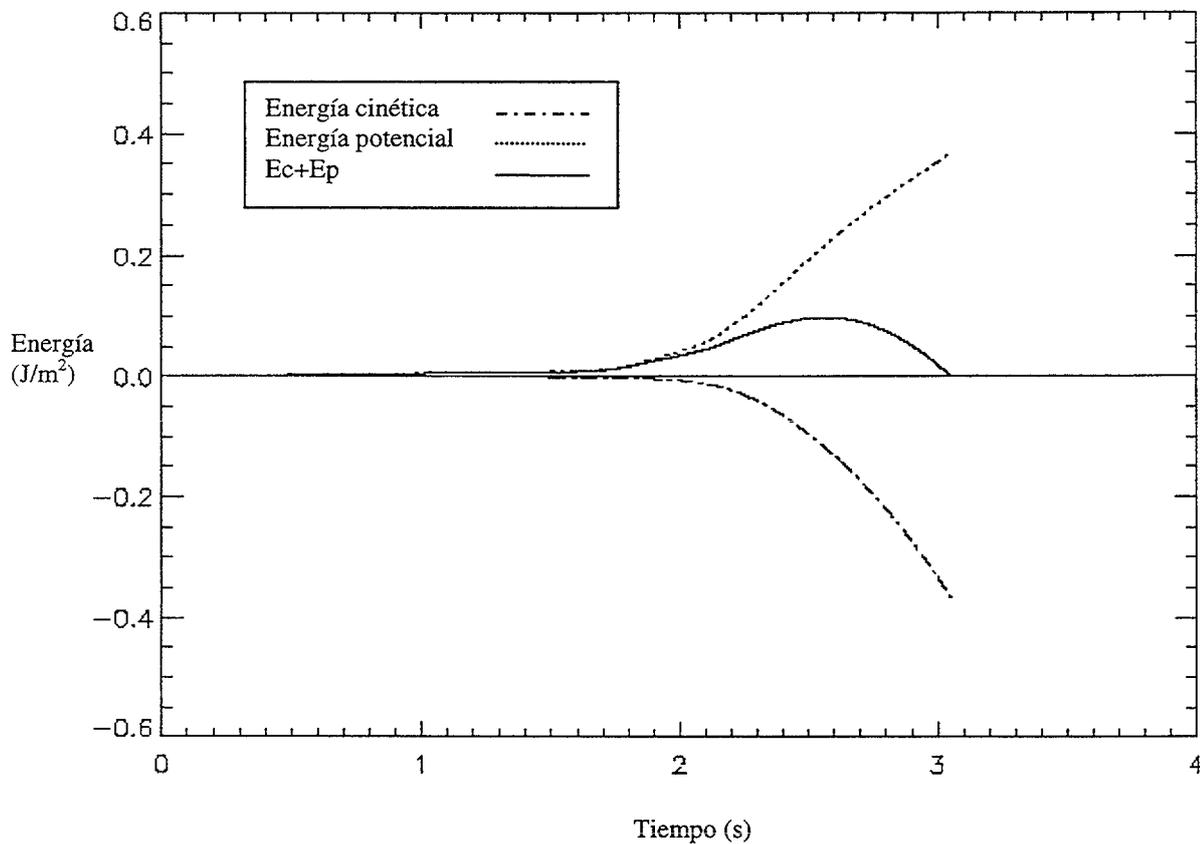


Figura 4.23: Representación de los valores de energía cinética, energía potencial y de la suma de ambas.

El estudio de la energía se revela como una herramienta muy potente para estimar la consistencia del modelo, el resultado de estudiar la energía del modelo con el filtro anterior de media móvil muestra desde otro punto de vista las limitaciones de ese tipo de filtrado. Si se recuerda del Capítulo 5 donde se estudia la razón por la que se buscó otro tipo de filtrado, y se tienen en mente las Figuras 4.12 y 4.13, donde se expone el resultado del filtrado sobre los perfiles de densidad y de las variables, se puede entender mejor como este filtrado afecta a la energía.

Si se observa la Figura 4.24, donde se representan los valores de las diferencias de energías para el mismo caso que la Figura 4.22, se puede comprobar como la energía potencial del sistema crece con unos valores, varios ordenes de magnitud mayores que la energía cinética, y mayor distancia existe con la energía potencial de la Figura 4.22. Para explicar la respuesta de la energía potencial bajo el filtro de media móvil, hay que tener en cuenta como es el cálculo de esta energía en coordenadas isopicnas:

$$Ep = \int_{\rho_1}^{\rho_2} \rho g z J d\rho.$$

Donde como ya se ha visto anteriormente,  $J$  es el jacobiano,  $\rho$  la densidad,  $g$  la aceleración de la gravedad, y  $z$  la altura. Un efecto del filtrado es que suaviza los límites de la interfase, Figura 4.13, produciendo un gran aumento de la interfase solamente debida al filtrado. Esto provoca un aumento del valor de  $z$  y por lo tanto un aumento de la energía potencial.

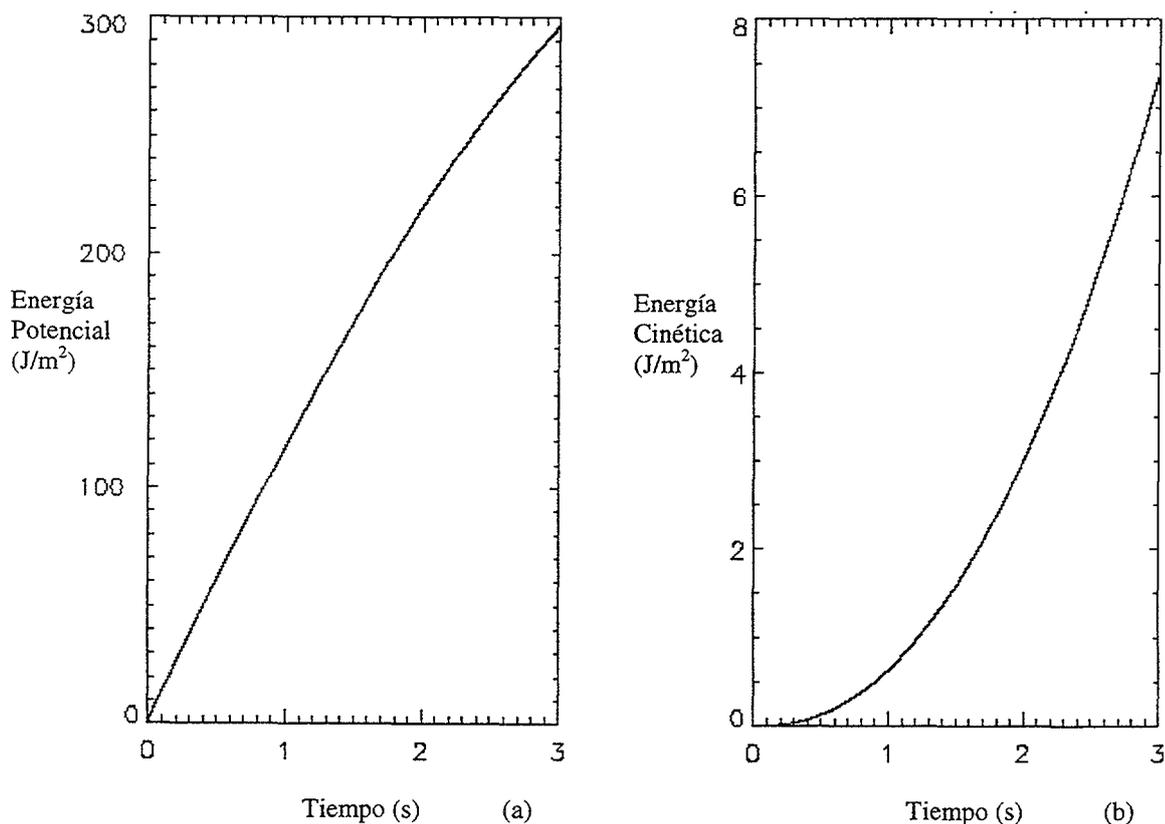


Figura 4.24: Gráficas para el filtro de media móvil para, (a) la energía potencial total menos la energía potencial inicial ( $t=0$ ), y (b) la energía cinética total menos la energía cinética si la interfase no hubiera sufrido ninguna variación.

Este efecto del suavizado de los extremos también se da en las variables, Figura 4.12, y afecta finalmente al jacobiano lo que provoca que la suma total del jacobiano en cada instante de tiempo vaya creciendo solamente debida al filtrado.

Pero el efecto más destacable de la Figura 4.24, es la representación de la evolución en el tiempo de la energía cinética total, que aumenta de forma constante durante todo el periodo. Si se tiene en cuenta como es el cálculo de la variación de la energía cinética del sistema, donde la energía cinética en cada instante del perfil de densidad modificado, se le resta la energía cinética del perfil sin modificar sol teniendo en cuenta la aceleración de los fluidos.

Así pues la variación de la energía cinética es:

$$\Delta Ec = Ec_1 - Ec_2,$$

y,

$$Ec_1 = \frac{1}{2} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \rho u^2 J_1 d\rho$$

$$Ec_2 = \frac{1}{2} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \rho u^2 J_2 d\rho$$

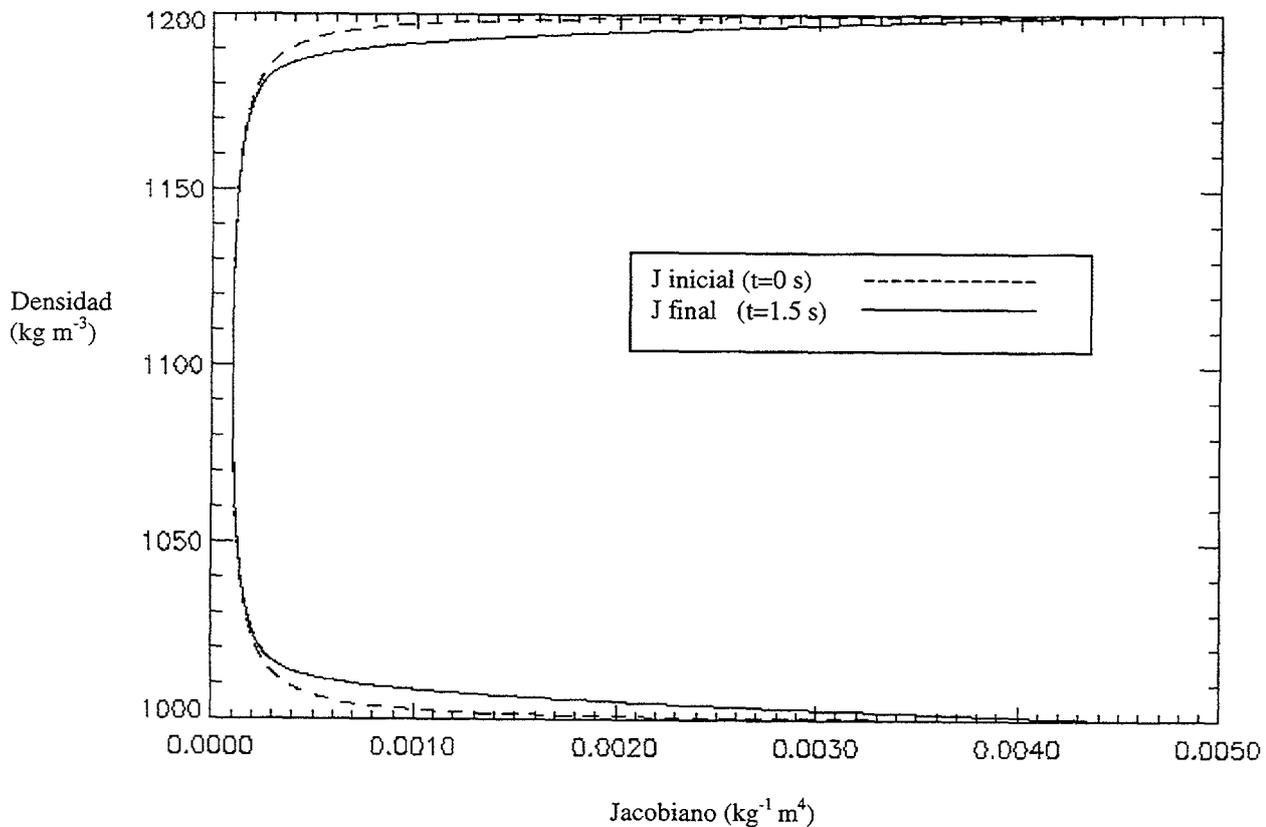


Figura 4.25: Representación del jacobiano inicial y final a un tiempo de 1.5 s, donde no se han formado las escaleras, para que se aprecie mejor el efecto del filtrado sobre esta variable.

---

donde  $J_1$  es el jacobiano del perfil modificado por el modelo,  $J_2$  es el jacobiano del perfil inicial. En la Figura 4.25 se puede comprobar como la suma del jacobiano inicial es mayor que la del jacobiano final, debido al suavizado de los extremos de la variable, en donde además los valores son mucho mayores. El modelo varia la interfase y produce una disminución de los valores centrales del jacobiano. El filtro en número de onda mantiene los extremos del jacobiano prácticamente invariables, mientras que el modelo filtrado por media móvil hace que la disminución del jacobiano debido al modelo sea mucho menor que el aumento que produce el suavizado de los extremos.

## **CAPÍTULO 5**

# **RESULTADOS EXPERIMENTALES**

En este capítulo se describen los resultados obtenidos en los experimentos, mostrando los diferentes perfiles, tanto de temperatura como de conductividad que se obtuvieron y comparando los perfiles iniciales con los finales, para ver la evolución de los diferentes procesos que tienen lugar en el tanque.

Se realizaron dos clases principales de experimentos:

- 1) destinado a la obtención del coeficiente de difusión turbulenta ( $K$ ) en los primeros estadios del experimento
- 2) tratando de comprobar como era el tipo de perfil de mezcla que se producía después de una inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

La diferencia entre estos experimentos reside únicamente en que mientras que en los primeros el perfil final se realiza antes de que se produzca la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz y se compara el tamaño inicial de la interfase con el final; en los segundos se pretende obtener el perfil después de la citada inestabilidad y se trata de ver más que la diferencia de tamaño entre las interfases la forma del perfil final y la existencia o no de estructuras tipo escalera, que sería en principio el objetivo principal de este trabajo.

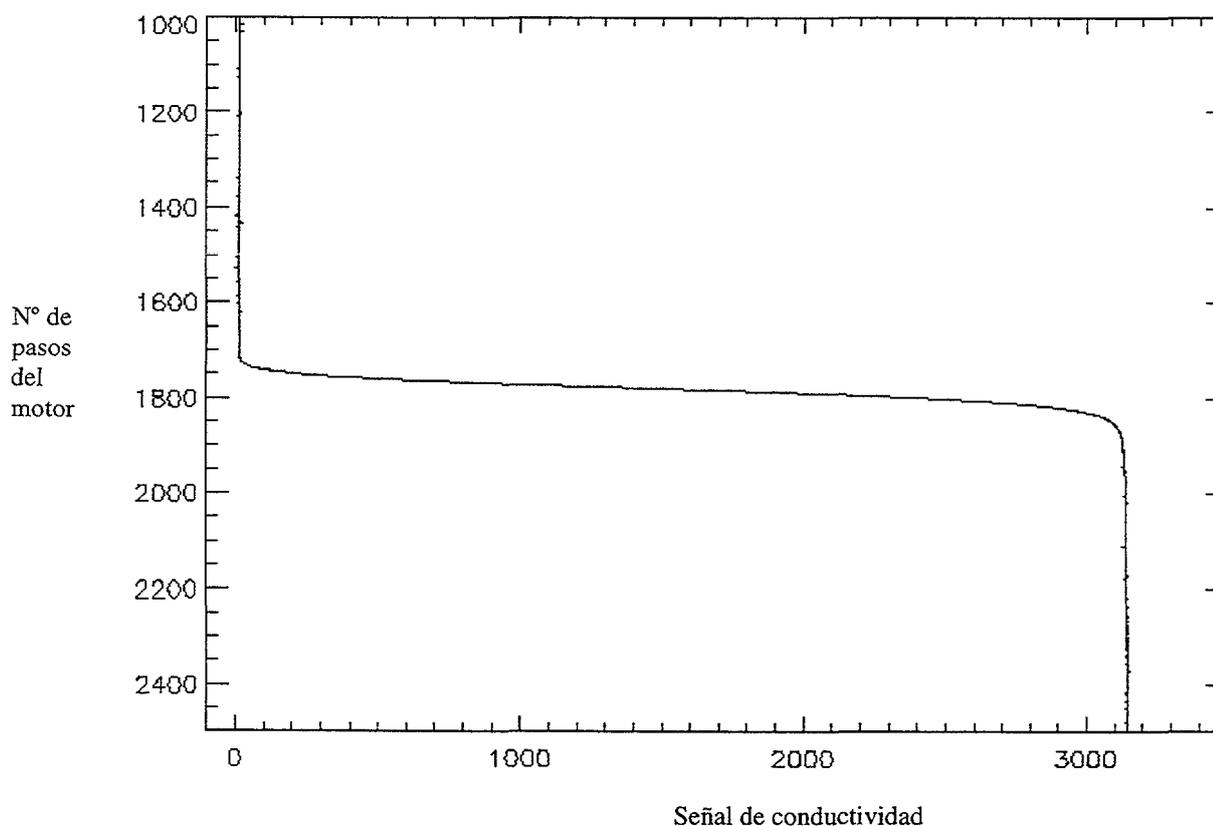


Figura 5.1: Perfil inicial tomado por el sensor de un experimento, donde se representa la señal de conductividad que recoge el sensor frente al número de pasos del motor. Obsérvese como la parte superior de la interfase es más nítida que el límite inferior.

---

En cada experimento se ha realizado un único perfil final, ya que una vez introducido el sensor de C-T la perturbación del flujo es muy importante (Ver archivo “*completo.avi*” en el CD-ROM adjunto).

El tamaño de las interfases se mide con el perfil de la señal en bruto del sensor. El inicio de la interfase se toma en el número de paso de motor que corresponde a la señal que supera el 1% del valor medio que toma el sensor en ese perfil. Como se ha visto en el capítulo 3, se puede traducir en número de pasos de motor a distancia. Una vez conocido el inicio de la interfase, y debido a que el sensor produce una deformación al final de la interfase, Figura 5.1, se toma la distancia desde el inicio hasta la señal media y se multiplica por dos. El sensor no responde exactamente de igual manera al incremento como a la disminución de conductividad ya que en los experimentos se trabaja relativamente cerca de los límites del sensor tanto en conductividad como en rapidez de toma de datos, por lo que presenta esta pequeña derivación al llegar a la solución salina. Esta pequeña derivación puede representar algún *mm* de diferencia de tamaño y se ha optado por tomar la distancia a la señal media y multiplicar por dos.

## 5.1. DISMINUCIÓN DE TEMPERATURA POR LA MEZCLA

Antes de comenzar con la descripción de los perfiles obtenidos en los diferentes experimentos es necesario describir un fenómeno inesperado encontrado al tratar los perfiles finales de temperatura tomados por el sensor.

En la realización de los experimentos el sensor de temperatura muestra un sorprendente efecto de descenso de temperatura cuando se produce una mezcla brusca de los fluidos del experimento. Este efecto se debe a la química de las disoluciones cuando se diluye soluciones de agua con sal con agua dulce y está discutido en varios artículos de *Duer et al. [1976]*, *Millero et al. [1985]*, etc. En estos trabajos se comprueban las variaciones de diferentes propiedades químicas de soluciones salinas, con sales predominantes en el agua del mar. Se estudian los volúmenes de mezcla, entalpía de disolución, entalpía de mezcla, y densidades, de soluciones salinas (*NaCl*, *Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>*, *MgSO<sub>4</sub>*, y *MgCl<sub>2</sub>*), tanto mezcladas entre sí como diluidas en agua. La diferencia es que los trabajos de estos artículos no abarcan valores de fuerza iónica tan elevados como los que se usan en este trabajo, los experimentos para obtener estas diferencias en densidad obligan a trabajar con una fuerza iónica en torno a  $I=6.0$  (suponiendo toda la sal como *NaCl*) mientras que los trabajos de *Duer et al. [1975]* alcanzan un máximo de fuerza iónica de  $I=1.0$ , y los de *Millero et al. [1985]* alcanzan  $I=3.0$ . *Duer et al. [1975]* son los únicos que muestran los valores de dilución de soluciones de *NaCl* y *MgSO<sub>4</sub>* en agua pero para valores en torno a  $I=1.0$ .

Nº de mezcla	Agua dulce (1.034 mS/cm)	Disolución (156.4 mS/cm)		Mezcla		Diferencia de Temperatura
Nº	ml	ml	T <sup>a</sup> (°C)	T <sup>a</sup> (°C)	mS/cm	T <sup>a</sup> (°C)
1	50	50	22.9	22.3	120.3	-0.6
2	75	25	23.1	22.6	77.5	-0.5
3	25	75	23.2	22.8	146.5	-0.4
4	60	40	23.1	22.6	106.2	-0.5
5	40	60	23.0	22.5	132.6	-0.5
6	20	80	23.1	22.7	149.2	-0.4
7	80	20	22.6	22.3	65.5	-0.3
8	90	10	22.7	22.5	37.7	-0.2
9	10	90	22.4	22.2	155.1	-0.2

Tabla 5.1: Datos del experimento a diferentes diluciones de la solución salina más concentrada que se usa en los diferentes experimentos de este trabajo.

Para comprobar la relación entre la dilución de la solución salina con agua dulce, se realizaron varios experimentos de dilución, en los cuales se obtiene un descenso de temperatura máximo cuando la dilución alcanza el 50%, en donde se alcanza un descenso de temperatura de hasta  $0.6\text{ }^{\circ}\text{C}$ , a partir de esta dilución ya sea incrementando o disminuyéndola se obtienen menores valores de descenso de temperatura. (Tabla 5.1).

En este experimento se dispuso de un termómetro con tan solo una resolución de  $0.1\text{ }^{\circ}\text{C}$  con lo cual aparece una, aún así, pequeña dispersión de los datos que no oculta la tendencia general de un máximo en la dilución intermedia que va disminuyendo a medida que se aleja de esa dilución tanto por encima como por debajo. Los datos se representan en la Figura 5.2 donde se puede comprobar esa tendencia a pesar de la baja resolución del termómetro.

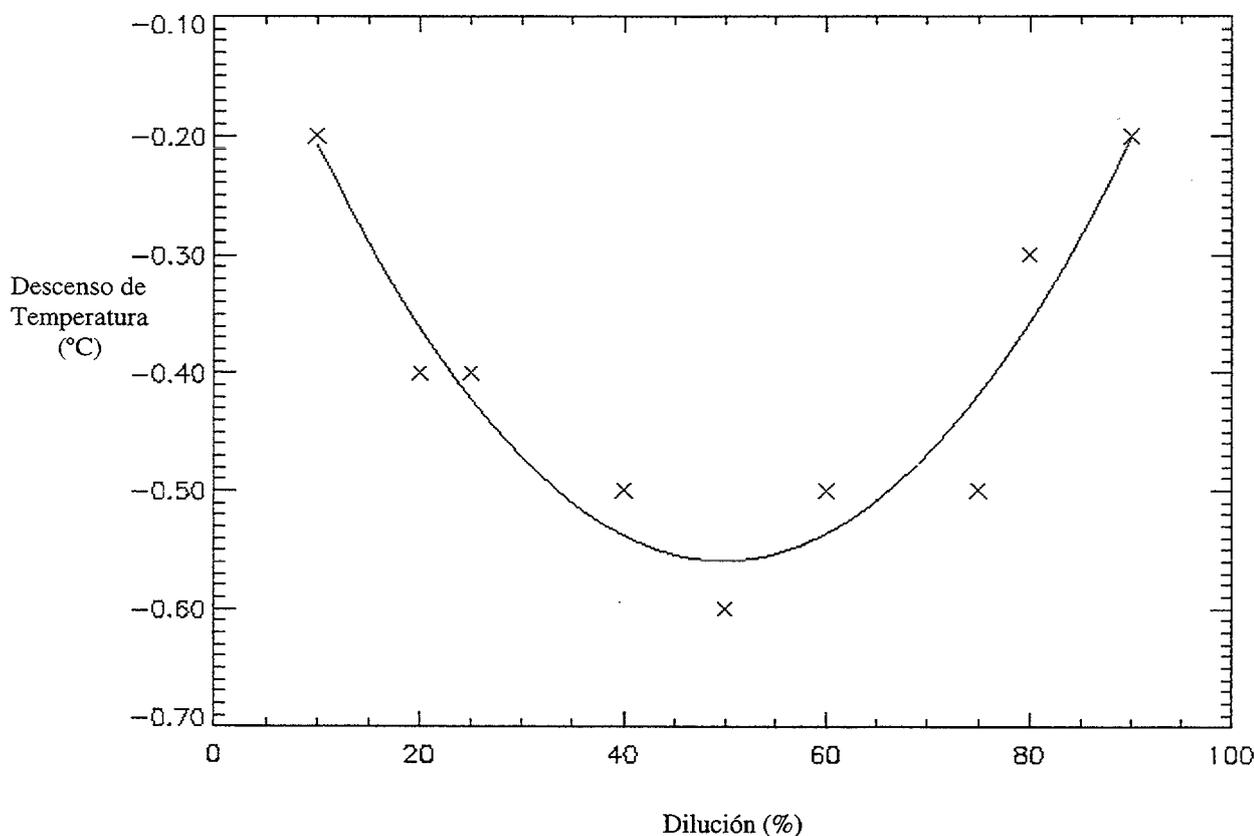


Figura 5.2: Representación de los datos de la Tabla 7.1 (aspas) con un ajuste cuadrático. Donde se muestra la evolución del descenso de temperatura para las diferentes diluciones, de una disolución de sal marina en agua a una concentración 6 molal (suponiendo que toda la sal marina sea  $\text{NaCl}$ ).

Como se verá más adelante cuando se discutan los resultados experimentales, este descenso de temperatura solo tiene lugar cuando se da una mezcla brusca. En los experimentos en los que el perfil se realiza antes de cualquier inestabilidad la respuesta del sensor de temperatura no presenta ninguna variación en la interfase entre los fluidos. Solo en el caso en que exista una diferencia apreciable de temperatura inicial entre los fluidos, existirá una variación de la temperatura en la interfase pero será una evolución

progresiva hasta alcanzar la temperatura del fluido inferior, si no se ha producido la citada mezcla brusca. Este efecto de la temperatura indica claramente cuando se ha producido este tipo de mezcla ya que la difusión aunque sea acelerada por la cizalla, no provoca tal descenso.

Para explicar el fenómeno hay que repasar como es el proceso de dilución de sal marina en agua y sus efectos sobre la estructura y propiedades del agua pura. En el modelo estructural del agua desarrollado por *Frank y Wen [1957]* se considera que el agua está constituida por unas estructuras ordenadas que se denominan *Clusters* o racimos de agua. Estas formaciones consisten en moléculas de agua enlazadas a través de enlaces de hidrógeno que flotan entre moléculas de agua más o menos libres. Los *Clusters* están continuamente en un estado de flujo, formándose y disolviéndose según las fluctuaciones térmicas en las pequeñas parcelas de fluido, lo que produce un equilibrio dinámico.

