



Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Departamento de Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión

Doctorado en Economía: Aplicaciones a las Finanzas y Seguros, a la Economía Sectorial, al Medio Ambiente y a las Infraestructuras y Transportes

TESIS DOCTORAL

**FRONTERA EFICIENTE DE PRODUCCIÓN EN EL PRIMER NIVEL
DE ATENCIÓN EN SALUD: MODELO DEA AJUSTADO POR
MÉTODOS BAYESIANOS**

Yanira Xirinachs Salazar

Las Palmas de Gran Canaria - diciembre, 2012

D. EMILIO GÓMEZ DÉNIZ, SECRETARIO DEL DEPARTAMENTO DE MÉTODOS CUANTITATIVOS EN ECONOMÍA Y GESTIÓN DE LA UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA,

CERTIFICA,

Que el Consejo de Doctores del Departamento en su sesión de fecha 30 de noviembre de 2012 tomó el acuerdo de dar el consentimiento para su tramitación, a la tesis doctoral titulada “**Frontera eficiente de producción en el primer nivel de atención en salud: modelo DEA ajustado por métodos Bayesianos**” presentada por la doctoranda **Yanira Xirinachs Salazar** y dirigida por la Doctora **Patricia Barber Pérez**.

Y para que así conste, y a efectos de lo previsto en el Artº 73.2 del Reglamento de Estudios de Doctorado de esta Universidad, firmo la presente en Las Palmas de Gran Canaria, a 30 de noviembre de dos mil doce.





DEPARTAMENTO DE MÉTODOS CUANTITATIVOS EN ECONOMÍA Y GESTIÓN

DOCTORADO EN ECONOMÍA: APLICACIONES A LAS FINANZAS Y SEGUROS, A LA
ECONOMIA SECTORIAL, AL MEDIO AMBIENTE Y A LAS INFRAESTRUCTURAS Y
TRANSPORTES

TESIS DOCTORAL

Frontera Eficiente de Producción en el Primer Nivel de Atención
en Salud: Modelo DEA ajustado por Métodos Bayesianos

TESIS DOCTORAL PRESENTADA POR: Dña. Yanira Xirinachs Salazar

DIRIGIDA POR: Dra. Dña. Patricia Barber Pérez

La Directora

La Doctoranda

Las Palmas de Gran Canaria, a las 10 horas del 9 de diciembre de 2012.

Dedicatória

A Josh

Agradecimientos

Quisiera agradecer a todos aquellos que creyeron en mí. A los que me apoyaron en esta aventura sin saber que era una locura y a los que lo hicieron aún sabiéndolo.

Agradezco especialmente a Patricia Barber, por la paciencia que me ha tenido a lo largo de estos cuatro años, especialmente en el último, por todo el apoyo académico y personal, pero ante todo por ofrecernos su sincera e invaluable amistad.

Al profesor Miguel Ángel Negrín Hernández, por su apoyo en la modelización bayesiana y la a profesora Dolores Santos Penate por su ayuda en la solución de los problemas de optimización no lineal. A la profesora Beatriz González López-Valcárcel por sus consejos y enseñanzas. Agradezco a los profesores del Departamento de Métodos Cuantitativos de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria quienes siempre estuvieron dispuestos a compartir sus conocimientos.

A Juan Rafael, mi mentor y amigo, sin su apoyo esta aventura no hubiese sido posible.

A mi madre, por estar siempre a mi lado.

A Flory, Guiller y Olga, mis hermanos, mis soportes.

A Mel y Teban, sencillamente por todo.

A Laura, por ser incondicional.

A los ángeles que Dios ha puesto en mi camino Adri, Pry, Vane, Diana, Ka, Sylvia, Melvin, Johan, Olegario, Ana y a los que hicieron que las fuerzas del universo convergieran desde el más absoluto anonimato.

A la Universidad de Costa Rica cuyo apoyo financiero fue pieza clave para concluir mi formación académica en el exterior. En el primer año del doctorando, a través del apoyo parcial del Proyecto de Investigación en Farmacoeconomía en Centroamérica del Centro Centroamericano de Población; y en los dos años finales, a través de la beca complementaria de la OAICE.

Finalmente, a Harley y Joshua, nunca podré agradecerles lo suficiente el sacrificio que hicieron, no una sino dos veces, por acompañarme en esta aventura que después de una larga travesía ha llegado a su fin.

Tabla de Contenidos

<i>DEDICATORIA</i>	I
<i>AGRADECIMIENTOS</i>	III
TABLA DE CONTENIDOS	V
ÍNDICE DE FIGURAS	VII
ÍNDICE DE TABLAS	IX
ÍNDICE DE ANEXOS	X
LISTA DE ABREVIATURAS	XI
INTRODUCCIÓN	1
OBJETIVOS	5
I PARTE FRONTERA EFICIENTE DE PRODUCCIÓN	7
CAP.1 PRODUCCIÓN, COMPETITIVIDAD Y EFICIENCIA	9
1.1 CONCEPTOS BÁSICOS	9
1.2 EFICIENCIA: DESCOMPOSICIÓN Y ESTIMACIÓN	15
1.2.1 EFICIENCIA: ORIENTACIÓN <i>INPUTS</i>	19
1.2.2 EFICIENCIA: ORIENTACIÓN <i>OUTPUTS</i>	21
1.2.3 EFICIENCIA DE ESCALA	23
1.3 ESTIMACIÓN DE LA FRONTERA EFICIENTE	25
CAP.2 ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS (DEA)	31
2.1 MODELO DEA	31
2.2 ASPECTOS DE SENSIBILIDAD EN MODELOS DEA	36
2.3 DETECCIÓN DE <i>OUTLIERS</i>	39
2.4 CLASIFICACIÓN DE <i>INPUTS</i> Y <i>OUTPUTS</i>	42
CAP.3 DEA ESTOCÁSTICO	47
3.1 MODELO SDEA	48
3.2 MODELO DEA- <i>BOOTSTRAP</i>	52
CAP.4 EFICIENCIA A TRAVÉS DEL TIEMPO	57
4.1 PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES Y LAS FUNCIONES DISTANCIA	59
4.2 ÍNDICE DE MALMQUIST	60
4.3 ÍNDICE DE HICKS-MOORSTEEN	63
4.4 INDICADOR DE PRODUCTIVIDAD DE LUENBERGER	65
4.5 INDICADORES DE PRODUCTIVIDAD DE LUENBERGER-HICKS-MOORSTEEN	67
CAP.5 MODELOS BAYESIANOS EN LA ESTIMACIÓN DE FRONTERAS DE EFICIENCIA	69
5.1 CONCEPTO BÁSICOS	69
5.2 OPERANDO LOS MÉTODOS BAYESIANOS	73
5.3 MÉTODOS BAYESIANOS EN ANÁLISIS DE FRONTERA	75
II PARTE PRODUCCIÓN Y SALUD	81
CAP.6 PROCESO DE PRODUCCIÓN EN SALUD	83
6.1 PROCESO DE PRODUCCIÓN DE LA ATENCIÓN SANITARIA EN EL PRIMER NIVEL	85
CAP.7 DEA EN EL SECTOR DE SALUD	93
CAP.8 SISTEMA DE SALUD DE COSTA RICA A LA LUZ DE LA REFORMA LEY 7374 DE 1994.	99

III PARTE ESTIMACIÓN DE LA EFICIENCIA TÉCNICA EN EL PNA DE COSTA RICA: MODELOS DEA, DEA-BOOTSTRAP, SDEA Y DEA-BAYESIANO	105
CAP.9 MATERIALES Y MÉTODOS	107
9.1 UNIDAD DE ANÁLISIS: DMU	107
9.2 BASE DE DATOS	108
9.3 VARIABLES	108
9.3.1 VARIABLES SELECCIONADAS	112
9.3.2 ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS	114
CAP.10 DETECCIÓN DE <i>OUTLIERS</i>	117
10.1 MÉTODOS	117
10.1.1 MÉTODO GRÁFICO	117
10.1.2 MÉTODO DE WILSON (<i>DATA CLOUD</i>)	117
10.1.3 SÚPER EFICIENCIA	118
10.1.4 FRONTERAS PARCIALES	119
10.2 RESULTADOS	120
CAP.11 EFICIENCIA TÉCNICA EN EL PNA DE COSTA RICA.	127
11.1 SUPUESTOS INICIALES	127
11.2 MODELO DEA	129
11.2.1 RESULTADOS	133
11.3 INCERTIDUMBRE EN MODELOS DEA	136
11.3.1 MODELO DEA- <i>BOOTSTRAP</i>	137
11.3.1.1 RESULTADOS.	138
11.3.2 MODELO SDEA.	140
11.3.2.1 RESULTADOS	142
11.4 DEA BAYESIANO	144
11.4.1 RESULTADOS	147
11.5 ESTIMACIÓN DE LA EFICIENCIA TÉCNICA: COMPARACIÓN DE MODELOS.	151
11.6 EFICIENCIA A TRAVÉS DEL TIEMPO: ÍNDICE DE MALMQUIST	155
11.6.1 RESULTADOS	156
11.7 ÁREA DE SALUD 2232: SAN RAFAEL	159
CONCLUSIONES	163
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	171
ANEXOS	181

Índice de Figuras

FIGURA 1 FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN	13
FIGURA 2 CLASIFICACIÓN DE LA EFICIENCIA.....	17
FIGURA 3 ORIENTACIÓN EN LA ESTIMACIÓN DE LA EFICIENCIA TÉCNICA	19
FIGURA 4 EFICIENCIA CON ORIENTACIÓN <i>INPUTS</i>	21
FIGURA 5 EFICIENCIA CON ORIENTACIÓN <i>OUTPUTS</i>	22
FIGURA 6 EFICIENCIA DE ESCALA	24
FIGURA 7 EVOLUCIÓN EN EL ANÁLISIS DE FRONTERA EFICIENTE.....	25
FIGURA 8 EFICIENCIA BAJO RVE Y RCE	33
FIGURA 9 LOS SLACKS Y EL DEA	35
FIGURA 10 CLASIFICACIÓN DE MEDIDAS DE PRODUCTIVIDAD EN EL TIEMPO	58
FIGURA 11 FUNCIONES DISTANCIA	60
FIGURA 12 ÍNDICE DE MALMQUIST (1 <i>OUTPUT</i> , 1 <i>INPUT</i>).....	61
FIGURA 13 ÍNDICE HICKS-MOORSTEEN (1 <i>OUTPUT</i> , 1 <i>INPUT</i>)	65
FIGURA 14 ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA EN EL TIEMPO DMU_0	88
FIGURA 15 ESQUEMA PRODUCTIVO ESTÁTICO EN LA ASISTENCIA SANITARIA	90
FIGURA 16 <i>INPUTS</i> Y <i>OUTPUTS</i> MÁS UTILIZADOS EN ESTUDIOS DEL PNA	91
FIGURA 17 ESTUDIOS SOBRE LA MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA EN SALUD POR TIPO DE ANÁLISIS	94
FIGURA 18 ESTUDIOS SOBRE LA MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA EN SALUD POR ÁREA DE ESTUDIO.....	94
FIGURA 19 ACTORES SOCIALES INSTITUCIONALES DEL SECTOR SALUD DE COSTA RICA	100
FIGURA 20 CCSS: ESTRUCTURA DE LA ATENCIÓN SANITARIA.....	101
FIGURA 21 EFECTOS DE LA REFORMA DEL SECTOR SALUD: COBERTURA DE EBAIS	103
FIGURA 22 EFECTOS DE LA REFORMA DEL SECTOR SALUD: PRINCIPAL CAUSA DE MUERTE	103
FIGURA 23 CCSS: ESTRUCTURA DE LA OFERTA DE SERVICIOS DE SALUD.....	107
FIGURA 24 PROCESO DE SELECCIÓN DE <i>DMUs</i>	108
FIGURA 25 VARIABLES DISPONIBLES.....	109
FIGURA 26 PROCESO DE ANÁLISIS DE VARIABLES	109
FIGURA 27 PROCESO DE REDUCCIÓN DE NÚMERO DE VARIABLES.....	110
FIGURA 28 GRÁFICOS DE DISPERSIÓN POR TIPO DE VARIABLE	121
FIGURA 29 GRÁFICOS DE CAJA POR VARIABLE Y AÑO.....	122
FIGURA 30 MODELO DEA EN TRES ETAPAS PARA EL PNA DE CR.....	128
FIGURA 31 EFICIENCIA PROMEDIO: DEA	133
FIGURA 32 EFICIENCIA POR <i>DMU</i> : DEA.....	134
FIGURA 33 <i>RANKING</i> : DEA	135
FIGURA 34 CAMBIOS EN EFICIENCIA Y <i>RANKING</i> : DEA.....	135
FIGURA 35 EFICIENCIA: DEA Y DEA- <i>BOOTSTRAP</i> POR <i>DMU</i> Y AÑO.....	138
FIGURA 36 RANGO DE EFICIENCIA: DEA Y DEA- <i>BOOTSTRAP</i>	139
FIGURA 37 EFICIENCIA PROMEDIO POR AÑO: DEA Y DEA- <i>BOOTSTRAP</i>	140
FIGURA 38 EFICIENCIA EN EL PERÍODO 2004-2010: SDEA VS DEA.....	143

FIGURA 39 DMUS SÚPER EFICIENTES: DEA-BAYESIANO Y DEA.....	150
FIGURA 40 EFICIENCIA EN EL PERÍODO 2004-2010: DEA-BAYESIANO Y DEA.....	151
FIGURA 41 EFICIENCIA MEDIA SEGÚN MODELO.....	152
FIGURA 42 <i>RANKING</i> POR EFICIENCIA: COMPARACIÓN DE MODELOS.....	154
FIGURA 43 EFICIENCIA A TRAVÉS DEL TIEMPO: ÍNDICE DE MALMQUIST Y SUS COMPONENTES.....	157
FIGURA 44 EVOLUCIÓN DEL CAMBIOS EN LA PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES	157
FIGURA 45 IM: 2004-2007, 2007-2010, 2004-2010	158
FIGURA 46 CAMBIO EN LA PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES DEL 2004-2007, 2007-2010 Y 2004-2010	159
FIGURA 47 EFICIENCIA DEL ÁREA DE SALUD 2232: SAN RAFAEL	160
FIGURA 48 CAMBIO EN LA PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES: AS2232 SAN RAFAEL	161

Índice de Tablas

TABLA 1 MODELOS BÁSICOS DE ESTIMACIÓN DEL DEA PARA LA DMU (x_0, y_0)	32
TABLA 2 DEA: SUPUESTOS SOBRE LOS RENDIMIENTOS A ESCALA.....	32
TABLA 3 SENSIBILIDAD DEL DEA: PROBLEMAS Y POSIBLES SOLUCIONES.....	36
TABLA 4 RESTRICCIONES DEA Y SDEA PARA LA DMU0 ORIENTACIÓN INPUTS CON RVE.....	48
TABLA 5 PRINCIPIOS DE INFERENCIA BOOTSTRAP EN ANÁLISIS DE FRONTERA.....	55
TABLA 6 FORMULACIÓN BAYESIANA.....	71
TABLA 7 RESUMEN SOBRE LAS PUBLICACIONES EN MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA EN EL SECTOR SALUD.....	95
TABLA 8 INVESTIGACIONES DE CHILINGERIAN Y SHERMAN SOBRE EFICIENCIA.....	97
TABLA 9 REDUCCIÓN DE VARIABLES: MODELOS SELECCIONADOS.....	111
TABLA 10 ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS POR VARIABLE Y AÑO.....	114
TABLA 11 FRONTERAS PARCIALES: PARÁMETROS.....	120
TABLA 12 CRITERIO PARA LA DEFINICIÓN DE OUTLIERS.....	120
TABLA 13 DETECCIÓN DE <i>OUTLIERS</i> : MÉTODO DE WILSON.....	123
TABLA 14 SÚPER EFICIENCIA SIMPLE.....	123
TABLA 15 SÚPER EFICIENCIA AMPLIA.....	123
TABLA 16 FRONTERAS PARCIALES DE ORDEN-M.....	124
TABLA 17 FRONTERAS PARCIALES DE ORDEN-A.....	124
TABLA 18 DETECCIÓN DE <i>OUTLIERS</i> : RESUMEN DE RESULTADOS.....	125
TABLA 19 MODELOS DEA EN LA SEGUNDA ETAPA.....	130
TABLA 20 RANGO DE EFICIENCIA: DEA.....	134
TABLA 21 PARES DE REFERENCIA: DEA.....	136
TABLA 22 RANGOS DE EFICIENCIA: SDEA Y DEA.....	143
TABLA 23 PARES DE REFERENCIA: DEA Y SDEA.....	144
TABLA 24 EFICIENCIA EN EL PERÍODO 2004-2010: DEA Y DEA-BAYESIANO.....	149
TABLA 25 EFICIENCIA: DEA, DEA-BOOTSTRAP, SDEA Y DEA-BAYESIANO.....	153
TABLA 26 ÍNDICE DE MALMQUIST Y EFICIENCIA DEL ÁREA DE SALUD 2233: SAN RAFAEL.....	161

Índice de Anexos

ANEXO 1 MODELOS DEA PARA REDUCCIÓN DE VARIABLES	183
ANEXO 2 COEFICIENTES DE SPEARMAN.....	184
ANEXO 3 <i>OUTLIERS</i> : ANÁLISIS GRÁFICO	185
ANEXO 4 GRÁFICOS MÉTODO DE WILSON	189
ANEXO 5 RUTINA EN R: DETECCIÓN DE OUTLIERS.....	190
ANEXO 6 RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE SÚPER EFICIENCIA	193
ANEXO 7 RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE FRONTERAS PARCIALES	194
ANEXO 8 EFICIENCIA DE LAS DMU POR AÑO: DEA.....	201
ANEXO 9 RANKING SEGÚN EFICIENCIA DE LAS DMU POR AÑO: DEA.....	202
ANEXO 10 VECTOR INTENSIDAD POR DMU POR AÑO: DEA.....	203
ANEXO 11 EFICIENCIA DE LAS DMU POR AÑO: DEA- <i>BOOTSTRAP</i>	210
ANEXO 12 RUTINA PARA LA ESTIMACIÓN DEL SDEA (LINGO v.8).....	212
ANEXO 13 VECTOR DE INTENSIDADES RESULTADO DEL MODELO SDEA CON $\alpha = 0.95$	213
ANEXO 14 RUTINA PARA LA ESTIMACIÓN DEL DEA-BAYESIANO (WINBUGS v.1.4.3).....	214
ANEXO 15 EFICIENCIA A TRAVÉS DEL TIEMPO: ÍNDICE DE MALMQUIST, CET, CES Y CT.....	216

Lista de Abreviaturas

AFE	ANÁLISIS DE FRONTERA ESTOCÁSTICA
AS	ÁREA DE SALUD
AS	ÁREA DE SALUD
AV	ANÁLISIS DE VENTANAS (<i>WINDOWS ANALYSIS</i>)
CCSS	CAJA COSTARRICENSE DE SEGURO SOCIAL
CES	CAMBIO EN EFICIENCIA DE ESCALA
CET	CAMBIO EN EFICIENCIA TÉCNICA PURA
CP	CAMBIO EN PRODUCTIVIDAD
CT	CAMBIO TECNOLÓGICO
DEA	ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS POR SUS SIGLAS EN INGLÉS
DEA-BCC	ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS APLICANDO RENDIMIENTOS VARIABLES A ESCALA
DEA-CCR	ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS APLICANDO RENDIMIENTOS CONSTANTES A ESCALA
DMU	UNIDAD TOMADORA DE DECISIONES
EA	EFICIENCIA ASIGNATIVA
EBAIS	EQUIPO BÁSICO DE ATENCIÓN INTEGRAL EN SALUD
EC	EFICIENCIA EN COSTOS
EE	EFICIENCIA ECONÓMICA
EI	EFICIENCIA EN INGRESOS
ES	EFICIENCIA DE ESCALA
ET	EFICIENCIA TÉCNICA
FDH	FREE DISPOSAL HULL
IC	INTERVALO DE CREDIBILIDAD BAYESIANO
IHM	ÍNDICE DE HICKS-MOORSTEEN
IL	INDICADOR DE LUENBERGER
ILHM	INDICADOR DE LUENBERGER-HICKS-MOORSTEEN
IM	ÍNDICE DE MALMQUIST
MCMC	MÉTODOS DE MONTE CARLO Y CADENAS DE MARKOV
MS	MINISTERIO DE SALUD DE LA REPÚBLICA DE COSTA RICA
PNA	PRIMER NIVEL DE ATENCIÓN EN SALUD
PTF	PRODUCTIVIDAD TOTAL DE LOS FACTORES
RCE	RENDIMIENTOS CONSTANTES A ESCALA
RCRE	RENDIMIENTOS CRECIENTES A ESCALA
RDE	RENDIMIENTOS DECRECIENTES A ESCALA
RNCE	RENDIMIENTOS NO CRECIENTES A ESCALA
RNDE	RENDIMIENTOS NO DECRECIENTES A ESCALA
RTS	RELACIÓN TÉCNICA DE SUSTITUCIÓN
RVE	RENDIMIENTOS VARIABLES A ESCALA
SDEA	ANÁLISIS ESTOCÁSTICO ENVOLVENTE DE DATOS
TMTS	TASA MARGINAL DE SUSTITUCIÓN TÉCNICA

Introducción

Introducción

La eficiencia, en términos generales, hace referencia a la capacidad de relacionar de forma deseable los *inputs* empleados por una unidad productiva con los *outputs* obtenidos o también como la capacidad de maximizar la producción con un determinado número de inputs y/o obtener un volumen de producción determinado al mínimo coste. De esta forma, una unidad de producción será catalogada como eficiente si obtiene el máximo rendimiento de los factores productivos.

El análisis microeconómico reconoce tres tipos de eficiencia productiva, la técnica, la asignativa y la de escala. La eficiencia técnica la podemos abordar desde dos ángulos, con orientación *outputs*, donde el objetivo es maximizar los resultados manteniendo un nivel dado de *inputs*; o con orientación *inputs*, donde las unidades buscan minimizar el uso de los *inputs* manteniendo la cantidad de *outputs*.

Las empresas que son eficientes técnicamente se localizan en la función de producción o frontera eficiente, mientras que las que producen con ineficiencia estarán situadas por debajo (orientación a los *outputs*) o por encima (orientación a los *inputs*).

Las técnicas de estimación de la frontera y de la eficiencia técnica pueden clasificarse según los procedimientos técnicos que utilizan, así tenemos los métodos paramétricos, que utilizan metodología econométrica, y los no paramétricos, a través de métodos de programación lineal. La ventaja de los métodos paramétricos consiste en que sus estimaciones tienen buenas propiedades desde el punto de vista de la inferencia estadística. Mientras, los no paramétricos, tienen la virtud de no requerir una definición funcional de la frontera. Los dos modelos más reconocidos para la estimación de la eficiencia son el Análisis de Frontera Estocástica (AFE) en los paramétricos, y los DEA (análisis envolvente de datos) entre los no paramétricos.

Los modelos DEA se plantean originalmente como una técnica no paramétrica determinística, donde la ausencia de análisis inferencial se señala como su principal limitación. Dos modelos desarrollados a partir de él, el SDEA y DEA-*Bootstrap*, superan este hándicap y permiten realizar inferencia sobre los resultados de eficiencia. El primero, SDEA, formulado por Land, Lovell y Thore (1993) a través de la introducción de restricciones con probabilidad de cumplimiento; y el segundo, DEA-*Bootstrap*, de Hall y Simar (2000) a través de técnicas de remuestreo. En ambos es posible estimar una

frontera estocástica sin necesidad de especificar la función de producción mediante una forma funcional conocida.

Una metodología alternativa para realizar análisis de la incertidumbre en modelos DEA es la utilización de principios Bayesianos, aun con escasa aplicación y de reciente incorporación al estudio de la eficiencia. Este enfoque se basa en la combinación de la información aportada por los datos y la información subjetiva acerca del parámetro que aporta el investigador.

La medición de la eficiencia en las organizaciones sanitarias es importante y difícil. Importante, porque en la mayoría de los países se ha producido un aumento sostenido en el gasto sanitario, cuya contención, manteniendo la cantidad y calidad de los servicios prestados, pasan por ganancias de eficiencia técnica. Difícil, porque las organizaciones sanitarias persiguen múltiples objetivos y sus procesos productivos son complicados de estandarizar.

En lo que respecta a la producción en salud deben distinguirse dos conceptos fundamentales, salud y servicios sanitarios. El primero, se refiere a una variable *stock* que se deprecia con el paso del tiempo y para su recuperación o mejoramiento requiere de los servicios sanitarios. Éstos son todos aquellos bienes y servicios que los individuos consumen con el fin último de mejorar su salud.

El análisis de eficiencia ayuda a entender mejor la relación de los servicios sanitarios con las mejores prácticas, e introduce un elemento de "competencia por comparación". Incluso en los sistemas de salud no competitivos, los proveedores tienen un interés natural en la búsqueda de la eficiencia técnica y en la identificación de posibles mejoras (Jacobs, Smith & Street, 2006).

La oferta de servicios sanitarios se organiza, según su capacidad resolutive, en niveles. Las unidades administrativas más básicas, primer nivel, comprenden la atención de los servicios esenciales de salud, realizan acciones de promoción, prevención de la enfermedad, curación y rehabilitación de menor complejidad. El segundo nivel atiende las patologías que requieren intervención de especialistas; y el tercero involucra la más alta especialización, en términos de patologías atendidas y tecnologías médicas requeridas.

En todos los niveles la producción de servicios de salud involucra múltiples *inputs* y *outputs*, lo que dificulta la definición de una función de producción, conjunta o por nivel. Esta dificultad perfila a los modelos DEA como idóneos para el análisis de la eficiencia técnica en este sector.

El principal proveedor de servicios de salud de Costa Rica es la Caja Costarricense de Seguro Social (CCSS), responsable de la oferta pública que corresponde a más del 75% del mercado. Actualmente se enfrenta a problemas financieros que ponen en tela de juicio la sostenibilidad del Sistema. Sobre esta situación el informe anual de la OPS del año 2010 concluye que deben desarrollarse políticas sobre el gasto de la CCSS, en procura del equilibrio financiero, mediante la implementación de medidas de racionalización y control, que busquen el aprovechamiento máximo de los recursos disponibles (Organización Panamericana de la Salud, 2011).

Por su parte, la CCSS en ese mismo año estableció una Comisión cuya tarea primordial era realizar un diagnóstico de la situación y recomendar las medidas pertinentes para la recuperación del Sistema. Dentro de las principales recomendaciones dadas está fortalecer la planificación, el seguimiento, la evaluación y el sistema de información para la toma de decisiones (Carrillo Lara, Martínez Franzoni, Naranjo Villalobos, & Sauma Fiatt, 2011). La estimación de la eficiencia en la producción de servicios de salud es un elemento fundamental en este proceso de incorporación de las recomendaciones de mejora.

Objetivos

El objetivo fundamental de esta investigación es estudiar la eficiencia técnica del primer nivel de atención en salud de Costa Rica en el período 2004-2010 mediante modelos DEA tradicionales y a través de métodos bayesianos, aun no utilizados para este fin en este sector.

Esto nos ha llevado a plantear cuatro objetivos específicos:

- Estimar las medidas de eficiencia técnica en el primer nivel de atención en salud de Costa Rica en el período 2004-2010 de forma que permitan establecer un ordenamiento (*ranking*) de las áreas de salud para cada año durante el período evaluado.
- Comparar la medida determinística sobre la estimación de la eficiencia con los modelos DEA-*Bootstrap*, SDEA y DEA-Bayesiano, en el período 2004-2010.

- Comparar las estimaciones de los niveles de eficiencia (*scores*) asociados a cada área de salud y al promedio de la muestra entre los modelos DEA clásico, DEA-*Bootstrap*, SDEA y DEA-Bayesiano.
- Identificar los efectos del cambio en productividad y sus componentes: cambio en tecnología, cambio en eficiencia técnica y cambio en eficiencia de escala, para cada área de salud de forma evolutiva en el período 2004-2010.

Estos objetivos se abordan a lo largo de 11 capítulos distribuidos en tres partes. En la primera se hace un recorrido por la teoría microeconómica de la producción, la eficiencia y su estimación. Se profundiza en los modelos de frontera, específicamente en los de Análisis Envoltante de Datos y se analizan sus principales ventajas y limitaciones. Se examinan los modelos utilizados para la determinación de la incertidumbre y exponemos las técnicas para el análisis de la eficiencia a través del tiempo. Finalmente se propone una formulación novedosa, incorporando estadística bayesiana, para abordar la incertidumbre en modelos no paramétricos determinísticos.

La segunda parte, del capítulo 6 al 8, presenta los principales conceptos relacionados con la producción de salud y los servicios sanitarios en el marco de la eficiencia. Se determinan las principales diferencias entre los productos finales en salud y los productos generados por el primer nivel de atención sanitaria. Se realiza una revisión de las aplicaciones relacionadas con la estimación de las fronteras de eficiencia en el sector salud aplicando modelos DEA. Por último se presenta el Primer Nivel de Atención de Salud de Costa Rica a la luz de la reforma iniciada en la última década del siglo XX.

En la tercera y última parte, se formaliza una aplicación de los modelos expuestos en los capítulos metodológicos. Se inicia con la descripción de la unidad de estudio, la caracterización de la base de datos y el proceso de selección de variables. Continuamos realizando un análisis de sensibilidad para la detección de *outliers* utilizando cuatro técnicas. Una vez establecido el modelo DEA se estima la eficiencia en el primer nivel de atención sanitaria costarricense para los años 2004 al 2010. Se analiza la incertidumbre a través de tres modelos: DEA-*Bootstrap*, SDEA y DEA-Bayesiano. Se hace una comparación sobre los resultados de la eficiencia en los cuatro. Finalizamos estimando los cambios en la productividad utilizando índices de Malmquist en diferentes períodos.

Esta monografía finaliza con una serie de conclusiones y algunas líneas de investigación que aún quedan pendientes.

I Parte Frontera Eficiente de Producción

Cap.1 Producción, Competitividad y Eficiencia

1.1 Conceptos Básicos

La comparación del comportamiento de las distintas Unidades Tomadoras de Decisiones (DMU) es uno de los objetivos de interés del análisis económico. Cuando se habla de comparar el comportamiento de las DMUs de una misma industria se utilizan básicamente tres conceptos: productividad, competitividad y eficiencia. Sin embargo, aun cuando suelen ser utilizados como sinónimos, son esencialmente diferentes (Álvarez Pinilla, 2001).

El concepto de **productividad** está relacionado con el rendimiento medio de los factores, es decir, la cantidad de *output* (producto) por cada unidad de *input* (recurso) utilizada, de la forma Q_O/Q_I . Bajo esta definición de productividad, la comparación entre dos o más DMUs será posible siempre y cuando las empresas presenten una tecnología de coeficientes fijos¹. En este caso, se trata de productividad parcial ya que se considera uno a uno los *inputs*, es decir, una productividad media para cada factor de producción (*input*) y cada producto (*output*) (Daraio & Simar, 2010).

El concepto más amplio de productividad define la **productividad total de los factores** (PTF) que incluye todos los *outputs* (y_k) e *inputs* (x_j) ponderados de la forma $\sum a_k y_k / \sum b_j x_j$. Los ponderadores tradicionalmente utilizados para la estimación de la PTF son los precios, siendo a_k el precio de los *outputs* y b_j el precio de los *inputs* (Daraio & Simar, 2010) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Álvarez Pinilla, 2001) (Varian, 1992).

El concepto de **competitividad** fue desarrollado por M. Porter a mediados de los años 80. La define como la capacidad que tiene una DMU, pública o privada, lucrativa o no, de obtener y mantener ventajas comparativas o competitivas que le permitan alcanzar, sostener y mejorar una determinada posición en el entorno socioeconómico². Este concepto se utiliza con frecuencia en el mundo empresarial teniendo incidencia en la forma de plantear y desarrollar las iniciativas de negocios, ampliando la visión de la

¹ Las funciones de producción tipo Leontief (Varian, 1992) presentan coeficientes fijos. Se formula como: $y = \min\left(\frac{k}{a}; \frac{l}{b}\right); k \geq ay; l \geq by; \sigma_u = 0; \varepsilon = 1$ siempre que $\frac{k}{a} = \frac{l}{b}$; a, b cantidad de factores necesarios para la producción.

² Para más detalles sobre la teoría de la competitividad de las empresas o los países pueden consultarse los trabajos de M Porter, entre ellos *Competitive strategy: techniques for analyzing industries and competitors: with a new introduction*, The Free Press A Division of Simon & Schusters Inc., New York, 1998.

empresa como unidad de producción a unidad gestora de todo el proceso productivo, desde la negociación de *inputs* hasta la distribución al consumidor final de los *outputs* (Porter, 1998).

Posiblemente el concepto de **eficiencia** más extendido sea el de óptimo de Pareto, según el cual, una asignación de recursos es eficiente cuando no se puede modificar la situación actual sin que una de las partes empeore. En el caso de la producción se tienen vectores de rendimiento que son tecnológica y económicamente factibles en relación al vector de factores que satisface la restricción presupuestaria. En este marco, los productores son libres para elegir *outputs* e *inputs* siempre que se puedan permitir el vector de factores deseado. Por tanto, es posible evaluar el rendimiento productivo de acuerdo con su habilidad para maximizar la producción, ingresos o beneficios, sujeto a las restricciones impuestas por la tecnología, los precios de los *inputs* y *outputs*, y los presupuestos operativos a los que se enfrentan, pero no a restricciones de factores exógenamente determinados (Lovell, 2001).

Lo anterior está relacionado con el concepto de eficiencia desarrollado por Farrell (1957) introduciendo la separación entre: eficiencia técnica (ET) y eficiencia asignativa (EA)³. Se construye un índice de eficiencia para DMUs homogéneas, en una situación productiva en la que múltiples *inputs* generan múltiples *outputs*. Este índice de eficiencia se basa en la información sobre costos, productos y recursos y se conoce como medida de frontera, que permite imputar un índice de eficiencia relativa respecto a la mejor práctica dentro de la muestra de DMUs analizadas (García Fariñas, Sánchez Delgado, Chaviano Moreno, & Muñiz Cepero, 2007) (Coelli, Rao, O'Donnell, & Battese, 2005) (González, 1996) (Coelli, Estache, Perelman, & Trujillo, 2003).

Este concepto de eficiencia conlleva tres condiciones: a) el ingreso marginal debe ser igual al costo marginal, es decir, la producción de *outputs* maximiza el beneficio; b) el valor del producto marginal de cada factor es igual a su precio, es decir, se utiliza una combinación de *inputs* que minimiza el coste de producción; c) suponiendo que se cumplen a) y b) la empresa debe trabajar sobre la función de producción, produce el nivel de *outputs* elegidos con el mínimo posible de *inputs* (Varian, 1992).

Para cumplir con estas condiciones las DMUs se enfrentan a recursos limitados, deseos ilimitados de producción y diversas restricciones, las dos principales: presupuestarias y tecnológicas (Varian, 1992). Las restricciones presupuestarias están relacionadas con los recursos financieros disponibles y los precios, tanto de los *inputs* como de los *outputs*. Las

³ En el siguiente epígrafe se profundiza sobre las medidas de la eficiencia y sus componentes.

restricciones tecnológicas determinan un **conjunto posible de producción** (Ψ) donde solo hay algunas combinaciones de *inputs* viables para obtener una cantidad dada de *outputs*, por lo que las empresas deben limitarse a adoptar planes de producción que sean factibles desde el punto de vista tecnológico.

Este conjunto de producción (Ψ) debe cumplir una serie de propiedades (Kumbhakar & Lovell, 2000) (Murillo Melchor, 2002):

- i) Cerrado y acotado superiormente: existe límite para todos los posibles vectores factibles de *inputs* y *outputs* y el límite siempre es factible.
- ii) No negatividad: El valor de $f(x)$ es un conjunto finito, no negativo, que pertenece a los números reales. Sin embargo, es factible generar cero *outputs* teniendo *inputs* positivos. Siendo y es el vector de los *outputs* y x el vector de los *inputs*:

$$\forall y \geq 0 \Rightarrow x > 0$$

- iii) Convexidad: Si existen dos DMU en la industria con diferente proceso productivo, es factible generar un proceso productivo que sea una combinación lineal de ambos.

Siendo: $f_1(x) \in \Psi$ la función de producción de la DMU₁

$f_2(x) \in \Psi$ la función de producción de la DMU₂

$$\exists \lambda f_1(x) + (1 - \lambda)f_2(x) \in \Psi$$

$$\forall \lambda \in [0,1]$$

- iv) Monotonicidad: Es posible la eliminación gratuita de los *outputs* (contracción monótona de los *outputs*), producir menores cantidades de *outputs* con la misma cantidad de *inputs*. Por otra parte, se pueden presentar expansiones monótona de los *inputs* (eliminación gratuita de los *inputs*) manteniendo el nivel de *outputs*.

Eliminación gratuita de *outputs*: $(x, y) \in \Psi, \Rightarrow (x, \varepsilon y) \in \Psi, \forall 0 \leq \varepsilon \leq 1$

Eliminación gratuita de *inputs*: $(x, y) \in \Psi, \Rightarrow (\varepsilon x, y) \in \Psi, \forall \varepsilon \geq 1$

La eliminación gratuita en el sentido estricto requiere que: $(x, y) \in \Psi, \Rightarrow (x', y') \in \Psi, \forall (-x, y) \geq (-x', y')$.

- v) No decreciente en x : unidades adicionales de *input* no van a disminuir la producción. Formalmente, si $x_0 > x_1$ entonces $f(x_0) \geq f(x_1)$. Si la función de

producción es continuamente diferenciable, la monotonidad implica que todos los productos marginales⁴ son positivos.

- vi) Si la función de producción es continuamente diferenciable, y se cumple iii), entonces todos los productos marginales son crecientes.

Estas propiedades no son exhaustivas, Coelli y otros (2005) señalan, por ejemplo, que el supuesto de monotonidad se relaja en los casos donde el uso de demasiados *inputs* lleva a la congestión de *outputs*; y que puede sustituirse por una hipótesis más fuerte donde cada *input* sea esencial para la producción.

La **función de producción** es la relación entre los *outputs* obtenidos y la combinación de *inputs* que se utilizan en su producción dado el estado de la tecnología en un momento determinado del tiempo. Cada tipo de actividad empresarial tendrá una función de producción diferente. Al igual que el conjunto de producción, la función debe cumplir una serie de propiedades (Kumbhakar & Lovell, 2000) (Murillo Melchor, 2002) (Daraio & Simar, 2010):

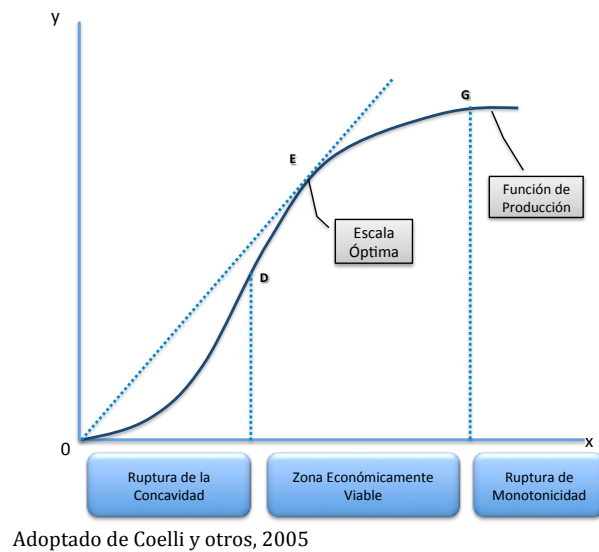
Siendo $g(x) = y \in \Psi$

- i) No es posible la generación de *outputs* sin, al menos, un *input*, $g(0) = 0$.
- ii) g es semi-continua
- iii) $g(x) > 0 \Rightarrow f(\varepsilon x) \rightarrow +\infty$ cuando $\varepsilon \rightarrow +\infty$
- iv) Monótona en el sentido débil: $\forall x \in \mathbb{R}_+^p \Rightarrow g(\varepsilon x) \geq g(x)$, $\varepsilon \geq 1$.
- v) Si se asume convexidad en $X(y)$ entonces g debe ser cuasi-cóncava.
- vi) Siendo $X(y)$ monótona en sentido estricto se permite contracciones de *outputs* y expansiones de *inputs*.

La Figura 1 ilustra la función de producción típica de un solo *input* y un solo *output*:

⁴ El producto marginal (Varian, 1992) se define formalmente como: $\frac{dq}{dx_1}$ el aporte del incremento del insumo x_1 al incremento de la producción q .

Figura 1 Función de Producción



- i) Para los valores de x representados en el eje horizontal, los valores de y son números reales positivos y finitos. Por lo tanto, cumplen la propiedad de no negatividad.
- ii) La función pasa por el origen, por lo que no es viable producción sin *inputs*.
- iii) El producto marginal de x es positivo en todos los puntos entre el origen y el punto G, lo que implica que la propiedad de la monotonicidad se cumple en estos puntos. Sin embargo, la monotonicidad se rompe en todos los puntos a la derecha de G.
- iv) A medida que se avanza a lo largo de la función de producción desde el origen hasta el punto D, el producto marginal de x aumenta. Así, la propiedad de concavidad se rompe en estos puntos. Sin embargo se satisface en todos los puntos a la derecha de D.
- v) Por lo tanto, $[D,G]$ es la zona económicamente viable, donde se cumplen todas las propiedades de la función de producción citadas. Dentro de esta zona, el punto E, se denomina de escala óptima de operaciones⁵.

De lo anterior es posible deducir que una DMU se encuentra sobre la frontera de producción (o de costos) y por tanto es eficiente desde el punto de vista técnico (asignativo), cuando se encuentra en la zona económicamente viable, o bien se encuentra

⁵ La escala óptima, en el caso de un único *inputs*, se alcanza cuando $\frac{\Delta O}{\Delta I} = \frac{O}{I}$, es decir cuando el producto marginal iguala al producto medio (Varian, 1992).

por debajo (encima) de la frontera de producción (costos) cuando es ineficiente. Sin embargo, la función de producción y la de costos no son directamente observables por lo que los análisis de frontera utilizan la mejor práctica observada en la muestra de DMUs bajo análisis para estimar dichas fronteras eficientes (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Coelli, Rao, O'Donnell, & Battese, 2005) (Coelli, Estache, Perelman, & Trujillo, 2003) (Álvarez Pinilla, 2001) (Coelli, 1996).

La forma de la frontera de producción depende de los rendimientos a escala. Estos muestra la relación entre los cambios proporcionales en los *inputs* y los cambios proporcionales resultantes en los *outputs* de forma simultánea. Se clasifican en:

- i) Rendimientos constantes a escala (RCE): ante un cambio proporcional en los *inputs*, los *outputs* varían en la misma proporción, es decir $f(kx) = kf(x)$. Cuando las empresas operan bajo RCE sería posible reproducir la DMU y obtener como resultado una duplicación de los *outputs*.
- ii) Rendimientos decrecientes a escala (RDE): ante un cambio proporcional en los *inputs*, los *outputs* varían menos que proporcionalmente, es decir $f(kx) < kf(x)$. Cuando una DMU presenta RDE se asocia a las complicaciones de coordinación y gestión generadas por el tamaño o escala de la DMU.
- iii) Rendimientos crecientes a escala (RCrE): ante un cambio proporcional en los *inputs*, los *outputs* varían más que proporcional, es decir $f(kx) > kf(x)$. En industrias donde se presentan RCrE es económicamente más ventajoso tener una DMU de gran tamaño que muchas DMUs pequeñas⁶.

Sin embargo, las empresas suelen cambiar su escala de planta conforme se mueven en el tiempo, por lo que al realizar análisis longitudinales, es de esperar que una DMU presenten RCrE o RDE, es decir rendimientos variables a escala (RVE), y que presente RCE cuando llegue al tamaño de planta óptimo (Varian, 1992). En el caso de que se comparen diferentes DMUs de una misma industria en un momento determinado, es de esperar que hayan DMUs que presenten RCrE, RDE o RCE, por lo que la industria presentaría RVE (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Coelli, Rao, O'Donnell, & Battese, 2005).

⁶ Cuando se presentan RCrE la empresa suele tener un amplio poder de mercado por lo que aún cuando es económicamente deseable tener una empresas de gran tamaño debe estar regulada. El sector de generación eléctrica es el caso típico de una industria que presenta RCrE.

1.2 Eficiencia: Descomposición y Estimación

Las DMUs son unidades económicas en las cuales convergen una serie de factores, que podrán o no, ser gestionados por la propia DMU. Afrontan un mercado cada vez más dinámico que modifica las “reglas” a las cuales debe enfrentarse sin que necesariamente tenga control sobre ello. Deben tomar decisiones sobre procesos productivos, tecnología, insumos y productos en un período y ejecutarlas en un período posterior (Coelli, 1996) (Álvarez Pinilla, 2001) (Coelli, Estache, Perelman, & Trujillo, 2003) (Coelli, Rao, O’Donnell, & Battese, 2005) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008). Por ejemplo, un grupo de médicos decide crear un centro clínico, esto implica un proceso de planificación sobre el tipo de patologías, las características de los pacientes que atenderán, las necesidades de equipamiento, y los aspectos legales, entre otros factores. Sin embargo, en el transcurso del proceso de producción podrían darse situaciones externas, como la declaración de una epidemia, la salida o entrada de una nueva tecnología sanitaria u otros factores que pueden alterarlo. En este caso, el principal problema para medir la eficiencia o ineficiencia reside en separar aquello que representa comportamiento ineficiente y que puede ser modificado por los gestores de la clínica, de los aspectos exógenos sobre los que no tiene competencias.

El análisis de la eficiencia es relativamente sencillo cuando la DMU dispone de uno o dos *inputs*, o puede agregar todos sus *inputs*; o cuando genera uno o dos *outputs*, o pueden ser agregados. Sin embargo, en la práctica, en la mayoría de los casos las DMUs se nutren de muchos *inputs* y generan muchos *outputs*.

Koopmans (1951) fue quien propuso por primera vez la medición de eficiencia, centrándose en la eficiencia técnica, utilizando el concepto de Pareto mencionado en 1.1. Afirmó que una combinación factible de *inputs* y *outputs* es técnicamente eficiente si es tecnológicamente imposible aumentar algún *output* o reducir algún *input* sin reducir simultáneamente, al menos, otro *output* o aumentar, al menos, otro *input*.

Farrell (1957) introduce la separación de la eficiencia, eficiencia económica (EE), en dos dimensiones, técnica y asignativa. Basándose en el índice propuesto por Debreu⁷ mide empíricamente la eficiencia de una DMU considerando como referente la mejor práctica observada en una muestra. Se calculan tantos índices de eficiencia como DMU se tengan y en cada caso se comparan con sus referentes. La medida de la eficiencia de Farrell, así

⁷ Debreu (1951) propuso la construcción de un Índice de Eficiencia Técnica, al que llamó “coeficiente de utilización de los recursos” que definía como la unidad menos la máxima reducción equi proporcional en todos los inputs para un nivel dado de *outputs*.

como la de sus componentes, son medidas radiales, es decir, se estima la máxima expansión radial de los *outputs* o la máxima contracción radial de los *inputs*.

Shephard (1953) propuso la estimación de la ineficiencia técnica a través de funciones distancia, calcula la máxima contracción radial en los *inputs* de una DMU, siendo la función objetivo $D_I(x, y) = \max\{\theta: (x|\theta) \in X(y)\}$. La distancia mide la ineficiencia de una DMU en un contexto de producción de múltiples-*input* y múltiples-*output*. Permite cuantificar la ineficiencia técnica en un proceso productivo comparando las cantidades de *inputs* y *outputs* utilizadas por una DMU técnicamente eficiente con los que utiliza una DMU ineficiente. En el caso de que se quiera estimar la máxima expansión posible de los *outputs*, la función objetivo será $D_O(x, y) = \min\{\lambda: (y|\lambda) \in Y(x)\}$ (Shephard R. , 1970). Daraio y Simar (2010) resaltan que la importancia de las funciones distancia desarrolladas por Shephard radica no solo en la caracterización completa de la tecnología eficiente de producción de la estructura múltiples-*input* - múltiples-*output*, sino que, además, da una medida de la distancia de cada una de las DMUs a la frontera generada por las DMUs eficientes.

A parte de las medidas radiales señaladas, se han desarrollado medidas no radiales entre las que destacan, en un análisis orientado a los *inputs*:

- i) Medida de **Ineficiencia de Russell** : se obtienen las medidas de ineficiencia para cada uno de los *inputs*, eligiendo el menor valor de sus medias aritméticas, es decir:

$$R_I(x, y) = \min \left\{ \frac{\sum_{p=1}^P \theta_p}{P} \mid (\theta_1 x_1, \dots, \theta_p x_p) \in X(y), \quad \forall \theta_p \in (0, 1] \right\}$$

- ii) Medida de **Zieschang**, combina las medidas radiales de Farrell y la medida de Russell. Re-escala el índice de eficiencia de Farrell y éste vector es proyectado al conjunto eficiente mediante la medida de Russell, de la forma:

$$Z_1(x, y) = TE_I^+(x, y) * R_I(TE_I^+(x, y) * x, y)$$

- iii) Medida Aritmética de **Färe**, calcula la reducción de cada uno de los *inputs* manteniendo constantes los demás y elige la que obtiene la mayor reducción en una sola dimensión.

$$AF_I(x, y) = \min_{p=1, \dots, P} \{AF_1^p(x, y)\}$$

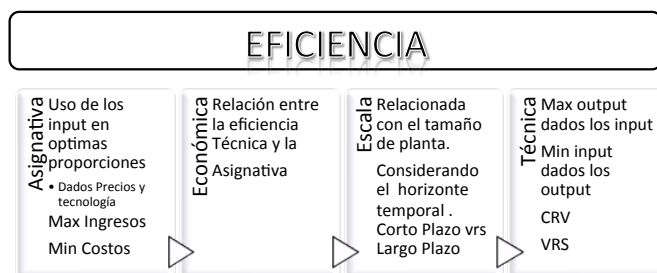
Sin embargo, tal y como señala Murillo Melchor (2002), en la mayoría de los estudios se utilizan las medidas radiales ya que cumplen, al contrario que las no radiales, con las propiedades básicas de las funciones de producción establecidas en 1.1.

En esta misma línea Coelli y otros (2005) señalan tres consideraciones importantes con respecto a las medidas de la eficiencia radiales:

- i) Su invariabilidad ante las unidades de medida. Por ejemplo, si se mide el *input* trabajo como en número de trabajadores o como las horas de trabajo, la estimación de la eficiencia técnica no varía.
- ii) La eficiencia asignativa se mide partiendo de la minimización de costes o la maximización de ingresos, según este orientada al *input* o al *output* respectivamente, pero no se hace referencia a la maximización de los beneficios.
- iii) La medición de la eficiencia técnica y asignativa a través de las medidas de Farrell (1957) orientada al *input* o al *output* son equivalentes a la inversa de las funciones distancia desarrolladas por Shephard.

La Figura 2 esquematiza las diferentes ópticas a través de las cuales se puede analizar la eficiencia (Coelli, Estache, Perelman, & Trujillo, 2003) (Coelli, Rao, O'Donnell, & Battese, 2005) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Cooper W., Li, Seiford, & Zhu, 2011).

Figura 2 Clasificación de la Eficiencia



Fuente: Elaboración propia

La eficiencia asignativa (EA) está relacionada con la asignación de los recursos en proporciones óptimas, dada la tecnología y los precios de los *inputs* y *outputs*. El uso de los *inputs* en proporciones óptimas, en el caso de orientación *inputs*, llevaría a una DMU a alcanzar la línea isocoste. La producción de los *outputs* en proporciones óptima, en el caso de la orientación *outputs*, llevaría a una DMU a alcanzar la línea isoingreso.

La eficiencia económica (EE) se refiere a la relación que existe entre la eficiencia técnica y la asignativa. Cuando se analiza desde la óptica de los *inputs* se refiere a la eficiencia en costos (EC), mientras que cuando se analiza desde los *outputs* se refiere a la eficiencia en Ingresos (EI).

La eficiencia a escala (ES) está relacionada con el tamaño de planta y los rendimientos a escala en que operan las DMUs. Una DMU que opera con RVE podría mejorar la situación cambiando el tamaño de planta, del periodo t al período $t + 1$, hasta el punto en el que logre operar con RCE. En el largo plazo, se espera que las DMU tiendan a los RCE.

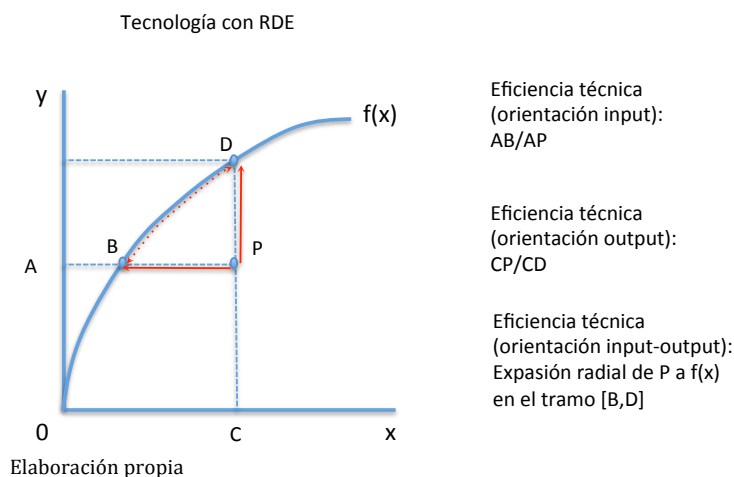
La eficiencia técnica (ET) puede ser estimada considerando que la DMU se enfrenta a rendimientos constantes a escala (RCE) o que se enfrenta a rendimientos variables a escala (RVE). Refleja la habilidad de obtener la máxima cantidad de *outputs* dados los *inputs*, o de minimizar la cantidad de *inputs* dados los *outputs*.

Ésta puede analizarse desde dos perspectivas⁸ (Figura 3): eficiencia en los insumos (orientación *input*) o eficiencia en los productos (orientación *output*). Considerando una DMU que se sitúa inicialmente en P , desde el punto de vista de los *inputs* (ET_I) se busca minimizar los *inputs* dado un nivel de *outputs*, por lo que la DMU debe desplazarse de P a B . Desde el punto de vista de los *outputs* (ET_O) se busca maximizar los *outputs* dado un nivel de *inputs*, por lo que la DMU debe desplazarse de P a D . Cuando una DMU produce bajo rendimientos constantes a escala (RCE) las medidas de eficiencia orientadas a *inputs* u *outputs* coinciden ($ET_I^{RCE} = ET_O^{RCE}$) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Coelli, Rao, O'Donnell, & Battese, 2005) (Murillo Melchor, 2002) (Farrell, 1957).

Färe, Grosskopf y Lovell (1994) proponen una tercera perspectiva, orientación *input-output*, conocida también como hiperbólica o no orientada. Plantean radialidad en ambos sentidos midiendo la distancia hacia la frontera a lo largo de la hipérbola que va del punto eficiente con orientación *inputs* al punto eficiente con orientación *outputs*, en la Figura 3 corresponde a la hipérbola formada entre los puntos B y D . En este caso se busca minimizar los *inputs* y maximizar los *outputs* de forma simultánea.

⁸ Ambas perspectivas (orientaciones) se analizan con mayor detalle en los epígrafes siguientes.

Figura 3 Orientación en la Estimación de la Eficiencia Técnica



1.2.1 Eficiencia: Orientación *Inputs*

Cuando se analiza la eficiencia orientada a los *inputs* se considera que los *outputs* están dados y lo que se requiere es minimizar la cantidad de insumos que se utilizan en la producción.

La medida de eficiencia técnica de Farrell y la función distancia de Shephard son medidas radiales que están relacionadas. La medida de Farrell estima la eficiencia técnica mientras que la distancia de Shephard estima la ineficiencia técnica, en el caso de análisis orientación *inputs* se tiene que $ET_I(x, y) = 1/D_I(x, y)$, siendo ET_I la eficiencia de Farrell y D_I la función distancia de Shephard.

La eficiencia técnica estimada mediante medidas radiales deben cumplir con una serie de propiedades que en el caso de orientación a los *inputs* son (Färe & Primont, 1996) (Kumbhakar & Lovell, 2000) (Murillo Melchor, 2002):

Considerando la función objetivo: $ET_I(x, y) = \theta(x, y) = \min\{\theta | \theta x \in X(y), \forall 0 < \theta < 1\}$

- i) $ET_I(x, y) \leq 1$, en algunos análisis se utiliza la inversa de la medida de Farrell $D_I(x, y)$. Por tanto, si $ET_I(x, y) = \frac{1}{D_I(x, y)}$ se cumple que $D_I(x, y) \geq 1$.
- ii) $ET_I(x, y) = 1 \Leftrightarrow x \in Iso_{X(y)}$, una DMU es eficiente solo cuando se sitúa sobre la isocuanta⁹.

⁹ Las curvas isocuantas muestran las diferentes combinaciones de factores que llevan a un mismo nivel de producción (Varian, 1992).

- iii) $ET_I(x, y)$ es no creciente en x , esto implica que la DMU no puede aumentar su eficiencia técnica mediante el aumento de los *inputs*.
- iv) $ET_I(x, y)$ es una función homogénea de grado -1 en x , esto permite que un cambio equi proporcional en todos los *inputs* produzca un cambio equivalente en $ET_I(x, y)$.
- v) $ET_I(x, y)$ es invariante respecto a las unidades de medida de los *inputs* y *outputs*.

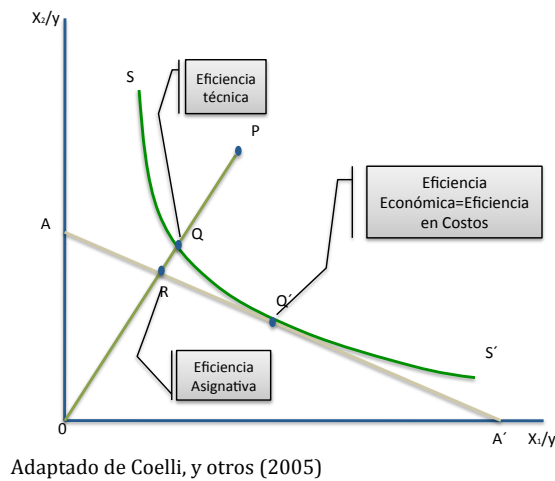
La Figura 4 muestra gráficamente el análisis de eficiencia de una DMU con orientación a los *inputs*. Supóngase que SS' es una línea isocuanta y AA' corresponde a la restricción presupuestaria¹⁰. La DMU a analizar, que se sitúa inicialmente en el punto P , de acuerdo a la teoría de la producción se encuentra en una zona ineficiente. Desde el punto de vista técnico, la ineficiencia corresponde a la distancia QP que representa la disminución que puede darse en los *inputs* para alcanzar el nivel de producción SS' . El grado de eficiencia técnica puede ser estimado mediante la razón $ET_I = \left(\frac{OQ}{OP}\right)$. La DMU se considera eficiente técnicamente, si y solo si, $ET_I = 1$.

Sin embargo, en el punto Q se presenta una diferencia entre las posibilidades técnicas y la restricción presupuestaria R . Una DMU ubicada en el punto R será ineficiente en la asignación de los recursos, el grado de eficiencia asignativa puede ser estimado mediante la razón $EA_I = \left(\frac{OR}{OQ}\right)$, la DMU será eficiente asignativamente, si y solo si, $EA_I = 1$.

En este caso, la eficiencia económica (EE_I) corresponde a eficiencia en costos (EC), y se estima mediante la razón $EC = \left(\frac{OR}{OP}\right)$. De nuevo se considera que la DMU es eficiente económicamente, si y solo si, $EC = 1$.

¹⁰ La restricción presupuestaria muestra las combinaciones de factores que mantienen constantes los costes (isocoste) de la DMU dados los precios de los factores.

Figura 4 Eficiencia con Orientación Inputs



De lo anterior se deduce que:

$$EC = ET_I * EA_I = \left(\frac{OQ}{OP}\right) * \left(\frac{OR}{OQ}\right) = \left(\frac{OR}{OP}\right)$$

Las tres medidas de eficiencia, ET_I , EA_I , y EC , deben estar en el rango $[0,1]$. Una DMU será más eficiente entre más cercanos estén los índices a 1, en el mejor de los casos todos los índices serán 1 y se sitúa sobre la curva isocanta SS' en el punto Q' . Utilizando las distancias de Shephard una DMU se considerará eficiente si está sobre la isocanta y $D_I(x, y) = 1$, y será ineficiente cuando $D_I(x, y) > 1$. Entre mayor sea la distancia de Shephard más ineficiente será la DMU.

1.2.2 Eficiencia: Orientación Outputs

En este caso se supone que los *inputs* están dados y se requiere conocer el máximo nivel de *outputs* que se puede alcanzar (Cooper, Seiford, & Kaoru, 2007)(Coelli, Rao, O'Donnell, & Battese, 2005) (Lovell, 2001).

Al igual que en el caso de la orientación *inputs*, la medida de Farrell y la función distancia de Shephard están inversamente relacionadas, es decir $ET_O(x, y) = 1/D_O(x, y)$, siendo ET_O la eficiencia de Farrell y D_O la función distancia de Shephard.

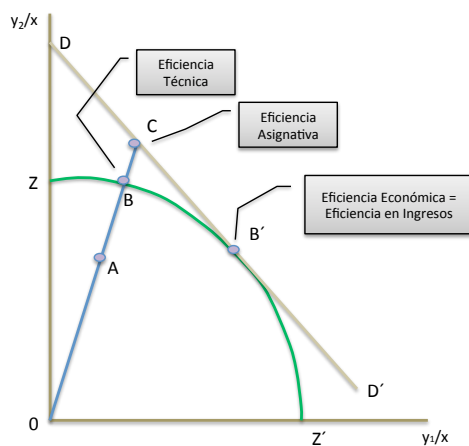
La eficiencia técnica con orientación *outputs* estimada mediante medidas radiales deben cumplir las siguientes propiedades (Färe & Primont, 1996) (Kumbhakar & Lovell, 2000) (Murillo Melchor, 2002):

Siendo la función objetivo: $ET_O(x, y) = \lambda(x, y) = \max\{\lambda | \lambda y \in Y(x), \forall \lambda \geq 1\}$

- i) $ET_O(x, y) \geq 1$, considerando la función distancia de Shephard si $ET_O(x, y) = \frac{1}{D_O(x, y)}$ se cumple que $D_O(x, y) \leq 1$.
- ii) $ET_O(x, y) = 1 \Leftrightarrow y \in Iso_Y(x)$, la DMU es eficiente solo si se sitúa sobre la isocuanta.
- iii) $ET_O(x, y)$ es no decreciente en y , esto implica que la empresa puede aumentar su eficiencia mediante el aumento de los *outputs*.
- iv) $ET_O(x, y)$ es una función homogénea de grado -1 en y , esto permite que un cambio equiproporcional en todos los *inputs* produzca un cambio equivalente en $ET_O(x, y)$.
- v) $ET_O(x, y)$ es invariante respecto a las unidades de medida de los *inputs* y los *outputs*.

Fried, Lovell y Schmidt (2008) señalan que la función objetivo puede modificarse de forma que $ET_O(x, y) = [\lambda(x, y) = \max\{\lambda | \lambda y \leq g(x), \forall \lambda \geq 1\}]^{-1}$ por lo que $ET_O(x, y) = D_O(x, y) \leq 1$. Esta transformación permite relacionar las DMUs ineficientes con niveles inferiores a la unidad al igual que en el caso de orientación *inputs*.

Figura 5 Eficiencia con Orientación Outputs



Adoptado de Coelli et. Al (2005)

La Figura 5 presenta el caso de la DMU A que produce dos *outputs* (y_1, y_2) con un *input* (x) y se enfrenta a RCE. De acuerdo con la teoría de la producción estaría en una zona ineficiente siendo ZZ' la curva de posibilidades de producción ¹¹ y DD' la curva

¹¹ La frontera de posibilidades máximas de producción es el conjunto de todos los planes de producción factibles (Varian, 1992).

isoingreso¹². La eficiencia técnica (ET_0) se estima como $ET_0 = \left(\frac{0A}{0B}\right) = D_0(x, y)$ mientras que la eficiencia asignativa (EA_0) se estima como $EA_0 = \left(\frac{0B}{0C}\right)$. En este caso la eficiencia económica (EE_0) responde a la maximización de los ingresos y la eficiencia en ingresos (EI) se estima como $EI = \left(\frac{0A}{0C}\right)$. Al igual que en caso de la eficiencia orientada al *input*, $EI = \frac{0A}{0C} = \frac{0A}{0B} * \frac{0B}{0C} = ET_0 * EA_0$ y estará en el rango $[0,1]$.

1.2.3 Eficiencia de Escala

La eficiencia de escala (ES) está relacionada con el tamaño de planta y los rendimientos a escala en los que se encuentre trabajando una DMU. En la teoría de la producción se considera que una DMU se encuentra en el corto plazo si alguno de los factores de producción está dado, y en el largo plazo cuando todos los factores de producción se pueden considerar variables. El ejemplo clásico de factor fijo es el tamaño de planta (Varian, 1992). El cambio en el tamaño de la planta requiere de tiempo para la planificación y ejecución, es decir que una DMU tendrá una escala de planta en el corto plazo (t) y podría optar por modificarlo en el largo plazo ($t + 1$). La ES se relaciona con los cambios en el tamaño o escala de planta que realiza la DMU a lo largo del tiempo.

Por ejemplo, una DMU que opera bajo RCrE en el período t , podría aumentar la eficiencia de escala aumentando el tamaño de planta en el período $t + 1$. Si opera bajo RDE en el período t , mejoraría la eficiencia de escala si disminuyera el tamaño de planta en el período $t + 1$. Pero si la producción subyacente se produce con RCE entonces la DMU se encuentra produciendo con la escala de planta más eficiente.

Es de esperar que la DMU busque operar con la escala de planta más productiva o su equivalente a la escala productiva tecnológicamente óptima y que en este proceso presente RVE, decrecientes o crecientes, en el corto plazo y RCE en el largo plazo.

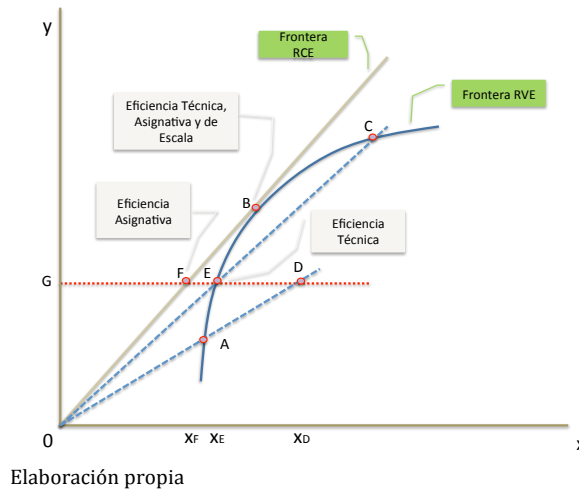
La Figura 6 muestra la relación existente entre los rendimientos a escala y la eficiencia. Suponiendo una DMU que produce un único *output* con un único *input*, opera bajo RCrE y se sitúa inicialmente en D , en la zona ineficiente de producción. Siguiendo la orientación *inputs*, debe moverse de D a E para alcanzar, en el corto plazo, la eficiencia técnica. Sin embargo podría, a lo largo del tiempo, moverse de E a B , alcanzando eficiencia técnica,

¹² La curva isoingreso, muestra todas las combinaciones de *outputs* que mantienen igual el ingreso, dados los precios de los productos.

asignativa y de escala, es decir, estaría en la escala de planta más productiva. El cálculo de la ET en el primer movimiento, en el corto plazo, sería $ET_I^{RVE} = \frac{GE}{GD}$, mientras que en el largo plazo la $ET_I^{RCE} = \frac{GF}{GD}$, por lo que la eficiencia de escala (ES) puede estimarse como

$$ES = \frac{ET_I^{RCE}}{ET_I^{RVE}} = \frac{\frac{GF}{GD}}{\frac{GE}{GD}} = \frac{GF}{GE}.$$

Figura 6 Eficiencia de Escala



Para estimar la eficiencia de escala cuando se tienen múltiples-*input* y múltiples-*output* Färe, Grosskopf y Roos (1998) proponen utilizar las funciones distancia de Shephard.

En el caso de la orientación *inputs* la eficiencia de escala se estima como:

$$ES_I(x, y) = \frac{D_I(x, y|RVE)}{D_I(x, y|RCE)} = \frac{ET_I^{RCE}}{ET_I^{RVE}}$$

En el caso de orientación *outputs* como:

$$ES_O(x, y) = \frac{D_O(x, y|RCE)}{D_O(x, y|RVE)} = \frac{ET_O^{RCE}}{ET_O^{RVE}}$$

La correcta estimación de la eficiencia técnica bajo RCE y bajo RVE es fundamental para poder obtener una buena estimación de la eficiencia de escala (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Cooper, Seiford, & Kaoru, 2007) (Coelli, Rao, O'Donnell, & Battese, 2005).

La estimación de la eficiencia, independiente de la orientación que se siga, esta referida a una frontera empírica estimada a partir de la muestra de DMUs seleccionadas. Los métodos que se utilizan para estimar dichas fronteras se presenta en el siguiente epígrafe.

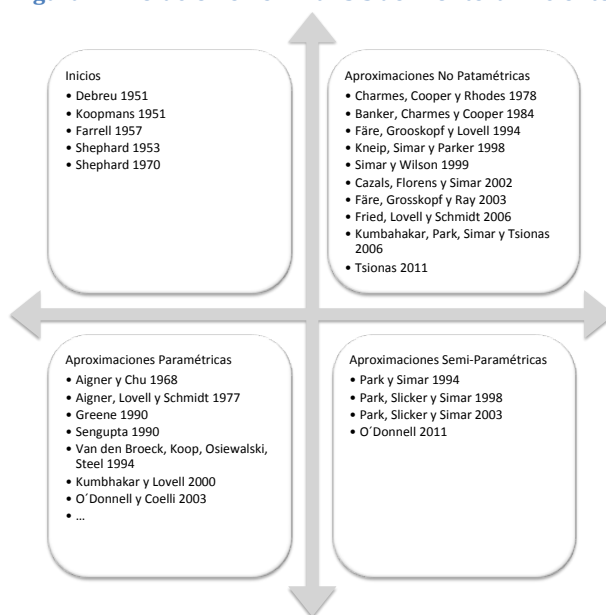
1.3 Estimación de la Frontera Eficiente

Si bien los planteamientos teóricos se dan a principios de la década de los años 50, no es hasta finales de los años 60 cuando el desarrollo computacional permite resolver modelos matemáticos complejos y realizar aplicaciones empíricas en esta área.

La Figura 7 muestra, sin ser exhaustiva, las principales aportaciones metodológicas en la estimación de la frontera eficiente.

Los métodos de estimación de la frontera eficiente se han clasificado tradicionalmente en aquellos en los que se supone una forma funcional de la frontera de producción (métodos paramétricos), y los que no definen la frontera a través de una forma funcional conocida (métodos no paramétricos). Además, existen un conjunto de métodos que realizan una combinación de los dos anteriores conocidos como métodos semi-paramétricos de estimación de la eficiencia.

Figura 7 Evolución en el Análisis de Frontera Eficiente



Elaboración propia

Daraio y Simar (2010) realizan una clasificación de los métodos para la estimación de las fronteras eficientes siguiendo tres criterios:

- i) La definición o no de la **forma funcional** de la frontera (clasificación tradicional):

- a. Modelos Paramétricos: Definen una forma funcional de la frontera de producción $g(x, \beta)$, donde la función matemática depende de unos parámetros k desconocidos ($\beta \in \mathbb{R}^k$) y generalmente la producción y es univariante ($y \in \mathbb{R}_+$). La ventaja de este modelo es la interpretación de los estimadores y sus propiedades estadísticas. La principal desventaja es que la definición de la función de producción $g(x, \beta)$, en el caso de DMU de múltiples *inputs* y *outputs*, es sumamente compleja. Una de las funciones más utilizadas en la parametrización de la forma funcional es la de Cobb-Douglas, básicamente por su sencillez; otras funciones más complejas son la función *translog* o la de elasticidad de sustitución constante y generalizada de Leontief.

El modelo más utilizado es el Análisis de Frontera Eficiente (AFE). Los trabajos de Aigner y Chu (1968) y Aigner, Lovell y Schmidt (1977) están considerados como la base del desarrollo de los modelos AFE. Consideran que las desviaciones con respecto a la frontera pueden o no ser gestionadas por la DMU. El modelo consiste en proponer una función de producción eficiente con dos perturbaciones, una simétrica (recoge el ruido aleatorio) y otra sesgada (ineficiencia técnica).

La especificación matemática generalizada es:

$$y_i = f(x_i, \beta) e^{(v_i - u_i)}$$

Donde y_i corresponde al vector de *outputs*, x_i corresponde al vector de *inputs*, β representa los parámetros, v_i es una perturbación aleatoria y u_i corresponde a la ineficiencia de la DMU¹³.

- b. Modelos No Paramétricos: Estos modelos no asumen una forma funcional de la frontera de producción $g(x)$. La mayor ventaja es la facilidad para trabajar con DMU con estructuras de múltiples *inputs* y *outputs*. La principal limitación es que la estimación se realiza sobre una función desconocida y se requiere una mayor cantidad de datos. En este contexto destacan por su amplia utilización los modelos de Análisis Envolvente de Datos (DEA) y los modelos *Free Disposal Hull* (FDH).

¹³ Se dispone de una amplia bibliografía relacionada con el Análisis de Frontera Estocástica. Algunas referencias son: (Coelli, Rao, O'Donnell, & Battese, 2005) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Bogetoft & Otto, 2011)(Van Keulegom & Wilson, 2011).

Los modelos DEA fueron propuestos por Farrell (1957) y operacionalizados por primera vez utilizando programación lineal por Charnes, Cooper y Rhodes (1978). Proponen la construcción de una frontera eficiente, envolvente, a partir de los datos sobre *inputs* y *outputs* de una muestra de DMUs. Determinan dos tipos de DMUs, la que están sobre la frontera (eficientes) y las que no alcanzan la frontera (ineficientes).

Los modelos DEA resuelven un problema de maximización (orientación *outputs*) o minimización (orientación *inputs*) para cada DMU de la muestra considerando el tipo de rendimientos a escala que presente la industria.

Suponiendo que hay libre disponibilidad en *inputs* y *outputs*, convexidad en la función de producción y RCE, el modelo DEA se formula matemáticamente como:

$$\hat{\Psi}_{DEA} = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}_+^{j+k} \mid y \leq \sum_{i=1}^n \gamma_i Y_i; x \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i X_i, \gamma_i \geq 0 \right\}$$

Donde x es el vector de *inputs*, y es el vector de *outputs*, n es la cantidad de DMUs en la muestra y γ es el vector intensidad que define la forma de la frontera y permite modificar el supuesto sobre rendimientos a escala.

ii) **Presencia o no de ruido** en la estimación:

- a. Modelo determinista: donde se asume que todas las observaciones (X_i, Y_i) pertenecen al conjunto de producción (Ψ) . La principal debilidad de este modelo es la sensibilidad a la súper eficiencia¹⁴ o valores extremos. Sin embargo, se pueden obtener estimadores robustos.
- b. Modelo estocástico: considera la existencia de ruido en los datos. Pueden existir observaciones (X_i, Y_i) que no pertenecen al conjunto de producción (Ψ) . El principal problema es lograr una adecuada identificación del ruido estadístico y la ineficiencia.

iii) **Tipos de datos** a analizar:

¹⁴ La súper eficiencia es un concepto introducido por Andersen y Petersen (1993) donde establecen que hay DMUs que se clasificarían como eficientes aún cuando esta se excluya del grupo de referencia. Por lo que se genera una nueva frontera, que indicaría que la DMU en cuestión podría incrementar proporcionalmente el vector *inputs*, en el caso de enfoque *inputs*, y seguir siendo eficiente. Este tema se retoma en el Capítulo 2.

- a. Modelos de corte trasversal: se dispone de información de los *inputs* y *outputs* de las diferentes DMU para un momento dado en el tiempo $\chi = \{(X_i, Y_i) | i = 1, \dots, n\}$.
- b. Modelos de panel: se dispone de información de los *inputs* y *outputs* de las diferentes DMU para diferentes períodos de tiempo $\chi = \{(X_{it}, Y_{it}) | i = 1, \dots, n ; t = 1, \dots, T\}$. Estos modelos permiten evaluar la productividad y la eficiencia a través del tiempo. Los primeros índices para medir los cambios en productividad fueron propuestos por Fisher (1922) y Törnqvist (1936), y uno de los más utilizados el índice de Malmquist (1953).

Independiente del método que se utilice para la estimación de la frontera eficiente, se obtienen dos resultados importantes, en primer lugar, un índice de eficiencia para cada DMU (*score*), y en segundo lugar, un ordenamiento de las DMUs de acuerdo al índice de eficiencia (*ranking*). Debe tenerse presente que tanto los *scores* como el *ranking* pueden variar de acuerdo al método seleccionado para el análisis (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Cooper, Seiford, & Kaoru, 2007) (Lovell, 2001) (Puig-Junoy, 2000).

La revisión de la literatura muestra que son dos los modelos más utilizados en diferentes áreas de conocimiento: i) los modelos paramétricos que utilizan aproximaciones estocásticas, principalmente el Análisis de Fronteras Estocásticas (AFE) que permiten diferenciar el ruido de la ineficiencia y; ii) los modelos no paramétricos determinísticos, que se basan en técnicas envolventes, como el Análisis Envolvente de Datos (DEA) y el *Free Disposal Hull* (FDH), que siendo más complejos requieren pocos supuestos sobre la forma funcional de la función de producción.

En el caso de modelos AFE determinísticos se presupone que toda desviación de la eficiencia se debe a ineficiencia de la DMU, mientras que los modelos AFE estocásticos asumen que la desviación puede separarse en ineficiencia y ruido estadístico.

Por otro lado, los modelos DEA no generan un máximo teórico al que deben llegar las DMU, sino un máximo de acuerdo a las mejores prácticas de las DMU evaluadas. Por lo tanto, un cambio en la muestra implicaría un cambio en la frontera eficiente. Para cada DMU se obtiene una medida eficiencia o ineficiencia, el peso de cada *input* y *output*, las DMU referentes (pares o *peers*), un vector de intensidades respecto a las otras DMU, *slacks* u holguras en cada *input* y *output*, y una posición en el *ranking* de la muestra.

Los modelos DEA, por sus características, son utilizados con mayor frecuencia en sectores donde: i) el cálculo de los precios de los *outputs* es difícil de establecer; ii) el proceso productivo se enmarque en el principio agente-principal; y iii) la complejidad de los procesos productivos hace difícil su estandarización. Dos sectores que tienen estas características son el educativo y el sanitario. En el caso del sector sanitario, donde el principal es el paciente y el médico es el agente que busca, de acuerdo a la teoría económica, la maximización del bienestar del principal, se sigue discutiendo cuál es el valor económico del *outcome* salud en términos individuales y sociales.

Sin embargo, debe valorarse que los modelos DEA presentan una serie de desventajas especialmente si los comparamos con modelos paramétricos estocásticos como los AFE. Entre otras:

- i) Ley (1991) señala que al ser una aproximación determinista no toma en cuenta las influencias exógenas, aleatorias e incontrolables sobre el proceso productivo.
- ii) Retzlaff-Roberts y Morey (1992) agregan, al señalamiento de Ley, la incapacidad para manejar la incertidumbre.
- iii) Boussofiene, Dyson y Thanassoulis (1997) consideran que el que los pesos de los *inputs* y *outputs* puedan ser diferentes para cada DMU puede convertirse en una desventaja ya que una elección incorrecta de los pesos puede variar el resultado de la medida de eficiencia.
- iv) Pueden generarse sesgos en los resultados del *score* o el *ranking* dependiendo de la calidad y exactitud de los *inputs* y *outputs* considerados o a la omisión de *inputs* y *outputs* significativos (Cooper, Pastor, Borras, Aparicio, & Pastor, 2011) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Coelli, Rao, O'Donnell, & Battese, 2005).
- v) Por último, una de las limitaciones más señaladas es la sensibilidad del análisis a los *outliers* (valores extremos) (Cooper W., Li, Seiford, & Zhu, 2011) (Cooper, Seiford, & Kaoru, 2007) (Coelli, Rao, O'Donnell, & Battese, 2005).

