

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

INSTITUTO UNIVERSITARIO DE SISTEMAS
INTELIGENTES Y APLICACIONES NUMÉRICAS EN
INGENIERÍA



PROGRAMA DE DOCTORADO:

SISTEMAS INTELIGENTES Y APLICACIONES NUMÉRICAS
EN INGENIERÍA

TESIS DOCTORAL

**ANÁLISIS DE RIESGOS EN EL TRÁFICO MARÍTIMO
CON METODOLOGÍAS EMERGENTES DE GESTIÓN
DE INCERTIDUMBRE**

Alejandro Talavera Ortiz

LAS PALMAS DE GRAN CANARIA, MARZO DE 2013

Agradecimientos

Este libro es dedicado por Dr. Ricardo Aguasol Urbina y Dr. Blas Rafael Domínguez y Padilla, de la División de Las Palmas de la UNILAM y coautores de esta Tesis, por sus aportaciones y apoyo al doctor a los niveles del Instituto Universitario de Investigación y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería (IUSIAN) lo que permitió la realización de la Tesis.

agradezco también a la División y Profesores de INTELIGENCIA DE NEGOCIOS, al igual que las nuevas oportunidades y facilidades que me ofrece la UCA.

A mi esposa Gloria y a nuestros hijos: Alejandro, Cayetano e Irene

agradezco especialmente a la División de Organización Ejecutiva del IUSIAN, gracias a ella por proporcionar sobre todo los resultados del programa (WRAP) un gran plazo de tiempo en el que pude hacer uso del mismo.

En el más sentido de todas mis agradecimientos, a mi esposa todo me ha ayudado y acompañado durante todos estos años, por su comprensión, por sus palabras de ánimo, por su apoyo

Agradecimientos

Este trabajo está en deuda con D. Ricardo Aguasca Colomo y D. Blas Galván González, Doctores y Profesores de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC) y co-directores de esta Tesis, por sus aportaciones y por permitirme el acceso a los medios del Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería (IUSIANI) lo que ha hecho posible la realización de la Tesis.

También quiero dar las gracias a la Doctora y Profesora de la ULPGC, D^a. Begoña González Landín, algunas de las nuevas expresiones presentadas en la metodología propuesta han sido posibles gracias a su colaboración.

También quiero agradecer la aportación de D. Andrés Cacereno Ibáñez, compañero en la División de Computación Evolutiva del IUSIANI, gracias a su colaboración me fue posible obtener los resultados del programa IWRAP Mk 2 en el breve plazo de tiempo en el que pude hacer uso del mismo.

Por último, el más sentido de todos mis agradecimientos: a mi esposa Gloria, que tanto me ha ayudado y acompañado durante todos estos años, por su tiempo, por su colaboración, por sus palabras de ánimo, por su apoyo y por todo.

Resumen

La incertidumbre está presente en muchos, si no en la mayoría, de los análisis de sistemas complejos y procesos de modelización.

A lo largo de la segunda mitad del siglo XX se enunciaron diferentes teorías matemáticas que permiten un tratamiento riguroso de la incertidumbre. Este nuevo tratamiento superaba los exigentes requisitos que impone la Teoría de la Probabilidad sin necesidad de acudir al Principio de la Razón Insuficiente de Laplace o de imponer supuestos de normalidad y/o uniformidad que no siempre se pueden fundamentar.

Las nuevas teorías alcanzaron mayor difusión a partir de la década de los años 80 del siglo pasado, cuando el desarrollo tecnológico hizo viable la aplicación de las nuevas propuestas con un coste computacional aceptable.

La presente tesis aborda la aplicación de estas nuevas teorías en el ámbito del análisis de riesgo del tráfico marítimo y presenta una metodología, basada concretamente en la Teoría de Dempster-Shafer, para la cuantificación y propagación de la incertidumbre presente en la modelización de la probabilidad de colisión de los barcos que navegan en una ruta. Esta metodología asegura una representación adecuada de la incertidumbre presente en las variables de entrada del modelo y una propagación rigurosa de esta incertidumbre hacia la variable de salida a través del modelo.

Para ello se revisa el estado del arte, tanto de las estructuras matemáticas de representación y tratamiento de la incertidumbre como de la modelización de la probabilidad de accidente entre los barcos que navegan en una ruta, y a partir de esta revisión se presentan las primeras contribuciones prácticas de este trabajo: 1) la selección del modelo de estimación de la probabilidad de colisión que da una mejor respuesta no solo a la descripción del sistema sino también a la disponibilidad real de información, y 2) la selección de la teoría matemática de tratamiento de la incertidumbre que mejor se adapta a las características de la incertidumbre presente en el modelo elegido.

La tercera contribución se presenta con el desarrollo concreto de la caracterización de la incertidumbre asociada a este modelo mediante cajas de probabilidad (probability-box). Estas cajas de probabilidad permiten representar tanto la incertidumbre aleatoria como la incertidumbre epistémica.

La propuesta realizada para propagar la incertidumbre, utilizando los límites de confianza de Kolmogorov-Smirnov y la dualidad existente entre cajas de probabilidad y estructuras Dempster-Shafer, es la cuarta contribución de este trabajo. Esta nueva propuesta permite estimar las medidas evidenciales de plausibilidad y creencia, las cuales son leídas en términos probabilísticos, de acuerdo a la interpretación realizada por Dempster y ampliada por Yager, como los límites inferior y superior de la

función de distribución asociada.

Otra contribución de interés es la fórmula propuesta para calcular la probabilidad de colisión entre dos barcos cuando la distribución del tráfico marítimo es representada mediante estructuras Dempster-Shafer. También se presenta el cálculo de la probabilidad de colisión para el resto de las variables de entrada que incorporan incertidumbre. Esta formulación permite la utilización de la Teoría de Dempster-Shafer lo que asegura una propagación rigurosa de la incertidumbre desde las distintas variables de entrada de medida incierta que intervienen en el modelo elegido hacia la probabilidad de colisión como variable de salida.

Por último se presenta la aplicación de la metodología propuesta al tráfico marítimo en las Islas Canarias. El tráfico se describe utilizando la información aportada por el sistema AIS (Automatic Identification System) y la metodología se aplica a cuatro rutas seleccionadas del conjunto de rutas definido al realizar la modelización del tráfico en la zona.

La validación de esta metodología se ha realizado comparando los resultados obtenidos en las cuatro rutas citadas con los alcanzados por la aplicación IWRAP Mk2 y empleando la divergencia de Kullback-Leibler como una métrica que permite estimar la discrepancia existente entre la distribución normal del tráfico marítimo propuesta por IWRAP para la probabilidad de colisión y la distribución real obtenida por la metodología basada en la Teoría de Dempster-Shafer.

Índice de contenido

Capítulo 1. Introducción	1
1.1. Motivación e hipótesis	1
1.2. Estructura de la Tesis	3
1.3. Publicaciones	5
Capítulo 2. Cuantificación de la incertidumbre	7
1. Introducción	7
1.1. Complejidad, información e incertidumbre	7
1.2. Algunas definiciones de incertidumbre.....	8
1.3. Origen de la incertidumbre	9
1.4. Tipos de incertidumbre.....	11
1.5. Incertidumbre y modelización.....	13
2. Teorías de la incertidumbre	13
2.1. Introducción: Complejidad organizada	13
2.2. Motivación: ¿Cuál es el problema a resolver?.....	14
2.3. Matemáticas de la incertidumbre	14
2.3.1. Conjuntos y operaciones entre conjuntos.....	15
2.3.2. Función característica y tipos de conjuntos.....	16
2.3.3. Operaciones entre conjuntos aproximativos	18
2.3.4. Funciones aproximativas.....	19
2.3.5. Medidas monótonas	19
2.4. Teorías de representación de la incertidumbre	20
2.4.1. Teoría de la Probabilidad.....	22
2.4.1.1. Axiomas de Kolmogorov	22
2.4.1.2. Interpretaciones del concepto de probabilidad.....	23
2.4.1.3. Relaciones entre sucesos	23
2.4.1.4. Teorema de Bayes	24
2.4.1.5. Operaciones de probabilidad.....	25
2.4.1.6. Distribuciones de probabilidad	26
2.4.2. Análisis por intervalos	29
2.4.3. Teoría de la Posibilidad	30
2.4.3.1. Medidas de verosimilitud o posibilidad.....	31
2.4.3.2. Posibilidad condicionada.....	32
2.4.4. Teoría de los Conjuntos Difusos	32
2.4.4.1. Representación α -corte de conjuntos difusos	34
2.4.4.2. Cardinalidad de conjuntos difusos.....	35
2.4.4.3. Intervalos difusos y números difusos	35
2.4.4.4. Aritmética difusa.....	36

2.4.4.5. Aritmética difusa restringida	37
2.4.4.6. Conjuntos difusos y Teoría de la Posibilidad	38
2.4.5. Teoría de Dempster-Shafer o Teoría de la Evidencia.....	38
2.4.5.1. Medidas evidenciales	39
2.4.5.2. Estructuras Dempster-Shafer	42
2.4.5.3. Combinación de evidencias	43
2.4.5.4. Teoría de la Evidencia y cajas de probabilidad.....	45
2.4.5.5. Teoría de la Posibilidad y Teoría de la Evidencia.....	49
3. Agregación de incertidumbre	50
4. Propagación de incertidumbre	52
5. Cuantificación de incertidumbre.....	53
6. Medidas de incertidumbre	54
7. Resumen del capítulo	57
Capítulo 3. Análisis de riesgo en el tráfico marítimo	59
1. Introducción	59
2. Análisis de riesgo en el tráfico marítimo.....	60
2.1. Identificación de peligros.....	61
2.2. Análisis de riesgos	63
2.3. Opciones de control de riesgos.....	65
2.4. Evaluación coste-beneficio.....	66
2.5. Recomendaciones para la toma de decisiones	66
2.6. Recogida y análisis de información	66
3. Modelización de la probabilidad de accidente	68
3.1. Tipos de accidente.....	68
3.2. Modelización de la probabilidad de colisión.....	69
3.2.1. Modelo de Pedersen	69
3.2.2. Modelo de Montewka	72
3.2.3. Modelo de Fowler y Sorgard	74
3.2.4. Modelo de Macduff.....	74
3.2.5. Modelo usado en IWRAP Mk 2.....	75
3.3. Modelización de la probabilidad de varada	76
3.3.1. Modelo de Pedersen	77
3.3.2. Modelo de Fowler y Sorgard	77
3.3.3. Modelo de Simonsen	79
3.3.4. Modelo usado en IWRAP Mk 2.....	79
3.4. Modelización del factor causal	79
4. Datos AIS (Automatic Identification System).....	80
5. Riesgo tolerable y criterios de aceptación de riesgo	82
6. Resumen del capítulo	84

Capítulo 4. Incertidumbre en la modelización de la probabilidad de colisión en el tráfico marítimo.....	85
1. Introducción	85
2. Evaluación de los modelos de estimación de la probabilidad de colisión ..	86
3. Incertidumbres asociadas al modelo utilizado en IWRAP Mk 2	87
3.1. Descripción del modelo	87
3.2. Identificación de las incertidumbres asociadas	95
4. Cuantificación y propagación de incertidumbre en la modelización de la probabilidad de colisión en el tráfico marítimo	97
4.1. Evaluación de las metodologías emergentes de gestión de incertidumbre en su aplicación a la probabilidad de colisión en el tráfico marítimo.....	98
4.2. Aplicación de la Teoría de Dempster-Shafer a la modelización de la probabilidad de colisión en el tráfico marítimo	100
4.2.1. Caracterización de la incertidumbre.....	100
4.2.1.1. Incertidumbre asociada a la distribución del tráfico	106
4.2.1.2. Incertidumbre asociada a la velocidad de los barcos	107
4.2.1.3. Incertidumbre asociada a las dimensiones de los barcos .	108
4.2.1.4. Incertidumbre asociada al número de travesías.....	108
4.2.2. Propagación de la incertidumbre.....	110
4.2.2.1. Propagación de la incertidumbre asociada a la distribución del tráfico	112
4.2.2.2. Propagación de la incertidumbre asociada a la velocidad de los barcos.....	113
4.2.2.3. Propagación de la incertidumbre asociada a las dimensiones de los barcos	116
4.2.2.4. Propagación de la incertidumbre asociada al número de travesías.....	117
5. Resumen del capítulo	119
Capítulo 5. Aplicación de la metodología propuesta al tráfico marítimo en las Islas Canarias.....	121
1. Introducción	121
2. Descripción del área	122
3. Descripción del tráfico marítimo.....	124
3.1. Descripción de las rutas	125
3.2. Descripción del tráfico	130
4. Aplicación de la metodología IWRAP	133
5. Aplicación de la metodología propuesta	134
5.1. Cuantificación de incertidumbre.....	134
5.2. Propagación de incertidumbre	138
6. Medición de la incertidumbre	143
7. Validación de la metodología propuesta	144

7.1. Probabilidad de colisión frontal.....	146
7.2. Probabilidad de colisión por alcance	151
8. Resumen del capítulo	158
Capítulo 6. Conclusiones y desarrollos futuros	159
Anexo 1: Descripción del tráfico	163
1. Histogramas de frecuencia de las travesías	163
2. Número de travesías por tipo de barco y eslora	164
3. Dimensiones y velocidad de los barcos	165
Anexo 2: Aplicación de la metodología IWRAP	167
1. Ajuste de los histogramas de frecuencias.....	167
2. Resultados obtenidos por IWRAP	169
Anexo 3: Aplicación de la metodología propuesta	173
1. Estructuras Dempster-Shafer.....	173
2. Medidas evidenciales.....	176
3. Nuevas estructuras Dempster-Shafer para el conjunto de las futuras trayectorias	179
4. Resultados obtenidos con la metodología propuesta	182
Anexo 4: Validación de la metodología propuesta	187
1. Comparación de los resultados obtenidos.....	187
Anexo 5: Cuantificación y propagación de la incertidumbre asociada a la velocidad de los barcos	191
1. Cuantificación de incertidumbre.....	191
2. Propagación de la incertidumbre	196
Bibliografía	199

Índice de Figuras

Fig. 1: Información basada en incertidumbre, Klir (2004)	8
Fig. 2: Clasificación de la incertidumbre según su origen (Rowe, 1994).....	9
Fig. 3: Interpretaciones de la incertidumbre	11
Fig. 4: Proceso de cuantificación de la incertidumbre	14
Fig. 5: Operaciones sobre conjuntos clásicos.....	17
Fig. 6: Conjuntos aproximativos.....	18
Fig. 7: Teorema de Bayes (Klir, 2006).....	25
Fig. 8: Operaciones sobre probabilidad.....	25
Fig. 9: Representación α -corte y conceptos asociados (Klir, 2006).....	35
Fig. 10: Interpretación de las medidas evidenciales (Dubois).....	41
Fig. 11: Estructura Dempster-Shafer.....	43
Fig. 12 : Límites de una función de distribución acumulada (p-box).....	47
Fig. 13 : Cajas de probabilidad y pares intervalo-masa (Ferson,2004).....	48
Fig. 14 : Caracterización de la información (Joslyn, Ferson, 2005).....	50
Fig. 15 : Combinación de evidencias desde fuentes diversas	51
Fig. 16 : Modelización matemática de un sistema físico.....	52
Fig. 17 : Propagación de incertidumbre aleatoria (Roy, Oberkampf, 2010).....	53
Fig. 18 : Proceso de cuantificación de incertidumbre	54
Fig. 19 : Metodología FSA (IMO,2002).....	61
Fig. 20 : Índice logarítmico de severidad.....	64
Fig. 21 : Índice logarítmico de frecuencia.....	64
Fig. 22 : Índice de riesgo	64
Fig. 23 : Procedimiento para la evaluación de riesgos.....	67
Fig. 24 : Tipos de colisión entre barcos (Ylitalo, 2010)	69
Fig. 25 : Cruce de rutas marítimas (Ylitalo, 2010)	70
Fig. 26 : Definición del diámetro geométrico de colisión (Pedersen, 1995).....	71
Fig. 27 : Situación de colisión frontal (Ylitalo, 2010).....	72
Fig. 28 : Factores que determinan la MDTC (Montewka, 2010).....	73
Fig. 29 : Representación de la situación de colisión (Montewka, 2010).....	73
Fig. 30 : Definición de distancias (Montewka, 2010).....	73
Fig. 31 : Giro en una ruta (Pedersen, 1995).....	78
Fig. 32 : Factores causales por defecto en IWRAP (Friis-Hansen, 2009).....	80
Fig. 33 : Información aportada por el sistema AIS	81
Fig. 34 : Aceptación del riesgo (HSE, 2001)	82
Fig. 35 : Fuentes de incertidumbre	86
Fig. 36 : Tipología de barcos en IWRAP.....	88
Fig. 37 : Información AIS-Frecuencia de travesías.....	89

Fig. 38 : Dimensiones y velocidad media por tipo de barco.....	89
Fig. 39 : Información AIS - Velocidad por tipo y tamaño	90
Fig. 40 : Situación de colisión frontal	91
Fig. 41 : Situación de colisión por alcance.....	92
Fig. 42 : Resultados presentados por IWRAP	94
Fig. 43 : Ajuste del histograma de frecuencias	97
Fig. 44 : Teorías de representación de incertidumbre (Mourelatos, Zhou, 2004)	99
Fig. 45 : Caja de probabilidad como representación de incertidumbre (Ferson, 2003).....	101
Fig. 46 : Función de distribución correspondiente a un conjunto de datos.....	103
Fig. 47 : Límites de confianza K-S sobre una función de distribución.....	103
Fig. 48 : Caja de probabilidad de un conjunto de intervalos	105
Fig. 49 : Límites de K-S sobre una caja de probabilidad de un conjunto de intervalos	105
Fig. 50 : Incertidumbre asociada al número de travesías representada por un estructura Dempster-Shafer con único elemento focal.....	109
Fig. 51 : Colisión frontal. Distribución del tráfico representada con estructuras Dempster-Shafer	110
Fig. 52 : Colisión por alcance. Distribución del tráfico representada con estructuras Dempster-Shafer	110
Fig. 53 : Producto cartesiano de la intersección de dos estructuras Dempster- Shafer.....	111
Fig. 54 : Producto cartesiano de la suma de las velocidades representadas como estructuras Dempster-Shafer	115
Fig. 55:Producto cartesiano de la suma de las anchuras representadas como estructuras Dempster-Shafer	117
Fig. 56 : Límites de la Zona Marina Especialmente Sensible de las Islas Canarias (Dirección General de la Marina Mercante – Capitanía Marítima en Las Palmas).....	124
Fig. 57 : Número de travesías y porcentaje de transmisiones incompletas....	125
Fig. 58 : Densidad de tráfico marítimo en las Islas Canarias	127
Fig. 59 : Modelización del tráfico en las Islas Canarias	128
Fig. 60 : Rutas seleccionadas	129
Fig. 61 : Definición de las rutas seleccionadas.....	130
Fig. 62 : Histogramas de distribución del tráfico. Ruta TFE-SCP	131
Fig. 63 : Número de travesías por intervalo. Ruta TFE SCP.....	131
Fig. 64 : Tipo de barco según eslora (m). Ruta FTE SCP	132
Fig. 65: Dimensiones y velocidad de los barcos. Ruta TFE SCP. Destino TFE	132
Fig. 66 : Dimensiones y velocidad de los barcos. Ruta TFE SCP. Destino SCP	132
Fig. 67 : Ajuste del histograma de frecuencias. Ruta TFE SCP. Destino TFE133	

Fig. 68 : Ajuste del histograma de frecuencias. Ruta TFE SCP. Destino SCP	133
Fig. 69 : Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE SCP	135
Fig. 70 : Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP.....	135
Fig. 71 : Estructura Dempster-Shafer. Ruta TFE SCP. Destino TFE	136
Fig. 72 : Estructura Dempster-Shafer. Ruta TFE SCP. Destino SCP	136
Fig. 73 : Límites de K-S. Ruta TFE SCP. Destino TFE.....	137
Fig. 74 : Límites K-S. Ruta TFE SCP. Destino SCP.....	137
Fig. 75 : Nueva estructura Dempster-Shafer para el conjunto de futuras trayectorias. Ruta TFE SCP. Destino TFE	138
Fig. 76 : Nueva estructura Dempster-Shafer para el conjunto de futuras trayectorias. Ruta TFE SCP. Destino SCP	138
Fig. 77 : Número de candidatos a colisión frontal. Ruta TFE SCP. Tipo de barcos: Oil Products Tanker - General Cargo Ship.....	139
Fig. 78: Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE SCP. Barcos: Oil products tanker - General cargo ship	140
Fig. 79 : Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE SCP	140
Fig. 80 : Número de candidatos a colisión por alcance.Ruta TFE SCP. Tipo de barcos : Oil products Tanker sobre General Cargo Ship	141
Fig. 81 : Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP. Tipo de barcos: Oil Products Tanker sobre General Cargo Ship.....	141
Fig. 82 : Número de candidatos a colisión por alcance. Ruta TFE SCP. Destino TFE. Tipo de barcos: General Cargo Ship sobre Oil products Tanker	142
Fig. 83 : Número de candidatos a colisión por alcance. Ruta TFE SCP. Destino SCP. Tipo de barcos: General Cargo Ship sobre Oil Products Tanker.....	142
Fig. 84 : Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP. Tipo de barcos: General Cargo Ship sobre Oil products Tanker	142
Fig. 85 : Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP.....	143
Fig. 86 : Medición de incertidumbre asociada a la distribución del tráfico	144
Fig. 87 : Comparación de resultados. Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE SCP	145
Fig. 88 : Comparación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP	145
Fig. 89 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE SCP.....	147
Fig. 90: Validación de resultados. Probabilidad de colisión frontal. Ruta CRI GOM.....	148
Fig. 91: Validación de resultados. Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE LPA	149
Fig. 92 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión frontal. Ruta LPA ACF	150
Fig. 93 : Validación de resultados.Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP. Destino TFE	151
Fig. 94 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP. Destino SCP	152

Fig. 95 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP.....	152
Fig. 96 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta CRI GOM. Destino CRI.....	153
Fig. 97 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta CRI GOM. Destino GOM.....	153
Fig. 98 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta CRI GOM.....	154
Fig. 99 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE LPA. Destino TFE.....	154
Fig. 100 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE LPA. Destino LPA.....	155
Fig. 101 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE LPA.....	155
Fig. 102 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta LPA ACF. Destino LPA.....	156
Fig. 103 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta LPA ACF. Destino ACF.....	156
Fig. 104 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta LPA ACF.....	157
Fig. 105 : Datos base de velocidad y travesías. Ruta TFE LPA. Tipo de barcos: General Cargo Ship - Passenger Ship.....	191
Fig. 106 : Velocidad como estructura Dempster-Shafer. Tipo de barco: General cargo ship. Ruta TFE LPA. Destino LPA.....	192
Fig. 107 : Velocidad como estructura Dempster-Shafer. Tipo de barco: General cargo ship. Ruta TFE LPA. Destino TFE.....	192
Fig. 108 : Velocidad como estructura Dempster-Shafer. Tipo de barco: Passenger ship. Ruta TFE LPA. Destino LPA.....	192
Fig. 109 : Velocidad como estructura Dempster-Shafer. Tipo de barco: Passenger ship. Ruta TFE LPA. Destino TFE.....	193
Fig. 110 : Límites de Kolmogorov-Smirnov. Tipo de barco: General cargo ship. Ruta TFE LPA. Destino LPA.....	193
Fig. 111 : Límites de Kolmogorov-Smirnov. Tipo de barco: General cargo ship. Ruta TFE LPA. Destino TFE.....	194
Fig. 112 : Límites de Kolmogorov-Smirnov. Tipo de barco: Passenger ship. Ruta TFE LPA. Destino LPA.....	194
Fig. 113 : Límites de Kolmogorv-Smirnov. Tipo de barco: Passenger ship. Ruta TFE LPA. Destino TFE.....	194
Fig. 114 : Nueva estructura Dempster-Shafer para el conjunto de futuras velocidades. Tipo de barco: General cargo ship. Ruta TFE LPA. Destino LPA....	195
Fig. 115 : Nueva estructura Dempster-Shafer para el conjunto de futuras velocidades. Tipo de barco: General cargo ship. Ruta TFE LPA. Destino TFE....	195
Fig. 116 : Nueva estructura Dempster-Shafer para el conjunto de futuras velocidades. Tipo de barco: Passenger ship. Ruta TFE LPA. Destino: LPA.....	195
Fig. 117 : Nueva estructura Dempster-Shafer para el conjunto de futuras velocidades. Tipo de barco: Passenger ship. Ruta TFE LPA. Destino: TFE.....	196

Fig. 118 : Producto cartesiano de las estructuras Dempster-Shafer. General cargo ship Dirección TFE – Passenger ship Dirección LPA	196
Fig. 119 : Producto cartesiano de las estructuras Dempster-Shafer. General cargo ship Dirección LPA - Passenger ship Dirección TFE	197
Fig. 120 : Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE LPA.....	197

Capítulo 1. Introducción

1.1. Motivación e hipótesis

Es de aceptación general que la incertidumbre está presente en la mayoría de las aplicaciones desarrolladas en los distintos ámbitos de la ciencia. Sin embargo, aún es poco frecuente ver que los procesos de modelización se completen con un análisis de la incertidumbre que inevitablemente acompaña a los modelos.

La Teoría de la Probabilidad fue durante mucho tiempo el único marco teórico para el tratamiento de la incertidumbre a pesar de la gran exigencia de información sobre los sucesos futuros que requiere esta teoría. Para superar esta exigencia se acostumbra superar la ausencia de información suponiendo que los sucesos siguen una distribución uniforme de acuerdo al Principio de la Razón Insuficiente de Laplace enunciado en el año 1825: “La ausencia de conocimiento sobre el estado de la naturaleza equivale a afirmar que todos los estados posibles son equiprobables”.

En la segunda mitad del siglo XX, frente al empleo abusivo de la interpretación subjetiva de la probabilidad y del Principio de la Razón Insuficiente de Laplace, surgió un conjunto de teorías alternativas que partían de la premisa de no utilizar más información de la que realmente está disponible en cada sistema en estudio.

Con el paso de los años, estas teorías se han concretado en la Teoría de las Probabilidades Imprecisas, enunciada por Walley, la Teoría de la Evidencia, enunciada por Dempster y Shafer, la Teoría de los Conjuntos Difusos, enunciada por Zadeh y la Teoría de la Posibilidad enunciada por Zadeh, Dubois, Prade y Yager.

Posteriormente se ha demostrado que la Teoría de las Probabilidades Imprecisas y la Teoría de la Evidencia son teorías duales, y se ha establecido el ámbito de utilización de las distintas teorías enunciadas: se considera que la Teoría clásica de la Probabilidad es una herramienta ideal para el tratamiento de la incertidumbre si se dispone de información suficiente para asignar la evidencia a sucesos únicos e independientes, la Teoría de la Posibilidad se puede usar cuando la información es insuficiente y no hay conflictos de evidencia entre las distintas fuentes, mientras que la existencia de conflictos de evidencia en contextos de información insuficiente aconseja el uso de la Teoría de la Evidencia.

Actualmente se considera que la Teoría de la Probabilidad es la más adecuada para tratar la incertidumbre aleatoria, ocasionada por la variabilidad de los sucesos, mientras que la existencia de incertidumbre epistémica, motivada por la falta de conocimiento sobre el sistema en estudio, o la existencia de una combinación de ambos tipos de incertidumbre, hacen recomendable el uso de otras teorías que puedan tratar de forma más conveniente esta incertidumbre mixta.

Las teorías alternativas no completaron su desarrollo hasta la década de los años 80, cuando los avances tecnológicos hicieron factible su aplicación con costes computacionales viables. En la actualidad tanto la Teoría de los Conjuntos Difusos como la Teoría de la Evidencia son aplicadas con éxito en muchos ámbitos industriales y científicos.

La elección de la estructura matemática para tratar la incertidumbre presente en un modelo cobra especial relevancia en el campo de los análisis de riesgo ya que el desarrollo tecnológico ha propiciado un aumento tanto de la seguridad de los sistemas como de su potencial de riesgo. Por ello son cada vez más frecuentes los escenarios de posibles accidentes caracterizados por presentar una baja probabilidad de ocurrencia acompañada de consecuencias de gran magnitud, al mismo tiempo se ha producido un lógico aumento de la sensibilidad social hacia este tipo de accidentes.

En este contexto, la elección de funciones conocidas de distribución de probabilidad sin disponer realmente de información suficiente para elegir una determinada función (con relativa frecuencia se selecciona una distribución normal o una distribución uniforme) y la asignación de valores precisos a los parámetros que definen a esta función, puede hacer que el conocimiento sobre la incertidumbre asociada a un modelo parezca más amplio de lo que realmente es. De igual forma el uso de la Teoría de la Probabilidad puede hacer que los resultados obtenidos parezcan más precisos de lo que verdaderamente son de acuerdo a la información disponible.

Los analistas y decisores que trabajan en el ámbito del análisis de riesgo deben conocer los resultados de los trabajos que soportan las decisiones y el nivel de confianza asociado a estos trabajos. Desde este conocimiento los decisores podrán adoptar distintas estrategias de seguridad que serán acordes a la información disponible y a su grado de aversión al riesgo.

Los analistas de riesgo parten de la existencia de las dos formas de incertidumbre antes citadas: la incertidumbre aleatoria debida a la variabilidad y la incertidumbre epistémica debida a la falta de conocimiento sobre el sistema en estudio, y trabajan en situaciones caracterizadas por las carencias de información y por los conflictos de evidencia.

En este contexto no es fácil establecer la forma de las funciones de distribución que seguirán las variables que intervienen en el análisis ni tampoco los parámetros que definen estas funciones. En ocasiones el pequeño tamaño de las muestras disponibles, la falta de calidad en la información o el hecho de que la información esté referida a un periodo muestral determinado, dificulta la definición de estas funciones.

Dados estos escenarios, y salvo que la incertidumbre sea puramente aleatoria en cuyo caso se puede gestionar con la Teoría de la Probabilidad, se debe acudir a las aproximaciones alternativas citadas, principalmente la Teoría de la Posibilidad y la Teoría de la Evidencia, como estructuras

matemáticas que describen de forma más adecuada las características de la incertidumbre mixta presente en el análisis de riesgo.

1.2. Estructura de la Tesis

La presente Tesis Doctoral está dividida en cuatro capítulos que se completan con diversos anexos que detallan los resultados obtenidos con la aplicación de la metodología propuesta y con una bibliografía referida a las distintas áreas de estudio que se han trabajado.

En el Capítulo 2 se tratan distintos aspectos relacionados con la cuantificación de la incertidumbre. Se define primeramente el concepto de incertidumbre, seleccionando algunas de las numerosas definiciones existentes en la bibliografía, y se presenta la naturaleza dual de la incertidumbre: aleatoria y epistémica. También se justifica la conveniencia de cuantificar la incertidumbre en tanto que los decisores deben conocer el grado de incertidumbre y el grado de confianza que acompaña a sus decisiones.

Se exponen los conceptos de la Teoría de Conjuntos y de las operaciones entre conjuntos. Se presentan los distintos tipos de conjuntos: conjuntos clásicos y conjuntos difusos, que se pueden integrar en el concepto de conjuntos aproximativos. A partir de estos conceptos se presentan los marcos teóricos más relevantes para tratar la gestión de la incertidumbre, describiendo los fundamentos de la Teoría de la Probabilidad, el Análisis de Intervalos, la Teoría de la Posibilidad, la Teoría de los Conjuntos Difusos y la Teoría de la Evidencia o Teoría de Dempster-Shafer; y se presentan los cuatro procesos que se incluyen bajo el concepto de “Cuantificación de la incertidumbre” que son los procesos de “Representación de incertidumbre en las variables de entrada”, “Agregación de incertidumbre”, “Propagación de incertidumbre” y “Representación de incertidumbre en las variables de salida”.

El capítulo 3 presenta los fundamentos del análisis de riesgo en el tráfico marítimo e incluye un estudio sobre el estado del arte en la modelización de la probabilidad de accidente en el tráfico marítimo, tanto en la colisión entre barcos como en los accidentes de varada. Se tratan los fundamentos del análisis de riesgo en el ámbito del tráfico marítimo a partir del documento publicado por la IMO (International Maritime Organization) sobre “Directrices para la evaluación formal de la seguridad”, donde se definen los pasos que debe incluir una evaluación de seguridad desde la fase inicial de identificación de peligros hasta la propuesta de recomendaciones para la toma de decisiones. Estos fundamentos se complementan con los criterios de aceptación de riesgo enunciados por el HSE. También trata sobre las características del sistema AIS (Automatic Identification System) que permite el intercambio de información barco-barco y entre barcos y estaciones costeras.

En el capítulo 4 se evalúan las distintas propuestas de modelización de la probabilidad de colisión entre barcos y se propone la elección del modelo de Pedersen tal como es utilizado por el software IWRAP Mk2, esta selección se fundamenta principalmente en la posibilidad que presenta IWRAP de gestionar la información suministrada por el sistema AIS y en que es una metodología recomendada por la IALA. Posteriormente se enumeran las incertidumbres presentes en la propuesta de IWRAP que están relacionadas con cuatro de las variables de entrada del modelo: velocidad y dimensiones de los barcos, distribución del tráfico y número de travesías.

Se ha evaluado la adecuación de las distintas teorías de gestión de incertidumbre considerando las características de la incertidumbre que acompaña a estas variables. Como resultado de este proceso de evaluación se selecciona la Teoría de Dempster-Shafer como la que mejor responde a la existencia simultánea de variabilidad e imprecisión. Se ha presentado una propuesta para describir la distribución del tráfico mediante intervalos y para estimar la probabilidad de colisión entre dos barcos: $P_{i,j}$.

A partir de esta descripción también se ha presentado la forma en que se puede estimar la probabilidad de colisión usando el modelo de Pedersen y la forma de propagar la incertidumbre de manera rigurosa siguiendo los fundamentos de la Teoría Dempster-Shafer. Por último, se presenta como esta Teoría resuelve la cuantificación y propagación de la incertidumbre para cada una de las variables citadas.

El capítulo 5 recoge la aplicación de la metodología propuesta al tráfico marítimo en las Islas Canarias, para ello primero se describen la localización y características de la zona marítima en estudio, el origen y la calidad de los datos de partida, el conjunto de rutas donde existe mayor densidad de tráfico y las características del tráfico en cuanto a número, dimensiones y velocidad de los barcos. Para el desarrollo de la aplicación se han seleccionado cuatro rutas sobre las que se ha aplicado tanto la metodología propuesta por IWRAP como la propuesta en esta tesis, indicando la forma de aplicar los límites de Kolmogorov-Smirnov a la estructura Dempster-Shafer original para obtener las medidas evidenciales que contendrán el tráfico futuro con un determinado nivel de confianza e indicando también la forma en que se propaga la incertidumbre en cada una de las rutas propuestas utilizando el modelo de Pedersen.

Este capítulo se completa con la validación de la propuesta para los dos tipos de colisión estudiados, colisión frontal y colisión por alcance, utilizando la divergencia de Kullback-Leibler para evaluar la discrepancia entre la distribución normal de la probabilidad de colisión propuesta por IWRAP y la distribución real obtenida por la metodología propuesta. Como conclusión de este proceso de validación se observa que los resultados propuestos por ambas metodologías se alejan en la medida que la divergencia de Kullback-Leibler aumenta.

1.3. Publicaciones

Algunas de las contribuciones de esta Tesis han sido publicadas en revistas científicas y presentadas en congresos:

- Alejandro Talavera Ortiz, Ricardo Aguasca Colomo, Blas Galván González. Dempster-Shafer Theory based ship-ship collision probability modelling. Fourteenth International Conference on Computer Aided Systems Theory. Las Palmas de Gran Canaria. Islas Canarias. España. Febrero 10-15, 2013.
- Alejandro Talavera, Ricardo Aguasca, Blas Galván, Andrés Cacereno. “Application of Dempster-Shafer theory for the quantification and propagation of the uncertainty caused by the use of AIS data”. *Reliability Engineering and System Safety*. Vol. 111, pp. 95-105. 2013.
- Talavera Ortiz A, Aguasca Colomo R, Galvan Gonzalez B. “Aplicación de lógica difusa para la estimación de la intensidad de radiación térmica en incendios de hidrocarburos”. *DYNA Ingeniería e Industria*. Mayo 2012. Vol. 87-3 p.295-304. DOI:<http://dx.doi.org/10.6036/4497>. 2012.

Capítulo 2. Cuantificación de la incertidumbre

1. Introducción

Uno de los objetivos del análisis de sistemas, y en particular del análisis de riesgos, es el dar soporte a la toma de decisiones mediante el tratamiento y el estudio de la información disponible.

La información disponible suele ser incompleta por lo que los sistemas no pueden ser caracterizados de forma precisa, obligando a los analistas a realizar una serie de supuestos e hipótesis para realizar su evaluación. Un informe completo debe incluir no solo las estimaciones obtenidas sobre las variables de interés estudiadas sino también las consideraciones implícitas en el análisis: los supuestos e hipótesis que se han utilizado para superar las limitaciones derivadas de las deficiencias de la información. De esta manera se informa a los decisores tanto de los resultados como de la incertidumbre asociada a los mismos. En consecuencia, la incertidumbre pasa a ser un componente del proceso de evaluación, y el análisis de la incertidumbre se convierte en un complemento necesario en el análisis de los sistemas.

Este capítulo trata sobre la definición y el origen de la incertidumbre, las distintas teorías que actualmente son más utilizadas y reconocidas para la representación de la incertidumbre, y los fundamentos matemáticos de estas teorías.

1.1. Complejidad, información e incertidumbre

La expansión del conocimiento nos conduce a sistemas cada vez más complejos. Esta complejidad está asociada con la información: un sistema es más complejo en la medida que se necesita más información para describirlo.

Esta expansión también complica los procesos de decisión en tanto que obliga a tratar más información, a definir construcciones más elaboradas del conocimiento y a evaluar la incertidumbre asociada a la información disponible.

La conveniencia de describir la incertidumbre asociada a los procesos de modelización es un nuevo factor a añadir a la complejidad de los sistemas.

1.2. Algunas definiciones de incertidumbre

La incertidumbre tiene dos acepciones principales [101]:

- La incertidumbre como un estado de la mente: el decisor no posee la información o el conocimiento necesario para tomar una decisión.
- La incertidumbre como una propiedad de la información, relacionada con una característica que no puede ser prefijada o ser establecida con exactitud.

En la bibliografía se encuentran numerosas definiciones del concepto de incertidumbre. En el año 1994, Rowe, [103], propuso una definición que presenta la incertidumbre como el complemento de la información: “La incertidumbre es esencialmente la ausencia de información, información que podrá o no ser obtenida”. Taylor y Kuyyat, [141], también en el año 1994, enuncian una definición, referida a la incertidumbre de medida (error de medida), que incluye los dos tipos de incertidumbre (aleatoria y epistémica) que actualmente son aceptados de forma generalizada: “La incertidumbre de medida es la inexactitud o falta de conocimiento sobre el valor preciso de una cantidad medida”. Ayyub y Klir, [102], proponen, en el año 2006, una definición mucho más amplia: “En general, la incertidumbre es una expresión de alguna deficiencia en la información”. También Klir, [201], hace una aportación desde una perspectiva métrica: “La información se mide en términos de reducción de incertidumbre: si se actúa sobre un sistema de forma que exista una diferencia entre la incertidumbre anterior y posterior a la acción, se puede decir que la información obtenida se mide por la reducción de incertidumbre que conlleva”. Desde este punto de vista, el concepto primario es la incertidumbre y la información se define en términos de la reducción de incertidumbre alcanzada por una acción relevante, Fig. 1.

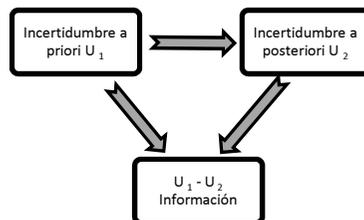


Fig. 1: Información basada en incertidumbre, Klir (2004)

1.3. Origen de la incertidumbre

La incertidumbre es una propiedad inherente a los sistemas estocásticos. Cualquier intento por reducir la complejidad en la modelización de un sistema, ya sea, por ejemplo, reduciendo el número de variables o descomponiendo el sistema en subsistemas, se traducirá en un aumento de la incertidumbre. Si se incorporan nuevas variables de entrada es posible que se reduzca la incertidumbre en las variables de salida, pero por contra se incrementará la complejidad descriptiva del modelo. Esta incertidumbre motivada por la complejidad del sistema es conocida como incertidumbre estructural.

Rowe, [103], establece cuatro tipos de incertidumbre (que denomina dimensiones de incertidumbre) según su origen, recogidas en la Fig. 2, que presentan características propias.

Clase de incertidumbre	Origen de la incertidumbre
Temporal (Futuro)	Desconocemos el futuro
Temporal (Pasado)	Ausencia de información sobre el pasado
Estructural	Complejidad del sistema
Métrica	Imprecisión en la medición
Comunicacional	Desfase entre emisor y receptor

Fig. 2: Clasificación de la incertidumbre según su origen (Rowe, 1994)

Incertidumbre temporal

Es la más habitual y en la que se piensa de forma inmediata: el futuro es incierto, pero es necesario entender y predecir el desarrollo de los sistemas.

Durante mucho tiempo, siempre bajo la hipótesis de que el futuro se comportaría como se comportó el pasado, se consideró que los métodos basados en la Teoría de la Probabilidad eran suficientes para gestionar la incertidumbre.

A partir de la segunda mitad del siglo XX se consideró que la incertidumbre no es aleatoria y que está motivada por las dificultades para gestionar sistemas complejos o por no disponer de información sobre la evolución futura de los sistemas (en muchas ocasiones no es posible realizar pruebas experimentales al tratarse de ensayos destructivos, peligrosos o costosos). Actualmente se trabaja con nuevas teorías de gestión de la incertidumbre que serán tratadas en apartados posteriores.

También se puede tratar sobre la incertidumbre temporal relativa al pasado, en un proceso denominado retrodicción, que está sujeto a la

validez de los datos disponibles. No siempre se dispone de información precisa sobre los acontecimientos pasados, bien porque no existe o bien porque no se recogió en la forma adecuada a la necesidad actual, en estos casos solo se puede acudir a fuentes secundarias que no garantizan una reconstrucción precisa. La utilización de series de regresión temporal, que no siempre es posible, introduce nuevos elementos de incertidumbre al aumentar la complejidad de los sistemas.

Incertidumbre estructural

Está relacionada con la complejidad de los sistemas, cuando no es posible trabajar con un sistema en su conjunto se hace necesario simplificarlo mediante procesos de modelización, bien descomponiéndolo e intentando conservar las relaciones entre las partes, o bien eliminando las variables que no se consideran relevantes. Estos procesos de modelización generan incertidumbre. En ocasiones es posible medir la validez de los modelos mediante la realización de ensayos, siempre que se trabaje con sistemas reales no destructivos y que los ensayos sean factibles en términos económicos y sociales.

En cualquier caso la modelización ayuda a comprender la realidad incluso en aquellos sistemas en los que no es posible una validación empírica.

Incertidumbre métrica

Los propios procesos de medida y tratamiento de la información se convierten en fuentes de incertidumbre. Este tipo de incertidumbre se origina por la imprecisión de los instrumentos de medida y por la necesidad de realizar múltiples observaciones que serán tratadas mediante métodos estadísticos.

En ocasiones la selección de muestras ya introduce sesgos que generan incertidumbre mientras que, en otros casos, la incertidumbre se debe a los análisis estadísticos empleados para interpretar las mediciones.

Incertidumbre comunicacional

Está relacionada con las distintas interpretaciones de la realidad y depende del grado de conocimiento, la formación, la escala de valores, los objetivos o la posición desde la que se realiza la aproximación a esta realidad. Refleja posibles discrepancias entre, por ejemplo, analistas de riesgos, gestores económicos y responsables políticos, al introducir consideraciones relativas a parámetros como costes, beneficios sociales, márgenes de seguridad y aspectos sociopolíticos (legales).

1.4. Tipos de incertidumbre

En la bibliografía existen muchas propuestas de tipologías y clasificaciones jerárquicas, tanto desde la perspectiva del conocimiento como de la falta de conocimiento [104].

Una clasificación que permite relacionar la clasificación de la incertidumbre según su origen, propuesta por Rowe, con las dos acepciones recogidas en el apartado 1.2 es la siguiente:

- Interpretación subjetiva o inductiva de la incertidumbre. Relacionada con deficiencias en el conocimiento del analista y que se puede asociar con la incertidumbre de origen estructural y comunicacional según la clasificación de Rowe.
- Interpretación objetiva o empírica de la incertidumbre. Relacionada con alguna propiedad de la información, procedente de datos históricos o de experimentos, que se puede asociar con la incertidumbre de origen métrico y temporal.

Estas dos interpretaciones se pueden dividir, a su vez, en distintas categorías [101], tal y como recoge la Fig. 3.

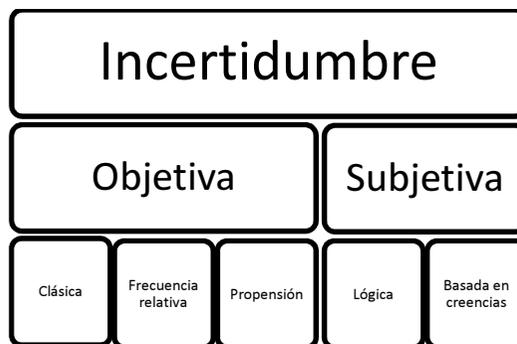


Fig. 3: Interpretaciones de la incertidumbre

Así la interpretación subjetiva se divide en:

- Interpretación lógica.

Relacionada con la necesidad de simplificar los sistemas. En este caso, se trata la incertidumbre mediante el uso de reglas y razonamientos que permiten interpretar los sistemas.

- Interpretación basada en creencias.

Se presenta en aquellas situaciones en las que el analista se apoya en creencias, intuiciones, convicciones, etc. para interpretar el comportamiento de los sistemas. De esta forma es posible avanzar en la descripción de los sistemas pero no se reduce el grado de incertidumbre.

Por su parte, la interpretación objetiva se puede dividir en tres categorías:

- Interpretación clásica.

Está basada en el análisis probabilístico. Implica el conocimiento de todos los resultados posibles.

- Frecuencia relativa.

Cuando se dispone de datos obtenidos a partir de la repetición de un experimento.

- Propensión.

Se presenta en procesos de modelización cuando se observa una disposición natural del sistema hacia un determinado comportamiento. En este caso se introducen sesgos que pueden derivar de la repetición de un experimento.

La clasificación de la incertidumbre que actualmente se acepta de forma generalizada es la que se establece a partir de la naturaleza dual de la incertidumbre, tal como fue enunciada por Helton, [116], en el año 1997:

- Incertidumbre aleatoria.

El tipo de incertidumbre que resulta del hecho de que un sistema puede comportarse de forma aleatoria. También llamada incertidumbre estocástica, incertidumbre irreducible y variabilidad.

- Incertidumbre epistémica.

El tipo de incertidumbre que resulta de la falta de conocimiento sobre un sistema. También llamada incertidumbre subjetiva, incertidumbre reducible e ignorancia.

1.5. Incertidumbre y modelización

Habitualmente la representación de un sistema real se realiza mediante un modelo matemático que introduce hipótesis e incorpora relaciones de dependencia entre las variables de entrada y salida en la forma: $y = f(x)$, siendo f una función de un vector $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ de variables de medida incierta y siendo $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ un vector de variables de salida.

En la práctica, dado que se tiene un conocimiento incompleto de los sistemas, la modelización produce incertidumbre en las variables de salida, generada tanto por la imprecisión en las variables de entrada como por las hipótesis que soportan el modelo. Por tanto, para analizar la incertidumbre en la salida se debe evaluar la incertidumbre en la entrada (errores en la estimación) y la propagación de esta incertidumbre a través del modelo (errores en las hipótesis).

Aven, [105], distingue entre inexactitudes del modelo e incertidumbres del modelo y apunta que se deben tratar separadamente.

2. Teorías de la incertidumbre

2.1. Introducción: Complejidad organizada

W. Weaver, en su artículo “Science and complexity”, [106], publicado en el año 1948, escribió que durante la primera mitad del siglo XX los científicos desarrollaron la estadística y la Teoría de la Probabilidad para responder a lo que llamó “complejidad desorganizada”. Se atendían problemas que se podían tratar con pocos elementos, pero que se convertían en intratables desde que el número de elementos aumentaba ligeramente. Estos mismos problemas se simplificaban si continuaba aumentando el número de elementos, porque en esta nueva situación se podían aplicar los métodos probabilísticos y el sistema como un todo tendía a presentar un cierto orden aún desconociendo la evolución que tendrá un elemento individual.

Weaver apuntó que en el espacio intermedio, entre pocos elementos y un número muy elevado de elementos, los problemas tienen la propiedad de la organización, son problemas complejos que requieren responder a un número importante de factores fuertemente interrelacionados dentro de un todo orgánico. En aquel momento, Weaver concluyó que el reto de la ciencia para los siguientes años era el de dar respuesta a estos problemas, que denominó problemas de “complejidad organizada”, también conocidos como problemas de complejidad con estructura. Estos problemas se caracterizan por incorporar varios tipos de incertidumbre y no pueden ser tratados únicamente con la Teoría de la Probabilidad.

A partir de esta idea, el tratamiento de la incertidumbre se apoyó en la generalización de la Teoría de la Medida Clásica que condujo a la Teoría de las Medidas Monótonas, propuesta por Choquet,[142], en el año 1953, y en la generalización de la Teoría clásica de Conjuntos que condujo a la Teoría de los Conjuntos Difusos enunciada por Zadeh en el año 1965 [202].

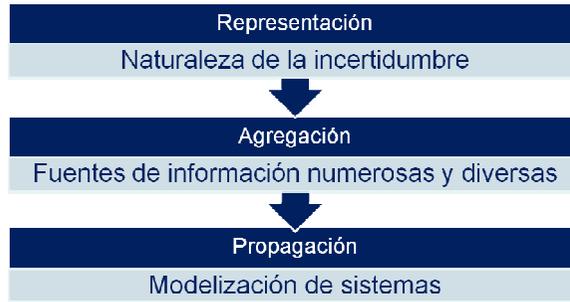


Fig. 4: Proceso de cuantificación de la incertidumbre

2.2. Motivación: ¿Cuál es el problema a resolver?

La incertidumbre está presente en todos los modelos de simulación, bien por las imperfecciones existentes en la representación del sistema en estudio o bien por la imprecisión existente en los datos disponibles. Ante esta realidad, el decisor necesita conocer la incertidumbre presente en los análisis que le sirven de soporte para la toma de decisiones así como el grado de confianza que acompaña a sus decisiones, por lo que el análisis de incertidumbre pasa a ser un componente importante en el análisis de los sistemas complejos.

Las teorías de la incertidumbre pretenden cuantificar la incertidumbre, más concretamente resolver el problema de cómo representar, agregar y propagar la incertidumbre existente en el análisis de sistemas. Se trata de un proceso secuencial relacionado respectivamente con la naturaleza de la incertidumbre (representación), la existencia de fuentes de información diversas (agregación) y la modelización de sistemas (propagación); tal como se refleja en la Fig. 4.

2.3. Matemáticas de la incertidumbre

Este apartado recoge los fundamentos matemáticos que soportan las actuales Teorías de representación de la incertidumbre, entre otras muchas referencias bibliograficas se pueden citar: [102], [301] y [203].

2.3.1. Conjuntos y operaciones entre conjuntos

Un conjunto es una colección de distintos elementos, individuos o miembros, definida a partir de un universo. Este universo contiene la totalidad de elementos pertinentes a un contexto particular, se le llama conjunto universal y se denota por S .

Un elemento genérico x puede pertenecer ($x \in X$) o no pertenecer ($x \notin X$) a un conjunto genérico X . Si los elementos pertenecientes a X pueden ser etiquetados con números positivos entonces el conjunto es contable, en caso contrario es incontable. Un conjunto sin elementos es el conjunto vacío \emptyset .

La cardinalidad, $|X|$, es el número total de elementos que componen un conjunto. Los conjuntos contables pueden ser finitos o contables infinitos, los conjuntos incontables son siempre infinitos. La cardinalidad de un conjunto finito de n elementos es n . La cardinalidad de un conjunto infinito está determinada por su tamaño : ($|\{x/a \leq x \leq b\}| = b - a$). Un conjunto vacío tiene cardinalidad cero.

El conjunto potencia, P_x , es el conjunto de todos los posibles subconjuntos que pueden ser definidos a partir de los elementos de un conjunto genérico X , incluido el conjunto vacío y el mismo conjunto X . Para conjuntos discretos finitos, la cardinalidad del conjunto potencia viene dada por $|P_x| = 2^{|x|}$.

Las operaciones entre conjuntos se expresan mediante operadores. Dados dos conjuntos A y B , las siguientes relaciones son posibles:

- A es igual a B , ($A = B$) , si A tiene los mismos elementos que B .
- A es un subconjunto de B , ($A \subseteq B$) , si cada elemento de A es también un elemento de B .
- A es un subconjunto propio de B , ($A \subset B$) , si todos los elementos de A son solo una parte de todos los elementos de B .

Las operaciones contrarias también son posibles:

- A es distinto de B , si A y B difieren en al menos un elemento.
- A no es un subconjunto propio de B , si A contiene al menos un elemento no contenido en B .
- A no es un subconjunto de B , si A es distinto o no es un subconjunto propio o ambas cosas de B .

Otros operadores sirven no solo para expresar las relaciones entre conjuntos sino también para definir nuevos conjuntos:

- **A unión B, $(A \cup B)$.**
Incluye todos los elementos de A y B, es decir $A \cup B = \{x|x \in A \vee x \in B\}$.
- **A intersección B, $(A \cap B)$.**
Contiene solo los elementos comunes a A y B, es decir $A \cap B = \{x|x \in A \wedge x \in B\}$.
- **A menos B, $(A - B)$.**
Contiene todos los elementos de A que no son elementos de B, es decir $A - B = \{x|x \in A \wedge x \notin B\}$.
- **Complemento de A, \bar{A} .**
Incluye todos los elementos del conjunto universal que no son elementos de A.

Otras operaciones se recogen en la Fig. 5.

2.3.2. Función característica y tipos de conjuntos

La relación entre un elemento genérico x y un conjunto dado X se puede expresar por medio de una función característica $\mu: S \rightarrow T$, que indica la pertenencia de un elemento a un conjunto.

Si $T = \{0,1\}$, el conjunto es un conjunto clásico y $\mu = 1$ indica que x está contenido estrictamente en X , mientras que $\mu = 0$ indica que x no está contenido en X :

$$\mu = \begin{cases} 1 & \forall x \in X \\ 0 & \text{si no pertenece} \end{cases}$$

Si la función característica toma valores en el intervalo $[0,1]$, entonces X es un conjunto difuso y $\mu: S \rightarrow [0,1]$ se denomina función de pertenencia.

Tanto los conjuntos clásicos como los conjuntos difusos se pueden expresar en términos de conjuntos aproximativos. Un conjunto aproximativo (*rough set*) es un conjunto definido respecto de otro conjunto bajo el requisito de ser una aproximación inferior o una aproximación superior. Por tanto, un conjunto genérico X tiene un conjunto aproximativo

inferior $R_i(X)$ y un conjunto aproximativo superior $R_s(X)$.

Operación	Definición
Identidad	$A \cup \emptyset = A$ $A \cap \emptyset = \emptyset$ $A \cup S = S$ $A \cap S = A$
Idempotencia	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$
Complementariedad	$A \cup \bar{A} = S$ $A \cap \bar{A} = \emptyset$ $\overline{\bar{A}} = A$ $\bar{\bar{S}} = \emptyset$ $\overline{\emptyset} = S$
Propiedad conmutativa	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
Propiedad asociativa	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
Propiedad distributiva	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$
Leyes de Morgan	$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

Fig. 5: Operaciones sobre conjuntos clásicos

Estos conjuntos son definidos desde particiones discretas, como indica la Fig. 6, siendo la zona oscura y la zona clara las aproximaciones inferior y superior respectivamente del conjunto de forma oval, por lo tanto se cumple que $R_i(x) \subseteq X \subseteq R_s(x)$

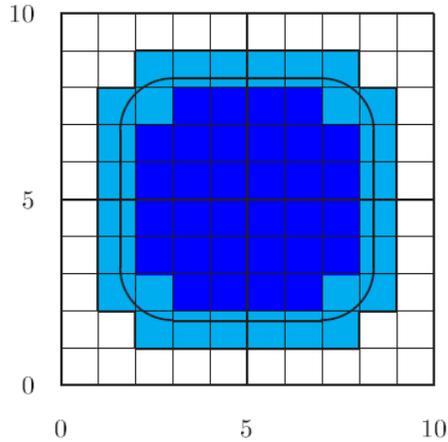


Fig. 6: Conjuntos aproximativos

Por ejemplo, dado un conjunto $X = \{x|x \in [1.5,6.3]\}$ y una partición discreta igual a la unidad, los conjuntos aproximativos resultantes son $R_i(x) = \{x|x \in [2,6]\}$ y $R_s(x) = \{x|x \in [1,7]\}$. En este ejemplo se pueden definir otros conjuntos aproximativos pero con menos calidad de aproximación.

La precisión de una aproximación se mide por: $\delta = |R_i(x)|/|R_s(x)|$, donde $|R_i(x)|$ es la cardinalidad de $R_i(x)$ y $|R_s(x)|$ es la cardinalidad de $R_s(X)$ y δ toma valores en el intervalo $[0,1]$.

2.3.3. Operaciones entre conjuntos aproximativos

Los conjuntos aproximativos pueden ser transformados usando operaciones de unión, intersección y complementariedad. A partir de la expresión: $R_i(x) \subseteq X \subseteq R_s(x)$ se definen las operaciones entre dos conjuntos aproximativos, A y B , [110]:

- $R_i(\emptyset) = \emptyset = R_s(\emptyset)$
- $R_i(S) = S = R_s(S)$
- $R_s(A \cup B) = R_s(A) \cup R_s(B)$
- $R_i(A \cap B) = R_i(A) \cap R_i(B)$
- $A \subseteq B \Rightarrow R_i(A) \subseteq R_i(B)$
- $A \subseteq B \Rightarrow R_s(A) \subseteq R_s(B)$
- $R_i(A \cup B) \supseteq R_i(A) \cup R_i(B)$
- $R_s(A \cap B) \subseteq R_s(A) \cap R_s(B)$
- $R_i(R_i(A)) = R_s(R_i(A)) = R_i(A)$
- $R_s(R_s(A)) = R_i(R_s(A)) = R_s(A)$

2.3.4. Funciones aproximativas

El concepto de funciones aproximativas fué introducido por Pawlak, [109], en 1999, para presentar una primera aproximación a funciones desconocidas.

Estas funciones son utilizadas para expresar las relaciones existentes entre las variables en un sistema. En un proceso de modelización, con expresiones del tipo $y = f(x)$, una función aproximativa puede ser expresada como $y = (R_i(f), R_s(f))$, donde $R_i(f)$ y $R_s(f)$ son las aproximaciones inferior y superior de f .

Estas funciones también se usan para extrapolar funciones empíricas a regiones situadas más allá de los datos disponibles en el desarrollo de modelos de proyección.

Para estas funciones se definen operaciones como derivadas, integrales, raíces, máximos, mínimos y se pueden desarrollar técnicas numéricas a partir de las dos aproximaciones.

2.3.5. Medidas monótonas

La Teoría de las Medidas Clásicas Aditivas se generaliza en la Teoría de las Medidas Monótonas. Esta generalización aporta un marco mucho más amplio para la representación de la incertidumbre y permite gestionar distintos tipos de incertidumbre. Al utilizar estas medidas, la propiedad de aditividad de las medidas clásicas es sustituida por una propiedad más débil de monotonicidad.

Las medidas monótonas se establecen en el intervalo $[0,1]$ y requieren que la medida del conjunto universal sea 1. Una medida monótona regular, μ , que es la clase de medida conveniente para representar la incertidumbre, se define como una función de C en $[0,1]$, sobre una familia no vacía C de subconjuntos del conjunto potencia P_X .

$$\mu: C \rightarrow [0,1]$$

Una medida monótona satisface las siguientes propiedades:

- Condiciones de límite:

$$\mu(\phi) = 0 \text{ y } \mu(S) = 1$$

- Monotonicidad:

$$\text{Para todo } A_i \text{ y } A_j \in C, \text{ si } A_i \subseteq A_j \text{ entonces } \mu(A_i) \leq \mu(A_j)$$

- Continuidad inferior:

Para cualquier secuencia creciente $A_1 \subseteq A_2 \subseteq \dots$ de conjuntos en C ,

$$\text{Si } \bigcup_{\text{todo } i} A_i \in C, \text{ entonces } \lim_{i \rightarrow \infty} \mu(A_i) = \mu(\bigcup_{\text{todo } i} A_i)$$

- Continuidad superior:

Para cualquier secuencia decreciente $A_1 \supseteq A_2 \supseteq \dots$ de conjuntos en C ,

$$\text{Si } \bigcap_{\text{todo } i} A_i \in C, \text{ entonces } \lim_{i \rightarrow \infty} \mu(A_i) = \mu(\bigcap_{\text{todo } i} A_i)$$

Las funciones μ que satisfacen las condiciones 1, 2 y 3 son semicontinuas inferiores y las que cumplen las condiciones 1, 2 y 4 son semicontinuas superiores, ambas permiten establecer probabilidades inferiores y superiores respectivamente.

Para cualquier par de conjuntos A_1 y $A_2 \in C$, tales que $A_1 \cap A_2 = \emptyset$, una medida monótona puede responder a los tres casos siguientes:

- Superaditividad: $\mu(A_1 \cup A_2) > \mu(A_1) + \mu(A_2)$.
Expresa una situación cooperativa entre A_1 y A_2 en relación a la propiedad medida.
- Aditividad: $\mu(A_1 \cup A_2) = \mu(A_1) + \mu(A_2)$.
Expresa que A_1 y A_2 no son interactivos respecto a la propiedad medida.
- Subaditividad: $\mu(A_1 \cup A_2) < \mu(A_1) + \mu(A_2)$.
Expresa algún efecto de inhibición o incompatibilidad respecto a la propiedad medida.

En general, las probabilidades inferiores son superaditivas y las probabilidades superiores son subaditivas.

2.4. Teorías de representación de la incertidumbre

Para representar la incertidumbre se precisa una clasificación previa de acuerdo a los dos tipos de incertidumbre citados en el apartado 1.4.:

- *Incetidumbre aleatoria*, asociada con la variabilidad.
- *Incetidumbre epistémica*, asociada con la falta de conocimiento.

La incertidumbre es aleatoria si se dispone de información suficiente como para conocer la forma de la función de distribución de probabilidad que siguen las variables en estudio y los parámetros que definen esta función. Esta información se obtiene normalmente por medio de mediciones experimentales, por lo que se suele tratarse de probabilidad objetiva.

La incertidumbre aleatoria, por tanto, se representa mediante una función de densidad de probabilidad y, más habitualmente, mediante una función de distribución acumulada.

Por el contrario, la incertidumbre es epistémica si se dispone de información escasa o insuficiente. En ocasiones esta información ha sido obtenida a partir de la opinión de expertos.

La incertidumbre epistémica se representa mediante intervalos, que no tienen asociada una distribución de probabilidad, o bien mediante funciones de distribución de probabilidad subjetiva que reflejan el grado de creencia de un experto o de un grupo de expertos.

En la realidad coexisten ambos tipos de incertidumbre, la representación de la combinación de incertidumbre o incertidumbre mixta se realiza mediante distribuciones de probabilidad imprecisa, y más específicamente mediante cajas de probabilidad (probability-box).

A partir de los diversos tipos de incertidumbre y de los distintos tipos de representación de la incertidumbre existen varias estructuras matemáticas que hacen posible esta representación.

En general se acepta que la Teoría clásica de la Probabilidad es la más adecuada para representar la incertidumbre aleatoria.

Al mismo tiempo existen otras estructuras matemáticas que pueden ser utilizadas para representar la incertidumbre epistémica y la combinación de incertidumbre. Estas estructuras que no usan una medida precisa como la probabilidad clásica y que tratan la incertidumbre como un intervalo o un conjunto son:

- Análisis por Intervalos.
- Teoría de la Posibilidad.
- Teoría de los Conjuntos Difusos.
- Teoría de Dempster-Shafer o Teoría de la Evidencia.

Los fundamentos matemáticos que sustentan cada una de estas teorías se detallan en los próximos apartados.

2.4.1. Teoría de la Probabilidad

Es la aproximación clásica a la representación de la incertidumbre, está basada en la Teoría Clásica de la Medida y se rige por el axioma de aditividad. Se construye sobre dos requerimientos: familias de conjuntos clásicos con estructuras de algebra de Boole y medidas clásicas aditivas definidas sobre estas familias de conjuntos.

Se define como el estudio de sucesos aleatorios recurrentes y se aplica a situaciones donde dos o más sucesos futuros pueden ocurrir y se dispone de información limitada sobre cual de ellos ocurrirá.

La probabilidad es un índice que toma valores en el intervalo $[0,1]$ y denota nuestro grado de creencia acerca de la ocurrencia de un suceso. Esta creencia puede fundamentarse en un conocimiento previo de la frecuencia del suceso (probabilidad objetiva) o puede expresar el grado de confianza de un sujeto en la ocurrencia de un suceso (probabilidad subjetiva). Por lo tanto, la probabilidad es una proyección de lo que se cree que sucederá, sustentada por nuestro conocimiento y nuestra interpretación del pasado.

El conjunto de todos los posibles resultados es el conjunto universal, S , con lo que la probabilidad de un suceso expresa también una característica de la población total.