El agua de mar es una disolución acuosa electrolítica moderadamente concentrada, y presenta algunas variaciones de sus propiedades debido a la presencia de un electrolito. Si se toma un agua de mar sintética, constituida por *NaCl* con una concentración *0.62 molar*, se producen una serie de efectos debido a la disolución ( $NaCl_{(s)} \rightarrow Na^+_{(ac)} + Cl^-_{(ac)}$ ) de esta sal en agua:

Absorción de calor: con una variación de entalpía del orden de *0.6 Kcal/mol*; ya que la energía liberada en la formación de nuevos enlaces, es insuficiente para compensar la ruptura de los enlaces iónicos, lo que lleva a producir un  $\Delta H > 0$ . Que provoca una disminución de temperatura.

Alteración de las propiedades coligativas: la adición de solutos al agua pura no sólo va a producir variaciones en su estructura, sino que también producirá variaciones en sus propiedades extensivas. La presión de vapor se ve reducida en un 2%, el punto de congelación baja hasta  $-2.3\text{ }^\circ\text{C}$ , lo que significa que la interacción de los iones  $Na^+$  y  $Cl^-$  con el agua modifica su estructura. La temperatura de ebullición aumenta *0.63 °C*, lo que indica que estas interacciones tienden a mantener las moléculas en estado líquido.

Hidratación iónica: el *NaCl* a  $25\text{ }^\circ\text{C}$  y en una disolución de *0.62 m*, está disociado en un 96%.  $Na^+Cl^-(sol) \rightleftharpoons Na^+(ac) + Cl^-(ac)$ .

En el proceso de disolución los iones del soluto interaccionan fuertemente con las moléculas del disolvente, proceso que se denomina de solvatación o hidratación para disoluciones acuosas, dando lugar a una atmósfera de moléculas de agua alrededor de los iones. Debido a que las fuerzas de atracción disminuyen con el cuadrado de la distancia, esta atmósfera de moléculas de agua rodeando el ion compensa la carga iónica, al conjunto de moléculas de agua que rodean al ion se conoce con el nombre de número de hidratación. Para muchos de los iones de la química marina, el factor determinante de la extensión y de la fuerza de la hidratación es la densidad de carga, a mayor densidad de carga, en general, más fuertemente está hidratado el ion. Los

principales iones presentes en la química del agua marina son los que mejor se disuelven en el agua y mayor presencia tienen en general en el agua y son:  $Na^+$ ,  $K^+$ ,  $Ca^{+2}$ ,  $Mg^{+2}$ ,  $Cl^-$ ,  $SO_4^{-2}$ ,  $HCO_3^-$ .

Fenómeno de electrostricción: el campo electrostático de los iones atrae a las cargas parciales de los dipolos de las moléculas del agua, con la suficiente fuerza como para atraerlas y provocar una disminución del volumen del disolvente.

Un ion en disolución se puede representar, de acuerdo con el modelo de *Frank y Evans [1961]* como un núcleo rodeado de tres capas de moléculas de agua:

- Una capa interna A, denominada capa de hidratación primaria, compuesta por moléculas de agua inmovilizadas y sometidas a electrostricción por la fuerte atracción del ion.

- Una capa más exterior B, que rodea a la capa anterior y donde el campo producido por el ion es capaz de perturbar la estructura del agua líquida, pero no es capaz de producir, como en la capa A, una reordenación de acuerdo a una nueva configuración. En esta capa B las moléculas de agua no se disponen al azar sino que forman una estructura un poco alterada respecto a la del agua pura. En todos los iones está presente e intacta la capa A, sólidamente estructurada, mientras que el tamaño y estructura en la capa B presenta una variabilidad para los diferentes tipos de iones.

- Se puede distinguir otra capa C, donde la estructura del agua es normal, aunque las moléculas de agua pueden presentar una ligera polarización por la acción del campo.

Una molécula de agua o ion en una disolución puede moverse de dos formas, lo puede hacer junto con las vecinas, desde el punto de vista macroscópico, como resultado de corrientes, turbulencias, y convección, o desde el punto de vista microscópico, de forma individual respecto a sus vecinas por el fenómeno que se conoce como difusión. La transferencia de masa debido al primer tipo de procesos es el responsable de la mezcla, mientras que las reacciones de las diferentes especies químicas tiene lugar en las interfases y dentro de cada masa de agua que se equilibran por difusión.

Cuando una sustancia no está homogéneamente distribuida en un medio existirá una fuerza que tiende a igualar el potencial químico de la misma en todo el espacio, produciéndose por lo tanto un flujo de materia desde las zonas donde sea mayor el potencial químico de esa sustancia hacia donde sea menor. Desde el punto de vista macroscópico la falta de uniformidad del potencial químico implica que la energía libre no es constante en todos los puntos y para alcanzar el equilibrio es necesario la transferencia de las especies desde las regiones de concentración alta a las de baja concentración. Y desde el punto de vista microscópico, los iones desplazándose desordenadamente al azar provocan un flujo, y así la difusión es simplemente el producto de que existan más partículas que se desplazan al azar en una región que en otra.

Ya sea desde el punto de vista micro como macroscópico la difusión es un proceso lento donde los iones se desplazan individualmente obedeciendo a gradientes de

temperatura y de concentración principalmente, que tienden a igualar. Este proceso se lleva a cabo ajustándose en cada paso a las condiciones de concentración.

En este trabajo experimental que se presenta, los fluidos que entran en contacto son una disolución muy concentrada de agua con sal marina, de una concentración en torno a 6 molal (Millero [1996] define este tipo de disolución como *salina* y encuentra en la naturaleza este tipo de concentraciones de sal en el mar Rojo, en zonas a 2000 m de profundidad en contacto con el fondo marino) y agua dulce. Estos dos fluidos están en contacto por medio de una interfase muy definida a través de la cual se van mezclando por dos procesos, difusión y mezcla diapicna. Se producen dos tipos de difusión; una estándar con los dos fluidos en reposo que responde solamente a diferencias en la concentración de sal y otra difusión forzada debido al movimiento relativo de los dos fluidos que produce una cizalla que aumenta esta difusión estándar.

En el experimento se produce una inestabilidad de Kelvin-Helmholtz que provoca una mezcla diapicna brusca de los fluidos inyectando los fluidos uno en el otro. Esto viene a representar una dilución rápida de la disolución saturada, que produce un salto negativo en temperatura.

En las disoluciones muy concentradas como las que se usan en este estudio, los iones están muy cercanos y las atmósferas de hidratación de cada ion se solapan, produciendo interferencias en los campos electrostáticos. Al encontrarse esta disolución con agua dulce permite a los iones poder separarse más y poder realizar su atmósfera de hidratación, sin interferencias de otros iones en sus capas de hidratación, y un mayor porcentaje de moléculas de *NaCl* que no estaban disociadas lo hicieran. Lo que produce una relajación del sistema que lleva a que la disolución de las sales, se complete y esto provoca una disminución de temperatura de la disolución, como se ha explicado anteriormente en los efectos de la disolución de *NaCl* en agua.

Esta respuesta de la temperatura cuando se produce la mezcla, es utilizada en este trabajo como una ayuda a la lectura de los datos de conductividad, ya que se puede determinar cuando se ha producido mezcla por difusión, sin variación de temperatura, o mezcla brusca por turbulencia que conlleva un descenso muy rápido de la misma.

## 5.2. DESCRIPCION DE LOS EXPERIMENTOS

A pesar de que se han tratado en general de realizar dos tipos de experimentos unos para calcular la constante de difusión turbulenta y otros para conocer el perfil final después de una inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, se muestra otro tipo de experimentos en los que por diversas razones no entran en esta clasificación, que muestran interesantes lecturas del proceso.

Se adjunta con este volumen un CD-ROM que contiene una serie de archivos con las imágenes digitalizadas correspondientes a los diferentes tipos de experimentos que a continuación se detallan. Las imágenes son formato “.avi” y para acceder a las imágenes solo es necesario abrir el archivo desde Windows pulsando dos veces seguidas el botón derecho del ratón del ordenador, entonces aparece en la pantalla del ordenador las imágenes, que se pueden manejar en recuadro inferior con el cursor del ratón de la manera habitual de Windows.

### 5.2.1. EXPERIMENTOS CON INESTABILIDAD DE KELVIN-HELMHOLTZ

En el CD-ROM que se adjunta con este volumen se pueden ver las imágenes en vídeo de un experimento patrón, que se encuentra en el archivo “*completo.avi*”.

En estos experimentos se trata de obtener un perfil final, que indique como se ha desarrollado la interfase debido a la mezcla por cizalla que produce la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. Para ello se hicieron perfiles unos segundos después de esta inestabilidad, cuando la turbulencia disminuyó y antes de que el flujo residual dentro del tanque modificara la interfase drásticamente.

Los parámetros iniciales que determinan los experimentos son: las densidades máxima y mínima de los dos fluidos, el tamaño de la interfase, tiempo que se tarda en inclinar y el ángulo de inclinación del tanque (que siempre se ha mantenido constante). Mientras que los datos que determinan el resultado del experimento son: el tiempo en que se produce la inestabilidad, tamaño de la interfase final, forma del perfil de temperatura y de conductividad.

A continuación se detallarán los resultados de algunos de los experimentos más significativos, con los datos iniciales y finales y los perfiles finales de conductividad y temperatura.

#### Experimento 07-09-98 (N° 1)

Los parámetros que resumen este experimento se representan en la Tabla 5.2. En la Figura 5.3 (a) se representan los perfiles de conductividad inicial y final enfrentados y ajustados a la conductividad media ( $C_m$ ), donde se puede comprobar el crecimiento de la

interfase y la forma de la interfase final. Destacan varias estructuras tipo escalera que incluso todavía presentan una pequeña inversión de conductividad.

Densidad 1 ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Cond. 1 ( $\text{mS/cm}$ )	Densidad 2 ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Cond. 2 ( $\text{mS/cm}$ )	Angulo de inclinación ( $^{\circ}$ )	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
998	0.961	1186	147.8	5	0.0203	0.0715

Tabla 5.2: Datos del experimento del 07-09-98.

La medición de conductividad decae en el límite inferior de la interfase debido a las propias limitaciones del sistema de medida. La figura 5.3 (b) se presentan los datos de temperatura, también ajustados en profundidad para que se pueda comparar las distancias. Se puede ver como el perfil inicial presentan una pequeño disminución de temperatura coincidiendo con la deformidad inferior de la interfase en el perfil de conductividad, esto es debido a que durante el llenado se ha producido una mezcla no deseada, lo que viene señalado por esa disminución de temperatura. Además se observa un desplazamiento de la temperatura en el perfil final, debido a que el sensor de temperatura no recuperó el valor inicial de temperatura después de los saltos de temperatura que registró debido a la mezcla de los fluidos.

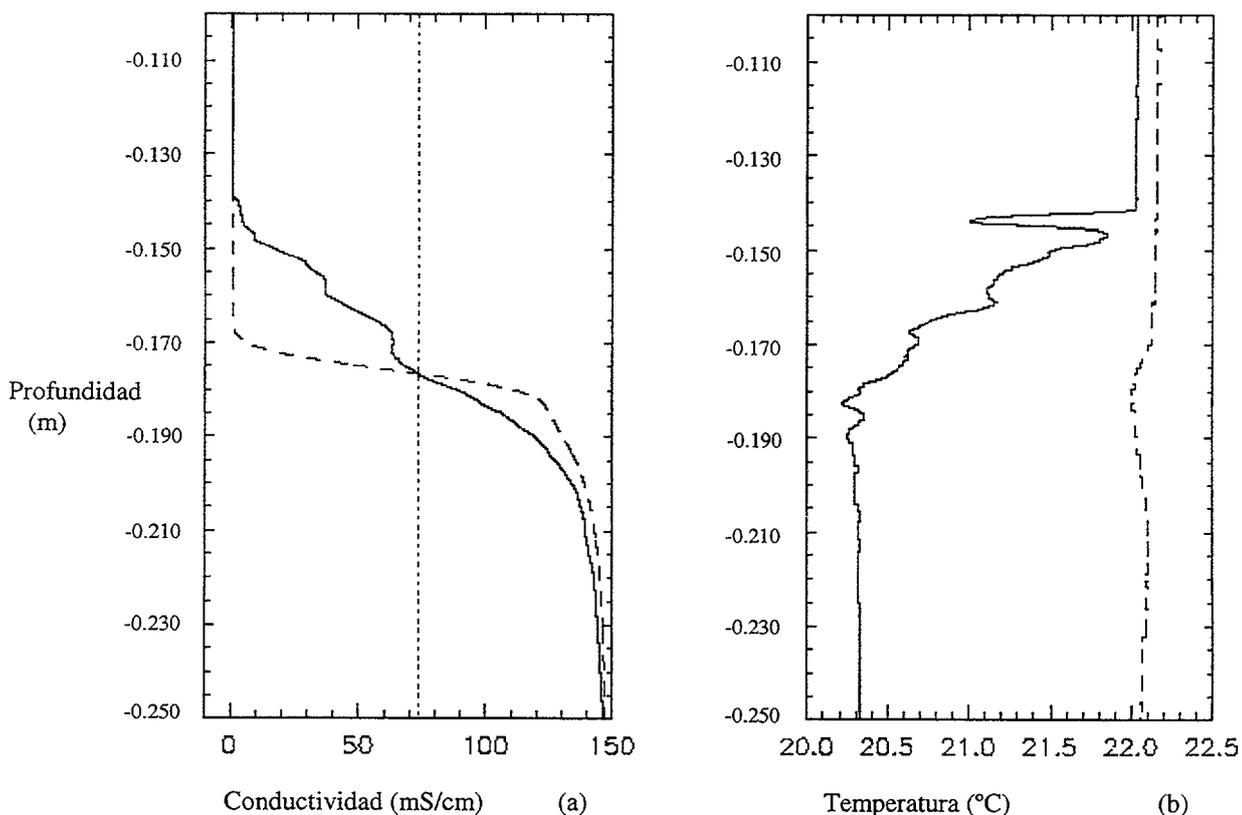


Figura 5.3: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del experimento del 07-09-98. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. Existe un problema en el sensor de temperatura ya que no regresa a la temperatura del fluido inferior, debido a que los saltos bruscos producidos por la mezcla hacen que pierda la calibración. Nótese como cada salto en temperatura corresponde a una formación de escalera.

Experimento 11-09-98 (N° 2)

En la Tabla 5.3 se representan los datos del experimento, con dos valores posibles para el tamaño de la interfase final, ya que según se puede ver en las gráficas de las Figuras 5.4 (a) y (b) puede haber dos diferentes inicios de la interfase. Las interfaces están medidas desde el inicio superior hasta el valor medio de la señal de conductividad del sensor sin filtrar, multiplicada por dos. En las Figuras 5.4 (a) y (b) se puede ver como la temperatura forma ahora escalones coincidiendo con los escalones más fuertes del perfil de conductividad

Densidad 1 ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Cond. 1 (mS/cm)	Densidad 2 ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Cond. 2 (mS/cm)	Angulo de inclinación ( $^{\circ}$ )	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
998	0.974	1184	148.2	5	0.0269	0.1239
						0.0745

Tabla 5.3: Datos del experimento del 11-09-98. En la columna que indica el tamaño de la interfase final hay dos valores, el superior tiene como origen la primera señal de conductividad superior al valor inicial, mientras que la segunda tiene su origen en la ultima señal de la conductividad inicial.

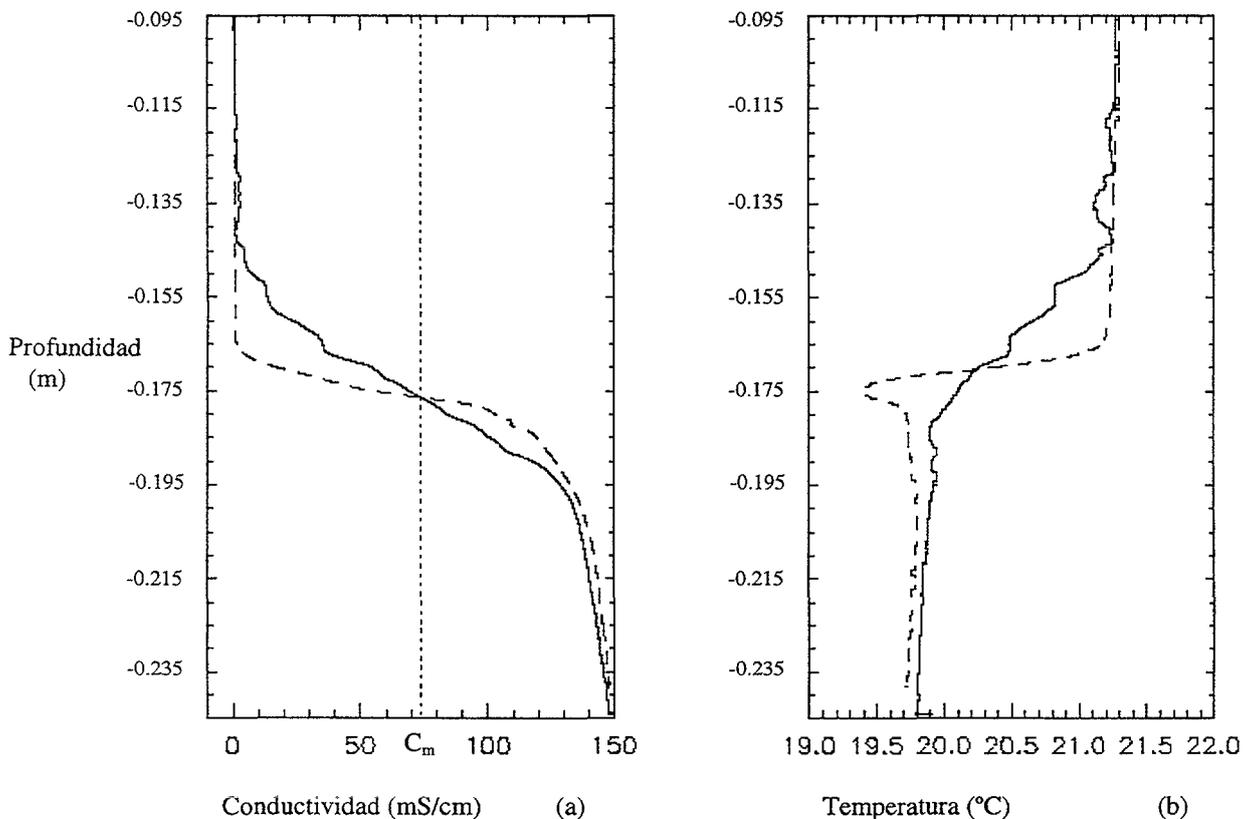


Figura 5.4: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del experimento del 11-09-98. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. Existe un pequeño descenso de la temperatura en el perfil inicial debido a una mezcla no deseada durante el llenado.

En estas gráficas (5.4 (a) y (b)) se muestra también un salto difuminado en temperatura del perfil inicial de temperatura, lo que indica una mezcla durante el llenado del tanque que ha producido que la interfase no sea todo lo uniforme que se desea. En el perfil de conductividad se aprecia como el perfil inicial presenta una deformación que lo alejaría del perfil error que se simula en el modelo.

Se puede ver la diferencia de temperatura entre los dos fluidos, que es de alrededor de  $2^{\circ} C$ , esta diferencia se ira evitando en experimentos sucesivos ya que después de la disolución de la sal, se dejará más tiempo reposar los dos fluidos juntos en el laboratorio.

### Experimento 15-09-98 (N° 3)

En la Tabla 5.4 se presentan los parámetros que resumen este experimento, donde se va comprobando que los datos de diferencia de tamaño de las interfases final e inicial se mantienen en un entorno de diferencia. En la Tabla 5.4 se muestran los datos iniciales del experimento y el tamaño de la interfase final. Se puede ver en la gráfica de la Figura 5.5 (a) como el perfil inicial aparece mezclado, lo que produce esa señal descendente de la temperatura en el perfil de temperatura de la gráfica de la Figura 5.5 (b)

Densidad 1 ( $kg\ m^{-3}$ )	Cond. 1 (mS/cm)	Densidad 2 ( $kg\ m^{-3}$ )	Cond. 2 (mS/cm)	Angulo de inclinación ( $^{\circ}$ )	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
1002	1.03	1187	148.2	5	0.0224	0.0804

Tabla 5.4: Datos del experimento del 15-09-98.

En los perfiles de la Figura 5.5 (b) se muestra que los dos fluidos tienen una diferencia de temperatura de casi dos grados centígrados. Los saltos de temperatura no son grandes y solo en la parte baja de la interfase final aparece la inversión de temperatura mientras que la interfase se ha difundido en temperatura y aparecen escaleras de temperatura en lugar de inversiones. El perfil de conductividad, Figura 5.5 (a), muestra solamente un fuerte escalón en la parte baja de la interfase, y otros menores a lo largo del perfil.

El perfil inicial de conductividad, trazo discontinuo de la Figura 5.5 (a) muestra la deformación de la interfase en la parte inferior de una manera muy clara, lo que parece indicar que es un problema de la toma de datos, probablemente porque el sensor no es capaz de responder tan rápidamente al aumento de conductividad o a que este, a pesar de tener un diámetro inferior a  $3\ mm$  en su punta arrastra fluido de la parte superior, con una conductividad inferior a la parte inferior, modificando de esta manera la interfase que en principio debería tener un perfil simétrico respecto al centro del tanque, debido a que hasta ese momento se ha producido fenómenos de mezcla que básicamente han sido de difusión.

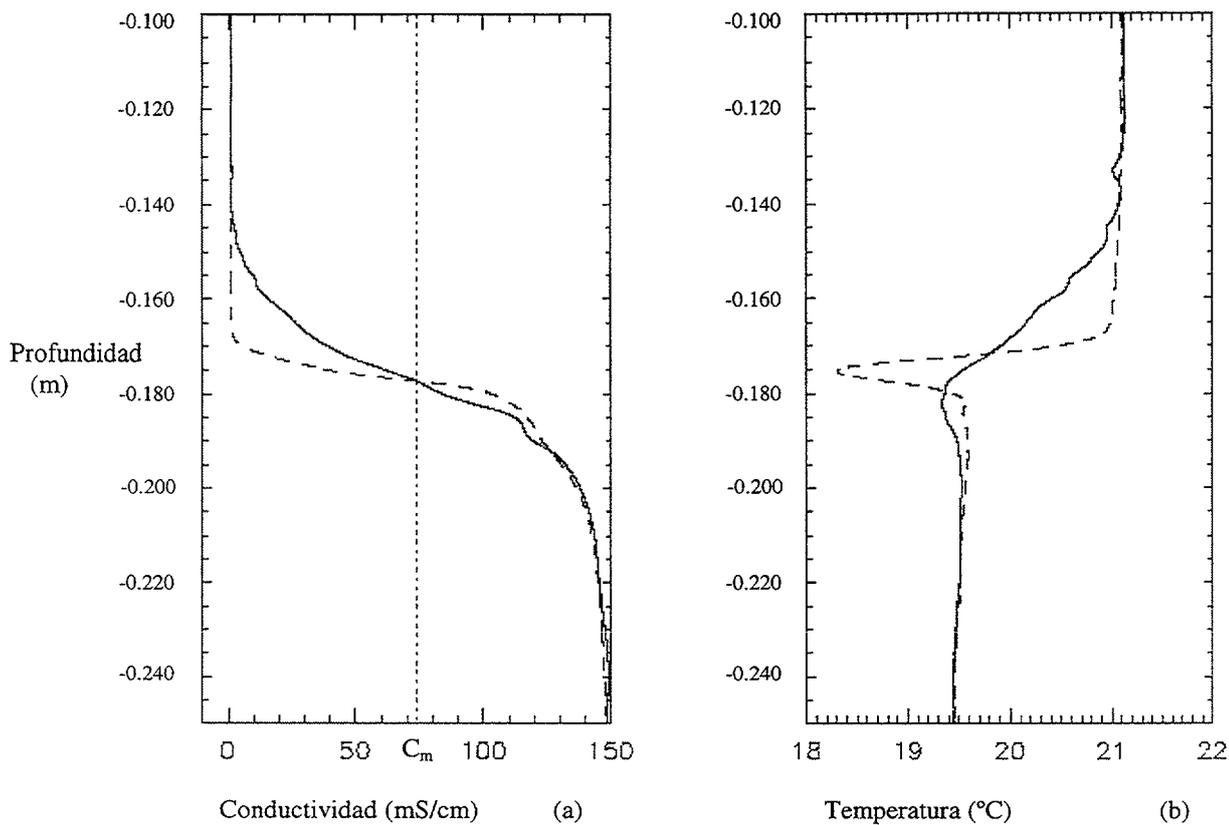


Figura 5.5: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del experimento del 15-09-98. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. Existe un pequeño descenso de la temperatura en el perfil inicial debido a una mezcla no deseada durante el llenado.

#### Experimento 22-09-98 (N° 4)

En la Tabla 5.5 se presentan los parámetros del experimento donde destaca tanto el tamaño de la interfase inicial y final. Durante el llenado del tanque con la solución salina se produjo una entrada de burbujas de aire que provocó una mezcla bastante intensa, poco antes de realizar el perfil inicial, esto se puede comprobar en las gráficas de las Figuras 5.6 (a) y 5.6 (b), donde los perfiles de trazo discontinuo muestran las condiciones iniciales del tanque antes de la inclinación. El perfil de conductividad inicial muestra una deformación del perfil ideal Figura 5.6 (a), mientras que el perfil inicial de temperatura muestra una señal descendente en medio de la interfase que delata la mezcla brusca debido a la inyección accidental de aire con el llenado.

Densidad 1 ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Cond. 1 (mS/cm)	Densidad 2 ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Cond. 2 (mS/cm)	Angulo de inclinación (°)	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
999	0.978	1197	149.7	5	0.0341	0.1226

Tabla 5.5: Datos del experimento del 22-09-98.

La señal de temperatura final, Figura 5.6 (b), solo tiene una disminución de temperatura pero más bien parece ser una difusión de la señal de temperatura del perfil inicial, que borra las posibles señales de las escaleras inferiores que muestra el perfil de conductividad, Figura 5.6 (b). Existe una diferencia de temperatura entre los dos fluidos de aproximadamente un grado centígrado, y el sensor de temperatura evoluciona de una a otra temperatura presentado una formación de escalera centrada. Los perfiles finales muestran unas formaciones de tipo escalón suave, aunque el perfil final de temperatura tiene un escalón central grande.