Por otra parte, Cooper y otros (2007) resaltan algunas de las ventajas más relevantes del DEA sobre los modelos paramétricos:

- i) No es necesario realizar una formulación previa del comportamiento de la frontera por lo que ésta se genera a partir de la información observada de la muestra de las DMU.

- ii) Pueden incorporarse en el análisis variables de carácter categórico y exógeno.
- iii) Tiene capacidad de manejar situaciones de múltiples *outputs* y múltiples *inputs*.
- iv) Se obtiene la caracterización de las DMU incluidas en la muestra en términos de eficiencia relativa.
- v) Esto permite optimizar la medida de eficiencia de cada DMU en relación con las otras DMU de la muestra, utilizando como referentes DMUs lo más homogéneas posibles.
- vi) Al realizar una proyección de la DMU ineficiente sobre la envolvente, generada de las mejores prácticas registradas en la muestra, es posible señalar áreas de mejora.
- vii) Los pesos de los *inputs* y los *outputs* son diferentes para cada una de las DMU analizadas por lo que las mejoras señaladas corresponden a su propia función de producción.

En cuanto a la utilización de datos de corte transversal o de panel, tanto en AFE como en DEA o FDH, la mayoría de los estudios publicados realizan análisis de corte transversal (Cooper, Pastor, Borras, Aparicio , & Pastor, 2011) (Daraio & Simar, 2010) (Hussey, et al., 2009) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Hollingsworth & Peacock, 2008) (García Fariñas, Sánchez Delgado, Chaviano Moreno, & Muñiz Cepero, 2007) (Coelli, Rao, O'Donnell, & Battese, 2005) (Lovell, 2001) (Ruiz Gómez, 2000) (González & Barber, 1996).

Hasta ahora, con el primer capítulo de esta investigación, se ha realizado un breve recorrido por la teoría de la producción y la eficiencia. Se han analizado los principales desarrollos en torno a la estimación de la eficiencia, destacando los modelos paramétricos y los modelos no paramétricos. Los capítulos 2 y 3 profundizan en los modelos DEA tradicionales y DEA estocásticos respectivamente. El capítulo 4 presenta los métodos tradicionales para la el análisis de la eficiencia a través del tiempo. Finalmente, en el capítulo 5 se expondrán los principios de la estadística bayesiana, y en como ésta puede incorporarse a los modelos DEA para mejorar las estimaciones de eficiencia.

Cap.2 Análisis Envolvente de Datos (DEA)

Como se reflejó en el capítulo anterior, el DEA tiene ventajas en cuanto a la estimación e interpretación de resultados que se adecúan a las características del sector sanitario, principalmente porque en este sector la definición de una forma funcional para la función de producción es sumamente compleja. Por esta razón, en este capítulo se realiza un análisis más profundo sobre el DEA, su formulación y estimación.

Partiendo de que el conjunto de producción (Ψ), la función de producción y la eficiencia $(\theta(x, y), \lambda(x, y))$ ¹⁵ son en la práctica desconocidos, el problema que el DEA resuelve es cómo estimar la eficiencia como una frontera *inputs* ($\partial C(y)$) o como una frontera *outputs* ($\partial P(x)$) para una muestra de $DMUs = \{(x_i, y_i) \mid i = 1, \dots, n\}$.

A continuación se presentan los dos modelos clásicos del DEA, según se suponga RCE o RVE. Se analizan los factores de sensibilidad del DEA y las propuestas de solución. Se dedica especial atención a dos elementos, la detección de *outliers* y la incorporación de *inputs* exógenos a los modelos DEA.

2.1 Modelo DEA

Dado que no se conoce la función de producción, la estimación de la frontera se realiza a partir de las combinaciones de los *inputs* y *outputs* observados, por lo que se deben establecer supuestos sobre los rendimientos a escala, la disponibilidad de *inputs* y *outputs*, y la convexidad del conjunto de posibles combinaciones *inputs-outputs*.

La formulación DEA general propuesta por Farrell (1957) se define matemáticamente, bajo el supuesto de RCE, como:

$$\hat{\Psi}_{DEA} = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}_+^{j+k} \mid y \leq \sum_{i=1}^n \gamma_i Y_i; x \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i X_i; (\gamma_1, \dots, \gamma_n) \text{ s.a. } \gamma_i \geq 0; i = 1, \dots, n \right\}$$

Donde:

(x, y) : *inputs* y *outputs* de la DMU_i a evaluar

Y_i : matriz de *outputs*

X_i : matriz de *inputs*

¹⁵ Según se analice con orientación *inputs* u orientación *outputs*.

γ_i : vector intensidad, muestra la influencia de cada DMU sobre la DMU evaluada

De la formulación general se derivan dos modelos básicos. El desarrollado por Charnes, Cooper y Rhodes (1978) conocido como DEA-CCR y que considera RCE; y el atribuido a Banker, Charnes y Cooper (1984) que supone RVE y al que se le denota como DEA-BCC.

La Tabla 1 presenta la formulación matemática de ambos modelos considerando la orientación del análisis, *outputs* e *inputs*.

Tabla 1 Modelos Básicos de Estimación del DEA para la DMU (x_0, y_0)

Orientación <i>Input</i>	
Frontera	$\hat{C}(y) = \{x \in \mathbb{R}_+^k (x, y) \in \hat{\Phi}_{DEA}\}$ donde $\partial \hat{C}(y)$ es el estimador de la frontera dado y .
Modelo CCR (RCE)	$\hat{\theta}_{DEA}(x_0, y_0) = \min \left\{ \theta \left y_0 \leq \sum_{i=1}^n \gamma_i Y_i ; \theta x_0 \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i X_i ; \theta > 0 ; \gamma_i \geq 0 ; i = 1, \dots, n \right. \right\}$
Modelo BCC (RVE)	$\hat{\theta}_{DEA}(x_0, y_0) = \min \left\{ \theta \left y_0 \leq \sum_{i=1}^n \gamma_i Y_i ; \theta x_0 \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i X_i ; \theta > 0 ; \sum_{i=1}^n \gamma_i = 1 ; \gamma_i \geq 0 ; i = 1, \dots, n \right. \right\}$
Orientación <i>Output</i>	
Frontera	$\hat{P}(x) = \{y \in \mathbb{R}_+^l (x, y) \in DEA\}$ donde $\partial \hat{P}(x)$ es el estimador de la frontera dado x .
Modelo CCR (RCE)	$\hat{\lambda}_{DEA}(x_0, y_0) = \max \left\{ \lambda \left \lambda y_0 \leq \sum_{i=1}^n \gamma_i Y_i ; x_0 \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i X_i ; \lambda > 0 ; \gamma_i \geq 0 ; i = 1, \dots, n \right. \right\}$
Modelo BCC (RVE)	$\hat{\lambda}_{DEA}(x_0, y_0) = \max \left\{ \lambda \left \lambda y_0 \leq \sum_{i=1}^n \gamma_i Y_i ; x_0 \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i X_i ; \lambda > 0 ; \sum_{i=1}^n \gamma_i = 1 ; \gamma_i \geq 0 ; i = 1, \dots, n \right. \right\}$

Elaboración propia

En la Tabla 2 se presentan los supuestos sobre el vector intensidad (γ_i) que deben incorporarse en los modelos DEA dependiendo del tipo de rendimientos a escala que se asuma.

Tabla 2 DEA: Supuestos sobre los rendimientos a escala

Rendimientos a Escala	Supuesto sobre γ_i
Constantes (RCE)	$\gamma_i \geq 0 ; i = 1, \dots, n$
Variables (RVE)	$\sum_{i=1}^n \gamma_i = 1 ; \gamma_i \geq 0 ; i = 1, \dots, n$
No Crecientes (RNCE) ¹⁶	$\sum_{i=1}^n \gamma_i \leq 1 ; \gamma_i \geq 0 ; i = 1, \dots, n$
No Decrecientes (RNDE) ¹⁷	$\sum_{i=1}^n \gamma_i \geq 1 ; \gamma_i \geq 0 ; i = 1, \dots, n$
Decrecientes (RDE)	$\sum_{i=1}^n \gamma_i < 1 ; \gamma_i \geq 0 ; i = 1, \dots, n$
Crecientes (RCrE)	$\sum_{i=1}^n \gamma_i > 1 ; \gamma_i \geq 0 ; i = 1, \dots, n$

Elaboración propia

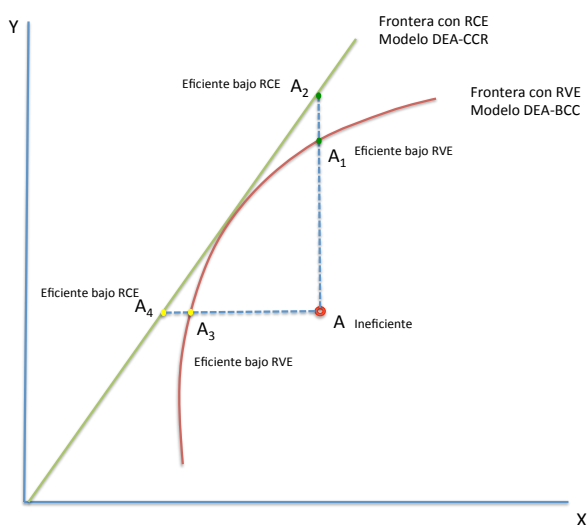
¹⁶ Rendimientos No Crecientes a Escala: Se permite la existencia de tramos con rendimientos constantes y decrecientes a Escala.

¹⁷ Rendimientos No Decrecientes a Escala: Se permite la existencia de tramos rendimientos constantes y crecientes a Escala.

Siguiendo a Farrell, una DMU (x_0, y_0) eficiente con orientación *inputs* tiene un *score* de eficiencia $\theta(x_0, y_0) = \min\{\theta | \theta x_0 \in C(y_0)\} = \min\{\theta | (\theta x_0, y_0) \in \Psi\} = 1$. De forma análoga, $\lambda(x_0, y_0) = \max\{\lambda | \lambda y_0 \in P(x_0)\} = \max\{\lambda | (x_0, \lambda y_0) \in \Psi\} = 1$ si la orientación es a los *outputs*. En condiciones de eficiencia $\theta(x_0, y_0) = \lambda(x_0, y_0) = 1$. La eficiencia de una DMU puede ser estimada por cualquier de estas dos aproximaciones dependiendo del interés de investigador.

La Figura 8 muestra la comparación de los modelos DEA-CCR y DEA-BCC para alcanzar la frontera eficiente. La DMU **A** debe desplazarse de **A** a **A₄**, en el caso de análisis orientación *inputs*, o de **A** a **A₂** en el caso de orientación *outputs*. En el modelo DEA-BCC, la DMU **A** debe desplazarse a **A₃** en el caso de orientación *inputs* o a **A₁** en el caso de orientación *outputs*. Gráficamente puede verse que la DMU_A alcanza primero la frontera en el modelo DEA-BCC, ya que las empresas modifican su dimensión a través del tiempo hasta alcanzar el tamaño de planta más productiva. Es decir, trabajan con RVE en el corto plazo y con RCE en el largo plazo.

Figura 8 Eficiencia bajo RVE y RCE



Elaboración propia

Banker y Thrall (1992) demostraron que la frontera estimada a través del modelo DEA-CCR es más restrictiva y genera, normalmente, un menor número de DMU eficientes así como un *score* menor que el estimado a través del modelo DEA-BCC.

Como se detalló en el capítulo 1, cuando se estima la eficiencia técnica suponiendo RCE (DEA-CCR), el resultado es indiferente a la orientación del análisis, es decir $ET_0^{RCE} =$

ET_i^{RCE} . Sin embargo, cuando se suponen RVE (DEA-BCC), la eficiencia técnica estimada con orientación *input* y con orientación *output* no son necesariamente iguales. Suponiendo rendimientos crecientes a escala, $ET_0^{RVE} \leq ET_i^{RVE}$, y suponiendo rendimientos decrecientes a escala $ET_0^{RVE} \geq ET_i^{RVE}$ (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008).

Cabe recordar que los modelos DEA generan para cada DMU: i) el *score* de eficiencia; ii) los pares de referencia (*peers*); iii) el vector intensidad; iv) los pesos de cada *input* y *output*; v) los *slacks* en cada uno de los *inputs* y *outputs*.

Los *scores* se generan como un índice de eficiencia para cada DMU de la muestra que permite establecer un *ranking* u ordenamiento de las DMUs, separando aquellas que son eficientes (ET=1) de las que no lo son.

Los pares de referencia (*peers*) son aquellas DMUs que se utilizan para la estimación del *score*. Se seleccionan como referentes aquellas que son más eficientes en la utilización de los recursos.

El vector intensidad muestra la contribución de cada DMU de la muestra en la estimación de la eficiencia de la DMU evaluada.

Los pesos de los *inputs* y los *outputs* reflejan la importancia de cada una de las variables sobre la eficiencia de la DMU. Estos pesos son diferentes para cada una de las DMU.

Los *slacks* u holguras permiten identificar factores de mejora de una DMU. En la Figura 9 se ejemplifican los *slacks*. En el panel izquierdo la DMU₁ tiene un *slack* en el insumo X^1 , dado que podría producir la misma cantidad de *output* disminuyendo la cantidad utilizada del *input* X^1 pasando de X_2^1 a X_1^1 tal y como lo realiza DMU₂. De forma análoga, en el panel derecho la DMU₁ podría incrementar la producción del *output* Y^1 y alcanzar la producción de la DMU₂ sin modificar la cantidad de *inputs* utilizados. En ambos casos tanto la DMU₁ como la DMU₂ son eficientes en el sentido Farrell-Debreu. Sin embargo, los *slacks* muestran el movimiento que debería darse para alcanzar la eficiencia Pareto-Koopmans. Los *slacks* también se obtienen para las DMUs ineficientes realizando en una primera etapa un movimiento radial hacia la frontera (eficiencia Farrell-Debreu) y posteriormente un movimiento sobre la frontera (eficiencia Pareto-Koopmans) (Daraio & Simar, 2010).

En el caso de orientación *input* el *slack* para la DMU_i y el *input* j se calcula como (Daraio & Simar, 2010):

$$s_i^j = x_i^j \hat{\theta}(x_i, y_i) - \sum_{i=1}^n \gamma_i x_i$$

Siendo:

γ_i el vector de intensidad

x_i el vector de *inputs*

$\hat{\theta}(x_i, x_i)$ el *score* de eficiencia

j *inputs*

En el caso de orientación *output* el *slack* para la DMU_i y el *output* k se calcula como (Daraio & Simar, 2010):

$$s_o^k = \sum_{i=1}^n \gamma_i y_i - y_i^k \hat{\lambda}(x_i, y_i)$$

Siendo:

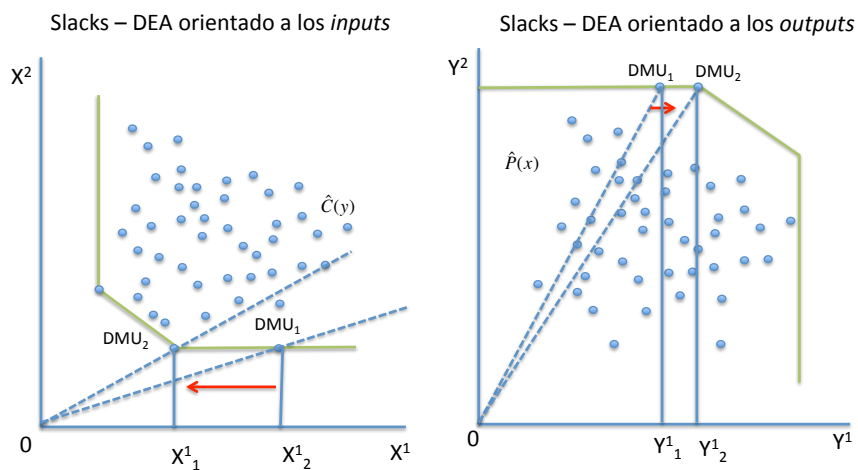
γ_i el vector de intensidad

y_i el vector de *outputs*

$\hat{\lambda}(x_i, x_i)$ el *score* de eficiencia

k *outputs*

Figura 9 Los Slacks y el DEA



Adaptado de Daraio y Simar 2010

2.2 Aspectos de sensibilidad en modelos DEA

La estabilidad de los resultados estimados mediante modelos DEA depende, como en cualquier otro modelo, de los insumos utilizados en su construcción y del modelo en sí mismo. Sin embargo, estas estimaciones son especialmente sensibles a determinados factores, la presencia de *outliers* y de *inputs* exógenos que son las más significativas, pero no las únicas. La Tabla 3 presenta un resumen de los factores de sensibilidad tratados en la literatura y algunas propuestas para su solución (Cooper, Seiford, & Zhu, 2011) (O'Donnell C., 2011) (Daraio & Simar, 2010) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Cooper W., Li, Seiford, Tone, Thrall, & Zhu, 2001).

Tabla 3 Sensibilidad del DEA: Problemas y Posibles Soluciones

Problema	Efecto	Solución	Estudios
Valores Extremos (outliers)	Alteración del <i>ranking</i>	<i>Free Disposal Hull</i> <i>Fuzzy Programming Approach</i> Detección por Nube de Datos Súper - Eficiencia Fronteras Parciales: orden-m y orden-a	(Wilson, 1995) (Daraio & Simar, 2010) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (O'Donnell C., Econometric estimation of distance functions and associated measures of productivity and efficiency change, 2011) (Cooper, Seiford, & Zhu, 2011) (Lee, Chu, & Zhu, 2011) (Du, Liang, & Zhu, 2010) (De Witte & Marques, 2010)
Clasificación de Inputs y Outputs	Estabilidad del modelo, <i>ranking</i> y <i>scores</i>	Modelos DEA en etapas para clasificar los: <i>Inputs</i> : Controlables, No Controlables y Ambientales <i>Outputs</i> : Controlables, Deseables y No Deseables	(Daraio & Simar, 2010) (Cooper, Seiford, & Zhu, 2011) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Sueyoshi & Goto, 2011) (Podinovski & Kuosmanen, 2011) (Paradi, Vela, & Zhu, 2010) (Balk, 2008)
Unidades de medida	Estabilidad del <i>ranking</i> según se utilicen variables en cantidades o en unidades monetarias.	Análisis de Disposición a pagar Análisis Conglomerados Análisis de Redes Neuronales	(Cross & Färe, 2008) (Chambers & Färe, 2008) (Kao, Lu, & Chiu, 2011)
Selección de Variables	Estabilidad del modelo, <i>ranking</i> y <i>scores</i> . Subestimación de eficiencia.	Análisis por procesos (<i>Networks</i>) Modelo fraccional no lineal, considerando el criterio de los expertos. Omisión de Inputs Modelo en 5 Etapas (Análisis de Heterogeneidad)	(Cook, Zhu, & Yang, 2010) (Edirisinghe & Zhang, 2010) (Chen, Du, Sherman, & Zhu, 2010) (Liu, 2011) (Coll Serrano & Blasco Blasco, 2006) (Avkiran, 2010) (Samoilenko & Osei-Bryson, 2010)
Cantidad de Inputs y Outputs	En muestras pequeñas se presenta inestabilidad en los resultados	$n \geq \max\{j \times k, 3(j + k)\}$ Donde n= Cantidad DMU j= cantidad inputs k= cantidad outputs Reducción de variables mediante Análisis de Componentes Principales (PCA-DEA) o Análisis de Reducción de Variables basadas en covarianzas parciales (VR-DEA) Integración de Componentes Independientes (ICA)	(Cooper W., Li, Seiford, & Zhu, 2011) (Cooper, Seiford, & Zhu, 2011) (Adler & Yazhemsy, 2010) (Kao, Lu, & Chiu, 2011)
Independencia de las variables	Dependencia Lineal entre <i>inputs</i> y <i>outputs</i> . <i>Output-Output</i> : El agregar o quitar no cambia el <i>ranking</i> <i>Input-Output</i> : redundancia cruzada	Estimar Modelos DEA: CCR y BCC Eliminando <i>Output</i> e <i>inputs</i> de forma sistemática para eliminar la redundancia.	(Lee & Choi, 2010)
Ruido estadístico vs eficiencia	No se puede distinguir claramente la ineficiencia Eficiencia espuria en presencia de incertidumbre	Modelos estocásticos Análisis <i>Bootstrap</i>	(Daraio & Simar, 2010) (Cooper, Seiford, & Zhu, 2011) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (O'Donnell C., Econometric estimation of distance functions and associated measures of productivity and efficiency change, 2011) (O'Donnell, Chambers, & Quiggin, 2010)

Elaboración Propia

Estas fuentes de sensibilidad contribuyen a los dos tipos de errores de estimación: i) error de tipo I, cuando las unidades eficientes se definen incorrectamente como ineficientes; y ii) error tipo II, cuando las unidades ineficientes se definen erróneamente como eficientes, un problema que aparece con especial frecuencia cuando se suponen RVE (Adler & Yazhemsky, 2010).

De Witte y Marques (2010) señalan que los *outliers* pueden surgir por diversas razones, entre ellas: i) valores excepcionalmente altos o bajos en comparación con la media de la muestra; ii) diferencia en la medida de los valores, especialmente en la forma en que cada DMU realiza la medición de las variables; iii) diferencia en la propiedad de las DMU, p.e. público o privado; y iv) las diferencias generadas por las buenas o malas prácticas gerenciales de las DMUs.

Las aproximaciones gráficas permiten tener una primera impresión sobre la presencia de DMUs *atípicas*. Los dos métodos más utilizados para la detección de *outliers*, son la súper eficiencia y las fronteras parciales (*orden-m* y *orden- α*), ambas se exponen en el epígrafe 2.3.

En cuanto a la clasificación de los *inputs* y los *outputs*, el principal problema se presenta en la identificación de aquellos que pueden ser gestionados por la DMU y aquellos que aún formando parte del proceso productivo no pueden ser controlados por ella. En estos casos, se utilizan modelos en etapas con el fin de incorporar de forma adecuada aquellos *inputs* y *outputs* que no pueden ser efectivamente gestionados por la DMU (Cooper, Seiford, & Zhu, 2011) (Cooper W. , Li, Seiford, Tone, Thrall, & Zhu, 2001). Dado el interés en el proceso de incorporación de *inputs* no controlables, en el apartado 2.4 se analizan los modelos DEA en etapas.

Cross y Färe (2008) señalan dos tipos de problemas relacionados con la forma en que se miden las variables. En primer lugar, demostraron que existen diferencias en los *scores* y en el *ranking* dependiendo de si las variables están en valor o en cantidad. En segundo lugar, muestran que en el caso de que las variables están medidas en valor, se presenta un problema relacionado con las diferencias de precios que pueden darse, tanto en *inputs* como en *outputs*, entre las diferentes DMUs. Proponen solucionar cualquiera de los dos problemas separando el efecto de los precios sobre la eficiencia de la forma $ET_v(y_{vk'}, x_{vk'}) = ET_i(y_{k'}, x_{k'}) \times \gamma_{k'} \times \delta_{k'}$, donde $\gamma_{k'}$ corresponde al efecto tecnológico y $\delta_{k'}$ corresponde al efecto gestión.

En lo que se refiere a selección y medición de las variables, Balk (2008) menciona que la selección de los *inputs* y *outputs* es clave para la correcta elaboración del modelo. En el caso de los *inputs* se deben considerar los *inputs* primarios e intermedios. Por el lado de los *outputs*, el principal problema se encuentra en la forma en que estos se definen, que además es más compleja cuando se tienen *outcomes* y *outputs*.

Cook, Zhu y Yang (2010) proponen analizar la eficiencia considerando los diferentes niveles estructurales del proceso (*networks*), es decir, aquellos modelos en los que se reconoce la existencia de *outputs* intermedios u *outcomes*. Además de los modelos Networks-DEA, los desarrollos más recientes apuntan a modelos fraccionales no lineales que incorporan criterios de expertos, y a modelos de análisis de heterogeneidad en cinco etapas. (Cook, Zhu, & Yang, 2010) (Chen, Du, Sherman, & Zhu, 2010) (Avkiran, 2010) (Samoilenko & Osei-Bryson, 2010)

Es igualmente importante realizar una clasificación adecuada de los *inputs* y *outputs*, considerando la capacidad de gestión por parte de la DMU, en el caso de los *inputs*, o la generación de *outputs* no deseables en el caso de los *outputs* (Cooper, Seiford, & Zhu, 2011) (Daraio & Simar, 2010) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008).

En lo que corresponde a la cantidad de variables a incluir Cooper y otros (2011) proponen como regla, para la estimación para modelos DEA, que la cantidad de DMU sea, al menos, $n \geq \max\{j \times k, 3(j + k)\}$ siendo n =número de DMUs, j =número de *inputs* y k =número de *outputs*. Entre mayor sea el número de variables menos grados de libertad existirán ya que se obtienen como la diferencia entre el número de unidades a evaluar y la cantidad de variables utilizadas para ello. Cuando se trata de análisis no paramétricos de tipo DEA el tamaño muestral suele ser relativamente pequeño, por lo que la recomendación es siempre utilizar la menor cantidad posible de variables. (Cooper, Seiford, & Zhu, 2011) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Daraio & Simar, 2005)

En lo que respecta a la independencia, Lee y Choi (2010) analizan los efectos sobre el *score* cuando existe dependencia lineal entre variables. Se pueden presentar tres diferentes casos de dependencia: entre *inputs*, entre *outputs*, y entre un *input* y un *output*. En los dos primeros casos la ruta habitual es realizar un análisis de redundancia cruzada buscando la exclusión de variables redundantes sobre la base de que su eliminación del modelo no afecte los *scores* de eficiencia. En el caso de que exista una dependencia lineal entre *inputs* y *outputs* el efecto sobre las estimaciones en los resultados del DEA no están claros.

Por último, por su propia naturaleza determinista, los modelos DEA no estiman el ruido estadístico. Sin embargo, desde principios de la década de los años 90 se comienzan a analizar las posibilidades de separación entre ruido estadístico e ineficiencia (Banker, 1993)(Korosteler, Simar & Tsybakov, 1995)(Kneip, Park & Simar, 1998)(Gijbels, Mammen, Park & Simar, 1999)(Simar & Wilson, 2000). Simar y Wilson (1998) propusieron utilizar un modelo con *bootstrap* homogéneo para realizar análisis estadísticos sobre los resultados de modelos DEA. En el 2000 incorporan el *bootstrap* heterogéneo para generar *scores* estadísticamente significativos utilizando como modelo principal el DEA. Otra propuesta son los modelos semi-paramétricos que podrían solucionar este problema al realizar, en una primera etapa, el análisis de la eficiencia mediante modelos DEA, y en una segunda utilizar estos *scores* de eficiencia obtenidos como variable dependientes en modelos paramétricos (Simar, 1992) (Florens & Simar, 2005) (Daraio & Simar, 2010). Una tercera aproximación son los denominados modelos DEA Estocásticos que nacen de la propuesta de Cooper y otros (2003). Este tema se desarrolla con mayor profundidad en el capítulo 3.

2.3 Detección de *Outliers*

Los gráficos de dispersión y de caja son los más utilizados como primera herramienta en la detección de *outliers*.

Wilson (1995) propuso un método automático para la detección de *outliers*. Considerando que los *inputs* (X) pertenecen al espacio \mathbb{R}_+^j y los *outputs* (Y) pertenecen al espacio \mathbb{R}_+^k , cada DMU puede ser representada en la matriz que combina los espacios $\mathbb{R}_+^j \times \mathbb{R}_+^k$ ($X Y$). Propuso calcular el volumen de la “*nube de datos*” (ND) de forma proporcional al determinante de la matriz combinada. Este determinante se obtiene como la suma al cuadrado de los residuos de un modelo lineal de Y condicionado a X . Matemáticamente, se tiene que $Volumen\ ND \approx D(X, Y)$. El método consiste en extraer una a una las DMUs y calcular el determinante. Es de esperar que al realizar la extracción el volumen decrezca o no varíe cuando la DMU se encuentre en el medio de la nube. Si por otro lado, si la DMU está fuera, el volumen será mucho más pequeño, lo que indicaría que la DMU es un *outlier*. Para realizar la comparación de los determinantes (volumen de la nube) se utiliza la razón $R^{(i)} = \frac{D^{(i)}}{D}$, donde el supra índice (i) indica la DMU extraída. Una DMU_i se considera extrema cuando $R^{(i)}$ tiende a cero (Bogetoft & Otto, 2011)(Wilson, 2010).

Los modelos DEA que incorporan la súper eficiencia (DEA-SE), propuestos por Andersen y Petersen (1992), comparan la DMU evaluada con una combinación lineal de todas las demás DMUs, excluyendo la DMU evaluada. Este cambio en el modelo lleva a que la DMU evaluada pueda tener un *score* superior a 1, de aquí el término súper eficiencia.

El modelo DEA-SE para la DMU_0 , con orientación *output*, se definen matemáticamente como:

$$\hat{\lambda}_{DEA-SE_0} = \max \lambda$$

sujeto a:

$$\lambda y_0 \leq \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 0}}^n \gamma_i Y_i$$

$$x_0 \geq \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 0}}^n \gamma_i X_i$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 0}}^n \gamma_i = 1$$

$$\gamma_i \geq 0$$

Siendo:

Y_i la matriz de *outputs*

X_i la matriz de *inputs*

γ_i el vector intensidad

Las DMUs *outliers* serán aquellas para las cuales el *score* de eficiencia es superior a la unidad o para las que no es factible realizar el cálculo de la eficiencia, lo cual indicaría que son suficientemente diferentes al resto de unidades de producción. Wilson (1993) (1995) propone una modificación al modelo de Andersen y Petersen (1992) de forma que la exclusión de las DMUs se realice siguiendo dos criterios: el nivel de eficiencia a partir del cual se considera una unidad como *outlier*, y el porcentaje máximo de DMU que pueden ser excluidas de la muestra. Aunque ambos criterios quedan a juicio del investigador, Wilson propone 1.2 en el caso del *score* máximo aceptado para no considerar una DMU *outliers* y la eliminación de un máximo del 5% unidades de la muestra.

Como se expuso anteriormente, las fronteras parciales tanto de *orden-m* como de *orden- α* permiten la detección de *observaciones atípicas*. Estas fronteras fueron desarrolladas por Cazals y otros (2002) y Simar (2003). Para su estimación se requiere reformular las condiciones de producción en términos de probabilidad¹⁸ (Daraio & Simar, 2010).

En las fronteras de *orden-m* se considera que la *DMU* (x, y) produce un nivel y de *output* usando una cantidad x de *input* y se estima el nivel de eficiencia $\phi_m(y)$ a través de un proceso de re muestreo de una submuestra de tamaño m de *DMUs* competidoras potenciales. El valor m representa el número de empresas potenciales (extraídas de la muestra de *DMUs*) lo más homogéneas posibles. Cuando $m = n$ significa que todas las *DMUs* se incluyen en el análisis y la frontera parcial coincide con la frontera plena. La estimación de fronteras de *orden-m* requiere que se defina el número de *unidades* a considerar en la sub muestra (m) y la cantidad de re muestreos (d) (Daraio & Simar, 2010) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Zhu, 2009).

Daraio y Simar (2010) mencionan algunas de las características que hacen atractivo el uso de las fronteras parciales:

- i) Los estimadores de eficiencia de la frontera de *orden-m* son consistentes con los estimadores de la frontera plena cuando m es fija y n tiende a infinito.
- ii) Cuando m tiene a infinito, las frontera de *orden-m* converge a la frontera plena. Sin embargo, debe tenerse presente que los estimadores no paramétricos de las fronteras parciales convergen a la plena cuando n tiende a infinito.
- iii) Dado que las fronteras parciales no envuelven todas las *DMUs*, están menos expuestas a los efectos de valores extremos.
- iv) Dadas las propiedades estadísticas, los estimadores robustos de eficiencia no están expuestos a problemas de dimensionalidad como la mayoría de los estimadores no paramétricos de DEA y FDH.
- v) Señalan como la más importante la interpretación económica de los resultados de eficiencia de las fronteras parciales. La frontera de *orden-m* provee tanto un estimador robusto de eficiencia como un indicador de *benchmark*¹⁹.

¹⁸ Daraio y Simar (2010) presentan la reformulación de los modelos DEA en términos de probabilidades y presentan las formulación y características de las fronteras parciales de *orden-m* y de *orden- α* .

¹⁹ Bogetoft & Otto, 2011, realizan un análisis completo sobre la utilización de los análisis de frontera como métricas de *Benchmarking*.

En el caso de las fronteras parciales de orden- α se define el porcentaje de DMU a incluir en el cálculo de los *scores*. Si $\alpha = 100\%$, la frontera parcial coincidiría con la frontera total; sin embargo al considerar un $\alpha < 100\%$ permite estimar DMUs que pueden resultar súper eficientes. Una de las principales ventajas de las fronteras de orden- α es que son menos sensibles ante la presencia de datos extremos en las variables, pero menos ante la presencia de DMUs *outliers*.

Tal y como señala Thanassoulis y otros (2008) todos los métodos desarrollados para la detección y tratamiento de los *outliers* son subjetivos y deben considerarse dos factores importantes al respecto. En primer lugar, la presencia de DMUs *outliers* implica que tienen comportamientos suficientemente diferentes por lo que alteran el *ranking* y el *score* de cada una de las DMU. En segundo lugar, independientemente del método utilizado para su detección y dado que uno de los supuestos principales de los modelos DEA es la homogeneidad de la muestra, la recomendación es excluir las DMU *outliers* del análisis.

2.4 Clasificación de *Inputs* y *Outputs*

Al igual que en el caso de la detección de *outliers* es necesario clasificar correctamente las variables en los modelos DEA. Debe tenerse claro qué variables pueden ser gestionadas por la DMU y cuáles no. En el caso de los *inputs*, los que no pueden ser directamente gestionados por la DMU, *inputs* no controlables, en algunos casos resultan ser tanto o más importantes para la estimación de la eficiencia que los *inputs* controlables. En el caso de los *outputs* este análisis se realiza sobre los *outputs* no deseados (contaminación, por ejemplo).

La primera propuesta para la incorporación de *inputs* no controlables es el modelo en una etapa de Banker y Morey (1986). Este modelo no busca la equi proporcionalidad de todos los *inputs*, sino solamente sobre aquellos que son controlables, por lo que cada DMU es comparada solamente con los pares que utilizan una cantidad igual o inferior de dicho *input*, esto hace que los *scores* resultantes sean iguales o menores a los obtenidos incluyendo todos los *inputs* como controlables. Cordero Ferrera y otros (2007) señalan tres limitaciones de este modelo: i) su aplicación está dirigida a modelos orientados al *input*, ya que en modelos orientados al *outputs* todo los *inputs* se consideran dados; ii) las DMUs eficientes son las mismas que en un modelo DEA incorporando todos los *inputs* como controlables; iii) la inclusión de más variables disminuye los grados de libertad con lo se presentarían más DMUs como eficientes.

Considerando estas limitaciones, Ali y Seiford (1993) fueron los primeros en sugerir un modelo en dos etapas que fue adaptado por Fried y Lovell (1996), Fried y otros (1999) y Fried y otros (2002). Estos modelos tienen en una primera etapa un modelo DEA y en la segunda el objetivo es maximizar la suma de los *slacks* en *inputs* y *outputs* manteniendo el *score* ($\hat{\theta}$ o $\hat{\lambda}$) óptimo estimado en la primera etapa. Este método implica la resolución de dos problemas para cada DMU:

- i) Primera etapa: el objetivo es estimar el *score* óptimo.
- ii) Segunda etapa: A partir del *score* obtenido se ajustan los *inputs* y se procede a ajustar los *slacks* para mover, radialmente, el punto proyectado en la primera etapa (eficiencia de Farrell) a un punto sobre la envolvente (óptimo Pareto-Koopmans).

Para la segunda etapa se suelen utilizar modelos de regresión, para determinar la relación entre el nivel de eficiencia y los *inputs* no controlables. En el caso de orientación *input*, se define como $\hat{\theta}_i = f(Z_i, \beta_j) + u_i$, donde $\hat{\theta}_i$ es el resultado de la eficiencia obtenida en la primera etapa con el modelo DEA y Z_i corresponden a los *inputs* no controlables. Cordero Ferrera y otros (2005) señalan que los resultados finales serán sesgados y pueden ser el origen de una posible correlación entre los *inputs* de la primera etapa y las variables independientes de la segunda. La principal ventaja es que se obtienen directamente los coeficientes β_j para cada *input* no controlable. Tone (1999) y Cooper, Seiford y Tone (2000) plantean un paso adicional en el que se proyectan las DMUs ineficientes sobre un punto eficiente que tenga una combinación *input* y *output* tan próximo a las DMUs eficientes como sea posible; esto implica buscar el punto de proyección más cerca de la DMU ineficiente en lugar del más lejano, por lo que es poco utilizado (Coelli, Rao, O'Donnell, & Battese, 2005) (Coll Serrano & Blasco Blasco, 2006).

Los modelos en tres etapas propuestos por Fried y Lovell (1996) y modificado por Muñiz (2002) plantean utilizar los *slacks* y no los *scores* como variables a analizar. A diferencia del modelo bietápico, se utiliza aproximaciones no paramétricas en las tres etapas con lo que se busca una mayor coherencia en el análisis.

- i) Primera etapa: se calcula el *score* y los *slacks* totales para las $j + k$ variables, utilizando un modelo DEA.
- ii) Segunda etapa: se calculan tantos modelos DEA como variables tenga el modelo. Se incluye como *input* el *slack* calculado en la primera etapa y como *outputs*, los *inputs* no controlables. La orientación siempre es a los *inputs* puesto que lo que se busca

es minimizar el *slack* dado los *inputs* no controlables. Como resultado se obtiene el mínimo *slack* posible dados los *inputs* no controlables.

iii) Tercera etapa: se ajustan²⁰ los valores iniciales de las variables de acuerdo a los *slacks* obtenidos en el segunda etapa. Se estima la eficiencia utilizando el modelo formulado en el primera etapa. Como resultado se obtienen los *scores* ajustados por *inputs* no controlables.

Entre las principales ventajas están: i) incluye simultáneamente los *slacks* radiales y no radiales, ii) hay una mayor discriminación dado que en ninguna etapa se incorporan todas las variables de forma simultanea, y iii) hay una mayor coherencia en el proceso dado que en todas las etapas se utilizan modelos no paramétricos. Cabe recordar que en los análisis no paramétricos determinísticos no se supone una forma funcional de la frontera eficiente y toda desviación de la frontera se considera ineficiencia (Cordero Ferrera, Pedraja Chaparro, & Salinas Jiménez, 2005).

Los modelos en cuatro etapas plantean realizar en primer lugar un modelo DEA para obtener los *slacks*. En la segunda, utilizando ecuaciones de regresión Tobit, se obtienen los *slacks* mínimos considerando los *inputs* no controlables, de la forma $ITS_j^k = f(Z_j^k, \beta_j, u_j^k)$ donde ITS_j^k son los *slacks* totales obtenidos de la primera etapa y Z_j^k los *inputs* no controlables. En la tercera etapa se ajustan los *slacks* asociados a cada *input* considerando los *inputs* no controlables. En la última se corre un modelo DEA utilizando los *inputs* ajustados. Estos modelos presentan las ventajas de los modelos en tres etapas y superan la limitación de los otros al discriminar entre DMUs eficientes por efecto de *inputs* no controlables y eficientes por gestión. Sin embargo, pueden surgir sesgos si existe correlación entre los *inputs* controlables y los *inputs* no controlables incluidos en el modelo de regresión (Cordero Ferrera, Pedraja Chaparro, & Salinas Jiménez, 2005).

La incorporación de los *inputs* no controlables a través de un modelo u otro depende de los objetivos del investigador. Los más recomendables son los modelos en tres o cuatro etapas, ya que permiten estimar los efectos de los *inputs* no controlables sobre los *inputs* controlables y los *outputs*.

Los ajustes realizados hasta este punto permiten depurar los resultados de los modelos DEA. Sin embargo quedan algunos puntos pendientes. En primera instancia, la estimación de modelos DEA que permitan realizar inferencia estadística sobre los niveles de

²⁰ El ajuste sobre los *inputs* controlables y los *outputs* se realizar, sumando o restando, según corresponda, el valor objetivo del DEA de la segunda etapa a los valores originales.

eficiencia, que será tratado en el capítulo 3. Además, solamente se ha planteado el análisis en un momento en el tiempo, corte transversal, el análisis tradicional a través del tiempo se presenta en el capítulo 4. El capítulo 5 se exponen los principios de la estadística bayesiana que nos permitirá realizar inferencia estadística en los modelos DEA, de forma distinta a la presentada en el capítulo 3. El empleo de estadística bayesiana en modelos de frontera es poco frecuente y está concentrado en los modelos AFE. La aplicación en modelos DEA es incipiente. En esta investigación se aplicará por primera vez en el sector sanitario.

Cap.3 DEA Estocástico

Los modelos no paramétricos estocásticos tienen como objetivo definir un modelo estadístico que permita aplicar inferencia para analizar las propiedades de los estimadores: el análisis de la coherencia, la corrección del sesgo y el cálculo de intervalos de confianza, entre las principales (Simar & Zelenyuk, 2011) (Simar & Wilson, 2006).

La posibilidad de realizar análisis inferencial sobre los resultados de los modelos DEA fue una preocupación sentida ya en 1963 cuando Charnes y Cooper estudian la posibilidad de incorporar aleatoriedad a los modelos DEA utilizando restricciones en términos probabilísticos. En esta misma línea, Aigner, Lovell y Schmidt (1977) propusieron estimar el error compuesto (ineficiencia) combinando modelos DEA con modelos de regresión. Banker (1993) introduce, en los modelos DEA, la ineficiencia como una variable independiente e idénticamente distribuida. Paralelamente, Land, Lovell y Thore (1993) y Olsen y Peterson (1995) proponen la utilización de restricciones que a su vez estén sujetas a una probabilidad surgiendo los modelos conocidos como DEA Estocásticos (SDEA). Simar y Wilson en 1998 expusieron la utilización de métodos *bootstrap* para el caso de múltiples outputs y múltiples *inputs* surgiendo los modelos DEA-*Bootstrap*.

En términos generales, suponiendo que $g(x_i)$ es una función desconocida que cumple con las propiedades descritas en el capítulo 1, que las cantidades de *inputs* y *outputs* se definen como variables aleatorias, y u representa la ineficiencia técnica (la desviación de la producción observada con respecto a la frontera), es posible formular la relación de producción, orientada al *output*, como (Banker, 1993):

$$y_i = g(x_i) - u_i, \quad i = 1, \dots, n$$

Donde n es el número de *DMU*, $y_i \in \mathbb{R}_+$ el vector de *outputs* observados, $x_i \in \mathbb{R}_+$ el vector muestral de *inputs*, y $u_i \geq 0$ una variable aleatoria, independiente e idénticamente distribuida con soporte en \mathbb{R}_+ y de tamaño $n \times 1$ que corresponde a la ineficiencia técnica.

La definición de la ineficiencia como una variable aleatoria permite incorporar posibles *shocks* aleatorios (Aigner & Chu 1968). De esta forma es posible incorporar en los modelos DEA una cierta heterogeneidad inobservable en la muestra. En estos modelos la frontera sigue siendo determinística ya que las desviaciones (ineficiencia) son interiores a la función de producción, pero se reconoce una cierta aleatoriedad en la estimación.

En los siguientes epígrafes se exponen los modelos DEA que agregan incertidumbre, conocidos como SDEA, que incorporan las restricciones en términos de probabilidad lo que incluye de forma explícita la aleatoriedad en la eficiencia, y los modelos DEA-*Bootstrap*, que utilizan herramientas de re-muestreo para estimar la eficiencia media de las DMU.

3.1 Modelo SDEA

Los modelos SDEA propuestos por Charnes y Cooper en 1963 y operacionalizados por Land, Lovell y Thore (por lo que se les conoce también como modelos LLT), proponen incorporar las restricciones en los modelos DEA en términos probabilísticos.

Cuando se estima la eficiencia utilizando modelos DEA se supone que la DMU_i pertenece al conjunto de producción y se le compara con resto de las $DMUs$ de la muestra con el fin de obtener, en el caso de orientación *inputs*, θ , un indicador de la eficiencia. En el caso de los modelos SDEA se introduce la posibilidad de que la DMU_i no pertenezca al conjunto de producción y para su estimación es preciso realizar cambios en las restricciones de los modelos DEA clásicos (Tabla 4).

Las restricciones son transformadas en términos de probabilidad, es decir, se establece una probabilidad $(1 - \alpha)$ de que la DMU_i incumpla con las restricciones, donde $\alpha \in (0,1)$. Ambos modelos coinciden en el caso de que $\alpha = 1$.

Tabla 4 Restricciones DEA y SDEA para la DMU0 orientación inputs con RVE

Modelo DEA (lineal determinístico)	Modelo SDEA (lineal estocástico)
Se tienen n DMU, k outputs y j inputs	
Función objetivo	
$\min \theta$	$\min \theta$
Restricciones	
$\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i - y_{r0} \geq 0$	$Pr \left(\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i - y_{r0} \geq 0 \right) \geq \alpha$
$r = 1, \dots, k$	$r = 1, \dots, k$
$\sum_{i=1}^n x_{si} \gamma_i - x_{s0} \leq 0$	$Pr \left(\sum_{i=1}^n x_{si} \gamma_i - x_{s0} \leq 0 \right) \geq \alpha$
$s = 1, \dots, j$	$s = 1, \dots, j$
$\gamma_i \geq 0$	$\gamma_i \geq 0$
$\sum_{i=1}^n \gamma_i = 1$	$\sum_{i=1}^n \gamma_i = 1$

Elaboración propia

El modelo SDEA de la Tabla 4 corresponde a un problema de programación lineal estocástico que puede ser reescrito como uno de programación no lineal determinístico transformando las restricciones sobre los *outputs* y sobre los *inputs* de la siguiente forma:

Restricciones sobre los outputs

Suponiendo:

1-Los *outputs* tienen una varianza finita y positiva,. Su desviación estándar está dada por:

$$sd = \left(var \left(\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i - y_{r0} \right) \right)^{-1/2}$$

2-La ineficiencia se distribuye como una normal, entonces:

$$\left(\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i - y_{r0} \right) \sim N \left[E \left(\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i - y_{r0} \right), var \left(\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i - y_{r0} \right) \right]$$

3-Siendo $\Phi(z)$ la distribución acumulada de la función normal estándar, entonces:

$z = \Phi^{-1}(\alpha)$ para cualquier $\alpha \in (0,1)$

Reescribiendo:

$$\Phi \left(\frac{E(\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i - y_{r0})}{(var(\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i - y_{r0}))^{1/2}} \right) \geq \alpha$$

$$\frac{E(\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i - y_{r0})}{(var(\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i - y_{r0}))^{1/2}} \geq \Phi^{-1}(\alpha)$$

$$E \left(\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i - y_{r0} \right) \geq z \left(var \left(\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i - y_{r0} \right) \right)^{1/2}$$

En términos matriciales:

$$y_r' \gamma + (E y_r - y_r)' \gamma - z (var(y_r' \gamma - y_{r0}))^{1/2} - E y_{r0} \geq 0$$

Restricciones sobre los inputs

De forma análoga se reescriben las restricciones sobre los *inputs* de la forma:

$$\left(\sum_{i=1}^n x_{si} \gamma_i - x_{s0} \theta \right) \sim N \left[E \left(\sum_{i=1}^n x_{si} \gamma_i - x_{s0} \theta \right), \text{var} \left(\sum_{i=1}^n x_{si} \gamma_i - x_{s0} \theta \right) \right]$$

Reescribiendo:

$$\frac{E(\sum_{i=1}^n x_{si} \gamma_i - x_{s0} \theta)}{(\text{var}(\sum_{i=1}^n x_{si} \gamma_i - x_{s0} \theta))^{1/2}} \leq -\Phi^{-1}(\alpha)$$

$$E \left(\sum_{i=1}^n x_{si} \gamma_i - x_{s0} \theta \right) \leq -\Phi^{-1}(\alpha) \left(\text{var} \left(\sum_{i=1}^n x_{si} \gamma_i - x_{s0} \theta \right) \right)^{1/2}$$

En términos matriciales

$$x_i' \gamma + (E x_s - x_s)' \gamma + z (\text{var}(x_s' \gamma - x_{s0} \theta))^{1/2} - E x_{s0} \theta \leq 0$$

En este caso, orientado al *input*, la diferencia entre los *outputs* de la DMU y los *outputs* ponderados de todas las DMUs es tratada como una variable aleatoria. Igual ocurre con la diferencia entre los *inputs* de la unidad de producción ajustados por su eficiencia y los *inputs* ponderados de todas las DMUs de la industria.

Por lo tanto, el problema no lineal determinístico a resolver es:

$$\min \theta$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i + \sum_{i=1}^n (E y_{ri} - y_{ri}) \gamma_i - z_{1-\alpha} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \gamma_i \gamma_k (\text{cov}(y_{rk}, y_{ri})) \right]^{1/2} \geq E y_{r0}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{si} \gamma_i + \sum_{i=1}^n (E x_{si} - x_{si}) \gamma_i + z_{1-\alpha} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \gamma_i \gamma_k (\text{cov}(x_{sk}, x_{si})) \right]^{1/2} - E x_{s0} \theta \leq 0$$

$$\gamma_i \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i = 1$$

Y en el caso de orientación a los *outputs* estaría dado por:

$$\max \lambda$$

sujeto a:

$$Pr \left(\sum_{i=1}^N y_{ri} \gamma_i \geq \lambda y_{r0} \right) \geq \alpha$$

$$Pr \left(\sum_{i=1}^N x_{is} \gamma_i \leq x_{0s} \right) \geq \alpha$$

$$\gamma_i \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i = 1$$

Operando se tiene el siguiente problema determinístico de programación no lineal:

$$\max \lambda$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n y_{ri} \gamma_i + \sum_{i=1}^n (E y_{ri} - y_{ri}) \gamma_i - z_{1-\alpha} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \gamma_i \gamma_k (\text{cov}(y_{rk}, y_{ri})) \right]^{1/2} \geq \lambda E y_{r0}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{si} \gamma_i + \sum_{i=1}^n (E x_{si} - x_{si}) \gamma_i + z_{1-\alpha} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \gamma_i \gamma_k (\text{cov}(x_{sk}, x_{si})) \right]^{1/2} \leq E x_{s0}$$

$$\gamma_i \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i = 1$$

Donde:

λ_0 el score de eficiencia de la DMU_0

γ_i el vector de intensidades; $i: 1, \dots, n$

y_{ri} el vector de *outputs*; $r: 1, \dots, R$

x_{si} el vector de *inputs*; $s: 1, \dots, S$

Ey_{ri} el vector de medias de los *outputs*; $r: 1, \dots, R$

Ex_{si} el vector de medias de los *inputs*; $s: 1, \dots, S$

α la mínima probabilidad de que las restricciones se satisfagan.

$z_{1-\alpha} = \Phi^{-1}(\alpha)$ el valor de la función normal estándar

$cov(y_{rk}, y_{ri})$ es la covarianza entre *output* r de la DMU_k y el *output* r de la DMU_i

$cov(x_{sk}, y_{si})$ es la covarianza entre *input* s de la DMU_k y el *output* r de la DMU_i

$\mu_i = \gamma_i$ para todo $i, j \neq 0$ y $\mu_i = \gamma_i - \lambda$ para $j, k = 0$

$v_i = \gamma_i$ para todo $i, j \neq 0$ y $v_i = \gamma_i - 1$ para $j, k = 0$

El propósito de los modelos SDEA es reducir el efecto de los valores extremos al estimar la frontera de eficiencia. Dado que admite la violación de las restricciones con cierta probabilidad permiten que los *outliers* sean tratados como súper-eficientes. Esto significa que la frontera eficiente se desplaza hacia la nube de observaciones, por lo que cada DMU parece relativamente más eficiente (Fethi, Jackson, & Weyman-Jones, 2001).

3.2 Modelo DEA-*Bootstrap*

La primera aplicación del análisis *bootstrap*, como método de simulación para la realización de inferencia estadística, se le reconoce a Efron y Tibshirani (1993). El *bootstrap* se fundamenta en el principio de la analogía, donde se supone que los valores empíricos son una buena representación de los verdaderos valores poblacionales desconocidos. El *bootstrap* permite, imitando al mundo real, generar un mundo *bootstrap* con el que se puede aproximar la función de distribución (p.e. de la eficiencia técnica) (Murillo Melchor, 2002)

Daraio y Simar (2010) resumen el método *bootstrap* suponiendo que $\mathcal{X} = \{X_1, \dots, X_b\}$ es una muestra generada de forma aleatoria del proceso generador de datos \mathcal{P} , y se desea conocer el comportamiento del estimador conocido $\hat{\theta}$ de la muestra sobre el parámetro

desconocido θ . En términos generales el parámetro θ es una característica particular del PGD \mathcal{P} y $\hat{\theta}$ es una función de la muestra aleatoria \mathcal{X} , $\hat{\theta}(\mathcal{X})$. Conociendo que la distribución $\mathcal{L}(\hat{\theta}(\mathcal{X}))$ es una muestra de la distribución $\hat{\theta}(\mathcal{X})$, lo que se requiere es evaluar el sesgo y la desviación estándar de esta función y derivar los intervalos de confianza.

Generalmente $\mathcal{L}(\hat{\theta}(\mathcal{X}))$ es desconocida por lo que el objetivo del *bootstrap* es aproximar esta distribución usualmente utilizando métodos de Monte Carlo.

El proceso de simulación implica la obtención de b muestras \mathcal{X}^* de \mathcal{P} que permite obtener $\hat{\theta}(\mathcal{X}^*)$ convergente, con lo cual se logra una aproximación desconocida, pero cierta, de la función $\mathcal{L}(\hat{\theta}(\mathcal{X}))$.

En el caso más sencillo, un estimador no paramétrico de \mathcal{P} asigna la misma importancia ($1/n$) a cada muestra $X_i \in \mathcal{X}$. El proceso *bootstrap* genera $\mathcal{X}^* = \{X_1^*, \dots, X_b^*\}$ donde cada X_j^* se obtiene de los b posibles puntos de \mathcal{X} .

El proceso *bootstrap* consiste, es decir, aumentos en b llevan a que la distribución $\{\hat{\theta}(\mathcal{X}^*) - \hat{\theta}(\mathcal{X}) | \hat{\mathcal{P}}\}$ converja al verdadero valor $\{\hat{\theta}(\mathcal{X}) - \theta | \mathcal{P}\}$ (Simar & Zelenyuk, 2011) (Simar & Wilson, 2008) (Simar & Wilson, 2001).

Los modelos *DEA-Bootstrap* aproximan la distribución muestral de la eficiencia mediante la obtención aleatoria, con un mismo proceso generador de datos, de una serie de muestras (Bogetoft & Otto, 2011) (Daraio & Simar, 2010) (Simar & Wilson, 2008) (Färe, Grosskopf, & Lovell, Production Frontiers, 1994).

El *DEA-Bootstrap* provee una aproximación de la distribución asintótica de $\hat{\theta}(x, y) - \theta(x, y)$ o $\frac{\hat{\theta}(x, y) - \theta(x, y)}{\theta(x, y)}$, siendo (x, y) la unidad bajo estudio y $\hat{\theta}(x, y)$ el estimador de eficiencia DEA en modelos orientados al *input* (Daraio & Simar, 2010).

Dentro del análisis de frontera, por construcción, se tiene un sesgo entre la frontera estimada y la verdadera frontera de producción. Este sesgo es diferente para cada individuo de la muestra. Simar y Wilson (2001) (2006) establecen que este sesgo en la estimación es factible estimarlo a través del análisis *bootstrap*.

Suponiendo un PGD \mathcal{P} que puede ser estimado consistentemente por $\hat{\mathcal{P}}$ a partir de \mathcal{X} : $\hat{\mathcal{P}} = \mathcal{P}(\Psi, f(\cdot, \cdot))$, que en el mundo real \mathcal{P} y $\delta(x, y)$ ²¹ son desconocidas, pero que en el mundo *bootstrap* se tienen los estimadores consistentes de $\hat{\mathcal{P}}$ y $\hat{\delta}(x, y)$, y que éstos

²¹ Corresponde a la distancia de Shephard.

pueden tomar el lugar de los valores desconocidos en el mundo real. Entonces es posible generar sub muestras $\mathcal{X}^* = \{(X_i^*, Y_i^*); i = 1, \dots, b\}$ del conjunto $\hat{\mathcal{P}}$, con las cuales estimar $\hat{\mathcal{P}}^*$ y $\hat{\delta}^*(x, y)$ que correspondan a $\hat{\mathcal{P}}$ y $\hat{\delta}(x, y)$.

La estimación con orientación *inputs* se obtiene a través del siguiente problema de programación lineal:

$$(\hat{\delta}^*(x, y))^{-1} = \min \left\{ \theta > 0 \mid y \leq \sum_{i=1}^n \gamma_i Y_i^*; \theta x \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i X_i^*; \sum_{i=1}^n \gamma_i = 1; \gamma_i \geq 0; i = 1, \dots, n \right\}$$

La estimación con orientación *outputs* requiere resolver:

$$(\hat{\delta}^*(x, y)) = \max \left\{ \lambda > 0 \mid \lambda y \leq \sum_{i=1}^n \gamma_i Y_i^*; x \geq \sum_{i=1}^n \gamma_i X_i^*; \sum_{i=1}^n \gamma_i = 1; \gamma_i \geq 0; i = 1, \dots, n \right\}$$

Asumiendo consistencia en el *bootstrap*, se obtiene una distribución consistente de $\hat{\delta}^*(x, y)$ que refleja la distribución desconocida de $\hat{\delta}(x, y)$, es decir:

$$\left((\hat{\delta}^*(x, y) - \hat{\delta}(x, y)) \mid \hat{\mathcal{P}} \right) \approx \left((\hat{\delta}(x, y) - \delta(x, y)) \mid \mathcal{P} \right)$$

A partir de aquí es posible utilizar el análisis *bootstrap* para aproximar el sesgo del estimador DEA y construir intervalos de confianza. Daraio y Simar (2010) señalan que pueden realizarse ajustes para corregir el sesgo que se genera en la estimación *bootstrap*, sin embargo, esto genera un aumento en la varianza del estimador, por lo que antes de realizar cualquier tipo de ajuste en los estimadores *bootstrap* deben evaluarse los “efectos secundarios” de la corrección²².

Por otra parte, la amplitud de los intervalos de confianza son resultado de la incertidumbre acerca del verdadero valor del estimador para cada DMU. Esta

²² Efron y Tibshirani (1993) recomiendan no corregir por el sesgo a menos que $|\widehat{bias}(\hat{\delta}(x, y))| > \widehat{std}(\hat{\delta}(x, y)) / 4$. Esta recomendación se sigue aplicando.

incertidumbre puede variar de una DMU a otra. Entre mayor sea b (más puntos de muestreo (X_i, Y_i)), la precisión será mayor (Daraio & Simar, 2010).

La consistencia depende de la forma en que las sub-muestras han sido generadas. Daraio y Simar (2010) establecen que para estimaciones de frontera el análisis *bootstrap* simple no es consistente por lo que deben considerarse dos posibilidades²³:

- a) un proceso de sub muestreo (*sub-sampling*): esto es, realizar un sub-muestro de tamaño m más pequeño que b , donde $m = [b^\gamma]$ para $\gamma > 1$.
- b) Un proceso de suavizado (*smoothing*): esto es, la utilización de una estimación $\hat{f}(x, y)$ suave en lugar de la aproximación discreta del análisis *bootstrap* simple. El parámetro de suavizado h propuesto por Silverman (1986) se define como $h = 1.06s_b b^{-1/5}$, donde s_b es la desviación estándar empírica. Simar y Wilson (2008) muestran que estimando h como $h = 1.06 \min\left(s_b, \frac{r_b}{1.34}\right) b^{-1/5}$, donde r_b es el rango intercuartil, se generan resultados más robustos.

La Tabla 5 muestra, en resumen, el funcionamiento del *bootstrap* aplicado en el análisis de frontera.

Tabla 5 Principios de Inferencia Bootstrap en Análisis de Frontera

Mundo Real	Mundo Bootstrap
$\mathcal{P} = \mathcal{P}(\Psi, f(\cdot, \cdot))$ desconocido $\delta(x, y)$ desconocido	Dado \mathcal{X} , $\hat{\mathcal{P}} = \mathcal{P}(\hat{\Psi}, \hat{f}(\cdot, \cdot))$ es conocido $\hat{\delta}(x, y)$ es conocido
$PGD \mathcal{P}$ genera \mathcal{X} ↓	$PGD^* \hat{\mathcal{P}}$ genera \mathcal{X}^* ↓
$\hat{\delta}(x, y)$ es un estimador de $\delta(x, y)$	$\hat{\delta}^*(x, y)$ es un estimador de $\hat{\delta}(x, y)$
Distribución de la Muestra $G_{\mathcal{P}}(t) = Prob_{\mathcal{P}}(\hat{\delta}(x, y) \leq t)$	Distribución Bootstrap $G_{\hat{\mathcal{P}}}(t) = Prob_{\hat{\mathcal{P}}}(\hat{\delta}^*(x, y) \leq t)$
Momentos $E_{\mathcal{P}}(\hat{\delta}(x, y))$ $Var_{\mathcal{P}}(\hat{\delta}(x, y))$	Momentos $E_{\hat{\mathcal{P}}}(\hat{\delta}^*(x, y))$ $Var_{\hat{\mathcal{P}}}(\hat{\delta}^*(x, y))$
$W = \hat{\delta}(x, y) - \delta(x, y)$ $H_{\mathcal{P}}(t) = Prob_{\mathcal{P}}(W \leq t) \Rightarrow a_{\beta} = H_{\mathcal{P}}^{-1}(\beta)$ ↓	$W^* = \hat{\delta}^*(x, y) - \hat{\delta}(x, y)$ $H_{\hat{\mathcal{P}}}(t) = Prob_{\hat{\mathcal{P}}}(W^* \leq t) \Rightarrow \hat{a}_{\beta} = H_{\hat{\mathcal{P}}}^{-1}(\beta)$ ↓
IC para $\delta(x, y)$ $[\hat{\delta}(x, y) - a_{1-\alpha/2}, \hat{\delta}(x, y) - a_{\alpha/2}]$	IC Bootstrap para $\delta(x, y)$ $[\hat{\delta}(x, y) - \hat{a}_{1-\alpha/2}, \hat{\delta}(x, y) - \hat{a}_{\alpha/2}]$

Fuente: Adaptado de Daraio y Simar (2010)

²³ Kneip, Simar y Wilson (2003) realizan el análisis de consistencia utilizando ambas posibilidades en el caso de conjunto de producción estrictamente convexos.

Como se señaló en el capítulo 2, uno de los principales limitaciones del DEA es la imposibilidad de establecer análisis estadísticos sobre los *scores*. En este capítulo se han presentado dos modelos DEA a través de los cuales se trata de incluir la aleatoriedad en la estimación de la eficiencia y superar este hándicap sin que sea necesario que se defina previamente la forma funcional de la función de producción, característica primal de los DEA.

En el próximo capítulo pasaremos del análisis transversal al análisis de panel caracterizando los cambios en la industria y las DMUs a lo largo del tiempo. Posteriormente, en el último capítulo de la I Parte, se introducen los principios de la estadística bayesiana donde la eficiencia se considera variable y estará contenida en los intervalos de credibilidad con una probabilidad α . Esto nos permite, desde una óptica diferente, realizar análisis estadístico sobre la eficiencia.

Cap.4 Eficiencia a través del tiempo

En el caso de que se disponga de datos de panel hay dos dimensiones en las cuales pueden ser evaluadas las *DMUs*. Una primera corresponde a la propia *DMU* y se busca responder a: ¿cómo ha cambiado la eficiencia de la *DMU* a través del tiempo?. La segunda dimensión está relacionada con la industria, en este caso se pretende conocer a cómo ha evolucionado la eficiencia de una *DMU* dados los cambios producidos en la industria.

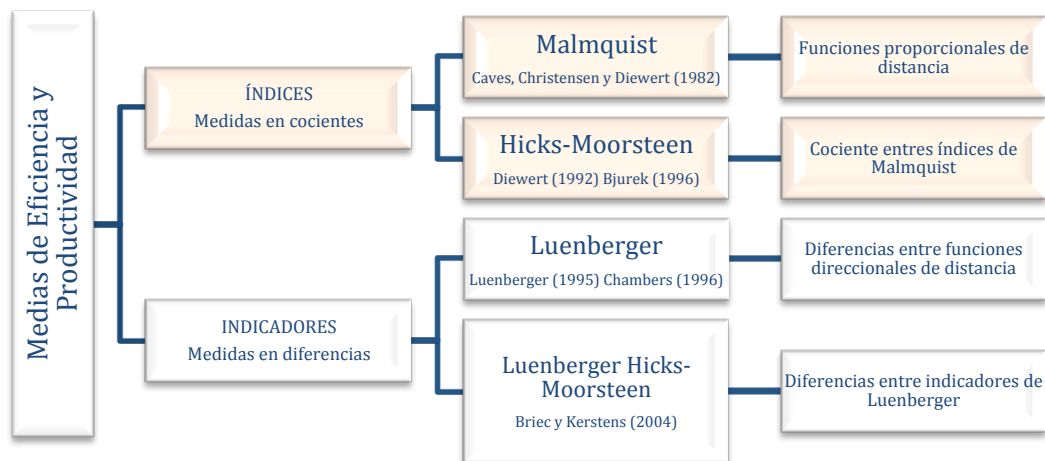
El análisis de la productividad a través del tiempo busca responder ambas preguntas de forma simultánea²⁴ (Bogetoft & Otto, 2011). Las dos técnicas más utilizadas son: el Análisis de Ventanas²⁵ (AV) y los índice de productividad total de los factores (PTF). Ambas permiten obtener información sobre la estructura y la dirección de los cambios durante un período de tiempo tanto a nivel individual como a nivel industrial.

Una de las principales diferencias entre las dos técnicas es la forma en que se incluyen las *DMUs*. En el AV la cantidad de unidades consideradas en el modelo DEA esta dada por $n \times t$ (cantidad de *DMU* x períodos), mientras que en el PTF los modelos se estiman período a período. Dado el interés por conocer el comportamiento año a año de forma independiente, en adelante se profundiza en la técnica de los índices de productividad total de los factores. En relación a estos, Diewert (1998) señala dos aproximaciones: a través de diferencias (indicadores) y a través de cocientes (índices). La Figura 10 muestra la clasificación que realizan Ferro y Romero (2011) sobre el desarrollo de los índices de productividad total de los factores.

²⁴ Este tipo de análisis se conoce actualmente como *benchmarking*.

²⁵ El *Windows Analysis* o Análisis de Ventanas fue propuesto por Charnes y otros (1985), relaciona los *inputs* y *outputs* de diferentes *DMU* a lo largo de los períodos de tiempo (ventanas). La amplitud de la “ventana” depende del tipo de problema y las combinaciones que se quieran realizar. Estos modelos se basan en medias móviles y cada *DMU* en cada período de tiempo es considerada una *DMU* diferente, lo que permite tener resultados para todas las *DMU* en todos los períodos. Se requiere desarrollar tantos DEA como *DMU* intervengan en los t períodos. Siendo n el número de *DMU*, T el número de períodos y t el número de períodos que se consideran en cada problema, el número de problemas DEA a resolver es: $w = T + t + 1$.

Figura 10 Clasificación de medidas de productividad en el tiempo



Elaboración propia

En todos los casos el concepto de función distancia introducido por Shephard es fundamental. En el capítulo 1 se estableció que la medida de eficiencia de Farrell es la inversa de la función distancia de Shephard, y de igual forma las funciones distancia pueden ser estimadas con orientación *inputs* u orientación *outputs* (O'Donnell C. , 2010).

Una de las principales ventajas de la utilización de los índices PTF, es que pueden descomponerse en medidas de cambio tecnológico y cambio en eficiencia técnica sin requerir supuestos sobre la estructura de la tecnología, el grado de competitividad en el mercado o el proceso de optimización de las DMU, (O'Donnell (2012)).

En resumen el Índice de Malmquist (*IM*) se calcula como la razón de las funciones distancia, y puede estar orientado al *input* o al *output*. El Índice de Hicks-Moorsteen (*IHM*) se calcula utilizando los IM orientación *input* y el IM orientación *output*. En el caso de los indicadores, el de Luenberger (*IL*) introduce el concepto de función direccional de distancia que permiten el ajuste de la eficiencia en *inputs* y *outputs* simultáneamente; mientras que el Indicador de Luenberger-Hicks-Moorsteen (*ILHM*) se calcula como la diferencias de los indicadores de Luenberger.

Antes de profundizar en la estimación de cada uno los índices e indicadores, en el siguiente apartado se presenta la relación entre la PTF y las funciones distancia.

4.1 Productividad Total de los Factores y las Funciones Distancia

El cambio en la productividad de los factores entre los períodos 0 y 1, considerando un escenario donde y es el único *output* y x el único *input*, estaría dado por:

$$CP = \frac{y^1/x^1}{y^0/x^0}$$

En el caso de múltiples *inputs* y múltiples *outputs*, suponiendo RCE, tendríamos:

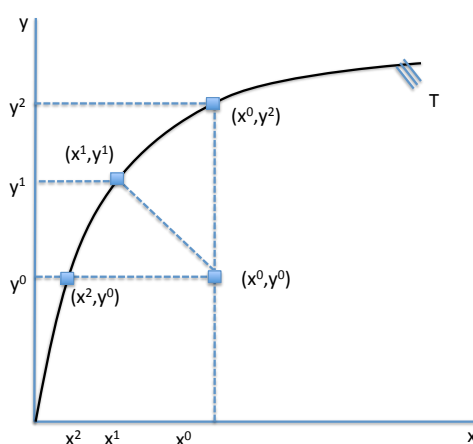
$$CP^{0,1} = \frac{D_o(x^1, y^1)}{D_o(x^0, y^0)} = \frac{D_I(x^1, y^1)}{D_I(x^0, y^0)}$$

a partir de las funciones distancias de Shephard²⁶, que con orientación *input* se definen como $D_I(x, y) = \min\{\theta: (x, y/\theta) \in T\}$ y con orientación *output* como $D_o(x, y) = \max\{\lambda: (x, y/\lambda) \in T\}$.

La Figura 11 presenta gráficamente el concepto de la función distancia de Shephard, suponiendo una *DMU* con un solo *input* (x) y un solo *output* (y), que se enfrenta a la tecnología T , e inicialmente se encuentra en el punto (x^0, y^0) . En el caso de orientación *output*, el punto (x^0, y^0) está dominado por el punto (x^0, y^2) , dado que sin realizar modificación en el *input* puede generar más *output*, el movimiento vertical de (x^0, y^0) a (x^0, y^2) es la distancia de Shephard ($D_o(x, y)$). En el caso de análisis con orientación *input*, ($D_I(x, y)$), estaría representada por el movimiento horizontal de (x^0, y^0) a (x^2, y^0) . Dado que podría producir el mismo *output* con una disminución del *input*, el punto (x^0, y^0) es dominado por el punto (x^2, y^0) . Cuando se trata de la maximización conjunta de *input* y *output* (modelos no orientados), el punto (x^0, y^0) está dominado por el punto (x^1, y^1) , donde la *DMU* produce menos *output* con una menor cantidad de *input*.

²⁶ Por definición, la función distancia orientación *outputs* es homogénea de grado +1 en *outputs* y la función distancia orientación *inputs* es homogénea de grado -1 en *inputs*.

Figura 11 Funciones Distancia



Elaboración propia

4.2 Índice de Malmquist

El índice de Malmquist (Malmquist, 1953), estima el crecimiento de la productividad total de los factores de una *DMU* bajo un escenario con múltiples *inputs* y múltiples *outputs*.

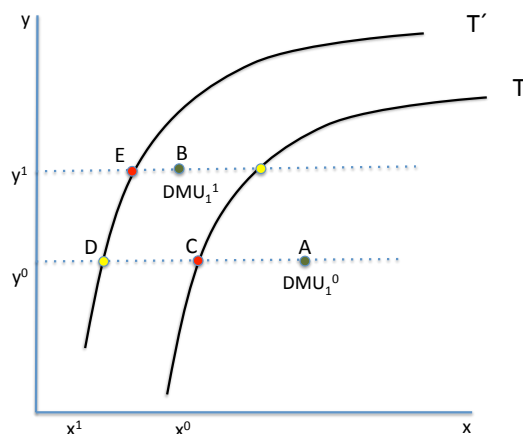
Caves, Christensen y Diewert (1982) propusieron utilizar el *IM*, orientación *inputs* u *outputs*, para realizar comparaciones entre los niveles de inputs, outputs y productividad de las *DMUs*. La comparación podría darse entre dos unidades en el mismo momento *t*, o en períodos diferentes, o una misma *DMU* en dos períodos diferentes. Cuando se realiza entre dos momentos es posible identificar el cambio tecnológico, cómo las unidades incrementan su productividad para alcanzar la frontera tecnológica como el progreso en eficiencia (convergencia a la eficiencia), y el cambio que cada *DMU* realiza para alcanzar la frontera eficiente.

En la Figura 12 se muestran ambos movimientos suponiendo una DMU_1 que tiene *y* como único *output* y *x* como único *input*, *T* la frontera en el período 1 y *T'* la frontera en el período 2.

El movimiento del punto *A* (DMU_1^0) al punto *B* (DMU_1^1) muestra el cambio en la productividad de la DMU_1 . Dado que la distancia \overline{BE} es menor que la distancia \overline{AC} la eficiencia de la DMU_1 ha mejorado, es decir, converge a la frontera.

El cambio tecnológico permite ver cuanto ha cambiado la industria del período 0 al 1, está dado por el promedio geométrico entre las convergencias a la frontera entre ambos periodos, de la forma $\left[\frac{C}{A}\right]/\left[\frac{D}{A}\right]$.

Figura 12 Índice de Malmquist (1 output, 1 input)



Elaboración propia

Färe, Grosskopf y Margaritis (2008) definen el IM^{27} orientación *outputs* partiendo de los IM para dos periodos diferentes en términos de las funciones distancia como:

Índice de Malmquist para el período 0:

$$IM_0^0 = \frac{D_0^0(x^1, y^1)}{D_0^0(x^0, y^0)}$$

Índice de Malmquist para el período 1:

$$IM_0^1 = \frac{D_0^1(x^1, y^1)}{D_0^1(x^0, y^0)}$$

Dado que es poco probable que la tecnología no cambie a lo largo del tiempo deben considerarse ambos IM para poder obtener el cambio en la productividad total de los factores. Al igual que en la derivación gráfica, Färe, Grosskopf, Lindgren y Ross (1989) propusieron utilizar la media geométrica entre ambos periodos de forma que el IM orientación *outputs* considerando los periodos 0 y 1 estará dado por:

²⁷ Färe y Grosskopf (1996) demuestran que bajo RCE el índice promedio de productividad coincide con el IM . Dado que los inputs y los outputs cambian en forma proporcional, el cambio en el IM será el cambio promedio.

$$IM_o = (IM_o^0 \times IM_o^1)^{1/2}$$

$$IM_o = \left(\frac{D_o^0(x^1, y^1) D_o^1(x^1, y^1)}{D_o^0(x^0, y^0) D_o^1(x^0, y^0)} \right)^{1/2}$$

La descomposición del *IM* en el componente de cambio de eficiencia (*CE*) y cambio tecnológico (*CT*) estará dado por:

$$IM_o = CE \times CT$$

Donde el cambio en eficiencia (*CE*) se define como:

$$CE = \frac{D_o^1(x^1, y^1)}{D_o^0(x^0, y^0)}$$

y el cambio tecnológico (*CT*) como:

$$CT = \left(\frac{D_o^0(x^1, y^1) D_o^0(x^0, y^0)}{D_o^1(x^1, y^1) D_o^1(x^0, y^0)} \right)^{1/2}$$

Derivando de forma análoga el IM_I (IM orientación *inputs*) se tiene:

$$IM_I = \left(\frac{D_I^1(x^1, y^1) D_I^1(x^1, y^1)}{D_I^0(x^0, y^0) D_I^1(x^0, y^0)} \right)^{1/2}$$

$$IM_I = CE \times CT = \left(\frac{D_I^1(x^1, y^1)}{D_I^0(x^0, y^0)} \right) \left(\frac{D_I^0(x^1, y^1) D_I^0(x^0, y^0)}{D_I^1(x^1, y^1) D_I^1(x^0, y^0)} \right)^{1/2}$$

Un *IM* superior a la unidad indica que se han presentado mejoras en la productividad del período 0 al período 1, un *IM* inferior a la unidad delataría pérdidas en productividad en el mismo lapso de tiempo mientras que $IM=1$ reflejaría una productividad constante.

En el caso de la descomposición del *IM*, *CE* mayores a la unidad muestran mejoras de eficiencia entre los periodos y menores a la unidad indicarían DMUs menos eficientes en el tiempo. También para *CT* la unidad será el punto de referencia que reflejaría mejoras ($CT>1$) o empeoramiento ($CT<1$), pero en este caso, en la tecnología.

Hasta ahora se han derivado los *IM* suponiendo RCE, básicamente porque bajo el supuesto de RVE, si se da un cambio tecnológico, las observaciones de un período podrían no ser factibles en otro, y por lo tanto, presentarse problemas de programación.

Sin embargo, al utilizar RVE es posible descomponer el IM en los cambios que afectan a la eficiencia técnica, a la eficiencia de escala y al cambio tecnológico (Santín González, 2009). Esta descomposición, en el caso del IM orientación *outputs* y en términos de distancia de Shephard se recoge en la siguiente ecuación donde CET refleja el cambio en eficiencia técnica, CES el cambio en eficiencia debido al cambio en la escala de planta y CT el progreso tecnológico.

$$IM_o = CE \times CT = (CET \times CES) \times CT$$

$$IM_o = \underbrace{\left(\frac{D_o^1(x^1, y^1)}{D_o^0(x^0, y^0)} \right)}_{CE} \underbrace{\left(\frac{D_o^0(x^1, y^1) D_o^0(x^0, y^0)}{D_o^1(x^1, y^1) D_o^1(x^0, y^0)} \right)^{1/2}}_{CT}$$

$$CE = \frac{D_o^1(x^1, y^1)}{D_o^0(x^0, y^0)} = \frac{D_{RVE}^1(x^1, y^1)}{D_{RVE}^0(x^0, y^0)} \frac{D_{RCE}^1(x^1, y^1)}{D_{RCE}^0(x^0, y^0)} = \underbrace{\frac{D_{RVE}^1(x^1, y^1)}{D_{RVE}^0(x^0, y^0)}}_{CET} \underbrace{\frac{D_{RCE}^1(x^1, y^1)}{D_{RCE}^0(x^0, y^0)}}_{CES}$$

La interpretación de cada uno de los componentes del IM, CET, CES y CT, mantienen como punto de referencia la unidad. Resultados iguales a uno implican que no se han dado cambios, índices superiores a la unidad muestran mejoras, mientras que los retrocesos en productividad estarían dados por resultados inferiores a la unidad.

Aún cuando el IM es uno de los más utilizados para el análisis de la productividad, O'Donnell (2012) señala que no es un índice multiplicativamente integro²⁸, pero si lo es el índice Hicks-Moorsteen que se presenta en el siguiente epígrafe.

4.3 Índice de Hicks-Moorsteen

El índice de Hicks-Moorsteen (*IHM*) se define como la razón de los índices de Malmquist de *inputs* y de *output*. Muestra el cambio en el crecimiento de la productividad

²⁸ Un índice es integro multiplicativamente, si y solo si puede expresarse de la forma $IPTF(x_t, q_t, x_s, q_s) = \frac{Q(q_t)/X(x_t)}{Q(q_s)/X(x_s)}$ donde $Q(\cdot)$ y $X(\cdot)$ son no negativas y funciones linealmente homogéneas no decrecientes (O'Donnell C. An Aggretate quantity framework for measuring and decomposing productivity change, 2012).

permitiendo identificar la contribución al cambio de los *inputs* y los *outputs*²⁹ (Färe, Grosskopf, & Margaritis, 2008) (O'Donnell C. , 2010).

Este índice fue atribuido por Diewert (1992) a los trabajos de Hicks³⁰ y Moorsteen³¹ ambos realizados en 1961 (Cooper, Pastor, Borrás, Aparicio , & Pastor, 2011) (Färe, Grosskopf, & Margaritis, 2008) (O'Donnell C. , 2011).