2.4.1.1. Axiomas de Kolmogorov

La probabilidad de ocurrencia de un suceso A se expresa como $P(A)$ y debe satisfacer los axiomas de Kolmogorov:

- $0 \leq P(A) \leq 1$, para todo A perteneciente al conjunto de posibles sucesos.
- $P(S) = 1$, consecuencia de la definición de conjunto universal.
- La probabilidad de ocurrencia de la unión de sucesos mutuamente excluyentes es la suma de sus probabilidades de ocurrencia individuales,

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i), \quad n = 1, 2, \dots, \infty$$

2.4.1.2. Interpretaciones del concepto de probabilidad

Existen tres interpretaciones del concepto de probabilidad, [301]:

- La interpretación clásica, cuando se tiene un número finito de resultados igualmente posibles.
- La probabilidad como frecuencia relativa, cuando un experimento se repite n veces y el suceso A ocurre n_A veces:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n}$$

- La probabilidad subjetiva, $P(A)$, cuando se compara la probabilidad de ocurrencia de un suceso A con la posibilidad de extraer una bola favorable de una urna que contiene $P(A)$ bolas favorables por cada cien, bajo condiciones experimentales estandar. Esto significa que se tiene el mismo grado de confianza en el suceso A como de extraer una bola favorable de la urna.

Estas tres interpretaciones cumplen los tres axiomas de Kolmogorov.

2.4.1.3. Relaciones entre sucesos

Las relaciones entre sucesos se establecen en términos de dependencia e independencia. En el primer caso la ocurrencia de un suceso influye en la probabilidad de otro mientras el segundo indica que no existe esta influencia.

Las relaciones entre sucesos verifican las siguientes propiedades:

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- Si A y B son disjuntos o mutuamente excluyentes: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- $P(A) = 1 - P(\overline{A})$.
- La probabilidad condicionada de A dada la ocurrencia previa de B , viene dada por: $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$.
- Si dos sucesos son disjuntos o mutuamente excluyentes, entonces: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

2.4.1.4. Teorema de Bayes

Los axiomas y propiedades anteriores permiten desarrollar el razonamiento probabilístico en situaciones estáticas.

En los casos en que es necesario actualizar la asignación de probabilidades ante la aparición de información nueva (situación dinámica) se utiliza el Teorema de Bayes. Este teorema parte del concepto de probabilidad condicionada:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

o de forma más general:

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i) \times P(A_i)}{\sum P(B|A_j) \times P(A_j)}$$

En ocasiones es necesario resolver un problema y tomar decisiones en base a información limitada sobre alguno de los parámetros del problema, la información disponible puede ser:

- Objetiva, basada en observaciones o resultados experimentales.
- Subjetiva, basada en la experiencia o la intuición de los analistas.

La información subjetiva se considera como un conocimiento previo sobre el problema. La combinación de los dos tipos produce conocimiento sobre sucesos futuros que se desarrolla de acuerdo al Teorema de Bayes [102]:

Si A_1, A_2, \dots, A_n representa la información subjetiva anterior y es un partición del conjunto universal, S , y $E \subset S$ representa la información objetiva como muestra la Fig. 7, el Teorema de la Probabilidad Total establece que:

$$P(E) = P(A_1) \times P(E|A_1) + P(A_2) \times P(E|A_2) + \dots + P(A_n) \times P(E|A_n)$$

Donde $P(A_i)$ es la probabilidad del suceso y $E|A_i$ es la ocurrencia de E dado A_i , siendo $i = 1, 2, \dots, n$.

Este Teorema es importante para conocer la probabilidad del suceso E en aquellos casos en que no se puede obtener directamente pero si se

puede conocer la probabilidad de los sucesos A_i y las probabilidades condicionadas. La probabilidad posterior se puede obtener como:

$$P(A_i|E) = \frac{P(A_i) \times P(E|A_i)}{P(E)}$$

Por tanto, el conocimiento anterior es actualizado usando la información objetiva para obtener el conocimiento posterior, $P(A_i|E)$.

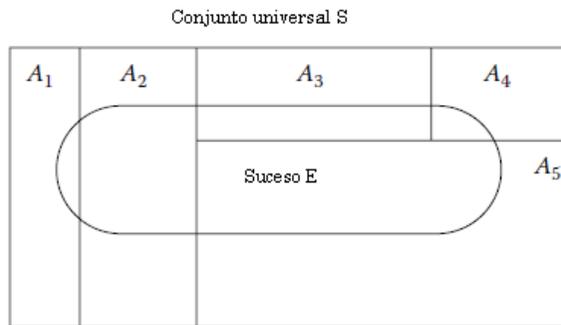


Fig. 7: Teorema de Bayes (Klir, 2006)

2.4.1.5. Operaciones de probabilidad

Las operaciones básicas sobre probabilidad se pueden establecer a partir de la definición de operaciones entre conjuntos tal como recoge la Fig. 8.

Operación	Denotación	Definición
Conjunto vacío	\emptyset	Suceso imposible
Espacio muestral	S	Incluye todos los resultados posibles
Subconjunto	$A \subset B$	Si A ocurre, B también ocurre
Igualdad	$A = B$	Si ocurre A ocurre B y viceversa
Unión	$A \cup B$	Ocurre si A o B ocurren
Intersección	$A \cap B$	Ocurre si A y B ocurren
Conjuntos disjuntos	$A \cap B = \emptyset$	A y B no ocurren simultáneamente
Diferencia	$A - B$	Ocurre si ocurre A pero no B
Complementariedad	\bar{A}	\bar{A} ocurre si A no ocurre

Fig. 8: Operaciones sobre probabilidad

2.4.1.6. Distribuciones de probabilidad

Los datos sobre un fenómeno sirven para predecir su evolución de la misma manera que la información parcial sobre una población sirve para inferir sus características actuales o para predecir comportamientos futuros. Esto es posible gracias al concepto de *variable aleatoria*, una variable asociada a alguna característica de interés que toma valores aleatorios de acuerdo a algún patrón de comportamiento. La ley subyacente que rige un fenómeno aleatorio se aproxima utilizando funciones de distribución.

VARIABLES ALEATORIAS Y FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN se usan para expresar la probabilidad de que un fenómeno alcance un estado determinado, la relación entre ambas puede ser expresada por medio de una función de distribución acumulada (CFD) del tipo $F(x) \equiv P(X \leq x)$ o por su derivada. Para variables aleatorias discretas la derivada se llama *función de masa de probabilidad* (PMF) y expresa la probabilidad de que X sea igual a x , $P(x) = P(X = x)$. Para variables aleatorias continuas, se denomina *función de densidad de probabilidad* (PDF) y representa la densidad de probabilidad de x , que vale cero para valores puntuales, y toma valores no nulos para cualquier rango de valores.

Para describir las funciones de probabilidad se utilizan dos tipos de parámetros, unos describen la manera en que los datos tienden a agruparse en torno a un valor central y otros describen el grado de dispersión de los datos con respecto a este valor central. Entre los primeros, los más usados son la media y la mediana. De acuerdo a la Teoría de la Probabilidad, la media, μ , puede ser calculada para conjuntos discretos y continuos con las siguientes ecuaciones:

$$\mu = \sum_{\text{todo } x} x_i P(x_i)$$

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

La mediana, x_m , es el valor que divide al conjunto de datos en dos conjuntos de la misma cardinalidad, uno tiene sus elementos por debajo de x_m y el otro por encima de x_m . La mediana es insensible a los valores extremos, al contrario que la media, por lo que es preferida cuando se trabaja con información subjetiva procedente del juicio de expertos.

La medida de dispersión mas utilizada es la varianza, definida para conjuntos discretos y continuos de la siguiente forma:

$$\sigma^2 = \sum_{\text{todo } x} (x_i - \mu)^2 P(x_i)$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$

También se utilizan parámetros derivados de la varianza:

- La desviación típica que es igual a la raíz cuadrada de la varianza.
- El coeficiente de variación, COV, definido como el cociente entre la desviación típica y la media. Es una cantidad adimensional que se interpreta como el tamaño de la desviación respecto de la media. Es, por tanto, una medida proporcional a la incertidumbre.

Otro tipo de parámetros son los valores percentiles. Un valor p-percentil, x_p , para una variable aleatoria de una muestra es un valor tal que el p % de los datos es menor o igual a x_p . La información agregada obtenida a partir de la opinión de expertos requiere el cálculo de los cuartiles, 25 %, 50 % y 75 %; que depende del número de expertos participantes.

Distribuciones de probabilidad de variable continua

Las distribuciones de probabilidad de variable continua de uso más frecuente son las siguientes:

Distribución uniforme

$$PDF: f(x) = \frac{1}{b - a} \quad a \leq x \leq b$$

$$CFD: F(x) = \frac{x - a}{x - b}$$

$$\mu = (a + b)/2$$

$$\sigma^2 = (b - a)^2/12$$

Distribución normal

$$PDF: f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty \leq x \leq \infty$$

$$CDF: \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt$$

$$\mu = \mu$$

$$\sigma^2 = \sigma^2$$

Distribución exponencial

$$PDF: f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad 0 \leq x \leq \infty$$

$$CFD: 1 - e^{-\lambda x}$$

$$\mu = 1/\lambda$$

$$\sigma^2 = 1/\lambda^2$$

Distribución de Weibull

$$PDF: f(x) = \frac{k}{c} \left(\frac{x}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{c}\right)^k} \quad 0 \leq x \leq \infty$$

$$CFD: F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{c}\right)^k}$$

$$\mu = c\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

$$\sigma^2 = c^2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) + \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right)$$

2.4.2. Análisis por intervalos

La aritmética de intervalos es un marco teórico para manejar matemáticamente la imprecisión en computación. Su exponente más importante ha sido R.E. Moore, [205], aunque la investigación en este área se remonta a cuarenta años atrás.

Un intervalo $[a,b]$ es el conjunto de todos los números reales tales que $\{x: a \leq x \leq b\}$.

Se define una aritmética para intervalos, representados por sus dos valores extremos, siguiendo las propiedades elementales de la relación de desigualdad, [204]. Dados dos intervalos $x = [a, b]$ e $y = [c, d]$, siendo $x, y \in R$, las operaciones básicas se definen de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$x + y = [a + c, b + d]$$

$$x - y = [a - d, b - c]$$

$$x \cdot y = [\min(ac, ad, bc, bd), \max(ac, ad, bc, bd)]$$

$$\frac{1}{x} = \left[\frac{1}{b}, \frac{1}{a} \right] \quad \text{donde } 0 \notin [a, b]$$

$$\frac{x}{y} = x \cdot \frac{1}{y}$$

$$k \cdot x = [k \cdot a, k \cdot b] \quad (k \geq 0, \text{ es un escalar})$$

Esta aritmética no asigna ninguna medida de pertenencia a los componentes del intervalo, es decir que un número real está o no está en el intervalo.

La potenciación también es posible:

$$x^n = [1,1] \quad (\text{si } n = 0)$$

$$x^n = [a^n, b^n] \quad (\text{si } a \geq 0 \vee a \leq 0 \leq b \wedge n \text{ es impar})$$

$$x^n = [b^n, a^n] \quad (\text{si } b \leq 0)$$

$$x^n = [0, \max(a^n, b^n)] \quad (\text{si } a \geq 0 \vee a \leq 0 \leq b \wedge n \text{ es par})$$

2.4.3. Teoría de la Posibilidad

Esta Teoría aporta dos evaluaciones de la posibilidad de un suceso: una medida de necesidad y una medida de posibilidad para cada subconjunto del conjunto universal.

Dada una evidencia, se parte de que las alternativas incluidas en un conjunto E son posibles, siendo $E \subseteq X$, mientras que las que están fuera de E no son posibles.

La medida de posibilidad, POS_E , basada en la evidencia localizada en E , se define, para todo $x \in X$, como:

$$POS_E(\{x\}) = \begin{cases} 1 & \text{cuando } x \in E \\ 0 & \text{cuando } x \in \bar{E} \end{cases}$$

El ejemplo más sencillo de una medida de posibilidad es la función característica de un conjunto. Dado un conjunto E y su función característica $\mu_E(x)$ la afirmación de que x pertenece a E tiene una posibilidad $\mu_E(x)$, con lo que si la posibilidad es cero significa que $x \notin E$ mientras que si la posibilidad es uno significa que $x \in E$.

La Teoría de la Posibilidad y sus medidas monótonas de posibilidad y necesidad se basan en conjuntos clásicos y en las propiedades siguientes de no-aditividad:

- Condiciones límite:

$$\mu(\phi) = 0 \text{ y } \mu(S) = 1$$

- Monotonicidad:

$$\text{Para todo } A_i \text{ y } A_j \in C, \text{ si } A_i \subseteq A_j \text{ entonces } \mu(A_i) \leq \mu(A_j)$$

Siendo C una familia no vacía de subconjuntos del conjunto potencia, P_x .

- Continuidad inferior:

Para cualquier secuencia creciente $A_1 \subseteq A_2 \subseteq \dots$ de conjuntos en C ,

$$\text{Si } \bigcup_{\text{todo } i} A_i \in C, \text{ entonces } \lim_{i \rightarrow \infty} \mu(A_i) = \mu\left(\bigcup_{\text{todo } i} A_i\right)$$

- Continuidad superior:

Para cualquier secuencia decreciente $A_1 \supseteq A_2 \supseteq \dots$ de conjuntos en \mathcal{C} ,

$$\text{Si } \bigcap_{\text{todo } i} A_i \in \mathcal{C}, \text{ entonces } \lim_{i \rightarrow \infty} \mu(A_i) = \mu\left(\bigcap_{\text{todo } i} A_i\right)$$

- Subaditividad:

$$\mu(A_1 \cup A_2) < \mu(A_1) + \mu(A_2)$$

2.4.3.1. Medidas de verosimilitud o posibilidad

Se define una función $r(x)$, $r: X \rightarrow \{0,1\}$, denominada *función de distribución de posibilidad*, que asigna un valor 0 ó 1 a cada elemento x , describiendo su ocurrencia como imposible o posible. La medida de posibilidad (*Pos*) para un subconjunto $A_i \subseteq X$ se determina como:

$$Pos(A_i) = \max_{x \in A_i} (r(x))$$

La medida dual de necesidad se define como:

$$Nec(A_i) = 1 - Pos(\bar{A}_i)$$

Estas medidas verifican dos axiomas, [214]:

$$\forall A, B \subseteq R \quad Pos(A \cup B) = \max(Pos(A), Pos(B))$$

$$\forall A, B \subseteq R \quad Nec(A \cap B) = \min(Nec(A), Nec(B))$$

Las relaciones entre posibilidad y necesidad son las siguientes:

$$1 = Nec(A_i) + Pos(\bar{A}_i)$$

$$Nec(A_i) \leq Pos(\bar{A}_i)$$

$$1 \leq Pos(A_i) + Pos(\bar{A}_i)$$

$$1 \geq Nec(A_i) + Nec(\bar{A}_i)$$

$$1 = \max[Pos(A_i), Pos(\bar{A}_i)]$$

$$0 = \min[Nec(A_i), Nec(\bar{A}_i)]$$

$$Pos(A_i) < 1 \Rightarrow Nec(A_i) = 0$$

$$Nec(A_i) > 0 \Rightarrow Pos(A_i) = 1$$

La medida de posibilidad se asemeja a la medida de probabilidad y ambas cuantifican la evidencia sobre la ocurrencia de un evento. La posibilidad permite afirmaciones más débiles ya que se puede afirmar que algo es posible sin saber nada sobre su probabilidad de ocurrencia.

2.4.3.2. Posibilidad condicionada

Expresa la posibilidad de un conjunto A a partir de un conocimiento previo sobre la posibilidad de otro conjunto B , $Pos(B) \neq 0$, siguiendo la siguiente expresión:

$$Pos(A|B) = Pos(A \cap B) / Pos(B)$$

2.4.4. Teoría de los Conjuntos Difusos

Los fundamentos de la Teoría de los Conjuntos Difusos se presentaron en el artículo publicado por L.A. Zadeh en 1965 [202] donde señaló que la probabilidad por sí sola no puede gestionar todos los aspectos relacionados con la información expresada en lenguaje natural y, para complementar esta carencia, enunció los conceptos de *conjunto difuso* y *función de pertenencia*.

Al enunciar sus definiciones básicas Zadeh establece que un conjunto difuso A en X se caracteriza por una función de pertenencia $A(x)$ que asocia con cada punto (o cada subconjunto) de X un número real en el intervalo $[0,1]$. El valor de $A(x)$ representa el grado de pertenencia de x en A , de manera que cuanto más se aproxima a la unidad el valor de $A(x)$ mayor es este grado de pertenencia.

Un conjunto difuso es una entidad abstracta, definida por una función de pertenencia, y como tal es un concepto matemático que no tiene significado operacional. Sin embargo existen varias interpretaciones del concepto de función de pertenencia, asociadas a los conceptos de similaridad, incertidumbre y preferencia, [220] y [302], que han dado lugar a un gran número de aplicaciones de éxito en muchos problemas de ingeniería.

Cuando A es un conjunto clásico, su función de pertenencia puede tomar solo dos valores: 1 si x pertenece a A y 0 si x no pertenece a A (0 y 1 tienen solo un valor simbólico).

Por extensión de las definiciones existentes para los conjuntos clásicos, Zadeh estableció algunas definiciones para los conjuntos difusos como el conjunto vacío, la igualdad entre conjuntos difusos o la relación de inclusión: $A \subset B \Leftrightarrow A(x) \leq B(x)$.

Las tres operaciones básicas de unión, intersección y complementariedad no son únicas en la Teoría de los conjuntos difusos.

Zadeh enunció las que se conocen como propiedades básicas estándar y, a partir de ellas, las Leyes de Morgan y las leyes distributivas:

- Unión.

La unión de dos conjuntos difusos A y B con funciones de pertenencia $A(x)$ y $B(x)$ es un conjunto difuso C cuya función de pertenencia se define como $C(x) = \max[A(x), B(x)]$.

La unión de A y B es el conjunto difuso más pequeño que contiene a A y a B .

- Intersección.

La intersección de dos conjuntos difusos A y B con funciones de pertenencia $A(x)$ y $B(x)$ es un conjunto difuso C cuya función de pertenencia se define como $C(x) = \min[A(x), B(x)]$.

La intersección de A y B es el conjunto difuso más grande que está contenido tanto en A como en B .

- Complementariedad.

El conjunto complementario \bar{A} de A se define por $\bar{A}(x) = 1 - A(x)$.

Posteriormente se han definido varias funciones para desarrollar estas propiedades básicas, una de ellas es la definición de Yager:

- Unión: $(A \cup B)(x) = \min \left[1, \sqrt[\beta]{(A(x))^\beta + (B(x))^\beta} \right]$

- Intersección: $(A \cap B)(x) = 1 - \min \left[1, \sqrt[\beta]{(1 - A(x))^\beta + (1 - B(x))^\beta} \right]$

- Complementariedad: $\bar{A}_\beta(x) = \sqrt[\beta]{1 - (A(x))^\beta}$

Donde $\beta \in (0, \infty)$ se denomina factor de intensidad y se establece de acuerdo a la opinión de expertos para cada caso en estudio.

Algunas de las definiciones de unión más utilizadas son:

- Unión difusa estándar: $(A \cup B)(x) = \max[A(x), B(x)]$

- Suma algebraica: $(A \cup B)(x) = A(x) + B(x) - A(x)B(x)$
- Suma limitada: $(A \cup B)(x) = \min[1, A(x) + B(x)]$
- Unión drástica:

$$(A \cup B)(x) = \begin{cases} A(x) & \text{cuando } B(x) = 0 \\ B(x) & \text{cuando } A(x) = 0 \\ 1 & \text{en el resto} \end{cases}$$

Paralelamente, las definiciones de intersección más habituales son:

- Intersección difusa estandar: $(A \cap B)(x) = \min[A(x), B(x)]$
- Producto algebraico: $(A \cap B)(x) = A(x)B(x)$
- Diferencia limitada: $(A \cap B)(x) = \max(0, (A(x) + B(x) - 1))$
- Intersección drástica:

$$(A \cap B)(x) = \begin{cases} A(x) & \text{cuando } B(x) = 1 \\ B(x) & \text{cuando } A(x) = 1 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

2.4.4.1. Representación α -corte de conjuntos difusos

La representación α -corte permite describir conjuntos difusos y facilita las operaciones entre ellos. Para un conjunto difuso A definido en un universo X y un número α en el intervalo unitario de función de pertenencia $[0,1]$ el α -corte de A , denotado como A_α es el conjunto clásico que contiene todos los elementos de A con grados de pertenencia mayores o iguales que α :

$$A_\alpha = \{x | A(x) \geq \alpha\}$$

Un α -corte estricto de A se define como:

$$A_{\alpha+} = \{x | A(x) > \alpha\}$$

El conjunto de todos los α -cortes de un conjunto difuso forma una familia anidada de conjuntos que representa de forma unívoca al conjunto difuso. Este conjunto puede ser construido incrementando el valor de α ,

normalmente de forma uniforme, de manera que el conjunto difuso queda dividido en intervalos. El α -corte de A para $\alpha = 1$ se denomina conjunto núcleo (core) y el α -corte de A para $\alpha = 0$ se denomina conjunto soporte (support). La Fig. 9 presenta un ejemplo de estos conceptos para incrementos de α de 0,25.

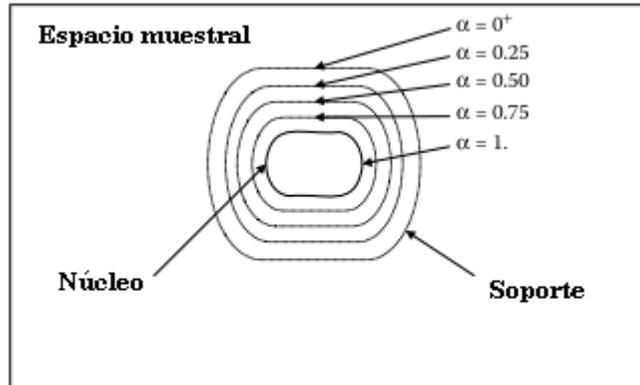


Fig. 9: Representación α -corte y conceptos asociados (Klir, 2006)

2.4.4.2. Cardinalidad de conjuntos difusos

Se utilizan dos definiciones de cardinalidad, la *cardinalidad escalar*:

$$|A| = \sum_{x \in X} A(x)$$

y la *cardinalidad difusa*:

$$C_A(|A_\alpha|) = \alpha$$

donde $|A_\alpha|$ es la cardinalidad del α -corte de A .

2.4.4.3. Intervalos difusos y números difusos

Un intervalo difuso requiere que cada α -corte sea un intervalo limitado y cerrado de números reales para todo α incluido en el intervalo $[0,1]$. Puede ser representado en forma canónica:

$$A(x) = \begin{cases} f_A(x) & \text{cuando } x \in [a, b] \\ 1 & \text{cuando } x \in [b, c] \\ g_A(x) & \text{cuando } x \in [c, d] \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

Donde a, b, c y d son números reales tales que $a \leq b \leq c \leq d$, $f_A(x)$ es una función real creciente en el intervalo $[a, b]$ y $g_A(x)$ es una función real decreciente en el intervalo $[c, d]$. Un α -corte de un intervalo difuso A se expresa para un α concreto como: $A_\alpha = [\underline{a}, \bar{a}]_\alpha$.

Cuando $b = c$ en la representación canónica, el conjunto A es un número difuso.

Un número difuso triangular $A[a_i, a_m, a_d]$ normalmente representa a un número aproximado, siendo su representación α -corte:

$$[a_i + \alpha(a_m - a_i), a_d - \alpha(a_d - a_m)]$$

Un intervalo difuso trapezoidal $A[a_i, a_{mi}, a_{md}, a_d]$ normalmente representa un intervalo aproximado, siendo su representación α -corte:

$$[a_i + \alpha(a_{mi} - a_i), a_d - \alpha(a_d - a_{md})]$$

Un número difuso triangular puede ser considerado como un intervalo difuso trapezoidal en el que $a_{mi} = a_{md}$.

2.4.4.4. Aritmética difusa

La aritmética difusa de las operaciones básicas se define a partir de la aritmética de intervalo para intervalos cerrados de números reales. Dado dos números o intervalos difusos A y B tales que $A_\alpha = [\underline{a}, \bar{a}]_\alpha$ y $B_\alpha = [\underline{b}, \bar{b}]_\alpha$:

$$A_\alpha + B_\alpha = [\underline{a}, \bar{a}]_\alpha + [\underline{b}, \bar{b}]_\alpha = [\underline{a} + \underline{b}, \bar{a} + \bar{b}]_\alpha$$

$$A_\alpha - B_\alpha = [\underline{a}, \bar{a}]_\alpha - [\underline{b}, \bar{b}]_\alpha = [\underline{a} - \bar{b}, \bar{a} - \underline{b}]_\alpha$$

$$A_\alpha B_\alpha = [\underline{a}, \bar{a}]_\alpha [\underline{b}, \bar{b}]_\alpha = [\min(\underline{a}\underline{b}, \underline{a}\bar{b}, \bar{a}\underline{b}, \bar{a}\bar{b}), \max(\underline{a}\underline{b}, \underline{a}\bar{b}, \bar{a}\underline{b}, \bar{a}\bar{b})]_\alpha$$

$$A_\alpha / B_\alpha = [\underline{a}, \bar{a}]_\alpha / [\underline{b}, \bar{b}]_\alpha = [\min(\underline{a}/\underline{b}, \underline{a}/\bar{b}, \bar{a}/\underline{b}, \bar{a}/\bar{b}), \max(\underline{a}/\underline{b}, \underline{a}/\bar{b}, \bar{a}/\underline{b}, \bar{a}/\bar{b})]_\alpha$$

La división requiere que $0 \notin [\underline{b}, \overline{b}]_\alpha$.

Estas ecuaciones también pueden ser usadas cuando uno de los números es un número real, es decir si se cumple que $\underline{a} = \overline{a}$ o $\underline{b} = \overline{b}$.

2.4.4.5. Aritmética difusa restringida

Las ecuaciones de la aritmética difusa permiten propagar los intervalos de las variables de entrada a través de los modelos del tipo $y = f(x)$ para obtener los intervalos de las variables de salida.

No es correcto asumir que, en analogía con la aritmética clásica de los números reales, las operaciones aritméticas sobre números difusos seguirán reglas únicas e independientes de lo que estos números representan. Si los conjuntos difusos representan variables lingüísticas, las operaciones aritméticas dependen de los operandos y de su significado [207]. Por tanto es necesario considerar restricciones relevantes relacionadas con estos operandos y su significado para asegurar que las incertidumbres relativas a los intervalos difusos de entrada son reflejadas en los intervalos difusos de salida.

Una de las restricciones que debe tenerse en cuenta, y que sirve de ejemplo, es la restricción de igualdad que se expresa para un operador genérico \oplus como:

$$(A \oplus A)_\alpha^E = \{a \oplus a | a \in A_\alpha\}$$

y que se diferencia de la definición de la aritmética estándar:

$$(A \oplus A)_\alpha = \{a_1 \oplus a_2 | (a_1, a_2) \in (A \times A)_\alpha\}$$

Hay que tener en cuenta que las restricciones no afectan por igual a los distintos operadores. La restricción de igualdad no afecta a la suma, pero sí al resto de los operadores y no a todos de la misma manera.

En general, cualquier restricción conocida sobre las variables lingüísticas aporta información que debe ser utilizada en las operaciones aritméticas a realizar.

La evaluación restringida de una expresión aritmética difusa depende de la monotonicidad de los intervalos difusos en el dominio en estudio. Si es monótonica se expresa en función de los extremos de los intervalos para cada valor α , si no es monótonica se usa un método de optimización.

Otros autores [208] proponen descomponer las expresiones y clasificarlas en simples, monótonicas, continuas a trozos y sujetas a restricciones de igualdad.

Existen reglas para resolver dos ecuaciones difusas básicas de uso frecuente: $A + X = B$ y $A \times X = B$, [209]. En estas ecuaciones, la posición relativa de los extremos de los intervalos determina la existencia de una solución.

2.4.4.6. Conjuntos difusos y Teoría de la Posibilidad

La Teoría de la Posibilidad sirve para tratar la incertidumbre relacionada con el conocimiento expresado en lenguaje natural y representado por proposiciones difusas.

Zadeh creó el término “Teoría de la Posibilidad”, para los casos en los que el interés está en el significado de la información más que en su medida, de manera que el marco apropiado para analizar la información es más posibilístico que probabilístico, [215].

También señaló que los fundamentos matemáticos de la Teoría de los Conjuntos Difusos aportan una base natural para la Teoría de la Posibilidad de igual forma que la Teoría de la Medida sirve de base a la Teoría de la Probabilidad.

Así una restricción difusa puede ser interpretada como una distribución de posibilidad, siendo su función de pertenencia equivalente a una función de distribución de posibilidad. También cabe interpretar que una variable difusa se asocia con una distribución de posibilidad como una variable aleatoria se asocia con una distribución de probabilidad.

2.4.5. Teoría de Dempster-Shafer o Teoría de la Evidencia

La Teoría de Dempster-Shafer es una teoría matemática de la evidencia que propone representar la incertidumbre en base a intervalos. Fue introducida por Shafer [210] basándose en los desarrollos de Dempster [211], como una generalización de la Teoría Bayesiana de las probabilidades subjetivas.

La *evidencia* se entiende como una información que soporta una afirmación.

Posteriormente Yager [212] describió como realizar operaciones aritméticas con estructuras Dempster-Shafer y Oberkampf [112] demostró que esta Teoría es de aplicación en los análisis de riesgo que operan con incertidumbre epistémica.

Es una teoría útil para representar y combinar diferentes tipos de evidencia obtenidos a partir de distintas y múltiples fuentes. La Teoría clásica de Probabilidad asocia la evidencia con sucesos únicos y mutuamente excluyentes, mientras que la Teoría de Dempster-Shafer asocia la evidencia con múltiples sucesos o con un conjunto de sucesos.

La Teoría de Dempster-Shafer es interpretada como una generalización de la Teoría de la Probabilidad, aplicándose ésta cuando la evidencia es suficiente como para asignar probabilidades a sucesos únicos.

La evidencia en la Teoría de Dempster-Shafer puede ser significativa sin tener que presuponer ninguna función de distribución subyacente dentro de este conjunto. Por lo tanto, los modelos diseñados pueden gestionar distintos niveles de precisión en la información disponible sin necesidad de recurrir a ningún supuesto sobre esta información. Esta característica permite trabajar con sistemas donde las entradas son imprecisas y están caracterizadas por un conjunto o un intervalo, las salidas también se pueden definir como conjuntos o intervalos, [213].

La Teoría de Dempster-Shafer se basa en las medidas de creencia y de plausibilidad, ambas son no aditivas.

2.4.5.1. Medidas evidenciales

Medidas de creencia

Una *medida de creencia*, (Bel), se define sobre un conjunto universal S como una función del conjunto potencia, P_S en el intervalo $[0,1]$.

$$Bel: P_S \rightarrow [0,1]$$

La medida de creencia cumple que: $Bel(\emptyset) = 0$ y $Bel(S) = 1$.

Para un conjunto A perteneciente al conjunto universal, $Bel(A)$ representa la mínima creencia (como resultado de una evidencia) en la hipótesis de que un elemento x pertenezca al conjunto A .

Las medidas de creencia son superaditivas, lo que implica la existencia de un efecto cooperativo entre múltiples fuentes de información. Por tanto, para dos conjuntos A y B , pertenecientes al conjunto universal, si $A \cap B = \emptyset$ se cumple que:

$$Bel(A \cup B) \geq Bel(A) + Bel(B)$$

Medidas de plausibilidad

Cada medida de creencia tiene una medida dual, llamada *medida de plausibilidad* o de verosimilitud, definida por las siguientes ecuaciones:

$$Pl(A) = 1 - Bel(\bar{A})$$

$$Pl(\bar{A}) = 1 - Bel(A)$$

$$Bel(A) = 1 - Pl(\bar{A})$$

$$Bel(\bar{A}) = 1 - Pl(A)$$

La medida de plausibilidad cumple que: $Pl(\emptyset) = 0$ y $Pl(S) = 1$.

La medida de plausibilidad, $Pl(A)$, de un conjunto A perteneciente al conjunto universal, representa la máxima creencia (como resultado de una evidencia) en la hipótesis de que un elemento x , perteneciente al conjunto universal, pertenezca al conjunto A .

Las medidas de plausibilidad son subaditivas lo que implica la existencia de un conflicto o una incompatibilidad entre múltiples fuentes de información. Por tanto, para dos conjuntos A y B , pertenecientes al conjunto universal, se cumple que:

$$Pl(A \cap B) \leq Pl(A) + Pl(B)$$

Para cada conjunto A se cumple que: $Pl(A) \geq Bel(B)$.

Asignación básica de probabilidad

La *asignación básica de probabilidad*, m , está relacionada con las medidas de creencia y plausibilidad, es más fácil de obtener que las medidas evidenciales y también en ocasiones más fácil de interpretar en un problema concreto. La asignación básica se obtiene sobre un conjunto de eventos, llamado elemento focal, y no sobre un evento único.

El valor de la asignación básica para un conjunto dado A , representado como $m(A)$, expresa la cantidad de evidencia que soporta la afirmación de que un elemento del conjunto universal pertenezca a A .

Una asignación básica se define sobre un conjunto universal S como una función del conjunto potencia, P_S , en el intervalo $[0,1]$.

$$m: P_S \rightarrow [0,1]$$

Debe cumplir las siguientes condiciones: $m(\emptyset) = 0$ y $\sum_{A \in P_S} m(A) = 1$.

Las medidas evidenciales pueden ser calculadas a partir de la asignación básica:

$$Bel(Y) = \sum_{X_j | X_j \subseteq Y} m(X_j)$$

$$Pl(Y) = \sum_{X_j | X_j \cap Y \neq \emptyset} m(X_j)$$

En el primer caso, el sumatorio se extiende a todos los subconjuntos que están contenidos o son iguales a Y , mientras que en el segundo, el sumatorio se extiende a todos los subconjuntos que pertenecen o interseccionan con Y .

Las tres funciones: asignación básica, medida de creencia y medida de plausibilidad son representaciones alternativas de la misma evidencia respecto del elemento x . Conocida una es posible obtener las otras dos.

A partir de los trabajos de Dempster, [211], se puede realizar una interpretación probabilística de las medidas evidenciales: las medidas de creencia y plausibilidad son los límites inferior y superior, respectivamente, de un intervalo, $[Bel(A), Pl(A)]$, que contiene la probabilidad precisa del conjunto en estudio A . De manera que si este intervalo se reduce a un punto, es decir, que $Pl(A) = Bel(A) = P(A)$, entonces $P(A)$ responde a la definición clásica de probabilidad y está determinada de forma única.

La Fig. 10 presenta un ejemplo de como estimar estas medidas. En este caso se han identificado cinco subconjuntos E_i dentro de S .

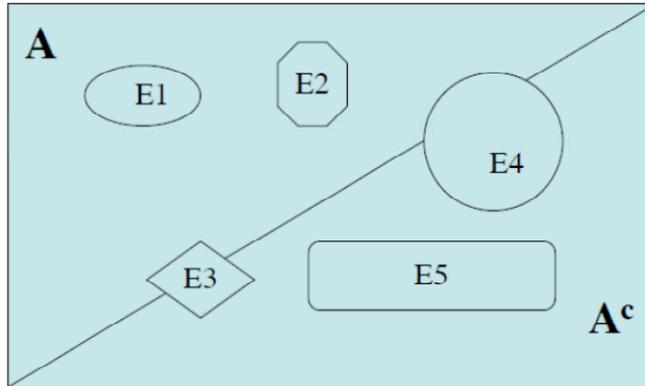


Fig. 10: Interpretación de las medidas evidenciales (Dubois)

La cantidad mínima de evidencia que soporta la afirmación de que x pertenece a A es:

$$Bel(A) = m(E_1) + m(E_2)$$

La cantidad máxima de evidencia que soporta dicha afirmación es:

$$Pl(A) = m(E_1) + m(E_2) + m(E_3) + m(E_4)$$

También se cumple que:

$$Pl(A) = 1 - m(E_5) = 1 - Bel(\bar{A})$$

2.4.5.2. Estructuras Dempster-Shafer

Si los elementos focales (conjuntos de masa distinta de cero): (X_1, X_2, \dots, X_n) , son intervalos cerrados: $([a_1, b_1], [a_2, b_2], \dots, [a_n, b_n])$, entonces una estructura de Dempster-Shafer se define como una colección de pares formados por un intervalo y una masa asociada: $\{(X_1, m_1), (X_2, m_2), \dots, (X_n, m_n)\} = \{([a_1, b_1], m_1), ([a_2, b_2], m_2), \dots, ([a_n, b_n], m_n)\}$.

Siendo $a_i \leq b_i$ para todo i , $b_i \neq b_j$ siempre que $a_i = a_j$, y $\sum m_i = 1$.

Gráficamente, cada uno de estos pares se puede representar como un rectángulo cuya base se corresponde al intervalo $[a_i, b_i]$ localizado sobre el eje de abscisas y cuya altura, sobre el eje de ordenadas, es igual a la masa asociada. (Fig. 11).

La interpretación probabilística, propuesta por Dempster para un intervalo, fue generalizada por Yager [212] para una estructura Dempster-Shafer: las funciones acumuladas de creencia y plausibilidad son reconocidas como los límites de un área que contiene la función de distribución asociada.

A partir de estas funciones acumuladas de creencia y plausibilidad es posible construir una estructura Dempster-Shafer dibujando una serie de líneas horizontales, una desde cada esquina de cada función acumulada al otro límite. Este proceso genera una colección de rectángulos de varias alturas y localizaciones, [114].

Se observa en la Fig. 11 que los elementos focales de una estructura Dempster-Shafer pueden solaparse y ésta es la diferencia principal con una distribución de probabilidad discreta donde la masa está asociada con puntos.

Existen dos estructuras particulares, una es la que está formada por un único elemento focal al que se le asigna masa unidad y que es del tipo $\{([a, b], 1)\}$, la otra es aquella en la que los extremos inferior y superior de cada intervalo son iguales y que es del tipo:

$$\{(a_1, m_1), (a_2, m_2), \dots, (a_n, m_n)\}$$

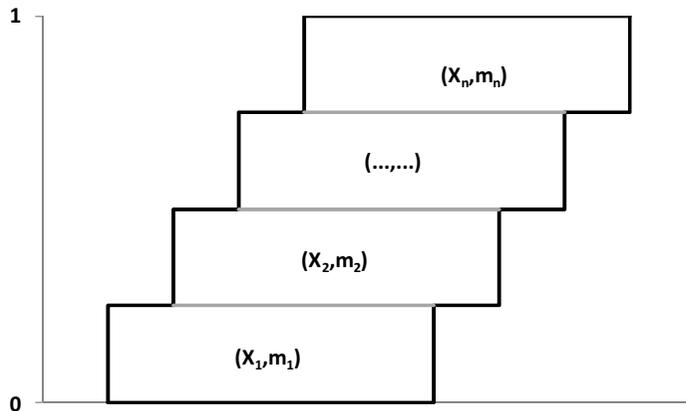


Fig. 11: Estructura Dempster-Shafer

2.4.5.3. Combinación de evidencias

Existen distintas formas de combinar evidencias o de actualizar la asignación básica conforme a la aparición de nuevas evidencias. Estas evidencias pueden proceder de una misma fuente o de distintas fuentes, que pueden ser del mismo o de distinto tipo, sin que ninguna de ellas tenga una aceptación general ni, por lo tanto, se imponga a las demás. A efectos de combinación se consideran cuatro tipos de evidencia:

- Evidencia consonante. Puede ser representada como una estructura anidada de subconjuntos, donde los elementos del conjunto más pequeño están incluidos en el siguiente y así sucesivamente. Puede corresponder a una situación donde la información se obtiene a lo largo del tiempo con lo que se perfilan los límites del conjunto evidencial.
- Evidencia consistente. Donde hay al menos un elemento que es común a todos los conjuntos evidenciales.
- Evidencia arbitraria. Corresponde a una situación donde no hay ningún elemento común a todos los subconjuntos, aunque algunos subconjuntos si tienen elementos comunes.
- Evidencia disjunta. Ningún subconjunto tiene elementos comunes con otro subconjunto.

Cada tipo de evidencia equivale a un tipo de conflicto o contradicción en la combinación de evidencias. La Teoría clásica de Probabilidad no puede gestionar los tres primeros tipos de evidencia sin recurrir a

supuestos sobre la distribución de probabilidad dentro de cada conjunto ni puede expresar el grado de conflicto. La Teoría de Dempster-Shafer gestiona distintos tipos de evidencia y de conflictos. Las reglas de combinación más usuales se presentan a continuación. Un estudio detallado de estas reglas se puede ver en [213].

Regla de combinación de Dempster

Dos asignaciones básicas, m_1 y m_2 , realizadas por dos expertos sobre un mismo elemento y una familia de conjuntos de interés, A_i , pueden ser combinadas usando esta regla para obtener una opinión combinada, $m_{1,2}$.

$$m_{1,2}(A_i) = \sum_{\text{todo } A_j \cap A_k = A_i} \frac{m_1(A_j)m_2(A_k)}{\left(1 - \sum_{\text{todo } A_j \cap A_k = \emptyset} m_1(A_j)m_2(A_k)\right)}$$

Donde A_i debe ser un conjunto no vacío y $m_{1,2}(\emptyset) = 0$.

El término recogido en el denominador es un factor de normalización que se aplica a los conflictos existentes en la información evidencial.

En esta regla, la independencia entre fuentes se entiende como independencia entre expertos.

Regla de combinación de Yager

Yager sugiere referir el conflicto al conjunto universal S introduciendo la función base de masa de probabilidad, $q_{1,2}$, que tiene la propiedad $q_{1,2}(\emptyset) \geq 0$ y que se calcula como:

$$q_{1,2} = \sum_{\text{todo } A_j \cap A_k = A_i} m_1(A_j) m_2(A_k)$$

$$m_{1,2}(A_i) = q_{1,2}(A_i) \quad A_i \neq \emptyset \wedge A_i \neq X$$

$$m_{1,2}(X) = q_{1,2}(X) + q_{1,2}(\emptyset)$$

Regla de combinación de Inagaki

Inagaki introduce una regla de combinación unificada de la regla de Dempster y la regla de Yager que se convierten en casos especiales de esta nueva regla para distintos valores de un parámetro k . Así para $k = 0$ se obtiene la regla de combinación de Yager y para $k = 1/(1 - q(\emptyset))$ se obtiene la regla de combinación de Dempster.

La regla unificada, para $m_{1,2}(\emptyset) = 0$, viene dada por:

$$m_{1,2}(A_i) = [1 + kq_{1,2}(\emptyset)]q_{1,2}(A_i) \quad A_i \neq \emptyset \wedge A_i \neq X$$

$$m_{1,2}(X) = [1 + kq_{1,2}(\emptyset)]q_{1,2}(X) + [1 + kq_{1,2}(\emptyset) - k]q_{1,2}(\emptyset)$$

Regla de combinación mixta

Esta combinación se desarrolla bajo el supuesto de que todas las fuentes no son igualmente creíbles por lo que cualquier conflicto entre ellas no es tenido en cuenta. La regla de combinación se expresa como:

$$m_{1,2,\dots,n}(A_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n w_k m_k(A_i)$$

Donde los pesos son asignados en base a la credibilidad tanto de la evidencia como de la fuente.

2.4.5.4. Teoría de la Evidencia y cajas de probabilidad

Williamson and Downs [218] introdujeron la propuesta de descomponer las funciones de distribución acumulada en intervalos, lo que se conoce como cajas de probabilidad, y presentaron algoritmos para realizar operaciones aritméticas entre cajas de probabilidad.

Dos funciones $\bar{F}(z)$ y $\underline{F}(z)$ definen una caja de probabilidad si son funciones no decrecientes de \mathbb{R} en el intervalo $[0,1]$ y la función $\underline{F}(z)$ es siempre menor o igual que la función $\bar{F}(z)$ para todo valor de z .

Posteriormente, Walley remarcó la idea de que el uso de las probabilidades imprecisas, incluyendo el concepto de cajas de probabilidad, evita la necesidad de asumir una función de distribución subyacente en las variables inciertas, lo que es de utilidad en el proceso de cuantificación de la incertidumbre epistémica.

En la Teoría de la Evidencia, un elemento focal incluye un conjunto de valores sobre los que se pueden establecer distinciones desde la evidencia disponible y a los que se asigna una precisa asignación básica de probabilidad. Mientras que en la Teoría de las Probabilidades Imprecisas, como se ve en el siguiente apartado, para cada elemento x se evalúa la probabilidad de forma imprecisa, usando los valores de probabilidad inferior y probabilidad superior.

Walley [216] demostró que existe una dualidad entre ambas Teorías y que es posible pasar de una representación mediante estructuras Dempster-Shafer a una representación mediante cajas de probabilidad.

Si se tiene una estructura Dempster-Shafer finita se puede establecer la caja de probabilidad asociada. Por el contrario, dada una representación mediante cajas de probabilidad existen muchas estructuras Dempster-Shafer correspondientes, [213].

Teoría de las Probabilidades Imprecisas

Desarrollada por Walley, [216], como una generalización de la Teoría de la Probabilidad para situaciones donde la asignación de probabilidad no se puede hacer de forma precisa.

La medida de probabilidad es una función P , definida como $P: X \rightarrow [0,1]$ que asigna un valor de probabilidad a cada elemento $x \in X$ de acuerdo a los axiomas de la probabilidad. Si P solo se puede evaluar de forma imprecisa se usan los valores de probabilidad inferior, \underline{P} , y probabilidad superior, \bar{P} , definidos como:

$$\underline{P}: X \rightarrow [0,1] \text{ tal que } \sum_{\text{todo } x \in X} \underline{P}(x) \leq 1$$

$$\bar{P}: X \rightarrow [0,1] \text{ tal que } \sum_{\text{todo } x \in X} \bar{P}(x) \geq 1$$

Dada una probabilidad inferior, existe una única probabilidad superior como medida dual, entre ambas se establece la siguiente relación:

$$\bar{P}(A) = 1 - \underline{P}(\bar{A})$$

Siendo A un conjunto perteneciente al conjunto potencia P_X .

Análisis de límites de probabilidad

El análisis de límites de probabilidad es un caso particular de utilización de los conceptos de probabilidad inferior y superior. Se emplea para representar funciones de distribución acumulada en aquellos casos en que no se dispone de información suficiente para definir los modelos que representan los sistemas en estudio, es decir, no se dispone de información suficiente como para establecer la función de distribución que seguirá la variable en estudio.

Este análisis combina la Teoría de la Probabilidad y la aritmética de intervalos para producir estructuras conocidas como p-box o cajas de probabilidad (probability boxes). Una p-box está compuesta por dos funciones limitantes no decrecientes:

$$\overline{F}: R \rightarrow [0,1]$$

$$\underline{F}: R \rightarrow [0,1]$$

De forma que la p-box $[\underline{F}, \overline{F}]$ circunscribe una función de distribución $F(x)$ imprecisamente conocida, como indica la Fig. 12.

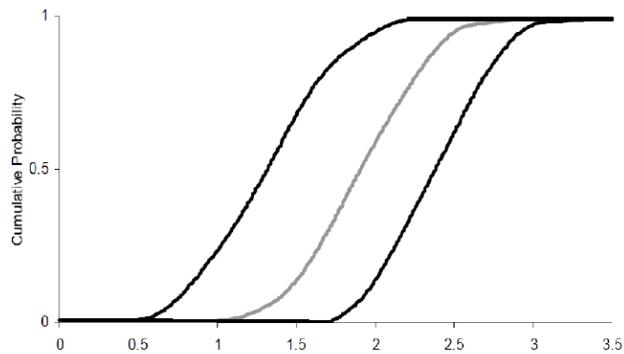


Fig. 12 : Límites de una función de distribución acumulada (p-box)

Las cajas de probabilidad permiten propagar la incertidumbre epistémica y la variabilidad a través de los modelos de forma rigurosa. Se utilizan en los casos en que el analista no puede especificar [217]:

- Los parámetros de las variables de entrada del modelo.
- La distribución de probabilidad para alguna o todas las variables del modelo.
- Las relaciones de dependencia existentes entre las variables del modelo.
- La estructura exacta del modelo.

El área contenida en la caja de probabilidad es un indicador del grado de incertidumbre por lo que permite expresar distintos grados de incertidumbre.

Si la forma de la distribución es conocida, por ejemplo una distribución normal, pero sus parámetros son desconocidos, entonces la p-box adopta la forma:

$$N\left(\left[\underline{\mu}, \bar{\mu}\right], \left[\underline{\sigma}^2, \bar{\sigma}^2\right]\right)$$

De forma que toda distribución normal con media en $\left[\underline{\mu}, \bar{\mu}\right]$ y varianza en $\left[\underline{\sigma}^2, \bar{\sigma}^2\right]$ cumple con la definición de la caja de probabilidad.

Aritmética de cajas de probabilidad

Williamsons y Downs [218] establecieron métodos numéricos para las operaciones aritméticas básicas cuando solo se conocen los límites de las funciones de distribución de las variables de entrada, sin asumir que estas variables son independientes. Posteriormente otros autores ampliaron estas operaciones a logaritmos, raíces cuadradas y potencias. Los algoritmos propuestos se pueden usar para cualquier distribución o combinación de distribuciones, siempre que sean funciones finitas.

Esta aritmética se basa en que siempre es posible descomponer una caja de probabilidad en una colección de pares intervalo-masa como describen Ferson y Hajagos, [114]. Para descomponer una p-box se dibujan líneas horizontales desde cada esquina de la función limitante hasta la otra función, resultando una serie de rectángulos de base igual a un intervalo y de altura igual a la masa asociada con este intervalo, con lo que se obtiene la colección de pares. Esta descomposición se refleja en el gráfico izquierdo de la Fig. 13. Si las funciones son curvas, es necesario discretizar para descomponer la p-box, con lo que la colección de pares intervalo-masa es una aproximación a la p-box. Esta discretización se refleja en el gráfico derecho de la Fig. 13.

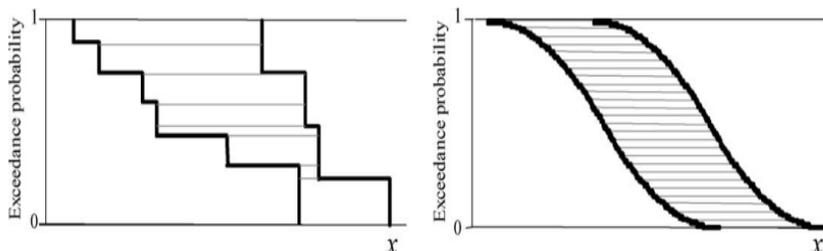


Fig. 13 : Cajas de probabilidad y pares intervalo-masa (Ferson,2004)

La transformación de colecciones de pares intervalo-masa, bajo condiciones de independencia, es el producto cartesiano de estas colecciones donde las masas finales resultan de multiplicar las masas de ambas colecciones.

Relación entre Teorías.

La relación entre p-box, Teoría de las Probabilidades Imprecisas y Teoría de la Evidencia, se establece de la siguiente forma [213]:

- Con la Teoría de las Probabilidades Imprecisas:

$$\begin{aligned}\underline{F}(x) &= \underline{P}(X \leq x) \\ \overline{F}(x) &= 1 - \underline{P}(X > x)\end{aligned}$$

- Con la Teoría de la Evidencia, para estructuras Dempster-Shafer:

$$\begin{aligned}\underline{F}(x) &= \sum_{\bar{x}_i < x} m_i \\ \overline{F}(x) &= \sum_{\underline{x}_i \leq x} m_i\end{aligned}$$

2.4.5.5. Teoría de la Posibilidad y Teoría de la Evidencia

Si los subconjuntos son anidados, es decir $A_1 \subset A_2 \subset \dots \subset X$, entonces las medidas de posibilidad y necesidad son iguales a las medidas de plausibilidad y creencia definidas en la Teoría de la evidencia. En este caso, la evidencia se denomina evidencia consonante y se cumplen para las medidas de creencia y plausibilidad los dos axiomas enunciados anteriormente para las medidas de posibilidad y necesidad:

$$\begin{aligned}Pl(A_1 \cup A_2) &= \max(Pl(A_1), Pl(A_2)) \\ Bel(A_1 \cap A_2) &= \min(Bel(A_1), Bel(A_2))\end{aligned}$$

3. Agregación de incertidumbre

Los datos de entrada de un modelo matemático que representa a un sistema real pueden ser de distinto tipo y proceder de distintas fuentes, con lo que pueden presentar características diversas como se recoge en la Fig. 14, [219].

La información de partida puede ser abundante o escasa, conocida a partir de medidas experimentales o a través de la opinión de expertos, relacionada con resultados conocidos no deterministas (aleatorios) o con resultados poco conocidos (epistémicos).

Matemáticamente, sobre estos datos podemos conocer la forma de la función de probabilidad que los describe, podemos conocer también los parámetros que definen esta distribución, podemos saber los valores mínimo y máximo del intervalo que contiene a los datos, o podemos disponer de información lingüística expresada por expertos.

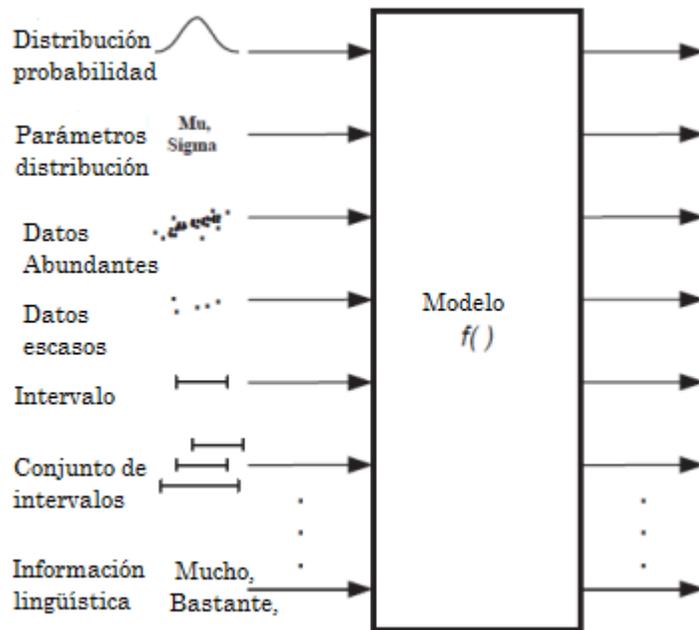


Fig. 14 : Caracterización de la información (Joslyn, Ferson, 2005)

Estas fuentes de información diversa pueden no coincidir, sin que ninguna de ellas se imponga a las demás, y derivar en situaciones de conflicto.

A efectos de agregación se consideran los cuatro tipos de evidencia antes presentados:

- Evidencia consonante.
Puede ser representada como una estructura anidada de subconjuntos, donde los elementos del conjunto más pequeño están incluidos en el siguiente y así sucesivamente. Puede corresponder a una situación donde la información se obtiene a lo largo del tiempo con lo que se perfilan los límites del conjunto evidencial.
- Evidencia consistente.
Donde hay al menos un elemento que es común a todos los conjuntos evidenciales.
- Evidencia arbitraria.
Corresponde a una situación donde no hay ningún elemento común a todos los subconjuntos, aunque algunos subconjuntos si tienen elementos comunes.
- Evidencia disjunta.
Ningún subconjunto tiene elementos comunes con otro subconjunto.

Cada tipo de evidencia, que se representan gráficamente en la Fig. 15, equivale a un tipo de conflicto o contradicción en la agregación de evidencias.

La Teoría clásica de Probabilidad asocia la evidencia con sucesos únicos y mutuamente excluyentes, por tanto sólo puede gestionar combinaciones de evidencia disjunta, mientras que la Teoría de Dempster-Shafer asocia la evidencia con múltiples sucesos, con un conjunto de sucesos que no necesariamente son excluyentes, por lo que puede gestionar las distintas combinaciones de evidencia. La Teoría de la Posibilidad es de aplicación en las combinaciones de evidencia consonante.

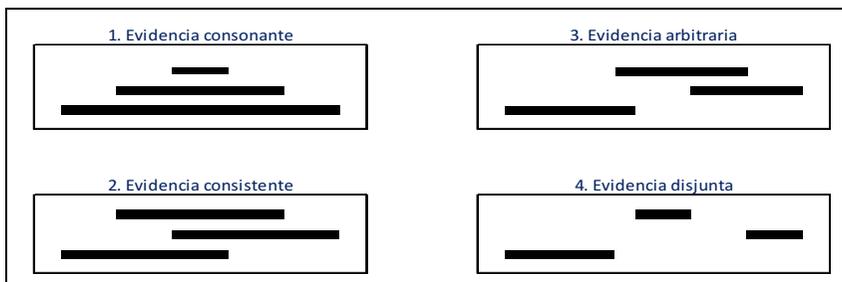


Fig. 15 : Combinación de evidencias desde fuentes diversas

4. Propagación de incertidumbre

En el análisis de sistemas complejos se define un modelo matemático que simula el sistema real en estudio. Básicamente un modelo se caracteriza por tres elementos, Fig. 16.

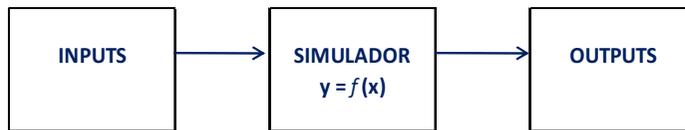


Fig. 16 : Modelización matemática de un sistema físico

Partiendo de la representación y la agregación de la información recogida en el conjunto de inputs, se propaga esta información al conjunto de outputs a través del modelo, mediante la relación establecida en el simulador: $y = f(x)$.

La propagación depende del tipo de incertidumbre, [115]. Para la incertidumbre aleatoria, se selecciona un valor de cada una de las variables de entrada, a partir de su función de distribución acumulada, utilizando algún procedimiento de muestro, como el método de Monte Carlo, y con estos valores se calcula el valor de la variable de salida para cada conjunto muestral, construyendo así la función de distribución acumulada de la variable de salida como recoge la Fig. 17.

En presencia de incertidumbre epistémica, el proceso de propagación puede ser tratado como un problema de optimización.

En caso de incertidumbre mixta, el muestreo de cada tipo de incertidumbre se realiza por separado. Primero se muestrean las variables con incertidumbre epistémica, algunos autores proponen utilizar el hipercubo latino como técnica de muestreo (ya que estas variables se representan como intervalos), se fijan los valores, y luego se hace el muestreo de las variables con incertidumbre aleatoria, utilizando muestreo de Monte Carlo. Este proceso se conoce como doble bucle o muestreo anidado. En este caso también se puede realizar la propagación representando la incertidumbre mediante cajas de probabilidad o estructuras Dempster-Shafer y siguiendo los fundamentos de la Teoría de la evidencia.

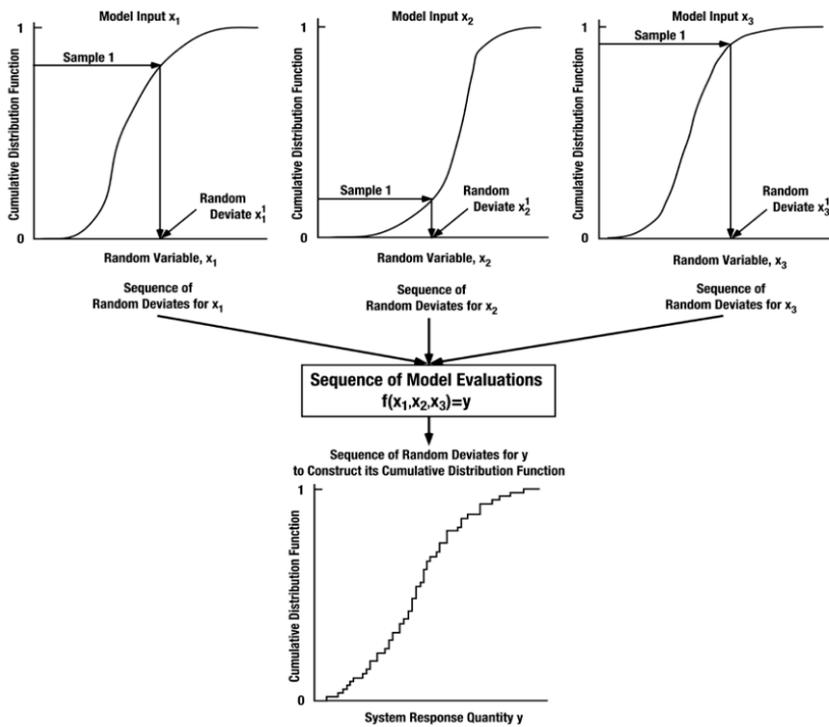


Fig. 17 : Propagación de incertidumbre aleatoria (Roy, Oberkampf, 2010)

5. Cuantificación de incertidumbre

El proceso de cuantificación de incertidumbre, como recoge la Fig. 18, comprende la representación de la incertidumbre de las variables de entrada del modelo, la resolución de posibles conflictos (combinación de evidencias) que puedan existir en la información procedente de fuentes diversas, la propagación de esta incertidumbre de las variables de entrada hacia las variables de salida a través del modelo y, por último, la representación de la incertidumbre en las variables de salida.

La naturaleza de la incertidumbre en las variables de entrada determina la representación de la incertidumbre de las variables de salida que será un función de distribución para incertidumbre aleatoria, una caja de probabilidad para incertidumbre mixta y un intervalo para incertidumbre epistémica.

La representación de la incertidumbre en la salida debe ser interpretable, aportar información relevante al decisor y cumplir con los requisitos del análisis. De no ser así se pueden desarrollar procesos posteriores como análisis de sensibilidad, la actualización del modelo o la realización de nuevas mediciones experimentales.



Fig. 18 : Proceso de cuantificación de incertidumbre

6. Medidas de incertidumbre

Una medida de incertidumbre, en una teoría matemática determinada, es una función que asigna un número real no negativo a cada representación de evidencia en dicha teoría. De manera que cuanto más consistente sea la evidencia, menor será la incertidumbre y, por tanto, menor será el valor obtenido por esta función. Una exposición detallada de estas medidas se recoge en [209].

Esta medición es posible para tres tipos de incertidumbre:

- No especificidad o imprecisión. Relacionada con el tamaño o la cardinalidad de los conjuntos.
- Vaguedad. Relacionada con la indefinición en los límites de los conjuntos difusos.
- Conflicto. Relacionada con el conflicto entre conjuntos.

Medida de no especificidad

Definida por Hartley para conjuntos clásicos finitos, su forma mas usual es:

$$U(A) = \log_2 |A|$$

Siendo $|A|$ la cardinalidad de un conjunto finito no vacío A .

El significado de la incertidumbre medida por la función Hartley depende del significado del conjunto A .

Si un conjunto A de posibles alternativas es reducido a su subconjunto B por alguna acción, la cantidad de información generada por la acción es igual a la reducción de incertidumbre:

$$U(A) - U(B) = \log_2 |A| - \log_2 |B| = \log_2 \frac{|A|}{|B|} = I(A, B)$$

Medida de vaguedad

Es una función $f: F(x) \rightarrow R^+$ que a cada conjunto difuso A asigna un número real no negativo, $f(A)$, que indica el grado en el que los límites de A no están definidos. Esta función cumple tres condiciones:

- $f(A) = 0$ si y solo si A es un conjunto clásico.
- $f(A)$ alcanza su máximo para un valor de x que tiene un grado de pertenencia $A(x)$ igual a 0,5.
- $f(A) \leq f(B)$ si A está más definido que B .

Si se considera la vaguedad como la falta de distinción entre un conjunto y su complemento, y se elige la distancia de Hamming como función de distancia, la distinción local, en un elemento x entre un conjunto y su complementario, se mide por:

$$|A(x) - (1 - A(x))| = |2A(x) - 1|$$

y la falta de distinción por:

$$1 - |2A(x) - 1|$$

La medida de vaguedad se obtiene por la suma de las medidas locales:

$$f(A) = \sum_{x \in X} 1 - |2A(x) - 1|$$

Que se extiende para conjuntos difusos infinitos:

$$f(A) = \int_a^b (1 - |2A(x) - 1|) dx$$

Para un intervalo difuso, $[a, b]$ la expresión anterior quedaría:

$$f(A) = b - a - \int_a^b |2A(x) - 1| dx$$

Medida de conflicto

Shanon propuso una medida de incertidumbre a partir de una función de masa de probabilidad, $m(x)$, expresada como:

$$H(m) = - \sum_{x \in X} m(x) \log_2 m(x)$$

Esta función mide la incertidumbre media asociada con los resultados posibles en un experimento aleatorio. Su extensión a funciones de densidad de probabilidad, $f(x)$ y $g(x)$ definidas en un intervalo $[a, b]$ mide la incertidumbre en términos relativos, y se expresa como:

$$D(f(x), g(x)) = \int_a^b f(x) \log_2 \frac{f(x)}{g(x)} dx$$

En el ámbito de la Teoría de la Evidencia se definen otras dos medidas de conflicto, la medida de disonancia que refleja la contradicción entre creencias:

$$D(m) = - \sum_{i=1}^n m(A_i) \log_2 (Pl(A_i))$$

Y la medida de confusión:

$$C(m) = - \sum_{i=1}^n m(A_i) \log_2 (Bel(A_i))$$

7. Resumen del capítulo

En este capítulo se han abordado distintos aspectos relacionados con la cuantificación de la incertidumbre.

Primero se define el concepto de incertidumbre, seleccionando algunas de las numerosas definiciones existentes en la bibliografía, y se presenta la naturaleza dual de la incertidumbre: aleatoria y epistémica.

A continuación se justifica la conveniencia de cuantificar la incertidumbre, ya que está presente en todos los procesos de modelización y, por tanto, los decisores deben conocer la cantidad de incertidumbre y el grado de confianza que acompaña a sus decisiones.

Se realiza una exposición de los conceptos de la Teoría de Conjuntos y de las operaciones entre conjuntos. Se presentan los distintos tipos de conjuntos: conjuntos clásicos y conjuntos difusos, que se pueden integrar en el concepto de conjuntos aproximativos.

Se trata la generalización de la Teoría de las Medidas Clásicas Aditivas a la Teoría de las Medidas Monótonas.

Enunciados estos conceptos se presentan los marcos teóricos más relevantes para tratar la gestión de la incertidumbre, describiendo los fundamentos de la Teoría de la Probabilidad, el Análisis de Intervalos, la Teoría de la Posibilidad, la Teoría de los Conjuntos Difusos y la Teoría de la Evidencia o Teoría de Dempster-Shafer.