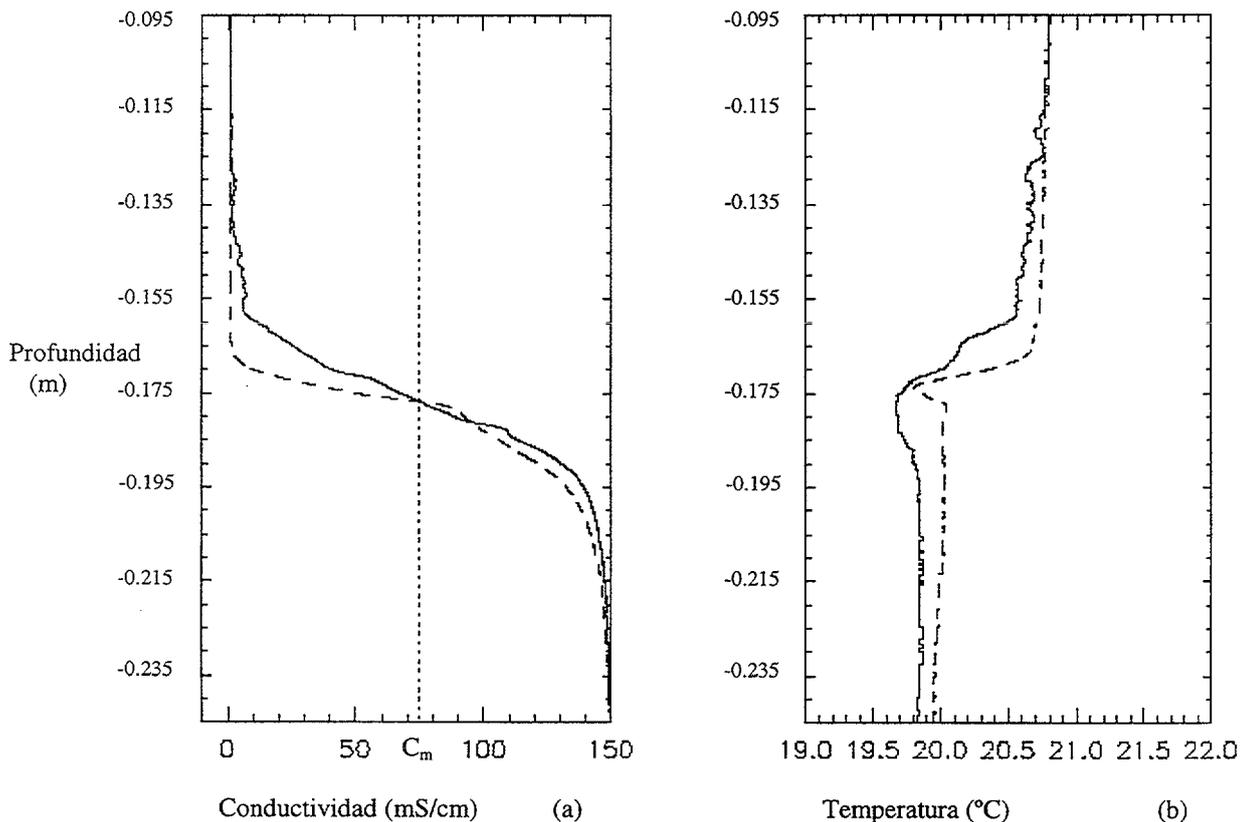


Figura 5.6: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del experimento del 22-09-98. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. Tanto el perfil de conductividad como el de temperatura iniciales, muestran que el llenado ha producido una mezcla importante.

#### Experimento 09-10-98 (N° 5)

El perfil final de temperatura Figura 5.7 (b), muestra la difusión de la señal inicial de temperatura, que puede borrar el efecto de las escaleras que se muestran en el perfil final de conductividad. Los fluidos siguen presentando una diferencia de temperatura de alrededor de un grado centígrado, debido a que no reposan lo suficiente después de la disolución de la sal. En la Tabla 5.6 se muestran los parámetros del experimento.

Densidad 1 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 1 (mS/cm)	Densidad 2 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 2 (mS/cm)	Angulo de inclinación (°)	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
1000	0.952	1197	150.4	5	0.0214	0.0422

Tabla 5.6: Datos del experimento del 09-10-98.

Los resultados de este experimento son similares al anterior con una señal de temperatura inicial, Figura 5.7 (b), que indica una mezcla durante el llenado que proporciona esa disminución en la temperatura coincidiendo con la deformidad en el perfil de conductividad, Figura 5.7 (a). Los perfiles finales de temperatura, Figura 5.7 (b), como de conductividad, Figura 5.7 (a), presentan estructuras de escalera, esta vez más claras en el perfil de temperatura, y más ligeras en el de conductividad.

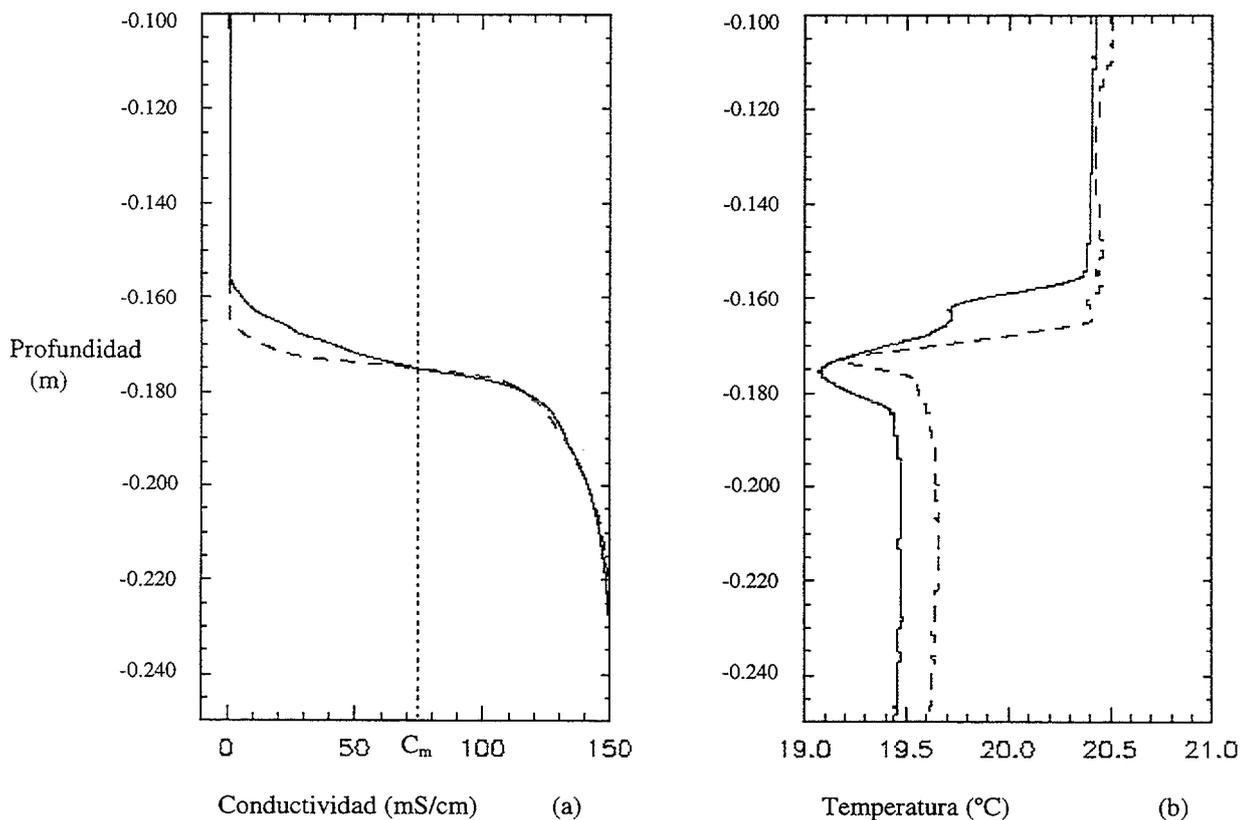


Figura 5.7: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del experimento del 09-10-98. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. Tanto el perfil de conductividad como el de temperatura iniciales, muestran que el llenado ha producido mezcla.

## Experimento 10-12-98 (N° 6)

En la Tabla 5.7 se pueden ver los parámetros que definen este experimento donde el tamaño de la interfase final es un poco mayor que la interfase final de experimentos con tamaño de interfase inicial similar.

Densidad 1 ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Cond. 1 ( $\text{mS/cm}$ )	Densidad 2 ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Cond. 2 ( $\text{mS/cm}$ )	Angulo de inclinación ( $^\circ$ )	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
1000	0.842	1201	160.8	5	0.0216	0.0662

Tabla 5.7: Datos del experimento del 10-12-98.

En la Figura 5.8 (b) se puede ver como ahora la señal de temperatura inicial indica que los dos fluidos tienen una pequeña diferencia de temperatura, en torno a  $0.2^\circ \text{C}$ , lo que indica que los fluidos se han dejado reposar suficientemente, para que sus temperaturas se acerquen.

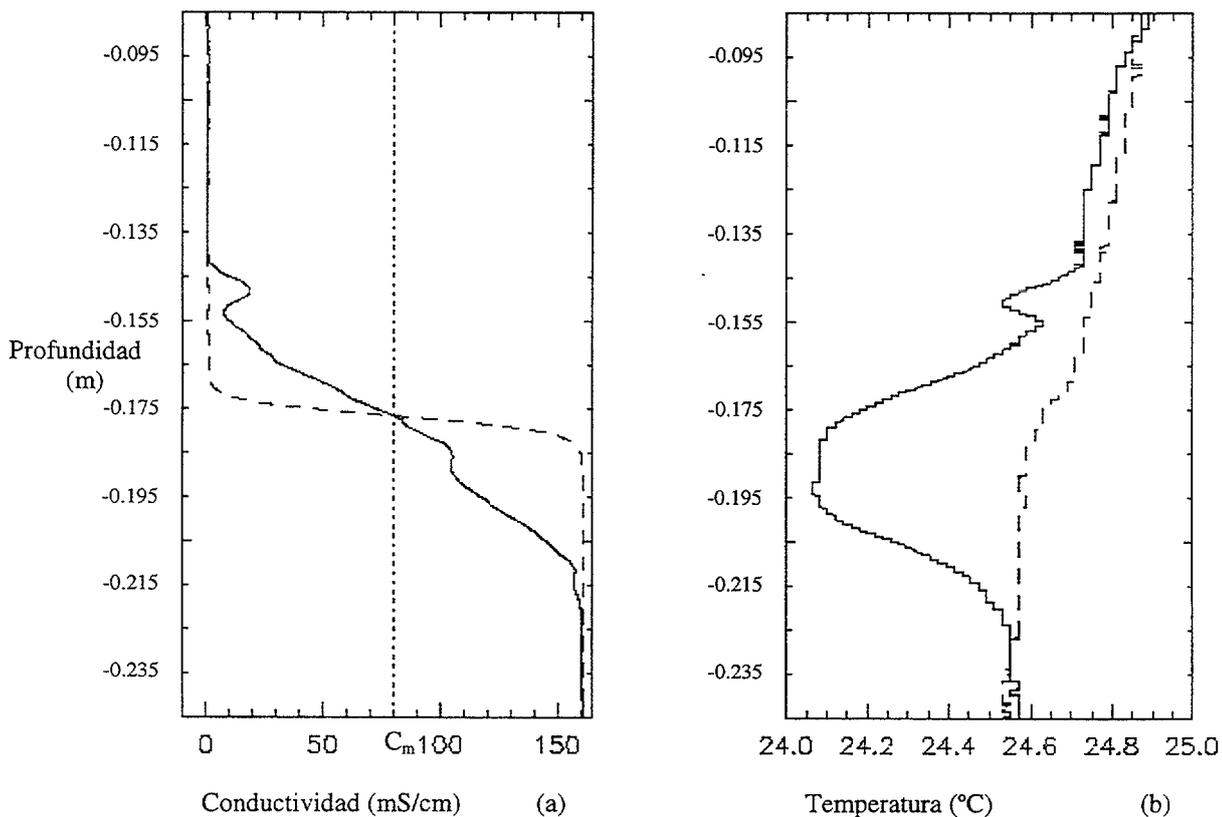


Figura 5.8: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del experimento del 10-12-98. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. El perfil de temperatura inicial indica que durante el llenado no se produjo mezcla brusca, sino solo difusión. Las temperaturas de los fluidos se acercan a menos de  $0.2^\circ \text{C}$ .

El perfil inicial de temperatura, Figura 5.8 (b), y de conductividad, Figura 5.8 (a), muestra que el llenado se produjo sin mezcla brusca, debido a que se cambió el sistema de llenado, que será el definitivo y es el que se muestra en el capítulo 4 “Descripción del experimento”, donde se evitaron todos los problemas que habían ido surgiendo hasta el momento. Por lo que el perfil inicial de conductividad es uniforme y el inicial de temperatura no muestra un descenso en la interfase, sino que de manera progresiva desciende gradualmente hasta llegar a la temperatura del fluido inferior.

El sensor de conductividad en el perfil final después de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, Figura 5.8 (a), muestra una serie de escalones, uno muy pronunciado, y varios más pequeños, en la parte superior del perfil una inversión de conductividad, que es acompañada por un descenso en la temperatura, Figura 5.8 (b). La temperatura, a partir de este punto disminuye indicando una mezcla de toda la interfase, excepto en la parte inicial en que presenta una señal diferenciada del resto, coincidiendo con una inversión de la conductividad.

### Experimento 15-12-98 (N° 7)

En la Tabla 5.8 se muestran los valores que definen el experimento, en este se muestran dos valores de interfase final, esto es debido a que el sensor de conductividad y temperatura muestra una primera señal de conductividad muy ligera en la parte superior del perfil que si se tiene en cuenta da como resultado el valor superior de tamaño de interfase, mientras que si no se tiene en cuenta estos primeros valores de conductividad el tamaño de interfase es el menor.

Densidad 1 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 1 (mS/cm)	Densidad 2 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 2 (mS/cm)	Angulo de inclinación (°)	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
1000	0.721	1199	160.5	5	0.0164	0.0782 0.0682

Tabla 5.8: Datos del experimento del 15-12-98.

En la gráfica de la Figura 5.9 (a) se representa los perfiles inicial y final del experimento donde el perfil inicial muestra una prácticamente simétrica respecto a la conductividad media, esto viene reforzado porque el perfil inicial de temperatura es un perfil sin descensos de temperatura. Como en el anterior experimento, el llenado se hizo sin que se produjera mezcla brusca y se comprueba como las modificaciones han solucionado los problemas del llenado, que hace que las condiciones iniciales se acerquen a las condiciones que se simulan en el comienzo del modelo.

La parte superior del perfil final de conductividad, Figura 5.9 (a), tiene una forma que hace difícil saber donde comienza, por lo que en la Tabla donde se representan los datos del experimento, hay dos valores del tamaño de interfase final. Uno corresponde al tamaño de la interfase si se toma como origen la primera señal de conductividad diferente de la conductividad del fluido superior, y el segundo dato si se

toma como origen la última conductividad del fluido superior. Aparecen escaleras en el perfil de conductividad final, Figura 5.9 (a), que tienen como respuesta en el perfil de temperatura final, Figura 5.9 (b), un descenso en toda la interfase, y solo la formación de escalera superior es la que da una señal un poco diferenciada al resto de las escaleras.

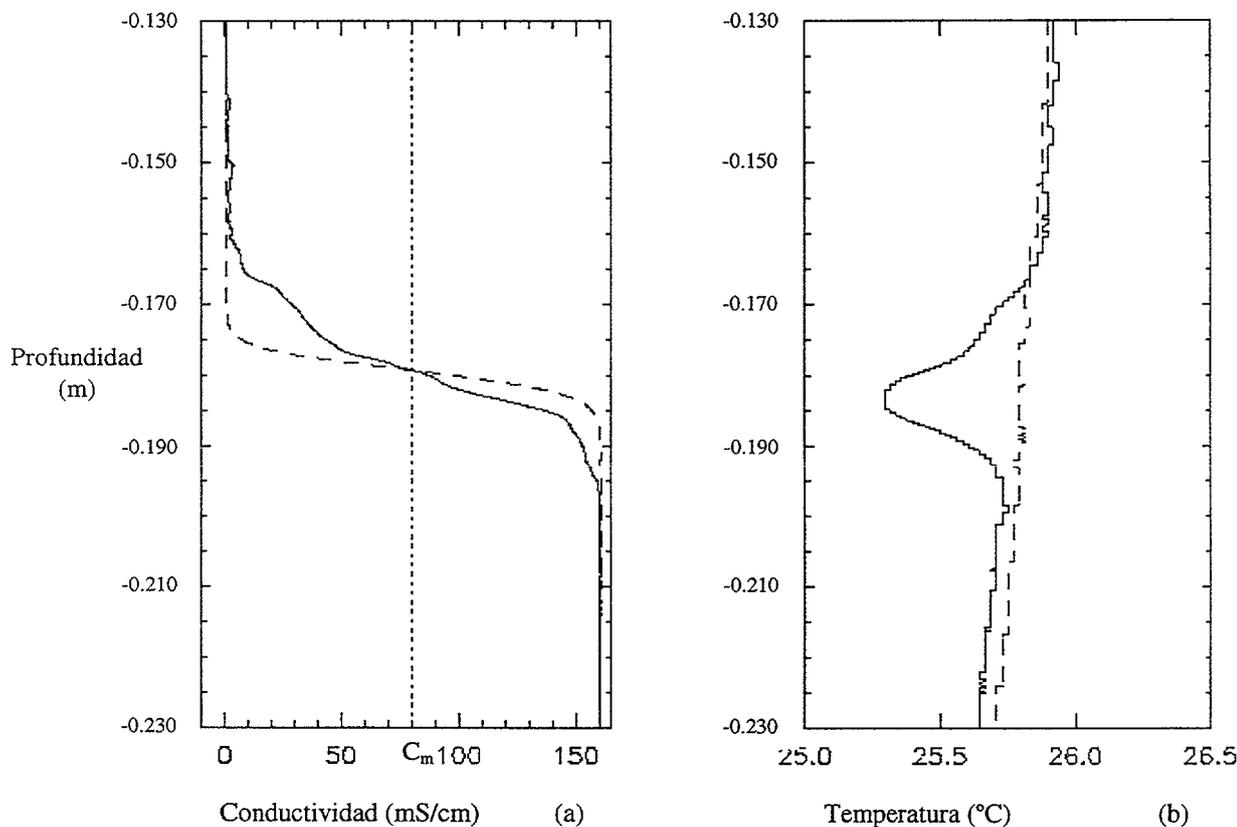


Figura 5.9: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del experimento del 15-12-98. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. El perfil de temperatura inicial indica que durante el llenado no se produjo mezcla brusca, sino solo difusión. Las temperaturas de los fluidos se acercan a menos de  $0.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### Experimento 22-01-99 (N°8)

Este día se hicieron dos experimentos, el primero se realizó con una inclinación de  $2.5^{\circ}$ , se pueden ver las imágenes de este primer experimento abriendo el archivo “*angulo2.5.avi*” del CD-ROM, lo que hizo que la velocidad de los fluidos no fuera suficiente para alcanzar la cizalla necesaria para la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz a pesar de que la interfase era muy pequeña. En la Tabla 5.9 se presentan los datos del experimento donde hay que destacar que el tamaño de la interfase inicial es pequeño y que la interfase final es poco mayor. Es el único experimento de los que se presentan en este trabajo que se hizo con una inclinación diferente de  $5^{\circ}$ . El perfil final de este primer experimento se hizo cuando la onda del final del tanque había llegado al centro del

tanque, por lo que se tiene una idea de la mezcla que se produjo, por la cizalla y la onda del final del tanque.

Densidad 1 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 1 (mS/cm)	Densidad 2 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 2 (mS/cm)	Angulo de inclinación (°)	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
1001	0.524	1200	160.7	2.5	0.0147	0.0260

Tabla 5.9: Datos del primer experimento del 22-01-99. No se ha producido la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, sino solo cizalla debido a que no se llegó a obtener la suficiente velocidad. El perfil se ha realizado después de la onda de rebote del final del tanque.

En las imágenes se puede que ver la onda del final del tanque pasas por el medio del tanque sin perturbar aparentemente mucho la interfase. Esto se puede comprobar en la Figura 5.10 que permite ver con más claridad como los perfiles, tanto de conductividad como de temperatura no presentan formaciones tipo escalón producidos por una mezcla brusca, el único proceso que se puede comprobar es la difusión acentuada que se ha producido durante este experimento, debido a la cizalla entre los fluidos.

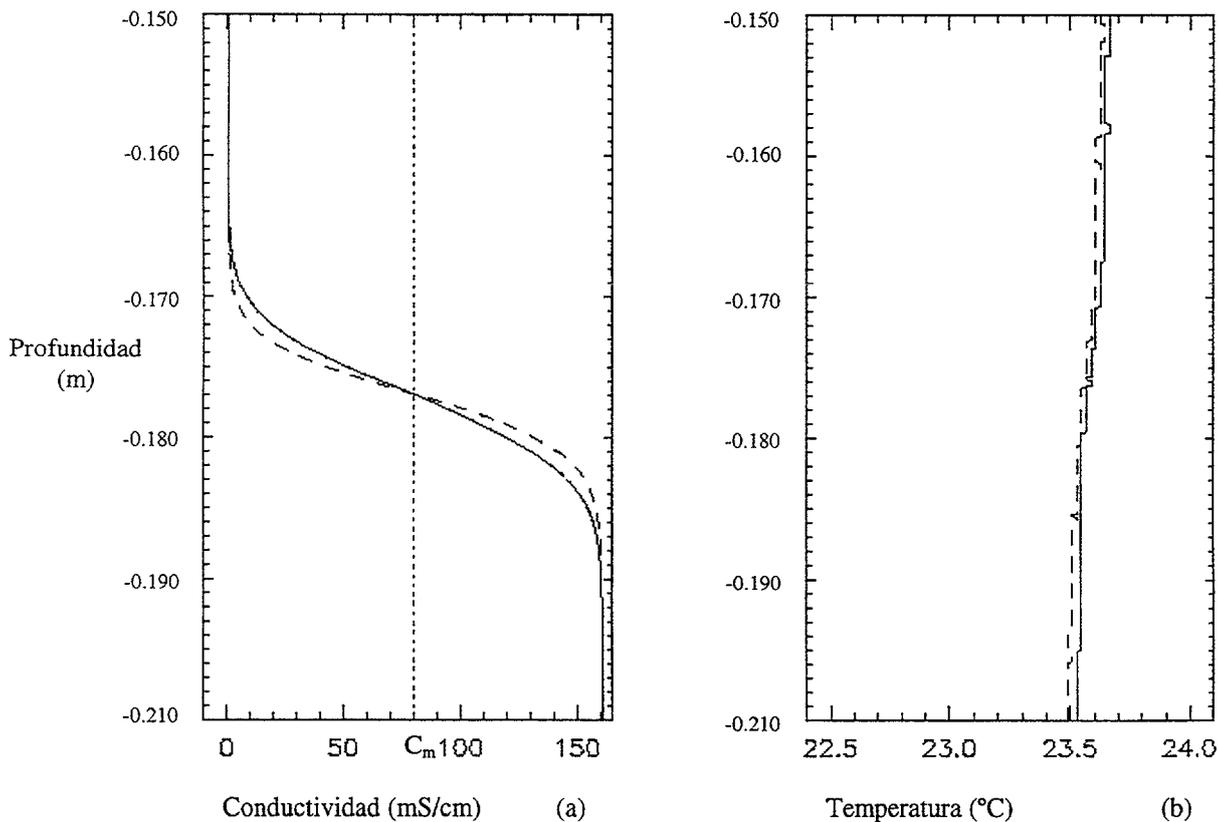


Figura 5.10: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del primer experimento del 22-01-99. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. El perfil de temperatura inicial indica que durante el llenado no se produjo mezcla brusca, sino solo difusión. Las temperaturas de los fluidos se acercan a menos de  $0.2$  °C.

El resultado es una interfase sin descenso de temperatura y con una forma similar al perfil inicial, Figura 5.10 (a) y (b). La onda de rebote del final del tanque no produjo ninguna mezcla brusca debido a que no rompió la interfase como en el experimento número 15 del 18-09-98 que se verá más adelante.

Debido a que la onda del final del tanque tiene un comportamiento parecido en los experimentos cuando se ha producido inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, esto puede dar una idea de los posibles efectos que pudiera tener esta onda de rebote con respecto a los perfiles finales que se obtienen.

#### Experimento 22-01-99 (N° 9)

Se dejó reposar el sistema hasta que los fluidos alcanzaron el reposo, y se realizó un segundo experimento. En la Tabla 5.10 se pueden ver los parámetros que definen el experimento y entre los que destaca que el tamaño de la interfase inicial ha crecido hasta casi el doble del tamaño que tenía el perfil final del experimento anterior, debido a que el sensor perturba la interfase e incrementa la mezcla de la cizalla que se produce hasta que los fluidos alcanzan el reposo.

Densidad 1 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 1 (mS/cm)	Densidad 2 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 2 (mS/cm)	Angulo de inclinación (°)	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
1001	0.524	1200	160.7	5	0.0422	0.0540

Tabla 5.10: Datos del segundo experimento del 22-01-99.

A pesar de presentar una interfase inicial grande se produjo inestabilidad de Kelvin-Helmholtz debido a que también la diferencia de densidad entre los fluidos es grande.

En la figura 5.11 (a) y (b) se puede ver como ahora si se ha producido una mezcla brusca, ya que se tiene las dos señales, las escaleras del perfil final de conductividad, Figura 5.11 (a), y la señal de descenso de temperatura de la Figura 5.11 (b).

El tamaño de la interfase inicial hizo que en el segundo experimento la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz se retrasara mucho ya que el tamaño mayor de la interfase inicial hace que el sistema sea más estable, pero por otro lado la debido a que la diferencia de densidades es grande hace que se produzca la inestabilización del sistema, en forma de inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

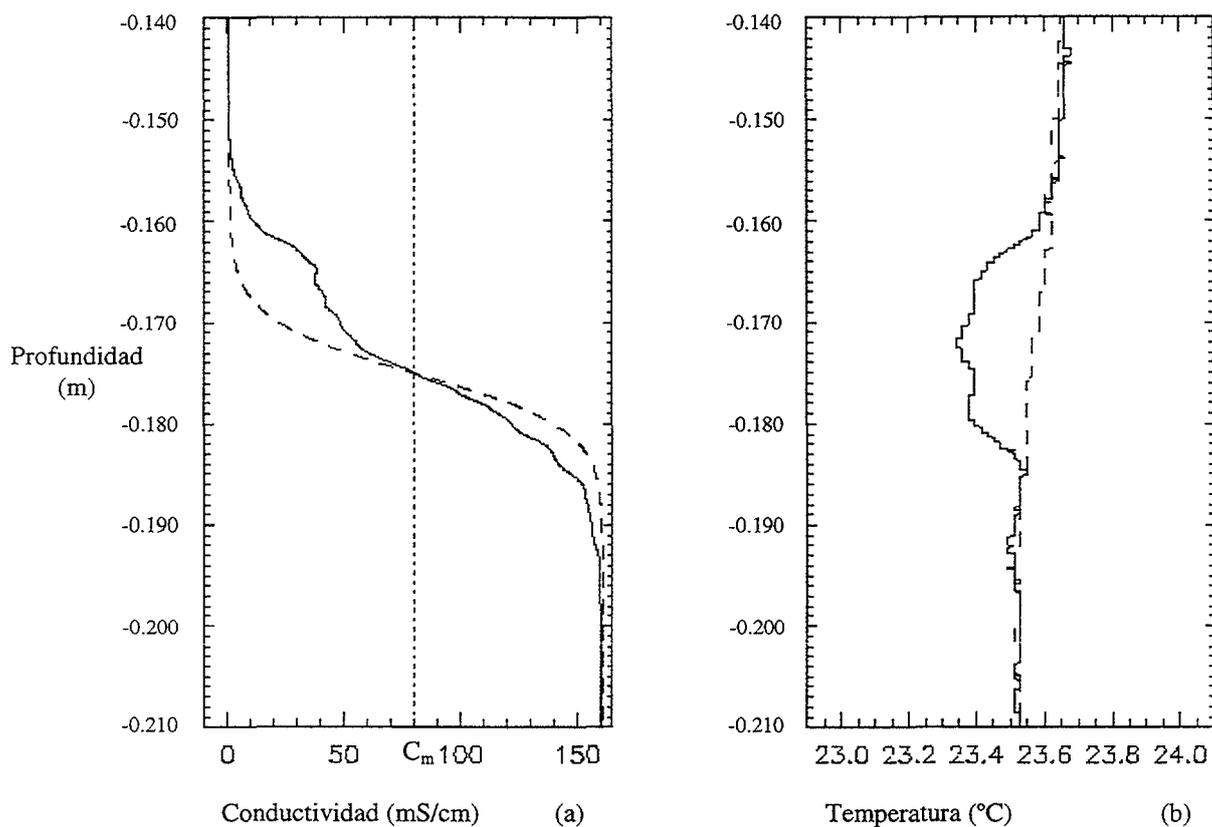


Figura 5.11: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del segundo experimento del 22-01-99. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. El perfil de temperatura inicial indica que durante el llenado no se produjo mezcla brusca, sino solo difusión. Las temperaturas de los fluidos se acercan a menos de  $0.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

El perfil final de conductividad muestra en su parte superior unas escaleras pequeñas sobrepuestas sobre un escalón grande, y en la parte inferior unas escaleras consecutivas hasta alcanzar la conductividad del fluido inferior.