El *IHM* para el período base se define matemáticamente como:

$$IHM^0 = \frac{Q_o^0}{Q_i^0} = \frac{D_o^0(x^0, y^1)/D_o^0(x^0, y^0)}{D_i^0(y^0, x^1)/D_i^0(y^0, x^0)}$$

Siendo $Q_o^0 = \frac{D_o^0(x^0, y^1)}{D_o^0(x^0, y^0)}$ y $Q_i^0 = \frac{D_i^0(x^1, y^0)}{D_i^0(x^0, y^0)}$ el *IM* de cantidades orientado a los *outputs* y a los *inputs* respectivamente.

El *IHM* para el siguiente período se define como:

$$IHM^1 = \frac{Q_o^1}{Q_i^1} = \frac{D_o^1(x^1, y^1)/D_o^1(x^1, y^0)}{D_i^1(y^1, x^1)/D_i^1(y^1, x^0)}$$

Al igual que en el caso del *IM*, el cambio en la productividad utilizando *IHM* se calcula como el promedio geométrico entre ambos períodos:

$$IHM^{0,1} = (IHM^0 \times IHM^1)^{1/2}$$

La Figura 13 muestra de forma gráfica la estimación del índice de Hicks-Moorsteen en el caso de que la DMU tenga un único *input* y un único *output*. Matemáticamente se calcularía como:

$$IHM^0 = \frac{\frac{D_o^0(x^0, 1)y^1}{D_o^0(x^0, 1)y^0}}{\frac{D_i^0(y^0, 1)x^1}{D_i^0(y^0, 1)x^0}} = \frac{\frac{y^1}{x^1}}{\frac{y^0}{x^0}}$$

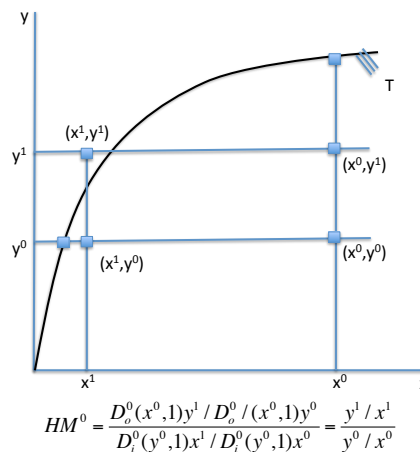
Färe y otros (2008) demuestran que el índice de Malmquist y el índice de Hicks-Moorsteen coinciden, si y solo si, la tecnología es inversamente homotética y tiene rendimientos constantes a escala.

²⁹ El trabajo de Epure y otros (2011) proponen un cálculo diferente del *IHM*, enfocado al benchmarking, suponiendo que las DMU son estáticas a través el tiempo, que hay una mezcla de unidades estáticas y dinámicas y finalmente considerando todas las DMU dinámicas.

³⁰ Hicks, J.R. (1961) , Measurement of capital in relation to the measurement of other economic aggregates, in Lutz, F.A. and Hague, D.C. (eds), The Theory of Capital. Mac Millan, London, pp. 18–31

³¹ Moorsteen, R.H. (1961). On measuring productive potential and relative efficiency, The Quarterly Journal of Economics 75(3), 151–167

Figura 13 Índice Hicks-Moorsteen (1 output, 1 input)



Adaptado de Färe, Grosskopf y Margaritis, Efficiency and Productivity: Malmquist and More (2008)

El *IHM* también permite identificar aquellas DMU que han mejorado ($IHM > 1$), mantenido ($IHM = 1$) o empeorado ($IHM < 1$) su productividad entre los dos períodos.

El *IHM* comparte con el *IM* la relación con la tecnología, las funciones distancia y el hecho de no requerir información de precios para su cálculo. O'Donnell (2012) muestra que el *IHM* puede descomponerse en diversas fuentes de variación de la productividad con independencia de los rendimientos a escala y las propiedades de la tecnología de producción. Sin embargo, es el *IM* el que se mayormente utilizado para determinar el cambio técnico y cambio de eficiencia.

4.4 Indicador de Productividad de Luenberger

A diferencia del *IM* que puede ser calculado con orientación a los *inputs* o a los *outputs*, el Indicador de Productividad de Luenberger (*IL*) calcula de forma simultánea los cambios en ambos. Son conocidos como medidas no orientadas y son apropiadas en contextos donde tanto los *inputs* como los *outputs* pueden ser gestionados directamente por las DMUs (Ferro & Romero, 2011).

Dado que el *IL* es no orientado las funciones distancia se reformulan para incluir de forma simultánea los efectos sobre los *inputs* y los *outputs*. Estas funciones se conocen como funciones de distancia direccionales y se definen como:

$$D^0(x^0, y^0) = \max\{\delta: ((1 - \delta)x^0), (1 + \delta)y^0 \in T^0\}$$

Donde δ es el máximo cambio proporcional en que puede ser expandido el *output* y el contraído el *input*, simultáneamente, dada la tecnología T^0 .

El cambio en productividad utilizando IL requiere el cálculo de distintas funciones de distancia direccional, tomando alternativamente tecnologías de diferentes períodos. Para el cálculo de cambio en la productividad del año $t = 0$ al año $t + 1 = 1$ el IL se define como:

$$IL^{0,1} = \frac{1}{2} [(D^0(x^0, y^0) - D^0(x^1, y^1)) + (D^1(x^0, y^0) - D^1(x^1, y^1))]$$

Al igual que el IM, el IL puede descomponerse en cambio en eficiencia y tecnológico³². Operando el IL se obtiene (Chambers, Färe y Grosskopf, 1996):

$$IL = [D^0(x^0, y^0) - D^1(x^1, y^1)] + \frac{1}{2} [(D^1(x^1, y^1) - D^0(x^1, y^1)) + (D^1(x^0, y^0) - D^0(x^0, y^0))]$$

Donde la primera diferencia muestra los cambios en la eficiencia y la segunda los efectos del cambio tecnológico.

Es posible definir el IL con ambas orientaciones utilizando las funciones de distancia direccionales, de forma que el IL con orientación a los inputs (IL_I) y orientación outputs (IL_O) se expresan como:

$$IL_I((x^0, y^0), (x^1, y^1)) = \frac{1}{2} [(D^0(x^0, y^0) - D^0(x^1, y^0)) + (D^1(x^0, y^0) - D^1(x^1, y^0))]$$

$$IL_O((x^0, y^0), (x^1, y^1)) = \frac{1}{2} [(D^0(x^0, y^0) - D^0(x^0, y^1)) + (D^1(x^0, y^0) - D^1(x^0, y^1))]$$

³² La descomposición del Indicador de Luenberger puede consultarse en Fried, Lovell, & Schmidt (2008)

Estas dos definiciones son la base de la formulación del Indicador de Productividad de Luenberger-Hicks-Moorsteen.

4.5 Indicadores de productividad de Luenberger-Hicks-Moorsteen

El *ILHM* mantiene una estrecha relación con el índice de Luenberger. Para un período en particular está definido como la diferencia entre el IL_0 y el IL_1 (Briec & Kerstens, 2004) \square .

Para el período $t = 0$ se define como:

$$\begin{aligned} ILHM^0(x^0, y^0, x^1, y^1) &= [D^0(x^0, y^0) - D^0(x^0, y^1)] - [D^0(x^1, y^0) - D^0(x^0, y^0)] \\ &\equiv IL_0^0(x^0, y^0, y^1) - IL_1^0(x^0, x^1, y^0) \end{aligned}$$

En el caso del período $t + 1 = 1$:

$$\begin{aligned} ILHM^1(x^0, y^0, x^1, y^1) &= [D^1(x^1, y^0) - D^1(x^1, y^1)] - [D^1(x^1, y^1) - D^1(x^0, y^1)] \\ &\equiv IL_0^1(x^1, y^1, y^0) - IL_1^1(x^0, x^1, y^1) \end{aligned}$$

AL igual que en el caso del IL para la obtención del cambio en la productividad es necesario calcular la media aritmética de la forma:

$$\begin{aligned} &ILHM^{0,1}(x^0, y^0, x^1, y^1) \\ &= \frac{1}{2} [ILHM^0(x^0, y^0, x^1, y^1) + ILHM^1(x^0, y^0, x^1, y^1)] \end{aligned}$$

El IL e ILHM ofrecen medidas no orientadas y a la vez permiten descomponer las variaciones totales en la productividad en cambio técnico o en cambio en eficiencia. Su desarrollo es relativamente reciente y tienen mayor aplicación en industrias donde las DMUs puede gestionar de forma simultánea los *inputs* y los *outputs*.

Por su parte, el uso de índices Malmquist ha sido muy amplio en la literatura y una de sus principales ventajas es que permite descomponer el cambio de la productividad en sus elementos determinantes. El desarrollo de los indicadores de Luenberger y Luenberger-Hicks-Moorsteen han permitido la utilización de modelos no-orientados, debido a que permiten comparar beneficios (lo cual considera los componentes de ingreso y costo), o más recientemente aspectos medioambientales (las funciones de distancia permiten considerar tanto bienes como productos no deseados). La elección entre una u otra medida depende del contexto del sector en el que se apliquen.

Este capítulo ha hecho un recorrido por el análisis de la eficiencia a través del tiempo. Los índices e indicadores presentados muestran diferentes formas de obtener los cambios que se presentan en la productividad de las DMUs realizando comparaciones entre dos períodos puntuales. En la literatura predomina la utilización del *IM* para la estimación de los cambios en la productividad, utilizando el modelo planteado por Caves, Christensen y Diewert (1982) suponiendo RCE, y el modelo planteado por Färe, Grosskopf, Lindgren y Ross (1989) suponiendo RVE. Por su parte, O'Donnell muestra que el IHM es un índice íntegro, pero su descomposición en cambio en eficiencia y en tecnología es más compleja. Por último se presentan los indicadores de productividad, el IL y el ILHM, que se recomiendan en aquellos casos en los que las DMU pueden gestionar directamente los *inputs* y los *outputs* de forma simultánea.

En el siguiente capítulo se introducen los conceptos básicos de la estadística bayesiana en la estimación de fronteras de eficiencia y se resumen las investigaciones más recientes que analizan la eficiencia utilizando esta metodología.

Cap.5 Modelos Bayesianos en la Estimación de Fronteras de Eficiencia

El análisis de la eficiencia depende no solo de los precios de los insumos y productos, sino también de la capacidad de los gestores para realizar la mezcla de dichos *inputs* y *outputs*. Esto implica que el juicio de los expertos, sobre la capacidad de una DMU para alcanzar la eficiencia, es un factor que debe considerarse. Para la incorporación de estos juicios de valor, llevando el análisis de la eficiencia un paso adelante, se aplica la estadística bayesiana en la estimación de la eficiencia.

5.1 Concepto básicos

El uso de los métodos bayesianos es de creciente interés y aceptación en diversas áreas. En el terreno de la economía de la Salud, el *National Institute for Clinical Excellence* (NICE) del Reino Unido acepta específicamente la aproximación bayesiana en sus estudios (Sarabia, Gómez-Deniz, & Vázquez-Polo, 2007) (Oakley & O'Hagan, 2004).

El creciente interés por los métodos bayesianos responde a las ventajas que presenta con respecto a la estadística clásica (Vázquez-Polo, 2011) (Jackman, 2009) (Koch, 2007):

- i) permiten una inferencia natural;
- ii) pueden hacer uso de mayor cantidad de información;
- iii) pueden resolver problemas más complejos;
- iv) los métodos bayesianos informan sobre problemas de decisión de forma directa, mientras los métodos clásicos lo hacen indirectamente;
- v) son más transparentes que los métodos clásicos con respecto a los requisitos necesarios para realizar inferencia;
- vi) la posibilidad de asignar probabilidades diferentes a un conjunto de hipótesis en competencia, dado un conjunto de datos observados.

El concepto de probabilidad es fundamental en la estadística bayesiana. Es necesario distinguir entre: probabilidad clásica (frecuentista) y probabilidad subjetiva (bayesiana). El concepto de **probabilidad subjetiva** trata de expresar adecuadamente los juicios que sobre el suceso tengan los expertos. En este caso el investigador debe asignar,

consistentemente, sus creencias sobre el parámetro. La interpretación de la probabilidad de un suceso no está relacionada con la frecuencia de repetición sino con el grado de incertidumbre sobre la ocurrencia.

Un segundo concepto es el de **parámetro** (Berger, 1985) (Jackman, 2009). La estadística clásica tienen por objetivo realizar inferencia sobre un parámetro que se asume desconocido y que representa a la población que se está estudiando. Por lo tanto, son específicos de cada problema y no están sujetos a aleatoriedad.

En la estadística bayesiana el parámetro es tratado como una variable aleatoria lo que implica introducir incertidumbre sobre su verdadero valor. Esto hace posible obtener los momentos estadísticos e intervalos de credibilidad sobre su verdadero valor.

La estadística bayesiana se deriva del Teorema de Bayes que asocia la ocurrencia de dos o más eventos dado que uno de ellos ha sucedido. Se trata de establecer la probabilidad condicional de un evento. En su formulación más sencilla estima la probabilidad de que ocurra el evento A dado que sucedió B:

$$\Pr(A|B) = \frac{\Pr(A) \times \Pr(B|A)}{\Pr(B)}$$

Donde:

$\Pr(A)$ corresponde a la probabilidad de que el evento A se de, en términos bayesianos **probabilidad a priori**.

$\Pr(A|B)$ corresponde a la probabilidad de que el evento A ocurra dado que el evento B sucedió, en términos bayesianos **probabilidad a posteriori**.

$\Pr(B|A)$ corresponde a la probabilidad de que ocurra B dado que se conocen los datos A, en términos bayesianos la **verosimilitud** que tiene del suceso B.

La estadística bayesiana combina los datos de una muestra \tilde{x} de tamaño n (función de verosimilitud) con el juicio de los expertos (función de densidad *a priori*) dando como resultado una distribución *a posteriori* que se utiliza para la toma decisiones. En términos generales se tiene:

i) En el caso discreto:
$$P(\theta_i|\tilde{x}) = \frac{f(\tilde{x}|\theta_i)P(\theta_i)}{\sum_{i=1}^n f(\tilde{x}|\theta_i)*P(\theta_i)} \propto f(\tilde{x}|\theta_i) \times P(\theta_i); i = 1, \dots, n$$

ii) En el caso continuo:
$$\pi(\theta|\tilde{x}) = \frac{f(\tilde{x}|\theta)\pi(\theta)}{\int_{\Theta} f(\tilde{x}|\theta)\pi(\theta)d\theta} \propto f(\tilde{x}|\theta) \times \pi(\theta)$$

Donde:

Tabla 6 Formulación Bayesiana

Caso discreto	Caso continuo	Distribución
$P(\theta_i \tilde{x})$	$\pi(\theta \tilde{x})$	<i>A posteriori</i>
$f(\tilde{x} \theta_i)$	$f(\tilde{x} \theta_i)$	Verosimilitud
$P(\theta_i)$	$\pi(\theta)$	<i>A priori</i>
$1/\sum_{i=1}^n f(\tilde{x} \theta_i) * P(\theta_i)$	$1/\int_{\Theta} f(\tilde{x} \theta)\pi(\theta)d\theta$	Predictiva

La distribución predictiva es constante tanto en el caso discreto como en el continuo lo que permite utilizar el concepto de proporcionalidad (\propto) para simplificar. De esta forma se puede interpretar como:

$$(\text{conocimiento a posteriori}) \propto (\text{conocimiento a prior}) \times (\text{información de los datos})$$

El teorema de Bayes permite obtener probabilidades ajustadas considerando la información de los datos observados (verosimilitud) y el juicio de los expertos (*a priori*). Este proceso se considera de aprendizaje dado que la probabilidad *a posteriori* del análisis en t será la probabilidad *a priori* del análisis en $t + 1$.

En cuanto a las **medidas de posición**, es posible obtener la media, la moda y la mediana. Solo en el caso de que la distribución *a posteriori* sea uni modal y simétrica las tres medidas se consideran idóneas como estimador. En cualquier otro caso será siempre preferido utilizar la mediana.

Los intervalos de confianza de la estadística clásica se conocen en el ámbito bayesiano como **intervalos de credibilidad**. En términos generales dos puntos a_1 y a_2 definen un intervalo bayesiano de credibilidad con probabilidad $100(1 - \alpha)\%$ si se cumple (Berger, 1985):

$$\Pr\{a_1 \leq \theta \leq a_2 | \tilde{x}\} = \int_{a_1}^{a_2} \pi(\theta | \tilde{x}) d\theta \geq 1 - \alpha$$

En lo que se refiera a **pruebas de hipótesis**, mientras en la estadística clásica se trata de establecer la verdadera entre dos o más planteadas, la estadística bayesiana fija la probabilidad de que cada una de las hipótesis a contrastar sea verdadera.

Dado un parámetro $\theta \in \Theta$, con $\Theta_0 \cup \Theta_1 = \Theta$ y $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \emptyset$, se quiere evaluar $H_0: \theta \in \Theta_0$ versus $H_1: \theta \in \Theta_1$. En estadística bayesiana se requiere calcular las probabilidades *a posteriori* de cada una de las hipótesis, de la forma:

$$p_0 = \Pr\{H_0 \text{ cierta} | \tilde{x}\} = \Pr\{\theta \in \Theta_0 | \tilde{x}\}$$

$$p_1 = \Pr\{H_1 \text{ cierta} | \tilde{x}\} = \Pr\{\theta \in \Theta_1 | \tilde{x}\}$$

De forma análoga es factible obtener las probabilidades a priori de H_0 frente a H_1 , de la siguiente forma:

$$\pi_0 = \Pr\{H_0 \text{ cierta}\} = \Pr\{\theta \in \Theta_0\}$$

$$\pi_1 = \Pr\{H_1 \text{ cierta}\} = \Pr\{\theta \in \Theta_1\}$$

Una vez calculadas las probabilidades de las hipótesis es factible calcular los *odds ratio*. El **odd a priori** de H_0 frente a H_1 es el cociente π_0/π_1 . Entre más cercano a 1 más igualmente probable son ambas hipótesis, mientras que valores superiores a 1 indican que H_0 es más probable que H_1 , y al contrario en caso de que el cociente sea inferior a la unidad. El cálculo de los **odds a posteriori** y su interpretación se realizan de forma análoga. El último elemento necesario para realizar las pruebas de hipótesis es el denominado **factor Bayes**, que al evaluar la H_0 frente a H_1 se define como:

$$B_{01} = \frac{p_0/p_1}{\pi_0/\pi_1}$$

De este factor se deduce que, el *odd a posteriori* (p_0/p_1) es el producto del factor Bayes (B_{01}) y los *odd a priori* (π_0/π_1)³³.

En cuanto al uso de métodos bayesianos se señalan tres limitaciones : i) el elemento de subjetividad que requieren estos métodos contrasta con los métodos clásicos; ii) la información necesaria para especificar de forma correcta la información subjetiva no es sencilla de obtener; y iii) al ser métodos más complejos requieren de aplicaciones informáticas que aún son escasas.

Las dos primeras limitaciones pueden ser abordada aplicando los criterios de simplicidad y conveniencia en la elección de la distribución *a priori*. A este respecto son particularmente recomendables las **distribuciones conjugadas**³⁴. La principal ventaja es que si una distribución *a priori* es de una familia conjugada, la distribución *a posteriori* también lo será. Como norma general sí para un determinado problema existe una familia *a priori* conjugada que ajuste de forma correcta la distribución, entonces se debe utilizar el análisis conjugado, al menos, como primera aproximación a la solución del problema.

En el próximo epígrafe se profundiza sobre la forma en que se aborda la dificultad computacional asociada a los modelos que aplican métodos bayesianos.

5.2 Operando los Métodos Bayesianos

Parte del creciente desarrollo de los métodos bayesianos y su aplicación en diferentes ámbitos ha sido debido al desarrollo de *softwares* que facilitan el cálculo de problemas matemáticos complejos (Jackman, 2009) (Koch, 2007) (Tsonas & Papadakis, 2010) (Sarabia, Gómez-Deniz, & Vázquez-Polo, 2007).

La estadística bayesiana es un modelo formal de aprendizaje en un ambiente incierto aplicado a la inferencia estadística. La mecánica es siempre la misma: se formula una distribución *a priori* para los parámetros y dados los datos se calcula la distribución *a posteriori*.

³³ Más detalles sobre las pruebas de hipótesis que pueden realizarse utilizando métodos bayesianos pueden consultarse en (Jackman, 2009) (Koch, 2007) (Sarabia, Gómez-Deniz, & Vázquez-Polo, 2007)(Berger, 1985)

³⁴ Se dice que una distribución es conjugada para el muestreo dado por $f(\tilde{x}|\theta)$ si para cualquier densidad a priori $\pi(\theta) \in \mathbb{F}$ se verifica que la densidad a posteriori $\pi(\theta|\tilde{x}) \propto L(\tilde{x}|\theta) \times \pi(\theta)$ es también una densidad de la familia \mathbb{F} .

Considerando que se centra en el cálculo de las densidades *a posteriori*; y que en muchas ocasiones es difícil obtenerlas, sobretodo cuando el análisis es no conjugado. Se propone trabajar con aproximaciones de la densidad *a posteriori*. En este aspecto muchas de las técnicas actuales de integración están relacionadas con los métodos de Monte Carlo.

La versión más simple de la técnica de Monte Carlo aproxima la esperanza de una variable, de la forma (Jackman, 2009):

$$E(x_i) = \int_a^b f(x)\pi(y)dy \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i)$$

Donde los y_1, \dots, y_n son puntos elegidos independientemente de forma aleatoria de la densidad $\pi(y)$ entre (a, b) .

Los métodos de Monte Carlo se complementan con las Cadenas de Markov. Estas son un tipo es proceso en el que la probabilidad de que ocurra un evento depende del evento inmediatamente anterior, de la forma:

$$f(x_t|x_1, \dots, x_{t-1}) = f(x_t|x_{t-1})$$

La utilización de ambas técnicas se conoce como métodos MCMC (Cadenas de Markov Monte Carlo³⁵). Se pueden utilizar diferentes algoritmos para operar los MCMC, entre los más utilizados el Metrópolis - Hasting y el de Gibbs *Sampler*.

El Gibbs *Sampler* es un algoritmo para generar una muestra aleatoria a partir de la distribución de probabilidad conjunta de dos o más variables aleatorias. Es un caso particular del algoritmo de Metrópolis - Hastings. Si se quiere simular el parámetro θ_i dada una distribución condicionada de x y θ , se define como:

$$g_i(\cdot | \theta_i, \theta_{-i}) = f(\cdot | \theta_{-i}, x)$$

³⁵ MCMC es una técnica que simula una cadena de Markov, a través de métodos de Monte Carlo, cuyos estados siguen una probabilidad dada en un estado de espacios de grandes dimensiones.

El algoritmo de Gibbs *Sampler* se utiliza en situaciones prácticas donde no se conoce la distribución *a posteriori*, pero si es posible muestrear todas las distribuciones condicionales (Morera Salas, 2011).

La implementación de estas técnicas es más compleja entre mayor sea la dimensionalidad de la muestra.

Actualmente existen variados *software* que permiten aplicar diferentes técnicas para solucionar modelos bayesianos. La aplicación *WinBUGS*³⁶ (*Bayesian Inference Using Gibbs Sampling*) está entre las más utilizadas. Una de las principales ventajas es que sin ser un *software* libre ofrece licencia vitalicia. Permite realizar, a través de re muestreo, aproximaciones de la densidad *a posteriori* cuando no es posible obtenerlas de forma directa.

El R³⁷ es otro de los *software*, libre y de código abierto, que ha comenzado el desarrollo de herramientas para el análisis de modelos que incorporan métodos bayesianos.

Una vez vistos los conceptos básicos de la estadística bayesiana y la forma en que éstos pueden ser llevados de la teoría a la práctica, en el siguiente epígrafe se revisan las publicaciones relacionadas con la utilización de métodos bayesianos en el análisis de fronteras de eficiencia.

5.3 Métodos Bayesianos en Análisis de Frontera

La inclusión de la estadística bayesiana en el análisis de frontera es relativamente reciente. Los estudios localizados utilizan AFE para la estimación de la frontera y realizan ajustes utilizando métodos bayesianos. Solamente se localizó un estudio³⁸ donde se aplican técnicas bayesianas y análisis DEA. En el ámbito sanitario no se encontró ninguna publicación o documento de trabajo donde se utilicen métodos bayesianos y DEA en la estimación de fronteras, por lo que esta investigación es pionera en el campo.

³⁶ El WinBUGS es un software especializado que descargarse de <http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/bugs/winbugs/contents.shtml>

³⁷ El R puede descargarse en <http://www.r-project.org/>.

³⁸ La revisión de literatura abarcó las revistas científicas incluidas en las bases de datos ESBO, PUBMED, SciDirect, hasta el mes de junio del año 2012. Utilizando como claves de búsqueda: DEA, métodos bayesianos, análisis de frontera (tanto en inglés como en español).

A continuación se exponen algunas investigaciones en otros sectores donde se realizan estimaciones de frontera utilizando AFE ajustando por estadística bayesiana. Posteriormente se analiza con más detalle el trabajo presentado por Tsionas y Papadakis (2010) en el sector bancario griego donde aplica estadística bayesiana en análisis DEA.

En el marco de los enfoques de frontera estocástica Van den Broeck y otros (1994) introdujeron por primera vez la estadística bayesiana en la estimación de modelos de frontera estocástica utilizando datos de corte transversal.

Koop y otros (1994) describen el uso de técnicas de Cadenas de Markov Monte Carlo (MCMC), más específicamente el uso de muestreo de Gibbs, para determinar la inferencia *a posteriori*. Koop y otros (1997) y Fernández y otros (1997) extienden el uso de técnicas bayesianas para la medición de la eficiencia económica con datos de panel.

Voltes (2008) realiza un análisis de la eficiencia en aeropuertos utilizando AFE para la función de costos siguiendo el enfoque de Kumbhakar (1997). Realiza inferencia bayesiana para la ineficiencia a través de MCMC (Markov Chain Monte Carlo), utilizando un panel no balanceado de 161 aeropuertos de Europa, Norte América, Asia y Oceanía para el período 1990-2006.

Griffin y Steel (2008) utilizan una distribución Gamma para incorporar el análisis bayesiano, empleando también algoritmos MCMC. Elaboran un proceso de descomposición del índice de eficiencia de forma que sea posible calcular la probabilidad de que cada DMU pertenezca al grupo eficiente y señalan que es también posible desagregar el componente de las DMU inusualmente ineficientes.

Griffiths, Zhang y Zhao (2010) estudian los efectos de las características socioeconómicas y demográficas en la producción de salud y parametrizan el modelo para permitir que la eficiencia en la producción de salud varíe por factores relacionados con estilos de vida. Utilizan un enfoque bayesiano con una Cadena de Markov Monte Carlo (MCMC) como algoritmo para la estimación de la inferencia.

Song y Yi (2011) aplican un modelo de frontera estocástica con métodos bayesianos para estimar la eficiencia de las organizaciones de arte en la recaudación de fondos privados.

Negrín y otros (2011) proponen el uso de AFE para la comparación de tecnologías sanitarias desde el enfoque de costo-efectividad. Realizan una comparación entre operaciones ambulatorias e intervenciones convencionales en pacientes con obstrucción pulmonar crónica. Este es el primer estudio donde se propone un análisis completo de

costo-efectividad utilizando AFE, la eficiencia y los costos se modelan de forma conjunta utilizando estadística bayesiana.

Assaf y otros (2011) analizan el impacto de la integración vertical sobre el mercado de ventas al por menor en España. Parten de un modelo AFE a través de un modelo *translog* restrictivo para realizar un análisis bayesiano.

Assaf y otros (2011) realizan un análisis de los “*Shinkin Bank*”³⁹ en Japón. Estiman el crecimiento en la eficiencia y la productividad utilizando un IM estimado con *bootstrap*. Utilizan una aproximación bayesiana a las funciones distancia, estimando como base el modelo AFE con una función *translog*, empleando el algoritmo de recorrido aleatorio Metrópolis-Hastings.

Recientemente, Assaf (2012) realiza un estudio sobre el sector turístico en el Pacífico Asiático, utilizando una combinación de modelos de frontera. En la primera etapa realiza un DEA para estimar la eficiencia que será utilizada en una segunda como distribución *a priori* en el ajuste bayesiano del modelo AFE.

El estudio de Tsionas y Papadakis (2010) es de particular interés por su aplicación en modelos DEA. Realizan la estimación de la eficiencia de los bancos de Grecia mediante un modelo DEA orientado al *input*, con tres *inputs* y tres *outputs*; posteriormente, realizan la estimación del SDEA, y, finalmente, el DEA estocástico bayesiano con una distribución *a priori* no informativa. La conclusión más relevante es la diferencia de resultados en DMUs eficientes, en el DEA 12 entidades, en el SDEA 4, y en el DEA estocástico bayesiano ninguna. Consideran que los métodos bayesianos resuelven dos problemas importantes en el análisis de eficiencia aplicada. En primer lugar, puede separar el efecto del ruido; y, en segundo lugar, establecen intervalos de credibilidad para la probabilidad de que una DMU sea efectivamente eficiente. Resaltan que las técnicas bayesianas dotan al investigador de las herramientas necesarias para utilizar modelos más flexibles, que no requieren imponer supuestos previos sobre la distribución en el término de eficiencia.

Para la estimación del modelo DEA bayesiano, Tsionas y Papadakis (2010) se basan en el modelo DEA estocástico. Suponiendo que se tienen J *inputs* (X), K *outputs* (Y) y N DMUs el modelo lo expresan de la siguiente forma:

³⁹ Son bancos asociados a instituciones financieras regionales que sirven a las pequeñas y medianas empresas y a los residentes locales. Las empresas con más de 300 empleados no pueden acceder a sus fondos.

$$\max_{\psi, \lambda} \psi$$

s.a.

$$x_{0s} \geq \sum_{i=1}^N x_{is} \lambda_i + \sum_{i=1}^N (\mu_{X,i} - x_{is}) \lambda_i + \xi \left(\sum_{i=1}^N \sum_{h=1}^N \lambda_i \lambda_h \sigma_{X,ih} \right)^{1/2} ; s = 1, \dots, J$$

$$\psi y_{0t} \leq \sum_{i=1}^N y_{it} \lambda_i + \sum_{i=1}^N (\mu_{Y,i} - y_{it}) \lambda_i + \xi \left(\sum_{i=1}^N \sum_{h=1}^N \lambda_i \lambda_h \sigma_{Y,ih} \right)^{1/2} ; t = 1, \dots, K$$

$$\lambda \geq 0$$

Donde:

ψ es el *score* de eficiencia a maximizar

λ corresponde al vector de intensidad

Medias en *inputs* y *outputs*

$$\mu_{X,i} = E(x_{is}); s = 1, \dots, J$$

$$\mu_{Y,i} = E(y_{it}); t = 1, \dots, K$$

Covarianzas de *inputs* y *outputs*

$$\sigma_{X,ih} = \text{cov}(x_{is}, x_{il}); s, l = 1, \dots, J$$

$$\sigma_{Y,ih} = \text{cov}(y_{it}, y_{i\tau}); t, \tau = 1, \dots, K$$

$\xi = \Phi^{-1}(\alpha)$ función de la distribución normal estándar

El modelo DEA estocástico, del que se obtienen los promedios y las covarianzas de los *inputs* y los *outputs*, sigue una distribución normal multivariante del tipo:

$$Z_i \equiv \begin{bmatrix} y_i \\ x_i \end{bmatrix} \sim N(\mu, \Sigma); i = 1, \dots, N$$

Siendo y_i el vector de los K *outputs*, x_i el vector de los J *inputs*, μ el vector de medias $(K + J) \times 1$ y Σ la matriz de covarianzas $(K + J) \times (K + J)$.

Suponiendo que las Z_i son independientes, se construye la matriz Z de $N \times (K + J)$

$$Z = \begin{bmatrix} Z'_1 \\ \vdots \\ Z'_N \end{bmatrix}$$

El modelo se generaliza suponiendo una distribución multivariante $Z_i = \begin{bmatrix} y_i \\ x_i \end{bmatrix} \sim f(\cdot | \theta)$, donde $f(\cdot | \theta)$ es la función de densidad en \mathbb{R}^{K+J} que corresponde a cualquier función $F(\cdot | \theta)$ y $\theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^p$ es el vector del parámetro de interés. Bajo este supuesto la función de **verosimilitud** estaría dada por:

$$L(\theta; Z) = \prod_{i=1}^N f(z_i | \theta)$$

Teniendo una función **a priori** :

$$p(\theta)$$

La función **a posteriori** estaría dada por:

$$p(\theta|Z) \propto L(\theta; Z) \times p(\theta)$$

Tsionas y Papadakis (2010) definen un operador para introducir aleatoriedad en el modelo, siendo $T: Z \rightarrow \Omega \subseteq \mathbb{R}^s$ un espacio muestral s-dimensional que representa el conjunto de resultados ($r(Z; \theta) \in \mathbb{R}^s$) que se generan a partir de una única muestra aplicando un modelo DEA.

Suponiendo que r depende de θ , a partir de $p(\theta|Z)$ se puede obtener la distribución a posteriori $p(r|Z)$. En el caso de que se utilicen los resultados de eficiencia, es posible obtener las distribuciones marginales **a posteriori** como:

$$p(r_1|Z) = \int_{\mathbb{R}^q} p(r|Z) dr_0$$

donde $r = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_0 \end{bmatrix}$ siendo r_0 un vector $q \times 1$ y r_1 un vector $(N - q) \times 1$.

Esta **a posteriori** da una distribución conjunta de la eficiencia para una sub muestra de DMUs condicionada a los datos.

Dada la construcción del operador T (no lineal) el vector r está definido implícitamente, por lo que se requiere realizar un proceso de simulación.

Para cada $h = 1, \dots, s$ siendo s las simulaciones, se debe:

1. Obtener los $\theta^{(h)}$ de las distribuciones a posteriori $p(\theta|Z)$
2. Utilizando el operador T obtener los resultados $r^{(i)}$
3. Utilizando técnicas de aproximación de densidad estimar $p(r|Z)$

De esta forma definen Tsionas y Papadakis (2010) el modelo DEA Bayesiano a partir de un modelo DEA estocástico.

En este capítulo se han presentado, brevemente, los conceptos básicos de la estadística bayesiana. En los métodos bayesianos los resultados (*a posteriori*) son el producto de la información que generan los datos (*verosimilitud*) y el conocimiento de los expertos sobre el parámetro bajo análisis (*a priori*). La revisión de la literatura en el campo de las estimación de fronteras de eficiencia y la aplicación de estadística bayesiana muestra una reciente y escasa aplicación. La mayor parte de los estudios bayesianos en este ámbito utilizan como modelo base AFE. La investigación que se presenta en este trabajo es precursora en la incorporación de la estadística bayesiana en modelos DEA, siendo la primera en aplicarlos en el Sector Salud.

Los primeros cinco capítulos de este volumen han establecido un marco teórico de referencia sobre el análisis de la eficiencia a través de modelos de frontera. Hemos analizado las ventajas y desventajas de los diferentes enfoques profundizando en los modelos no paramétricos, específicamente los modelos DEA, cuya principal ventaja es que no requieren la definición de una forma funcional de la función de producción por lo que los resultados sobre eficiencia se generan a partir de las mejores prácticas observadas en la muestra. Posteriormente, ya en el capítulo 5, con el fin de llevar un paso adelante el análisis de las fronteras de eficiencia a través de modelos DEA, se propone la incorporación de la estadística bayesiana y su aplicación al sector salud con el fin de analizar posibles diferencias de resultados entre este enfoque bayesiano y el clásico.

A continuación, la segunda parte, resume la relación entre economía y salud; analiza la producción de la atención sanitaria; explora la literatura sobre el análisis de la eficiencia en el sector salud siguiendo métodos no paramétricos; y finaliza con la presentación del Sistema de Salud de Costa Rica, sobre el cual se realiza la aplicación.

II Parte Producción y Salud

Cap.6 Proceso de Producción en Salud

Desde el punto de vista económico el análisis del sector sanitario obedece a tres características básicas: i) la dimensión del sector, ya que en la mayoría de los países representa un alto porcentaje del PIB; ii) la regulación sobre los servicios, al ser la salud un bien público debe estar sometido a vigilancia por parte del Estado⁴⁰; y iii) la significancia ética, la salud y todo lo relacionado con ella está sujeto a reacciones emocionales extremas. Esta última es la característica que más retos impone a los economistas porque requiere encontrar una forma de diseñar reglas equitativas en la asignación de recursos (Chilingerian & Sherman, 2011) (Grossman, 1999) (Grossman, 1972).

Desde el punto de vista económico, simplificando al extremo, se analiza cómo los demandantes y los oferentes de servicios de salud buscan maximizar la utilización de recursos escasos para obtener el bien salud.

Grossman (1972) aporta, al estudio de la Economía de la Salud, el desarrollar un modelo que considera la demanda por servicios de salud (variable flujo) derivada de la demanda de salud (variable de *stock*).

Desde el punto de vista microeconómico el *trade-off* entre los objetivos de consumo y salud puede ser analizado como un problema convencional de optimización, de forma que la salud es un insumo que se requiere para la generación de ingresos que son utilizados para el consumo de bienes y servicios. Desde el punto de vista macroeconómico el sector entra a formar parte de la ecuación de cuentas nacionales, donde uno de los principales problemas es la valoración de la salud y la estimación de los beneficios asociados al gasto sanitario, sea éste público o privado (Ortún Rubio & Meneu de Guillerna, 2006) (López-Casasnovas, 2002).

Una de las particularidades del sector salud es que el individuo que se encuentra en una situación de necesidad no puede, en la mayoría de las ocasiones⁴¹, decidir postergar la demanda de los servicios, por lo que ésta es irregular y no se dispone de información

⁴⁰ Zweifel, Breyer, & Kifman (2009, cap 5) realizan un análisis de los fallos de mercado que de acuerdo a la teoría del bienestar justifican la regulación de este mercado.

⁴¹ En ocasiones cuando la atención es absolutamente impostergable las familia pueden incurrir en gasto catastrófico en salud (Vargas, Zúñiga-Brenes, Vindas, & Elizondo-Lara, 2010)(Lozada U, Vargas, & Xirinachs-Salazar, 2010).

sobre el tipo de asistencia que se requerirá una vez que se da la primera consulta (atención primaria, especializada, urgencias u otra).

El modelo de Zweifel (1981) introduce la teoría agente-principal. El médico (agente) determina los servicios de salud que el paciente (principal) requiere una vez que decide realizar la primera visita. Al establecer esta relación se define, en el campo de la economía de la salud, el concepto de la demanda inducida por la oferta, ya que, en las decisiones del médico no solamente influyen los criterios éticos y clínicos, sino que también se ven afectadas su propia decisión entre ocio (tiempo) y trabajo (ingreso) (Zweifel, Breyer, & Kifman, 2009) (Clavero Barranquero & González Álvarez, 2005).

Grossman (1999) utiliza la teoría del capital humano para explicar la demanda de salud, donde los individuos invierten en sí mismos a través de la educación, la formación y la salud para aumentar sus ganancias económicas. Esta teoría considera al individuo como un productor, que compra bienes y servicios en el mercado (servicios de salud, vestido y comida, entre otros) y los combina para producir bienes y servicios fundamentales de los que obtiene utilidad (salud, y el tiempo para ocio, entre otros). Por lo tanto, se considera a la salud como parte del *stock* de capital humano de que dispone el individuo, que se deprecia conforme se envejece y está expuesto a eventos aleatorios de carácter exógeno o endógeno. Este modelo supone que el individuo tiene un comportamiento racional y tiene información completa sobre los resultados de su inversión en salud, la función de producción de servicios en este sector, y la tasa de depreciación del *stock* salud.

Los resultados del uso de los servicios sanitarios sobre la salud del individuo tienen dos partes. La primera, por el lado de la oferta, está relacionada con la producción de los servicios. La segunda, depende del individuo y sus características.

Para el estudio del lado de la oferta de la atención sanitaria⁴² se segrega el sector. Uno de los criterios, es subdividirla de acuerdo al grado de complejidad que atiende. Las divisiones que se utilizan con mayor frecuencia son:

Nivel I. Centro de Salud- Puesto de Salud-Hogar-Comunidad: Es la DMU menos compleja. Suelen ser unidades homogéneas. Suponen el primer contacto del paciente con el mercado de atención en salud.

⁴² El término atención sanitaria se refiere al conjunto de bienes y servicios generados por las unidades productoras y que son consumidos por los pacientes de una determinada patología para mejorar su estado de salud (Corugedo de las Cuevas, 2011). En adelante se utilizan atención sanitaria y servicios de salud como sinónimos.

Nivel II. Hospitales Locales – Hospitales Regionales: Corresponde al nivel de atención especializada. Responde a la atención ambulatoria que no puede ser resuelta por el Nivel I y la hospitalización, especializada y de urgencias.

Nivel III. Hospitales Altamente Especializados: es la DMU más compleja, dado que está conformada por una serie de unidades que tienen un funcionamiento muy diferente. Es el último eslabón en la cadena de atención sanitaria. Atiende todos aquellos casos que no pueden ser resueltos por los niveles anteriores.

En cada uno de los niveles se lleva a cabo un proceso de producción (función de producción) que busca combinar adecuadamente los recursos disponibles bajo cierta tecnología con el fin de obtener una serie de bienes y servicios aptos para el consumo. El concepto de “combinación adecuada de recursos” está relacionado con una producción eficaz en términos clínicos y eficiente en términos tecnológicos (Corugedo de las Cuevas, 2011).

En mercados perfectamente competitivos el mecanismo asigna de forma óptima los recursos escasos. Sin embargo, los mercados de atención sanitaria se caracterizan por ser no competitivos, básicamente por la presencia de estructuras monopólicas, externalidades y asimetría en la información; sin dejar de lado la teoría de los bienes públicos y el principio de no exclusión. Esto hace que el análisis de la eficiencia en la atención de la salud sea cada vez más relevante.

En el siguiente epígrafe se profundiza en el análisis del Primer Nivel de Atención (PNA) desde la dimensión del oferente de los servicios de salud (Atención Sanitaria) ya que constituyen la base del estudio de eficiencia realizada en esta investigación.

6.1 Proceso de producción de la Atención Sanitaria en el primer nivel

Jacobs y otros (2006) proponen cinco preguntas básicas para la definición de modelos de análisis de la eficiencia en el sector salud:

i) ¿Cuál es la unidad apropiada de análisis?

El criterio fundamental para guiar la elección de la unidad de análisis es que las DMUs que se analizan ofrezcan el mismo conjunto de *outputs* :

- Sus actividades y resultados deben estar en un rango limitado para que la comparabilidad resulte factible y homogénea;

- Los *outputs* propuestos deben ser identificables con la mayor precisión;
- Siendo el conjunto de *outputs* homogéneo es posible determinar de forma específica los resultados para cada *output* en cada DMU. Esto permite mayor precisión en las acciones correctivas y, por tanto, mayores posibilidades de mejora.

ii) ¿Cuáles son los *outputs* de la atención de salud?

La definición de *outputs* en el sector salud es particularmente compleja dado que el término salud, en si mismo, lo es. En primera instancia, no es factible asignar un valor a la salud⁴³ (precio). Por otra parte, los servicios de salud son demandados por los pacientes cuando requieren aumentar o mantener la salud, por lo que, el producto final de las DMUs son *outcomes*⁴⁴. Sin embargo, rara vez se dispone de información sobre los *outcomes individuales* de los servicios de salud en cualquiera de sus niveles. Por lo que es necesario trabajar con los *outputs* correspondientes a cada nivel.

iii) ¿Cómo deben medirse los *outputs*?

Los *outputs* pueden ser medidos en cantidades o en términos monetarios. La valoración monetaria de los *outputs* sanitarios es uno de los aspectos más complejos por la variedad de actores involucrados en el proceso. Por una parte, está la estimación de los pacientes. Por otra, las tasaciones realizadas por el médico, el administrador de servicios de salud o el tomador de decisiones en política. La principal complicación es llevar los diferentes puntos de vista a una única estimación numeraria.

La medición de los *outputs* en cada uno de los niveles de atención a través de cantidades suele ser más sencillo. Por ejemplo, número de consultas en el primer nivel, cantidad de exámenes especializados en el segundo nivel o número de intervenciones quirúrgicas de alta tecnología en el tercer nivel. Por lo que la recomendación es medir los *outputs* en cantidades.

iv) ¿Qué *inputs* se utilizan en la producción de esos *outputs* y cómo se deben valorar?

⁴³ En el campo de la valoración de invalorables, los investigadores en economía de la salud han utilizado las técnicas y herramientas que se han desarrollado en el área de economía ambiental. Por ejemplo, la valoración contingente.

⁴⁴ Los *outputs* se refieren a la producción en cantidad, valor o rendimiento de un proceso productivo, mientras que los *outcomes* se refieren a los resultados o las consecuencias del proceso productivo.

Los *inputs* son, generalmente, más sencillos de definir. Suelen tener precios de mercado que permiten su agregación en términos de los costos, Esto implica suponer que las DMUs pueden elegir libremente su combinación de *inputs*, lo que, sí sucede, es solo en el largo plazo⁴⁵. En el corto se considera que la combinación de *inputs* no está del todo en manos de las DMUs, es decir, algunos pueden ser gestionados y otros serán exógenos.

Dos de los *inputs* que suelen utilizarse son el trabajo y el capital. El primero se disocia por nivel de capacidad o formación y puede ser medido a través de las horas laborales o el costo de contratación. El segundo (capital) es más complicado de medir, dado que es un *input stock*. En el corto plazo, suelen usarse aproximaciones como el número de camas, el tamaño de las unidades⁴⁶ o la inversión en equipo médico. A largo plazo se utiliza la valoración de todos los activos asignados⁴⁷ por período de tiempo analizado, incluyendo aquellos que se utilizan como aproximaciones en el corto plazo,.

v) ¿A qué limitaciones ambientales se enfrentan?

Las DMUs deben conciliar una serie de factores. Estos pueden depender de su propia gestión (controlables) o no (exógenos o ambientales⁴⁸). Pero el análisis de eficiencia esta influenciado por la integración de todos los factores que afectan la salud, por lo tanto, dejarlos fuera puede alterar los resultados. Con el fin de homogeneizar las DMUs y minimizar los efectos de los componentes externos se puede: i) restringir el análisis solamente a aquellas DMUs que son comparables en todos los aspectos; ii) hacer explícitos los factores externos que las afectan; o iii) realizar ajustes considerando la presencia de dichos elementos.

⁴⁵ Independientemente que la organización de la atención sanitaria sea pública o privada, no es factible que todos los inputs varíen en el corto plazo. La adquisición de maquinaria y equipo y la construcción de nuevas instalaciones, por ejemplo, suelen requerir de autorización superior, la Junta Directiva en el caso privado o la administración pública del sistema sanitario.

⁴⁶ El tamaño de las unidades suele ser medida en términos de metros cuadrados utilizados por la unidad y la cantidad de pacientes que puede atender.

⁴⁷ La valoración de los activos y la distribución por unidades ejecutoras responde a las prácticas contables que se utilicen.

⁴⁸ En el capítulo 3 se expusieron las diferencias entre factores ambientales y factores exógenos, sin embargo, para ser consecuentes con la mayoría de la literatura se usarán los términos ambiental y exógeno como sinónimos.

Entre los *inputs* ambientales que afectan⁴⁹ a las DMUs, en cualquier nivel de atención, se encuentran:

- a) los demográficos,
- b) la organización política y social,
- c) las condiciones ambientales y geográficas,
- d) el nivel educativo, y
- e) el acceso a los servicios públicos, principalmente agua potable y energía eléctrica.

La Figura 14 muestra las relaciones entre *inputs* y *outputs* según Jacobs y otros (2006). La organización de la DMU_0 en el período t está directamente relacionada con la dotación de recursos del año $t - 1$ (los *inputs* del año t , los *inputs* exógenos y el sistema de restricciones). Con ello producen los *outputs* indirectos derivados de los servicios de salud, los *outputs* propios del año t , y los *outcomes* externos asociados al mediano y largo plazo. Finalmente, como resultado del proceso productivo del año t , se determina la dotación para el año $t+1$ y se generan reacciones en el sistema de restricciones que afectarán los períodos subsecuentes.



Fuente: Adaptado de (Jacobs, Smith, & Street, 2006) Figura 2.5

⁴⁹ Los factores ambientales afectan sobre la demanda o sobre la oferta de servicios de salud. Por ejemplo, un mayor nivel educativo está asociado con una mayor demanda por servicios de salud. La oferta de servicios de salud se ve influenciada por la organización política y social.

Hollingsworth y Peacock (2008) señalan tres preguntas adicionales para la evaluación de la eficiencia en el sector salud: ¿qué se quiere medir?, ¿por qué se va a medir?, y ¿para quién se va a medir?. Antes de desarrollar un modelo para estimar la eficiencia en salud, las respuestas deben estar claras, pues de ellas dependen los datos y las herramientas a utilizar.

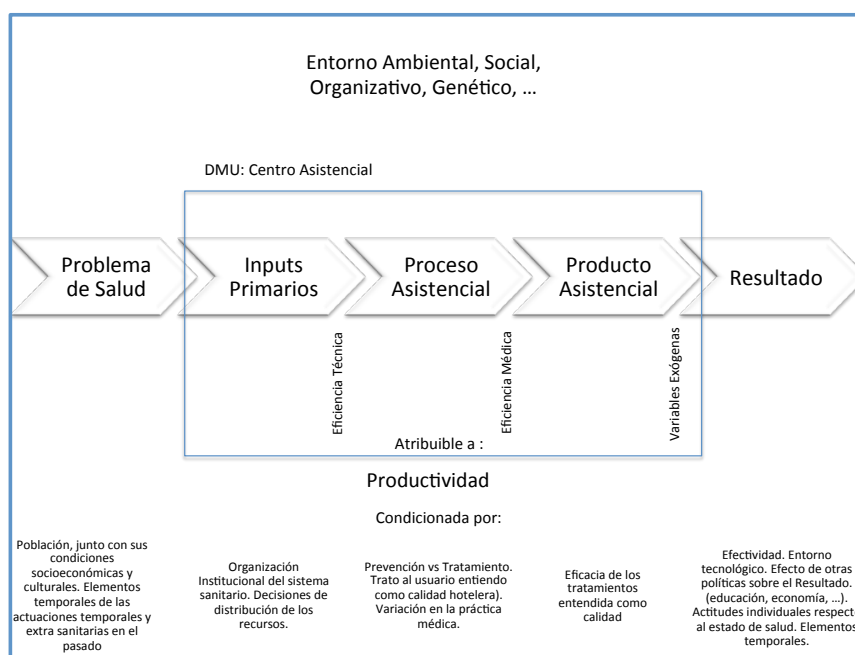
Ante las interrogantes planteadas se quiere *estimar la eficiencia técnica* en el primer nivel de atención en salud, con el fin de *determinar las posibilidades de mejora* en las diferentes DMUs como herramienta para los *tomadores de decisiones* de política sanitaria.

Aday y otros (2004) señalan que el análisis de la eficiencia técnica requiere identificar los *inputs* y discriminar claramente entre *outputs* intermedios (aquellos que serán utilizados como *inputs* en otra parte del proceso) y finales. Para el análisis de la eficiencia asignativa se deben considerar: i) alternativas médicas y no médicas; ii) cobertura de servicios de prevención; y iii) la mezcla de tratamientos en relación con la mejora de la salud.

Casado, Ortún y Sánchez (2000) analizan el proceso de producción de servicios de salud considerando que se inicia una vez que el paciente decide realizar una consulta médica, dada la presencia de un problema de salud y la necesidad de solucionarlo. La oferta de servicios de salud requiere de *inputs* primarios para realizar el proceso de atención sanitaria que generará un producto asistencial, para finalizar con los resultados sobre la salud del paciente.

La Figura 15 resume el desarrollo de los servicios con el objetivo de mantener o aumentar la salud. Dentro de la producción realizada por el centro asistencial (DMU) se pueden identificar dos niveles de eficiencia: i) la eficiencia técnica derivada del proceso técnico, también llamado ingenieril; ii) la eficiencia médica que depende, principalmente, de factores atribuibles a la variabilidad en la práctica médica y al compromiso del paciente respecto al tratamiento indicado. Sin embargo, los resultados sobre la salud son mucho más complejos de estimar dado que están afectados por una gran cantidad de factores exógenos que los condicionan.

Figura 15 Esquema productivo estático en la asistencia sanitaria



Elaboración propia

Casado, Ortún y Sánchez (2000), señalan cuatro aspectos a considerar de forma explícita, cuando se trata de analizar la eficiencia en el primer nivel de atención: i) un buen resultado suele ser la minimización de la probabilidad de que un individuo deba hacer uso de los servicios⁵⁰; ii) los resultados dependen no solo de la intervención de la asistencia sanitaria sino de factores individuales; iii) la caracterización de los resultados, dado el nivel de interacción entre los diferentes niveles de atención; y iv) la atención primaria, a diferencia de la atención especializada, realiza una serie de actividades más amplias (preventivas) que al tener éxito pasan desapercibidas en los resultados cuando estos se miden en cantidad de consultas.

La Figura 16 resume los indicadores de *inputs* y *outputs* más utilizados en el primer nivel de atención cuando se trata de analizar la eficiencia técnica, de acuerdo con la revisión de literatura (Chilingerian & Sherman, 2011) (Madrigal Meneses & Rodríguez, 2010) (Hussey, et al., 2009) (Hollingsworth & Peacock, 2008) (Urbina Pérez, Gorgemans, Pastor Tejedor, & Tena Tena, 2007) (Casado, Ortun, & Sanchez, 2000) (Puig-Junoy & Dalmau, 2000).

⁵⁰ Bajo el supuesto de que los individuos hacen uso de los servicios de salud cuando requieren recuperar o aumentar su salud. El que un individuo no requiera asistir a un centro de salud se asocia con un buen estado de salud.

Figura 16 Inputs y Outputs más utilizados en estudios del PNA

Inputs Primarios	Outputs intermedios	Outputs Finales PNA
<ul style="list-style-type: none"> Recursos Humanos Personal Sanitario <ul style="list-style-type: none"> Medicina General Pediatría Enfermería Asistencia Social Auxiliar de enfermería Tareas de Apoyo <ul style="list-style-type: none"> Odontólogos Odontostomatólogos Psicólogos Fisioterapeutas Enfermeras Gasto en farmacia Equipos Consumo de suministros Exámenes diagnosticos <ul style="list-style-type: none"> Rayos X Laboratorio 	<ul style="list-style-type: none"> Consultas <ul style="list-style-type: none"> Programadas A demanda A domicilio Urgencias Derivaciones a <ul style="list-style-type: none"> Especialista Programa de salud <ul style="list-style-type: none"> Cobertura vacunaciones Seguimiento embarazo Visitas postparto Educación a madres Atención a crónicos Atención domiciliaria a pacientes con problemas de movilidad Sellado bucodental Otros... Asistencia recibida por paciente Episodio Asistencial (Atención/Pobl en Riesgo) Cartera de Servicios 	<ul style="list-style-type: none"> Mejoras de salud <ul style="list-style-type: none"> Derivación evitable (<i>Ambulatory Care-Sensitive Conditions</i>) Indicadores de calidad <ul style="list-style-type: none"> Tiempo medio consulta Cumplimiento de las Normas Técnicas mínimas (Audit. Sanitario) Satisfacción percibida por los usuarios

Elaboración propia

Como se expuso anteriormente debe tenerse presente la unidad de medida de cada uno de los *inputs* y los *outputs*, en cantidades o en valores, sobretodo en aquellos donde los precios están dados. Los *outputs* que interesa medir son los *outputs* denominados intermedios, dado que los *outputs* finales, como ya se ha mencionado, están influenciados por factores exógenos al proceso productivo del PNA. Se pueden utilizar las consultas⁵¹ o el episodio asistencial. En el primer caso implica contabilizar la cantidad de visitas realizadas para un período determinado. En el segundo, equivale a analizar la actividad que genera atender los problemas de salud y agregarlos en una medida que los resuma para un período determinado. Sin embargo, ambos presentan una limitación, la dispersión en la complejidad de los problemas de salud atendidos en cada consulta (Casado, Ortun , & Sanchez, 2000).

Hasta ahora se han establecido los posibles *inputs* y *outputs* dentro del PNA del sector salud. Está claro que existen una serie de complicaciones en cuanto a su medición que van más allá de los tradicionales en las empresas con múltiples *inputs* y múltiples *outputs*. Se trata de un sector que se ve afectado por la teoría económica de agente-principal (médico-paciente) donde los componentes externos juega un factor importante.

En el siguiente capítulo se hace un breve repaso de la literatura sobre la aplicación de modelos DEA en el sector sanitario, haciendo especial énfasis en aquellos relacionados con el PNA.

⁵¹ La utilización de las visita como medida del *output* tiene como desventaja que ofrece una visión puntual de la asitencia sanitaria.

Cap.7 DEA en el Sector de Salud

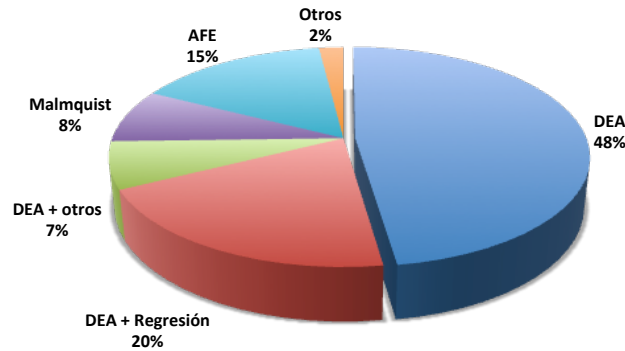
La primera aplicación del DEA en el sector salud se atribuye al estudio realizado por Sherman, en su disertación doctoral del año 1981, donde analizó el desempeño de los departamentos de cirugía de 15 hospitales de EE.UU. Partiendo de este estudio, Hollingsworth, Dawson y Maniadakis (1992) hicieron un recuento de 91 estudios DEA aplicados al Sector Salud, incluyendo análisis regionales, programas específicos, hospitales, centros de ancianos, médicos especialistas y médicos de atención primaria. Casi una década más tarde Puig-Junoy (2000) realizó revisión de la literatura relacionada con la medida de la eficiencia en organizaciones sanitarias, con especial énfasis en los estudios realizados para España, cuyas principales conclusiones son:

- i) Las comparaciones de índices de eficiencia entre estudios diferentes deben tomarse con mucha precaución, ya que la medida de eficiencia se realiza respecto a la “mejor” frontera de cada muestra (*reliability yardstick*). Estos índices únicamente reflejan la dispersión intra-muestral y no pueden decir nada sobre la mayor eficiencia relativa de una muestra en comparación con otra.
- ii) Lo óptimo sería disponer de medidas del producto de una organización sanitaria en términos de la mejora en el estado de salud producida. Sin embargo, dado que esta información usualmente no está disponible, se utilizan medidas de actividad o producto intermedio (por ejemplo, visitas, consultas, ingresos, altas, estancias, y número de procedimientos diversos, entre otras).
- iii) Las medidas de cantidad de producto (incluyendo el *case-mix*) no tienen en cuenta las diferencias en la calidad, cada vez más relevantes en la atención sanitaria.
- iv) Entre los principales problemas de la aplicación del DEA en las organizaciones sanitarias están (González & Barber, 1996): precios sombra poco verosímiles, DMU con eficiencia espuria, sensibilidad de los resultados a la presencia de *outliers*, la necesidad de controlar por la heterogeneidad de las DMU, las diferencias en calidad de la atención médica y la definición adecuada de *inputs* y *outputs*.

Hollingsworth y Peacock (2008) realizan una amplia revisión de los estudios de eficiencia en el sector sanitario. La Figura 17 muestra el resumen de la distribución de los estudios de acuerdo al tipo de análisis utilizando. Resalta que el 48% se realizaron utilizando DEA, el 20% con modelos DEA en dos etapas y, el 7% utilizaron DEA y otro método estocástico

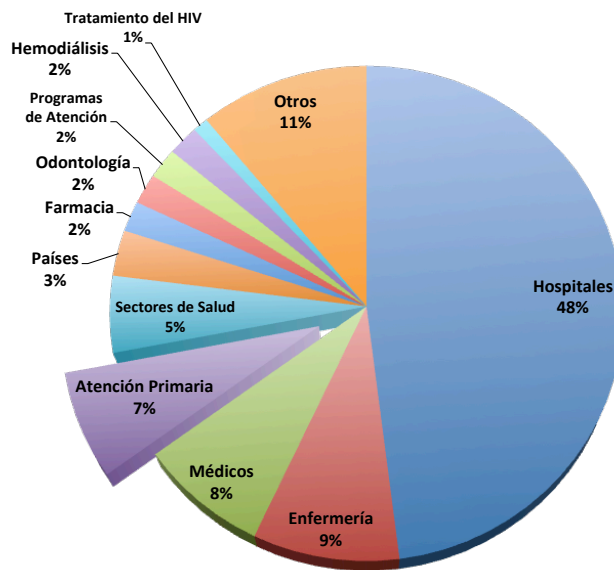
para ajustar la estimación, lo que implica que el 75% de los estudios de eficiencia en este sector han utilizado modelos no paramétricos. La Figura 18 muestra la distribución de los trabajos según área de análisis, llama la atención que solamente el 7% se ha realizado en atención primaria.

Figura 17 Estudios sobre la Medición de la Eficiencia en Salud por tipo de análisis



Adaptado de (Hollingsworth & Peacock, Efficiency Measurement in Health an Health Care, 2008)

Figura 18 Estudios sobre la Medición de la Eficiencia en Salud por área de estudio



Adaptado de (Hollingsworth & Peacock, Efficiency Measurement in Health an Health Care, 2008)

En esta misma línea Hussey y otros (2009) analizaron 265 artículos sobre la medición de la eficiencia en el sector salud publicados entre 1990 y 2008. En el 94,7% de los artículos revisados, el *output* suele ser medido a través de días de hospitalización, procedimientos, consultas médicas, episodios asistenciales resueltos, resultados en salud y otros servicios.

Los *inputs* suelen medirse por cantidades (46.4%) y los costos de producción se utilizaron en un 82% de los estudios. Solo el 22.6% de las investigaciones incluyeron tanto las medidas de costos como las cantidades de recursos (Tabla 7).

Tabla 7 Resumen sobre las publicaciones en Medición de la Eficiencia en el Sector Salud

	Cantidad	Porcentaje
Perspectiva		
Hospitales	162	61.1%
Médicos (individual o en grupo)	54	20.4%
Panes de Salud	13	4.9%
Sistemas Integrados	5	1.9%
Enfermería	6	2.3%
Región Geográfica	4	1.5%
Programas de Atención	3	1.1%
Otros	18	6.8%
Inputs		
Cantidades	123	46.4%
Financieros	82	30.9%
Cantidades y Financieros	60	22.6%
Outputs		
Servicios de Salud	258	97.4%
Resultados en Salud (<i>Outcomes</i>)	5	1.9%
Otros	3	1.1%
Métodos Estadísticos y Matemáticos		
Análisis de Frontera u otros basados en regresiones	147	55.5%
Razones	117	44.2%
Variables Explicativas		
Nivel del proveedor	131	49.4%
Riesgo/severidad del Paciente	91	34.3%
Ninguna	90	34.0%
Nivel del proveedor	58	21.9%
Nivel del paciente (excepto Riesgo/Severidad)	38	14.3%
Fuente de Datos		
Datos secundarios	182	68.7%
Datos primarios	53	20.0%
No disponibles	30	11.3%
Tipo de Análisis Temporal		
Cohorte Transversal	150	56.6%
Longitudinal	104	39.2%
No disponible	11	4.2%
Análisis de Solidez científica		
Fiabilidad / Validez de los resultados	6	2.3%
Informe de análisis de sensibilidad	67	25.3%

Adaptado de (Hussey, et al., 2009)

En resumen, la mayor parte de los estudios realizados sobre eficiencia en el sector sanitario ha sido efectuado a nivel hospitalario. Aún cuando las DMUs tienen mayor complejidad, presentan indicadores generalmente más sencillos de calcular sobre los *outcomes* y los *outputs*.

Entre los estudios recientes relacionados con análisis de frontera destacan:

Urbina y otros (2007) detectaron 11 estudios sobre eficiencia en el Primer Nivel de Atención (PNA) de España con análisis de frontera. Con esta misma tecnología llevaron a cabo un análisis de la eficiencia de la atención primaria en la Comunidad Aragonesa. Utilizaron 3 *inputs* controlables (médicos y enfermeras, exámenes de laboratorio y rayos x) y 4 *outputs* (consultas: demanda, programadas y domiciliarias; y derivaciones al segundo nivel). Concluyen que el 44% de las DMUs son eficientes. La eficiencia media es del 87% y determinan las DMUs que pueden utilizarse como *benchmarking* del sector.

Bernet, et. al. (2008) realizan un análisis DEA en dos etapas con *bootstrap* para indicadores de eficiencia. Estiman la eficiencia entre dos regiones de las policlínicas (atención a primer nivel) de Ucrania. Determinaron que la diferencia en eficiencia entre las regiones no es estadísticamente significativa en la primera etapa. En la segunda, utilizan una regresión truncada que muestra que existen diferencias significativas entre las policlínicas del este y el oeste.

Daidone y D'Amico (2009) efectuaron un análisis de frontera utilizando AFE controlando por variables ambientales (*inputs* no controlables) y utilizando como *output* un *case-mix* para los hospitales de la región de Lazio. Concluyeron que la ineficiencia está inversamente relacionada con la especialización y directamente con la capitalización.

Ferrier, Leleu y Valdmanis (2009) estudiaron la capacidad de los hospitales en 15 áreas metropolitanas de EEUU durante 2002. Usan el concepto de Johanson⁵² para estimar la capacidad de producción como *output* y analizan la eficiencia aplicando DEA con orientación *output*. Concluyen que desde la perspectiva de frontera, el exceso de capacidad es parte del costo de los hospitales para mantenerse “siempre listos” para proveer los servicios de salud en tiempos de crisis.

Gunning y Sickles (2011) realizan un análisis sobre la producción de los médicos utilizando una función de Leontief, multi-costo de cuatro *outputs*, mediante técnicas de regresión. El modelo propuesto asume que los médicos buscan minimizar los costos

⁵² Johanson L (1968). Production Functions and the Concept of Capacity. Namur, Belgium, Rechercher Re'centes sur le Fonction fe Production (Economie Mathematique et Econometrie no.2). Reimpreso en: Forsund, FR, (1987) The Collected Works of Leif Johanson, Vol 1, Amsterdam, North-Holland.

sujetos a restricciones tecnológicas. Utilizaron la base de datos de la *American Medical Association Physician Socioeconomic Monitoring Survey* para el año 1998, concluyendo que los precios por las consultas médicas son superiores a los costos marginales.

Chinligerian y Sherman (2011) hacen un repaso por el desarrollo histórico del sector salud utilizando DEA. Señalan una serie de ventajas para su utilización. En primera instancia, al ser modelos no paramétricos no requieren definir una forma funcional de la función de producción. En segundo lugar, estima las mejores prácticas mediante la evaluación de la eficiencia de cada DMU en forma individual en comparación con otras DMU de la muestra. En tercer lugar, la facilidad para manejar múltiples *outputs* y múltiples *inputs* para la generación de un único estimador de eficiencia. Por último, cada DMU es comparada con un subgrupo de DMUs lo más homogéneas posibles. Recuerdan que uno de los problemas principales del análisis del sector salud responde a la dificultad de definir los productos, en especial la diferencia entre los servicios y el *stock* de salud.

El nivel hospitalario es donde más aplicabilidad han tenido estas técnicas pero señalan que cada vez es más frecuente considerar la diferencia entre la eficiencia derivada de la gestión administrativa de las DMUs y la derivada de la gestión clínica de la misma.

En el campo del análisis de la eficiencia en Atención Primaria, uno de los retos principales es la incorporación de las variables relacionadas con la calidad de la atención y con la variabilidad en la práctica médica (Chilingerian & Sherman, 2011).

La Tabla 8 resume los estudios realizados por Chilingerian y Sherman en los últimos 15 años con modelos de eficiencia.

Tabla 8 Investigaciones de Chilingerian y Sherman sobre eficiencia

Autor	Año	Objetivo
Chilingerian	1989	Inditificar factores no técnoso asociados a la eficiencia de los ciruganos e internistas
Chilingerian y Sherman	1990	Desarrollar un nuevo modelo de análisis de la eficiencia en las clínicas
Chilingerian y Sherman	1995	Analizar la escala de planta más productiva con datos de panel
Chilingerian y Sherman	1996	Establecer el Benckmarking en atención primaria
Chilingerian y Sherman	1997	Analizar la variabilidad en la práctica médica
Ozcan	1998	Analizar la variabilidad en la práctica médica
Chilingerian y Glavin	1994	Realizar un ranking de acuerdo a sus pares aplicando la teoría de la administración de la producción clínica

Elaboración propia (Chilingerian & Sherman, 2011)

En los estudios señalados, los autores coinciden en que las bondades del DEA para el análisis de la eficiencia del sector salud compensan sus limitaciones. Una de las principales es la incorporación de la incertidumbre. En este sentido los modelos *DEA-Bootstrap* y *SDEA* la incorporan de dos formas diferentes. El primero a través de un proceso de muestreo y el segundo utilizando restricciones limitadas. La revisión de literatura señala que el *DEA-Bootstrap* se utiliza con frecuencia en el sector sanitario. Mientras que para el *SDEA*, de desarrollo más reciente, no hemos localizado ninguna aplicación para el primer nivel asistencial.

En esta investigación nos proponemos combinar y comparar, por primera vez en el marco de la atención primaria, los resultados del DEA, *DEA-Bootstrap*, y *SDEA*, con un avance metodológico reciente, la aplicación de la estadística bayesiana que contribuirá a la incorporación de la incertidumbre en las estimaciones desde una perspectiva diferente.

El siguiente capítulo caracterizamos el Sistema de Salud de Costa Rica como marco de referencia de las unidades de producción sobre la que realizamos esta aportación para el período 2004-2010.

Cap.8 Sistema de Salud de Costa Rica a la luz de la Reforma Ley 7374 de 1994.

En el año 2010 Costa Rica tenía una población de 4.581.389 habitantes, una esperanza de vida al nacer de 79,04 años, una tasa bruta de mortalidad general de 4.23 por 1000 hab. y de mortalidad infantil del 9.20 por 1000 nacidos vivos⁵³. La cobertura del seguro de salud era del 88% de la población y el gasto sanitario representó un 10.9% del PIB, con un gasto *per cápita* en salud de 811US\$. El sistema es financiado en su mayoría por el sector público, aproximadamente 70%⁵⁴.

Lo que es actualmente el sistema sanitario costarricense se comienza a gestar con el nacimiento del Sistema de Salud de Costa Rica el 1º de noviembre de 1941, cuando la Asamblea Legislativa, mediante Ley Nº 17, crea la Caja Costarricense de Seguro Social (CCSS). Este hecho contribuyó al desarrollo de un sistema sanitario que permitió que durante la segunda mitad del siglo XX Costa Rica experimentara importantes transformaciones demográficas. La natalidad comenzó a disminuir de forma notable, mientras la esperanza de vida aumentaba y la tasa global de fecundidad y mortalidad tendían a la baja.

Los cambios demográficos y su repercusión en el crecimiento de la demanda de servicios sanitarios, los cambios en el patrón de morbi-mortalidad, la incorporación de tecnologías sanitarias cada vez más costosas, los mejores niveles de vida y de renta de la población, aunados a la crisis económica Latinoamericana de la década de los 80, terminan por afectar la capacidad financiera del sistema. Como resultado, en la década de los 90, se impulsa una profunda Reforma en el Sistema de Salud que culmina con la Ley 7374 del 19 de enero de 1994 (Cubero Dudinskaya, 2010) (Ministerio de Salud) (Rodríguez Herrera, 2006).

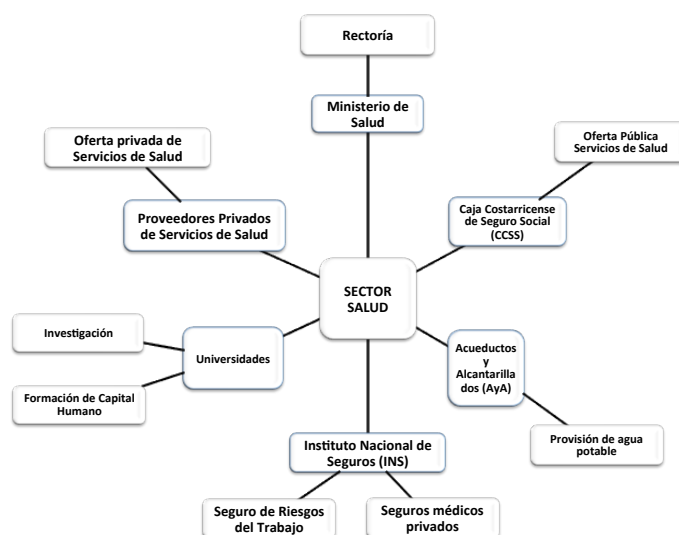
Este proceso de Reforma (Ley 7374) mantiene los principios básicos de financiación pública redistributiva e igualdad de acceso para toda la población. Para ello se plantearon tres puntos claves: la extensión del modelo de atención primaria, la mejora en la eficiencia y la reestructuración de la oferta de servicios de salud. (Rodríguez Herrera & Bustelo, 2008)

⁵³ Consulta realizada en <http://ccp.ucr.ac.cr/observa/CRindicadores/tasas.html>, el 12 de noviembre de 2012.

⁵⁴ Consulta realizada en <http://apps.who.int/ghodata/?theme=country#> el 12 de noviembre de 2012.

Uno de los aspectos fundamentales de la Reforma fue la reestructuración del sector, reconociendo la participación de, al menos, seis actores sociales institucionales que tienen una interacción constante. En la Figura 19 se muestra el papel principal de cada uno de ellos.

Figura 19 Actores Sociales Institucionales del Sector Salud de Costa Rica



Elaboración propia

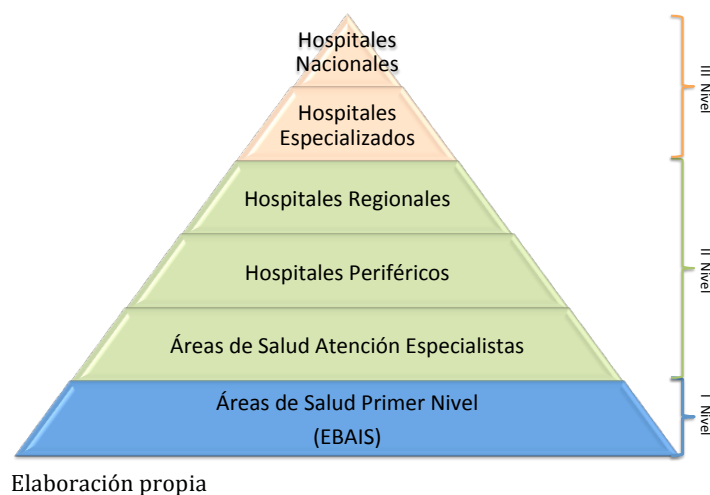
Como resultado de este proceso de reestructuración, el cambio más significativo fue el traspaso de la atención sanitaria del MS a la CCSS, que la asumió por completo a partir de 1995. Para brindar los servicios de salud, la CCSS se apoya en su propia red de hospitales, clínicas, áreas de salud y equipos básicos de atención integral en salud (EBAIS⁵⁵). Además, cuenta con programas en los que participa el sector privado: i) la compra de servicios a terceros, que involucra a varias cooperativas, a la Universidad de Costa Rica y a una asociación de médicos; y ii) el programa de médico de empresa que consiste en el apoyo con medicamentos y procedimientos de diagnóstico a médicos contratados directamente por las empresas para la atención de sus trabajadores (Rodríguez Herrera, 2006).

La prestación de estos servicios por parte de la CCSS se organiza por medio de tres niveles de atención, conformados de la siguiente manera (Figura 20) (Dirección Proyección de Servicios de Salud, 2008) (Rodríguez Herrera, 2006):

⁵⁵ Uno de los pilares de la reforma de salud fue la constitución de los Equipos Básicos de Atención Integral en Salud (EBAIS), conformados por un médico, un auxiliar de enfermería y un Técnico en Promoción de la Salud (ATAP), más personal de apoyo (técnicos en farmacia y en registros médicos) y de las Áreas de Salud, que agrupan a los EBAIS y cuentan con personal de apoyo más especializado (como odontólogo, microbiólogo y especialista en salud ambiental). (Rodríguez Herrera, La Reforma de Salud en Costa Rica, 2006).

- I. El primer nivel de atención cuenta con 79 áreas de salud Tipo I. Tiene por objetivo la atención integral, promoción, prevención, atención de la enfermedad y rehabilitación. Los servicios se ofrecen a través de Equipos Básicos de Atención en Salud (EBAIS), que atienden por término medio aproximadamente a 4000 habitantes.

Figura 20 CCSS: Estructura de la Atención Sanitaria



- II. En el segundo nivel cuenta con 10 clínicas (áreas de salud Tipo II y Tipo III), 13 hospitales periféricos y 7 hospitales regionales. Provee apoyo al primer nivel. Ofrece intervenciones ambulatorias y hospitalarias en especialidades básicas y algunas subespecialidades.
- III. En el tercer nivel se encuentran 6 hospitales especializados y 3 hospitales generales de concentración nacional y alta especialización. Cada uno de estos tres es responsable de atender a la población de un área del país⁵⁶. Brinda servicios ambulatorios y de internamiento en todas las subespecialidades no atendidas en los niveles anteriores. Ofrece servicios de apoyo diagnóstico y terapéutico que requieren tecnología de alta gama y especialización.

Considerando el recorrido ideal, un paciente accede al sistema desde el área de salud de primer nivel. Si el médico lo considera necesario lo remite al segundo nivel para ser tratado por un especialista que, en caso de que no pueda resolver, lo remite al hospital

⁵⁶ El Hospital México atiende la región Noreste, el Hospital Rafael Ángel Calderon Guardia la región este y el Hospital San Juan de Dios la región sur.

periférico. Ante una mayor complejidad se le refiere al hospital regional, y finalmente, podrá ser derivado a un hospital especializado u hospital nacional de tercer nivel.

Rodríguez Herrera (2006) resume el proyecto de la reforma en tres puntos:

- i. La readecuación del modelo de atención en el primer nivel a partir de la incorporación de un modelo de planificación basado en necesidades de salud con un aumento en la capacidad resolutoria de la atención de primer nivel y la introducción de la atención integral a la salud a partir de la concentración de toda la provisión de servicios de salud en la CCSS.
- ii. La implantación de nuevos mecanismos de asignación de recursos financieros con el instrumento de los compromisos de gestión.
- iii. El desarrollo de un programa de desconcentración de los servicios de salud.

En lo que corresponde a la atención en el primer nivel, la reforma se concentró en dos ejes: el traslado de las funciones de atención de la salud a la CCSS, que ofrecía el Ministerio de Salud; y la conformación de los EBAIS y las Áreas de Salud (AS) (Cubero Dudinskaya, 2010) (Dirección Proyección de Servicios de Salud, 2008) (Rosero Bixby, 2004) (Ministerio de Salud).