Se presentan los cuatro procesos que se incluyen bajo el concepto de “Cuantificación de la incertidumbre” que son los procesos de “Representación de incertidumbre en las variables de entrada”, “Agregación de incertidumbre”, “Propagación de incertidumbre” y “Representación de incertidumbre en las variables de salida”.

El último apartado trata sobre las métricas definidas para distintos tipos de incertidumbre: medidas de Hartley, medidas de Shanon y medidas de vaguedad.

Estos conceptos servirán de base para desarrollar en profundidad el tratamiento de la incertidumbre presente en el análisis de riesgo en el tráfico marítimo.

Para ello, en el próximo capítulo se presentan los fundamentos del análisis de riesgo en el tráfico marítimo y se incluye un estudio sobre el estado del arte en la modelización de la probabilidad de accidente en el tráfico marítimo.

Capítulo 3. Análisis de riesgo en el tráfico marítimo

1. Introducción

Un análisis de riesgo intenta responder a tres preguntas:

- ¿Qué puede pasar? (¿Qué puede salir mal?).
- ¿Cual es la probabilidad de que pase?
- Si esto pasa, ¿Cuáles serán las consecuencias?

En el análisis de riesgo probabilístico, el riesgo se define como el producto de la probabilidad de ocurrencia de un suceso no deseado por la magnitud de las consecuencias de este suceso.

$$\text{Riesgo} = \text{Probabilidad} \cdot \text{Consecuencias}$$

Normalmente la probabilidad es definida como el número de sucesos por unidad de tiempo, por ejemplo como la probabilidad del número de accidentes por año.

En el caso de los accidentes marítimos, las consecuencias pueden medirse en términos de número de muertos y heridos, daños estructurales, material vertido al mar, impacto medioambiental y costes de reparación posterior de estas consecuencias.

Los accidentes en tráfico marítimo se caracterizan por presentar una baja probabilidad acompañada de graves consecuencias, especialmente en el caso de buques que transportan hidrocarburos y sustancias peligrosas.

Generalmente, la probabilidad de un accidente marítimo es estimada como [401], [402]:

$$P = N_a \cdot P_c$$

Donde N_a es la probabilidad geométrica o la probabilidad de estar sobre una ruta de colisión o varada, N_a sería el número de accidentes que ocurrirían si los barcos no realizaran ninguna maniobra de evasión para evitarlos. Depende de características del tráfico como la distribución del tráfico, el tamaño y la velocidad de los barcos.

P_c es el factor causal o la probabilidad de realizar de forma incorrecta (o no realizar) las maniobras necesarias para evitar un accidente, por tanto P_c cuantifica la proporción de barcos que pasan de ser posibles candidatos a sufrir un accidente, por estar sobre una ruta de colisión o varada, a

finalmente varar o chocar con otro barco. Este factor causal puede ser estimado de dos formas [403]:

- A partir de datos estadísticos sobre accidentes, bien de la zona en estudio o bien adaptando datos de otras zonas.
- A partir del análisis de posibles situaciones de fallo que pueden ocurrir en un barco y que darán lugar a un accidente si se presentan en momentos críticos. Estas situaciones se valoran mediante redes bayesianas o árboles de fallo.

La estimación de factores causales precisos, [404], debe tener en cuenta que las maniobras de evasión incorrectas pueden estar motivadas principalmente por fallos humanos, pero también por fallos técnicos y por factores ambientales, por lo que debe reflejar las características específicas del área en estudio y las propiedades de los barcos implicados.

Este capítulo, después de presentar el procedimiento general para la evaluación de riesgos en el tráfico marítimo, se centrará en la modelización y estimación de la probabilidad de accidentes marítimos y no considerará el análisis de consecuencias, por lo que al tratar los modelos de riesgos estará referido a los modelos definidos para estimar la probabilidad de ocurrencia de los sucesos.

2. Análisis de riesgo en el tráfico marítimo

La Organización Marítima Internacional (IMO) publicó las “Directrices para la Evaluación Formal de la Seguridad para su uso en el proceso de creación de reglas IMO” (“Guidelines for Formal Safety Assessment (FSA) for Use in the IMO rule-making process”) en el año 2002, [426]. Este documento ha establecido un procedimiento general para la evaluación de riesgos en el tráfico marítimo. En [409] se recoge un análisis detallado de estas Directrices.

La IMO define su propuesta de “Evaluación Formal de la Seguridad”, FSA en sus siglas en inglés, como una metodología estructurada y sistemática encaminada a reforzar la seguridad marítima, incluyendo la protección de vidas humanas, la salud, el medio ambiente marino y la propiedad, mediante el uso del análisis de riesgo y de la evaluación coste-beneficio.

La FSA comprende los cinco pasos siguientes:

- Identificación de peligros.
- Análisis de riesgos.
- Opciones de control de riesgo.
- Evaluación coste-beneficio.
- Recomendaciones para la toma de decisiones.

La Fig. 19 indica la relación existente entre estas cinco etapas.

En una fase previa, corresponde a los decisores definir el problema en estudio, relacionando los objetivos, la disponibilidad de información, las metodologías de trabajo, el tipo de operaciones (en puerto, en mar abierto, etc.), el tipo de buques y el tipo de accidentes.

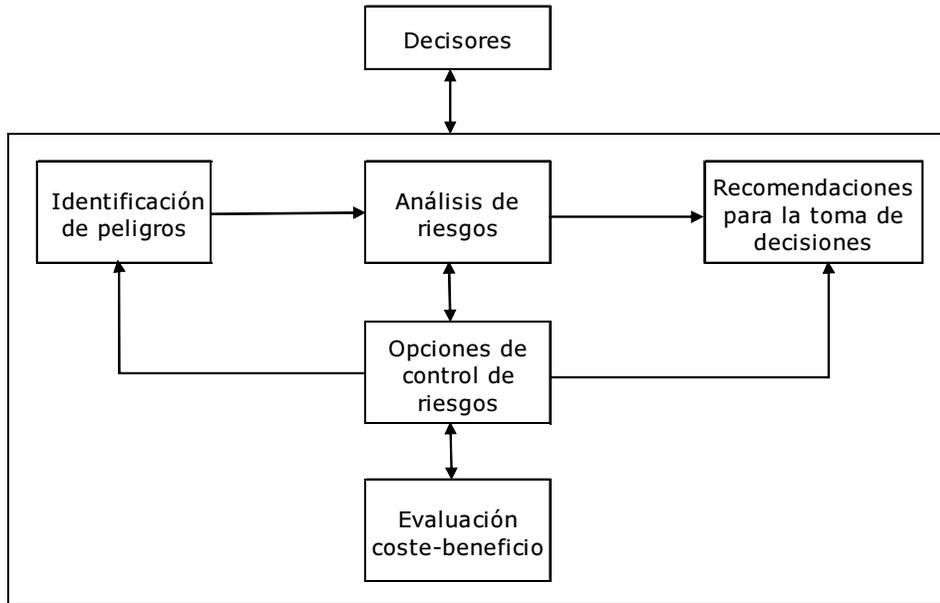


Fig. 19 : Metodología FSA (IMO,2002)

2.1. Identificación de peligros

De acuerdo con la terminología básica propuesta por la IMO, un peligro es una amenaza potencial para la vida humana, la salud, la propiedad o el medio ambiente.

El objetivo de esta primera fase es el de identificar todos los escenarios de peligros potenciales que puedan tener consecuencias importantes y ordenarlos según su nivel de riesgo.

Hay factores internos y externos que inciden en la probabilidad geométrica, N_a , y en el factor causal, P_c , [407]. Los factores internos son los que están relacionados con el barco y los factores externos se relacionan con las personas que tripulan el barco o con las condiciones ambientales, determinadas, a su vez, por la posición del barco.

Estos factores se dividen en cinco categorías:

- Factores humanos.
- Características del barco.
- Características de la ruta.
- Condiciones climatológicas.
- Factores situacionales.

Factores humanos

Incluye los factores que inducen errores humanos que pueden acabar en un accidente marítimo, tanto los individuales como los relativos a las organizaciones. Algunos estudios estiman que estos factores están en el origen de entre un 60 % y un 80 % de los accidentes por lo que constituyen el factor de riesgo más importante. En casos de falta de información sobre las habilidades de la tripulación se suele utilizar el pabellón del barco como un indicador de estas habilidades.

Estos factores se dividen en tres categorías:

- Situación de la tripulación.

Incluye la fatiga y el stress por exceso de trabajo, y el consumo inadecuado de alcohol.

- Composición, competencia y actitud de la tripulación.

Incluye la experiencia de los oficiales, nivel de habilidades, problemas originados por la necesidad de atender múltiples tareas, cumplimiento de los protocolos jerárquicos y las dificultades idiomáticas de comunicación entre tripulantes.

- Factores organizacionales y Compañía.

Incluye aspectos burocráticos y de cultura organizativa y otros relacionados con el número de tripulantes.

Características del barco

Incluye las dimensiones y tonelaje del barco, área de exposición al viento, tipo de barco, pabellón, maniobrabilidad, antigüedad, ayudas a la navegación (GPS, etc.), disponibilidad y calidad de cartas náuticas, diseño del puente.

Características de la ruta

Incluye datos sobre la longitud, ancho y profundidad de la ruta, cambios y dificultad de la ruta, densidad y volumen de tráfico, localización del barco (si el barco navega en mar abierto, zona offshore, zona de costa, aguas interiores o puerto), composición y consistencia del fondo del mar, zona VTS (Vessel Traffic Service).

Condiciones climatológicas

Incluye velocidad y dirección del viento, velocidad y dirección de la corriente, altura y dirección de las olas, oleaje, mareas, visibilidad, momento del día (día/noche), disponibilidad de pronósticos meteorológicos y diferencias entre el tiempo previsto y el tiempo real.

Factores situacionales

Incluye otros factores como la disponibilidad y capacidad del asistente del piloto, disponibilidad y capacidad de remolcador, y condiciones de carga.

2.2. Análisis de riesgos

Las directrices IMO definen el riesgo como la combinación de la frecuencia y la severidad de las consecuencias. A su vez la frecuencia se define como el número de ocurrencias de un suceso no deseado (expresada como sucesos por unidad de tiempo) y las consecuencias como el resultado de un accidente.

El objetivo de esta segunda fase es el estudio detallado de las probabilidades y las consecuencias de los escenarios de riesgo definidos en la fase anterior, para ello la IMO propone la utilización de árboles de fallos y árboles de eventos.

Al completar estas dos primeras fases se definen las matrices de riesgo que permiten evaluar el riesgo asociado a cada peligro, vinculado a su vez con un índice de probabilidad y un índice de consecuencias. Estas categorías de probabilidad y consecuencias deben estar claramente definidas de forma que la combinación de una probabilidad y una consecuencia determina un nivel de riesgo.

La IMO propone definir los índices de probabilidad y consecuencias sobre una escala logarítmica con lo que el índice de riesgo se establece como la suma de ambos índices.

$$Riesgo = Probabilidad \times Consecuencias$$

$$\log(Riesgo) = \log(Probabilidad) + \log(Consecuencias)$$

Como ejemplo, la IMO propone las siguientes escalas de índice logarítmico de severidad (consecuencias), índice logarítmico de frecuencia (probabilidad) y de índice de riesgo.

Índice de severidad				
Índice	Severidad	Efectos sobre la seguridad humana	Efectos sobre los barcos	S (Número de muertes)
1	Baja	Lesiones leves	Daños locales de equipamiento	0,01
2	Significativa	Lesiones graves	Daños leves del barco	0,1
3	Severa	Una muerte o múltiples lesiones graves	Daños severos	1
4	Catastrófica	Múltiples muertes	Perdida total	10

Fig. 20 : Índice logarítmico de severidad

Índice de frecuencia			
Índice	Frecuencia	Definición	F (por barco y año)
7	Frecuente	Probable que ocurra una vez por mes y barco	0,01
5	Razonablemente probable	Probable que ocurra una vez al año en una flota de 10 barcos	0,1
3	Remoto	Probable que ocurra una vez al año en una flota de 1.000 barcos	10 ⁻³
1	Muy remoto	Probable que ocurra una vez en el ciclo de vida (20 años) de una flota mundial de 5.000 barcos	10 ⁻⁵

Fig. 21 : Índice logarítmico de frecuencia

Índice de riesgo					
		Severidad			
		1	2	3	4
Índice	Frecuencia	Baja	Significativa	Severa	Catastrófica
7	Frecuente	8	9	10	11
6		7	8	9	10
5	Razonablemente probable	6	7	8	9
4		5	6	7	8
3	Remoto	4	5	6	7
2		3	4	5	6
1	Muy remoto	2	3	4	5

Fig. 22 : Índice de riesgo

Indica la IMO que, sea cual sea el método de evaluación que se utilice, las incertidumbres de la evaluación cuantitativa del riesgo deben valorarse junto con las medidas propuestas de reducción de riesgo. La IMO también resalta la necesidad de tener en cuenta la incertidumbre

presente en el proceso con el fin de evitar juicios precipitados sobre los beneficios de una opción particular de control de riesgos.

2.3. Opciones de control de riesgos

La IMO distingue entre medidas de control de riesgo y opciones de control de riesgo. En sus directrices define las medidas de control de riesgo como un medio de controlar un elemento de riesgo y las opciones de control de riesgo como una combinación de medidas de control de riesgo.

El objetivo de esta fase es el de proponer opciones de control de riesgo que sean efectivas y se desarrolla en cuatro etapas:

1. Determinación de las áreas que necesitan control.

Un área necesitará acciones específicas de control si presenta alguna de las siguientes características: un índice de riesgo muy elevado, una alta probabilidad de ocurrencia, una alta severidad o una alta incertidumbre sobre el riesgo, la probabilidad o la severidad.

2. Identificación de las potenciales medidas de control de riesgo.

Estas medidas están orientadas a reducir la frecuencia y los efectos de los fallos para prevenir accidentes, evitar las circunstancias que dan lugar a estos fallos y reducir las consecuencias de los accidentes. En esta etapa se utiliza una metodología que utiliza cadenas causales del tipo:

Factor causal → Fallo → Circunstancias → Accidente → Consecuencias

3. Evaluación de las medidas de control de riesgo.

Las medidas propuestas se evalúan de acuerdo a su capacidad para reducir de forma efectiva los riesgos existentes. Para esta evaluación se aplica la metodología propuesta en la fase de “Análisis de riesgo” para lo que se definen las matrices de análisis de riesgo.

4. Agrupación de las medidas de control de riesgo.

Estas medidas se agrupan en las “opciones de control de riesgo”, entendidas como normas regulatorias que pueden bien minorar la posibilidad de inicio de una secuencia de eventos que culmine en un accidente o bien evitar el desarrollo en cadena de accidentes.

2.4. Evaluación coste-beneficio

En esta cuarta fase se identifican y comparan los costes y beneficios asociados con cada una de las opciones de control de riesgo definidas, valorados en términos de la reducción de riesgo conseguida respecto a la situación de partida.

Algunos de los índices utilizados en esta fase son el “Coste bruto de evitación de una muerte” y el “Coste neto de evitación de una muerte”:

$$\text{Coste bruto} = \Delta C / \Delta R$$

$$\text{Coste neto} = (\Delta C - \Delta B) / \Delta R$$

Siendo:

ΔC : Coste por barco de la opción de control de riesgo en estudio.

ΔB : Beneficio por barco de la opción de control de riesgo en estudio.

ΔR : Reducción de riesgo por barco, en términos del número de muertes evitadas.

2.5. Recomendaciones para la toma de decisiones

En esta última fase se presentan las recomendaciones a los decisores de forma que se puedan estudiar y validar.

Estas recomendaciones deben estar basadas en la comparación y clasificación ordenada de todos los peligros y sus causas subyacentes, y de todas las opciones de control de riesgo con sus costes y beneficios asociados. Como resultado se deben identificar aquellas opciones que mantienen los riesgos en entornos tolerables.

Esta fase conduce a una comparación objetiva de las alternativas existentes en términos de reducción de riesgos y evaluación coste-beneficio, y una realimentación para las cuatro fases previas del proceso FSA.

2.6. Recogida y análisis de información

La “Evaluación formal de seguridad” propuesta por la IMO es un proceso secuencial e iterativo que se puede resumir como se indica en la Fig. 23.



Fig. 23 : Procedimiento para la evaluación de riesgos.

Este proceso se puede considerar como un proceso de recogida y análisis de información que se esquematiza de la siguiente forma:

1. Identificación de peligros.

a. Características de la ruta.

- i. Longitud y ancho de la ruta.
- ii. Densidad y volumen de tráfico.

b. Características de los barcos.

- i. Manga, eslora y calado.
- ii. Velocidad media.

c. Condiciones climatológicas.

- i. Viento, corriente, oleaje, mareas y visibilidad.

2. Análisis de riesgo.

a. Análisis de probabilidad para los distintos tipos de accidente.

- i. Estimación de la probabilidad geométrica.
- ii. Estimación del factor causal.

- b. Análisis de consecuencias.
 - i. Estimación en términos de vidas humanas, daños estructurales, vertidos al mar, impacto medioambiental.
 - c. Análisis de sensibilidad y de incertidumbre.
3. Medidas de control de riesgo.
- a. Definición de áreas de control.
 - i. Areas de alta probabilidad de accidente.
 - ii. Areas de altas consecuencias.
 - iii. Areas de alta incertidumbre.
 - b. Propuestas de medidas de reducción de riesgo.
 - c. Evaluación coste-beneficio.
 - d. Análisis de sensibilidad y de incertidumbre.
4. Recomendaciones de reducción de riesgos.
- a. Medidas de seguridad.
 - b. Planes de emergencia.

3. Modelización de la probabilidad de accidente

3.1. Tipos de accidente

Los tipos de accidentes más importantes son la varada y la colisión, [405].

La varada se define como el impacto de un barco con la costa o con el fondo del mar, dando lugar a daños en la parte sumergida del casco, provocando la entrada de agua y comprometiendo la estabilidad y la integridad estructural del barco. La varada se puede producir con los motores en marcha por un error de navegación o con el barco a la deriva por la acción del viento o las corrientes marinas.

La colisión es el impacto estructural entre dos barcos y puede ser de tres tipos: frontal, por alcance, y en cruce. A su vez la colisión en cruce, según el ángulo entre la dos rutas que se cruzan, se denomina choque lateral, en cruce o en curva, (ver Fig. 24).

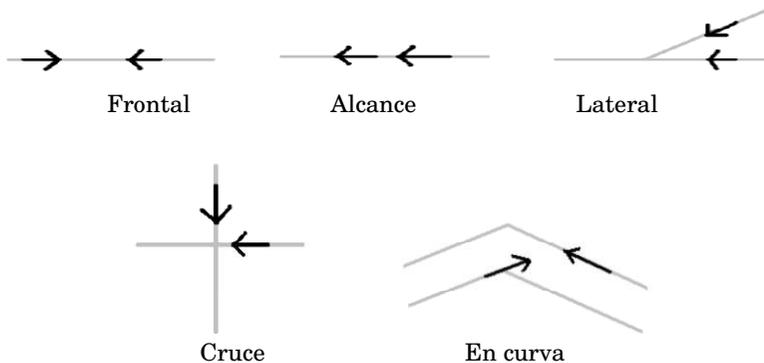


Fig. 24 : Tipos de colisión entre barcos (Ylitalo, 2010)

3.2. Modelización de la probabilidad de colisión

Los modelos considerados en este apartado son modelos estáticos que tienen en cuenta las características físicas de las rutas en estudio: longitud y ancho, localizando la ubicación de los puntos (waypoints) de inicio y fin de ruta, los ángulos entre rutas, el número de tránsitos y la distribución del tráfico a través de la ruta.

Estos modelos consideran que la frecuencia de colisión no depende del tiempo ya que suponen que la aparición de un barco en un área determinada sigue un proceso estacionario de Poisson.

3.2.1. Modelo de Pedersen

El cruce de dos rutas se representa en la Fig. 25.

Cuando dos barcos se aproximan al cruce su velocidad relativa, V_{ij} , sigue la siguiente expresión:

$$V_{ij} = \sqrt{(V_i^{(1)})^2 + (V_j^{(2)})^2 - 2 V_i^{(1)} V_j^{(2)} \cos \theta}$$

Siendo :

$V_i^{(1)}$: La velocidad del barco i en la ruta 1

$V_j^{(2)}$: La velocidad del barco j en la ruta 2

θ : El ángulo formado por las rutas 1 y 2.

En este modelo los barcos se agrupan según su tipo y dimensiones, de manera que características como velocidad, maniobrabilidad y factor causal se establecen para cada grupo.

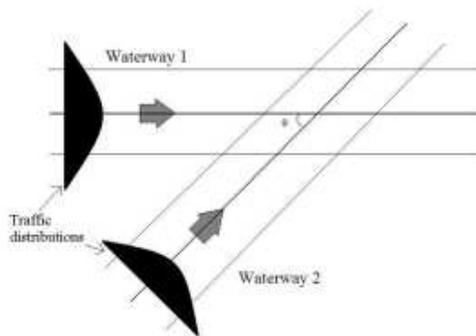


Fig. 25 : Cruce de rutas marítimas (Ylitalo, 2010)

Por otra parte, el diámetro geométrico de colisión se calcula, de acuerdo a la Fig. 26, según la expresión:

$$D_{ij} = \frac{L_i^{(1)}V_j^{(2)} + L_j^{(2)}V_i^{(1)}}{V_{ij}} \sin \theta + B_j^{(2)} \left\{ 1 - \left(\sin \theta \frac{V_i^{(1)}}{V_{ij}} \right)^2 \right\}^{1/2} + B_i^{(1)} \left\{ 1 - \left(\sin \theta \frac{V_j^{(2)}}{V_{ij}} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

Siendo:

- $L_i^{(1)}$: La longitud del barco i en la ruta 1
- $L_j^{(2)}$: La longitud del barco j en la ruta 2
- $B_i^{(1)}$: El ancho del barco i en la ruta 1
- $B_j^{(2)}$: El ancho del barco j en la ruta 2

El número de barcos candidatos, N_a , a sufrir una colisión en el área de cruce considerada en un intervalo de tiempo Δt se calcula como:

$$N_a = \sum_i \sum_j \iint_{\Omega(z_i, z_j)} \frac{Q_{1i}Q_{2j}}{V_i^{(1)}V_j^{(2)}} f_i^{(1)}(z_i) f_j^{(2)}(z_j) V_{ij} D_{ij} dA \Delta t$$

Siendo:

- ij: Clases de barcos en las rutas en estudio
- Q_{1i} : Número de barcos de la clase i en la ruta 1 por unidad de tiempo

Q_{2j} : Número de barcos de la clase j en la ruta 2 por unidad de tiempo

$f_i^{(1)}$: La distribución del tráfico de los barcos clase i en la ruta 1

$f_j^{(2)}$: La distribución del tráfico de los barcos clase j en la ruta 2

z_i : Distancia desde el eje en la ruta

z_j : Distancia desde el eje en la ruta

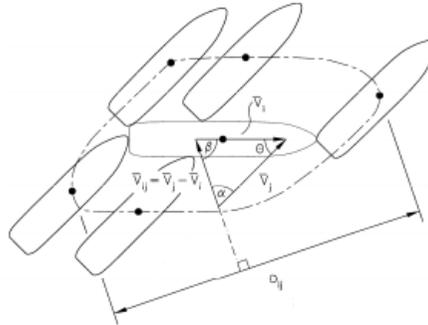


Fig. 26 : Definición del diámetro geométrico de colisión (Pedersen, 1995)

Para obtener la frecuencia de colisión se multiplica el número de barcos candidatos por el factor causal.

Si se considera que la distribución del tráfico en la ruta sigue una distribución normal se puede expresar de acuerdo a los parámetros de esta función normal y a la distancia desde la posición del buque hasta el eje de la ruta:

$$f_j^{(2)}(z_j) = \frac{1}{\sigma_j^{(2)} \sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(z_j - \mu_j^{(2)})^2}{2(\sigma_j^{(2)})^2}\right)$$

Siendo:

$\mu_j^{(2)}$: El valor medio de z_j

$\sigma_j^{(2)}$: La desviación estandar de z_j

Para rutas paralelas, siendo $\theta = 180^\circ$ y $\sigma_1 = \sigma_2$, el número de barcos candidatos a colisión es:

$$N_a = \frac{\sqrt{\pi}}{2} L \sum_i \sum_j \frac{Q_{1i} Q_{2j}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} (V_i^{(1)} + V_j^{(2)}) (B_i^{(1)} + B_j^{(2)}) \frac{1}{\sigma_1} \exp\left(\frac{-\mu^2}{4\sigma_1^2}\right) \Delta t$$

Siendo L la longitud de las rutas paralelas y μ la distancia que separa los ejes de ambas rutas, tal como refleja la Fig. 27.

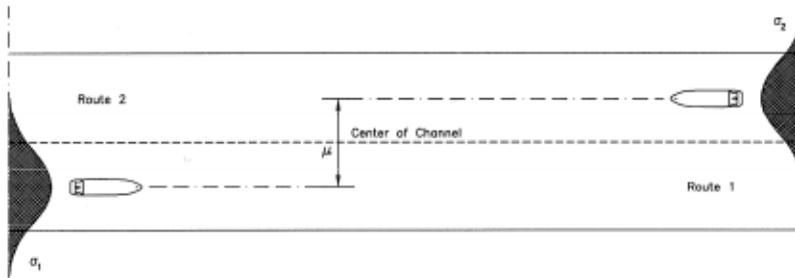


Fig. 27 : Situación de colisión frontal (Ylitalo, 2010)

3.2.2. Modelo de Montewka

Este modelo presentado por Montewka y otros, [414,445], propone sustituir el diámetro geométrico de colisión de Pedersen por la “distancia mínima para colisión” (MDTC en sus siglas en inglés). Esta MDTC será una variable de entrada para el modelo que estima la probabilidad de colisión y depende de la maniobrabilidad de los barcos, del ángulo de intersección α entre ambas trayectorias en el punto de colisión potencial, y del ángulo β que resulta de la orientación relativa de un barco respecto a otro, Fig. 28.

Esta propuesta considera que la colisión entre dos barcos se producirá si la distancia entre ambos impide la posibilidad de realizar maniobras evasivas y tiene en cuenta que el espacio y el tiempo que requiere un barco para desarrollar una maniobra determinada depende de su hidrodinámica y de sus características de maniobrabilidad.

El modelo se basa en el modelo de colisión molecular reducido a dos dimensiones. Un barco es representado por una partícula rodeada por un círculo de radio dado que constituye su área de seguridad, Fig. 29.

La situación de colisión entre dos barcos se representa por el círculo resultante del solapamiento del área de seguridad de cada uno de ellos. El radio obtenido como suma de los radios de los círculos originales es el valor correspondiente a la MDTC. La colisión no podrá ser evitada por ninguna maniobra si la distancia entre los dos barcos es menor que la MDTC.

El modelo define la distancia de seguridad, la distancia mínima de colisión y la distancia de colisión como recoge la Fig. 30.

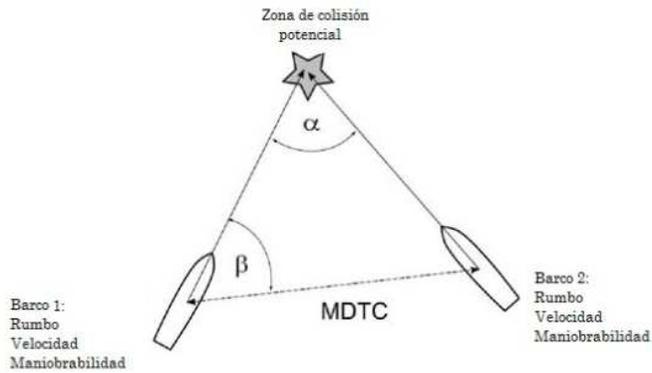


Fig. 28 : Factores que determinan la MDTC (Montewka, 2010)

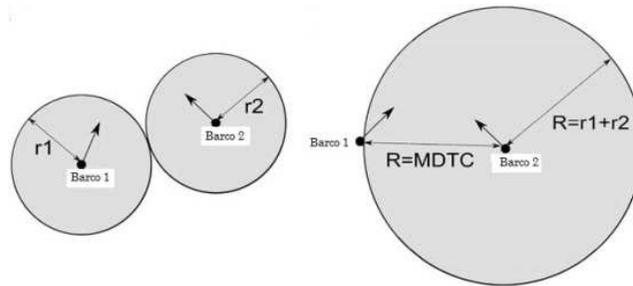


Fig. 29 : Representación de la situación de colisión (Montewka, 2010)

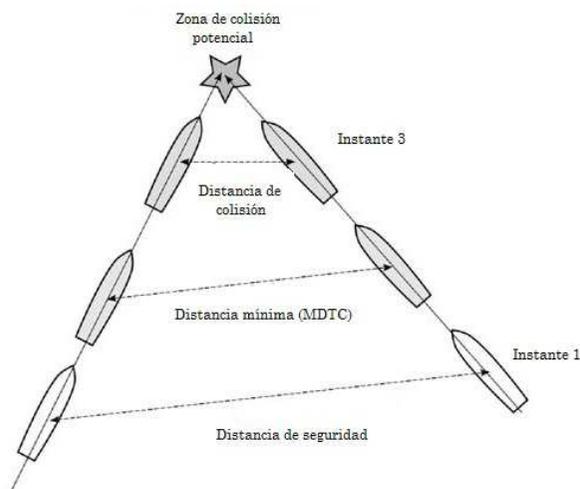


Fig. 30 : Definición de distancias (Montewka, 2010)

3.2.3. Modelo de Fowler y Sorgard

Este modelo no calcula el número de barcos candidatos y propone calcular la frecuencia de situaciones críticas, n_{co} , definiendo una situación crítica como aquella en la que dos barcos se cruzan a menos de media milla náutica. Posteriormente esta frecuencia se multiplica por el factor causal, p_{co} , para obtener la frecuencia de colisión, f_{co} . Considera situaciones de visibilidad normal y visibilidad reducida con lo que expresa la frecuencia de colisión como:

$$f_{co} = n_{co}(p_{nor}P_{co,nor} + p_{red}P_{co,red})$$

Siendo:

p_{nor} : Probabilidad de visibilidad normal.

p_{red} : Probabilidad de visibilidad reducida.

$P_{co,nor}$: Factor causal en condiciones de visibilidad normal.

$P_{co,red}$: Factor causal en condiciones de visibilidad reducida.

3.2.4. Modelo de Macduff

Este modelo supone que los barcos navegan a la misma velocidad y tienen dimensiones similares. De los tipos de accidentes enumerados en el apartado 1.2., solo contempla las colisiones en cruce y considera un barco que se aproxima a una ruta con un ángulo de aproximación θ .

Define la probabilidad geométrica de colisión como:

$$P_c = \frac{X L \sin(\theta/2)}{D^2 925}$$

Siendo:

D: Distancia media entre barcos.

X: Longitud del camino libre que un barco puede recorrer sin colisionar cuando se incorpora a la ruta.

L: Longitud media del barco

3.2.5. Modelo usado en IWRAP Mk 2

El modelo de Pedersen es utilizado en el software IWRAP (IALA Waterway Risk Assessment Program) Mk2, [413], recomendado por IALA (International Association of Marine Aids to Navigation and Lighthouse Authorities).

IWRAP Mk 2 permite el tratamiento y el análisis de los datos aportados por el sistema AIS.

Para la agrupación de los barcos por tipo y tamaño, tal como propone el modelo de Pedersen, usa las tablas propuestas por el Lloyd's Register.

Considera los cinco tipos de colisión presentados en el apartado 3.1.: alcance, frontal, cruce, lateral y en curva.

Para la colisión frontal, calcula el número de barcos candidatos a colisionar como:

$$N_a(frontal) = L \sum_{i,j} P_{i,j} (frontal) \frac{(V_i^{(1)} + V_j^{(2)})}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} (Q_i^{(1)} Q_j^{(2)})$$

Donde $P_{i,j} (frontal)$ es la probabilidad de que dos barcos choquen frontalmente si no realizan maniobras evasivas.

Supone que el tráfico sigue una distribución normal con parámetros $(\mu_i^{(1)}, \sigma_i^{(1)})$ y $(\mu_j^{(2)}, \sigma_j^{(2)})$, la distancia media entre la proa de los barcos que navegan en dirección contraria será $\mu = \mu_i^{(1)} + \mu_j^{(2)}$, y la desviación estandar de la distribución conjunta será $\sigma_{ij} = \sqrt{(\sigma_i^{(1)})^2 + (\sigma_j^{(2)})^2}$.

En este caso, la probabilidad de choque frontal se puede expresar como:

$$P_{i,j}(frontal) = \Phi\left(\frac{\mathbb{B}_{ij} - \mu}{\sigma_{ij}}\right) - \Phi\left(-\frac{\mathbb{B}_{ij} + \mu}{\sigma_{ij}}\right)$$

Siendo \mathbb{B}_{ij} la manga media de los barcos, $\mathbb{B}_{ij} = \frac{B_i^{(1)} + B_j^{(2)}}{2}$.

Para la colisión por alcance, el número de barcos candidatos será:

$$N_a(alcance) = L \sum_{i,j} P_{i,j} (alcance) \frac{(V_i^{(1)} - V_j^{(2)})}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} (Q_i^{(1)} Q_j^{(2)})$$

La probabilidad de colisión por alcance de dos barcos se puede expresar como:

$$P_{i,j}(\text{alcance}) = \Phi(y_i^{(1)} - y_j^{(1)}) - \Phi(y_i^{(1)} - y_j^{(2)})$$

Siendo y_i e y_j las distancias del eje de los barcos i y j al eje de la ruta.

Supone que el tráfico sigue una distribución normal con parámetros $(\mu_i^{(1)}, \sigma_i^{(1)})$ y $(\mu_j^{(2)}, \sigma_j^{(2)})$, la distancia media será $\mu = \mu_i^{(1)} - \mu_j^{(2)}$, y la desviación estandar de la distribución conjunta será $\sigma_{ij} = \sqrt{(\sigma_i^{(1)})^2 + (\sigma_j^{(2)})^2}$.

Para la colisión en cruce sigue el modelo de Pedersen y estima el número de barcos candidatos como:

$$N_a(\text{cruce}) = \sum_{i,j} \frac{Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} D_{ij} V_{ij} \frac{1}{\sin \theta}$$

Estando θ acotado entre 10° y 170° .

Los casos de colisión lateral y en curva se tratan como casos particulares de la colisión en cruce, en los que $P_{i,j}$ es igual a 0,5 y 0,01 respectivamente.

IWRAP introduce de forma simplificada los barcos pequeños que no están obligados a instalar una emisora para la transmisión de datos, asumiendo que el tráfico de este tipo de buques se distribuye de forma uniforme a lo largo del año y espacialmente en la ruta en estudio.

3.3. Modelización de la probabilidad de varada

El trabajo de J. Ylitalo, "Modelling Marine Accident Frequency", [405], presenta un análisis detallado de alguno de los modelos propuestos para estimar la probabilidad de varada.

3.3.1. Modelo de Pedersen

Distingue cuatro situaciones que provocan una varada:

- Error humano o técnico
- Barco que no cambia su curso para evitar un obstáculo
- Barco que cambia tarde y no puede evitar el accidente
- Barco a la deriva o barco fuera de ruta

Estas situaciones se reflejan en la Fig. 31.

Pedersen propone las siguientes formulas para estimar el número de varadas por año:

$$F_{cat I} = \sum_i^n P_{ci} Q_i \int_L f_i(z) B_i dz$$
$$F_{cat II} = \sum_i^n P_{ci} Q_i P_0^{(d-a_i)/a_i} \int_L f_i(z) B_i dz$$

Siendo:

P_{ci} : Factor causal.

Q_i : Número de barcos.

z : Perpendicular asociada a la ruta.

$f_i(z)$: Función de distribución.

B_i : Función de varada, toma el valor 1 si el barco vara en ausencia de maniobras evasivas y el valor 0 si la varada no se produce en ningún caso.

P_0 : Probabilidad de no chequear la posición del barco

d : Distancia desde donde se inicia la maniobra de giro hasta el obstáculo.

a_i : Longitud media entre posiciones chequeadas por el navegador.

3.3.2. Modelo de Fowler y Sorgard

Distingue entre varada en marcha y varada a la deriva. Define la situación crítica como la que se presenta si el barco se encuentra a 20 m. de la costa y necesita realizar maniobras evasivas para evitar que se produzca la varada. La expresión que estima la frecuencia de varada en marcha es:

$$f_{va,mch} = n_{va,mch}(P_{nor}p_{va,nor} + P_{red}p_{va,red})$$

Siendo:

P_{nor} y P_{red} : Las probabilidades de visibilidad normal y reducida.

$p_{va,nor}$ y $p_{va,red}$: Los factores causales de varada.

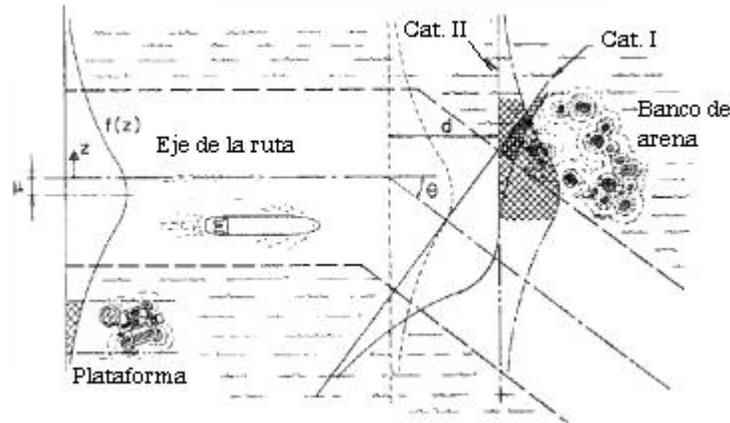


Fig. 31 : Giro en una ruta (Pedersen, 1995)

Un barco a la deriva puede evitar la varada si es reparado, si es remolcado o si consigue anclar. La expresión que estima la frecuencia de varada a la deriva es:

$$f_{va,der} = \sum_l f_l p_{der} \sum_w p_w [(1 - p_{rep})(1 - p_{rem})(1 - p_{anc})]$$

Siendo:

f_l : Número de barcos averiados por año

p_{der} : Probabilidad de que un barco a la deriva se dirija a la costa

p_w : Probabilidad de una categoría de velocidad del viento

p_{rep} : Probabilidad de que el barco sea reparado antes de la varada

p_{rem} : Probabilidad de que el barco sea remolcado antes de la varada

p_{anc} : Probabilidad de que el barco disponga de espacio para anclar antes de la varada.

3.3.3. Modelo de Simonsen

Desarrollado a partir del modelo de Pedersen, considera que la probabilidad de no chequear la posición del barco sigue una distribución de Poisson, con lo que las ecuaciones del modelo de Pedersen quedan como:

$$F_{cat I} = \sum_i^n P_{ci} Q_i \int_L f_i(z) B_i dz$$

$$F_{cat II} = \sum_i^n P_{ci} Q_i e^{-d/a_i} \int_L f_i(z) B_i dz$$

3.3.4. Modelo usado en IWRAP Mk 2

Para la varada en marcha utiliza los modelos de Pedersen y Simonsen, considerando que el factor a_i , longitud media entre posiciones chequeadas por el navegador, es proporcional a la velocidad del barco.

Para la varada a la deriva considera que la probabilidad de bloqueo sigue una distribución de Poisson y responde a la expresión:

$$P_{bloqueo}(L) = 1 - \exp\left(-\lambda_{bloqueo} \frac{L_{segmento}}{v_{barco}}\right)$$

La velocidad de deriva se estima constante entre 1 m/s y 3 m/s y el tiempo de reparación del barco sigue una distribución de Weibull de parámetros $\lambda = 1.05$ y $\alpha = 0.9$, con lo que la probabilidad de no reparar el barco se obtiene a partir de la expresión de la función de fiabilidad:

$$F_{no\ reparaci3n}(t) = e^{-(1.05t)^{0.9}}$$

3.4. Modelización del factor causal

El factor causal se estima utilizando árboles de fallos o redes bayesianas.

Está relacionado con la meteorología, tecnología de comunicación, características de navegación, conocimientos y aptitudes de la tripulación, cultura de seguridad de la empresa propietaria y características del barco.

Su estimación está afectada por la imprecisión que caracteriza a la definición de alguna de estas variables. Normalmente se acude a formulas de validación confrontando los resultados obtenidos con las estadísticas de accidentes disponibles.

Los factores causales propuestos por IWRAP se recogen en la Fig. 32.

Tipo de accidente	Factor causal
Colisión frontal	$0.5 \cdot 10^{-4}$
Colisión por alcance	$1.1 \cdot 10^{-4}$
Colisión en cruce	$1.3 \cdot 10^{-4}$
Colisión en curva	$1.3 \cdot 10^{-4}$
Colisión lateral	$1.3 \cdot 10^{-4}$
Varada	$1.6 \cdot 10^{-4}$

Fig. 32 : Factores causales por defecto en IWRAP (Friis-Hansen, 2009)

4. Datos AIS (Automatic Identification System)

El AIS (Automatic Identification System) es un sistema que permite a los barcos el intercambio electrónico de información con otros barcos, con aeronaves y con estaciones en tierra, y que también transmite la información al Servicio de Tráfico de Buques lo que facilita la observación a las autoridades competentes (Administración Marítima, Autoridades Portuarias,...).

La Regulación 19 del capítulo V del Convenio SOLAS (Safety Of Life at Sea) establece: “Todos los barcos de carga de 300 toneladas brutas o más en travesías internacionales, todos los barcos de carga de 500 toneladas brutas o más que navegen en rutas no internacionales y los barcos de pasajeros, independientemente de su tamaño, deberán instalar a bordo un sistema automático de identificación (AIS)”.

Los objetivos establecidos por la IMO en el año 2001, [411], al implementar el AIS son los de reforzar la seguridad y la eficiencia de la navegación, la seguridad de la vida humana en el mar y la protección del medio ambiente.

A su vez, el Convenio SOLAS establecido por la IMO señala los propósitos del sistema:

- Proporcionar información de forma automática a las estaciones costeras, a otros buques y a aeronaves que estén debidamente equipados, incluyendo datos de identificación,

velocidad, estado de navegación y otros datos que afecten a la seguridad.

- Recibir automáticamente la información anterior procedente de otros buques.
- Monitorizar y realizar el seguimiento de los barcos.
- Intercambiar información con las estaciones costeras.

La información AIS, Fig. 33, incluye diferentes tipos de datos: información estática, información dinámica, información relativa a la travesía y mensajes cortos de seguridad.

La información estática se incorpora al instalar el sistema y no suele sufrir cambios posteriores. Incluye datos de identificación: número IMO y número MMSI (Maritime Mobile Service Identity), nombre del barco, señal de emisión, dimensiones del barco: manga y eslora, tipo de barco y localización de la antena.

La información dinámica se obtiene automáticamente desde los sensores instalados en el barco y conectados al sistema. Incluye datos de posición, rumbo, estado de navegación, velocidad (SOG: Speed over ground), curso (COG: Course over ground), rumbo y relación de giro. El estado de navegación se incorpora manualmente. El reporte de información dinámica se envía en intervalos de entre 2 y 10 segundos, dependiendo de la velocidad si el barco está en movimiento, y cada 3 minutos si el barco está parado. Esta información emitida por el sistema AIS permite reconstruir con exactitud la trayectoria seguida por los barcos.

Tipos de información Sistema AIS		
Estática	Dinámica	Travesía
MMSI (Identificación)	Posición del barco	Calado actual
Nombre del barco y señal	Estado de navegación	Tipo de carga
Número IMO	Ruta (COG)	Destino
Dimensiones	Velocidad (SOG)	Hora estimada de llegada
Tipo de barco	Rumbo	Plan de ruta
Localización de antena	Ratio de giro (ROT)	Nº de personas a bordo

Fig. 33 : Información aportada por el sistema AIS

La información relativa a la travesía es actualizada manualmente por la tripulación en cada viaje. Incluye calado actual, tipo de carga, puerto de destino, fecha y hora estimadas de llegada, plan de ruta y número de personas a bordo.

El sistema presenta algunas limitaciones que son analizadas en [465]. Puede suministrar información errónea sobre la identificación, las dimensiones o el tipo de barco. La información relativa a cada trayecto no siempre es actualizada. En general, la transmisión de información puede estar afectada por problemas de comunicación. Además, los barcos pequeños, que normalmente no tienen instalado el sistema AIS, no están incluidos en los datos AIS aunque incrementan el riesgo de accidentes porque disminuyen las opciones de realizar maniobras evasivas. A pesar de estas limitaciones, los datos AIS se incorporan habitualmente a los análisis de riesgo de tráfico marítimo, mejorando significativamente la precisión de sus resultados. Estas limitaciones deben especificarse en el momento de presentar las conclusiones de los informes.

5. Riesgo tolerable y criterios de aceptación de riesgo

El concepto de riesgo tolerable se puede delimitar a partir de la propuesta realizada por el Health & Safety Executive (HSE) [303], Fig. 34.

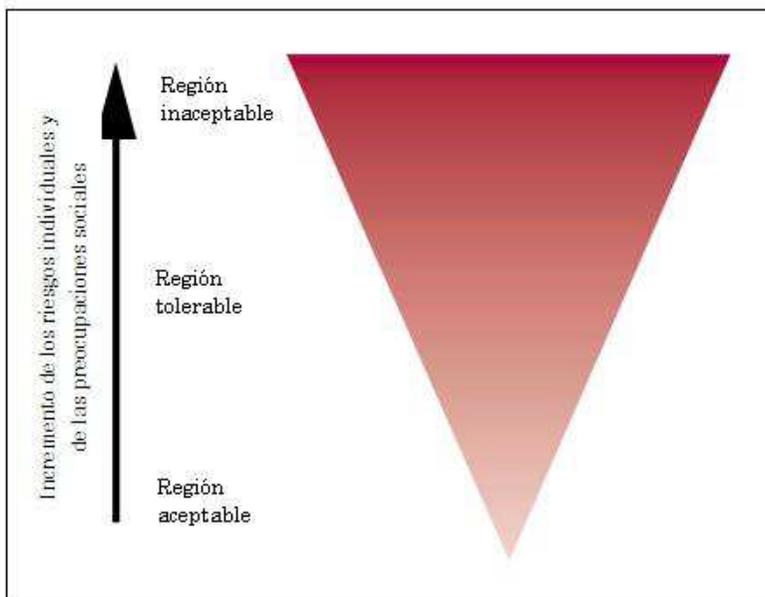


Fig. 34 : Aceptación del riesgo (HSE, 2001)

En esta propuesta el triángulo representa el incremento del nivel de riesgo (medido por los riesgos individuales y las preocupaciones sociales que genera) para una actividad peligrosa determinada.

La zona más oscura en la parte superior representa una región de

riesgo inaceptable. Una actividad cuyo riesgo esté en esta zona no será aceptada independientemente del beneficio que lleve asociado. Esta actividad debe ser descartada salvo que se pueda reducir el nivel de riesgo o se deba mantener por razones excepcionales.

La zona de color más claro en la parte inferior representa un región de riesgo aceptable, donde el riesgo es insignificante y está suficientemente controlado. Se corresponde con actividades no peligrosas o controladas para producir riesgos muy bajos.

Entre las dos zonas anteriores se encuentra la región de riesgo tolerable o región ALARP. En esta zona la naturaleza y el nivel de los riesgos están valorados y esta valoración se utiliza para definir medidas de control. Los riesgos residuales no son excesivamente altos y se mantienen “tan bajos como sea razonablemente práctico” (ALARP: **As Low As Reasonably Practicable**). Este riesgo residual se debe minorar mediante la aplicación de las medidas de control oportunas hasta que se sitúe en la región aceptable. Si la reducción de riesgo implica un esfuerzo superior a lo razonablemente práctico, la sociedad debe decidir si el beneficio obtenido de la actividad justifica su continuación. Los riesgos de esta zona se revisan periódicamente para asegurar que se mantienen en la región tolerable.

Esta propuesta de HSE expresa el riesgo de forma cualitativa para lo que habitualmente se utilizan las matrices de riesgo, sin excluir el uso de valores numéricos que puede ser adecuado en algunos casos.

Por otra parte, los llamados criterios de aceptación de riesgo definen los límites de las regiones de riesgo. La IMO usa la denominación “criterios de evaluación de riesgos” para expresar que, además de estos criterios, pueden existir otras consideraciones para situar el riesgo de una actividad en una región determinada.

Las Directrices de la IMO no establecen los valores correspondientes a estos criterios. La HSE , [303,304], propone un riesgo máximo tolerable de una muerte por año por cada mil trabajadores en plantas nucleares y de una muerte por año por cada diez mil personas que, por el interés general, estén expuestos a los riesgos de una central nuclear. A partir de estos límites, Skjong [410] propone los siguientes criterios de aceptación de riesgo individual referidos al tráfico marítimo:

Riesgo máximo tolerable para la tripulación 10^{-3} muertes/año
Riesgo máximo tolerable para los pasajeros 10^{-4} muertes/año
Riesgo aceptable 10^{-6} muertes/año

Es decir que asimila la tripulación del buque a los trabajadores de las plantas nucleares, utiliza un criterio algo más restrictivo para los pasajeros debido a que están menos informados sobre los riesgos y considera un riesgo aceptable como aquel que representa un riesgo insignificante para un individuo.

6. Resumen del capítulo

Este capítulo trata sobre los fundamentos del análisis de riesgo en el ámbito del tráfico marítimo a partir del documento publicado por la IMO (International Maritime Organization) sobre “Directrices para la evaluación formal de la seguridad”. En este documento se definen los pasos que debe incluir una evaluación de seguridad desde la fase inicial de identificación de peligros hasta la propuesta de recomendaciones para la toma de decisiones. Estas recomendaciones están fundamentadas en la definición y evaluación de distintas opciones de control de riesgos y, a su vez, estas opciones se enuncian y se valoran a partir del análisis de riesgo propiamente dicho.

Se incluye una investigación sobre el estado del arte en la modelización de riesgos en tráfico marítimo, tanto en los accidentes de colisión entre barcos como en los accidentes de varada.

También trata sobre las características del sistema AIS (Automatic Identification System) que permite el intercambio de información barco-barco y entre barcos y estaciones costeras. El sistema AIS ha supuesto una mejora sustancial de la información disponible para elaborar los análisis de riesgo y ha aumentado la calidad de los resultados conseguidos.

Por último presenta los criterios de aceptación de riesgo enunciados por el HSE.

Los distintos temas recogidos en los capítulos 2 y 3 constituyen la base teórica para abordar el proceso de cuantificación y propagación de la incertidumbre en la modelización de la probabilidad de colisión en el tráfico marítimo que se analiza en el próximo capítulo.

Capítulo 4. Incertidumbre en la modelización de la probabilidad de colisión en el tráfico marítimo

1. Introducción

A partir del procedimiento para el análisis de riesgo en el tráfico marítimo propuesto por la IMO es posible describir las fuentes de incertidumbre presentes en este análisis.

El análisis en su conjunto presenta tanto incertidumbre aleatoria, originada por el comportamiento aleatorio de algunas de las variables que intervienen, como incertidumbre epistémica asociada con la complejidad del sistema en estudio.

Si se considera la tipología propuesta por Rowe, apartado 1.3., el análisis presenta incertidumbres de tipo temporal, de tipo estructural y de tipo métrico, este último relacionado con la necesidad de trabajar con información referida a periodos muestrales pasados para estimar la evolución del tráfico en periodos futuros.

En la fase de “Identificación de peligros”, la incertidumbre viene determinada por las condiciones climatológicas y por el carácter muestral de la información relativa a las características de los barcos. En el “Análisis de riesgos” hay fuentes de incertidumbre tanto en el análisis de la probabilidad de ocurrencia de un accidente como en la evaluación de sus consecuencias. En la fase de “Medidas de control de riesgos” hay carencias de información en el proceso de evaluación coste/beneficio. Por último, la fase de “Recomendaciones de reducción de riesgos” está condicionada por las incertidumbres existentes a lo largo del proceso en cada una de las fases anteriores. Por tanto, la incertidumbre está presente en todas las etapas que conforman el procedimiento de evaluación, Fig. 35.

El proceso de cuantificación de incertidumbre, tal y como se recogió en la Fig. 18, se compone de cuatro fases:

- Representación de incertidumbre en las variables de entrada.
- Agregación de las fuentes de incertidumbre.
- Propagación de la incertidumbre a través del modelo.
- Representación de incertidumbre en las variables de salida.

En este capítulo se evaluarán primero los distintos modelos propuestos para modelizar la probabilidad de accidentes entre barcos y, una vez seleccionado uno de estos modelos, se identificará la metodología de gestión de incertidumbre que mejor se adecúa al modelo elegido y se

desarrollarán los procesos de cuantificación y propagación de incertidumbre.

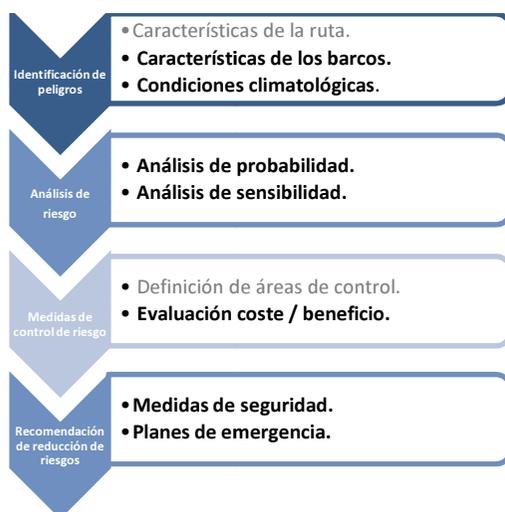


Fig. 35 : Fuentes de incertidumbre

2. Evaluación de los modelos de estimación de la probabilidad de colisión

En el capítulo anterior se presentaron las distintas propuestas de modelización de la probabilidad de colisión entre barcos:

1. Modelo de Pedersen.
2. Modelo de Montewka
3. Modelo de Fowler y Sorgard.
4. Modelo de Macduff.
5. Modelo utilizado en IWRAP Mk 2.

Alguno de estos modelos presentan ciertas limitaciones prácticas.

El modelo de Fowler y Sorgard define la frecuencia de colisión como el producto de la frecuencia de encuentros por la probabilidad de colisión por encuentro, indica que una situación crítica de encuentro se producirá cuando dos barcos se encuentren a media milla náutica, pero no indica ningún modo para calcular este número de encuentros. Además este modelo no considera variables como las dimensiones o la velocidad de los barcos.

El modelo de Macduff si incorpora las dimensiones de los barcos y considera para los cálculos la longitud media del conjunto de barcos presentes en la ruta. Por contra sólo contempla las colisiones en cruce. Además considera que el conjunto de barcos es un grupo homogéneo que tiene dimensiones similares y que navega a la misma velocidad. Estos supuestos de homogeneidad no se cumplen en las situaciones reales.

El modelo de Montewka supone que los barcos navegan a toda velocidad y que inician simultáneamente las maniobras evasivas. Para Goerlandt y Kujala, [458], estas limitaciones son muy restrictivas. Estos autores indican que los aspectos relativos a la maniobrabilidad de los barcos pueden ser incluidos en el factor causal.

El modelo de Pedersen es una evolución de los modelos propuestos por Fuji, [401], y MacDuff. IWRAP sigue el modelo de Pedersen y considera que la colisión se produce dentro del diámetro geométrico de colisión (definido como distancia crítica en una situación de encuentro entre buques) y que se calcula considerando la eslora, la manga, la velocidad y el ángulo de cruce entre los barcos. Este modelo agrupa los barcos según tipo y eslora y considera la velocidad media para cada grupo resultante.

Además IWRAP (IALA Waterway Risk Assessment Program) es un modelo computacional recomendado por la IALA (International Association of Marine Aids to Navigation and Lighthouse Authorities), [466], que permite la importación y el análisis de datos AIS.

Por las razones expuestas se considera que el modelo utilizado por IWRAP Mk2 es el mas conveniente y sobre este modelo se centrará el ejercicio de cuantificación y propagación de la incertidumbre en la modelización de la probabilidad de accidente en el tráfico marítimo.

3. Incertidumbres asociadas al modelo utilizado en IWRAP Mk 2

3.1. Descripción del modelo

La frecuencia de colisión entre barcos, λ_{col} , es el producto del número de barcos expuestos a una situación crítica que puede derivar en un accidente, denominado el número de candidatos a colisión, N_c , por un factor de reducción, llamado factor causal, P_c , que cuantifica la posibilidad de que estos barcos no sean capaces de realizar maniobras evasivas para evitar el accidente.

$$\lambda_{col} = N_c \cdot P_c$$

IWRAP propone la siguiente expresión para estimar el número de candidatos a colisión frontal o por alcance:

$$N_c = L \sum_{i,j} P_{i,j} \frac{V_{ij}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} (Q_i^{(1)} Q_j^{(2)})$$

Siendo:

L : Longitud de la ruta.

$P_{i,j}$: Probabilidad de colisión entre dos barcos

V_{ij} : Velocidad relativa entre los barcos

$V_i^{(1)}$: Velocidad de los barcos tipo i en la dirección (1)

$V_j^{(2)}$: Velocidad de los barcos tipo j en la dirección (2)

$Q_i^{(1)}, Q_j^{(2)}$: Número de travesías por unidad de tiempo para cada tipo de barco y tamaño en las direcciones (1) y (2).

En el modelo IWRAP se agrupan los barcos según la clasificación propuesta por Lloyd's Register que define 450 tipos de barcos clasificados en las catorce categorías que se recogen en la Fig. 36.

Tipo de barco	Código	Descripción
Crude oil tanker	1	Transporte de crudos
Oil products tanker	2	Transporte de derivados del petróleo
Chemical tanker	3	Transporte de productos químicos
Gas tanker	4	Transporte de gases
Container ship	5	Buque de contenedores
General cargo ship	6	Buque de carga, más lentos y antiguos
Bulk carrier	7	Transporte de carga seca a granel
Ro-Ro cargo ship	8	Roll on Roll off, transporte de cargamento rodado
Passenger ship	9	Buques de pasajeros que navegan a menos de 30 nudos
Fast ferry	10	Buques de pasajeros que navegan a mas de 30 nudos
Support ship	11	Barcos de apoyo: suministros, remolcadores, etc.
Fishing ship	12	Barcos de pesca
Other ship	13	Otros tipos de barcos
Pleasure boat	14	Barcos de recreo

Fig. 36 : Tipología de barcos en IWRAP

IWRAP permite la importación y análisis de los datos sobre el tráfico en una ruta aportados por el sistema AIS. Así los datos sobre el número de travesías para cada tipo de barco y tamaño en los dos sentidos de la ruta, $Q_i^{(1)}$ y $Q_j^{(2)}$, se presentan en tablas como la recogida en la Fig. 37.

A su vez, los valores de velocidad media y el índice que relaciona manga y eslora ($V_i, V_j, L_i/B_i$ y L_j/B_j) para cada intervalo de longitud en cada tipo de barco se obtienen utilizando las tablas predefinidas en el Lloyd's Register.

Data Item: Frequency		Traffic Volume Distribution: DEST TFE		Sum Adjusted Frequency:2021		Sum Frequency:2021		
	Oil products tanker	General cargo ship	Passenger ship	Fast ferry	Support ship	Pleasure boat	Other ship	
0-25	0	0	0	0	0	0	1	1
25-50	0	0	0	0	6	1	0	7
50-75	1	2	0	0	11	3	0	17
75-100	52	34	4	1	0	0	8	99
100-125	106	49	49	0	0	0	0	204
125-150	8	344	294	0	0	0	0	646
150-175	0	70	478	0	0	0	1	549
175-200	33	21	329	0	0	0	1	384
200-225	18	19	7	0	0	0	1	45
225-250	3	4	0	0	0	0	0	7
250-275	14	2	4	0	0	0	0	20
275-300	13	4	13	0	0	0	0	30
300-325	0	1	0	0	0	0	0	1
325-350	3	0	7	0	0	0	0	10
350-375	1	0	0	0	0	0	0	1
375-400	0	0	0	0	0	0	0	0

Fig. 37 : Información AIS-Frecuencia de travesías

A modo de ejemplo, la tabla correspondiente al tipo de barco “Crude oil tanker” se recoge en la Fig. 38.

Ship Type	Ship Code	Lpp [a;b]	Ntotal	E(L)	E(L/B)	E(B/D)	E(D/T)	E(Cb)	E(V) Knots	Bulb pct
Crude oil tanker	1	-1-425	1971	245	5.68	1.96	1.42	0.67	14.8	0.98
	1	0-25								
	1	25-50	6	40	5.12	2.40	1.10	0.12		
N=Number of ships	1	50-75	26	65	5.87	2.29	1.14	0.20	11.3	0.89
E() = average	1	75-100	40	89	6.26	2.04	1.16	0.20	12.4	0.88
L=Lpp=perpendicular	1	100-125	7	117	6.94	2.23	1.52	0.84	12.1	1.00
B=Breadth moulded	1	125-150	16	140	6.33	2.10	1.37	0.64	13.9	0.30
D=Depth	1	150-175	154	169	5.63	1.79	1.49	0.67	14.4	0.99
T=Draught	1	175-200	50	184	6.01	1.81	1.44	0.58	14.6	0.96
Cb=Block coefficient	1	200-225	221	218	6.28	1.80	1.45	0.70	14.5	0.97
V=Speed	1	225-250	611	234	5.61	2.02	1.45	0.70	14.7	1.00
Ships are from 1980-	1	250-275	336	262	5.60	2.01	1.41	0.72	14.9	1.00
	1	275-300	7	284	5.95	2.00	1.36	0.59	14.9	1.00
	1	300-325	478	317	5.43	1.96	1.42	0.66	15.4	0.96
	1	325-350	15	328	5.81	1.84	1.40	0.77	14.7	1.00
	1	350-375	4	366	5.38	2.19	1.29	0.83	16.1	1.00
	1	375-400								
	1	400-425								

Fig. 38 : Dimensiones y velocidad media por tipo de barco

IWRAP obtiene la velocidad de navegación para cada tipo y tamaño de barco a partir de la información facilitada por el sistema AIS, en su defecto utiliza las tablas propuestas por Lloyd’s Register. Para cada una de las subcategorías de barcos registradas en la ruta desde el sistema AIS, es decir celdas no vacías en la matriz recogida en la Fig. 37, IWRAP presenta la tabla de velocidades tal como se recoge en la Fig. 39.

Data Item: Average Speed		Traffic Volume Distribution: DEST TFE		Sum Adjusted Frequency:2021		Sum Frequency:2021	
	Oil products tanker	General cargo ship	Passenger ship	Fast ferry	Support ship	Pleasure boat	Other ship
0-25							18,40 (18,40)
25-50					13,10 (13,10)	14,20 (14,20)	
50-75	11,20 (11,20)	11,00 (11,00)			28,67 (13,00)	13,30 (13,30)	
75-100	13,64 (12,70)	12,30 (12,30)	25,62 (15,50)	38,20 (38,20)			21,91 (18,90)
100-125	13,79 (13,10)	14,39 (13,30)	18,00 (18,00)				
125-150	13,80 (13,80)	15,02 (14,80)	19,80 (19,80)				
150-175		16,86 (15,60)	21,60 (21,60)				(25,00)
175-200	20,14 (14,90)	18,01 (15,70)	23,40 (23,40)				52,00 (25,00)
200-225	14,90 (14,90)	20,08 (15,80)	20,80 (20,80)				(25,00)
225-250	28,60 (14,90)	25,38 (20,50)					
250-275	25,32 (15,60)	16,00 (20,50)	22,90 (22,90)				
275-300	24,36 (15,00)	27,50 (20,50)	22,10 (22,10)				
300-325		(20,50)					
325-350	36,67 (15,00)		(24,50)				
350-375	(15,00)						
375-400							

Fig. 39 : Información AIS - Velocidad por tipo y tamaño

En el caso de la colisión frontal, la velocidad relativa V_{ij} es la suma de las velocidades de los barcos y la probabilidad de colisión $P_{i,j}$ entre dos barcos es:

$$P_{i,j} = P[y_i^{(1)} + y_j^{(2)} < B_{ij}] - P[y_i^{(1)} + y_j^{(2)} < -B_{ij}]$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f_{Y_i} [F_{Y_j}(-y_i + B_{ij}) - F_{Y_j}(-y_i - B_{ij})] dy_j$$

Siendo:

B_{ij} : La eslora promedio de los barcos tipo i, j .

y_i, y_j : La distancia de las trayectorias de los barcos tipo i, j al eje de la ruta.

f_{Y_i}, f_{Y_j} : La distribución geométrica de probabilidad del tráfico de buques en la ruta.

Las distancias y_i, y_j vienen determinadas a partir del eje longitudinal de los barcos tipo i, j y la expresión anterior resulta del solapamiento entre las trayectorias de los dos barcos en estudio como se indica en la Fig. 40.

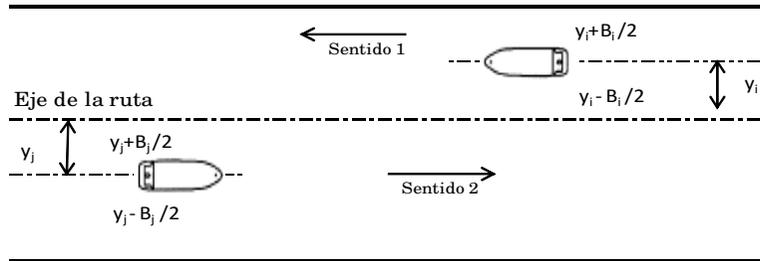


Fig. 40 : Situación de colisión frontal

La ecuación que estima el valor de $P_{i,j}$ se resuelve por integración numérica. Si las funciones f_{Y_i} y f_{Y_j} siguen una distribución normal la ecuación puede escribirse como:

$$P_{i,j} = \Phi\left(\frac{B_{ij} - \mu_{ij}}{\sigma_{ij}}\right) - \Phi\left(-\frac{B_{ij} - \mu_{ij}}{\sigma_{ij}}\right)$$

Siendo:

$\Phi(x)$: Función de distribución normal

$$\mu_{ij} = \mu_i^{(1)} + \mu_j^{(2)}$$

$$\sigma_{ij} = \sqrt{(\sigma_i^{(1)})^2 + (\sigma_j^{(2)})^2}$$

En el caso de la colisión por alcance, la velocidad relativa V_{ij} es la diferencia de las velocidades de los barcos (siendo $V_i > V_j$) y la probabilidad de colisión $P_{i,j}$ entre dos barcos es:

$$\begin{aligned} P_{i,j} &= P[y_i^{(1)} - y_j^{(2)} < B_{ij}] - P[y_i^{(1)} - y_j^{(2)} < -B_{ij}] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_{Y_i} [F_{Y_j}(y_i + B_{ij}) - F_{Y_j}(y_i - B_{ij})] dy_j \end{aligned}$$

A diferencia de la situación de colisión frontal, en este caso los dos barcos navegan en el mismo sentido de la ruta y la expresión anterior resulta del solapamiento de las trayectorias como se indica en la Fig. 41.