El perfil final de temperatura muestra una mezcla más o menos uniforme en toda la capa de mezcla, con un descenso no muy acentuado, de en torno a  $0.2\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

#### Experimento 26-05-99 (N° 10)

En la Tabla 5.11 figuran los datos de este experimento donde la interfase inicial es bastante fina y no se ha producido mezcla brusca durante el llenado.

Densidad 1 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 1 (mS/cm)	Densidad 2 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 2 (mS/cm)	Angulo de inclinación (°)	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
1000	0.940	1184	158.0	5	0.0203	0.0507

Tabla 5.11: Datos del primer experimento del 26-05-99.

En la Figura 5.12 (b) donde se representan los perfiles de temperatura se puede observar como la diferencia de temperatura entre los fluidos es menor de  $0.1\text{ }^{\circ}\text{C}$ , debido a que las soluciones se realizaron cuatro días antes en el laboratorio y se dejaron reposar a tal efecto. El sistema de llenado ha evitado la mezcla brusca y el perfil inicial tanto de temperatura como de conductividad así lo muestran. La formación de escaleras una vez más representa una mezcla que viene señalada por el descenso en temperatura en toda la interfase de hasta más de  $0.4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , que muestra el perfil final de temperatura, Figura 5.12 (b).

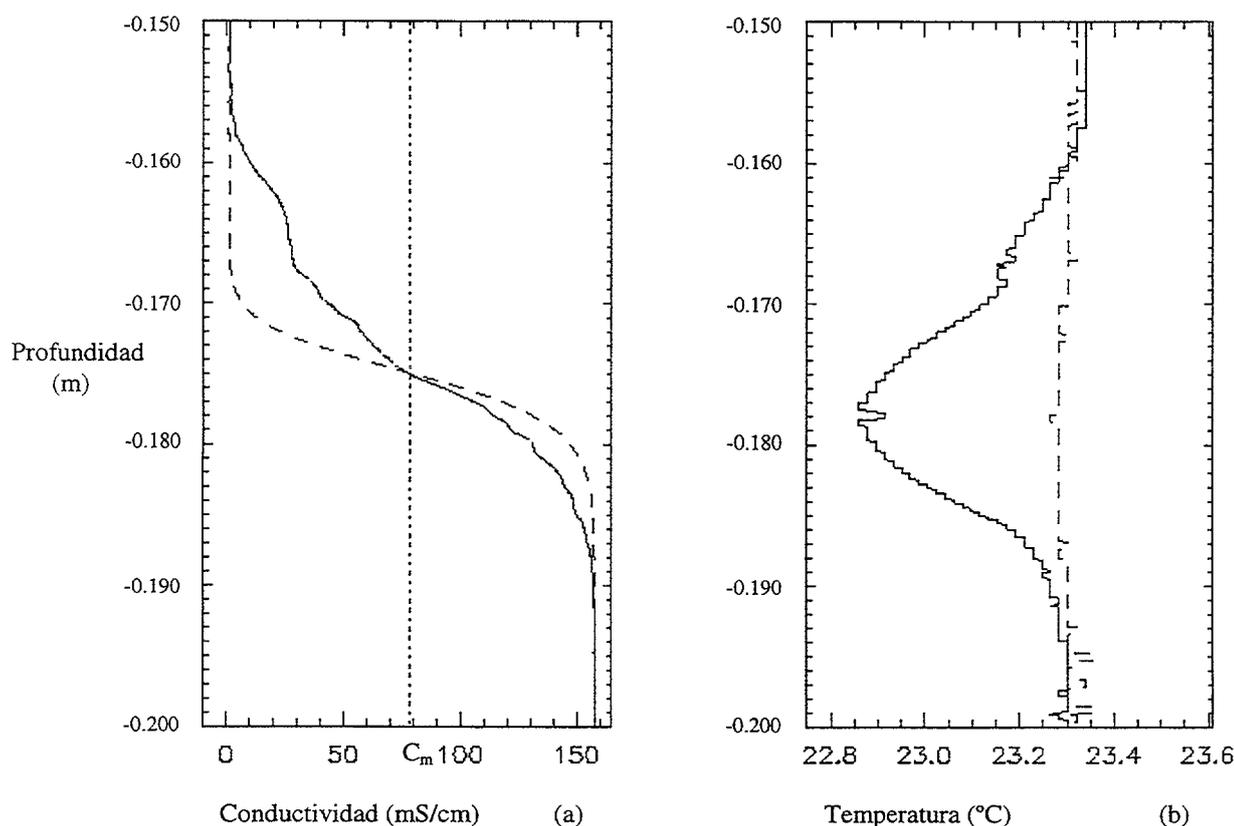


Figura 5.12: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del segundo experimento del 22-01-99. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. El perfil de temperatura inicial indica que durante el llenado no se produjo mezcla brusca, sino solo difusión. Las temperaturas de los fluidos se acercan a menos de  $0.1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### 5.2.2. EXPERIMENTO PARA LA OBTENCION DE LA NUEVA K

Estos experimentos tienen la particularidad de que el perfil final se realiza siempre antes de que se produzca la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. La obtención de la nueva coeficiente de densidad turbulenta ( $k$ ), que se obtiene comparando el crecimiento de la interfase suponiendo un proceso difusivo que sigue la formula  $4(k\tau)^{1/2} = \delta z$ , donde la  $k$  es el coeficiente de densidad turbulenta,  $\tau$  es el tiempo que dura el proceso, en este caso el tiempo transcurrido desde que se inclina el tanque hasta que se realiza el perfil final,  $\delta z$  es el crecimiento de la interfase en ese intervalo de tiempo.

Un ejemplo de este tipo de experimentos se puede ver en el CD-ROM adjunto con este trabajo, abriendo el archivo "knueva.avi" que muestra un experimento tipo similar a los que se van a exponer a continuación.

#### Experimento 12-03-99 (N° 11)

Se realizaron dos experimentos consecutivos destinados a determinar el crecimiento de la interfase antes de que tuviera lugar la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz; estos experimentos van a servir de ejemplo de los que se realizaron para calcular el coeficiente de difusión turbulenta que controla la mezcla antes de la inestabilidad.

Los parámetros del primer experimento se muestran en la Tabla 5.12, de se puede destacar el ligero crecimiento de la interfase respecto a los experimentos en los cuales se ha producido inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

Densidad 1 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 1 (mS/cm)	Densidad 2 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 2 (mS/cm)	Angulo de inclinación (°)	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
1001	0.450	1200	160.5	5	0.0255	0.0270

Tabla 5.12: Datos del primer experimento del 12-03-99. Se puede observar que el crecimiento de la interfase es pequeño ya que solo se produce difusión acentuada por la cizalla.

Los perfiles del primer experimento se muestran en las gráficas de la Figura 5.12 (a) y (b), en las cuales se puede ver como no se ha producido mezcla brusca sino solamente una difusión acelerada debido a la fricción entre los fluidos. La diferencia de temperatura entre los fluidos es menor de 0.2 °C, y no muestra ninguna respuesta al rozamiento debido a la cizalla. Este será el tipo de perfil final de conductividad y temperatura antes de tener lugar la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, la cizalla por si misma no produce sino una aceleración de la difusión tanto de temperatura como de conductividad y por lo tanto de densidad, pero por sí misma no es capaz de producir mezcla diapicna importante. Para ello necesita además algún tipo de inestabilidad que rompa la interfase que en este trabajo es la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, y como

se verá más adelante en el experimento del 18-09-98 también cuando se produce la rotura de la onda del final del tanque.

Para el cálculo del coeficiente de difusión es necesario conocer el tiempo en que se ha tomado el perfil final, para que mediante la fórmula de difusión de la sal en agua se pueda calcular la constante que habría que aplicar en este periodo anterior a la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

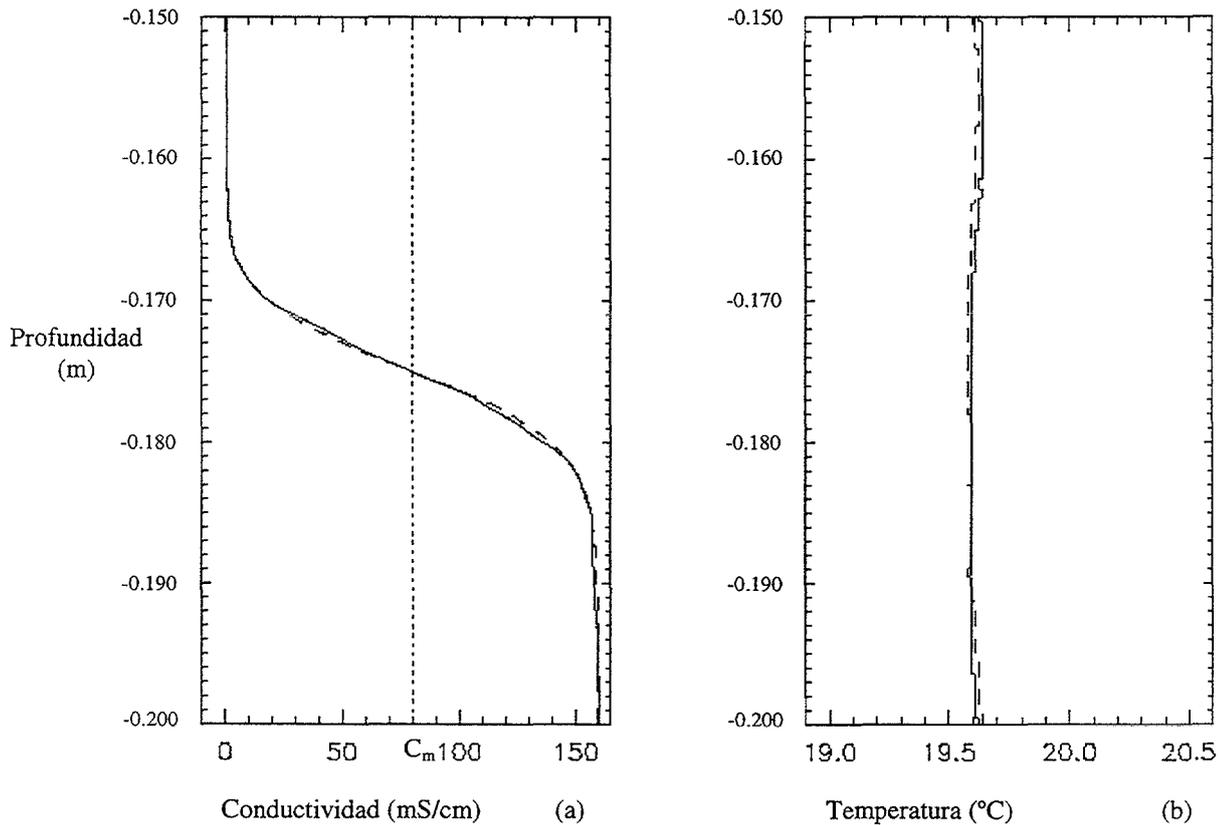


Figura 5.13: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del primer experimento del 12-03-99. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. El perfil de temperatura inicial indica que durante el llenado no se produjo mezcla brusca, sino solo difusión. Las temperaturas de los fluidos se acercan a menos de  $0.2$  °C. En este experimento se realizó el perfil final en el momento en que se desarrollaba la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

En la Tabla 5.13 se representan los tiempos del experimento, donde en primer lugar está el tiempo que se tarda en inclinar el tanque, a continuación el tiempo en que se hace el perfil, tomado en el momento en que el sensor llega al centro de la interfase, el tiempo efectivo, que se obtiene de restar la mitad del tiempo de inclinación del tiempo en que se ha tomado el perfil final, se encuentra en último lugar.

El tiempo efectivo es el tiempo que hace a los fluidos alcanzar la velocidad en el momento del perfil final si se aplicara la fórmula (5) del apartado 3.3.1.,  $u = \Delta g t \operatorname{sen} \alpha$ . De esta manera se incluye la aceleración durante la inclinación del tanque y solo se utiliza una fórmula y un tiempo. En la Figura 3.26 se representan las dos pendientes de la aceleración de los fluidos durante y después de la inclinación del tanque.

Tiempo en inclinar (s)	Tiempo del perfil (s)	Tiempo efectivo (s)
0.92	1.96	1.50

Tabla 5.13: Tiempos y valor del coeficiente de difusión del experimento primero del 12-03-99. El tiempo efectivo se obtiene restando del tiempo del perfil la mitad del tiempo de inclinación.

### Experimento 12-03-99 (Nº 12)

Se hizo un segundo experimento el 12-03-99, que como muestran las gráficas de la Figura 5.14 (a) y (b), está influido por el experimento anterior. Al realizar el perfil final en el experimento primero, el sensor produjo una perturbación de la interfase que produjo una inestabilidad tipo Kelvin-Helmholtz forzada, ver imagen de vídeo “*knueva.avi*”. Esto produjo una mezcla brusca entre los fluidos, que fue difuminada por los procesos que tienen lugar hasta que los fluidos alcanzan el reposo.

En la Tabla 5.14 se muestran los datos de este experimento en los que destaca el tamaño de la interfase inicial, y un crecimiento de la interfase del orden del experimento anterior por lo que se podía pensar en que podían emplearse los datos de estos segundos experimentos para la estadística destinada a obtener el nuevo coeficiente de difusión turbulenta forzada por la cizalla para laboratorio.

Densidad 1 ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Cond. 1 ( $\text{mS/cm}$ )	Densidad 2 ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Cond. 2 ( $\text{mS/cm}$ )	Angulo de inclinación ( $^{\circ}$ )	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
1001	0.450	1200	160.5	5	0.1570	0.1612

Tabla 5.14: Datos del segundo experimento del 12-03-99.

Si se tiene en cuenta la altura total del tanque  $0.35 \text{ m}$ , la medida de la interfase inicial  $0.157 \text{ m}$  (Tabla 5.14), no se puede despreciar ya que en este caso el tamaño de la interfase es del orden del tamaño del tanque, con lo que no se puede aplicar las aproximaciones que se realizaban en la descripción teórica del movimiento de los fluidos en el experimento del apartado 3.3.1. Donde se refería a que la altura total del tanque ( $H$ ) debe ser mucho mayor que el tamaño de la interfase ( $\delta z$ ), es decir  $H/\delta z \gg 1$ . Por lo que no se puede comparar los datos cuantitativos obtenidos en estos segundos experimentos, con los de experimentos realizados con una interfase inicial menor. Si se comparan los datos de los dos experimentos, Tabla 5.12 y 5.13 para el primero y 5.14 y

5.15 para el segundo, se puede ver como el crecimiento de la interfase en un tiempo efectivo igual produce un aumento de la interfase de casi el doble.

Tiempo en inclinar (s)	Tiempo del perfil (s)	Tiempo efectivo (s)
0.76	1.88	1.50

Tabla 5.15: Tiempos y valor del coeficiente de difusión del segundo experimento del 12-03-99. El tiempo efectivo se obtiene restando del tiempo del perfil la mitad del tiempo de inclinación.

Se realizaron siempre experimentos dobles cuando se trataba de obtener el coeficiente de difusión turbulenta, pero para el cálculo del promediado del valor que finalmente se uso en el modelo se han seleccionado los experimentos primeros que se han considerado más representativos, donde la interfase inicial es similar a la de los experimentos completos en los cuales se produce inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

El perfil inicial de conductividad, Figura 5.14 (a), se muestra suave sin escalones pero el de temperatura todavía muestra la señal de una mezcla diapirica fuerte por su descenso de temperatura. Este descenso abarca una región mayor que la interfase del perfil de conductividad, lo que indica que el coeficiente de difusión de la temperatura es mayor que el de conductividad.

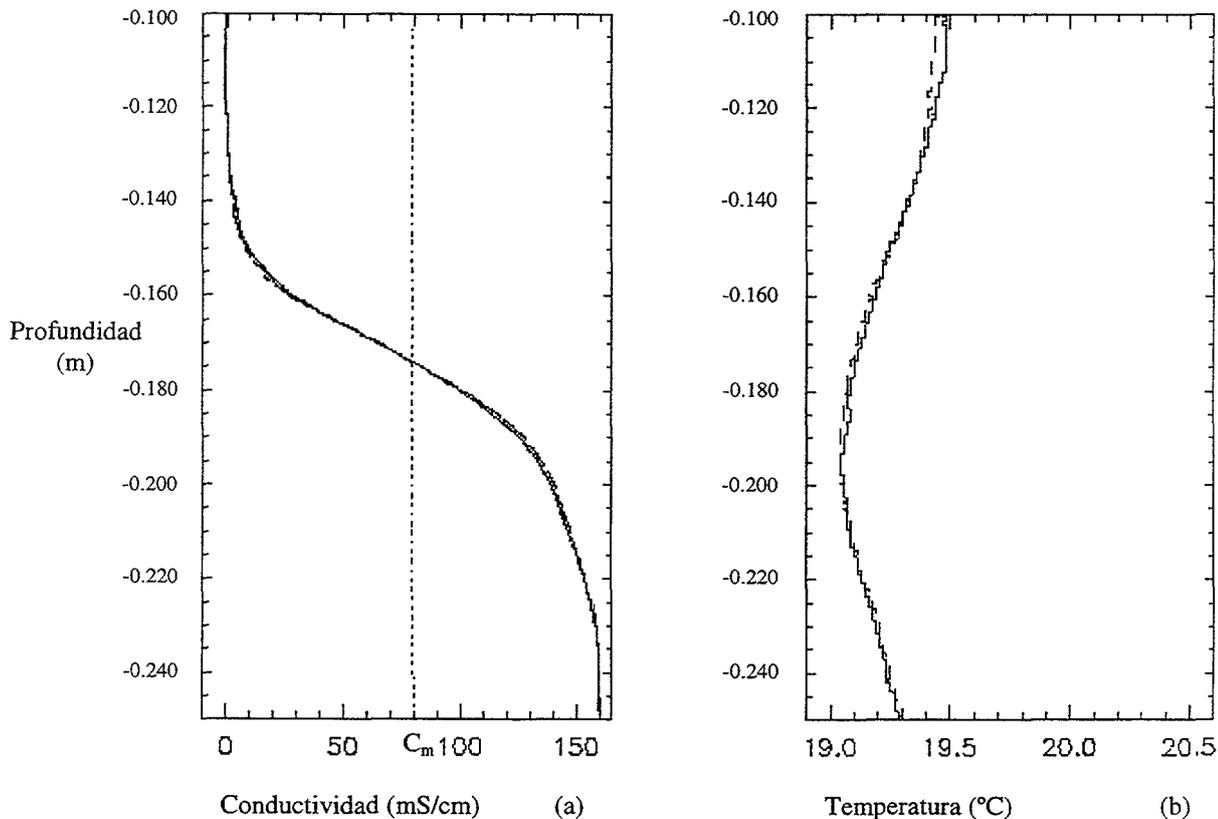


Figura 5.14: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del segundo experimento del 12-03-99. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. Los perfiles de temperatura muestran un descenso producido por la mezcla que tuvo lugar después del perfil final del experimento anterior.

### 5.2.3. OTROS EXPERIMENTOS

En este apartado se agrupan los experimentos, que por diferentes motivos, no se pueden clasificar dentro de los dos tipos anteriores

#### Experimento 06-04-99 (N° 13)

Este experimento tiene la particularidad de que cuando se realizó el perfil final, el sensor de conductividad y temperatura se vio envuelto por las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. En el CD-ROM adjunto se puede ver el archivo “*inst.K-H.avi*”, que muestra un experimento de estas características, en el que el perfil final se realiza cuando se desarrolla la inestabilidad.

En la Tabla 5.16 se presentan los parámetros del experimento donde el tamaño de la interfase final no es un dato relevante para este estudio. La pequeña diferencia entre la interfase inicial y la final es debido a que la inestabilidad está creciendo y no está completamente desarrollada, en las imágenes se comprueba que el sensor interrumpe el desarrollo normal de la inestabilidad, con lo que los datos no son verdaderamente comparables cuantitativamente hablando, pero dan una idea de lo que sucede en la inestabilidad.

Densidad 1 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 1 (mS/cm)	Densidad 2 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 2 (mS/cm)	Angulo de inclinación (°)	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
1000	0.540	1199	160.1	5	0.0208	0.0374

Tabla 5.16: Datos del primer experimento del 06-04-99.

En las Figura 5.15 (a) se presentan los perfiles de conductividad, es difícil hacer una lectura del perfil de conductividad debido a que mientras el sensor realiza el perfil la inestabilidad se está desarrollando lo que implica que las interfases están cambiando de grosor y se mueven verticalmente con una velocidad superior al sensor, ver Figuras 2.20 y 2.21 del apartado 2.4.1. donde se hace una introducción a la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. Se puede seguir algunos de los procesos iniciales del desarrollo de la inestabilidad, como es la compresión y estiramiento de las interfases en algunas partes y el proceso contrario en otras, esto en la mitad inicial de la interfase mientras que en la parte inferior ya presenta pequeñas esbozos de inversiones que corresponderían a una inestabilidad más desarrollada..

Es de señalar el perfil de temperatura, Figura 5.15 (b), donde no se muestra ninguna señal de descenso de temperatura, lo que implica que no se ha producido mezcla, de acuerdo con la teoría de desarrollo de esta inestabilidad, que dice que la mezcla se produce cuando se han desarrollado un poco más.

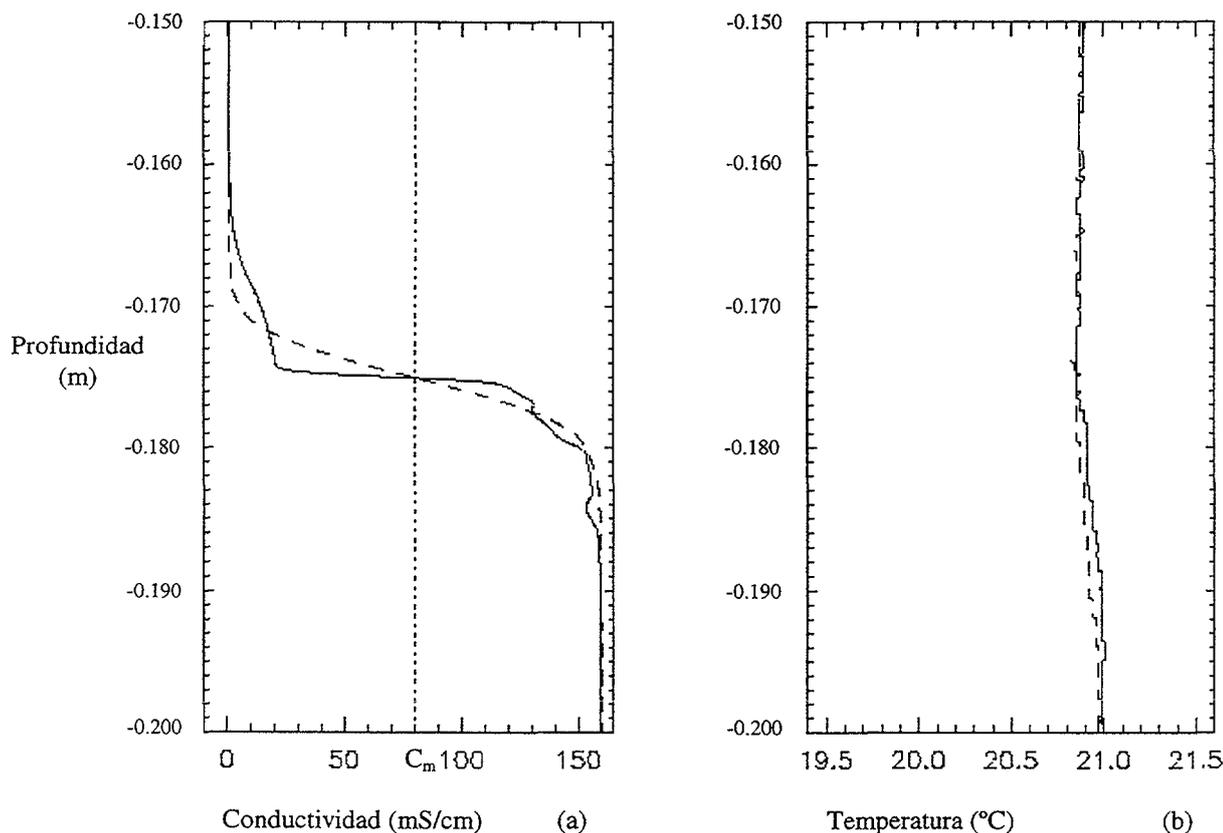


Figura 5.15: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del primer experimento del 06-04-99. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. La diferencia de temperatura de los fluidos es del orden de  $0.1\text{ }^\circ\text{C}$ . No se ha producido mezcla diapirica sino solamente difusión acelerada por la cizalla.

Experimento 02-06-99 (N° 14)

Es un experimento similar al anterior con la diferencia que se ha realizado el perfil final cuando la inestabilidad estaba más desarrollada. Las imágenes del archivo “*inst.K-H.avi*” corresponden a este experimento en concreto.

En la Tabla 5.17 se muestran los parámetros de este experimento, donde la interfase inicial es muy pronunciada y esto provocó que tuviera lugar la inestabilidad de K-H a pesar de que la diferencia de densidades no es de las mayores.

Densidad 1 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 1 (mS/cm)	Densidad 2 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 2 (mS/cm)	Angulo de inclinación (°)	Interfase Inicial (m)	Interfase Final (m)
1001	0.970	1188	157.2	5	0.0166	0.0350

Tabla 5.17: Datos del primer experimento del 02-06-99.