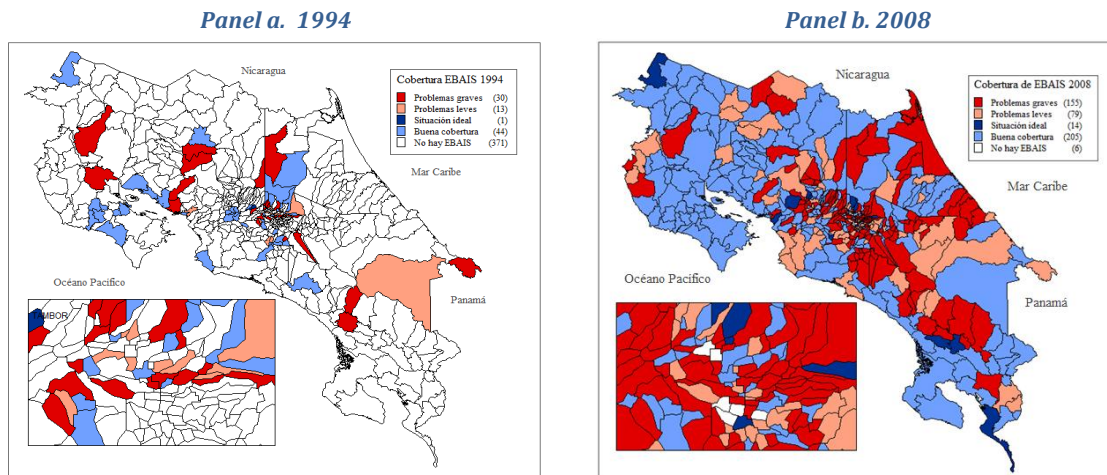
A lo largo de la última década se han realizado diversos estudios para evaluar los resultados de esta reforma sobre la salud, entre otros: Rosero Bixby, *Acceso y disponibilidad de servicios de salud en Costa Rica 2000* (2004); Rosero Bixby, *Evaluación del impacto de la reforma del sector de la salud en Costa Rica mediante un estudio cuasi-experimental* (2004); Rodríguez Herrera, *La Reforma de salud en Costa Rica* (2006); y Rodríguez Herrera y Bustelo, *Costa Rica: modelos alternativos del primer nivel de atención en salud* (2008). El último de ellos, de Cubero Dudinskaya, *La Reforma de Salud en Costa Rica, diez años después* (2010), realiza un análisis del proceso enfocado en el primer nivel de atención considerando como referencia el distrito⁵⁷. Evalúa los resultados sobre los *outcomes* en salud a través de los índices de mortalidad. Concluye que la reforma logró una disminución de este indicador, tanto en la tasa general como en la adulta, mayor e infantil.

La Figura 21 muestra el proceso de implantación y cobertura de EBAIS desde el inicio de la reforma en 1994 hasta 2008. En este último año solamente quedaban 6 Distritos sin cobertura de EBAIS (1.31%). La mayoría tenían una cobertura considerada como buena

⁵⁷ El Distrito es la unidad geopolítica más pequeña de Costa Rica.

(44.66%) y el 33.77% tenía problemas graves. Sin embargo, como resultado general, la reforma ha mejorado la cobertura de la atención sanitaria (Cubero Dudinskaya, 2010).

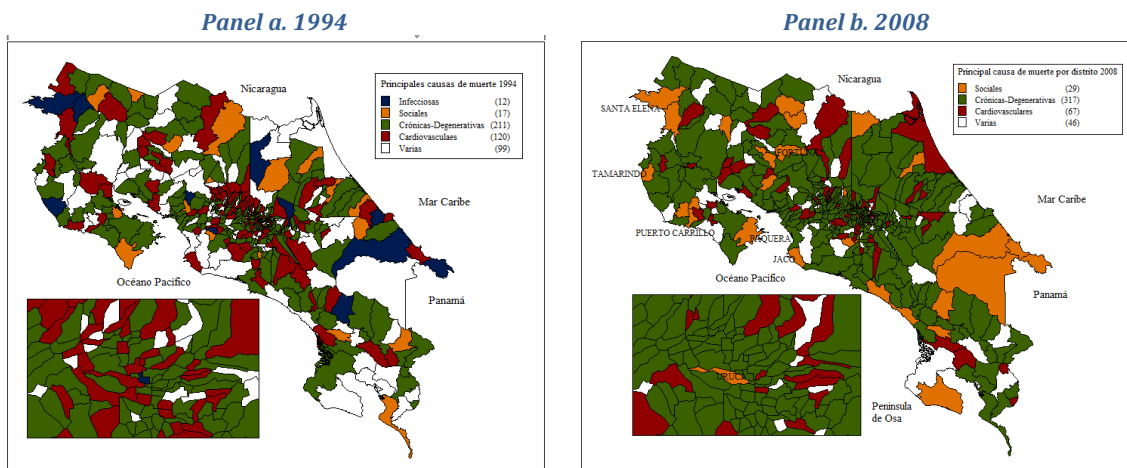
Figura 21 Efectos de la Reforma del Sector Salud: Cobertura de EBAIS



Tomado de Cubero Dudinskaya con autorización de la autora.

En esta misma línea la Figura 22 muestra el cambio en el patrón de mortalidad. Las enfermedades infecto contagiosas dejan de ser la principal causa de muerte en todo el país (los distritos en azul desaparecen del año 1994 al 2008), mientras que las tasas de mortalidad por patologías crónicas degenerativas pasan a ocupar el primer lugar en la mayoría de los distritos (317 en el año 2008).

Figura 22 Efectos de la Reforma del Sector Salud: Principal causa de muerte



Tomado de Cubero Dudinskaya con autorización de la autora.

A pesar del hito que ha supuesto para el país y sus resultados en salud la implementación de la reforma, quedan pendientes dos aspectos fundamentales que evaluar, la calidad de la atención sanitaria y la eficiencia en la producción de servicios de salud. Es precisamente este último aspecto, el estudio de la eficiencia, el que motiva esta investigación con una aplicación en el primer nivel asistencial (PNA) en Costa Rica de modelos DEA, clásico y estocástico, entre ellos el DEA-Bayesiano. En la tercera parte de este volumen se plantean los aspectos metodológicos y se presentan los principales resultados.

III Parte Estimación de la Eficiencia Técnica en el PNA de Costa Rica: modelos DEA, DEA-*Bootstrap*, SDEA y DEA-Bayesiano

Cap.9 Materiales y Métodos

9.1 Unidad de Análisis: DMU

En la Figura 23 se presenta la estructura de la oferta de servicios de salud de la CCSS. El Área de Salud (AS) es la unidad administrativa más pequeña. Se clasifica en tres tipos según el nivel de complejidad: bajo (Áreas de Salud Tipo I), medio (Áreas de Salud Tipo II), y alto (Áreas de Salud Tipo III) (Dirección Proyección de Servicios de Salud, 2008). Las AS tipo I están geográficamente más dispersas que las de tipo II, mientras que las AS del tipo III se concentran en el centro del país, donde se da una mayor densidad poblacional. A nivel hospitalario se cuenta con cuatro tipos diferentes de hospitales, los periféricos, regionales, especializados y nacionales. Los dos primeros pertenecen al II Nivel de atención, y los últimos corresponden al III Nivel de Atención.

Figura 23 CCSS: Estructura de la Oferta de Servicios de Salud

Áreas de Salud Tipo I			
••Abangares	••Coto Brus	••La Cruz	••Parrita
••Acosta	••Cuidad Quesada	••La Reforma	••Pérez Zeledón
••Aguas Zarcas	••Curridabat (UCR-PAIS)	••La Unión	••Pital
••Aguirre	••Desamparados 2 (Coopesalud)	••Liberia	••Poás
••Alajuela Central	••Desamparados 3	••Limón	••San Francisco-San Antonio (Coopesana)
••Alajuela Oeste	••El Guarco	••Los Chiles	••San Isidro
••Alajuela Sur	••Esparza	••Los Santos	••San Pablo (Coopesiba)
••Alajuelita	••Esscazú (Asemeco)	••Matina	••San Rafael
••Alfaro Ruiz	••Flores	••Montes de Oca (UCR-PAIS)	••San Sebastián-Paso Ancho (Coopesana)
••Atenas	••Fortuna	••Montes de Oro	••Santa Ana (Coopesana)
••Bagaces	••Garabito	••Mora-Palmichal	••Santa Bárbara
••Barba (Coopesiba)	••Goicoechea 1	••Moravia	••Santa Rosa
••Belén-Flores	••Golfito	••Nandayure	••Santo Domingo
••Carrpio-León XIII (Asemeco)	••Grecia	••Naranjo	••Tibás (Coopesain)
••Carrillo	••Guácimo	••Nicoya	••Tilarán
••Chacaita	••Guápiles	••Oreamuno-Pacayas-Tierra Blanca	••Turrialba Jiménez
••Colorado	••Guatuso	••Orotina-San Mateo	••Upala
••Concepción-SD-SJ (UCR-PAIS)	••Heredia-Virilla	••Osa	••Valle La Estrella
••Corralillo-La Sierra	••Hojancha	••Palmares	••Valverde Vega
••Corredores	••Horquetas-Río Frio	••Paraiso-Cervantes	

Áreas de Salud Tipo II	Áreas de Salud Tipo III	Hospitales Periféricos	Hospitales Nacionales	Hospitales Especializados
•Alajuela Norte	•Catedral Noreste	•Hospital Anexión	•Hospital Calderón Guardia	•Hospital Blanco Cervantes
•Aserrí	•Desamparados 1	•Hospital Ciudad Nelly	•Hospital México	•Hospital Chacón Paut
•Barranca	•Goicoechea 2	•Hospital Dr. Carlos Luis Valverde Vega	•Hospital San Juan de Dios	•Hospital de la Mujer
•Buenos Aires	•Habillo	•Hospital Golfito		•Hospital Nacional de Niños
•Cañas	•Mata Redonda-Hospital	•Hospital Guápiles		•Hospital Nacional de Rehabilitación
•Cariari	•Tibás-Uruca-Merced	•Hospital Los Chiles		•Hospital Nacional Psiquiátrico
•Cartago	•Zapote-Catedral	•Hospital Max Terán		
•Coronado		•Hospital San Francisco de Asís		
•Heredia-Cubujuquí		•Hospital San Vicente de Paúl		
•Pavas (Coopesalud)		•Hospital San Vito		
•Península		•Hospital Tomás Casas		
•Puerto Viejo-Sapapiquí		•Hospital Upala		
•Puriscal-Turrubares		•Hospital William Allen		
•San Rafael-Chomes-Monteverde				
•San Ramón				
•Santa Cruz				
•Siquieres				
•Talamanca				

Elaboración propia

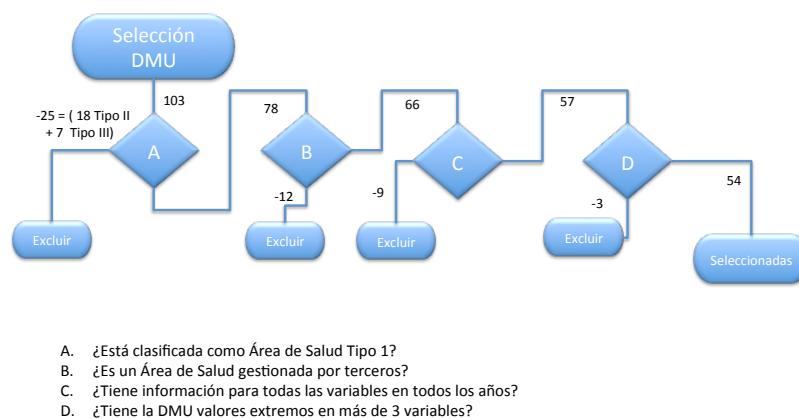
Con el fin de conformar una muestra de DMUs lo más homogénea posible, utilizamos los siguientes criterios de inclusión para seleccionar las áreas de salud:

- i. Estar definida por la CCSS como Área de Salud Tipo I.
- ii. No pertenecer al grupo de Áreas de Salud contratadas a terceros.

- iii. Disponer de información para todas las variables en todos los años.
- iv. No presentar valores extremos en más de tres variables.

La Figura 24 muestra el proceso de selección entre las 103 DMUs considerando los criterios anteriores. Como resultado, se seleccionan 54 Áreas de Salud de Tipo I de administración interna de la CCSS.

Figura 24 Proceso de Selección de DMUs



Elaboración propia

9.2 Base de Datos

La base de datos se construye utilizando información pública descargada del sitio web de la CCSS en la Sección de la Dirección Actuarial. Las descargas se realizaron el 12 de enero del 2012 (<http://portal.ccss.sa.cr>). Los datos correspondientes a Gastos en Suministros y Materiales y Gastos en Construcción Adiciones y Mejoras fueron facilitados por el Departamento Contable de la CCSS resultado de una consulta al Mayor en el mes de enero del año 2011.

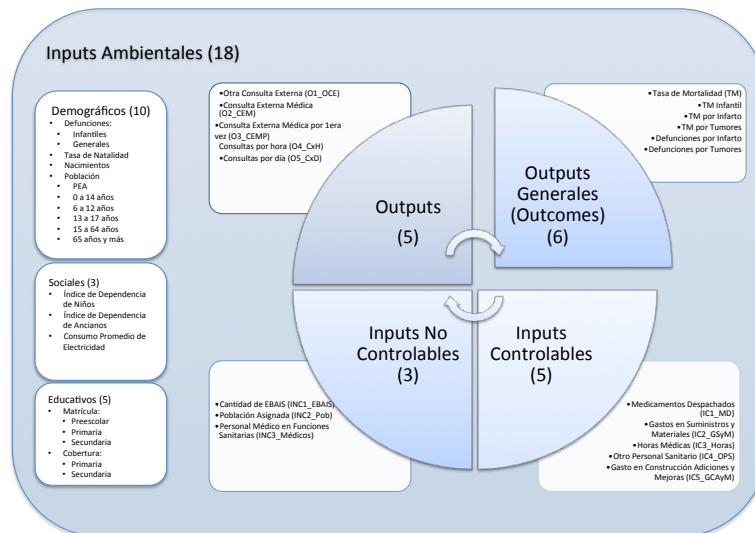
La base original consta de 36 variables para 103 Áreas de Salud en el período 2004-2010.

9.3 Variables

Su selección es uno de los factores fundamentales en los modelos DEA. En primera instancia se utilizó como único criterio de inclusión que dispusiera de datos para todos los años y todas las DMUs. Iniciándose el proceso con 36 variables, clasificadas en *inputs* y *outputs* (ver Figura 25)

Los *outputs* se clasifican en generales o *outcomes* y los correspondientes al PNA. Los *inputs*, se subdividen en: controlables (gestionados por las DMUs), no controlables (gestionados por la CCSS) y ambientales⁵⁸.

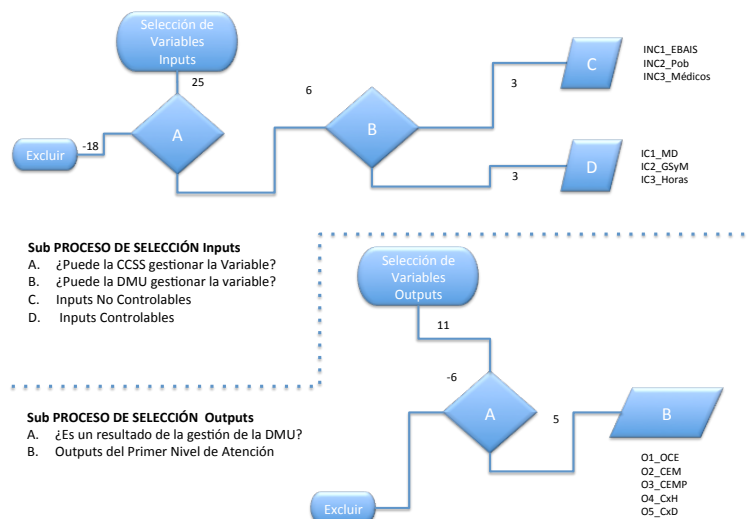
Figura 25 Variables Disponibles



Elaboración propia

El proceso de análisis de variables se muestra en la Figura 26. En el primer paso se excluyen las variables de *inputs* ambientales (18), dado que por definición la CCSS no tiene injerencia directa sobre las mismas y las variables *outcomes* (6) que no son resultado directo del PNA.

Figura 26 Proceso de análisis de variables

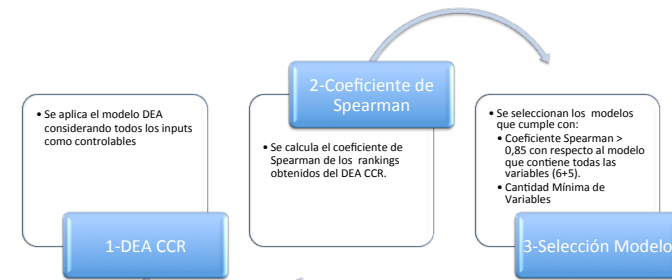


Elaboración Propia

⁵⁸ Estos actúan sobre los resultados de los servicios sanitarios y la salud pero ni las DMUs ni la CCSS tiene poder de decisión o gestión directa.

Como resultado se tienen 5 *outputs* y 6 *inputs*, 3 controlables y 3 no controlables. Sin embargo, considerando que en la metodología DEA son siempre preferibles los modelos con la mínima cantidad posible de variables, se procede a la reducción de las mismas siguiendo el análisis de redundancia propuesto por Lee y Choi (2010) que se resume en la Figura 27.

Figura 27 Proceso de Reducción de Número de Variables



Elaboración propia

En primera instancia se aplican modelos DEA-CCR orientados al *output*⁵⁹ siguiendo diferentes combinaciones de variables. Se diseña una batería de modelos manteniendo constantes dos grupos de variables y generando combinaciones con el tercer grupo⁶⁰, para determinar la cantidad total de modelos a evaluar. Se obtienen 7 modelos en el caso de los *inputs* controlables, 7 en para *inputs* no controlables y 31 para discriminar los *outputs*.

La formulación matemática para el modelo DEA-CCR que incorpora todas las variables está dado por⁶¹:

$$\hat{\lambda}_{DEA} = \max \lambda$$

sujeto a:

$$\lambda y_i \leq \sum_{i=1}^{54} \gamma_i Y_i$$

$$x_i \geq \sum_{i=1}^{54} \gamma_i X_i$$

$$\lambda > 0$$

$$\gamma_i \geq 0$$

⁵⁹ Se utilizan modelos DEA-CCR dado que son más restrictivos que los modelos DEA-BCC.

⁶⁰ En el Anexo 1 se presenta el desglose de los 45 modelos analizados.

⁶¹ Los cálculos de DEA-CCR se realizan utilizando PIM-DEA V3.1

Siendo:

γ_i el vector de intensidad de las DMUs

$$Outputs = Y_i = \begin{bmatrix} O1_OCE_1 & O2_CEM_1 & O3_CEMPV_1 & O4_CxH_1 & O5_CxD_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ O1_OCE_{54} & O2_CEM_{54} & O3_CEMPV_{54} & O4_CxH_{54} & O5_CxD_{54} \end{bmatrix}$$

$$Inputs = X_i = \begin{bmatrix} IC1_MD_1 & IC2_GSyM_1 & IC3_Horas_1 & INC1_EBAIS_1 & INC2_Pob_1 & INC3_Medicos_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ IC1_MD_{54} & IC2_GSyM_{54} & IC3_Horas_{54} & INC1_EBAIS_{54} & INC2_Pob_{54} & INC3_Medicos_{54} \end{bmatrix}$$

Posteriormente se calculan los coeficientes de Spearman⁶² utilizando como variable de análisis el *ranking* de las DMU en cada modelo. En el anexo 2 se presenta el resumen de los resultados. Finalmente se seleccionan aquellos modelos que tienen un coeficiente de correlación con respecto al modelo más amplio de 0.85 o más y la menor cantidad de variables.

La Tabla 9 muestra los modelos que cumplieron con el criterio de selección. En el caso de los *outputs* los modelos 7 y 11 incorporan 3 variables. En el caso de los *inputs* Controlables los modelos 2 y 4 dos variables cada uno. Finalmente para los *inputs* No Controlables los modelos 2, 3 y 4 incluyen dos variables.

Tabla 9 Reducción de Variables: Modelos Seleccionados

Modelo	INC1_EBAIS	INC2_Pob	INC3_Medicos	IC1_MD	IC2_GSyM	IC3_Horas	O1_OCE	O2_CEM	O3_CEMPV	O4_CxH	O5_CxD
Output_7	-	-	-	-	-	-	x	x	x	-	-
Output_11	-	-	-	-	-	-	x	-	x	-	x
Input_C_2	-	-	-	x	x	-	-	-	-	-	-
Input_C_4	-	-	-	-	x	x	-	-	-	-	-
Input_NC_2	x	x	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Input_NC_3	x	-	x	-	-	-	-	-	-	-	-
Input_NC_4	-	x	x	-	-	-	-	-	-	-	-

Elaboración propia

En el caso de los *outputs* se opta por el modelo 7 que incorpora el número de consultas externas: médicas, médicas por primera vez y otras consultas. Básicamente por dos razones: i) todas las variables tienen la misma unidad de medida, cantidad de consultas

⁶² El coeficiente se define matemáticamente como: $\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2-1)}$; donde d corresponde a las diferencias entre los rangos de las variables y n corresponde al tamaño de la muestra expresada en parejas de rangos de las variables.

registradas durante el año; y ii) la variable $O5_CxD$ (consultas externas por día) incorpora como numerador la suma de las tres variables anteriores.

Con respecto a los *inputs* controlables existe una discusión sobre la capacidad de las áreas de salud de gestionar las horas médicas que dependen de la cantidad de personal médico, por lo que se considera más apropiado el modelo 2 que incluye los medicamentos despachados y los gastos en suministros y materiales. En el caso de los *inputs* no controlables se opta por el modelo 2 que incorpora la cantidad de EBAIS y la población asignada, considerando que la cantidad de médicos está directamente relacionado con el número de EBAIS asignados a las áreas de salud⁶³.

Por lo tanto, las matrices de *outputs*, *inputs* controlables y no controlables quedan definidas como:

$$Outputs = Y_i = \begin{bmatrix} O1_OCE_1 & O2_CEM_1 & O3_CEMPV_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ O1_OCE_{54} & O2_CEM_{54} & O3_CEMPV_{54} \end{bmatrix}$$

$$Inputs\ Controlables = X_i = \begin{bmatrix} IC1_MD_1 & IC2_GSyM_1 \\ \vdots & \vdots \\ IC1_MD_{54} & IC2_GSyM_{54} \end{bmatrix}$$

$$Inputs\ No\ Controlables = Z_i = \begin{bmatrix} INC1_EBAIS_1 & INC2_Pob_1 \\ \vdots & \vdots \\ INC1_EBAIS_{54} & INC2_Pob_{54} \end{bmatrix}$$

Aplicando la regla de Cooper y otros (2007): $n \geq \max\{j \times k, 3 \times (j + k)\}$, siendo $n = 54$, $j = 2 + 2 = 4$ y $k = 3$, se tiene que $54 \geq \max\{12, 21\}$. Por lo tanto, la cantidad de DMUs incluidas en el análisis más que duplica el mínimo recomendado. En el siguiente epígrafe se definen las siete variables contenidas en el análisis.

9.3.1 Variables Seleccionadas

Outputs

Los tres *outputs* seleccionados conciernen a Consultas Médicas. Corresponden a la atención regular en salud impartida por personal cualificado a una persona no

⁶³ De acuerdo al Decreto No30698-S los EBAIS deben estar conformados por, al menos, un médico, un auxiliar de enfermería y un técnico de atención primaria.

hospitalizada ni en el servicio de urgencias. El paciente tiene que pedir cita con el médico general y esperar a que éste lo refiera al especialista, si se requiere. Es el servicio más voluminoso de la atención sanitaria (CCSS, Gerencia Médica).

Otra Consulta Externa (O1_OCE): Se calcula como el total de consultas externas odontológicas y consultas externas de otros profesionales no médicas registradas en el área de salud durante el año.

Consulta Externa Médica (O2_CEM): Total de consultas médicas registradas en las áreas de salud durante el año, tanto en medicina general como en especialidad (CCSS, Gerencia Médica).

Consulta externa médica por primera vez (O3_CEMPV): Total de consultas médicas generales por primera vez registradas en el área de salud durante el año. Es la primera consulta que hace un paciente en el establecimiento respectivo, por lo que al inicio del período la mayoría de las consultas serán de este tipo, se incluyen las consultas de nuevos usuarios del AS⁶⁴ (CCSS, Gerencia Médica).

Inputs

Inputs controlables: aquellos que pueden ser gestionados de forma directa o mediante negociación por los gestores de las DMUs.

Medicamentos Despachados (IC1_MD) : Corresponde a la cantidad de medicamentos despachados⁶⁵ en servicios del Área de Salud, incluyendo consultorios de medicina mixta, médicos de empresa y medicamentos despachados por terceros con cargo al AS.

Gastos en Suministros y Materiales (IC2_GSyM): Se incluyen los útiles, materiales, artículos y suministros que tienen como característica principal su corta durabilidad, ya que se estima que se consumirán en el lapso de un año. Se utilizan los datos en dólares de acuerdo al tipo de cambio registrado por el Banco Central de Costa Rica para el día 31 de diciembre de cada año.

Inputs no controlables: aquellos que no pueden ser modificados por los administradores de las DMUs, pero que pueden ser gestionados por la CCSS.

⁶⁴ Al no existir expediente electrónico los pacientes que cambian de domicilio se inscriben como nuevos usuarios del centro de salud que le corresponde. La primera consulta se registra como consulta por primera vez en la vida.

⁶⁵ Se contabiliza la cantidad de medicamentos recetados por consulta.

Cantidad de EBAIS (INC1_EBAIS): Se refiere al número de Equipos Básicos de Atención Integral en Salud asignados a cada una de las Áreas de Salud.

Población (INC2_Pob): Corresponde a la población asignada por la CCSS al AS. El AS es responsable de la atención sanitaria y los objetivos que se plantean los tomadores de decisiones sobre dicha población.

9.3.2 Estadísticos Descriptivos

La Tabla 10 muestra los estadísticos descriptivos de las variables durante el período 2004-2010. Con respecto a los *outputs* durante los años 2004 y 2005 el mínimo de otras consultas externas es cero porque en el área de salud de Colorado (AS2582) no se ofrecía otras consultas externas. Para el periodo, la tendencia fue creciente en los tres tipos de consultas con un mayor aumento porcentual en Otras Consultas Externas (19.9%). La homogeneidad fue bastante estable en el periodo.

Tabla 10 Estadísticos Descriptivos por Variable y año

Variable		2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Outputs								
O1_OCE	Min	0.00	0.00	1,939.00	1,245.00	2,593.00	3,785.00	3,265.00
	Max	31,222.00	31,045.00	31,722.00	33,665.00	36,419.00	37,661.00	39,692.00
	Media	12,184.76	12,609.96	13,173.04	13,993.93	14,535.78	15,239.24	14,608.33
	D.Est.	6,791.22	6,695.65	7,260.63	7,890.35	8,325.45	8,748.35	8,278.12
O2_CEM	Min	10,744.00	11,081.00	11,402.00	11,975.00	10,785.00	12,914.00	12,641.00
	Max	116,892.00	116,119.00	109,693.00	109,726.00	106,469.00	112,811.00	115,638.00
	Media	48,657.07	49,258.22	48,915.30	49,988.89	50,746.70	50,310.37	52,703.63
	D.Est.	21,494.45	22,015.46	21,628.82	22,314.07	22,604.72	21,832.29	23,496.87
O3_CEMPV	Min	2,729.00	2,487.00	2,579.00	2,478.00	2,412.00	2,662.00	2,422.00
	Max	37,421.00	37,498.00	36,469.00	37,286.00	36,536.00	36,498.00	38,877.00
	Media	17,994.35	17,411.37	17,636.39	17,602.15	17,850.39	17,758.98	18,144.72
	D.Est.	8,280.46	8,022.17	8,221.88	8,077.98	8,265.98	7,951.22	8,005.14
Inputs Controlables								
IC1_MD	Min	35,083.00	43,430.00	44,974.00	44,824.00	40,876.00	47,897.00	51,624.00
	Max	449,770.00	509,656.00	689,013.00	798,492.00	728,993.00	734,690.00	776,533.00
	Media	215,774.33	279,579.78	290,671.80	312,111.91	324,616.35	344,216.80	373,053.22
	D.Est.	94,066.00	119,460.06	135,871.05	152,472.88	151,756.17	159,405.53	169,183.69
IC2_GSyM	Min	9,248.12	14,087.28	13,015.23	18,207.33	19,016.98	20,176.95	26,560.06
	Max	106,046.85	113,461.10	113,413.96	133,227.45	129,592.57	133,401.26	164,473.34
	Media	51,469.43	58,420.31	57,659.13	64,147.54	68,005.42	70,717.53	78,522.54
	D.Est.	23,909.66	25,729.76	23,307.71	27,464.69	26,336.08	27,737.69	31,198.27
Inputs No Controlables								
INC1_EBAIS	Min	2.00	2.00	2.00	2.00	1.60	2.00	2.00
	Max	15.00	15.00	15.00	16.00	16.00	17.00	17.00
	Media	7.19	7.20	7.33	7.48	7.39	7.61	7.69
	D.Est.	3.02	3.05	3.08	3.19	3.23	3.26	3.36
INC2_Pob	Min	3,981.00	4,012.24	4,032.07	4,050.14	4,322.70	4,394.23	4,037.55
	Max	76,936.00	83,834.99	92,278.30	101,250.07	110,821.96	102,450.00	133,529.24
	Media	29,893.46	30,577.31	31,205.19	31,840.76	32,654.02	33,825.37	33,252.23
	D.Est.	16,915.15	17,708.45	18,548.28	19,471.08	19,426.13	19,702.47	22,691.23

Elaboración propia

En lo que corresponde a los *inputs* controlables se observa un aumento considerable en el promedio de medicamentos despachados (IC1_MD) del año 2004 al 2010 y un crecimiento alto de la dispersión (de 94,066 a 169,183). El mínimo de los Gastos en Suministros y Materiales muestra un aumento sostenido a lo largo del período, crece un 287% del 2004 al 2010, aumento importante aún considerando que los datos se encuentran en dólares corrientes.

La cantidad de EBAIS por área de salud es la variable que presenta mayor estabilidad a lo largo del período, con un mínimo de 2 EBAIS y un máximo de 15 en el 2004 y 17 en el 2010. El promedio se mantiene alrededor de 7 EBAIS por área de salud.

La población asignada mantiene un promedio alrededor de 4000 personas por AS. Cabe recordar que la población se fija de acuerdo al número de EBAIS por AS. La población máxima de referencia pasa de 76,936 personas en el año 2004 a 133,529 en 2010.

En este capítulo se han establecido las unidades de análisis (DMU= AS Tipo I de gestión interna de la CCSS) y cantidad ($n = 54$). La selección final de variables incluye dos *inputs* controlables, medicamentos despachados y gastos en suministros y materiales; dos *inputs* no controlables, cantidad de EBAIS y población asignada; y tres *outputs*, consultas externas médicas, consultas externas médicas por primera vez y otras consultas externas.

En el siguiente capítulo abordamos otro de los aspectos fundamentales de los modelos DEA, la sensibilidad a los *outliers*. Finalmente, en el capítulo 11 se formulan y exponen los principales resultados de los modelos DEA, DEA-*Bootstrap*, SDEA y DEA-Bayesiano, y el Índice de Malmquist.

Cap.10 Detección de *Outliers*

La detección de DMUs con comportamiento *outlier* es uno de los aspectos fundamentales cuando se utilizan métodos no paramétricos, especialmente DEA. Como se estableció en el capítulo 2, aún cuando este problema se reconoce desde los estudios de Banker, Cooper y Charnes (1984), no existe un consenso sobre cuál de los métodos desarrollados para su detección es preferible, pero, como señala Simar (2003), diferentes métodos podrán señalar diferentes DMUs como *outliers*, lo que dada las repercusiones de esta identificación (la DMU debe ser excluida del modelo) se requiere un estudio detenido sobre esta cuestión .

En este trabajo utilizaremos cuatro diferentes métodos de detección de *outliers*: gráfico, de Wilson, Súper Eficiencia y Fronteras Parciales.

10.1 Métodos

10.1.1 Método gráfico

Bogetoft y Otto (2011) indican que los gráficos *scatterplot* son un herramienta sencilla que permite visualizar, en primera instancia, si en la muestra se identifican DMUs *outliers*. Como segundo grupo de gráficos de apoyo se utilizan los *boxplot* para comparar el comportamiento de una DMU con respecto a la media de la muestra e identificar aquellas que de forma explícita están fuera del rango aceptado.

En nuestro caso hemos optado por gráficos *scatterplot* por tipo de variable para todo el período (2004-2010) y gráficos *boxplot*, por tipo de variable y año.

10.1.2 Método de Wilson (*Data Cloud*)

Este método consiste en calcular el determinante $(D(X, Y))$, siendo X la matriz de *inputs* y Y la matriz de *outputs*) extrayendo cada vez una DMU de la muestra.

Para realizar la comparación de los determinantes se utiliza la razón $R^{(i)} = \frac{D^{(i)}}{D}$, donde el supra índice (i) indica la DMU extraída. Una DMU_i se considera extrema cuando $R^{(i)}$ tiende a cero (Bogetoft & Otto, 2011)(Wilson, 2010).

Con el fin de establecer un máximo de DMUs que podrían ser eliminadas se sigue el criterio de Wilson y se permite la identificación de un máximo de 5 *outliers* por año, que corresponde aproximadamente al 10% de la muestra.

10.1.3 Súper Eficiencia

Los modelos DEA Súper Eficientes permiten que el índice de eficiencia sea superior a 1, en cuyo caso, se señala la DMU como *outlier*.

El modelo DEA súper eficiente para la DMU_0 lo definimos, matemáticamente, como:

$$\hat{\lambda}_{DEA-SE_0} = \max \lambda$$

sujeto a:

$$\lambda y_0 \leq \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 0}}^{54} \gamma_i Y_i$$

$$x_0 \geq \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 0}}^{54} \gamma_i X_i$$

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 0}}^{54} \gamma_i = 1$$

$$\gamma_i \geq 0$$

Siendo:

$$Outputs = Y_i = \begin{bmatrix} 01_{OCE}_1 & 02_{CEM}_1 & 03_{CEMPV}_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 01_{OCE}_{54} & 02_{CEM}_{54} & 03_{CEMPV}_{54} \end{bmatrix}$$

$$Inputs Controlables = X_i = \begin{bmatrix} IC1_{MD}_1 & IC2_{GSyM}_1 \\ \vdots & \vdots \\ IC1_{MD}_{54} & IC2_{GSyM}_{54} \end{bmatrix}$$

Además del cálculo de la súper eficiencia simple, siguiendo la propuesta de Wilson (1993) (1995), se calcula la súper eficiencia amplia que permite un *score* de 1,2 como máximo

para no ser señalada como *outlier* y la eliminación, de a lo sumo, el 5% de las DMUs de la muestra.

10.1.4 Fronteras Parciales

Las fronteras parciales más utilizadas son las fronteras de *orden – m* y de *orden – α* (Cooper, Pastor, Borras, Aparicio , & Pastor, 2011) (Daraio & Simar, 2010) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008).

En el caso de las fronteras de *orden – m* ($\phi_m(y)$), el valor m representa el número de DMUs (extraídas de la población) que producen, al menos, el nivel de *output* de la DMU evaluada. Por tanto, la comparación entre x y $\phi_m(y)$ permite determinar las diferencias en la utilización de *inputs* que generan ineficiencia (Daraio & Simar, 2010) (Fried, Lovell, & Schmidt, 2008) (Zhu, 2009).

Siguiendo el ejemplo de la frontera de *orden – m* en el espacio de los *inputs* de Daraio y Simar (2010, p. 71), si una DMU tiene un *score* $\hat{\theta}_{m,n} = 0.9$, en promedio utiliza un 10% más de *inputs* que el mínimo valor esperado de las otras m DMUs que producen un nivel de *outputs* $\geq y$. Por el contrario, si $\hat{\theta}_{m,n} = 1$ la DMU usa el mismo nivel de *inputs* que el mínimo esperado de las m DMUs que producen igual o menos *outputs*.

La estimación de las fronteras parciales de orden- m requiere establecer dos parámetros D (repeticiones) y m (pares considerados). El proceso de estimación es (Tauchmann, 2011):

1. De una muestra B_i se extrae aleatoriamente una sub-muestra de m pares de DMUs con reemplazo.
2. Se calculan los pseudo-*scores* de eficiencia usando la sub-muestra de referencia.
3. Se repiten los pasos 1 y 2 D veces .
4. La frontera de orden- m se calcula como el promedio de las puntuaciones de los pseudo *scores* obtenidos.

Debe tenerse en cuenta que debido al remuestreo aleatorio, en cada repetición, la DMU_i puede o no estar incluida como su propio par. Por esta razón, los *scores* de *orden – m* pueden exceder el valor de uno (DMUs súper-eficientes). En el caso de que $m = n$ la frontera parcial de orden- m corresponderá a la frontera total.

Para las fronteras parciales de orden- α debe definirse el porcentaje de DMUs a considerar en el cálculo de los *scores*. Si $\alpha = 100\%$ de la muestra la frontera parcial coincidiría con la frontera total. Al igual que en el caso de las fronteras de *orden – m* se obtienen DMUs súper eficientes al considerar un $\alpha < 100\%$.

La Tabla 11 muestra los parámetros establecidos para el caso en estudio. Se estiman 10 fronteras parciales utilizando los *inputs* controlables y los *outputs*.

Tabla 11 Fronteras Parciales: Parámetros

Fronteras de <i>Orden – m</i>	Fronteras de <i>Orden – α</i>
m=10, D=1000	$\alpha = 100$
m=20, D=1000	$\alpha = 95$
m=30, D=1000	$\alpha = 90$
m=40, D=1000	$\alpha = 85$
m=50, D=1000	$\alpha = 80$

Elaboración propia

10.2 Resultados

Los criterios utilizados para la señalización de DMUs como *outliers* aplicando cada uno de los métodos se resumen en la Tabla 12.

Tabla 12 Criterio para la definición de Outliers

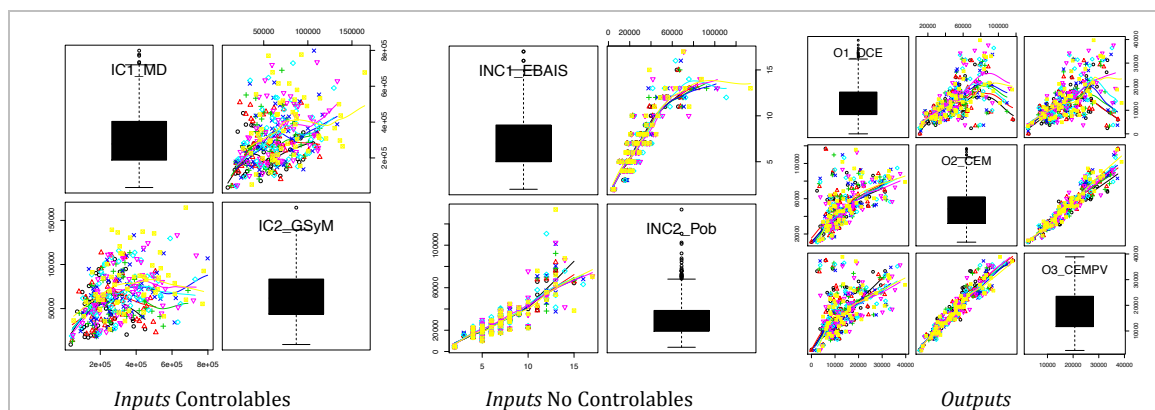
Método	Criterio	Software
Gráfico	Fuera de rango	R
Wilson	Mínimo R(i) extracción máxima 5 DMU	R
Super Eficiencia		PIM-DEA V3.1
SE Simple	Score > 1; sin solución	
SE 120/5	Score > 1.2 ; sin solución; extracción máxima 5 DMU	
Fronteras Parciales		Stata 11
Orden m	Score > 1; outliers en 4 o más fronteras	
Orden alfa	Score > 1; outliers en 4 o más fronteras	

Elaboración propia

La Figura 28 muestra el gráfico de dispersión (*scatterplot*) para el período 2004-2010 de las variables seleccionadas, por tipos de variables. En lo que respecta a los *inputs* controlables, a lo largo del período se presentan algunas DMUs que podrían considerarse outliers en *IC1_MD*, mientras que en *IC2_GSyM* solamente hay una DMU para un período. En los *inputs* no controlables, la población presenta un elevado número de unidades como posibles valores atípicos debido probablemente a la estructura misma de asignación de

población y a la concentración demográfica del país. En cuanto al número de EBAIS, dos DMUs se perfilan como posibles *outliers*. En el grupo de los *outputs*, en O3_CEMPV no se observa ninguna DMU *outliers*, mientras que en las otras consultas externas se detectan algunas observaciones atípicas y, en menor cantidad, en las consultas externas médicas⁶⁶.

Figura 28 Gráficos de Dispersión por tipo de Variable



Elaborado utilizando R

En la Figura 29 se muestran los gráficos de caja (*boxplot*) por variable y año. La cantidad de medicamentos despachados tiene una tendencia creciente y solamente la DMU identificada como AS2233 se comporta como *outlier* en el año 2007. También en los gastos en suministros y materiales destaca una unidad como atípica, la AS2352, pero en este caso para el año 2010.

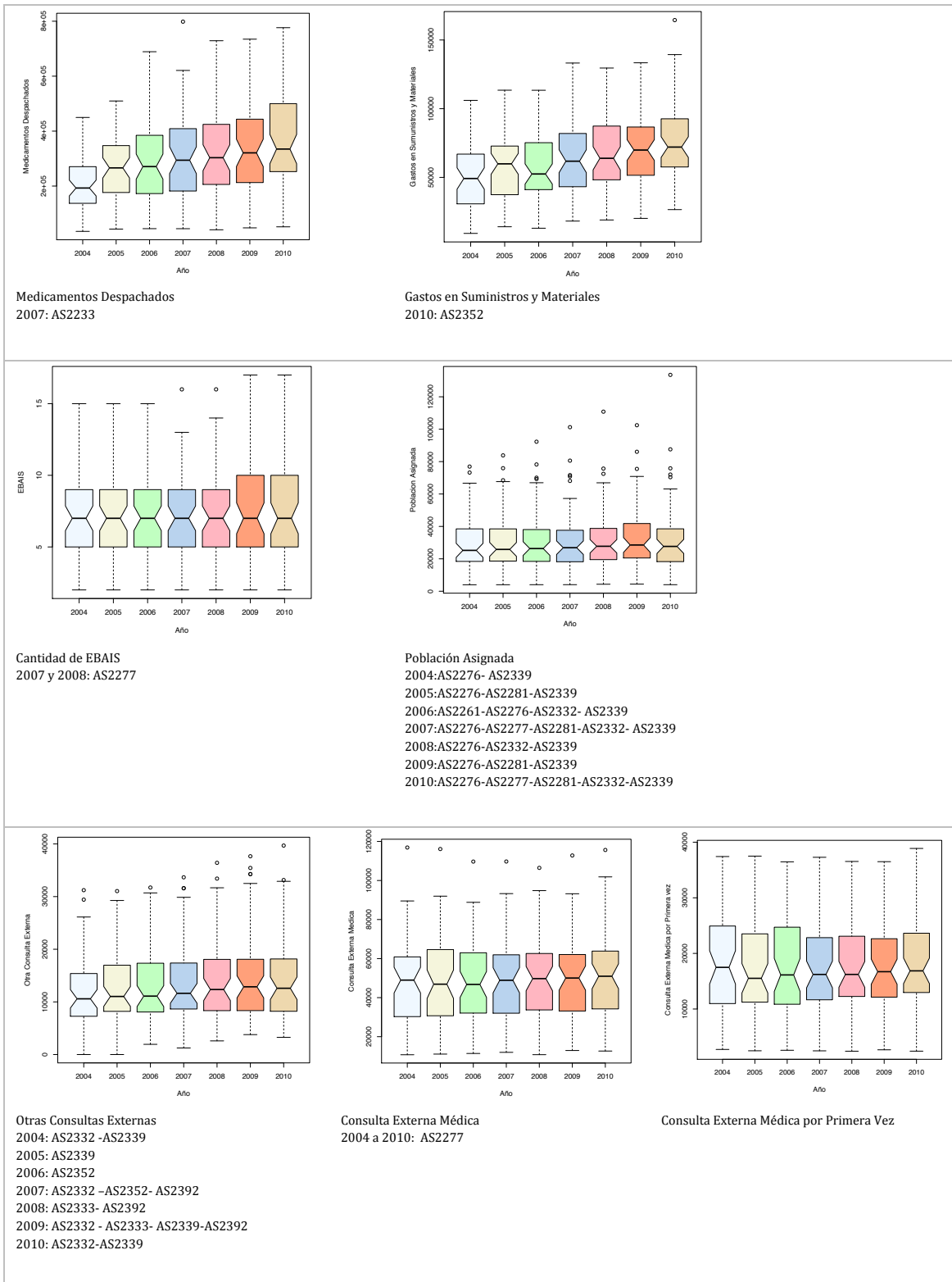
La cantidad de EBAIS se muestra más estable a lo largo del período con un aumento en la dispersión en los últimos dos años. El AS2277 es atípica en los años 2007 y 2008.

Tres áreas de salud (AS2332, AS2339 y AS2392) se presentan con mayor frecuencia como *outliers* en otras consultas externas (O1_OCE), y la DMU AS277 vuelve a destacar con valores fuera del rango de homogeneidad en las consultas externas médicas (O2_CEM) para todos los años.

Como ocurrió con los gráficos de dispersión, la variable Población, INC2_Pob, presenta una gran cantidad de DMUs con comportamiento atípico frente a las consultas externas médicas por primera vez (O3_CEMPV) en la que se observa una alta homogeneidad.

⁶⁶ Ver Anexo 3 *Outliers*: Análisis Gráfico.

Figura 29 Gráficos de Caja por Variable y año



Elaborado utilizando R

El análisis de detección de *outliers* utilizando el método de Wilson se resumen en la Tabla 13^{67,68}. De nuevo el área AS2277 se comporta como *outlier* en todos los años. Las DMUs AS2281 y AS2762 se señalan como atípicas en 6 de los 7 años. Además, las DMUs 2233 y 2276 se detectaron como *outliers* en 5 años.

Tabla 13 Detección de Outliers: Método de Wilson

DMU	AS	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
DMU4	AS2233 (5)			1	1	1	1	1
DMU5	AS2235 (2)						1	1
DMU14	AS2276 (5)	1	1		1	1		1
DMU15	AS2277 (7)	1	1	1	1	1	1	1
DMU17	AS2281 (6)	1	1	1	1	1	1	
DMU21	AS2339 (3)	1	1	1				
DMU51	AS2758 (1)	1						
DMU54	AS2762 (6)		1	1	1	1	1	1

Nota: Entre paréntesis la frecuencia con que fue detectada como outliers en el período.

Elaborado a partir de los resultados obtenido utilizando FEAR 2010: Frontier Efficiency Analysis in R.

La Tabla 14 y la Tabla 15⁶⁹ resumen los resultados siguiendo los modelos de súper eficiencia. Las DMUs obtenidas bajo el método de súper eficiencia simple son 20 y por súper eficiencia amplia 13. En el primer caso, el año 2007 muestra la mayor cantidad de *outliers* (13), cuatro Áreas de Salud muestran comportamiento atípico en todos los años y tres áreas en seis de los siete años estudiados. Mediante súper eficiencia amplia, dos Áreas se señalan en 5 años y otras dos en cuatro años.

Tabla 14 Súper Eficiencia Simple

DMU	AS	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	Total
DMU9	AS2254	1	1	1	1	1	1	1	7
DMU12	AS2273				1	1			2
DMU13	AS2274			1					1
DMU14	AS2276		1	1	1	1	1	1	6
DMU15	AS2277	1	1	1	1	1	1	1	7
DMU16	AS2278			1	1	1			3
DMU17	AS2281	1		1	1	1			4
DMU18	AS2332	1	1	1	1	1	1		6
DMU19	AS2333				1				1
DMU21	AS2339	1	1	1			1	1	5
DMU23	AS2352			1					1
DMU26	AS2392	1	1	1	1	1	1	1	7
DMU27	AS2395	1	1					1	3
DMU31	AS2475	1			1				2
DMU33	AS2481		1						1
DMU34	AS2484				1		1	1	3
DMU44	AS2582	1	1	1	1	1	1	1	7
DMU51	AS2758	1					1		2
DMU53	AS2761				1	1	1		3
DMU54	AS2762		1	1	1	1	1	1	6
Total		10	10	12	13	11	11	9	

Elaborado utilizando PIM-DEA v3.1

Tabla 15 Súper Eficiencia Amplia

DMU	AS	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	Total
DMU9	AS2254		1	1	1	1	1		5
DMU12	AS2273				1				1
DMU14	AS2276						1	1	2
DMU15	AS2277	1	1	1			1		4
DMU16	AS2278			1	1				2
DMU17	AS2281			1	1	1			3
DMU18	AS2332			1				1	2
DMU21	AS2339	1	1	1				1	4
DMU27	AS2395	1							1
DMU34	AS2484						1	1	2
DMU51	AS2758	1					1		2
DMU53	AS2761				1	1	1		3
DMU54	AS2762		1		1	1	1	1	5
Total		4	4	6	6	4	8	4	

Elaborado utilizando PIM-DEA v3.1

⁶⁷ Los gráficos correspondientes se presentan en el Anexo 4 Gráficos: Método de Wilson.

⁶⁸ En el Anexo 5 Rutina en R: Análisis Gráfico y Detección de *Outliers*.

⁶⁹ Los resultados por año de la estimación de las fronteras súper eficientes se presentan en el Anexo 6.

El método de fronteras parciales es con el que se obtiene una mayor cantidad de DMUs *outliers*. Las Tabla 16 y Tabla 17 resumen⁷⁰ los resultados.

Tabla 16 Fronteras Parciales de orden – m

DMU	AS	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	Total
DMU1	AS2212	1	1	1					3
DMU2	AS2231				1	1	1	1	4
DMU3	AS2232	1	1	1	1	1	1	1	7
DMU5	AS2235	1	1		1	1	1	1	6
DMU6	AS2251	1	1	1	1	1	1	1	7
DMU8	AS2253			1	1	1	1	1	5
DMU10	AS2256	1	1	1	1	1			5
DMU11	AS2272	1							1
DMU13	AS2274	1	1	1	1	1	1	1	7
DMU14	AS2276	1	1	1	1	1	1		6
DMU15	AS2277	1		1	1	1	1	1	6
DMU16	AS2278	1	1				1		3
DMU17	AS2281	1			1				2
DMU18	AS2332	1	1	1	1	1	1	1	7
DMU19	AS2333				1	1	1	1	4
DMU20	AS2334			1					1
DMU21	AS2339	1	1		1	1	1	1	6
DMU22	AS2351				1				1
DMU23	AS2352			1					1
DMU24	AS2382		1		1	1	1	1	5
DMU25	AS2390	1	1	1	1	1	1		6
DMU26	AS2392	1	1	1	1	1	1	1	7
DMU27	AS2395		1	1	1	1	1	1	6
DMU29	AS2472		1	1	1	1	1	1	6
DMU30	AS2473		1			1	1	1	4
DMU31	AS2475							1	1
DMU35	AS2552				1				1
DMU36	AS2553		1						2
DMU38	AS2557		1		1	1	1	1	5
DMU41	AS2560					1			1
DMU45	AS2586		1	1	1	1	1	1	6
DMU49	AS2654	1		1	1	1	1	1	6
DMU50	AS2655	1	1	1	1	1	1	1	6
DMU51	AS2758	1	1		1	1	1	1	6
DMU52	AS2759				1	1	1	1	3
DMU53	AS2761				1	1	1	1	4
DMU54	AS2762	1	1	1			1	1	5
Total		19	22	19	28	25	26	23	

Elaborado utilizando STATA 11

Tabla 17 Fronteras Parciales de orden – α

DMU	AS	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	Total
DMU2	AS2231				1	1	1	1	4
DMU3	AS2232						1		1
DMU5	AS2235	1	1	1	1	1	1	1	7
DMU6	AS2251				1		1		2
DMU13	AS2274				1	1		1	3
DMU15	AS2277				1		1		2
DMU18	AS2332				1	1		1	3
DMU19	AS2333				1	1	1	1	4
DMU21	AS2339	1			1	1	1	1	5
DMU23	AS2352	1		1					2
DMU26	AS2392		1	1	1	1	1	1	6
DMU27	AS2395			1	1	1	1	1	5
DMU30	AS2473					1	1	1	2
DMU35	AS2552	1			1				2
DMU45	AS2586			1	1				2
DMU49	AS2654	1		1	1		1	1	5
DMU50	AS2655	1	1	1	1	1	1	1	6
DMU53	AS2761							1	1
Total		6	4	6	14	10	12	10	

Elaborado utilizando STATA 11

Llama la atención que en 5 de los 7 años más del 50% de las DMUs muestran valores atípicos cuando se utilizan fronteras de orden m y cinco son identificadas en todos los años. En el caso de las fronteras de orden α solamente el AS2235 aparece en todos los años, siendo el 2007 el año en que más DMUs sobresalen, 14.

Con base en los cuatro métodos utilizados en los apartados anteriores procederemos a definir finalmente una DMU como *outlier* sí:

$$\sum_{t=1}^7 \left(\sum_{m=1}^6 outlier_m \right)_t \geq 19$$

Siendo t : 1, ... 7 períodos y m : 1, ..., 6 resultados de la aplicación de los cuatro métodos de detección de *outliers*. Se considera que el número mínimo de veces que una DMU debe ser identificada es de 19, que corresponde al 45% del máximo posible, 42 ($7t * 6m$).

⁷⁰ Los resultados completos del análisis por fronteras parciales se presentan en el Anexo 7.

La Tabla 18 muestra el resumen de las veces que fue detectada una DMU como *outliers* a lo largo del tiempo. Por ejemplo, el área de salud 2276 (Alajuela Sur) en los siete años fue detectada un total de 19 veces, por dos métodos en los años 2004 y 2006, y por 3 métodos en los años 2005, 2007, 2008, 2009 y 2010, quedando fuera de duda su heterogeneidad respecto al resto de la muestra.

Una vez detectadas las DMU *outliers* se procede a ajustar la base de datos eliminando las seis DMUs marcadas en la Tabla 18: AS2276, AS2277, AS2332, AS2339, AS2392 y AS2762 quedando finalmente en el análisis 48 Áreas de Salud.

Aplicando de nuevo la regla de Cooper y otros: $n \geq \max\{j \times k, 3(j + k)\}$, siendo $n = 48$, $j = 2 + 2 = 4$ y $k = 3$, se tiene que $48 \geq \max\{12, 21\}$. La cantidad de DMUs incluidas continúa siendo más del doble del mínimo recomendado.

Tabla 18 Detección de *Outliers*: Resumen de Resultados

AS	Área de Salud	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	<i>Outliers</i>
AS2212	Giocoechea 1	1	1	1	0	0	0	0	3
AS2231	Santo Domingo de Heredia	0	0	0	2	2	2	2	8
AS2232	San Rafael	1	1	1	1	1	2	1	8
AS2233	Belén-Flores	0	0	1	2	1	1	1	6
AS2235	Naranjo	2	2	1	2	2	3	3	15
AS2251	Atenas	1	1	1	2	1	2	1	9
AS2252	Palmares	0	0	0	0	0	0	0	0
AS2253	Poás	0	0	1	1	1	1	1	5
AS2254	Valverde Vega	1	2	2	2	2	2	1	12
AS2256	Orotina-San Mateo	1	1	1	1	1	0	0	5
AS2272	Zarcelo (Alfaro Ruiz)	1	0	0	0	0	0	0	1
AS2273	San Isidro	0	0	0	2	0	0	0	2
AS2274	Heredia-Virilla	1	1	2	2	2	1	2	11
AS2276	Alajuela Sur	2	3	2	3	3	3	3	19
AS2277	Alajuela Oeste	5	4	5	5	4	6	4	33
AS2278	Santa Bárbara	1	1	2	2	1	1	0	8
AS2281	Alajuela Central	3	1	3	4	3	1	0	15
AS2332	Paraíso-Cervantes	3	2	3	4	4	4	3	23
AS2333	La Unión	0	0	0	2	3	3	2	10
AS2334	Acosta	0	0	1	0	0	0	0	1
AS2339	Desamparados 3	6	5	3	2	2	4	5	27
AS2351	Parrita	0	0	0	1	0	0	0	1
AS2352	Los Santos	1	0	4	0	0	0	0	5
AS2382	Mora	0	1	0	1	1	1	1	5
AS2390	Corralillo-La Sierra	1	1	1	1	1	1	0	6
AS2392	El Guarco	2	3	3	4	4	4	3	23
AS2395	Oreamuno-Pacayas -Tierra Blanca	2	2	2	2	2	2	3	15
AS2471	La Fortuna	0	0	0	0	0	0	0	0
AS2472	Santa Rosa	0	1	1	1	1	1	1	6
AS2473	Aguas Zarcas	0	1	0	0	2	2	1	6
AS2475	Pital	1	0	0	1	0	0	1	3
AS2477	Guatuso	0	0	0	0	0	0	0	0
AS2481	Florencia	0	1	0	0	0	0	0	1
AS2484	Los Chiles	0	0	0	1	0	2	2	5
AS2552	Esparza	1	0	0	2	0	0	0	3
AS2553	Montes de Oro	0	1	0	1	0	0	0	2
AS2556	Abangares	0	0	0	0	0	0	0	0
AS2557	Bagaces	0	1	0	1	1	1	1	5
AS2558	Tilarán	0	0	0	0	0	0	0	0
AS2559	La Cruz	0	0	0	0	0	0	0	0
AS2560	Carrillo	0	0	0	0	1	0	0	1
AS2562	Nandayure	0	0	0	0	0	0	0	0
AS2563	Hojancha	0	0	0	0	0	0	0	0
AS2582	Colorado	1	1	1	1	1	1	1	7
AS2586	Chacarita	0	2	1	2	1	1	1	8
AS2592	Garabito	0	0	0	0	0	0	0	0
AS2650	Horquetas	0	0	0	0	0	0	0	0
AS2651	Valle La Estrella	0	0	0	0	0	0	0	0
AS2654	Matina	2	0	2	2	1	2	2	11
AS2655	Guácimo	2	2	2	2	2	2	0	12
AS2758	Corredores	4	1	0	1	1	3	1	11
AS2759	Osa	0	0	0	1	0	1	1	3
AS2761	Golfito	0	0	0	3	3	3	2	11
AS2762	Coto Brus	1	4	3	3	3	4	4	22

Elaboración propia

Una vez ajustada la base de datos por las DMUs *outliers*, en el siguiente y último capítulo, se incorporan en el análisis los *inputs* no controlables a través de un modelo DEA en tres etapas, que se utiliza para la estimación de la eficiencia técnica; se aplican los modelos DEA-*Bootstrap*, SDEA y DEA-Bayesiano, para incorporar la incertidumbre; y se analiza el cambio a través del tiempo utilizando Índices de Malmquist.

Cap.11 Eficiencia Técnica en el PNA de Costa Rica.

El análisis de la eficiencia del PNA del Sector Salud de Costa Rica se realiza utilizando como plataforma el modelo no paramétrico DEA. La base de datos es un panel balanceado de siete años (t) para 48 DMU (n), 2 *inputs* no controlables (z), 2 *inputs* controlables (x) y 3 *outputs* (y).

Se plantean tres análisis, el primero de corte transversal para conocer la situación del PNA para cada año; el segundo contempla la eficiencia media del período con el fin de establecer su comportamiento; y el tercero, longitudinal, que permite descomponer los cambios en la productividad entre el año 2004 y 2010, en cambios debidos a la gestión y a la tecnología. En el primer caso se comparan los resultados de los modelos DEA y DEA-*Bootstrap*; en el segundo se incorporan los modelos SDEA y DEA-Bayesiano; y para el análisis a través del tiempo se utilizan Índices de Malmquist.

11.1 Supuestos iniciales

En términos del Primer Nivel de Atención Sanitaria, la orientación a los *inputs* tiene por objetivo minimizar los *inputs* controlables manteniendo constante la producción (consultas) y disminuir el presupuesto; con orientación a los *outputs* queremos maximizar la producción manteniendo constante la cantidad de insumos y manteniendo el presupuesto.

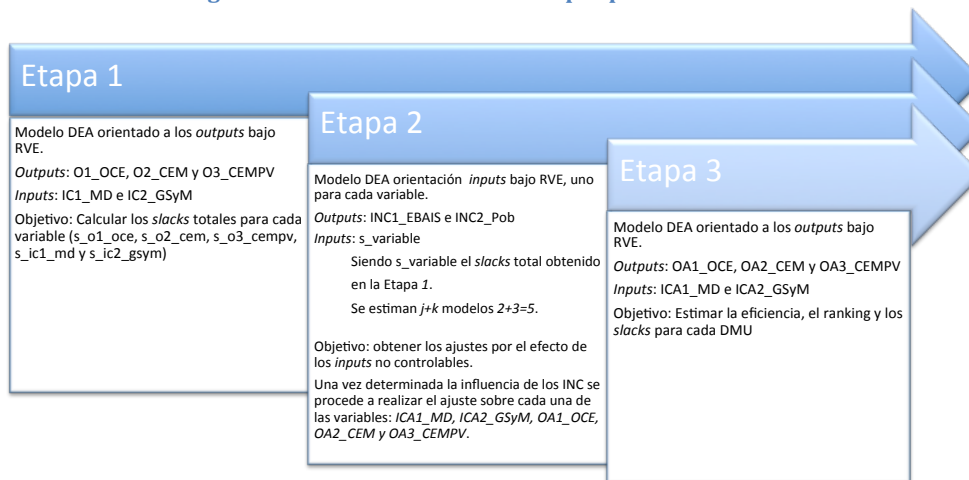
Ramanathan (2003) recomienda, como criterio para la definición de la orientación, evaluar si los *inputs* están completamente bajo el control del gestor, si no fuese así, son preferibles los modelos con orientación *outputs*. Por otra parte, si los *outputs* se establecen por objetivos antes que por proceso productivo, son preferibles los orientados a los *inputs*. En el caso del Sector Salud de Costa Rica se consideró que en la CCSS : a) las áreas de salud bajo análisis son aquellas que están directamente gestionadas; b) es una institución pública que realiza la asignación de los presupuestos por área administrativa y éstos suelen ser rígidos a la baja; y c) uno de los problemas que afronta es cómo aumentar el número de consultas dado que son insuficientes para satisfacer la demanda (Rodríguez Herrera & Bustelo, 2008).

Considerando la recomendaciones teóricas y las circunstancias del PNA de Costa Rica se opta finalmente por un modelo orientado a los *outputs*.

Un segundo supuesto que debe definirse corresponde al tipo de rendimientos a escala a los cuales se enfrentan las áreas de salud (*DMUs*). Se considera que: a) los modelos con RVE son más flexibles que los modelos con RCE; b) RCE asume que todas las *DMUs* se encuentran operando a escala óptima; y c) las fronteras estimadas bajo RVE y RCE serán coincidentes en los casos en que las *DMUs* presenten RCE, en los demás casos, la eficiencia bajo RVE será mayor. En el PNA costarricense la estructura organizativa por área de salud es resultado de un proceso de reforma donde las unidades se fueron incorporando poco a poco por lo que cabe esperar que no todas estén trabajando con una escala óptima (RCE), y, en consecuencia, asumimos que las *DMUs* operan bajo RVE.

El siguiente punto en la agenda de la modelización es la incorporación de los *inputs* no controlables⁷¹. Consideramos el planteamiento de Fried y Lovell (1996) y la modificación propuesta por Cordero Ferrera y otros (2005) de incorporarlos a través de un modelo DEA en tres etapas. Éste mantiene la principal característica del DEA, que en ninguna de las etapas se requiere definir la forma funcional de la producción. La Figura 30 muestra el proceso en etapas.

Figura 30 Modelo DEA en Tres Etapas para el PNA de CR



Elaboración propia

⁷¹ Debe recordarse que los dos *inputs* no controlables (INC1_EBAIS y INC2_Pob) corresponden a insumos que pueden ser gestionados por la CCSS.

11.2 Modelo DEA

El modelo DEA de la Etapa 1 con rendimientos variables a escala y orientado a los *outputs*⁷² queda definido, matemáticamente, como:

$$\hat{\lambda}_{DEA1} = \max \lambda$$

sujeto a:

$$\lambda y_i \leq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i Y_i$$

$$x_i \geq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i X_i$$

$$\lambda > 0$$

$$\sum_{i=1}^{48} \gamma_i = 1$$

$$\gamma_i \geq 0$$

Siendo:

λ el *score* de eficiencia

γ_i el vector de intensidad

$$\text{Outputs} = Y_i = \begin{bmatrix} O1_OCE_1 & O2_CEM_1 & O3_CEMPV_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ O1_OCE_{48} & O2_CEM_{48} & O3_CEMPV_{48} \end{bmatrix}$$

$$\text{Inputs Controlables} = X_i = \begin{bmatrix} IC1_MD_1 & IC2_GSyM_1 \\ \vdots & \vdots \\ IC1_MD_{48} & IC2_GSyM_{48} \end{bmatrix}$$

Los *slacks* de la primera etapa se obtienen como:

$$S_{i,m} = VI_{i,m} - VO_{i,m}$$

Donde:

$S_{i,m}$: *Slack* total de la variable m para cada DMU_i

⁷² La orientación a los *outputs* puede interpretarse como que la CCSS incentiva a las Áreas de Salud (DMU) a generar un mayor número de consultas de forma innecesaria. Sin embargo, se ha considerado tanto el argumento de Rodríguez y Bustelo (2008) sobre la demanda insatisfecha en atención primaria como el que el sistema de asignación de presupuesto no contempla el pago por consulta.

$VI_{i,m}$: Valor Inicial de la variable m para cada DMU_i

$VO_{i,m}$: Valor Objetivo de la variable m resultado del modelo DEA para cada DMU_i

$i = 1, \dots, 48$

$m = [IC1_MD, IC2_GSyM, O1_OCE, O2_CEM, O3_CEMPV]$

En la Etapa 2 se ejecutan tantos DEA como variables se tenga en la Etapa 1, en nuestro caso 5. Todos los modelos deben estar definidos con orientación a los *inputs* ya que se desea minimizar los *slacks (inputs)* de la DMU que se enfrenta a unos *inputs* no controlables que no puede modificar (*outputs*).

Los cinco modelos DEA que se estiman en la segunda etapa se presentan en la Tabla 19.

Tabla 19 Modelos DEA en la Segunda Etapa

<p style="text-align: center;">M1.Otras Consultas Externas</p> <p>Sujeto a:</p> $\hat{\theta}_{DEA}^{S,O1,OCE}(s_{o1_oce_0}, z_0) = \min \theta$ $z_0 \leq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i Z_i$ $\theta s_{o1_oce_0} \geq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i s_{o1_oce_i}$ $\theta > 0$ $\sum_{i=1}^{48} \gamma_i = 1$ $\gamma_i \geq 0$	<p style="text-align: center;">M4.Medicamentos Despachados</p> <p>Sujeto a:</p> $\hat{\theta}_{DEA}^{S,IC1,MD}(s_{ic1_md_0}, z_0) = \min \theta$ $z_0 \leq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i Z_i$ $\theta s_{ic1_md_0} \geq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i s_{ic1_md_i}$ $\theta > 0$ $\sum_{i=1}^{48} \gamma_i = 1$ $\gamma_i \geq 0$
<p style="text-align: center;">M2.Consultas Externas Médicas</p> <p>Sujeto a:</p> $\hat{\theta}_{DEA}^{S,O2,CEM}(s_{o2_cem_0}, z_0) = \min \theta$ $z_0 \leq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i Z_i$ $\theta s_{o2_cem_0} \geq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i s_{o2_cem_i}$ $\theta > 0$ $\sum_{i=1}^{48} \gamma_i = 1$ $\gamma_i \geq 0$	<p style="text-align: center;">M5.Gastos en Sumunistros y Materiales</p> <p>Sujeto a:</p> $\hat{\theta}_{DEA}^{S,IC2,GSyM}(s_{ic2_gysm_0}, z_0) = \min \theta$ $z_0 \leq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i Z_i$ $\theta s_{ic2_gysm_0} \geq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i s_{ic2_gysm_i}$ $\theta > 0$ $\sum_{i=1}^{48} \gamma_i = 1$ $\gamma_i \geq 0$

Tabla 19 Modelos DEA en la Segunda Etapa

<p>M3.Consultas Externas Médicas por Primera Vez</p> $\hat{\theta}_{DEA}^{S_{O3_CEMPV}}(s_{o3_cempv_0}, z_0) = \min \theta$ <p>Sujeto a:</p> $z_0 \leq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i Z_i$ $\theta s_{o3_cempv_0} \geq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i S_{O3_cempv_i}$ $\theta > 0$ $\sum_{i=1}^{48} \gamma_i = 1$ $\gamma_i \geq 0$	<p>Siendo:</p> <p>θ score de eficiencia a estimar</p> <p>γ_i el vector de intensidad</p> $Inputs \text{ no controlables} = Z_i = \begin{bmatrix} INC1_EBAIS_1 & INC2_Pob_1 \\ \vdots & \vdots \\ INC1_EBAIS_{48} & INC2_Pob_{48} \end{bmatrix}$ <p>s_{o1_oce} , s_{o2_cem} , s_{o3_cempv} , s_{ic1_md} , s_{ic2_gsym} corresponden a los <i>slacks</i> totales de la variable obtenidos de la Etapa 1.</p> <p>Suponiendo: Rendimientos Variables a Escala Orientación <i>Inputs</i></p>
--	---

Elaboración propia

Los resultados permiten identificar el efecto de los *inputs* no controlables sobre las variables *inputs* controlables y *outputs*.

Los *slacks* totales de la segunda etapa se obtienen como:

$$S2_{i,m} = S_{i,m} - VO_{i,m}$$

Donde:

$S2_{i,m}$: *Slack* total de la variable m resultado de la Etapa 2 para cada DMU_i

$S_{i,m}$: *Slack* total obtenido en la primera etapa para cada variable m para cada DMU_i

$VO_{i,m}$: Valor Objetivo de la variable m resultado de la segunda etapa para cada

$$DMU_i. \text{ Donde } VO_i = \sum_{i=1}^{48} \gamma_i m_i$$

$$i = 1, \dots, 48$$

$$m = [IC1_MD, IC2_GSyM, O1_OCE, O2_CEM, O3_CEMPV]$$

Sí el mínimo *slack* total que se obtiene en esta etapa es cero implica que los *inputs* no controlables no influyen en los resultados de eficiencia y por tanto, éstos responden únicamente a la gestión de la DMU.

Una vez obtenidos los *slacks* mínimos para cada variable se procede a realizar el ajuste sobre los datos originales con el fin de reconocer los efectos de los *inputs* no controlables, dicho ajuste se realiza de la siguiente forma⁷³:

$$ICA1_MD_i = [IC1_MD - VO_{IC1}]_i$$

$$ICA2_GSyM_i = [IC2_GSyM - VO_{IC2}]_i$$

$$OA1_OCE_i = [O1_OCE + VO_{O1}]_i$$

$$OA2_CEM_i = [O2_CEM + VO_{O2}]_i$$

$$OA3_CEMPV_i = [O3_CEMPV + VO_{O3}]_i$$

En la tercera etapa los modelos DEA coinciden en la formulación matemática con los de la primera fase, pero difieren en los datos utilizados para su estimación. El DEA3 queda definido como⁷⁴:

$$\hat{\lambda}_{DEA3} = \max \lambda$$

sujeto a:

$$\lambda y_i \leq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i Y_i$$

$$x_i \geq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i X_i$$

$$\lambda > 0$$

$$\sum_{i=1}^{48} \gamma_i = 1$$

$$\gamma_i \geq 0$$

Siendo:

λ el *score* de eficiencia

γ_i el vector de intensidad

⁷³ En el caso de los *slacks* de los *outputs*, deben introducirse de modo que a mayor cantidad de *inputs* no controlables se presente un mayor *slack* en el *output*.

⁷⁴ Para la estimación de los modelos DEA se utiliza el PIM-DEA v3.1

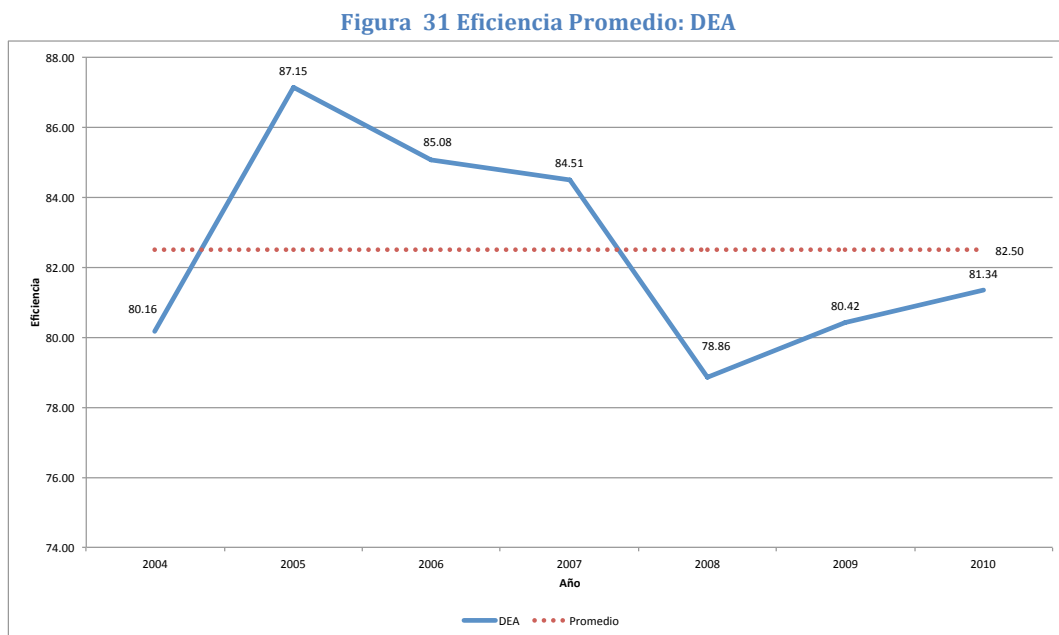
$$Outputs = Y_i = \begin{bmatrix} OA1_OCE_1 & OA2_CEM_1 & OA3_CEMPV_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ OA1_OCE_{48} & OA2_CEM_{48} & OA3_CEMPV_{48} \end{bmatrix}$$

$$Inputs Controlables = X_i = \begin{bmatrix} ICA1_MD_1 & ICA2_GSyM_1 \\ \vdots & \vdots \\ ICA1_MD_{48} & ICA2_GSyM_{48} \end{bmatrix}$$

11.2.1 Resultados

Uno de los primeros resultados del modelo en etapas es que los ajustes por la influencia de los *inputs* no controlables fueron relativamente pequeños, lo que indica que los niveles de eficiencia (o ineficiencia) responden a la gestión de la DMU y no a la influencia de éstos.

La Figura 31 resume los resultados sobre eficiencia. El promedio del período se sitúa en 82.5%, el máximo *score* corresponde al año 2005 (87.15%) y el mínimo al año 2008 (78.86%).



Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

La Tabla 20 presenta los rangos de eficiencia por año y para el período 2004-2010. En términos generales, la cantidad de *DMUs* eficientes aumenta del 2004 al 2010, del 20.83% al 29.17% respectivamente. Considerando el promedio del período, solamente 6 *DMUs* son

eficientes (12.5%). El rango donde más se concentran las *DMUs* es el que va de 80 a 99.99%. En ninguno de los años se tiene *DMUs* con *scores* inferiores al 20%, y considerando el promedio del período no se tienen *DMUs* con eficiencia inferior al 40%.

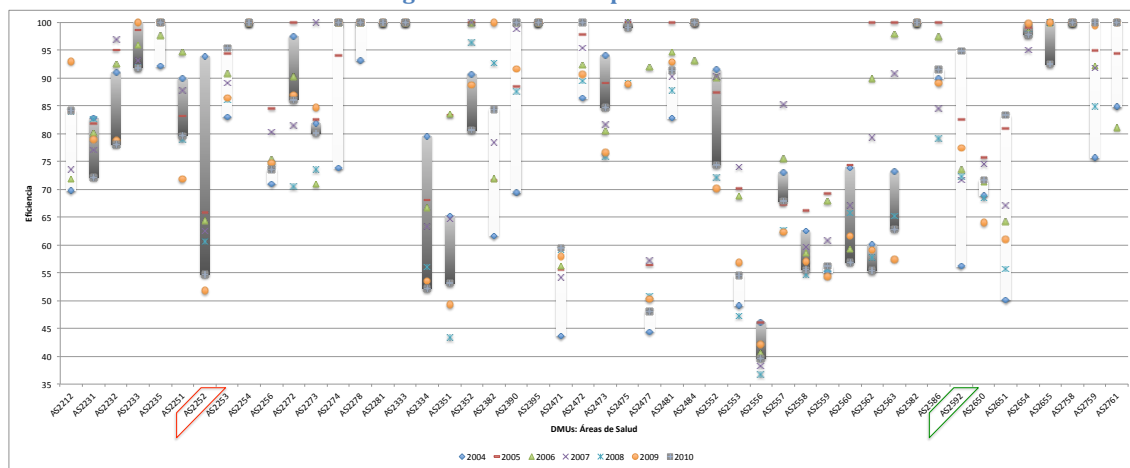
Tabla 20 Rango de Eficiencia: DEA

Rango	2004		2005		2006		2007		2008		2009		2010		2004-2010	
	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
100	10	20.83%	17	35.42%	12	25.00%	15	31.25%	12	25.00%	14	29.17%	14	29.17%	6	12.50%
80-99.99	17	35.42%	19	39.58%	20	41.67%	16	33.33%	12	25.00%	12	25.00%	15	31.25%	24	50.00%
60-79.99	14	29.17%	9	18.75%	12	25.00%	13	27.08%	14	29.17%	11	22.92%	8	16.67%	13	27.08%
40-59.99	7	14.58%	3	6.25%	4	8.33%	3	6.25%	9	18.75%	11	22.92%	10	20.83%	5	10.42%
20-39.99	0	0.00%	0	0.00%	0	0.00%	1	2.08%	1	2.08%	0	0.00%	1	2.08%	0	0.00%
0-19.99	0	0.00%	0	0.00%	0	0.00%	0	0.00%	0	0.00%	0	0.00%	0	0.00%	0	0.00%
Total	48	100.00%	48	100.00%	48	100.00%	48	100.00%	48	100.00%	48	100.00%	48	100.00%	48	100.00%

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

En la Figura 32 se aprecian, en barras oscuras, aquellas *DMUs* que disminuyeron el nivel de eficiencia entre 2004 y 2010 y en barras blancas las que aumentaron⁷⁵. La AS2252 destaca por ser la que presenta el mayor recorrido negativo en eficiencia, lo contrario ocurre con la AS2592.

Figura 32 Eficiencia por DMU: DEA



Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM DEA v3.1

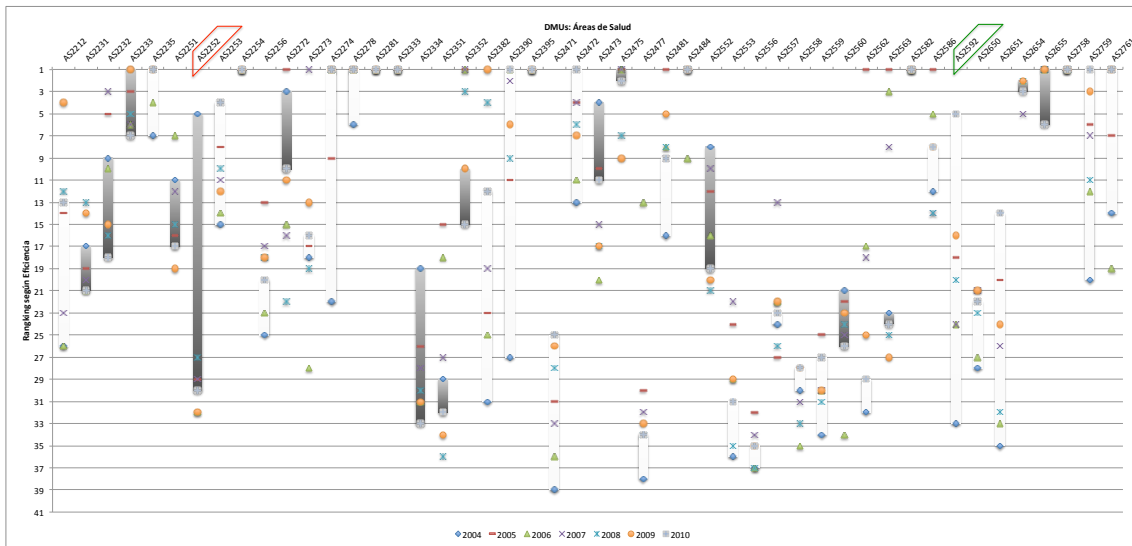
En la Figura 33 se presentan los resultados del ranking para todas las *DMUs*⁷⁶. Los dos cambios más notorios, al igual que en los *scores*, se producen en las AS2252, que pasa del puesto 5 al 30 y la AS2592 que asciende del 32 al 5. La mayoría de las *DMUs* tienen un comportamiento paralelo en eficiencia y ranking, es decir que aumentos en la eficiencia

⁷⁵ En el Anexo 8 se presenta la eficiencia por *DMU* para cada año.