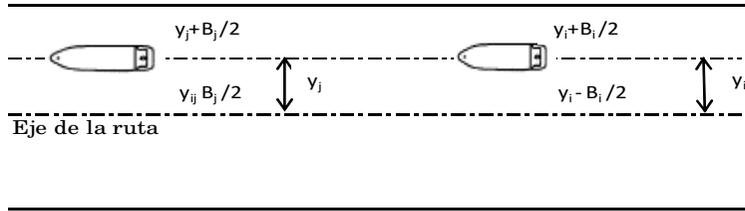


Fig. 41 : Situación de colisión por alcance

En este caso, si las funciones siguen una distribución normal, la distancia media de navegación entre dos buques se calcula como $\mu_{ij} = \mu_i^{(1)} - \mu_j^{(2)}$.

Por último, para la colisión en cruce también sigue el modelo de Pedersen y estima el número de barcos candidatos como:

$$N_a(\text{cruce}) = \sum_{i,j} \frac{Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} D_{ij} V_{ij} \frac{1}{\sin \theta}$$

Estando el ángulo θ acotado entre 10° y 170° .

La situación de la colisión en cruce se presentó en la Fig. 26. En este caso cuando dos barcos se aproximan al cruce su velocidad relativa sigue la siguiente expresión:

$$V_{ij} = \sqrt{(V_i^{(1)})^2 + (V_j^{(2)})^2 - 2 V_i^{(1)} V_j^{(2)} \cos \theta}$$

Siendo :

$V_i^{(1)}$: La velocidad del barco i en la ruta 1

$V_j^{(2)}$: La velocidad del barco j en la ruta 2

θ : El ángulo formado las rutas 1 y 2.

El diámetro geométrico total de colisión se calcula según la expresión:

$$D_{ij} = \frac{L_i^{(1)} V_j^{(2)} + L_j^{(2)} V_i^{(1)}}{V_{ij}} \sin \theta + B_j^{(2)} \left\{ 1 - \left(\sin \theta \frac{V_i^{(1)}}{V_{ij}} \right)^2 \right\}^{1/2} + B_i^{(1)} \left\{ 1 - \left(\sin \theta \frac{V_j^{(2)}}{V_{ij}} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

Siendo:

$L_i^{(1)}$: La longitud del barco i en la ruta 1

$L_j^{(2)}$: La longitud del barco j en la ruta 2

$B_i^{(1)}$: El ancho del barco i en la ruta 1

$B_j^{(2)}$: El ancho del barco j en la ruta 2

Para establecer la probabilidad de colisión entre dos barcos, IWRAP descompone el diámetro geométrico total en dos sumandos, $D_i^{(1)}$ y $D_j^{(2)}$, denominados diámetros geométricos aparentes de colisión, que representan el diámetro de colisión visto desde cada uno de los buques implicados y que se calculan según las expresiones siguientes:

$$D_i^{(1)} = \frac{L_j^{(2)} V_i^{(1)}}{V_{ij}} \sin \theta + \frac{1}{2} B_j^{(2)} \left\{ 1 - \left(\sin \theta \frac{V_i^{(1)}}{V_{ij}} \right)^2 \right\}^{1/2} + \frac{1}{2} B_i^{(1)} \left\{ 1 - \left(\sin \theta \frac{V_j^{(2)}}{V_{ij}} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

$$D_j^{(2)} = \frac{L_i^{(1)} V_j^{(2)}}{V_{ij}} \sin \theta + \frac{1}{2} B_i^{(1)} \left\{ 1 - \left(\sin \theta \frac{V_j^{(2)}}{V_{ij}} \right)^2 \right\}^{1/2} + \frac{1}{2} B_j^{(2)} \left\{ 1 - \left(\sin \theta \frac{V_i^{(1)}}{V_{ij}} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

A partir de estos dos diámetros geométricos aparentes de colisión se determina la probabilidad de que el barco tipo i colisione con el barco tipo j en la ruta 2:

$$P_{i \rightarrow j} = \frac{D_i^{(1)}}{D_{ij}}$$

De igual forma se determina la probabilidad de que el barco tipo j colisione con el barco tipo i en la ruta 1:

$$P_{j \rightarrow i} = \frac{D_j^{(2)}}{D_{ij}}$$

Las dos variantes de colisión en cruce siguen la misma expresión y se considera que, en el caso de colisión lateral, los barcos tienen una probabilidad de intersectar de 0,5; mientras que en la colisión en curva se considera que la probabilidad de que los barcos no realicen maniobras evasivas es de 0,01.

El segundo componente para determinar la frecuencia de colisión es el factor causal. Los valores del factor causal usados por IWRAP son: $0,5 \cdot 10^{-4}$ para colisión frontal, $1,1 \cdot 10^{-4}$ para colisión por alcance y $1,3 \cdot 10^{-4}$ para colisión en cruce.

La probabilidad de colisión durante un intervalo de tiempo Δt puede ser estimada por la frecuencia de colisión, λ_{col} . Bajo el supuesto de que la aparición de un barco en una ruta sigue un proceso estacionario de Poisson y que la frecuencia es invariante con el tiempo, la distribución exponencial puede ser utilizada para estimar esta probabilidad:

$$P_{col} = 1 - e^{-\lambda_{col}\Delta t} \approx \lambda_{col}\Delta t \quad \text{para } \lambda_{col} \rightarrow 0$$

IWRAP presenta como resultado la probabilidad de colisión para cada tipo de colisión en cada una de las rutas para todas las combinaciones posibles de los distintos tipos de barcos considerados dos a dos, resultando una matriz como la que se presenta a modo de ejemplo en la Fig. 42, donde se indica el tipo de accidente y la ruta en estudio.

Item	oil	oil products tanker	chemical tanker	General cargo ship	Passenger ship	Fast ferry	Support ship	Pleasure boat	Other ship	Sum
Crude oil tanker										
Oil products tanker	6,52729e-06		1,83761e-05	4,31533e-05	2,25426e-08	4,70374e-07	9,13332e-08	1,88131e-07	6,88291e-05	
Chemical tanker										
Gas tanker										
Container ship										
General cargo ship	1,83761e-05		4,84736e-05	0,000111065	5,90732e-08	1,1889e-06	2,54593e-07	5,4584e-07	0,000179963	
Bulk carrier										
Ro-Ro cargo ship										
Passenger ship	4,31533e-05		0,000111065	0,000242376	1,27968e-07	2,71369e-06	5,97047e-07	1,2778e-06	0,000401311	
Fast ferry	2,25426e-08		5,90732e-08	1,27968e-07	5,8508e-11	1,33636e-09	2,75526e-10	5,82405e-10	2,11837e-07	
Support ship	4,70374e-07		1,1889e-06	2,71369e-06	1,33636e-09	2,63025e-08	5,88078e-09	1,3248e-08	4,41973e-06	
Fishing ship										
Pleasure boat	9,13332e-08		2,54593e-07	5,97047e-07	2,75526e-10	5,88078e-09	1,25468e-09	2,40371e-09	9,52788e-07	
Other ship	1,88131e-07		5,4584e-07	1,2778e-06	5,82405e-10	1,3248e-08	2,40371e-09	4,86206e-09	2,03287e-06	
Sum	6,88291e-05		0,000179963	0,000401311	2,11837e-07	4,41973e-06	9,52788e-07	2,03287e-06	0,00065772	

Fig. 42 : Resultados presentados por IWRAP

3.2. Identificación de las incertidumbres asociadas

La primera fase del proceso de cuantificación de incertidumbre es la de representación de la incertidumbre en las variables de entrada.

Las variables de entrada en el modelo IWRAP son las siguientes:

- L : Longitud de la ruta.
- V_i, V_j : Velocidad media por tipo y tamaño en los dos sentidos de la ruta.
- B_i, B_j : Manga media por tipo y tamaño en los dos sentidos de la ruta.
- Q_i, Q_j : Número de travesías por tipo y tamaño en los dos sentidos de la ruta.
- θ : Angulo formado por las dos rutas (colisión en cruce).
- $\mu_i, \sigma_i, \mu_j, \sigma_j$: Parámetros de la distribución normal del tráfico en los dos sentidos de la ruta.

Los datos suministrados por el sistema AIS que son necesarios para estimar la probabilidad de colisión entre barcos en una ruta son la matrícula del barco (MMSI : Maritime Mobile Service Identity), las dimensiones (manga, eslora), los datos de posición (longitud y latitud), la velocidad, el tipo de barco y la fecha y hora en que se emitió la señal.

Las trayectorias de los barcos se obtienen por la agrupación de la información suministrada por el sistema AIS sobre la longitud y la latitud de cada barco que es ordenada cronológicamente. El sistema AIS emite información sobre la posición del buque en intervalos de entre 2 y 10 segundos, dependiendo de la velocidad si el barco está en movimiento, y cada 3 minutos si el barco está parado. Esta información permite reconstruir con exactitud la trayectoria seguida por los barcos.

Las rutas se definen mediante la agrupación geográfica de trayectorias individuales similares, identificando caminos donde haya una cierta densidad de tráfico. La longitud de cada ruta es definida por la posición de los dos waypoints finales que delimitan la ruta.

El ancho de la ruta se establece en base a las trayectorias más alejadas respecto del eje central, seleccionadas entre el conjunto de trayectorias que forman la ruta.

La longitud de la ruta es una constante y no introduce ningún componente de incertidumbre.

IWRAP determina la velocidad media para cada tipo de barco i y cada tamaño de barco mediante la ponderación según el número de travesías recogidas por el sistema AIS en cada rango n de tamaño, a partir de la información recogida en las tablas que se presentaron en las Fig. 37 y 39.

$$V_i = \frac{1}{\sum Q_{in}} \sum V_{in} Q_{in}$$

IWRAP considera que la velocidad media obtenida para cada tipo de barco en el periodo muestral se mantendrá invariante en el tiempo.

De forma similar, IWRAP determina la eslora media para cada tipo de barco i a partir de la información recogida en las tablas de las Fig. 37 y 38.

$$B_i = \frac{1}{\sum Q_{in}} \sum B_{in} Q_{in}$$

Igualmente IWRAP considera que la eslora media obtenida para cada tipo de barco en el periodo muestral se mantendrá constante en el futuro.

Como ya se indicó la información sobre el número de travesías en cada sentido de la ruta para cada tipo de barcos, $Q_i^{(1)}$ y $Q_j^{(2)}$, también se obtiene a partir de los datos aportados por el sistema AIS. Este número de travesías se puede considerar invariante en el tiempo (bajo el supuesto de que el volumen de tráfico no sufre cambios sustanciales) o bien se puede estimar su evolución durante los últimos años en base a la información sobre estadísticas de tráfico facilitada por las autoridades portuarias.

El ángulo formado por los ejes centrales de cada ruta en una situación de cruce también permanece constante a lo largo del tiempo.

Por último, para establecer la distribución de las trayectorias en ambos sentidos de la ruta, IWRAP propone dividir el ancho de la ruta en intervalos de igual longitud y cuantifica el número de travesías que se han realizado en cada uno de estos intervalos en ambas direcciones de la ruta. La distribución resultante se presenta en forma de histograma. IWRAP supone que el tráfico sigue una distribución normal y obtiene el valor de los parámetros de estas distribuciones en ambos sentidos de la ruta ($\mu^{(1)}, \sigma^{(1)}, \mu^{(2)}$ y $\sigma^{(2)}$) como resultado de la combinación de distribuciones normales y uniformes que mejor se ajusta a los histogramas de frecuencia de las travesías obtenidos a partir del sistema AIS, Fig. 43.

Las variables de entrada enumeradas presentan algunas fuentes de incertidumbre que son obviadas por IWRAP. Unas son incertidumbres de tipo métrico, según la definición de Rowe, originadas en el hecho de que los datos suministrados por el sistema AIS corresponden a un periodo muestral. Otras son incertidumbres de tipo temporal, en tanto que el conocimiento sobre el tráfico en el pasado permite una mejor caracterización de la incertidumbre sobre la evolución del tráfico en el futuro, pero no la elimina salvo que consideremos que el tráfico futuro será igual al tráfico pasado. Estas fuentes de incertidumbre afectan a la velocidad de los barcos, la eslora, el número de travesías y la distribución del tráfico.

Por otra parte, IWRAP establece que las trayectorias analizadas en el periodo muestral siguen una distribución normal y supone que en el futuro las distribuciones del tráfico seguirán también una distribución normal. Se trata de una simplificación que puede inducir a error en tanto existe una alta probabilidad de que las distribuciones futuras reales no se ajusten a la distribución normal prevista, incluso no hay ninguna base para afirmar que la distribución del tráfico correspondiente al periodo muestral se ajusta a una distribución normal.

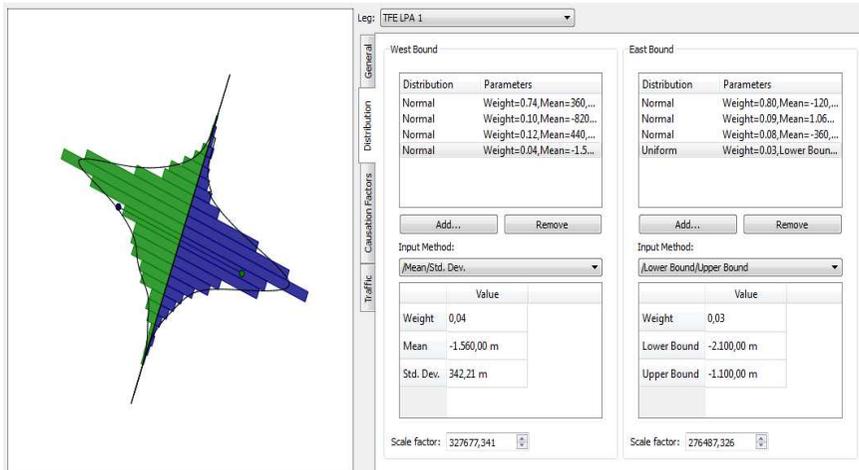


Fig. 43 : Ajuste del histograma de frecuencias

La distribución del tráfico de buques es una variable relevante para los casos de colisión frontal y por alcance. Por contra las trayectorias de dos barcos que navegan en rutas que se cruzan se encontrarán siempre en un punto, por lo que la distribución del tráfico determinará el área de riesgo (ver Fig. 25) pero no la probabilidad de colisión. Esta probabilidad si viene condicionada por el ángulo que forman ambas rutas ya que interviene en la estimación de diámetro geométrico aparente de colisión.

4. Cuantificación y propagación de incertidumbre en la modelización de la probabilidad de colisión en el tráfico marítimo

Del análisis de las fuentes de incertidumbre que afectan a la modelización de la probabilidad de colisión en el tráfico marítimo se puede deducir que la incertidumbre presente se debe tanto al hecho de que el sistema en estudio puede evolucionar de manera aleatoria como a la falta de conocimiento del analista sobre las variables que describen el sistema.

La propuesta metodológica presentada por IWRAP es determinista en

tanto que asume que no existe incertidumbre en el modelo. Considera que el tráfico de barcos en la ruta sigue una distribución normal y los valores que incorpora al análisis son los parámetros de la función de distribución, μ y σ , y no la propia función de distribución $F(x)$. Además considera que la distribución correspondiente al periodo muestral se va a mantener invariante en periodos futuros por lo que no necesita utilizar ningún método de muestreo como el expuesto en la Fig. 17 y obtiene un único valor para la probabilidad de colisión de cada tipo de colisión de cada combinación posible de tipos de barcos en la ruta.

En general se reconoce que la Teoría de la Probabilidad es la más indicada para caracterizar la incertidumbre aleatoria, pero en aquellos sistemas en los que existen incertidumbres de tipo epistémico o una combinación de ambas es conveniente utilizar otras metodologías para una caracterización correcta de estas incertidumbres ya que la falta de información impide identificar las funciones de probabilidad necesarias.

En el siguiente apartado se evaluará la adecuación de las distintas metodologías de gestión de incertidumbre al problema en estudio.

4.1. Evaluación de las metodologías emergentes de gestión de incertidumbre en su aplicación a la probabilidad de colisión en el tráfico marítimo

En el capítulo 2 se presentaron las distintas teorías de representación de la incertidumbre: Teoría de la Probabilidad, Teoría de los Conjuntos Difusos, Teoría de la Posibilidad y Teoría de la Evidencia de Dempster-Shafer, junto con el Análisis de Intervalos (que no tiene la estructura matemática de las anteriores).

La Fig. 44 muestra gráficamente el ámbito de aplicación de cada una de estas teorías. La Teoría de Dempster-Shafer incluye la Teoría de la Probabilidad y la Teoría de la Posibilidad. Esta Teoría utiliza las medidas de plausibilidad y creencia para medir la probabilidad de ocurrencia de un suceso, ambas se pueden estimar a partir de la asignación básica de probabilidad que expresa la cantidad de evidencia que soporta la afirmación de que un elemento pertenece a un subconjunto del conjunto universal.

Cuando existe información suficiente como para asignar este elemento a un suceso individual y no a un conjunto de sucesos, caso particular de evidencia disjunta, entonces la medida de plausibilidad, la medida de creencia y la medida de probabilidad coinciden. En este caso la Teoría de Dempster-Shafer se reduce a la Teoría de la Probabilidad.

Cuando el subconjunto de sucesos está formado por sucesos anidados (evidencia consonante), en una situación en la que no hay conflicto de evidencia, donde los elementos del subconjunto más pequeño están incluidos en el siguiente y así sucesivamente, las medidas de plausibilidad

y creencia pueden ser sustituidas por sus medidas duales de posibilidad y necesidad respectivamente.

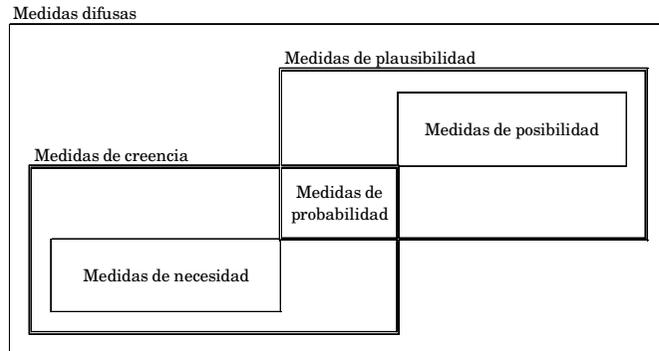


Fig. 44 : Teorías de representación de incertidumbre (Mourelatos, Zhou, 2004)

La Teoría de la Probabilidad se utiliza cuando se dispone de suficiente información para conocer la forma de la función de distribución que siguen las distintas variables que definen el problema y se conocen también los parámetros que caracterizan a esta función de distribución.

Cuando no hay información suficiente se puede utilizar la Teoría de la Posibilidad siempre que no haya conflictos de evidencia entre las distintas fuentes de información y que los conjuntos de sucesos, normalmente representados mediante intervalos, estén anidados.

Si no hay información suficiente y existen conflictos de información, es decir, existe solapamiento entre las distintas fuentes de información (evidencia consistente si todas las fuentes comparten al menos un elemento común y evidencia arbitraria si no todas las fuentes comparten un elemento común) se debe utilizar la Teoría de Dempster-Shafer o de la Evidencia. Esta Teoría es la única que permite representar y combinar diferentes tipos de evidencia obtenidos desde múltiples fuentes.

En el ámbito de la modelización de la probabilidad de accidente en el tráfico marítimo no es adecuado utilizar la Teoría de la Probabilidad en tanto que no se dispone de información suficiente para conocer la distribución futura de probabilidad de variables de entrada como la velocidad de los barcos, su eslora o la distribución del tráfico a lo largo de la ruta.

Además, la velocidad de los barcos y la eslora se obtienen a partir de la información emitida por los buques y se presentan en forma de un conjunto de datos ordenados que tienen asociada una frecuencia de ocurrencia y que conforman una muestra de pequeña dimensión, esta información no permite conocer la función de distribución que seguirán estas variables.

De igual forma la función de distribución del tráfico cuenta como única evidencia con la información obtenida a partir del número de travesías

computadas en cada uno de los intervalos en que se divide el ancho de la ruta referida a uno o varios periodos muestrales.

En cualquiera de estos casos la evidencia nunca se presenta en forma de intervalos anidados por lo que no es adecuado utilizar la Teoría de la Posibilidad.

La Teoría de Dempster-Shafer permite gestionar situaciones en las que las funciones de distribución no están especificadas (en tanto que no necesita conocer a priori estas funciones de distribución), en donde existe incertidumbre de tipo muestral y las muestras presentan pequeño tamaño.

Por las razones expuestas se considera que la Teoría de Dempster-Sahfer es la más conveniente para gestionar la incertidumbre asociada con la modelización de la probabilidad de accidente en el tráfico marítimo.

4.2. Aplicación de la Teoría de Dempster-Shafer a la modelización de la probabilidad de colisión en el tráfico marítimo

4.2.1. Caracterización de la incertidumbre

En aquellos análisis de riesgo que incorporan incertidumbre aleatoria y epistémica y donde el método de cálculo utilizado es la Teoría Dempster-Shafer, la primera cuestión que se plantea es la de cómo obtener las estructuras Dempster-Shafer de las variables de entrada a partir de la información disponible.

En estos casos las medidas pueden estar sujetas a incertidumbre de medida y a incertidumbre muestral.

La incertidumbre de medida es la inexactitud o falta de conocimiento sobre el valor preciso de una cantidad medida, [141].

Si la incertidumbre de medida no existe entonces los resultados se pueden tratar como valores puntuales. Por el contrario, si la incertidumbre de medida no es despreciable entonces hay que trabajar con estructuras Dempster-Shafer ya que permiten propagar la incertidumbre de forma rigurosa.

Un intervalo es una forma natural de representar la incertidumbre de medida en muchos si no en la mayoría de los casos, por lo que una medida se representa frecuentemente como un intervalo cerrado, $[a,b]$, junto con un valor puntual, perteneciente al intervalo, considerado como la mejor estimación. Estos tres valores se pueden representar como un triángulo cuya base son los valores extremos del intervalo y cuyo vértice es la mejor estimación. La representación gráfica como un triángulo no tiene ninguna implicación respecto de los valores que toma la variable en el interior del intervalo, como tampoco la tiene el hecho de situar gráficamente el vértice en el valor medio del intervalo o en cualquier otro valor del intervalo.

Dado un conjunto de medidas de una variable representadas en forma de triángulo sobre un eje, es posible representar la caja de probabilidad (p-box) asociada a este conjunto representando en el eje de ordenadas la probabilidad acumulada, (Fig. 45). Sobre el eje de abscisas, el ancho de los triángulos representa la incertumbre de medida y la dispersión del conjunto representa la variabilidad.

La caja de probabilidad está formada por dos funciones de distribución acumulada, una construida a partir de los valores extremos inferiores de cada triángulo y la otra a partir de los valores extremos superiores.

Es posible convertir una caja de probabilidad en una estructura Dempster-Shafer, dibujando una serie de líneas horizontales, trazadas desde cada esquina de cada función de probabilidad acumulada hasta la otra función de probabilidad acumulada. Este proceso genera una colección de rectángulos de diferentes alturas y localizaciones que constituyen una estructura Dempster-Shafer, [114].

Estas funciones de distribución se corresponden con las funciones de plausibilidad y creencia y permiten obtener una estructura Dempster-Shafer como un conjunto de pares formados por los intervalos correspondientes a la base de los triángulos que tienen asociada una masa equiprobable.

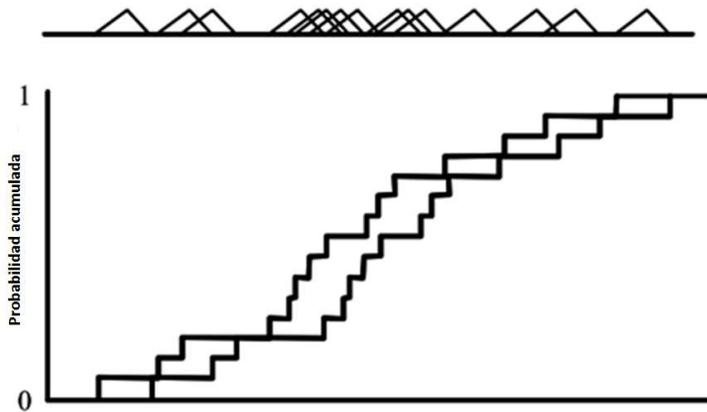


Fig. 45 : Caja de probabilidad como representación de incertidumbre (Ferson, 2003)

El área limitada por las medidas evidenciales indica el nivel de incertidumbre. Esta área se puede utilizar como medida de incertidumbre y se calcula como la suma del área de cada uno de los rectángulos que conforman la estructura Dempster-Shafer, ya que la base de estos rectángulos se corresponde con el ancho del intervalo y la altura equivale a la asignación básica de probabilidad asociada:

$$unc(x) = \sum_{i=1}^n (b_i - a_i) m_i$$

De forma similar a la incertidumbre de medida se define la incertidumbre muestral como aquella que tiene su origen en la certeza de que la función de distribución empírica para una muestra o periodo muestral es diferente de la función de distribución del universo o población total en estudio.

La incertidumbre muestral no existe si se dispone de información sobre la población total en estudio y puede considerarse despreciable si se tiene información sobre un gran número de muestras de la población, pero si debe ser considerada si el número de muestras es pequeño.

Es posible cuantificar la incertidumbre muestral utilizando los límites de Kolmogorov-Smirnov que se pueden considerar como intervalos de confianza de una función de distribución acumulada empírica, donde los valores extremos de los límites de Kolmogorov-Smirnov pueden ser truncados o no de acuerdo a restricciones específicas de cada problema en estudio.

Si se considera la caja de probabilidad recogida en la Fig. 45 como la representación de la función de distribución empírica de una muestra o periodo muestral es posible representar una nueva caja de probabilidad que se corresponda con los límites de confianza de Kolmogorov-Smirnov para un nivel de confianza del α %.

Estos límites de Kolmogorov-Smirnov son límites estadísticos y no límites ciertos. Por tanto, si el nivel de confianza es del α %, solo se puede afirmar que la distribución real del universo estará comprendida dentro del intervalo definido por los límites de Kolmogorov-Smirnov en el α % de los casos.

Si el conjunto de datos está representado como una serie de valores puntuales asociados con una frecuencia de ocurrencia:

$$\{(a_1, n_1), (a_2, n_2), \dots, (a_k, n_k)\}$$

Este conjunto se puede representar como una estructura Dempster-Shafer degenerada donde los valores extremos de los intervalos son iguales y equivalen a puntos. Esta estructura Dempster-Shafer se representa como un conjunto de puntos asociados a una asignación básica de probabilidad que corresponde a la frecuencia relativa de ocurrencia:

$$\left\{ \left(a_1, \frac{n_1}{\sum_{i=1}^k n_i} \right), \left(a_2, \frac{n_2}{\sum_{i=1}^k n_i} \right), \dots, \left(a_k, \frac{n_k}{\sum_{i=1}^k n_i} \right) \right\}$$

Gráficamente se puede representar como una función de distribución acumulada, reflejando el acumulado de la frecuencia relativa de ocurrencia en el eje de ordenadas, Fig. 46.

Si este conjunto de valores corresponde a una muestra o a un periodo muestral extraído de un universo en estudio es posible utilizar los límites de Kolmogorov-Smirnov, con un determinado nivel de confianza, para establecer los límites correspondientes a la función de distribución de este universo. Los límites de confianza de Kolmogorov-Smirnov para un nivel de confianza del α % son representados en la Fig. 47.

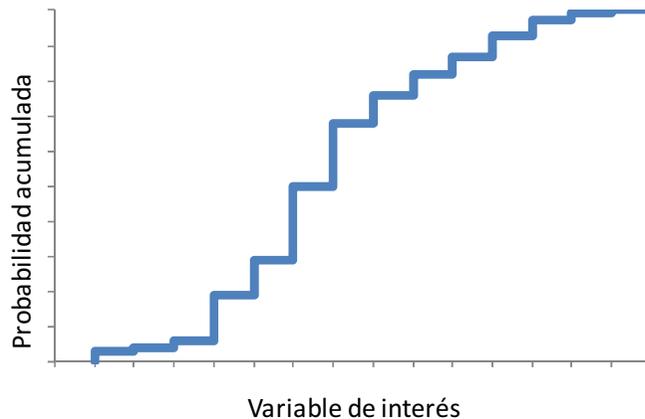


Fig. 46 : Función de distribución correspondiente a un conjunto de datos

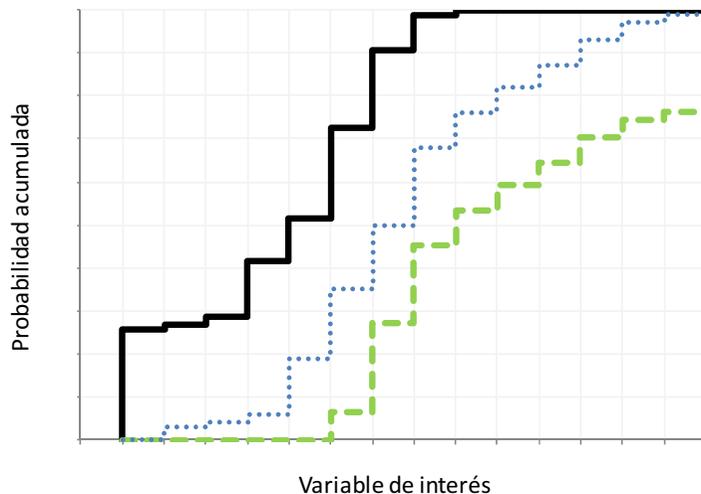


Fig. 47 : Límites de confianza K-S sobre una función de distribución

También se puede afirmar que si estos límites son construidos a partir de una muestra, el α % de las veces contendrán la función de distribución real del universo.

Los intervalos de confianza de Kolmogorov-Smirnov no necesitan ningún conocimiento sobre la forma de la función de distribución que representa al conjunto de datos, pero si requieren que las muestras sean independientes y que estén idénticamente distribuidas. Si estas dos condiciones se cumplen los límites de Kolmogorov-Smirnov constituyen una caja de probabilidad.

Para estimar los límites de confianza de Kolmogorov-Smirnov a partir de una estructura Dempster-Shafer, Ferson [117] utiliza la expresión:

$$\text{Min} \left(1, \max(0, F(x) \pm D(\alpha, n)) \right)$$

Donde $F(x)$ es la función de distribución acumulada del conjunto de datos y $D(\alpha, n)$ es el estadístico de Kolmogorov para un número n de intervalos y un nivel de confianza del $100(1 - \alpha)$ % . Los valores para $D(\alpha, n)$ fueron tabulados por Miller, [278], y posteriormente fueron modificados por Lilliefors, [501].

Si el conjunto de datos está representado como una serie de intervalos asociados con una frecuencia de ocurrencia:

$$\{([a_1, b_1], n_1), ([a_2, b_2], n_2), \dots, ([a_k, b_k], n_k)\}$$

Este conjunto se puede representar como una estructura Dempster-Shafer mediante un conjunto de intervalos asociados a una asignación básica de probabilidad que corresponde a la frecuencia relativa de ocurrencia:

$$\left\{ \left([a_1, b_1], \frac{n_1}{\sum_{i=1}^k n_i} \right), \left([a_2, b_2], \frac{n_2}{\sum_{i=1}^k n_i} \right), \dots, \left([a_k, b_k], \frac{n_k}{\sum_{i=1}^k n_i} \right) \right\}$$

Gráficamente se puede representar como una caja de probabilidad formada por dos funciones de distribución acumulada, una función superior formada con los valores extremos inferiores de cada intervalo y una función inferior formada con los valores extremos superiores, Fig. 48.

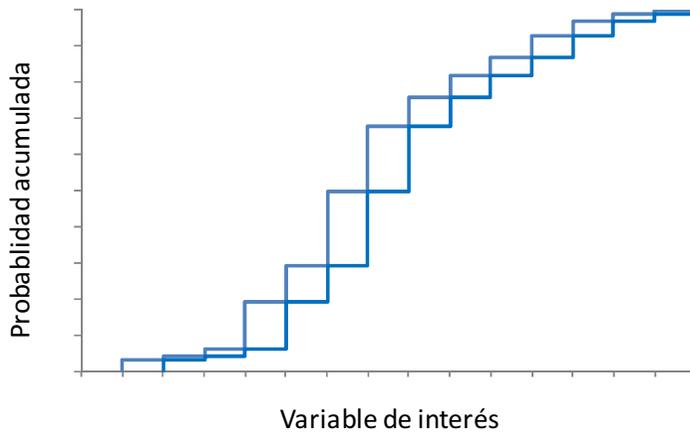


Fig. 48 : Caja de probabilidad de un conjunto de intervalos

De igual forma, si este conjunto de datos corresponde a una muestra o periodo muestral extraído de un universo es posible usar los límites de Kolmogorov-Smirnov para establecer los límites correspondientes a la función de distribución de este universo. Los límites de confianza de Kolmogorov-Smirnov para un nivel de confianza del α % son representados en la Fig. 49.

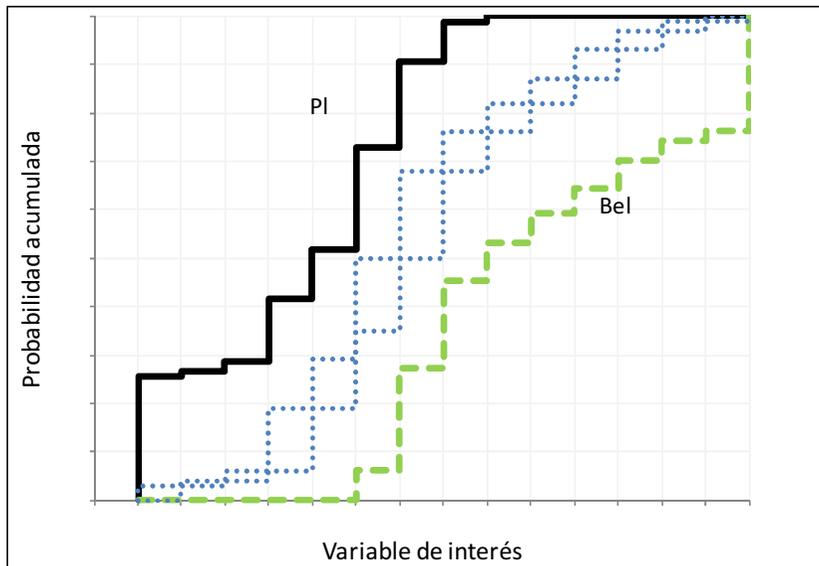


Fig. 49 : Límites de K-S sobre una caja de probabilidad de un conjunto de intervalos

4.2.1.1. Incertidumbre asociada a la distribución del tráfico

La distribución del tráfico a lo largo de la ruta es una variable de entrada en el modelo de Pedersen utilizado por IWRAP.

El conocimiento sobre las distribuciones pasadas permite una mejor caracterización de la incertidumbre inherente a las distribuciones futuras, pero no la elimina salvo que se considere que las distribuciones futuras serán iguales a las distribuciones pasadas (consideración hecha por IWRAP).

Es posible caracterizar la distribución de las trayectorias mediante una estructura Dempster-Shafer formada por un conjunto de intervalos cerrados que tienen una medida de probabilidad asociada (conocida como asignación básica de probabilidad).

La estructura Dempster-Shafer se construye a partir del histograma de frecuencias de las travesías a lo largo de la ruta. Este histograma es el propuesto por IWRAP a partir de la información procedente del sistema AIS. La construcción de esta estructura Dempster-Shafer es inmediata si las frecuencias relativas recogidas en el histograma son tratadas como asignaciones básicas de probabilidad y asociadas con cada intervalo. De tal manera que los extremos inferior y superior de cada intervalo delimitan un tramo de la ruta y la medida de probabilidad representa la frecuencia de paso de los buques en dicho tramo.

Es posible estimar, con un intervalo de confianza, los límites del conjunto de todas las futuras trayectorias que seguirán los barcos en la ruta a partir de la distribución de las trayectorias de este periodo muestral mediante la utilización de los límites de confianza de Kolmogorov-Smirnov.

Si las distribuciones de las trayectorias de los distintos periodos muestrales se consideran independientes e idénticamente distribuidas, entonces estos límites de confianza pueden ser interpretados como medidas evidenciales, concretamente como los límites inferiores y superiores de las distribuciones del tráfico en la ruta. Estos intervalos de confianza son estimados a partir de la estructura Dempster-Shafer de la distribución del tráfico del periodo muestral con un nivel de confianza del α %, por tanto contendrán las estructuras Dempster-Shafer del conjunto de las distribuciones futuras del tráfico en la ruta en el α % de las veces.

Por tanto, con este nivel de confianza, estos intervalos se corresponden con las medidas evidenciales de acuerdo a la interpretación probabilística propuesta por Dempster y generalizada por Yager: Las funciones acumuladas de plausibilidad y creencia son los límites inferior y superior de un área que contiene la función de distribución asociada.

La condición de independencia está referida a los periodos muestrales y se puede afirmar que la distribución del tráfico de un periodo es independiente de la distribución del tráfico en periodos anteriores. Por otra parte, en tanto que las rutas se definen por la agrupación geográfica de las trayectorias en donde existe una alta densidad de estas trayectorias, y

considerando que los waypoints que delimitan las rutas son puntos de origen y destino correspondientes a instalaciones portuarias, se puede afirmar que la forma de la distribución de las trayectorias se mantiene razonablemente invariante a lo largo del tiempo (lo que no implica que se pueda asimilar a ninguna función de distribución conocida), por lo que se puede afirmar que la condición de identidad en los distintos periodos muestrales también se cumple.

El área limitada por las medidas evidenciales puede ser descompuesta en una nueva estructura Dempster-Shafer que incluye el conjunto de todas las posibles trayectorias y que se establece para cada una de las dos direcciones de la ruta.

Como se indicó anteriormente, se puede cuantificar este área como la suma del área de los rectángulos que la forman y utilizarla como medida de incertidumbre.

4.2.1.2. Incertidumbre asociada a la velocidad de los barcos

La velocidad de los distintos tipos de barcos, V_i , es otra de las variables de entrada en el modelo de Pedersen que incorpora incertidumbre.

La información sobre la velocidad, recogida por IWRAP a partir de la información suministrada por el sistema AIS, se presenta en tablas como la mostrada en la Fig. 39 (Información AIS-Velocidad por tipo y tamaño). Esta información junto con la presentada en la Fig. 37 (Información AIS-Frecuencia de tránsitos) se concreta en un conjunto de datos del tipo:

$$\{(v_1, n_1), (v_2, n_2), \dots, (v_k, n_k)\}$$

Este conjunto de datos se corresponde con una estructura Dempster-Shafer degenerada formada por el conjunto de velocidades asociadas a la frecuencia relativa de las travesías en la ruta para cada uno de los tramos de eslora establecidos por IWRAP a partir de las tablas definidas por Lloyd's Register:

$$\left\{ \left(v_1, \frac{n_1}{\sum_{i=1}^k n_i} \right), \left(v_2, \frac{n_2}{\sum_{i=1}^k n_i} \right), \dots, \left(v_k, \frac{n_k}{\sum_{i=1}^k n_i} \right) \right\}$$

A partir de esta estructura Dempster-Shafer se aplican los límites de Kolmogorov-Smirnov para obtener las funciones de distribución acumulada que son los límites inferior y superior del conjunto de las distribuciones futuras de velocidad, obteniendo así una nueva estructura Dempster-Shafer, $\{([a_1, b_1], m_1), ([a_2, b_2], m_2), \dots, ([a_n, b_n], m_n)\}$, que se representa en un gráfico como el recogido en la Fig. 47.

4.2.1.3. Incertidumbre asociada a las dimensiones de los barcos

La manga, B_i , de los distintos tipos de barcos es la dimensión que interviene en el modelo de Pedersen. Esta es la tercera variable de entrada del modelo que incorpora incertidumbre.

La información sobre las dimensiones de los buques, recogida por IWRAP a partir de la información suministrada por el sistema AIS, se presenta en tablas como la mostrada en la Fig. 37 (Información AIS – Frecuencia de tránsitos) y recoge el número de travesías para cada tipo de barco en cada uno de los intervalos de eslora definidos por Lloyd's Register. Para cada intervalo, Lloyd's Register establece la eslora media, $E(L)$, y el índice que relaciona manga y eslora, $E(L/B)$, tal como se recoge en la Fig. 38 (Dimensiones y velocidad media por tipo de barco).

Al igual que en el caso anterior de la velocidad, esta información se concreta en un conjunto de datos del tipo:

$$\{(B_1, n_1), (B_2, n_2), \dots, (B_k, n_k)\}$$

Este conjunto se corresponde con una estructura Dempster-Shafer degenerada formada por el conjunto de los anchos recogidos y que se asocian a las frecuencias relativas de las travesías en la ruta para cada tramo de eslora establecido en las tablas definidas por Lloyd's Register:

$$\left\{ \left(B_1, \frac{n_1}{\sum_{i=1}^k n_i} \right), \left(B_2, \frac{n_2}{\sum_{i=1}^k n_i} \right), \dots, \left(B_k, \frac{n_k}{\sum_{i=1}^k n_i} \right) \right\}$$

A partir de esta estructura Dempster-Shafer se aplican los límites de Kolmogorov-Smirnov para obtener las funciones de plausibilidad y creencia que conforman la caja de probabilidad que contiene el conjunto de distribuciones futuras de la manga de los buques.

Esta caja de probabilidad tiene una estructura Dempster-Shafer dual, $\{([a_1, b_1], m_1), ([a_2, b_2], m_2), \dots, ([a_n, b_n], m_n)\}$ que se representa en un gráfico como el de la Fig. 47.

4.2.1.4. Incertidumbre asociada al número de travesías

Las Autoridades Portuarias recopilan información sobre el tráfico de buques. En ocasiones esta recogida de información se remonta a muchos años, por ejemplo, la página web de la Autoridad Portuaria de Las Palmas presenta información sobre el tráfico de buques en una serie que se inicia en el año 1910.

En las Memorias Anuales publicadas por las Autoridades Portuarias de Las Palmas y de Santa de Cruz de Tenerife se detallan además estas estadísticas de tráfico marítimo por tipo de buque: tanques, graneleros, carga general, cargamento rodado (roll on – roll off), pasaje, portacontenedores y otros. Esta tipología se puede asimilar a la propuesta por Lloyd's Register.

Existe una relación evidente entre el número de barcos registrados por las Autoridades Portuarias y el número de travesías registradas por el sistema AIS, no es inmediato establecer esta relación pero si es posible estimar la evolución del número de travesías tomando como referencia la evolución del número de barcos que han transitado por las instalaciones portuarias.

Si se dispone de una serie temporal suficiente es posible obtener la tendencia empírica que seguirá el tráfico marítimo en la zona en estudio por los distintos métodos de análisis conocidos.

Las funciones aproximativas y las funciones difusas se pueden utilizar para reflejar la opinión de los expertos respecto de estas proyecciones con lo que se establece un intervalo de valores, comprendidos entre un mínimo y un máximo, entre los que pueden evolucionar las cifras de tráfico. Además la opinión de los expertos se puede extender a los distintos tipos de buques si se dispone de información suficientemente detallada.

En este caso, la representación de la incertidumbre inherente al número de travesías, Q_i , se puede realizar utilizando una estructura Dempster-Shafer que contiene un único elemento focal:

$$\{([Q_{min}, Q_{max}], 1)\}$$

La representación gráfica de esta estructura se recoge en la Fig. 50.

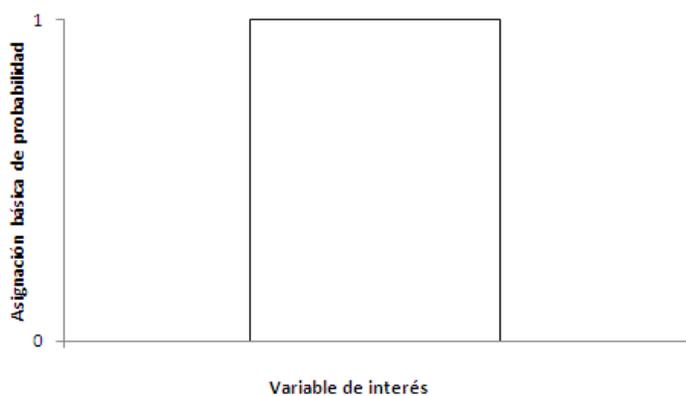


Fig. 50 : Incertidumbre asociada al número de travesías representada por un estructura Dempster-Shafer con único elemento focal

4.2.2. Propagación de la incertidumbre

El cálculo de la probabilidad de colisión siguiendo el modelo de Pedersen permite la propagación de la incertidumbre hacia la variable de salida.

Si el tráfico se representa mediante estructuras Dempster-Shafer, entonces la colisión es posible en el intervalo resultante de la intersección de cada uno de los intervalos que forman las nuevas estructuras Dempster-Shafer que fueron obtenidas tras la aplicación de los límites de Kolmogorov-Smirnov a las estructuras originales.

Por tanto, la situación de encuentro se calcula a partir de la representación de la distribución del tráfico mediante los intervalos que forman la estructura Dempster-Shafer, tanto en el caso de la colisión frontal, Fig. 51, como en la colisión por alcance, Fig. 52.

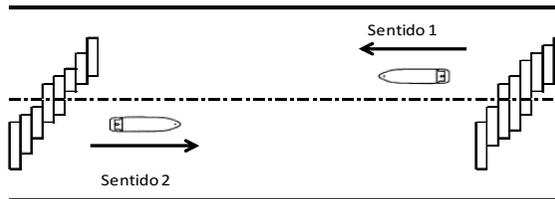


Fig. 51 : Colisión frontal. Distribución del tráfico representada con estructuras Dempster-Shafer

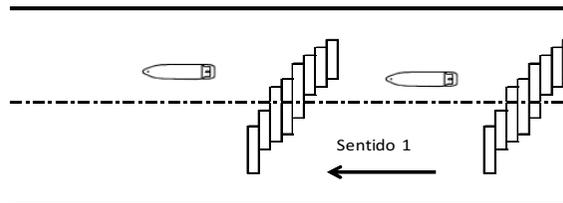


Fig. 52 : Colisión por alcance. Distribución del tráfico representada con estructuras Dempster-Shafer

Bajo el supuesto de independencia, la masa asociada con el intervalo intersección es el producto de las masas de los intervalos que se cruzan. Por tanto, dos barcos estarán expuestos a una situación de encuentro a lo largo de la ruta en los intervalos resultantes del producto cartesiano de la intersección entre todos los elementos focales de las nuevas estructuras Dempster-Shafer, dando como resultado una matriz bidimensional que contiene todos los posibles pares de intervalos, [506]. El producto cartesiano resultante se recoge en la Fig. 53.

$I_1 \cap I_2$	(I_1^1, m_1^1)	(I_2^2, m_2^2)	...	(I_2^k, m_2^k)
(I_1^1, m_1^1)	$(I_1^1 \cap I_2^1, m_1^1 * m_2^1)$	$(I_1^1 \cap I_2^2, m_1^1 * m_2^2)$...	$(I_1^1 \cap I_2^k, m_1^1 * m_2^k)$
(I_1^2, m_1^2)	$(I_1^2 \cap I_2^1, m_1^2 * m_2^1)$	$(I_1^2 \cap I_2^2, m_1^2 * m_2^2)$...	$(I_1^2 \cap I_2^k, m_1^2 * m_2^k)$
...
(I_1^n, m_1^n)	$(I_1^n \cap I_2^1, m_1^n * m_2^1)$	$(I_1^n \cap I_2^2, m_1^n * m_2^2)$...	$(I_1^n \cap I_2^k, m_1^n * m_2^k)$

Fig. 53 : Producto cartesiano de la intersección de dos estructuras Dempster-Shafer

Donde I_1 es la estructura Dempster-Shafer formada por el conjunto de los pares $\{(I_1^1, m_1^1), (I_1^2, m_1^2), \dots, (I_1^n, m_1^n)\}$ que representa la distribución del tráfico en la dirección 1 y I_2 es la estructura formada por el conjunto de los pares $\{(I_2^1, m_2^1), (I_2^2, m_2^2), \dots, (I_2^k, m_2^k)\}$ que representa la distribución del tráfico en la dirección 2. En el caso de la colisión por alcance $I_1 = I_2$.

Cada celda de la matriz es también un par formado por el intervalo resultante de la intersección de los intervalos que se cruzan y que tiene una masa asociada que es el producto de las masas.

Para cada par de intervalos cerrados, donde el infimo y el supremo pueden ser sustituidos por el mínimo y el máximo, la intersección se define como:

$$I_1 \cap I_2 = [a_1, b_1] \cap [a_2, b_2] = [\max(a_1, a_2), \min(b_1, b_2)]$$

Esta definición de intersección es extensible a las cajas de probabilidad y a las estructuras Dempster-Shafer.

La intersección de intervalos es siempre un intervalo, aunque se puede tratar del caso particular del intervalo vacío. En nuestro caso, la condición de que la suma total de las masas ha de ser igual a la unidad según la definición de estructura Dempster-Shafer, se cumple si asignamos al intervalo vacío la masa correspondiente a todos los intervalos disjuntos del producto cartesiano anterior.

En tanto que la masa asociada a cada intervalo es la frecuencia relativa de las travesías en dicho intervalo, la masa asociada a cada celda de la matriz no es más que un factor de ponderación que afecta a la probabilidad de colisión estimada según el modelo de Pedersen y que refleja la frecuencia de paso de los barcos en cada uno de los intervalos.

4.2.2.1. Propagación de la incertidumbre asociada a la distribución del tráfico

El número de candidatos a colisión se puede expresar, de acuerdo al modelo de Pedersen, según la expresión:

$$N_c = L \sum_{i,j} P_{i,j} \frac{V_{ij}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}$$

Donde L es la longitud de la ruta, $P_{i,j}$ es la probabilidad de colisión entre dos barcos, $V_i^{(1)}$ es la velocidad de los barcos del tipo i en la dirección (1), $V_j^{(2)}$ es la velocidad de los barcos del tipo j en la dirección (2) y $Q_i^{(1)}, Q_j^{(2)}$ representan el número de travesías por unidad de tiempo para cada clase y eslora de barco en las direcciones (1) y (2).

En el caso de la colisión frontal, la velocidad relativa V_{ij} es la suma de las velocidades de los barcos y la probabilidad de colisión entre dos barcos es:

$$\begin{aligned} P_{i,j} &= P[y_i^{(1)} + y_j^{(2)} < B_{ij}] - P[-y_i^{(1)} - y_j^{(2)} > B_{ij}] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_{Y_i} [F_{Y_j}(-y_i + B_{ij}) - F_{Y_j}(-(y_i + B_{ij}))] dy_j \end{aligned}$$

Donde B_{ij} es la manga media de los barcos, y_i, y_j son las distancias de la trayectoria al eje de la ruta y F_{y_i}, F_{y_j} son las distribuciones geométricas de probabilidad del tráfico lateral a través de la ruta.

Si estas funciones de distribución del tráfico se representan mediante estructuras Dempster-Shafer, la ecuación anterior puede escribirse como:

$$P_{i,j} = (B_i + B_j) \frac{\mathcal{L} [I_i^{(1)} \cap I_j^{(2)}]}{(b_i - a_i)(b_j - a_j)}$$

Donde $I_i^{(1)} = [a_i, b_i]$ es el intervalo i en la dirección (1), $I_j^{(2)} = [a_j, b_j]$ es el intervalo j en la dirección (2) y $\mathcal{L} [I_i^{(1)} \cap I_j^{(2)}]$ es la longitud del intervalo resultante de la intersección de los intervalos $I_i^{(1)}$ y $I_j^{(2)}$.

En el caso de la colisión por alcance, la velocidad relativa es la diferencia de las velocidades y la probabilidad de colisión entre dos barcos es:

$$\begin{aligned}
P_{i,j} &= P[y_i^{(1)} - y_j^{(2)} < B_{ij}] - P[-y_i^{(1)} + y_j^{(2)} > B_{ij}] = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} f_{Y_i} \left[F_{Y_j}(y_i + B_{ij}) - F_{Y_j}(-(B_{ij} - y_i)) \right] dy_j
\end{aligned}$$

De igual forma si las funciones de distribución del tráfico se representan mediante estructuras Dempster-Shafer, esta ecuación puede escribirse como:

$$P_{i,j} = 2 (B_i + B_j) \frac{\mathcal{L} [I_i^{(1)} \cap I_j^{(2)}]}{(b_i - a_i)(b_j - a_j)}$$

Por último, la ecuación que estima el número de candidatos para cada par de intervalos puede ser escrita como:

$$N_c = L \sum_{i,j} P_{i,j} \frac{V_{ij}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} Q_i^{(1)} h_i^{(1)} Q_j^{(2)} h_j^{(2)}$$

Donde $h_i^{(1)}$ y $h_j^{(2)}$ son las frecuencias de las travesías de los barcos en la dirección (1) y (2) para los intervalos $I_i^{(1)}$ y $I_j^{(2)}$ respectivamente y equivalen a la altura de los distintos intervalos que conforman la estructura Dempster-Shafer.

La aplicación de esta ecuación a cada una de las celdas de la matriz recogida en la Fig. 53 permite obtener el número de candidatos para todos los pares posibles de intervalos. Tras la agrupación y reordenación de estos valores, multiplicados por el factor causal, se obtiene la probabilidad de colisión frontal y por alcance a lo largo de cada uno de los intervalos en que se ha dividido la ruta.

4.2.2.2. Propagación de la incertidumbre asociada a la velocidad de los barcos

Al igual que en el caso anterior se parte del modelo de Pedersen para estimar el número de encuentros:

$$N_c = L \sum_{i,j} P_{i,j} \frac{V_{ij}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}$$

Para la situación de colisión por alcance, la velocidad relativa de colisión es:

$$V_{ij} = V_i + V_j$$

Con lo que el número de candidatos se reescribe como:

$$N_c = L \sum_{i,j} P_{i,j} \frac{V_i^{(1)} + V_j^{(2)}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}$$

En este caso, las variables inciertas, V_i y V_j , aparecen más de una vez en la expresión y el resultado obtenido es correcto, en tanto que el intervalo resultante sigue conteniendo el verdadero valor del número de candidatos, pero no es el mejor resultado posible ya que la incertidumbre de las variables repetidas se ha incorporado al cálculo más de una vez.

Esta situación se resuelve reescribiendo la expresión anterior de la siguiente forma:

$$N_c = L \sum_{i,j} P_{i,j} \left(\frac{1}{V_i} + \frac{1}{V_j} \right) Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}$$

Para la situación de colisión por alcance, la velocidad relativa de colisión es:

$$V_{ij} = V_i - V_j$$

Con lo que el número de candidatos se expresa como:

$$N_c = L \sum_{i,j} P_{i,j} \frac{V_i^{(1)} - V_j^{(2)}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}$$

Que, una vez reescrita la ecuación queda como:

$$N_c = L \sum_{i,j} P_{i,j} \left(\frac{1}{V_j} - \frac{1}{V_i} \right) Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}$$

Siendo $V_i > V_j$.

En ambos casos, antes de calcular el número de candidatos se ha de resolver la expresión incluida entre paréntesis para todos los pares posibles de velocidad para los distintos tipos de barco, i y j , calculando el producto cartesiano que se presenta en la Fig. 54 para la colisión frontal:

$1/V_1 + 1/V_2$	$(1/V_2^1, m_2^1)$	$(1/V_2^2, m_2^2)$...	$(1/V_2^k, m_2^k)$
$(1/V_1^1, m_1^1)$	$(1/V_1^1 + 1/V_2^1, m_1^1 * m_2^1)$	$(1/V_1^1 + 1/V_2^2, m_1^1 * m_2^2)$...	$(1/V_1^1 + 1/V_2^k, m_1^1 * m_2^k)$
$(1/V_1^2, m_1^2)$	$(1/V_1^2 + 1/V_2^1, m_1^2 * m_2^1)$	$(1/V_1^2 + 1/V_2^2, m_1^2 * m_2^2)$...	$(1/V_1^2 + 1/V_2^k, m_1^2 * m_2^k)$
...
$(1/V_1^n, m_1^n)$	$(1/V_1^n + 1/V_2^1, m_1^n * m_2^1)$	$(1/V_1^n + 1/V_2^2, m_1^n * m_2^2)$...	$(1/V_1^n + 1/V_2^k, m_1^n * m_2^k)$

Fig. 54 : Producto cartesiano de la suma de las velocidades representadas como estructuras Dempster-Shafer

Donde $1/V_1$ es la estructura Dempster-Shafer degenerada formada por el conjunto de los pares:

$$\left\{ \left(1/V_1^1, m_1^1 \right), \left(1/V_1^2, m_1^2 \right), \dots, \left(1/V_1^n, m_1^n \right) \right\}$$

Este conjunto de pares representa las velocidades recogidas por IWRAP en la dirección 1.

$1/V_2$ es la estructura degenerada formada por el conjunto de los pares:

$$\left\{ \left(1/V_2^1, m_2^1 \right), \left(1/V_2^2, m_2^2 \right), \dots, \left(1/V_2^k, m_2^k \right) \right\}$$

Este conjunto representa el conjunto de velocidades recogidas en la dirección 2.

En el caso de la colisión por alcance $1/V_1 = 1/V_2$.

Cada celda de la matriz es también un par formado por el intervalo resultante de la suma de los intervalos que se cruzan y que tiene una masa asociada que es el producto de las masas.

Para cada par de intervalos cerrados, $I_1 = [a_1, b_1]$ y $I_2 = [a_2, b_2]$, la suma del inverso de estos intervalos se define como:

$$\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} = \left[\frac{1}{b_1}, \frac{1}{a_1} \right] + \left[\frac{1}{b_2}, \frac{1}{a_2} \right] = \left[\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2}, \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right]$$

Esta definición de suma es extensiva a las cajas de probabilidad y a las estructuras Dempster-Shafer.

De forma análoga se resuelve el producto cartesiano de todos los pares posibles de velocidad que cumplan la condición antes indicada: $V_i > V_j$ para la colisión por alcance.

4.2.2.3. Propagación de la incertidumbre asociada a las dimensiones de los barcos

La manga de los barcos interviene en la estimación de la probabilidad de colisión frontal entre dos barcos. Esta probabilidad, si la distribución de las trayectorias se representa por un conjunto de intervalos, se puede expresar como:

$$P_{i,j} = (B_i + B_j) \frac{\mathcal{L} [I_i^{(1)} \cap I_j^{(2)}]}{(b_i - a_i)(b_j - a_j)}$$

Y si se trata de la probabilidad de colisión por alcance:

$$P_{i,j} = 2 (B_i + B_j) \frac{\mathcal{L} [I_i^{(1)} \cap I_j^{(2)}]}{(b_i - a_i)(b_j - a_j)}$$

La incertidumbre se representa para esta variable por dos estructuras Dempster-Shafer degeneradas, una formada por el conjunto de pares:

$$\{(B_1^1, m_1^1), (B_1^2, m_1^2), \dots, (B_1^n, m_1^n)\}$$

Este conjunto representa el conjunto de las anchuras de los barcos recogida por IWRAP en la dirección 1.

Y la otra formada por el conjunto de pares:

$$\{(B_2^1, m_2^1), (B_2^2, m_2^2), \dots, (B_2^k, m_2^k)\}$$

Que representa el conjunto de las anchuras de los barcos en la dirección 2.

La resolución del producto cartesiano de la suma de estas dos estructuras da lugar a una matriz cuyo conjunto de celdas conforman una nueva estructura Dempster-Shafer, Fig. 55.

Para cada par de intervalos cerrados, $I_1 = [a_1, b_1]$ y $I_2 = [a_2, b_2]$, la suma se define como:

$$I_1 + I_2 = [a_1, b_1] + [a_2, b_2] = [a_1 + a_2, b_1 + b_2]$$

Esta definición de suma es extensiva a las cajas de probabilidad y a las estructuras Dempster-Shafer.

$B_1 + B_2$	(B_2^1, m_2^1)	(B_2^2, m_2^2)	...	(B_2^k, m_2^k)
(B_1^1, m_1^1)	$(B_1^1 + B_2^1, m_1^1 * m_2^1)$	$(B_1^1 + B_2^2, m_1^1 * m_2^2)$...	$(B_1^1 + B_2^k, m_1^1 * m_2^k)$
(B_1^2, m_1^2)	$(B_1^2 + B_2^1, m_1^2 * m_2^1)$	$(B_1^2 + B_2^2, m_1^2 * m_2^2)$...	$(B_1^2 + B_2^k, m_1^2 * m_2^k)$
...
(B_1^n, m_1^n)	$(B_1^n + B_2^1, m_1^n * m_2^1)$	$(B_1^n + B_2^2, m_1^n * m_2^2)$...	$(B_1^n + B_2^k, m_1^n * m_2^k)$

Fig. 55: Producto cartesiano de la suma de las anchuras representadas como estructuras Dempster-Shafer

Posteriormente se obtiene el número de candidatos a colisión según la expresión propuesta por el modelo de Pedersen.

4.2.2.4. Propagación de la incertidumbre asociada al número de travesías

La incertidumbre inherente al número de travesías, Q_i , se representa mediante una estructura Dempster-Shafer con un único elemento focal:

$$\{([Q_{min}, Q_{max}], 1)\}$$

La expresión que calcula el número de candidatos incluye el número de travesías para cada tipo de barco en ambos sentidos de la ruta. Por tanto, primero se debe resolver el producto de estas dos estructuras:

$$Q_i^{(1)} \cdot Q_j^{(2)} = \{([Q_{min}^{(1)}, Q_{max}^{(1)}], 1)\} \cdot \{([Q_{min}^{(2)}, Q_{max}^{(2)}], 1)\}$$

Para cada par de intervalos cerrados, $I_1 = [a, b]$ y $I_2 = [c, d]$, el producto se define como:

$$I_1 \cdot I_2 = [a, b] \cdot [c, d] = [\min(ac, ad, bc, bd), \max(ac, ad, bc, bd)]$$

Esta definición de producto es extensiva a las cajas de probabilidad y a las estructuras Dempster-Shafer.

Posteriormente se calcula el número de candidatos según la expresión propuesta por el modelo de Pedersen.

5. Resumen del capítulo

En este capítulo se han evaluado las distintas propuestas de modelización de la probabilidad de colisión entre barcos y se ha seleccionado el modelo de Pedersen tal como es utilizado por la aplicación IWRAP Mk2, esta selección se fundamenta principalmente en la posibilidad que presenta IWRAP de gestionar la información suministrada por el sistema AIS y en que es una metodología recomendada por la IALA.

A continuación se enumeran las incertidumbres presentes en la propuesta de IWRAP que están relacionadas con cuatro de las variables de entrada del modelo: velocidad y dimensiones de los barcos, distribución del tráfico y número de travesías.

Se ha evaluado la adecuación de las distintas teorías de gestión de incertidumbre considerando las características de la incertidumbre que acompaña a estas variables. Como resultado de este proceso de evaluación se ha seleccionado la Teoría de Dempster-Shafer como la que mejor responde a la existencia simultánea de variabilidad e imprecisión.

Posteriormente se ha presentado una propuesta para describir la distribución del tráfico mediante intervalos y para estimar la probabilidad de colisión entre dos barcos, $P_{i,j}$, a partir de esta descripción también se ha presentado la forma en que se puede estimar la probabilidad de colisión usando el modelo de Pedersen y propagar la incertidumbre de forma rigurosa siguiendo los fundamentos de la Teoría Dempster-Shafer.

Por último, se presenta la forma en que esta Teoría resuelve la cuantificación y propagación de la incertidumbre para cada una de las variables citadas.

Capítulo 5. Aplicación de la metodología propuesta al tráfico marítimo en las Islas Canarias

1. Introducción

Este capítulo desarrolla la aplicación y validación de la metodología propuesta en el capítulo anterior.

Para este desarrollo se ha partido de un conjunto de datos referidos al área de las Islas Canarias y aportados por el Ministerio de Fomento del Gobierno de España.

La aplicación se desarrolla en primer lugar con la metodología propuesta por IWRAP que se basa en la Teoría de la Probabilidad. Esta metodología supone que las trayectorias de los barcos siguen una distribución normal y obvia las incertidumbres inherentes al análisis, que han sido presentadas en el capítulo anterior, ya que considera que las características y el comportamiento de los barcos en el futuro serán idénticos a las características y el comportamiento registrados en el pasado.

Posteriormente se aplica la metodología propuesta en este trabajo a distintas rutas identificadas en el área de estudio. Las rutas se han seleccionado de forma que reproduzcan las características del conjunto de rutas, en cuanto a número y tipología de barcos, y que reflejen la diversidad en el tráfico en relación al ajuste con la distribución normal presupuesta por IWRAP.

La validación del modelo se ha realizado tomando como referencia los resultados presentados por IWRAP (ya que es una metodología recomendada por IALA). Para esta validación se ha seleccionado una métrica, la divergencia de Kullback-Leibler, que permite comparar los resultados obtenidos por ambas metodologías en las distintas rutas tomando en consideración el distinto grado de ajuste que presenta la distribución real del tráfico respecto de la distribución normal.