En la Figura 5.16 (a) y (b) se muestran respectivamente los perfiles de conductividad y temperatura, que muestran que el sensor ha llegado cuando la inestabilidad está en un grado de desarrollo más avanzado que en el experimento anterior, ya que se ha producido un descenso de temperatura apreciable que indica que ya ha comenzado la mezcla. El inicio superior del perfil final de conductividad es mucho más definido que el inicial, esto puede ser debido a que como propiedad de este tipo de inestabilidades se forman zonas de compresión y expansión de la interfase, como se representa en las Figuras 2.20 y 2.21 del apartado 2.1.4., donde se hace una introducción a la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

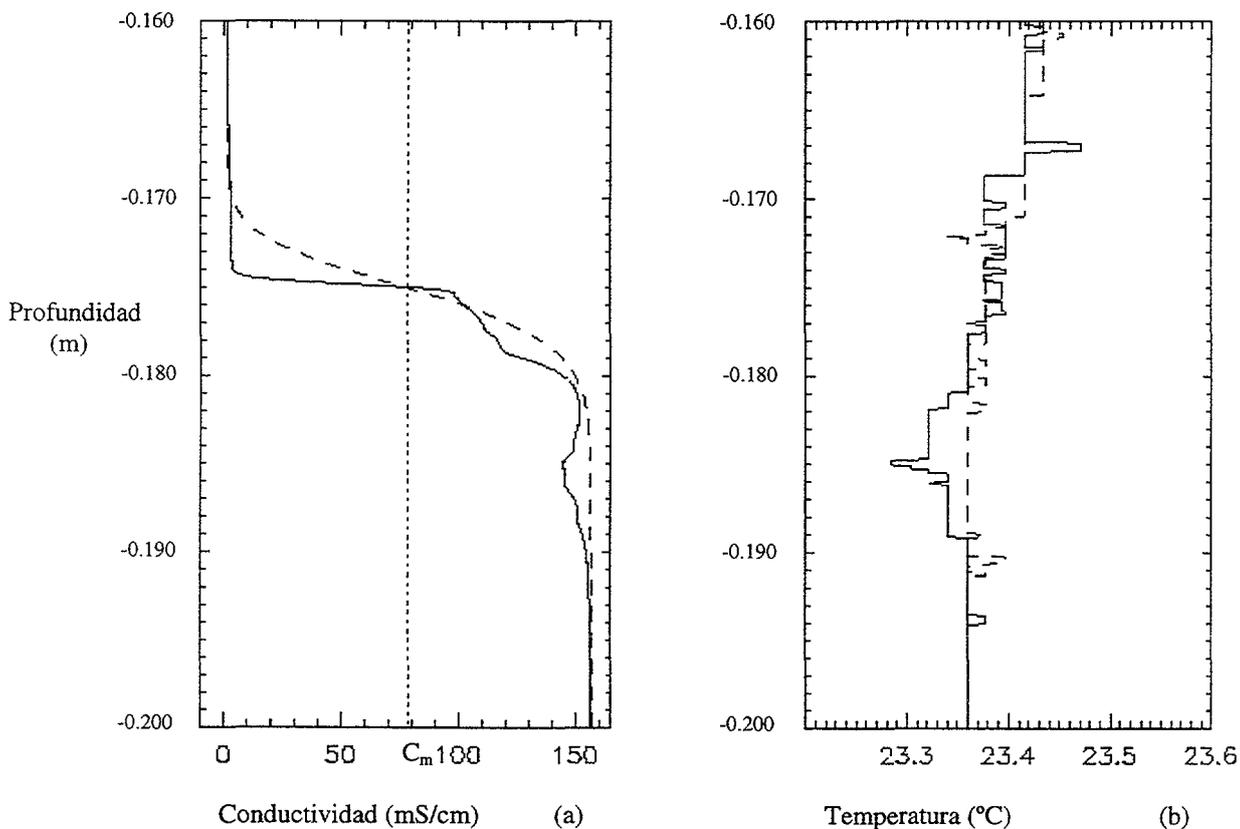


Figura 5.16: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del primer experimento del 06-04-99. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. La diferencia de temperatura de los fluidos es del orden de  $0.1\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Solo la inversión de conductividad tiene una señal, aunque sea débil, de disminución del perfil de temperatura.

Hay que tener presente que la interfase se está desplazando verticalmente y esto puede provocar que acompañe al sensor en su descenso o ascienda mientras este desciende con lo cual produce esta compresión de la interfase como puede suceder en el caso anterior.

Si se hace una lectura conjunta de los perfiles de conductividad y de temperatura destaca la inversión que presenta el perfil final de conductividad, que está acompañado

de un descenso en el perfil de temperatura a la misma altura, esto señala claramente que comienza a realizarse la mezcla entre los fluidos, pero esta mezcla acaba de comenzar y no se ha desarrollado totalmente, ya que el descenso de temperatura todavía es muy ligero.

#### Experimento 18-09-98 (N° 15)

En este experimento se produjo un problema al iniciar el llenado de la disolución más salina, y es que la inclinación del tanque era la opuesta a la que debía ser. Esto produjo una corriente de gravedad muy acusada en cuanto la disolución más salina y densa se encontró con una disolución con una densidad mucho menor, que como viene reflejado en la Tabla 5.18 es de una diferencia de  $191 \text{ kg m}^{-3}$ , que además tenía pendiente contraria. Esta corriente por el fondo produjo una gran mezcla a pesar de que se corrigió inmediatamente la inclinación. Esta mezcla debería haber producido una señal de temperatura fuertemente descendente, pero nuestro primer perfil no muestra esto debido a que la temperatura se difunde muy rápidamente en la columna de agua y ya se ha difundido totalmente cuando se realizó el perfil inicial, media hora después. En la Tabla 5.18 se refleja también esta mezcla inicial, ya que el tamaño de la interfase inicial es de alrededor del doble de los primeros experimentos anteriores.

Densidad 1 ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Cond. 1 (mS/cm)	Densidad 2 ( $\text{kg m}^{-3}$ )	Cond. 2 (mS/cm)	Angulo de inclinación (°)	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
1001	0.993	1192	149.2	5	0.0459	0.0562

Tabla 5.18: Datos del experimento del 18-09-98.

En la gráfica de la Figura 5.17 (a) se puede ver como la interfase presenta un perfil uniforme muy aproximado a la función error con la que se simula el modelo el perfil inicial de densidad. Ha ocurrido que la difusión durante esa media hora de llenado y la mezcla que ha producido la corrección inmediata de la inclinación, hayan borrado las posibles estructuras que se podrían haber formado durante la corriente de gravedad que se vio como friccionaba con el fluido menos denso que iba desplazando del fondo en su recorrido hacia el lado opuesto del tanque.

La consecuencia más directa de esta mezcla tan grande y del tamaño de la interfase fue que no se produjo la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, este tamaño de interfase produjo una estabilización del sistema que evitó que, aunque las velocidades de los dos fluidos fueran mayores que los experimentos anteriores debido a que la diferencia de densidad era algo mayor (en ese momento no se disponía de sensor de velocidad), el sistema llegara a la inestabilidad. Esto es una prueba clara de que a diferencia del mecanismo expuesto por *Phillips [1972]* una interfase muy fina es un punto inestable, si se tienen en cuenta criterios cinéticos de los fluidos que limitan esa

interfase y por eso la definición y el trabajo con el número de Richardson que aúna estas dos cuestiones, la cinética y la de la estratificación, debe estudiarse sin ignorar ninguna de ellas. Ya que para *Phillips* una interfase fina es un punto de estabilidad y una interfase de tamaño mayor representa un punto de inestabilidad.

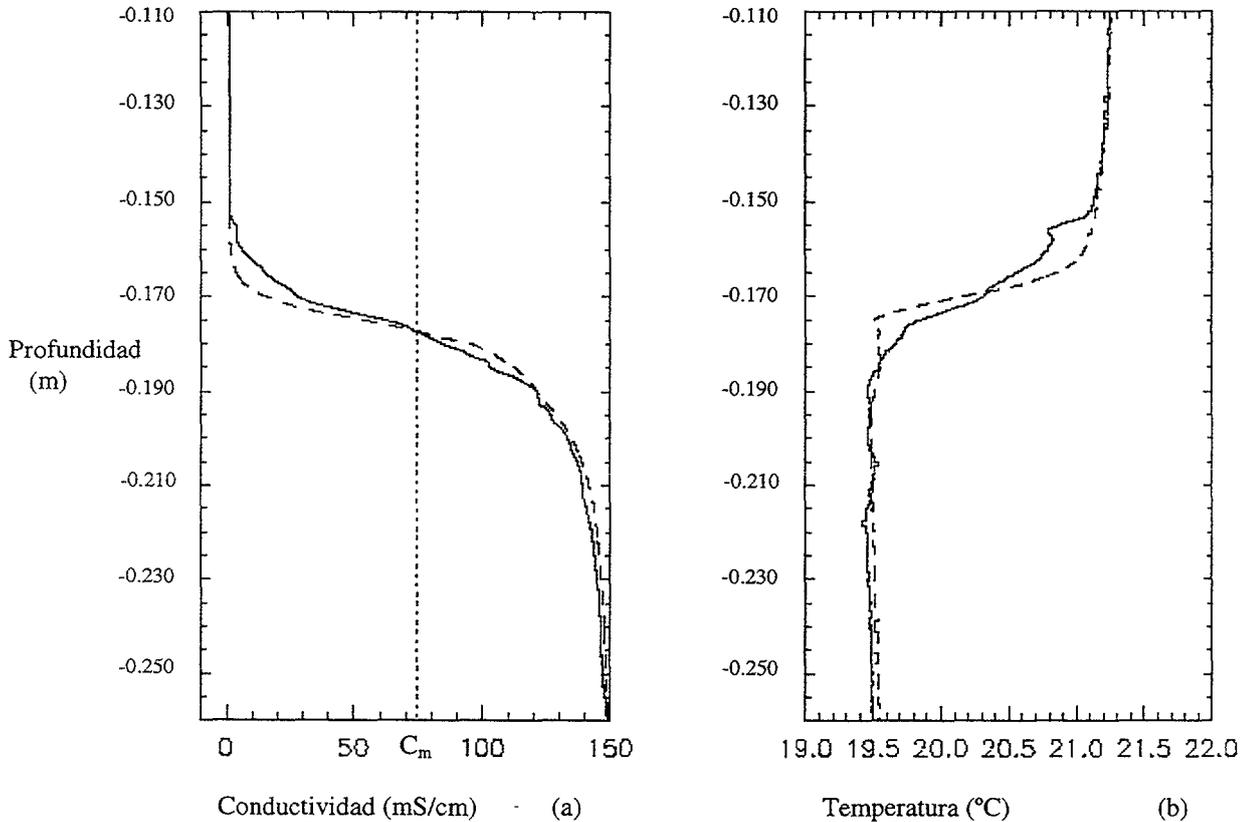


Figura 5.17: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del experimento del 18-09-98. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. En este caso el sensor de temperatura regresa a los valores de temperatura del fluido inferior. Tanto el perfil de conductividad como el de temperatura iniciales, muestran que el llenado ha producido una mezcla importante, y fue el responsable de que en este experimento no se produjera la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

Otro aspecto a destacar de los perfiles de la interfase es que el perfil final expone una interfase muy poco mayor que la inicial. Hasta ahora las interfases finales eran varias veces mayores que las iniciales, es claro que la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz produce ese aumento de mezcla, pero en el caso de que no se produzca el perfil de conductividad, Figura 5.17 (a), presenta las estructuras tipo escalera, con una señal de temperatura; Figura 5.17 (b), similar a cuando se producía la inestabilidad, solamente diferenciándose en el tamaño y número de las formaciones de escalón. El perfil final está realizado después de que pase la onda de reflexión del fondo del tanque, como en los anteriores experimentos, lo que quiere decir que cuando el fluido está estratificado también se produce mezcla brusca y la formación de escaleras, debido a la onda del de rebote del fondo del tanque, que rompe la interfase y produce este tipo de mezcla. En los anteriores y posteriores experimentos donde el perfil final se hace

después de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz la onda del fondo del tanque llega cuando todavía no ha disminuido la turbulencia producida por la inestabilidad, y la influencia de esta onda produce un ligero aumento de la turbulencia en la interfase, muy difícil de evaluar, pero al parecer por las imágenes y los datos de este experimento, no demasiado importante.

Para terminar la descripción de este experimento se muestra en la Figura 5.18 un fotograma del vídeo grabado durante el experimento. Se puede ver como la onda, que acaba de romper, ha formado un fluido de densidad intermedia que está extendiéndose a lo largo de la interfase.

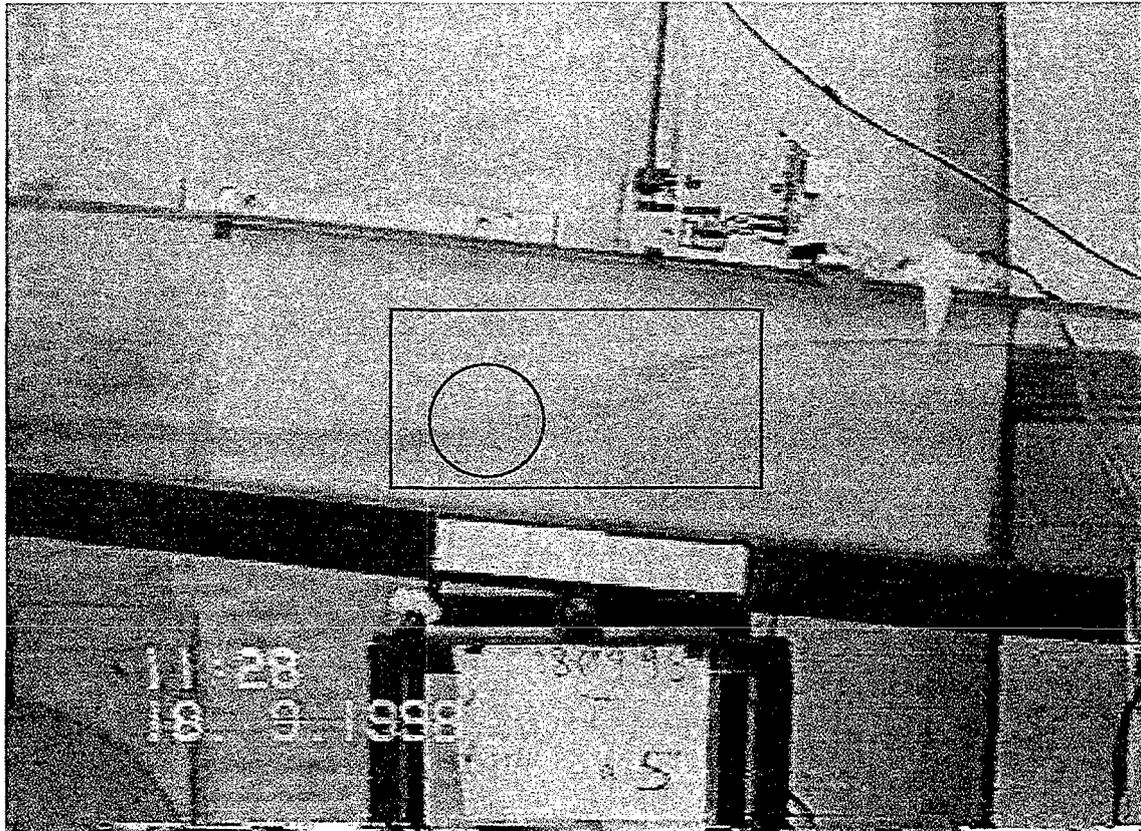


Figura 5.18: Fotograma de la grabación del vídeo del experimento en el momento en que la onda del final del tanque rompe al llegar al centro del tanque. El fluido más denso fue coloreado ligeramente con Rodamina. Se puede observar en el recuadro resaltado en la Figura, como la interfase se ha roto y la interfase en el centro está difuminada y en el valle de la onda se ve la nariz, en el círculo, del nuevo fluido formado por la mezcla que acaba de suceder y que avanza extendiéndose por la interfase.

#### Experimento 02-03-99 (Nº 16)

En la Tabla 5.19 se muestran los parámetros que determinan las condiciones del experimento, donde hay que hacer notar que a pesar de que el tamaño de la interfase inicial era bastante grande, se produjo la inestabilidad debido a que la diferencia de

densidades era muy grande y producía una cizalla suficiente para inestabilizar la interfase estable de la que se partía.

Densidad 1 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 1 (mS/cm)	Densidad 2 (kg m <sup>-3</sup> )	Cond. 2 (mS/cm)	Angulo de inclinación (°)	Interfase inicial (m)	Interfase Final (m)
1002	0.326	1203	161.8	5	0.0420	0.1030

Tabla 5.19: Datos del experimento del 02-03-99.

Este experimento se diferencia de los anteriores claramente si se observa, en la Figura 5.19 (a), el perfil final de conductividad. Este perfil presenta una amplitud considerable y lo más llamativo es que presenta numerosas inversiones de conductividad que no se presentan hasta ahora en ningún otro experimento. El sensor de conductividad y temperatura realizó el perfil final un segundo después de que se hubiera producido la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. Todavía no se ha relajado el sistema y no se han ordenado los fluidos en densidad para dar lugar a las formaciones tipo escalón.

Si se observa el fotograma de la Figura 3.29, del capítulo 3 donde se describe la realización de los experimentos, donde se capta un momento del desarrollo de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, se puede comprender mejor el perfil final que se representa en la Figura 5.19 (a). Cada onda de la inestabilidad provoca la subida de una lengua de fluido más denso dentro del fluido menos denso y viceversa, para después producir una mezcla fuerte. La señal de temperatura ya muestra un acusado descenso en toda la interfase, lo cual sugiere que la mezcla ya ha comenzado, la menor velocidad en la toma de datos del sensor de temperatura impide que pueda reflejar los posibles cambios que pudieran existir asociados a los cambios e inversiones bruscas que refleja el sensor de conductividad, además de desplazar los valores de temperatura ligeramente hacia abajo.

Si se compara el tamaño de la interfase final, que es aproximadamente el tamaño de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, con los perfiles finales de otros experimentos anteriores, que aunque no iguales tienen unas condiciones iniciales parecidas, se puede comprobar como cuando disminuye la velocidad, esta interfase se va reduciendo y se ordenan las partículas de fluido por su densidad en la columna, produciendo un perfil final como los que se pueden en esos experimentos anteriores y posteriores cuando el perfil final se tomó un tiempo después de la inestabilidad cuando la velocidad ha disminuido apreciablemente.

Este tipo de perfiles se obtiene siempre que se realice el perfil poco tiempo después de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, cuando la turbulencia está en pleno desarrollo, para obtener las formaciones en escalera es necesario dejar que se relaje y se ordenen los diferentes fluidos formados.



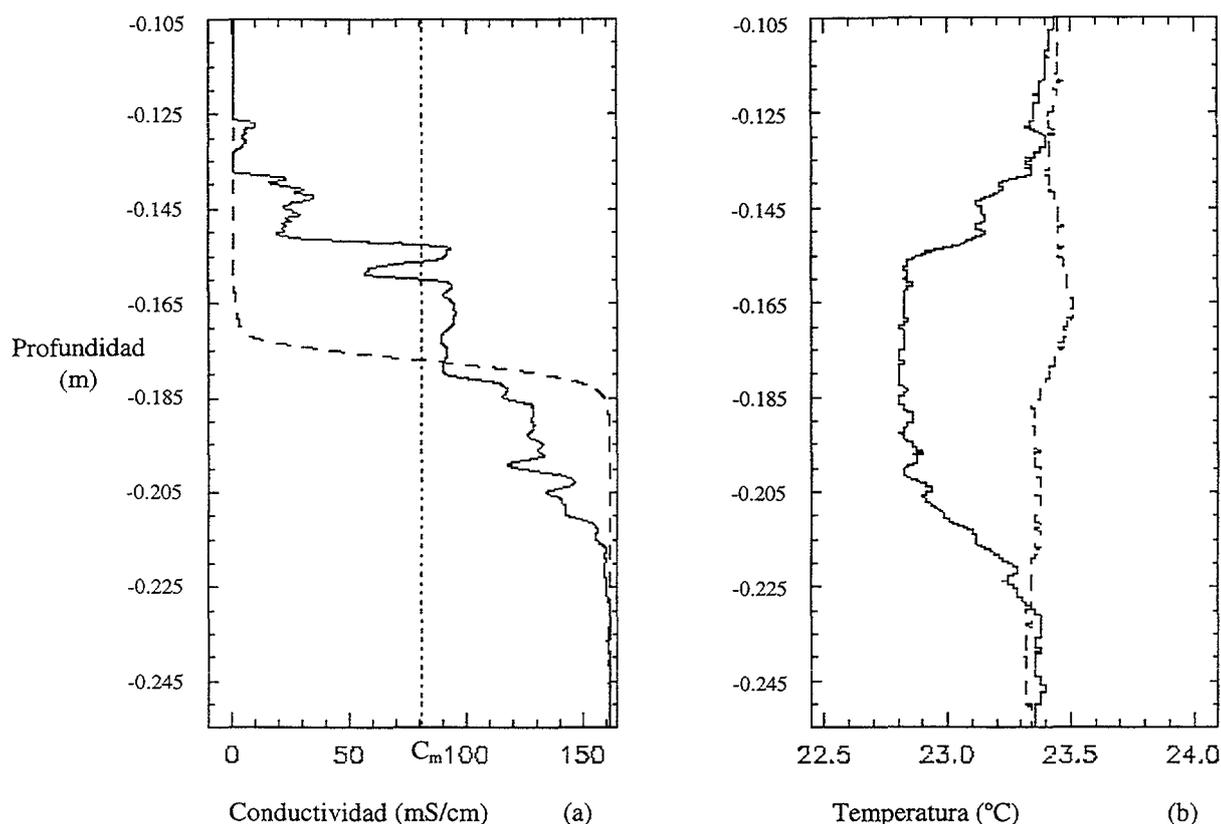


Figura 5.19: Superposición de los perfiles inicial (trazo discontinuo) y final (trazo continuo) de (a) conductividad y (b) temperatura, del experimento del 02-03-99. El valor de  $C_m$  corresponde a la conductividad media del experimento. El perfil de temperatura inicial indica que durante el llenado no se produjo mezcla brusca, sino solo difusión. Las temperaturas de los fluidos se acercan a menos de  $0.2\text{ }^{\circ}\text{C}$ . En este experimento se realizó el perfil final en el momento en que se desarrollaba la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

La lectura de este perfil no ha de ser trivial, que como pudiera parecer con hacer un suavizado bastaría para obtener escalones, y hay que tener en cuenta el resto del sistema para hacer una lectura adecuada del proceso que tiene lugar. Teniendo en cuenta que la inestabilidad se produce en la parte central del tanque y que después de formados los diferentes fluidos con su densidad propia se distribuyen a lo largo del tanque disminuyendo así bruscamente el tamaño de la interfase.

Tampoco se puede analizar el perfil sin tener en cuenta lo que está sucediendo dinámicamente ya que en ese momento los fluidos tienen una gran energía cinética que les ha permitido romper la interfase, y estar fuera de la altura que les correspondería por su densidad. Los fluidos se irán ordenando en dos sentidos, primero verticalmente por densidad pero después de encontrar su sitio vertical, produce una ligera corriente de gravedad extendiéndose a lo largo del tanque. Esto produce una disminución rápida del tamaño de la interfase.

No todo el fluido involucrado en la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz se mezcla directamente como pudiera parecer si se observa de nuevo la Figura 2.20, cuando

---

termina el desarrollo de la inestabilidad en la Figura 2.20 (g), donde parece que todo el fluido se mezcla uniformemente.

Si se recuerda la teoría de Kolmogorov, hay un paso de energía desde los tamaños iniciales hasta los finales donde se pierde totalmente debido a la viscosidad molecular, y si se ve la Figura 2.21 se pueden identificar estructuras pequeñas que son las responsables últimas de la mezcla. Y aunque no se haya identificado las estructuras consecutivas en tamaño si da una idea de que la mezcla tiene una gradación.

Para concluir esta serie de experimentos sería conveniente realizar este proceso en mesa rotatoria para comprobar si los nuevos fluidos fruto de esta mezcla, mantienen sus propiedades o por el contrario desaparecen rápidamente.

### 5.3. LIMITACION DE LOS EXPERIMENTOS

La principal limitación de los experimentos, es que se realiza el perfil para obtener el resultado final del experimento después de que la onda del final del tanque llegue. Esta onda es muy suave y llega en el momento en que la turbulencia derivada de la inestabilidad se está desarrollando. Esta onda produce un aumento de la turbulencia que no se puede medir, y producirá una mayor mezcla que la que se produciría si solo fuera la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz la que produjera la mezcla. Esta es la única manera de relajar el sistema de la turbulencia y ver como se ordenan las diferentes parcelas de fluido atendiendo a su densidad. En el océano los procesos que dan lugar a escaleras por cizalla, tienen su inicio en unas condiciones de inestabilidad que producen una turbulencia (Kelvin-Helmholtz), después de esta inestabilidad las condiciones de inestabilidad se relajan y en ese momento se produce la formación de escaleras. Esto se ha intentado simular en el tanque pero para que se produjera la relajación y la formación de estructuras tipo escalón, es necesario hacer el perfil segundos después de que llegue la onda del final del tanque.

El sensor que realiza los perfiles de conductividad y temperatura, como ya se ha dicho al comienzo de este capítulo, irrumpe en el flujo y perturba el perfil de velocidad de los fluidos. Además los perfiles se realizan por encima del límite de respuesta del sensor de temperatura y muy cerca del de conductividad. El sensor irrumpe y perturba la interfase haciendo que la parte inferior de los perfiles se deforme y no sean simétricos.

## **CAPÍTULO 6**

## **DISCUSIÓN**

### 6.1. COMPARACIÓN DE RESULTADOS NUMÉRICOS Y EXPERIMENTALES

En las gráficas de la Figura 6.1 se puede ver la comparación entre las formaciones de escalera de un experimento, Figura 6.1 (b) y el perfil obtenido en una simulación numérica con la misma diferencia de densidades y tamaño de interfase inicial, Figura 6.1 (a).

Los resultados del modelo y las observaciones muestran cierta similitud aunque los escalones son mucho más pronunciados en los experimentos y además se producen varios en toda la interfase. Este tamaño depende además de la mezcla producida por la inestabilidad de *Kelvin-Helmholtz*, y del tiempo que se deja reposar la mezcla antes de realizar el perfil. La mezcla es producida principalmente por la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz y modificada ligeramente por la onda de rebote del final del tanque, la Figura 6.2 (b) muestra los perfiles inicial y final del experimento, con el perfil final obtenido después de que el sistema se hubiera relajado de la turbulencia producida por la inestabilidad.