⁷⁶ En el Anexo 9 se presenta el ranking para cada año.

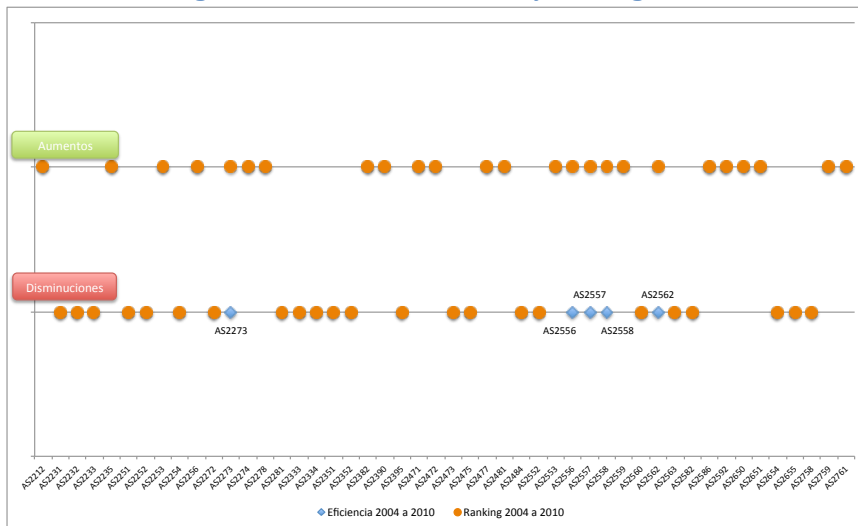
están asociados a mejores posiciones en el ranking (Figura 34); sin embargo, cinco DMUs del 2004 al 2010 presentan una caída en la eficiencia y una mejora en el ranking.

Figura 33 Ranking: DEA



Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM DEA v3.1

Figura 34 Cambios en Eficiencia y Ranking: DEA



Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM DEA v3.1

Una de las ventajas del DEA es que permite identificar las áreas de salud que se utilizan como referencia para la determinación de la eficiencia (pares) y el peso de cada uno de los pares (vector intensidad).

En la Tabla 21⁷⁷ se resumen las áreas de salud que resultaron referentes en cada uno de los años . De las 48 DMUs de la muestra, en promedio 13 son referentes por año, y 25 lo son, al menos, una vez en el período. Cinco áreas destacan por estar en todos los años. En cuanto a la más frecuente por año, el AS2395 lo fue en el año 2010, para el período 2004-2006 y el año 2009 lo fue el AS2758, y el AS2761 para los años 2007 y 2008.

Tabla 21 Pares de Referencia: DEA

DMU	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	Total
AS2233	3					1		2
AS2235		2		6	3	16	7	5
AS2254	3	4	5	11	13	7	9	7
AS2272		2						1
AS2273				1				1
AS2274			13	1	12	2	12	5
AS2278		9	18	24	18	4	10	6
AS2281	13	4	2	9	10	0	1	7
AS2333	16	5	4	1	2	2	5	7
AS2352		1	4	1				3
AS2382						2		1
AS2390			4				3	2
AS2395	26	17	8	11	17	16	20	7
AS2472							2	1
AS2475	5	3	7	1				4
AS2481		4						1
AS2484	2	1		12	8	10	17	6
AS2562		2						1
AS2563		4						1
AS2582	12	10	18	5	8	7	2	7
AS2586		17						1
AS2655	13	5	11	11	3	6		6
AS2758	37	25	32	6		31	4	6
AS2759							16	1
AS2761				27	35	21	14	4
Total	10	17	12	15	11	14	14	

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM DEA v3.1

Los resultados del DEA nos permiten concluir que durante el período en estudio la eficiencia media fue de 82.5%. Para los años 2006 a 2008 la eficiencia media cae hasta alcanzar 78.86%. Diecinueve áreas de salud disminuyen su eficiencia a lo largo del período de estudio. Para el último año se incorporan como pares las AS2759 (Osa), AS2472 (Santa Rosa) y AS2390 (Corralillo-La Sierra), lo que quiere decir que estas áreas no solo han mejorado su eficiencia sino que se han convertido en referentes del sector .

11.3 Incertidumbre en modelos DEA

Con el fin de considerar la incertidumbre sobre los *scores* de eficiencia obtenidos se aplican tres modelos. El DEA-*Bootstrap* que se basa en el remuestreo; el SDEA que utiliza restricciones en términos de probabilidad de cumplimiento en el proceso de

⁷⁷ En el Anexo 10 se presentan los resultados para cada una de las DMU en cada uno de los años.

maximización; y el tercero, DEA-Bayesiano, aporta una forma novedosa de realizar el análisis de la incertidumbre, incorporando estadística bayesiana.

11.3.1 Modelo DEA-*Bootstrap*

La técnica del *bootstrap* consiste en un proceso de remuestreo para aproximar el verdadero valor del parámetro bajo análisis (cap. 3). Esta aproximación se realiza extrayendo sub muestras en las cuales podría o no estar la DMU evaluada. La formulación matemática queda definida como:

$$\hat{\delta}^*(x, y) = \max \lambda$$

sujeto a:

$$\lambda y \leq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i Y_i^*$$

$$x \geq \sum_{i=1}^{48} \gamma_i X_i^*$$

$$\sum_{i=1}^{48} \gamma_i = 1$$

$$\gamma_i \geq 0$$

$$\lambda > 0$$

$$i = 1, \dots, 48$$

Donde:

λ corresponde al *score* de eficiencia

γ_i corresponde a vector de intensidades

X_i^* es la matriz de *inputs* extraída de

$$\text{Inputs Controlables} = X_i = \begin{bmatrix} ICA1_MD_1 & ICA2_GSyM_1 \\ \vdots & \vdots \\ ICA1_MD_{48} & ICA2_GSyM_{48} \end{bmatrix}$$

Y_i^* es la matriz de *outputs* extraída de

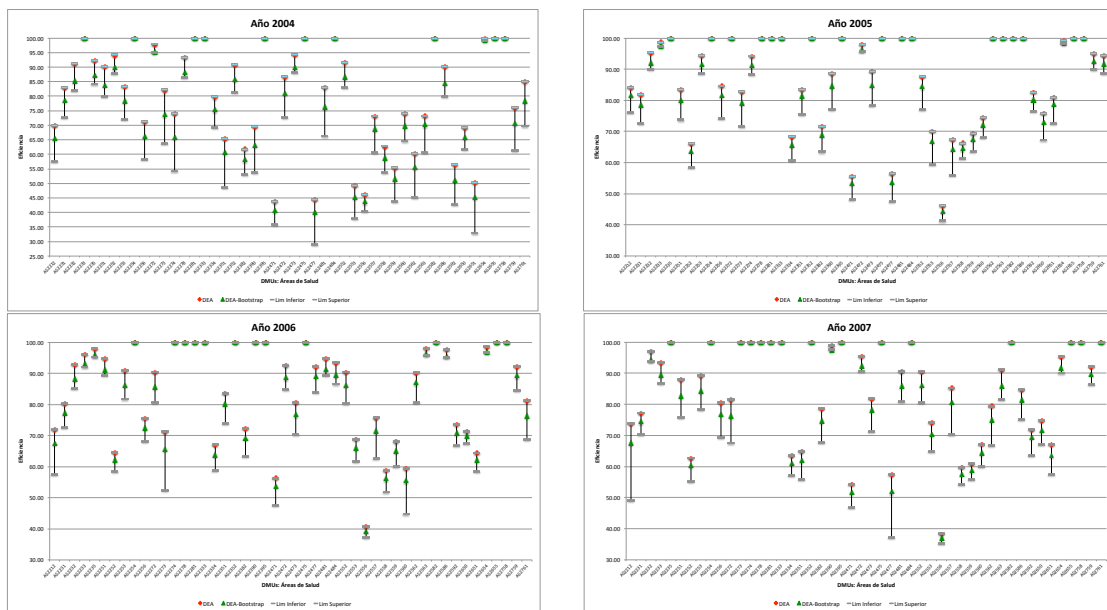
$$Outputs = Y_i = \begin{bmatrix} OA1_{OCE}_1 & OA2_{CEM}_1 & OA3_{CEMPV}_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ OA1_{OCE}_{48} & OA2_{CEM}_{48} & OA3_{CEMPV}_{48} \end{bmatrix}$$

El modelo se ejecuta considerando 1000 iteraciones utilizando el algoritmo de suavizado propuesto por Silverman⁷⁸ (1996) con un intervalo de confianza del 95%⁷⁹.

11.3.1.1 Resultados.

Como resultado del modelo DEA-Bootstrap se obtiene la estimación media de la eficiencia y los límites con un 95% de confianza⁸⁰. La Figura 35 muestra los resultados anuales para cada DMU. Al comparar los resultados se observa que para todos los años el *score* DEA está muy cercano al límite superior del DEA-Bootstrap y las DMUs eficientes en ambas estimaciones coinciden.

Figura 35 Eficiencia: DEA y DEA-Bootstrap por DMU y año



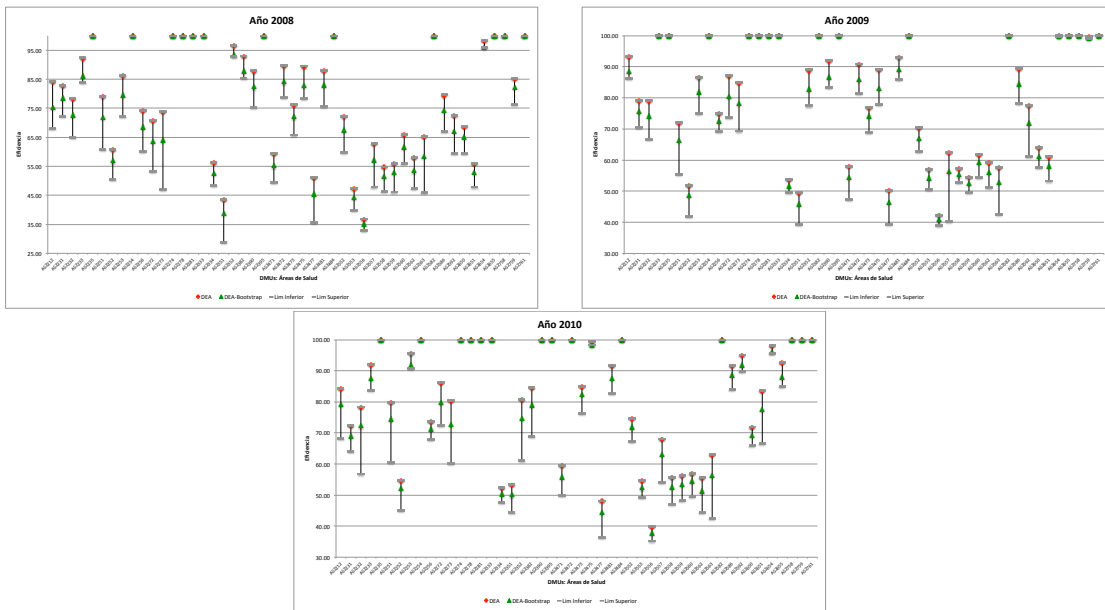
⁷⁸ El algoritmo de suavizado de Silverman (*Smoothing Bandwidth*) está definido como

$h = 1.06 \min(s_n, r_n/1.34) n^{-1/5}$. Otros algoritmos se presenta en (Daraio & Simar, 2010)

⁷⁹ Los resultados se obtienen utilizando PIM-DEA v3.1.

⁸⁰ Los resultados por año se presentan en el Anexo 11.

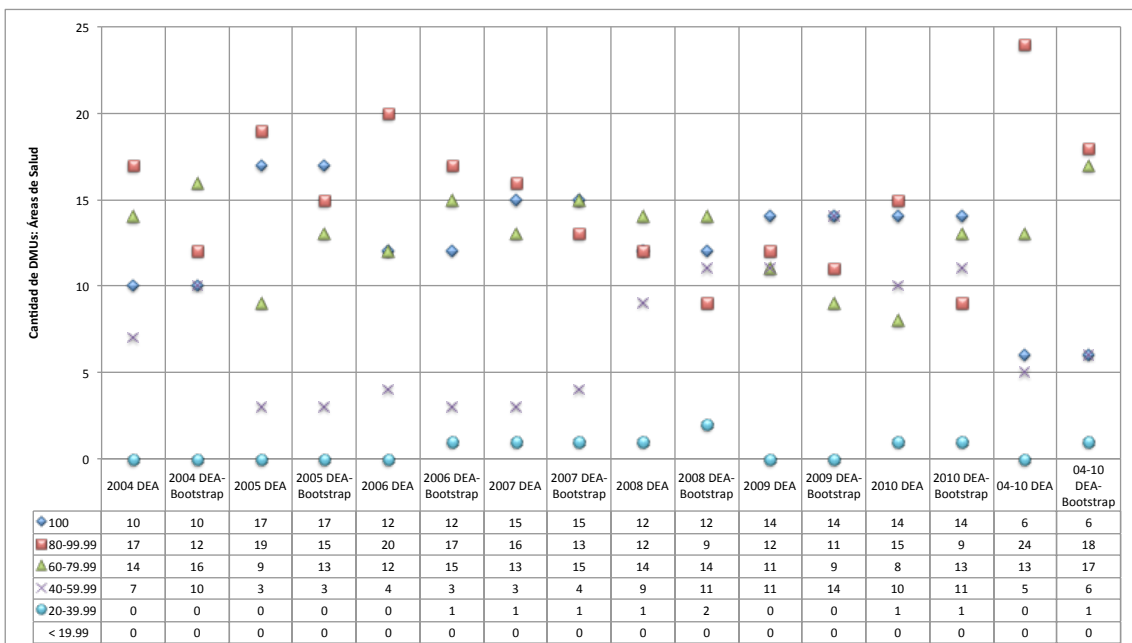
Figura 35 Eficiencia: DEA y DEA-Bootstrap por DMU y año



Elaborado a partir de los resultados obtenidos con PIM-DEA v3.1

Cuando se examina la distribución de las DMUs por rango de eficiencia existe variación dependiendo del modelo que se utilice. Aún cuando la cantidad de DMUs que conforman la frontera son las mismas, en todos los años el *DEA-Bootstrap* reporta menos unidades en el rango de 80 a 99.99% y un aumento en los rangos inferiores (Figura 36).

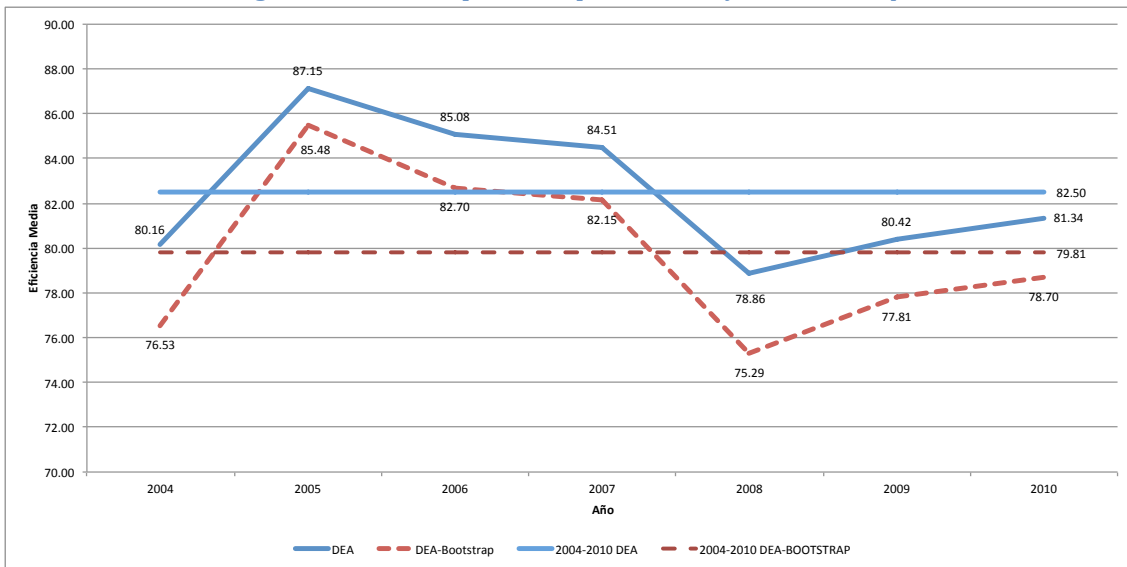
Figura 36 Rango de Eficiencia: DEA y DEA-Bootstrap



Elaborado a partir de los resultados obtenidos con PIM-DEA v3.1

En resumen, la Figura 37 muestra el comportamiento promedio de la eficiencia para cada año. El DEA-*Bootstrap* y DEA muestran tendencias paralelas en los *scores* medios de eficiencia anuales pero con diferencias sistemáticas entre ambas estimaciones que van desde 3.64 puntos en 2004 a 2.64 puntos en 2010. Es decir que con un 95% de confianza la estimación de la eficiencia a través de modelos DEA-*Bootstrap* será inferior a la estimada con modelos DEA para el PNA de Costa Rica durante el período 2004-2010.

Figura 37 Eficiencia promedio por año: DEA y DEA-*Bootstrap*



Elaborado a partir de los resultados obtenidos con PIM-DEA v3.1

Los pares de referencia que resultan del DEA-*Bootstrap* coinciden con los obtenidos del DEA. El proceso de remuestreo no varía la forma en que las DMUs se combinan para determinar los niveles de eficiencia a través del vector de intensidades.

11.3.2 Modelo SDEA.

Los modelos SDEA realizan la separación de la ineficiencia y el error estocástico transformando las restricciones del modelo DEA en restricciones con probabilidad de cumplimiento (cap.3). Esto permite que los resultados se acerquen más al promedio del período de cada DMU y disminuye los efectos de posibles *outliers*.

Para la estimación del modelo SDEA utilizamos la formulación propuesta por Land, Lovell y Thore (1993), que en el caso de la DMU_0 y considerando un modelo orientado a los *outputs* con RVE, es⁸¹:

$$\max \lambda_0$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n y_{ki} \gamma_i + \sum_{i=1}^n (E y_{ki} - y_{ki}) \gamma_i - z_{1-\alpha} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^n \mu_i \mu_r (cov(y_{kr}, y_{ki})) \right]^{1/2} \geq \lambda E y_{k0}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ji} \gamma_i + \sum_{i=1}^n (E x_{ji} - x_{ji}) \gamma_i + z_{1-\alpha} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^n \nu_i \nu_r (cov(x_{jr}, x_{ji})) \right]^{1/2} \leq E x_{j0}$$

$$\gamma_i \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i = 1$$

Siendo:

λ_0 : el *score* de eficiencia de la DMU_0

γ_i : el vector de intensidades; $i: 1, \dots, 48$

y_{ki} : el vector de *outputs*; $k: 1,2,3$

$$Outputs = Y_i = \begin{bmatrix} OA1_OCE_1 & OA2_CEM_1 & OA3_CEMPV_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ OA1_OCE_{48} & OA2_CEM_{48} & OA3_CEMPV_{48} \end{bmatrix}$$

x_{ji} : el vector de *inputs*; $j: 1,2$

$$Inputs Controlables = X_i = \begin{bmatrix} ICA1_MD_1 & ICA2_GSyM_1 \\ \vdots & \vdots \\ ICA1_MD_{48} & ICA2_GSyM_{48} \end{bmatrix}$$

$E y_{ki}$: el vector de medias de los *outputs*; $k: 1,2,3$

$$Media Outputs [2004:2010] = E Y_i = \begin{bmatrix} \overline{OA1_OCE_1} & \overline{OA2_CEM_1} & \overline{OA3_CEMPV_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \overline{OA1_OCE_{48}} & \overline{OA2_CEM_{48}} & \overline{OA3_CEMPV_{48}} \end{bmatrix}$$

$E x_{ji}$: el vector de medias de los *inputs*; $j: 1,2$

⁸¹ Los calculos se realizan utilizando Lingo 8.0, la rutina se presenta en el Anexo 12 Rutina para la Estimación SDEA.

$$\text{Media Inputs Controlables [2004:2010]} = EX_i = \begin{bmatrix} \overline{ICA1_MD_1} & \overline{ICA2_GSyM_1} \\ \vdots & \vdots \\ \overline{ICA1_MD_{48}} & \overline{ICA2_GSyM_{48}} \end{bmatrix}$$

α : la mínima probabilidad de que las restricciones se satisfagan (95%)

$z_{1-\alpha} = \Phi^{-1}(\alpha)$: el valor de la función normal estándar (1.645)

$cov(y_{kr}, y_{ki})$: es la matriz de covarianzas entre *output k* de la DMU_r y la DMU_i .
Suponiendo que la producción de DMU_r no depende la producción de DMU_i , se convierte en la matriz diagonal de varianzas.

$cov(x_{jr}, y_{ji})$: es la matriz de covarianzas entre *input j* de la DMU_r y la DMU_i .
Suponiendo que los insumos de DMU_j no dependen los insumos de DMU_i , se convierte en la matriz diagonal de varianzas.

$$\mu_i = \gamma_i \text{ para todo } i, r \neq 0 \quad \text{y} \quad \mu_i = \gamma_i - \lambda \text{ para } i, r = 0$$

$$v_i = \gamma_i \text{ para todo } i, r \neq 0 \quad \text{y} \quad v_i = \gamma_i - 1 \text{ para } i, r = 0$$

11.3.2.1 Resultados

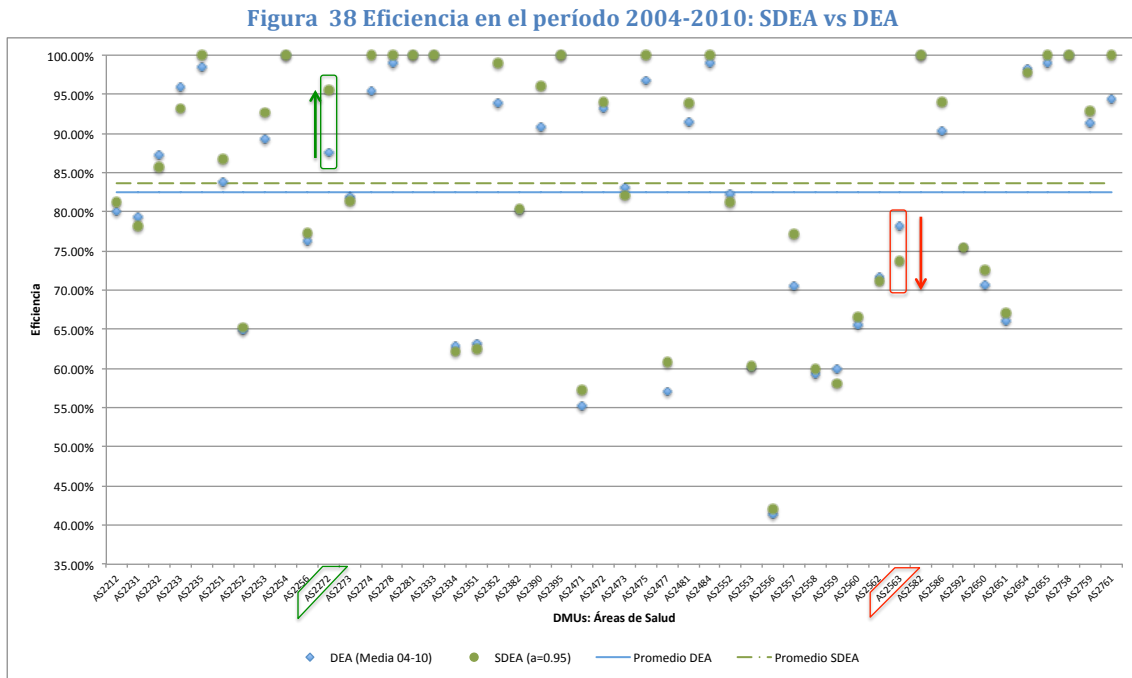
La primera observación que debemos hacer es que, por construcción matemática, los resultados de la estimación de modelos SDEA, cuando se calculan para cada uno de los años es idéntico entre ellos, ya que la estimación de la eficiencia y la determinación de la incertidumbre se basa en las medias y las covarianzas de los *inputs* y los *outputs*.

La Figura 38 resume los resultados del SDEA para el período 2004-2010 y se comparan con los promedios obtenidos con el DEA⁸². La eficiencia media para la muestra es ligeramente superior en el modelo SDEA (83.65%) que con el DEA (82.50%), es decir, que con un 95% de nivel de confianza la estimación de la eficiencia se ve afectada en 1.15 puntos porcentuales por error estocástico.

Cuando se analizan las DMUs en forma individual, en algunos casos los *scores* del SDEA son superiores y en otros lo es el DEA, con lo cuál se estaría sobre estimando o sub estimando la ineficiencia. La mayor disminución se presenta en el AS2563 pasando de 78.21% (DEA)

⁸² Para efectos de comparación se estima la eficiencia media obtenida del modelo DEA en el período 2004-2010.

a 73.67% (SDEA), mientras que el AS2272 muestra el mayor aumento en eficiencia, pasa de 87.53% (DEA) a 95.61% (SDEA).



Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando Lingo 8.0

En lo que corresponde al análisis por rangos, la Tabla 22 muestra que 7 DMUs se suman a la frontera en el SDEA lo que indica que el *score* obtenido a través del DEA está subestimado. En el resto no se presentan cambios significativos. En ninguno de los dos modelos se presentan DMUs con *scores* inferiores a 40%.

Tabla 22 Rangos de Eficiencia: SDEA y DEA

Rango	DEA (2004-2010)	SDEA (α=0.90)
100	6	13
80-99.99	24	17
60-79.99	13	14
40-59.99	5	4
20-39.99	0	0
0-19.99	0	0
Total	48	48

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando Lingo 8.0

Por otra parte, los pares de referencia en el modelo SDEA no difieren, en términos generales, de los obtenidos con el DEA (Tabla 23). Trece DMUs son las que conforman el

grupo de referentes para el período 2004-2010, todas lo fueron también, en uno u otro año, en el modelo DEA. En el SDEA es la AS2758 (Corredores) la que con más frecuencia resultó referente (para 26 de las 48 DMUs), también es la máxima referente en el modelo DEA para los años 2004-2005-2006 y 2009⁸³.

Tabla 23 Pares de Referencia: DEA y SDEA

DMU	DEA							SDEA
	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2004-2010
AS2233	3					1		
AS2235		2		6	3	16	7	6
AS2254	3	4	5	11	13	7	9	11
AS2272		2						
AS2273				1				
AS2274			13	1	12	2	12	3
AS2278		9	18	24	18	4	10	13
AS2281	13	4	2	9	10		1	7
AS2333	16	5	4	1	2	2	5	6
AS2352		1	4	1				
AS2382						2		
AS2390			4				3	
AS2395	26	17	8	11	17	16	20	18
AS2472							2	
AS2475	5	3	7	1				2
AS2481		4						
AS2484	2	1		12	8	10	17	15
AS2562		2						
AS2563		4						
AS2582	12	10	18	5	8	7	2	7
AS2586		17						
AS2655	13	5	11	11	3	6		6
AS2758	37	25	32	6		31	4	26
AS2759							16	
AS2761				27	35	21	14	14
Total	10	17	12	15	11	13	14	13

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando Lingo 8.0

11.4 DEA Bayesiano

Este apartado corresponde a nuestro aporte para el análisis de las fronteras de eficiencia a través de la modelización de la metodología DEA y la incorporación de la estadística bayesiana, logramos obtener un modelo que identifica los efectos de la incertidumbre sobre la eficiencia media y por área de salud para el período 2004-2010.

Para la modelización sabemos, del capítulo 5, que el proceso de análisis bayesiano se basa en la determinación de la distribución *a posteriori* a partir de la distribución *a priori* y la función de verosimilitud de una muestra.

⁸³ El vector de intensidades para cada DMU, según el SDEA, se presenta en el Anexo 13.

Para la derivación de la función de verosimilitud nos basamos en el modelo SDEA⁸⁴ en su formulación determinística no lineal. Los *outputs* e *inputs* tienen una distribución normal estándar de la forma:

$$z_i \equiv \begin{bmatrix} y_i \\ x_i \end{bmatrix} \sim N(\mu, \Sigma); \quad i = 1, \dots, 48$$

Siendo:

μ : el vector de medias de dimensión $(j + k) \times 1 = (2 + 3) \times 1$

Σ : la matriz de covarianzas de dimensión $(j + k) \times (j + k) = 5 \times 5$

La derivación de la función de verosimilitud, en el caso de los *outputs* y en un ambiente multivariante, nos lleva a definirla como⁸⁵:

$$\begin{aligned} L(\mu_Y, \Sigma_Y) &\propto |\Sigma_Y|^{-n/2} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_Y)' \Sigma_Y^{-1} (y_i - \mu_Y) \right] \\ &= |\Sigma_Y|^{-n/2} \exp \left[-\frac{1}{2} \text{tr} \Sigma_Y^{-1} S_Y \right] \end{aligned}$$

Siendo:

μ_Y la matriz de medias de los k *outputs*

Σ_Y la matriz de covarianzas de los k *outputs*

y_i el vector de los k *outputs*, $i=1, \dots, 48$

tr un operador de trazado

$$S_Y = \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_Y)(y_i - \mu_Y)'$$

La distribución *a priori* la definimos como una normal multivariante no informativa, de la forma:

⁸⁴ Se utiliza el SDEA como base ya que en su estimación no es necesaria la definición de un proceso generador de datos (PGD) e incorpora las medias y las varianzas de los *inputs* y los *outputs* que permite realizar las estimaciones bayesianas.

⁸⁵ La derivación para el caso de *inputs* se realiza de forma análoga.

$$p(\mu_Y, \Sigma_Y) \propto |\Sigma_Y|^{-(k+1)/2}$$

Por lo tanto, la distribución *a posteriori* estaría dada por:

$$p(\mu_Y, \Sigma_Y | Y) \propto L(\mu_Y, \Sigma_Y) \times p(\mu_Y, \Sigma_Y)$$

$$p(\mu_Y, \Sigma_Y | Y) \propto |\Sigma_Y|^{-(n+k+1)/2} \exp \left[-\frac{1}{2} \text{tr} \Sigma_Y^{-1} S_Y \right]$$

Operando la distribución *a posteriori* se determina que las medias de los *outputs* tienden a una distribución normal multivariante con media u y varianza v ($\mu_Y \sim N(u, v)$), y las covarianzas tienden a una distribución *Wishart* de parámetros R y k ($\Sigma_Y \sim W(R, k)$).

Una vez determinadas las distribuciones *a posteriori* se procede a la definición del operador para la estimación de la eficiencia⁸⁶, que en el caso de la DMU_0 es:

$$\lambda_0 = \max \left\{ \left(\sum_{i=1}^{48} y_i \gamma_i + \sum_{i=1}^{48} (\mu_{Y,i} - y_i) \gamma_i - z_{1-\alpha} \left[\sum_{i=1}^{48} \sum_{r=1}^{48} \gamma_r \gamma_i \Sigma_{Y,ir} \right]^{1/2} \right) / \mu_{Y,0} \right\}$$

Donde:

y_i corresponde al vector de *outputs*

γ_i corresponde al vector de intensidades⁸⁷ de las *DMUs* sobre la DMU_0 , $i, r = 1, \dots, 48$

$\mu_{Y,i}$ es el vector de media de los *outputs*

α es la mínima probabilidad de que las restricciones se satisfagan (100%)

⁸⁶ Dado que nos interesa el modelo orientado a los *outputs* el operador se desarrolla sobre estos.

⁸⁷ El vector de intensidades se toma como dado del modelo SDEA ya que este se calcula considerando los promedios de las variables, a diferencia del modelo DEA del que se obtiene uno vector para cada año.

$z_{1-\alpha} = \Phi^{-1}(\alpha)$ es el valor de la función normal estándar (3.0999)

$\Sigma_{Y,ir}$ corresponde a la matriz de covarianzas de *outputs*, suponiendo que las DMUs son independientes, se tiene que $\Sigma_Y = cov(y_{kr}, y_{ki}) = 0 \forall r \neq i$

$\mu_{Y,0}$ corresponde al vector de medias de los *outputs* para la DMU_0

Con el operador definido para la estimación de la eficiencia se realizan las valoraciones utilizando WinBUGS v1.4.3⁸⁸ con los siguientes supuestos:

- i. Los *outputs* siguen una distribución normal.
- ii. Las medias de los *outputs* siguen una distribución normal multivariante.
- iii. Las covarianzas de los *outputs* siguen una distribución *Wishart*.
- iv. El vector de intensidades corresponde al estimado en el modelo SDEA.
- v. Las *DMUs* son independientes.
- vi. Se considera una *a priori* no informativa inicializada con los valores promedios de cada *output* en el período 2004-2010.

11.4.1 Resultados

Al igual que en el modelo anterior, la estimación del modelo DEA-Bayesiano se realiza únicamente para el período 2004-2010.

En términos metodológicos utilizamos el modelo SDEA para derivar el operador necesario para la estimación de la eficiencia técnica. Este operador será diferente dependiendo de los resultados que se quieran analizar, eficiencia, *slacks*, pesos de las variables o valores objetivos (*targets*).

La estadística bayesiana se basa en la determinación de la distribución *a posteriori* a partir de la distribución *a priori* y la función de verosimilitud de una muestra. En el caso del PNA de Costa Rica determinamos que los *outputs* siguen una distribución normal estándar, con media μ y varianza Σ (verosimilitud); asumimos una distribución *a priori* normal multivariante no informativa; y obtuvimos una distribución *a posteriori* donde la marginal

⁸⁸ Ver Anexo 14 Rutina para la Estimación del DEA-Bayesiano (WinBUGS v1.4.3).

de las medias de los *outputs* corresponden a una normal multivariante y la marginal de las varianzas a una distribución *Wishart*.

Para la estimación de la eficiencia y los intervalos de credibilidad se realizan 103000 iteraciones a través de un proceso MCMC siguiendo el algoritmo de Gibbs. Las primeras 1000 son desechadas ya que se consideran parte del aprendizaje del modelo.

La Tabla 24 muestra los resultados del modelo DEA-Bayesiano en comparación con el modelo DEA⁸⁹. En términos generales, la eficiencia estimada por el primero es superior para todas las DMUs. El promedio para la muestra pasa de 82.5% (DEA) a 93.9% (DEA-Bayesiano). Las estimaciones bayesianas tienen un error MC⁹⁰ relativamente pequeño y en ninguna de las DMU alcanza el 0.1%.

En lo que corresponde a la conformación de la frontera de eficiencia, ésta está formada en general por las DMUs con una eficiencia = 100%, sin embargo, en el caso DEA-Bayesiano debe considerarse el intervalo de credibilidad (*IC*), por lo que la frontera está compuesta por aquellas áreas de salud que tienen un $IC_{2.5\%}$ por debajo de 100% y un $IC_{97.5\%}$ mayor a 100% y aquellas que presentan súper eficiencia, es decir que su $IC_{2.5\%}$ es superior a 100%. Según esto, 21 DMUs forman en este caso la frontera eficiente (en DEA y DEA-*Bootstrap* 6 DMUs formaron la frontera y 13 en SDEA).

⁸⁹ De nuevo para efectos de comparación se calcula el promedio de la eficiencia del DEA para cada DMU del 2004 al 2010.

⁹⁰ El Error MC evalúa la exactitud de las estimaciones posteriores para cada parámetro mediante el cálculo del error de Monte Carlo. Es una estimación de la diferencia entre la media de los valores muestrales que se utiliza para estimación de la media a posteriori para cada parámetro y la media a posteriori verdadera.

Tabla 24 Eficiencia en el período 2004-2010: DEA y DEA-Bayesiano

DMU	Área de Salud	DEA		DEA-Bayesiano		
		DEA (2004-2010)	IC 2.5% a/	Mediana	IC 97.5% a/	Error MC b/
DMU 01	AS2212	80.10%	71.83%	86.72%	102.30%	0.02%
DMU 02	AS2231	79.38%	79.36%	86.27%	96.85%	0.02%
DMU 03	AS2232	87.19%	84.29%	91.93%	101.70%	0.01%
DMU 04	AS2233	95.97%	85.21%	110.20%	151.60%	0.06%
DMU 05	AS2235	98.54%	105.70%	108.80%	116.60%	0.01%
DMU 06	AS2251	83.75%	89.13%	104.20%	129.60%	0.04%
DMU 07	AS2252	64.84%	61.17%	71.83%	87.91%	0.02%
DMU 08	AS2253	89.33%	95.05%	102.30%	114.70%	0.02%
DMU 09	AS2254	100.00%	104.60%	107.20%	113.40%	0.01%
DMU 10	AS2256	76.25%	77.55%	85.08%	95.34%	0.01%
DMU 11	AS2272	87.53%	93.61%	103.00%	114.70%	0.02%
DMU 12	AS2273	81.99%	70.18%	87.60%	105.80%	0.03%
DMU 13	AS2274	95.42%	113.30%	122.50%	150.70%	0.04%
DMU 14	AS2278	99.03%	106.40%	110.10%	119.40%	0.01%
DMU 15	AS2281	100.00%	102.30%	103.70%	106.70%	0.00%
DMU 16	AS2333	100.00%	109.10%	114.70%	129.70%	0.02%
DMU 17	AS2334	62.82%	62.49%	72.51%	87.45%	0.02%
DMU 18	AS2351	63.25%	64.11%	68.93%	77.15%	0.01%
DMU 19	AS2352	93.79%	93.19%	111.00%	133.90%	0.03%
DMU 20	AS2382	80.15%	71.71%	97.04%	131.20%	0.05%
DMU 21	AS2390	90.83%	85.82%	103.00%	121.10%	0.03%
DMU 22	AS2395	100.00%	111.80%	119.40%	142.20%	0.04%
DMU 23	AS2471	55.16%	55.41%	60.56%	66.76%	0.01%
DMU 24	AS2472	93.16%	90.01%	98.47%	107.80%	0.01%
DMU 25	AS2473	83.21%	83.24%	90.59%	102.50%	0.02%
DMU 26	AS2475	96.75%	103.60%	105.60%	110.30%	0.01%
DMU 27	AS2477	57.04%	61.98%	79.48%	116.30%	0.08%
DMU 28	AS2481	91.42%	85.54%	98.22%	111.70%	0.02%
DMU 29	AS2484	99.04%	108.90%	114.40%	128.90%	0.02%
DMU 30	AS2552	82.31%	78.85%	96.26%	121.00%	0.04%
DMU 31	AS2553	60.09%	59.25%	67.65%	80.52%	0.02%
DMU 32	AS2556	41.35%	41.25%	46.95%	55.40%	0.01%
DMU 33	AS2557	70.54%	74.88%	86.04%	99.63%	0.02%
DMU 34	AS2558	59.22%	64.99%	77.87%	111.80%	0.08%
DMU 35	AS2559	59.94%	58.95%	63.23%	70.26%	0.01%
DMU 36	AS2560	65.56%	62.90%	75.69%	94.93%	0.03%
DMU 37	AS2562	71.68%	68.86%	79.33%	93.55%	0.02%
DMU 38	AS2563	78.21%	74.18%	86.51%	106.70%	0.03%
DMU 39	AS2582	100.00%	104.90%	107.70%	114.60%	0.01%
DMU 40	AS2586	90.26%	87.23%	98.60%	111.40%	0.02%
DMU 41	AS2592	75.52%	63.17%	78.96%	95.29%	0.03%
DMU 42	AS2650	70.66%	68.02%	84.72%	106.50%	0.03%
DMU 43	AS2651	66.05%	59.67%	74.49%	91.97%	0.03%
DMU 44	AS2654	98.25%	93.57%	111.20%	133.30%	0.03%
DMU 45	AS2655	98.93%	111.20%	117.90%	137.00%	0.05%
DMU 46	AS2758	100.00%	109.20%	114.90%	130.30%	0.02%
DMU 47	AS2759	91.32%	90.50%	101.30%	115.30%	0.02%
DMU 48	AS2761	94.34%	113.90%	122.80%	150.00%	0.09%
Promedio		82.50%		93.90%		

Rango	DEA (2004-10)	IC 2.5%	DEA-Bayesiano	IC 97.5%
> 100	0	13	21	34
100	6	0	0	0
80-99.99	24	13	14	10
60-79.99	13	17	12	3
40-59.99	5	5	1	1
20-39.99	0	0	0	0
0-19.99	0	0	0	0
Total	48	48	48	48

Notas:

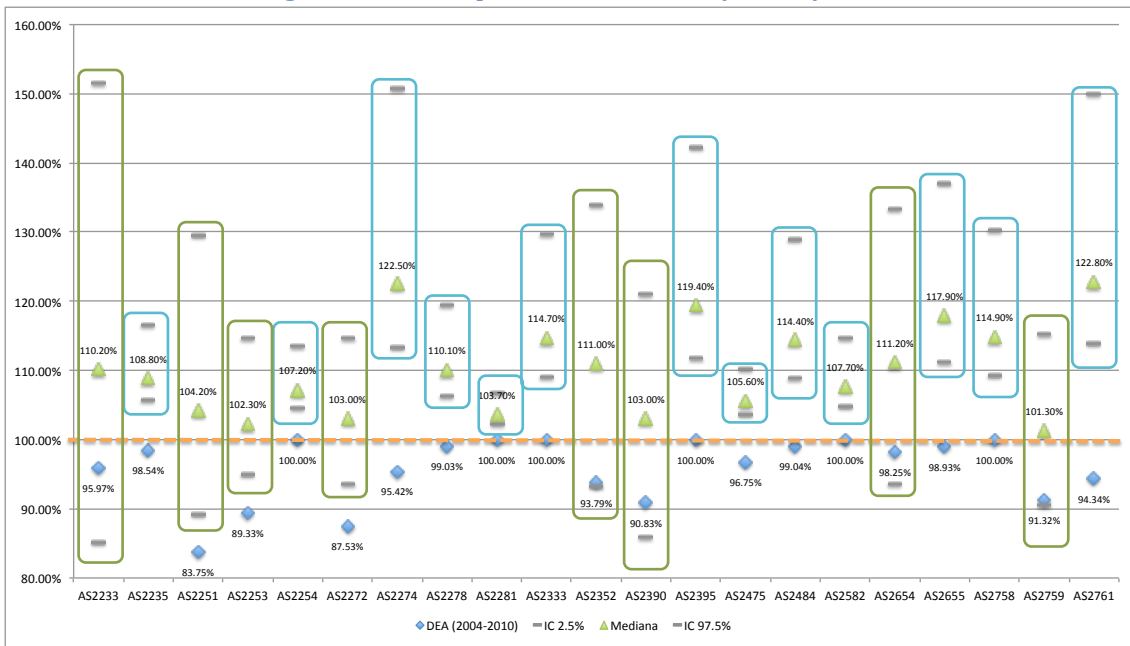
a/ IC : intervalo de credibilidad Bayesiano, en nuestro caso se utilizan los percentiles 2.5 y 97.5

b/ El Error MC: estimación de la diferencia entre la media de los valores de la muestra que se utiliza para estimación de la media a posteriori para cada parámetro y la media a posteriori verdadera.

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1 y WinBUGS v1.4.3

En la Figura 39 nos centramos en las 21 DMUs que forman parte de la frontera según el modelo DEA-Bayesiano. Comparando los resultados obtenidos con el DEA se tiene que para 5 DMUs la estimación DEA está contenida en el intervalo de credibilidad bayesiano, mientras que 16 DMUs están por debajo del $IC_{2.5\%}$, es decir que la estimación DEA-Bayesiana indica que la eficiencia de estas áreas de salud, con un 95% de probabilidad, será superior. Las 6 DMUs eficientes en el DEA son ahora DMUs súper eficientes.

Figura 39 DMUs Súper Eficientes: DEA-Bayesiano y DEA

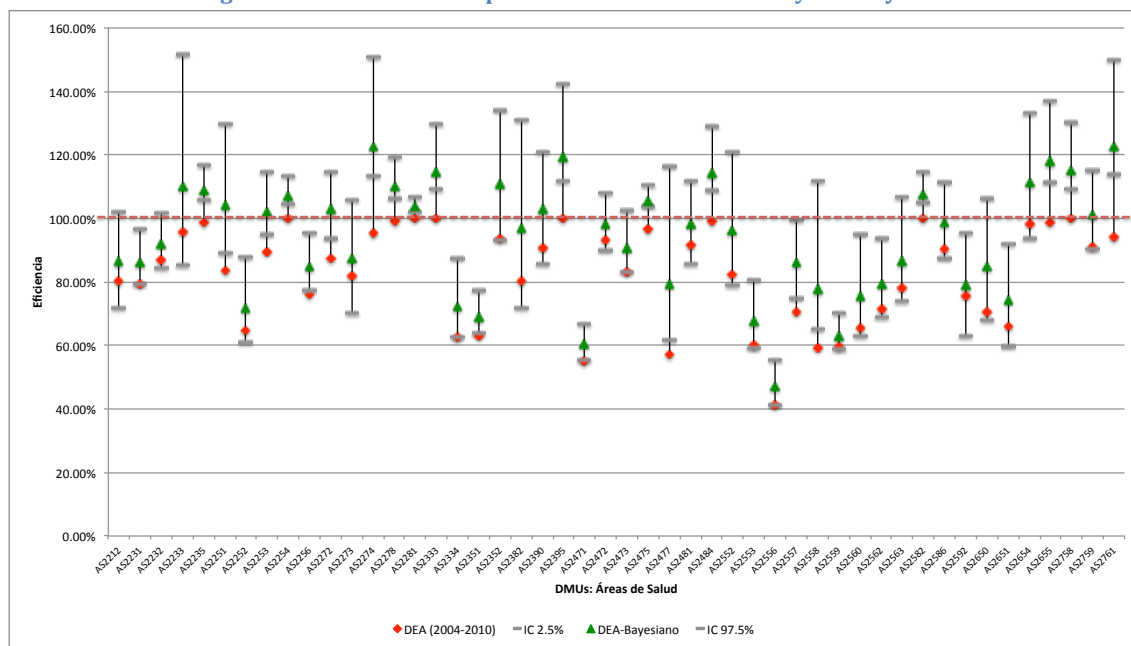


Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1 y WinBUGS v1.4.3

Por otra parte, en ninguno de los dos modelos se presentan DMUs con eficiencia inferior al 40% y los dos identifican la misma área de salud como la más ineficiente, AS2556, con una eficiencia media según el DEA de 41.35% y según el DEA-Bayesiano de 46.95% con $IC = [41.25\%, 55.40\%]$. La AS2761 es la DMU más eficiente según el DEA-Bayesiano 122.8% con un $IC = [113.9\%, 150.0\%]$, pero con el DEA tiene un score de 94.34%.

La Figura 40 muestra los niveles de dispersión de la eficiencia a través de los intervalos de credibilidad y la eficiencia según el modelo de estimación. Contrario a lo que se presentó con el análisis *DEA-Bootstrap*, en esta ocasión los resultados del DEA son más cercanos al nivel inferior del intervalo para la mayoría de las DMUs. La mayor dispersión se da en la AS2233 (66.9 puntos porcentuales) y la menor en la AS2281 (4.40 puntos porcentuales).

Figura 40 Eficiencia en el período 2004-2010: DEA-Bayesiano y DEA



Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando WinBUGS v1.4.3

Como se estableció en los supuestos iniciales el vector de intensidades es el mismo que en el modelo SDEA por lo que los pares de referencia serán los mismos.

11.5 Estimación de la Eficiencia Técnica: Comparación de Modelos.

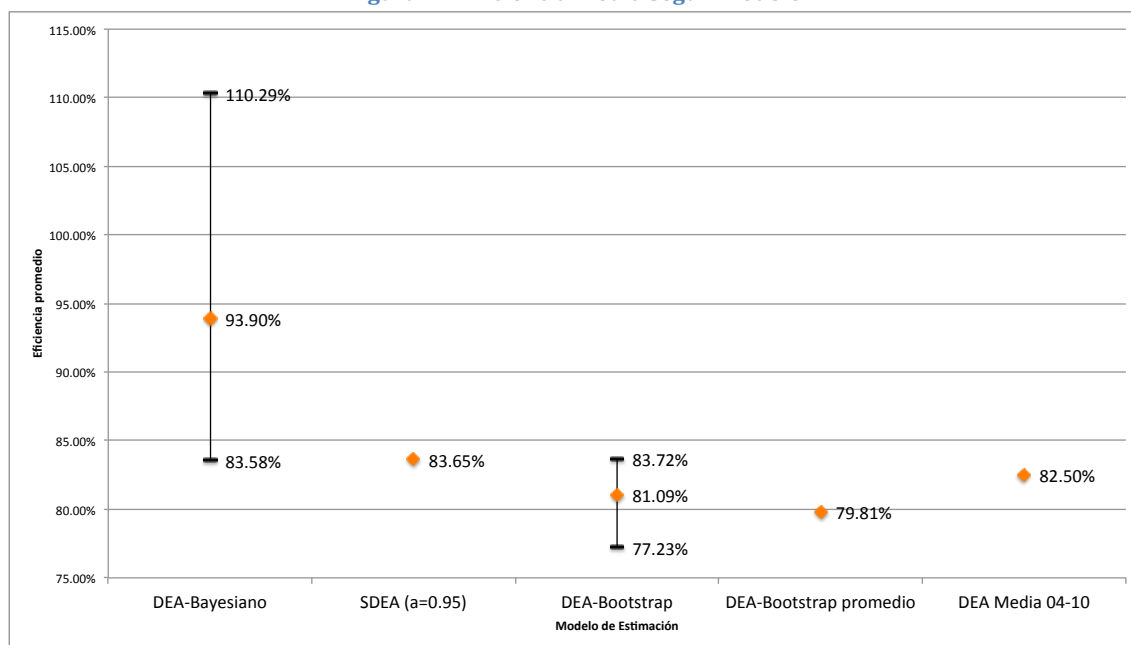
Hemos estimado cuatro diferentes modelos, el DEA como modelo base y con el objetivo de analizar la incertidumbre, los modelos *DEA-Bootstrap*, SDEA y DEA-Bayesiano, en cada caso hemos comparado sus resultados con el base e identificado las diferencias entre ellos.

Para poder realizar este análisis es necesario ajustar los modelos DEA y *DEA-Bootstrap*, ya que éstos se calculan año a año mientras que el SDEA y el DEA-Bayesiano para todo el período. En el caso del DEA, como ya se mencionó, se obtienen los promedios simples de las eficiencias para cada DMU en el período 2004-2010. Para el *DEA-Bootstrap*, utilizamos dos ajustes: i) el promedio simple de las eficiencias obtenidas para el período 2004-2010, dejando de lado los límites de confianza, y ii) la estimación de un nuevo *DEA-Bootstrap* utilizando como *inputs* y *outputs* los promedios para cada DMU en el período.

La Figura 41 presenta el promedio de la eficiencia en el PNA de Costa Rica según el modelo de estimación. Los modelos DEA, *DEA-Bootstrap*, *DEA-Bootstrap* promedio y SDEA tienen un nivel similar; sin embargo, en el caso del DEA-Bayesiano, aún cuando el

extremo inferior del IC está cercano a las estimaciones anteriores, la eficiencia media es mayor en más de 10 puntos porcentuales con respecto a los otros modelos.

Figura 41 Eficiencia media según modelo



Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA, Lingo y WinBUGS

La principal implicación de estas diferencias se presenta en la interpretación de los resultados y las extensiones en el momento de la toma de decisiones. Considerando únicamente el modelo DEA⁹¹, diríamos que el PNA de Costa Rica podría, para alcanzar la eficiencia, aumentar sus *outputs* en un 17.5% sin necesidad de aumentar los *inputs*, mientras que del DEA-Bayesiano⁹² concluiríamos que con probabilidad del 95% el nivel de eficiencia del PNA está entre el 83.58% y 110.29% con un nivel medio de 93.90%, por lo que los *outputs* podrían incrementarse en un 6.1% para alcanzar la frontera sin tener que modificar los *inputs*.

En la Tabla 25 se presentan los resultados para las *DMUs* según cada modelo. El DEA-Bayesiano arroja, en términos generales, mejores estimaciones de eficiencia. Un efecto esperado es que las *DMUs* que se reportan como eficientes en el modelo DEA, lo son también en los otros modelos. Los límites de confianza del modelo *DEA-Bootstrap*

⁹¹ La diferencia entre la frontera y el nivel de eficiencia se atribuye en su totalidad a ineficiencia.

⁹² Se asume que los resultados en la eficiencia pueden estar afectados por factores no considerados en el modelo y por tanto existe cierta incertidumbre sobre el verdadero nivel de eficiencia.

presentan una dispersión menor en todas las *DMUs* que en la que presentan los intervalos de credibilidad del modelo DEA-Bayesiano.

Tabla 25 Eficiencia: DEA, DEA-Bootstrap, SDEA y DEA-Bayesiano

DMU	Área de Salud	DEA-Bayesiano				SDEA	DEA-Bootstrap			DEA-Bootstrap	DEA
		IC 2.5%	a/	Mediana	IC 97.5%	a/	($\alpha=0.95$)	Lim Inf	Promedio 04-10	Lim Sup	2004-2010
DMU 01	AS2212	71.83%		86.72%	102.30%	81.23%	62.45%	75.73%	81.46%	75.01%	80.10%
DMU 02	AS2231	79.36%		86.27%	96.85%	78.26%	70.28%	75.12%	78.39%	75.98%	79.38%
DMU 03	AS2232	84.29%		91.93%	101.70%	85.64%	71.26%	80.22%	85.76%	82.72%	87.19%
DMU 04	AS2233	85.21%		110.20%	151.60%	93.25%	86.50%	89.03%	93.45%	93.39%	95.97%
DMU 05	AS2235	105.70%		108.80%	116.60%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	97.58%	98.54%
DMU 06	AS2251	89.13%		104.20%	129.60%	86.77%	72.04%	81.30%	86.18%	78.55%	83.75%
DMU 07	AS2252	61.17%		71.83%	87.91%	65.20%	58.08%	62.56%	65.15%	61.91%	64.84%
DMU 08	AS2253	95.05%		102.30%	114.70%	92.64%	85.25%	88.90%	92.87%	84.81%	89.33%
DMU 09	AS2254	104.60%		107.20%	113.40%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
DMU 10	AS2256	77.55%		85.08%	95.34%	77.35%	69.84%	74.36%	77.51%	72.75%	76.25%
DMU 11	AS2272	93.61%		103.00%	114.70%	95.61%	91.19%	92.37%	95.81%	82.92%	87.53%
DMU 12	AS2273	70.18%		87.60%	105.80%	81.46%	62.90%	74.33%	81.59%	76.20%	81.99%
DMU 13	AS2274	113.30%		122.50%	150.70%	100.00%	99.95%	99.95%	100.00%	93.88%	95.42%
DMU 14	AS2278	106.40%		110.10%	119.40%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.31%	99.03%
DMU 15	AS2281	102.30%		103.70%	106.70%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
DMU 16	AS2333	109.10%		114.70%	129.70%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
DMU 17	AS2334	62.49%		72.51%	87.45%	62.10%	55.61%	59.45%	62.24%	60.06%	62.82%
DMU 18	AS2351	64.11%		68.93%	77.15%	62.54%	53.43%	59.15%	62.67%	59.83%	63.25%
DMU 19	AS2352	93.19%		111.00%	133.90%	99.02%	98.03%	98.09%	99.23%	90.95%	93.79%
DMU 20	AS2382	71.71%		97.04%	131.20%	80.35%	68.19%	75.84%	80.33%	76.76%	80.15%
DMU 21	AS2390	85.82%		103.00%	121.10%	96.11%	92.19%	93.10%	96.42%	87.77%	90.83%
DMU 22	AS2395	111.80%		119.40%	142.20%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
DMU 23	AS2471	55.41%		60.56%	66.76%	57.17%	48.73%	54.25%	57.34%	52.08%	55.16%
DMU 24	AS2472	90.01%		98.47%	107.80%	93.96%	87.91%	90.25%	94.19%	89.73%	93.16%
DMU 25	AS2473	83.24%		90.59%	102.50%	82.03%	73.04%	78.81%	82.10%	79.76%	83.21%
DMU 26	AS2475	103.60%		105.60%	110.30%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	94.89%	96.75%
DMU 27	AS2477	61.98%		79.48%	116.30%	60.86%	50.51%	57.65%	60.95%	52.99%	57.04%
DMU 28	AS2481	85.54%		98.22%	111.70%	93.83%	85.87%	88.84%	93.16%	87.59%	91.42%
DMU 29	AS2484	108.90%		114.40%	128.90%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.50%	99.04%
DMU 30	AS2552	78.85%		96.26%	121.00%	81.22%	72.16%	77.90%	81.39%	78.53%	82.31%
DMU 31	AS2553	59.25%		67.65%	80.52%	60.36%	51.93%	57.00%	60.48%	57.02%	60.09%
DMU 32	AS2556	41.25%		46.95%	55.40%	42.06%	37.76%	40.58%	42.12%	39.70%	41.35%
DMU 33	AS2557	74.88%		86.04%	99.63%	77.16%	65.62%	73.04%	76.63%	65.89%	70.54%
DMU 34	AS2558	64.99%		77.87%	111.80%	59.97%	53.39%	57.53%	60.12%	56.63%	59.22%
DMU 35	AS2559	58.95%		63.23%	70.26%	57.99%	48.21%	54.70%	58.08%	57.31%	59.94%
DMU 36	AS2560	62.90%		75.69%	94.93%	66.67%	59.74%	64.08%	66.79%	62.45%	65.56%
DMU 37	AS2562	68.86%		79.33%	93.55%	71.13%	60.35%	67.75%	71.33%	68.36%	71.68%
DMU 38	AS2563	74.18%		86.51%	106.70%	73.67%	58.38%	69.09%	73.77%	74.30%	78.21%
DMU 39	AS2582	104.90%		107.70%	114.60%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
DMU 40	AS2586	87.23%		98.60%	111.40%	94.08%	88.15%	90.62%	94.29%	86.95%	90.26%
DMU 41	AS2592	63.17%		78.96%	95.29%	75.44%	63.07%	71.14%	75.60%	71.77%	75.52%
DMU 42	AS2650	68.02%		84.72%	106.50%	72.60%	66.17%	70.37%	72.76%	67.92%	70.66%
DMU 43	AS2651	59.67%		74.49%	91.97%	67.10%	57.44%	63.88%	67.25%	62.61%	66.05%
DMU 44	AS2654	93.57%		111.20%	133.30%	97.73%	95.45%	95.79%	98.02%	96.83%	98.25%
DMU 45	AS2655	111.20%		117.90%	137.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	98.30%	98.93%
DMU 46	AS2758	109.20%		114.90%	130.30%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
DMU 47	AS2759	90.50%		101.30%	115.30%	92.87%	85.73%	89.54%	93.05%	89.03%	91.32%
DMU 48	AS2761	113.90%		122.80%	150.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	92.32%	94.34%
Promedio		93.90%		93.90%		83.65%		81.09%		79.81%	82.50%

Rango	IC 2.5%	DEA-Bayesiano	IC 97.5%	SDEA	Lim Inf	DEA-Bootstrap	Lim Sup	DEA-Bootstrap 2004-2010	DEA 2004-2010
>100	13	21	34	0	0	0	0	0	0
100	0	0	0	13	12	12	13	6	6
80-99.99	13	14	10	17	11	13	17	18	24
60-79.99	17	12	3	14	13	15	15	17	13
40-59.99	5	1	1	4	11	8	3	6	5
20-39.99	0	0	0	0	1	0	0	1	0
0-19.99	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	48	48	48	48	48	48	48	48	48

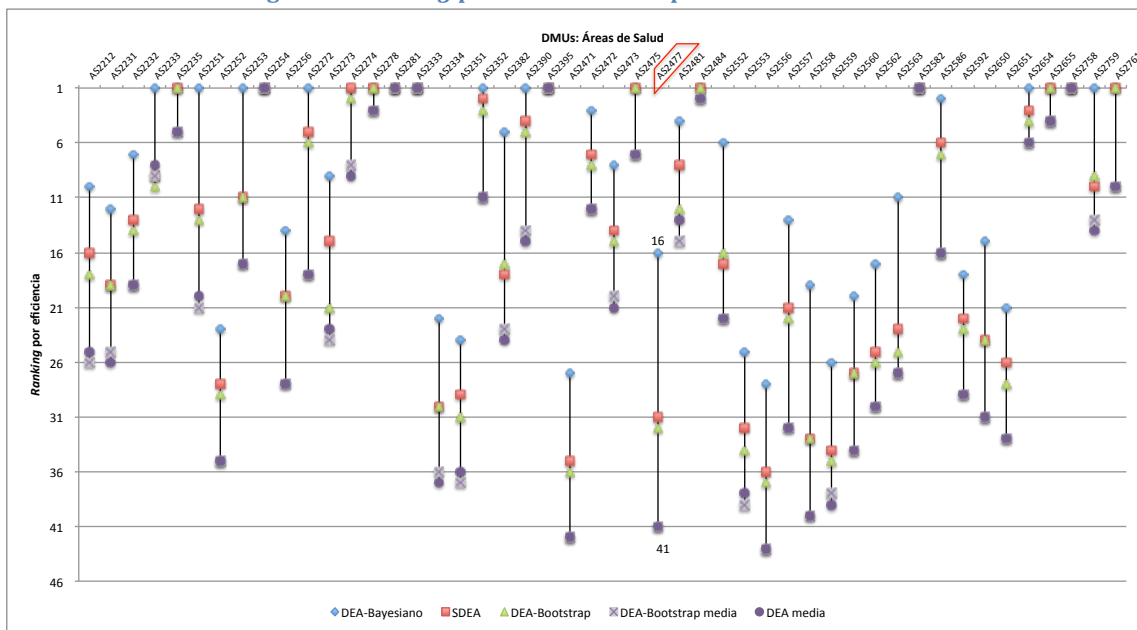
- Notas: 1. a/ Intervalo de credibilidad bayesiano al 95%
2. $\alpha = 0.95$ corresponde a la probabilidad de cumplimiento de las restricciones en el modelo SDEA
3. Los límites del DEA-Bayesiano se estiman con un 95% de confianza

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA, Lingo y WinBUGS

En lo que corresponde al *ranking* de las *DMUs*, tradicionalmente se le asigna la primera posición a todas las unidades cuyo *score* sea igual al 100%. Considerando que en el DEA-Bayesiano se presentan *DMUs* súper eficientes, todas las *DMUs* con un *score* igual o superior a 100% se consideran iguales para efectos del *ranking*. La Figura 42 muestra estas diferencias en el *ranking*.

El modelo DEA-Bayesiano presenta los mejores *rankings* para todas las DMUs. Seis DMUs son eficientes en todos los modelos, AS2254, AS2281, AS2333, AS2395, AS2582 y AS2758. Las DMUs que ocupan la primera posición según el SDEA y el DEA-*Bootstrap*, también las ocupan en el DEA-Bayesiano. La máxima variación se da en la AS2477 (Guatuso) que pasa de las posiciones inferiores en el modelo DEA (41) a la posición 16 en el DEA-Bayesiano. Las DMUs que ocupan las posiciones de la 2 a la 11 en el DEA pasan a la posición 1 en el DEA-Bayesiano.

Figura 42 Ranking por Eficiencia: Comparación de Modelos



Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA, Lingo y WinBUGS

La AS2556 (Abangares) ocupa la última posición del *ranking* en todos los modelos, seguida por la AS2471 (La Fortuna). Esto indica que independiente del modelo que se utilice para la estimación de la eficiencia, ambas áreas de salud se perfilan como las más ineficientes de la muestra.

Se puede concluir que la estimación de la eficiencia a través de modelos DEA-Bayesianos, en el primer nivel de atención en salud de Costa Rica, es factible y permite detectar el ruido estadístico asociado a la estimación. En términos generales las áreas resultaron más eficientes y son más las que conforman la frontera. El modelo permite reconocer los efectos de elementos externos incluso sobre las áreas de salud que son eficientes en los otros modelos, admitiendo la posibilidad de DMUs súper eficientes.

11.6 Eficiencia a través del tiempo: Índice de Malmquist

Para el análisis de la eficiencia a través del tiempo se calculan los Índices de Malmquist (*IM*) suponiendo RVE con el fin de obtener las variaciones en Eficiencia Técnica Pura (*CET*), en Eficiencia de Escala (*CES*) y el cambio Tecnológico (*CT*). Del capítulo 4 sabemos que el *IM* se calcula utilizando las distancias de Shephard y permite comparar únicamente dos años, lo que nos lleva a estimar nueve diferentes índices (*IM*) con el fin de analizar la evolución del PNA de Costa Rica.

La formulación matemática para el IM_{04-05} y sus respectivos componentes está dada por:

$$IM_o = \frac{D_o^{2005}(x^{2005}, y^{2005})}{D_o^{2004}(x^{2004}, y^{2004})} \left(\frac{D_o^{2004}(x^{2005}, y^{2005})}{D_o^{2005}(x^{2005}, y^{2005})} \frac{D_o^{2004}(x^{2004}, y^{2004})}{D_o^{2005}(x^{2004}, y^{2004})} \right)^{1/2}$$

$$CET = \frac{D_{RVE}^{2005}(x^{2005}, y^{2005})}{D_{RVE}^{2004}(x^{2004}, y^{2004})}$$

$$CES = \frac{\frac{D_{RCE}^{2005}(x^{2005}, y^{2005})}{D_{RVE}^{2005}(x^{2005}, y^{2005})}}{\frac{D_{RCE}^{2004}(x^{2004}, y^{2004})}{D_{RVE}^{2004}(x^{2004}, y^{2004})}}$$

$$CT = \left(\frac{D_o^{2004}(x^{2005}, y^{2005})}{D_o^{2005}(x^{2005}, y^{2005})} \frac{D_o^{2004}(x^{2004}, y^{2004})}{D_o^{2005}(x^{2004}, y^{2004})} \right)^{1/2}$$

Donde:

$D_o^{2004}(x^{2005}, y^{2005})$: es la distancia de Shephard calculada utilizando la tecnología del año 2004 y los *inputs* y *outputs* del año 2005.

$D_o^{2005}(x^{2004}, y^{2004})$: es la distancia de Shephard calculada utilizando la tecnología del año 2005 y los *inputs* y *outputs* del año 2004.

$D_o^{2005}(x^{2005}, y^{2005})$: es la distancia de Shephard calculada utilizando la tecnología del año 2005 y los *inputs* y *outputs* del año 2005.

$D_o^{2004}(x^{2004}, y^{2004})$: es la distancia de Shephard calculada utilizando la tecnología del año 2004 y los *inputs* y *outputs* del año 2004.

De forma análoga se definen los IM para los períodos: 2005-2006, 2006-2007, 2007-2008, 2008-2009, 2009-2010, 2004-2007, 2007-2010, 2004-2010.

11.6.1 Resultados

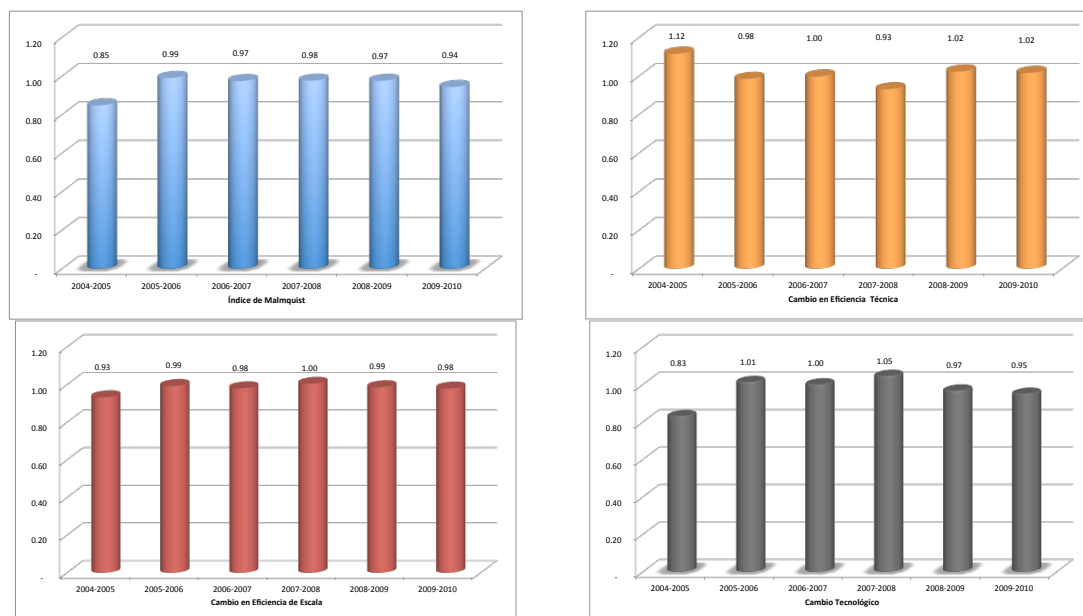
Debe recordarse que los índices superiores a la unidad indican que se ha producido una mejora en la productividad total de los factores (*IM*), un cambio favorable en la escala de planta (*CES*), una mejora en la eficiencia técnica (*CET*) o un progreso tecnológico (*CT*). Los resultados iguales a la unidad reflejarían estabilidad y los inferiores a uno mostrarían desmejoras en el índice respectivo.

La Figura 43 resume el comportamiento promedio del IM y sus componentes⁹³ para cada par de años en el período evaluado. Durante el período 2004-2010 no se detectan aumentos en la productividad total de los factores (*IM*), aunque del año 2005 al 2004 se produjo una disminución importante de la productividad del PNA de Costa Rica sin embargo, este fue el período en el que se dio un mayor aumento en la eficiencia técnica (*CET*).

El *CES* se encuentra muy cercano a 1 en todos los sub períodos siendo el paso del año 2004 al 2005 el que presenta la mayor desmejora. Por último, en cuanto a la tecnología parece haberse dado un paso atrás del año 2004 al 2005, que se mantiene en el resto de los sub períodos, este es un resultado que debería estudiarse con mayor profundidad posteriormente.

⁹³ Los resultados por DMU y período se presentan en el Anexo 16 Eficiencia a través del Tiempo: Índice de Malmquist, CET, CES y CT.

Figura 43 Eficiencia a través del tiempo: Índice de Malmquist y sus Componentes

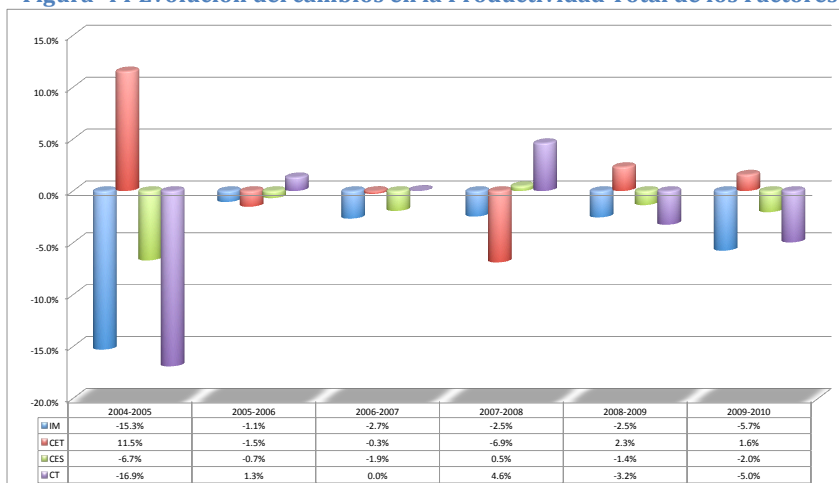


Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

En la Figura 44 se pueden observar con más claridad los cambios en la productividad total de los factores. En todos los años se da una pérdida en la productividad total del PNA, especialmente al principio y final de período con disminuciones del 15.3% y 5.7% respectivamente.

En términos generales el PNA no ha presentado mejoras en la productividad total de los factores, la eficiencia técnica y los cambios tecnológicos tienen un comportamiento opuesto durante todo el período, es decir que cuando se da un aumento en la eficiencia técnica se registra una disminución en el cambio tecnológico y viceversa, mientras que el componente de eficiencia de escala se mueve siempre en la dirección del IM.

Figura 44 Evolución del cambios en la Productividad Total de los Factores

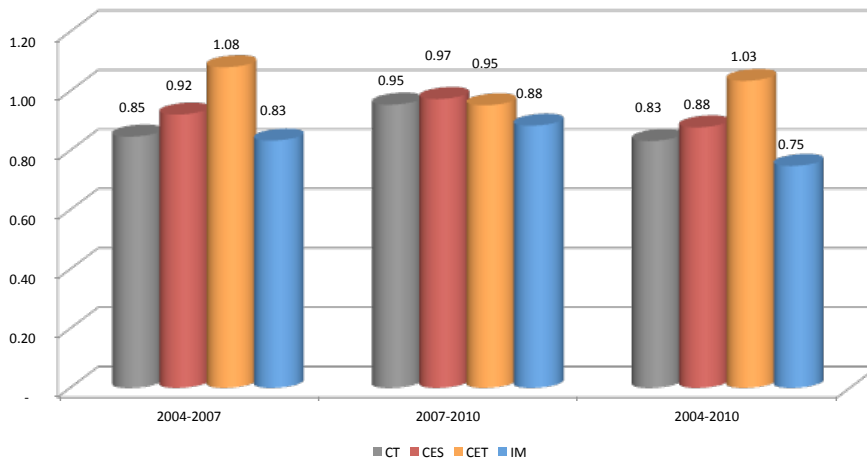


Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

Dado que el IM refleja cambios entre dos años consecutivos no sorprende que el componente de eficiencia técnica (gestión de la DMU) sea el que presenta los mejores resultados puesto que responde más a acciones de corto plazo.

Para complementar este análisis la Figura 45 y la Figura 46 muestran la estimación del cambio en la productividad entre los años extremos y el año central del período. Se observa que el IM es inferior a la unidad en los tres casos (2004-2007, 2007-2010 y 2004-2010), lo que corrobora que durante el período se produce una pérdida considerable de productividad en las Áreas de Salud del 25.2% ($IM_{04-10} = 0.75$).

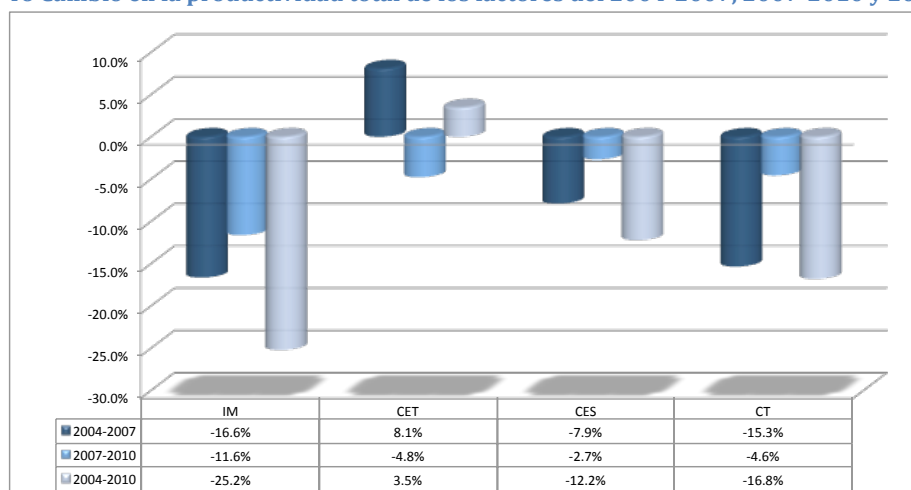
Figura 45 IM: 2004-2007, 2007-2010, 2004-2010



Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

El cambio en eficiencia técnica presenta una mejora en la gestión de las áreas de salud del 2004 al 2010 del 3.5% que obedece al resultado positivo de la primera mitad del período (8.1%) ya que en la segunda mitad se produjo una pérdida del 4.8% ($CET_{07-10} = 0.95$).

Figura 46 Cambio en la productividad total de los factores del 2004-2007, 2007-2010 y 2004-2010



Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

Respecto a la eficiencia de escala, de nuevo los índices para los tres períodos son inferiores a 1 y el resultado más desfavorable se presenta cuando se evalúa la evolución del 2004 al 2010, con una pérdida de eficiencia de escala del 12.2%.

El tercer componente, el cambio tecnológico, es el que presenta los índices más bajos. Esto corrobora que durante el período, en el primer nivel de atención sanitaria de Costa Rica no se ha dado un cambio positivo en la tecnología utilizada, lo que puede deberse a varios factores, entre ellos a que el PNA es un sector maduro con pocas innovaciones tecnológicas.

El análisis de los cambios en la productividad total de los factores utilizando el Índice de Malmquist permite concluir que el PNA de Costa Rica no ha presentado una mejora del 2004 al 2010. Los mayores efectos positivos se observan en el cambio en la eficiencia técnica (la gestión de las áreas de salud) especialmente en la primera mitad del período. Las pérdidas por los cambios en la eficiencia de escala y tecnológicos llevan al PNA a tener para el período 2004-2010 una caída en la productividad del 25.2%

11.7 Área de Salud 2232: San Rafael

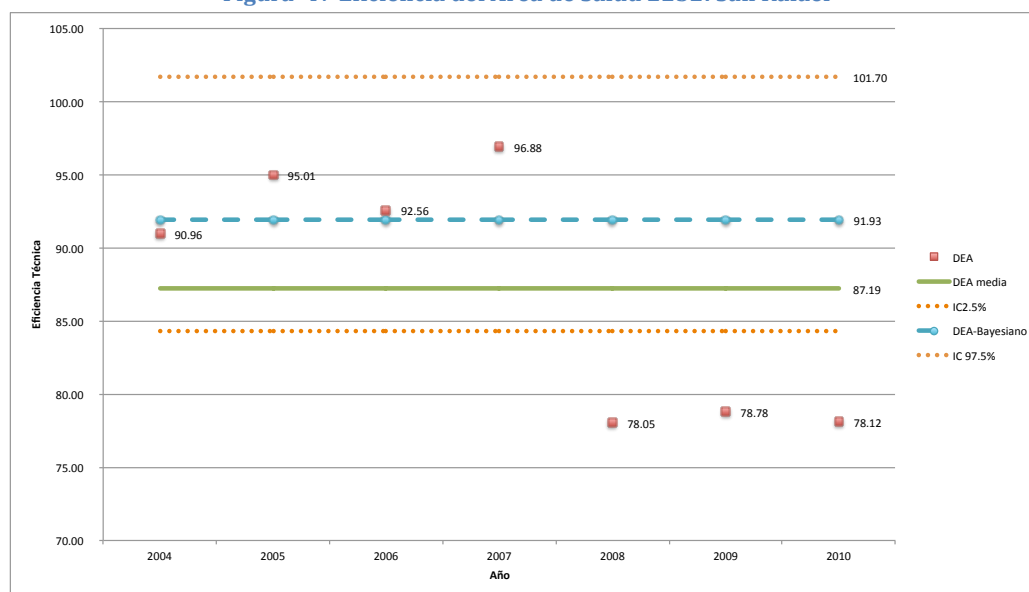
La evaluación que hemos realizado sobre la eficiencia en el PNA de Costa Rica se ha centrado en la media de la muestra como visión general de la situación. Sin embargo, uno de los objetivos de esta investigación es generar una herramienta útil para la toma de decisiones de forma que las áreas de salud puedan ser evaluadas y analizadas a lo largo del tiempo.

Por esta razón hemos seleccionado el AS2232 como ejemplo de las ventajas que ofrece la utilización del DEA-Bayesiano en contraposición del DEA.

El Área de Salud de San Rafael de Heredia (AS2232) con aproximadamente 40.000 habitantes, está ubicada en la región central norte, atiende los distritos de Concepción, San Rafael, San Josecito, Santiago, La Suiza y Los Ángeles. Sus actividades productivas principales son la ganadería y la explotación de madera. En el año 2006 tenía una tasa de mortalidad general de 3.57/1000 hab. y una tasa de mortalidad infantil de 3.36/1000 por nacidos vivos.

En la Figura 47 se muestra la evolución de la eficiencia técnica del AS2232 respecto a la muestra evaluada. Se observan dos periodos diferentes, hasta 2007, con una eficiencia superior al 90%, y a partir de ahí con *scores* en torno al 78%. Cuando se obtiene la eficiencia media del período resulta del 87.19%. Sin embargo, la eficiencia estimada mediante el DEA-Bayesiano muestra que en el período fue de 91.93% con un *IC* = [84.29%, 101.70%], y que por lo tanto debería ajustar su producción de *outputs* (consultas externas médicas, consultas externas médicas por primera vez y otras consultas), en 8.07% para ubicarse sobre la frontera eficiente, y dado que está expuesta a factores no contemplados dentro del modelo que hemos considerado, esos ajustes podrían ser de hasta 15.71%.