La aplicación se ha desarrollado para la incertidumbre asociada a la distribución del tráfico en las cuatro rutas seleccionadas. De las cuatro variables de entrada que presentan incertidumbre, el análisis correspondiente a la distribución del tráfico es el más complejo ya que parte de un conjunto de datos representados como una serie de intervalos, donde la representación de la incertidumbre asociada se realiza mediante una estructura Dempster-Shafer del tipo:

$$\left\{ \left([a_1, b_1], \frac{n_1}{\sum_{i=1}^k n_i} \right), \left([a_2, b_2], \frac{n_2}{\sum_{i=1}^k n_i} \right), \dots, \left([a_k, b_k], \frac{n_k}{\sum_{i=1}^k n_i} \right) \right\}$$

En el Anexo 5 se recoge la aplicación de la metodología propuesta para la incertidumbre asociada a la velocidad de los barcos en la ruta TFE LPA para los tipos de barco “General cargo ship” y “Passenger ship”. En este caso se parte de un conjunto de datos del tipo: $\{(v_1, n_1), (v_2, n_2), \dots, (v_k, n_k)\}$, donde la representación de la incertidumbre asociada se realiza mediante una estructura Dempster-Shafer degenerada como la siguiente:

$$\left\{ \left(v_1, \frac{n_1}{\sum_{i=1}^k n_i} \right), \left(v_2, \frac{n_2}{\sum_{i=1}^k n_i} \right), \dots, \left(v_k, \frac{n_k}{\sum_{i=1}^k n_i} \right) \right\}$$

Este tipo de representación coincide con la correspondiente a la incertidumbre asociada a las dimensiones de los barcos.

2. Descripción del área

El conjunto de datos está referido al área de las Islas Canarias y ha sido aportado por el Ministerio de Fomento del Gobierno de España.

El área en estudio está delimitada por los paralelos 27.60275° y 29.46065° y por los meridianos -18.29937° y -13.37200°. Los datos están referidos al periodo comprendido entre los meses de octubre del año 2010 y octubre del año 2011.

El Ministerio de Fomento del Gobierno de España solicitó en el año 2003 la designación de las Islas Canarias como zona marina especialmente sensible. Una zona marina tiene esta consideración, según la IMO, si es un área que necesita protección especial en atención a su importancia por razones ecológicas, socio-económicas o científicas y que puede ser vulnerable a daños producidos por actividades marítimas internacionales.

En el documento de solicitud presentado se destacaba la gran densidad del tráfico marítimo en las Islas debido a su situación geográfica, con especial referencia al intenso tráfico de buques petroleros que cargan crudo en el Golfo Pérsico. El tráfico medio de este tipo de barcos, según datos aportados por las Autoridades Portuarias, fue de 1.796 barcos por año en el periodo 2005-2009.

También se hace referencia a la actividad de suministro de combustible que se desarrolla en las instalaciones portuarias de Las Palmas y Santa Cruz de Tenerife, y a la refinería de la isla de Tenerife que tiene una capacidad de tratamiento de 4,8 millones de toneladas de hidrocarburos por año.

Las Islas Canarias fueron designadas como Zona Marítima Especialmente Sensible por la Organización Marítima Internacional (IMO) en el año 2005. Los límites exteriores de esta zona y de la zona de notificación obligatoria de movimiento de buques CANREP se muestran en la Fig. 56.

El documento de designación de las Islas Canarias como zona marina especialmente sensible, publicado por el Marine Environment Protection Committee (MEPC) en su resolución 134 (53), establece un conjunto de medidas reguladoras y de protección del tráfico marítimo:

1. Dispositivo de separación del tráfico marítimo oriental entre Gran Canaria y Fuerteventura, consistente en:

- Dos vías de circulación de tres millas de anchura.
- Una zona de separación de tráfico intermedia de dos millas de anchura.
- Una zona de precaución que conforma un rectángulo.
- Dos zonas de navegación costera.

2. Dispositivo de separación del tráfico marítimo occidental entre Gran Canaria y Tenerife, consistente en:

- Dos vías de circulación de tres millas de anchura.
- Una zona de separación de tráfico intermedia de dos millas de anchura.
- Una zona de precaución que conforma un rectángulo.
- Dos zonas de navegación costera.

3. Zonas a evitar por los buques en tránsito por las Islas Canarias.

Para prevenir riesgos de contaminación y daños al medio ambiente todos los buques tanque y los buques de arqueo bruto superior a 500 que transporten cargas de hidrocarburos o cargas peligrosas a granel deben evitar estas zonas:

- Isla de Lanzarote (Reserva de la biosfera).
- Isla de Tenerife (Zona de cría de cetáceos).
- Isla de Gran Canaria (Zona de cría de cetáceos).
- Isla de La Palma (Reserva de la biosfera).
- Isla de El Hierro (Reserva de la biosfera).

4. Sistema de notificación obligatoria para buques en el perímetro de la ZMES de las Islas Canarias (CANREP).

La notificación de entrada y salida es obligatoria para los barcos de más de 600 toneladas que transporten hidrocarburos pesados.

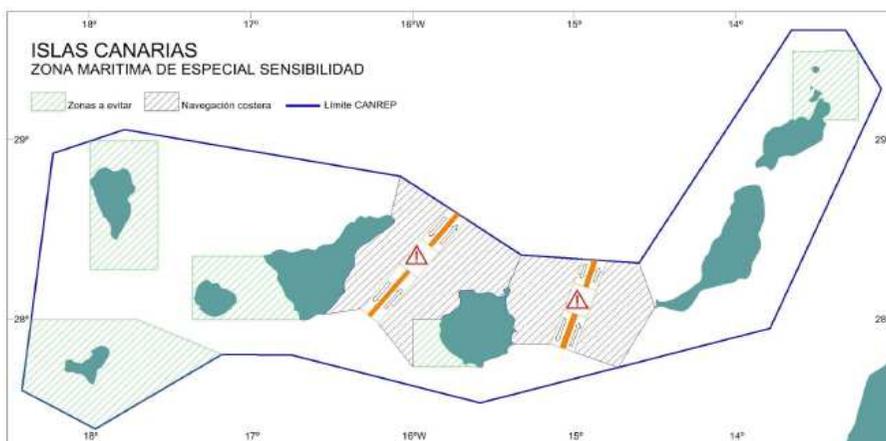


Fig. 56 : Límites de la Zona Marina Especialmente Sensible de las Islas Canarias (Dirección General de la Marina Mercante – Capitanía Marítima en Las Palmas)

3. Descripción del tráfico marítimo

Como ya se indicó el conjunto de datos suministrados por el sistema AIS está referido al área de las Islas Canarias y cubre el periodo comprendido entre los meses de octubre del año 2010 y octubre del año 2011.

Los datos AIS utilizados para describir el tráfico son: la matrícula del barco (MMSI: Maritime Mobile Service Identity), las dimensiones : manga y eslora, los datos de posición: longitud y latitud, la velocidad, el tipo de barco, y la fecha y hora en que se emitió la señal.

Estos datos AIS fueron importados a IWRAP donde se trataron para identificar y describir las rutas.

Antes de iniciar el análisis del tráfico a través de IWRAP se procedió a estudiar la calidad de la información emitida por los barcos, para ello se dividió el conjunto de datos en periodos mensuales y se extrajo el número de travesías identificadas cuyas transmisiones contenían información incompleta que pudiera tener incidencia en los resultados finales. Los resultados de este primer análisis se recogen en la Fig. 57, donde se observa que no se dispone de datos sobre el mes de marzo de 2011 y que del mes de julio de 2011 solo se dispone de parte de los datos correspondientes a la segunda quincena.

Periodo	Total travesías	Barcos sin dimensiones	Barcos sin Tipo definido	Travesías resultantes	Información errónea (%)
Octubre 2010	1.214	57	30	1.138	6,26 %
Noviembre 2010	1.354	70	33	1.265	6,57 %
Diciembre 2010	1.317	55	38	1.241	5,77 %
Enero 2011	1.138	48	25	1.074	5,62 %
Febrero 2011	1.070	44	23	1.010	5,60 %
Abril 2011	1.462	65	32	1.380	5,60 %
Mayo 2011	1.408	63	31	1.330	5,54 %
Junio 2011	2.139	158	99	1.955	8,60 %
Julio 2011	752	61	44	677	9,97 %
Agosto 2011	2.067	196	169	1.834	11,2 %
Septiembre 2011	2.097	144	171	1.902	9,29 %
Octubre 2011	2.003	125	99	1.834	8,43 %

Fig. 57 : Número de travesías y porcentaje de transmisiones incompletas

Como resumen, indicar que en el periodo total se recogió información sobre 18.021 travesías, 1.381 de las cuales no incluían información suficiente como para permitir su incorporación al estudio lo que representa un 7,66 % del total.

3.1. Descripción de las rutas

IWRAP utiliza un código de color para representar gráficamente la distribución del tráfico, de tal manera que el rojo corresponde a las zonas de mayor densidad, seguidas de las zonas amarillas y de las zonas blancas.

Este gráfico referido a la zona en estudio se recoge en la Fig. 58 y permite identificar las rutas de mayor tráfico que se definen indicando los waypoints que las delimitan. A partir de este gráfico se pueden modelizar las rutas establecidas en la zona como se recoge en la Fig. 59.

Para el estudio realizado se han desestimado las rutas próximas a la costa y las vinculadas a las operaciones de entrada-salida en las instalaciones portuarias. El estudio se ha centrado en las rutas que unen los principales puertos de las islas y en las rutas que cruzan en dirección Norte-Sur en los dispositivos de separación del tráfico marítimo oriental y occidental, entre Gran Canaria y Fuerteventura y entre Gran Canaria y Tenerife respectivamente, establecidos por el Marine Environment Protection Committee. Las rutas definidas se recogen en la Fig. 60.

En la Fig. 60 se observa que algunas de las rutas resultan divididas en tres tramos como consecuencia del cruce de las rutas Norte-Sur en ambos dispositivos de separación con las rutas que unen los puertos de Agaete y Santa Cruz de Tenerife y Gran Canaria con Santa Cruz de Tenerife en el pasillo occidental y los puertos de Gran Canaria con los de Morro Jable (Fuerteventura) y Arrecife (Lanzarote) en el pasillo oriental.

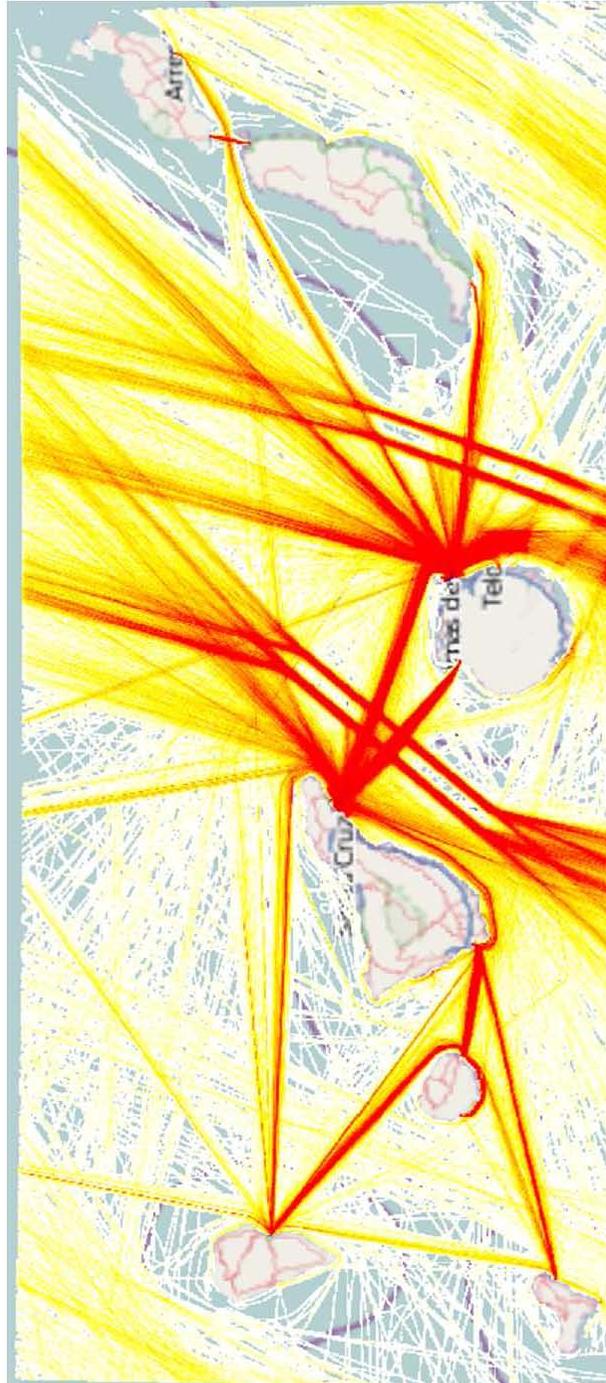


Fig. 58 : Densidad de tráfico marítimo en las Islas Canarias

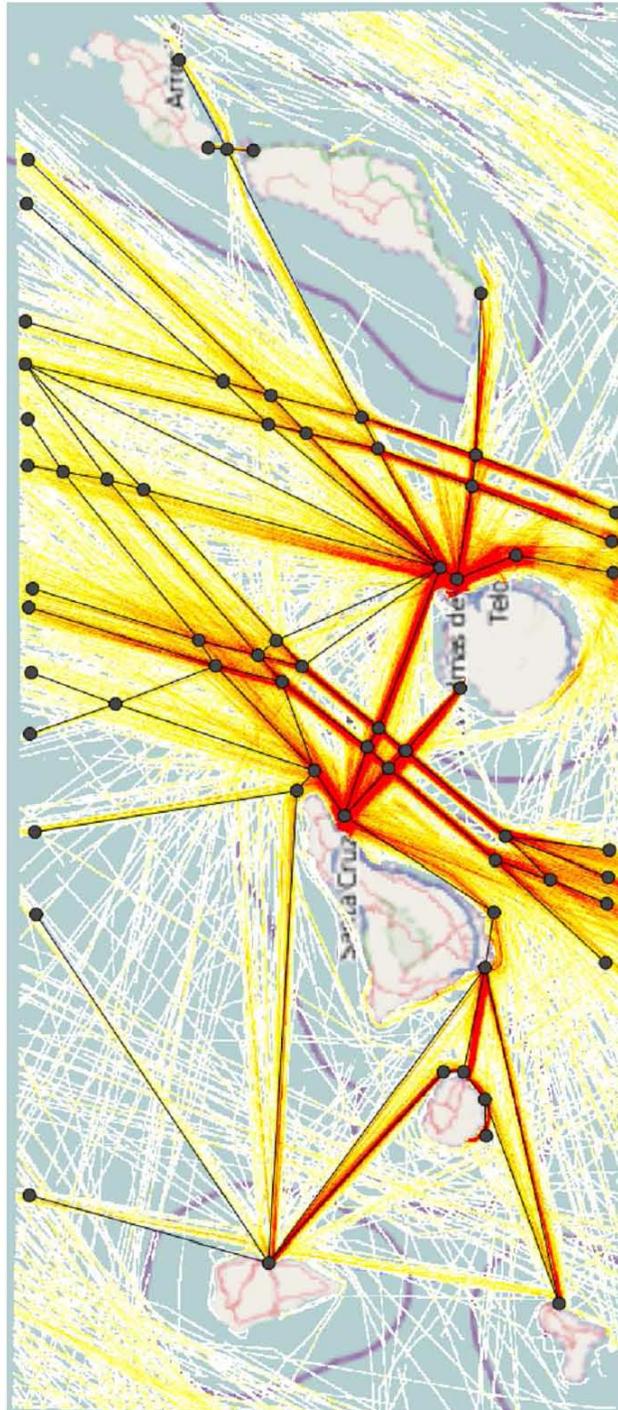


Fig. 59 : Modelización del tráfico en las Islas Canarias

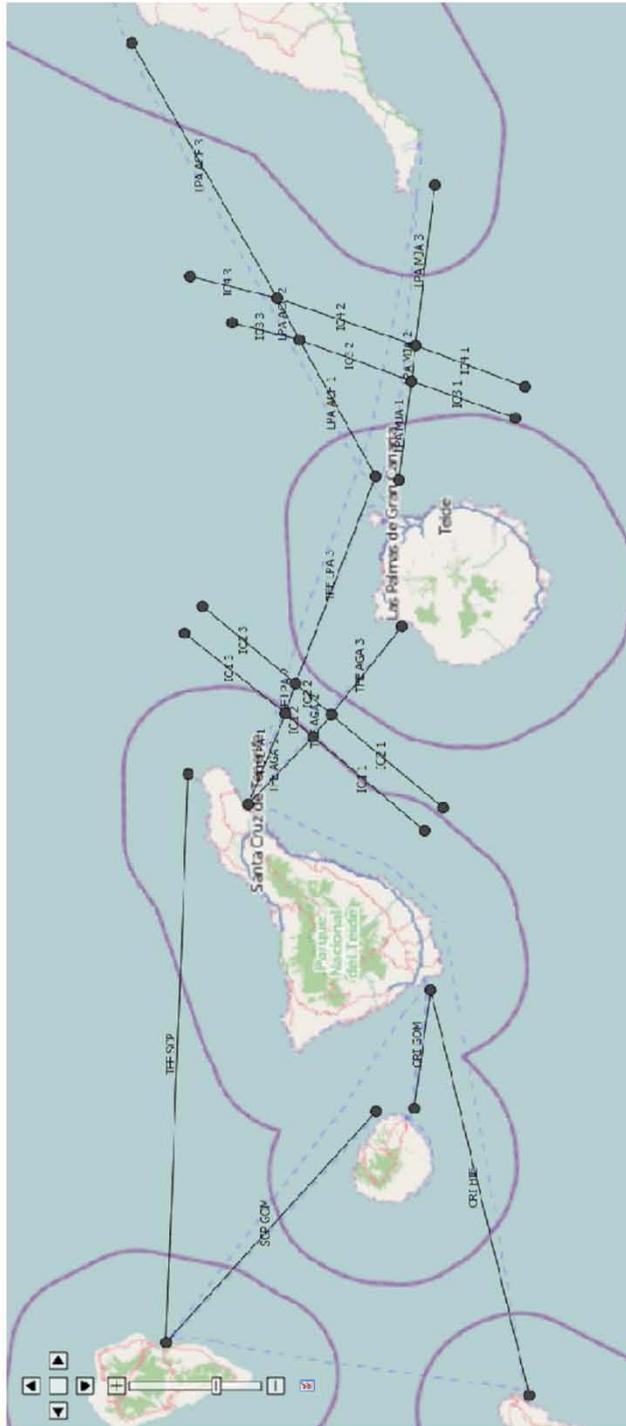


Fig. 60 : Rutas seleccionadas

Cada una de las rutas seleccionadas queda definida por la posición de los dos waypoints que las delimitan y por su longitud y anchura, esta información se recoge en la Fig. 61. La longitud viene determinada por la distancia existente entre los dos waypoints de cada ruta y el ancho por la distancia que integra todas las travesías incluidas aquellas más alejadas del eje de la ruta.

Denominación	Origen-Destino	Waypoint - 1		Waypoint - 2		Longitud (m)	Anchura (m)
		Latitud	Longitud	Latitud	Longitud		
TFE SCP	S.C. Tenerife - S.C. La Palma	28.66778	-17.75237	28.62478	-16.14227	157,500	4,000
CRI HIE	Los Cristianos - El Hierro	27.77592	-17.88603	28.02852	-16.74928	115,390	4,000
SCP GOM	S.C. La Palma - La Gomera	28.66778	-17.75237	28.16007	-17.09243	85,742	4,000
CRI GOM	Los Cristianos - La Gomera	28.06633	-17.08270	28.02852	-16.74928	33,049	4,000
TFE LPA 1	S.C. Tenerife - Las Palmas (1)	28.47682	-16.22633	28.38565	-15.96983	27,077	5,000
TFE LPA 2	S.C. Tenerife - Las Palmas (2)	28.38565	-15.96983	28.36125	-15.88500	8,741	5,000
TFE LPA 3	S.C. Tenerife - Las Palmas (3)	28.36125	-15.88500	28.16413	-15.30072	61,330	5,000
TFE AGA 1	S.C. Tenerife - Agaete (1)	28.47682	-16.22633	28.31860	-16.03558	25,624	5,000
TFE AGA 2	S.C. Tenerife - Agaete (2)	28.31860	-16.03558	28.27443	-15.97328	7,827	5,000
TFE AGA 3	S.C. Tenerife - Agaete (3)	28.27443	-15.97328	28.10053	-15.72460	31,098	5,000
IC1 1	Pasillo occidental-1 (1)	28.04553	-16.29953	28.31860	-16.03558	39,835	5,000
IC1 2	Pasillo occidental-1 (2)	28.31860	-16.03558	28.38565	-15.96983	9,834	5,000
IC1 3	Pasillo occidental-1 (3)	28.38565	-15.96983	28.63378	-15.74243	35,370	5,000
IC2 1	Pasillo occidental-2 (1)	27.99997	-16.23555	28.27443	-15.97328	39,852	5,000
IC2 2	Pasillo occidental-2 (2)	28.27443	-15.97328	28.36125	-15.88500	12,940	5,000
IC2 3	Pasillo occidental-2 (3)	28.36125	-15.88500	28.58945	-15.66620	33,136	5,000
LPA ACF 1	Las Palmas - Arrecife (1)	28.16413	-15.30072	28.34838	-14.91428	43,051	4,000
LPA ACF 2	Las Palmas - Arrecife (2)	28.34838	-14.91428	28.40120	-14.79643	12,945	4,000
LPA ACF 3	Las Palmas - Arrecife (3)	28.40120	-14.79643	28.74932	-14.06780	81,027	4,000
LPA MJA 1	Las Palmas - Morro Jable (1)	28.10760	-15.31285	28.07448	-15.03303	27,733	4,000
LPA MJA 2	Las Palmas - Morro Jable (2)	28.07448	-15.03303	28.06382	-14.93290	9,910	4,000
LPA MJA 3	Las Palmas - Morro Jable (3)	28.06382	-14.93290	28.01267	-14.48252	44,629	4,000
IC3 1	Pasillo oriental-1 (1)	27.81998	-15.13970	28.07448	-15.03303	30,081	5,000
IC3 2	Pasillo oriental-1 (2)	28.07448	-15.03303	28.34838	-14.91428	32,503	5,000
IC3 3	Pasillo oriental-1 (3)	28.34838	-14.91428	28.51272	-14.86445	18,848	5,000
IC4 1	Pasillo oriental-2 (1)	27.79568	-15.05198	28.06382	-14.93290	31,929	5,000
IC4 2	Pasillo oriental-2 (2)	28.06382	-14.93290	28.40118	-14.79642	39,700	5,000
IC4 3	Pasillo oriental-2 (3)	28.40118	-14.79642	28.61383	-14.73178	24,393	5,000

Fig. 61 : Definición de las rutas seleccionadas

De este conjunto de rutas definidas se ha elegido un grupo reducido formado por cuatro rutas que reproducen las características del conjunto en cuanto a número y tipología de barcos, y que reflejan la diversidad en el tráfico en relación al ajuste con la distribución normal utilizada por IWRAP. Las rutas seleccionadas para ser analizadas primero con la metodología propuesta por IWRAP y posteriormente por la metodología propuesta en este trabajo son las siguientes:

- Santa Cruz de Tenerife – Santa Cruz de La Palma (TFE SCP)
- Los Cristianos – La Gomera (CRI GOM)
- Santa Cruz de Tenerife – Las Palmas (2) (TFE LPA 2)
- Las Palmas – Arrecife (2) (LPA ACF 2)

3.2. Descripción del tráfico

IWRAP propone dividir el ancho de la ruta en intervalos de igual longitud para describir el tráfico lateral de dicha ruta. En este trabajo se han elegido intervalos de 200 metros de ancho para todas las rutas. El

número de travesías para cada intervalo en los dos sentidos de la ruta es mostrado por IWRAP en forma de histograma como el que se muestra en la Fig. 62 para la ruta TFE-SCP, donde se utilizan los colores verde y azul para diferenciar los dos sentidos de la ruta.

Las travesías son detalladas por tipo y tamaño de barco. Las diferentes dimensiones de los barcos son relacionadas de acuerdo a las tablas elaboradas por Lloyd's Register. Para cada intervalo de eslora, estas tablas aportan información sobre la longitud media (m), el índice eslora/manga y la velocidad media (Knudos).

IWRAP aporta la información necesaria para elaborar los histogramas de cada una de las rutas, indicando el número de travesías en cada uno de los intervalos en que se divide la ruta. Los datos relativos a la ruta TFE-SCP, en los dos sentidos de la ruta, se presentan en la Fig. 63. La distribución del tráfico se mide desde el eje central de la ruta y se considera positiva hacia la derecha en la dirección de navegación. Estos mismos datos para el resto de las rutas se recogen en el Anexo 1.

Como se observa en la Fig. 63, si los intervalos extremos no recogen ninguna travesía entonces la anchura real de una ruta no coincide con el ancho prefijado en IWRAP en el momento de definir la ruta. Así la ruta en sentido TFE tiene un ancho de 3.600 metros y en sentido SCP el ancho es 2.800 metros.



Fig. 62 : Histogramas de distribución del tráfico. Ruta TFE-SCP

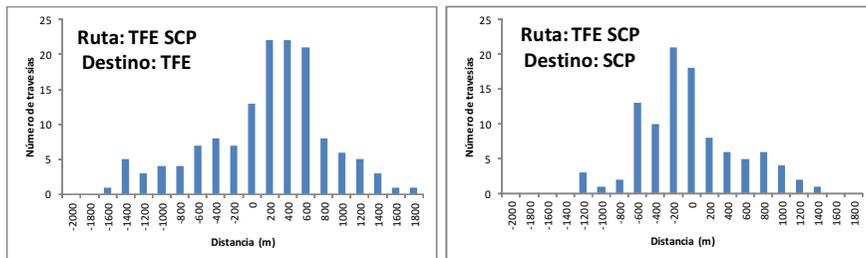


Fig. 63 : Número de travesías por intervalo. Ruta TFE SCP

El detalle por tipo de barco para cada intervalo de eslora en la ruta TFE SCP se muestra en la Fig. 64. Este detalle varía en las distintas rutas, al mismo tiempo los valores medios de eslora, velocidad y el índice eslora/manga dependen del tipo de barco. Debido a la dispersión de estos datos es habitual considerar que los histogramas para cada tipo y eslora coinciden con los histogramas obtenidos para el número total de travesías en la ruta.

Destino SCP		Tipo de barco		
		Oil products tanker (OPT)	General Cargo Ship (GCS)	Passenger ship (PS)
Eslora de los barcos	75 - 100	3	0	0
	100 - 125	0	0	86
	125 - 150	0	1	2
	150 - 175	0	16	0
	175 - 200	0	0	1
	200 - 225	0	6	6

Destino TFE		Tipo de barco			
		Oil products tanker (OPT)	General Cargo Ship (GCS)	Passenger ship (PS)	Other ship (OS)
Eslora de los barcos	75 - 100	7	1	0	0
	100 - 125	8	0	111	0
	125 - 150	0	1	1	1
	175 - 200	0	0	24	0
	200 - 225	0	16	0	0
	250 - 275	0	0	1	0

Fig. 64 : Tipo de barco según eslora (m). Ruta FTE SCP

La información sobre la eslora media (m) para cada intervalo de eslora, el índice eslora/manga y la velocidad media (Knudos) se recoge en las Fig. 65 y 66. Estos datos son extraídos de las tablas elaboradas por Lloyd's Register para cada tipo de barco.

Destino TFE		Eslora media				Eslora/manga				Veloc. Media			
		OPT	GCS	PS	OS	OPT	GCS	PS	OS	OPT	GCS	PS	OS
Eslora de los barcos	75 - 100	89	87	0	-	5.97	5.95	-	-	12.7	12.3	-	-
	100 - 125	111	-	112	-	6.24	-	5.76	-	13.1	-	18.0	-
	125 - 150	-	138	136	136	-	6.73	5.89	5.52	-	14.8	19.8	25.0
	175 - 200	-	-	184	-	-	-	6.73	-	-	-	23.4	-
	200 - 225	-	202	-	-	-	6.53	-	-	-	15.8	-	-
	250 - 275	-	-	263	-	-	-	8.01	-	-	-	22.9	-

Fig. 65: Dimensiones y velocidad de los barcos. Ruta TFE SCP. Destino TFE

Destino SCP		Eslora media			Eslora/manga			Veloc. Media		
		OPT	GCS	PS	OPT	GCS	PS	OPT	GCS	PS
Eslora de los barcos	75 - 100	89	-	-	5.97	-	0.00	12.7	-	-
	100 - 125	-	-	112	-	-	5.76	-	-	18.0
	125 - 150	-	138	136	-	6.73	5.89	-	14.8	19.8
	150 - 175	-	161	-	-	6.35	-	-	15.6	-
	175 - 200	-	-	184	-	-	6.73	-	-	23.4
	200 - 225	-	202	215	-	6.53	6.89	-	15.8	20.8

Fig. 66 : Dimensiones y velocidad de los barcos. Ruta TFE SCP. Destino SCP

Con los datos recogidos en las Fig. 61, 63, 64, 65 y 66 se puede estimar la probabilidad de colisión entre dos barcos, $P_{i,j}$, y el número de candidatos, N_c .

4. Aplicación de la metodología IWRAP

Como ya se indicó IWRAP supone que el tráfico sigue una distribución normal y obtiene el valor de los parámetros de estas distribuciones en ambos sentidos de la ruta ($\mu^{(1)}, \sigma^{(1)}, \mu^{(2)}$ y $\sigma^{(2)}$) como resultado de la combinación de distribuciones normales y uniformes que mejor se ajuste a los histogramas de frecuencia de las travesías obtenidos a partir del sistema AIS.

En la ruta TFE SCP, destino TFE, IWRAP ajusta el histograma según se indica en la Fig. 67 como la suma ponderada de una distribución normal de parámetros $\mu = 320$ y $\sigma = 725,44$, y una distribución uniforme (mínimo = 200 y máximo = 800), con factores de ponderación 0,855 y 0,145 respectivamente, resultando una distribución normal de parámetros $\mu = 346,1$ y $\sigma = 620,76$.

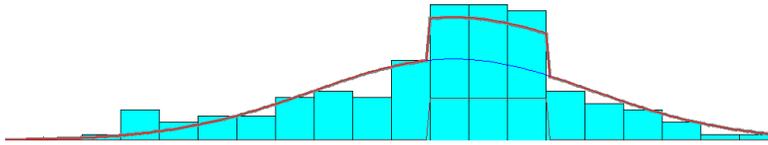


Fig. 67 : Ajuste del histograma de frecuencias. Ruta TFE SCP. Destino TFE

En la ruta TFE SCP, destino SCP, IWRAP ajusta el histograma según se indica en la Fig. 68 como la suma ponderada de una distribución normal de parámetros $\mu = -60$ y $\sigma = 403,27$, y una distribución normal de parámetros $\mu = 1.000$ y $\sigma = 266$, con factores de ponderación 0,854 y 0,146 respectivamente, resultando una distribución normal de parámetros $\mu = 94,61$ y $\sigma = 346,63$.

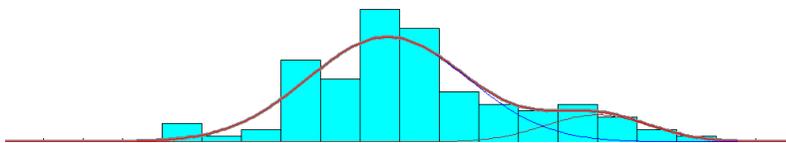


Fig. 68 : Ajuste del histograma de frecuencias. Ruta TFE SCP. Destino SCP

Esta información para las restantes rutas seleccionadas se recoge en el Anexo 2.

Con estos datos se completa la información requerida para estimar el número de candidatos a colisión siguiendo la metodología propuesta por IWRAP, la probabilidad de colisión es el resultado de multiplicar este número de candidatos por los factores causales según el tipo de accidente en estudio.

Los resultados obtenidos por IWRAP para la colisión frontal para todas las posibles combinaciones de los distintos tipos de barcos presentes en la ruta TFE SCP se muestran en la Fig. 69. Los mismos resultados para la colisión por alcance se muestran en la Fig. 70.

Los resultados obtenidos para el resto de las rutas seleccionadas se recogen en el Anexo 2.

5. Aplicación de la metodología propuesta

El proceso de cuantificación y propagación de la incertidumbre requiere en primer lugar que se pueda representar la incertidumbre asociada a las distintas variables que intervienen en el modelo de Pedersen. Los procesos de representación y cuantificación de incertidumbre son simultáneos.

5.1. Cuantificación de incertidumbre

La construcción de la estructura Dempster-Shafer correspondiente a la distribución de las trayectorias es inmediata si las frecuencias relativas presentadas en cada uno de los histogramas son consideradas como asignaciones básicas de probabilidad y son asociadas con cada uno de los intervalos en que se ha dividido la ruta. Así, a partir de la información recogida en los histogramas de la Fig. 63, el número de travesías en cada intervalo es tratado como una asignación básica de probabilidad (ABP) y la colección de pares intervalo-masa se forma por la asociación natural de estas ABPs con sus intervalos correspondientes.

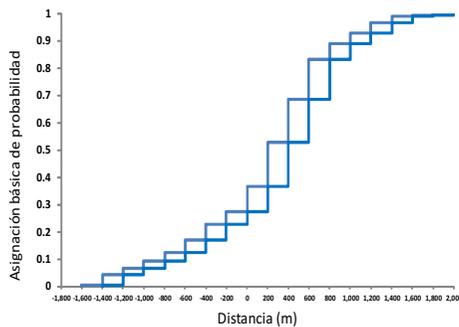
Item	oil	oil products tanker	cal	tar	aine	General cargo ship	c ca	carç	Passenger ship	Other ship	Sum
Crude oil tanker											
Oil products tanker	4,56873e-08				2,53352e-07			9,1921e-07	1,27107e-09		1,21952e-06
Chemical tanker											
Gas tanker											
Container ship											
General cargo ship		2,53352e-07			6,17463e-07			2,86699e-06	1,14392e-08		3,74924e-06
Bulk carrier											
Ro-Ro cargo ship											
Passenger ship	9,1921e-07				2,86699e-06			1,19875e-05	3,71755e-08		1,58109e-05
Fast ferry											
Support ship											
Fishing ship											
Pleasure boat											
Other ship	1,27107e-09				1,14392e-08			3,71755e-08			4,98858e-08
Sum	1,21952e-06				3,74924e-06			1,58109e-05	4,98858e-08		2,08295e-05

Fig. 69 : Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE SCP

Item	oil	oil products tanker	cal	tar	aine	General cargo ship	c ca	carç	Passenger ship	Other ship	Sum
Crude oil tanker											
Oil products tanker	2,07089e-09				1,036e-07			1,03622e-06	9,49348e-09		1,15138e-06
Chemical tanker											
Gas tanker											
Container ship											
General cargo ship		8,5458e-10			1,30046e-08			1,23307e-06	1,00568e-08		1,25699e-06
Bulk carrier											
Ro-Ro cargo ship											
Passenger ship								9,75157e-07	3,34298e-08		1,00859e-06
Fast ferry											
Support ship											
Fishing ship											
Pleasure boat											
Other ship											
Sum	2,92547e-09				1,16605e-07			3,24445e-06	5,29801e-08		3,41696e-06

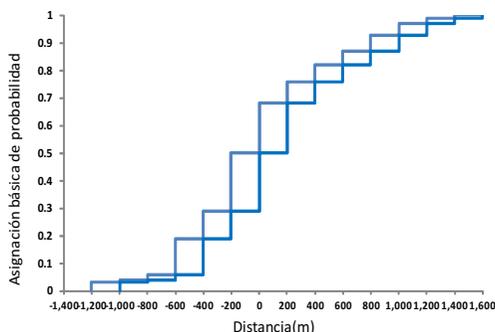
Fig. 70 : Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP

La estructura Dempster-Shafer para la ruta TFE SCP, destino TFE, y la información relacionada (intervalos, número de travesías, asignación básica de probabilidad y función de distribución acumulada del conjunto de datos) se recoge en la Fig. 71. Esta misma información en sentido SCP se recoge en la Fig. 72.



Intervalos	Travesías	A.B.P.	F(x)
[-1,600 -1,400]	1	0.006	0.006
[-1,400 -1,200]	6	0.035	0.041
[-1,200 -1,000]	4	0.023	0.064
[-1,000 -800]	5	0.029	0.094
[-800 -600]	5	0.029	0.123
[-600 -400]	8	0.047	0.170
[-400 -200]	10	0.058	0.228
[-200 0]	8	0.047	0.275
[0 200]	16	0.094	0.368
[200 400]	27	0.158	0.526
[400 600]	27	0.158	0.684
[600 800]	25	0.146	0.830
[800 1,000]	10	0.058	0.889
[1,000 1,200]	7	0.041	0.930
[1,200 1,400]	6	0.035	0.965
[1,400 1,600]	4	0.023	0.988
[1,600 1,800]	1	0.006	0.994
[1,800 2,000]	1	0.006	1.000
Suma	171	1.000	

Fig. 71 : Estructura Dempster-Shafer. Ruta TFE SCP. Destino TFE



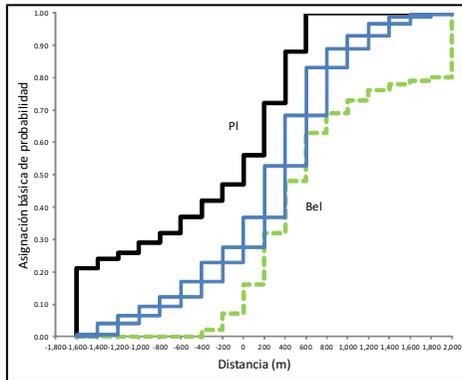
Intervalos	Travesías	A.B.P.	F(x)
[-1,200 -1,000]	4	0.03	0.03
[-1,000 -800]	1	0.01	0.04
[-800 -600]	2	0.02	0.06
[-600 -400]	16	0.13	0.19
[-400 -200]	12	0.10	0.29
[-200 0]	25	0.21	0.50
[0 200]	22	0.18	0.68
[200 400]	10	0.08	0.76
[400 600]	7	0.06	0.82
[600 800]	6	0.05	0.87
[800 1,000]	7	0.06	0.93
[1,000 1,200]	5	0.04	0.97
[1,200 1,400]	3	0.02	0.99
[1,400 1,600]	1	0.01	1.00
Suma	121	1.00	

Fig. 72 : Estructura Dempster-Shafer. Ruta TFE SCP. Destino SCP

De acuerdo a la expresión propuesta por Ferson:

$$\text{Min} \left(1, \max(0, F(x) \pm D(\alpha, n)) \right)$$

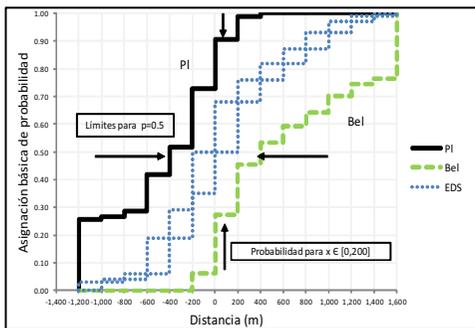
Se estiman los límites de confianza de Kolmogorov-Smirnov de estas estructuras Dempster-Shafer para el número n de intervalos de la ruta y un nivel de confianza α , que se ha establecido en el 95 %. Con estos dos valores se determina el estadístico de Kolmogorov, $D(\alpha, n)$, y se completa la estimación considerando la distribución acumulada de las frecuencias relativas, $F(x)$. Los límites de confianza para la ruta TFE SCP, destino TFE, junto con la estructura Dempster-Shafer correspondiente al periodo muestral se representan en la Fig. 73. Esta misma información en sentido SCP se muestra en la Fig. 74.



Número de intervalos : 18
 Nivel de confianza: 95 %
 $D(\alpha, n) : 0.200$

Intervalos	BPA acum.	Lower	Upper	
-1,600	-1,400	0.006	0.0000	0.2100
-1,400	-1,200	0.041	0.0000	0.2400
-1,200	-1,000	0.064	0.0000	0.2600
-1,000	-800	0.094	0.0000	0.2900
-800	-600	0.123	0.0000	0.3200
-600	-400	0.170	0.0000	0.3700
-400	-200	0.228	0.0200	0.4200
-200	0	0.275	0.0700	0.4700
0	200	0.368	0.1600	0.5600
200	400	0.526	0.3200	0.7200
400	600	0.684	0.4800	0.8800
600	800	0.830	0.6300	1.0000
800	1,000	0.889	0.6900	1.0000
1,000	1,200	0.930	0.7300	1.0000
1,200	1,400	0.965	0.7600	1.0000
1,400	1,600	0.988	0.7800	1.0000
1,600	1,800	0.994	0.7900	1.0000
1,800	2,000	1.000	0.8000	1.0000

Fig. 73 : Límites de K-S. Ruta TFE SCP. Destino TFE



Número de intervalos : 14
 Nivel de confianza : 95 %
 $D(\alpha, n) : 0.227$

Intervalos	BPA acum.	Lower	Upper	
-1,200	-1,000	0.03	0.0000	0.2570
-1,000	-800	0.04	0.0000	0.2670
-800	-600	0.06	0.0000	0.2870
-600	-400	0.19	0.0000	0.4170
-400	-200	0.29	0.0630	0.5170
-200	0	0.50	0.2730	0.7270
0	200	0.68	0.4530	0.9070
200	400	0.76	0.5330	0.9870
400	600	0.82	0.5930	1.0000
600	800	0.87	0.6430	1.0000
800	1,000	0.93	0.7030	1.0000
1,000	1,200	0.97	0.7430	1.0000
1,200	1,400	0.99	0.7630	1.0000
1,400	1,600	1.00	0.7730	1.0000

Fig.

74 : Límites K-S. Ruta TFE SCP. Destino SCP

Como ya se indicó, estos límites de Kolmogorov-Smirnov se corresponden con las medidas evidenciales de plausibilidad y creencia. Estas medidas evidenciales permiten cuantificar la incertidumbre de la frecuencia acumulada del tráfico para un intervalo determinado y la incertidumbre de estos intervalos para cada nivel de frecuencia acumulada. Así en la Fig. 74 se observa que la frecuencia acumulada está en el rango de probabilidad $[0.273, 0.907]$ para $x \in [0, 200]$ y la asignación básica de probabilidad acumulada $m = 0.5$ es alcanzada para las distancias situadas en el intervalo $[-400, 400]$.

La colección de intervalos correspondiente a la nueva estructura Dempster-Shafer junto con la longitud de los nuevos intervalos resultantes y el número de travesías de cada intervalo para la ruta TFE SCP, Destino TFE, se muestran en la Fig. 75. Esta misma información en sentido SCP se muestra en la Fig. 76.

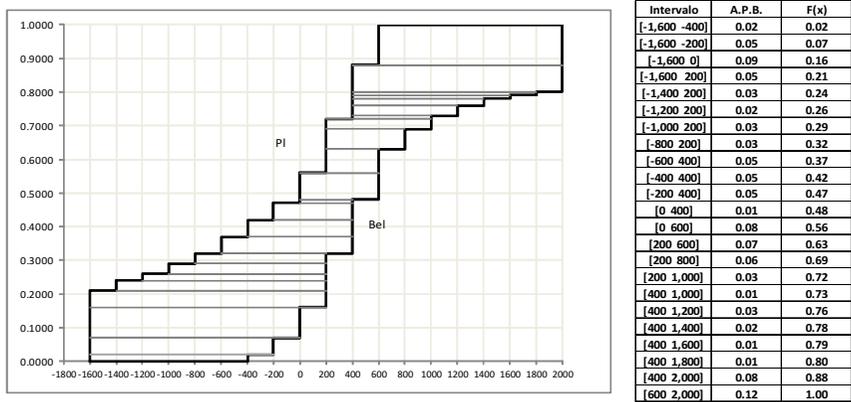


Fig. 75 : Nueva estructura Dempster-Shafer para el conjunto de futuras trayectorias. Ruta TFE SCP. Destino TFE

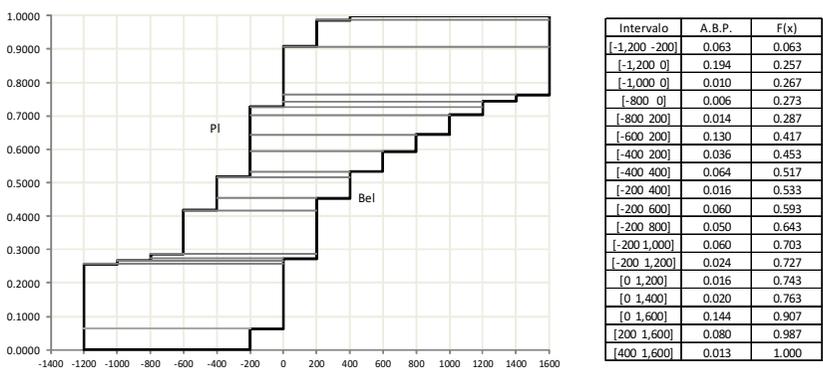


Fig. 76 : Nueva estructura Dempster-Shafer para el conjunto de futuras trayectorias. Ruta TFE SCP. Destino SCP

Las Fig. 75 y 76 representan la incertidumbre asociada a la distribución del tráfico en ambos sentidos de la ruta y se han construido a partir de las estructuras Dempster-Shafer que representan la distribución del tráfico para un periodo muestral en los dos sentidos: destino TFE y destino SCP.

La información relativa al resto de las rutas seleccionadas se recoge en el Anexo 3.

5.2. Propagación de incertidumbre

La distribución del tráfico es una variable de entrada del modelo de Pedersen y es posible propagar la incertidumbre de las variables de entrada hacia la variable de salida (probabilidad de colisión) a través del

modelo.

A partir de la representación de las funciones de distribución del tráfico como un conjunto de intervalos, el número de candidatos siguiendo el modelo de Pedersen puede estimarse según la expresión:

$$N_c = L \sum_{i,j} P_{i,j} \frac{V_{ij}}{V_i^{(1)} V_j^{(2)}} Q_i^{(1)} h_i^{(1)} Q_j^{(2)} h_j^{(2)}$$

Donde el valor de $P_{i,j}$ correspondiente a la probabilidad de colisión frontal entre dos barcos se estima según:

$$P_{i,j} = (B_i + B_j) \frac{\mathcal{L} [I_i^{(1)} \cap I_j^{(2)}]}{(b_i - a_i)(b_j - a_j)}$$

Esta última expresión debe calcularse para todos los posibles pares de tipos de barcos para las dos direcciones de la ruta en estudio.

A modo de ejemplo, la aplicación de la ecuación anterior para estimar el número de candidatos para una colisión frontal entre los tipos de barco “Oil Products Tanker” y “General Cargo Ship” resulta en una matriz de dos dimensiones que contiene el intervalo intersección de todos los posibles pares de intervalos $I_i^{(1)}$ y $I_j^{(2)}$ y el valor del número de candidatos para cada intervalo resultante, Fig. 77.

				-1,200	-200	0.063	-1,200	0	0.194	200	1,600	0.080	400	1,600	0.013
-1,600	-400	0.02	-1,200	-400	2.020E-05	-1,200	-400	5.183E-05	0	0	0.000E+00	0	0	0.000E+00	
-1,600	-200	0.05	-1,200	-200	5.410E-05	-1,200	-200	1.388E-04	0	0	0.000E+00	0	0	0.000E+00	
-1,600	0	0.09	-1,200	-200	8.522E-05	-1,200	0	2.624E-04	0	0	0.000E+00	0	0	0.000E+00	
...	
400	2,000	0.08	0	0	0.000E+00	0	0	0.000E+00	400	1,600	8.245E-05	400	1,600	1.563E-05	
600	2,000	0.12	0	0	0.000E+00	0	0	0.000E+00	600	1,600	1.178E-04	600	1,600	2.233E-05	

Fig. 77 : Número de candidatos a colisión frontal. Ruta TFE SCP. Tipo de barcos: Oil Products Tanker - General Cargo Ship

Después de la agrupación y reordenación de estos valores, multiplicados por el factor causal correspondiente a este tipo de colisión ($0.5 \cdot 10^{-4}$), se obtienen los valores para la probabilidad de colisión frontal en cada uno de los intervalos en que se dividió la ruta, teniendo en cuenta que el resultado incluye tanto la probabilidad de que un barco tipo i colisione con un barco tipo j como la probabilidad de que un barco tipo j colisione con un barco tipo i en cada sentido de la ruta, y que ambas probabilidades son iguales en este tipo de colisión, Fig. 78.

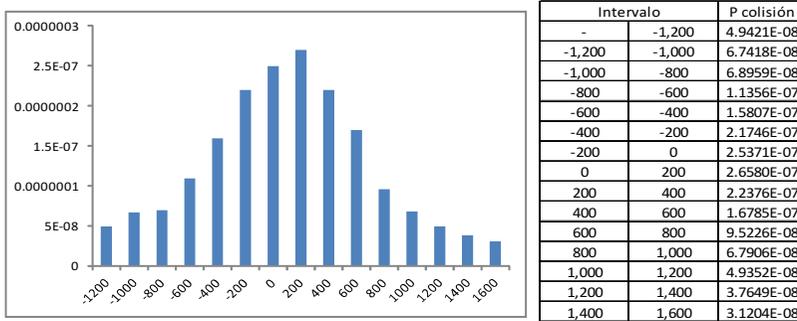


Fig. 78: Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE SCP. Barcos: Oil products tanker - General cargo ship

A modo de resumen, la Fig. 79 recoge los valores mínimos y máximos de la probabilidad de colisión frontal para todas las posibles combinaciones de tipos de barcos en la ruta.

De igual manera, la probabilidad de colisión por alcance entre dos barcos se estima según la expresión:

$$P_{i,j} = 2 (B_i + B_j) \frac{\mathcal{L} [I_i^{(1)} \cap I_j^{(2)}]}{(b_i - a_i)(b_j - a_j)}$$

La colisión por alcance puede ocurrir en ambos sentidos de la ruta y se puede producir, para cada par seleccionado de barcos, en todas las posibles combinaciones de las distintas agregaciones de intervalos de eslora siempre que se cumpla la condición de alcance: $V_i > V_j$.

Tipo de barcos		Resultados propuestos	
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo
Oil products tanker	Oil products tanker	5.62741E-09	4.79340E-08
Oil products tanker	General cargo ship	3.12044E-08	2.65797E-07
Oil products tanker	Passenger ship	1.13202E-07	9.64245E-07
Oil products tanker	Other ship	1.79905E-10	1.53242E-09
General cargo ship	Oil products tanker	3.12044E-08	2.65797E-07
General cargo ship	General cargo ship	7.60681E-08	6.47944E-07
General cargo ship	Passenger ship	3.52714E-07	3.00439E-06
General cargo ship	Other ship	1.56583E-09	1.33377E-08
Passenger ship	Oil products tanker	1.13202E-07	9.64245E-07
Passenger ship	General cargo ship	3.52714E-07	3.00439E-06
Passenger ship	Passenger ship	1.47394E-06	1.25550E-05
Passenger ship	Other ship	5.16943E-09	4.40329E-08
Other ship	Oil products tanker	1.79905E-10	1.53242E-09
Other ship	General cargo ship	1.56583E-09	1.33377E-08
Other ship	Passenger ship	5.16943E-09	4.40329E-08
Suma		2.56371E-06	2.18375E-05

Fig. 79 : Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE SCP

Debido a esta condición de alcance no existe simetría en las distintas combinaciones de tipos de barcos y, por esta misma condición, si es relevante saber cuál es el tipo de barco en cada intervalo de eslora que aborda y cual es el tipo de barco que es abordado. Así la probabilidad de que un barco tipo i alcance a un barco tipo j será la suma de esta probabilidad en ambos sentidos de la ruta y será distinta de la probabilidad de que un barco tipo j alcance a un barco tipo i .

La matriz que contiene la intersección de todos los posibles pares de intervalos y el valor del número de candidatos a la colisión por alcance, donde los barcos tipo “Oil products tanker” abordan a los barcos tipo “General Cargo Ship” en la ruta TFE SCP, destino TFE, se recoge en la Fig. 80.

TFE-SCP			-1,600	-400	0.020	-1,600	-200	0.050	400	2000	0.08	600	2000	0.12
-1,600	-400	0.02	-1600	-400	5.870E-09	-1600	-400	1.258E-08	0	0	0.000E+00	0	0	0.000E+00
-1,600	-200	0.05	-1600	-400	1.258E-08	-1600	-200	3.145E-08	0	0	0.000E+00	0	0	0.000E+00
-1,600	0	0.09	-1600	-400	1.981E-08	-1600	-200	4.953E-08	0	0	0.000E+00	0	0	0.000E+00
...
400	2,000	0.08	0	0	0.000E+00	0	0	0.000E+00	400	2000	7.044E-08	600	2000	1.057E-07
600	2,000	0.12	0	0	0.000E+00	0	0	0.000E+00	600	2000	1.057E-07	600	2000	1.811E-07

Fig. 80 : Número de candidatos a colisión por alcance.Ruta TFE SCP. Tipo de barcos : Oil products Tanker sobre General Cargo Ship

Esta misma situación de abordaje entre estos dos tipos de barcos no existe en el sentido SCP (debido a que, en este segundo caso, la velocidad de los barcos tipo “Oil products tanker” siempre es menor que la velocidad de los barcos tipo “General Cargo Ship”). A este tipo de colisión le corresponde un factor causal de $1.1 \cdot 10^{-4}$. La probabilidad de colisión por alcance entre estos dos tipos de barcos para cada intervalo de la ruta se recoge en la Fig. 81.

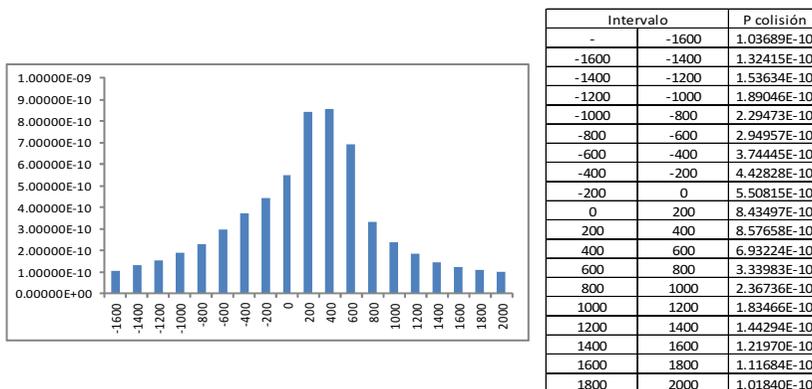


Fig. 81 : Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP. Tipo de barcos: Oil Products Tanker sobre General Cargo Ship

Por el contrario, la posibilidad de que un barco tipo “General Cargo Ship” aborde a un barco tipo “Oil products tanker” si existe en ambos sentidos de la ruta. Las matrices que contienen la intersección de todos los posibles pares de intervalos y el valor del número de candidatos a la colisión por alcance en este segundo caso, tanto destino TFE como destino SCP, se recogen en las Fig. 82 y 83 respectivamente.

TFE-SCP			-1,600	-400	0,020	-1,600	-200	0,050	400	2000	0,08	600	2000	0,12
-1,600	-400	0,02	-1600	-400	5,449E-07	-1600	-400	1,168E-06	0	0	0,000E+00	0	0	0,000E+00
-1,600	-200	0,05	-1600	-400	1,168E-06	-1600	-200	2,919E-06	0	0	0,000E+00	0	0	0,000E+00
-1,600	0	0,09	-1600	-400	1,839E-06	-1600	-200	4,597E-06	0	0	0,000E+00	0	0	0,000E+00
...	0	0	2,270E-06	0	0	0,000E+00	0	0	0,000E+00
400	2,000	0,08	0	0	0,000E+00	0	0	0,000E+00	400	2000	6,539E-06	600	2000	9,808E-06
600	2,000	0,12	0	0	0,000E+00	0	0	0,000E+00	600	2000	9,808E-06	600	2000	1,681E-05

Fig. 82 : Número de candidatos a colisión por alcance. Ruta TFE SCP. Destino TFE. Tipo de barcos: General Cargo Ship sobre Oil products Tanker

TFE-SCP			-1,200	-200	0,063	-1,200	0	0,194	200	1,600	0,080	400	1,600	0,013
-1,200	-200	0,063	-1200	-200	1,642E-06	-1200	-200	4,214E-06	0	0	0,000E+00	0	0	0,000E+00
-1,200	0	0,194	-1200	-200	4,214E-06	-1200	0	1,298E-05	0	0	0,000E+00	0	0	0,000E+00
-1,000	0	0,01	-1000	-200	2,085E-07	-1000	0	6,689E-07	0	0	0,000E+00	0	0	0,000E+00
-800	0	0,006	-800	-200	1,173E-07	-800	0	4,013E-07	0	0	0,000E+00	0	0	0,000E+00
200	1,600	0,08	0	0	0,000E+00	0	0	0,000E+00	200	1600	1,891E-06	400	1600	3,073E-07
400	1,600	0,013	0	0	0,000E+00	0	0	0,000E+00	400	1600	3,073E-07	400	1600	5,827E-08

Fig. 83 : Número de candidatos a colisión por alcance. Ruta TFE SCP. Destino SCP. Tipo de barcos: General Cargo Ship sobre Oil Products Tanker

La probabilidad de colisión por alcance para cada intervalo de la ruta, obtenida como resultado de la suma de esta probabilidad en ambos sentidos de la ruta, se recoge en la Fig. 84.

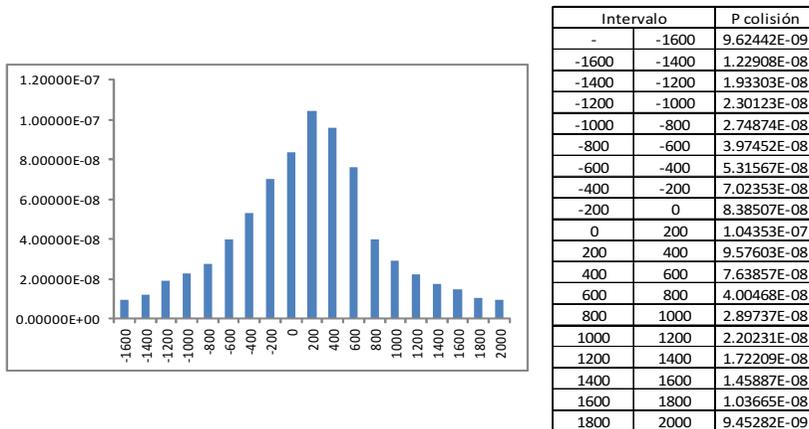


Fig. 84 : Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP. Tipo de barcos: General Cargo Ship sobre Oil products Tanker

También a modo de resumen, la Fig. 85 recoge los valores mínimos y máximos de la probabilidad de colisión por alcance para todas las posibles combinaciones de tipos de barcos en la ruta.

Tipo de barcos		Resultados propuestos	
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo
Oil products tanker	Oil products tanker	2.50452E-10	2.10920E-09
General cargo ship	Oil products tanker	9.45282E-09	1.04353E-07
Passenger ship	Oil products tanker	1.08407E-07	1.04740E-06
Other ship	Oil products tanker	1.31322E-09	1.10594E-08
Oil products tanker	General cargo ship	1.01840E-10	8.57658E-10
General cargo ship	General cargo ship	9.73128E-10	1.31614E-08
Passenger ship	General cargo ship	8.23802E-08	1.27528E-06
Other ship	General cargo ship	1.31322E-09	1.10594E-08
Passenger ship	Passenger ship	9.68628E-08	9.80997E-07
Other ship	Passenger ship	4.49860E-09	3.78854E-08
Suma		3.05553E-07	3.48417E-06

Fig. 85 : Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP

Los resultados obtenidos para las restantes rutas seleccionadas se recogen en el Anexo 3.

6. Medición de la incertidumbre

Como se indicó anteriormente, el área limitada por las medidas evidenciales indica el nivel de incertidumbre. Esta área se puede utilizar como medida de incertidumbre y se calcula como la suma del área de cada uno de los rectángulos que forman la estructura Dempster-Shafer, ya que la base de los rectángulos se corresponde con el ancho del intervalo y la altura equivale a la asignación básica de probabilidad asociada:

$$unc(x) = \sum_{i=1}^n (b_i - a_i) m_i$$

Para hacer posible la comparación entre rutas que tengan diferentes anchuras se debe normalizar la expresión anterior que quedaría de la siguiente forma:

$$unc(x) = \frac{1}{(\max(b_i) - \min(a_i))} \sum_{i=1}^n (b_i - a_i) m_i$$

Conforme a esta última expresión es posible medir la incertidumbre presente en las estructuras Dempster-Shafer correspondientes al conjunto de trayectorias futuras que seguirán los barcos como variables de entrada y en las estructuras Dempster-Shafer correspondientes a las probabilidades de colisión frontal y por alcance entre barcos como variables de salida.

Los resultados obtenidos se presentan en la Fig. 86.

Ruta	Destino	unc (x)
TFE SCP	TFE	0.2977
	SCP	0.3999
CRI GOM	CRI	0.3045
	GOM	0.3022
TFE LPA	TFE	0.2791
	LPA	0.3307
LPA ACF	LPA	0.3689
	ACF	0.3446

Fig. 86 : Medición de incertidumbre asociada a la distribución del tráfico

La medición de la incertidumbre en la salida se ha de realizar sobre cada una de las combinaciones posibles de tipos de barcos. En este caso, tanto para la variable de entrada (distribución del tráfico) como para la variable de salida (probabilidad de colisión) la base de los rectángulos que forman las respectivas estructuras Dempster-Shafer está medida en metros. A pesar de esta homogeneidad en las unidades, el resto de las variables que intervienen en el modelo hacen que no se pueda establecer ninguna relación entre la incertidumbre medida en la variable de entrada para las distintas rutas y la variable de salida.

Este análisis si se puede realizar si se dispone de distintos niveles en la calidad de la información referida a una misma ruta.

7. Validación de la metodología propuesta

Los resultados obtenidos con la metodología propuesta han sido comparados con los resultados presentados por IWRAP para todos los pares posibles de tipos de barcos en las cuatro rutas seleccionadas. Tanto los referidos a la probabilidad de colisión frontal como a la probabilidad de colisión por alcance.

Los análisis desarrollados por IWRAP han sido contrastados con éxito utilizando datos reales en diferentes escenarios (Mar de Aaland, Mar Báltico y aguas cercanas a Malasia) y el software IWRAP Mk 2 es

recomendado por la IALA.

La comparación entre los resultados obtenidos por ambas metodologías para la ruta TFE SCP en cuanto a la probabilidad de colisión frontal se presenta en la Fig. 87.

La comparación de los resultados obtenidos para la probabilidad de colisión por alcance se presenta en la Fig. 88.

Se observa en ambos casos que los resultados obtenidos por IWRAP están muy próximos al valor máximo estimado por la metodología propuesta que, a su vez, se corresponde con el valor obtenido para el intervalo central de la ruta.

La comparación para las restantes rutas seleccionadas se recoge en el Anexo 4.

Tipo de barcos		Resultados propuestos		Resultados
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo	IWRAP
Oil products tanker	Oil products tanker	5.62741E-09	4.79340E-08	4.56873E-08
Oil products tanker	General cargo ship	3.12044E-08	2.65797E-07	2.53352E-07
Oil products tanker	Passenger ship	1.13202E-07	9.64245E-07	9.19210E-07
Oil products tanker	Other ship	1.79905E-10	1.53242E-09	1.27107E-09
General cargo ship	Oil products tanker	3.12044E-08	2.65797E-07	2.53352E-07
General cargo ship	General cargo ship	7.60681E-08	6.47944E-07	6.17463E-07
General cargo ship	Passenger ship	3.52714E-07	3.00439E-06	2.86699E-06
General cargo ship	Other ship	1.56583E-09	1.33377E-08	1.14392E-08
Passenger ship	Oil products tanker	1.13202E-07	9.64245E-07	9.19210E-07
Passenger ship	General cargo ship	3.52714E-07	3.00439E-06	2.86699E-06
Passenger ship	Passenger ship	1.47394E-06	1.25550E-05	1.19875E-05
Passenger ship	Other ship	5.16943E-09	4.40329E-08	3.71755E-08
Other ship	Oil products tanker	1.79905E-10	1.53242E-09	1.27107E-09
Other ship	General cargo ship	1.56583E-09	1.33377E-08	1.14392E-08
Other ship	Passenger ship	5.16943E-09	4.40329E-08	3.71755E-08
Sum		2.56371E-06	2.18375E-05	2.08295E-05

Fig. 87 : Comparación de resultados. Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE SCP

Tipo de barcos		Resultados propuestos		Resultados
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo	IWRAP
Oil products tanker	Oil products tanker	2.50452E-10	2.10920E-09	2.07089E-09
General cargo ship	Oil products tanker	9.45282E-09	1.04353E-07	1.03600E-07
Passenger ship	Oil products tanker	1.08407E-07	1.04740E-06	1.03622E-06
Other ship	Oil products tanker	1.31322E-09	1.10594E-08	9.49348E-09
Oil products tanker	General cargo ship	1.01840E-10	8.57658E-10	8.54580E-10
General cargo ship	General cargo ship	9.73128E-10	1.31614E-08	1.30046E-08
Passenger ship	General cargo ship	8.23802E-08	1.27528E-06	1.23307E-06
Other ship	General cargo ship	1.31322E-09	1.10594E-08	1.00568E-08
Passenger ship	Passenger ship	9.68628E-08	9.80997E-07	9.75157E-07
Other ship	Passenger ship	4.49860E-09	3.78854E-08	3.34298E-08
Suma		3.05553E-07	3.48417E-06	3.41696E-06

Fig. 88 : Comparación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP

IWRAP supone que el tráfico sigue una distribución normal y que la probabilidad de colisión entre dos barcos, $P_{i,j}$, también sigue una distribución normal de parámetros $\mu = \mu_1 + \mu_2$ y $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ en el caso de la colisión frontal y $\mu = 0$ y $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ en el caso de la colisión por alcance.

Por tanto, los resultados obtenidos por la metodología propuesta se aproximarán a los resultados obtenidos por IWRAP en la medida en que la función de distribución de la probabilidad de colisión real se ajuste a la función de distribución normal propuesta por IWRAP.