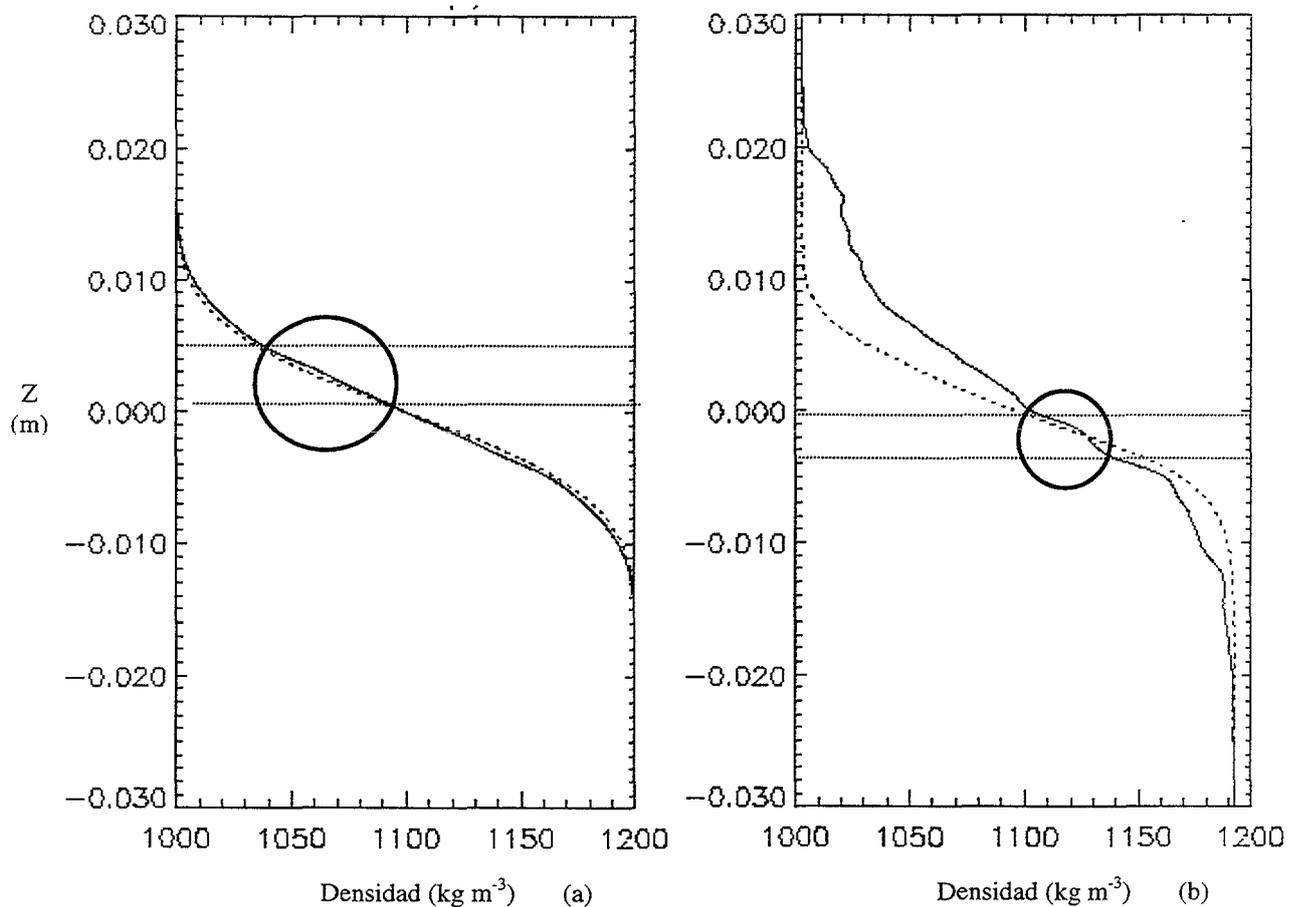


Figura 6.1: Comparación entre un perfil obtenido por el modelo (a) y un perfil obtenido del experimento (b), para las mismas condiciones iniciales de densidad y tamaño de interfase. Los perfiles punteados representan el perfil inicial de partida y las líneas discontinuas transversales indican el tamaño de las escaleras. Tamaño inicial de interfase de 0.030 m.

Una vez realizado el perfil final las estructuras en escaleras son drásticamente reducidas debido a los múltiples movimientos de los fluidos que se producen posteriormente.

En la comparación entre las observaciones numéricas y experimentales llama la atención el mayor grado de difusión experimental, que claramente excede el tamaño inicial de la interfase, en comparación con el perfil simulado por el modelo donde la interfase final es poco mayor que la inicial. Los perfiles finales se realizan cuando no se ha relajado totalmente el sistema, por lo que no están mostrando la interfase que produciría la inestabilidad por si sola. Hay que tener en cuenta además que la inestabilidad se produce solamente en la zona central del tanque y que la mezcla producida en ese espacio se repartirá por todo el tanque dependiendo de su densidad. Por estas razones es muy difícil conocer la mezcla real que produciría la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz en este tanque.

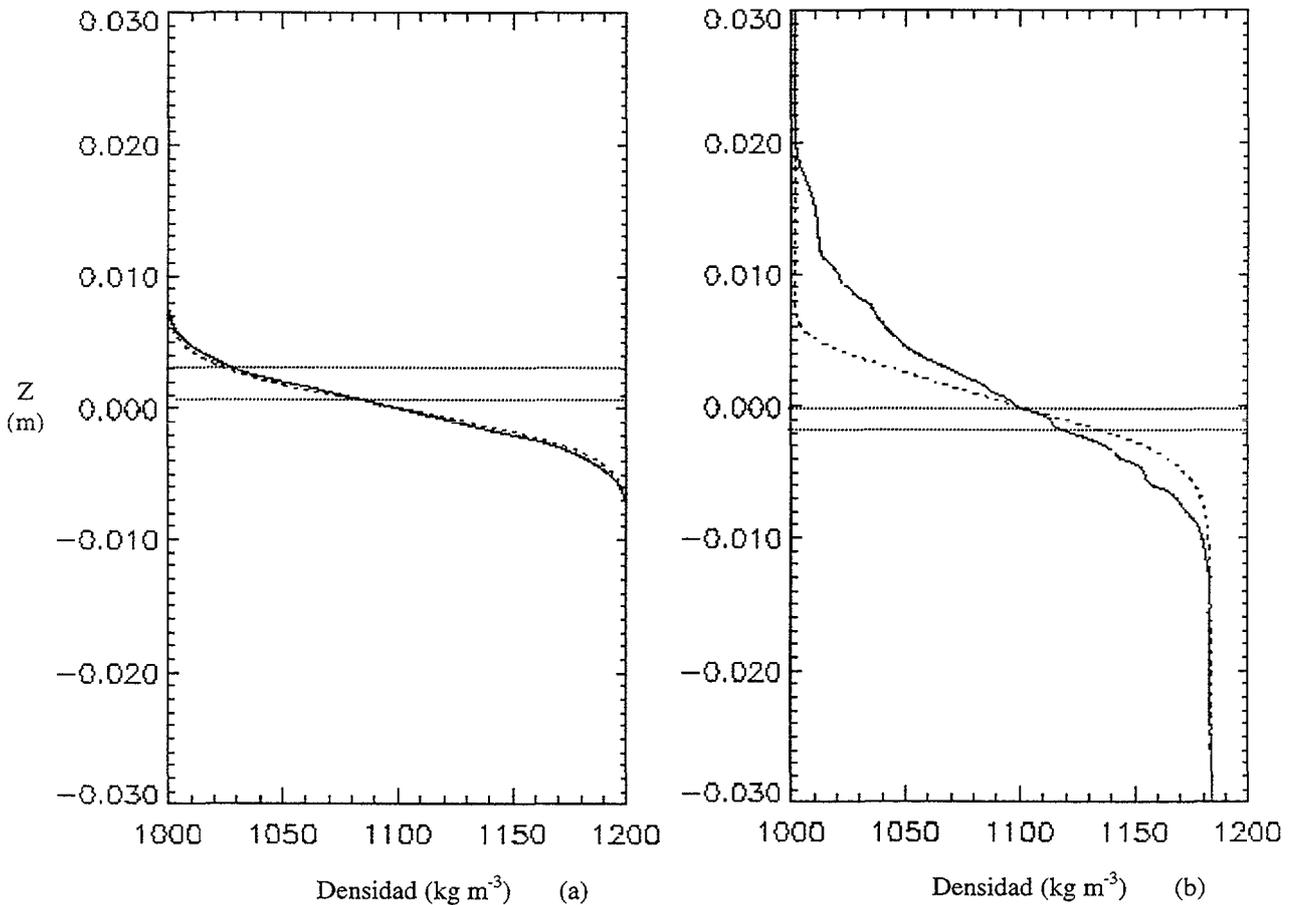


Figura 6.2: Comparación entre un perfil obtenido por el modelo (a) y un perfil obtenido del experimento (b), para las mismas condiciones iniciales de densidad y tamaño de interfase. Los perfiles punteados representan el perfil inicial de partida y las líneas discontinuas transversales indican el tamaño de las escaleras. Tamaño inicial de interfase de  $0.015$  m.

Thorpe encontró una relación lineal entre el tamaño de la capa inicial y el tamaño de las inestabilidades con lo que se presupone que ocurrirá una mayor mezcla con mayores tamaños de las ondas de la inestabilidad. En la Figura 6.3 se muestran varias ejecuciones del modelo y los resultados experimentales para diferentes tamaños de interfase inicial ( $\delta z$ ), con las demás variables constantes para identificar la influencia del tamaño inicial de interfase.

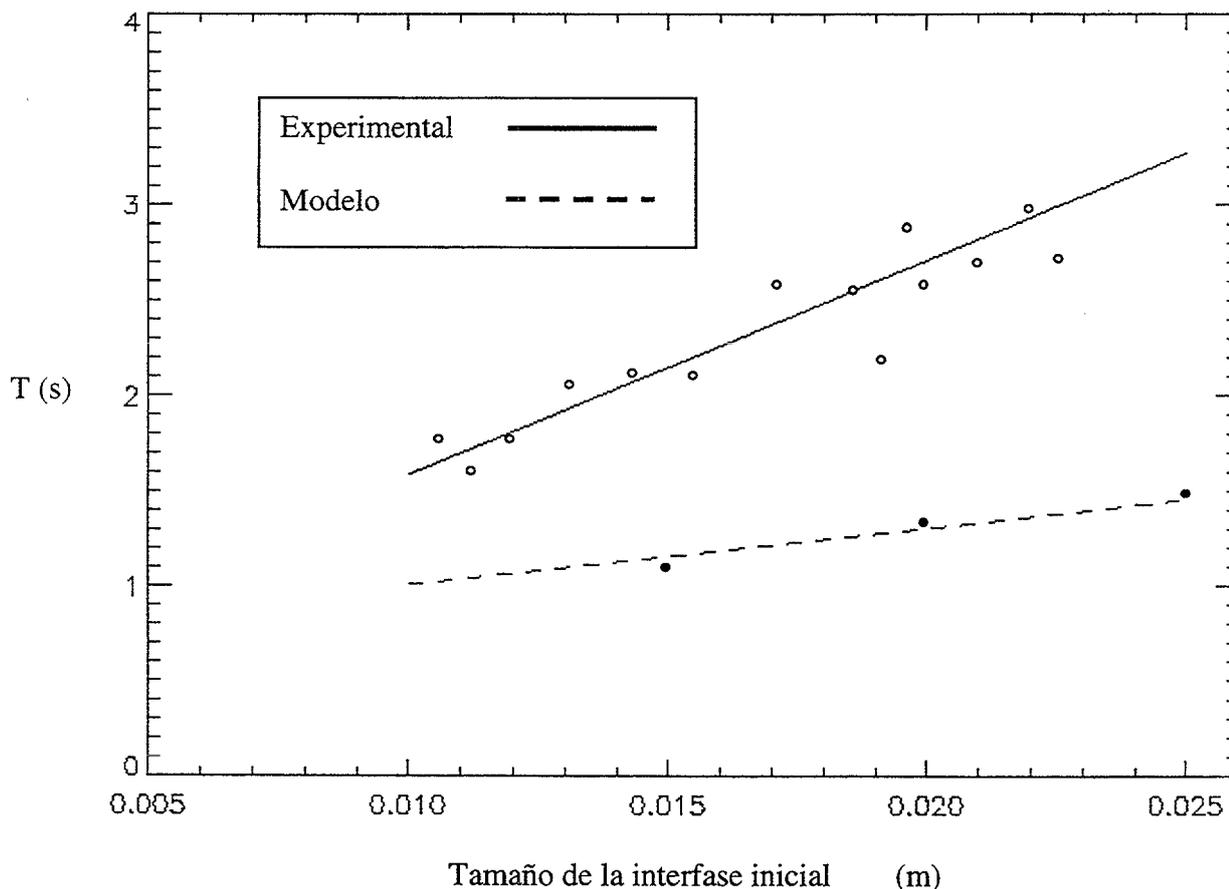


Figura 6.3: Comparación entre el tiempo en que el modelo forma su máxima escalera y en los experimentos se obtiene el inicio de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. Respecto al tamaño inicial de interfase.

Según se puede ver en la Figura 6.3, tanto el modelo como los datos experimentales muestran una respuesta lineal entre el tamaño inicial de la interfase y el tiempo en que se produce la inestabilización del modelo y el comienzo de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. Estos datos confirman que la interfase inicial es determinante para el desarrollo de la inestabilidad y que el modelo también responde en ese sentido.

En los resultados presentados en la Figura 6.3 se aprecia que el tiempo requerido para la formación de inestabilidades de Kelvin-Helmholtz es bastante superior en los experimentos que en el modelo numérico, y que esta diferencia aumenta con el tamaño de la interfase inicial. El aumento en la diferencia se debe a la distinta pendiente que muestran los resultados numéricos y experimentales, que refleja que con el aumento de la interfase inicial el desarrollo de las inestabilidades requiere una mayor cizalla.

Por otro lado, incluso para valores pequeños de la interfase inicial existe una diferencia entre los tiempos numéricos y experimentales, que de mantenerse la pendiente observada la diferencia se haría cero para una interfase inicial de  $0.003\text{ m}$ . Esta diferencia sugiere que los valores de coeficiente de difusión turbulenta globales ( $k$ ) para los primeros estadios del experimento en los que los fluidos se están acelerando, usada en el modelo numérico estarían subestimados.

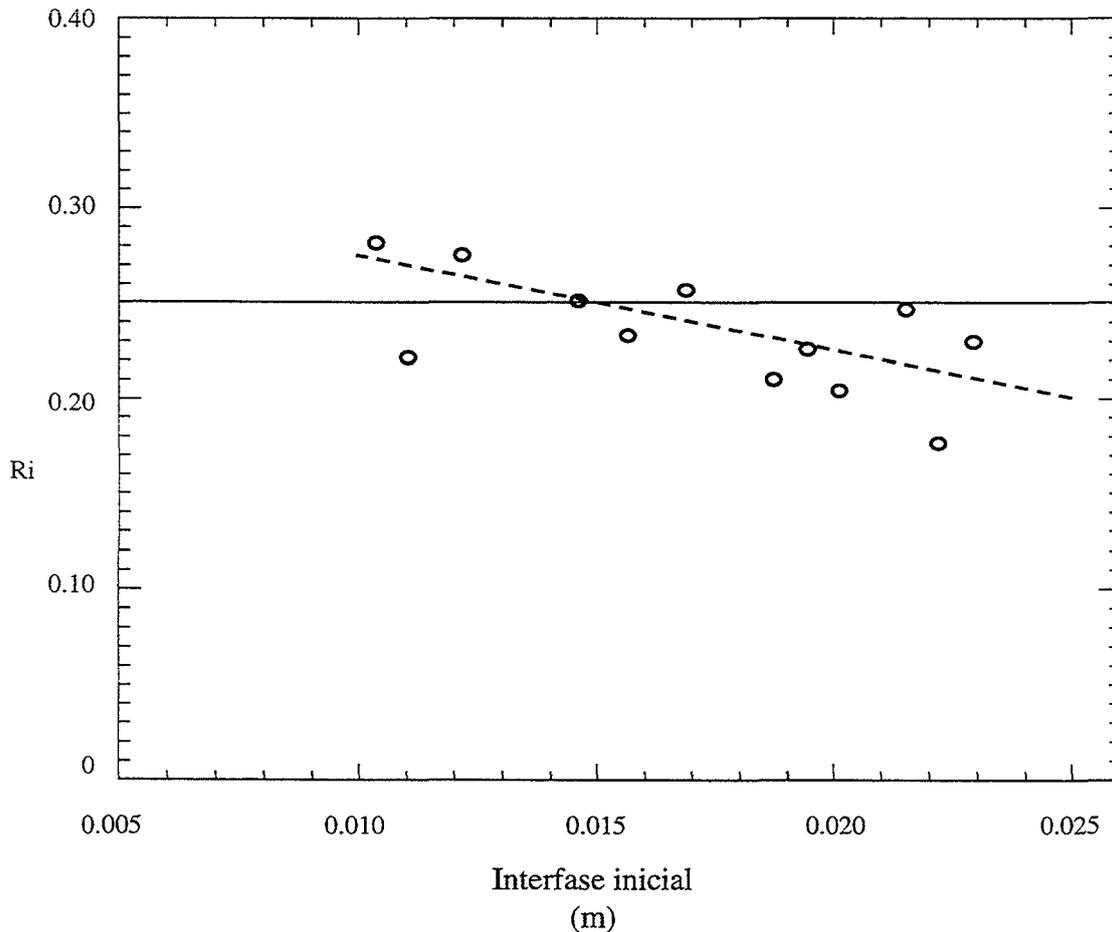


Figura 6.4: Cálculo del número de Richardson global frente a la interfase inicial. El cálculo del número de Richardson global se ha realizado con los datos de velocidad de los dos fluidos y el tamaño de la interfase correspondiente al crecimiento de esta con los dos coeficientes de difusión turbulenta  $k=1.4 \times 10^{-9}\text{ m s}^{-1}$  antes de la inclinación y  $k=4 \times 10^{-7}\text{ m s}^{-1}$  durante la aceleración de los flujos.

Se ha intentado determinar el tamaño de las inestabilidades en los diferentes experimentos, pero la limitación de las condiciones del laboratorio impiden poder procesar las imágenes y obtener datos fiables de estas medidas, por lo que se ha optado por no presentar los datos.

Si se ha hecho sin embargo una aproximación al valor del número de Richardson en el momento en que se produce la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, teniendo en cuenta que no se puede medir el tamaño de la interfase real en el momento de que se produzca la inestabilidad. Se ha partido del tamaño de la interfase inicial se ha calculado su aumento con la difusión antes de la inclinación con el coeficiente de difusión turbulenta estándar de la sal en agua,  $k=1.4 \times 10^{-9} \text{ m s}^{-1}$ .

Una vez inclinado el tanque se ha tenido en cuenta el valor de la nueva constante de difusión turbulenta,  $k=4 \times 10^{-7} \text{ m s}^{-1}$ , que se obtiene de la difusión forzada por la cizalla. Con este nuevo valor se ha reconstruido el tamaño de la interfase en el momento en que se produce la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, y a partir de ese dato y con la velocidad de los fluidos se ha calculado el valor del número de Richardson global para todo el sistema.

Los resultados de los experimentos de los que se poseían todos los datos se presentan en la Figura 6.4. En esta figura se ha dibujado la línea de número de Richardson global de 0.25, sobre la que se representan los datos de los experimentos. Estos presentan una posible tendencia, de disminuir el número de Richardson a medida que la interfase inicial es mayor. Se ha representado la tendencia a pesar de que hay pocos datos, y a que el ajuste lineal presenta una correlación muy baja, en torno a 0.6. La media de los valores del número de Richardson es de 0.234, un valor muy cercano al valor de 0.25 presentado por numerosos autores como el valor clásico de inestabilización de flujos estratificados. Sin embargo cabe señalar que el valor de 0.25 estrictamente corresponde al número de Richardson crítico de gradiente y viene de la condición necesaria para el desarrollo de inestabilidades en un flujo estratificado (*Howard [1961]; Miles [1961]*), mientras que desde el punto de vista energético la condición suficiente corresponde a un número de Richardson de gradiente de 1 (*Miles [1986]*). En este caso se está considerando el número de Richardson global cuyo valor crítico está en torno a 1 para el caso de dos capas (*Stommel and Farmer [1952]; Pollard et al. [1973]; Keulegan [1966]*) y podría argumentarse que 0.25 es un valor excesivamente pequeño. Sin embargo, para el caso de un fluido estratificado linealmente *Long [1955]* encontró que el valor crítico del número de Richardson global es de  $1/\pi=0.32$  que es un valor cercano a 0.25. En cualquier caso resulta claro que las experiencias indican que el número crítico es considerablemente inferior a 1 e incluso a 0.68, que es el valor utilizado en el modelo numérico para determinar el cambio en la dependencia del coeficiente de difusión con el número de Richardson,  $k(Ri)$ .

## 6.2. OBSERVACIONES EN LA NATURALEZA

Para completar este trabajo hubiera sido conveniente poder presentar datos propios de este fenómeno en la naturaleza, pero a pesar de haberlo intentado, en una campaña de campo, no se han obtenido datos con una suficiente claridad como para exponerlos aquí. El fenómeno es muy difícil de detectar en la naturaleza ya que la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz puede llegar a durar del orden de minutos, y se produce en zonas muy concretas, lo que hace muy difícil su observación con las técnicas de medición habituales. Primero hay que conocer las condiciones hidrográficas de la zona y deducir donde hay más probabilidad de encontrar este fenómeno, que será donde se encuentren los números de Richardson más bajos, para después efectuar un muestreo de manera continua de esa zona, durante un periodo de tiempo de varios días, lo cual supone unas dificultades casi insalvables para los medios de los que se disponen. Así pues se ha decidido incluir en esta sección unas observaciones en la naturaleza de diferentes campañas orientadas a obtener otros parámetros oceanográficos, pero que haciendo una lectura de los datos desde el punto de vista de la cinemática y de la estratificación se puede llegar a resultados que refuerzan las conclusiones que se obtienen del estudio numérico y de laboratorio.

Un conocido proceso en el océano es el intercambio de agua mediterránea y atlántica por el estrecho de Gibraltar, donde las aguas del Mediterráneo, de elevada densidad se encuentran con las aguas del Atlántico, menos densas. Las aguas se ordenan por densidades siendo las mediterráneas las que ocupan el fondo del estrecho, mientras que las atlánticas ocupan la parte superior de la columna de agua.

Se puede hallar una semejanza clara entre este proceso que tiene lugar en el estrecho de Gibraltar y en los diferentes estrechos del océano, Bósforo, Messina, etc.; con el proceso realizado en el tanque en este trabajo que se presenta aquí, donde se tienen dos fluidos de diferente densidad, con una interfase bien definida, que soportae una cizalla entre los fluidos.

El perfil final de los experimentos que muestran escaleras se ha realizado siempre después de que la turbulencia producida por la inestabilidad de *Kelvin-Helmholtz* se haya relajado un breve tiempo; a pesar de que la onda del final del tanque llegue y produzca un leve aumento de la turbulencia que no se puede estimar. Esto es necesario para obtener un perfil tipo escalera ya que de lo contrario se obtienen perfiles con inversiones de densidad.

En el océano el proceso de formación de estructuras tipo escalera debido a cizalla, también tiene este proceso de relajación después de un punto de inestabilidad; continuamente se producen momentos de inestabilidad por diferencias de velocidad y tamaños de interfases que hacen que el número de Richardson sea subcrítico, en esos puntos se produce una mezcla que relaja el sistema. La relajación viene dada, tanto por un aumento de la interfase, que produce un aumento de la estabilidad dinámica, como por una pérdida de energía cinética que absorbe el sistema para ganar en energía potencial.

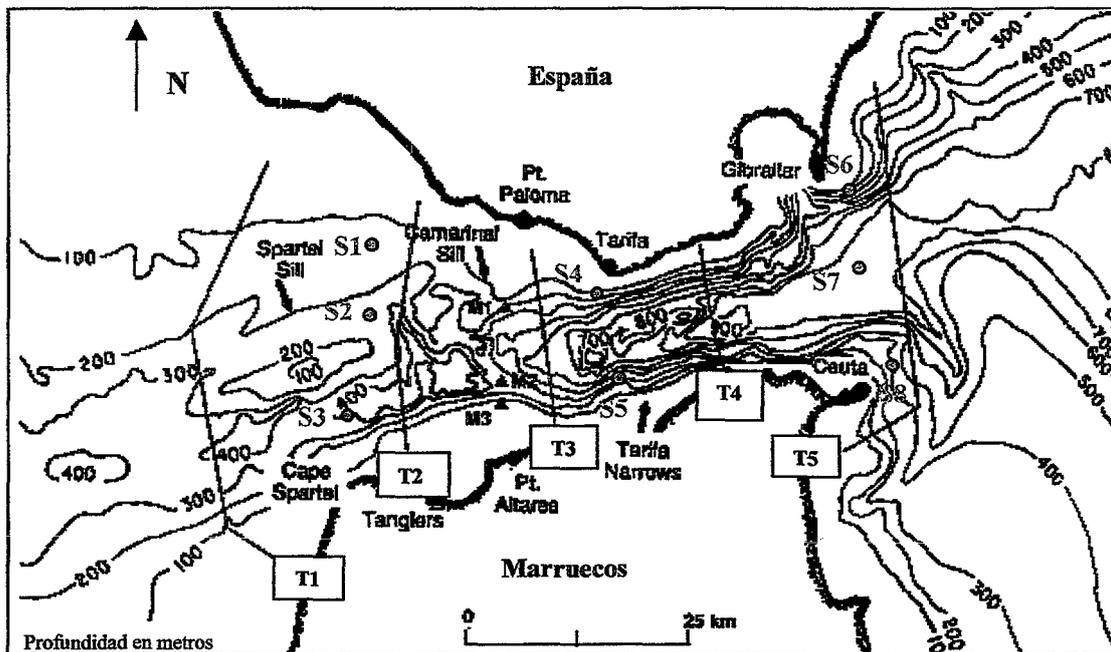


Figura 6.5: Localización de los transectos (T) de las campañas del artículo de Bray *et al* (1995), y de las estaciones (S) en el Estrecho de Gibraltar, realizadas por B.O: Thalassa 997 en Septiembre de 1997.

En la Figura 6.6 se puede observar la evolución del valor del número de Richardson medio a lo largo del Estrecho, en un año. Son valores que han sido obtenidos tras procesar datos presentados por Bray *et al* [1995], quienes exponen unos datos de velocidad, tamaño de interfase, y flujos horizontales y verticales que resultaron de cuatro cruceros oceanográficos realizados en el Estrecho de Gibraltar desde el otoño de 1985 al otoño de 1986. Se tiene un pasillo central con un número de Richardson muy bajo y a ambos lados el aumento de este que muestra la relajación del sistema.

Esta relajación del sistema es la que se ha tratado de simular en los experimentos, y que ha obligado a tomar los perfiles finales de los experimentos después de la onda de rebote del final del tanque para poder obtener estructuras en escalera. En la Figura 6.6 se puede comprobar como existe un área donde la inestabilidad se puede producir con más probabilidad, es decir donde el número de Richardson es más bajo, esto se puede confirmar con los datos de otra campaña oceanográfica, B.O. Thalassa 997 realizada en septiembre de 1997, en la que se realizaron perfiles de salinidad en las estaciones que indica la Figura 6.5. Con estos datos se obtuvo una estadística de los perfiles que presentaban escaleras: en las estaciones situadas en el tramo donde se presenta el número de Richardson más bajo (Figura 6.6) se obtuvieron escaleras en todos los perfiles mientras que en las estaciones fuera de esta zona solo el 35% de los perfiles presentaba escaleras y la mayoría muy difuminadas.