Figura 47 Eficiencia del Área de Salud 2232: San Rafael

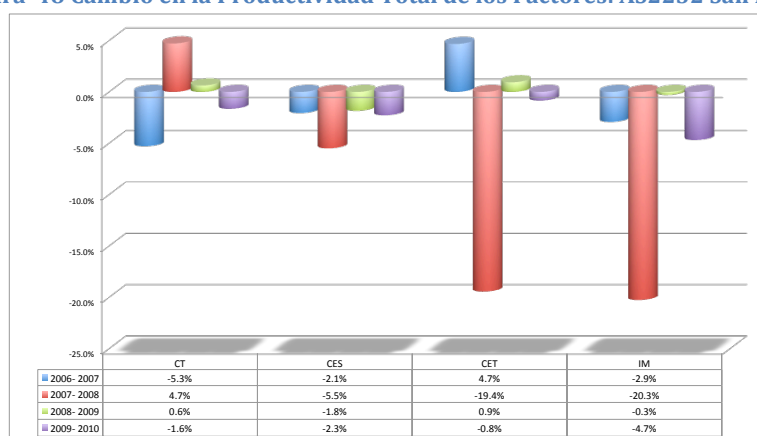


Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA y WinBUGS

La Figura 48 muestra los cambios en productividad total de los factores y sus componentes para el área de salud de San Rafael (AS2232). El IM⁹⁴ presenta una disminución importante del año 2007 al 2008 (20.3% de pérdida en la productividad), período en el que la eficiencia (DEA) cae del 96.88% al 78.05%, siendo el componente que más influye el relacionado con la gestión del área ($CET = 0.8056$).

En lo que corresponde al cambio en la eficiencia de escala, presenta pérdidas del año 2006 al 2010. Los cambios en la tecnología son positivos del 2007 al 2009, siendo el período 2007-2008 donde se produce la mejora tecnológica (innovación) más importante del 4.7%.

Figura 48 Cambio en la Productividad Total de los Factores: AS2232 San Rafael



Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

Tabla 26 Índice de Malmquist y Eficiencia del Área de Salud 2233: San Rafael

Componente	2006-2007	2007-2008	2008-2009	2009-2010
Indices				
CT	0.947	1.047	1.006	0.984
CES	0.979	0.945	0.982	0.977
CET	1.047	0.806	1.009	0.992
IM	0.971	0.797	0.997	0.953
Ganancias (+) y Pérdidas (-)				
CT	-5.29%	4.72%	0.63%	-1.64%
CES	-2.06%	-5.49%	-1.84%	-2.27%
CET	4.67%	-19.44%	0.94%	-0.84%
IM	-2.92%	-20.26%	-0.29%	-4.68%
Eficiencia				
DEA t=1	92.56%	96.88%	78.05%	78.78%
DEA t=2	96.88%	78.05%	78.78%	78.12%
IC 2.5% Media IC 97.5%				
DEA-Bayesiano	84.29%	91.93%	101.70%	

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

⁹⁴ En el análisis de la eficiencia a través del IM no pueden estimarse los cambios producidos entre los bienes 2004/05 y 2006/06, ya que la tecnología utilizada en los primeros años no permiten que se obtengan los outputs del segundo, por lo tanto las distancias de Shephard $D^{2004}(x^{2005}, y^{2005})$ y $D^{2005}(x^{2006}, y^{2006})$ quedan indeterminadas.

La Tabla 26 resume la evolución de la eficiencia y la productividad del área de salud de San Rafael. En términos generales la estimación del DEA-Bayesiano muestra que el área de salud para el período 2004-2010 es relativamente eficiente (91.83%), imputable a la eficiencia de los primeros años del período, ya que en los últimos, especialmente del año 2007 al 2008, presenta pérdidas importantes en la productividad que se pueden atribuir a las pérdidas en eficiencia técnica.

En este capítulo se ha realizado, con cuatro modelos diferentes, la estimación y comparación de la eficiencia técnica en el Primer Nivel de Atención Sanitaria de Costa Rica, concretamente en las Áreas de Salud de Tipo I gestionadas directamente por la CCSS. La menor eficiencia media se obtuvo con el modelo *DEA-Bootstrap* (81.09%) mientras que la mayor se registró con el modelo DEA-Bayesiano (93.90%).

El modelo DEA-Bayesiano es una propuesta novedosa para el análisis de la incertidumbre en modelos no paramétricos, específicamente del DEA, a través de la modelización del comportamiento de los *inputs* y los *outputs* que permite diferenciar entre ineficiencia y ruido estadístico.

El análisis de los índices de Malmquist y sus componentes nos ha permitido evaluar la evolución de la productividad en el 2004-2010 y concluir que el aumento en la eficiencia técnica (3.5%) no fue suficiente para contrarrestar los efectos negativos de los cambios en la eficiencia de escala (-12.2%) y la pérdida por cambio tecnológico (-16.8%), por lo que el PNA sufrió una caída en la productividad total de los factores del 25.2%.

A través del modelo DEA-Bayesiano es posible obtener un intervalo de credibilidad sobre los ajustes que cada una de las áreas de salud debe realizar para alcanzar la frontera eficiente. En el caso Particular del AS2232, los aumentos necesarios para alcanzarla, con un 95% de probabilidad, estarían entre el 8.07% y 15.71%.

Para finalizar esta monografía, en el siguiente apartado se presentan las principales conclusiones y se proponen algunas líneas de investigación que se derivan de este trabajo de investigación.

Conclusiones

Conclusiones

En este epígrafe hacemos un recuento de los principales hallazgos de esta investigación, con especial énfasis en aquellos que están directamente relacionados con nuestros objetivos.

La estimación de la eficiencia técnica permite establecer diferencias en la gestión de las unidades de producción (DMUs) e identificar mejoras en la conducta empresarial y modificaciones en el diseño de políticas públicas. Sugiere al gestor la estrategia a seguir para alcanzar la eficiencia y a la administración pública los puntos donde debe centrarse la regulación y control sobre las DMUs.

Los modelos DEA determinísticos tienen como principal ventaja no requerir la definición de la forma de la función de producción y, como su principal limitación, la ausencia de inferencia sobre sus resultados. Sobre ésta limitación se han realizado avances que permiten analizar la incertidumbre sobre la eficiencia técnica a través de modelos DEA-*Bootstrap* y SDEA.

Nuestro trabajo realiza análisis inferencial aplicando los principios de la estadística bayesiana de forma que se incorpora al proceso de estimación la información que aportan los datos, la función de verosimilitud y el conocimiento que tenga el investigador sobre la muestra, distribución *a priori*. Este tipo de análisis se ha comenzado a aplicar recientemente en estimaciones de frontera estocástica (AFE).

El análisis de eficiencia sobre el sector salud requiere distinguir dos conceptos básicos, salud y servicios sanitarios. El proceso productivo de los servicios sanitarios se caracteriza por tener múltiples *inputs* y múltiples *outputs* y estar clasificada por niveles según la capacidad resolutive, siendo el primer nivel el que ofrece la atención básica en salud y el último la más compleja y especializada.

En el análisis de la eficiencia del primer nivel de atención sanitaria deben considerarse las interacciones entre los diferentes actores, individuos, médicos, gestores y entorno, de forma que se establezcan con claridad los *outputs* que se derivan de éste.

La presente aplicación se realiza en el Primer Nivel de Atención de Salud de Costa Rica (PNA) en el periodo 2004-2010. Se emplearon cuatro modelos no paramétricos donde las unidades de análisis (DMU) son las áreas de salud Tipo I gestionadas por la CCSS, con 2 *inputs* no controlables (EBAIS y Población), 2 *inputs* controlables (medicamentos

despachados y gastos en suministros y materiales) y 3 *outputs* (consultas: externas médicas, externas médicas por primera vez y otras). Todos los modelos se orientan a los *outputs* y se considera que el sector opera con rendimientos variables a escala (*RVE*).

A partir de las 103 áreas de salud existentes y como resultado del análisis de sensibilidad mediante diferentes técnicas para la detección de *outliers*, se tiene una muestra homogénea de 48 áreas de salud.

Un primer resultado con respecto a la estimación de la eficiencia a través del DEA, es que la incorporación de *inputs* no controlables no generó cambios significativos en los valores de las variables, *inputs* y *outputs*, lo que permite concluir que la eficiencia técnica de la muestra no se ve afectada por dichos *inputs*.

Del año 2004 al 2010 se da un leve incremento en la eficiencia técnica media, de 80.26% a 81.34%, un aumento en el número de áreas que conforman la frontera, de 10 a 14 y una mejora en 20 áreas de salud y una pérdida de eficiencia técnica en 21.

La estimación de la eficiencia técnica media para la muestra en el período 2004-2010 es de un 82.5%, y la frontera para el período, según el DEA, esta conformada por 6 áreas de salud, Valverde Vega, Alajuela Central, La Unión, Oreamuno-Pacayas-Tierra Blanca, Colorado y Corredores.

De la aplicación del modelo *DEA-Bootstrap* se estimó, con un nivel de confianza del 95%, una eficiencia técnica inferior en 2.69 puntos porcentuales (79.81%) a la obtenida con el modelo DEA (82.5%).

La evolución de la eficiencia técnica estimada a través del *DEA-Bootstrap* muestra que el PNA mejoró del año 2004 al 2010 en 2.17 puntos porcentuales, relativamente poco, pero mayor a la mejora registrada con el DEA (1.08 punto porcentual).

Al comparar las estimaciones por área de salud, las del DEA tienden al límite superior de las estimaciones *DEA-Bootstrap* y para todas las áreas de salud la estimación *DEA-Bootstrap* es menor a la estimación DEA. La frontera del modelo la conforman las mismas 6 áreas que en el DEA.

Los resultados con el modelo SDEA muestran una eficiencia media superior a las estimaciones promedio del DEA y el *DEA-Bootstrap* (1.15 y 3.84 puntos porcentuales respectivamente). En este caso, con un 95% de probabilidad, el nivel de eficiencia promedio del PNA es de 83.65% para el período 2004-2010.

Las estimaciones por área de salud muestran que durante el período algunas áreas de salud presentan mejores resultados en SDEA y otras se muestran más ineficientes, sin que se de un patrón sistemático. Sin embargo, las áreas que resultaron eficientes en DEA y DEA-*Bootstrap*, también lo son en SDEA.

La frontera queda conformada en este caso por 13 áreas de salud, a las seis del DEA y DEA-*Bootstrap* se le incorporan Naranjo, Santa Bárbara, Pital, Los Chiles, Guácimo, Golfito y Heredia-Virilla.

El modelo DEA-Bayesiano permite hacer inferencia sobre el comportamiento de la eficiencia técnica para el promedio de la muestra y para cada una de las áreas de salud. Realizamos un total de 103.000 iteraciones de las cuales 1000 se consideraron como aprendizaje del modelo. Se estimaron 144 parámetros de eficiencia ($48 DMU \times 3 outputs$), la mayoría de las estimaciones convergen con un error MC inferior al 0.05 y una desviación estándar inferior a 0.5 (4 estimaciones fueron desechadas dado que el error MC era superior a 0.5). El ajuste del modelo muestra que en ningún caso la relación (*error MC / desviación estándar*) fué mayor a 0.4%.

La estimación del DEA-Bayesiano indica que, con una probabilidad del 95%, la eficiencia técnica media está entre 83.58% y 110.29% con una media de 93.90%, siendo mayor a las estimaciones obtenidas en DEA, DEA-*Bootstrap* y el SDEA (11.40, 14.04 y 10.25 puntos porcentuales respectivamente).

Al comparar los resultados por áreas de salud, para todas las DMUs la estimación de la eficiencia técnica media es mayor en el DEA-Bayesiano que la obtenida en los otros modelos. Los intervalos de credibilidad tienen una amplitud mayor que los límites de confianza del DEA-*Bootstrap*. Las áreas de salud que fueron eficientes en DEA, DEA-*Bootstrap* y SDEA, también lo son en el DEA-Bayesiano, llegando incluso a convertirse en súper eficientes. La frontera queda conformada por 21 áreas de salud, a las 13 anteriores se incorporan Belén-Flores, Atenas, Poás, Zarceros, Los Santos, Corralillo-La Sierra, Matina y Osa.

Uno de los aportes que ofrece el DEA-Bayesiano está en la utilidad del intervalo de credibilidad para la definición de los objetivos de eficiencia técnica. Para el período 2004-2010, la eficiencia técnica media utilizando el modelo DEA es de 82.5%, por lo tanto el PNA debería aumentar los *outputs*, en promedio, un 17.5% para alcanzar la frontera. Con el modelo DEA-Bayesiano, con un nivel medio de 93.90%, los *outputs* deberían incrementarse entre 6.10% y un 16.42% para alcanzar la frontera.

A pesar de que la eficiencia técnica mostró una leve mejoría del año 2004 al año 2010 según los modelos DEA y DEA-*Bootstrap*, cuando se analiza la evolución mediante el Índice de Malmquist, la productividad total de los factores presenta un proceso de desmejora del 2004 al 2010 con una pérdida de productividad de 25.2%.

Al analizar los componentes se confirmó una pequeña mejora en la eficiencia técnica (CET) durante el período, con un incremento de 3.5% del 2004 al 2010, atribuible a un aumento del 8.1% en la primera mitad (2004-2007) ya que del 2007 al 2010 presentó una pérdida en eficiencia de 4.8%.

En cuanto al cambio en eficiencia de escala (CES), del 2004 al 2010 el PNA se aleja de la escala óptima de planta, con una pérdida en eficiencia de 12.2%. Situación similar se presenta al analizar el cambio tecnológico (CT), donde la pérdida de productividad fue del 16.8%.

La prospección natural de la investigación está asociada a una de las principales limitaciones del DEA, la sensibilidad de los resultados a las variables *inputs* y *outputs* utilizadas así como a la forma de medición de las mismas, por lo que convendría emplear una batería diferente de variables que no se encuentran disponibles en este momento, como los cumplimientos de los compromisos de gestión, las características específicas del personal, tipo y cantidad de equipos con los que cuentan, el área física y otras variables que podrían ser determinantes para la eficiencia técnica del PNA. También deben incluirse otras variables del tipo *inputs* no controlables, como nivel educativo y de ingresos.

De las 103 áreas de salud con que cuenta la CCSS, solamente se utilizaron 48 para la modelización con el fin de tener una muestra lo más homogénea posible, uno de los requisitos básicos del DEA. Una vez mostrada la utilidad de la aplicación del DEA-Bayesiano en el análisis de la eficiencia en el sector salud, corresponde la ampliación al resto de áreas de salud, que puede hacerse utilizando diferentes ajustes, entre otros la introducción de variables categóricas o la aplicación de modelos DEA de procesos (*Network DEA*).

En cuanto al modelo propuesto, hemos utilizado como base para la generación del operador de la eficiencia en la aplicación de la estadística bayesiana el modelo SDEA, del que también se obtiene el vector de intensidades. En el futuro es necesario trabajar en la modelización bayesiana de dicho vector.

Como se mencionó utilizamos el operador de la eficiencia técnica para la estimación bayesiana; queda pendiente trabajar sobre los operadores que permitan estimar los *slacks* para cada DMU de forma que se pueda tener como referencia un *intervalo de credibilidad* sobre los ajustes necesarios en *outputs* o *inputs*, según se oriente el modelo. Además de la modelización de los pesos de cada *input* y cada *output* y los valores objetivos.

Entre otras líneas de investigación está la formulación de modelos bayesianos utilizando otros modelos de aproximación no paramétricos determinísticos y la incorporación de la estadística bayesiana en la estimación de los índices de Malmquist.

Referencias Bibliográficas

- Álvarez Pinilla, A. (2001). *La Medición de la Eficiencia y la Productividad*. Madrid, España: Ediciones Pirámide.
- Aday, L., Begley, C., Lairson, D., & Balkrishnan, R. (2004). *Evaluating the Healthcare System: Effectiveness, Efficiency, and Equity*. Chicago, Illinois: Health Administration Press.
- Adler, N., & Yazhemsy, E. (2010). Improving discrimination in data envelopment analysis: PCA-DEA or variable reduction. *European Journal of Operational Research* (202), 273-284.
- Assaf, A. (2012). Benchmarking the Asia Pacific tourism industry: A Bayesian combination of DEA and stochastic frontier. *Tourism Management*, 33, 1122-1127.
- Assaf, A., Barros, C., & Matousek, R. (2011). Productivity and efficiency analysis of Shinkin banks: Evidence from bootstrap and Bayesian approaches. *Journal of Banking & Finance*, 35, 331-342.
- Assaf, A., Barros, C., & Sellers-Rubio, R. (2011). Efficiency determinants in retail stores: a Bayesian framework. *Omega*, 39, 283-292.
- Avkiran, N. K. (dec de 2010). *Sensitivity analysis of network DEA illustrated in branch banking*. Retrieved 20 de marzo de 2011 from Center for Efficiency and Productivity Analysis: <http://www.uq.edu.au/economics/cepa/docs/WP/WP122010.pdf>
- Balk, B. M. (2008). Measuring and Decomposing Productivity Change: The Basics. In J. Blank, & V. Valdmanis, *Evaluating Hospital Policy and Performance: Contributions from Hospital Policy and Productivity Research* (Vol. 18, pp. 13-32). United Kingdom: Elsevier.
- Berger, J. O. (1985). *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis* (Second Edition ed.). New York: Springer-Verlag.
- Bernet, P., Rosko, M., Valdmanis, V., Pilyavsky, A., & Aaronson, W. (2008). Productivity efficiencies in Ukrainian polyclinics: lessons for health system transitions from differential responses to market changes. *Journal Productivity Analysis*, 29, 103-111.
- Bogetoft, P., & Otto, L. (2011). *Benchmarking with DEA, SFA, and R*. New York: Springer.
- Briec, W., & Kerstens, K. (2004). A Luenberger-Hicks-Moorsteen productivity indicator: its relation to the Hicks-Moorsteen productivity index and the Luenberger Productivity indicator. *Economic Theory*, 23 (4), 925-939.
- Carrillo Lara, R., Martínez Franzoni, J., Naranjo Villalobos, F., & Sauma Fiatt, P. (2011). *Informe del Equipo de especialistas nacionales nombrado para el análisis de la situación del seguro de la salud de la CCSS: recomendaciones para restablecer la sostenibilidad del Seguro de Salud*. San José.
- Casado, D., Ortun, V., & Sanchez, J. (2000). *Medidas de Producto y Producción en Atención Primaria*. Universidad Pompeu Fabra, CRES, Barcelona.

Caves, D., Christensen, L., & Diewert, W. (1982). The Economic Theory of Index Numbers and the Measurement of Input, Output, and Productivity. *Econometrica*, 50 (6), 1393-1414.

CCSS, Gerencia Médica. (n.d.). *portal.ccss.sa.cr*. Retrieved 14 de 03 de 2012 from http://portal.ccss.sa.cr/portal/page/portal/Gerencia_Medica/Proyeccion_Servicios_Salud/Estadistica_en_Salud/Publicaciones/Definiciones/Definiciones_Basicas_Servicios_Salud.pdf

Chambers, R., & Färe, R. (2008). A "calculus" for data envelopment analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 30, 169-175.

Charnes, R., Cooper, W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2 (6), 429-444.

Chen, Y., Du, J., Sherman, H., & Zhu, J. (2010). DEA model with shared resources and efficiency decomposition. *European Journal of Operational Research* (207), 339-349.

Chilingerian, J., & Sherman, H. (2011). Health-Care Applications: From Hospitals to Physicians, from Productive Efficiency to Quality Frontiers. In W. Cooper, L. Seiford, & J. Zhu, *Handbook on Data Envelopment Analysis* (p. 497). New York: Springer.

Clavero Barranquero, A., & González Álvarez, M. L. (2005). Una revisión de modelos econométricos aplicados al análisis. (I. d. Fiscales, Ed.) *Revista de Economía Pública*, 2 (173), 129-162.

Coelli, T. (1996). A Guide to DEAP version 2.1: A Data Envelopment Analysis (Computer) Program. *Center for Efficiency and Productivity Analysis (CEPA) Working Papers* (8).

Coelli, T., Estache, A., Perelman, S., & Trujillo, L. (2003). *Una introducción a las medidas de eficiencia. Para reguladores de servicios públicos y de transporte.* (T. W. Bank, Ed., & U. d. Mundial, Trans.) Washington: Alfa Omega.

Coelli, T., Rao, P., O'Donnell, C. J., & Battese, G. E. (2005). *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis* (Segunda ed.). New York: Springer.

Coll Serrano, V., & Blasco Blasco, O. M. (setiembre de 2006). *www.eumed.net*. Retrieved enero de 2009 from www.eumed.net: <http://www.eumed.net>

Coll Serrano, V., & Blasco Blasco, O. M. (setiembre de 2006). *www.eumed.net*. Retrieved enero de 2009 from www.eumed.net: <http://www.eumed.net>

Cook, W., Zhu, J., & Yang, F. (2010). Network DEA: Additive efficiency decomposition. *European Journal of Operational Research*, 207, 1122-1129.

Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Kaoru, T. (2007). *Data Envelopment Analysis. A comprehensive text with Models, Applications, Reference and DEA-Solver Software* (Second ed.). New York: Springer.

Cooper, W., Li, S., Seiford, L., & Zhu, J. (2011). Sensitivity Analysis in DEA. In W. Cooper, L. Seiford, & J. Zhu, *Handbook on Data Envelopment Analysis* (Second Edition ed., p. 497). New York.

Cooper, W., Li, S., Seiford, L., Tone, K., Thrall, R., & Zhu, J. (2001). Sensitivity and Stability Analysis in DEA: Some Recent Developments. *Journal of Productivity Analysis*, 15, 217-246.

Cooper, W., Pastor, J., Borras, F., Aparicio, J., & Pastor, D. (2011). BAM: a bounded adjusted measure of efficiency for use with bounded additive models. *Journal of Productivity Analysis*, 35, 85-94.

Cooper, W., Seiford, L., & Zhu, J. (2011). *Handbook on Data Envelopment Analysis* (Second Edition ed.). New York, USA: Springer.

Cordero Ferrera, J., Pedraja Chaparro, F., & Salinas Jiménez, J. (2005). Eficiencia en educación secundaria e inputs no controlables: sensibilidad de los resultados ante modelos alternativos. *Revista de Economía Pública*, 173 (2), 61-83.

Cordero Ferrera, J., Pedraja Chaparro, F., Salinas Jiménez, J., & Santín González, D. (2007). Evaluación de la eficiencia con factores exógenos mediante análisis semi-paramétrico. *XIV Encuentro de Economía Pública*. Santander.

Corugedo de las Cuevas, I. (2011). Gestión Clínica: Economía de la Salud. In F. G. Casal, & F. G. Gema Pi Corrales (Ed.), *Gestión Clínica Aplicada a Unidades de Dolor Hospitalarias*. Madrid, España: VA Impresores.

Cross, R., & Färe, R. (2008). Farrell efficiency under value and quantity data. *Journal of Productivity Analysis*, 29, 193-199.

Daidone, S., & D'Amico, F. (2009). Technical efficiency, specialization and ownership form: evidences from a pooling of Italian hospitals. *Journal of Productivity Analysis*, 32, 203-216.

Daraio, C., & Simar, L. (2010). *Advanced Robust and Nonparametric Methods in Efficiency Analysis: Methodology and Applications*. New York: Springer Science+Business Media LLC.

Daraio, C., & Simar, L. (2005). Introducing Environmental Variables in Nonparametric Frontier Models: a Probabilistic Approach. *Journal of Productivity Analysis*, 24 (1), 93-121.

De Witte, K., & Marques, R. (2010). Influential observations in frontier models, a robust non-oriented approach to the water sector. *Ann Oper Res*, 181, 377-392.

Diewert, W. (1992). Fisher ideal output, input, and productivity indexes revisited. *Journal of Productivity Analysis*, 3 (3), 211-248.

Dirección Proyección de Servicios de Salud. (2008). *Clasificación de las Áreas de Salud de acuerdo a su complejidad y propuesta a largo plazo*. Informe Ejecutivo, Caja Costarricense de Seguro Social, Gerencia Médica, San José.

Du, J., Liang, L., & Zhu, J. (2010). A Slacks-based measure of super-efficiency in data envelopment analysis: A Comment. *European Journal of Operational Research* (204), 694-687.

- Edirisinghe, N., & Zhang, X. (2010). Input/output selection in DEA under expert information, with application to financial markets. *European Journal of Operational Research* (207), 1669-1678.
- Efron, B., & Tibshirani, R. (1993). *An Introduction to the Bootstrap*. New York: Chapman and Hall.
- Färe, R., & Primont, D. (1996). The opportunity cost of duality. *Journal of Productivity Analysis*, 7, 213-224.
- Färe, R., Grosskopf, S., & Lovell, C. (1994). *Production Frontiers*. New York, USA: Cambridge University Press .
- Färe, R., Grosskopf, S., & Margaritis, D. (2008). Efficiency and Productivity: Malmquist and More. In H. O. Fried, C. K. Lovell, S. S. Schmidt, & O. U. Press (Ed.), *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity Growth* (pp. 522-621). New York: Oxford.
- Färe, R., Grosskopf, S., & Roos, P. (1998). Malmquist Productivity Indexes: A Survey of Theory and Practice. In R. Färe, S. Grosskopf, & R. Russell, *Index Numbers: Essays in Honours of Sten Malmquist*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Farrell, M. (1957). The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society* (120), 253-281.
- Ferrier, G., Leleu, H., & Valdmanis, V. (2009). Hospital capacity in large urban areas: is the enough in times of need? *Journal of Productivity Analysis*, 32, 103-117.
- Ferro, G., & Romero, C. (2011). *Comparación de Medidas de Cambio de Productividad. Las aproximaciones de Malmquist y Luenberger en una Aplicación al Mercado de Seguros*. UADE - Universidad Argentina de la Empresa, Instituto de Economía. Buenos Aires: UADE.
- Fethi, M. D., Jackson, P. M., & Weyman-Jones, T. G. (2001). European Airlines: a Stochastic DEA study fo efficiency market liberalisation. *Seventh European Workshop on Efficiency and Productivity Analysis* (p. 37). Oviedo, España: University of Oviedo.
- Fried, H. O., & Lovell, C. A. (1996). Searching for the Zeds. *II Georgia Productivity Workshop*.
- Fried, H. O., Lovell, C. K., & Schmidt, S. S. (2008). *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity Growth*. (O. U. Press, Ed.) New York: Oxford.
- García Fariñas, A., Sánchez Delgado, Z., Chaviano Moreno, M., & Muñoz Cepero, M. (2007). Niveles de eficiencia de las policlínicas de Matanzas. *Rev Panam Salud Pública*, 22 (2), 100-9.
- González, B. (1996). A propósito de la eficiencia de las organizaciones sanitarias. (A. d. Salud, Ed.) *Economía y Salud, boletín informativo* (24).
- González, B., & Barber, P. (1996). Change in the efficiency of Spanish public hospitals after the introduction of program-contracts. *Investigaciones Económicas*, XX (3), 377-402.
- Griffin, J., & Steel, M. (2008). Flexible mixture modelling of stochastic frontiers. *Journal of Productivity Analysis*, 29, 33-50.

- Griffiths, W., Zhang, X., & Zhao, X. (2010). A Stochastic Frontier Model for Discrete Ordinal Outcomes: A Health Production Function. *Working Paper Series Department of Economics*, 1092.
- Grossman, M. (1972). On the concept of health capital and the demand for health. *Journal of Political Economy*, 80 (2), 223/255.
- Grossman, M. (1999). The Human Capital Model of the Demand for Health.
- Gunning, T., & Sickles, R. (2011). A multi-product cost function for physician private practices. *Journal of Productivity Analysis*, 35, 119-128.
- Hollingsworth, B., & Peacock, S. (2008). *Efficiency Measurement in Health and Health Care*. Routledge.
- Hollingsworth, B., & Peacock, S. (2008). *Efficiency Measurement in Health and Health Care*. Routledge.
- Hollingsworth, B., & Peacock, S. (2008). *Efficiency Measurement in Health and Health Care*. Routledge.
- Hollingsworth, B., Dawson, P., & Maniadakis, N. (1992). Efficiency measurement of health care: a review of non-parametric methods and applications. *Health Care Manage*, 2 (3), 161-172.
- Hussey, P. S., de Vries, H., Romley, J., Wang, M. C., Chen, S. S., Shekelle, P. G., et al. (2009). A Systematic Review of Health Care Efficiency Measures. *Health Service Research*, 44 (3), 784-805.
- Jackman, S. (2009). *Bayesian Analysis for the Social Sciences*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Jacobs, R., Smith, P., & Street, A. (2006). *Measuring Efficiency in Health Care*. Cambridge.
- Kao, L.-J., Lu, C.-J., & Chiu, C.-C. (2011). Efficiency measurement using independent component analysis and data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research* (210), 310-317.
- Koch, K.-R. (2007). *Introduction to Bayesian Statistics*. New York: Springer.
- Koopmans, T. (1951). An Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities. *Activity Analysis of Production and Allocation*, 13.
- Kumbhakar, S. (1997). Modelling allocative inefficiency in a translog cost function and cost share equation: An exact relationship. *Journal of Econometric* (19), 319-331.
- Kumbhakar, S., & Lovell, C. (2000). *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lee, H.-S., Chu, C.-W., & Zhu, J. (2011). Super-efficiency DEA in the presence of infeasibility. *European Journal of Operational Research* (212), 141-147.

- Lee, K., & Choi, K. (2010). Cross redundancy and sensitivity in DEA models. *Journal of Productivity Analysis*, 34, 151-165.
- Liu, S.-T. (2011). Note on efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research* (212), 606-608.
- Lovell, C. (2001). Mirando hacia adelante: oportunidades de investigación futura en el análisis de eficiencia y productividad. In A. Álvarez Pinilla, *La Medición de la eficiencia y la productividad* (pp. 331-342). Madrid: Ediciones Pirámide.
- López-Casasnovas, G. (2002). Racionalizar y Optimizar el Gasto Sanitario, clave de la aportación de la Economía de la Salud al Bienestar Social. *Discurso de ingreso a la Real Academia de Medicina de Cataluña*, (pp. 1-22). Barcelona.
- Madrigal Meneses, M., & Rodríguez, C. (2010). *Estimación de la Eficiencia en el Sector Salud de CR*. Trabajo Final de Graduación, Universidad de Costa Rica, Posgrado en Economía, San José.
- Morera Salas, M. (2011). *Modelos Bayesianos espacio-temporales aplicados a las hospitalizaciones por problemas de salud susceptibles de cuidados ambulatorios en Costa Rica*. Tesis Doctoral, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, Departamento de Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión, Las Palmas.
- Murillo Melchor, C. (2002). *Contribuciones al Análisis Estocástico de la Eficiencia Técnica mediante métodos No Paramétricos*. Tesis, Universidad de Cantabria, Departamento Economía.
- Negrín, M., Vázquez-Polo, F.-J., & Pinilla, J. (2011). Using Stochastic Frontiers to Assess Comparability of Health Technologies.
- O'Donnell, C. (03 de abril de 2012). An Aggregated quantity framework for measuring and decomposing productivity change. *Journal of Productivity Analysis*.
- O'Donnell, C. (2011). *Econometric estimation of distance functions and associated measures of productivity and efficiency change*. Retrieved 20 de marzo de 2011 from Center for Efficiency and Productivity Analysis:
<http://www.uq.edu.au/economics/cepa/docs/WP/WP012011.pdf>
- O'Donnell, C. (12 de agosto de 2010). *www.cepa.uq.edu.au*. Retrieved 7 de mayo de 2011 from Centre for Efficiency and Productivity Analysis:
<http://www.uq.edu.au/economics/cepa>
- O'Donnell, C., Chambers, R., & Quiggin, J. (2010). Efficiency analysis in the presence of uncertainty. *Journal of Productivity Analysis*, 33, 1-17.
- Oakley, J., & O'Hagan, A. (2004). Probabilistic sensitivity analysis of complex models: a Bayesian approach. *J.R. Statist. Soc. B* (3), 751-769.
- Organización Panamericana de la Salud. (2011). *Informe sobre el Estado de Situación Financiera del Seguro de Salud de la Caja Costarricense del Seguro Social: Situación Reciente y Proyecciones*.

- Ortún Rubio, V., & Meneu de Guillerna, R. (2006). Impacto de la economía en la política y la gestión sanitaria. *Revista Española de Salud Pública*, 80 (5), 491-504.
- Paradi, J., Vela, S., & Zhu, H. (2010). Adjusting for cultural differences, a new DEA model applied to a merged bank. *Journal of Productivity Analysis*, 33, 109-123.
- Podinovski, V., & Kuosmanen, T. (2011). Modelling weak disposability in data envelopment analysis under relaxed convexity assumptions. *Journal of Operational Research* (211), 577-585.
- Porter, M. (1998). *Competitive strategy: techniques for analyzing industries and competitors: with a new introduction*. New York, USA: The Free Press Simon & Schusters Inc.
- Puig-Junoy, J. (2000). Eficiencia en la atención primaria de salud: una revisión crítica de las medidas de frontera. *Rev. Esp. Salud Pública.*, 74 (5-6), 483-495.
- Puig-Junoy, J., & Dalmau, E. (2000). ¿Qué sabemos acerca de la eficiencia de las organizaciones sanitarias en España? Una revisión de la literatura económica. *XX Jornadas de Economía de la Salud*. Palma de Mallorca, 3 al 5 de mayo: Asociación de Economía de la Salud (AES), España.
- Ramanathan, R. (2003). *An Introduction to Data Envelopment Analysis. A Tool for Performance Measurement*. Sage Publications.
- Rodríguez Herrera, A. (2006). *La Reforma de Salud en Costa Rica*. Santiago, Chile: CEPAL.
- Rodríguez Herrera, A., & Bustelo, C. (2008). *Costa Rica: modelos alternativos del primer nivel de atención en salud*. Santiago, Chile: Publicación de las Naciones Unidas.
- Ruiz Gómez, J. L. (2000). *DEA: Medidas de Eficiencia Generalizadas y Detección de Observaciones Influyentes*. Universidad Miguel Hernández, Departamento de Estadística y Matemática Aplicada. Valencia: Universidad Miguel Hernández.
- Samoilenko, S., & Osei-Bryson, K.-M. (2010). Determining sources of relative inefficiency in heterogeneous samples: Methodology using Cluster Analysis, DEA, and Neural Networks. *European Journal of Operational Research* (206), 479-487.
- Santín González, D. (octubre de 2009). La Medición de la Eficiencia en el Sector Público. Técnicas Cuantitativas. *Instituto de Estudios Fiscales*, 41.
- Sarabia, J., Gómez-Deniz, E., & Vázquez-Polo, F. (2007). *Estadística Actuarial: Teoría y Aplicaciones*. Prentice Hall.
- Shephard, R. (1953). *Cost and Production Functions*. (P. U. Press, Ed.) Princeton, N.J., U.S.A.
- Shephard, R. (1970). *Theory of Cost and Production Functions*. Princenton: Princeton University Press.
- Simar, L., & Wilson, P. (2006). Statistical Inference in Nonparametric Frontier Models: recent Developments and Perspectives. In Fried, Lovell, Shelton, & Schmidt, *The Measurement of Productive Efficiency* (Second Edition ed.). Oxford University Press.

- Simar, L., & Wilson, P. (2008). Statistical Inferences in Nonparametric Frontier Models: Recent Developments and Perspectives. In H. O. Fried, C. K. Lovell, S. S. Schmidt, & O. U. Press (Ed.), *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity Growth* (pp. 421-521). New York: Oxford.
- Simar, L., & Wilson, P. (2001). Testing restrictions in nonparametric efficiency models. *Communications in Statistics*, 30 (1), 159-184.
- Simar, L., & Zelenyuk, V. (2011). Stochastic FDH/DEA estimators for frontier analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 36 (1), 1-20.
- Song, S., & Yi, D. (2011). The fundraising efficiency in U.S. non-profit art organizations: an application of a Bayesian estimation approach using the stochastic frontier production model. *Journal of Productivity Analysis*, 35, 171-180.
- Sueyoshi, T., & Goto, M. (2011). Methodological comparison between two unified (operational and environmental) efficiency measurements for environmental assessment. *European Journal of Operational Research* (210), 684-693.
- Tauchmann, H. (2011). Partial frontier efficiency analysis for Stata. *Discussion Paper* (25).
- Thanassoulis, E., Portela, M., & Despic, O. (2008). Data Envelopment Analysis: The Mathematical Programming Approach Efficiency Analysis. In H. Fried, C. Lovell, & S. Schmidt, *The measurement of productive efficiency and productivity growth* (p. 638). New York, USA: Oxford University Press.
- Tsionas, E., & Papadakis, E. (2010). A Bayesian approach to statistical inference in stochastic DEA. *OMEGA*, 38, 309-314.
- Urbina Pérez, O., Gorgemans, S., Pastor Tejedor, J., & Tena Tena, G. (2007). *Estudio de los Sectores Sanitarios: Benchmarking y Repercusión de las Variables Externas en el Funcionamiento de la Atención Primaria Aragonesa*. Universidad de Zaragoza, Departamento de Economía y Dirección de Empresas, Zaragoza.
- Vázquez-Polo, F.-J. (2011). *Métodos Bayesianos: Manual de Clase*. Las Palmas, España.
- Varian, H. (1992). *Microeconomic Analysis*. New York: Norton.
- Voltes Dorta, A. J. (2008). *Stochastic Frontier Estimation of Airport's Cost Functions*. Ph D Dissertation, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, Departamento de Análisis Económico Aplicado, Las Palmas.
- Wilson, P. W. (1993). Detecting outliers in deterministic nonparametric frontier models with multiple outputs. *Journal of Business and Economic Statistics*, 77 (6), 779-802.
- Wilson, P. W. (1995). Detercting influential observations in data envelopment analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 6, 27-45.
- Zhu, J. (2009). *Quantitative Models for Performace Evaluation and Benchmarking*. USA: Springer.

Zweifel, P. (1981). Supplier-induced demand in a model of physician behavior. In J. Van der Gaag, & M. Perlman, *Health Economics*. Amsterdam.

Zweifel, P., Breyer, F., & Kifman, M. (2009). *Health Economics* (Second ed.). Springer Dordrecht Heidelberg London New York.

Anexos

Anexo 1 Modelos DEA para reducción de variables

Reducción de Outputs												
Modelo	INC1_EBAIS	INC2_Pob	INC3_Medicos	IC1_MD	IC2_GSyM	IC3_Horas	O1_OCE	O2_CEM	O3_CEMPV	O4_CxH	O5_CxD	
Output_1	-	-	-	-	-	-	X	X	X	X	X	
Output_2	-	-	-	-	-	-	X	X	X	X		
Output_3	-	-	-	-	-	-	X	X	X		X	
Output_4	-	-	-	-	-	-	X	X		X	X	
Output_5	-	-	-	-	-	-	X		X	X	X	
Output_6	-	-	-	-	-	-		X	X	X	X	
Output_7	-	-	-	-	-	-	X	X	X			
Output_8	-	-	-	-	-	-	X	X		X		
Output_9	-	-	-	-	-	-	X	X			X	
Output_10	-	-	-	-	-	-	X		X	X		
Output_11	-	-	-	-	-	-	X		X		X	
Output_12	-	-	-	-	-	-	X			X	X	
Output_13	-	-	-	-	-	-		X	X	X		
Output_14	-	-	-	-	-	-		X	X		X	
Output_15	-	-	-	-	-	-		X		X	X	
Output_16	-	-	-	-	-	-			X	X	X	
Output_17	-	-	-	-	-	-	X	X				
Output_18	-	-	-	-	-	-	X		X			
Output_19	-	-	-	-	-	-	X			X		
Output_20	-	-	-	-	-	-	X				X	
Output_21	-	-	-	-	-	-		X	X			
Output_22	-	-	-	-	-	-		X		X		
Output_23	-	-	-	-	-	-		X			X	
Output_24	-	-	-	-	-	-			X	X		
Output_25	-	-	-	-	-	-			X		X	
Output_26	-	-	-	-	-	-				X	X	
Output_27	-	-	-	-	-	-	X					
Output_28	-	-	-	-	-	-		X				
Output_29	-	-	-	-	-	-			X			
Output_30	-	-	-	-	-	-				X		
Output_31	-	-	-	-	-	-					X	

Reducción de Inputs Controlables												
Modelo	INC1_EBAIS	INC2_Pob	INC3_Medicos	IC1_MD	IC2_GSyM	IC3_Horas	O1_OCE	O2_CEM	O3_CEMPV	O4_CxH	O5_CxD	
Input_C_1	-	-	-	X	X	X	-	-	-	-	-	
Input_C_2	-	-	-	X	X		-	-	-	-	-	
Input_C_3	-	-	-	X		X	-	-	-	-	-	
Input_C_4	-	-	-		X	X	-	-	-	-	-	
Input_C_5	-	-	-	X			-	-	-	-	-	
Input_C_6	-	-	-		X		-	-	-	-	-	
Input_C_7	-	-	-			X	-	-	-	-	-	

Reducción de Inputs No Controlables												
Modelo	INC1_EBAIS	INC2_Pob	INC3_Medicos	IC1_MD	IC2_GSyM	IC3_Horas	O1_OCE	O2_CEM	O3_CEMPV	O4_CxH	O5_CxD	
Input_NC_1	X	X	X	-	-	-	-	-	-	-	-	
Input_NC_2	X	X		-	-	-	-	-	-	-	-	
Input_NC_3	X		X	-	-	-	-	-	-	-	-	
Input_NC_4		X	X	-	-	-	-	-	-	-	-	
Input_NC_5	X			-	-	-	-	-	-	-	-	
Input_NC_6		X		-	-	-	-	-	-	-	-	
Input_NC_7			X	-	-	-	-	-	-	-	-	

Anexo 2 Coeficientes de Spearman

Reducción de Outputs								
Modelo	No. Variables	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Output_1	5	1,000**	1,000**	1,000**	1,000**	1,000**	1,000**	1,000**
Output_2	4	1,000**	1,000**	1,000**	,930**	1,000**	1,000**	1,000**
Output_3	4	,958**	,957**	,972**	,897**	,964**	,986**	,994**
Output_4	4	,815**	,876**	,863**	,896**	,898**	,858**	,970**
Output_5	4	1,000**	1,000**	1,000**	,930**	1,000**	1,000**	1,000**
Output_6	4	,854**	,753**	,832**	,797**	,872**	,979**	,876**
Output_7	3	,958**	,957**	,972**	,897**	,964**	,986**	,994**
Output_8	3	,815**	,876**	,863**	,896**	,898**	,858**	,970**
Output_9	3	,801**	,837**	,848**	,843**	,850**	,837**	,952**
Output_10	3	,825**	,921**	,924**	,836**	,929**	,900**	,868**
Output_11	3	,958**	,957**	,972**	,897**	,964**	,986**	,922**
Output_12	3	,815**	,876**	,863**	,896**	,898**	,858**	,970**
Output_13	3	,854**	,753**	,832**	,797**	,872**	,979**	,876**
Output_14	3	,838**	,727**	,810**	,753**	,856**	,970**	,853**
Output_15	3	,675**	,705**	,770**	,757**	,791**	,836**	,851**
Output_16	3	,854**	,753**	,832**	,797**	,872**	,979**	,876**
Output_17	2	,801**	,837**	,848**	,843**	,850**	,837**	,952**
Output_18	2	,755**	,847**	,850**	,721**	,844**	,829**	,829**
Output_19	2	,358**	,541**	,540**	,556**	,465**	,401**	,528**
Output_20	2	,801**	,837**	,848**	,843**	,850**	,837**	,952**
Output_21	2	,838**	,727**	,810**	,753**	,856**	,970**	,874**
Output_22	2	,675**	,705**	,770**	,757**	,791**	,836**	,851**
Output_23	2	,660**	,669**	,732**	,690**	,723**	,819**	,838**
Output_24	2	,726**	,629**	,777**	,687**	,784**	,818**	,718**
Output_25	2	,838**	,727**	,810**	,753**	,856**	,970**	,874**
Output_26	2	,675**	,705**	,770**	,757**	,791**	,836**	,851**
Output_27	1	0.203	,349**	,439**	,347*	,335*	,321*	,457**
Output_28	1	,660**	,669**	,732**	,690**	,723**	,819**	,838**
Output_29	1	,662**	,499**	,666**	,519**	,675**	,721**	,582**
Output_30	1	,270*	,349**	,448**	,428**	,386**	,354**	,488**
Output_31	1	,660**	,669**	,732**	,690**	,723**	,819**	,838**

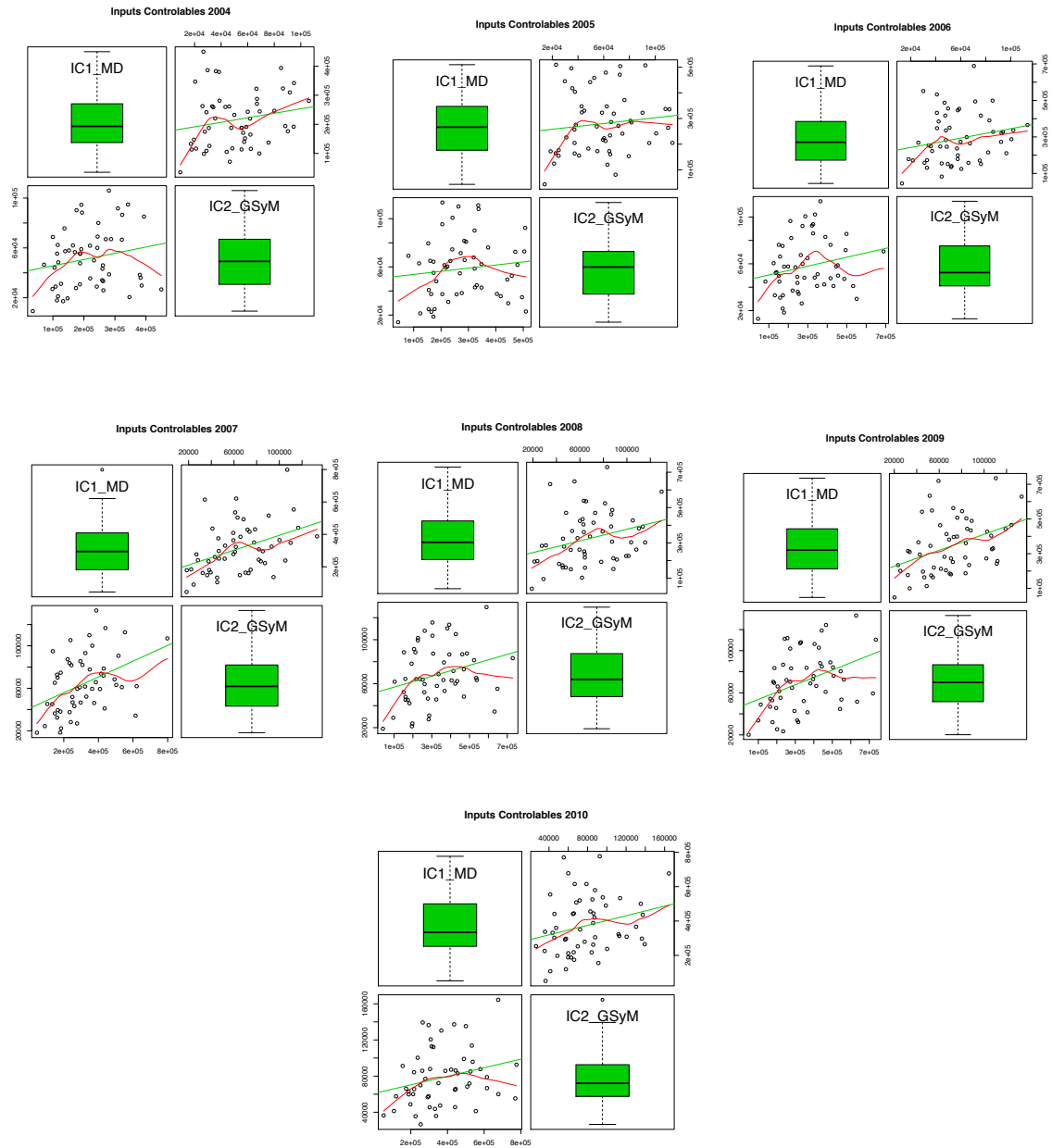
Reducción de Inputs Controlables								
Modelo	No. Variables	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Input_C_1	3	1,000**	1,000**	1,000**	1,000**	1,000**	1,000**	1,000**
Input_C_2	2	,871**	,908**	,911**	,839**	,869**	,884**	,898**
Input_C_3	2	,848**	,854**	,907**	,789**	,837**	,943**	,891**
Input_C_4	2	,849**	,936**	,883**	,863**	,942**	,852**	,888**
Input_C_5	1	,713**	,792**	,813**	,688**	,660**	,808**	,800**
Input_C_6	1	,727**	,819**	,765**	,723**	,767**	,724**	,803**
Input_C_7	1	,703**	,799**	,793**	,684**	,800**	,777**	,798**

Reducción de Inputs No Controlables								
Modelo	No. Variables	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Input_NC_1	3	1,000**	1,000**	1,000**	1,000**	1,000**	1,000**	1,000**
Input_NC_2	2	,929**	,905**	,923**	,887**	,973**	,963**	,953**
Input_NC_3	2	,928**	,877**	,954**	,914**	,943**	,947**	,956**
Input_NC_4	2	,945**	,925**	,931**	,853**	,957**	,992**	,968**
Input_NC_5	1	,858**	,809**	,892**	,868**	,917**	,920**	,919**
Input_NC_6	1	,892**	,912**	,848**	,806**	,926**	,959**	,924**
Input_NC_7	1	,868**	,721**	,896**	,857**	,885**	,923**	,927**

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral). * La correlación es significativa al nivel 0,05 (bilateral).

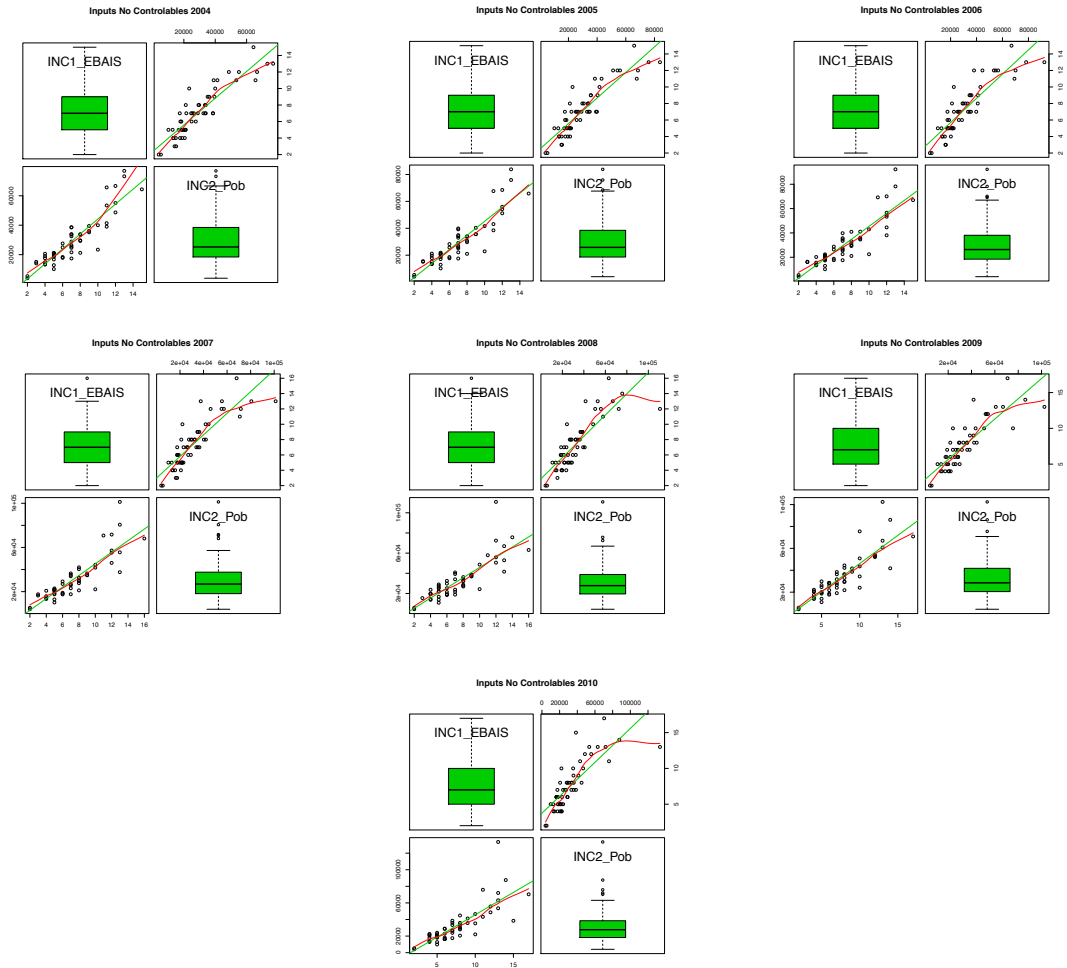
Anexo 3 Outliers: Análisis Gráfico

Anexo Gráfico 1 Inputs Controlables por año



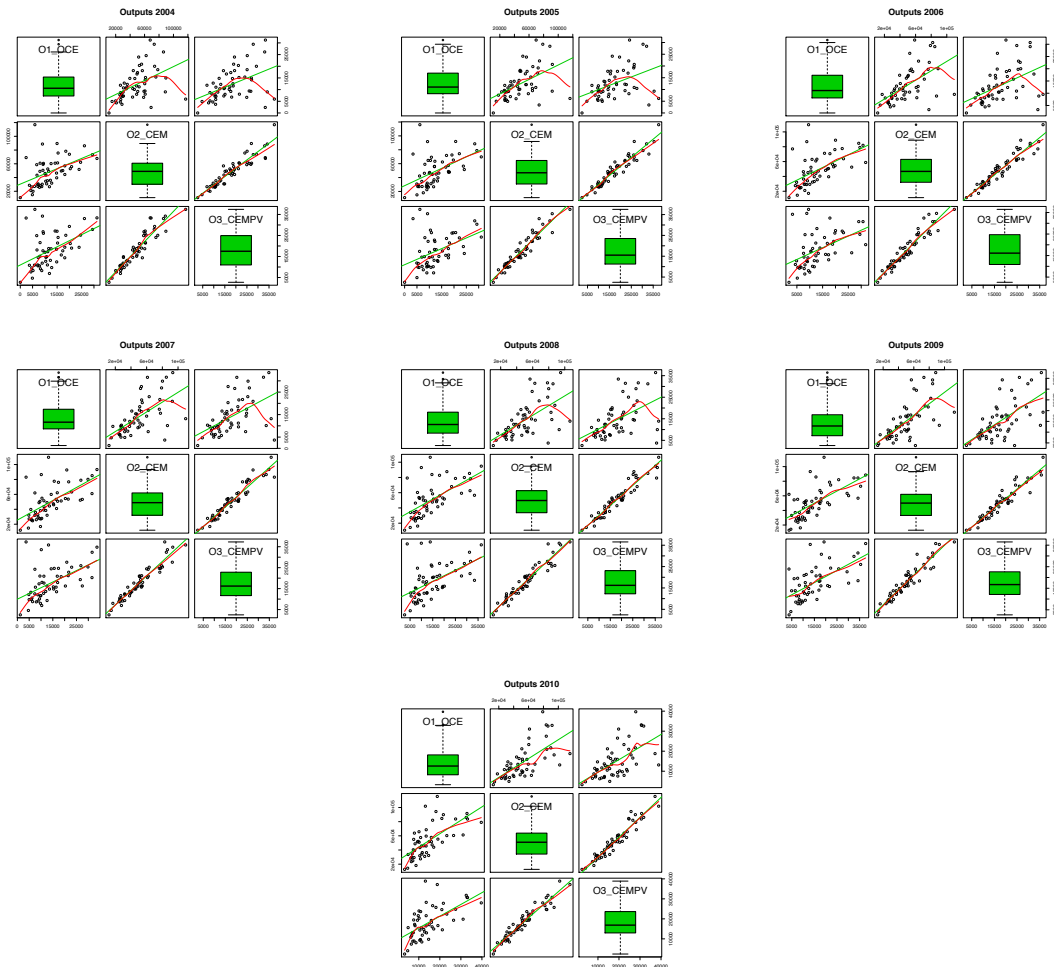
Elaboración propia utilizando R

Anexo Gráfico 2 Inputs No Controlables



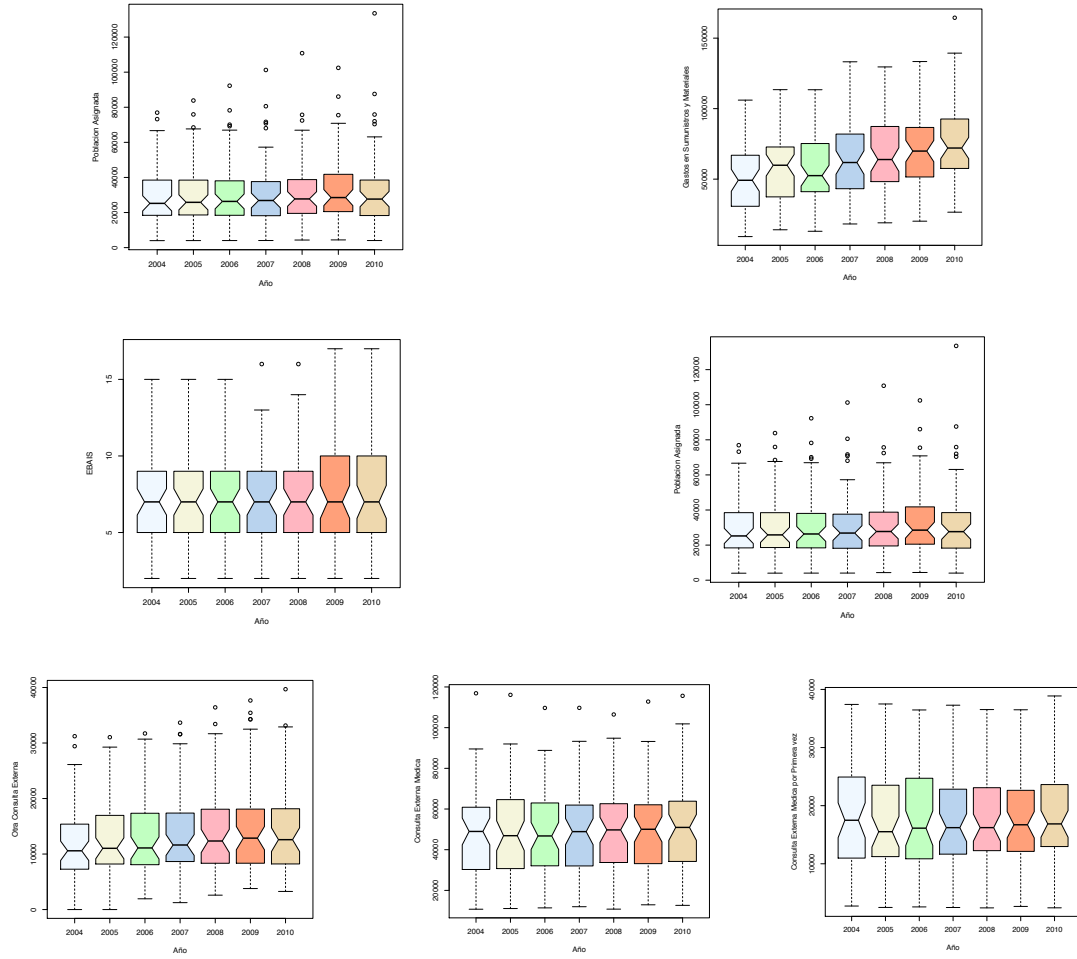
Elaboración propia utilizando R

Anexo Gráfico 3 Outputs



Elaboración propia utilizando R

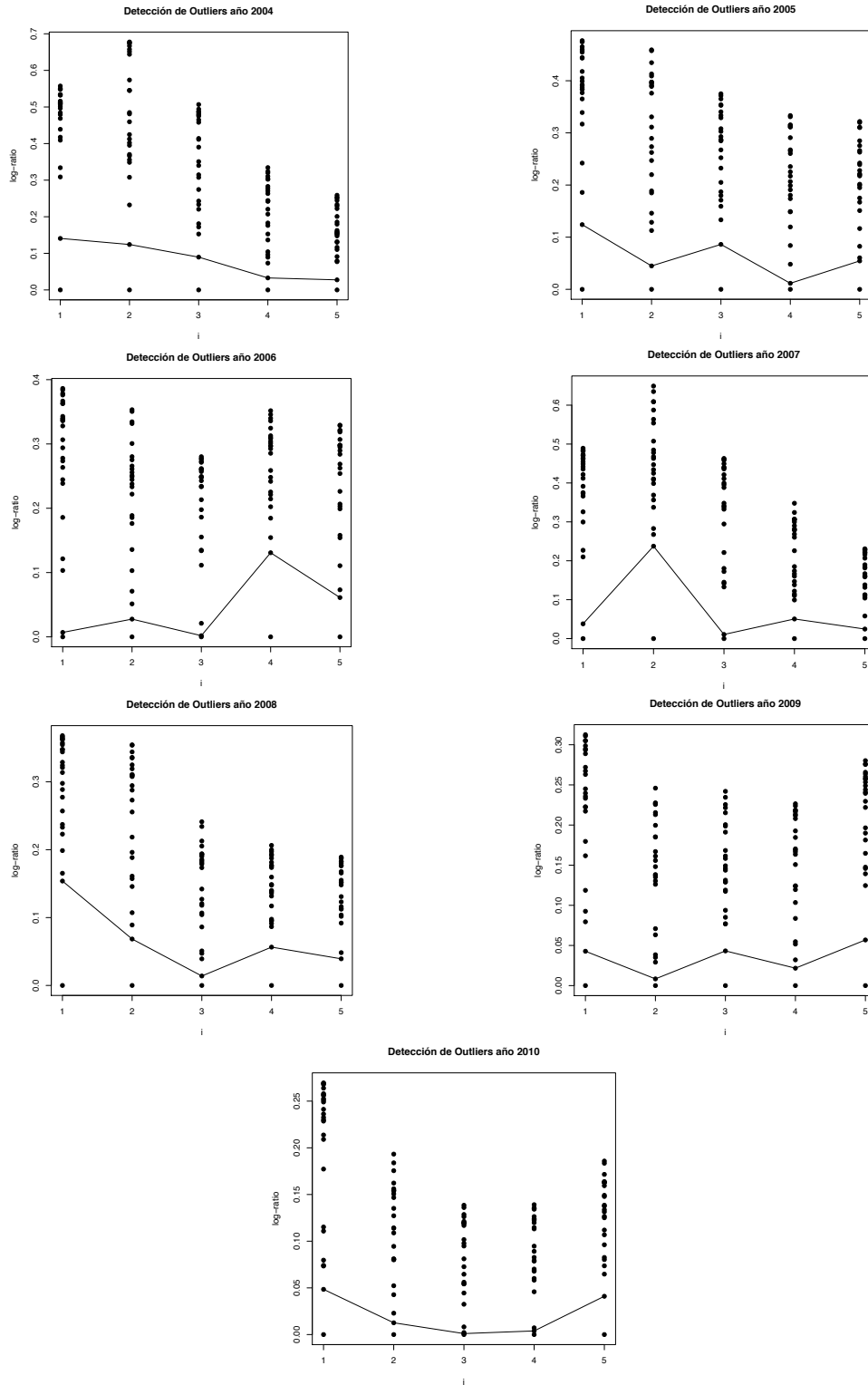
Anexo Gráfico 4 Diagramas de Caja por Variable y año



Elaboración propia utilizando R

Anexo 4 Gráficos Método de Wilson

Anexo Gráfico 5 Detección de Outliers por año



Elaboración propia utilizando la opción ap.plot de FEAR 2010

Anexo 5 Rutina en R: Detección de Outliers

```
#-----  
# RUTINA COMPLETA  
#-----  
# LECTURA DE DATOS  
#-----  
R_Areas54panel <- read.delim("~/Desktop/R_modelo_DEA.txt")  
  
#-----  
# CARGA DE LIBRERIAS NECESARIAS  
#-----  
library("FEAR")  
library("MASS")  
library("nnet")  
library("ggplot2")  
library("lattice")  
library("car")  
library("gclus")  
library("scatterplot3d")  
library("Benchmarking")  
library("class")  
library("Rcmdr")  
library("tcltk")  
  
#-----  
# DEFINIR PERIODOS Y DMU COMO UNIDADES PANEL  
#-----  
R_Areas54panel$DMU <- as.factor(R_Areas54panel$DMU)  
R_Areas54panel$T <- factor(R_Areas54panel$T, labels=c('2004','2005','2006','2007','2008','2009','2010'))  
  
T2004 <- subset(R_Areas54panel, T==2004)  
T2005 <- subset(R_Areas54panel, T==2005)  
T2006 <- subset(R_Areas54panel, T==2006)  
T2007 <- subset(R_Areas54panel, T==2007)  
T2008 <- subset(R_Areas54panel, T==2008)  
T2009 <- subset(R_Areas54panel, T==2009)  
T2010 <- subset(R_Areas54panel, T==2010)  
  
n=nrow(T2004)  
dmu=matrix(c(T2004$AS),nrow=n,ncol=1)  
rownames(T2004) <- dmu  
rownames(T2005) <- dmu  
rownames(T2006) <- dmu  
rownames(T2007) <- dmu  
rownames(T2008) <- dmu  
rownames(T2009) <- dmu  
rownames(T2010) <- dmu  
  
#-----  
# GENERACION DE XOBS PARA CADA PERIODO  
#-----  
x2004=t(matrix(c(T2004$IC1_MD,T2004$IC2_GSyM),nrow=n,ncol=2))  
rownames(x2004)=c("IC1_MD","IC2_GSyM")  
colnames(x2004) <- dmu  
x2005=t(matrix(c(T2005$IC1_MD,T2005$IC2_GSyM),nrow=n,ncol=2))  
rownames(x2005)=c("IC1_MD","IC2_GSyM")  
colnames(x2005) <- dmu  
x2006=t(matrix(c(T2006$IC1_MD,T2006$IC2_GSyM),nrow=n,ncol=2))  
rownames(x2006)=c("IC1_MD","IC2_GSyM")  
colnames(x2006) <- dmu  
x2007=t(matrix(c(T2007$IC1_MD,T2007$IC2_GSyM),nrow=n,ncol=2))  
rownames(x2007)=c("IC1_MD","IC2_GSyM")  
colnames(x2007) <- dmu  
x2008=t(matrix(c(T2008$IC1_MD,T2008$IC2_GSyM),nrow=n,ncol=2))  
rownames(x2008)=c("IC1_MD","IC2_GSyM")  
colnames(x2008) <- dmu  
x2009=t(matrix(c(T2009$IC1_MD,T2009$IC2_GSyM),nrow=n,ncol=2))  
rownames(x2009)=c("IC1_MD","IC2_GSyM")  
colnames(x2009) <- dmu  
x2010=t(matrix(c(T2010$IC1_MD,T2010$IC2_GSyM),nrow=n,ncol=2))  
rownames(x2010)=c("IC1_MD","IC2_GSyM")  
colnames(x2010) <- dmu  
  
#-----  
# GENERACION DE YOBS PARA CADA PERIODO  
#-----  
y2004=t(matrix(c(T2004$O1_OCE,T2004$O2_CEM,T2004$O3_CEMPV),nrow=n,ncol=3))  
rownames(y2004)=c("O1_OCE","O2_CEM","O3_CEMPV")  
colnames(y2004) <- dmu  
y2005=t(matrix(c(T2005$O1_OCE,T2005$O2_CEM,T2005$O3_CEMPV),nrow=n,ncol=3))  
rownames(y2005)=c("O1_OCE","O2_CEM","O3_CEMPV")  
colnames(y2005) <- dmu  
y2006=t(matrix(c(T2006$O1_OCE,T2006$O2_CEM,T2006$O3_CEMPV),nrow=n,ncol=3))  
rownames(y2006)=c("O1_OCE","O2_CEM","O3_CEMPV")  
colnames(y2006) <- dmu  
y2007=t(matrix(c(T2007$O1_OCE,T2007$O2_CEM,T2007$O3_CEMPV),nrow=n,ncol=3))  
rownames(y2007)=c("O1_OCE","O2_CEM","O3_CEMPV")  
colnames(y2007) <- dmu  
y2008=t(matrix(c(T2008$O1_OCE,T2008$O2_CEM,T2008$O3_CEMPV),nrow=n,ncol=3))  
rownames(y2008)=c("O1_OCE","O2_CEM","O3_CEMPV")  
colnames(y2008) <- dmu  
y2009=t(matrix(c(T2009$O1_OCE,T2009$O2_CEM,T2009$O3_CEMPV),nrow=n,ncol=3))  
rownames(y2009)=c("O1_OCE","O2_CEM","O3_CEMPV")  
colnames(y2009) <- dmu
```

```

y2010=t(matrix(c(T2010$O1_OCE,T2010$O2_CEM,T2010$O3_CEMPV),nrow=n,ncol=3))
rownames(y2010)=c("O1_OCE","O2_CEM","O3_CEMPV")
colnames(y2010)<-dmu

#-----
#GENERACION DE ZOBS PARA CADA PERIODO (SIENDO ZOBS LOS INPUTS NO CONTROLABLES)
#-----
z2004=t(matrix(c(T2004$INC1_EBAIS,T2004$INC2_Pob),nrow=n,ncol=2))
rownames(z2004)=c("INC1_EBAIS","INC2_Pob")
colnames(z2004)<-dmu
z2005=t(matrix(c(T2005$INC1_EBAIS,T2005$INC2_Pob),nrow=n,ncol=2))
rownames(z2005)=c("INC1_EBAIS","INC2_Pob")
colnames(z2005)<-dmu
z2006=t(matrix(c(T2006$INC1_EBAIS,T2006$INC2_Pob),nrow=n,ncol=2))
rownames(z2006)=c("INC1_EBAIS","INC2_Pob")
colnames(z2006)<-dmu
z2007=t(matrix(c(T2007$INC1_EBAIS,T2007$INC2_Pob),nrow=n,ncol=2))
rownames(z2007)=c("INC1_EBAIS","INC2_Pob")
colnames(z2007)<-dmu
z2008=t(matrix(c(T2008$INC1_EBAIS,T2008$INC2_Pob),nrow=n,ncol=2))
rownames(z2008)=c("INC1_EBAIS","INC2_Pob")
colnames(z2008)<-dmu
z2009=t(matrix(c(T2009$INC1_EBAIS,T2009$INC2_Pob),nrow=n,ncol=2))
rownames(z2009)=c("INC1_EBAIS","INC2_Pob")
colnames(z2009)<-dmu
z2010=t(matrix(c(T2010$INC1_EBAIS,T2010$INC2_Pob),nrow=n,ncol=2))
rownames(z2010)=c("INC1_EBAIS","INC2_Pob")
colnames(z2010)<-dmu

#-----
# ESTADISTICOS BASICOS
#-----
estadisticos <- numSummary(R_Areas54panel[,c("IC1_MD", "IC2_GSyM", "IC3_Horas",
"IC4_Personal", "IC5_OtroPer", "INC1_EBAIS", "INC2_Pob", "INC3_Medicos",
"O1_OCE", "O2_CEM", "O3_CEMPV", "O4_CxH", "O5_CxD", "O6_CE")],
groups=R_Areas54panel$T, statistics=c("mean", "sd", "quantiles", "cv"),
quantiles=c(0,.25,.5,.75,1))

#-----
# DETECCION DE OUTLIERS
#-----

#-----
# SCATTERPLOT COMPLETO
#-----
pdf("~/Desktop/Resultados en R/Graficos/sp_completo.pdf", paper="a4r")
scatterplotMatrix(~IC1_MD+IC2_GSyM | T, reg.line=FALSE,
smooth=TRUE, spread=FALSE, span=0.5, diagonal= 'boxplot', by.groups=TRUE,
data=R_Areas54panel,legend.plot=FALSE)
scatterplotMatrix(~INC1_EBAIS+INC2_Pob | T, reg.line=FALSE,
smooth=TRUE, spread=FALSE, span=0.5, diagonal= 'boxplot', by.groups=TRUE,
data=R_Areas54panel, legend.plot=FALSE)
scatterplotMatrix(~O1_OCE+O2_CEM+O3_CEMPV | T, reg.line=FALSE,
smooth=TRUE, spread=FALSE, span=0.5, diagonal= 'boxplot', by.groups=TRUE,
data=R_Areas54panel,legend.plot=FALSE)
dev.off()

#-----
# SCATTERPLOT X (INPUTS CONTROLABLES)
#-----
pdf("~/Desktop/Resultados en R/Graficos/sp_ic_T.pdf", paper="a4r")
scatterplotMatrix(~IC1_MD+IC2_GSyM, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2004, main="Inputs Controlables 2004")
scatterplotMatrix(~IC1_MD+IC2_GSyM, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2005, main="Inputs Controlables 2005")
scatterplotMatrix(~IC1_MD+IC2_GSyM, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2006, main="Inputs Controlables 2006")
scatterplotMatrix(~IC1_MD+IC2_GSyM, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2007, main="Inputs Controlables 2007")
scatterplotMatrix(~IC1_MD+IC2_GSyM, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2008, main="Inputs Controlables 2008")
scatterplotMatrix(~IC1_MD+IC2_GSyM, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2009, main="Inputs Controlables 2009")
scatterplotMatrix(~IC1_MD+IC2_GSyM, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2010, main="Inputs Controlables 2010")
dev.off()

#-----
# SCATTERPLOT Z (Inputs No Controlables)
#-----
pdf("~/Desktop/Resultados en R/Graficos/sp_inc_T.pdf", paper="a4r")
scatterplotMatrix(~INC1_EBAIS+INC2_Pob, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2004, main="Inputs No Controlables 2004")
scatterplotMatrix(~INC1_EBAIS+INC2_Pob, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2005, main="Inputs No Controlables 2005")
scatterplotMatrix(~INC1_EBAIS+INC2_Pob, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2006, main="Inputs No Controlables 2006")
scatterplotMatrix(~INC1_EBAIS+INC2_Pob, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2007, main="Inputs No Controlables 2007")
scatterplotMatrix(~INC1_EBAIS+INC2_Pob, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2008, main="Inputs No Controlables 2008")
scatterplotMatrix(~INC1_EBAIS+INC2_Pob, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2009, main="Inputs No Controlables 2009")
scatterplotMatrix(~INC1_EBAIS+INC2_Pob, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2010, main="Inputs No Controlables 2010")
dev.off()

#-----
# SCATTERPLOT Y (OUTPUTS)
#-----

```

```

pdf("~/Desktop/Resultados en R/Graficos/sp_o_T.pdf", paper="a4r")
scatterplotMatrix(~O1_OCE+O2_CEM+O3_CEMPV, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2004, main="Outputs 2004")
scatterplotMatrix(~O1_OCE+O2_CEM+O3_CEMPV, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2005, main="Outputs 2005")
scatterplotMatrix(~O1_OCE+O2_CEM+O3_CEMPV, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2006, main="Outputs 2006")
scatterplotMatrix(~O1_OCE+O2_CEM+O3_CEMPV, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2007, main="Outputs 2007")
scatterplotMatrix(~O1_OCE+O2_CEM+O3_CEMPV, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2008, main="Outputs 2008")
scatterplotMatrix(~O1_OCE+O2_CEM+O3_CEMPV, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2009, main="Outputs 2009")
scatterplotMatrix(~O1_OCE+O2_CEM+O3_CEMPV, reg.line=lm, smooth=TRUE,
spread=FALSE, span=0.5, diagonal = 'boxplot', data=T2010, main="Outputs 2010")
dev.off()

#-----
# BOXPLOT POR DMU
#-----
pdf("~/Desktop/Resultados en R/Graficos/bp_DMU.pdf", paper="a4r")
boxplot(INC1_EBAIS~DMU, ylab="EBAIS", xlab="DMU", cex.axis=0.7, las=2, data=R_Areas54panel)
Ext_EBAIS=identify(R_Areas54panel$DMU, R_Areas54panel$INC1_EBAIS, labels=R_Areas54panel$T, cex=0.5)
boxplot(INC2_Pob~DMU, ylab="Poblacion Asignada", xlab="DMU", cex.axis=0.7, las=2, data=R_Areas54panel)
Ext_POB=identify(R_Areas54panel$DMU, R_Areas54panel$INC2_Pob, labels=R_Areas54panel$T, cex=0.5)
boxplot(IC1_MD~DMU, ylab="Medicamentos Despachados", xlab="DMU", cex.axis=0.7, las=2, data=R_Areas54panel)
Ext_MD=identify(R_Areas54panel$DMU, R_Areas54panel$IC1_MD, labels=R_Areas54panel$T, cex=0.5)
boxplot(IC2_GSyM~DMU, ylab="Gastos en Suministros y Materiales", xlab="DMU", cex.axis=0.7, las=2,
data=R_Areas54panel)
Ext_GSyM=identify(R_Areas54panel$DMU, R_Areas54panel$IC2_GSyM, labels=R_Areas54panel$T, cex=0.5)
boxplot(O1_OCE~DMU, ylab="Otra Consulta Externa", xlab="DMU", cex.axis=0.7, las=2, data=R_Areas54panel)
Ext_CE=identify(R_Areas54panel$DMU, R_Areas54panel$O1_CE, labels=R_Areas54panel$T, cex=0.5)
boxplot(O2_CEM~DMU, ylab="Consulta Externa Medica", xlab="DMU", cex.axis=0.7, las=2, data=R_Areas54panel)
Ext_CEM=identify(R_Areas54panel$DMU, R_Areas54panel$O2_CEM, labels=R_Areas54panel$T, cex=0.5)
boxplot(O3_CEMPV~DMU, ylab="Consulta Externa Medica por Primera vez", xlab="DMU", cex.axis=0.7, las=2,
data=R_Areas54panel)
Ext_CEMPV=identify(R_Areas54panel$DMU, R_Areas54panel$O3_CEMPV, labels=R_Areas54panel$T, cex=0.5)
dev.off()

#-----
# BOXPLOT POR PERIODO
#-----
pdf("~/Desktop/Resultados en R/Graficos/bo_anno.pdf", paper="a4r")
boxplot(INC1_EBAIS~T, ylab="EBAIS", xlab="Año", data=R_Areas54panel,
notch=TRUE, col=c("aliceblue", "beige", "darkseagreen1", "slategray2", "lightpink", "lightsalmon", "wheat2"))
Out_MedFS=identify(R_Areas54panel$T, R_Areas54panel$INC1_EBAIS, labels=R_Areas54panel$DMU, cex=0.5)
boxplot(INC2_Pob~T, ylab="Poblacion Asignada", xlab="Año", data=R_Areas54panel,
notch=TRUE, col=c("aliceblue", "beige", "darkseagreen1", "slategray2", "lightpink", "lightsalmon", "wheat2"))
Out_Pob=identify(R_Areas54panel$T, R_Areas54panel$INC2_Pob, labels=R_Areas54panel$DMU, cex=0.5)
boxplot(IC1_MD~T, ylab="Medicamentos Despachados", xlab="Año", data=R_Areas54panel,
notch=TRUE, col=c("aliceblue", "beige", "darkseagreen1", "slategray2", "lightpink", "lightsalmon", "wheat2"))
Out_MD=identify(R_Areas54panel$T, R_Areas54panel$IC1_MD, labels=R_Areas54panel$DMU, cex=0.5)
boxplot(IC2_GSyM~T, ylab="Gastos en Suministros y Materiales", xlab="Año", data=R_Areas54panel,
notch=TRUE, col=c("aliceblue", "beige", "darkseagreen1", "slategray2", "lightpink", "lightsalmon", "wheat2"))
Out_GSyM=identify(R_Areas54panel$T, R_Areas54panel$IC2_GSyM, labels=R_Areas54panel$DMU, cex=0.5)
boxplot(O1_OCE~T, ylab="Otra Consulta Externa", xlab="Año", data=R_Areas54panel,
notch=TRUE, col=c("aliceblue", "beige", "darkseagreen1", "slategray2", "lightpink", "lightsalmon", "wheat2"))
Out_CE=identify(R_Areas54panel$T, R_Areas54panel$O1_CE, labels=R_Areas54panel$DMU, cex=0.5)
boxplot(O2_CEM~T, ylab="Consulta Externa Medica", xlab="Año", data=R_Areas54panel,
notch=TRUE, col=c("aliceblue", "beige", "darkseagreen1", "slategray2", "lightpink", "lightsalmon", "wheat2"))
Out_CEM=identify(R_Areas54panel$T, R_Areas54panel$O2_CEM, labels=R_Areas54panel$DMU, cex=0.5)
boxplot(O3_CEMPV~T, ylab="Consulta Externa Medica por Primera vez", xlab="Año", data=R_Areas54panel,
notch=TRUE, col=c("aliceblue", "beige", "darkseagreen1", "slategray2", "lightpink", "lightsalmon", "wheat2"))
Out_CEMPV=identify(R_Areas54panel$T, R_Areas54panel$O3_CEMPV, labels=R_Areas54panel$DMU, cex=0.5)
dev.off()

#-----
# METODO DE WILSON
#-----
outliers2004 <- ap(x2004, y2004, NDEL=5)
outliers2005 <- ap(x2005, y2005, NDEL=5)
outliers2006 <- ap(x2006, y2006, NDEL=5)
outliers2007 <- ap(x2007, y2007, NDEL=5)
outliers2008 <- ap(x2008, y2008, NDEL=5)
outliers2009 <- ap(x2009, y2009, NDEL=5)
outliers2010 <- ap(x2010, y2010, NDEL=5)

#-----
# GRAFICOS METODO DE WILSON
#-----
pdf("~/Desktop/Resultados en R/Graficos/ao_plot.pdf", paper="a4r")
ap.plot(outliers2004$ratio, main = "Detección de Outliers año 2004")
ap.plot(outliers2005$ratio, main = "Detección de Outliers año 2005")
ap.plot(outliers2006$ratio, main = "Detección de Outliers año 2006")
ap.plot(outliers2007$ratio, main = "Detección de Outliers año 2007")
ap.plot(outliers2008$ratio, main = "Detección de Outliers año 2008")
ap.plot(outliers2009$ratio, main = "Detección de Outliers año 2009")
ap.plot(outliers2010$ratio, main = "Detección de Outliers año 2010")
dev.off()

```

Anexo 6 Resultados del Análisis de Súper Eficiencia

Estimación de Súper Eficiencia								
DMU	AS	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
DMU1	AS2212	63.14	66.54	60.32	72.94	83.97	84.26	73.85
DMU2	AS2231	65.08	61.62	60.78	66.77	69.89	71.02	64.84
DMU3	AS2232	70.67	80.65	74.31	83.32	68.37	69.28	73.39
DMU4	AS2233	83.56	79.81	81.58	72.19	75.87	84.53	75.53
DMU5	AS2235	83.46	80.91	76.17	91.07	94.86	96.29	96.60
DMU6	AS2251	74.08	66.04	66.80	77.67	75.31	67.39	75.67
DMU7	AS2252	77.75	54.03	53.26	55.17	53.84	45.99	48.62
DMU8	AS2253	66.65	64.12	59.57	85.77	83.39	81.85	91.33
DMU9	AS2254	108.36	223.81	171.91	145.31	222.75	190.01	SS
DMU10	AS2256	64.07	65.19	55.51	74.19	70.43	63.94	58.22
DMU11	AS2272	78.98	63.00	58.76	81.47	70.46	86.87	84.96
DMU12	AS2273	81.87	77.42	66.11	345.83	73.49	83.00	78.63
DMU13	AS2274	73.82	72.52	104.20	89.93	94.79	89.23	96.45
DMU14	AS2276	96.49	101.33	103.39	109.85	114.99	130.82	149.25
DMU15	AS2277	139.55	204.93	126.31	119.68	114.02	121.69	115.39
DMU16	AS2278	91.77	87.73	128.11	129.09	118.30	96.57	87.89
DMU17	AS2281	116.81	89.08	122.85	128.01	133.27	66.69	63.03
DMU18	AS2332	110.45	107.45	121.64	105.92	108.38	132.96	99.09
DMU19	AS2333	76.69	77.86	85.76	92.76	103.01	99.82	90.40
DMU20	AS2334	57.39	50.59	46.83	57.80	53.39	47.47	45.47
DMU21	AS2339	157.38	184.52	280.59	97.09	96.85	100.01	125.53
DMU22	AS2351	63.36	54.36	40.71	53.19	40.98	48.32	48.24
DMU23	AS2352	72.72	77.67	103.33	93.77	86.40	78.18	71.87
DMU24	AS2382	55.71	56.40	51.90	71.93	90.55	93.59	81.81
DMU25	AS2390	64.92	76.00	79.60	92.19	86.26	84.01	97.08
DMU26	AS2392	108.39	106.61	100.82	112.38	115.81	113.66	101.51
DMU27	AS2395	186.01	110.74	87.65	87.89	99.80	93.61	119.02
DMU28	AS2471	41.70	41.58	45.54	46.89	51.92	54.49	52.11
DMU29	AS2472	86.41	77.69	74.58	86.01	77.76	87.37	82.21
DMU30	AS2473	86.58	67.02	64.47	70.56	67.77	68.25	69.20
DMU31	AS2475	105.28	99.58	79.64	105.71	82.25	88.91	87.63
DMU32	AS2477	44.41	40.29	32.22	56.87	48.06	48.92	44.54
DMU33	AS2481	82.76	100.67	63.87	81.94	75.25	88.46	78.26
DMU34	AS2484	92.56	93.99	53.32	112.96	88.38	124.56	150.76
DMU35	AS2552	69.96	73.54	73.50	74.67	64.58	64.83	65.49
DMU36	AS2553	44.21	49.74	35.72	71.90	44.33	51.14	47.29
DMU37	AS2556	42.45	36.12	30.98	32.16	33.17	36.98	32.36
DMU38	AS2557	55.42	47.61	40.91	81.13	62.12	62.00	60.59
DMU39	AS2558	51.10	47.54	44.03	49.56	48.98	50.61	47.94
DMU40	AS2559	48.07	46.29	43.93	47.05	47.41	49.27	44.85
DMU41	AS2560	57.94	59.92	55.60	55.46	56.78	54.80	49.90
DMU42	AS2562	57.28	64.08	30.77	75.34	52.96	54.99	48.47
DMU43	AS2563	67.71	72.35	38.37	90.84	65.14	55.81	62.91
DMU44	AS2582	SS	SS	SS	SS	SS	SS	SS
DMU45	AS2586	77.63	87.07	80.26	71.53	69.88	75.83	71.87
DMU46	AS2592	56.17	61.09	39.17	51.39	62.53	75.80	86.07
DMU47	AS2650	63.29	61.60	49.78	63.97	62.89	57.34	55.79
DMU48	AS2651	50.13	52.64	35.31	47.80	43.19	54.24	72.96
DMU49	AS2654	86.95	79.07	83.91	86.01	87.47	92.67	92.60
DMU50	AS2655	95.67	95.00	93.92	95.07	94.23	88.43	88.78
DMU51	AS2758	150.54	79.93	73.24	81.18	78.42	121.40	80.86
DMU52	AS2759	73.34	68.29	60.07	70.43	72.95	88.08	85.38
DMU53	AS2761	83.11	76.81	63.85	128.40	144.72	129.03	90.58
DMU54	AS2762	91.08	144.23	107.65	179.09	160.85	148.14	147.09

SS: DMU sin solución posible.