Para medir la discrepancia entre las funciones de distribución propuestas por ambas metodologías se ha utilizado la divergencia de Kullback-Leibler, [617]. Se trata de una medida no simétrica que se define para dos funciones de distribución P y Q como:

$$\sum_z P(z) \log_2 \frac{P(z)}{Q(z)}$$

Donde z toma todos los valores del rango común a las variables aleatorias X e Y cuyas funciones de distribución son P y Q .

Esta medida refleja la desviación respecto a un estandar y se interpreta como la entropía relativa entre ambas funciones de distribución.

Se establece que P representa la distribución de las observaciones y Q la distribución del modelo. En este caso, en tanto se han tomado como referencia los resultados obtenidos por IWRAP, se considera que la distribución propuesta por IWRAP se corresponde con la distribución de las observaciones.

7.1. Probabilidad de colisión frontal

La representación gráfica de la función de distribución de probabilidad de colisión frontal entre dos barcos obtenida por ambas propuestas, indicando la divergencia Kullback-Leibler asociada, junto con el gráfico que representa la relación entre los resultados obtenidos por IWRAP y los obtenidos por la metodología propuesta se presentan para las cuatro rutas seleccionadas en las Fig. 89, 90, 91 y 92.

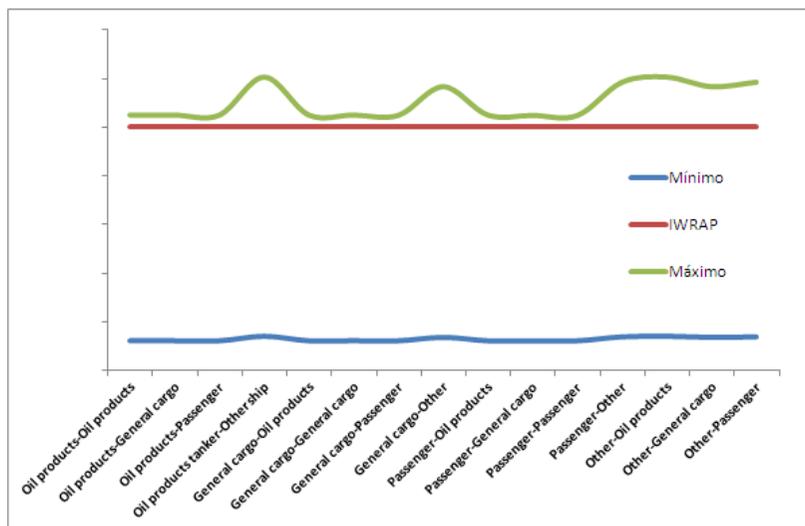
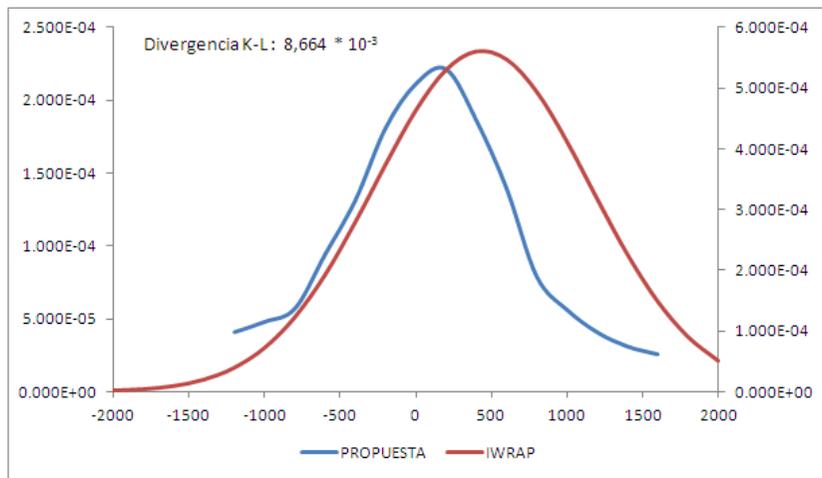


Fig. 89 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE SCP

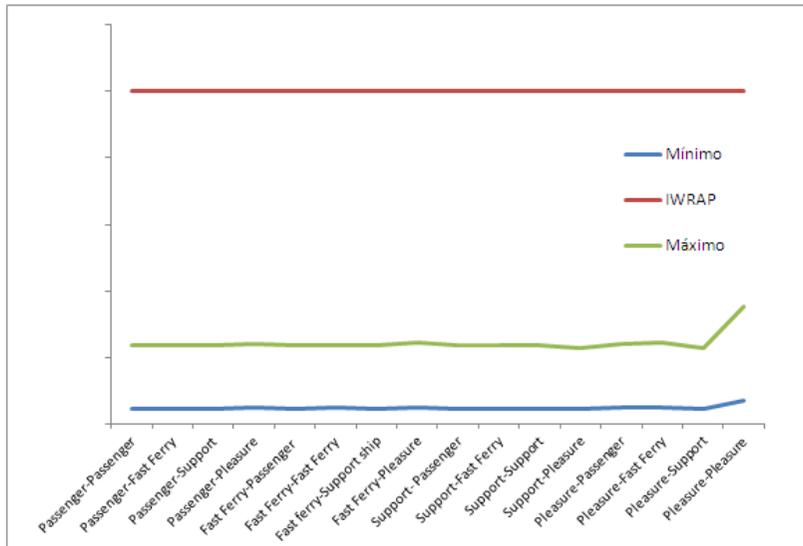
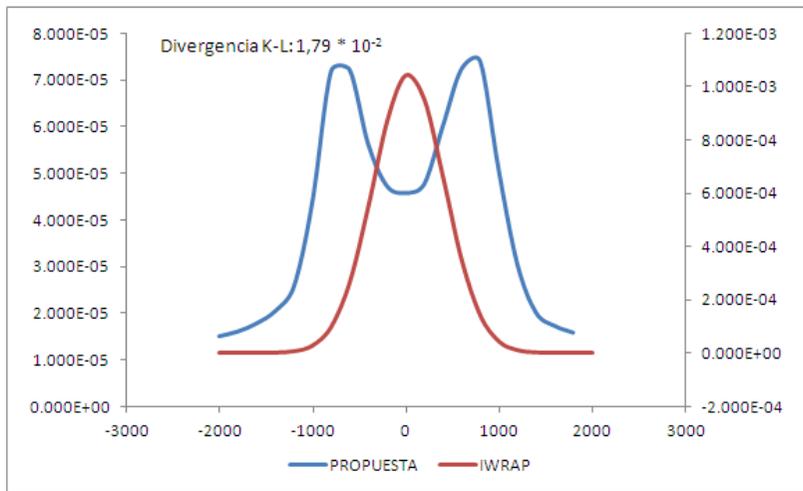


Fig. 90: Validación de resultados. Probabilidad de colisión frontal. Ruta CRI GOM

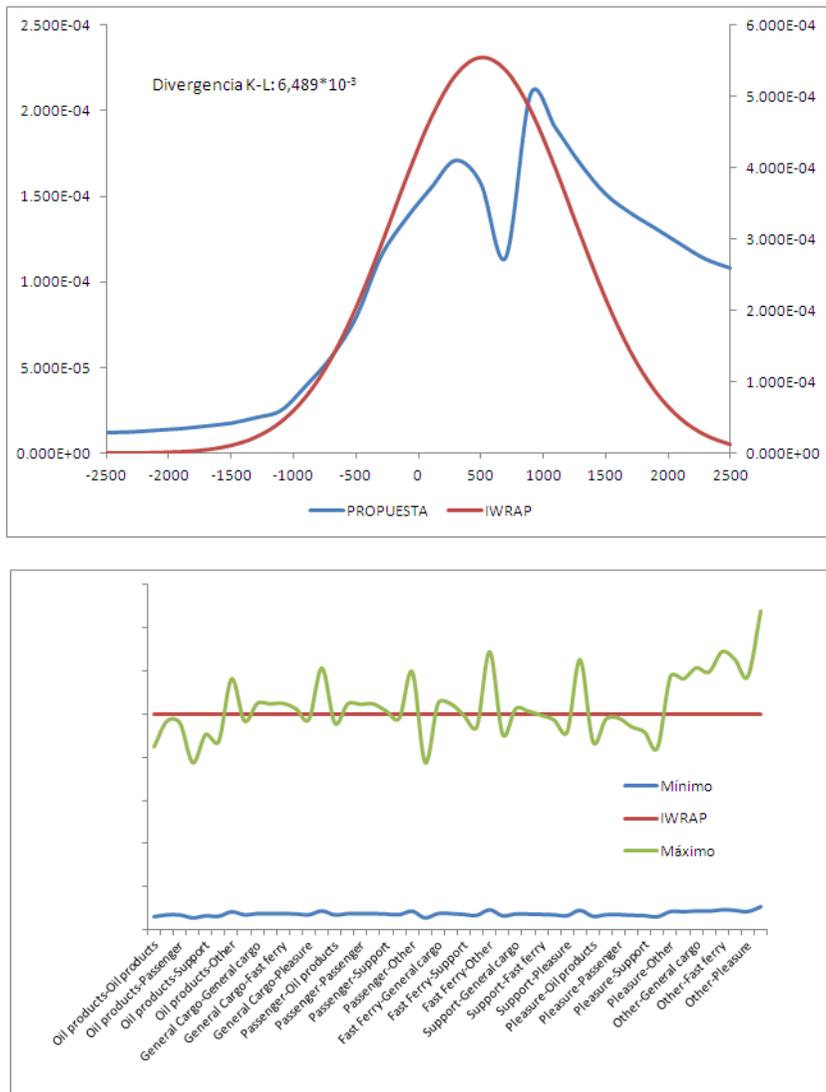


Fig. 91: Validación de resultados. Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE LPA

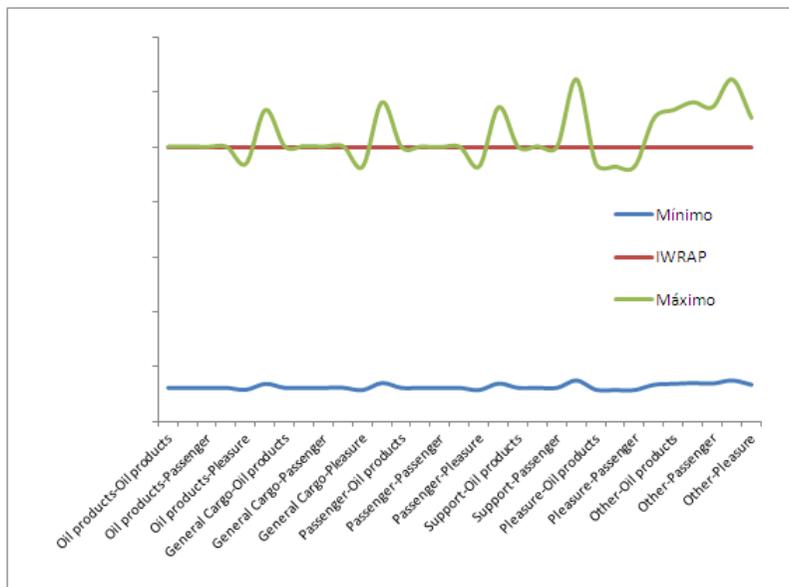
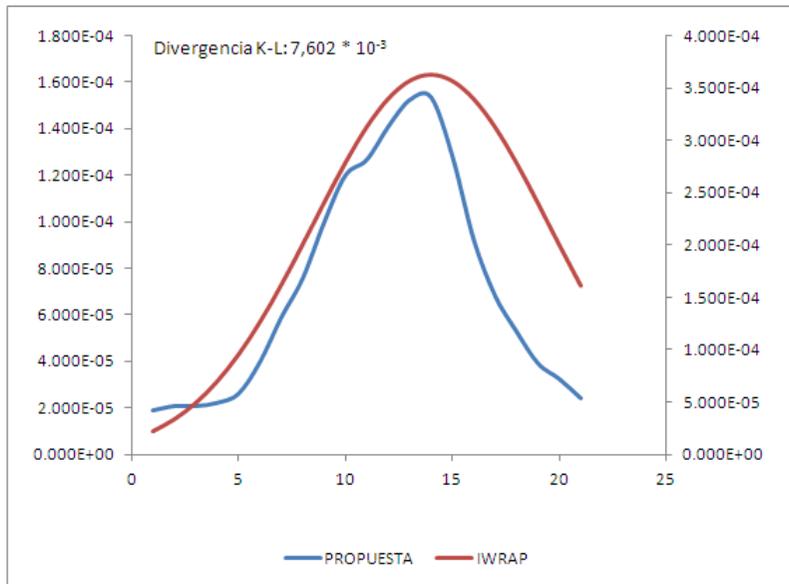


Fig. 92 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión frontal. Ruta LPA ACF

Se puede observar en las cuatro figuras anteriores que los valores IWRAP se mantienen entre los valores máximos y mínimos de los obtenidos con la metodología propuesta, y siempre muy próximos a los valores máximos, mientras la divergencia de Kullback-Leibler alcanza valores del orden de 10^{-3} . Por el contrario en la Fig. 90, se observa un aumento de la divergencia y, para un valor de la divergencia K-L del orden de 10^{-2} , el rango de los resultados obtenidos por la propuesta se aleja de los resultados obtenidos por IWRAP.

7.2. Probabilidad de colisión por alcance

De igual forma, la representación gráfica de la función de distribución de probabilidad de colisión por alcance entre dos barcos obtenida por ambas propuestas, indicando la divergencia Kullback-Leibler asociada, junto con el gráfico que representa la relación entre los resultados obtenidos por IWRAP y los obtenidos por la metodología propuesta se presentan en las Fig. 93 a Fig. 104.

A diferencia de la situación de colisión frontal, en la colisión por alcance hay que calcular la divergencia entre las distribuciones consideradas en ambos sentidos de la ruta.

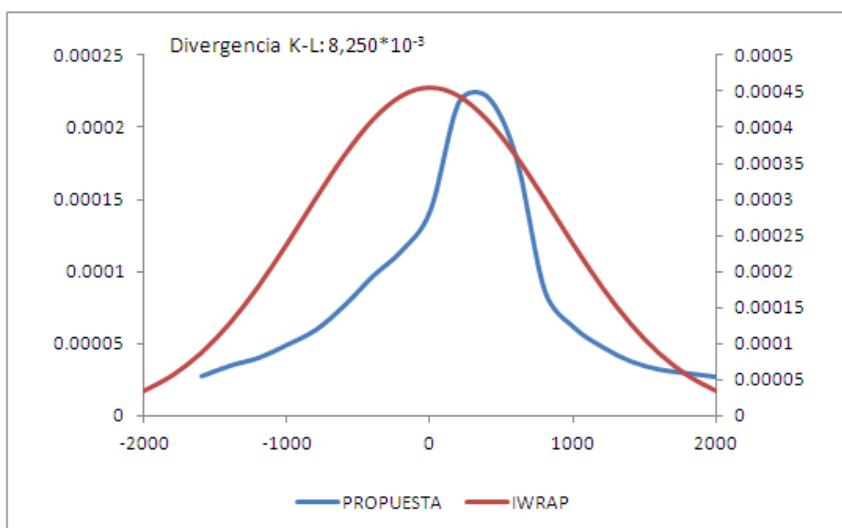


Fig. 93 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP. Destino TFE

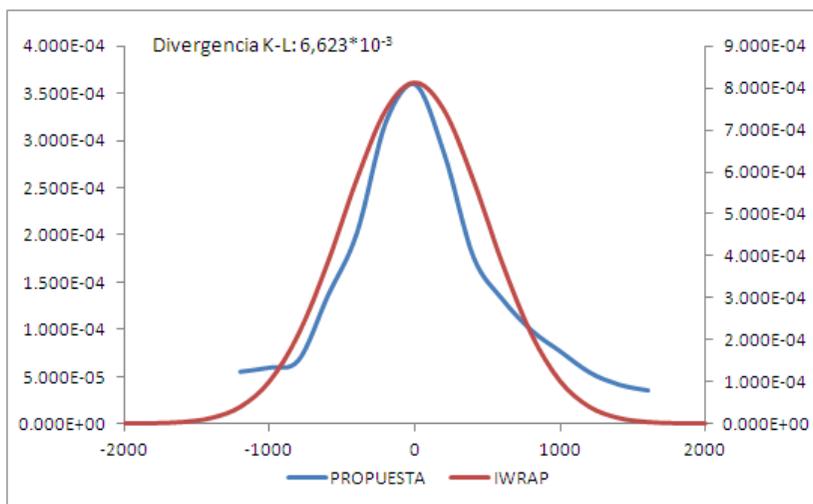


Fig. 94 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP. Destino SCP

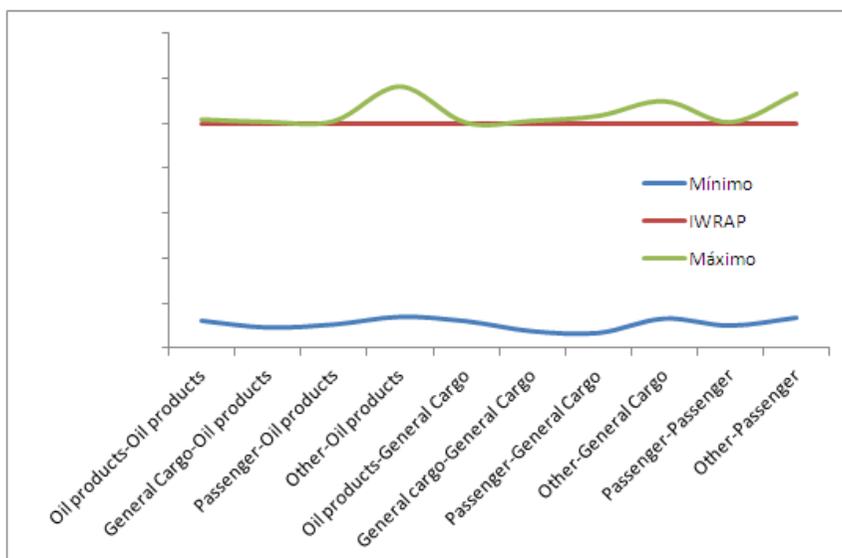


Fig. 95 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE SCP.

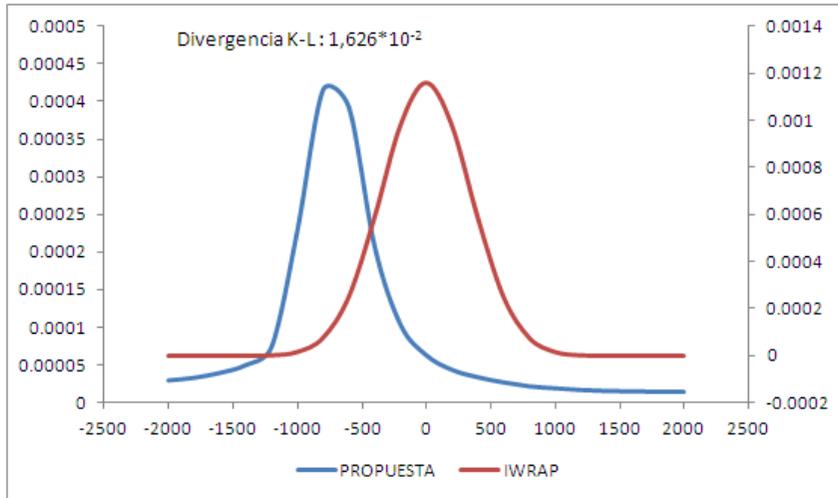


Fig. 96 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta CRI GOM. Destino CRI

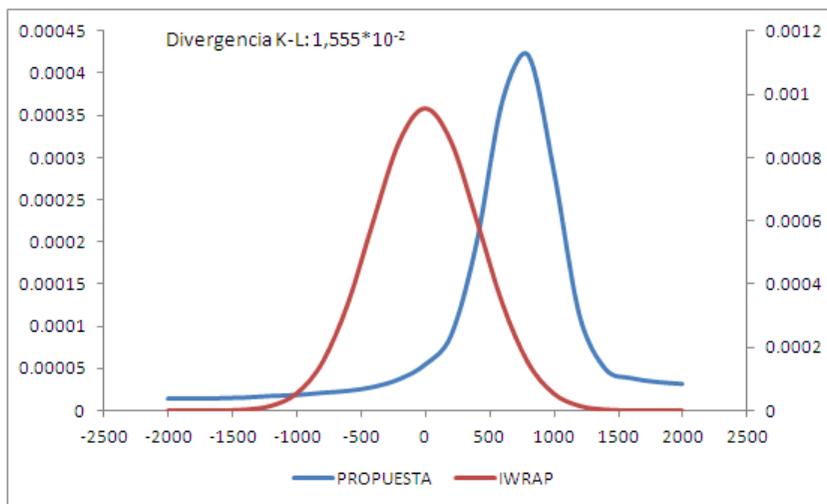


Fig. 97 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta CRI GOM. Destino GOM

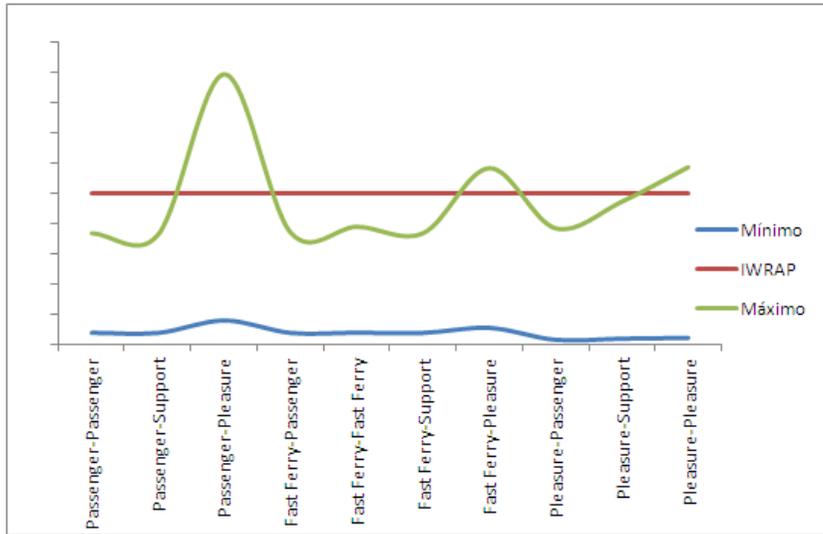


Fig. 98 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta CRI GOM.

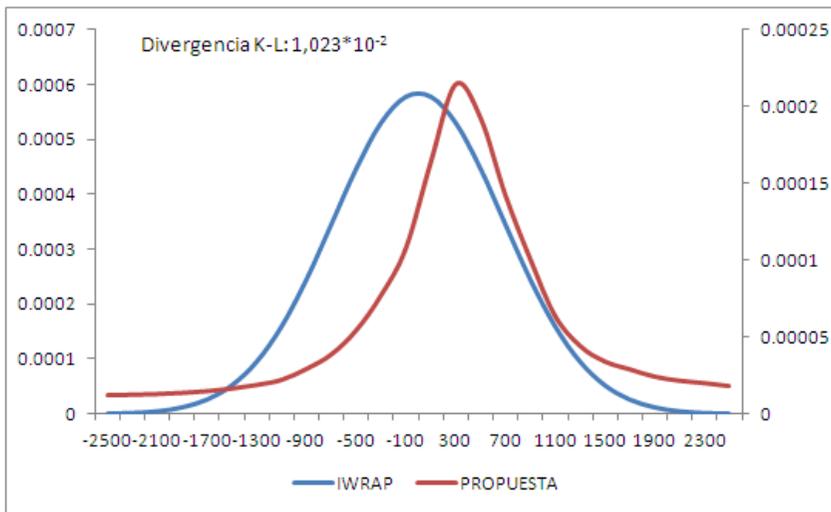


Fig. 99 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE LPA. Destino TFE

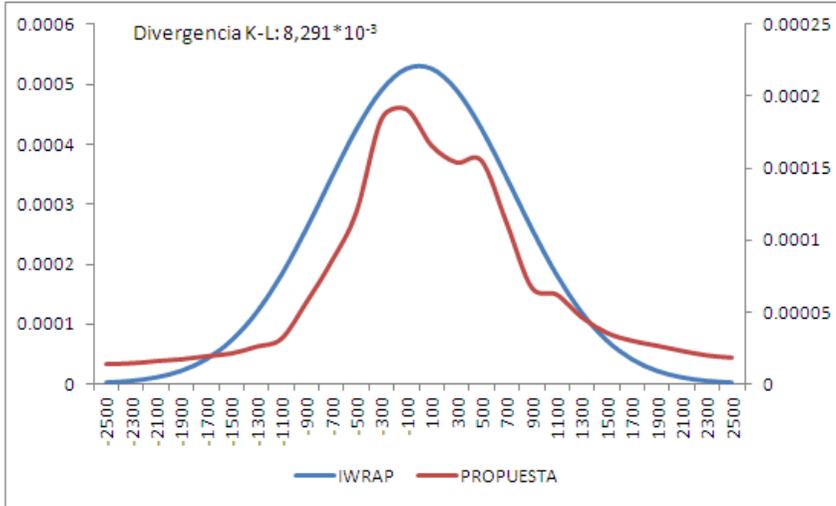


Fig. 100 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE LPA. Destino LPA

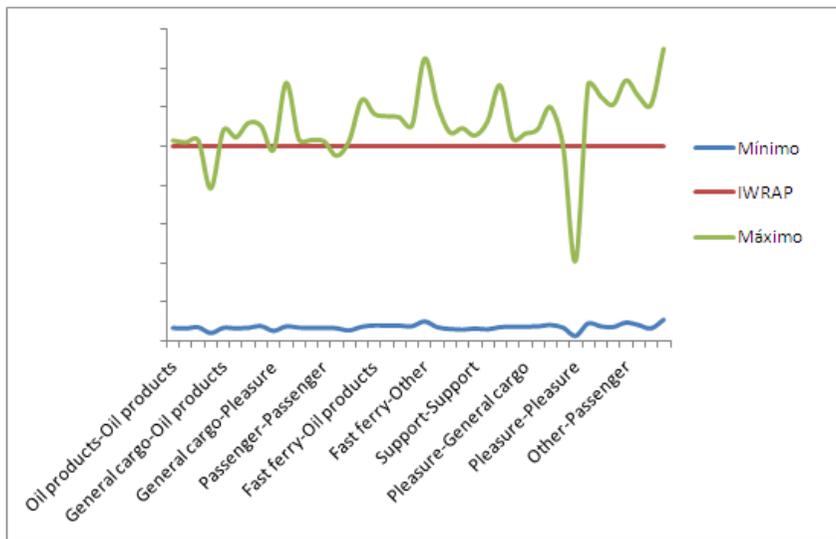


Fig. 101 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE LPA

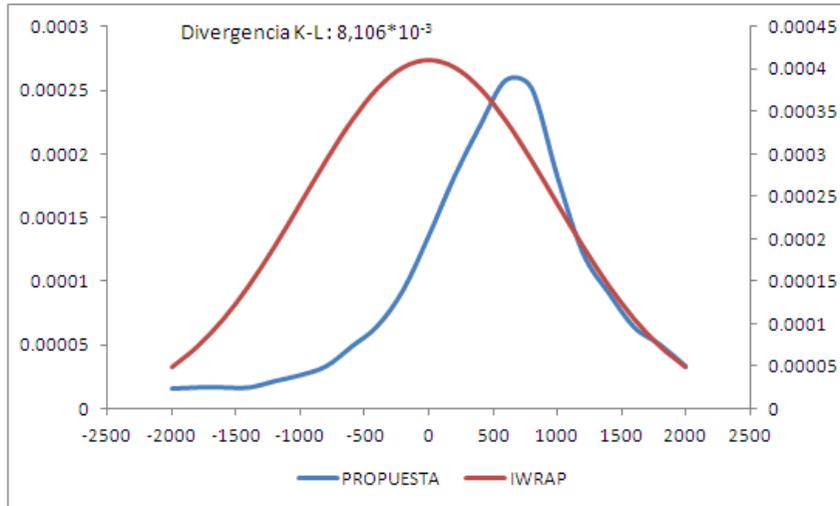


Fig. 102 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta LPA
ACF. Destino LPA

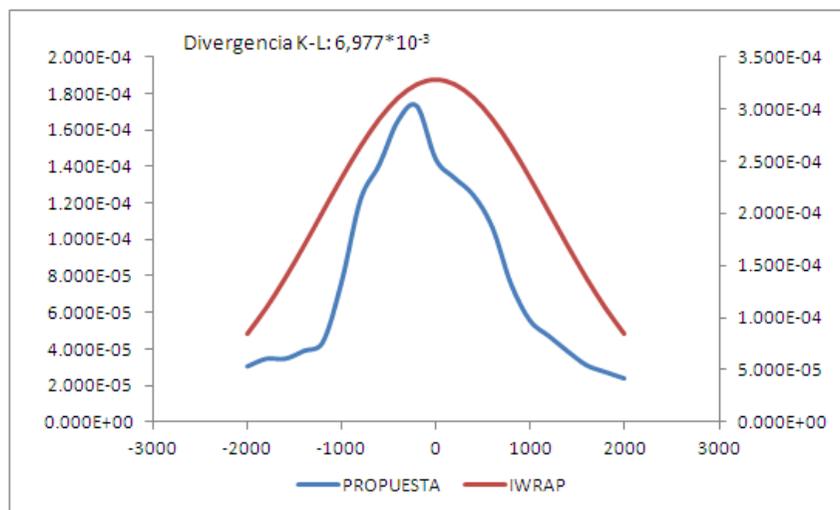


Fig. 103 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta LPA
ACF. Destino ACF

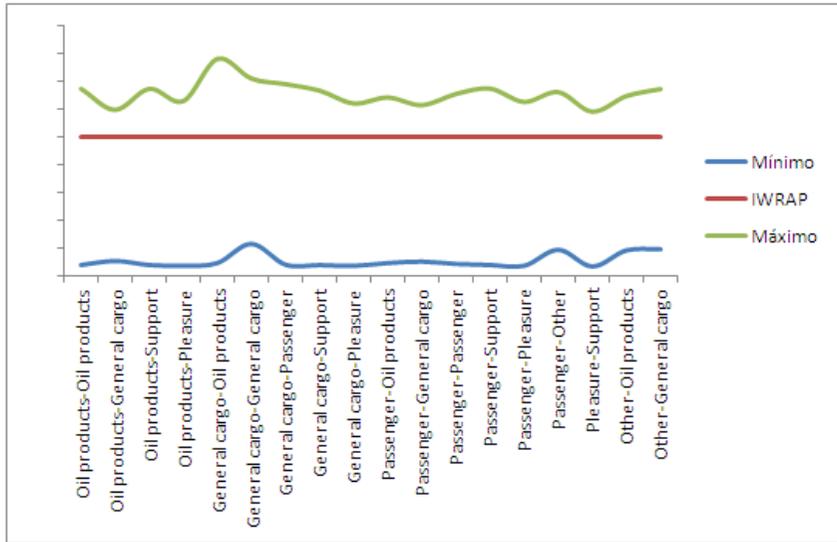


Fig. 104 : Validación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta LPA ACF

Al igual que en la probabilidad de colisión frontal se observa en este grupo de gráficos que los resultados obtenidos por IWRAP se mantienen entre los valores mínimos y máximos obtenidos por la metodología propuesta, y siempre próximos al máximo, para valores de divergencia K-L del orden de 10^{-3} .

Por el contrario, cuando aumenta el valor de la divergencia de Kullback-Leibler se pierde esta relación y los valores obtenidos por IWRAP son mayores que los máximos propuestos en la mayoría de las situaciones potenciales de colisión presentes en la ruta.

8. Resumen del capítulo

En una fase previa a la aplicación de la metodología propuesta al tráfico marítimo en las Islas Canarias se han descrito la localización y características de la zona marítima en estudio, el origen y la calidad de los datos de partida, el conjunto de rutas donde existe mayor densidad de tráfico y las características del tráfico en cuanto a número, dimensiones y velocidad de los barcos.

Para el desarrollo de la aplicación se han seleccionado cuatro rutas sobre las que se ha aplicado tanto la metodología propuesta por IWRAP como la propuesta en esta tesis, indicando la forma de aplicar los límites de Kolmogorov-Smirnov a la estructura Dempster-Shafer original para obtener las medidas evidenciales que contendrán el tráfico futuro con un determinado nivel de confianza e indicando también la forma en que se propaga la incertidumbre en cada una de las rutas propuestas utilizando el modelo de Pedersen.

Por último, la validación de la propuesta se ha realizado para los dos tipos de colisión estudiados, colisión frontal y colisión por alcance, utilizando la divergencia de Kullback-Leibler para evaluar la discrepancia entre la distribución normal de la probabilidad de colisión propuesta por IWRAP y la distribución real obtenida por la metodología propuesta. Como conclusión de este proceso de validación se observa que los resultados propuestos por ambas metodologías se alejan en la medida en que la divergencia de Kullback-Leibler aumenta.

Capítulo 6. Conclusiones y desarrollos futuros

A lo largo de los capítulos 4 y 5 de esta tesis, dedicados respectivamente a la incertidumbre en la modelización de la probabilidad de colisión en el tráfico marítimo y a la aplicación de la metodología propuesta al tráfico marítimo en las Islas Canarias, se han ido presentando diversas conclusiones relativas a la valoración de los modelos existentes y a la gestión de la incertidumbre presente en la modelización.

Tras analizar el estado del arte en la modelización de la estimación de la probabilidad de colisión se ha considerado que el modelo de Pedersen tal y como es utilizado por la aplicación IWRAP Mk 2 es el que mejor responde a los requerimientos de la modelización por dos motivos: 1) permite agrupar los barcos según tipo y dimensiones y, lo que es más importante, 2) permite el tratamiento de los datos aportados por el sistema AIS.

A partir del análisis del modelo de Pedersen se concluye que la incertidumbre está presente en el modelo en cuatro de las variables de entrada: distribución del tráfico, número de travesías, velocidad y eslora de los barcos; y que esta incertidumbre es de carácter mixto: aleatoria y epistémica.

No es posible considerar que las características de estas cuatro variables en un determinado periodo pasado puedan ser asimiladas a las características que tendrán en periodos futuros. Asumir esta traslación de las características de las variables del pasado hacia el futuro implicaría obviar la aleatoriedad asociada con el comportamiento de las variables e ignorar la sensibilidad del análisis de riesgo respecto de los cambios que se pudieran producir en la evolución de las mismas.

A su vez, tras analizar los distintos marcos teóricos propuestos para el tratamiento de la incertidumbre asociada a la modelización y su adecuación al caso concreto de la estimación de la probabilidad de colisión en el tráfico marítimo (marcos teóricos que habían sido presentados previamente en el capítulo 2 donde se estudió el estado del arte en la representación y tratamiento tanto de la incertidumbre aleatoria como de la epistémica), se ha concluido que el que mejor responde a la representación de la incertidumbre presente en el modelo en estudio, y que además asegura que la propagación de esta incertidumbre se produce de forma rigurosa y obteniendo la mejor solución posible en base a la evidencia disponible, es la Teoría de Dempster-Shafer.

El primer requerimiento de esta Teoría es el de representar adecuadamente la incertidumbre presente en el modelo en estudio. Para ello en esta tesis se propone la representación de la incertidumbre mediante cajas de probabilidad constituidas por las medidas evidenciales de creencia y plausibilidad. Estas cajas de probabilidad se pueden

descomponer en estructuras Dempster-Shafer en el caso de la distribución del tráfico y en estructuras Dempster-Shafer degeneradas en el caso de las restantes variables de medida incierta: velocidad y eslora de los barcos, y número de travesías.

Esta forma de describir las variables presenta algunas ventajas de interés para analistas y decisores:

- i. El analista no necesita presuponer que las variables seguirán alguna distribución conocida, como hace IWRAP al establecer que el tráfico seguirá una distribución normal, ya que la Teoría Dempster-Shafer no necesita conocer a priori la función de distribución que seguirán las variables en los intervalos que forman las estructuras Dempster-Shafer. En consecuencia no se introduce ningún posible error originado por la posibilidad cierta de que la distribución real no se ajuste a la distribución normal esperada.
- ii. El resultado se presenta en forma de caja de probabilidad y el área limitada por las medidas evidenciales, que se puede calcular de forma inmediata si se descompone esta caja de probabilidad en su correspondiente estructura Dempster-Shafer, refleja el grado de incertidumbre. Esta forma de presentar los resultados permite al decisor adoptar diferentes decisiones de acuerdo a su grado de aversión al riesgo y puede conducir a distintas estrategias de seguridad.
- iii. En base a la información sobre la probabilidad de colisión detallada por cada uno de los intervalos en los que se dividió inicialmente la ruta, el decisor puede adoptar estrategias de seguridad orientadas a redireccionar el tráfico hacia los intervalos que presenten menor probabilidad de colisión. Además el decisor podrá medir el resultado de las acciones propuestas.

La validación de la metodología propuesta se ha realizado comparando los resultados obtenidos por IWRAP y los obtenidos por esta metodología en cuatro rutas seleccionadas mediante la utilización de la divergencia de Kullback-Leibler, esta métrica permite medir la discrepancia entre la distribución normal supuesta por IWRAP para la probabilidad de colisión y la distribución real obtenida por la metodología basada en la Teoría de Dempster-Shafer. Esta validación permite concluir que la discrepancia en los resultados obtenidos por ambas propuestas aumenta a medida que la distribución real se aleja de la distribución normal.

La Organización Marítima Internacional (IMO) ha señalado que las incertidumbres de la evaluación cualitativa del riesgo deben valorarse junto con las medidas propuestas para la reducción de riesgos. La IMO

también resalta la necesidad de tener en cuenta la incertidumbre presente en el proceso con el fin de evitar juicios precipitados sobre los beneficios de una opción particular de control de riesgo. En este sentido, las contribuciones de esta tesis pueden ser de interés si se considera que en trabajos anteriores no se ha puesto mucho énfasis en el análisis de la incertidumbre y, cuando se ha hecho, ha sido únicamente centrado en la incertidumbre aleatoria (o al menos con un enfoque centrado en la Teoría de la Probabilidad).

En cuanto a desarrollos futuros sería interesante estudiar la influencia del número de intervalos en que se divide la ruta sobre los resultados. Si el área limitada por las medidas evidenciales que resultan de la aplicación de los límites de Kolmogorov-Smirnov a la estructura Dempster-Shafer original refleja el grado de incertidumbre, esta área debería decrecer si el analista dispusiera de más información (ampliada, por ejemplo, a más periodos) sobre las variables de medida incierta. Más información sobre estas variables permitiría un mayor detalle, lo que incrementaría el número de intervalos y, a su vez, debería reducir el área contenida en la caja de probabilidad resultante.

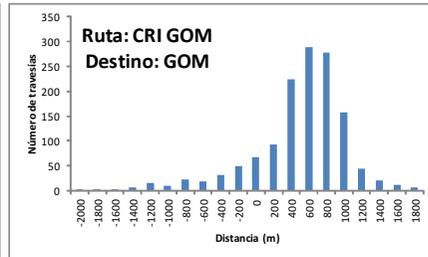
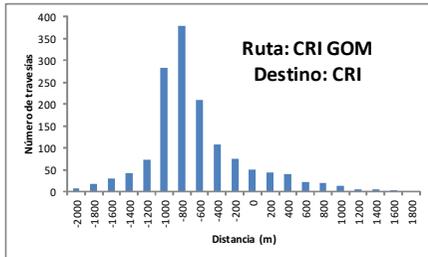
Por otra parte tanto en la propuesta de IWRAP como en la presentada en esta tesis se establece que todos los intervalos en que se divide la ruta son de igual longitud. En línea con lo comentado en el párrafo anterior se podría estudiar como afectaría a los resultados si se consideraran intervalos más pequeños en las zonas de mayor tráfico y, al mismo tiempo, intervalos mayores en las zonas de menor densidad. A priori se puede pensar que esta nueva división conduciría a una mayor precisión en la información y, en consecuencia, a una menor incertidumbre en los resultados. Se podría incluso implementar un proceso iterativo que estableciera la división óptima que redundara en una menor incertidumbre.

Un aspecto no resuelto es el relativo a la relación que existe entre la incertidumbre en las variables de entrada y la incertidumbre en la variable de salida. Dado que existe proporcionalidad entre el área limitada por las medidas evidenciales y el grado de incertidumbre, se puede profundizar en el estudio de la relación entre la incertidumbre en la definición de las variables y la incertidumbre en los resultados obtenidos. Este análisis tiene sentido no tanto en la comparación entre rutas, debido a la incidencia del resto de las variables que definen el modelo, sino en la comparación de distintos niveles en la calidad de la información de partida referida a una misma ruta.

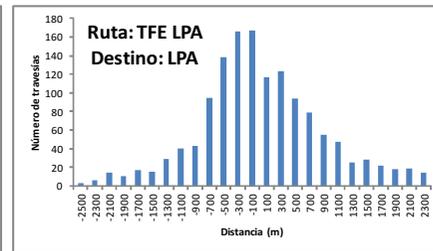
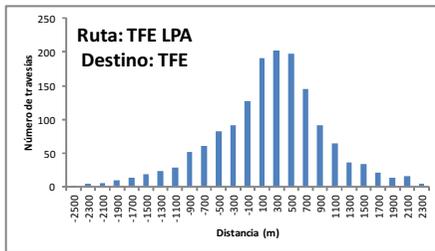
Por último se podrían analizar las consecuencias derivadas de la incorporación de nuevos elementos que pueden aparecer en el área de estudio, evaluando, por ejemplo, el impacto sobre la probabilidad de colisión ocasionado por la instalación de una plataforma extractiva o por la deriva de un barco averiado que siga una cierta trayectoria determinada por las corrientes marinas existentes en la zona.

Anexo 1: Descripción del tráfico

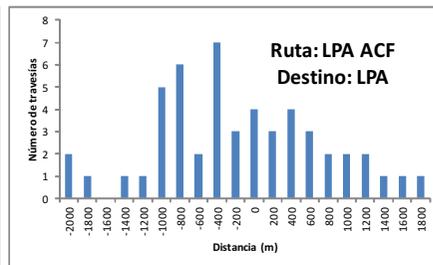
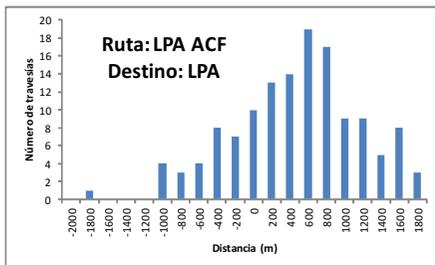
1. Histogramas de frecuencia de las travesías



Número de travesías por intervalo. Ruta CRI GOM



Número de travesías por intervalo. Ruta TFE LPA 2



Número de travesías por intervalo. Ruta LPA ACF 2

2. Número de travesías por tipo de barco y eslora

Eslora de los barcos	Destino CRI	Tipo de barco			
		Passenger ship (PS)	Fast Ferry (FF)	Support ship (SS)	Pleasure boat (PB)
	0 - 25	0	0	1	0
	25 - 50	0	222	0	0
	50 - 75	0	0	0	1
	75 - 100	37	43	0	0
	100 - 125	0	454	0	0
	125 - 150	1004	0	0	0

Eslora de los barcos	Destino GOM	Tipo de barco			
		Passenger ship (PS)	Fast Ferry (FF)	Support ship (SS)	Pleasure boat (PB)
	25 - 50	0	211	1	1
	50 - 75	0	0	0	3
	75 - 100	33	36	0	0
	100 - 125	0	392	0	0
	125 - 150	993	0	0	0
	-	-	-	-	-

Tipo de barco según eslora. Ruta CRI GOM

Eslora de los barcos	Destino TFE	Tipo de barco				
		Oil products tanker (OPT)	General cargo ship (GCS)	Passenger ship (PS)	Support ship (SS)	Other ship (OS)
	0 - 25	0	0	0	0	1
	25 - 50	1	0	0	8	0
	50 - 75	1	2	0	8	0
	75 - 100	50	28	2	0	8
	100 - 125	96	47	50	0	0
	125 - 150	4	331	300	0	0
	150 - 175	0	68	478	0	0
	175 - 200	18	9	329	0	0
	200 - 225	17	16	0	0	0
	225 - 250	1	2	0	0	0
	250 - 275	4	0	4	0	0
	275 - 300	1	2	1	0	0
	300 - 325	0	1	0	0	0

Eslora de los barcos	Destino LPA	Tipo de barco						
		Oil products tanker (OPT)	General cargo ship (GCS)	Passenger ship (PS)	Fast ferry (FF)	Support ship (SS)	Pleasure boat (PS)	Other ship (OS)
	25 - 50	0	0	0	1	6	1	1
	50 - 75	1	0	0	0	6	2	0
	75 - 100	39	18	0	0	0	0	1
	100 - 125	103	23	48	0	0	0	0
	125 - 150	6	214	296	0	0	0	0
	150 - 175	1	32	521	0	0	0	0
	175 - 200	19	21	264	0	0	0	1
	200 - 225	16	47	8	0	0	0	0
	225 - 250	0	1	0	0	0	0	0
	250 - 275	2	0	1	0	0	0	0
	275 - 300	4	1	2	0	0	0	0
	300 - 325	0	0	1	0	0	0	0
	-	-	-	-	-	-	-	-

Tipo de barco según eslora. Ruta TFE LPA 2

Eslora de los barcos	Destino LPA	Tipo de barco				
		Oil products tanker (OPT)	General cargo ship (GCS)	Passenger ship (PS)	Support ship (SS)	Pleasure boat (PB)
	25 - 50	0	0	0	1	0
	50 - 75	0	0	0	0	1
	100 - 125	0	2	1	0	0
	125 - 150	0	14	1	0	0
	150 - 175	1	1	89	0	0
	175 - 200	1	3	42	0	0
	200 - 225	0	1	0	0	0
	250 - 275	0	1	0	0	0
	275 - 300	0	0	2	0	0

Eslora de los barcos	Destino ACF	Tipo de barco			
		Oil products tanker (OPT)	General cargo ship (GCS)	Passenger ship (PS)	Other ship (OS)
	75 - 100	0	0	0	1
	100 - 125	0	1	0	0
	125 - 150	0	11	0	0
	150 - 175	0	1	21	0
	175 - 200	0	0	16	0
	200 - 225	1	9	0	0
	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-

Tipo de barco según eslora. Ruta LPA ACF 2

3. Dimensiones y velocidad de los barcos

Destino CRI	Eslora media				Eslora/manga				Veloc. Media			
	PS	FF	SS	PB	PS	FF	SS	PB	PS	FF	SS	PB
0 - 25	-	-	22	-	-	-	2.94	-	-	-	12.4	-
25 - 50	-	35	-	-	-	3.57	-	-	-	35.5	-	-
50 - 75	-	-	-	58	-	-	-	4.97	-	-	-	13.3
75 - 100	86	86	-	-	5.21	4.45	-	-	15.5	38.2	-	-
100 - 125	-	112	-	-	-	4.94	-	-	-	38.9	-	-
125 - 150	136	-	-	-	5.89	-	-	-	19.8	-	-	-

Dimensiones y velocidad de los barcos. Ruta CRI GOM. Destino CRI

Destino GOM	Eslora media				Eslora/manga				Veloc. Media			
	PS	FF	SS	PB	PS	FF	SS	PB	PS	FF	SS	PB
25 - 50	-	35	32	36	-	3.57	3.39	4.33	-	35.5	13.1	14.2
50 - 75	-	-	-	58	-	-	-	4.97	-	-	-	27.5
75 - 100	86	86	-	-	5.21	4.45	-	-	15.5	38.2	-	-
100 - 125	-	112	-	-	-	4.94	-	-	-	38.9	-	-
125 - 150	136	-	-	-	5.89	-	-	-	19.8	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Dimensiones y velocidad de los barcos. Ruta CRI GOM. Destino GOM

Destino TFE	Eslora media					Eslora/manga					Velocidad media				
	OPT	GCS	PS	SS	OS	OPT	GCS	PS	SS	OS	OPT	GCS	PS	SS	OS
0 - 25	-	-	-	-	21	-	-	-	-	3.09	-	-	-	-	18.4
25 - 50	39	-	-	32	-	4.81	-	-	3.39	-	9.6	-	-	15.9	-
50 - 75	65	63	-	60	-	5.72	5.62	-	4.34	-	11.2	11.0	-	32.1	-
75 - 100	89	87	86	-	86	5.97	5.95	5.21	-	4.10	12.7	12.3	15.5	-	18.9
100 - 125	11	110	112	-	-	6.24	6.55	5.76	-	-	13.1	13.3	18.0	-	-
125 - 150	137	138	136	-	-	6.42	6.73	5.89	-	-	13.8	15.1	19.8	-	-
150 - 175	-	161	162	-	-	-	6.35	6.26	-	-	-	15.6	21.6	-	-
175 - 200	178	183	184	-	-	5.97	6.20	6.73	-	-	14.9	15.7	23.4	-	-
200 - 225	218	202	-	-	-	6.70	6.53	-	-	-	14.9	15.8	-	-	-
225 - 250	235	237	-	-	-	5.65	7.35	-	-	-	14.9	20.5	-	-	-
250 - 275	264	-	263	-	-	5.28	-	8.01	-	-	15.6	-	22.9	-	-
275 - 300	279	275	275	-	-	6.27	7.35	7.13	-	-	15.0	20.5	22.1	-	-
300 - 325	-	300	-	-	-	-	7.35	-	-	-	-	20.5	-	-	-

Dimensión y velocidad de los barcos. Ruta TFE LPA. Destino TFE

Destino LPA	Eslora media						Eslora/manga						Velocidad media								
	OPT	GCS	PS	FF	SS	PB	OS	OPT	GCS	PS	FF	SS	PB	OS	OPT	GCS	PS	FF	SS	PB	OS
25 - 50	-	-	-	35	32	36	36	-	-	-	3.57	3.39	4.33	3.59	-	-	-	35.5	13.1	43.0	16.2
50 - 75	65	-	-	-	60	58	-	5.72	-	-	-	4.34	4.97	-	11.2	-	-	-	-	-	-
75 - 100	89	87	-	-	-	-	86	5.97	5.95	-	-	-	-	4.10	13.5	12.3	-	-	-	-	18.9
100 - 125	111	110	112	-	-	-	-	6.24	6.55	5.76	-	-	-	-	13.1	13.3	18.0	-	-	-	-
125 - 150	137	138	136	-	-	-	-	6.42	6.73	5.89	-	-	-	-	13.8	14.8	19.8	-	-	-	-
150 - 175	169	161	162	-	-	-	-	5.67	6.35	6.26	-	-	-	-	14.7	15.6	21.6	-	-	-	-
175 - 200	178	183	184	-	-	-	188	5.97	6.20	6.73	-	-	-	6.23	14.9	14.7	23.4	-	-	-	25.0
200 - 225	218	202	215	-	-	-	-	6.70	6.53	6.89	-	-	-	-	14.9	15.8	20.8	-	-	-	-
225 - 250	-	237	-	-	-	-	-	-	7.35	-	-	-	-	-	20.5	-	-	-	-	-	-
250 - 275	264	-	263	-	-	-	-	5.28	-	8.01	-	-	-	-	15.6	-	22.9	-	-	-	-
275 - 300	279	275	275	-	-	-	-	6.27	7.35	7.13	-	-	-	-	15.0	20.5	22.1	-	-	-	-
300 - 325	-	-	303	-	-	-	-	-	-	7.69	-	-	-	-	-	-	24.5	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Dimensión y velocidad de los barcos. Ruta TFE LPA. Destino LPA

Destino LPA	Eslora media					Eslora/manga					Velocidad media				
	OPT	GCS	PS	SS	PB	OPT	GCS	PS	SS	PB	OPT	GCS	PS	SS	PB
25 - 50	-	-	-	32	-	-	-	-	3.39	-	-	-	-	13.1	-
50 - 75	-	-	-	-	58	-	-	-	-	4.97	-	-	-	-	13.3
100 - 125	-	110	112	-	-	-	6.55	5.76	-	-	-	13.3	18.0	-	-
125 - 150	-	138	136	-	-	-	6.73	5.89	-	-	-	14.8	19.8	-	-
150 - 175	169	161	162	-	-	5.67	6.35	6.26	-	-	14.7	15.6	21.6	-	-
175 - 200	178	183	184	-	-	5.97	6.20	6.73	-	-	14.9	15.7	23.4	-	-
200 - 225	-	202	-	-	-	-	6.53	-	-	-	-	15.8	-	-	-
250 - 275	-	250	-	-	-	-	7.35	-	-	-	-	20.5	-	-	-
275 - 300	-	-	275	-	-	-	-	7.13	-	-	-	-	22.1	-	-

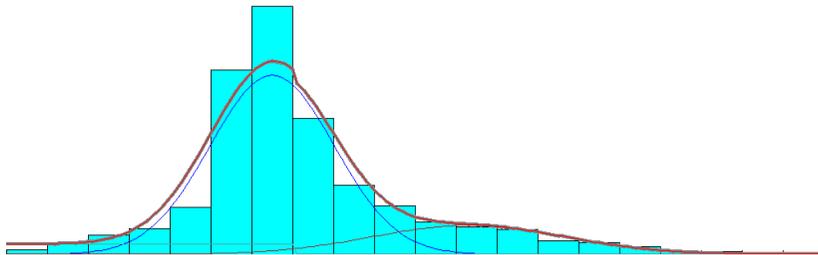
Dimensión y velocidad de los barcos. Ruta LPA ACF. Destino LPA

Destino ACF	Eslora media				Eslora/manga				Velocidad media			
	OPT	GCS	PS	OS	OPT	GCS	PS	OS	OPT	GCS	PS	OS
75 - 100	-	-	-	86	-	-	-	4.10	-	-	-	18.9
100 - 125	-	110	-	-	-	6.55	-	-	-	13.3	-	-
125 - 150	-	138	-	-	-	6.73	-	-	-	14.8	-	-
150 - 175	-	161	162	-	-	6.35	6.26	-	-	15.6	21.6	-
175 - 200	-	-	184	-	-	-	6.73	-	-	-	23.4	-
200 - 225	218	202	-	-	6.70	6.53	-	-	14.9	15.8	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Dimensión y velocidad de los barcos. Ruta LPA ACF. Destino ACF

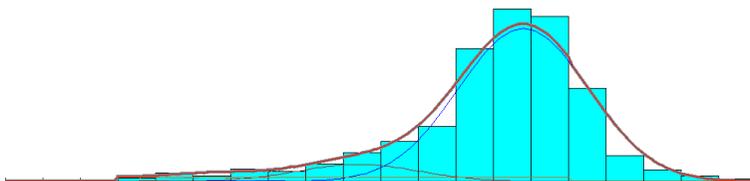
Anexo 2: Aplicación de la metodología IWRAP

1. Ajuste de los histogramas de frecuencias.



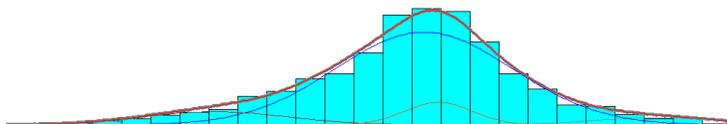
Ajuste del histograma de frecuencias. Ruta CRI GOM. Destino CRI.

$$\mu = -568.4, \sigma = 242.7$$



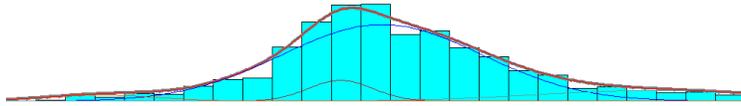
Ajuste del histograma de frecuencias. Ruta CRI GOM. Destino GOM.

$$\mu = 599.8, \sigma = 295.1$$



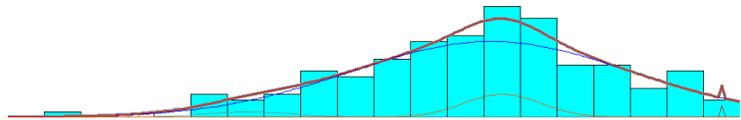
Ajuste del histograma de frecuencias. Ruta TFE LPA. Destino TFE

$$\mu = 323.9, \sigma = 483.4$$



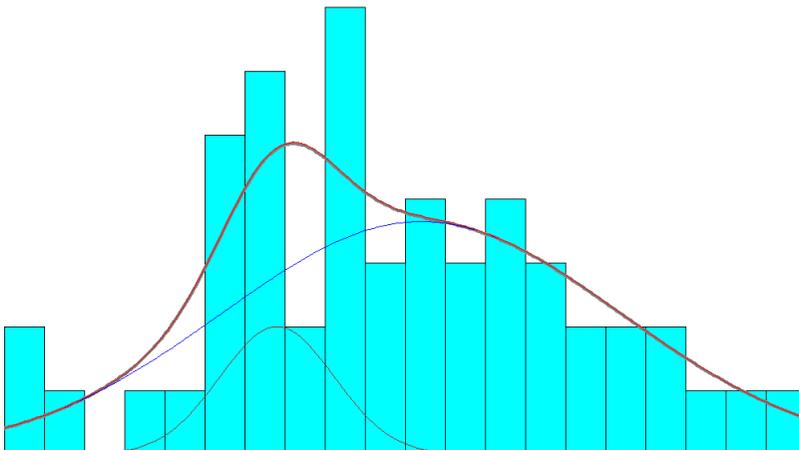
Ajuste histograma de frecuencias. Ruta TFE LPA. Destino LPA.

$$\mu = 192.1, \sigma = 531.7$$



Ajuste histograma de frecuencias. Ruta LPA ACF. Destino LPA.

$$\mu = 616.1, \sigma = 687.7$$



Ajuste histograma de frecuencias. Ruta LPA ACF. Destino ACF.

$$\mu = -17.98, \sigma = 860.2$$

2. Resultados obtenidos por IWRAP

Item	Passenger ship	Fast ferry	Support ship	Fishing ship	Pleasure boat	Other ship	Sum
Crude oil tanker							
Oil products tanker							
Chemical tanker							
Gas tanker							
Container ship							
General cargo ship							
Bulk carrier							
Ro-Ro cargo ship							
Passenger ship	0,000321352	0,000144392	2,70445e-07		5,49915e-07		0,000466564
Fast ferry	0,000144392	5,74276e-05	1,23284e-07		2,38824e-07		0,000202182
Support ship	2,70445e-07	1,23284e-07	1,71476e-10		4,08778e-10		3,94309e-07
Fishing ship							
Pleasure boat	5,49915e-07	2,38824e-07	4,08778e-10		4,53085e-10		7,89601e-07
Other ship							
Sum	0,000466564	0,000202182	3,94309e-07		7,89601e-07		0,00066993

Probabilidad de colisión frontal. Ruta CRI GOM

Item	Passenger ship	Fast ferry	Support ship	Fishing ship	Pleasure boat	Other ship	Sum
Crude oil tanker							
Oil products tanker							
Chemical tanker							
Gas tanker							
Container ship							
General cargo ship							
Bulk carrier							
Ro-Ro cargo ship							
Passenger ship	5,57462e-06	0,000204287			4,20925e-07		0,000210283
Fast ferry		2,34774e-06			2,52917e-08		2,37303e-06
Support ship	2,56535e-07	2,73419e-07			6,27957e-10		5,30582e-07
Fishing ship							
Pleasure boat	9,5309e-08	2,05611e-07			3,63158e-10		3,01283e-07
Other ship							
Sum	5,92646e-06	0,000207114			4,47208e-07		0,000213487

Probabilidad de colisión por alcance. Ruta CRI GOM

Item	oil	products tanker	cal	tar	ine	General cargo ship	c ca	Passenger ship	Fast ferry	Support ship	Pleasure boat	Other ship	Sum
Crude oil tanker													
Oil products tanker	1,99211e-06					4,38404e-06		1,0909e-05	2,65603e-09	9,77698e-08	2,06362e-08	4,46786e-08	1,74509e-05
Chemical tanker													
Gas tanker													
Container ship													
General cargo ship	4,38404e-06					9,39831e-06		2,36668e-05	6,62605e-09	2,13151e-07	4,41219e-08	9,07183e-08	3,78038e-05
Bulk carrier													
Ro-Ro cargo ship													
Passenger ship	1,0909e-05					2,36668e-05		3,60701e-05	1,36299e-08	5,32019e-07	1,10508e-07	2,3964e-07	3,15307e-05
Fast ferry	2,65603e-09					6,62605e-09		1,36299e-08		1,12493e-10	2,86987e-11	7,75635e-11	2,31307e-08
Support ship	9,77698e-08							5,32019e-07	1,12493e-10	4,31523e-09	8,82842e-10	1,96139e-09	8,50212e-07
Fishing ship													
Pleasure boat	2,06362e-08							1,10508e-07	2,86987e-11	8,82842e-10	1,94762e-10	3,85251e-10	1,76758e-07
Other ship	4,46786e-08							2,3964e-07	7,75635e-11	1,96139e-09	3,85251e-10	7,02312e-10	3,78163e-07
Sum	1,74509e-05					3,78038e-05		3,15307e-05	2,31307e-08	8,50212e-07	1,76758e-07	3,78163e-07	0,000148214

Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE LPA

Item	oil	products tanker	cal	tar	ine	General cargo ship	c ca	Passenger ship	Fast ferry	Support ship	Pleasure boat	Other ship	Sum
Crude oil tanker													
Oil products tanker	1,57389e-07					1,13666e-06		1,19305e-05	5,1794e-09	8,2132e-08	1,94434e-08	3,84248e-08	1,33697e-05
Chemical tanker													
Gas tanker													
Container ship													
General cargo ship	9,6469e-08					7,08688e-07		2,09479e-05	8,86362e-09	1,55134e-07	3,15098e-08	6,51164e-08	2,20137e-05
Bulk carrier													
Ro-Ro cargo ship													
Passenger ship						6,98449e-09		5,09311e-06	1,47965e-08	1,32371e-07	5,33788e-08	7,65503e-09	5,3083e-06
Fast ferry											2,42473e-12		2,42473e-12
Support ship	2,33355e-09					1,34279e-08		2,88406e-07	1,76234e-10	1,51373e-09	6,43334e-10	6,53239e-10	3,07154e-07
Fishing ship													
Pleasure boat	7,12343e-10					6,88658e-09		7,71317e-08		6,97413e-10	9,78616e-12	3,09186e-10	8,5747e-08
Other ship						2,35986e-10		8,0295e-08	3,11369e-11	1,05789e-09	1,15813e-10	3,05289e-11	8,17664e-08
Sum	2,56904e-07					1,87288e-06		3,84173e-05	2,90469e-08	3,72906e-07	1,05103e-07	1,12189e-07	4,11664e-05

Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE LPA

Item	oil	oil products tanker	cal	tar	line	General cargo ship	c ca	car	Passenger ship	Fast ferry	Support ship	Fishing ship	Pleasure boat	Other ship	Sum
Crude oil tanker															
Oil products tanker	2,08182e-10					2,9893e-09			8,44681e-09		3,73238e-11		4,15395e-11	6,69139e-11	1,17901e-08
Chemical tanker															
Gas tanker															
Container ship															
General cargo ship	2,9893e-09					3,75407e-08		1,32247e-07			6,63219e-10		7,56406e-10	6,10201e-10	1,74807e-07
Bulk carrier															
Ro-Ro cargo ship															
Passenger ship	8,44681e-09					1,32247e-07		2,95058e-07		9,98102e-10			1,12943e-09	3,40346e-09	4,41283e-07
Fast ferry															
Support ship	3,73238e-11					6,63219e-10		9,98102e-10						1,95726e-11	1,71822e-09
Fishing ship															
Pleasure boat	4,15395e-11					7,56406e-10		1,12943e-09						2,34631e-11	1,95084e-09
Other ship	6,69139e-11					6,10201e-10		3,40346e-09		1,95726e-11			2,34631e-11		4,12361e-09
Sum	1,17901e-08					1,74807e-07		4,41283e-07		1,71822e-09			1,95084e-09	4,12361e-09	6,35672e-07

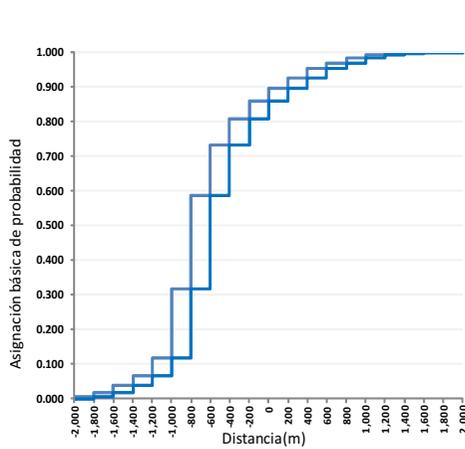
Probabilidad de colisión frontal. Ruta LPA ACF

Item	oil	oil products tanker	cal	tar	line	General cargo ship	c ca	car	Passenger ship	Pleasure boat	Other ship	Sum
Crude oil tanker												
Oil products tanker	1,85305e-12					2,31086e-10			1,28523e-08		1,80376e-11	1,31033e-08
Chemical tanker												
Gas tanker												
Container ship												
General cargo ship	7,69225e-11					2,5018e-09		1,2729e-07			2,9855e-10	1,30167e-07
Bulk carrier												
Ro-Ro cargo ship												
Passenger ship						1,51686e-11		3,00822e-08				3,00974e-08
Fast ferry												
Support ship	2,34228e-11					2,48993e-10		5,13184e-09		9,3778e-13		5,40519e-09
Fishing ship												
Pleasure boat	2,30095e-11					2,54629e-10		5,64613e-09				5,92377e-09
Other ship								3,35803e-10				3,35803e-10
Sum	1,25208e-10					3,25168e-09		1,81338e-07		9,3778e-13	3,16588e-10	1,85033e-07

Probabilidad de colisión por alcance. Ruta LPA ACF

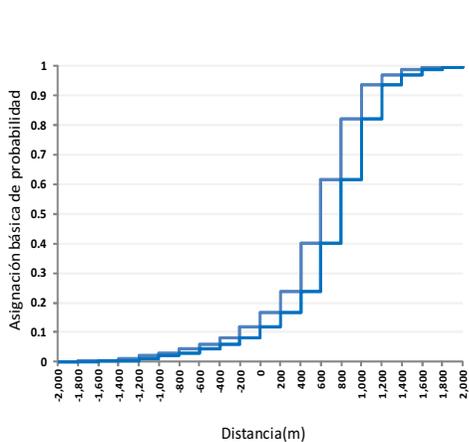
Anexo 3: Aplicación de la metodología propuesta