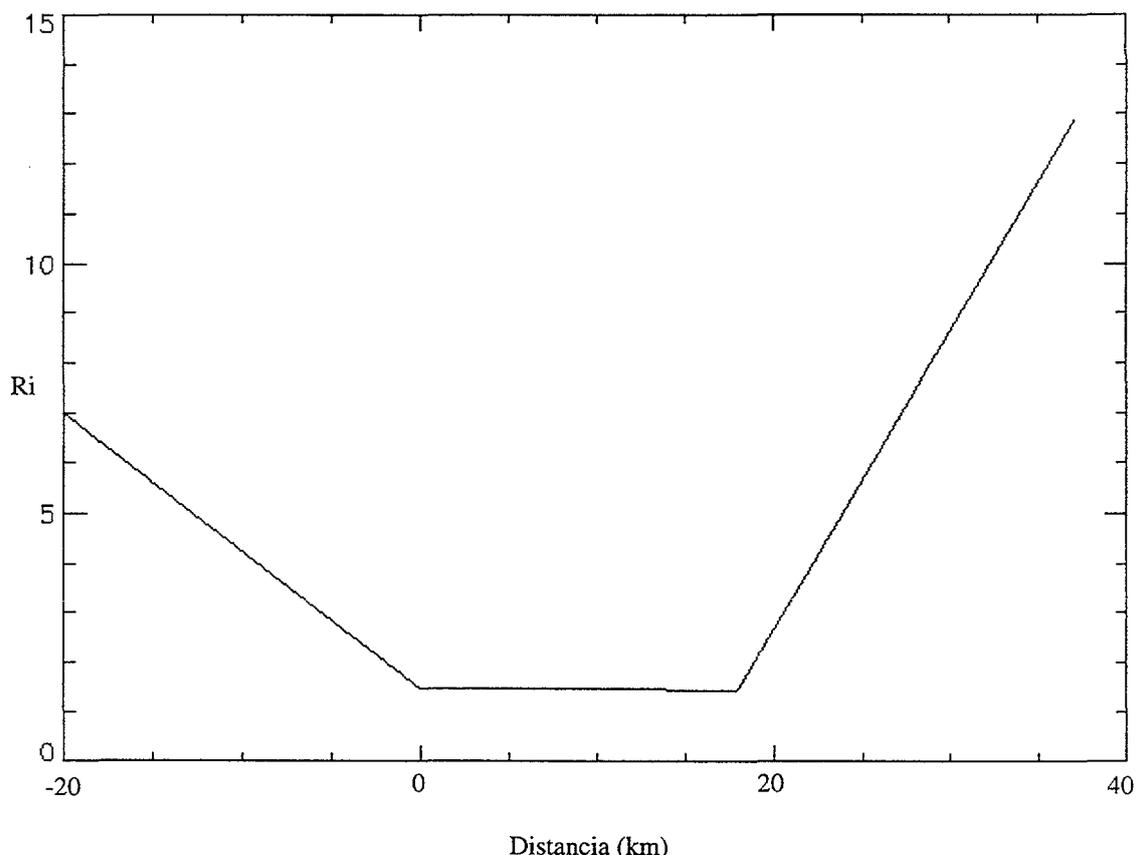


Figura 6.6: Estimación del número de Richardson a partir de datos medios tomados en cuatro campañas durante un año. El origen se ha situado en el transecto T3. Datos de velocidad y tamaño de interfase de *Bray et al (1995)*.

En la Figura 6.7 (a) y (b) se representan dos perfiles de salinidad frente a presión, correspondientes respectivamente a las estaciones S4 y S5 localizadas en la zona central del estrecho (ver Figura 6.5). Se puede ver como en la superficie aparece la señal del agua procedente del Atlántico, de menor salinidad que entra en el estrecho, y en el fondo agua procedente del Mediterráneo, más salina, que sale del estrecho. La transición entre estas dos aguas características presenta una serie de capas de agua de condiciones intermedias de salinidad constante durante algunos metros.

Un proceso similar, pero de menor escala, se da cuando las aguas de los ríos se encuentran con las aguas del mar en las cuencas que forman los estuarios. La diferencia de densidad es alta y en los cambios de marea se producen corrientes fuertes cerca de la desembocadura. En la bibliografía existen numerosos ejemplos de estos procesos (*Geyer and Smith [1987]*; *Geyer and Farmer [1989]* entre otros) y se ha comprobado en numerosas ocasiones que se producen las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz con la formación de escaleras en diferentes puntos del estuario. Este quizá es el proceso natural que más se parece al realizado en el tanque, con

diferencias de densidad grandes y el flujo canalizado lo que produce que las velocidades sean opuestas.

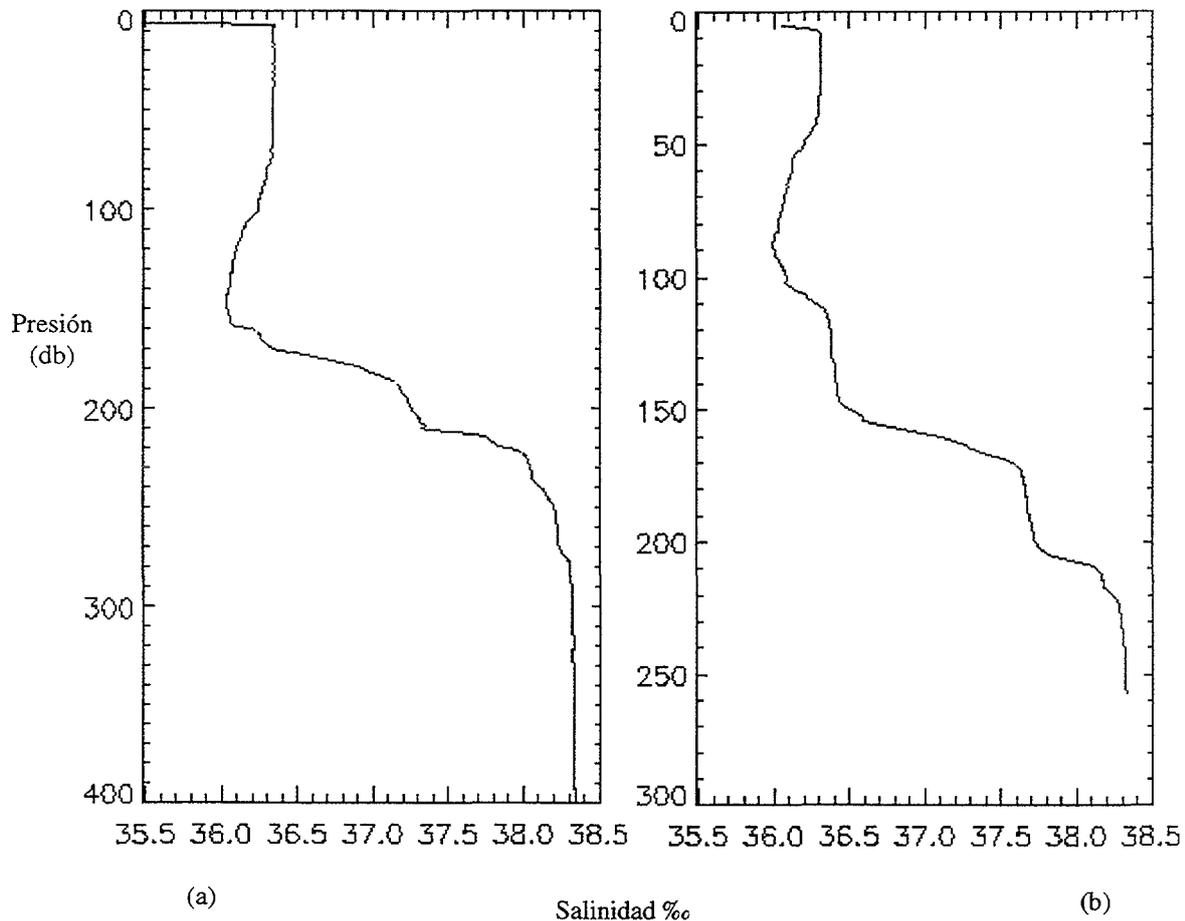


Figura 6.7: Ejemplos de perfiles obtenidos en el estrecho durante la campaña del BO Thalassa 997 de Septiembre de 1997, en los cuales se presenta la presión frente a la salinidad. Se puede apreciar las formaciones en escalera que conducen la transición entre el agua procedente del Mediterráneo, más salada de mayor densidad y que sale del estrecho por el fondo, y la procedente del Atlántico, de menor densidad de menor salinidad y que entra en el estrecho por la superficie. Las escaleras indican aguas de salinidad intermedia que se forman al ponerse en contacto en el estrecho los dos tipos de agua.

Pero no es necesario tener estas condiciones tan restrictivas para que se produzca este proceso, pues en la naturaleza se puede dar la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz y la consecuente formación de estructuras de escalera en zonas de océano abierto alejado de fronteras sólidas. Los requerimientos mínimos son una estratificación acusada y una cizalla vertical.

*Gregg y Sanford [1980]* muestran un claro ejemplo de este proceso en mar abierto, donde buscan señales de mezcla en el talud de la isla Bermuda, el Mar de los Sargazos y la corriente del Golfo. Los autores tomaron perfiles de temperatura y de velocidad calcularon la cizalla vertical, encontrándose con formaciones en

escalón de 2 a 10 m de anchura. Encontraron también en estos perfiles inversiones de temperatura que indica que se está produciendo una mezcla activa turbulenta en algunas fracciones de estos perfiles.

En la Figura 6.8 se exponen de manera gráfica los datos de las campañas cerca de la isla Bermuda, donde se representa respecto a la profundidad la temperatura en (a), la estratificación en (b), las velocidades horizontales en los dos ejes en (c) y (d), y en (e) el número de Richardson promediado cada 50 m. Se puede ver como en la profundidad donde el número de Richardson es menor se presentan las estructuras en escalera.

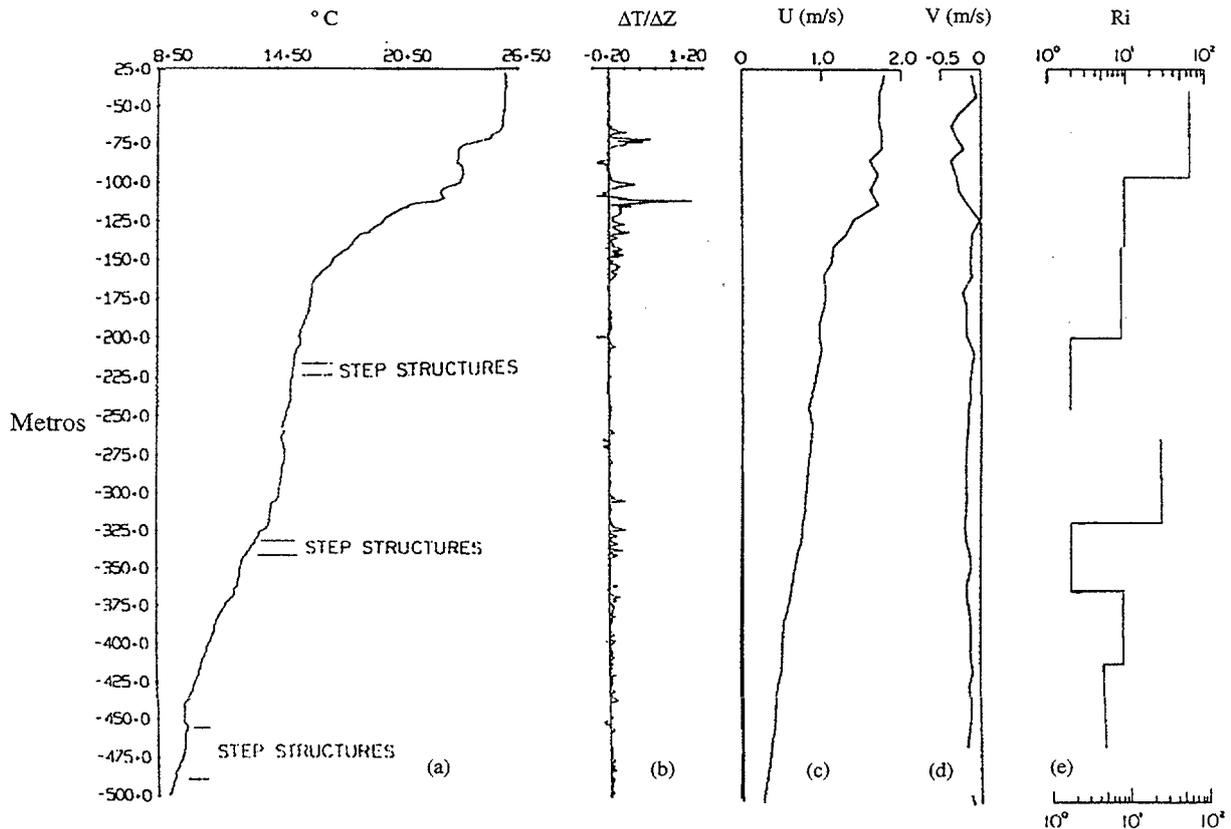


Figura 6.8: Representación de los datos obtenidos por *Gregg y Sanford [1980]*, en torno a la isla de Bermuda. En (a) se presentan los perfiles de temperatura, en (b) la estratificación, en (c) y (d) las velocidades horizontales, y en (e) el número de Richardson promediado cada 50 metros. Se observa la coincidencia de las estructuras de escalera con los valores más bajos del número de Richardson.

Cabe destacar que el cálculo del número de Richardson de gradiente promediado de esta forma, sobre distancias verticales de 50 m aumenta notablemente los valores que localmente llegan a ser mucho menores (*Miller and Evans [1985]; Pelegrí and Csanady [1994]*).

## **CAPÍTULO 7**

## **CONCLUSIONES**

## 7.1. CONCLUSIONES

Se resume en este apartado las conclusiones más relevantes, que se podrían dividir en experimentales y teóricas o numéricas. Dentro de las experimentales estarían:

- 1) Los experimentos muestran claramente la dependencia del tamaño de la interfase en la obtención de inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. El aumento del tamaño de la interfase produce una estabilización del sistema, mientras que una disminución del tamaño de la interfase aumenta la inestabilidad y hace que el sistema sea más inestable.
- 2) La mezcla debido a la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz produce formaciones de escaleras si se deja relajar el sistema y se toman los perfiles después de la onda de rebote del fondo del tanque y antes de que los restantes flujos derivados de la reordenación de los fluidos ante la inclinación del tanque destruyan las estructuras.
- 3) El experimento se ha dividido en varias fases en función del proceso de mezcla que se esté produciendo:

- inicialmente se produce una difusión gobernada por la constante de difusión de la sal en agua, este proceso se produce desde que se realiza el perfil inicial hasta que comienza a inclinarse el tanque

- seguidamente durante la aceleración de los fluidos en sentido contrario, la difusión es aumentada por la cizalla con un coeficiente de difusión mayor que el anterior y que en este trabajo se ha aproximado a una difusión global durante todo el proceso de  $k=4 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

- a continuación tiene lugar la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz, durante la cual se produce una mezcla brusca y una inyección de fluidos fuera de su correspondiente lugar que le correspondería si se tiene en cuenta solamente su densidad

- después de la inestabilidad se produce una reordenación de los fluidos, atendiendo a su densidad; la realización de los perfiles finales a diferentes tiempos después de la inestabilidad muestra la evolución de esa reordenación en densidad.

- 4) La aproximación teórica de la aceleración de los fluidos cuando se inclina el tanque es aceptable para los primeros segundos después de la inclinación alejándose de esta teoría a partir de los tres segundos.
- 5) La altura del tanque es suficiente para permitir el desarrollo de las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz sin que se vean perturbadas por las paredes.
- 6) El tamaño de la interfase final es mucho menor que la escala de las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz. Esto está de acuerdo con la teoría de mezcla de turbulencia en

la que existe una cascada de energía desde las escalas de las espirales mayores iniciales, hacia las espirales más pequeñas que son disipadas totalmente por la viscosidad molecular. Esto produce que no todo el fluido involucrado en la inestabilidad se mezcle y resulte una interfase del tamaño de la inestabilidad.

- 7) La onda del final del tanque, tras la cual se realiza el perfil final, usualmente no parece producir una mezcla significativa después de la inestabilidad, ya que la mezcla producida por esta es suficiente para estabilizar el sistema. Esta onda, sin embargo, puede producir mezcla brusca entre los fluidos si llega a romper, lo que ocurre cuando la interfase es suficientemente pequeña y la cizalla suficientemente grande.

A continuación se resumen las conclusiones que surgen de la comparación entre resultados experimentales y numéricos así como las conclusiones resultado del modelo numérico:

- 1) El modelo produce escaleras poco pronunciadas en comparación con las observadas experimentalmente.
- 2) La dependencia entre el tiempo de inicio de la inestabilidad y el tamaño de interfase inicial es aproximadamente lineal. La dependencia del tiempo de respuesta en el modelo tiene pendiente menor y los valores calculados son siempre menores que en el laboratorio.
- 3) De la comparación entre los resultados numéricos y experimentales se deduce que el número de Richardson global crítico es cercano a  $0.23$ , que es un valor considerablemente inferior al rango  $0.68-1$  que pareciera inferirse de argumentos teóricos o de la dependencia del coeficiente de difusión turbulenta con el número de Richardson ( $k(Ri)$ ) de la literatura.
- 4) La cizalla diapicna constante no indica que la cizalla vertical sea constante en todo el perfil y puede ser tomada como una buena aproximación de las condiciones que se dan en el tanque.
- 5) Las condiciones extremas que se han simulado del tanque, de alta estratificación y cizalla han revelado que el filtro usado por *Pelegrí y Sangrá [1994]* tiene muchas limitaciones.
- 6) El análisis energético ha demostrado ser una herramienta muy potente para verificar la validez del modelo y ha constituido otro punto de vista que ha puesto de manifiesto las deficiencias del filtro anterior y la mejora del filtro de número de onda aplicado en este trabajo.
- 7) El modelo actual muestra en sus soluciones una escalera inicial que evoluciona hacia dos escalones. Esto es un acercamiento a las soluciones de los perfiles de densidad experimentales obtenidos después de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.

## 7.2 LÍNEAS DE TRABAJO FUTURO

- 1) Modificar el sistema de muestreo de velocidad para obtener perfiles sin perturbar el flujo. Esto se podría lograr midiendo las corrientes por medio del sistema doppler láser desde fuera del tanque a través del cristal:
- 2) Controlar las condiciones de iluminación del laboratorio para poder evitar los reflejos en las imágenes de vídeo y así aplicar programas de movimiento de fronteras, con los que se puede inferir la velocidad del desarrollo de la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz.
- 3) Con unas buenas condiciones de iluminación y adecuando el sistema de mezclado de colorante con la sal se puede obtener a través de las imágenes una estimación de la concentración de la salinidad por el análisis de la gradación de color que presenta el colorante en los fluidos.
- 4) Con estos instrumentos a punto se podría determinar la relación entre el coeficiente de difusión acelerado por la cizalla, y el número de Richardson. Pudiéndose lograr así una relación similar a la que obtienen otros autores para el Océano.
- 5) También se podría comprobar la dependencia real entre el perfil de densidad y el de velocidad y ver si su relación es de la forma que está expresada en este trabajo.
- 6) Realización de experimentos en mesa rotatoria para añadir la rotación terrestre a las características del experimento y con la consecuente adaptación del modelo numérico.
- 7) Diseñar un nuevo experimento para poder aislar la mezcla que produce la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz por sí sola y no se vea influenciada por ningún otro proceso de mezcla o de cizalla.
- 8) Modificar el modelo para adecuar diferentes relaciones entre la velocidad y la densidad, diferente de la relación lineal de este trabajo. Podría ser el resultado de la solución numérica de ecuación de la velocidad sujeta a procesos de mezcla
- 9) Aplicación de otros filtros al modelo para evitar los problemas derivados de este nuevo tipo de filtrado.
- 10) Obtener datos de campo de este proceso en el mar, especialmente en zonas cercanas al talud continental donde se prevé que este proceso se puede dar con más facilidad.

# ANEXO 1

Descripción del software en ensamblador que controla el movimiento y la toma de datos del sensor.

En la descripción del software que se presenta a continuación, los comentarios aparecen en formato de letra normal y el código se presenta en letra cursiva y negrita.

Prototipos de las Funciones en C que se emplean en el código: entradas y salidas a consola y ficheros

```
# include <stdio.h>
# include <stdlib.h>
# include <conio.h>
```

Definición de variables globales

```
unsigned long int far cc[10000];
unsigned int far c[30000];
unsigned int far temp[30000];
```

Función que devuelve palabra alta de un entero, 2 bytes (válido para OS 16 bits).

```
unsigned int HiInt(unsigned long int far X)
{
unsigned int i;
i=X/65536;
```

Se devuelve la palabra alta

```
return(i);
}
```

Función de espera basada en lazos recurrentes, donde se establece un bucle externo de *Hi* pasos sobre uno interno de 65535.

```
void LongToInt(unsigned int *H,unsigned int *L,unsigned long x)
{
*H=HiInt(x);
*L=x ;
}
void lapsu(unsigned long int Espera)
{
unsigned int Hi, Low;
Longtoint(&Hi,&Low,Espera);
asm {
mov cx,Low
}
laso1:
asm{
loop laso1
mov cx,Hi
```

```

    }
    laso3:
        asm{
            cmp cx,0
            je fin
            push cx
            mov cx,65535//o Low
        }
    laso2:
        asm{
            loop laso2
            pop cx
            dec cx
            jmp laso3
        }
    }
    fin:

```

Lectura del puerto Analógico-Digital (AD) seleccionando canal e introduciéndolo en la matriz con índice i

```

void leead(unsigned int canal,unsigned int i,unsigned int far matriz[])
{
    unsigned int j;
    asm {
        asm mov dx,538 // Se selecciona el canal a leer
        mov ax,canal
        out dx,al
        mov dx,540 //Inicio de la captura
        mov al,1
        out dx,al
        mov dx,533
    }
    wait:
    asm{
        in al,dx
        cmp al,15 // Cuando el dato sea válido (bit 4 bit 1 ) se lee
        jg wait
        mov ah,al
        dec dx
        in al,dx //lectura del byte(1 byte)
        mov j,ax
    }
    matriz[i]=j; // Se almacena los resultados en la matriz
}

```

Esta subrutina descompone un entero de 2 Bytes (en Unix o Win32 serían 4, pero en MSDOS al ser de 16 bits son de 2 Bytes) en la palabra alta y baja. Los asteriscos (\*) indican que se les envía punteros de las variables (dirección de memoria donde están las variables), permitiendo así la modificación de las mismas.

```

void pepelu(unsigned int *H,unsigned int *L,unsigned long x)
{
  *H=HiInt(x);
  *L=x ;
}
void far corre32(unsigned int far np,unsigned long int far Velmax,unsigned long int
far Velmin,unsigned int far m1[],unsigned int far m2[])
{
  unsigned int ii;
  asm {
  mov cx,np
  }
  Xalazo0:
    asm{
    push cx
      mov dx,541 //Se pone a 1
    mov ax,1
      out dx,al
    }
  lapsu(Velmax); // función de Retardo, enviándose palabra alta y baja
  asm{
    mov ax,0 //Se pone a 0
    out dx,al
  }
  lapsu(Velmin); // Espera
  asm{
  pop cx
    mov ii,cx
  push cx
  }
  velmin=cc[np-ii]; // Se calcula la velocidad mínima nueva a partir de la matriz
de "CC"
  leead(0,np-ii,m1); //Se lee el canal 0 y se almacena en m1
  leead(1,np-ii,m2); //Se lee el canal 1 y se almacena en m2
  asm{
  pop cx
  }
  loop Xalazo0
  mov ax,0 // Cuando se abandona la rutina se deja con 0 el puerto
  out dx,al
  }
}
void far corre33(unsigned int far np,unsigned long int far Velmax,unsigned long int
far Velmin)
{
  unsigned int ii;
  asm {
  mov cx,np
  }
  Xalazo0:
    asm{

```

```

    push cx
    mov dx,541 // Se pone 5 en el puerto ( bits 0 y 2)
    mov ax,5
    out dx,al
    }
lapsu(Velmax);
    asm{
    mov ax,4 // Se pone 4 en el puerto (bit 2)
    out dx,al
    }
lapsu(Velmin);
    asm{
    pop cx
    mov ii,cx
    push cx
    }
    Velmin=cc[np-ii];
    asm{
    pop cx
    loop Xalazo0
    mov ax,0
    out dx,al
    }
}

```

Rutina principal

```

void main(int argc,char *argv[]){
// Definicion de Variables
FILE *out; //Fichero de salida
unsigned int i,j,k,l,np,p;
unsigned long int Velmax,Velmin,Acel;
long iF,iD;

```

Se comprueba que en la línea de comando se han enviado los parámetros requeridos, cinco en total (se incluye el nombre del programa). Si no, presenta un mensaje de cómo debe llamarse este programa

```

if (argc<5) {
printf("pru.exe Nopasos, VelMax, Velmin,Acel");
exit(1); //Se termina el programa
}

```

Con “atoi” ( ascii to long integer) se lee los parámetro enviados. Son enteros dobles de 4 bytes.

```

np=atoi(argv[1]);
Velmax=atoi(argv[2]);

```

```

j=1;
Velmin=atol(argv[3]);
Acel=atol(argv[4]);

```

Se abre los ficheros de salida

```

out=fopen(".\\sensor.dat","wt+");
if (out==NULL) {
printf("Error apertura fichero");
exit(0);
}

```

Cálculo de la aceleración a partir de la variable que se introduce en la línea de comandos.

```

p=(float)(Velmin-Velmax)/(Acel);
clrscr(); // Limpia la pantalla
kbhit();//Se espera hasta que se aprieta una tecla

```

Se introduce la velocidad máxima en "CC", es decir el número de ciclos de retardo en la fase rápida

```

for (iD=0;iD<np;iD++) cc[iD]=Velmax;

```

Sobre la fase de aceleración se añade la progresión

```

for(iD=0;iD<Acel;iD++) cc[iD]=Velmin-p*iD;

```

```

iF=0;

```

Se calcula la deceleración a partir de los 500 últimos pasos como diferencial de la velocidad máxima y mínima

```

p=(float)(Velmin-Velmax)/500.0;
for (iD=np-500;iD<np;iD++) cc[iD]=Velmax+p*iD; // Fase de deceleración

```

Se presenta en pantalla el comienzo y el modo de espera hasta apretar una tecla

```

printf("Presiona una tecla para empezar");
getch();

```

Se calcula el paso alto y el bajo

```

i=HiInt(Velmax) ; k=Velmax;
j=HiInt(Velmin); l=Velmin;
corre32(np,velmax,velmin,c,temp);
for (i=0;i<np;i++)
{

```

```
fprintf(out, "\n%ou %ou %ou", i, c[i], temp[i]);
}
fclose(out);
    //printf("\nVolvemos al principio");
    Velmin=60000;Velmax=60000;
    for(iD=0;iD<Acel;iD++){
cc[iD]=Velmin;
}

```

Se espera hasta apretar una tecla para volver al inicio.

```
printf("\nPresiona una tecla para subir");
getch();

```

Rutina para volver al inicio.

```
corre33(np, velmin, velmin);
}

```

## REFERENCIAS

- Arístegui, J., P. Sangrá, S. Hernandez-León, M. Cantón, A. Hernandez-Guerra, and J.L. Kerling. (1994). Island-induced eddies in the Canary Islands. *Deep Sea Research*, **41**, 1509-1525.
- Armi, L., and N. A. Bray (1982). A standard analytic curve of potential temperature versus salinity for the western North Atlantic. *Journal of Physical Oceanography*, **12**, 384-387.
- Atkinson, L. P. (1983). Distribution of Antarctic Intermediate Water over the Blake Plateau. *Journal of Geophysical Research*, **88**, 4699-4704.
- Balmforth, N. J., S. G. Smith, W. R. Young (1998). Dynamics of interfaces and layers in a stratified turbulent fluid. *Journal Fluid Mechanics*, **355**, 329-358.
- Bane, J. M., Jr., D. A. Brooks, and K. R. Lorenson (1981). Synoptic observations of the three-dimensional structure and propagation of Gulf Stream meanders along the Carolina continental margin. *Journal of Geophysical Research*, **86**, 6411-6425.
- Barenblatt, G. I., M. Bertsch, R. dal Passo, V. M. Prostokishin, and M. Ughi (1993). A mathematical model of turbulent heat and mass transfer in stably stratified shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, **253**, 341-358.
- Benjamin, T. B. (1959). Shearing flow over a wavy boundary. *Journal of Fluid Mechanics*, **6**, 161-205.
- Benjamin, T. B.(1960). Effects of a flexible boundary on hydrodynamic stability. *Journal of Fluids Mechanics*, **9**, 513-532.