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con PIM-DEA v3.1

Anexo 7 Resultados del Análisis de Fronteras Parciales

Fronteras Parciales para el año 2004

DMU	Orden-m (10)	Orden-m (20)	Orden-m (30)	Orden-m (40)	Orden-m (50)	Orden- α (80)	Orden- α (85)	Orden- α (90)	Orden- α (95)	Orden- α (100)
AS2212	107.43	102.18	100.79	100.32	100.09	119.46	117.60	117.60	100.00	100.00
AS2231	99.62	88.21	83.34	78.89	77.71	142.44	138.08	112.59	100.00	74.05
AS2232	124.90	110.55	104.93	102.01	100.89	175.19	168.87	156.86	100.00	100.00
AS2233	107.62	96.71	93.39	92.14	91.24	161.66	140.08	122.80	93.99	90.26
AS2235	122.54	112.17	108.10	105.93	103.88	153.02	146.04	128.80	123.46	100.00
AS2251	123.78	108.68	104.69	102.34	100.95	164.08	161.85	156.70	100.00	100.00
AS2252	113.88	103.25	97.46	94.52	93.10	150.51	145.14	139.66	100.00	89.86
AS2253	94.98	82.74	78.02	75.74	74.85	133.23	126.51	109.90	100.00	73.05
AS2254	101.11	100.05	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2256	108.66	102.17	100.76	100.31	100.09	140.01	107.28	107.28	100.00	100.00
AS2272	101.21	100.10	100.02	100.02	100.00	110.58	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2273	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2274	113.04	104.10	101.12	100.55	100.23	159.04	147.64	147.64	100.00	100.00
AS2276	109.76	103.30	101.20	100.30	100.12	151.22	120.11	120.11	100.00	100.00
AS2277	108.70	101.86	100.44	100.11	100.00	158.18	158.18	100.00	100.00	100.00
AS2278	106.40	101.32	100.22	100.14	100.00	137.64	137.64	100.00	100.00	100.00
AS2281	115.99	103.81	101.33	100.40	100.28	183.94	133.63	133.63	100.00	100.00
AS2332	133.52	111.22	106.20	102.56	101.36	266.53	254.54	147.15	100.00	100.00
AS2333	109.60	93.78	87.23	83.22	81.13	191.13	157.65	143.46	100.00	76.69
AS2334	104.44	99.70	98.09	97.74	97.64	134.29	134.29	100.00	97.61	97.61
AS2339	149.89	123.47	113.28	107.65	103.60	290.79	268.48	249.24	205.58	100.00
AS2351	100.63	100.04	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2352	109.67	96.52	92.85	90.00	87.53	139.53	132.02	125.15	107.78	82.40
AS2382	83.18	75.63	73.25	72.61	71.67	112.41	100.00	90.25	71.22	71.22
AS2390	103.10	100.76	100.14	100.07	100.03	112.69	112.69	100.00	100.00	100.00
AS2392	126.95	108.51	104.59	101.93	101.03	259.65	226.00	130.65	100.00	100.00
AS2395	103.24	100.19	100.13	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2471	63.41	55.36	52.19	51.41	50.91	93.37	93.35	93.35	50.56	50.56
AS2472	105.09	100.83	100.03	100.00	100.00	141.02	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2473	106.05	100.69	100.10	100.00	100.00	196.76	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2475	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2477	100.02	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2481	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2484	100.12	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2552	108.25	97.32	89.30	86.27	84.28	162.41	137.89	133.96	109.20	77.95
AS2553	64.68	57.20	55.32	54.45	54.27	100.00	91.62	91.62	54.00	54.00
AS2556	69.15	58.94	55.73	53.88	52.88	98.13	97.76	96.59	77.08	51.34
AS2557	93.14	87.05	85.66	84.76	84.43	115.85	100.00	100.00	84.21	84.21
AS2558	75.25	64.75	60.02	57.49	55.96	117.20	100.00	97.81	80.68	53.19
AS2559	71.57	63.66	61.12	59.55	59.11	100.00	98.43	98.43	58.75	58.75
AS2560	93.83	83.76	79.27	75.17	73.65	128.33	117.78	117.36	97.15	68.58
AS2562	89.60	87.48	87.17	87.14	87.14	100.00	87.14	87.14	87.14	87.14
AS2563	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2582	SS	SS	SS	SS	SS	SS	SS	SS	SS	SS
AS2586	102.94	95.45	92.30	91.16	90.56	138.52	121.57	102.47	100.00	89.44
AS2592	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2650	83.55	74.92	71.64	70.25	69.36	109.29	100.00	90.91	79.34	67.67
AS2651	91.31	88.53	88.29	88.20	88.17	100.00	100.00	88.17	88.17	88.17
AS2654	123.22	112.84	109.22	107.01	105.33	155.99	140.18	127.72	120.45	100.00
AS2655	134.06	119.15	112.48	109.39	106.28	170.55	161.31	148.60	132.09	100.00
AS2758	111.30	101.47	100.40	100.00	100.05	199.27	199.27	100.00	100.00	100.00
AS2759	97.76	87.15	84.77	83.42	83.08	161.28	161.28	100.00	82.69	82.69
AS2761	107.29	100.34	98.95	98.39	98.36	170.39	134.99	100.00	98.28	98.28
AS2762	119.73	106.34	102.47	101.01	100.52	192.29	147.87	147.87	100.00	100.00

SS: DMU sin solución posible.

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con STATA 11

Fronteras Parciales para el año 2005

DMU	Orden-m (10)	Orden-m (20)	Orden-m (30)	Orden-m (40)	Orden-m (50)	Orden- α (80)	Orden- α (85)	Orden- α (90)	Orden- α (95)	Orden- α (100)
AS2212	104.61	100.94	100.18	100.06	100.02	125.33	125.33	100.00	100.00	100.00
AS2231	92.40	80.49	76.53	73.26	72.23	153.26	148.87	100.16	100.00	69.90
AS2232	122.48	107.48	103.02	101.39	100.56	205.92	164.16	164.16	100.00	100.00
AS2233	100.29	91.48	87.82	85.72	84.59	140.60	110.24	102.95	99.65	82.08
AS2235	119.98	109.45	105.14	102.84	101.75	150.93	140.30	134.24	103.01	100.00
AS2251	119.89	109.02	104.45	102.01	101.03	159.37	149.33	148.69	100.00	100.00
AS2252	85.42	77.11	72.79	70.72	69.76	104.69	97.54	97.01	80.94	66.57
AS2253	88.90	77.70	73.30	71.10	70.19	156.68	149.40	100.52	100.00	68.25
AS2254	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2256	115.93	105.90	102.55	100.88	100.48	151.00	147.41	147.41	100.00	100.00
AS2272	100.28	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2273	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2274	112.31	103.87	101.73	100.85	100.50	149.42	120.91	120.91	100.00	100.00
AS2276	110.90	101.99	100.50	100.00	100.06	266.55	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2277	104.34	100.30	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2278	112.58	103.63	101.28	100.43	100.20	161.73	139.80	139.80	100.00	100.00
AS2281	97.24	93.85	93.37	93.32	93.30	100.00	100.00	93.28	93.28	93.28
AS2332	127.82	109.35	104.73	102.65	101.61	238.74	164.81	132.03	100.00	100.00
AS2333	108.78	94.69	86.63	83.75	81.54	179.02	136.42	136.20	100.00	77.86
AS2334	75.71	65.95	61.13	59.51	58.64	120.50	113.26	100.00	76.21	56.81
AS2339	134.57	111.37	104.54	101.33	100.79	296.94	291.53	291.53	100.00	100.00
AS2351	101.47	100.06	100.03	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2352	95.45	85.76	82.95	82.03	81.51	137.80	131.14	100.00	81.31	81.14
AS2382	110.10	103.40	101.46	100.76	100.31	139.94	120.75	120.75	100.00	100.00
AS2390	104.86	100.68	100.13	100.05	100.00	134.88	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2392	120.68	107.42	102.96	101.62	100.96	231.71	185.13	134.30	112.33	100.00
AS2395	111.48	101.97	100.56	100.35	100.10	201.99	201.99	100.00	100.00	100.00
AS2471	52.97	49.11	47.99	47.76	47.61	81.41	62.84	48.49	47.53	47.53
AS2472	103.01	100.45	100.07	100.02	100.00	122.73	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2473	114.10	104.25	101.55	100.50	100.23	156.88	149.73	149.73	100.00	100.00
AS2475	102.53	100.32	100.00	100.00	100.00	129.63	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2477	87.02	86.02	85.90	85.88	85.87	87.78	87.78	85.87	85.87	85.87
AS2481	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2484	100.07	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2552	107.78	100.04	97.55	96.46	95.76	129.82	121.78	111.22	100.00	93.97
AS2553	100.98	100.12	100.04	100.01	100.01	102.02	102.02	100.00	100.00	100.00
AS2556	55.01	48.11	45.64	44.07	43.20	77.90	67.67	65.08	54.40	41.98
AS2557	104.27	101.33	100.51	100.23	100.08	110.76	108.74	108.74	100.00	100.00
AS2558	74.87	63.04	59.20	57.18	56.41	111.55	103.22	82.80	75.06	53.40
AS2559	97.14	90.87	89.35	88.50	87.96	119.41	118.17	100.00	87.63	87.63
AS2560	89.44	81.87	79.43	77.96	76.34	105.66	104.23	100.00	97.16	74.97
AS2562	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2563	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2582	SS	SS	SS	SS	SS	SS	SS	SS	SS	SS
AS2586	111.74	103.99	101.94	100.96	100.60	140.91	132.38	108.73	107.21	100.00
AS2592	100.10	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2650	80.43	72.96	69.70	68.61	67.51	100.00	96.91	95.40	80.42	66.14
AS2651	100.87	100.12	100.02	100.00	100.00	109.34	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2654	96.89	88.79	85.68	84.25	83.49	139.81	109.62	100.00	91.94	81.85
AS2655	117.93	108.95	104.44	102.81	101.75	162.93	131.88	123.70	103.81	100.00
AS2758	123.33	108.72	102.28	101.46	100.62	187.44	169.48	169.48	100.00	100.00
AS2759	108.58	100.20	97.67	97.23	96.90	148.18	145.30	100.00	96.73	96.73
AS2761	106.48	96.98	93.45	91.79	91.08	146.39	131.13	108.82	100.00	89.50
AS2762	114.08	102.69	100.64	100.17	100.06	238.86	238.86	100.00	100.00	100.00

SS: DMU sin solución posible.

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con STATA 11

Fronteras Parciales para el año 2006

DMU	Orden-m (10)	Orden-m (20)	Orden-m (30)	Orden-m (40)	Orden-m (50)	Orden- α (80)	Orden- α (85)	Orden- α (90)	Orden- α (95)	Orden- α (100)
AS2212	103.41	100.63	100.06	100.04	100.01	116.10	116.10	100.00	100.00	100.00
AS2231	90.50	77.49	72.35	70.76	68.03	135.26	125.37	107.02	91.67	64.13
AS2232	118.98	106.67	102.47	100.67	100.48	206.05	158.60	158.60	100.00	100.00
AS2233	100.36	90.39	86.27	84.88	84.24	137.34	126.42	102.20	83.27	83.25
AS2235	116.97	106.21	101.01	98.23	96.74	144.60	143.51	134.45	123.18	94.07
AS2251	115.51	106.04	103.08	101.86	101.03	137.81	123.01	118.08	100.00	100.00
AS2252	80.38	72.77	69.60	67.81	66.79	103.12	100.00	94.53	74.68	64.47
AS2253	115.17	104.75	101.81	100.54	100.18	183.74	155.20	155.20	100.00	100.00
AS2254	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2256	113.55	105.99	103.01	101.58	100.55	134.77	132.34	128.15	100.00	100.00
AS2272	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2273	100.07	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2274	119.58	107.39	103.05	101.25	100.44	218.42	156.92	156.92	100.00	100.00
AS2276	116.16	104.60	101.94	100.90	100.25	187.28	141.04	141.04	100.00	100.00
AS2277	115.29	104.41	101.76	100.61	100.25	178.15	126.31	126.31	100.00	100.00
AS2278	103.58	100.36	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2281	103.33	100.25	100.06	100.00	100.00	138.29	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2332	134.74	115.92	107.54	103.63	102.11	236.09	182.44	172.11	100.00	100.00
AS2333	121.08	102.60	98.40	94.20	92.71	188.36	152.14	151.61	100.00	89.20
AS2334	105.21	101.21	100.14	100.03	100.00	126.12	126.12	100.13	100.00	100.00
AS2339	105.03	100.08	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2351	49.52	44.07	43.11	42.98	42.94	100.00	100.00	42.94	42.94	42.94
AS2352	120.81	107.97	103.94	102.35	101.47	168.22	159.65	140.28	107.59	100.00
AS2382	76.97	66.84	63.46	62.06	61.20	114.15	100.00	95.72	78.25	59.85
AS2390	107.86	101.21	100.22	100.07	100.00	156.68	156.68	100.00	100.00	100.00
AS2392	128.31	113.53	107.73	104.83	103.80	172.54	162.77	128.39	123.81	100.00
AS2395	118.52	108.04	104.09	102.04	101.32	162.66	155.42	126.77	106.03	100.00
AS2471	74.15	70.17	69.40	69.23	69.19	88.22	88.22	69.19	69.19	69.19
AS2472	105.57	100.94	100.19	100.06	100.00	127.51	127.51	100.00	100.00	100.00
AS2473	99.90	91.11	87.87	87.09	86.61	151.28	121.93	100.00	86.12	86.12
AS2475	104.35	100.45	100.08	100.00	100.00	168.98	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2477	34.80	32.50	32.26	32.26	32.26	100.00	32.26	32.26	32.26	32.26
AS2481	100.08	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2484	101.06	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2552	112.29	99.48	94.58	92.24	90.21	150.97	138.97	132.55	100.00	86.89
AS2553	50.15	41.73	38.94	38.00	37.63	100.00	90.91	90.91	37.23	37.23
AS2556	45.88	41.51	39.56	38.41	37.92	61.81	58.74	46.62	45.05	36.73
AS2557	57.94	48.31	44.47	43.08	42.59	106.29	100.00	100.00	41.90	41.90
AS2558	70.18	60.88	57.25	54.52	53.12	101.06	95.53	92.50	68.49	50.08
AS2559	65.79	55.38	52.11	50.83	49.93	115.35	100.00	71.35	49.07	49.07
AS2560	79.49	70.92	67.62	65.34	64.24	107.33	100.00	90.03	88.57	62.36
AS2562	100.65	100.00	100.04	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2563	100.06	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2582	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2586	112.92	103.70	100.91	100.15	99.84	144.75	133.30	122.05	100.00	99.51
AS2592	101.80	100.18	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2650	75.07	66.71	63.00	61.18	59.95	102.42	95.44	93.85	72.80	57.19
AS2651	44.62	40.47	39.15	38.66	38.56	86.20	51.68	51.68	38.49	38.49
AS2654	117.59	107.18	103.47	101.33	100.96	157.00	152.64	135.08	102.34	100.00
AS2655	114.17	105.99	103.38	101.90	101.58	157.58	125.77	112.45	104.94	100.00
AS2758	96.92	85.64	83.28	82.22	81.75	202.40	100.00	100.00	81.54	81.54
AS2759	83.69	72.96	69.61	68.73	68.25	137.52	100.00	81.76	67.51	67.51
AS2761	89.86	82.08	78.65	76.91	75.78	119.07	109.25	100.00	91.31	74.45
AS2762	107.13	101.43	100.24	100.12	100.05	110.85	110.85	100.00	100.00	100.00

SS: DMU sin solución posible.

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con STATA 11

Fronteras Parciales para el año 2007

DMU	Orden-m (10)	Orden-m (20)	Orden-m (30)	Orden-m (40)	Orden-m (50)	Orden-α (80)	Orden-α (85)	Orden-α (90)	Orden-α (95)	Orden-α (100)
AS2212	101.30	100.17	100.00	100.00	100.00	114.66	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2231	108.56	103.28	101.92	101.11	100.71	120.76	115.93	112.42	102.16	100.00
AS2232	125.83	110.05	104.37	102.23	101.24	190.15	189.21	153.22	100.00	100.00
AS2233	96.91	85.04	80.63	77.44	76.51	136.06	123.96	109.84	97.24	72.51
AS2235	130.92	121.58	114.63	109.59	107.57	151.89	151.61	149.76	144.74	100.00
AS2251	121.24	110.16	105.97	103.60	102.22	174.37	149.69	133.43	132.55	100.00
AS2252	78.79	71.95	68.25	67.21	66.04	100.00	99.48	95.65	72.16	63.90
AS2253	121.33	107.87	103.94	101.58	100.80	170.04	156.28	156.28	100.00	100.00
AS2254	100.39	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2256	108.88	103.34	101.88	101.04	100.58	123.63	115.64	109.13	100.00	100.00
AS2272	102.74	100.29	100.00	100.00	100.00	134.91	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2273	100.15	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2274	128.54	114.11	108.01	104.21	102.70	171.56	166.97	160.48	148.84	100.00
AS2276	118.70	105.63	102.16	100.80	100.46	240.95	139.67	139.67	100.00	100.00
AS2277	128.89	113.77	108.59	105.80	103.52	199.99	177.60	130.19	128.93	100.00
AS2278	105.78	100.74	100.05	100.00	100.00	209.66	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2281	112.12	101.76	100.92	100.14	100.00	153.85	153.85	100.00	100.00	100.00
AS2332	144.17	123.50	113.49	109.53	105.80	232.97	199.21	181.90	170.68	100.00
AS2333	146.47	124.06	114.93	108.56	105.49	244.77	202.42	180.43	165.75	100.00
AS2334	92.83	87.12	84.62	83.55	83.02	114.06	100.00	95.23	82.35	82.35
AS2339	144.08	124.88	114.91	109.99	106.17	196.15	195.40	161.22	155.97	100.00
AS2351	103.03	100.74	100.32	100.09	100.04	111.12	102.00	102.00	100.00	100.00
AS2352	112.84	102.40	98.55	97.33	96.32	155.38	146.72	117.50	100.00	93.77
AS2382	110.70	103.70	101.12	100.64	100.38	158.75	139.30	109.46	100.00	100.00
AS2390	115.64	105.76	101.46	100.78	100.37	170.12	145.03	145.03	100.00	100.00
AS2392	156.00	131.54	120.55	111.48	109.04	248.07	221.12	193.68	182.34	100.00
AS2395	137.41	118.63	113.31	107.85	105.00	192.53	159.69	154.56	154.42	100.00
AS2471	82.25	79.01	77.96	77.61	77.55	96.65	92.55	78.93	77.41	77.41
AS2472	119.22	106.65	103.16	101.42	100.59	167.67	141.02	141.02	100.00	100.00
AS2473	111.82	103.36	100.07	98.88	98.02	141.52	132.13	121.45	100.00	97.09
AS2475	101.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2477	99.48	98.53	98.37	98.34	98.33	100.00	100.00	98.33	98.33	98.33
AS2481	100.82	100.06	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2484	100.86	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2552	120.34	109.50	106.31	104.14	103.00	150.35	141.31	130.12	109.72	100.00
AS2553	102.75	100.26	100.05	100.01	100.01	115.01	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2556	55.23	51.28	49.65	48.63	48.02	68.94	64.99	59.38	55.43	47.10
AS2557	105.12	101.06	100.25	100.02	100.02	128.98	128.98	100.00	100.00	100.00
AS2558	83.22	78.03	75.97	75.06	74.48	101.16	92.42	92.42	76.38	73.65
AS2559	72.01	64.69	62.25	61.41	60.93	100.00	94.41	67.34	60.44	60.44
AS2560	97.06	91.77	89.27	87.62	87.00	111.40	108.16	100.32	100.00	85.32
AS2562	101.19	100.05	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2563	100.07	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2582	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2586	116.28	106.82	103.83	101.98	101.39	146.90	141.56	132.16	117.65	100.00
AS2592	95.52	95.08	95.03	95.03	95.03	100.00	95.03	95.03	95.03	95.03
AS2650	103.37	94.27	91.83	90.41	89.59	157.65	112.14	100.87	100.00	88.12
AS2651	96.44	95.53	95.32	95.30	95.29	100.00	100.00	95.28	95.28	95.28
AS2654	121.40	109.00	103.28	100.84	99.37	150.10	144.06	141.18	124.91	95.77
AS2655	120.56	107.45	103.61	101.45	100.62	177.58	170.49	121.77	115.65	99.40
AS2758	128.65	112.80	105.79	102.47	101.22	187.69	184.02	174.77	100.00	100.00
AS2759	119.25	107.97	103.56	101.71	100.80	177.13	149.55	136.05	100.00	100.00
AS2761	146.17	119.63	109.41	104.29	103.42	273.24	268.07	211.85	100.00	100.00
AS2762	106.30	100.61	100.05	100.00	100.00	221.76	100.00	100.00	100.00	100.00

SS: DMU sin solución posible.

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con STATA 11

Fronteras Parciales para el año 2008

DMU	Orden-m (10)	Orden-m (20)	Orden-m (30)	Orden-m (40)	Orden-m (50)	Orden- α (80)	Orden- α (85)	Orden- α (90)	Orden- α (95)	Orden- α (100)
AS2212	101.09	100.07	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2231	123.24	117.51	108.44	104.94	103.07	166.57	138.14	133.75	132.43	100.00
AS2232	118.91	109.61	104.83	102.39	101.09	142.70	134.52	130.26	100.00	100.00
AS2233	97.01	86.67	83.10	80.96	79.38	156.36	129.59	100.00	84.94	76.61
AS2235	124.84	112.06	106.62	104.37	102.74	159.78	150.20	141.47	104.90	100.00
AS2251	111.91	104.78	102.49	101.53	100.56	124.46	120.77	114.19	100.00	100.00
AS2252	84.77	76.60	73.17	70.66	68.68	106.08	105.02	98.15	84.27	65.86
AS2253	114.23	103.39	100.96	100.26	100.10	148.79	148.79	100.00	100.00	100.00
AS2254	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2256	108.69	103.82	101.82	100.83	100.38	129.84	119.92	113.91	100.00	100.00
AS2272	100.38	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2273	78.29	77.98	77.98	77.98	77.98	77.98	77.98	77.98	77.98	77.98
AS2274	135.65	117.24	108.81	105.32	103.45	182.92	171.99	167.67	165.87	100.00
AS2276	124.20	107.92	103.34	101.34	100.27	236.93	154.25	154.25	100.00	100.00
AS2277	129.19	110.73	105.22	103.30	101.70	204.74	176.62	139.33	100.00	100.00
AS2278	107.16	100.85	100.08	100.00	100.00	161.51	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2281	109.07	101.51	100.19	100.00	100.00	146.83	146.83	100.00	100.00	100.00
AS2332	145.36	122.36	112.62	108.30	104.37	209.10	202.46	185.04	173.45	100.00
AS2333	141.81	120.03	112.87	108.30	105.72	217.43	193.86	173.45	120.70	100.00
AS2334	89.60	84.52	82.90	82.20	81.73	110.91	100.00	94.18	86.41	81.24
AS2339	143.20	123.66	115.13	108.68	106.89	192.44	176.56	167.13	160.20	100.00
AS2351	56.95	49.54	46.68	45.81	45.00	89.34	69.64	65.08	44.36	44.36
AS2352	108.24	98.35	94.52	92.32	90.80	162.00	125.67	113.65	100.00	86.40
AS2382	120.15	106.20	101.54	100.76	100.25	220.67	172.09	172.09	100.00	100.00
AS2390	111.07	103.01	100.54	100.14	100.11	153.97	153.97	100.00	100.00	100.00
AS2392	166.28	138.88	125.68	118.22	112.47	231.82	222.24	215.85	201.49	100.00
AS2395	147.71	124.21	115.97	111.97	107.26	190.14	187.73	175.98	173.50	100.00
AS2471	98.62	96.56	96.14	95.95	95.89	102.26	100.00	100.00	95.82	95.82
AS2472	113.16	103.81	101.73	100.41	100.17	147.99	131.55	131.55	100.00	100.00
AS2473	115.94	108.98	104.58	103.39	102.35	137.47	126.87	125.61	116.46	100.00
AS2475	101.28	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2477	96.97	96.45	96.40	96.40	96.40	100.00	96.40	96.40	96.40	96.40
AS2481	101.60	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2484	100.78	100.06	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2552	101.38	95.31	92.94	91.79	91.01	126.37	116.60	102.74	93.83	89.61
AS2553	77.60	73.78	71.29	70.79	70.49	95.72	95.23	95.23	70.27	70.27
AS2556	62.01	57.29	55.35	54.59	54.36	78.33	70.41	67.12	61.38	53.67
AS2557	112.12	103.86	101.46	100.44	100.24	146.15	128.24	128.24	100.00	100.00
AS2558	78.24	70.38	67.30	65.58	64.42	100.00	89.54	81.73	80.99	62.14
AS2559	65.04	59.69	58.63	58.05	57.89	94.78	63.53	63.16	57.62	57.62
AS2560	108.18	103.78	102.06	101.32	100.66	114.62	114.41	113.19	100.00	100.00
AS2562	100.51	100.04	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2563	100.10	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2582	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2586	113.57	106.45	102.95	101.36	100.61	131.52	131.24	127.35	100.00	100.00
AS2592	100.40	100.02	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2650	95.41	88.46	85.02	83.40	82.58	114.84	100.00	99.07	96.47	80.48
AS2651	94.85	93.05	92.50	92.32	92.29	100.00	98.03	98.03	92.27	92.27
AS2654	120.12	107.77	102.97	100.98	99.99	163.51	152.29	141.02	100.00	98.49
AS2655	120.67	109.49	105.38	103.17	102.55	174.54	156.98	118.02	109.65	100.00
AS2758	112.04	103.32	101.20	100.55	100.22	160.19	160.19	107.01	100.00	100.00
AS2759	94.60	88.90	86.79	86.20	85.68	103.87	102.20	100.00	91.83	84.81
AS2761	140.78	113.84	105.82	101.94	100.84	309.63	247.29	247.29	100.00	100.00
AS2762	105.94	100.75	100.11	100.00	100.00	232.29	100.00	100.00	100.00	100.00

SS: DMU sin solución posible.

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con STATA 11

Fronteras Parciales para el año 2009

DMU	Orden-m (10)	Orden-m (20)	Orden-m (30)	Orden-m (40)	Orden-m (50)	Orden- α (80)	Orden- α (85)	Orden- α (90)	Orden- α (95)	Orden- α (100)
AS2212	102.03	100.17	100.02	100.00	100.00	119.92	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2231	115.65	107.34	104.10	102.63	101.30	157.65	129.52	127.41	110.51	100.00
AS2232	114.22	106.96	103.19	101.86	101.22	149.11	133.36	125.72	115.67	100.00
AS2233	103.48	95.40	91.88	90.35	89.25	137.37	128.13	103.28	98.07	86.10
AS2235	133.40	121.57	115.45	111.23	108.16	163.24	161.42	151.54	142.55	100.00
AS2251	112.88	105.03	102.66	101.44	100.87	150.31	121.89	116.05	105.70	100.00
AS2252	75.28	68.83	65.63	63.90	63.00	91.79	90.05	81.76	73.98	61.19
AS2253	114.34	104.08	101.80	100.86	100.36	168.36	123.32	123.32	100.00	100.00
AS2254	100.16	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2256	101.76	99.62	99.10	98.94	98.87	110.46	105.16	101.68	100.00	98.76
AS2272	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2273	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2274	126.76	110.63	106.48	103.74	101.79	176.23	159.94	156.12	100.00	100.00
AS2276	120.50	106.20	102.68	100.63	100.27	221.31	179.86	179.86	100.00	100.00
AS2277	129.35	111.54	105.22	103.37	101.80	222.14	214.54	146.32	133.62	100.00
AS2278	106.34	100.94	100.03	100.03	100.00	147.56	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2281	83.52	74.06	70.15	69.02	68.32	121.78	121.78	100.00	67.71	67.71
AS2332	142.34	115.57	108.33	104.17	101.83	260.06	221.92	198.48	100.00	100.00
AS2333	135.82	117.28	109.47	105.81	104.03	196.58	190.81	164.43	113.82	100.00
AS2334	75.31	70.48	68.94	68.66	68.43	100.00	85.70	73.18	69.82	68.13
AS2339	147.33	128.90	119.33	112.86	109.39	203.05	197.21	164.77	149.93	100.00
AS2351	76.05	68.38	65.78	64.46	63.84	103.85	100.00	79.35	63.08	63.08
AS2352	99.66	88.25	84.05	82.33	81.39	141.19	130.28	114.42	86.89	78.18
AS2382	116.00	103.70	100.49	100.29	100.05	194.52	194.52	100.00	100.00	100.00
AS2390	107.16	101.31	100.36	100.04	100.00	167.45	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2392	156.91	132.25	120.96	114.41	109.43	226.07	220.11	215.90	169.71	100.00
AS2395	127.74	110.04	104.39	102.24	101.00	189.92	188.46	146.44	100.10	100.00
AS2471	89.04	85.81	84.99	84.53	84.44	100.00	97.15	97.15	84.40	84.40
AS2472	110.02	103.00	100.79	100.10	100.07	160.78	142.60	101.13	100.00	100.00
AS2473	108.38	104.06	102.46	101.48	100.85	119.35	113.77	113.57	102.95	100.00
AS2475	103.16	100.10	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2477	85.53	83.40	83.03	82.96	82.93	90.30	90.30	82.92	82.92	82.92
AS2481	101.71	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2484	101.64	100.13	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2552	101.65	97.04	95.48	94.72	94.25	110.03	104.10	102.50	99.55	92.78
AS2553	98.70	98.40	98.37	98.36	98.36	100.00	98.60	98.60	98.36	98.36
AS2556	52.77	48.71	47.55	47.06	46.79	81.21	66.69	59.46	48.85	46.59
AS2557	116.63	105.64	102.22	100.95	100.61	158.78	152.21	116.30	100.00	100.00
AS2558	79.29	74.26	72.96	72.56	72.31	98.28	91.90	74.79	73.40	71.95
AS2559	69.37	63.07	61.24	60.71	60.48	100.00	95.97	85.30	61.70	60.23
AS2560	92.12	88.41	87.16	86.39	85.83	100.00	96.68	93.42	90.74	84.54
AS2562	82.95	81.29	81.03	81.03	81.03	100.00	81.03	81.03	81.03	81.03
AS2563	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2582	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2586	112.09	104.60	101.89	100.72	100.26	136.19	131.27	131.27	100.00	100.00
AS2592	99.81	99.70	99.70	99.70	99.70	100.00	99.70	99.70	99.70	99.70
AS2650	85.74	80.32	78.20	77.37	76.92	102.56	100.00	85.14	81.32	76.11
AS2651	94.25	92.35	92.02	91.88	91.88	100.00	100.00	91.86	91.86	91.86
AS2654	127.35	114.37	108.98	106.54	104.06	163.31	160.72	146.53	115.97	100.00
AS2655	128.47	115.43	108.95	106.38	103.91	159.78	158.24	156.40	119.57	100.00
AS2758	116.88	104.78	102.00	100.60	100.24	179.33	166.25	166.25	100.00	100.00
AS2759	106.01	101.37	100.48	100.32	100.15	146.10	105.65	103.61	100.00	100.00
AS2761	143.78	118.75	109.64	104.56	102.80	264.30	217.14	186.70	100.00	100.00
AS2762	125.28	107.26	102.60	100.65	100.05	229.73	216.69	216.69	100.00	100.00

SS: DMU sin solución posible.

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con STATA 11

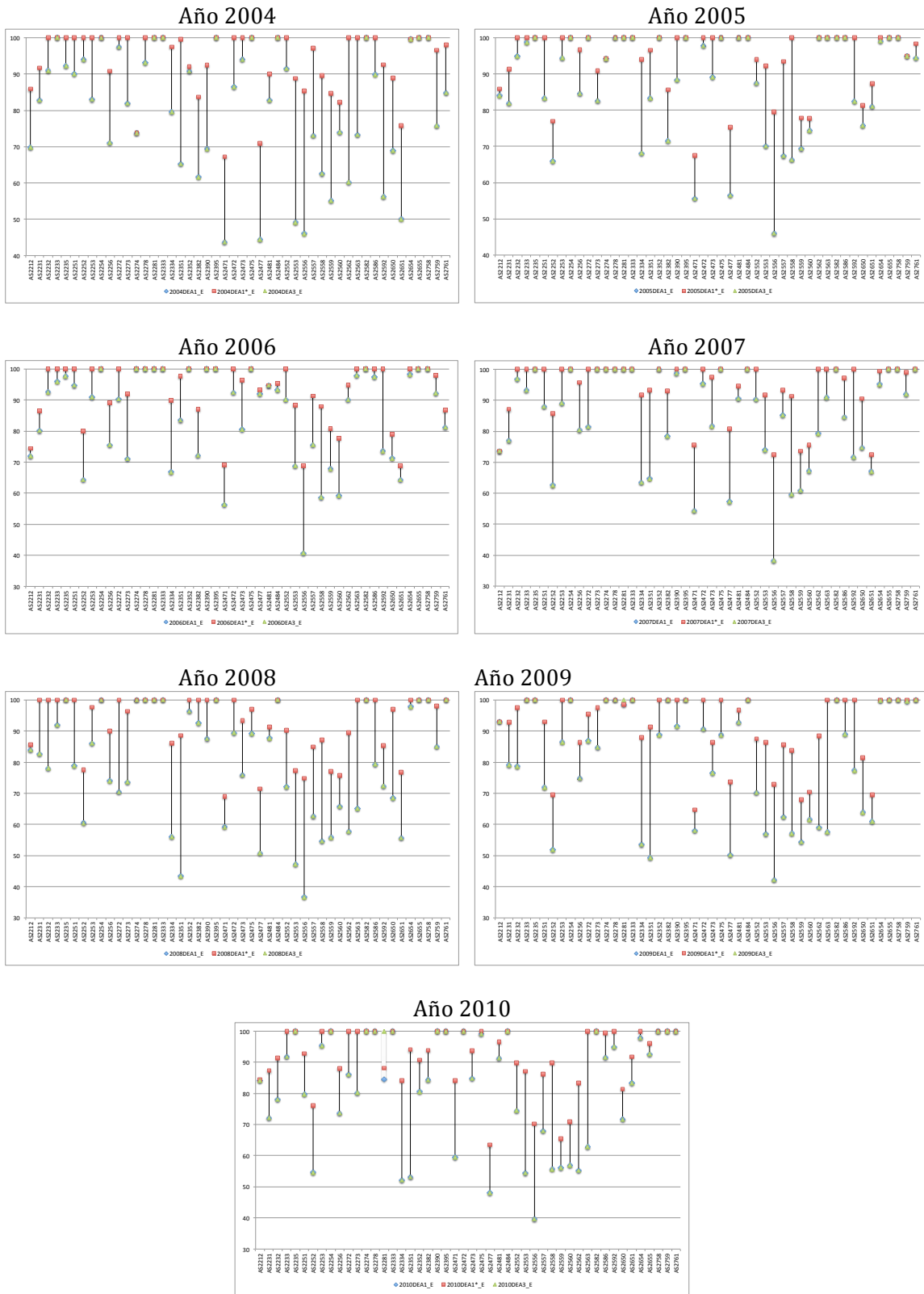
Fronteras Parciales para el año 2010

DMU	Orden-m (10)	Orden-m (20)	Orden-m (30)	Orden-m (40)	Orden-m (50)	Orden- α (80)	Orden- α (85)	Orden- α (90)	Orden- α (95)	Orden- α (100)
AS2212	101.74	100.16	100.04	100.00	100.00	115.12	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2231	110.10	104.85	103.10	102.06	101.22	122.21	117.99	112.45	111.67	100.00
AS2232	105.02	101.16	100.25	100.06	100.03	118.17	118.17	100.00	100.00	100.00
AS2233	93.33	85.79	82.60	80.58	79.94	124.38	102.98	100.00	91.86	76.07
AS2235	130.12	114.21	109.66	105.69	104.12	166.97	158.14	154.00	114.98	100.00
AS2251	117.14	107.38	104.22	102.14	101.68	132.32	129.76	123.95	100.00	100.00
AS2252	73.33	65.78	61.57	59.37	58.44	97.20	91.14	88.22	83.60	56.04
AS2253	105.73	100.83	100.21	100.03	100.00	152.14	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2254	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2256	103.01	100.08	99.39	99.14	99.06	116.55	105.59	101.30	100.00	98.87
AS2272	101.19	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2273	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2274	136.32	118.08	109.54	106.19	103.22	190.16	173.76	173.25	160.58	100.00
AS2276	105.72	100.86	100.05	100.00	100.00	199.90	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2277	119.86	106.53	102.54	100.82	100.61	222.86	143.05	143.05	100.00	100.00
AS2278	100.34	100.08	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2281	92.46	83.03	80.09	78.33	77.59	130.96	129.13	100.00	76.89	76.89
AS2332	146.78	126.18	115.40	109.28	105.35	210.82	206.95	202.94	152.86	100.00
AS2333	149.47	127.73	116.37	110.03	108.10	211.71	193.93	190.18	181.67	100.00
AS2334	82.42	75.75	74.07	73.50	73.22	110.73	100.00	82.77	76.87	72.79
AS2339	155.28	127.49	117.63	110.59	106.63	249.12	243.02	232.14	141.09	100.00
AS2351	78.00	71.50	68.72	66.72	66.03	102.64	100.00	88.73	65.21	65.21
AS2352	92.16	82.65	79.96	78.67	77.98	132.94	113.79	98.75	80.65	76.53
AS2382	104.26	100.59	100.14	100.04	100.00	107.67	107.67	100.00	100.00	100.00
AS2390	104.43	100.31	100.08	100.00	100.00	162.41	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2392	145.25	126.31	115.99	111.61	108.06	204.30	203.23	160.17	150.11	100.00
AS2395	150.13	126.59	113.45	108.37	105.99	211.82	208.61	205.41	201.44	100.00
AS2471	79.45	77.97	77.60	77.50	77.50	84.27	84.27	77.49	77.49	77.49
AS2472	104.28	100.70	100.13	100.04	100.04	111.13	111.13	100.00	100.00	100.00
AS2473	111.53	105.20	102.19	101.09	100.54	134.71	132.80	118.03	100.00	100.00
AS2475	103.77	100.75	100.15	100.02	100.00	128.20	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2477	74.61	69.43	68.57	67.95	67.84	95.39	95.39	67.80	67.80	67.80
AS2481	101.10	100.09	100.02	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2484	100.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2552	109.78	100.51	97.08	95.20	93.78	152.61	119.16	117.08	100.00	91.78
AS2553	96.11	94.97	94.76	94.65	94.60	100.00	96.67	96.67	94.59	94.59
AS2556	51.28	46.67	44.96	44.21	43.65	67.96	65.79	59.13	48.31	43.18
AS2557	108.41	102.83	101.08	100.56	100.18	128.18	114.63	114.63	100.00	100.00
AS2558	78.30	69.63	66.24	64.34	63.29	100.00	87.02	83.63	82.43	60.14
AS2559	62.48	54.98	51.70	50.56	49.87	87.83	86.58	70.90	67.76	48.75
AS2560	76.37	69.42	66.26	64.83	63.75	100.00	96.43	85.75	66.93	62.09
AS2562	76.88	76.08	76.03	76.03	76.03	76.03	76.03	76.03	76.03	76.03
AS2563	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2582	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2586	108.43	103.04	101.47	100.72	100.46	128.52	118.12	106.29	100.00	100.00
AS2592	100.84	100.08	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2650	89.03	80.77	78.19	76.66	75.82	113.84	104.51	100.00	88.70	74.70
AS2651	100.24	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2654	123.50	111.51	106.39	104.22	102.59	170.55	138.95	131.23	106.03	100.00
AS2655	120.23	106.75	101.87	99.14	97.95	163.37	162.89	146.30	100.00	96.63
AS2758	113.59	106.67	103.09	102.09	101.11	137.33	129.21	116.27	100.00	100.00
AS2759	121.25	108.39	104.82	101.62	100.94	162.44	162.44	155.83	100.00	100.00
AS2761	128.05	114.39	107.98	105.07	102.77	194.76	149.73	145.59	140.71	100.00
AS2762	132.37	112.08	105.00	102.24	101.11	224.58	208.71	208.71	100.00	100.00

SS: DMU sin solución posible.

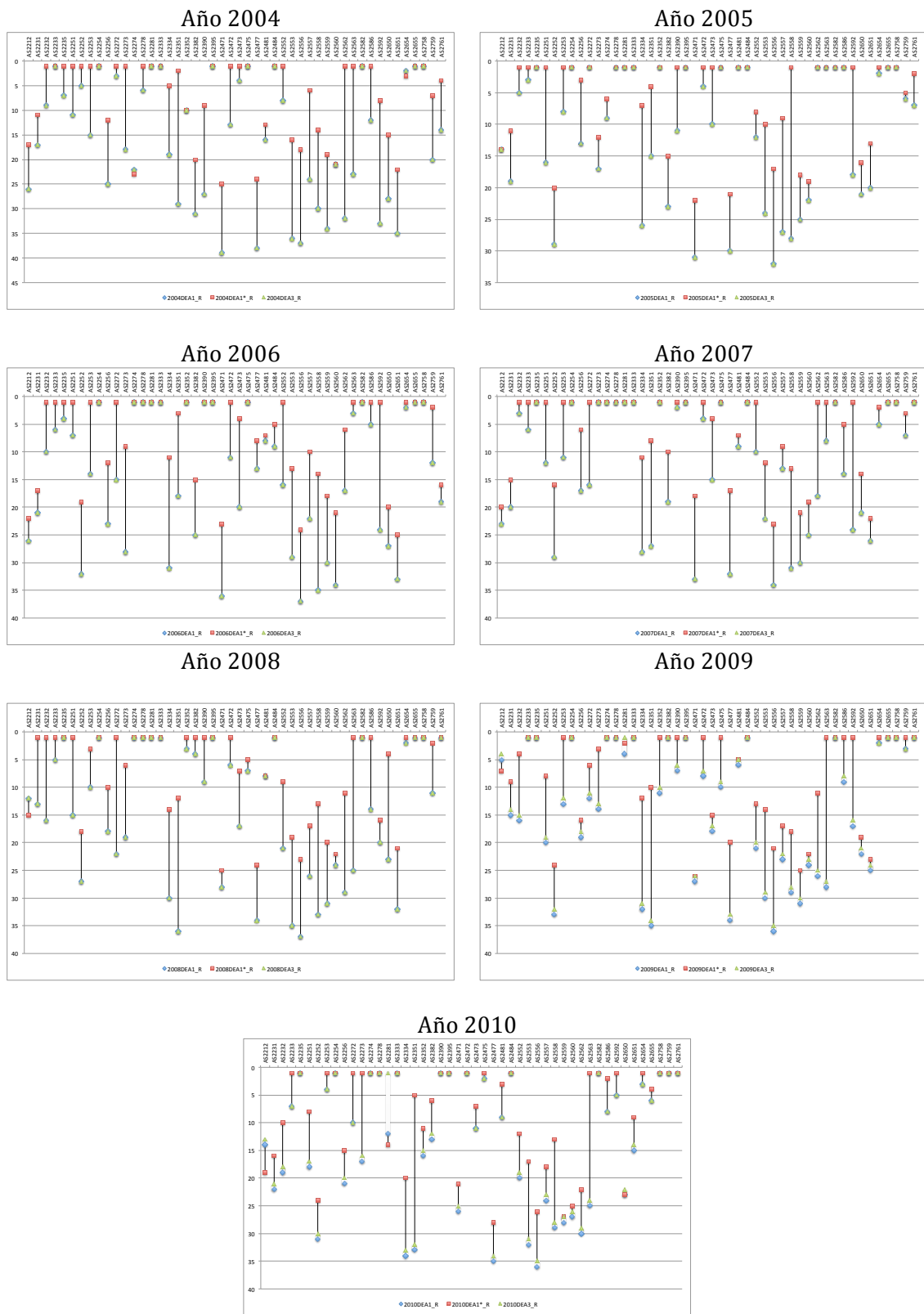
Elaborado a partir de los resultados obtenidos con STATA 11

Anexo 8 Eficiencia de las DMU por año: DEA



Elaborados a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3-1

Anexo 9 Ranking según eficiencia de las DMU por año: DEA



Elaborados a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3-1

Anexo 10 Vector Intensidad por DMU por Año: DEA

Vectores de Intensidades: 2004											
DMU	AS2233	AS2254	AS2281	AS2333	AS2395	AS2475	AS2484	AS2582	AS2655	AS2758	RVE
AS2212	-	-	-	-	0.56	-	-	-	0.07	0.38	1
AS2231	-	-	-	0.62	0.06	-	-	-	0.16	0.16	1
AS2232	-	-	-	0.22	0.59	-	-	-	-	0.19	1
AS2233	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2235	-	-	-	0.13	0.11	-	-	-	0.73	0.03	1
AS2251	-	-	-	0.32	0.45	-	-	-	-	0.23	1
AS2252	-	-	0.23	-	0.60	-	-	-	-	0.17	1
AS2253	-	-	-	0.50	0.12	-	-	-	0.05	0.33	1
AS2254	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2256	-	-	-	-	0.37	-	-	-	0.28	0.35	1
AS2272	-	0.38	-	-	-	-	0.32	-	-	0.30	1
AS2273	-	-	0.02	-	0.20	0.34	-	0.41	-	0.03	1
AS2274	-	-	0.10	-	0.39	0.02	-	-	-	0.49	1
AS2278	-	-	0.40	-	0.33	-	-	0.11	-	0.16	1
AS2281	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2333	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	1
AS2334	-	-	-	0.33	0.12	-	-	-	-	0.55	1
AS2351	-	-	-	-	-	-	-	0.21	-	0.79	1
AS2352	0.45	-	-	0.41	-	-	-	-	0.13	-	1
AS2382	-	-	-	0.08	0.21	-	-	-	0.27	0.43	1
AS2390	-	0.36	-	-	0.26	-	-	-	-	0.38	1
AS2395	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	1
AS2471	-	-	0.24	-	-	-	-	-	0.09	0.67	1
AS2472	-	-	0.28	-	0.15	0.13	-	0.22	-	0.21	1
AS2473	-	-	-	-	0.67	-	-	0.10	-	0.23	1
AS2475	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	1
AS2477	-	-	-	-	-	-	-	0.15	-	0.85	1
AS2481	-	-	0.05	-	0.18	-	-	0.63	-	0.14	1
AS2484	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	1
AS2552	-	-	-	0.60	0.37	-	-	-	-	0.03	1
AS2553	-	-	-	0.17	-	-	-	-	-	0.83	1
AS2556	-	-	0.06	-	0.22	-	-	-	-	0.72	1
AS2557	-	-	-	0.27	-	-	-	-	-	0.73	1
AS2558	-	-	-	0.46	0.07	-	-	-	-	0.46	1
AS2559	-	-	-	0.10	0.03	-	-	-	-	0.87	1
AS2560	-	-	-	0.26	0.52	-	-	-	-	0.22	1
AS2562	-	-	-	-	-	-	-	0.04	-	0.96	1
AS2563	-	-	-	-	-	-	-	0.56	-	0.44	1
AS2582	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	1
AS2586	-	-	0.46	-	0.26	-	-	-	-	0.28	1
AS2592	-	-	0.03	-	0.04	0.14	-	0.40	-	0.38	1
AS2650	-	-	0.11	-	0.19	-	-	-	0.07	0.63	1
AS2651	-	-	-	-	-	-	-	0.02	-	0.98	1
AS2654	0.33	-	-	0.05	-	-	-	-	0.62	-	1
AS2655	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	1
AS2758	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	1
AS2759	-	-	0.09	-	-	-	-	-	0.17	0.74	1
AS2761	-	-	-	-	-	-	-	-	0.34	0.66	1
Frecuencia	3	3	13	16	26	5	2	12	13	37	

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

Vectores de Intensidades: 2005

DIVU	AS2235	AS2254	AS2272	AS2278	AS2281	AS2333	AS2352	AS2395	AS2475	AS2481	AS2484	AS2562	AS2563	AS2582	AS2586	AS2655	AS2758	RVE	
AS2212	-	0.15	-	0.75	-	-	-	0.01	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.09	1
AS2231	-	-	-	-	-	0.42	-	0.28	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.30	1
AS2232	-	-	-	0.13	-	-	-	0.60	-	-	-	-	-	-	0.01	-	-	0.26	1
AS2233	-	-	-	-	0.04	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.96	-	-	1
AS2235	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2251	-	-	-	-	-	-	-	0.51	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.49	1
AS2252	0.02	-	-	-	-	-	-	0.75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.23	1
AS2253	-	-	-	-	-	0.18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.82	1
AS2254	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2256	-	-	-	0.42	-	-	-	0.36	-	-	-	-	-	-	0.14	-	-	0.08	1
AS2272	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2273	-	0.34	-	0.09	-	-	-	0.20	0.37	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2274	-	-	-	0.36	-	-	-	0.37	-	-	-	-	-	-	0.27	-	-	-	1
AS2278	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2281	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2333	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2334	-	-	-	-	-	0.24	-	0.13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.63	1
AS2351	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.25	0.19	-	-	-	0.56	1
AS2352	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2382	-	-	-	0.15	-	-	-	0.14	-	-	-	-	-	-	0.18	-	-	0.53	1
AS2390	-	0.46	-	-	-	-	-	0.18	0.16	-	-	-	-	-	-	-	-	0.20	1
AS2395	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2471	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.21	0.76	-	-	0.04	1
AS2472	-	-	-	0.44	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.32	0.25	-	-	-	1
AS2473	-	-	-	0.09	0.09	-	-	0.76	-	-	-	-	-	0.06	-	-	-	-	1
AS2475	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2477	-	-	-	-	-	-	-	-	0.14	-	-	-	-	0.15	-	-	-	0.71	1
AS2481	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2484	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2552	-	-	-	-	-	-	-	0.13	-	-	-	-	-	-	0.72	0.15	-	-	1
AS2553	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.05	0.24	-	-	-	0.71	1
AS2556	-	-	-	-	-	-	-	0.08	-	-	-	-	-	-	0.39	-	-	0.53	1
AS2557	-	-	0.05	-	-	-	-	-	-	-	-	0.02	-	-	-	-	-	0.93	1
AS2558	-	-	-	-	-	0.19	-	0.25	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.55	1
AS2559	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.18	0.20	-	-	0.62	1
AS2560	-	-	-	-	-	-	-	0.51	-	-	-	-	-	0.41	-	-	-	0.09	1
AS2562	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	1
AS2563	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	1
AS2582	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	1
AS2586	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	1
AS2592	-	-	-	-	-	-	-	-	0.29	-	-	-	-	0.29	0.35	-	-	0.07	1
AS2650	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.30	-	-	-	0.70	1
AS2651	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.28	0.13	-	-	-	0.59	1
AS2654	-	-	-	-	0.08	-	-	0.21	-	-	-	-	-	-	0.03	0.68	-	-	1
AS2655	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	1
AS2758	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	1
AS2759	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.24	0.40	-	-	0.35	1
AS2761	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.29	0.16	-	-	0.56	1
Frecuencia	2	4	2	9	4	5	1	17	3	4	4	2	4	10	17	5	5	25	

Vectores de Intensidades: 2006

Name	AS2254	AS2274	AS2278	AS2281	AS2333	AS2352	AS2390	AS2395	AS2475	AS2582	AS2655	AS2758	RVE
AS2212	-	-	0.70	-	-	-	-	-	-	0.03	-	0.28	1
AS2231	-	-	-	-	0.18	-	-	0.36	-	-	-	0.46	1
AS2232	-	0.46	-	-	-	0.04	0.49	-	-	-	-	-	1
AS2233	-	0.48	-	-	-	0.41	-	0.10	-	-	-	-	1
AS2235	-	-	0.31	-	-	-	-	-	-	-	0.46	0.23	1
AS2251	-	-	-	-	-	0.10	0.44	0.39	-	-	-	0.07	1
AS2252	-	0.05	-	-	-	-	-	0.44	-	-	0.21	0.30	1
AS2253	0.10	0.09	-	-	-	-	0.14	-	-	-	-	0.67	1
AS2254	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2256	-	-	0.50	-	-	-	-	-	-	-	0.32	0.18	1
AS2272	0.32	-	-	-	-	-	-	-	-	0.31	-	0.37	1
AS2273	0.26	-	0.36	-	-	-	-	-	-	0.32	-	0.06	1
AS2274	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2278	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2281	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2333	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2334	0.09	0.34	0.02	-	-	-	-	-	-	-	-	0.55	1
AS2351	-	-	0.04	-	-	-	-	-	0.18	0.39	-	0.39	1
AS2352	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	1
AS2382	-	-	0.17	-	-	-	-	-	-	-	0.12	0.71	1
AS2390	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	1
AS2395	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	1
AS2471	-	-	0.76	-	-	-	-	-	-	0.07	-	0.17	1
AS2472	-	-	0.57	-	-	-	-	-	0.31	0.07	-	0.05	1
AS2473	-	0.40	0.17	0.10	-	-	-	-	-	-	0.32	-	1
AS2475	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	1
AS2477	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.50	-	0.50	1
AS2481	-	-	0.14	-	-	-	-	-	0.43	0.43	-	-	1
AS2484	-	-	-	-	-	-	-	-	0.39	0.30	-	0.31	1
AS2552	-	0.43	-	-	0.40	-	-	-	-	-	-	0.16	1
AS2553	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.30	-	0.70	1
AS2556	-	-	0.40	-	-	-	-	-	-	-	0.09	0.51	1
AS2557	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.19	-	0.81	1
AS2558	-	0.09	-	-	0.34	-	-	0.20	-	-	-	0.38	1
AS2559	-	-	0.05	-	-	-	-	-	-	0.14	-	0.81	1
AS2560	-	0.73	-	-	-	-	-	0.13	-	-	0.14	-	1
AS2562	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.58	-	0.42	1
AS2563	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.80	-	0.20	1
AS2582	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	1
AS2586	-	0.11	0.72	-	-	-	-	-	-	-	0.09	0.08	1
AS2592	-	-	-	-	-	-	-	-	0.51	0.27	-	0.21	1
AS2650	-	-	0.56	-	-	-	-	-	-	-	0.13	0.32	1
AS2651	-	-	0.05	-	-	-	-	-	0.37	0.23	-	0.35	1
AS2654	-	0.11	-	-	-	-	-	0.22	-	-	0.46	0.21	1
AS2655	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	1
AS2758	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	1
AS2759	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.11	-	0.89	1
AS2761	-	0.16	0.14	-	-	-	-	-	-	-	-	0.70	1
Frecuencia	5	13	18	2	4	4	4	8	7	18	11	32	

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

Vectores de Intensidades: 2007

Name	AS2235	AS2254	AS2273	AS2274	AS2278	AS2281	AS2333	AS2352	AS2395	AS2475	AS2484	AS2582	AS2655	AS2758	AS2761	RVE
AS2212	-	0.10	-	-	0.76	-	-	-	-	-	0.11	0.03	-	-	-	1
AS2231	0.40	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.17	-	0.43	1
AS2232	-	0.30	-	-	0.14	-	-	-	0.56	-	-	-	-	-	0.01	1
AS2233	-	-	-	-	-	0.10	-	-	0.90	-	-	-	-	-	-	1
AS2235	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2251	-	0.21	-	-	-	-	-	-	0.51	-	-	-	-	-	0.27	1
AS2252	-	-	-	-	0.07	0.09	-	-	-	-	-	-	0.56	-	0.28	1
AS2253	-	0.20	-	-	0.32	-	-	-	0.03	-	-	-	-	-	0.45	1
AS2254	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2256	0.05	-	-	-	0.62	-	-	-	-	-	-	-	0.22	-	0.12	1
AS2272	-	0.43	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.27	-	-	0.31	1
AS2273	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2274	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2278	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2281	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2333	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2334	0.03	-	-	-	0.42	-	-	-	-	-	-	-	0.11	-	0.44	1
AS2351	-	-	-	-	0.01	-	-	-	-	-	0.35	-	-	0.64	-	1
AS2352	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2382	-	0.32	-	-	0.21	-	-	-	0.25	-	-	-	-	-	0.22	1
AS2390	-	0.59	-	-	-	-	-	-	0.20	-	-	-	-	-	0.21	1
AS2395	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	1
AS2471	-	-	-	-	0.63	0.04	-	-	-	-	-	-	-	-	0.33	1
AS2472	-	-	-	-	0.75	-	-	-	-	-	0.13	-	-	-	0.12	1
AS2473	-	-	-	-	0.11	0.08	-	-	0.20	-	-	-	0.38	-	0.24	1
AS2475	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	1
AS2477	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.57	-	-	-	0.43	1
AS2481	-	-	-	-	0.30	-	-	-	-	-	0.58	0.13	-	-	-	1
AS2484	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	1
AS2552	-	-	-	-	-	0.12	-	-	0.29	-	-	-	-	-	0.59	1
AS2553	-	0.44	-	-	0.12	-	-	-	-	-	0.30	-	-	-	0.14	1
AS2556	0.16	-	-	-	0.39	-	-	-	-	-	-	0.10	-	-	0.35	1
AS2557	-	0.70	-	-	-	-	-	-	0.12	-	-	-	-	-	0.17	1
AS2558	-	-	-	-	0.23	0.04	-	-	-	-	-	0.22	-	-	0.51	1
AS2559	-	-	-	-	0.31	-	-	-	-	-	0.01	-	-	0.65	0.03	1
AS2560	-	-	-	-	0.08	0.35	-	-	-	-	-	-	0.03	-	0.54	1
AS2562	-	-	-	-	0.13	-	-	-	-	-	0.82	-	-	0.04	0.01	1
AS2563	-	0.21	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.71	-	-	0.08	1
AS2582	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	1
AS2586	-	-	-	-	0.49	0.17	-	-	-	-	-	-	-	-	0.34	1
AS2592	-	-	-	-	0.25	-	-	-	-	-	0.75	-	-	-	-	1
AS2650	0.24	-	-	-	0.16	-	-	-	-	-	-	-	0.04	-	0.55	1
AS2651	-	-	-	-	0.32	-	-	-	-	-	0.67	-	-	-	0.01	1
AS2654	-	-	-	-	-	-	-	0.06	-	-	-	-	0.66	-	0.27	1
AS2655	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	1
AS2758	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	1
AS2759	-	-	-	-	0.60	-	-	-	-	-	0.18	-	-	0.22	-	1
AS2761	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	1
Frecuencia	6	11	1	1	24	9	1	1	11	1	12	5	11	6	27	

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

Vectores de Intensidades: 2008

Name	AS2235	AS2254	AS2274	AS2278	AS2281	AS2333	AS2395	AS2484	AS2582	AS2655	AS2761	RVE
AS2212	-	0.39	-	0.52	0.09	-	-	-	-	-	-	1
AS2231	-	-	0.05	-	0.24	-	0.12	-	-	-	0.59	1
AS2232	-	-	-	0.14	0.19	-	0.31	-	-	-	0.36	1
AS2233	-	-	-	-	0.23	-	0.77	-	-	-	-	1
AS2235	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2251	-	0.20	0.06	-	-	-	0.43	-	-	-	0.31	1
AS2252	-	-	0.70	-	0.09	-	0.20	-	-	-	0.01	1
AS2253	-	0.46	0.11	-	-	-	0.10	-	-	-	0.33	1
AS2254	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2256	-	-	0.58	0.34	-	-	-	-	-	-	0.07	1
AS2272	-	0.46	-	-	-	-	-	-	0.18	-	0.36	1
AS2273	-	0.96	-	-	-	-	0.01	-	-	-	0.03	1
AS2274	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2278	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2281	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	1
AS2333	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	1
AS2334	-	0.09	0.45	-	-	-	0.08	-	-	-	0.38	1
AS2351	-	-	0.06	-	-	-	-	-	-	-	0.94	1
AS2352	-	-	-	-	-	0.55	0.45	-	-	-	-	1
AS2382	-	0.51	-	-	-	-	0.37	-	-	-	0.12	1
AS2390	-	0.54	-	-	-	-	0.24	-	-	-	0.22	1
AS2395	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	1
AS2471	-	-	-	0.40	-	-	-	0.05	-	-	0.55	1
AS2472	-	-	-	0.67	-	-	-	-	-	-	0.33	1
AS2473	-	-	0.61	-	0.10	-	0.07	-	-	-	0.21	1
AS2475	-	-	-	0.45	-	-	-	0.32	0.17	-	0.06	1
AS2477	-	-	-	0.09	-	-	-	0.28	0.17	-	0.46	1
AS2481	-	-	-	0.28	-	-	-	0.15	0.33	-	0.24	1
AS2484	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	1
AS2552	-	-	-	-	-	-	0.30	-	-	0.30	0.40	1
AS2553	-	0.25	-	0.13	-	-	-	-	-	-	0.62	1
AS2556	0.15	-	0.28	-	-	-	-	-	-	-	0.57	1
AS2557	-	0.32	-	-	-	-	0.14	-	-	-	0.54	1
AS2558	-	-	0.22	0.03	0.09	-	-	-	-	-	0.66	1
AS2559	-	-	-	0.19	-	-	-	-	-	-	0.81	1
AS2560	-	-	-	0.11	0.33	-	0.21	-	-	-	0.36	1
AS2562	-	0.15	-	0.02	-	-	-	-	0.35	-	0.47	1
AS2563	-	0.20	-	-	-	-	-	-	0.66	-	0.14	1
AS2582	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	1
AS2586	-	-	-	0.49	0.19	-	-	-	-	-	0.32	1
AS2592	-	-	-	0.33	-	-	-	0.53	0.10	-	0.03	1
AS2650	0.42	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.58	1
AS2651	-	-	-	0.07	-	-	-	0.23	-	-	0.70	1
AS2654	-	-	-	-	-	-	0.32	-	-	0.53	0.15	1
AS2655	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	1
AS2758	-	-	-	-	-	-	-	0.06	-	-	0.94	1
AS2759	-	-	0.15	0.21	-	-	-	-	-	-	0.64	1
AS2761	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	1
Frecuencia	3	13	12	18	10	2	17	8	8	3	35	

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

Vectores de Intensidades: 2009

Name	AS2233	AS2235	AS2254	AS2274	AS2278	AS2281	AS2333	AS2382	AS2395	AS2484	AS2582	AS2655	AS2758	AS2761	RVE
AS2212	-	-	0.58	-	0.30	-	-	-	0.12	-	-	-	-	-	1
AS2231	-	0.14	-	-	-	-	-	-	0.41	-	-	-	0.39	0.06	1
AS2232	-	-	-	-	-	-	-	-	0.48	-	-	0.10	0.42	-	1
AS2233	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2235	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2251	-	0.02	-	-	-	-	-	-	0.44	-	-	-	0.12	0.43	1
AS2252	-	0.02	-	-	-	-	-	-	0.53	-	-	0.35	0.09	-	1
AS2253	-	0.02	-	-	-	-	-	-	0.13	-	-	-	0.64	0.21	1
AS2254	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2256	-	0.17	-	0.51	-	-	-	-	-	-	-	-	0.32	-	1
AS2272	-	-	0.49	-	-	-	-	-	-	-	0.34	-	0.01	0.16	1
AS2273	-	-	0.77	-	-	-	-	-	-	-	0.19	-	-	0.04	1
AS2274	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2278	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2281	-	-	-	-	0.54	-	-	-	-	0.46	-	-	-	-	1
AS2333	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2334	-	0.28	-	-	-	-	-	-	0.19	-	-	-	0.27	0.27	1
AS2351	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.08	-	-	0.39	0.53	1
AS2352	-	-	-	-	-	-	0.38	-	0.62	-	-	-	-	-	1
AS2382	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	1
AS2390	-	-	0.37	-	-	-	-	0.41	-	-	-	-	0.04	0.18	1
AS2395	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	1
AS2471	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.15	-	-	0.85	-	1
AS2472	-	0.10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.11	0.79	-	1
AS2473	-	0.13	-	-	-	-	-	-	0.15	-	-	0.48	0.25	-	1
AS2475	-	-	0.14	-	-	-	-	-	-	-	0.15	-	0.71	-	1
AS2477	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.55	-	-	0.12	0.33	1
AS2481	-	-	-	-	-	-	-	-	0.19	0.21	-	-	0.60	-	1
AS2484	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	1
AS2552	-	0.35	-	-	-	-	-	-	0.24	-	-	-	-	0.40	1
AS2553	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.09	-	-	0.85	0.05	1
AS2556	-	0.21	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.68	0.11	1
AS2557	-	-	0.08	-	-	-	-	-	-	-	0.09	-	0.01	0.81	1
AS2558	-	0.16	-	-	-	-	-	-	0.17	-	-	-	0.39	0.28	1
AS2559	-	0.16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.81	0.03	1
AS2560	-	-	-	-	-	-	-	-	0.19	-	-	0.56	0.25	-	1
AS2562	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.55	-	-	0.38	0.06	1
AS2563	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.13	0.64	-	0.17	0.06	1
AS2582	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	1
AS2586	-	-	-	-	0.36	-	-	-	0.27	-	-	-	0.37	-	1
AS2592	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.42	-	-	0.58	-	1
AS2650	-	0.35	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.17	0.47	1
AS2651	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.42	-	-	0.39	0.19	1
AS2654	-	0.35	-	-	-	-	-	-	0.55	-	-	-	0.04	0.06	1
AS2655	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	1
AS2758	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	1
AS2759	-	0.06	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.94	-	1
AS2761	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	1
Frecuencia	1	16	7	2	4	-	2	2	16	10	7	6	31	21	1

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

Vectores de Intensidades: 2010

Name	AS2235	AS2254	AS2274	AS2278	AS2281	AS2333	AS2390	AS2395	AS2472	AS2484	AS2582	AS2758	AS2759	AS2761	RVE
AS2212	-	0.24	0.14	0.51	-	-	-	-	-	-	-	-	0.11	-	1
AS2231	-	-	0.33	-	-	-	-	0.29	-	-	-	-	0.22	0.15	1
AS2232	-	0.33	-	0.25	-	-	-	0.42	-	-	-	-	-	-	1
AS2233	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	1
AS2235	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2251	-	-	-	-	-	0.34	0.36	0.30	-	-	-	-	-	-	1
AS2252	-	-	0.01	-	-	-	-	0.72	-	-	-	-	0.27	-	1
AS2253	-	0.12	0.24	0.03	-	-	-	0.12	-	0.49	-	-	-	-	1
AS2254	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2256	-	-	-	-	-	-	-	0.37	-	-	-	0.63	-	-	1
AS2272	-	0.31	0.04	-	-	-	-	0.04	-	0.61	-	-	-	-	1
AS2273	-	0.65	-	0.09	-	-	-	-	-	0.26	-	-	-	-	1
AS2274	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2278	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2281	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2333	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2334	-	-	0.34	-	-	-	-	0.10	-	0.13	-	-	-	0.43	1
AS2351	-	-	-	-	-	0.01	-	-	-	0.29	-	-	-	0.69	1
AS2352	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	1
AS2382	-	0.28	-	-	-	-	0.35	0.28	-	0.10	-	-	-	-	1
AS2390	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2395	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	-	1
AS2471	-	-	-	0.10	-	-	-	0.01	0.12	0.42	-	-	0.35	-	1
AS2472	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	-	1
AS2473	-	-	0.67	0.19	-	-	-	-	-	-	-	-	0.14	-	1
AS2475	-	-	-	0.25	-	-	-	-	-	0.48	-	-	0.28	-	1
AS2477	-	-	-	-	-	0.12	-	-	-	0.59	-	-	-	0.28	1
AS2481	-	0.14	-	-	-	-	-	-	-	0.51	-	-	0.35	-	1
AS2484	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	-	1
AS2552	0.13	-	-	-	-	-	-	0.31	-	-	-	-	-	0.56	1
AS2553	-	-	0.23	-	-	-	-	-	-	0.48	-	-	0.24	0.06	1
AS2556	0.03	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.33	0.64	1
AS2557	-	-	-	-	-	0.39	-	0.01	-	0.45	-	-	-	0.15	1
AS2558	0.02	-	-	-	-	-	-	0.14	-	-	-	-	-	0.84	1
AS2559	-	-	-	-	-	-	-	0.02	-	-	-	0.39	0.42	0.17	1
AS2560	-	-	-	-	-	-	-	0.75	-	-	-	0.25	-	-	1
AS2562	-	-	0.03	-	-	-	-	-	-	0.67	-	-	0.29	-	1
AS2563	-	0.17	-	-	-	-	-	-	-	0.31	0.51	-	-	-	1
AS2582	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	-	1
AS2586	-	-	0.31	0.16	-	-	-	-	-	-	-	-	0.53	-	1
AS2592	-	-	-	0.18	-	-	-	-	-	0.61	-	-	0.21	-	1
AS2650	0.07	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.37	0.56	1
AS2651	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.77	-	-	0.17	0.06	1
AS2654	0.19	-	-	-	-	-	-	0.60	-	-	-	-	-	0.21	1
AS2655	0.25	-	0.56	-	-	-	-	0.18	-	-	-	-	-	-	1
AS2758	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	-	1
AS2759	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	-	1
AS2761	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.00	1
Frecuencia	7	9	12	10	1	5	3	20	2	17	2	4	16	14	

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

Anexo 11 Eficiencia de las DMU por año: DEA-Bootstrap

Estimación de la Eficiencia: 2004					Estimación de la Eficiencia: 2005					Estimación de la Eficiencia: 2006				
DMU	DEA	Lim Inferior	DEA-Bootstrap	Lim Superior	DMU	DEA	Lim Inferior	DEA-Bootstrap	Lim Superior	DMU	DEA	Lim Inferior	DEA-Bootstrap	Lim Superior
AS2312	69.81	57.39	65.54	70.01	AS2312	84.06	76.16	81.52	84.18	AS2312	71.92	57.48	67.38	72.08
AS2331	82.79	72.47	78.50	83.06	AS2331	81.84	72.46	78.46	81.91	AS2331	80.38	72.64	77.31	80.38
AS2232	90.96	81.93	85.36	91.26	AS2232	95.01	90.01	92.08	95.20	AS2232	92.56	85.11	88.11	92.85
AS2233	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2233	98.67	97.34	97.56	98.76	AS2233	96.00	91.99	93.14	96.18
AS2251	89.97	79.94	83.72	90.28	AS2251	83.29	73.69	79.95	83.42	AS2251	94.69	95.29	95.78	97.84
AS2252	93.07	87.94	89.71	94.24	AS2252	65.92	58.46	63.67	66.02	AS2252	64.37	58.26	62.10	64.52
AS2253	83.07	72.22	78.42	83.36	AS2253	94.32	88.64	91.46	94.43	AS2253	90.90	81.79	86.27	91.07
AS2254	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2254	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2254	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2256	71.03	58.39	66.14	71.24	AS2256	84.57	74.09	81.49	84.68	AS2256	75.41	67.97	72.46	75.56
AS2272	97.49	94.98	95.21	97.93	AS2272	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2272	75.41	67.97	72.46	75.56
AS2273	81.87	63.25	73.59	82.19	AS2273	82.60	71.72	79.23	82.71	AS2273	71.06	52.53	65.63	71.20
AS2274	73.82	54.29	65.96	74.09	AS2274	94.11	88.22	91.21	94.22	AS2274	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2278	93.18	86.36	88.15	93.42	AS2278	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2278	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2281	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2281	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2281	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2333	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2333	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2333	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2334	79.55	69.33	75.45	79.78	AS2334	68.13	60.79	65.69	68.23	AS2334	66.80	58.75	63.79	66.93
AS2351	65.30	48.56	60.78	65.42	AS2351	83.34	75.23	81.31	83.45	AS2351	83.53	73.85	80.04	83.66
AS2352	90.73	81.47	85.63	90.97	AS2352	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2352	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2382	61.70	53.07	58.24	61.85	AS2382	71.61	63.52	68.87	71.72	AS2382	72.07	63.36	68.99	72.22
AS2390	69.39	53.81	63.13	69.63	AS2390	88.44	76.88	84.55	88.58	AS2390	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2395	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2395	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2395	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2471	43.69	35.92	40.63	43.82	AS2471	55.53	48.20	53.41	55.60	AS2471	56.24	47.70	53.68	56.34
AS2472	86.41	72.82	80.96	86.69	AS2472	97.85	95.71	96.24	97.96	AS2472	92.38	84.76	88.66	92.57
AS2473	94.00	88.00	89.74	94.27	AS2473	89.17	78.35	84.90	89.26	AS2473	80.50	70.52	76.78	80.63
AS2475	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2475	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2475	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2477	44.41	29.02	40.06	44.52	AS2477	56.44	47.47	53.60	56.53	AS2477	92.03	84.06	89.03	92.23
AS2481	82.81	66.25	76.33	83.18	AS2481	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2481	94.66	89.33	91.28	94.92
AS2484	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2484	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2484	93.29	86.58	89.51	93.52
AS2552	91.47	82.94	86.60	91.73	AS2552	87.50	77.15	84.40	87.65	AS2552	90.15	80.31	86.21	90.33
AS2553	49.09	37.99	45.19	49.27	AS2553	70.99	59.45	66.93	70.17	AS2553	68.78	61.68	65.90	68.89
AS2556	46.06	40.39	43.73	46.25	AS2556	45.99	41.22	44.29	46.03	AS2556	40.66	37.12	39.23	40.75
AS2557	72.97	60.60	68.62	73.18	AS2557	67.29	56.00	64.15	67.37	AS2557	75.57	62.53	71.38	75.72
AS2558	62.55	53.70	58.85	62.77	AS2558	66.21	61.21	64.49	66.30	AS2558	58.69	51.88	56.14	58.81
AS2559	55.14	43.62	51.36	55.31	AS2559	69.26	63.68	67.46	69.38	AS2559	67.95	60.22	64.99	68.15
AS2560	73.86	64.52	69.76	74.14	AS2560	74.39	68.10	72.10	74.47	AS2560	59.33	44.77	55.43	59.44
AS2562	60.16	45.29	55.55	60.30	AS2562	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2562	90.01	80.54	86.96	90.17
AS2563	73.16	60.58	70.19	73.23	AS2563	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2563	97.92	95.84	96.26	98.11
AS2582	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2582	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2582	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2586	89.91	79.82	84.42	90.24	AS2586	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2586	97.54	95.09	95.57	97.69
AS2592	56.47	42.61	51.13	56.32	AS2592	82.49	76.57	80.19	82.64	AS2592	73.55	66.72	70.80	73.68
AS2650	68.90	61.74	65.89	69.12	AS2650	75.73	67.19	72.82	75.83	AS2650	71.25	67.40	69.82	71.38
AS2651	50.13	32.98	45.21	50.23	AS2651	80.94	72.45	78.78	81.07	AS2651	64.29	58.38	62.15	64.44
AS2654	96.66	99.32	99.32	100.00	AS2654	99.11	98.21	98.29	99.24	AS2654	98.35	96.69	96.90	98.44
AS2655	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2655	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2655	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2758	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2758	100.00	100.00	100.00	100.00	AS2758	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2759	75.69	61.41	70.63	75.91	AS2759	94.93	89.86	92.55	95.05	AS2759	92.14	84.59	89.21	92.27
AS2761	84.84	69.68	78.39	85.11	AS2761	94.35	88.70	91.59	94.47	AS2761	81.16	68.54	76.25	81.35
Promedio	80.16		76.53		Promedio	87.15		85.48		Promedio	85.08		82.70	

