

# Un algorithme évolutif avec division de l'espace des objectifs pour le problème de sac-à-dos bi-objectif en 0-1

M. Méndez<sup>1</sup>, D. A. Rossit<sup>2</sup>, A. L. Álamo<sup>3</sup>, M. Frutos<sup>2</sup>, R. Aguasca<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes (SIANI),  
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC), Espagne  
{maximo.mendez,ricardo.aguasca}@ulpgc.es

<sup>2</sup> Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur,  
CONICET, Argentine

{daniel.rossit,mfrutos}@uns.edu.ar

<sup>3</sup> Departamento de Matemáticas,  
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC), Espagne  
{antonioluis.alamo}@ulpgc.es

**Mots-clés :** *algorithme évolutionnaire, optimisation combinatoire, sac-à-dos multi-objectif.*

## 1 Introduction

Le problème NP-difficile de sac-à-dos multi-objectif en variables 0-1 est bien connu et utilisé dans la communauté multi-objectif. De nombreuses méthodes exactes et métaheuristiques [2, 3] ont spécifiquement été développées pour leur résolution. Cependant, il est difficile d'introduire de la diversité dans le processus de recherche des solutions lorsque des algorithmes évolutionnaires tels que NSGA-II [1] sont appliqués au problème de sac-à-dos avec deux objectifs. La difficulté réside dans l'apparition de multiples solutions dans la population avec la même localisation dans l'espace des objectifs ; ce facteur entraîne une diminution de la diversité génétique de la population et une faible couverture du front de Pareto (FP). Pour faire face à ces difficultés, une méthodologie de division de l'espace des objectifs dans plusieurs régions, en utilisant la solution Nadir calculée dans chaque génération  $g_t$  de l'algorithme, est proposée dans ce travail. La stratégie proposée est mise en oeuvre sur l'algorithme NSGA-II, bien qu'une autre métaheuristique pourrait être utilisée. La procédure algorithmique proposée, donne de meilleures performances par rapport à celles de NSGA-II en termes de diversité et d'hypervolume.

## 2 Approche algorithmique proposé

L'algorithme proposé dans ce travail consiste en une version modifiée de NSGA-II dans les termes suivants : à chaque itération  $t$ , une population  $R_t = P_t + Q_t$  est formée, où  $P_t$  est la population (taille  $N$ ) des parents et  $Q_t$  est la population (taille  $N$ ) des enfants générés à partir des parents à travers les opérateurs de croisement et de mutation. Après, l'ensemble non-dominé de la population  $R_t$  est identifié et la solution Nadir déterminée. Puis, par rapport à la solution Nadir, l'espace des objectifs est divisé en trois régions indépendantes  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  comme le montre la Figure (1) (a). Chaque région  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  est ensuite classée en différents fronts de non-dominance ( $F_1, F_2, \dots, F_n$ ), en utilisant le concept de dominance de Pareto. Enfin, pour compléter la population  $P_{t+1}$  jusqu'à atteindre une taille  $N$ , les solutions doivent être choisies suivant leur rang, comme réalisé dans NSGA-II. Ainsi, les solutions des fronts  $F_1$  de rang 1 sont choisies, puis les solutions des fronts  $F_2$  de rang 2 et ainsi de suite jusqu'à obtenir une nouvelle population de taille  $N$ . Si toutes les solutions d'un front ne peuvent pas entrer dans la population sans dépasser la taille  $N$ , alors les solutions de ce front sont classées suivant les

distances de surpeuplement et uniquement les solutions les plus isolées sont permises dans la population  $P_{t+1}$  jusqu'à compléter la taille  $N$ . L'idée est d'accroître la diversité de la population, en modifiant les rangs des solutions qui sont dominées par les solutions extrêmes du front de Pareto. La complexité de l'algorithme proposé reste celle de l'original NSGA-II en  $O(2N^2)$ .

### 3 Expérimentations

Ici, nous avons comparé notre algorithme avec NSGA-II sur le problème de sac-à-dos bi-objectif en variables 0-1 avec 500 objets. Les valeurs des paramètres des algorithmes ont été fixées comme suit : taille de la population  $N = 200$ , croisement uniforme, probabilité de croisement  $P_c = 0.8$ , probabilité de mutation  $P_m = 0.01$  et nombre de générations = 3000. La Figure (1) (b) présente les fronts de Pareto trouvés dans une exécution simple des algorithmes avec l'hypervolume le plus proche à la valeur moyenne final, calculée à partir de 30 exécutions indépendantes. On constate une meilleure diversité des solutions ainsi qu'une meilleure couverture du front de Pareto atteinte par la méthode proposée. La Figure (1) (c) décrit les pourcentages de l'hypervolume (moyenne après 30 exécutions) atteint par les algorithmes par rapport à l'hypervolume total du vrai front de Pareto (connu). Il apparaît que la méthode proposée obtient plus du 95% ; ceci représente un rapprochement raisonnable au véritable front de Pareto en termes de convergence et de largeur du front. Enfin, la Figure (1) (d) montre que l'algorithme proposé obtient un meilleur pourcentage de solutions différentes dans la population  $N$ . Cette différence disparaît vers la fin de l'exécution de l'algorithme. On montre aussi dans cette figure, l'évolution du nombre de solutions dans la population  $N$ , obtenues avec la méthode proposée dans les deux régions  $R_2$  et  $R_3$  dominées par les solutions extrêmes du front de Pareto.

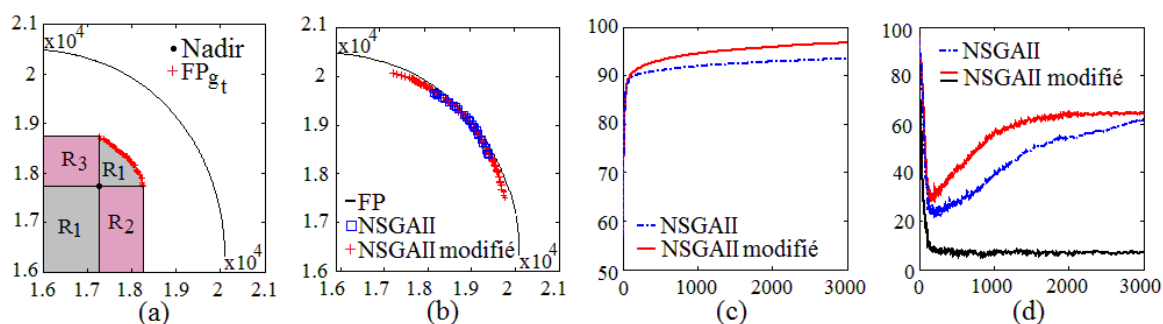


FIG. 1 – (a) Solution Nadir et division proposée de l'espace des objectifs, (b) Fronts de Pareto comparés, (c) Pourcentages de l'hypervolume atteint par les algorithmes, (d) Pourcentages de différentes solutions dans la population  $N$  et le pourcentage de solutions trouvées dans les régions  $R_2$  et  $R_3$

Ce travail est supporté par le Departamento de Informática y Sistemas de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC), Espagne.

Nous remercions sincèrement les relecteurs de ce papier pour leurs remarques et suggestions d'amélioration.

### Références

- [1] K. Deb, A. Pratap, S. Agrawal and T. Meyarivan. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm : NSGA-II. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 6(2) :182–197, 2002.
- [2] X. Gandibleux and A. Freville. Tabu search based procedure for solving the 0-1 multiobjective knapsack problem : the two objectives case. *J. of Heuristics*, 6(3) :361–383, 2000.
- [3] Q. Zhang and H. Li. MOEA/D : A multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 11(6) :712–731, 2007.