- Benjamin, T. B. (1963). The threefold classification of unstable disturbances in flexible surfaces bounding inviscid flows. *Journal of Fluid Mechanics*, **XX**, 436-450.
- Bernal, L.P. (1981). The coherent structure of turbulent mixing layers. PhD Tesis. California Inst. Technol. Pasadena.
- Bernal, L.P., A. Roshko (1986). Streamwise vortex structure in plane mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, **170**, 499-525.
- Bradshaw, P., and J. D. Woods (1978). Geophysical turbulence and buoyant flows. In *Turbulence* (P. Bradshaw, ed). Springer-Verlag, New York.
- Bray, N.A., J. Ochoa, and T.H. Kinder (1995). The role of the interface in exchange through the Strait of Gibraltar, *Journal of Geophysical Research*, **100**, 10755-10776.
- Breidenthal, R. (1981). Structure in turbulent mixing layers and wakes using a chemical reaction. *Journal of Fluid Mechanics*, **109**, 1-24.
- Brooks, D. A., and J. M. Bane, Jr. (1981). Gulf Stream fluctuations and meanders over the Onslow Bay upper continental slope. *Journal of Physical Oceanography*, **11**, 247-256.
- Brooks, D. A., and J. M. Bane, Jr. (1983). Gulf Stream meanders off North Carolina during Winter and Summer 1979. *Journal of Geophysical Research*, **88**, 4633-4650.
- Browand, F.K., C.M. Ho (1983). The mixing layer: an example of quasi two dimensional turbulence. In "Two dimensional turbulence". *J. Mec. Theor. Appl., Suppl.*, R. Moreau ed., 99-120.

- Browning, K. A., C. D. Watkins (1970). Observations of Clear Air Turbulence by High Power Radar. *Nature*, **227**, 260-263.
- Bryden, H. L. (1973). New polynomials for thermal expansion, adiabatic temperature gradient and potential temperature of sea water. *Deep-Sea Research*, **20**, 401-408.
- Caughey, S. J. (1982). Observed characteristics of the atmospheric boundary layer. In *Atmospheric Turbulence and Pollution Modeling*, F. T. M. Nieuwstadt and H. van Dop. eds. Reidel, Dordrecht, pp. 107-158.
- Champagne, F.H., C.A. Friehe, J.C. La Rue, J.C. Wyngaard (1977). *J. Atmos. Sci.*, **34**, 515.
- Chew, F., Bane, J. M., Jr., and D. A. Brooks (1985). On vertical motion, divergence, and the thermal wind balance in cold-dome meanders, a diagnostic study. *Journal of Geophysical Research*, **90**, 3173-3183.
- Cisneros-Aguirre, J., J. L. Pelegrí, and P. Sangrá (1997), Experiments on layer formation in stratified shear flows. Meeting on Mixing in Geophysical Flows II, Univ. Politecnica de Catalunya, Barcelona, Spain.
- Corcos, G.M., F.S. Sherman (1984). The mixing layer: deterministic models of a turbulent flow. Part 1. The origin of the three dimensional motion. *Journal of Fluid Mechanics*, **139**, 29-65.
- Corcos, G.M., S.J. Lin (1984). The mixing layer: deterministic models of a turbulent flow. Part 2. The origin of the three dimensional motion. *Journal of Fluid Mechanics*, **139**, 67-95.

- Csanady, G. T. (1973). *Turbulent Diffusion in the Environment*. D. Reidel, Norwell, Mass. 248pp.
- Csanady, G. T. (1977). Intermittent "full" upwelling in Lake Ontario. *Journal Geophysical Research*, **82**, 397-419.
- Csanady, G. T., (1981). Shelf circulation cells. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser A*, **302**, 515-530.
- Csanady, G. T. (1982). On the structure of transient upwelling events. *Journal of Physical Oceanography*, **12**, 84-96.
- Csanady, G. T. (1988). Radiation of topographic waves from Gulf Stream meanders. *Continental Shelf Research*, **8**, 673-686.
- Csanady, G. T., and P. Hamilton (1988). Circulation of slopewater. *Continental Shelf Research*, **8**, 565-624.
- Csanady, G. T. (1989). Energy dissipation and upwelling in a western boundary current. *Journal of Physical Oceanography*, **19**, 462-473.
- Csanady, G. T. (1990). Mixing in coastal regions. In *The Sea: Ocean Engineering Science*, vol. 9, edited by B. Le Mehaute and D. M. Hanes, pp. 593-629, John Wiley, New York.
- Csanady, G. T, J.L. Pelegrí. (1995). Vorticity balance of boundary currents. *Journal of Marine Research*, **53**, 171-187.
- Cushman-Roisin, B. (1994). *Introduction to Geophysical Fluid Dynamics*. Prentice-Hall, Inc. New Jersey, 320 pp.

- Delft Hydraulics Laboratory (1974). Momentum and mass transfer in stratified flows. *Rep. R 880, The Netherlands.*
- De Silva, L.P.D., and H.J.S. Fernando (1992). Some aspects of mixing in a stratified turbulent patch. *Journal of Fluid Mechanics*, **240**, 601-625.
- Deardorff, J. W. (1983). A multi-limit mixed-layer entrainment formulation. *Journal of Physical Oceanography*, **13**, 988-1002.
- Desaubies, Y. J. F., and M. C. Gregg (1981). Reversible and irreversible finestructure. *Journal of Physical Oceanography*, **11**, 541-556.
- Drazin, P. G., (1970). Kelvin-Helmholtz instability of finite amplitude. *Journal of Fluid Mechanics*, **42**, 321-335.
- Dumas, R. (1962). Contribution a l'étude des spectres de turbulence. These de Doctorat d'Etat, Université d'Aix-Marseille.
- Dutton, J. A., H. A. Panofsky (1970). Clear Air Turbulence: A Mystery May Be Unfolding. *Science*, **167**, 937-944.
- Dutton, J. A. (1986). *The Ceaseless Wind*. 579 pp., McGraw-Hill, New York.
- Ellison, T. H., and J. S. Turner (1959). Turbulent entrainment in stratified flows. *Journal of Fluid Mechanics*, **6**, 423-448.
- Evans, D.L. (1982). Observations of small-scale shear and density structure in the ocean. *Deep Sea Research*, **29**, 581-595.
- Felsenbaum, A.I., S.G. Boguslavsky (1977). On a relation between heat flux and temperature gradient in the sea. *Dokl.(C.R.) USSR Acad. Sci.*, **235-3**, 557-559.

- Fernando, H. J. S. (1991). Turbulent Mixing in Stratified Fluids. *Annu.Rev. Fluid Mechanics 1991*, **23**, 455-493.
- Frank, H.S., W.Y. Wen (1957). *Disc. Faraday Soc.*, **24**, 133.
- Frank, H.S., M.W. Evans (1961). *J. Chem. Phys.*, **34**, 604.
- Gagne, Y. (1987). Etude experimentale de l'intermittence et des singularites dans le plan complexe en turbulence developpee. These de doctorat d'Etat, Grenoble.
- Gargett, A.E., T.R. Osborn, T.W. Nasmyth. (1984). Local isotropy and the decay of turbulence in a stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, **144**, 231-280.
- Geyer, W. R., and J. D. Smith (1987), Shear Instability in a Highly Stratified Estuary. *Journal of Physical Oceanography*, **17**, 1668-1679.
- Geyer, W. R., and D. M. Farmer (1989), Tide-Induced Variation of the Dynamics of a Salt Wedge Estuary. *Journal of Physical Oceanography*, **19**, 1060-1072.
- Gibson, M.M. (1963). Spectra of turbulence in a round jet. *Journal of Fluid Mechanics*, **15**, 161-173.
- Giger, M. G.H. Jirka, T. Dracos (1985). *Meandering jets in a shallow fluid layer*. Turbulent Shear Flows V. Cornell University. Edited by J.L. Lumley.
- Glenn, S. M., and C. C. Ebbesmeyer (1994). Observations of Gulf Stream frontal eddies in the vicinity of Cape Hatteras. *Journal of Geophysical Research*, **99**, 5047-5055.
- Grant, H.L., R.W. Steward, A. Moilliet (1962). Turbulent spectra from a tidal channel. *Journal of Fluid Mechanics*, **12**, 241-268.

- Grant, H. L., A. Moilliet, and W. M. Vogel (1968). Some observations of the occurrence of turbulence in and above the thermocline. *Journal of Fluid Mechanics*, **33**, 443-448.
- Gregg, M.C. and T.B. Sanford (1980). Signatures of Mixing from the Bermuda Slope, the Sargasso Sea and the Gulf Stream. *Journal of Physical Oceanography*, **10**, 105-127.
- Gregg, M. C. (1987). Diapycnal mixing in the thermocline: A review. *Journal of Geophysical Research*, **92**, 5249-5286.
- Hicks, J. J. (1969). Radar observations of a Gravitational Wave in Clear Air Near the Tropopause Associated with CAT. *Journal of Applied Meteorology*, **8**, 627-633.
- Hicks, J.J., and J. K. Angell (1968). Radar Observations of Breaking Gravitational Waves in the Visually Clear Atmosphere. *Journal of Applied meteorology*, **7**, 114-121.
- Hogg, N.G. (1972). Steady Flow Past an Island with Applications to Bermuda. *Geophysical Fluid Dynamics*, **4**, 55-81.
- Holt, S. E., J. R. Koseff, and J. H. Ferziger (1992). A numerical study of the evolution and structure of homogeneous stably stratified sheared turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, **237**, 499-539.
- Holton, J. R. (1979). *An Introduction to Dynamic Meteorology*. Academic Press, New York.
- Howard, L.N. (1961). Note of a paper by John W. Miles. *Journal Fluid Mechanics*, **95**, 509-512.

- Huppert, H.E. (1981). On the stability of a series of double-diffusive layers. *Deep Sea Research*, **18**, 1005-1021.
- Iselin, C. O'D (1950). Some common characteristics of the Gulf Stream and the atmospheric jet stream. *Trans. N. Y. Acad. Sci., Ser II*, **13**, 84-86
- Ivey, G.N., G.M. Corcos (1982). Boundary mixing in a stratified fluid. *Journal Fluid Mechanics*, **121**, 1-26.
- Ivey, G.N. (1986). Boundary mixing in a rotating, stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, **183**, 25-44.
- Ivey, G.N. (1987). Boundary mixing in a rotating, stratified fluid. *Journal Fluid Mechanics*, **183**, 25-44
- Ivey, G. N., and J. Imberger (1991). On the nature of turbulence in stratified fluid. Part I: The energetics of mixing. *Journal of Physical Oceanography*, **21**, 650-658.
- Jimenez, J.(1983). A spanwise structure in the plane shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, **132**, 319-336.
- Keyser, D., and M. A. Shapiro (1986). A review of the structure and dynamics of upper-level frontal zones. *Montly Weather Review*, **114**, 452-499.
- Kolmogorov, A.N. (1941). The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, **30**, 301-305.
- Kolmogorov, A.N. (1941b). On degeneration of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, **31**, 538-541.

- Kolmogorov, A.N. (1962). A refinement of previous hypothesis concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, **12**, 82-85.
- Konrad, J.H. (1976). An experimental investigation of mixing in two dimensional turbulent shear flows with applications to diffusion limited chemical reactions. PhD Thesis, California Institute of Technology.
- Kranenburg, C. (1996). On gradient transport turbulence models for stably stratified shear flows. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, **23**, 205-215.
- Kundu, P. K. (1990). *Fluid Mechanics*. Academic Press, Inc. San Diego. 638 pp.
- Landahl, M.T.(1962). On the stability of a laminar incompressible boundary layer over a flexible surface, *Journal of Fluid Mechanics*, **13**, 609-631.
- Lasheras, J.C., J.S. Cho, T. Maxworthy (1986). On the origin and evolution of streamwise vortical structures in a plane, free shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, **172**, 231-258.
- Lasheras, J.C., H. Choi (1988). Three dimensional instability of a plane free shear layer: an experimental study of the formation and evolution of streamwise vortices. *Journal of Fluid Mechanics*, **189**, 53-86.
- Launder, B.E., Spalding D.B. (1972). *Mathematical Models of Turbulence*. Academic Press, London, 169 pp.
- Launder, B.E.(1975). On the effects of a gravitational field on the turbulent models of turbulent density-stratified shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, **67**, 569-581.

- Lee, S., G.T.Csanady (1994). Instability waves in the Gulf Stream front and its thermocline layer. *Journal of Marine Research*, **52**, 837-863.
- Ledwell, J. R., A. J. Watson, and C. S. Law (1993). Evidence for slow mixing across the pycnocline from an open-ocean tracer-release experiment. *Nature*, **364**, 701-703.
- Lesieur, M. (1993). *Turbulence in Fluids: Stochastic and numerical modelling*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- Linden, P. F. (1979). Mixing in stratified fluids. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, **13**, 3-23.
- Linden, P. F. (1980). Mixing across a density interface produced by grid turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, **100**, 691-703.
- Ludlam, F.H. (1967). Characteristics of billow clouds and their relation to clear air turbulence. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, **93**, 419-435.
- Lumley, J. L., and H. A. Panofsky (1964). *The structure of atmospheric turbulence*. Interscience, New York.
- Luther, M. A., and J. M. Bane, Jr. (1985). Mixed instabilities in the Gulf Stream over the continental slope., *Journal of Physical Oceanography*, **15**, 3-23.
- Mamayev, O.I. (1958). The influence of stratification on vertical turbulent mixing in the sea. *Izv.(Bull.) USSR Acad. Sci. Ser. Geophys.*, **4**, 870-875.
- McDougall, T. J. (1984). The relative roles of diapycnal and isopycnal mixing on subsurface water mass conversion. *Journal of Physical Oceanography*, **14**, 1577-1589.

- McDougall, T.J., and J.A.Church (1985). Pitfalls with the Numerical Representation of Isopycnal and Diapycnal Mixing. *Journal of Physical Oceanography*, **16**, 196-199.
- McDougall, T. J. (1987). Neutral surface. *Journal of Physical Oceanography*, **17**, 1950-1964.
- McDougall, T. J. (1988). Neutral-surface potential vorticity. *Progress in Oceanography*, **20**, 185-221.
- McDougall, T. J., Y. You (1990). Implications of the non-linear equation of state for upwelling in the ocean interior. *Journal of Geophysical Research*, **95**, 13263-13276.
- Miles, J.W. (1961). On the stability of heterogeneous shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, **10**,498-508.
- Miles, J (1986). Richardson's criterion for the stability of stratified shear flow. *Physical Fluids*,**29**,3470-3471.
- Miller, J. L., and D. L. Evans (1985). Density and velocity fine structure enhancement in oceanic eddies. *Journal of Geophysical Research*, **90**, 4793-4806.
- Millero, F.J., (1996). *Chemical Oceanography*, CRC Press, Boca Ratón, Florida, Second edition.
- Milles, J.W.(1957). On the generation of surface waves by shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, **3**, 185.
- Milles, J.W.(1959). On the generation of surface waves by shear flows. Part 2. *Journal of Fluid Mechanics*, **6**, 568.

- Milles, J.W.(1961). On the stability of heterogeneous shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, **10**, 496-508.
- Milles, J.W.(1962a). On the generation of surface waves by shear flows. Part 3. *Journal of Fluid Mechanics*, **13**, 433.
- Milles, J.W.(1962b). Generation of surface waves by shear flows. Part 3. *Proc. Symposium in Applied Mathematics*, **13**, 79.
- Mizushima, T., F. Ogino, H. Ueda, S. Komori (1978). Bouyancy effect on diffusives in thermally stratified flow in open channel. In: heat Transfer 1978. Proceedings of the 6th International Heat Transfer Conference. Vol 1. Hemisphere, Washinton, D.C. 91-96.
- Monin, A.S., A.M. Yaglom (1971). *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence*, vol 1. MIT Press.
- Moore, M.J., R.R. Long (1971). An experimental investigation of turbulent stratified shearing flow. *Journal of Fluid Mechanics*, **49**, 635-655.
- Morton, B. R., G. I. Taylor, and J. S. Turner (1956). Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources. *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A*, **234**, 1-23.
- Munk, W. H., and E. R. Anderson (1948). Notes on a theory of the thermocline. *Journal of Marine Research*, **7**, 276-295.
- Narimousa, S., H.J.S. Fernando (1987). On the sheared density interface of an entraining stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, **174**, 1-22.

- Nayfeh, A. H., W. S. Saric (1971). Non-linear Kelvin-Helmholtz instability. *Journal of Fluid Mechanics*, **46**, 209-231.
- Newton, C. W. (1959). Synoptic comparison of jet stream and Gulf Stream systems, in *The Atmosphere and the Sea in Motion* (pp. 288-304) edited B. Bolin. Rockefeller Institute Press, New York.
- Niiler P. P., and E. B. Kraus (1977). One-dimensional models of the upper layer. In: *Modelling and Prediction of the Upper Layers of the Ocean*, E. B. Kraus, ed Pergamon Press, Oxford, pp. 143-172.
- Pacanowski, R. C., and S. G. H. Philander (1981). Parametrization of vertical mixing in numerical models of tropical oceans. *Journal of Physical Oceanography*, **11**, 1443-1451.
- Padman, L., and I. S. Jones (1985). Richardson number statistics in the seasonal thermocline. *Journal of Physical Oceanography*, **15**, 844-854.
- Palmén, E., and C. W. Newton (1969). *Atmospheric Circulation Systems*. Academic Press, New York.
- Panofsky, H. A., and J. A. Dutton (1984). *Atmospheric Turbulence*. Wiley, New York.
- Park, Y., J. A. Whitehead, and A. Gnanadeskian (1994). Turbulent mixing in stratified fluids: layer formation and energetics. *Journal of Fluid Mechanics*, **279**, 279-311.
- Pawlak, G., and L. Armi (1998). Vortex dynamics in a spatially accelerating shear layer. *Journal Fluid Mechanics*, **376**, 1-35.

- 
- Pedlosky, J. (1979). *Geophysical Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, New York, 624 pp.
- Pelegrí, J. L., and J. G. Richman (1993). On the role of shear mixing during transient coastal upwelling. *Continental Shelf Research*, **13**, 1363-1400.
- Pelegrí, J. L., (1988). Tidal Fronts in Estuaries. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, **27**, 45-60.
- Pelegrí, J. L., and J. G. Richman (1994). Correction to "On the role of shear mixing during transient coastal upwelling". *Continental Shelf Research*, **14**, 1645-1646.
- Pelegrí, J. L., and G. T. Csanady (1994). Diapycnal mixing in western boundary currents. *Journal of Geophysical Research*, **99**, 18275-18304.
- Pelegrí, J. L., G. T. Csanady, and A. Martins (1996). The North Atlantic nutrient stream. *Journal of Oceanography*, **52**, 275-299.
- Pelegrí, J. L., and P. Sangrà (1997). A mechanism for layer formation in stratified geophysical flows. *Journal of Geophysical Research*. In Press.
- Peters, H., M. C. Gregg, and J. M. Toole (1988). On the parametrization of equatorial turbulence. *Journal of Geophysical Research*, **93**, 1199-1218.
- Phillips, O. M. (1972). Turbulence in a strongly stratified fluid - Is it Unstable?. *Deep-Sea Research*, **19**, 7-81.
- Phillips, O. M. (1986). An experiment on boundary mixing: mean circulation and transport rates. *Journal Fluid Mechanics*, **173**, 473-499.

- Pollard, R. T., P. B. Rhines, and R. O. R. Y. Thompson (1973) The deepening of the wind-mixed layer. *Geophysical Fluid Dynamics*, **3**, 381-404.
- Polzin, K. (1996). Statistics of the Richardson Number: Mixing Models and Finestructure. *Journal of Physical Oceanography*, **49**, 1409-1415.
- Posmentier, E. S. (1977). The generation of salinity finestructure by vertical diffusion. *Journal of Physical Oceanography*, **7**, 298-300.
- Price, J.F., C.N. Mooers, and J.C. Van Leer (1978). Observation and simulation of storm-induced mixed-layer penetration. *Journal of Physical Oceanography*, **8**, 582-599.
- Price, J. F., A. Weller, and R. Pinkel (1986). Diurnal cycling: Observations and models of the upper ocean response to diurnal heating, cooling, and wind mixing. *Journal of Geophysical Research*, **91**, 8411-8427.
- Reynolds, O., (1883), An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct and sinuous, and the law of resistance in parallel channels. *Phil. Trans. Roy. Soc.* , pp 51-105.
- Richardson, L. F., (1922) *Weather predictions by numerical process*. Cambridge University Press
- Richardson, L. F., (1926) atmospheric diffusion shown on a distance neighbour graph. *Proc. Roy. Soc. London, Ser A* **110**, pp 709-737.
- Roache, P. J. (1982). *Computational Fluid Dynamics*. Hermosa Publishers. 446 pp.
- Rodríguez, A. (1997). Mezcla diapirica en sistemas frontales. Tesis doctoral de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

- Rodríguez, A. (1999). Diapycnal mixing in Gulf Stream meanders. *Journal of Geophysical Research*, **104**, 25891-25912.
- Rossby, C.G., R.B. Montgomery (1935). The layer of frictional influence in wind and oceans currents. *Pap. Phys. Oceanog. Meteor.*, **3**, 101 pp.
- Rossby, C.G. (1936). Dynamics of steady ocean currents in the light of experimental fluid mechanics. *Papers Physical Oceanography and Meteorology*, **5**, 1-43.
- Rossby, C. G. (1951). On the vertical and horizontal concentration of momentum in air and ocean currents. *Tellus*, **3**, 15-27.
- Ruddick, B. R., and A. S. Bennet (1985). Fine structure and mixing at the edge of a warm core ring. *Journal of Geophysical Research*, **90**, 8943-8951.
- Ruddick, B. R., T. J. McDougall, and J. S. Turner (1989). The formation of layers in a uniformly stirred density gradient. *Deep-Sea Research*, **36**, 597-609.
- Schmitt, R. W., R. G. Lueck, and T. M. Joyce (1986). Fine and microstructure at the edge of a warm-core ring. *Deep-Sea Research*, **33**, 1665-1689.
- Scorer R.S.(1969). Billow mechanics. *Radio Science*, **4**, 1299-1308
- Sessions, M. H., T. P. Barnett, and W. S. Wilson (1976). The Airborne Expendable Bathythermograph. *Deep-Sea Research*, **23**, 779-782.
- Shapiro, R. (1970). Smoothing, filtering and boundary effects. *Rev. Geophys.*, **8**, 359-387.
- Simpson, J.H. (1981). The shelf-sea fronts: Implications of their existence and behaviour. *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A*, **302**, 531-546.

- Stern, M. E. (1960). The "salt fountain" and thermocline convection. *Tellus*, **12**, 172-175.
- Stommel, H., A. B. Arons, and D. Blanchard (1956). An Oceanographical curiosity: the perpetual salt fountain. *Deep-Sea Research*, **3**, 152-153.
- Stommel, H. (1965). *The Gulf Stream: a physical an dynamical description*, 2ª ed. University of California Press, Berkeley, y Cambridge University Press, Londres.
- Thompson, S. M., and J. S. Turner (1975). Mixing across an interface due to turbulence generated by an oscillating grid. *Journal of Fluid Mechanics*, **67**, 349-368.
- Thorpe, S. A. (1968). A method of producing a shear flow in a stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, **32**, 693-704.
- Thorpe, S. A. (1969). Neutral eigensolutions of the stability equation for stratified shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, **36**, 673-683.
- Thorpe, S. A. (1969). Experiments on the instability of stratified shear flows: immiscible fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, **39**, 25-48.
- Thorpe, S. A. (1971). Experiments on the instability of stratified shear flows: miscible fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, **46**, 299-319.
- Thorpe, S. A. (1973). Turbulence in Stably Stratified Fluids: A Review of Laboratory Experiments., 95-119.
- Thorpe, S. A. (1982). On the layers produced by rapidly oscillating a vertical grid in a uniformly stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, **124**, 391-409.

- Thorpe, S. A.(1987). Transitional Phenomena and The Development of Turbulence in Stratified Fluids: A Review. *Journal of Geophysical Research*, **92**, 5231-5248.
- Turner, J. S., and E. B. Kraus (1967). A one-dimensional model of the seasonal thermocline. I. A laboratory experiment and its interpretation. *Tellus*, **19**, 88-97.
- Turner, J. S. (1973). *Buoyancy Effects in Fluids*. Cambridge University Press, New York, 367 pp.
- Turner, J. S. (1981). Small-scale mixing processes. In *Evolution of Physical Oceanography* ( B. A. Warren and C. Wunsch, eds.). MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Turner, J. S. (1986). Turbulent entrainment: The development of the entrainment assumption, and its application to geophysical flows. *Journal of Fluid Mechanics*, **173**, 431-471.
- Ueda, H., S. Mitsumoto, and S. Komori (1981). Buoyancy effects on the turbulent transport processes in the lower atmosphere. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **107**, 561-578.
- Vinnichenko N.K. and J.A. Dutton (1969). Empirical studies of atmospheric structure and spectra in the free atmosphere. *Radio Science*, **4**, 1115-1126.
- Welander, P. (1959). An advective model of the ocean thermocline. *Tellus*, **11**, 309-318.
- Welander, P. (1971). Some exact solutions to the equations describing an ideal fluid thermocline. *Journal of Marine Research*, **29**, 60-68.
- Woods, J. D. (1968). Wave-induced shear instability in the summer thermocline. *Journal of Fluid Mechanics*, **32**, 791-800.

Woods, J. D., and R. L. Willey (1972). Billow turbulence and ocean microstructure, *Deep sea research*, **19**, 87-121.