1. Estructuras Dempster-Shafer



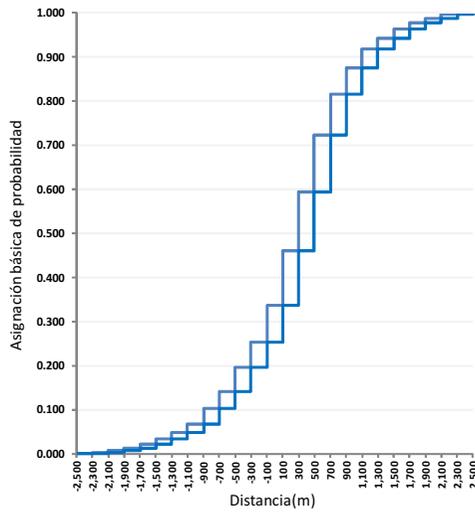
Intervalos	Travesías	A.P.B.	F(x)
[-2,000 -1,800]	10	0.006	0.006
[-1,800 -1,600]	21	0.012	0.018
[-1,600 -1,400]	37	0.021	0.039
[-1,400 -1,200]	51	0.029	0.068
[-1,200 -1,000]	91	0.052	0.119
[-1,000 -800]	351	0.199	0.318
[-800 -600]	471	0.267	0.586
[-600 -400]	259	0.147	0.733
[-400 -200]	133	0.075	0.808
[-200 0]	93	0.053	0.861
[0 200]	62	0.035	0.896
[200 400]	53	0.030	0.926
[400 600]	48	0.027	0.953
[600 800]	27	0.015	0.969
[800 1,000]	24	0.014	0.982
[1,000 1,200]	16	0.009	0.991
[1,200 1,400]	6	0.003	0.995
[1,400 1,600]	6	0.003	0.998
[1,600 1,800]	3	0.002	1.000
[1,800 2,000]	0	0.000	1.000
Suma	1,752	1.000	

Estructura Dempster-Shafer. Ruta CRI GOM. Destino CRI



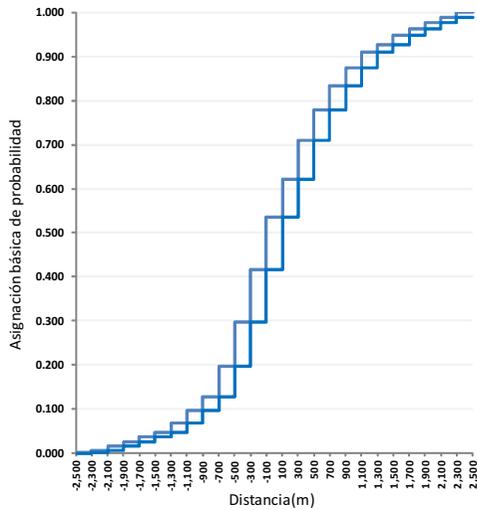
Intervalos	Travesías	A.P.B.	F(x)
[-2,000 -1,800]	1	0.001	0.001
[-1,800 -1,600]	3	0.002	0.002
[-1,600 -1,400]	3	0.002	0.004
[-1,400 -1,200]	9	0.005	0.010
[-1,200 -1,000]	20	0.012	0.022
[-1,000 -800]	12	0.007	0.029
[-800 -600]	27	0.016	0.045
[-600 -400]	22	0.013	0.058
[-400 -200]	38	0.023	0.081
[-200 0]	61	0.037	0.117
[0 200]	84	0.050	0.168
[200 400]	115	0.069	0.237
[400 600]	276	0.165	0.402
[600 800]	358	0.214	0.616
[800 1,000]	343	0.205	0.822
[1,000 1,200]	195	0.117	0.938
[1,200 1,400]	56	0.034	0.972
[1,400 1,600]	26	0.016	0.987
[1,600 1,800]	14	0.008	0.996
[1,800 2,000]	7	0.004	1.000
Suma	1,670	1.000	

Estructura Dempster-Shafer. Ruta CRI GOM. Destino GOM



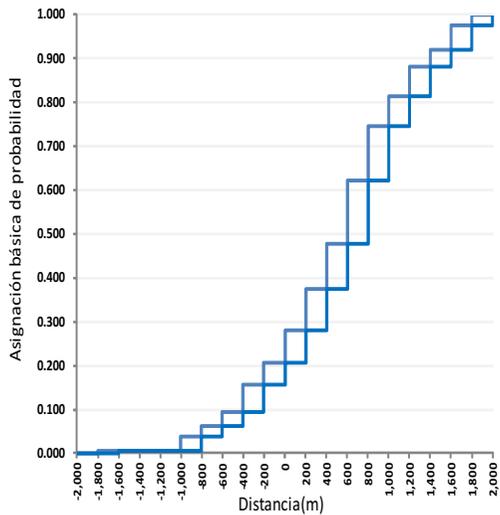
Intervalos	Travesías	A.P.B.	F(x)
[-2,500 -2,300]	2	0.001	0.001
[-2,300 -2,100]	5	0.003	0.004
[-2,100 -1,900]	7	0.004	0.007
[-1,900 -1,700]	11	0.006	0.013
[-1,700 -1,500]	16	0.008	0.022
[-1,500 -1,300]	23	0.012	0.034
[-1,300 -1,100]	29	0.015	0.049
[-1,100 -900]	36	0.019	0.068
[-900 -700]	64	0.034	0.102
[-700 -500]	75	0.040	0.142
[-500 -300]	101	0.053	0.195
[-300 -100]	112	0.059	0.254
[-100 100]	156	0.082	0.337
[100 300]	235	0.124	0.461
[300 500]	250	0.132	0.593
[500 700]	244	0.129	0.722
[700 900]	179	0.095	0.817
[900 1,100]	112	0.059	0.876
[1,100 1,300]	79	0.042	0.918
[1,300 1,500]	46	0.024	0.942
[1,500 1,700]	42	0.022	0.965
[1,700 1,900]	26	0.014	0.978
[1,900 2,100]	16	0.008	0.987
[2,100 2,300]	20	0.011	0.997
[2,300 2,500]	5	0.003	1.000
Suma	1,891	1.000	

Estructura Dempster-Shafer. Ruta TFE LPA. Destino TFE



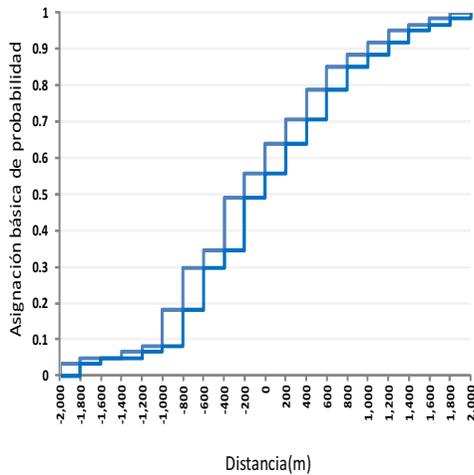
Intervalos	Travesías	A.P.B.	F(x)
[-2,500 -2,300]	4	0.002	0.002
[-2,300 -2,100]	7	0.004	0.006
[-2,100 -1,900]	17	0.010	0.016
[-1,900 -1,700]	14	0.008	0.025
[-1,700 -1,500]	21	0.012	0.037
[-1,500 -1,300]	18	0.011	0.047
[-1,300 -1,100]	36	0.021	0.069
[-1,100 -900]	49	0.029	0.097
[-900 -700]	53	0.031	0.128
[-700 -500]	117	0.069	0.197
[-500 -300]	170	0.100	0.296
[-300 -100]	205	0.120	0.416
[-100 100]	206	0.121	0.537
[100 300]	144	0.084	0.621
[300 500]	152	0.089	0.710
[500 700]	116	0.068	0.778
[700 900]	97	0.057	0.835
[900 1,100]	68	0.040	0.875
[1,100 1,300]	59	0.035	0.909
[1,300 1,500]	31	0.018	0.927
[1,500 1,700]	35	0.020	0.948
[1,700 1,900]	27	0.016	0.964
[1,900 2,100]	22	0.013	0.977
[2,100 2,300]	23	0.013	0.990
[2,300 2,500]	17	0.010	1.000
Suma	1,708	1.000	

Estructura Dempster-Shafer. Ruta TFE LPA. Destino LPA



Intervalos	Travesías	A.P.B.	F(x)
[-2,000 -1,800]	0	0.000	0.000
[-1,800 -1,600]	1	0.006	0.006
[-1,600 -1,400]	0	0.000	0.006
[-1,400 -1,200]	0	0.000	0.006
[-1,200 -1,000]	0	0.000	0.006
[-1,000 -800]	5	0.031	0.037
[-800 -600]	4	0.025	0.062
[-600 -400]	5	0.031	0.093
[-400 -200]	10	0.062	0.155
[-200 0]	8	0.050	0.205
[0 200]	12	0.075	0.280
[200 400]	15	0.093	0.373
[400 600]	17	0.106	0.478
[600 800]	23	0.143	0.621
[800 1,000]	20	0.124	0.745
[1,000 1,200]	11	0.068	0.814
[1,200 1,400]	11	0.068	0.882
[1,400 1,600]	6	0.037	0.919
[1,600 1,800]	9	0.056	0.975
[1,800 2,000]	4	0.025	1.000
Suma	161	1.000	

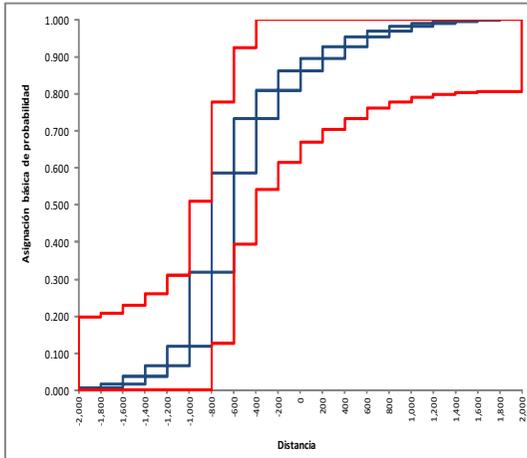
Estructura Dempster-Shafer. Ruta LPA ACF. Destino LPA



Intervalos	Travesías	A.P.B.	F(x)
[-2,000 -1,800]	2	0.033	0.033
[-1,800 -1,600]	1	0.016	0.049
[-1,600 -1,400]	0	0.000	0.049
[-1,400 -1,200]	1	0.016	0.066
[-1,200 -1,000]	1	0.016	0.082
[-1,000 -800]	6	0.098	0.180
[-800 -600]	7	0.115	0.295
[-600 -400]	3	0.049	0.344
[-400 -200]	9	0.148	0.492
[-200 0]	4	0.066	0.557
[0 200]	5	0.082	0.639
[200 400]	4	0.066	0.705
[400 600]	5	0.082	0.787
[600 800]	4	0.066	0.852
[800 1,000]	2	0.033	0.885
[1,000 1,200]	2	0.033	0.918
[1,200 1,400]	2	0.033	0.951
[1,400 1,600]	1	0.016	0.967
[1,600 1,800]	1	0.016	0.984
[1,800 2,000]	1	0.016	1.000
Suma	61.000	1.000	

Estructura Dempster-Shafer. Ruta LPA ACF. Destino ACF

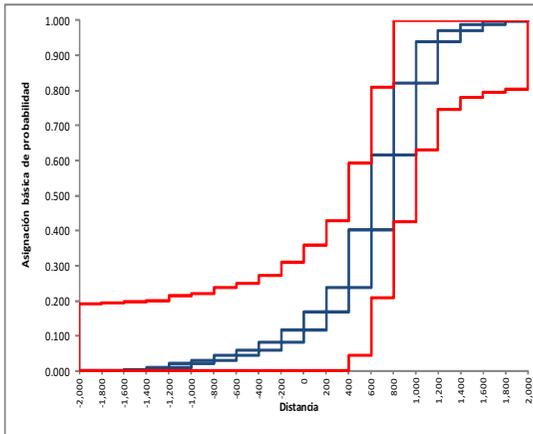
2. Medidas evidenciales



Número de intervalos: 20
 Nivel de confianza: 0.95
 Estadístico Kolmogorov : 0.192

Intervalos	Frecuencias	A.B.P.	ABP acum	Bel	PI
-2000 -1800	10	0.006	0.006	0.0000	0.1977
-1800 -1600	21	0.012	0.018	0.0000	0.2096
-1600 -1400	37	0.021	0.039	0.0000	0.2306
-1400 -1200	51	0.029	0.068	0.0000	0.2595
-1200 -1000	91	0.052	0.119	0.0000	0.3112
-1000 -800	351	0.199	0.318	0.1264	0.5104
-800 -600	471	0.267	0.586	0.3937	0.7777
-600 -400	259	0.147	0.733	0.5407	0.9247
-400 -200	133	0.075	0.808	0.6162	1.0000
-200 0	93	0.053	0.861	0.6690	1.0000
0 200	62	0.035	0.896	0.7041	1.0000
200 400	53	0.030	0.926	0.7342	1.0000
400 600	48	0.027	0.953	0.7615	1.0000
600 800	27	0.015	0.969	0.7768	1.0000
800 1000	24	0.014	0.982	0.7904	1.0000
1000 1200	16	0.009	0.991	0.7995	1.0000
1200 1400	6	0.003	0.995	0.8029	1.0000
1400 1600	6	0.003	0.998	0.8063	1.0000
1600 1800	3	0.002	1.000	0.8080	1.0000
1800 2000	0	0.000	1.000	0.8080	1.0000

Medidas evidenciales. Ruta CRI GOM. Destino CRI

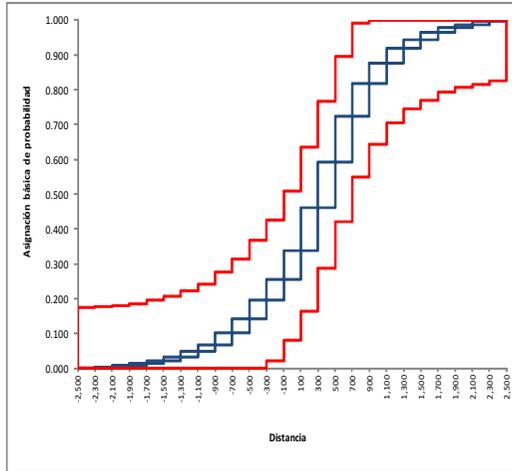


Número de intervalos: 20
 Nivel de confianza: 0.95
 Estadístico Kolmogorov : 0.192

Intervalos	Frecuencias	A.B.P.	ABP acum	Bel	PI
-2000 -1800	1	0.001	0.001	0.0000	0.1926
-1800 -1600	3	0.002	0.002	0.0000	0.1944
-1600 -1400	3	0.002	0.004	0.0000	0.1962
-1400 -1200	9	0.005	0.010	0.0000	0.2016
-1200 -1000	20	0.012	0.022	0.0000	0.2136
-1000 -800	12	0.007	0.029	0.0000	0.2207
-800 -600	27	0.016	0.045	0.0000	0.2369
-600 -400	22	0.013	0.058	0.0000	0.2501
-400 -200	38	0.023	0.081	0.0000	0.2728
-200 0	61	0.037	0.117	0.0000	0.3094
0 200	84	0.050	0.168	0.0000	0.3597
200 400	115	0.069	0.237	0.0045	0.4285
400 600	276	0.165	0.402	0.2098	0.5938
600 800	358	0.214	0.616	0.4242	0.8082
800 1000	343	0.205	0.822	0.6296	1.0000
1000 1200	195	0.117	0.938	0.7463	1.0000
1200 1400	56	0.034	0.972	0.7799	1.0000
1400 1600	26	0.016	0.987	0.7954	1.0000
1600 1800	14	0.008	0.996	0.8038	1.0000
1800 2000	7	0.004	1.000	0.8080	1.0000

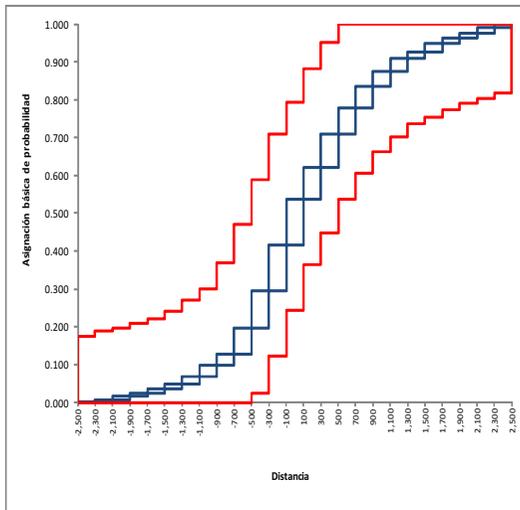
Medidas evidenciales. Ruta CRI GOM. Destino GOM

Número de intervalos: 25
 Nivel de confianza: 0.95
 Estadístico Kolmogorov : 0.173



Intervalos	Frecuencias	A.B.P.	ABP acum	Bel	PI
-2500 -2300	2	0.001	0.001	0.0000	0.1741
-2300 -2100	5	0.003	0.004	0.0000	0.1767
-2100 -1900	7	0.004	0.007	0.0000	0.1804
-1900 -1700	11	0.006	0.013	0.0000	0.1862
-1700 -1500	16	0.008	0.022	0.0000	0.1947
-1500 -1300	23	0.012	0.034	0.0000	0.2068
-1300 -1100	29	0.015	0.049	0.0000	0.2222
-1100 -900	36	0.019	0.068	0.0000	0.2412
-900 -700	64	0.034	0.102	0.0000	0.2751
-700 -500	75	0.040	0.142	0.0000	0.3147
-500 -300	101	0.053	0.195	0.0221	0.3681
-300 -100	112	0.059	0.254	0.0814	0.4274
-100 100	156	0.082	0.337	0.1639	0.5099
100 300	235	0.124	0.461	0.2881	0.6341
300 500	250	0.132	0.593	0.4203	0.7663
500 700	244	0.129	0.722	0.5494	0.8954
700 900	179	0.095	0.817	0.6440	0.9900
900 1100	112	0.059	0.876	0.7033	1.0000
1100 1300	79	0.042	0.918	0.7450	1.0000
1300 1500	46	0.024	0.942	0.7694	1.0000
1500 1700	42	0.022	0.965	0.7916	1.0000
1700 1900	26	0.014	0.978	0.8053	1.0000
1900 2100	16	0.008	0.987	0.8138	1.0000
2100 2300	20	0.011	0.997	0.8244	1.0000
2300 2500	5	0.003	1.000	0.8270	1.0000

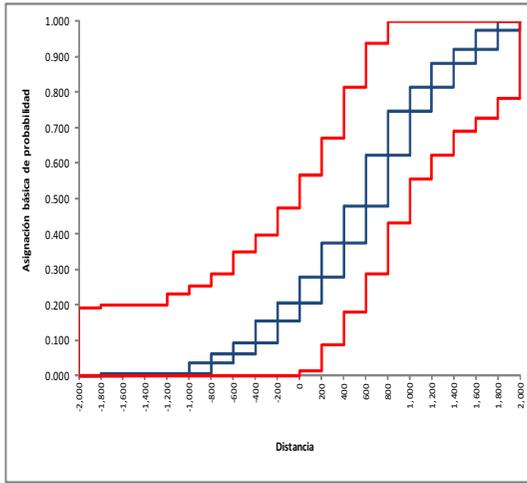
Medidas evidenciales. Ruta TFE LPA. Destino TFE



Número de intervalos: 25
 Nivel de confianza: 0.95
 Estadístico Kolmogorov : 0.173

Intervalos	Frecuencias	A.B.P.	ABP acum	Bel	PI
-2500 -2300	4	0.002	0.002	0.0000	0.1753
-2300 -2100	7	0.004	0.006	0.0000	0.1794
-2100 -1900	17	0.010	0.016	0.0000	0.1894
-1900 -1700	14	0.008	0.025	0.0000	0.1976
-1700 -1500	21	0.012	0.037	0.0000	0.2099
-1500 -1300	18	0.011	0.047	0.0000	0.2204
-1300 -1100	36	0.021	0.069	0.0000	0.2415
-1100 -900	49	0.029	0.097	0.0000	0.2702
-900 -700	53	0.031	0.128	0.0000	0.3012
-700 -500	117	0.069	0.197	0.0237	0.3697
-500 -300	170	0.100	0.296	0.1233	0.4693
-300 -100	205	0.120	0.416	0.2433	0.5893
-100 100	206	0.121	0.537	0.3639	0.7099
100 300	144	0.084	0.621	0.4482	0.7942
300 500	152	0.089	0.710	0.5372	0.8832
500 700	116	0.068	0.778	0.6051	0.9511
700 900	97	0.057	0.835	0.6619	1.0000
900 1100	68	0.040	0.875	0.7017	1.0000
1100 1300	59	0.035	0.909	0.7363	1.0000
1300 1500	31	0.018	0.927	0.7544	1.0000
1500 1700	35	0.020	0.948	0.7749	1.0000
1700 1900	27	0.016	0.964	0.7907	1.0000
1900 2100	22	0.013	0.977	0.8036	1.0000
2100 2300	23	0.013	0.990	0.8170	1.0000
2300 2500	17	0.010	1.000	0.8270	1.0000

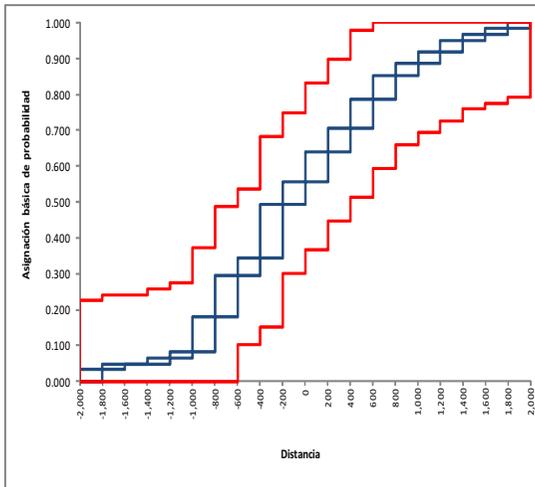
Medidas evidenciales. Ruta TFE LPA. Destino LPA



Número de intervalos: 20
 Nivel de confianza: 0.95
 Estadístico Kolmogorov: 0.192

Intervalos	Frecuencias	A.B.P.	ABP acum	Bel	PI
-2000	-1800	0	0.000	0.0000	0.1920
-1800	-1600	1	0.006	0.0006	0.1982
-1600	-1400	0	0.000	0.0006	0.1982
-1400	-1200	0	0.000	0.0006	0.1982
-1200	-1000	0	0.000	0.0006	0.1982
-1000	-800	5	0.031	0.037	0.2293
-800	-600	4	0.025	0.062	0.2541
-600	-400	5	0.031	0.093	0.2852
-400	-200	10	0.062	0.155	0.3473
-200	0	8	0.050	0.205	0.3970
0	200	12	0.075	0.280	0.4715
200	400	15	0.093	0.373	0.5647
400	600	17	0.106	0.478	0.6703
600	800	23	0.143	0.621	0.8131
800	1000	20	0.124	0.745	0.9373
1000	1200	11	0.068	0.814	1.0000
1200	1400	11	0.068	0.882	1.0000
1400	1600	6	0.037	0.919	1.0000
1600	1800	9	0.056	0.975	1.0000
1800	2000	4	0.025	1.000	1.0000

Medidas evidenciales. Ruta LPA ACF. Destino LPA

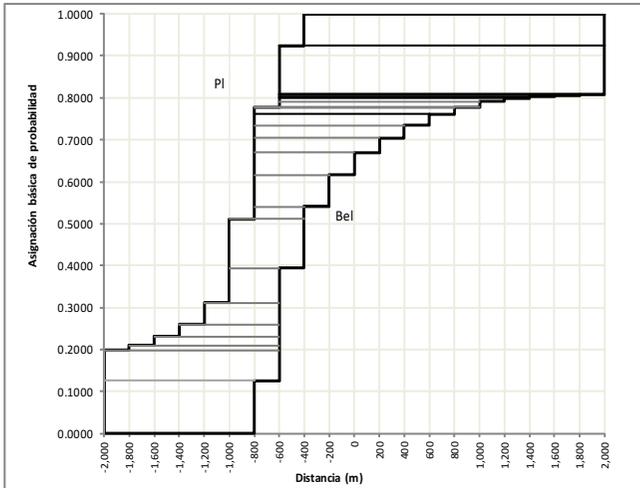


Número de intervalos: 20
 Nivel de confianza: 0.95
 Estadístico Kolmogorov: 0.192

Intervalos	Frecuencias	A.B.P.	ABP acum	Bel	PI
-2000	-1800	2	0.033	0.033	0.2248
-1800	-1600	1	0.016	0.049	0.2412
-1600	-1400	0	0.000	0.049	0.2412
-1400	-1200	1	0.016	0.066	0.2576
-1200	-1000	1	0.016	0.082	0.2740
-1000	-800	6	0.098	0.180	0.3723
-800	-600	7	0.115	0.295	0.4871
-600	-400	3	0.049	0.344	0.5363
-400	-200	9	0.148	0.492	0.6838
-200	0	4	0.066	0.557	0.7494
0	200	5	0.082	0.639	0.8313
200	400	4	0.066	0.705	0.8969
400	600	5	0.082	0.787	0.9789
600	800	4	0.066	0.852	1.0000
800	1000	2	0.033	0.885	1.0000
1000	1200	2	0.033	0.918	1.0000
1200	1400	2	0.033	0.951	1.0000
1400	1600	1	0.016	0.967	1.0000
1600	1800	1	0.016	0.984	1.0000
1800	2000	1	0.016	1.000	1.0000

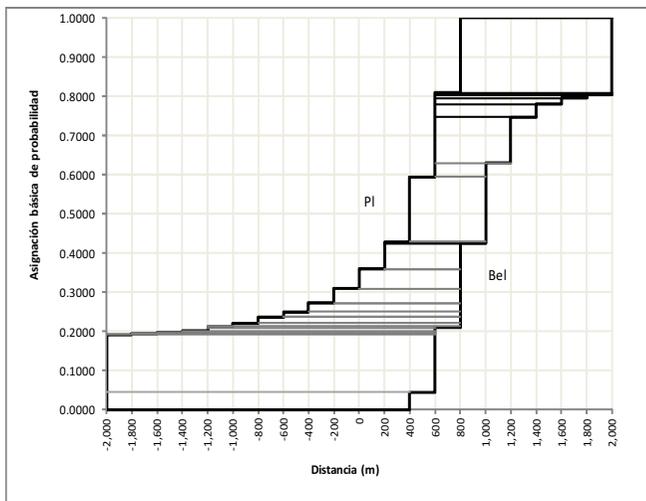
Medidas evidenciales. Ruta LPA ACF. Destino ACF

3. Nuevas estructuras Dempster-Shafer para el conjunto de las futuras trayectorias



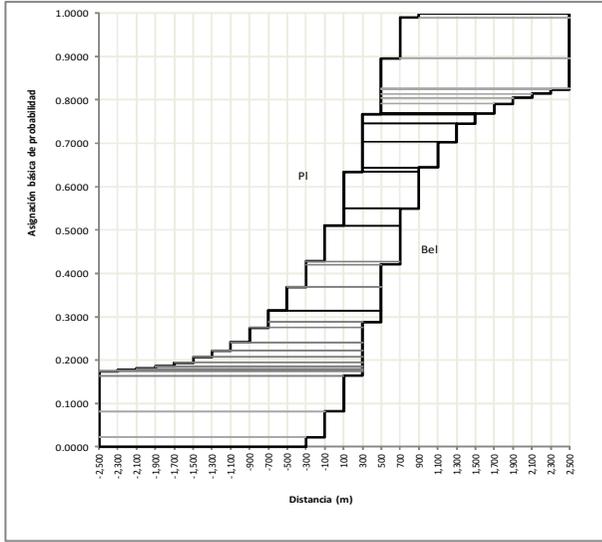
Intervalo		masa
-2,000	-800	0.000
-2,000	-800	0.126
-2,000	-600	0.071
-1,800	-600	0.012
-1,600	-600	0.021
-1,400	-600	0.029
-1,200	-600	0.052
-1,000	-600	0.083
-1,000	-400	0.117
-800	-400	0.030
-800	-200	0.075
-800	0	0.053
-800	200	0.035
-800	400	0.030
-800	600	0.027
-800	800	0.015
-600	800	0.001
-600	1,000	0.013
-600	1,200	0.009
-600	1,400	0.003
-600	1,600	0.003
-600	1,800	0.002
-600	2,000	0.117
-400	2,000	0.075

Nueva estructura Dempster-Shafer. Ruta CRI GOM. Destino CRI



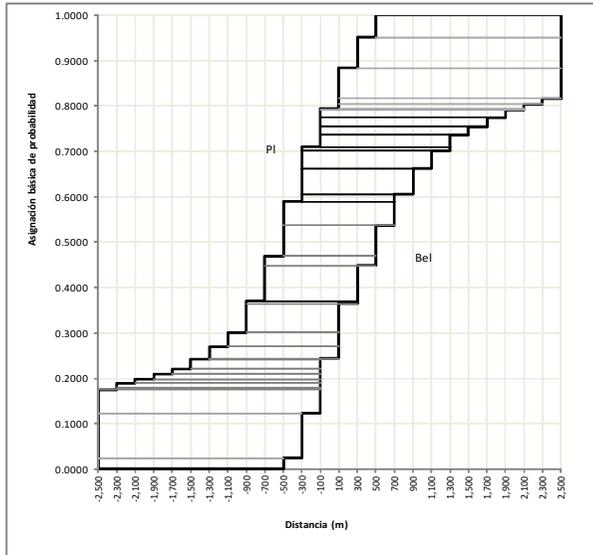
Intervalo		masa
-2,000	400	0.0000
-2,000	400	0.0445
-2,000	600	0.1481
-1,800	600	0.0018
-1,600	600	0.0018
-1,400	600	0.0054
-1,200	600	0.0082
-1,200	800	0.0038
-1,000	800	0.0072
-800	800	0.0162
-600	800	0.0132
-400	800	0.0228
-200	800	0.0365
0	800	0.0503
200	800	0.0645
200	1,000	0.0044
400	1,000	0.1653
600	1,000	0.0358
600	1,200	0.1168
600	1,400	0.0335
600	1,600	0.0156
600	1,800	0.0084
600	2,000	0.0042
800	2,000	0.1920

Nueva estructura Dempster-Shafer. Ruta CRI GOM. Destino GOM



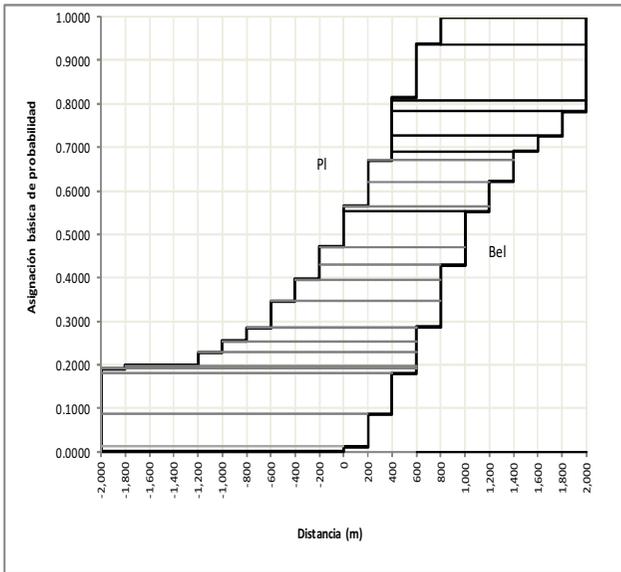
Intervalo	masa	
-2,500	-300	0.0000
-2,500	-300	0.0221
-2,500	-100	0.0592
-2,500	100	0.0825
-2,500	300	0.0102
-2,300	300	0.0026
-2,100	300	0.0037
-1,900	300	0.0058
-1,700	300	0.0085
-1,500	300	0.0122
-1,300	300	0.0153
-1,100	300	0.0190
-900	300	0.0338
-700	300	0.0131
-700	500	0.0266
-500	500	0.0534
-300	500	0.0522
-300	700	0.0070
-100	700	0.0825
100	700	0.0395
100	900	0.0848
300	900	0.0099
300	1,100	0.0592
300	1,300	0.0418
300	1,500	0.0213
500	1,500	0.0030
500	1,700	0.0222
500	1,900	0.0137
500	2,100	0.0085
500	2,300	0.0106
500	2,500	0.0026
700	2,500	0.0684
900	2,500	0.0947
900	2,500	0.0100

Nueva estructura Dempster-Shafer. Ruta TFE LPA. Destino TFE



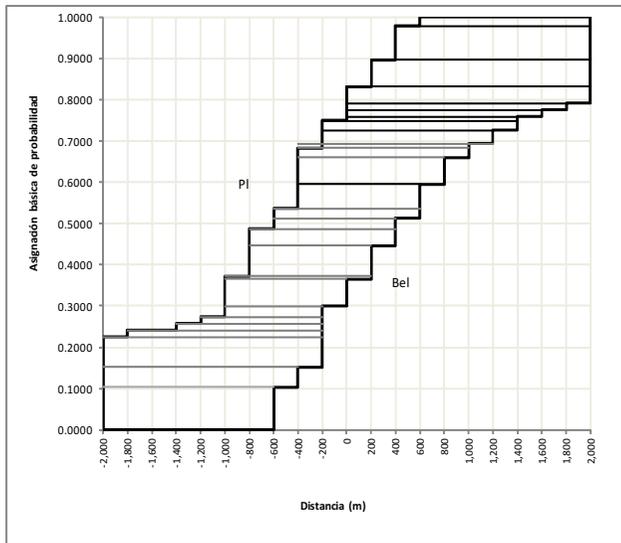
Intervalo	masa	
-2,500	-500	0.0000
-2,500	-500	0.0237
-2,500	-300	0.0995
-2,500	-100	0.0521
-2,300	-100	0.0041
-2,100	-100	0.0100
-1,900	-100	0.0082
-1,700	-100	0.0123
-1,500	-100	0.0105
-1,300	-100	0.0211
-1,300	100	0.0018
-1,100	100	0.0269
-900	100	0.0310
-900	300	0.0627
-700	300	0.0058
-700	500	0.0785
-500	500	0.0211
-500	700	0.0679
-300	700	0.0521
-300	900	0.0158
-300	1,100	0.0568
-300	1,300	0.0398
-100	1,300	0.0082
-100	1,500	0.0264
-100	1,700	0.0181
-100	1,900	0.0205
-100	2,100	0.0158
100	2,100	0.0035
100	2,300	0.0094
100	2,500	0.0134
300	2,500	0.0662
500	2,500	0.0679
500	2,500	0.0489

Nueva estructura Dempster-Shafer. Ruta TFE LPA. Destino LPA



Intervalo	masa	
-2000	0	0.00000
-2000	0	0.01297
-2000	200	0.07453
-2000	400	0.09317
-2000	600	0.01133
-1800	600	0.00621
-1200	600	0.03106
-1000	600	0.02484
-800	600	0.03106
-600	600	0.00109
-600	800	0.06102
-400	800	0.04969
-200	800	0.03215
-200	1000	0.04239
0	1000	0.08184
0	1200	0.01133
200	1200	0.05699
200	1400	0.04860
400	1400	0.01973
400	1600	0.03727
400	1800	0.05590
400	2000	0.02484
600	2000	0.12934
800	2000	0.06266

Nueva estructura Dempster-Shafer. Ruta LPA ACF. Destino LPA



Intervalo	masa	
-2000	-600	0.000
-2000	-600	0.103
-2000	-400	0.049
-2000	-200	0.073
-1800	-200	0.016
-1400	-200	0.016
-1200	-200	0.016
-1000	-200	0.026
-1000	0	0.066
-1000	200	0.007
-800	200	0.075
-800	400	0.040
-600	400	0.026
-600	600	0.023
-400	600	0.059
-400	800	0.066
-400	1000	0.023
-200	1000	0.009
-200	1200	0.033
-200	1400	0.023
0	1400	0.009
0	1600	0.016
0	1800	0.016
0	2000	0.016
0	2000	0.023
200	2000	0.066
400	2000	0.082
600	2000	0.021

Nueva estructura Dempster-Shafer. Ruta LPA ACF. Destino ACF

4. Resultados obtenidos con la metodología propuesta

Tipos de barco		Resultados propuestos	
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo
Passenger ship	Passenger ship	1.53403E-05	7.62580E-05
Passenger ship	Fast Ferry	6.90269E-06	3.43266E-05
Passenger ship	Support ship	1.29122E-08	6.42113E-08
Passenger ship	Pleasure boat	2.68518E-08	1.33532E-07
Fast Ferry	Passenger ship	6.90269E-06	3.43266E-05
Fast Ferry	Fast Ferry	2.75458E-06	1.36984E-05
Fast Ferry	Support ship	5.89574E-09	2.93191E-08
Fast Ferry	Pleasure boat	1.18058E-08	5.87096E-08
Support ship	Passenger ship	1.29122E-08	6.42113E-08
Support ship	Fast Ferry	5.89574E-09	2.93191E-08
Support ship	Support ship	8.18784E-12	4.07176E-11
Support ship	Pleasure boat	1.86986E-11	9.29867E-11
Pleasure boat	Passenger ship	2.68518E-08	1.33532E-07
Pleasure boat	Fast Ferry	1.18058E-08	5.87096E-08
Pleasure boat	Support ship	1.86986E-11	9.29867E-11
Pleasure boat	Pleasure boat	3.23243E-11	1.60746E-10
Suma		3.20153E-05	1.59181E-04

Probabilidad de colisión frontal. Ruta CRI GOM

Tipo de barcos		Resultados propuestos	
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo
Passenger ship	Passenger ship	1.98801E-07	2.03694E-06
Passenger ship	Support ship	9.08665E-09	9.25612E-08
Passenger ship	Pleasure boat	7.36625E-09	8.51712E-08
Fast ferry	Passenger ship	7.23650E-06	7.51059E-05
Fast ferry	Fast ferry	8.44183E-08	9.08524E-07
Fast ferry	Support ship	9.68503E-09	9.99927E-08
Fast ferry	Pleasure boat	1.07448E-08	1.19624E-07
Pleasure boat	Passenger ship	5.03311E-09	1.60605E-07
Pleasure boat	Support ship	9.95079E-12	2.95461E-10
Pleasure boat	Pleasure boat	6.65446E-12	2.12342E-10
Suma		7.56165E-06	7.86098E-05

Probabilidad de colisión por alcance. Ruta CRI GOM

Tipo de barcos		Resultados propuestos	
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo
Oil products tanker	Oil products tanker	1.21111E-07	1.69342E-06
Oil products tanker	General cargo ship	3.03816E-07	4.24804E-06
Oil products tanker	Passenger ship	7.48205E-07	1.04616E-05
Oil products tanker	Fast ferry	1.47555E-10	2.06315E-09
Oil products tanker	Support ship	6.34464E-09	8.87126E-08
Oil products tanker	Pleasure boat	1.28848E-09	1.80159E-08
Oil products tanker	Other ship	3.71275E-09	5.19127E-08
General cargo ship	Oil products tanker	3.03816E-07	4.24804E-06
General cargo ship	General cargo ship	7.05478E-07	9.86420E-06
General cargo ship	Passenger ship	1.77288E-06	2.47890E-05
General cargo ship	Fast ferry	4.97473E-10	6.95581E-09
General cargo ship	Support ship	1.56183E-08	2.18379E-07
General cargo ship	Pleasure boat	3.08138E-09	4.30848E-08
General cargo ship	Other ship	7.86862E-09	1.10021E-07
Passenger ship	Oil products tanker	7.48205E-07	1.04616E-05
Passenger ship	General cargo ship	1.77288E-06	2.47890E-05
Passenger ship	Passenger ship	4.19077E-06	5.85966E-05
Passenger ship	Fast ferry	1.02033E-09	1.42665E-08
Passenger ship	Support ship	3.85622E-08	5.39188E-07
Passenger ship	Pleasure boat	7.75544E-09	1.08439E-07
Passenger ship	Other ship	2.04717E-08	2.86241E-07
Fast ferry	Oil products tanker	1.47555E-10	2.06315E-09
Fast ferry	General cargo ship	4.97473E-10	6.95581E-09
Fast ferry	Passenger ship	1.02033E-09	1.42665E-08
Fast ferry	Support ship	8.00181E-12	1.11884E-10
Fast ferry	Pleasure boat	1.93190E-12	2.70124E-11
Fast ferry	Other ship	7.14226E-12	9.98652E-11
Support ship	Oil products tanker	6.34464E-09	8.87126E-08
Support ship	General cargo ship	1.56183E-08	2.18379E-07
Support ship	Passenger ship	3.85622E-08	5.39188E-07
Support ship	Fast ferry	8.00181E-12	1.11884E-10
Support ship	Support ship	3.08142E-10	4.30853E-09
Support ship	Pleasure boat	5.79324E-11	8.10028E-10
Support ship	Other ship	1.75554E-10	2.45464E-09
Pleasure boat	Oil products tanker	1.28848E-09	1.80159E-08
Pleasure boat	General cargo ship	3.08138E-09	4.30848E-08
Pleasure boat	Passenger ship	7.75544E-09	1.08439E-07
Pleasure boat	Fast ferry	1.93190E-12	2.70124E-11
Pleasure boat	Support ship	5.79324E-11	8.10028E-10
Pleasure boat	Pleasure boat	1.17851E-11	1.64783E-10
Pleasure boat	Other ship	3.23404E-11	4.52193E-10
Other ship	Oil products tanker	3.71275E-09	5.19127E-08
Other ship	General cargo ship	7.86862E-09	1.10021E-07
Other ship	Passenger ship	2.04717E-08	2.86241E-07
Other ship	Fast ferry	7.14226E-12	9.98652E-11
Other ship	Support ship	1.75554E-10	2.45464E-09
Other ship	Pleasure boat	3.23404E-11	4.52193E-10
Other ship	Other ship	7.40508E-11	1.03540E-09
Suma		1.08809E-05	1.52139E-04

Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE LPA

Tipo de barcos		Resultados propuestos	
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo
Oil products tanker	Oil products tanker	5.43249E-09	8.11282E-08
Oil products tanker	General cargo ship	3.21872E-09	4.92327E-08
Oil products tanker	Support ship	8.47016E-11	1.20332E-09
Oil products tanker	Pleasure boat	1.53478E-11	2.78824E-10
General cargo ship	Oil products tanker	3.98043E-08	6.16198E-07
General cargo ship	General cargo ship	2.36789E-08	3.71062E-07
General cargo ship	Passenger ship	2.43601E-10	3.91870E-09
General cargo ship	Support ship	5.29134E-10	7.42503E-09
General cargo ship	Pleasure boat	1.86493E-10	3.38803E-09
General cargo ship	Other ship	9.12202E-12	1.56796E-10
Passenger ship	Oil products tanker	4.20983E-07	6.19478E-06
Passenger ship	General cargo ship	7.15417E-07	1.08264E-05
Passenger ship	Passenger ship	1.77217E-07	2.61408E-06
Passenger ship	Support ship	9.77196E-09	1.37183E-07
Passenger ship	Pleasure boat	2.18597E-09	3.97125E-08
Passenger ship	Other ship	3.02640E-09	4.98023E-08
Fast ferry	Oil products tanker	2.12952E-10	3.02533E-09
Fast ferry	General cargo ship	3.60785E-10	5.12553E-09
Fast ferry	Passenger ship	5.99020E-10	8.51005E-09
Fast ferry	Support ship	6.87638E-12	9.76902E-11
Fast ferry	Other ship	1.59394E-12	2.26446E-11
Support ship	Oil products tanker	3.00998E-09	4.99698E-08
Support ship	General cargo ship	4.95092E-09	8.32673E-08
Support ship	Passenger ship	3.99628E-09	7.23930E-08
Support ship	Support ship	5.01983E-11	7.99678E-10
Support ship	Pleasure boat	2.16795E-11	3.93852E-10
Support ship	Other ship	3.88810E-11	6.96010E-10
Pleasure boat	Oil products tanker	7.28440E-10	1.01297E-08
Pleasure boat	General cargo ship	1.19085E-09	1.68024E-08
Pleasure boat	Passenger ship	2.04584E-09	2.90645E-08
Pleasure boat	Fast ferry	1.02714E-13	1.45922E-12
Pleasure boat	Support ship	2.27200E-11	3.22775E-10
Pleasure boat	Pleasure boat	1.40679E-13	1.99857E-12
Pleasure boat	Other ship	5.37813E-12	7.64051E-11
Other ship	Oil products tanker	1.49574E-09	2.41759E-08
Other ship	General cargo ship	2.41577E-09	3.96189E-08
Other ship	Passenger ship	3.69122E-10	5.13387E-09
Other ship	Support ship	2.75715E-11	4.11615E-10
Other ship	Pleasure boat	1.03392E-11	1.87832E-10
Other ship	Other ship	1.69702E-12	2.29610E-11
Suma		1.42337E-06	2.13462E-05

Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE LPA

Tipo de barcos		Resultados propuestos	
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo
Oil products tanker	Oil products tanker	2.55484E-11	2.08367E-10
Oil products tanker	General cargo ship	3.67125E-10	2.99419E-09
Oil products tanker	Passenger ship	1.03606E-09	8.44988E-09
Oil products tanker	Support ship	4.58039E-12	3.73566E-11
Oil products tanker	Pleasure boat	4.78510E-12	3.90262E-11
Oil products tanker	Other ship	9.30837E-12	7.59170E-11
General cargo ship	Oil products tanker	3.67125E-10	2.99419E-09
General cargo ship	General cargo ship	4.61825E-09	3.76654E-08
General cargo ship	Passenger ship	1.62390E-08	1.32442E-07
General cargo ship	Support ship	8.15278E-11	6.64922E-10
General cargo ship	Pleasure boat	8.61335E-11	7.02486E-10
General cargo ship	Other ship	8.70012E-11	7.09562E-10
Passenger ship	Oil products tanker	1.03606E-09	8.44988E-09
Passenger ship	General cargo ship	1.62390E-08	1.32442E-07
Passenger ship	Passenger ship	3.61650E-08	2.94954E-07
Passenger ship	Support ship	1.22437E-10	9.98567E-10
Passenger ship	Pleasure boat	1.28798E-10	1.05045E-09
Passenger ship	Other ship	4.77754E-10	3.89646E-09
Support ship	Oil products tanker	4.58039E-12	3.73566E-11
Support ship	General cargo ship	8.15278E-11	6.64922E-10
Support ship	Passenger ship	1.22437E-10	9.98567E-10
Support ship	Other ship	2.99044E-12	2.43894E-11
Pleasure boat	Oil products tanker	4.78510E-12	3.90262E-11
Pleasure boat	General cargo ship	8.61335E-11	7.02486E-10
Pleasure boat	Passenger ship	1.28798E-10	1.05045E-09
Pleasure boat	Other ship	3.18116E-12	2.59448E-11
Other ship	Oil products tanker	9.30837E-12	7.59170E-11
Other ship	General cargo ship	8.70012E-11	7.09562E-10
Other ship	Passenger ship	4.77754E-10	3.89646E-09
Other ship	Support ship	2.99044E-12	2.43894E-11
Other ship	Pleasure boat	3.18116E-12	2.59448E-11
Suma		7.81103E-08	6.37050E-07

Probabilidad de colisión frontal. Ruta LPA ACF

Tipo de barcos		Resultados propuestos	
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo
Oil products tanker	Oil products tanker	7.52297E-14	1.24925E-12
Oil products tanker	General cargo ship	4.17917E-12	4.61070E-11
Oil products tanker	Support ship	9.51006E-13	1.57923E-11
Oil products tanker	Pleasure boat	8.73463E-13	1.45046E-11
General cargo ship	Oil products tanker	1.08589E-11	1.80322E-10
General cargo ship	General cargo ship	2.80883E-10	3.55394E-09
General cargo ship	Passenger ship	6.30755E-13	1.04742E-11
General cargo ship	Support ship	1.00089E-11	1.66207E-10
General cargo ship	Pleasure boat	9.53864E-12	1.58397E-10
Passenger ship	Oil products tanker	6.03291E-10	8.26534E-09
Passenger ship	General cargo ship	6.63033E-09	7.84316E-08
Passenger ship	Passenger ship	1.32504E-09	1.97258E-08
Passenger ship	Support ship	2.08516E-10	3.46260E-09
Passenger ship	Pleasure boat	2.13310E-10	3.54221E-09
Passenger ship	Other ship	3.09679E-11	2.22374E-10
Pleasure boat	Support ship	3.34806E-14	5.55975E-13
Other ship	Oil products tanker	1.62847E-12	1.16937E-11
Other ship	General cargo ship	2.79865E-11	2.00965E-10
Sum		9.35910E-09	1.18010E-07

Probabilidad de colisión por alcance. Ruta LPA ACF

Anexo 4: Validación de la metodología propuesta

1. Comparación de los resultados obtenidos

Tipos de barco		Resultados propuestos		Resultados
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo	IWRAP
Passenger ship	Passenger ship	1.53403E-05	7.62580E-05	3.21352E-04
Passenger ship	Fast Ferry	6.90269E-06	3.43266E-05	1.44392E-04
Passenger ship	Support ship	1.29122E-08	6.42113E-08	2.70445E-07
Passenger ship	Pleasure boat	2.68518E-08	1.33532E-07	5.49915E-07
Fast Ferry	Passenger ship	6.90269E-06	3.43266E-05	1.44392E-04
Fast Ferry	Fast Ferry	2.75458E-06	1.36984E-05	5.74276E-05
Fast Ferry	Support ship	5.89574E-09	2.93191E-08	1.23284E-07
Fast Ferry	Pleasure boat	1.18058E-08	5.87096E-08	2.38824E-07
Support ship	Passenger ship	1.29122E-08	6.42113E-08	2.70445E-07
Support ship	Fast Ferry	5.89574E-09	2.93191E-08	1.23284E-07
Support ship	Support ship	8.18784E-12	4.07176E-11	1.71476E-10
Support ship	Pleasure boat	1.86986E-11	9.29867E-11	4.08778E-10
Pleasure boat	Passenger ship	2.68518E-08	1.33532E-07	5.49915E-07
Pleasure boat	Fast Ferry	1.18058E-08	5.87096E-08	2.38824E-07
Pleasure boat	Support ship	1.86986E-11	9.29867E-11	4.08778E-10
Pleasure boat	Pleasure boat	3.23243E-11	1.60746E-10	4.53085E-10
Suma		3.20153E-05	1.59181E-04	6.69930E-04

Comparación de resultados. Probabilidad de colisión frontal. Ruta CRI GOM

Tipo de barcos		Resultados propuestos		Resultados
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo	IWRAP
Passenger ship	Passenger ship	1.98801E-07	2.03694E-06	5.57462E-06
Passenger ship	Support ship	9.08665E-09	9.25612E-08	2.56535E-07
Passenger ship	Pleasure boat	7.36625E-09	8.51712E-08	9.53090E-08
Fast ferry	Passenger ship	7.23650E-06	7.51059E-05	2.04287E-04
Fast ferry	Fast ferry	8.44183E-08	9.08524E-07	2.34774E-06
Fast ferry	Support ship	9.68503E-09	9.99927E-08	2.73419E-07
Fast ferry	Pleasure boat	1.07448E-08	1.19624E-07	2.05611E-07
Pleasure boat	Passenger ship	5.03311E-09	1.60605E-07	4.20925E-07
Pleasure boat	Support ship	9.95079E-12	2.95461E-10	6.27957E-10
Pleasure boat	Pleasure boat	6.65446E-12	2.12342E-10	3.63158E-10
Suma		7.56165E-06	7.86098E-05	2.13462E-04

Comparación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta CRI GOM

Tipo de barcos		Resultados propuestos		Resultados
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo	IWRAP
Oil products tanker	Oil products tanker	1.21111E-07	1.69342E-06	1.99211E-06
Oil products tanker	General cargo ship	3.03816E-07	4.24804E-06	4.38404E-06
Oil products tanker	Passenger ship	7.48205E-07	1.04616E-05	1.09090E-05
Oil products tanker	Fast ferry	1.47555E-10	2.06315E-09	2.65603E-09
Oil products tanker	Support ship	6.34464E-09	8.87126E-08	9.77698E-08
Oil products tanker	Pleasure boat	1.28848E-09	1.80159E-08	2.06362E-08
Oil products tanker	Other ship	3.71275E-09	5.19127E-08	4.46786E-08
General cargo ship	Oil products tanker	3.03816E-07	4.24804E-06	4.38404E-06
General cargo ship	General cargo ship	7.05478E-07	9.86420E-06	9.39831E-06
General cargo ship	Passenger ship	1.77288E-06	2.47890E-05	2.36668E-05
General cargo ship	Fast ferry	4.97473E-10	6.95581E-09	6.62605E-09
General cargo ship	Support ship	1.56183E-08	2.18379E-07	2.13151E-07
General cargo ship	Pleasure boat	3.08138E-09	4.30848E-08	4.41219E-08
General cargo ship	Other ship	7.86862E-09	1.10021E-07	9.07183E-08
Passenger ship	Oil products tanker	7.48205E-07	1.04616E-05	1.09090E-05
Passenger ship	General cargo ship	1.77288E-06	2.47890E-05	2.36668E-05
Passenger ship	Passenger ship	4.19077E-06	5.85966E-05	5.60591E-05
Passenger ship	Fast ferry	1.02033E-09	1.42665E-08	1.36299E-08
Passenger ship	Support ship	3.85622E-08	5.39188E-07	5.32019E-07
Passenger ship	Pleasure boat	7.75544E-09	1.08439E-07	1.10508E-07
Passenger ship	Other ship	2.04717E-08	2.86241E-07	2.39640E-07
Fast ferry	Oil products tanker	1.47555E-10	2.06315E-09	2.65603E-09
Fast ferry	General cargo ship	4.97473E-10	6.95581E-09	6.62605E-09
Fast ferry	Passenger ship	1.02033E-09	1.42665E-08	1.36299E-08
Fast ferry	Support ship	8.00181E-12	1.11884E-10	1.12493E-10
Fast ferry	Pleasure boat	1.93190E-12	2.70124E-11	2.86987E-11
Fast ferry	Other ship	7.14226E-12	9.98652E-11	7.75635E-11
Support ship	Oil products tanker	6.34464E-09	8.87126E-08	9.77698E-08
Support ship	General cargo ship	1.56183E-08	2.18379E-07	2.13151E-07
Support ship	Passenger ship	3.85622E-08	5.39188E-07	5.32019E-07
Support ship	Fast ferry	8.00181E-12	1.11884E-10	1.12493E-10
Support ship	Support ship	3.08142E-10	4.30853E-09	4.43152E-09
Support ship	Pleasure boat	5.79324E-11	8.10028E-10	8.82842E-10
Support ship	Other ship	1.75554E-10	2.45464E-09	1.96139E-09
Pleasure boat	Oil products tanker	1.28848E-09	1.80159E-08	2.06362E-08
Pleasure boat	General cargo ship	3.08138E-09	4.30848E-08	4.41219E-08
Pleasure boat	Passenger ship	7.75544E-09	1.08439E-07	1.10508E-07
Pleasure boat	Fast ferry	1.93190E-12	2.70124E-11	2.86987E-11
Pleasure boat	Support ship	5.79324E-11	8.10028E-10	8.82842E-10
Pleasure boat	Pleasure boat	1.17851E-11	1.64783E-10	1.94762E-10
Pleasure boat	Other ship	3.23404E-11	4.52193E-10	3.85251E-10
Other ship	Oil products tanker	3.71275E-09	5.19127E-08	4.46786E-08
Other ship	General cargo ship	7.86862E-09	1.10021E-07	9.07183E-08
Other ship	Passenger ship	2.04717E-08	2.86241E-07	2.39640E-07
Other ship	Fast ferry	7.14226E-12	9.98652E-11	7.75635E-11
Other ship	Support ship	1.75554E-10	2.45464E-09	1.96139E-09
Other ship	Pleasure boat	3.23404E-11	4.52193E-10	3.85251E-10
Other ship	Other ship	7.40508E-11	1.03540E-09	7.02312E-10
Suma		1.08809E-05	1.52139E-04	1.48214E-04

Comparación de resultados. Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE LPA

Tipo de barcos		Resultados propuestos		Results
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo	IWRAP
Oil products tanker	Oil products tanker	5.43249E-09	8.11282E-08	1.57389E-07
Oil products tanker	General cargo ship	3.21872E-09	4.92327E-08	9.64690E-08
Oil products tanker	Support ship	8.47016E-11	1.20332E-09	2.33355E-09
Oil products tanker	Pleasure boat	1.53478E-11	2.78824E-10	7.12343E-10
General cargo ship	Oil products tanker	3.98043E-08	6.16198E-07	1.13666E-06
General cargo ship	General cargo ship	2.36789E-08	3.71062E-07	7.08688E-07
General cargo ship	Passenger ship	2.43601E-10	3.91870E-09	6.98449E-09
General cargo ship	Support ship	5.29134E-10	7.42503E-09	1.34279E-08
General cargo ship	Pleasure boat	1.86493E-10	3.38803E-09	6.88658E-09
General cargo ship	Other ship	9.12202E-12	1.56796E-10	2.35986E-10
Passenger ship	Oil products tanker	4.20983E-07	6.19478E-06	1.19305E-05
Passenger ship	General cargo ship	7.15417E-07	1.08264E-05	2.09479E-05
Passenger ship	Passenger ship	1.77217E-07	2.61408E-06	5.09311E-06
Passenger ship	Support ship	9.77196E-09	1.37183E-07	2.88406E-07
Passenger ship	Pleasure boat	2.18597E-09	3.97125E-08	7.71317E-08
Passenger ship	Other ship	3.02640E-09	4.98023E-08	8.02950E-08
Fast ferry	Oil products tanker	2.12952E-10	3.02533E-09	5.17940E-09
Fast ferry	General cargo ship	3.60785E-10	5.12553E-09	8.86362E-09
Fast ferry	Passenger ship	5.99020E-10	8.51005E-09	1.47965E-08
Fast ferry	Support ship	6.87638E-12	9.76902E-11	1.76234E-10
Fast ferry	Other ship	1.59394E-12	2.26446E-11	3.11369E-11
Support ship	Oil products tanker	3.00998E-09	4.99698E-08	8.21320E-08
Support ship	General cargo ship	4.95092E-09	8.32673E-08	1.55134E-07
Support ship	Passenger ship	3.99628E-09	7.23930E-08	1.32371E-07
Support ship	Support ship	5.01983E-11	7.99678E-10	1.51373E-09
Support ship	Pleasure boat	2.16795E-11	3.93852E-10	6.97413E-10
Support ship	Other ship	3.88810E-11	6.96010E-10	1.05789E-09
Pleasure boat	Oil products tanker	7.28440E-10	1.01297E-08	1.94434E-08
Pleasure boat	General cargo ship	1.19085E-09	1.68024E-08	3.15098E-08
Pleasure boat	Passenger ship	2.04584E-09	2.90645E-08	5.33788E-08
Pleasure boat	Fast ferry	1.02714E-13	1.45922E-12	2.42473E-12
Pleasure boat	Support ship	2.27200E-11	3.22775E-10	6.43334E-10
Pleasure boat	Pleasure boat	1.40679E-13	1.99857E-12	9.78616E-12
Pleasure boat	Other ship	5.37813E-12	7.64051E-11	1.15813E-10
Other ship	Oil products tanker	1.49574E-09	2.41759E-08	3.84248E-08
Other ship	General cargo ship	2.41577E-09	3.96189E-08	6.51164E-08
Other ship	Passenger ship	3.69122E-10	5.13387E-09	7.65503E-09
Other ship	Support ship	2.75715E-11	4.11615E-10	6.53239E-10
Other ship	Pleasure boat	1.03392E-11	1.87832E-10	3.09186E-10
Other ship	Other ship	1.69702E-12	2.29610E-11	3.05289E-11
Suma		1.42337E-06	2.13462E-05	4.11664E-05

Comparación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta TFE LPA

Tipo de barcos		Resultados propuestos		Resultados
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo	IWRAP
Oil products tanker	Oil products tanker	2.55484E-11	2.08367E-10	2.08182E-10
Oil products tanker	General cargo ship	3.67125E-10	2.99419E-09	2.98930E-09
Oil products tanker	Passenger ship	1.03606E-09	8.44988E-09	8.44681E-09
Oil products tanker	Support ship	4.58039E-12	3.73566E-11	3.73238E-11
Oil products tanker	Pleasure boat	4.78510E-12	3.90262E-11	4.15395E-11
Oil products tanker	Other ship	9.30837E-12	7.59170E-11	6.69139E-11
General cargo ship	Oil products tanker	3.67125E-10	2.99419E-09	2.98930E-09
General cargo ship	General cargo ship	4.61825E-09	3.76654E-08	3.75407E-08
General cargo ship	Passenger ship	1.62390E-08	1.32442E-07	1.32247E-07
General cargo ship	Support ship	8.15278E-11	6.64922E-10	6.63219E-10
General cargo ship	Pleasure boat	8.61335E-11	7.02486E-10	7.56406E-10
General cargo ship	Other ship	8.70012E-11	7.09562E-10	6.10201E-10
Passenger ship	Oil products tanker	1.03606E-09	8.44988E-09	8.44681E-09
Passenger ship	General cargo ship	1.62390E-08	1.32442E-07	1.32247E-07
Passenger ship	Passenger ship	3.61650E-08	2.94954E-07	2.95058E-07
Passenger ship	Support ship	1.22437E-10	9.98567E-10	9.98102E-10
Passenger ship	Pleasure boat	1.28798E-10	1.05045E-09	1.12943E-09
Passenger ship	Other ship	4.77754E-10	3.89646E-09	3.40346E-09
Support ship	Oil products tanker	4.58039E-12	3.73566E-11	3.73238E-11
Support ship	General cargo ship	8.15278E-11	6.64922E-10	6.63219E-10
Support ship	Passenger ship	1.22437E-10	9.98567E-10	9.98102E-10
Support ship	Other ship	2.99044E-12	2.43894E-11	1.95726E-11
Pleasure boat	Oil products tanker	4.78510E-12	3.90262E-11	4.15395E-11
Pleasure boat	General cargo ship	8.61335E-11	7.02486E-10	7.56406E-10
Pleasure boat	Passenger ship	1.28798E-10	1.05045E-09	1.12943E-09
Pleasure boat	Other ship	3.18116E-12	2.59448E-11	2.34631E-11
Other ship	Oil products tanker	9.30837E-12	7.59170E-11	6.69139E-11
Other ship	General cargo ship	8.70012E-11	7.09562E-10	6.10201E-10
Other ship	Passenger ship	4.77754E-10	3.89646E-09	3.40346E-09
Other ship	Support ship	2.99044E-12	2.43894E-11	1.95726E-11
Other ship	Pleasure boat	3.18116E-12	2.59448E-11	2.34631E-11
Suma		7.81103E-08	6.37050E-07	6.35672E-07

Comparación de resultados. Probabilidad de colisión frontal. Ruta LPA ACF

Tipo de barcos		Resultados propuestos		Resultados
Barco que aborda	Barco abordado	Mínimo	Máximo	IWRAP
Oil products tanker	Oil products tanker	7.52297E-14	1.24925E-12	1.85305E-12
Oil products tanker	General cargo ship	4.17917E-12	4.61070E-11	7.69225E-11
Oil products tanker	Support ship	9.51006E-13	1.57923E-11	2.34228E-11
Oil products tanker	Pleasure boat	8.73463E-13	1.45046E-11	2.30095E-11
General cargo ship	Oil products tanker	1.08589E-11	1.80322E-10	2.31086E-10
General cargo ship	General cargo ship	2.80883E-10	3.55394E-09	2.50180E-09
General cargo ship	Passenger ship	6.30755E-13	1.04742E-11	1.51686E-11
General cargo ship	Support ship	1.00089E-11	1.66207E-10	2.48993E-10
General cargo ship	Pleasure boat	9.53864E-12	1.58397E-10	2.54629E-10
Passenger ship	Oil products tanker	6.03291E-10	8.26534E-09	1.28523E-08
Passenger ship	General cargo ship	6.63033E-09	7.84316E-08	1.27290E-07
Passenger ship	Passenger ship	1.32504E-09	1.97258E-08	3.00822E-08
Passenger ship	Support ship	2.08516E-10	3.46260E-09	5.13184E-09
Passenger ship	Pleasure boat	2.13310E-10	3.54221E-09	5.64613E-09
Passenger ship	Other ship	3.09679E-11	2.22374E-10	3.35803E-10
Pleasure boat	Support ship	3.34806E-14	5.55975E-13	9.37780E-13
Other ship	Oil products tanker	1.62847E-12	1.16937E-11	1.80376E-11
Other ship	General cargo ship	2.79865E-11	2.00965E-10	2.98550E-10
Sum		9.35910E-09	1.18010E-07	1.85033E-07

Comparación de resultados. Probabilidad de colisión por alcance. Ruta LPA ACF

Anexo 5: Cuantificación y propagación de la incertidumbre asociada a la velocidad de los barcos

Para desarrollar los procesos de cuantificación y propagación de la incertidumbre asociada a la velocidad de los barcos se ha considerado la situación de colisión frontal correspondiente a los tipos de barco “General Cargo Ship” y “Passenger Ship” en la ruta TFE LPA.

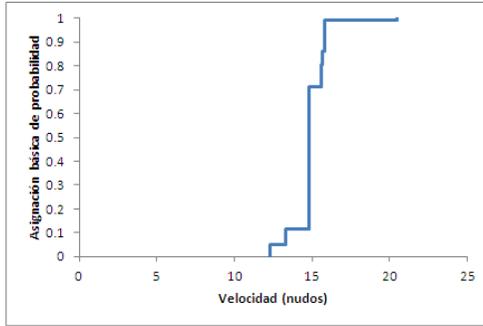
1. Cuantificación de incertidumbre

Los conjuntos de datos que representan la velocidad de cada grupo de barcos según la eslora y considerando la frecuencia relativa de las travesías, a partir de la información de la ruta TFE LPA mostrada en el Anexo 2, se recogen en la Figura 105.