Elaborados a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

Estimación de la Eficiencia: 2007

DMU	DEA	Lim Inferior	DEA-Bootstrap	Lim Superior
AS2212	73.62	49.07	67.63	73.74
AS2231	77.03	70.19	74.36	77.26
AS2232	96.88	93.75	94.37	97.12
AS2233	93.28	86.57	89.37	93.50
AS2235	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2251	87.87	75.74	82.59	88.11
AS2252	62.56	55.18	60.24	62.67
AS2253	89.07	78.14	84.19	89.28
AS2254	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2256	80.39	69.40	76.77	80.57
AS2272	81.47	67.56	76.13	81.61
AS2273	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2274	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2278	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2281	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2283	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2334	63.41	57.17	60.95	63.53
AS2351	64.75	55.91	61.94	64.85
AS2352	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2382	78.51	67.84	74.62	78.67
AS2390	98.74	97.47	97.58	98.98
AS2395	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2471	54.20	46.81	51.61	54.31
AS2472	95.35	90.70	92.30	95.54
AS2473	81.62	71.26	78.26	81.81
AS2475	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2477	57.30	37.15	51.97	57.41
AS2481	90.41	80.82	85.84	90.64
AS2484	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2552	90.30	80.59	86.07	90.43
AS2553	73.96	64.65	70.28	74.18
AS2556	38.28	35.30	36.98	38.39
AS2557	85.16	70.33	80.67	85.34
AS2558	59.65	54.28	57.49	59.79
AS2559	60.79	55.86	58.62	60.87
AS2560	67.12	59.95	64.34	67.24
AS2562	79.33	66.67	74.99	79.48
AS2563	90.84	81.68	85.80	91.01
AS2582	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2586	84.50	75.02	81.42	84.66
AS2592	71.62	63.51	69.40	71.71
AS2650	74.62	66.88	71.62	74.79
AS2651	67.02	57.25	63.60	67.19
AS2654	95.07	90.14	91.73	95.30
AS2655	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2758	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2759	91.92	86.29	89.57	92.10
AS2761	100.00	100.00	100.00	100.00
Promedio	84.51		82.15	

Estimación de la Eficiencia: 2008

DMU	DEA	Lim Inferior	DEA-Bootstrap	Lim Superior
AS2212	84.03	68.05	75.36	84.35
AS2231	82.62	72.35	78.50	82.95
AS2232	78.05	64.96	72.72	78.41
AS2233	91.96	83.92	86.05	92.30
AS2235	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2251	78.91	69.90	71.77	79.12
AS2252	60.60	50.47	56.83	60.78
AS2253	86.06	72.12	79.68	86.29
AS2254	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2256	74.00	60.00	68.57	74.18
AS2272	70.46	53.20	63.56	70.69
AS2273	73.54	47.08	64.11	73.77
AS2274	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2278	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2281	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2283	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2334	56.12	48.20	52.60	56.37
AS2351	43.35	28.78	38.75	43.46
AS2352	96.40	92.80	93.37	96.69
AS2382	92.69	85.37	87.73	92.94
AS2390	87.62	75.24	82.40	87.99
AS2395	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2471	59.20	49.30	55.13	59.40
AS2472	89.43	78.85	84.11	89.67
AS2473	75.86	65.70	72.15	76.12
AS2475	89.21	78.42	82.80	89.53
AS2477	50.85	35.50	45.44	51.09
AS2481	87.73	75.47	83.06	88.07
AS2484	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2552	72.16	59.85	67.50	72.37
AS2553	47.30	39.79	44.21	47.47
AS2556	36.66	32.88	35.07	36.78
AS2557	62.61	47.85	57.21	62.78
AS2558	54.70	46.33	51.60	54.86
AS2559	55.78	46.23	52.82	55.94
AS2560	65.77	55.81	61.67	66.05
AS2562	57.76	47.24	53.56	57.91
AS2563	65.14	45.93	58.49	65.43
AS2582	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2586	79.21	66.94	74.27	79.58
AS2592	72.36	59.22	67.07	72.53
AS2650	68.47	59.34	65.04	68.68
AS2651	55.71	47.77	52.79	55.90
AS2654	97.89	95.77	97.93	98.35
AS2655	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2758	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2759	84.98	76.45	82.17	85.26
AS2761	100.00	100.00	100.00	100.00
Promedio	78.86		75.29	

Estimación de la Eficiencia: 2009

DMU	DEA	Lim Inferior	DEA-Bootstrap	Lim Superior
AS2212	93.12	86.23	88.51	93.32
AS2231	79.03	70.62	75.63	79.19
AS2232	78.78	66.84	74.13	78.99
AS2233	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2235	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2251	71.82	55.58	66.31	72.04
AS2252	51.78	41.74	48.62	51.93
AS2253	86.41	74.95	81.73	86.66
AS2254	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2256	74.79	69.26	72.59	74.98
AS2272	86.93	73.86	80.39	87.12
AS2273	84.71	69.41	78.17	84.92
AS2274	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2278	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2281	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2283	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2334	53.55	49.50	51.71	53.71
AS2351	49.36	39.18	45.77	49.51
AS2352	88.75	77.50	82.82	89.05
AS2382	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2390	91.64	83.28	86.71	91.86
AS2395	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2471	57.90	47.25	54.45	58.01
AS2472	90.68	81.35	85.81	90.95
AS2473	76.57	68.71	74.15	76.79
AS2475	88.91	77.82	83.07	89.13
AS2477	50.22	39.36	46.39	50.34
AS2481	92.90	85.80	89.04	93.10
AS2484	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2552	70.14	62.71	66.94	70.33
AS2553	56.93	50.51	54.30	57.06
AS2556	42.16	38.92	40.84	42.27
AS2557	62.34	40.15	56.21	62.47
AS2558	57.12	52.76	55.32	57.29
AS2559	54.45	49.58	52.56	54.56
AS2560	61.60	54.26	59.30	61.70
AS2562	59.15	51.28	56.19	59.31
AS2563	57.48	42.58	52.88	57.58
AS2582	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2586	89.12	78.23	84.40	89.37
AS2592	77.50	61.20	72.01	77.64
AS2650	63.98	57.54	61.06	64.20
AS2651	60.96	53.19	58.20	61.13
AS2654	99.84	99.68	99.68	100.00
AS2655	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2758	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2759	99.55	99.09	99.11	99.75
AS2761	100.00	100.00	100.00	100.00
Promedio	80.42		77.81	

Estimación de la Eficiencia: 2010

DMU	DEA	Lim Inferior	DEA-Bootstrap	Lim Superior
AS2212	84.16	68.32	73.16	84.43
AS2231	72.18	64.09	69.08	72.37
AS2232	78.12	56.77	72.25	78.29
AS2233	91.86	83.72	87.63	91.96
AS2235	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2251	79.70	60.40	74.56	79.85
AS2252	54.65	45.13	52.22	54.78
AS2253	95.45	90.91	91.95	95.66
AS2254	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2256	73.53	67.77	71.25	73.68
AS2272	86.11	72.22	79.67	86.30
AS2273	80.14	60.29	72.69	80.36
AS2274	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2278	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2281	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2333	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2334	52.15	47.67	50.26	52.27
AS2351	53.14	44.30	50.22	53.28
AS2352	80.65	61.30	74.81	80.75
AS2382	84.44	68.87	78.87	84.68
AS2390	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2395	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2471	59.38	49.88	55.68	59.52
AS2472	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2473	84.72	76.40	83.32	85.03
AS2475	99.14	98.29	98.33	99.37
AS2477	48.05	36.41	44.45	48.19
AS2481	91.42	82.85	87.58	91.62
AS2484	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2552	74.44	67.31	71.97	74.65
AS2553	54.49	49.07	52.35	54.62
AS2556	39.66	35.23	37.76	38.80
AS2557	67.87	53.98	62.98	68.07
AS2558	55.62	47.15	53.54	55.74
AS2559	56.19	48.28	53.35	56.31
AS2560	56.88	49.51	54.55	57.02
AS2562	55.34	44.20	51.27	55.50
AS2563	62.91	42.54	56.46	63.09
AS2582	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2586	91.54	83.99	88.57	91.76
AS2592	94.96	89.92	91.79	95.18
AS2650	71.68	65.78	69.19	71.85
AS2651	83.32	66.65	77.53	83.50
AS2654	97.83	96.65	95.99	98.08
AS2655	92.54	85.09	88.12	92.74
AS2758	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2759	100.00	100.00	100.00	100.00
AS2761	100.00	100.00	100.00	100.00
Promedio	81.34		78.70	

Elaborados a partir de los resultados obtenidos utilizando PIM-DEA v3.1

Anexo 12 Rutina para la Estimación del SDEA (Lingo v.8)

MODEL: SDEA

TITLE SDEA para el período 2004-2010 ;

SETS:

```
input/1..2;/
output/1..3;/
unit/1..48/:lambda;
umatriz(unit,unit);
xmatriz(input,unit):x,xmedia;
ymatriz(output,unit):y,ymedia;
x1matriz(input,unit,unit):xcov;
y1matriz(output,unit,unit):ycov;
```

ENDSETS

[Eff] Max = theta;

!RESTRICCIONES PARA INPUTS;

```
@for(input(i):
    @sum(unit(j): (x(i,j))*lambda(j)) + @sum(unit(j): (xmedia(i,j)-x(i,j))*lambda(j))
    + zvalor*
        (@sum(x1matriz(i,j,k)|(j #ne# uinvestigada) #and# (k #ne# uinvestigada) :
        lambda(j)*lambda(k)*xcov(i,j,k) )
        + 2*@sum(x1matriz(i,j,k)|(j #eq# uinvestigada) #or# (k #ne# uinvestigada) :
        (lambda(j)-1)*lambda(k)*xcov(i,j,k) )
        + @sum(x1matriz(i,j,k)|(j #eq# uinvestigada) #or# (k #eq# uinvestigada) :
        (lambda(j)-1)*(lambda(k)-1)*xcov(i,j,k)))^(1/2)
    - xmedia(i,uinvestigada)
    <0 );
```

!RESTRICCIONES PARA OUTPUTS;

```
@for(output(i):
    @sum(unit(j): (y(i,j))*lambda(j)) + @sum(unit(j): (ymedia(i,j)-y(i,j))*lambda(j))
    - zvalor*
        (@sum(y1matriz(i,j,k)|(j #ne# uinvestigada) #and# (k #ne# uinvestigada) :
        lambda(j)*lambda(k)*ycov(i,j,k) )
        + 2*@sum(y1matriz(i,j,k)|(j #eq# uinvestigada) #or# (k #ne# uinvestigada) :
        (lambda(j)-theta)*lambda(k)*ycov(i,j,k) )
        + @sum(y1matriz(i,j,k)|(j #eq# uinvestigada) #or# (k #eq# uinvestigada) :
        (lambda(j)-theta)*(lambda(k)-theta)*ycov(i,j,k)))^(1/2)
    - theta*ymedia(i,uinvestigada)
    >0 );
```

!RESTRICCIONES PARA LAMBDA;

```
@sum(unit:lambda)=1;
```

DATA:

```
! 90%;
    uinvestigada=1;
    zvalor= 0.53983;
    x, y, xmedia, ymedia, xcov, ycov = @OLE('2004.XLS');
```

ENDDATA

```
@free(theta);
```

END

divert R04-10_90

```
go
sol uinvestigada
sol theta
nonz lambda
alter all 'uinvestigada=1'uinvestigada=2'
go
sol uinvestigada
sol theta
nonz lambda
...
alter all 'uinvestigada=47'uinvestigada=48'
go
sol uinvestigada
sol theta
nonz lambda
```

revert

Anexo 13 Vector de Intensidades resultado del modelo SDEA con $\alpha = 0.95$

Vectores de Intensidades Modelo SDEA: 2004-2010														
Área de Salud	AS2235	AS2254	AS2274	AS2278	AS2281	AS2333	AS2395	AS2475	AS2484	AS2582	AS2655	AS2758	AS2761	RVE
AS2212	-	0.1678	-	0.7027	-	-	0.0586	-	-	-	-	0.0709	-	1
AS2231	-	-	-	-	-	-	0.1880	-	-	-	0.2295	0.0144	0.5681	1
AS2232	-	-	-	0.1459	-	-	0.6136	-	0.2250	-	-	0.0155	-	1
AS2233	-	-	-	-	0.2614	-	0.7386	-	-	-	-	-	-	1
AS2235	1.0000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2251	-	0.1673	-	-	-	0.0686	0.4482	-	-	-	-	-	0.3159	1
AS2252	0.1333	-	-	0.0000	0.1692	-	0.4965	-	-	-	-	0.2010	-	1
AS2253	-	0.3081	-	0.0019	-	-	0.1001	-	-	-	-	0.1300	0.4599	1
AS2254	-	1.0000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2256	-	-	-	0.4360	-	-	0.0106	-	-	-	0.3647	0.1887	-	1
AS2272	-	0.3894	-	-	-	0.0591	-	-	0.5515	-	-	-	-	1
AS2273	-	0.5197	-	0.2422	-	-	-	-	0.0118	0.2262	-	-	-	1
AS2274	-	-	1.0000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2278	-	-	-	1.0000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2281	-	-	-	-	1.0000	-	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2333	-	-	-	-	-	1.0000	-	-	-	-	-	-	-	1
AS2334	-	0.0108	-	-	-	-	0.2789	-	-	-	-	0.4746	0.2357	1
AS2351	-	-	-	-	-	-	-	-	0.4589	-	-	0.1711	0.3701	1
AS2352	-	-	-	-	-	0.7238	0.2762	-	-	-	-	-	-	1
AS2382	-	0.3916	0.0000	0.0086	-	-	0.3027	-	-	-	-	0.0000	0.2971	1
AS2390	-	0.6938	-	-	-	0.2107	0.0955	-	-	-	-	-	-	1
AS2395	-	-	-	-	-	-	1.0000	-	-	-	-	-	-	1
AS2471	-	-	-	0.2124	-	-	-	-	0.0603	-	-	0.7272	-	1
AS2472	-	-	-	0.4911	-	-	-	-	0.1130	-	-	0.3959	-	1
AS2473	-	-	0.5075	0.0580	0.1080	-	-	-	-	-	0.2244	0.1020	-	1
AS2475	-	-	-	-	-	-	-	1.0000	-	-	-	-	-	1
AS2477	-	-	-	-	-	-	-	-	0.6879	-	-	-	0.3121	1
AS2481	-	-	-	0.1946	-	-	-	0.0000	0.0574	0.4529	-	0.2950	-	1
AS2484	-	-	-	-	-	-	-	-	1.0000	-	-	-	-	1
AS2552	-	-	-	-	-	-	0.5015	-	-	-	-	0.2354	0.2631	1
AS2553	-	0.0929	-	-	-	-	-	0.1731	0.0367	-	-	0.6974	-	1
AS2556	0.0750	-	-	-	0.0295	-	-	-	-	-	0.1243	0.7713	-	1
AS2557	-	0.0631	-	-	-	0.2643	0.0555	-	0.4902	-	-	-	0.1269	1
AS2558	-	-	-	-	-	-	0.2490	-	-	-	-	0.2622	0.4888	1
AS2559	0.0337	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.9663	-	1
AS2560	-	-	-	-	0.2409	-	0.4483	-	-	-	-	0.3108	-	1
AS2562	-	-	-	-	-	-	-	-	0.8247	-	-	0.1560	0.0193	1
AS2563	-	-	-	-	-	-	-	-	0.5828	0.4172	-	-	-	1
AS2582	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.0000	-	-	-	1
AS2586	-	-	-	-	0.3208	-	-	-	-	-	-	0.6792	-	1
AS2592	-	-	-	0.0790	-	-	-	-	0.6665	0.0269	-	0.2277	-	1
AS2650	0.3006	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.4846	0.2148	1
AS2651	-	-	-	-	-	-	-	-	0.4250	0.0843	-	0.4907	-	1
AS2654	-	-	-	-	-	-	0.4015	-	-	-	0.4573	-	0.1412	1
AS2655	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.0000	-	-	1
AS2758	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.0000	-	1
AS2759	0.0379	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.9621	-	1
AS2761	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.0000	1
Frecuencia	6	11	3	13	7	6	18	2	15	7	6	26	14	

Elaborado a partir de los resultados obtenidos utilizando Lingo v8.0

Anexo 14 Rutina para la Estimación del DEA-Bayesiano (WinBUGS v.1.4.3)

```

#ESTIMACION DE LA EFICIENCIA TECNICA AJUSTADA POR METODOS BAYESIANOS

model{
for(i in 1:7)
  {
    # DEFINICION DE LAS DISTRIBUCIONES A PRIOR
      #LOS OUTPUTS TIENDEN A UNA NORMAL DE MEDIA u Y VARIANZA V
    y1[i,1:3]~dmnorm(u1[1:3], V1[1:3,1:3])
    y2[i,1:3]~dmnorm(u2[1:3], V2[1:3,1:3])
    .
    .
    .
    y48[i,1:3]~dmnorm(u48[1:3], V48[1:3,1:3])
  }

#DEFINICION DE LAS DISTRIBUCIONES A POSTERIOIR
  #DISTRIBUCION A POSTERIORI DE LAS MEDIAS COMO UNA NORMAL NO INFORMATIVA
  #DISTRIBUCION A POSTERIORI DE LAS VARIANZAS COMO UNA WISHART NO INFORMATIVA
u1[1:3]~dmnorm(a0[1:3],S[1:3,1:3])V1[1:3,1:3]~dwish(H[1:3,1:3],3)
u2[1:3]~dmnorm(a0[1:3],S[1:3,1:3])V2[1:3,1:3]~dwish(H[1:3,1:3],3)
.
.
.
u48[1:3]~dmnorm(a0[1:3],S[1:3,1:3])V48[1:3,1:3]~dwish(H[1:3,1:3],3)

#VECTORES DE MEDIAS Y VARIANZAS POR DMU
# PARA EL OUTPUT 1
media_1[1] <- u1[1]
.
.
.
media_1[48] <- u48[1]

var_1[1] <- 1/(V1[1,1])
var_1[2] <- 1/(V2[1,1])
.
.
.
var_1[48] <- 1/(V48[1,1])

# PARA EL OUTPUT 2
media_2[1] <- u1[2]
media_2[2] <- u2[2]
.
.
.
media_2[48] <- u48[2]

var_2[1] <- 1/(V1[2,2])
var_2[2] <- 1/(V2[2,2])
.
.
.
var_2[48] <- 1/(V48[2,2])

# PARA EL OUTPUT 3
media_3[1] <- u1[3]
media_3[2] <- u2[3]
.
.
.
media_3[48] <- u48[3]

var_3[1] <- 1/(V1[3,3])
var_3[2] <- 1/(V2[3,3])
.
.
.
var_3[48] <- 1/(V48[3,3])

# CALCULO DEL CUADRADO DE VECTOR DE INTESIDADES
for (i in 1:48)
  {
    L1cuad[i] <- L1[i] * L1[i]
    L2cuad[i] <- L2[i] * L2[i]
    .
    .
    .
    L48cuad[i] <- L48[i] * L48[i]
  }

# ESTIMACION DE LA EFICIENCIA POR DMU

e11 <- 1/((inprod(media_1[],L1[]) - 3.0999 * sqrt(inprod(L1cuad[],var_1[])))/u1[1])
e12 <- 1/((inprod(media_2[],L1[]) - 3.0999 * sqrt(inprod(L1cuad[],var_2[])))/u1[2])
e13 <- 1/((inprod(media_3[],L1[]) - 3.0999 * sqrt(inprod(L1cuad[],var_3[])))/u1[3])
.
.
.
e481 <- 1/((inprod(media_1[],L48[]) - 3.0999 * sqrt(inprod(L48cuad[],var_1[])))/u48[1])
e482 <- 1/((inprod(media_2[],L48[]) - 3.0999 * sqrt(inprod(L48cuad[],var_2[])))/u48[2])
e483 <- 1/((inprod(media_3[],L48[]) - 3.0999 * sqrt(inprod(L48cuad[],var_3[])))/u48[3])
}

```

```
# ESPECIFICACION DE LAS A PRIORI DE LAS MEDIAS Y LAS VARIANZAS
# SE UTILIZAN LOS PROMEDIOS DE TODAS LAS DMU EN TODOS LOS PERIODOS PARA CADA OUTPUT COMO A PRIORI
# INICIAL
```

```
list(a0=c(12829,45665,16080),
     S=structure(.Data = c(0.00000000000001,0,0,0,0.00000000000001,0,0,0,0.00000000000001),.Dim=c(3,3)),
     H=structure(.Data = c(1,0,0,0,1,0,0,0,1),.Dim=c(3,3)))
```

```
# DATOS
```

```
#VECTORES DE INTENSIDADES
```

L1[]	L2[]	L3[]	L4[]	L5[]	L6[]	L7[]	L8[]	L9[]	L10[]	L11[]	L12[]
	L13[]	L14[]	L15[]	L16[]	L17[]	L18[]	L19[]	L20[]	L21[]	L22[]	L23[]
	L24[]	L25[]	L26[]	L27[]	L28[]	L29[]	L30[]	L31[]	L32[]	L33[]	L34[]
	L35[]	L36[]	L37[]	L38[]	L39[]	L40[]	L41[]	L42[]	L43[]	L44[]	L45[]
	L46[]	L47[]	L48[]								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
...											
0	0.5681249	0	0	0	0.3158814	0	0.4599104	0	0	0	0
	0	0	0	0	0.2357171	0.3700696	0	0.2971183	0	0	0
	0	0	0	0.3120595	0	0	0.2630805	0	0	0.126901	0.4887975
	0	0	1.93E-02	0	0	0	0	0.2147619	0	0.1411932	0
	0	0	1								

```
END
```

```
#OUTPUT 1
```

y1[,1]	y2[,1]	y3[,1]	y4[,1]	y5[,1]	y6[,1]	y7[,1]	y8[,1]	y9[,1]	y10[,1]	y11[,1]	y12[,1]
	y13[,1]	y14[,1]	y15[,1]	y16[,1]	y17[,1]	y18[,1]	y19[,1]	y20[,1]	y21[,1]	y22[,1]	y23[,1]
	y24[,1]	y25[,1]	y26[,1]	y27[,1]	y28[,1]	y29[,1]	y30[,1]	y31[,1]	y32[,1]	y33[,1]	y34[,1]
	y35[,1]	y36[,1]	y37[,1]	y38[,1]	y39[,1]	y40[,1]	y41[,1]	y42[,1]	y43[,1]	y44[,1]	y45[,1]
	y46[,1]	y47[,1]	y48[,1]								
7993	17297	18132	24552	15387	18113	14177	16690	11039	11191	11873	5764
	11559	6691	2369	23943	14824	7811	20887	10432	10350	19994	3708
	6797	8053	7271	5184	4688	10737	20345	8201	7108	12789	12253
	8923	14754	8734	4918	0	9419	4319	10079	7178	18533	14970
	15187	9222	12527								
...											
8217	15933	14938	13526	18158	21193	11289	16017	10528	9382	11446	6642
	21685	7576	27435	31062	11658	10806	26534	16333	17098	32901	6218
	10169	13504	8024	8678	7379	12800	19086	7757	7155	14672	13660
	6856	13464	6455	4721	3265	9737	4931	12380	10466	27497	20954
	10875	7919	23319								

```
END
```

```
#OUTPUT 2
```

y1[,2]	y2[,2]	y3[,2]	y4[,2]	y5[,2]	y6[,2]	y7[,2]	y8[,2]	y9[,2]	y10[,2]	y11[,2]	y12[,2]
	y13[,2]	y14[,2]	y15[,2]	y16[,2]	y17[,2]	y18[,2]	y19[,2]	y20[,2]	y21[,2]	y22[,2]	y23[,2]
	y24[,2]	y25[,2]	y26[,2]	y27[,2]	y28[,2]	y29[,2]	y30[,2]	y31[,2]	y32[,2]	y33[,2]	y34[,2]
	y35[,2]	y36[,2]	y37[,2]	y38[,2]	y39[,2]	y40[,2]	y41[,2]	y42[,2]	y43[,2]	y44[,2]	y45[,2]
	y46[,2]	y47[,2]	y48[,2]								
49018	50189	44397	62190	75674	56925	60898	49506	35355	52490	26602	27039
	48929	58692	69005	51816	39587	25763	55847	43658	34663	73897	28720
	43384	60871	30765	19996	26364	30760	52827	28181	29711	31834	36050
	30277	46479	26803	14993	10744	60619	20960	45863	27122	78289	89521
	61296	50536	60242								
...											
48743	57773	51888	68597	94314	50969	45640	51737	43348	51607	34229	29660
	89898	55024	83702	61244	36341	27474	60481	47275	43908	91595	28526
	50944	59641	39302	18113	40290	30963	55348	29289	24814	32264	36267
	34519	45645	23540	14268	12641	52196	33688	45889	31905	83794	84521
	57613	63843	60305								

```
END
```

```
# OUTPUT 3
```

y1[,3]	y2[,3]	y3[,3]	y4[,3]	y5[,3]	y6[,3]	y7[,3]	y8[,3]	y9[,3]	y10[,3]	y11[,3]	y12[,3]
	y13[,3]	y14[,3]	y15[,3]	y16[,3]	y17[,3]	y18[,3]	y19[,3]	y20[,3]	y21[,3]	y22[,3]	y23[,3]
	y24[,3]	y25[,3]	y26[,3]	y27[,3]	y28[,3]	y29[,3]	y30[,3]	y31[,3]	y32[,3]	y33[,3]	y34[,3]
	y35[,3]	y36[,3]	y37[,3]	y38[,3]	y39[,3]	y40[,3]	y41[,3]	y42[,3]	y43[,3]	y44[,3]	y45[,3]
	y46[,3]	y47[,3]	y48[,3]								
15099	17708	19418	25154	24067	14384	27120	15728	10978	17280	6922	10883
	18791	24926	33309	19376	12432	10566	18990	14603	12728	29301	10826
	18109	21600	14554	8304	9584	14904	21158	9150	10993	9731	13166
	11845	18459	8285	4695	2729	26029	7657	16988	10551	25088	27017
	21411	17705	18686								
...											
16569	19216	17088	28263	25733	14525	15574	18288	14393	19311	8458	11699
	27792	19448	28324	19835	11835	9668	19309	16023	14942	30767	10832
	20324	21585	17263	8068	13092	13466	16634	8916	8835	9782	13003
	12966	16478	7377	4059	2422	21602	15608	14680	9314	24772	24619
	23630	22428	22372								

```
END
```

Anexo 15 Eficiencia a través del tiempo: Índice de Malmquist, CET, CES y CT

DMU	AS	Índice										Porcentaje de Variación				
		2004-2005	2005-2006	2006-2007	2007-2008	2008-2009	2009-2010	2004-2005	2005-2006	2006-2007	2007-2008	2008-2009	2009-2010			
DMU 1	AS2212	0.9182	0.9427	0.9876	1.0891	0.9175	0.8801	-8.18%	-5.73%	-1.24%	8.91%	-8.25%	-11.99%			
DMU 2	AS2231	0.8780	0.8978	0.9411	1.1399	0.9773	0.8492	-12.20%	-10.22%	-5.89%	13.99%	-2.27%	-15.08%			
DMU 3	AS2232			0.9708	0.7974	0.9971	0.9532		-2.92%	-20.26%		-0.29%	-4.68%			
DMU 4	AS2233			0.782	1.2300	0.8910	0.9545		-27.18%	23.00%		-10.90%	-4.55%			
DMU 5	AS2235	0.8521	0.9153	1.0133	1.0433	0.9695	0.9724	-14.79%	-8.47%	1.33%	4.33%	-3.05%	-2.76%			
DMU 6	AS2251	0.7557	1.0946	0.9316	0.9550	0.8939	1.0142	-24.43%	9.46%	-6.84%	-4.50%	-10.61%	1.42%			
DMU 7	AS2252			0.9528	0.9437	0.8692	1.0095		-4.72%	-5.63%		-13.08%	0.95%			
DMU 8	AS2253	0.9479	0.9698	0.9477	1.0009	0.9416	1.0201	-5.21%	-3.02%	-5.23%	0.09%	-5.84%	2.01%			
DMU 9	AS2254	0.9558	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	-4.42%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 10	AS2256	0.9283	0.8742	1.0474	0.9028	0.8825	0.8861	-7.17%	-12.58%	4.74%	-9.72%	-11.75%	-11.39%			
DMU 11	AS2272	0.8650	0.9137	0.9022	0.9840	1.1118	0.8964	-13.50%	-8.63%	-9.78%	-1.60%	11.18%	-10.36%			
DMU 12	AS2273	0.7820	0.9728	1.0294	1.0468	0.9564	0.8920	-21.80%	-2.72%	2.94%	4.68%	-4.36%	-10.80%			
DMU 13	AS2274			0.8428	1.0199	0.9289	1.0158		-15.72%	1.99%		-7.11%	1.58%			
DMU 14	AS2278			1.0000	1.0000	0.9925	0.9898		0.00%	0.00%		-0.75%	-1.02%			
DMU 15	AS2281	0.8695	1.0000	1.0000	1.0000	0.8656	1.0365	-13.05%	0.00%	0.00%	0.00%	-13.44%	3.65%			
DMU 16	AS2333	0.8892	1.0611	1.0888	0.9258	1.0391	1.0024	-11.08%	6.11%	8.88%	-7.42%	3.91%	0.24%			
DMU 17	AS2334	0.6517	1.0306	0.8934	0.8854	0.8598	0.9228	-34.83%	3.06%	-10.66%	-11.46%	-14.02%	-7.72%			
DMU 18	AS2351	0.7785	1.0564	0.7895	0.7599	0.9632	0.9197	-22.15%	5.64%	-21.05%	-24.01%	-3.68%	-8.03%			
DMU 19	AS2352	0.9632	1.2214	0.8261	0.8886	0.9134	0.7760	-3.68%	22.14%	-17.39%	-11.14%	-8.66%	-22.40%			
DMU 20	AS2382	0.9050	0.9652	1.0434	1.3300	1.0612	0.8133	-9.50%	-3.48%	4.34%	33.00%	6.12%	-18.67%			
DMU 21	AS2390	0.9789	1.1630	0.9438	0.9692	1.0056	0.9761	-2.11%	16.30%	-5.62%	-3.08%	0.56%	-2.39%			
DMU 22	AS2395	1.0000	0.8795	1.0153	1.0669	0.9746	1.0000	0.00%	-12.05%	1.53%	6.69%	-2.54%	0.00%			
DMU 23	AS2471			0.8889	1.1857	0.9638	0.9369		-11.11%	18.57%		-3.62%	-6.31%			
DMU 24	AS2472			0.9825	0.9388	0.9527	0.9811		-1.75%	-6.12%		-4.73%	-1.89%			
DMU 25	AS2473	0.7877	0.8677	0.9737	0.9636	0.9001	1.1435	-21.23%	-13.23%	-2.63%	-3.64%	-9.99%	14.35%			
DMU 26	AS2475	0.8504	1.0465	1.0070	0.8531	1.0214	0.9402	-14.96%	4.65%	0.70%	-14.69%	2.14%	-5.98%			
DMU 27	AS2477	0.7682	1.5661	0.8734	0.9633	0.9012	0.8259	-23.18%	56.61%	-12.66%	-3.67%	-9.88%	-17.41%			
DMU 28	AS2481	0.9314	0.9562	1.0224	0.9529	1.0688	0.9048	-6.86%	-4.38%	2.24%	-4.71%	6.88%	-9.52%			
DMU 29	AS2484	0.8502	0.9610	1.1223	1.0000	1.0000	1.0000	-14.98%	-3.90%	12.23%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 30	AS2522	0.7529	1.0003	0.9979	0.8315	0.9782	0.9195	-24.71%	0.03%	-0.21%	-16.85%	-2.18%	-8.05%			
DMU 31	AS2553	0.9005	0.9453	1.0701	0.6823	1.1335	0.8577	-9.95%	-5.47%	7.01%	-31.77%	13.35%	-14.23%			
DMU 32	AS2556	0.6204	0.8714	0.8912	1.0182	1.0612	0.8552	-37.96%	-12.86%	-10.88%	1.82%	6.12%	-14.48%			
DMU 33	AS2557	0.7156	1.1071	1.0956	0.7881	1.0063	0.8524	-28.44%	10.71%	9.56%	-21.19%	0.63%	-14.76%			
DMU 34	AS2558	0.8028	0.8800	1.0093	0.9425	0.9836	0.8686	-19.72%	-12.00%	0.93%	-5.75%	-1.64%	-13.14%			
DMU 35	AS2559	0.6862	0.9954	0.8542	1.0469	0.8494	0.9406	-31.38%	-0.46%	-14.58%	4.69%	-15.06%	-5.94%			
DMU 36	AS2560			0.9888	1.0235	0.8345	0.8381		-1.12%	2.35%		-16.55%	-16.19%			
DMU 37	AS2562	0.9762	0.8638	1.0836	0.7738	0.9684	0.8766	-2.38%	-13.62%	8.36%	-22.62%	-3.16%	-12.34%			
DMU 38	AS2563	0.8956	1.0079	0.9488	0.9048	0.9132	0.8918	-10.44%	0.79%	-5.12%	-9.52%	-8.68%	-10.82%			
DMU 39	AS2582	0.8533	0.9968	1.0000	0.9905	1.0109	0.9445	-14.67%	-0.32%	0.00%	-0.95%	1.09%	-5.55%			
DMU 40	AS2586			0.7871	0.9612	1.0520	0.8696		-21.29%	-3.88%		5.20%	-13.04%			
DMU 41	AS2592			1.0315	1.0716	1.1264	1.0135		3.15%	7.16%		12.64%	1.35%			
DMU 42	AS2650	0.7488	0.8235	1.0478	0.9578	0.8621	1.0435	-25.12%	-17.65%	4.78%	-4.22%	-13.79%	4.35%			
DMU 43	AS2651	0.8469	0.8398	1.1153	0.8718	1.0391	1.3110	-15.31%	-16.02%	11.53%	-12.82%	3.91%	31.10%			
DMU 44	AS2654	0.9288	1.0592	0.9049	1.0638	0.9901	0.8974	-7.12%	5.92%	-9.51%	6.38%	-0.99%	-10.26%			
DMU 45	AS2655	0.8250	0.9836	0.9642	1.0043	0.9852	0.9870	-17.50%	-1.64%	-3.58%	0.43%	-6.48%	-1.30%			
DMU 46	AS2758	0.9394	1.0000	0.9469	1.1021	1.0498	0.8858	-6.06%	0.00%	-5.31%	10.21%	4.98%	-11.42%			
DMU 47	AS2759	0.8206	0.9497	0.9555	0.9493	1.1670	1.0325	-17.94%	-5.03%	-4.45%	-5.07%	16.70%	3.25%			
DMU 48	AS2761	0.7706	0.9199	1.2660	1.0000	1.0000	0.8423	-22.94%	-8.01%	26.60%	0.00%	0.00%	-15.77%			
Promedio		0.8471	0.9895	0.9734	0.9754	0.9746	0.9425	-15.29%	-1.05%	-2.66%	-2.46%	-2.54%	-5.75%			

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con PIM-DEA v3.1

Cambio en Eficiencia Técnica Pura (CET)

DMU	AS	Índice														
		2004-2005	2005-2006	2006-2007	2007-2008	2008-2009	2009-2010	Porcentaje de Variación								
		2004-2005	2005-2006	2006-2007	2007-2008	2008-2009	2009-2010	2004-2005	2005-2006	2006-2007	2007-2008	2008-2009	2009-2010			
DMU 1	AS2212	1.2040	0.8557	1.0236	1.1413	1.1082	0.9038	20.40%	-14.43%	2.36%	14.13%	10.82%	-9.62%			
DMU 2	AS2231	0.9885	0.9797	0.9608	1.0725	0.9566	0.9133	-1.15%	-2.03%	-3.92%	7.25%	-4.34%	-8.67%			
DMU 3	AS2232	1.0467	1.0467	1.0467	1.0467	1.0467	1.0467	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 4	AS2233	0.9717	0.9858	1.0874	0.9186	1.0874	0.9186	-2.83%	-2.41%	-8.33%	-1.42%	8.74%	-8.14%			
DMU 5	AS2235	1.0854	0.9764	1.0241	1.0000	1.0000	1.0000	8.54%	-2.36%	2.41%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 6	AS2251	0.9257	1.1369	0.9280	0.8980	0.9102	1.1097	-7.43%	13.69%	-7.20%	-10.20%	-8.98%	10.97%			
DMU 7	AS2252	1.1355	0.9637	0.9719	0.9687	0.8545	1.0554	-2.81%	-3.63%	-2.81%	-3.13%	-14.55%	5.54%			
DMU 8	AS2253	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	-2.01%	-3.38%	0.40%	10.47%			
DMU 9	AS2254	1.1905	0.8917	1.0661	0.9204	1.0108	0.9831	19.05%	-10.83%	6.61%	-7.96%	1.08%	-1.69%			
DMU 10	AS2256	1.0257	0.9028	0.9028	0.8648	1.2338	0.9906	2.57%	-9.72%	-9.75%	-13.52%	23.38%	-0.94%			
DMU 11	AS2273	1.0089	0.8603	1.4072	0.7354	1.1518	0.9462	0.89%	-13.97%	40.72%	-26.46%	15.18%	-5.38%			
DMU 12	AS2273	1.0089	0.8603	1.4072	0.7354	1.1518	0.9462	0.89%	-13.97%	40.72%	-26.46%	15.18%	-5.38%			
DMU 13	AS2274	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 14	AS2278	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 15	AS2281	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 16	AS2333	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 17	AS2334	0.8563	0.9806	0.9491	0.8850	0.9542	0.9739	-14.37%	-1.94%	-5.09%	-11.50%	-4.58%	-2.61%			
DMU 18	AS2351	1.2764	1.0023	0.7751	0.6696	1.1386	1.0765	27.64%	0.23%	-22.49%	-33.04%	13.86%	7.65%			
DMU 19	AS2352	1.1021	1.0000	1.0000	0.9640	0.9206	0.9087	10.21%	0.00%	0.00%	-3.60%	-7.94%	-9.13%			
DMU 20	AS2382	1.1605	1.0065	1.0893	1.1806	1.0789	0.8444	16.05%	0.65%	8.93%	18.06%	7.89%	-15.56%			
DMU 21	AS2390	1.2744	1.1307	0.9874	0.8874	1.0459	1.0912	27.44%	13.07%	-1.26%	-11.26%	4.59%	9.12%			
DMU 22	AS2395	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 23	AS2471	1.0000	1.0000	1.0000	1.0922	0.9780	1.0256	0.00%	0.00%	-3.63%	9.22%	-2.20%	2.56%			
DMU 24	AS2472	1.0321	0.9379	1.0321	0.9379	1.0140	1.1028	3.21%	3.04%	3.21%	-6.21%	1.40%	10.28%			
DMU 25	AS2473	0.9487	0.9028	1.0138	0.9294	1.0095	1.1368	-5.13%	-9.72%	1.38%	-7.06%	0.95%	10.64%			
DMU 26	AS2475	1.0000	1.0000	1.0000	0.8921	0.9966	1.1151	0.00%	0.00%	0.00%	-10.79%	-0.34%	11.51%			
DMU 27	AS2477	1.2708	1.6307	0.6226	0.8874	0.9876	0.9568	27.08%	63.07%	-37.74%	-11.26%	-1.24%	-4.32%			
DMU 28	AS2481	1.2075	0.9466	0.9551	0.9704	1.0589	0.9841	20.75%	-5.34%	-4.49%	-2.96%	5.89%	-1.59%			
DMU 29	AS2484	1.0000	0.9329	1.0719	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	-6.71%	7.19%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 30	AS2552	0.9566	1.0304	1.0016	0.7992	0.9719	1.0614	-4.34%	3.04%	0.16%	-20.08%	-2.81%	6.14%			
DMU 31	AS2553	1.4277	0.9813	1.0754	0.6395	1.2036	0.9571	42.77%	-1.87%	7.54%	-36.05%	20.36%	-4.29%			
DMU 32	AS2556	0.9985	0.8842	0.9415	0.9575	1.1502	0.9407	-0.15%	-11.58%	-5.85%	-4.25%	15.02%	-5.93%			
DMU 33	AS2557	0.9222	1.1230	1.1270	0.7352	0.9957	1.0887	-7.78%	12.30%	12.70%	-26.48%	-0.43%	8.87%			
DMU 34	AS2558	1.0586	0.8864	1.0163	0.9171	1.0443	0.9737	5.86%	-11.36%	1.63%	-8.29%	4.43%	-2.63%			
DMU 35	AS2559	1.2560	0.9811	0.8946	0.9176	0.9761	1.0320	25.60%	-1.89%	-10.54%	-8.24%	-2.39%	3.20%			
DMU 36	AS2560	1.1313	0.9799	0.9366	0.9366	0.9366	0.9234	13.13%	13.13%	-2.01%	-6.34%	-7.66%	-6.44%			
DMU 37	AS2562	1.6623	0.9001	0.8814	0.7281	1.0240	0.9356	66.23%	-9.99%	-11.86%	-27.19%	2.40%	-6.44%			
DMU 38	AS2563	1.3669	0.9792	0.9277	0.7171	0.8824	1.0944	36.69%	-2.08%	-7.23%	-28.29%	-11.76%	9.44%			
DMU 39	AS2582	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 40	AS2586	1.0000	1.0000	0.8663	0.9373	1.1251	1.0271	-13.37%	0.00%	-13.37%	-6.27%	12.51%	2.71%			
DMU 41	AS2592	0.9738	1.0103	0.9738	1.0103	1.0711	1.2253	-2.62%	-2.62%	1.03%	7.11%	7.11%	22.53%			
DMU 42	AS2650	1.0992	0.9408	1.0473	0.9177	0.9344	1.1203	9.92%	-5.92%	4.24%	-8.23%	-6.56%	12.03%			
DMU 43	AS2651	1.6147	0.7943	1.0424	0.8312	1.0943	1.3668	61.47%	-20.57%	4.24%	-16.88%	9.43%	36.68%			
DMU 44	AS2654	0.9945	0.9924	0.9667	1.0296	1.0200	0.9798	-0.55%	-0.76%	-3.33%	2.96%	2.00%	-7.46%			
DMU 45	AS2655	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 46	AS2758	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 47	AS2759	1.2542	0.9706	0.9976	0.9246	1.1713	1.0046	25.42%	-2.94%	-0.24%	-7.54%	17.13%	0.46%			
DMU 48	AS2761	1.1121	0.8602	1.2322	1.0000	1.0000	1.0000	11.21%	-13.98%	23.22%	0.00%	0.00%	0.00%			
Promedio		1.1154	0.9849	0.9972	0.9312	1.0231	1.0158	11.54%	-1.51%	-0.28%	-6.88%	2.31%	1.58%			

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con PIM-DEA v3.1

Cambio en Eficiencia de Escala (CES)

DMU	AS	Índice										Porcentaje de Variación				
		2004-2005	2005-2006	2006-2007	2007-2008	2008-2009	2009-2010	2004-2005	2005-2006	2006-2007	2007-2008	2008-2009	2009-2010			
DMU 1	AS2212	0.9928	1.0021	0.9992	0.9889	0.9244	0.9993	-0.72%	0.21%	-0.08%	-1.11%	-7.56%	-0.07%			
DMU 2	AS2231	0.9661	0.9024	0.9506	1.0091	1.0291	0.9448	-3.39%	-9.76%	-4.94%	0.91%	2.91%	-5.52%			
DMU 3	AS2232			0.9794	0.9451	0.9816	0.9773			-2.06%	-5.49%	-1.84%	-2.27%			
DMU 4	AS2233			0.7368	1.1665	0.8195	1.0226			-26.32%	16.65%	-18.05%	2.26%			
DMU 5	AS2235	0.8544	0.9536	0.9930	1.0420	0.9695	0.9724	-14.56%	-4.64%	-0.70%	4.20%	-3.05%	-2.76%			
DMU 6	AS2251	0.8792	0.9717	1.0005	1.0074	0.9967	1.0051	-12.08%	-2.83%	0.05%	0.74%	-0.33%	0.51%			
DMU 7	AS2252			0.9898	0.9631	1.0308	0.9515			-1.02%	-3.69%	3.08%	-4.85%			
DMU 8	AS2253	0.9608	0.9815	1.0138	0.9796	0.9911	1.0046	-3.92%	-1.85%	1.38%	-2.04%	-0.89%	0.46%			
DMU 9	AS2254	0.9558	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	-4.42%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 10	AS2256	0.9793	0.9722	0.9957	0.9728	0.9670	0.9039	-2.07%	-2.78%	-0.43%	-2.72%	-3.30%	-9.61%			
DMU 11	AS2272	0.9788	0.9801	1.0279	1.0352	1.0074	1.0234	-2.12%	-1.99%	2.79%	3.52%	0.74%	2.34%			
DMU 12	AS2273	1.0066	0.9974	0.8776	1.3291	1.0239	1.0970	0.66%	-0.26%	-12.24%	32.91%	2.39%	9.70%			
DMU 13	AS2274			0.8519	1.0199	0.9367	1.0135			-14.81%	1.99%	-6.33%	1.35%			
DMU 14	AS2278			1.0000	1.0000	0.9925	0.9898			0.00%	0.00%	-0.75%	-1.02%			
DMU 15	AS2281	0.8695	1.0000	1.0000	1.0000	0.8884	1.0365	-13.05%	0.00%	0.00%	0.00%	-11.16%	3.65%			
DMU 16	AS2333	0.8892	1.0611	1.0593	0.8985	1.0391	1.0096	-11.08%	6.11%	5.93%	-10.15%	3.91%	0.96%			
DMU 17	AS2334	0.8862	1.0580	0.9789	0.9479	0.9608	0.9926	-11.38%	5.80%	-2.11%	-5.21%	-3.92%	-0.74%			
DMU 18	AS2351	0.9488	1.0222	0.9881	0.9692	0.9732	0.9710	-5.12%	2.22%	-1.19%	-3.08%	-2.68%	-2.90%			
DMU 19	AS2352	0.9043	1.2129	0.8261	0.8870	0.9640	0.8600	-9.57%	21.29%	-17.39%	-11.30%	-3.60%	-14.00%			
DMU 20	AS2382	0.9470	0.9773	0.9932	1.0639	1.0217	0.9869	-5.30%	-2.27%	-0.68%	6.39%	2.17%	-1.31%			
DMU 21	AS2390	0.9921	1.0082	0.9773	0.9989	0.9998	0.9874	-0.79%	0.82%	-2.27%	-0.11%	-0.02%	-1.26%			
DMU 22	AS2395	1.0000	0.8795	1.0153	1.0669	0.9746	1.0000	0.00%	-12.05%	1.53%	6.69%	-2.54%	0.00%			
DMU 23	AS2471			0.9510	1.0387	0.9951	1.0073			-4.90%	3.87%	-0.49%	0.73%			
DMU 24	AS2472			0.9688	0.9927	0.9501	1.0101			-3.12%	-0.73%	-4.99%	1.01%			
DMU 25	AS2473	0.8973	0.9699	0.9814	1.0131	0.9169	1.0635	-10.27%	-3.01%	-1.86%	1.31%	-8.31%	6.35%			
DMU 26	AS2475	0.9829	1.0223	1.0070	0.9788	1.0124	1.0062	-1.71%	2.23%	0.70%	-2.12%	1.24%	0.62%			
DMU 27	AS2477	1.0374	0.9514	1.0331	0.9912	0.9986	0.9330	3.74%	-4.86%	3.31%	-0.88%	-0.14%	-6.70%			
DMU 28	AS2481	0.9961	0.9786	1.0109	0.9945	1.0007	0.9704	-0.39%	-2.14%	1.09%	-0.55%	0.07%	-2.96%			
DMU 29	AS2484	0.9869	1.0022	1.0274	1.0000	1.0000	1.0000	-1.31%	0.22%	2.74%	0.00%	0.00%	0.00%			
DMU 30	AS2552	0.8839	0.9088	0.9922	0.9876	1.0146	0.9062	-11.61%	-9.12%	-0.78%	-1.24%	1.46%	-9.38%			
DMU 31	AS2553	0.9806	1.0093	1.0294	0.9738	1.0020	0.9694	-1.94%	0.99%	2.94%	-2.62%	0.20%	-3.06%			
DMU 32	AS2556	0.8539	0.9856	0.9671	1.0069	0.9914	0.9373	-14.61%	-1.44%	-3.29%	0.69%	-0.86%	-6.27%			
DMU 33	AS2557	0.9843	0.9906	1.0144	0.9973	0.9962	0.9916	-1.57%	-0.94%	1.44%	-0.27%	-0.38%	-0.84%			
DMU 34	AS2558	0.9253	0.9391	0.9755	0.9698	0.9953	0.9196	-7.47%	-6.09%	-2.45%	-3.02%	-0.47%	-8.04%			
DMU 35	AS2559	0.8551	1.0032	0.9934	1.0179	0.9420	0.9370	-14.49%	0.32%	-0.66%	1.79%	-5.80%	-6.30%			
DMU 36	AS2560			0.9713	1.0266	0.9092	0.9314			-2.87%	2.66%	-9.08%	-6.86%			
DMU 37	AS2562	0.9893	0.9575	1.0519	0.9937	1.0013	0.9750	-1.07%	-4.25%	5.19%	-0.63%	0.13%	-2.50%			
DMU 38	AS2563	0.9991	1.0057	1.0374	1.1837	1.0749	1.1837	-0.09%	0.57%	-2.54%	3.74%	7.49%	18.37%			
DMU 39	AS2582	0.8533	0.9968	1.0000	0.9905	1.0109	0.9445	-14.67%	-0.32%	0.00%	-0.95%	1.09%	-5.55%			
DMU 40	AS2586			0.9587	1.0127	0.9950	0.9273			-4.13%	1.27%	-0.50%	-7.27%			
DMU 41	AS2592			0.9780	1.0218	1.0019	0.9870			-2.20%	2.18%	0.19%	-1.30%			
DMU 42	AS2650	0.9102	0.9335	1.0051	0.9454	0.9812	0.9842	-8.98%	-6.65%	0.51%	-5.46%	-1.88%	-1.58%			
DMU 43	AS2651	0.9138	1.0281	1.0078	0.9820	1.0223	0.9895	-8.62%	2.81%	0.78%	-1.80%	2.23%	-1.05%			
DMU 44	AS2654	0.9482	1.0242	0.9254	1.0155	0.9776	0.9124	-5.18%	2.42%	-7.46%	1.55%	-2.24%	-8.76%			
DMU 45	AS2655	0.8250	0.9836	0.9642	1.0043	0.9352	1.0260	-17.50%	-1.64%	-3.58%	0.43%	-6.48%	2.60%			
DMU 46	AS2758	0.9394	1.0000	0.9469	1.0169	1.0498	0.8858	-6.06%	0.00%	-5.31%	1.69%	4.98%	-11.42%			
DMU 47	AS2759	0.8863	1.0038	0.9996	0.9305	1.0812	1.0302	-11.37%	0.38%	-0.04%	-6.95%	8.12%	3.02%			
DMU 48	AS2761	0.7979	1.0660	1.0885	1.0000	1.0000	0.8423	-20.21%	6.60%	8.85%	0.00%	0.00%	-15.77%			
Promedio	AS2761	0.9331	0.9932	0.9808	1.0048	0.9864	0.9796	-6.69%	-0.68%	-1.92%	0.48%	-1.36%	-2.04%			

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con PIM-DEA v3.1

Cambio Tecnológico (CT)

DMU	AS	Índice												Porcentaje de Variación				
		2004-2005	2005-2006	2006-2007	2007-2008	2008-2009	2009-2010	2004-2005	2005-2006	2006-2007	2007-2008	2008-2009	2009-2010					
DMU 1	AS2212	0.7682	1.0994	0.9655	0.9650	0.8957	0.9744	-23.18%	9.94%	-3.45%	-3.50%	-10.43%	-2.56%					
DMU 2	AS2231	0.9193	1.0155	1.0303	1.0532	0.9927	0.9842	-8.07%	1.55%	3.03%	5.32%	-0.73%	-1.58%					
DMU 3	AS2232			0.9471	1.0472	1.0063	0.9836			-5.29%	4.72%	0.63%	-1.64%					
DMU 4	AS2233			1.0170	1.0696	0.9997	1.0161			1.70%	6.96%	-0.03%	1.61%					
DMU 5	AS2235	0.9188	0.9829	0.9964	1.0013	1.0000	1.0000	-8.12%	-1.71%	-0.36%	0.13%	0.00%	0.00%					
DMU 6	AS2251	0.9285	0.9908	1.0033	1.0033	0.9853	0.9092	-7.15%	-0.92%	0.33%	5.57%	-1.47%	-9.08%					
DMU 7	AS2252			0.9904	1.0116	0.9868	1.0053			-0.96%	1.16%	-1.32%	0.53%					
DMU 8	AS2253	0.8689	1.0254	0.9539	1.0574	0.9462	0.9192	-13.11%	2.54%	-4.61%	5.74%	-5.38%	-8.08%					
DMU 9	AS2254	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%					
DMU 10	AS2256	0.7962	1.0083	0.9867	1.0083	0.9029	0.9973	-20.38%	0.83%	-1.33%	0.83%	-9.71%	-0.27%					
DMU 11	AS2272	0.8616	1.0327	0.9726	1.0992	0.8945	0.8843	-13.84%	3.27%	-2.74%	9.92%	-10.55%	-11.57%					
DMU 12	AS2273	0.7700	1.1337	0.8335	1.0709	0.8110	0.8593	-23.00%	13.37%	-16.65%	7.09%	-18.90%	-14.07%					
DMU 13	AS2274			0.9893	1.0000	0.9917	1.0022			-1.07%	0.00%	-0.83%	0.22%					
DMU 14	AS2278			1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%					
DMU 15	AS2281	1.0000	1.0000	1.0000	0.9743	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	-2.57%	0.00%					
DMU 16	AS2333	1.0000	1.0000	1.0278	1.0304	1.0000	0.9928	0.00%	0.00%	2.78%	3.04%	0.00%	-0.72%					
DMU 17	AS2334	0.8587	0.9934	0.9615	1.0555	0.9378	0.9546	-14.13%	-0.66%	-3.85%	5.55%	-6.22%	-4.54%					
DMU 18	AS2351	0.6429	1.0310	1.0309	1.1709	0.8692	0.8798	-35.71%	3.10%	3.09%	17.09%	-13.08%	-12.02%					
DMU 19	AS2352	0.9664	1.0070	1.0000	1.0392	1.0291	0.9930	-3.36%	0.70%	0.00%	3.92%	2.91%	-0.70%					
DMU 20	AS2382	0.8235	0.9813	0.9644	1.0589	0.9627	0.9760	-17.65%	-1.87%	-3.56%	5.89%	-3.73%	-2.40%					
DMU 21	AS2390	0.7742	1.0202	0.9781	1.0934	0.9617	0.9058	-22.58%	2.02%	-2.19%	9.34%	-3.83%	-9.42%					
DMU 22	AS2395	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%					
DMU 23	AS2471			0.9699	1.0451	0.9904	0.9070			-3.01%	4.51%	-0.96%	-9.30%					
DMU 24	AS2472			0.9826	1.0083	0.9890	0.8807			-1.74%	0.83%	-1.10%	-11.93%					
DMU 25	AS2473	0.9254	0.9910	0.9787	1.0233	0.9725	0.9718	-7.46%	-0.90%	-2.13%	2.33%	-2.75%	-2.82%					
DMU 26	AS2475	0.8652	1.0236	1.0000	0.9770	1.0123	0.8380	-13.48%	2.36%	0.00%	-2.30%	1.23%	-16.20%					
DMU 27	AS2477	0.5827	1.0095	1.3578	1.0952	0.9139	0.9252	-41.73%	0.95%	35.78%	9.52%	-8.61%	-7.48%					
DMU 28	AS2481	0.7744	1.0323	1.0590	0.9875	1.0087	0.9475	-22.56%	3.23%	5.90%	-1.25%	0.87%	-5.25%					
DMU 29	AS2484	0.8615	1.0279	1.0191	1.0000	1.0000	1.0000	-13.85%	2.79%	1.91%	0.00%	0.00%	0.00%					
DMU 30	AS2552	0.8905	1.0682	1.0041	1.0535	0.9920	0.9561	-10.95%	6.82%	0.41%	5.35%	-0.80%	-4.39%					
DMU 31	AS2553	0.6432	0.9544	0.9666	1.0956	0.9399	0.9244	-35.68%	-4.56%	-3.34%	9.56%	-6.01%	-7.56%					
DMU 32	AS2556	0.7276	1.0000	0.9787	1.0561	0.9306	0.9699	-27.24%	0.00%	-2.13%	5.61%	-6.94%	-3.01%					
DMU 33	AS2557	0.7883	0.9952	0.9584	1.0748	1.0145	0.7896	-21.17%	-0.48%	-4.16%	7.48%	1.45%	-21.04%					
DMU 34	AS2558	0.8196	1.0572	1.0180	1.0596	0.9464	0.9700	-18.04%	5.72%	1.80%	5.96%	-5.36%	-3.00%					
DMU 35	AS2559	0.6389	1.0115	0.9612	1.1208	0.9238	0.9728	-36.11%	1.15%	-3.88%	12.08%	-7.62%	-2.72%					
DMU 36	AS2560			0.8999	1.0175	0.9799	0.9745			-10.01%	1.75%	-2.01%	-2.55%					
DMU 37	AS2562	0.5936	1.0023	1.1688	1.0695	0.9446	0.9610	-40.64%	0.23%	16.88%	6.95%	-5.54%	-3.90%					
DMU 38	AS2563	0.6558	1.0234	1.0494	1.2163	0.9628	0.6884	-34.42%	2.34%	4.94%	21.63%	-3.72%	-31.16%					
DMU 39	AS2582	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%					
DMU 40	AS2586			0.9477	1.0126	0.9397	0.9130			-5.23%	1.26%	-6.03%	-8.70%					
DMU 41	AS2592			1.0832	1.0379	1.0496	0.8381			8.32%	3.79%	4.96%	-16.19%					
DMU 42	AS2650	0.7484	0.9377	0.9955	1.1041	0.9403	0.9465	-25.16%	-6.23%	-0.45%	10.41%	-5.97%	-5.35%					
DMU 43	AS2651	0.5739	1.0285	1.0616	1.0681	0.9289	0.9693	-42.61%	2.85%	6.16%	6.81%	-7.11%	-3.07%					
DMU 44	AS2654	0.9850	1.0422	1.0115	1.0174	0.9929	1.0038	-1.50%	4.22%	1.15%	1.74%	-0.71%	0.38%					
DMU 45	AS2655	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	3.95%					
DMU 46	AS2758	1.0000	1.0000	1.0000	1.0839	1.0000	1.0000	0.00%	0.00%	0.00%	8.39%	0.00%	0.00%					
DMU 47	AS2759	0.7383	0.9747	0.9582	1.1034	0.9214	0.9977	-26.17%	-2.53%	-4.18%	10.34%	-7.86%	-0.23%					
DMU 48	AS2761	0.8684	1.0033	0.9439	1.0000	1.0000	1.0000	-13.16%	0.33%	-5.61%	0.00%	0.00%	0.00%					
Promedio		0.8310	1.0133	1.0005	1.0462	0.9675	0.9505	-16.90%	1.33%	0.05%	4.62%	-3.25%	-4.95%					

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con PIM-DEA v3.1

Cambio en la Productividad Total de los Factores del 2004 al 2010

DMU	AS	Índices				Eficiencia DEA			Porcentaje de Variación			
		CT	CES	CET	IM	2004	2010	CT	CES	CET	IM	
DMU 1	AS2212	0.7044	0.9420	1.2055	0.8000	69.81	84.16	-29.56%	-5.80%	20.55%	-20.00%	
DMU 2	AS2231	0.9463	0.7875	0.8718	0.6496	82.79	72.18	-5.37%	-21.25%	-12.82%	-35.04%	
DMU 3	AS2232											
DMU 4	AS2233											
DMU 5	AS2235											
DMU 6	AS2251	1.0158	0.8446	0.8858	0.7600	89.97	79.70	1.58%	-15.54%	-11.42%	-24.00%	
DMU 7	AS2252											
DMU 8	AS2253	0.8211	0.9534	1.1491	0.8995	83.07	95.45	-17.89%	-4.66%	14.91%	-10.05%	
DMU 9	AS2254	0.8240	0.9975	1.0000	0.8219	100.00	100.00	-17.60%	-0.25%	0.00%	-17.81%	
DMU 10	AS2256											
DMU 11	AS2272	0.8447	0.9742	0.8833	0.7268	97.49	86.11	-15.53%	-2.58%	-11.67%	-27.32%	
DMU 12	AS2273											
DMU 13	AS2274											
DMU 14	AS2278	0.8056	0.9620	1.0732	0.8316	93.18	100.00	-19.44%	-3.80%	7.32%	-16.84%	
DMU 15	AS2281	1.0000	0.8370	1.0000	0.8370	100.00	100.00	0.00%	-16.30%	0.00%	-16.30%	
DMU 16	AS2333	1.0000	0.9649	1.0000	0.9649	100.00	100.00	0.00%	-3.51%	0.00%	-3.51%	
DMU 17	AS2334	0.8961	0.7796	0.6555	0.4579	79.55	52.15	-10.39%	-22.04%	-34.45%	-54.21%	
DMU 18	AS2351	0.7648	0.7350	0.8139	0.4575	65.30	53.14	-23.52%	-26.50%	-18.61%	-54.25%	
DMU 19	AS2352											
DMU 20	AS2382	0.7650	0.9549	1.3684	0.9996	61.70	84.44	-23.50%	-4.51%	36.84%	-0.04%	
DMU 21	AS2390	0.7414	0.9258	1.4410	0.9892	69.39	100.00	-25.86%	-7.42%	44.10%	-1.08%	
DMU 22	AS2395	1.0000	0.9343	1.0000	0.9343	100.00	100.00	0.00%	-6.57%	0.00%	-6.57%	
DMU 23	AS2471											
DMU 24	AS2472											
DMU 25	AS2473	0.9148	0.7526	0.9013	0.6205	94.00	84.72	-8.52%	-24.74%	-9.87%	-37.95%	
DMU 26	AS2475	0.8065	0.8890	0.9914	0.7109	100.00	99.14	-19.35%	-11.10%	-0.86%	-28.91%	
DMU 27	AS2477	0.6177	0.9535	1.0820	0.6372	44.41	48.05	-38.23%	-4.65%	8.20%	-36.28%	
DMU 28	AS2481	0.7169	0.9298	1.1040	0.7359	82.81	91.42	-28.31%	-7.02%	10.40%	-26.41%	
DMU 29	AS2484	0.9135	1.0019	1.0000	0.9153	100.00	100.00	-8.65%	0.19%	0.00%	-8.47%	
DMU 30	AS2552											
DMU 31	AS2553	0.6789	0.8774	1.1100	0.6612	49.09	54.49	-32.11%	-12.26%	11.00%	-33.88%	
DMU 32	AS2556	0.7805	0.7764	0.8612	0.5218	46.06	39.66	-21.95%	-22.36%	-13.88%	-47.82%	
DMU 33	AS2557	0.8529	0.9251	0.9302	0.7339	72.97	67.87	-14.71%	-7.49%	-6.98%	-26.61%	
DMU 34	AS2558	0.8850	0.7896	0.8893	0.6214	62.55	55.62	-11.50%	-21.04%	-11.07%	-37.86%	
DMU 35	AS2559	0.7200	0.6851	1.0190	0.5027	55.14	56.19	-28.00%	-31.49%	1.90%	-49.73%	
DMU 36	AS2560											
DMU 37	AS2562	0.6672	0.9046	0.9199	0.5552	60.16	55.34	-33.28%	-9.54%	-8.01%	-44.48%	
DMU 38	AS2563	0.7128	1.0975	0.8599	0.6727	73.16	62.91	-28.72%	9.75%	-14.01%	-32.73%	
DMU 39	AS2582	1.0000	0.7682	1.0000	0.7682	100.00	100.00	0.00%	-23.18%	0.00%	-23.18%	
DMU 40	AS2586											
DMU 41	AS2592											
DMU 42	AS2650	0.7930	0.8160	1.0403	0.6732	68.90	71.68	-20.70%	-18.40%	4.03%	-32.68%	
DMU 43	AS2651	0.6250	0.9170	1.6622	0.9527	50.13	83.32	-37.50%	-8.30%	66.22%	-4.73%	
DMU 44	AS2654											
DMU 45	AS2655	1.0395	0.7808	0.9254	0.7511	100.00	92.54	3.95%	-21.92%	-7.46%	-24.89%	
DMU 46	AS2758	0.8943	0.8531	1.0000	0.7629	100.00	100.00	-10.57%	-14.69%	0.00%	-23.71%	
DMU 47	AS2759	0.7865	0.8972	1.3212	0.9323	75.69	100.00	-21.35%	-10.28%	32.12%	-6.77%	
DMU 48	AS2761	0.9205	1.1787	1.1787	0.8239	84.84	100.00	-7.95%	-24.07%	17.87%	-17.61%	
Promedio		0.8320	0.8778	1.0347	0.7480	79.16	80.92	-16.80%	-12.22%	3.47%	-25.20%	

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con PIM-DEA v3.1

Cambio en la Productividad Total de los Factores del 2007 al 2010

DMU	AS	Índices					Eficiencia DEA					Porcentaje de Variación				
		CT		CES		CET	IM	2007		2010		CT	CES	CET	IM	
		0.8075	0.9561	1.1431	0.8826	73.62	84.16	-19.25%	-4.39%	14.31%						
DMU 1	AS2212	0.8075	0.9561	1.1431	0.8826	73.62	84.16	-19.25%	-4.39%	14.31%	14.31%	-4.39%	14.31%	-11.74%		
DMU 2	AS2231	0.9897	1.0221	0.9370	0.9478	77.03	72.18	-1.03%	2.21%	-6.30%	-6.30%	2.21%	-6.30%	-5.22%		
DMU 3	AS2232															
DMU 4	AS2233															
DMU 5	AS2235	1.0000	1.0028	1.0000	1.0028	100.00	100.00	0.00%	0.28%	0.00%	0.00%	0.28%	0.00%	0.28%		
DMU 6	AS2251	0.9831	0.9949	0.9070	0.8871	87.87	79.70	-1.69%	-0.51%	-9.30%	-9.30%	-0.51%	-9.30%	-11.29%		
DMU 7	AS2252															
DMU 8	AS2253	0.8972	0.9789	1.0717	0.9413	89.07	95.45	-10.28%	-2.11%	7.17%	7.17%	-2.11%	7.17%	-5.87%		
DMU 9	AS2254	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	100.00	100.00	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%		
DMU 10	AS2256	0.9266	0.8443	0.9146	0.7155	80.39	73.53	-7.34%	-15.57%	-8.54%	-8.54%	-15.57%	-8.54%	-28.45%		
DMU 11	AS2272	0.8584	1.0827	1.0569	0.9822	81.47	86.11	-14.16%	8.27%	5.69%	5.69%	8.27%	5.69%	-1.78%		
DMU 12	AS2273	0.8772	1.1529	0.8014	0.8105	100.00	80.14	-12.28%	15.29%	-19.86%	-19.86%	15.29%	-19.86%	-18.95%		
DMU 13	AS2274															
DMU 14	AS2278	0.9695	0.9698	1.0000	0.9402	100.00	100.00	-3.02%	-3.02%	0.00%	0.00%	-3.02%	0.00%	-5.98%		
DMU 15	AS2281	1.0000	0.9908	1.0000	0.9908	100.00	100.00	0.00%	-0.92%	0.00%	0.00%	-0.92%	0.00%	-0.92%		
DMU 16	AS2333	1.0000	0.9909	1.0000	0.9909	100.00	100.00	0.00%	-0.91%	0.00%	0.00%	-0.91%	0.00%	-0.91%		
DMU 17	AS2334	0.9395	0.9149	0.8225	0.7070	63.41	52.15	-6.05%	-8.51%	-17.75%	-17.75%	-8.51%	-17.75%	-29.30%		
DMU 18	AS2351	0.9472	0.8725	0.8208	0.6783	64.75	53.14	-5.28%	-12.75%	-17.92%	-17.92%	-12.75%	-17.92%	-32.17%		
DMU 19	AS2352															
DMU 20	AS2382	0.9475	1.0124	1.0755	1.0317	78.51	84.44	-5.25%	1.24%	7.55%	7.55%	1.24%	7.55%	3.17%		
DMU 21	AS2390	0.9624	0.9670	1.0128	0.9425	98.74	100.00	-3.76%	-3.30%	1.28%	1.28%	-3.30%	1.28%	-5.75%		
DMU 22	AS2395	1.0000	1.0063	1.0000	1.0063	100.00	100.00	0.00%	0.63%	0.00%	0.00%	0.63%	0.00%	0.63%		
DMU 23	AS2471															
DMU 24	AS2472															
DMU 25	AS2473	0.9656	0.9567	1.0381	0.9589	81.62	84.72	-3.44%	-4.33%	3.81%	3.81%	-4.33%	3.81%	-4.11%		
DMU 26	AS2475	0.9459	0.9442	0.9914	0.8855	100.00	99.14	-5.41%	-5.58%	-0.86%	-0.86%	-5.58%	-0.86%	-11.45%		
DMU 27	AS2477	0.9063	0.9215	0.8386	0.7004	57.30	48.05	-9.37%	-7.85%	-16.14%	-16.14%	-7.85%	-16.14%	-29.96%		
DMU 28	AS2481															
DMU 29	AS2484	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	100.00	100.00	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%		
DMU 30	AS2552															
DMU 31	AS2553	0.9053	0.9701	0.7367	0.6471	73.96	54.49	-9.47%	-2.99%	-26.33%	-26.33%	-2.99%	-26.33%	-35.29%		
DMU 32	AS2556	0.9716	0.9022	1.0360	0.9082	38.28	39.66	-2.84%	-9.78%	3.60%	3.60%	-9.78%	3.60%	-9.18%		
DMU 33	AS2557	0.8475	1.0456	0.7970	0.7062	85.16	67.87	-15.25%	4.56%	-20.30%	-20.30%	4.56%	-20.30%	-29.38%		
DMU 34	AS2558	0.9894	0.8737	0.9325	0.8061	59.65	55.62	-1.06%	-12.63%	-6.75%	-6.75%	-12.63%	-6.75%	-19.39%		
DMU 35	AS2559	0.9780	0.9311	0.9243	0.8417	60.79	56.19	-2.20%	-6.89%	-7.57%	-7.57%	-6.89%	-7.57%	-15.83%		
DMU 36	AS2560															
DMU 37	AS2562	0.9598	0.9885	0.6975	0.6618	79.33	55.34	-4.02%	-1.15%	-30.25%	-30.25%	-1.15%	-30.25%	-33.82%		
DMU 38	AS2563	0.8694	1.2016	0.6925	0.7234	90.84	62.91	-13.06%	20.16%	-30.75%	-30.75%	20.16%	-30.75%	-27.66%		
DMU 39	AS2582	1.0000	0.9465	1.0000	0.9465	100.00	100.00	0.00%	-5.35%	0.00%	0.00%	-5.35%	0.00%	-5.35%		
DMU 40	AS2586															
DMU 41	AS2592															
DMU 42	AS2650	0.9554	0.9313	0.9606	0.8547	74.62	71.68	-4.46%	-6.87%	-3.94%	-3.94%	-6.87%	-3.94%	-14.53%		
DMU 43	AS2651	1.0272	0.9961	1.2433	1.2722	67.02	83.32	2.72%	-0.39%	24.33%	24.33%	-0.39%	24.33%	27.22%		
DMU 44	AS2654															
DMU 45	AS2655	1.0395	0.9583	0.9254	0.9219	100.00	92.54	3.95%	-4.17%	-7.46%	-7.46%	-4.17%	-7.46%	-7.81%		
DMU 46	AS2758	0.9816	0.9355	1.0000	0.9183	100.00	100.00	-1.84%	-6.45%	0.00%	0.00%	-6.45%	0.00%	-8.17%		
DMU 47	AS2759															
DMU 48	AS2761	1.0000	0.8351	1.0000	0.8351	100.00	100.00	0.00%	-16.49%	0.00%	0.00%	-16.49%	0.00%	-16.49%		
Promedio		0.9544	0.9735	1.0000	0.8837	84.22	80.37	-4.56%	-2.66%	4.77%	4.77%	-2.66%	4.77%	-11.63%		

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con PIM-DEA v3.1

Cambio en la Productividad Total de los Factores del 2004 al 2007

DMU	AS	Índices				Eficiencia DEA				Porcentaje de Variación			
		CT	CES	CET	IM	2004	2007	CT	CES	CET	IM		
DMU 1	AS2212	0.8408	1.0082	1.0546	0.8939	69.81	73.62	-15.92%	0.82%	5.46%	-10.61%		
DMU 2	AS2231	0.9420	0.7575	0.9305	0.6639	82.79	77.03	-5.80%	-24.25%	-6.95%	-33.61%		
DMU 3	AS2232												
DMU 4	AS2233												
DMU 5	AS2235	0.9224	0.7705	1.0854	0.7714	92.13	100.00	-7.76%	-22.95%	8.54%	-22.86%		
DMU 6	AS2251	0.9567	0.9107	0.9766	0.8509	89.97	87.87	-4.33%	-8.93%	-2.34%	-14.91%		
DMU 7	AS2252												
DMU 8	AS2253	0.8398	1.0151	1.0722	0.9140	83.07	89.07	-16.02%	1.51%	7.22%	-8.60%		
DMU 9	AS2254	0.9062	0.9719	1.0000	0.8808	100.00	100.00	0.00%	-2.81%	0.00%	-11.92%		
DMU 10	AS2256	0.7943	0.9218	1.1317	0.8287	71.03	80.39	-20.57%	-7.82%	13.17%	-17.13%		
DMU 11	AS2272	0.8890	0.9766	0.8357	0.7256	97.49	81.47	-11.10%	-2.34%	-16.43%	-27.44%		
DMU 12	AS2273	0.7151	0.8951	1.2214	0.7817	81.87	100.00	-28.49%	-10.49%	22.14%	-21.83%		
DMU 13	AS2274												
DMU 14	AS2278	0.9219	1.0017	1.0732	0.9911	93.18	100.00	-7.81%	0.17%	7.32%	-0.89%		
DMU 15	AS2281	1.0000	0.8724	1.0000	0.8724	100.00	100.00	0.00%	-12.76%	0.00%	-12.76%		
DMU 16	AS2333	1.0105	0.9960	1.0000	1.0064	100.00	100.00	1.05%	-0.40%	0.00%	0.64%		
DMU 17	AS2334	0.8683	0.8767	0.7970	0.6067	79.55	63.41	-13.17%	-12.33%	-20.30%	-39.33%		
DMU 18	AS2351	0.7011	0.8995	0.9916	0.6253	65.30	64.75	-29.89%	-10.05%	-0.84%	-37.47%		
DMU 19	AS2352												
DMU 20	AS2382	0.7896	0.9865	1.2723	0.9911	61.70	78.51	-21.04%	-1.35%	27.23%	-0.89%		
DMU 21	AS2390	0.7906	0.9702	1.4228	1.0914	69.39	98.74	-20.94%	-2.98%	42.28%	9.14%		
DMU 22	AS2395	1.0000	0.8618	1.0000	0.8618	100.00	100.00	0.00%	-13.82%	0.00%	-13.82%		
DMU 23	AS2471												
DMU 24	AS2472												
DMU 25	AS2473	0.9805	0.6965	0.8682	0.5929	94.00	81.62	-1.95%	-30.35%	-13.18%	-40.71%		
DMU 26	AS2475	0.8631	0.9957	1.0000	0.8594	100.00	100.00	-13.69%	-0.43%	0.00%	-14.06%		
DMU 27	AS2477	0.7469	0.9347	1.2903	0.9008	44.41	57.30	-25.31%	-6.53%	29.03%	-9.92%		
DMU 28	AS2481												
DMU 29	AS2484	0.8780	0.9805	1.0000	0.8609	100.00	100.00	-12.20%	-1.95%	0.00%	-13.91%		
DMU 30	AS2552												
DMU 31	AS2553	0.6642	1.0590	1.5066	1.0597	49.09	73.96	-33.58%	5.90%	50.66%	5.97%		
DMU 32	AS2556	0.7514	0.8977	0.8312	0.5607	46.06	38.28	-24.86%	-10.23%	-16.88%	-43.93%		
DMU 33	AS2557	0.8199	1.0213	1.1671	0.9773	72.97	85.16	-18.01%	2.13%	16.71%	-2.27%		
DMU 34	AS2558	0.8602	0.8663	0.9536	0.7106	62.55	59.65	-13.98%	-13.37%	-4.64%	-28.94%		
DMU 35	AS2559	0.6978	0.7651	1.1024	0.5886	55.14	60.79	-30.22%	-23.49%	10.24%	-41.14%		
DMU 36	AS2560												
DMU 37	AS2562	0.6545	1.0116	1.3187	0.8732	60.16	79.33	-34.55%	1.16%	31.87%	-12.68%		
DMU 38	AS2563	0.6924	1.0626	1.2417	0.9136	73.16	90.84	-30.76%	6.26%	24.17%	-8.64%		
DMU 39	AS2582	1.0000	0.8134	1.0000	0.8134	100.00	100.00	0.00%	-18.66%	0.00%	-18.66%		
DMU 40	AS2586												
DMU 41	AS2592												
DMU 42	AS2650	0.8119	0.9789	1.0830	0.8607	68.90	74.62	-18.81%	-2.11%	8.30%	-13.93%		
DMU 43	AS2651	0.5955	0.8773	1.3370	0.6985	50.13	67.02	-40.45%	-12.27%	33.70%	-30.15%		
DMU 44	AS2654												
DMU 45	AS2655	1.0000	0.7496	1.0000	0.7496	100.00	100.00	0.00%	-25.04%	0.00%	-25.04%		
DMU 46	AS2758	0.9571	0.8836	1.0000	0.8457	100.00	100.00	-4.2%	-11.64%	0.00%	-15.43%		
DMU 47	AS2759												
DMU 48	AS2761	0.9211	1.0294	1.1787	1.1176	84.84	100.00	-7.89%	2.94%	17.87%	11.76%		
Promedio		0.8466	0.9210	1.0807	0.8335	79.37	84.22	-15.34%	-7.90%	8.07%	-16.65%		

Elaborado a partir de los resultados obtenidos con PIM-DEA v3.1