Tipo de barco: General Cargo ship				Tipo de barco: Passenger ship			
Destino: TFE		Destino: LPA		Destino: TFE		Destino: LPA	
Velocidad	Travesías	Velocidad	Travesías	Velocidad	Travesías	Velocidad	Travesías
11.00	2	12.30	18	15.25	2	18.00	48
12.30	28	13.30	23	18.22	50	19.80	296
13.30	47	14.80	214	19.80	300	21.60	521
15.12	331	15.60	32	21.60	478	23.40	264
15.60	68	15.70	21	23.40	329	20.80	8
15.70	9	15.80	47	22.90	4	22.90	1
15.80	16	20.50	1	22.10	1	22.10	2
20.50	2	20.50	1	-	-	24.50	1
20.50	2	-	-	-	-	-	-
20.50	1	-	-	-	-	-	-

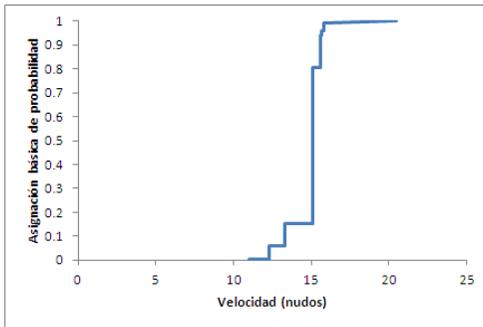
Fig. 105 : Datos base de velocidad y travesías. Ruta TFE LPA. Tipo de barcos: General Cargo Ship - Passenger Ship

La representación de estos conjuntos de datos como una estructura Dempster-Shafer degenerada junto con la información relacionada (velocidad, travesías, asignación básica de probabilidad y función de distribución acumulada) se recogen en las Fig. 106 a 109.



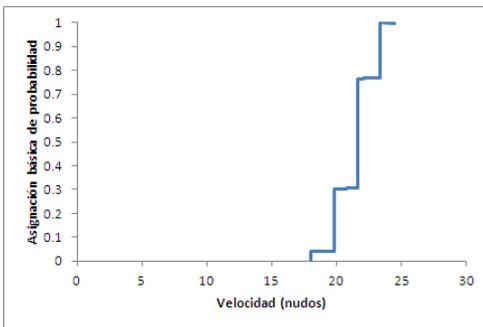
Velocidad	Travesías	A.B.P.	F(x)
12.30	18	0.050	0.050
13.30	23	0.064	0.115
14.80	214	0.599	0.714
15.60	32	0.090	0.804
15.70	21	0.059	0.863
15.80	47	0.132	0.994
20.50	2	0.006	1.000
Suma	357	1.000	-

Fig. 106 : Velocidad como estructura Dempster-Shafer. Tipo de barco: General cargo ship. Ruta TFE LPA. Destino LPA



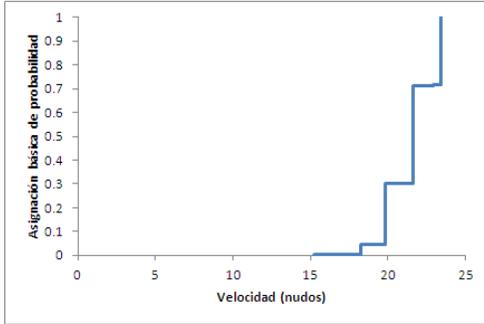
Velocidad	Travesías	A.B.P.	F(x)
11.00	2	0.004	0.004
12.30	28	0.055	0.059
13.30	47	0.093	0.152
15.12	331	0.654	0.806
15.60	68	0.134	0.941
15.70	9	0.018	0.958
15.80	16	0.032	0.990
20.50	5	0.010	1.000
Suma	506	1.000	-

Fig. 107 : Velocidad como estructura Dempster-Shafer. Tipo de barco: General cargo ship. Ruta TFE LPA. Destino TFE



Velocidad	Travesías	A.B.P.	F(x)
18.00	48	0.042	0.042
19.80	296	0.259	0.301
20.80	8	0.007	0.309
21.60	521	0.457	0.765
22.10	2	0.002	0.767
22.90	1	0.001	0.768
23.40	264	0.231	0.999
24.50	1	0.001	1.000
Suma	1,141	1.000	-

Fig. 108 : Velocidad como estructura Dempster-Shafer. Tipo de barco: Passenger ship. Ruta TFE LPA. Destino LPA



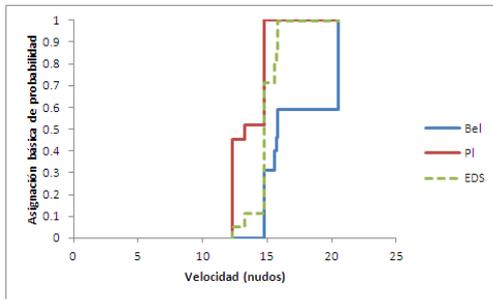
Velocidad	Travesías	A.B.P.	F(x)
15.25	2	0.002	0.002
18.22	50	0.043	0.045
19.80	300	0.258	0.302
21.60	478	0.411	0.713
22.10	1	0.001	0.714
22.90	4	0.003	0.717
23.40	329	0.283	1.000
Suma	1,164	1.000	-

Fig. 109 : Velocidad como estructura Dempster-Shafer. Tipo de barco: Passenger ship. Ruta TFE LPA. Destino TFE

De acuerdo a la expresión propuesta por Ferson:

$$\text{Min} \left(1, \max(0, F(x) \pm D(\alpha, n)) \right)$$

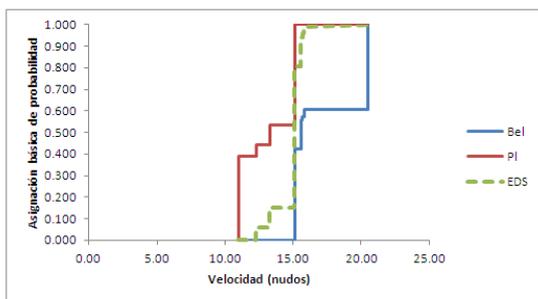
Se estiman los límites de confianza de Kolmogorov-Smirnov de estas estructuras Dempster-Shafer para el número n de valores de velocidad y un nivel de confianza α , que se ha establecido en el 99,9 %. Con estos dos valores se determina el estadístico de Kolmogorov, $D(\alpha, n)$, y se completa la estimación considerando la distribución acumulada de las frecuencias relativas, $F(x)$. Los límites de confianza para los conjuntos de datos anteriores junto con la estructura Dempster-Shafer correspondiente al periodo muestral se representan en las Fig. 110 a 113.



Número de valores: 7
 Nivel de confianza: 99,9 %
 Estadístico de Kolmogorov: 0.402

Velocidad	F(x)	Mínimo	Máximo
12.30	0.050	0.000	0.452
13.30	0.115	0.000	0.517
14.80	0.714	0.312	1.000
15.60	0.804	0.402	1.000
15.70	0.863	0.461	1.000
15.80	0.994	0.592	1.000
20.50	1.000	0.598	1.000

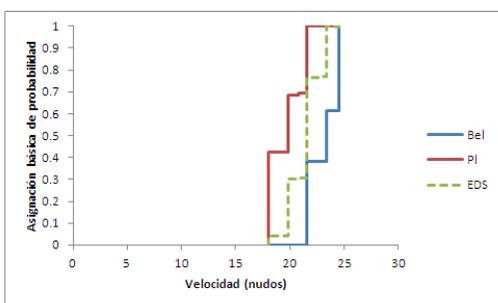
Fig. 110 : Límites de Kolmogorov-Smirnov. Tipo de barco: General cargo ship. Ruta TFE LPA. Destino LPA



Número de valores: 8
 Nivel de confianza : 99,9 %
 Estadístico de Kolmogorov: 0.384

Velocidad	F(x)	Mínimo	Máximo
11.00	0.004	0.000	0.388
12.30	0.059	0.000	0.443
13.30	0.152	0.000	0.536
15.12	0.806	0.422	1.000
15.60	0.941	0.557	1.000
15.70	0.958	0.574	1.000
15.80	0.990	0.606	1.000
20.50	1.000	0.616	1.000

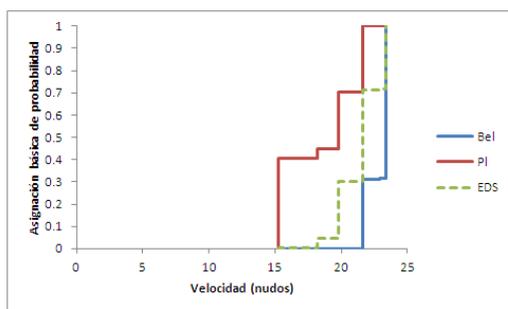
Fig. 111 : Límites de Kolmogorov-Smirnov. Tipo de barco: General cargo ship. Ruta TFE LPA. Destino TFE



Número de valores: 8
 Nivel de confianza : 99,9 %
 Estadístico de Kolmogorov: 0.384

Velocidad	F(x)	Mínimo	Máximo
18.00	0.042	0.000	0.426
19.80	0.301	0.000	0.685
20.80	0.309	0.000	0.693
21.60	0.765	0.381	1.000
22.10	0.767	0.383	1.000
22.90	0.768	0.384	1.000
23.40	0.999	0.615	1.000
24.50	1.000	0.616	1.000

Fig. 112 : Límites de Kolmogorov-Smirnov. Tipo de barco: Passenger ship. Ruta TFE LPA. Destino LPA

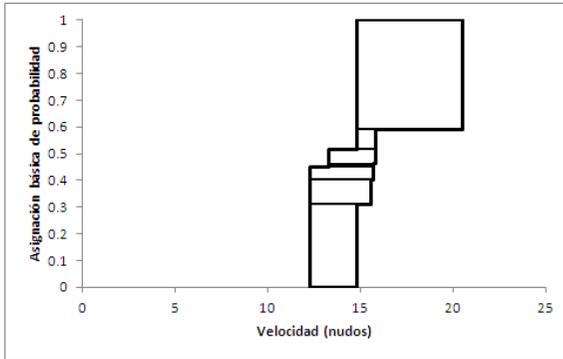


Número de valores: 7
 Nivel de confianza : 99,9 %
 Estadístico de Kolmogorov: 0.402

Velocidad	F(x)	Mínimo	Máximo
15.25	0.002	0.000	0.404
18.22	0.045	0.000	0.447
19.80	0.302	0.000	0.704
21.60	0.713	0.311	1.000
22.10	0.714	0.312	1.000
22.90	0.717	0.315	1.000
23.40	1.000	0.598	1.000

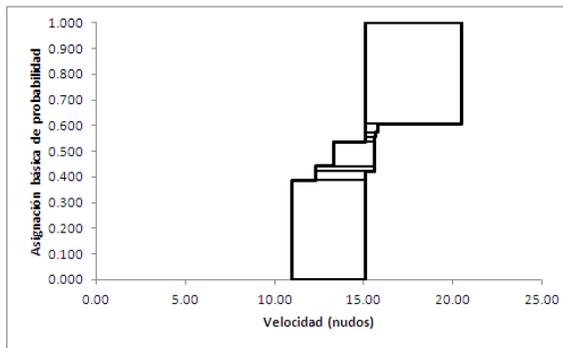
Fig. 113 : Límites de Kolmogorov-Smirnov. Tipo de barco: Passenger ship. Ruta TFE LPA. Destino TFE

La colección de intervalos correspondiente a las nuevas estructuras Dempster-Shafer junto con la longitud de los nuevos intervalos resultantes y la asignación básica de probabilidad asociada a cada intervalo se muestran en las Fig. 114 a 117.



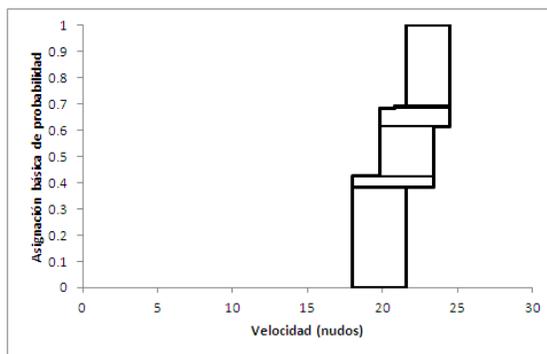
Intervalo		masa
12.30	14.80	0.000
12.30	14.80	0.312
12.30	15.60	0.090
12.30	15.70	0.050
13.30	15.70	0.008
13.30	15.80	0.056
14.80	15.80	0.076
14.80	20.50	0.408

Fig. 114 : Nueva estructura Dempster-Shafer para el conjunto de futuras velocidades. Tipo de barco: General cargo ship. Ruta TFE LPA. Destino LPA



Intervalo		masa
11.00	15.12	0.000
11.00	15.12	0.388
12.30	15.12	0.034
12.30	15.60	0.021
13.30	15.60	0.093
15.12	15.60	0.021
15.12	15.70	0.017
15.12	15.80	0.032
15.12	20.50	0.394

Fig. 115 : Nueva estructura Dempster-Shafer para el conjunto de futuras velocidades. Tipo de barco: General cargo ship. Ruta TFE LPA. Destino TFE



Intervalo		masa
18.00	21.60	0.000
18.00	21.60	0.381
18.00	22.10	0.002
18.00	22.90	0.001
18.00	23.40	0.042
19.80	23.40	0.189
19.80	24.50	0.070
20.80	24.50	0.008
21.60	24.50	0.307

Fig. 116 : Nueva estructura Dempster-Shafer para el conjunto de futuras velocidades. Tipo de barco: Passenger ship. Ruta TFE LPA. Destino: LPA

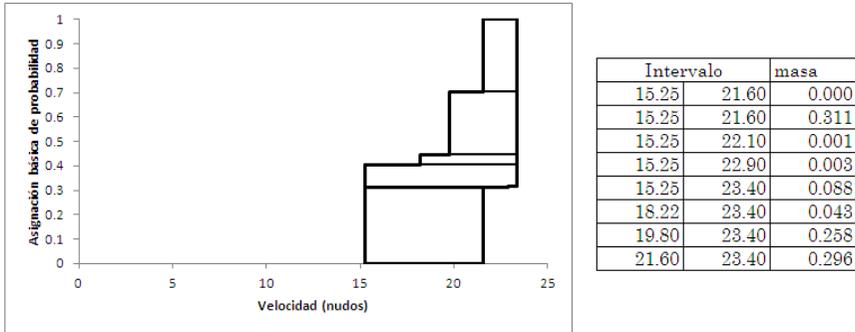


Fig. 117 : Nueva estructura Dempster-Shafer para el conjunto de futuras velocidades. Tipo de barco: Passenger ship. Ruta TFE LPA. Destino: TFE

2. Propagación de la incertidumbre

El número de candidatos a colisión frontal se calcula según la expresión:

$$N_c = L \sum_{i,j} P_{i,j} \left(\frac{1}{V_i} + \frac{1}{V_j} \right) Q_i^{(1)} Q_j^{(2)}$$

En primer lugar hay que resolver la expresión incluida entre paréntesis para todos los pares posibles de velocidad para los tipos de barco en estudio, tanto para los “General cargo ship” que navegan en la dirección TFE y que pueden colisionar con los “Passenger ship” que navegan en la dirección LPA como para los “General cargo ship” que navegan en la dirección LPA y que pueden colisionar con los “Passenger ship” que navegan en la dirección TFE. El cálculo del producto cartesiano recogido en la Fig. 54 para ambas situaciones de colisión se refleja en las matrices mostradas en las Fig. 118 y 119.

GEN TFE PASS LPA	0.090	0.108	0.381	0.088	0.108	0.002	0.085	0.108	0.001	0.079	0.090	0.307		
0.129	0.177	0.388	0.219	0.285	0.148	0.217	0.285	0.001	0.213	0.285	0.000	0.208	0.267	0.119
0.129	0.158	0.034	0.219	0.266	0.013	0.217	0.266	0.000	0.213	0.266	0.000	0.208	0.248	0.010
0.125	0.158	0.021	0.215	0.266	0.008	0.213	0.266	0.000	0.210	0.266	0.000	0.204	0.248	0.006
0.125	0.146	0.093	0.215	0.254	0.035	0.213	0.254	0.000	0.210	0.254	0.000	0.204	0.236	0.029
0.125	0.129	0.021	0.215	0.237	0.008	0.213	0.237	0.000	0.210	0.237	0.000	0.204	0.219	0.006
0.124	0.129	0.017	0.214	0.237	0.006	0.212	0.237	0.000	0.209	0.237	0.000	0.203	0.219	0.005
0.123	0.129	0.032	0.213	0.237	0.012	0.211	0.237	0.000	0.208	0.237	0.000	0.202	0.219	0.010
0.095	0.129	0.394	0.185	0.237	0.150	0.183	0.237	0.001	0.180	0.237	0.000	0.174	0.219	0.121

Fig. 118 : Producto cartesiano de las estructuras Dempster-Shafer. General cargo ship Dirección TFE – Passenger ship Dirección LPA

GEN	LPA	PASS	TFE	0.090	0.127	0.311	0.088	0.127	0.001	0.085	0.127	0.003	0.083	0.090	0.296
0.131	0.158	0.312	0.221	0.286	0.097	0.219	0.286	0.000	0.216	0.286	0.001	0.214	0.248	0.092	
0.125	0.158	0.090	0.215	0.286	0.028	0.213	0.286	0.000	0.210	0.286	0.000	0.208	0.248	0.026	
0.124	0.158	0.050	0.214	0.286	0.016	0.212	0.286	0.000	0.209	0.286	0.000	0.207	0.248	0.015	
0.124	0.146	0.008	0.214	0.274	0.003	0.212	0.274	0.000	0.209	0.274	0.000	0.207	0.236	0.002	
0.123	0.146	0.056	0.213	0.274	0.017	0.211	0.274	0.000	0.208	0.274	0.000	0.206	0.236	0.017	
0.123	0.131	0.076	0.213	0.259	0.024	0.211	0.259	0.000	0.208	0.259	0.000	0.206	0.221	0.022	
0.095	0.131	0.408	0.185	0.259	0.127	0.183	0.259	0.000	0.180	0.259	0.001	0.178	0.221	0.120	

Fig. 119 : Producto cartesiano de las estructuras Dempster-Shafer. General cargo ship Dirección LPA - Passenger ship Dirección TFE

Después de la agrupación y reordenación de estos valores, multiplicados por el factor causal correspondiente a este tipo de colisión ($0.5 \cdot 10^{-4}$), se obtienen los valores para la probabilidad de colisión frontal en cada uno de los intervalos resultantes para el factor $(1/V_i + 1/V_j)$, Fig. 120.

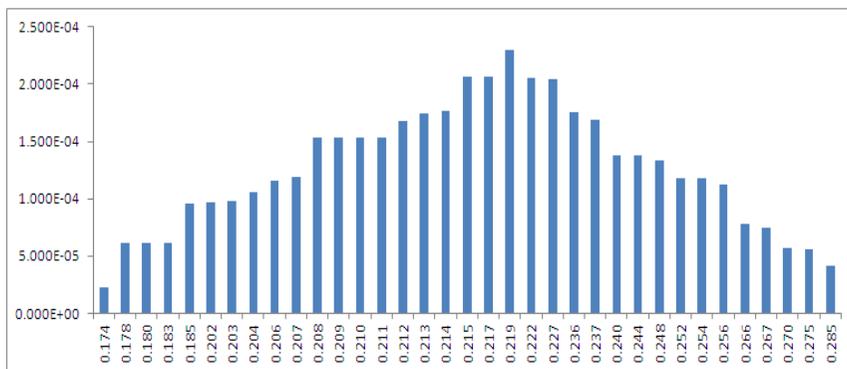


Fig. 120 : Probabilidad de colisión frontal. Ruta TFE LPA

Siendo el valor mínimo obtenido de $2,24324 \cdot 10^{-5}$ y el valor máximo de $2,30234 \cdot 10^{-4}$. El valor obtenido por IWRAP es $2,36668 \cdot 10^{-5}$.

Bibliografía

1. Gestión de la incertidumbre

[101] A-L. Jusselme, P. Maupin, E. Bossé. Uncertainty in a Situation Analysis Perspective. Proceedings of the Sixth International Conference of Information Fusion, 2003. 2003.

[102] B.M. Ayyub and G.J. Klir. Uncertainty Modelling and Analysis in Engineering and the Sciences. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton FL, USA, 2006.

[103] W. D. Rowe. Understanding uncertainty. Risk Analysis, 14(5).743-750. 1994.

[104] B. M. Ayyub. From dissecting ignorance to solving algebraic problems. Reliability Engineering and System Safety 85 (2004). 223-238. 2004.

[105] T. Aven. Some reflections on uncertainty analysis and management. Reliability Engineering and System Safety 95 (2010). 195-201. 2010.

[106] W. Weaver. Science and complexity. Rockefeller Foundation, New York City. American Scientist, 36:536. 1948.

[107] M. E. Paté-Cornell. Uncertainties in risk analysis: Six levels of treatment. Reliability Engineering and System Safety 54 (1996). 95-111. 1996.

[108] A.J. Hatfield and K.W. Hipel. Understanding and managing uncertainty and information. Proceedings of the IEEE International Conference on systems, Man, and Cybernetics, 1999, volume 5, pages 1007-1012, Tokyo, Japan. 1999.

[109] Z. Pawlak. Rough sets, rough functions, and rough calculus. In rough fuzzy hybridization. Pal, S.K. and Skowron, A., Eds. Springer-Verlag. New York. 1999.

[110] S.K. Pal and A. Skowron, Eds. Roguh Fuzzy Hibridations. Springer-Verlag. New York. 1999.

[111] H. Ratschek and J. Rokne. Computer methods for the range of functions. Ellis Horwood Limited. England. 1984.

[112] W.L. Oberkampf, J.C. Helton and K. Sentz. Mathematical representation of uncertainty. American Institute of Aeronautics and Astronautics Non-deterministic Approaches Forum. Paper No. 2001-1645. 2001.

[113] J.C. Helton, J.D. Johnson and W.L. Oberkampf. An exploration of alternative approaches to the representation of uncertainty in model predictions. Reliability Engineering and System Safety, 85. 2004.

[114] S. Ferson y J. Hajagos. Arithmetic with uncertain numbers: rigorous and (often) best possible answers. *Reliability Engineering and System Safety*, 85. 2004.

[115] C. J. Roy y W.L. Oberkampf. A complete framework for verification, validation, and uncertainty quantification in scientific computing. American Institute of Aeronautics and Astronautics. 2010.

[116] Helton JC. Uncertainty and sensitivity analysis in the presence of stochastic and subjective uncertainty. *Journal of statistical computation and simulation*. 1997, Vol. 57, p. 3-76.

[117] Ferson S., Kreinovich V., Ginzburg L., Myers D. y Sentz, K.. Constructing probability boxes and Dempster-Shafer structures. Technical report. Sandia National Laboratories. 2003.

[118] L.A. Goodman. On simultaneous confidence intervals for multinomial proportions. *Technometrics*. Vol 7, No. 2. 1965.

[119] S. Ferson, L.R. Ginzburg. Different methods are needed to propagate ignorance and variability. *Reliability Engineering & System Safety*. Vol. 54. 1996.

[120] F. Aguiar. Teoría de la decisión e incertidumbre: modelos normativos y descriptivos. *Revista de Metodología de Ciencias Sociales*. No. 8. Pp. 139-160. 2004.

[121] W. Oberkampf, J. Helton, C. Joslyn, S. Wojtkiewicz, S. Ferson. Challenge problems: Uncertainty in system response given uncertain parameters. Sandia National Laboratories. 2001.

[122] T. Aven. Some reflections on uncertainty analysis and management. *Reliability Engineering and System Safety*. Vol. 95, pp. 195-201, 2010.

[123] E. de Rocquigny, N. Devictor, S. Tarantola. Uncertainty in Industrial Practice. A guide to quantitative uncertainty management. John Wiley and Sons. 2008.

[124] M. Eldred, L. Swiler. Efficient Algorithms for Mixed Aleatory-Epistemic Uncertainty Quantification with Application to Radiation-Hardened Electronics. Part I: Algorithms and Benchmark Results. Sandia Report. Sandia National Laboratories. 2009.

[125] F. Díez. Introducción al Razonamiento Aproximado. Departamento de Inteligencia Artificial. UNED. 2005.

[126] T. Trucano. Uncertainty Quantification and the Department of Homeland Security. Sandia National Laboratories. 2004.

[127] A. O'Hagan, J. Oakley. Probability is perfect, but we can't elicit it perfectly. *Reliability Engineering and System Safety*. Vol. 85, pp. 239-248, 2004.

[128] G. Klir. On the alleged superiority of probabilistic representation of uncertainty. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. Vol. 2, No. 1, pp. 27-31, 1994.

- [129] G. Klir. Principles of uncertainty: What are they? Why do we need them?. Fuzzy Sets and Systems. Vol. 74, pp. 15-31, 1995.
- [130] R. Yager. Uncertainty Representation Using Fuzzy Measures. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Vol.32, No. 1, pp. 13-20,2002.
- [131] Y. Ben-Haim. Uncertainty, probability and information-gaps. Reliability Engineering and System Safety. Vol. 85, pp. 249-266, 2004.
- [132] L. Zadeh. Is there a need for fuzzy logic?. Information Sciences. Vol. 178, pp. 2751-2779, 2008.
- [133] P. Smets. Belief Functions on Real Numbers. Université Libre de Bruxelles. 2005.
- [134] A. Aregui, T. Denoeux. Constructing predictive belief functions from continuous sample data using confidence bands. 5th International Symposium on Imprecise Probability: Theories and Applications. 2007.
- [135] F. Campos, A. Neves, F. Campello. Decision Making under subjective uncertainty. Proceedings of the 2007 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Multicriteria Decision Making. 2007.
- [136] T. Denoeux. Methods for building belief functions. Université de Technologie de Compiègne. 2011.
- [137] L. Zadeh. From computing with numbers to computing with words – from manipulation of measurements to manipulation of perceptions. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science. Vol. 12, No 3, 2002.
- [138] D. Garber, S. Zabell. On the emergence of probability. Archive of Exact sciences. Vol. 21, 1979.
- [139] L. Zadeh. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-I. Information Sciences. Vol. 8, pp. 199-249, 1975.
- [140] M. Black. Vagueness. An exercise in Logical Analysis. Philosophy of Science. Vol. 4, No. 4, pp. 427-455, 1937.
- [141] B.N. Taylor, C.E. Kuyatt. Guidelines for evaluating and expressing the uncertainty of NIST Measurement Results. NIST Technical Note 1297, National Institute of Standards and Technology. Disponible en <http://physics.nist.gov/Document/tn1297.pdf>. 1994.
- [142] G. Choquet. Theory of capacities. Ann. Inst. Fourier. Vol. 5, pp. 131-295.

2. Teorías de representación de la incertidumbre y aplicaciones

- [201] G. J. Klir. Generalized information theory: aims, results, and open problems. *Reliability Engineering and System Safety* 85 (2004) 21-38. 2004.
- [202] L. A. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and Control* 8 (3), 338-353. 1965.
- [203] G.J. Klir and T.A. Folger. *Fuzzy sets, Uncertainty and Information*. Prentice Hall International. 1988.
- [204] R. Moore and W. Lodwick. Interval analysis and fuzzy set theory. *Fuzzy Sets and Systems*, 135. 2003.
- [205] R.E. Moore. *Methods and applications of interval analysis*. SIAM (Studies In Applied Mathematics). Society for industrial mathematics. 1987.
- [206] G.J. Klir. Fuzzy arithmetic with requisite constraints. *Fuzzy sets and systems*, 91. 1997.
- [207] G.J. Klir and Y. Pan. *Constrained fuzzy arithmetic: basic questions and some answers*. *Soft Computing*,2 (1998). Springer-Verlag. 1998.
- [208] M. Navara and Z. Zabokrtsky. How to make constrained fuzzy arithmetic efficient. *Soft Computing*,6 (2001). Springer-Verlag. 2001.
- [209] G.J. Klir and B. Yuan. *Fuzzy sets and fuzzy logic. Theory and applications*. Prentice Hall. 1995.
- [210] G. Shafer. *A mathematical theory of evidence*. Princeton University Press. Princeton. 1976.
- [211] A.P. Dempster. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping. *Annals of mathematical statistics*, 38. 1967.
- [212] R.R. Yager. Arithmetic and other operations on Dempster-Shafer structures. *International Journal of man-machines studies*,25. 1986.
- [213] K. Sentz and S. Ferson. *Combination of evidence in Dempster-Shafer theory*. Technical report, Sandia National Laboratories.2002.
- [214] D. Dubois. *Possibility theory and statistical reasoning*. Institut de Recherche en Informatique de Toulouse. Université Paul Sabatier. 2006.
- [215] L.A. Zadeh. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*,1. 1978.
- [216] P. Walley. *Statistical Reasoning with Imprecise Probabilities*. Chapman and Hall. Londres. 1991.
- [217] W. T. Tucker and Scott Ferson. *Probability bounds analysis in environmental risk assessments*. *Applied Biomathematics*. 100 North Country Road. Setauket, New York 11733. 2003.

- [218] R. C. Williamson and T. Downs. Probabilistic Arithmetic. I. Numerical methods for calculating convolutions and dependency bounds. University of Queensland, St. Lucia, Australia. International Journal of Approximate Reasoning, 1990. Elsevier Science Publishing. 1990.
- [219] C. Joslyn y S. Ferson. Approximate representations of random intervals for hybrid uncertainty quantification in engineering modeling. Sensitivity Analysis of model output. K.M. Hanson y F. M. Hemez, eds. Los Alamos National Laboratory. p: 453- 469. 2005.
- [220] D. Dubois y H. Prade. The three semantics of fuzzy sets. Fuzzy sets and system, 90. 1997.
- [221] J.C. Helton, J.D. Johnson, W.L. Oberkampf, C.J. Sallaberry. Representation of analysis results involving aleatory and epistemic uncertainty. Sandia Report. 2008.
- [222] T. Denoeux. Constructing Belief Functions from Sample Data Using multinomial confidence regions. Université de Technologie de Compiègne. France.2006.
- [223] P. Walley, L. Gurrin, P. Burton. Analysis of clinical data using imprecise prior probabilities. Journal of the Royal Statistical Society. Vol. 45, No. 4. P 457-485. 1996.
- [224] T. Neumann. A simulation Environment for modelling and analysis of the distribution of shore observatory stations – Preliminary Results. International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation. Vol. 5, No. 4, 2011.
- [225] W. Filipowicz. Fuzzy evidence in Terrestrial navigation. . International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation. Vol. 5, No. 2, 2011.
- [226] S. Kao, K. Lee, K. Chang, M. Ko. A fuzzy logic method for collision avoidance in vessel traffic service. The Journal of navigation. Vol. 60, pp. 17-31, 2007.
- [227] J. Liu, J. Yang, J. Wang, H. Sii. Engineering system safety analysis and synthesis using the fuzzy rule-based evidential reasoning approach. Quality and reliability engineering international. Vol. 21, pp. 387-411, 2005.
- [228] D. Raje, P. Mujumdar. Hydrologic drought prediction under climate change: Uncertainty modelling with Dempster-Shafer and Bayesian approaches. Advances in Water Resources. Vol. 33, pp. 1176-1186, 2010.
- [229] M. Oberguggenberger, J. King, B. Schmelzer. Imprecise probability methods for sensitivity analysis in engineering. 5th International Symposium on Imprecise Probability: Theories and applications. Prague. 2007.
- [230] G. Klir, D. Harmanec. Generalized information theory: recent developments. Kybernetes. Vol. 25, No. 7/8, pp. 50-67, 1996.

[231] G. Klir. Generalized information theory: aims, results, and open problems. *Reliability Engineering and System Safety*. Vol. 85, pp. 21-38, 2004.

[232] G. Klir. Generalized Information Theory: Emerging Crossroads of Fuzziness and Probability. Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society. 2005.

[233] L. Zadeh. Toward a generalizad theory of uncertainty (GTU) – an outline. *Information Sciences*. Vol. 172, pp. 1-40, 2005.

[234] L. Zadeh. Generalized theory of uncertainty (GTU) – principal concepts and ideas. *Computational Statistics & Data Analysis*. Vol. 51, pp. 15-46. 2006.

[235] G. Klir. Uncertainty and Information. *Foundations of Generalized Information Theory*. Wiley-Interscience. John Wiley & Sons. 2006.

[236] G. Klir. An Update on Generalized Information Theory. International Symposium on Imprecise Probability: Theories and Applications. 2003.

[237] E. Kriegler. Imprecise Probability Analysis for Integrated Assessment of Climate Change. *Mathematisch – Naturwissenschaftlichen Fakultät. Universität Potsdam*. 2005.

[238] L. Zadeh. Toward a perception-based theory of probabilistic reasoning with imprecise probabilities. *Journal of Statistical Planning and Inference*. Vol.105, pp. 223-264, 2002.

[239] L. Zadeh. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 100, pp. 9-34, 1999.

[240] J. García. Modelo de resolución de incertidumbre en sistemas expertos a partir de la teoría de la posibilidad. *Facultad de Informática. Universidad Politécnica de Madrid*. 1988.

[241] G. Klir. On fuzzy-set interpretation of possibility theory. *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 108, pp. 263-273, 1999.

[242] J. Helton, J. Johnson, W. Oberkampf, C. Sallaberry. Sensitivity analysis in conjunction with evidence theory representations of epistemic uncertainty. *Reliability Engineering and System Safety*. Vol. 91, pp. 1414-1434, 2006.

[243] M. Ducey. Representing uncertainty in silvicultural decisions: an application of the Dempster-Shafer theory of evidence. *Forest Ecology and Management*. Vol. 150, pp. 199-211, 2001.

[244] B. Mathon, M. Ozbek. Dempster-Shafer Theory applied to uncertainty surrounding permeability. *Math Geosci*. Vol.42, pp. 293-307, 2010.

[245] C. Parikh, M. Pont, N. Jones. Application of Dempster-Shafer theory in condition monitoring applications: a case study. *Pattern Recognition Letters*. Vol. 2, pp. 777-785, 2001.

[246] R. Sadiq, M. Rodríguez. Interpreting drinking water quality in the distribution system using Dempster-Shafer theory of evidence. *Chemosphere*. Vol. 59, pp. 177-188. 2005.

[247] G. Bojadziev, M. Bojadziev. *Fuzzy Logic for Business, Finance, and Management*. World Scientific. 2006.

[248] P. Walley. Towards a unified theory of imprecise probability. 1st International Symposium on Imprecise Probability and their applications. 1999.

[249] J. Lu, G. Zhan. *Multi-Objective Group Decision Making. Methods, Software and Applications with Fuzzy Set Techniques*. Imperial College Press.

[250] P. Walley. Measures of uncertainty in expert systems. *Artificial Intelligence*. Vol. 83, pp. 1-58, 1996.

[251] Y. Ben-Haim. Info-gap Decision Theory for Engineering Design. Or. Why 'Good' is preferable to 'Best'. *Engineering Design Reliability Handbook*. CRC Press. 2005.

[252] R. Peche, E. Rodríguez. Environmental impact assessment by means of a procedure based on fuzzy logic: A practical application. *Environmental Impact Assessment Review*. 2010.

[253] W. Ocampo. On the Development of decision-making systems based on fuzzy models to assess water quality in rivers. PhD Thesis. Departamento de Ingeniería Química. Universidad Rovira y Virgili. 2008.

[254] F. Tonon, A. Bernerдини, A. Mammino. Determination of parameters range in rock engineering by means of random set theory. *Reliability Engineering and System Safety*. Vol. 70, pp. 241-261, 2000.

[255] M. Vasile, E. Minisci. *An Evolutionary Approach to Evidence-based Multidisciplinary Robust Design Optimisation*. Eurogen. 2011.

[256] J. Reyes, R. García. Toma de decisiones mediante técnicas de razonamiento incierto. *Ingenierías*. Vol. VIII, No. 28, 2005.

[257] S. Poroseva, J. Letschert, M. Hussaini. Application of evidence theory to quantify uncertainty in hurricane/typhoon track forecasts. *Meteorology and Atmospheric Physics*. Vol. 97, pp. 149-169, 2007.

[258] E. Nikolaidis, D. Ghiocel, S. Singhal (Eds.). *Engineering Design Reliability Handbook*. CRC Press. 2005.

[259] S. Ferson, R. Nelsen, J. Hajagos, D. Berleant. Dependence in probabilistic modeling, Dempster-Shafer theory, and probability bounds analysis. Sandia National Laboratories. 2004.

[260] G. Shafer. *Perspectives on the Theory and Practice of Belief Functions*.

[261] N. Croisard, M. Vasile, S. Kemble, G. Radice. Preliminary space mission design under uncertainty. 59th International Astronautical Congress IAC 2008.

[262] S. Destercke, D. Dubois, E. Chojnacki. Transforming probability intervals into other uncertainty models. European Society for Fuzzy Logic and Technology Conference. 2007.

[263] H. Agarwal, J. Renaud, E. Preston, D. Padmanabhan. Uncertainty quantification using evidence theory in multidisciplinary design optimization. Reliability Engineering and System Safety. Vol. 85, pp. 281-294, 2004.

[264] W. Luo, B. Caselton. Using Dempster-Shafer Theory to represent climate change uncertainties. Journal of environmental management. Vol. 49, pp. 73-93, 1997.

[265] E. Kriegler, H. Held. Utilizing belief functions for the estimation of future climate change. Potsdam Institute for Climate Impact Research.

[266] E. Auer, W. Luther, G. Rebner, P. Limbourg. A verified MATLAB Toolbox for the Dempster-Shafer Theory. Computer and Cognitive Sciences (INKO). University of Duisburg-Essen.

[267] C. Rocco, J. Moreno, N. Carrasquero, M. Medina. Diseño robusto de tolerancias basado en aritmética de intervalos y estrategias evolutivas. Revista de Ciencia e Ingeniería. Vol. 22, No. 2, 2001.

[268] E. Hansen, G. Walster. Global optimization using interval analysis. Marcel Dekker, Inc. 2004.

[268] R. Kearfott. Interval Computations: Introduction, uses, and resources. Department of Mathematics. University of Southwestern Louisiana.

[269] R. Bellman, L. Zadeh. Decision-making in a fuzzy environment. Management Science. Vol. 17, No. 4, 1970.

[270] N. Singpurwalla, J. Booker. Membership functions and probability measures of fuzzy sets. Journal of the American Statistical Association. Vol. 99, No. 467, 2004.

[271] D. Dubois, H. Prade. Fuzzy sets and probability: Misunderstandings, bridges and gaps. Institut de Recherche en Informatique de Toulouse. Université Paul Sabatier.

[272] D. Dubois. Uncertainty theories: A unified view. Institut de Recherche en Informatique de Toulouse. Université Paul Sabatier.

[273] B. Liu. Uncertainty theory: A branch of mathematics for modeling human uncertainty. Springer-Verlag. 2010.

[274] B. Liu. Uncertainty theory: An introduction to its axiomatic foundations. Springer-Verlag. 2004.

[275] Z. Mourelatos, J. Zhou. Reliability estimation and design with insufficient data based on possibility theory. Multidisciplinary analysis and optimization conference. 2004.

[276] C. Baudrit, D. Dubois. Practical representations of incomplete probabilistic knowledge. Institut de Recherche en Informatique de Toulouse. Université Paul Sabatier. 2005.

[277] R.E. Moore. Interval Analysis. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey. 1966.

[278] L.H. Miller, Table of percentage points of Kolmogorov statistics. Journal of the American Statistical Association. Vol. 51, pp 111-121. 1956.

3. Análisis de riesgo y aplicaciones

[301] T. Aven. Foundations of Risk analysis. A knowledge and Decision-Oriented Perspective. John Wiley & Sons, Ltd. 2003.

[302] D. Dubois. Representation, propagation, and decision issues in risk analysis under incomplete probabilistic information. Risk Analysis, 30. 2010.

[303] HSE. Reducing risk, protecting people: HSE's decision making process. Health & Safety Commission. 2001.

[304] HSE. The tolerability of risk from nuclear power stations. 1992.

[305] Dirección General de Protección Civil. Ministerio del Interior. Gobierno de España. Guía Técnica. Metodologías para el análisis de riesgos. Visión General. 1994.

[306] Dirección General de Protección Civil. Ministerio del Interior. Gobierno de España. Guía Técnica. Metodos cuantitativos para el análisis de riesgos. 1994.

[307] T. Elsayed, H. Leheta, I. Belhaj. Fuzzy inference system for fire and explosion risk assessment of floating storage and offloading vessels. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Journal of Engineering for the Maritime Environment. 2011.

[308] M. Paté-Cornell. The engineering risk analysis method and some applications. Engineering Risk Analysis. Vol. 04, 2002.

[309] L. Pokoradi. Risk assessment based upon fuzzy set theory. 15th Building Services, Mechanical and Building Industry Days. 2009.

[310] J. Casal, J. Vilchez. El riesgo químico y el territorio. Revista Catalana de Seguretat Pública. 2010.

[311] M. Singh, T. Markeset. A methodology for risk-based inspection planning of oil and gas pipes based on fuzzy logic framework. Engineering Failure Analysis. Vol. 16, pp. 2098-2113, 2009.

[312] Departamento de Ingeniería Química. Universidad de Murcia. Análisis del riesgo en los establecimientos afectados de nivel inferior. Dirección General de Protección Civil. Ministerio del Interior. Gobierno de España. 2004.

[313] T. Aven, J. Vinnem, H. Wiencke. A decision framework for risk management, with application to the offshore oil and gas industry. Reliability Engineering and System Safety. Vol. 92, pp. 433-448, 2007.

[314] T. Bedford, R. Cooke. Probabilistic Risk Analysis: Foundations and Methods. Cambridge University Press. 2001.

[315] G. Apostolakis. How useful is quantitative risk assessment?. Risk Analysis, Vol. 24, No. 3, 2004.

- [316] T. Aven. Risk Analysis and Management. Basic Concepts and Principles. 2009.
- [317] T. Aven. On how to define, understand and describe risk. Reliability Engineering and System Safety. Vol. 95, pp. 623-631, 2010.
- [318] E. Zio. Reliability engineering: old problems and new challenges. Reliability Engineering and System Safety. Vol. 94, pp. 125-141. 2009.
- [319] S. Kaplan, J. Garrick. On the quantitative definition of risk. Risk Analysis. Vol. 1, No. 1, 1981.
- [320] J. Casal, H. Montiel, E. Planas, J. Vilchez. Análisis del riesgo en instalaciones industriales. Ediciones UPC. 1999.
- [321] The Netherlands Organisation of Applied Scientific Research. Methods for the determination of possible damage to people and objects resulting from releases of hazardous materials. 1989.
- [322] Dirección General de Protección Civil. Ministerio del Interior. Gobierno de España. Guía Técnica. Metodos cualitativos para el análisis de riesgos. 1994.
- [323] K. Prem, D. Ng, H. Pasmán, M. Sawyer. Risk measures constituting a risk metrics which enables improved decision making: Value-at-risk. Journal of Loss Prevention in the Process Industries. Vol. 23, pp. 211-219. 2010.
- [324] M. Koc. Risk assessment of a vertical breakwater using possibility and evidence theories. Ocean Engineering. Vol. 36, pp. 1060-1066, 2009.
- [325] P. Limbourg, E. Rocquigny. Uncertainty analysis using evidence theory – confronting level-1 and level-2 approaches with data availability and computational constraints. Reliability Engineering and System Safety. Vol. 95, pp. 550-564, 2010.
- [326] A. Markowski, M. Mannan. Fuzzy Risk Matrix. Journal of Hazardous Materials. Vol. 159, pp. 152-157, 2008.
- [327] A. Markowski, M. Mannan. Fuzzy Logic for piping risk assessment. Journal of Loss in the Process Industries. Vol. 22, pp. 921-927, 2009.
- [328] T. Elsayed. Fuzzy Inference System for the risk assessment of liquefied natural gas carriers during loading/offloading at terminals. Applied Ocean Research. Vol. 31, pp. 179-185, 2009.
- [329] J. Helton, W. Oberkampf, J. Johnson. Competing Failure Risk Analysis Using Evidence Theory. Risk Analysis. Vol. 25, No. 4, 2005.
- [330] E. Rocquigny. Quantifying uncertainty in a industrial approach: an emerging consensus in an old epistemological debate. SAPIENS [Online] | 2009, Online since 25 mai 2009. [URL:http://sapiens.revues.org/782](http://sapiens.revues.org/782).

[331] Office of Safety and Mission Assurance. NASA Headquarters. Probabilistic Risk Assessment. Procedures Guide for NASA Managers and Practitioners. 2002.

[332] International Atomic Energy Agency (IAEA). Development and application of level 1 Probabilistic safety assessment for nuclear power plants. 2010.

[333] A. Payne, R. Breeding, J. Helton, L. Smith. The Nureg-1150 probabilistic risk assessment for the Peach Bottom Atomic Power Station. Nuclear Engineering and Design. Vol. 135, pp. 61-94, 1992.

4. Análisis de riesgo en el tráfico marítimo y aplicaciones

[401] Y. Fuji, H. Yamanouchi, N. Mizuki. I: Some factors affecting the frequency of accidents in marine traffic. II: The probability of stranding. III: The effect of darkness on the probability of collision and stranding. *Journal of Navigation*, 27. 1974.

[402] T. Macduff. The probability of vessel collisions. *Ocean industry*, 1974.

[403] P. Kujala, M. Hänninen, T. Arola, J. Ylitalo. Analysis of the marine traffic safety in the Gulf of Finland. *Reliability Engineering and System safety*, 94. 2009.

[404] M. Hänninen. Analysis of human and organizational factors in marine traffic risk modeling. Helsinki University of Technology. 2008.

[405] J. Ylitalo. Modelling marine accident frequency. Aalto University. 2010.

[406] J. Ylitalo, M. Hänninen, P. Kujala. Accident probabilities in selected areas of the Gulf of Finland. Helsinki University of Technology. 2008.

[407] A. Mazaheri. Probabilistic modeling of ship grounding. Helsinki University of Technology. 2009.

[408] T. Nyman. Review of collision and grounding risk analysis methods which can utilize the historical AIS data and traffic patterns in seawaters. Seventh Framework Programme. SKEMA Study. Sustainable Knowledge Platform for the European Maritime and Logistics Industry. 2009.

[409] Christos Alex. Kontovas. Formal Safety Assessment: Critical review and future role. School of Naval Architecture & Marine Engineering. National Technical University of Athens. 2005.

[410] R. Skjong. Risk acceptance criteria: current proposals and IMO position. Surface transport technologies for sustainable development. Valencia, Spain 4-6 June. 2002.

[411] International Maritime Organization (IMO). Guidelines for the Onboard Operational Use of Shipborne Automatic Identification Systems (AIS). 2001.

[412] Pedersen P.T. Collision and grounding mechanics. Proceedings of WEMT'95. The Danish Society of Naval Architects and Marine Engineers. 1995, p. 461-474.

[413] Friis-Hansen P. y Engberg P.C. Basic modeling principles for prediction of collision and grounding frequencies. Technical University of Denmark. 2008.

[414] Montewka J., Hinz T., Kujala P. y Matusiak J. Probability Modelling of vessel collisions. Reliability engineering and system safety. 2010, Vol. 95, p. 573-589.

[415] Fowler T.G. y Sorgard E. Modeling ship transportation risk. Risk analysis. 2000, Vol. 20:2, p. 225-244.

[416] Sofartsstyrelsen. Risk analysis of sea traffic in the area around Bornholm. Technical report, COWI, Kongens Lyngby. 2008.

[417] Merrick J., Van Dorp J., Blackford J., Shaw G., Harrald J. y Mazzuchi T. A traffic density analysis of proposed ferry service expansion in San Francisco bay using a maritime simulation model. Reliability engineering and system safety. 2003, Vol. 81, p. 119-132.

[418] Merrick J., Van Dorp J. Modeling risk in the dynamic environment of maritime transportation. Proceedings of the winter simulation Conference. 2001, p. 1090-1098.

[419] Gucma L. Models of ship's traffic flow for the safety of marine engineering structures evaluation. Proceedings of the ESREL. 2003, p. 713-718.

[420] Przywarty M. Probabilistic model of ships navigational safety assessment on large sea areas. Proceedings of the 16th International Symposium on electronics in transport. 2008.

[421] Neumann T. A simulation environment for modeling and analysis of the distribution of shore observatory stations. International Journal on Marine Navigation and safety of sea transportation. 2011, Vol. 5, Num. 4.

[422] Filipowicz W. An application of mathematical theory of evidence in navigation. International Journal on Marine Navigation and safety of sea transportation. 2009, Vol. 3, Num. 4.

[423] Filipowicz W. Belief structures in position fixing. Communications in Computer and Information Science. 2010, Vol. 104, p. 434-446.

[424] Sii H.S., Ruxton T., Wang J. Synthesis using fuzzy set theory and a Dempster-Shafer based approach to compromise decision-making with multiple-attributes applied to risk control options selection. Proceedings Institution of Mechanical Engineers, 2002. Vol. 216, p. 15-29.

[425] Zona marítima especialmente sensible. Secretaría General de Transporte. Dirección General de la Marina Mercante. Capitanía Marítima en Las Palmas. Ministerio de Fomento. Gobierno de España. 2007.

[426] International Maritime Organization (IMO). Guidelines for Formal Safety Assessment (FSA) for use in the IMO Rule-Making Process. 2002.

[427] Johansson J., Molitor E. Risk Assessment of the Vessel Traffic in the Kattegat including effects of Traffic Separation Schemes from the Skaw to the Sound- Oil Spill Accidents relevant for the Coast of Halland.SSPA Report. 2011.

[428] E. Klemola, J. Kuronen, J. Kalli, T. Arola. A cross-disciplinary approach to minimising the risks of maritime transport in the Gulf of Finland. World Review of Intermodal Transportation Research, Vol.2, No. 4, 2009.

[429] T. Tran, C.J. Harris, P.A. Wilson. A vessel management expert system. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Journal of Engineering for the Maritime Environment. 2002.

[430] A. Harati-Mokhtari, A. Wall, P. Brooks, J. Wang. Automatic Identification System (AIS): Data Reliability and Human Error Implications. The Journal of Navigation. Vol. 60, pp. 373-389. 2007.

[431] W. Filipowicz. An application of mathematical theory of evidence in navigation. International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation. Vol. 3, No. 4, 2009.

[432] COWI. Comparative evaluation of BASSY/GRISK. Denmark. 2008.

[433] S. Otto, P. Pedersen, M. Samuelides, P. Sames. Elements of risk analysis for collision and grounding of a RoRo passenger ferry. Marine Structures. Vol. 15, pp. 461-474, 2002.

[434] ISSC. Collision and grounding. 16th International Ship and Offshore structures congress. Southampton. Vol. 2. 2006.

[435] DNV Report n^o. 2003-0277. Formal Safety assessment. Large passenger ships. Det Norske Veritas. 2003.

[436] M. Hänninen, P. Kujala. The effects of causation probability on the ship collision statistics in the Gulf of Finland. Helsinki University of Technology, Finland. 2009.

[437] K. Gunnar, T. Moan. Estimating navigation patterns from AIS. The Journal of navigation. Vol. 62, pp. 587-607, 2009.

[438] Z. Yang, S. Bonsall, J. Wang. Fuzzy rule-based bayesian reasoning approach for prioritization of failures in FMEA. IEEE Transactions on reliability, Vol. 57, No. 3, 2008.

[439] Det Norske Veritas. Marine risk assessment. HSE Books. 2002.

[440] J. Montewka, P. Krata, F. Goerlandt, A. Mazaheri, P. Kujala. Marine traffic risk modelling – an innovative approach and a case study. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Journal of Risk and Reliability. 2011.

[441] J. Montewka, F. Goerlandt, H. Lammi, P. Kujala. A method for assessing a causation factor for a geometrical MDTC model for ship-ship collision probability estimation. International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation. Vol. 5, No. 3, 2011.

[442] J. Ellis, M. Lundkvist, K. Westerlund, T. Arola. Methods to quantify maritime accidents for risk-based decision making. *EfficienSea. Baltic Sea Region*. 2012.

[443] J. Ren, I. Jenkinson, J. Wang, D. Xu, J. Yang. A methodology to model causal relationships on offshore safety assessment focusing on human and organisational factors. *School of Engineering, Liverpool*. 2006.

[444] J. Montewka, P. Krata, F. , P. Kujala. A model for risk analysis of oil tankers. *The archives of transport*. Vol. XXII, No. 4, 2010.

[445] J. Montewka, F. Goerlandt, P. Kujala. A new definition of a collision zone for a geometrical model for ship-ship collision probability estimation. *International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*. Vol. 5, No. 4, 2011.

[446] H. Sii, J. Wang, T. Ruxton. Novel risk assessment techniques for maritime safety management system. *International Journal of Quality & Reliability Management*. Vol. 18, No. 9, pp. 982-999, 2001.

[447] S. Li, Q. Meng, X. Qu. An overview of maritime waterway quantitative risk assessment models. *Risk Analysis*. DOI: 10.1111/j.1539-6924.2011.01697.x.

[448] J. Montewka. Predicting risk of collision for oil tankers in the Gulf of Finland. *Journal of Konbin* 3-4 (11,12). 2009. DOI:10.2478/v10040-008-0128-1.

[449] J. Montewka, P. Kujala, J. Ylitalo. The quantitative assessment of marine traffic safety in the Gulf of Finland, on the basis of AIS data. *Scientific Journals of Maritime University of Szczecin*. 18 (90) pp.105-115. 2009.

[450] Review and application of ship collision and grounding analysis procedures. P. Pedersen. *Marine structures*, Vol. 23, pp. 241-262. 2010.

[451] O. Uluseu, B. Ozbas, T. Altrok, I. Or. Risk analysis of the vessel traffic in the Strait of Istanbul. *Risk Analysis*, Vol. 29, No. 10, 2009.

[452] R. Legouge, R. Sunila, K. Virrantaus, H. Seppänen. Risk and vulnerability analysis in the Gulf of Finland. *FIG Congress*. Sidney. 2010.

[453] COWI. *Risk Analysis of Sea Traffic in the Area around Bornholm*. 2008.

[454] Det Norske Veritas. *Safety of shipping in coastal waters: Demonstration of risk assessment techniques for communication and information exchange. (Safeco II)*. 2000.

[455] J. Montewka, P. Krata, P. Kujala. Selected problems of maritime traffic risk modelling.

[456] Z. Pietrzykowski. Ship's fuzzy domain – a criterion for navigational safety in narrow fairways. *The Journal of Navigation*. Vol. 61, pp. 499-514. 2008.

[457] Z. Pietrzykowski. The ship domain – a criterion of navigational safety assessment in an open sea area. *The Journal of Navigation*. Vol. 62, pp. 93-108. 2009. DOI: 10.1017/S0373463308005018.

[458] F. Goerlandt, P. Kujala. Traffic simulation based ship collision probability modelling. *Reliability Engineering and System Safety*. Vol. 96, pp. 91-107. 2011.

[459] N. Wang, X. Meng, Q. Xu, Z. Wang. A unified analytical framework for ships domains. *The Journal of Navigation*. Vol. 62, pp. 643-655. 2009. DOI: 10.1017/S0373463309990178.

[460] J. Wang, H. Sii, J. Yang, A. Pillay. Use of advances in technology for maritime risk assessment. *Risk Analysis*, Vol. 24, No. 4, 2004.

[461] R. Skjong. Risk Acceptance Criteria. Open Workshop on risk-based approaches in the maritime industry. National Maritime Research Institute. Tokyo. 2007.

[462] E. Ravn. IWRAP Mk 2. Creating a model. IALA Training Seminar on IWRAP Mk 2. International Association of Marine Aids to Navigation and Lighthouse Authorities. 2010.

[463] J. Rebollo, E. Tortosa. La red SW-AIS: una valiosa herramienta para la explotación portuaria y un gran avance en las ayudas a la navegación. *Puertos*. Vol. 135, pp. 46-56, 2006.

[464] J. Balmat, F. Lafont, R. Maifret, N. Pessel. Maritime Risk Assessment (MARISA), a fuzzy approach to define an individual ship risk factor. *Ocean Engineering*. Vol. 36, pp. 1278-1286, 2009.

[465] A. Harati-Mokhtari, A. Wall, P. Brooks, J. Wang. Automatic Identification System (AIS): Reliability and Human Error Implications. *The Journal of Navigation*., Vo. 60, pp. 373-389. 2007.

[466] IALA. Recommendation O-134 on the IALA Risk Management tool for ports and restricted waterways. 2009.

[467] J. Montewka, F. Goerlandt, P. Kujala. Determination of collision criteria and causation factors appropriate to a model for estimating the probability of maritime accidents. *Ocean Engineering*. Vol. 40, pp. 50-61. 2012.

5. Cuantificación y propagación de incertidumbre en el análisis de sistemas

[501] Lilliefors H. On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown. *Journal of the American Statistical Association*. 1967, Vol. 62, p. 399-402.

[502] Darbra R.M., Eljarrat E., Barceló D. How to measure uncertainties in environmental risk assessment. *Trends in Analytical Chemistry*, Vol. 27, No. 4. 2008.

[503] J.C. Helton, J.D. Johnson, W.L. Oberkampf. An exploration of alternative approaches to the representation of uncertainty in model predictions. *Reliability Engineering & System Safety*. Elsevier. Vol 85. P 39-71. 2004.

[504] W.L. Oberkampf. Uncertainty Quantification using Evidence Theory. Presentation for: Advanced Simulation & Computing Workshop. Error Estimation, Uncertainty Quantification, and Reliability in Numerical Simulations. Stanford University. 2005.

[505] L.V. Utkin. Risk analysis under partial prior information and non-monotone utility functions. Department of Computer Science. St. Petersburg State Forest Technical Academy. 2005.

[506] S. Ferson, W. T. Tucker. Sensitivity in risk analyses with uncertain numbers. Sandia Report. Sandia National Laboratories. 2006.

[507] H. Sing Sii, T. Ruxton, J. Wang. A fuzzy-logic-based approach to qualitative safety modelling for marine systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 73, pp. 19-34. 2001.

[508] J. Merrick, J. Van Dorp, V. Dinesh. Assessing uncertainty in simulation-based maritime risk assessment. *Risk Analysis*, Vol. 25, No. 3, 2005.

[509] J. Merrick, J. Van Dorp. Speaking the truth in maritime risk assessment. 2006.

[510] T. Aven, E. Zio. Some considerations on the treatment of uncertainties in risk assessment for practical decision making. *Reliability engineering and system safety*. Vol. 96, pp. 64-74. 2011.

[511] T. Nilsen, T. Aven. Models and model uncertainty in the context of risk analysis.

[512] T. Aven. On the need for restricting the probabilistic analysis in risk assessment to variability. *Risk Analysis*. Vol. 30, No. 3, 2010.

[513] T. Aven, O. Renn. On risk defined as an event where the outcome is uncertain. *Journal of Risk Research*. Vol. 12, pp. 1-11, 2009.

[514] S. Apeland, T. Aven, T. Nilsen. Quantifying uncertainty under a predictive, epistemic approach to risk analysis. 2001.

- [515] D. Dubois. Representation, propagation, and decision issues in risk analysis under incomplete probabilistic information. *Risk Analysis*. Vol. 30, No. 3, 2010.
- [516] T. Aven. On how to approach risk and uncertainty to support decision-making. *Risk Management: An International Journal*. Vol. 6, pp. 27-39. 2004.
- [517] S. Morris. Risk, uncertainty and hidden information. Caress Working Paper. 1993.
- [518] S. Ferson, W. Tucker. Sensitivity analysis using probability bounding. *Reliability Engineering and System Safety*. Vol. 91, pp. 1435-1442, 2006.
- [519] Sandia National Laboratories. DAKOTA, A multilevel parallel object-oriented framework for Design Optimization, Parameter Estimation, Uncertainty Quantification, and Sensitivity Analysis. Sandia National Laboratories. 2009.
- [520] J. Helton, J. Johnson. Quantification of margins and uncertainties: Alternative Representations of epistemic uncertainty. *Reliability Engineering and System Safety*. DOI: 10.1016/j.res.2011.02.013.
- [521] H. Cheng. Uncertainty Quantification and Uncertainty Reduction Techniques for Scientific Simulations. Willamette University. 2010.
- [522] T. Aven. Interpretations of alternative uncertainty representations in a reliability and risk analysis context. *Reliability Engineering and System Safety*. Vol. 96, pp. 353-360, 2011.
- [523] N. Feng, M. Li. An information system security risk assessment model under uncertain environment. *Applied Soft Computing*. 2010.
- [524] J. Helton, J. Johnson, W. Oberkampf, C. Storlie. A sampling-based computational strategy for the representation of epistemic uncertainty in model predictions with evidence theory. Sandia Report. Sandia National Laboratories. 2006.
- [525] L. Swiler, T. Paez, R. Mayes. Epistemic Uncertainty Quantification Tutorial. Sandia National Laboratories. 2009.
- [526] J. Jakeman, M. Eldred, D. Xiu. Numerical approach for quantification of epistemic uncertainty. *Journal of Computational Physics*. Vol. 229, pp. 4648-4663, 2010.
- [527] P. Limbourg. Dependability Modelling under uncertainty. Springer-Verlag. Berlin. 2008.
- [528] J. Helton. Sampling-based methods for uncertainty and sensitivity analysis. Department of Mathematics and Statistics. Arizona State University. 2005.
- [529] Uncertainty and sensitivity analysis for models of complex system. Department of Mathematics and Statistics. Arizona State University. 2005.

- [530] K. Rezaie, M. Amalnik, A. Gereie, B. Ostadi. Using extended Monte Carlo Simulation method for the improvement of risk management: Consideration of relationship between uncertainties. *Applied Mathematics and Computation*. Vol. 190, pp. 1492-1501, 2007.
- [531] J. Hayse. *Using Monte Carlo Analysis in Ecological Risk Assessments*. Argonne National Laboratory. 2000.
- [532] S. Raychaudhuri. *Introduction to Monte Carlo Simulation*. Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference. 2008.
- [533] I. Elishakoff. Notes on philosophy of the Monte Carlo Method. *International Applied Mechanics*. Vol. 39, No. 7, 2003.
- [534] V. Kreinovich, J. Beck, C. Ferregut, A. Sanchez. Monte-Carlo-Type techniques for processing interval uncertainty, and their potential engineering applications. College of Engineering and NASA Pan-American Center for Earth and Environmental Studies. University of Texas.
- [535] M. Firestone. *Guiding Principles for Monte Carlo analysis*. Environmental Protection Agency of the United States. 1997.
- [536] A. Matala. Sample size requirement for Monte Carlo – simulations using Latin Hypercube Sampling. Systems Analysis Laboratory. Department of Engineering Physics and Mathematics. Helsinki University of Technology. 2008.
- [537] J. Helton, F. Davis. Latin Hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analyses of complex systems. Sandia Report. Sandia National Laboratories. 2002.
- [538] C. Sallaberry, J. Helton, S. Hora. Extension of Latin Hypercube samples with correlated variables. Sandia Report. Sandia National Laboratories.
- [539] B. Efron, R. Tibshirani. *An introduction to the Bootstrap*. Monographs on Statistics and Applied Probability. Chapman & Hall/CRC. 1993.
- [540] A. López, P. Elosua. *Revista Electrónica de Metodología aplicada*. Vol. 9, No. 2, pp. 1-14, 2004.
- [541] H. Frey. Methods for quantitative analysis of variability and uncertainty in hazardous air pollutant emissions. Proceedings of the 91st Annual Meeting, Air and Waste management Association. 1998.

6. Validación y métricas

[601] R. Sargent. Verification and validation of simulation models. Simulation Research Group. Department of Electrical Engineering and Computer Science. Syracuse University. 1996.

[602] L. Gritz, P. Senseny, Y. Xin, J. Rusell. The International FORUM of fire research directors: A position paper on verification and validation of numerical fire models. Fires Safety Journal. Vol. 40, pp. 485-490, 2005.

[603] R. Hills, T. Trucano. Statistical validation of engineering and scientific models: Background. Sandia Report. Sandia National Laboratories. 1999.

[604] D. Sornette, A. Davis, K. Ide, K. Vixie. Algorithm for model validation: Theory and applications. Proceedings of the National Academy of Sciences of The United States of America. Vol. 104, No. 16, pp. 6562-6567. 2007.

[605] W. Oberkampf, T. Trucano, C. Hirsch. Verification, validation and predictive capability in computational engineering and physics. Sandia National Laboratories. 2002.

[606] W. Oberkampf. Model Validation and Predictive Capability. NASA Langley Research Center. 2008.

[607] S. Ferson, W. Oberkampf, L. Ginzburg. Validation of imprecise probability models. Sandia National Laboratories. 2008.

[608] Y. Liu, W. Chen, P. Arendt, H. Huang. Toward a better understanding of model validation metrics. Journal of Mechanical Design. Vol. 133. 2011.

[609] R. Peacock, P. Reneke, W. Davis, W. Jones. Quantifying fire model evaluation using functional analysis. Fire Safety Journal. Vol. 33, pp. 167-184. 1999.

[610] E. Ebert. Fuzzy verification of high resolution gridded forecasts: a review and proposed framework. Meteorological Applications. Vol. 15, pp. 51-64, 2008.

[611] W. Oberkampf, T. Trucano. Verification and validation in computational fluid dynamics. Sandia Report. Sandia National Laboratories. 2002.

[612] L. Audouin, L. Chandra, J. Consalvi, L. Gay. Quantifying differences between computational results and measurements in the case of a large-scale well-confined fire scenario. Nuclear Engineering and Design. Vol. 241, pp. 18-31. 2011.

[613] W. Oberkampf, M. Barone. Measures of agreement between computation and experiment: Validation metrics. Journal of Computational Physics. Vol. 217, pp. 5-36, 2006.

[614] F. Licari. Performance metrics for evaluating liquefied natural gas, vapor dispersion models. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*. Vol. 23, pp. 745-752, 2010.

[615] W. Oberkampf. Perspectives on verification, Validation, and Uncertainty Quantification. *SIAM Conference on Computational Science and Engineering*. 2009.

[616] C. Roy, W. Oberkampf. A complete framework for verification, validation, and uncertainty quantification in scientific computing. 48th AIAA. 2010.

[617] W. Oberkampf, C. Roy. *Verification and validation in Scientific Computing*. Cambridge University Press. 2010.